❀ Đề 01

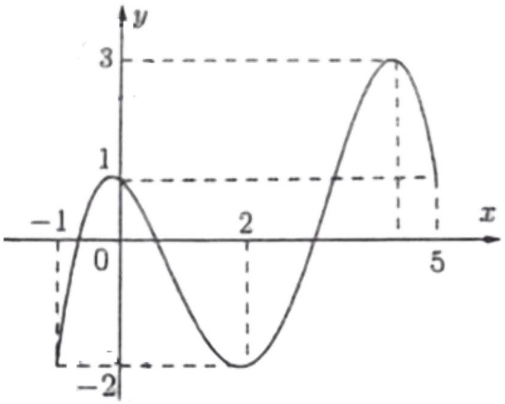
Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

A. -2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới.



Tổng các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng

A. 4. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Tính $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD}$

A. $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD} = -4$. **B.** $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD} = 0$. **C.** $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD} = 4$. **D.** $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD} = 2\sqrt{2}$.

Câu 4. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 7x + 4}{2x + 1}$ có phương trình là:

A. $y = 2x + 1$. **B.** $y = x - 3$. **C.** $y = 2x - 1$. **D.** $y = x + 3$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ là số dương?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2 ↘	-4	‖	$+\infty$ ↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng.

A. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{DC}$.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $-22\sqrt{11}$. **B.** $22\sqrt{11}$. **C.** -72. **D.** -58.

Câu 10. Hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

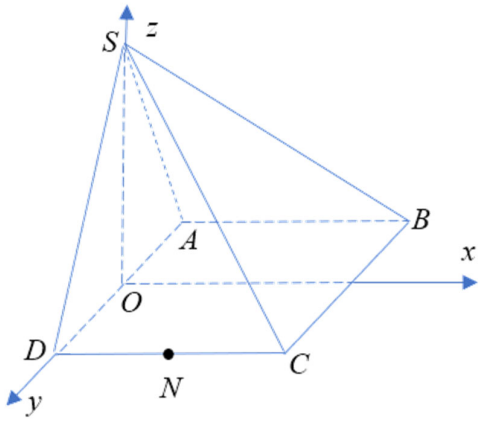
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 1. SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi O và N lần lượt là trung điểm của AD và CD. Thiết lập hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ. Toạ độ điểm N là:



A. $\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $f(x)>0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

B. Nếu $f(x)<0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

C. Nếu $f'(x)>0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

D. Nếu $f(x)<0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CC'}\right|=a\sqrt{3}$.

b) $\overrightarrow{A'B}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DD'}$.

c) $\overrightarrow{D'A}.\overrightarrow{CD}=0$.

d) $\left(\overrightarrow{A'D},\overrightarrow{CB'}\right)=0^\circ$.

Câu 2. Cho hàm số $y=-x^3-3x^2-3x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đạo hàm $y'=-3x^2-6x-3$.

b) Phương trình $y'=0$ có nghiệm $x=-1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 3. Số dân của một thị trấn sau t năm $(t\ge 0)$ kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người).

a) Số dân của thị trấn giảm trong những năm từ 1975 đến 1980.

b) Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Vào năm 1998 thì tốc độ tăng dân số là 0,125 nghìn người/năm.

c) Đạo hàm $f'(t)=\dfrac{120}{(t+5)^2}$, $(t\ge 0)$.

d) Số dân của thị trấn vào đầu năm 1980 là 18 nghìn người.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x-1)^2(3-x)^3(x+1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ là giá trị cực tiểu của hàm số đã cho.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(-2;1)$ là $f(-1)$.

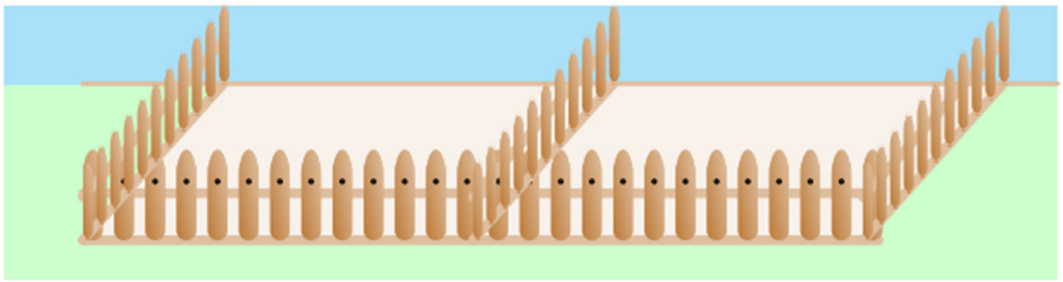
d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-8}$ có dạng là $(m;n)$. Tính giá trị $P=m+2n^2$.

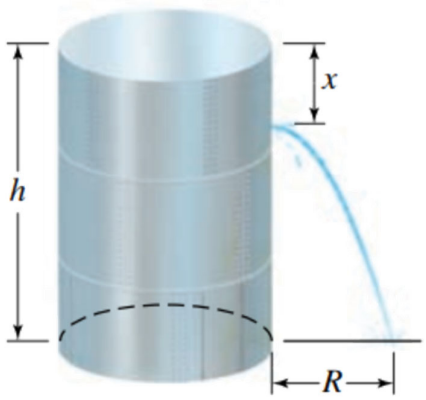
Câu 2. Một người nông dân chi 12000000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông, bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình vẽ). Đối với hàng rào song song với bờ sông, chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông

không phải hàng rào. Hỏi tổng diện tích của hai khu đất thu được lớn nhất là bao nhiêu sau khi làm hàng rào (giả sử diện tích hàng rào không đáng kể)



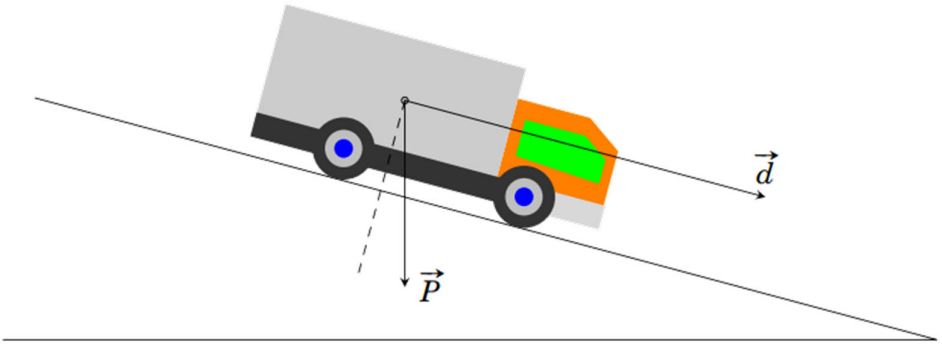
Câu 3. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$. Biết rằng hàm số nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;a)$, $(b;+\infty)$. Tính giá trị $M=3a-2b$.

Câu 4. Một bồn hình trụ có độ cao h (feet) chứa đầy nước. Khi tia nước chảy ra ở vòi nước ở độ sâu x (feet) so với mặt bồn thì tầm xa R (feet) của tia nước được cho bởi $R=2\sqrt{x(h-x)}$ (hình minh họa).



Biết rằng tia nước chảy từ độ cao $x=Kh$ $(K\in\mathbb{R})$ so với mặt bồn thì tầm xa R đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị K.

Câu 5. Cho biết A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A=\vec{F}\cdot\vec{d}$ trong đó $\vec{d}$ là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị: mét) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$. Một chiếc xe có khối lượng 500 kg đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng $5°$ so với phương ngang. Tính công sinh ra bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 20 m (***làm tròn kết quả đến hàng đơn vị***), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P}=m\cdot\vec{g}$, với m (đơn vị : kg)là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g=9,8$ m/s^2.



Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 4, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng 2. Vẽ hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với điểm A, các điểm B, D, S lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM = MC$, điểm M có tọa độ $(x; y; z)$. Tính giá trị $x + y + 2z$.

---------- HẾT ----------

❀ Đề 01 – GIẢI CHI TIẾT

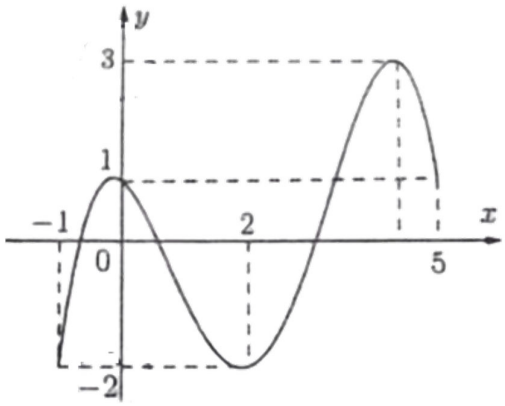
Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

A. -2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới.



Tổng các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng

A. 4. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Trên đoạn $[-1;5]$, hàm số có GTLN bằng 3, GTNN bằng -2.

Tổng các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng:

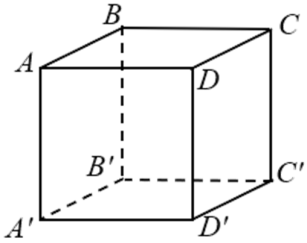
$$3-2=1.$$

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Tính $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD}$

A. $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD}=-4$. **B.** $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD}=0$. **C.** $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD}=4$. **D.** $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD}=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2.



$$\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD}=-\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right).\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AD}^2=-2^2=-4.$$

Câu 4. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+7x+4}{2x+1}$ có phương trình là:

A. $y=2x+1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=x+3$.

Lời giải

$y=\dfrac{2x^2+7x+4}{2x+1}=x+3+\dfrac{1}{2x+1}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[y-(x+3)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2x+1}=0$.

$\Rightarrow$ Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+7x+4}{2x+1}$ có phương trình là $y=x+3$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2+1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ là số dương?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

$y=x^4-x^2+1$.

$y'=4x^3-2x$.

$$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=1>0\\ x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow y=0,75>0\\ x=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Rightarrow y=0,75>0\end{array}\right..$$

Hàm số có 3 điểm cực trị có tung độ là số dương.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2 ↘	-4	‖	$+\infty$ ↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2 \Rightarrow$ TCN của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 2$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} y = +\infty \Rightarrow$ TCĐ của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = 0$.

Đồ thị hàm số có tổng số 2 đường tiệm cận.

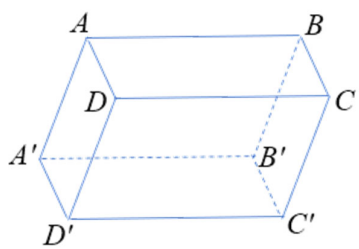
Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng.

A. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DC}$.

Lời giải

Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$



$\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$, đúng, theo quy tắc hình hộp.

Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. $-22\sqrt{11}$. **B.** $22\sqrt{11}$. **C.** -72. **D.** -58.

Lời giải

$f(x) = x^3 - 33x$ trên $[2;19]$.

$f'(x) = 3x^2 - 33$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 33 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{11} \in [2;19] \\ x = -\sqrt{11} \notin [2;19] \end{array}\right.$.

$f(2) = 2^3 - 33.2 = -58$.

$f(\sqrt{11}) = (\sqrt{11})^3 - 33.\sqrt{11} = -22\sqrt{11}$.

$f(19) = 19^3 - 33.19 = 6232$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng $-22\sqrt{11}$.

Câu 10. Hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải

$y = x^4 - 2x^2$ có TXĐ là $\mathbb{R}$.

$y = 4x^3 - 4x$

$y = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$.

$y(-1) = (-1)^4 - 2.(-1)^2 = -1$.

$y(0) = 0^4 - 2.0^2 = 0$.

$y(1) = 1^4 - 2.1^2 = -1$

BBT của y:

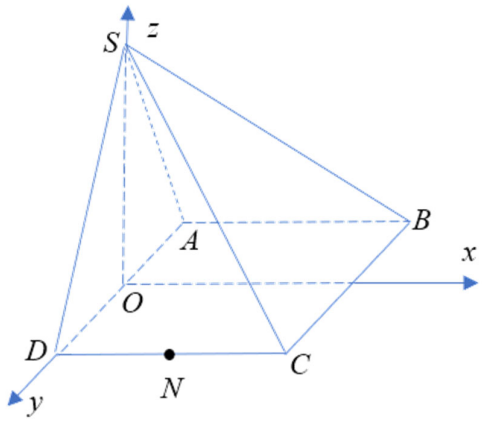
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

$(-\infty;-2) \subset (-\infty;-1)$.

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 1. SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi O và N lần lượt là trung điểm của AD và CD. Thiết lập hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ. Toạ độ điểm N là:



A. $\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $f(x)>0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

B. Nếu $f(x)<0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

C. Nếu $f'(x)>0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

D. Nếu $f(x)<0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

Lời giải

Nếu $f'(x)>0$, $\forall x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

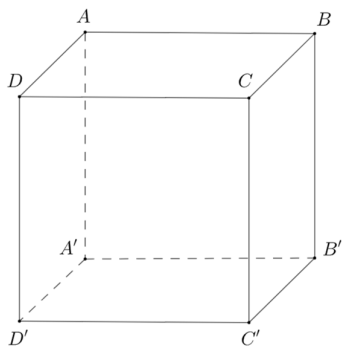
a) $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CC'}\right|=a\sqrt{3}$.

b) $\overrightarrow{A'B}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DD'}$.

c) $\overrightarrow{D'A}.\overrightarrow{CD}=0$.

d) $\left(\overrightarrow{A'D},\overrightarrow{CB'}\right)=0°$.

Lời giải



a) Đúng.

$\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CC'}\right|=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right|=\left|\overrightarrow{AC'}\right|=a\sqrt{3}$

b) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{D'C}=\overrightarrow{A'B}$ do tứ giác $A'BCD'$ là hình bình hành.

c) Đúng.

<u>Cách 1</u>: $\overrightarrow{D'A}.\overrightarrow{CD}=-\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right).\left(-\overrightarrow{AB}\right)=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right).\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AB}=0+0=0$

<u>Cách 2</u>: Vì $CD\perp AD$ mà $CD\perp DD'$ nên $CD\perp(ADD'A')$. Suy ra $CD\perp D'A$ nên $\overrightarrow{D'A}.\overrightarrow{CD}=0$

d) Sai.

Ta có: $A'DCB'$ là hình bình hành nên hai vectơ $\overrightarrow{A'D}$, $\overrightarrow{CB'}$ là hai vectơ ngược hướng.

Do đó $\left(\overrightarrow{A'D},\overrightarrow{CB'}\right)=180°$.

Câu 2. Cho hàm số $y=-x^3-3x^2-3x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đạo hàm $y'=-3x^2-6x-3$.

b) Phương trình $y'=0$ có nghiệm $x=-1$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Lời giải

a) Đúng.

Vì $y=-x^3-3x^2-3x$ nên $y'=-3x^2-6x-3$

b) Đúng.

Ta có $y'=0 \Leftrightarrow -3x^2-6x-3=0 \Leftrightarrow x=-1$.

c) Sai.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=-x^3-3x^2-3x$ như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Từ đó suy ra hàm số không có cực đại, hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

d) Sai.

Câu 3. Số dân của một thị trấn sau t năm $(t \geq 0)$ kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người).

a) Số dân của thị trấn giảm trong những năm từ 1975 đến 1980.

b) Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Vào năm 1998 thì tốc độ tăng dân số là 0,125 nghìn người/năm.

c) Đạo hàm $f'(t)=\dfrac{120}{(t+5)^2}, (t \geq 0)$.

d) Số dân của thị trấn vào đầu năm 1980 là 18 nghìn người.

Lời giải

Từ $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ta có $f'(t)=\dfrac{120}{(t+5)^2}>0, \forall t \geq 0$

Do đó hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

a) Sai.

Do hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

b) Sai.

Vào năm 1998 thì tốc độ tăng dân số là: $f'(28)=\dfrac{120}{(28+5)^2} \approx 0{,}110$ nghìn người/năm.

c) Đúng.

d) Đúng.

Số dân của thị trấn vào đầu năm 1980 là: $f(10)=\dfrac{26.10+10}{10+5}=18$ nghìn người.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x-1)^2(3-x)^3(x+1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ là giá trị cực tiểu của hàm số đã cho.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(-2;1)$ là $f(-1)$.

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Lời giải

Từ $f'(x)=(2x-1)^2(3-x)^3(x+1)$ suy ra hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$.

Và: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		$\frac{1}{2}$		1		3		$+\infty$
y'			$-$		0	$+$	0	$+$	0		$-$		
y		$\searrow$			$f(-1)$	$\nearrow$	$f\left(\frac{1}{2}\right)$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$			

Từ bảng biến thiên của hàm số suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=3$, giá trị cực đại bằng $f(3)$, hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, giá trị cực tiểu bằng $f(-1)$;

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(3;+\infty)$.

Trên khoảng $(-2;1)$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $f(-1)$.

a) Sai

b) Sai.

c) Đúng.

d) Đúng.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x+2}{2x^2-8}$ có dạng là $(m;n)$. Tính giá trị $P=m+2n^2$.

Lời giải

Đáp số: -1,5.

Tiệm cận đứng

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\frac{x^2-3x+2}{2x^2-8}=+\infty$ vì $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-2)^+}(x^2-3x+2)=4+6+2=12>0 \\ \lim\limits_{x\to(-2)^+}(2x^2-8)=0 \\ 2x^2-8>0 \end{cases}$.

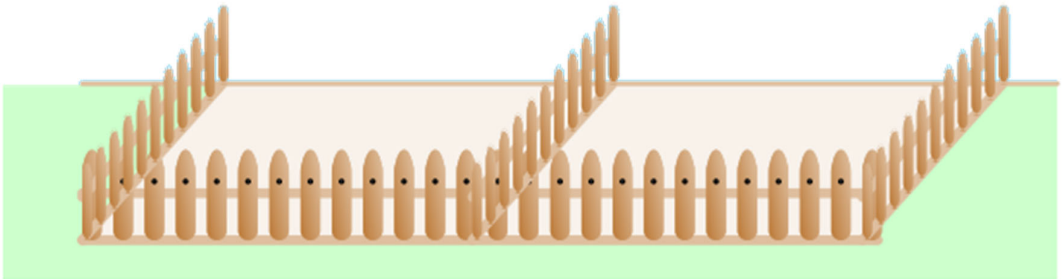
Suy ra $x=-2$ là tiệm cận đứng.

Tiệm cận ngang $y=\frac{1}{2}$.

Suy ra tọa độ giao điểm của hai đường tiệm cận là $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$.

Vậy $P=m+2n^2=(-2)+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=-1,5$.

Câu 2. Một người nông dân chi 12000000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông, bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (Hình vẽ). Đối với hàng rào song song với bờ sông, chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông không phải hàng rào. Hỏi tổng diện tích của hai khu đất thu được lớn nhất là bao nhiêu sau khi làm hàng rào (giả sử diện tích hàng rào không đáng kể)



Lời giải

Đáp số: 4000.

Gọi x là chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E (trong ba mặt song song, $x>0$).

y là chiều dài mặt hàng rào chữ E song song với bờ sông $(y>0)$.

Ta có $3\cdot 50000x+60000y=12\,000\,000 \Rightarrow y=200-\frac{5}{2}x$.

$S=xy=200x-\frac{5}{2}x^2$.

$S'=200-5x=0 \Rightarrow x=40$.

Bảng biến thiên

x	0		40		$+\infty$
S'		$+$	0	$-$	
S		$\nearrow$	4000	$\searrow$	

Vậy diện tích lớn nhất là 4000 (m^2).

Câu 3. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-1$. Biết rằng hàm số nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;a)$, $(b;+\infty)$. Tính giá trị $M=3a-2b$.

Lời giải

Đáp số: -3.

$y' = x^2 - 4x + 3 = 0 \to \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

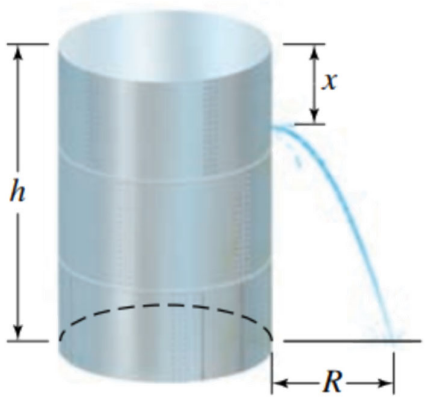
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên $(1;3)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

Vậy $M = 3a - 2b = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 3 = -3$.

Câu 4. Một bồn hình trụ có độ cao h (feet) chứa đầy nước. Khi tia nước chảy ra ở vòi nước ở độ sâu x (feet) so với mặt bồn thì tầm xa R (feet) của tia nước được cho bởi $R = 2\sqrt{x(h-x)}$ (hình minh họa).



Biết rằng tia nước chảy từ độ cao $x = Kh$ $(K \in \mathbb{R})$ so với mặt bồn thì tầm xa R đạt giá trị cực đại. Tìm giá trị K.

Lời giải

Đáp số: 0,5.

Ta có $f(x) = R^2 = 4x(h-x) = 4(hx - x^2)$.

$f'(x) = 4(h - 2x) = 0 \Rightarrow x = \frac{h}{2}$.

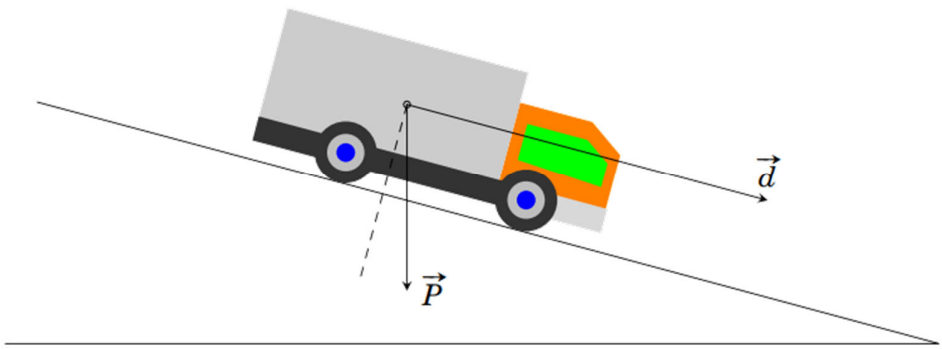
Bảng biến thiên

x	0		$\frac{h}{2}$		h
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{h}{2}$.

Vậy $K=\frac{1}{2}=0,5$.

Câu 5. Cho biết A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A=\vec{F}\cdot\vec{d}$ trong đó $\vec{d}$ là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị: mét) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$. Một chiếc xe có khối lượng 500 kg đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng $5°$ so với phương ngang. Tính công sinh ra bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 20 m (***làm tròn kết quả đến hàng đơn vị***), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P}=m\cdot\vec{g}$, với m (đơn vị : kg)là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g=9,8\text{ m/s}^2$.



Lời giải

Đáp số: 8541.

Độ lớn của trọng lực tác dụng lên xe là $|\vec{P}|=m\cdot|\vec{g}|=500\cdot 9,8=4900\ (\text{N})$.

Vectơ $\vec{d}$ biểu thị độ dịch chuyển của xe có độ dài là $|\vec{d}|=30\ (\text{m})$ và $(\vec{P},\vec{d})=90°-5°=85°$.

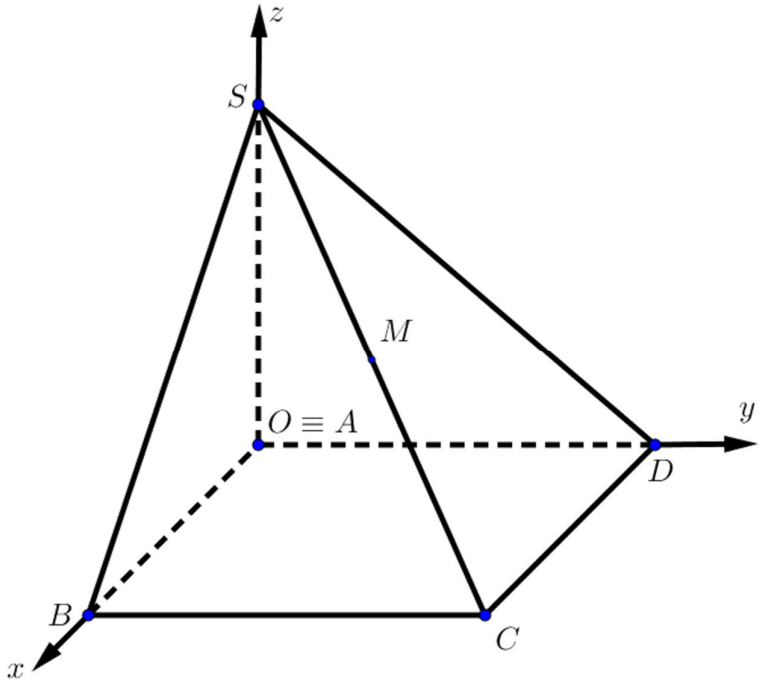
Công sinh ra bởi trọng lực khi xe đi hết đoạn đường dốc là

$$A=\vec{P}\cdot\vec{d}=|\vec{P}|\cdot|\vec{d}|\cdot\cos(\vec{P},\vec{d})=4900\cdot 20\cdot\cos 85°\approx 8541(\text{J}).$$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 4, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài bằng 2. Vẽ hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với điểm A, các điểm B, D, S lần lượt nằm trên các tia Ox, Oy, Oz. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM=MC$, điểm M có tọa độ $(x;y;z)$. Tính giá trị $x+y+2z$.

Lời giải

Đáp số: 6.



Ta có $S(0;0;2)$, $C(4;4;0)$.

M là trung điểm của SC.

Suy ra $M(2;2;1)$.

Vậy $x+y+2z=2+2+2\cdot 1=6$.

---------- HẾT ----------

❀ Đề 02

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

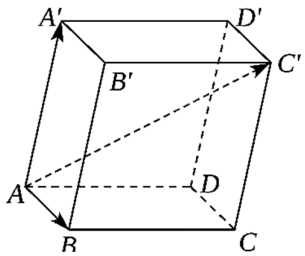
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Tìm $\overrightarrow{SD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}$.

A. $\overrightarrow{SD}$. **B.** $\overrightarrow{SB}$. **C.** $\overrightarrow{SA}$. **D.** $\overrightarrow{SC}$.

Câu 2. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vệt bắt đầu khởi động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong thời gian đó. Vận tốc đạt được tại thời gian 6 giây là

A. $12(m/s)$. **B.** $18(m/s)$. **C.** $24(m/s)$. **D.** $23(m/s)$.

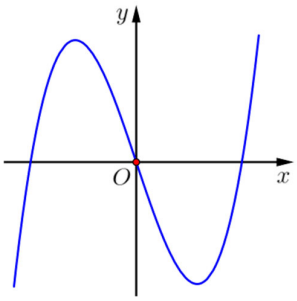
Câu 3. Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$.



Vectơ $\overrightarrow{AC'}$ là kết quả của phép tính tổng nào sau đây?

A. $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 5. Cho $y=f(x)$ có $f'(x)=x(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

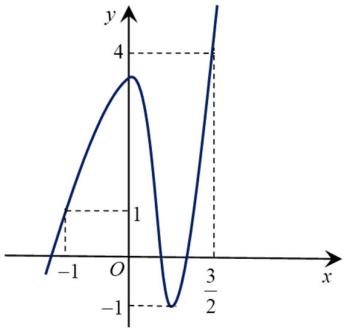
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



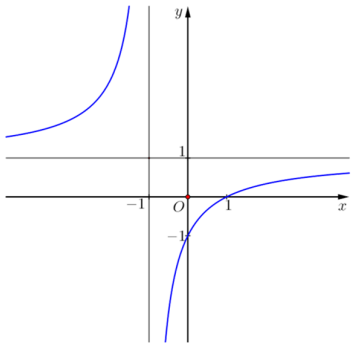
Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1;\frac{3}{2}\right]$. Giá trị của $2M+2m$ bằng

A. 10. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 1.

Câu 9. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=(x^2-2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1;2]$. Khi đó m có dạng $m=a+be^2\,(a,b\in\mathbb{Z})$. Tính $2a+b$.

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Biểu thức $f(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $-x^3+3x-1$. **B.** $\frac{2x-1}{x+1}$. **C.** $x+\frac{1}{x}$. **D.** $\frac{x-1}{x+1}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập số thực, có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

A. $y=3$. **B.** $M(0;3)$. **C.** $N(1;-2)$. **D.** $x=0$.

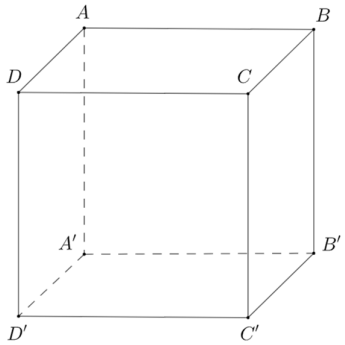
Câu 12. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x-2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Một nhóm kỹ sư đang lắp đặt buồng mô phỏng thực tế ảo (VR Cube) có dạng hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với các cạnh dài a mét. Khung buồng được tạo bởi các thanh nhôm định hình nối giữa các đỉnh, mỗi cạnh là một thanh đỡ. Để đảm bảo buồng lắp đúng tiêu chuẩn, kỹ sư

trưởng cần kiểm tra mối liên hệ giữa các thanh trong mô hình bằng vectơ. Họ đưa ra một số nhận định sau và yêu cầu nhóm kỹ thuật xác định đúng hay sai để đảm bảo các yêu cầu của mô phỏng.



a) Thanh nối từ D đến C' được tạo thành bởi tổng hai vectơ ứng với thanh DC và thanh DD', tức là: $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.

b) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{C'D'}\right|$.

c) $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A'} = \vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{CC'} = a^2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

c) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(-1;-1)$.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$.

Câu 3. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao $250\,km$ so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.

(Nguồn: A. Bigalke etal., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

a) Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm 1 (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$, ($0 \le t \le 50$).

b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $6,25(km/s)$.

c) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là $10\,km$.

Câu 4. Một công ty viễn thông nghiên cứu mối quan hệ giữa thời gian truyền tín hiệu y (tính bằng mili-giây) và khoảng cách truyền x (tính bằng km) theo công thức $y = \dfrac{3x - 1}{2x - 1}$. Đồ thị của hàm số được ký hiệu là (C). Dựa trên mô hình này, hãy xác định các mệnh đề sau đúng hay sai:.

a) Tốc độ thay đổi của thời gian truyền tín hiệu theo khoảng cách được cho bởi $y' = \dfrac{-5}{(2x-1)^2}$.

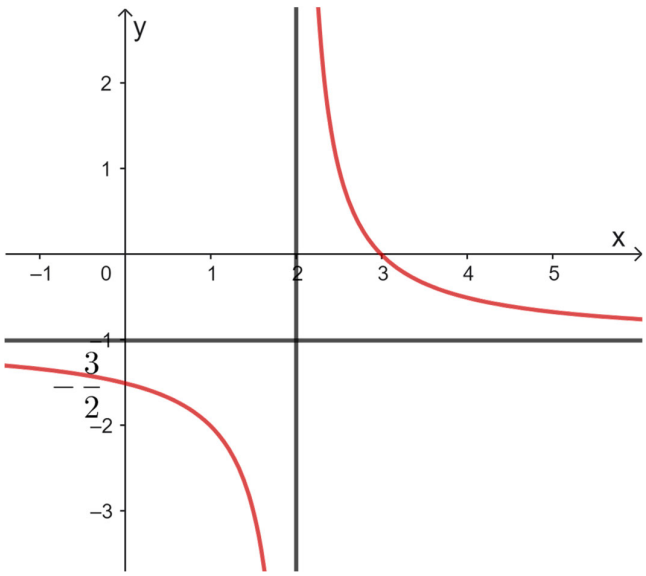
b) Thời gian truyền tín hiệu tăng khi khoảng cách truyền tăng trên hai khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

c) Khi khoảng cách truyền ngày càng lớn, thời gian truyền tín hiệu tiệm cận đến một giá trị giới hạn là $y = \dfrac{3}{2}$; Ngoài ra, khi khoảng cách đạt $x = \dfrac{1}{2}$, hệ thống bị mất tín hiệu (ứng với tiệm cận đứng $x = \dfrac{1}{2}$).

d) Khi khoảng cách truyền bằng $0\,km$ (ngay tại trạm phát), thời gian xử lý tín hiệu nội bộ là $y(0) = 0$.

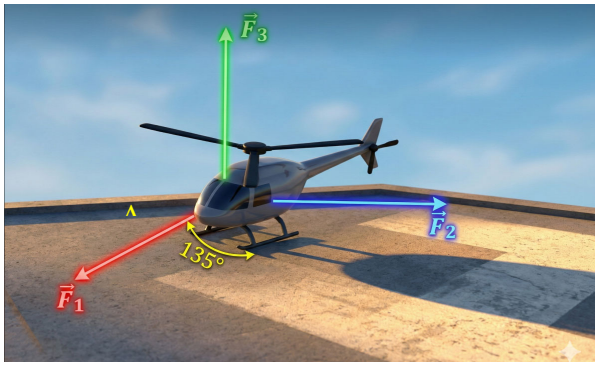
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $T = a - 2c$



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính cosin góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

Câu 3. Một chiếc máy bay điều khiển từ xa mini đang đậu tại điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α). Lúc khởi động nó chịu tác dụng của ba lực đẩy: $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$. Hai cánh quạt trái và phải tạo ra hai lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}$, có giá nằm trong mặt phẳng ngang (α) và $\left(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}\right) = 135°$. Một lực nâng $\overrightarrow{F_3}$ do cánh quạt chính tạo ra có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Độ lớn hợp lực của các lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ bằng bao nhiêu Niu-tơn, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là $20N, 15N$ và $10N$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)



Câu 4. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $1 \le x \le 400$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 5. Gọi m, n lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 4}{x + 1}$. Tính giá trị biểu thức $P = m^2 + n^2$

Câu 6. Một công ty sản xuất đồ chơi dự tính sản xuất một loại đồ chơi mới cho trẻ em. Biết rằng hàm chi phí trung bình cho mỗi đồ chơi của công ty là $f(x) = 2x + 140 + \dfrac{1800}{x}$, $(x > 0)$, trong đó x là số lượng đồ chơi được sản xuất. Hỏi công ty phải sản xuất bao nhiêu đồ chơi để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất?

---------- HẾT ----------

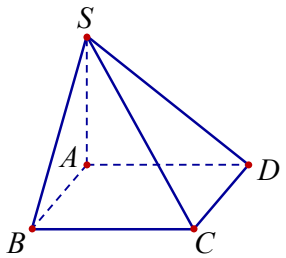
❀ Đề 02 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Tìm $\overrightarrow{SD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}$.

A. $\overrightarrow{SD}$. **B.** $\overrightarrow{SB}$. **C.** $\overrightarrow{SA}$. **D.** $\overrightarrow{SC}$.

Lời giải



$\overrightarrow{SD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{SD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{SA}$

Câu 2. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian từ khi vệt bắt đầu khởi động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong thời gian đó. Vận tốc đạt được tại thời gian 6 giây là

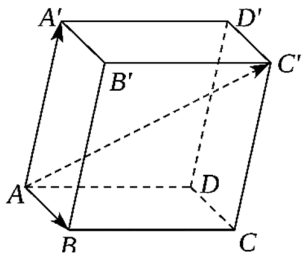
A. $12(m/s)$. **B.** $18(m/s)$. **C.** $24(m/s)$. **D.** $23(m/s)$.

Lời giải

Ta có: $v(t)=s'(t)=-\frac{3}{2}t^2+12t$

Vận tốc đạt được tại thời gian 6 giây là $v(6)=18\ (m/s)$

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$.



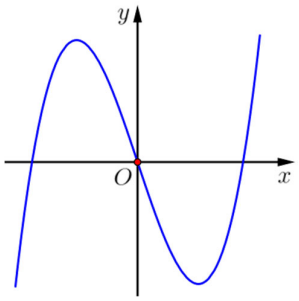
Vectơ $\overrightarrow{AC'}$ là kết quả của phép tính tổng nào sau đây?

A. $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}$. **C.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$. **D.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC'}$

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x$. **D.** $y=x^3-3x$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên loại phương án A, phương án C

Với $x=0\Rightarrow y=0$ nên loại phương án B, chọn phương án D

Câu 5. Cho $y=f(x)$ có $f'(x)=x(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=x(x-2)<0\Leftrightarrow 0<x<2$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

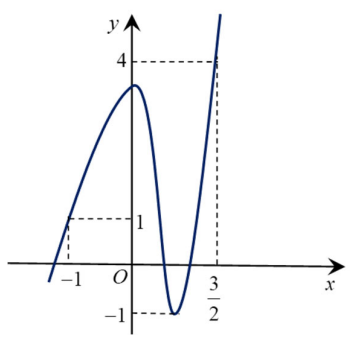
Lời giải

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$. Giá trị của $2M+2m$ bằng

A. 10. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $2M+2m=2.4+2(-1)=6$.

Câu 9. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=(x^2-2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1;2]$. Khi đó m có dạng $m=a+be^2\,(a,b\in\mathbb{Z})$. Tính $2a+b$.

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

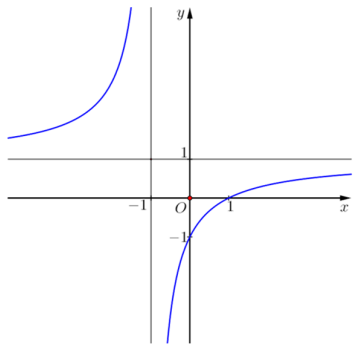
Ta có: $f'(x)=2xe^{2x}+2(x^2-2)e^{2x}=e^{2x}(2x^2+2x-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Với $x\in[-1;2]$ nên ta loại $x=-2$.

Ta có $f(-1)=-e^{-2}$, $f(1)=-e^{2}$, $f(2)=2e^{4}$

Vậy $m=-e^{2}$. Khi đó $2a+b=2.0+(-1)=-1$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Biểu thức $f(x)$ là biểu thức nào sau đây?

A. $-x^3+3x-1$. **B.** $\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $x+\dfrac{1}{x}$. **D.** $\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Tiệm cận đứng: $x=-1$ nên ta loại phương án A, phương án C

Tiệm cận ngang: $y=1$ nên ta loại phương án B, chọn phương án D.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập số thực, có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

A. $y=3$. **B.** $M(0;3)$. **C.** $N(1;-2)$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Câu 12. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x-2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

$$f'(x)=x^2(x-1)(x-2)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

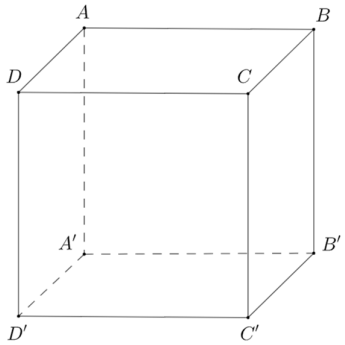
Ta có

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực đại là $x=1$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Một nhóm kỹ sư đang lắp đặt buồng mô phỏng thực tế ảo (VR Cube) có dạng hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với các cạnh dài a mét. Khung buồng được tạo bởi các thanh nhôm định hình nối giữa các đỉnh, mỗi cạnh là một thanh đỡ. Để đảm bảo buồng lắp đúng tiêu chuẩn, kỹ sư trưởng cần kiểm tra mối liên hệ giữa các thanh trong mô hình bằng vectơ. Họ đưa ra một số nhận định sau và yêu cầu nhóm kỹ thuật xác định đúng hay sai để đảm bảo các yêu cầu của mô phỏng.



a) Thanh nối từ D đến C' được tạo thành bởi tổng hai vectơ ứng với thanh DC và thanh DD', tức là: $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}$.

b) $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{C'D'}\right|$.

c) $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A'}=\vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{CC'}=a^2$.

Lời giải

a) Đúng.

Theo quy tắc hình bình hành trong hình vuông $DCC'D'$ suy ra: $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}$.

b) Đúng.

Xét tứ giác $ABC'D'$ có: $AB//CD$; $AB=CD$ và $DC//D'C'$; $DC=D'C'$

Do đó $AB//D'C'$; $AB=D'C'$ nên tứ giác $ABC'D'$ là hình bình hành. Suy ra $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{C'D'}\right|$.

c) Sai.

Ta có: $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AB}+\vec{0}=\overrightarrow{AB}$.

d) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{AD'}.\overrightarrow{CC'}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right).\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AA'}^2=0+AA'^2=a^2$

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x+2$.

c) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(-1;-1)$.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

a) Đúng.

Do $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2+x+2}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2+x+2}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

b) Đúng.

Ta có $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}=x+2+\dfrac{4}{x-1}$

Khi đó $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[y-(x+2)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[y-(x+2)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4}{x-1}=0$ nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x+2$.

c) Sai.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	7	↗	$+\infty$

Từ Bảng biến thiên của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x-1}$ suy ra đồ thị hàm số có một điểm cực tiểu $A(3;7)$ và một điểm cực đại $B(-1;-1)$.

d) Đúng.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $AB: y=2x+1$ giao với hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại các điểm $C(0;1)$ và $D\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. Do đó đường thẳng AB tạo với hai trục tọa độ tam giác vuông OCD có diện tích bằng: $\dfrac{1}{2}OC.OD=\dfrac{1}{2}.1.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 3. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao $250\,km$ so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t)=-0,01t^3+1,1t^2-30t+250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.

(Nguồn: A. Bigalke etal., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

a) Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm 1 (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t)=-0,03t^2+2,2t-30$, ($0\le t\le 50$).

b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t=25$ (giây) là $6,25(km/s)$.

c) Tại thời điểm $t=25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là $10\,km$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có với $0 \le t \le 50$, $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$.

b) Đúng.

Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là $v(25) = 6,25(km/s)$.

c) Sai.

Ta có: $v'(t) = -0,06t + 2,2$, $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{110}{3}$.

Ta có bảng biến thiên

t	0		25		$\dfrac{110}{3}$		50
$v'(t)$			$+$		0	$-$	
$v(t)$	$v(0)$	$\nearrow$			$v\left(\dfrac{110}{3}\right)$	$\searrow$	$v(50)$

Vậy tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục tăng.

d) Sai.

Ta có $h'(x) = v(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \dfrac{110 - 10\sqrt{3}}{3} \in [0;50] \\ t = \dfrac{110 + 10\sqrt{3}}{3} \notin [0;50] \end{array}\right.$.

Ta có: $h(0) = 250$, $h\left(\dfrac{110 - 10\sqrt{3}}{3}\right) \approx 8,07$, $h(50) = 250$.

Vậy trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng khoảng $8.07\,km$.

Câu 4. Một công ty viễn thông nghiên cứu mối quan hệ giữa thời gian truyền tín hiệu y (tính bằng mili-giây) và khoảng cách truyền x (tính bằng km) theo công thức $y = \dfrac{3x-1}{2x-1}$. Đồ thị của hàm số được ký hiệu là (C). Dựa trên mô hình này, hãy xác định các mệnh đề sau đúng hay sai:.

a) Tốc độ thay đổi của thời gian truyền tín hiệu theo khoảng cách được cho bởi $y' = \dfrac{-5}{(2x-1)^2}$.

b) Thời gian truyền tín hiệu tăng khi khoảng cách truyền tăng trên hai khoảng $\left(-\infty; \dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$.

c) Khi khoảng cách truyền ngày càng lớn, thời gian truyền tín hiệu tiệm cận đến một giá trị giới hạn là $y=\frac{3}{2}$; Ngoài ra, khi khoảng cách đạt $x=\frac{1}{2}$, hệ thống bị mất tín hiệu (ứng với tiệm cận đứng $x=\frac{1}{2}$).

d) Khi khoảng cách truyền bằng $0\,km$ (ngay tại trạm phát), thời gian xử lý tín hiệu nội bộ là $y(0)=0$.

Lời giải

a) Sai.

Tốc độ thay đổi của thời gian truyền tín hiệu theo khoảng cách được cho bởi $y'=\frac{-1}{(2x-1)^2}$.

b) Sai.

Ta có: $y'=\frac{-1}{(2x-1)^2}<0\ \ \forall x\neq\frac{1}{2}$.

Do đó hàm số $y=\frac{3x-1}{2x-1}$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Vậy thời gian truyền tín hiệu giảm khi khoảng cách truyền tăng trên hai khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

c) Đúng.

Ta có: , $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3x-1}{2x-1}=\frac{3}{2}$.

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-}y=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-}\frac{3x-1}{2x-1}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}y=\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+}\frac{3x-1}{2x-1}=+\infty$

Do đó đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{2x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=\frac{3}{2}$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\frac{1}{2}$.

Vậy khi khoảng cách truyền ngày càng lớn, thời gian truyền tín hiệu tiệm cận đến một giá trị giới hạn là $y=\frac{3}{2}$; Ngoài ra, khi khoảng cách đạt $x=\frac{1}{2}$, hệ thống bị mất tín hiệu.

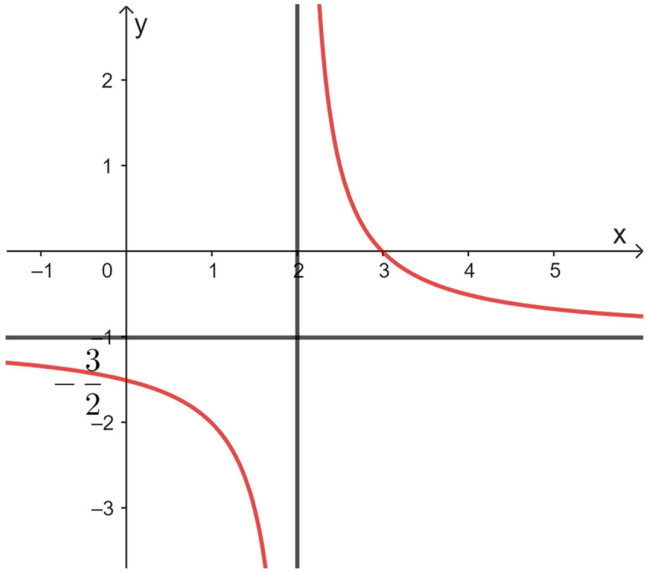
d) Sai.

Ta có $y(0)=1$.

Vậy khi khoảng cách truyền bằng $0\,km$ (ngay tại trạm phát), thời gian xử lý tín hiệu nội bộ là $y(0)=1$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $T=a-2c$



Lời giải

Đáp số: 3.

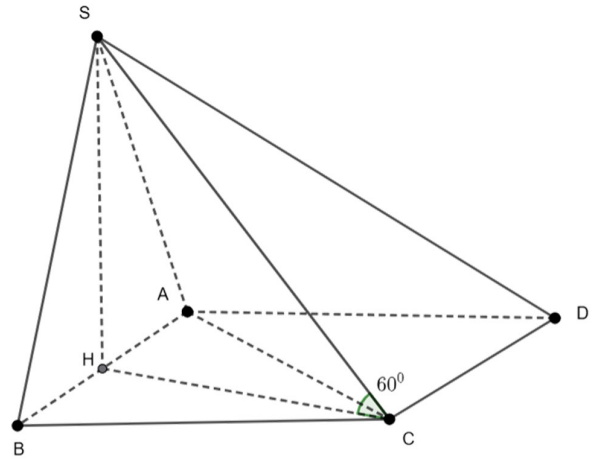
Nhìn vào đồ thị, tiệm cận ngang là $y=-1 \Rightarrow a=-1$, tiệm cận đứng $x=2 \Rightarrow c=-2$

Do đó $T=a-2c=-1+4=3$

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính cosin góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

Lời giải

Đáp số: $0,3$.



$HC=\sqrt{HB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$ nên $\widehat{SCH}=60°$.

Suy ra $SH=HC.\tan 60°=a\sqrt{6}$

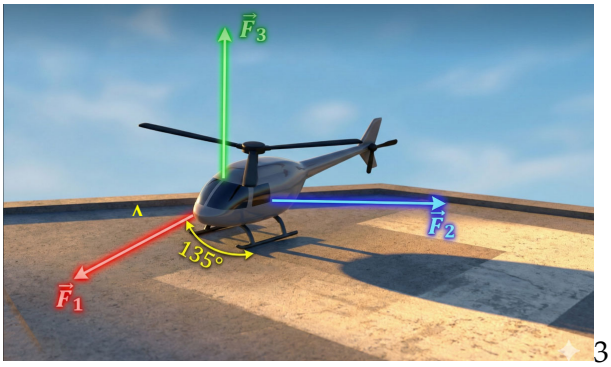
Xét tam giác SBH: $SB=\sqrt{SH^2+HB^2}=a\sqrt{7}$; $\cos\widehat{SBH}=\frac{HB}{SB}=\frac{\sqrt{7}}{7}$

$\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{SB}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)=\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{BC}=SB.AB.\cos\widehat{SBA}=a\sqrt{7}.2a.\frac{\sqrt{7}}{7}=2a^2$

($SB\perp BC \Rightarrow \overrightarrow{SB}.\overrightarrow{BC}=0$)

Ta có: $\cos\left(\overrightarrow{SB},\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}}{SB.AC}=\dfrac{2a^2}{a\sqrt{7}.a\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{35}}{35}\approx 0,3$.

Câu 3. Một chiếc máy bay điều khiển từ xa mini đang đậu tại điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α). Lúc khởi động nó chịu tác dụng của ba lực đẩy: $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$. Hai cánh quạt trái và phải tạo ra hai lực $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2}$, có giá nằm trong mặt phẳng ngang (α) và $\left(\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2}\right)=135°$. Một lực nâng $\overrightarrow{F_3}$ do cánh quạt chính tạo ra có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Độ lớn hợp lực của các lực $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3}$ bằng bao nhiêu Niu-tơn, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là $20N,15N$ và $10N$. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)



3

Lời giải

Đáp số: 17,3.

Gọi $\overrightarrow{F}=\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}$

$$\left(\overrightarrow{F}\right)^2=\left(\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}\right)^2=\left(\overrightarrow{F_1}\right)^2+\left(\overrightarrow{F_2}\right)^2+\left(\overrightarrow{F_3}\right)^2+2\overrightarrow{F_1}.\overrightarrow{F_2}+2\overrightarrow{F_2}.\overrightarrow{F_3}+2\overrightarrow{F_1}.\overrightarrow{F_3}$$

$$=20^2+15^2+10^2+2.20.15.\cos(135°)+0+0 \text{ (Vì } \overrightarrow{F_3}\perp\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_3}\perp\overrightarrow{F_2}\text{)}$$

$$=20^2+15^2+10^2+2.20.15.\cos(135°)+0+0=725-300\sqrt{2}$$

Suy ra $F=\sqrt{725-300\sqrt{2}}\approx 17,3$ (N)

Câu 4. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $1\le x\le 400$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x)=\dfrac{100000x}{\frac{3}{2}x+1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H(x)=2x^3+100000x-50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp số: 253.

Ta có: $H(200)=35950000$;

$$H(x-200)=2(x-200)^3+100000(x-200)-50000$$

Theo giả thiết, lợi nhuận thu được theo số sản phẩm là

$$L(x)=\begin{cases} F(x)-xG(x)-0,99.H(x), & 0\le x\le 200 \\ F(x)-xG(x)-0,99.H(200)-0,98.H(x-200), & 200<x\le 400 \end{cases}$$

Hay

$$L(x)=\begin{cases} -0,98x^3-1999x^2+902000x+299500-\dfrac{200000x^2}{3x+2}, & 0\le x\le 200 \\ -0,96x^3-823x^2+667800x-11500-\dfrac{200000x^2}{3x+2}, & 200<x\le 400 \end{cases}$$

TH 1: $0\le x\le 200$

Lợi nhuận thu được là: $L(x)=-0,98x^3-1999x^2+902000x+299500-\dfrac{200000x^2}{3x+2}$

Có $L'(x)=\dfrac{-26,46x^4-36017,28x^3+8070912,24x^2+10080008x+3608000}{(3x+2)^2}$

$\Rightarrow L'(x)=0\Leftrightarrow x\approx 196,98$

BBT

x	0		196,98		200
$L'(x)$		+	0	−	
$L(x)$		↗	$79,834.10^6$	↘	

TH2: $200<x\le 400$

Lợi nhuận thu được là: $L(x)=-0,96x^3-823x^2+667800x-11500-\dfrac{200000x^2}{3x+2}$

Có $L'(x)=-2,88x^2-1646x+667800-\dfrac{600000x^2+800000x}{(3x+2)^2}$

$\Rightarrow L'(x)=0\Leftrightarrow x\approx 253,11$

BBT

x	200		253,11		400
$L'(x)$		+	0	−	
$L(x)$		↗	$83,894.10^6$	↘	

Vì số sản phẩm sản xuất được là số tự nhiên, từ BBT của hai trường hợp trên thì lợi nhuận thu được là lớn nhất đạt tại một trong hai giá trị $x=253$ hoặc $x=254$

Ta có: $L(253)\approx 83893648,05$; $L(254)\approx 83892445,32$

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 253 sản phẩm thì lợi nhuận là lớn nhất.

Câu 5. Gọi m,n lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$. Tính giá trị biểu thức $P=m^2+n^2$

Lời giải

Đáp số: 34.

$\forall x\neq -1,\ y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=1 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $m=-5, n=3\Rightarrow m^2+n^2=34$.

Câu 6. Một công ty sản xuất đồ chơi dự tính sản xuất một loại đồ chơi mới cho trẻ em. Biết rằng hàm chi phí trung bình cho mỗi đồ chơi của công ty là $f(x)=2x+140+\dfrac{1800}{x}$, $(x>0)$, trong đó x là số lượng đồ chơi được sản xuất. Hỏi công ty phải sản xuất bao nhiêu đồ chơi để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất?

Lời giải

Đáp số: 30.

Bài toán trở thành tìm x để $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất

Ta có $f'(x)=2-\dfrac{1800}{x^2}=0\Leftrightarrow x=30$ (vì $x>0$)

Bảng biến thiên:

x	0		30		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	260	↗	

Từ bảng biến thiên để chi phí trung bình mỗi sản phẩm là thấp nhất thì công ty phải sản xuất 30 sản phẩm

---------- HẾT ----------

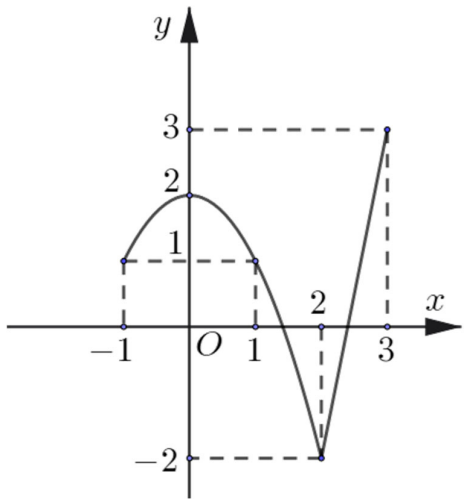
❀ Đề 03

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz).

A. $M'(3;-5;-7)$. **B.** $M'(3;5;-7)$. **C.** $M'(-3;-5;7)$. **D.** $M'(-3;5;7)$.

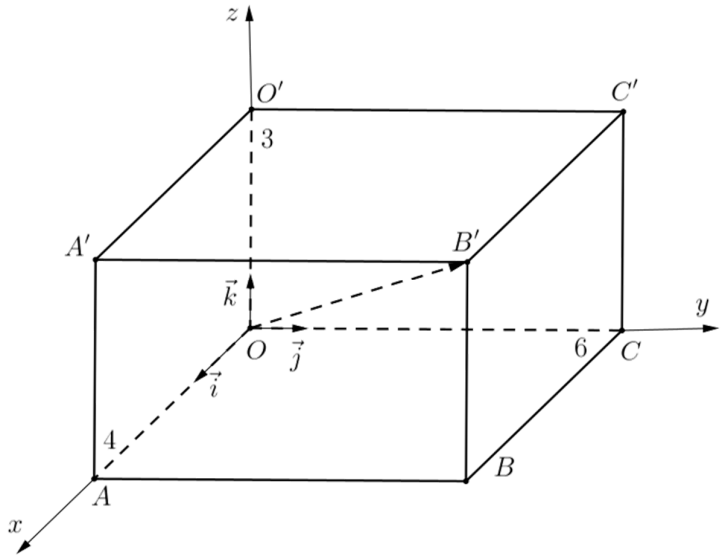
Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây,



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$ có cạnh $OA=4, OC=6, OO'=3$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O, các điểm A,C,O' lần lượt nằm trên các tia Ox,Oy,Oz, các vectơ đơn vị trên mỗi trục có độ dài bằng 1. Xác định toạ độ điểm B'.



A. $(6;4;3)$. **B.** $(4;6;3)$. **C.** $(4;6;-3)$. **D.** $(6;4;-3)$.

Câu 4. Biết rằng đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có điểm cực đại là A. Tính độ dài đoạn thẳng OA với O là gốc tọa độ.

A. 5. **B.** $\sqrt{85}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;0)$ và điểm $B(3;1;1)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng với A qua B.

A. $(0;3;-1)$. **B.** $(0;-1;3)$. **C.** $(1;-2;-4)$. **D.** $(4;3;2)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;1), B(-3;0;3), C(2;4;-1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(6;-6;3)$. **B.** $D(6;6;3)$. **C.** $D(6;6;-3)$. **D.** $D(6;-6;-3)$.

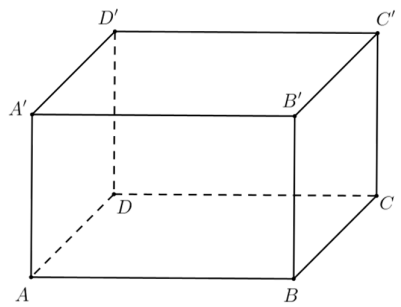
Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

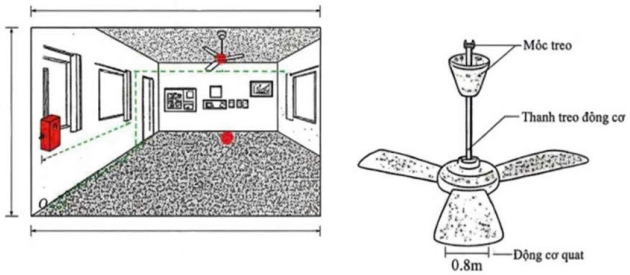
Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{BC'}$:



A. $\overrightarrow{B'C'}$. **B.** $\overrightarrow{A'D}$. **C.** $\overrightarrow{AD'}$. **D.** $\overrightarrow{AD}$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $10m$, chiều rộng $6m$ và chiều cao $3,3m$. Bức tường có kích thước $6x3,3$ được trang trí bởi một số bức tranh, một chiếc quạt trần được treo trên trần nhà tại vị trí chính giữa trần nhà của phòng học như hình sau.



Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với góc phòng và mặt phẳng Oxy trùng với mặt sàn như hình vẽ (các vectơ đơn vị trên các trục có độ dài $1m$). Biết rằng thanh treo động cơ của quạt có độ dài $0,8m$. Giả sử xem động cơ chiếc quạt trần là điểm I.

a) Người ta muốn dùng một thiết bị cảm ứng, khi có người vào phòng thì quạt tự bật, khi không có người trong phòng trong 15 phút thì quạt tắt. Giả sử tọa độ của thiết bị đó là $A(0;2;1)$. Khoảng cách từ thiết bị A đến động cơ quạt I nhỏ hơn $5,3m$.

b) Khoảng cách từ động cơ quạt đến bức tường có trang trí các bức tranh là $3m$.

c) Khoảng cách từ động cơ quạt đến sàn nhà là $2,5m$.

d) Tọa độ của động cơ quạt là $I(a;b;c)$ với $a=3;b=5;c=2,5$.

Câu 2: Một chất điểm chuyển động dọc theo trục Oy, tọa độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi $y=f(t)=2t^3-6t$ với $t\in[0;10]$.

a) Phương trình $f'(t)=0$ có hai nghiệm phân biệt trên $[0;10]$.

b) Hàm số $y=f(t)$ có một điểm cực đại trên $[0;10]$.

c) Khi $t\in(0;1)$, vận tốc v của chất điểm giảm.

d) Vận tốc v của chất điểm tại thời điểm t là $v=f'(t)=6t^2-6$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{-x+2}$.

a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Hàm số trên có một cực trị.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$ bằng 2.

d) Hàm số có tập xác định là $(-\infty;+\infty)\setminus\{2\}$.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Khi đó:

a) Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CC'}=0$.

b) Độ dài của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$ là $3\sqrt{3}$.

c) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{D'B'}$ bằng 135^0.

d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{AC}$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

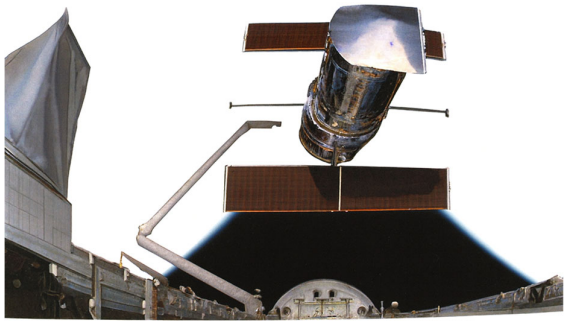
Câu 1. Giả sử chi phí để sản xuất x cuốn tạp chí được cho bởi công thức

$$C(x)=0,0025x^3-3x+50000 \text{ (nghìn đồng).}$$

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 2 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là tổng chi phí (gồm chi phí sản xuất và chi phí phát hành) cho x cuốn tạp chí. Khi đó chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí nhỏ nhất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của nghìn đồng)?

Câu 2. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t=0$ (s) cho đến khi tên lửa được phóng đi tại thời điểm $t=126$ (s), cho bởi hàm số sau

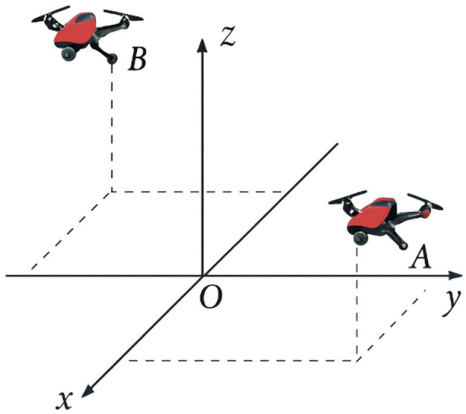
$v(t)=0,001302t^3-0,09029t^2+23$, ($v$ được tính bằng ft/s, 1 feet $=0,3048$ m).



Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian bao nhiêu giây tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của giây).

Câu 3. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này tạo với nhau một góc $120°$ và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 10 N. Tính độ lớn của hợp lực $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}$ của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của N).

Câu 4. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A, chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị mỗi trục là mét)



Biết điểm A cách mặt đất 4 m, cách điểm xuất phát 5 m về phía Nam và 6 m về phía Đông.

Vectơ $\overrightarrow{OB}$ có độ dài bằng 12 và hợp với các vectơ đơn vị trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz các góc lần lượt là $135°$, $120°$, $60°$. Khoảng cách giữa hai chiếc flycam lúc đó là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

❀ Đề 03 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả $\overrightarrow{OM}=3\vec{i}+5\vec{j}-7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz).

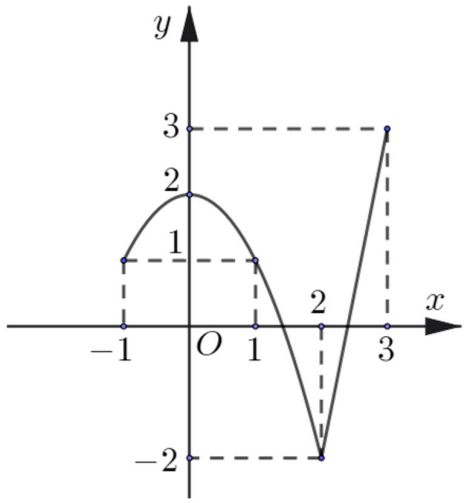
A. $M'(3;-5;-7)$. **B.** $M'(3;5;-7)$. **C.** $M'(-3;-5;7)$. **D.** $M'(-3;5;7)$.

Lời giải

Tọa độ điểm $M(3;5;-7)$.

Tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz) là $M'(3;-5;-7)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây,



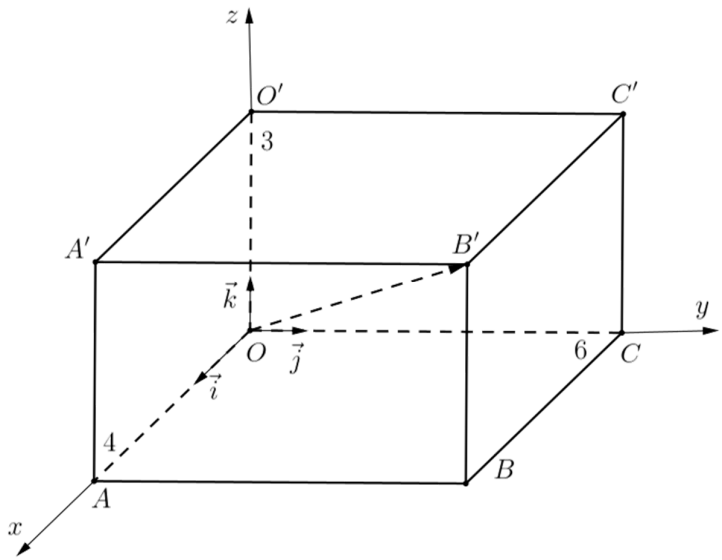
Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng 3.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $OABC.O'A'B'C'$ có cạnh $OA=4, OC=6, OO'=3$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O, các điểm A,C,O' lần lượt nằm trên các tia Ox,Oy,Oz, các vectơ đơn vị trên mỗi trục có độ dài bằng 1. Xác định toạ độ điểm B'.



A. $(6;4;3)$. **B.** $(4;6;3)$. **C.** $(4;6;-3)$. **D.** $(6;4;-3)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

Toạ độ điểm $B'(4;6;3)$.

Câu 4. Biết rằng đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có điểm cực đại là A. Tính độ dài đoạn thẳng OA với O là gốc tọa độ.

A. 5. **B.** $\sqrt{85}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 5 \\ x = 2 \Rightarrow y = 9 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$y(x)$	$+\infty$	$\searrow$	5	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực đại của đồ thị của hàm số là $A(2;9)$.

Ta có $OA = \sqrt{2^2 + 9^2} = \sqrt{85}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;0)$ và điểm $B(3;1;1)$. Tìm tọa độ điểm đối xứng với A qua B.

A. $(0;3;-1)$. **B.** $(0;-1;3)$. **C.** $(1;-2;-4)$. **D.** $(4;3;2)$.

Lời giải

Gọi $A'(x;y;z)$ là điểm đối xứng với A qua B.

Khi đó B là trung điểm của AA' nên

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_B - x_A \\ y_{A'} = 2y_B - y_A \\ z_{A'} = 2z_B - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2.3 - 2 \\ y = 2.1 + 1 \\ z = 2.1 - 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}.$$

Do đó $A'(4;3;2)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;1), B(-3;0;3), C(2;4;-1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(6;-6;3)$. **B.** $D(6;6;3)$. **C.** $D(6;6;-3)$. **D.** $D(6;-6;-3)$.

Lời giải

Gọi điểm $D(x;y;z)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3-1 = 2-x \\ 0-2 = 4-y \\ 3-1 = -1-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \\ z = -3 \end{cases}.$$

Do đó $D(6;6;-3)$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

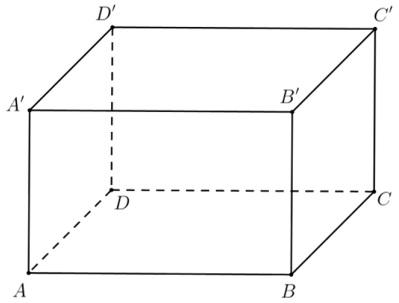
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

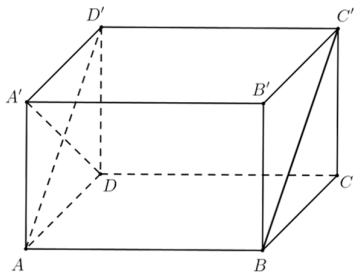
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{BC'}$:



A. $\overrightarrow{B'C'}$. **B.** $\overrightarrow{A'D}$. **C.** $\overrightarrow{AD'}$. **D.** $\overrightarrow{AD}$.

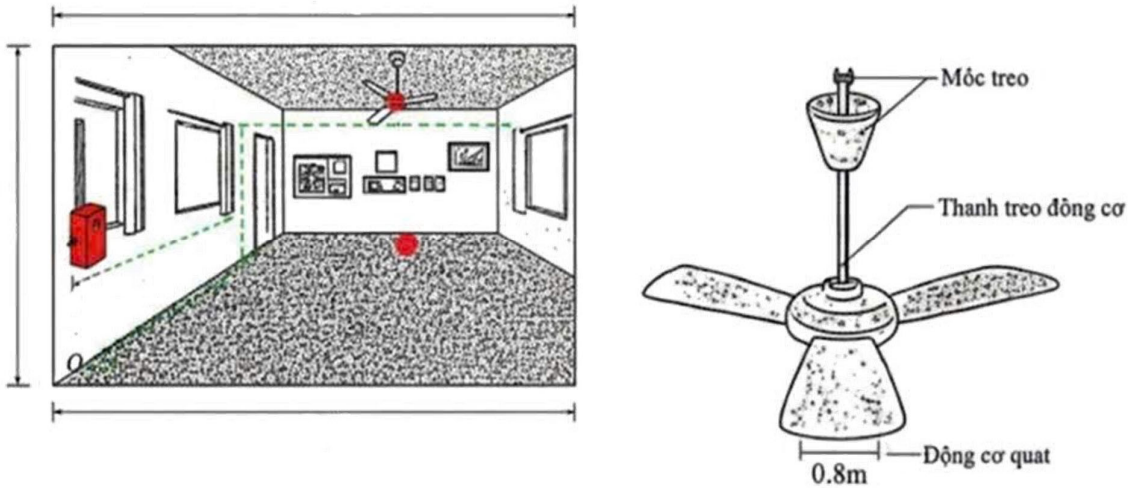
Lời giải



Ta có $ABC'D'$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AD'}$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $10m$, chiều rộng $6m$ và chiều cao $3,3m$. Bức tường có kích thước $6x3,3$ được trang trí bởi một số bức tranh, một chiếc quạt trần được treo trên trần nhà tại vị trí chính giữa trần nhà của phòng học như hình sau.



Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O trùng với góc phòng và mặt phẳng Oxy trùng với mặt sàn như hình vẽ (các vectơ đơn vị trên các trục có độ dài $1m$). Biết rằng thanh treo động cơ của quạt có độ dài $0,8m$. Giả sử xem động cơ chiếc quạt trần là điểm I.

a) Người ta muốn dùng một thiết bị cảm ứng, khi có người vào phòng thì quạt tự bật, khi không có người trong phòng trong 15 phút thì quạt tắt. Giả sử tọa độ của thiết bị đó là $A(0;2;1)$. Khoảng cách từ thiết bị A đến động cơ quạt I nhỏ hơn $5,3m$.

b) Khoảng cách từ động cơ quạt đến bức tường có trang trí các bức tranh là $3m$.

c) Khoảng cách từ động cơ quạt đến sàn nhà là $2,5m$.

d) Tọa độ của động cơ quạt là $I(a;b;c)$ với $a=3;b=5;c=2,5$.

Lời giải

Hệ trục tọa độ Oxyz:

Gốc O tại một góc phòng. Mặt phẳng Oxy là sàn nhà. Trần nhà là mặt phẳng $z=3,3$.

Phòng dài $10m$ (trục Oy), rộng $6m$ (trục Ox), cao $3,3m$ (trục Oz).

a) Đúng.

Tọa độ động cơ quạt (Điểm I):

Quạt được treo ở chính giữa trần nhà. Vị trí móc treo trên trần nhà là $M(3;5;3,3)$.

Thanh treo động cơ dài $0,8m$, nghĩa là động cơ quạt (điểm I) thấp hơn móc treo 0.8m.

Vậy, tọa độ chính xác của động cơ quạt là $I(3;5;2,5)$.

Tọa độ thiết bị cảm ứng $A(0;2;1) \Rightarrow IA = 4,5$.

b) Sai.

Bức tường có tranh: $y = 10$.

Khoảng cách từ động cơ quạt đến bức tường có trang trí các bức tranh là $5m$.

c) Đúng.

d) Đúng.

Câu 2: Một chất điểm chuyển động dọc theo trục Oy, tọa độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi $y = f(t) = 2t^3 - 6t$ với $t \in [0;10]$.

a) Phương trình $f'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên $[0;10]$.

b) Hàm số $y = f(t)$ có một điểm cực đại trên $[0;10]$.

c) Khi $t \in (0;1)$, vận tốc v của chất điểm giảm.

d) Vận tốc v của chất điểm tại thời điểm t là $v = f'(t) = 6t^2 - 6$.

Lời giải

Vận tốc v của chất điểm tại thời điểm t là $v = f'(t) = 6t^2 - 6$.

$6t^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = -1 \end{array}\right.$.

Khi đó phương trình $f'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên $[0;10]$.

$f'(t)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $t = 1$ nên $t = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = f(t)$

$v' = 12t > 0 \Leftrightarrow t > 0$.

a) Sai.

b) Sai.

Trên $[0;10]$ hàm số không có điểm cực đại.

c) Sai.

Khi $t \in (0;1)$, vận tốc v của chất điểm tăng.

d) Đúng.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{-x+2}$.

a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Hàm số trên có một cực trị.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$ bằng 2.

d) Hàm số có tập xác định là $(-\infty;+\infty)\setminus\{2\}$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có : $y'=\dfrac{3}{(-x+2)^2}>0\ \forall x\neq 2$

Suy ra hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

b) Sai.

c) Sai.

$\min\limits_{\left[-\frac{1}{2};1\right]} f(x)=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{5}$.

d) Đúng.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Khi đó:

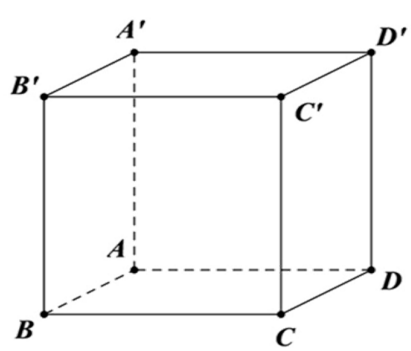
a) Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CC'}=0$.

b) Độ dài của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$ là $3\sqrt{3}$.

c) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{D'B'}$ bằng 135^0.

d) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{AC}$.

Lời giải



+ $CC'\perp(ABCD)\Rightarrow CC'\perp AD\Rightarrow CC'.AD=0$.

+ $\vec{u}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}\Rightarrow\left|\vec{u}\right|=AC'=3\sqrt{3}$.

+ $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{D'B'}\right)=\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{DB}\right)=180^0-\widehat{ADB}=180^0-45^0=135^0$.

+ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{AC}$.

a) Đúng.

b) Đúng.

c) Đúng.

d) Sai.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Giả sử chi phí để sản xuất x cuốn tạp chí được cho bởi công thức

$$C(x)=0,0025x^3-3x+50000 \text{ (nghìn đồng).}$$

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 2 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là tổng chi phí (gồm chi phí sản xuất và chi phí phát hành) cho x cuốn tạp chí. Khi đó chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí nhỏ nhất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của nghìn đồng)?

Lời giải

Đáp số: 184,2.

Tổng chi phí sản xuất x cuốn tạp chí là $T(x)=C(x)+2x=0,0025x^2-x+50000$.

Chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí là $G(x)=\dfrac{T(x)}{x}=0,0025x-1+\dfrac{50000}{x}$, $x>0$.

$T'(x)=0,0025x-\dfrac{50000}{x^2}=0$.

$\Rightarrow x\approx 271,4$.

Bảng biến thiên

x	0		$271,4$		$+\infty$
$T'(x)$		$-$	0	$+$	
$T(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Để chi phí trung bình thấp nhất thì phải sản xuất 271 hoặc 272 cuốn tạp chí.

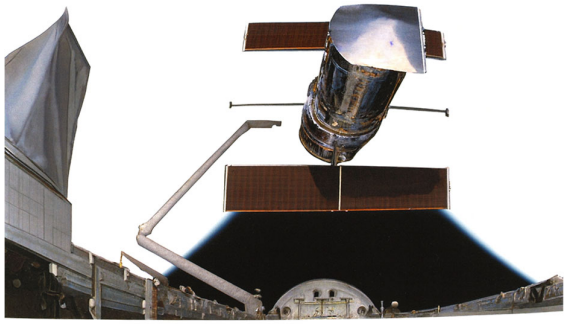
$T(272)\approx 184,2$.

$T(271)=183,5$.

Vậy chi phí nhỏ nhất cho mỗi cuốn tạp chí là 184,2 nghìn đồng.

Câu 2. Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t=0$ (s) cho đến khi tên lửa được phóng đi tại thời điểm $t=126$ (s), cho bởi hàm số sau

$$v(t)=0,001302t^3-0,09029t^2+23, \text{ (v được tính bằng ft/s, 1 feet } =0,3048 \text{ m).}$$



Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian bao nhiêu giây tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của giây).

Lời giải

Đáp số: 103.

$a(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t$.

$a'(t) = 0,007812t - 0,18058$.

$a'(t) = 0 \Leftrightarrow t \approx 23$.

Bảng biến thiên của $a(t)$

t	0		23		126
$a'(t)$		$-$	0	$+$	
$a(t)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian là $126 - 23 = 103$ giây.

Câu 3. Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này tạo với nhau một góc $120°$ và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 10 N. Tính độ lớn của hợp lực $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$ của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của N).

Lời giải

Đáp số: 23,9.

$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$.

Bình phương hai vế ta có

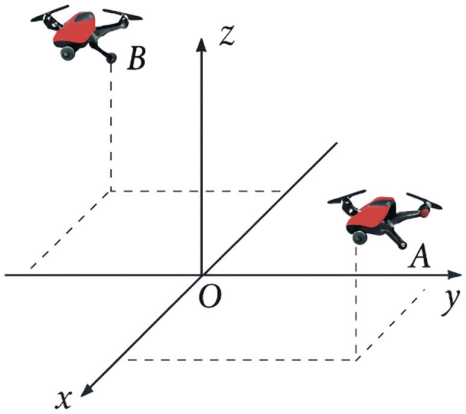
$$\left|\overrightarrow{F}\right|^2 = \left|\overrightarrow{F_1}\right|^2 + \left|\overrightarrow{F_2}\right|^2 + \left|\overrightarrow{F_3}\right|^2 + 2\left|\overrightarrow{F_1}\right|\left|\overrightarrow{F_2}\right|\cos\left(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}\right) + +2\left|\overrightarrow{F_1}\right|\left|\overrightarrow{F_3}\right|\cos\left(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_3}\right) + +2\left|\overrightarrow{F_2}\right|\left|\overrightarrow{F_3}\right|\cos\left(\overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}\right)$$

Hay $\left|\overrightarrow{F}\right|^2 = 25^2 + 12^2 + 10^2 + 2 \cdot 25 \cdot 12 \cdot \cos 120° + 2 \cdot 25 \cdot 10 \cdot \cos 90° + 2 \cdot 12 \cdot 10 \cdot \cos 90° = 569$.

Suy ra $\left|\overrightarrow{F}\right| \approx 23,9$ (N).

Câu 4. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A, chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với

mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị mỗi trục là mét)

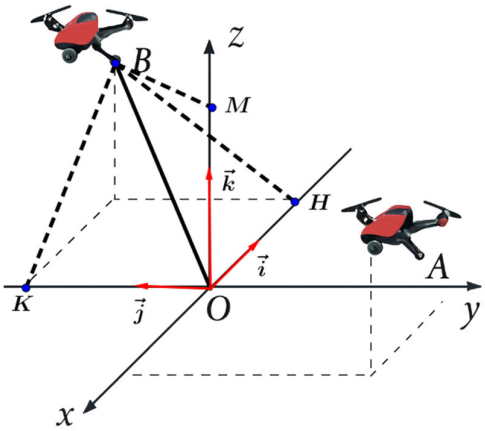


Biết điểm A cách mặt đất 4 m, cách điểm xuất phát 5 m về phía Nam và 6 m về phía Đông.

Vectơ $\overrightarrow{OB}$ có độ dài bằng 12 và hợp với các vectơ đơn vị trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz các góc lần lượt là $135°$, $120°$, $60°$. Khoảng cách giữa hai chiếc flycam lúc đó là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp số: 6,3.



Ta có $A(5;6;4)$.

$\left(\overrightarrow{OB},\vec{i}\right)=\widehat{BOH}=135°$, $\left(\overrightarrow{OB},\vec{j}\right)=\widehat{BOK}=120°$, $\left(\overrightarrow{OB},\vec{k}\right)=\widehat{BOM}=60°$.

Ta có $x_B=-OH$, $y_B=-OK$, $z_B=OM$.

ΔOBH vuông tại H ta có $\cos 135°=\dfrac{OH}{OB}\Rightarrow OH=12\cdot\cos 135°$.

ΔOBK vuông tại K ta có $\cos 120°=\dfrac{OK}{OB}\Rightarrow OK=12\cdot\cos 120°$.

ΔOBM vuông tại M ta có $\cos 60°=\dfrac{OM}{OB}\Rightarrow OM=12\cdot\cos 60°$.

Suy ra $B\left(-12\cdot\cos 135°;-12\cdot\cos 120°;12\cdot\cos 60°\right)$.

Khoảng cách giữa hai chiếc flycam lúc đó là

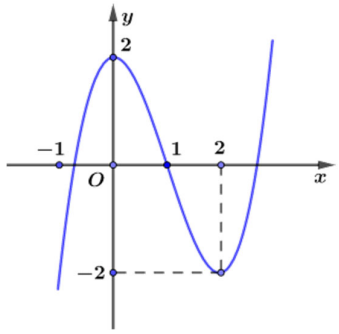
$$AB=\sqrt{\left(-12\cdot\cos 135^\circ-5\right)^2+\left(-12\cdot\cos 120^\circ-6\right)^2+\left(12\cdot\cos 60^\circ-4\right)^2}\approx 6,3\,.$$

---------- HẾT ----------

❀ Đề 04

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

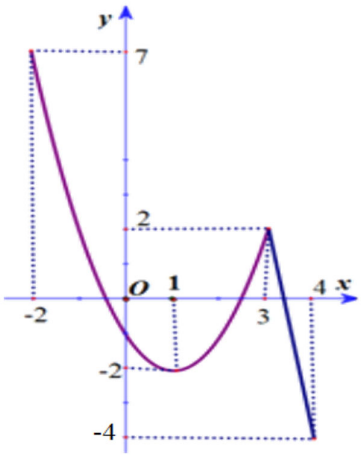


A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ .Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. 6. **B.** -2. **C.** 11. **D.** 3.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 2$ và $x = -2$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2$ và $y = -2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

Câu 5. Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O. Tìm đẳng thức đúng:

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

C. $\overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{A'A}$. **D.** $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

Câu 6. Trong không gian, cho $A(1;1;3), B(0;2;2)$ và $C(3;2;1)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành?

A. $(4;1;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(4;5;2)$. **D.** $(-4;-1;2)$.

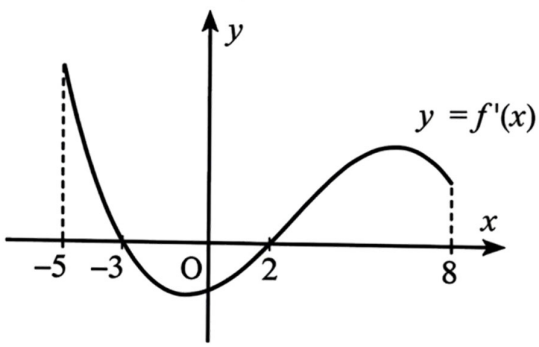
Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng:

A. -4 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 2

Câu 8. Đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ của hàm số $y=f(x)$ cho như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=8$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-5;-3)$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-5$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(2;8)$.

Câu 9. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $m=5$ **B.** $m=3$ **C.** $m=\dfrac{17}{4}$ **D.** $m=10$

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	1	↘	$-\sqrt{2}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1

A. 1 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Câu 11. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}$?

A. $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=4$ **B.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=8$ **C.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=-4$ **D.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=-8$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm:

A. $M(3;0;0)$ **B.** $N(0;-1;1)$ **C.** $P(0;-1;0)$ **D.** $Q(0;0;1)$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2$. Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

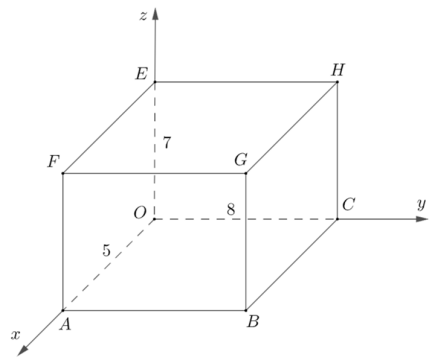
a) Điểm cực đại của hàm số là $x=2$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $x_1;x_2$. Khi đó giá trị $x_1+x_2=0$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(0;3)$ là 2.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.EFGH$ có các cạnh $OA=5,\ OC=8,\ OE=7$ (xem hình vẽ dưới đây).



a) Tọa độ điểm G là $G(5;8;7)$.

b) Tọa độ vectơ $\overrightarrow{FC}$ là $\overrightarrow{FC}=(5;-8;7)$.

c) Tọa độ vectơ $\overrightarrow{BE}$ là $\overrightarrow{BE}=5\vec{i}+8\vec{j}-7\vec{k}$.

d) Tọa độ $H(x;y;z)$, ta có $P=50x+75y+1000z=6700$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận xiên là $y=x-2$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-\infty;1)$ bằng -3.

c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía so với trục hoành.

d) Đường tiệm cận xiên, tiệm cận đứng cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình thang vuông có diện tích bằng $\dfrac{3}{2}$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB=a,\ AD=2a$, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hai vectơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$ là hai vectơ cùng hướng

b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $60°$

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=\dfrac{a^2}{4}$.

d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}$ là $\frac{a\sqrt{21}}{2}$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

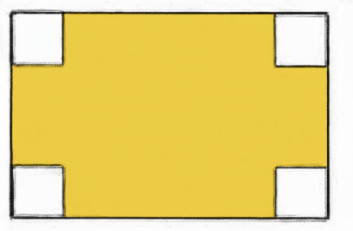
Câu 1. Dân số của một quốc gia sau t năm kể từ năm 2025 được ước tính bởi công thức $N(t)=100e^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0\le t\le 50$). Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là $1,6$ triệu người/năm?

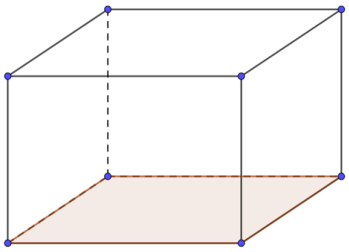
Câu 2. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $900m^2$. Biết chiều dài của mảnh vườn là $x(m)$. Gọi biểu thức tính chu vi của mảnh vườn là $P(x)$ (mét). Đồ thị hàm số $P(x)$ có hai đường tiệm cận $x=a$ và $y=bx$. Tính giá trị biểu thức $T=a+10^b$.

Câu 3. Một giò hoa treo trong nhà là bằng 3 sợi dây không dãn, mỗi sợi dây dài $50(cm)$, miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính $20(cm)$, ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều (giả sử mỗi thắt của 3 sợi dây và mối nối của mỗi sợi dây với miếng gỗ không đáng kể). Lực căng của mỗi sợi dây bằng nhau, trọng lượng của miếng giá gỗ là $5N$, khối lượng của các chậu hoa là $2,5kg$. Tính lực căng của các sợi dây (đơn vị N, kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Biết công thức trọng lực $\vec{P}=m.\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10m/s^2$, m là khối lượng của vật có đơn vị kg.

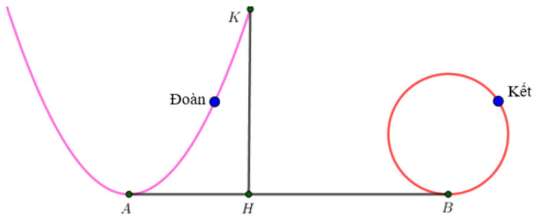
Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên đoạn BC' sao cho $BM=\frac{1}{3}BC'$. Ta có $\overrightarrow{A'M}=x.\overrightarrow{AA'}+y.\overrightarrow{AB}+z.\overrightarrow{AD}$. Khi đó $x+y+z=\frac{a}{b}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b$.

Câu 5: Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước $19\,\text{cm};27,5\,\text{cm}$. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ. Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).





Câu 6: Khi dạo chơi trên một công viên bạn Đoàn di chuyển trên đường Parabol, bạn Kết di chuyển trên đường tròn (minh họa bằng hình vẽ bên). Khoảng cách giữa đỉnh A của Parabol và tiếp điểm B của đường tròn là $16m; HK \perp AB$ và $AH = 6m, HK = 9m$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hai bạn Đoàn và Kết, biết rằng đường tròn có bán kính bằng $3m$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

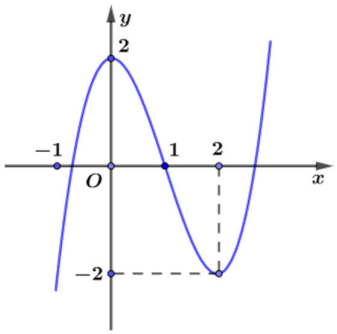


---------- HẾT ----------

❀ Đề 04 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{3x - x^2}$ .Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

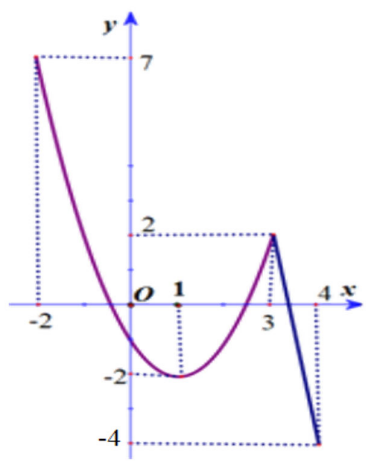
A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

$y' = \dfrac{3-2x}{2.\sqrt{3x-x^2}}$, Hàm số đồng biến nên $y' = \dfrac{3-2x}{2.\sqrt{3x-x^2}} > 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 3-2x > 0 \\ 3x - x^2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ 0 < x < 3 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < \frac{3}{2}$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;4]$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. 6. **B.** -2. **C.** 11. **D.** 3.

Lời giải

$M = 2; m = -4 \Rightarrow M + m = -2$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$ nên

Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

Câu 5. Trong không gian cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O. Tìm đẳng thức đúng:

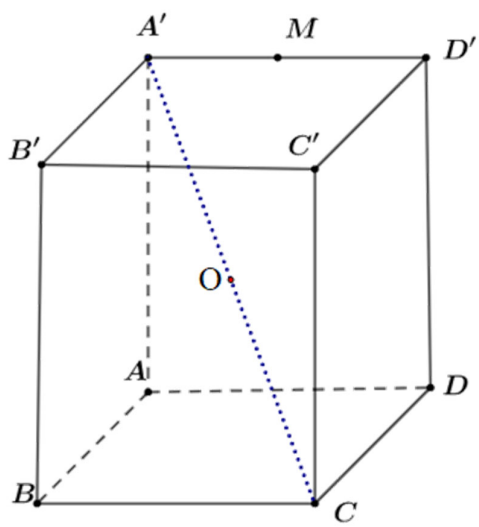
A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$.

C. $\overrightarrow{A'C}=\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}+\overrightarrow{A'A}$.

D. $\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DD'}$.

Lời giải



Theo quy tắc hình hộp, chọn C.

Câu 6. Trong không gian, cho $A(1;1;3), B(0;2;2)$ và $C(3;2;1)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành?

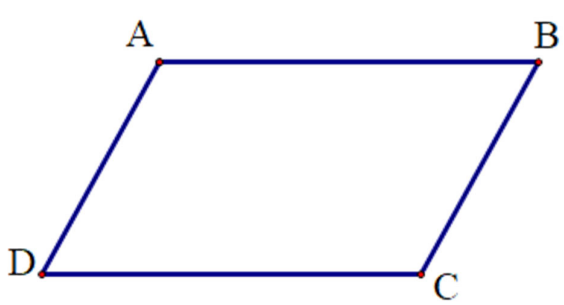
A. $(4;1;2)$.

B. $(-4;1;2)$.

C. $(4;5;2)$.

D. $(-4;-1;2)$.

Lời giải



Gọi $C=(x;y;z)$

$ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$. Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-1)$; $\overrightarrow{DC}=(3-x;2-y;1-z)$

Suy ra $\begin{cases} 3-x=-1 \\ 2-y=1 \\ 1-z=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow C(4;1;2)$

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

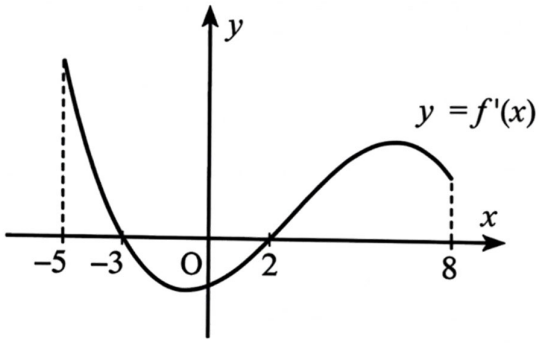
Giá trị cực đại của hàm số bằng:

A. -4 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Giá trị cực đại của hàm số $y=2$

Câu 8. Đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ của hàm số $y=f(x)$ cho như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là đúng:

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=8$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-5;-3)$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-5$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(2;8)$.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến khi $f'(x)>0$ nên Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;8)$

Câu 9. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $m=5$ **B.** $m=3$ **C.** $m=\frac{17}{4}$ **D.** $m=10$

Lời giải

$y'=2x+\frac{2}{x^2}$

$y'=0 \Leftrightarrow 2x+\frac{2}{x^2}=0 \Leftrightarrow x=1$

x	0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất $m=3$

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	
y	1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	$+\infty$ $\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	-1

A. 1 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Tiệm cận đứng $x=1$

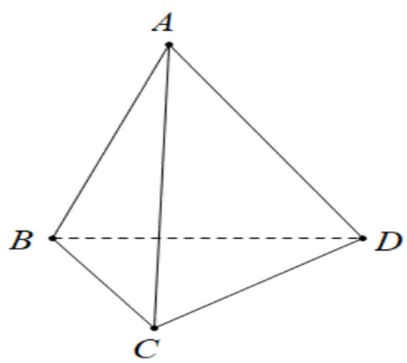
Tiệm cận ngang $y=1$ và $y=-1$

Tổng cộng có 3 đường tiệm cận

Câu 11. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}$?

A. $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=4$ **B.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=8$ **C.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=-4$ **D.** $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=-8$

Lời giải



$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{BA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AC}\right)=4\cdot4\cdot\cos(180^\circ-60^\circ)=-8$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm:

A. $M(3;0;0)$ **B.** $N(0;-1;1)$ **C.** $P(0;-1;0)$ **D.** $Q(0;0;1)$

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A(0;-1;1)$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+2$. Xét tính đúng hoặc sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm cực đại của hàm số là $x=2$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Giả sử hàm số đã cho có hai điểm cực trị là $x_1;x_2$. Khi đó giá trị $x_1+x_2=0$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(0;3)$ là 2.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=0 \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên của hàm số được

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$		$-$		$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ suy ra:

a) Sai

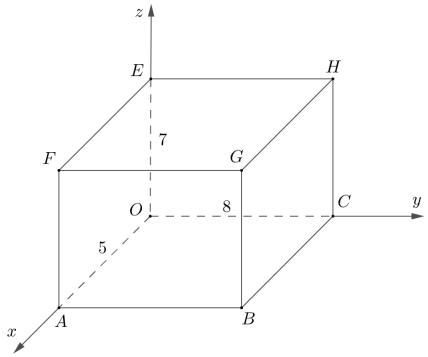
b) Đúng

c) Sai

d) Đúng

Vì $f(0)=2;\ f(2)=-2;\ f(3)=2$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $(0;3)$ là 2.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.EFGH$ có các cạnh $OA=5,\ OC=8,\ OE=7$ (xem hình vẽ dưới đây).



a) Tọa độ điểm G là $G(5;8;7)$.

b) Tọa độ vectơ $\overrightarrow{FC}$ là $\overrightarrow{FC}=(5;-8;7)$.

c) Tọa độ vectơ $\overrightarrow{BE}$ là $\overrightarrow{BE}=5\vec{i}+8\vec{j}-7\vec{k}$.

d) Tọa độ $H(x;y;z)$, ta có $P=50x+75y+1000z=6700$

Lời giải

a) Đúng

b) Sai

Vì $F(5;0;7)$ và $C(0;8;0)$ nên $\overrightarrow{FC}=(-5;8;-7)$.

c) Sai

Vì $B(5;8;0)$ và $E(0;0;7)$ nên $\overrightarrow{FC}=(-5;-8;7)$.

d) Sai

Vì $H(0;8;7)$ nên $x=0;\ y=8;\ z=7 \Rightarrow P=50x+75y+1000z=50.0+75.8+1000.7=7600$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận xiên là $y=x-2$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-\infty;1)$ bằng -3.

c) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía so với trục hoành.

d) Đường tiệm cận xiên, tiệm cận đứng cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình thang vuông có diện tích bằng $\dfrac{3}{2}$

Lời giải

a) Đúng

Ta có: $f(x)=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}=x-2+\dfrac{1}{x-1}$ nên dễ dàng suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận xiên là $y=x-2$.

b) Sai

Do $f'(x)=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Do đó ta có bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ như sau:

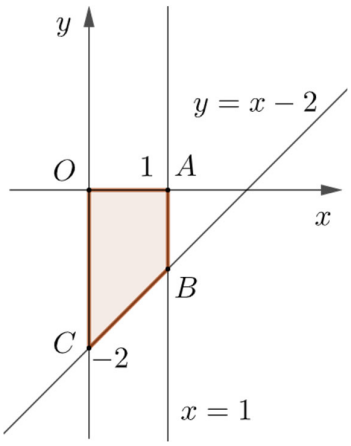
x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$		$-$	||	$-$		$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-\infty;1)$ bằng 2.

c) Sai

Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0;2)$ và $B(2;-2)$ nằm cùng phía so với trục hoành do hai giá trị cực trị $y=2$ và $y=-2$ trái dấu.

d) Đúng



Đường tiệm cận xiên $y = x - 2$ cắt đường tiệm cận đứng $x = 1$ tại điểm $B(1;-1)$.

Đường tiệm cận xiên $y = x - 2$ cắt trục Oy tại $C(0;-2)$, đường tiệm cận đứng $x = 1$ cắt trục Ox tại $A(1;0)$.

Khi đó hai đường thẳng này cùng với hai trục tọa độ tạo thành hình thang vuông $OABC$ có các đáy $AB = 1$, $OC = 2$, chiều cao $OA = 1$ nên có diện tích bằng $\frac{(1+2).1}{2} = \frac{3}{2}$ (đơn vị diện tích).

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

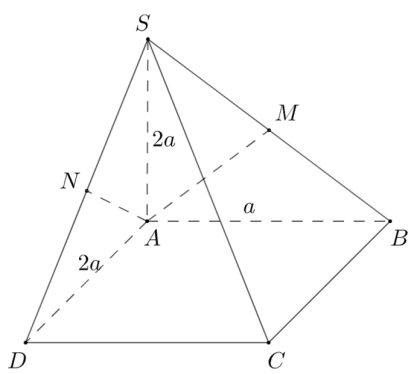
a) Hai vectơ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$ là hai vectơ cùng hướng

b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $60°$

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN} = \frac{a^2}{4}$.

d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$ là $\frac{a\sqrt{21}}{2}$.

Lời giải



a) Đúng

b) Sai

Xét tam giác ABC vuông tại A có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = 5a$.

Ta có: $(\overrightarrow{SC};\overrightarrow{AC}) = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A có: $\tan\widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \widehat{SCA} \approx 46°$

c) Sai

Ta có:

$$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AB}\right)\left(\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AS}^2+\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{4}AS^2=\frac{(2a)^2}{4}=a^2$$

d) Đúng

$\left|\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{BC}\right|=\left|\overrightarrow{CM}\right|=CM$.

Dễ chứng minh được tam giác SBC vuông tại B. Khi đó trong tam giác CMB vuông tại B thì:

$$CM^2=CB^2+BM^2=CB^2+\frac{SB^2}{4}=AD^2+\frac{SA^2+AB^2}{4}=(2a)^2+\frac{(2a)^2+a^2}{4}=\frac{21a^2}{4}$$

Vậy $CM=\frac{a\sqrt{21}}{2}$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Dân số của một quốc gia sau t năm kể từ năm 2025 được ước tính bởi công thức $N(t)=100e^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0\le t\le 50$). Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó. Sau ít nhất bao nhiêu năm thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là $1,6$ triệu người/năm?

Lời giải

Đáp số: 24.

Ta có $N'(t)=1,2.e^{0,012t}$

$N'(t)=1,6\Leftrightarrow 1,2.e^{0,012t}=1,6\Leftrightarrow t\approx 23,97\overset{t\in\mathbb{N}}{\Rightarrow}t=24$

Sau ít nhất 24 năm thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là $1,6$ triệu người/năm.

Câu 2. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $900m^2$. Biết chiều dài của mảnh vườn là $x(m)$. Gọi biểu thức tính chu vi của mảnh vườn là $P(x)$ (mét). Đồ thị hàm số $P(x)$ có hai đường tiệm cận $x=a$ và $y=bx$. Tính giá trị biểu thức $T=a+10^b$.

Lời giải

Đáp số: 100.

Chiều dài mảnh vườn là $\frac{900}{x}$.

Chu vi mảnh vườn $P(x)=2\left(x+\frac{900}{x}\right)=2x+\frac{1800}{x}$

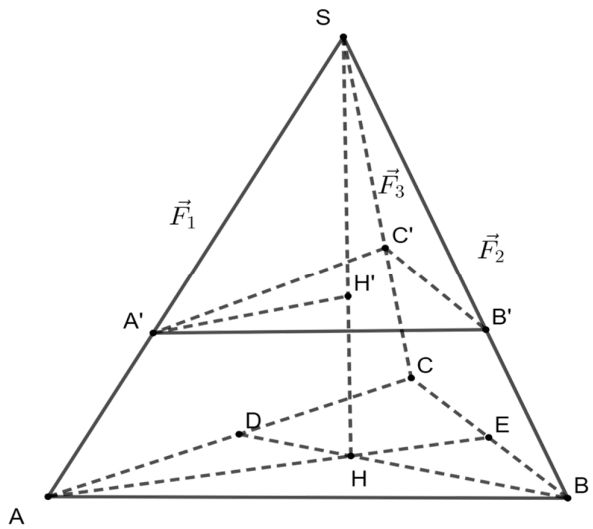
Đồ thì hàm số $P(x)$ có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận xiên $y=2x$. Suy ra $a=0,\ b=2$

Do đó $T=0+10^2=100$.

Câu 3. Một giò hoa treo trong nhà là bằng 3 sợi dây không dãn, mỗi sợi dây dài $50(cm)$, miếng kê là một miếng gỗ cân đối hình tròn bán kính $20(cm)$, ba sợi dây được thắt một đầu bên trên và đỡ giá gỗ tại 3 điểm tạo thành tam giác đều (giả sử mỗi thắt của 3 sợi dây và mối nối của mỗi sợi dây với miếng gỗ không đáng kể). Lực căng của mỗi sợi dây bằng nhau, trọng lượng của miếng giá gỗ là $5N$, khối lượng của các chậu hoa là $2,5kg$. Tính lực căng của các sợi dây (đơn vị N, kết quả làm tròn đến hàng phần chục). Biết công thức trọng lực $\vec{P}=m.\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10m/s^2$, m là khối lượng của vật có đơn vị kg.

Lời giải

Đáp số: $10,9$.



Gọi SA, SB, SC lần lượt biểu diễn cho độ dài các dây treo. Ta có tam giác ABC đều có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $20cm$, $SA = SB = SC = 50(cm)$. Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta có: $AH = 20\ (cm)$.

Xét tam giác SAH vuông tại H: $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{50^2 - 20^2} = 10\sqrt{21}$

Gọi các vectơ $\overrightarrow{A'S}, \overrightarrow{B'S}, \overrightarrow{C'S}$ lần lượt biểu diễn cho 3 lực căng dây $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$

Vật đứng yên nên $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{P} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = -\vec{P} \Leftrightarrow -\left(\overrightarrow{SA'} + \overrightarrow{SB'} + \overrightarrow{SC'}\right) = -\vec{P}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{SH'} = \vec{P} \Rightarrow SH' = \dfrac{1}{3}P$

Trọng lượng các chậu hoa: $2,5.10 = 25(N)$

Suy ra $P = 25 + 5 = 30\ (N)$

Do đó $SH' = \dfrac{1}{3}.30 = 10$

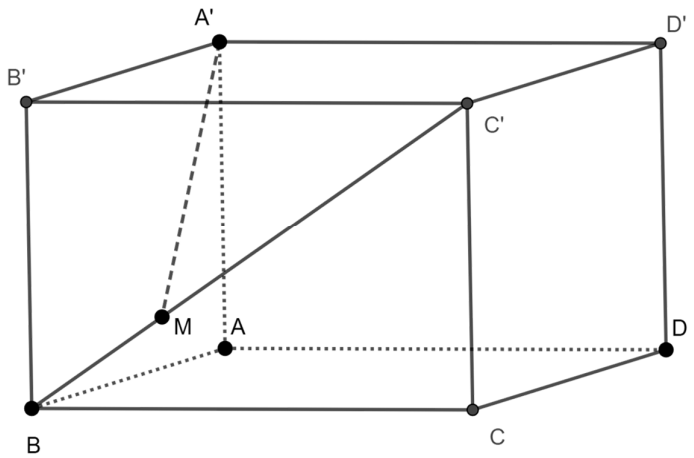
Ta có $\Delta SA'H'$ đồng dạng với ΔSAH nên $\dfrac{SA'}{SA} = \dfrac{SH'}{SH} = \dfrac{10}{10\sqrt{21}} = \dfrac{\sqrt{21}}{21} \Rightarrow SA' = \dfrac{50\sqrt{21}}{21} \approx 10,9$

Vậy $F_1 = F_2 = F_3 = 10,9(N)$.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên đoạn BC' sao cho $BM = \frac{1}{3}BC'$. Ta có $\overrightarrow{A'M} = x.\overrightarrow{AA'} + y.\overrightarrow{AB} + z.\overrightarrow{AD}$. Khi đó $x + y + z = \frac{a}{b}$, $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a + b$.

Lời giải

Đáp số: 5.

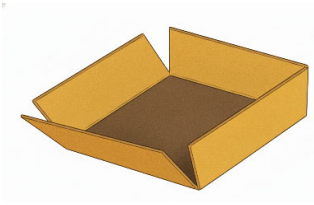
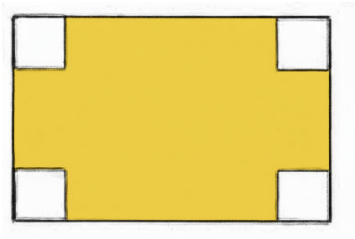
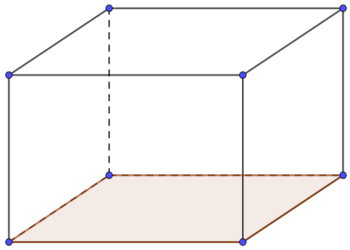


Ta có $\overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC'} - \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB}\right) - \overrightarrow{AA'}$

$\Rightarrow \overrightarrow{A'M} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}\right) - \overrightarrow{AA'} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} \Rightarrow x = -\frac{2}{3}, y = 1, z = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow x + y + z = \frac{-2}{3} + 1 + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2, b = 3 \Rightarrow a + b = 5$.

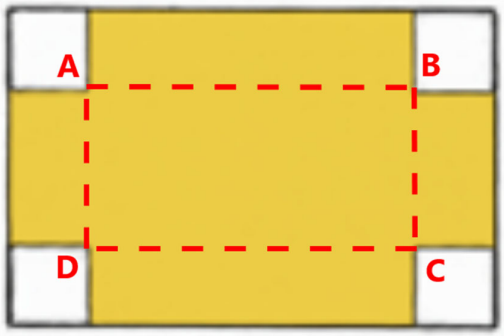
Câu 5: Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước $19\,\text{cm}; 27,5\,\text{cm}$. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ. Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

\

Đáp số: 3,69.



Gọi cạnh của hình vuông nhỏ là x, khi đó ta có: $\begin{cases} AB = 27,5 - 2x \\ AD = 19 - 2x \end{cases}$.

Trong đó: $0 < x < 9,5$.

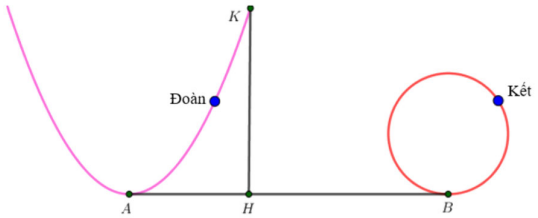
Khi đó thể tích của hình hộp sau khi gập lên là:

$V_{(x)} = AB.AD.h = (27,5 - 2x).(19 - 2x).x = 4x^3 - 93x^2 + 522,5x$

$$V'_{(x)} = 12x^2 - 186x + 522,5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{93 + \sqrt{2379}}{12} \notin (0\ 9,5) \\ x = \dfrac{93 - \sqrt{2379}}{12} \in (0;9,5) \end{array}\right.$$

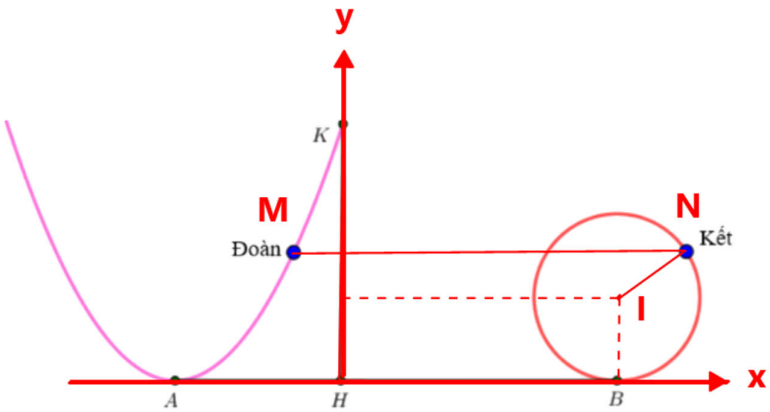
Dễ thấy $V_{(x)}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = \dfrac{93 - \sqrt{2379}}{12} \approx 3,69$.

Câu 6: Khi dạo chơi trên một công viên bạn Đoàn di chuyển trên đường Parabol, bạn Kết di chuyển trên đường tròn (minh họa bằng hình vẽ bên). Khoảng cách giữa đỉnh A của Parabol và tiếp điểm B của đường tròn là $16m; HK \perp AB$ và $AH = 6m, HK = 9m$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hai bạn Đoàn và Kết, biết rằng đường tròn có bán kính bằng $3m$ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp số: 8,43.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, gốc tọa độ trùng với điểm H

Giả sử phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(-6;0)$, $K(0;9)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -6$. Khi đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 36a - 6b + c = 0 \\ c = 9 \\ -\dfrac{b}{2a} = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{4} \\ b = 3 \\ c = 9 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2 + 3x + 9$$

Đường tròn có bán kính $R = 3$ có tâm $I(10;3)$.

Giả sử vị trí của bạn Đoàn là M và vị trí của bạn Kết là N nên $M\left(x; \frac{1}{4}x^2 + 3x + 9\right)$

Ta có $IN + MN \geq IM \Leftrightarrow MN \geq IM - IN$ dấu "=" xảy ra khi ba điểm I, M, N thẳng hàng, N nằm giữa.

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} MN_{\min} &= IM_{\min} - R \\ &= \sqrt{(x-10)^2 + \left(\frac{1}{4}x^2 + 3x + 6\right)^2} - 3 \\ &= \sqrt{\frac{1}{16}x^4 + \frac{3}{2}x^3 + 13x^2 + 16x + 136} - 3 \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{1}{16}x^4 + \frac{3}{2}x^3 + 13x^2 + 16x + 136} - 3$

$$f'(x) = \frac{\frac{x^3}{4} + \frac{9}{2}x^2 + 26x + 16}{2\sqrt{\frac{1}{16}x^4 + \frac{3}{2}x^3 + 13x^2 + 16x + 136}} = 0 \Leftrightarrow x \approx -0,69598$$

Vậy $\min f(x) = f(-0,69598) \approx 8,43$.

---------- HẾT ----------

❀ Đề 05

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;1)$, $B(2;3;1)$ và $C(6;1;4)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(3;1;2)$. **C.** $(3;2;2)$. **D.** $(2;-1;3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{9}{x}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{25}{4}$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{13}{2}$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=-6$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x-1}{x+3}$ có phương trình là:

A. $x=1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=2$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 véc tơ $\vec{a}=(2;1;-1)$; $\vec{b}=(1;3;m)$. Giá trị của m để $(\vec{a};\vec{b})=90°$ là

A. $m=5$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-5$.

Câu 6. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

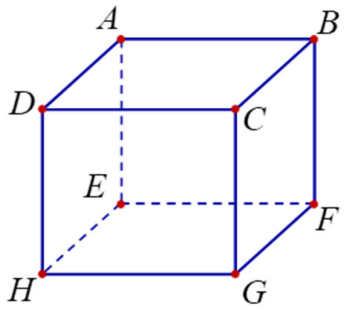
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $5,98$. **B.** $2,44$. **C.** 6. **D.** $2,5$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;-3)$ và $B(2;-1;0)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB}=(3;-3;3)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(3;3;-3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(1;1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$.

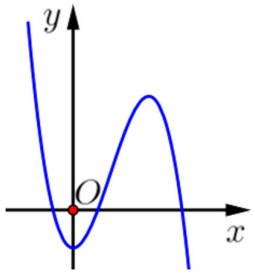
Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$.



Tổng ba véctơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$ bằng

A. $\overrightarrow{AH}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AF}$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình?



A. $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

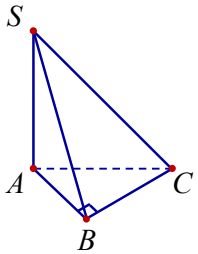
Câu 10. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng như sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	$[200;250)$	$[250;300)$	$[300;350)$	$[350;400)$	$[400;450)$
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $78,08$. **B.** $338,97$. **C.** $156,16$. **D.** $260,89$.

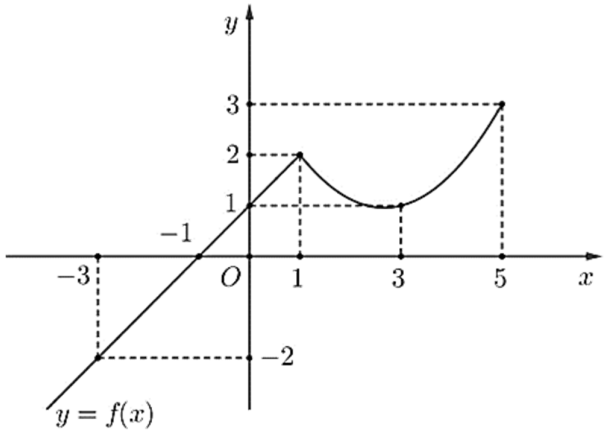
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B. Đường thẳng SA vuông góc với đáy ABC.



Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAC). **B.** (ABC). **C.** (SBC). **D.** (SAB).

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;5]$ và có đồ thị như hình vẽ.

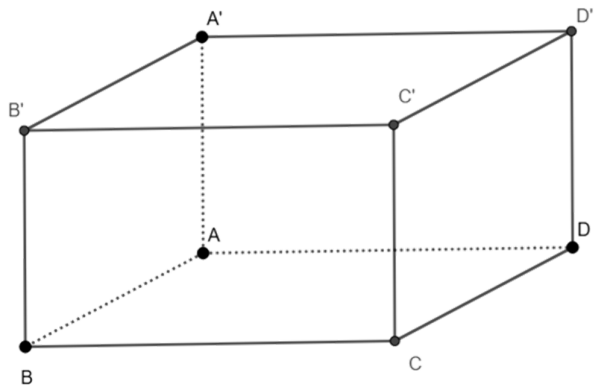


Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;5]$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 5.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = 1, AD = 2, AA' = 4$. Biết A trùng với gốc tọa độ, vectơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AA'}$ lần lượt cùng chiều với ba vectơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{A'C}$.

b) Tọa độ của điểm $B(1;0;0)$.

c) Số đo góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (ABD) bằng $60°$.

d) Gọi M là trung điểm DD', điểm N nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Tổng khoảng cách từ N đến M và từ N đến A' có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{10}$.

Câu 2. Thống kê điểm kiểm tra GHKI của 35 học sinh lớp 12H cho bởi bảng thống kê tần số ghép nhóm như sau:

Điểm	[2,0;3,0)	[3,0;4,0)	[4,0;5,0)	[5,0;6,0)	[6,0;7,0)	[7,0;8,0)	[8,0;9,0)	[9,0;10)
Số học sinh	4	6	3	14	6	1	0	1

a) Khoảng biến thiên về điểm của mẫu số liệu ghép nhóm là $8,0$.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc nhóm $[7,0;8,0)$.

c) Nhà trường thông báo những học sinh có điểm từ $3,8$ điểm trở xuống cần được quan tâm phụ đạo thêm. Có khoảng 25% học sinh trong diện đó.

d) Có một học sinh đạt $9,75$ điểm, điểm số đó không phải là giá trị ngoại lệ.

Câu 3. Một xưởng sản xuất một loại sản phẩm A. Phòng kinh doanh đã nghiên cứu và đưa ra các hàm số sau:

- Hàm chi phí sản xuất x sản phẩm là: $C(x)=20x+1200$.

- Hàm giá bán của mỗi sản phẩm (khi bán ra x sản phẩm) là: $p(x)=100-x$.

(Đơn vị của x là sản phẩm, đơn vị của chi phí và giá bán là nghìn đồng).

a) Hàm lợi nhuận $P(x)$ thu được từ việc sản xuất và bán x sản phẩm A là $P(x)=-x^2+80x-1200$.

b) Để công ty không bị lỗ, số sản phẩm cần sản xuất và bán ra phải thuộc đoạn $[20;60]$.

c) Doanh thu của xưởng là một hàm số đồng trên khoảng $(0;60)$.

d) Nếu chính phủ áp thuế 4 nghìn đồng trên mọi sản phẩm bán ra thì lợi nhuận tối đa của xưởng sẽ giảm đi 80 nghìn đồng so với khi chưa có thuế.

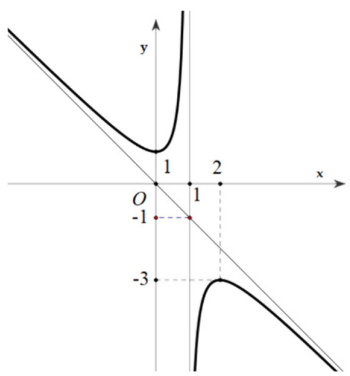
Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1;+\infty)$ bằng -3

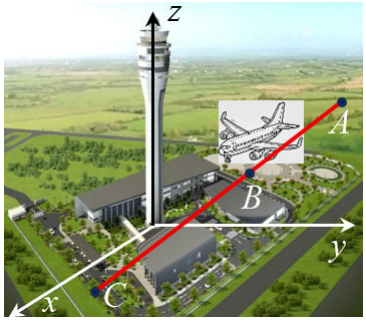
d) Hàm số có đồ thị như hình vẽ

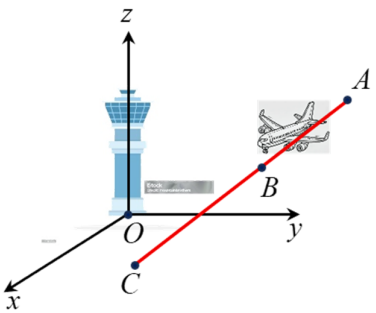


Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $AD=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng $\dfrac{2a\sqrt{m}}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$. Tính $m+n$.

Câu 2. Tại một sân bay, người ta chọn hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại vị trí chân của đài quan sát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính theo kilômét). Trên màn hình Rada người ta quan sát một máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng từ vị trí $A(4;0;10)$ đến vị trí $B(5;5;6)$ và tiếp đất tại vị trí $C(a;b;0)$. Hỏi vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát bao nhiêu kilômét? (Kết quả làm tròn một chữ số thập phân).

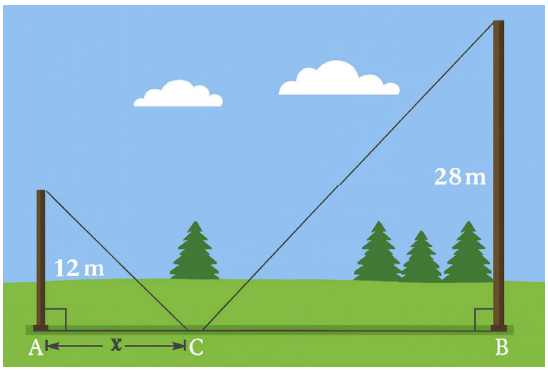




Câu 3. Biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2+9x+1$ là $ax+by+4=0$. Tính $a+2b$.

Câu 4. Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là $x(\$)$ thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x)=x-200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x)=4200-x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản pẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0=3200(\$)$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là $a(\$)$ và luôn đảm bảo tỉ lễ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Câu 5. Có hai cây cột, một cây cao $12\,\text{m}$ và một cây cao $28\,\text{m}$ đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nối từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột. Tổng chiều dài ngắn nhất của hai sợi dây là bao nhiêu?



Câu 6. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100;200;8)$ đến điểm $B(140;250;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x;y;z)$ khi đó tổng $x+y+z$ bằng bao nhiêu?

---------- HẾT ----------

❀ Đề 05 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;1)$, $B(2;3;1)$ và $C(6;1;4)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $(-1;2;3)$. **B.** $(3;1;2)$. **C.** $(3;2;2)$. **D.** $(2;-1;3)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = \dfrac{1+2+6}{3} = 3 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = \dfrac{2+3+1}{3} = 2 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = \dfrac{1+1+4}{3} = 2 \end{cases}$$. Vậy $G(3;2;2)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Theo bảng biến thiên, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{CT} = -2$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{9}{x}$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{25}{4}$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{13}{2}$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = -6$.

Lời giải

Đặt $y = f(x) = x + \dfrac{9}{x}$, $x \neq 0$. Do đó hàm số $y = x + \dfrac{9}{x}$ xác định trên $[2;4]$.

Ta có $f'(x) = 1 - \dfrac{9}{x^2}$;

$$f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{x^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \in [2;4] \\ x = -3 \notin [2;4] \end{array}\right.$$

Ta có $f(2) = \dfrac{13}{2}$; $f(3) = 6$; $f(4) = \dfrac{25}{4}$. Do đó $\min\limits_{[2;4]} y = f(3) = 6$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x-1}{x+3}$ có phương trình là:

A. $x = 1$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=2$.

Vậy đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 véc tơ $\vec{a}=(2;1;-1)$; $\vec{b}=(1;3;m)$. Giá trị của m để $(\vec{a};\vec{b})=90°$ là

A. $m=5$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-5$.

Lời giải

Ta có $(\vec{a};\vec{b})=90°\Leftrightarrow\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow 2.1+1.3+(-1).m=0\Leftrightarrow 5-m=0\Leftrightarrow m=5$.

Câu 6. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $5,98$. **B.** $2,44$. **C.** 6. **D.** $2,5$.

Lời giải

Giá trị đại diện (giây)	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

Cỡ mẫu $n=4+6+8+4+3=25$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}=\frac{9.4+11.6+13.8+15.4+17.3}{25}=12,68.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2=\frac{1}{25}\left(4.9^2+6.11^2+8.13^2+4.15^2+3.17^2\right)-12,68^2=5,9776.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S=\sqrt{5,9776}\approx2,44$.

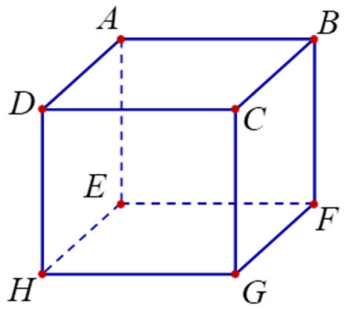
Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;-3)$ và $B(2;-1;0)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB}=(3;-3;3)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(3;3;-3)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(1;1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(1;-1;1)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-3;3)$

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$.



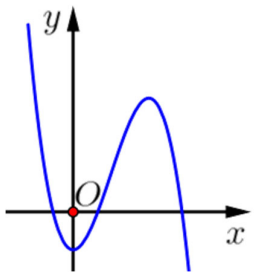
Tổng ba véctơ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}$ bằng

A. $\overrightarrow{AH}$. **B.** $\overrightarrow{AC}$. **C.** $\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AF}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AG}$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình?



A. $y=-x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{x^2-3x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị thì đây là đồ thị của hàm số bậc 3 có $a<0$, nên ta chọn phương án A.

Câu 10. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của một số hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng như sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	$[200;250)$	$[250;300)$	$[300;350)$	$[350;400)$	$[400;450)$
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $78,08$. **B.** $338,97$. **C.** $156,16$. **D.** $260,89$.

Lời giải

Tổng thu nhập (triệu đồng)	Tần số	Tần số tích lũy
$[200;250)$	24	24
$[250;300)$	62	86
$[300;350)$	34	120
$[350;400)$	21	141
$[400;450)$	9	150

Ta có $N=150;\frac{N}{4}=37,5;\frac{3N}{4}=112,5$

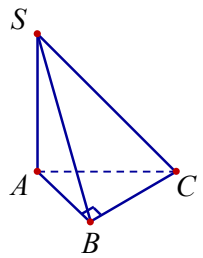
Nhóm chứa Q_1 là nhóm $[250;300)$, nhóm chứa Q_3 là nhóm $[300;350)$

Ta có $Q_1=250+\frac{37,5-24}{62}.50\approx 260,89$

Ta có $Q_3=300+\frac{112,5-86}{34}.50\approx 338,97$

Vậy $\Delta Q=Q_3-Q_1\approx 78,08$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B. Đường thẳng SA vuông góc với đáy ABC.



Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAC). **B.** (ABC). **C.** (SBC). **D.** (SAB).

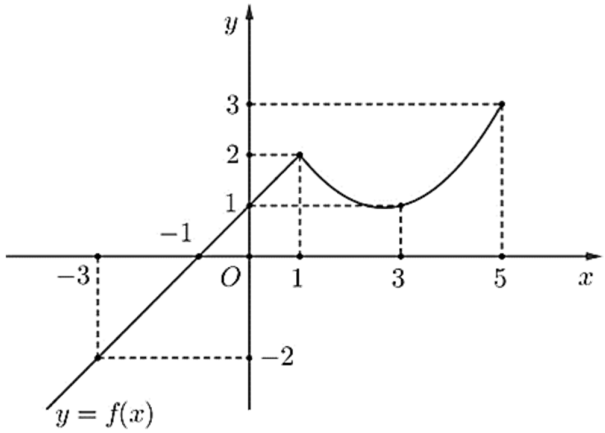
Lời giải

Ta có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$

Tam giác ABC vuông tại B nên $BC\perp AB$

Vậy $BC\perp(SAB)$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;5]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;5]$ bằng

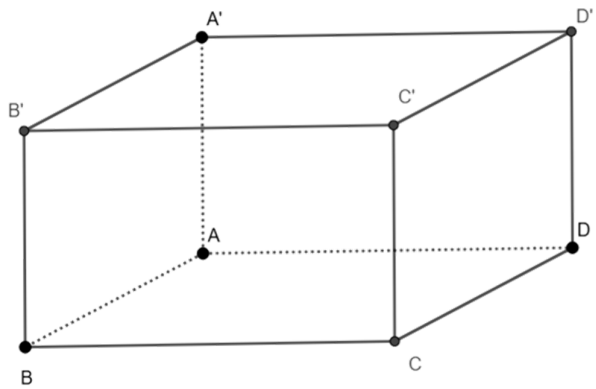
A. 3. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 5.

Lời giải

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;5]$ bằng 3.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB = 1, AD = 2, AA' = 4$. Biết A trùng với gốc tọa độ, vectơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AA'}$ lần lượt cùng chiều với ba vectơ đơn vị $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.



a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{A'C}$.

b) Tọa độ của điểm $B(1;0;0)$.

c) Số đo góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (ABD) bằng $60°$.

d) Gọi M là trung điểm DD', điểm N nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$. Tổng khoảng cách từ N đến M và từ N đến A' có giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{10}$.

Lời giải

a) Sai.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$

b) Đúng

c) Sai

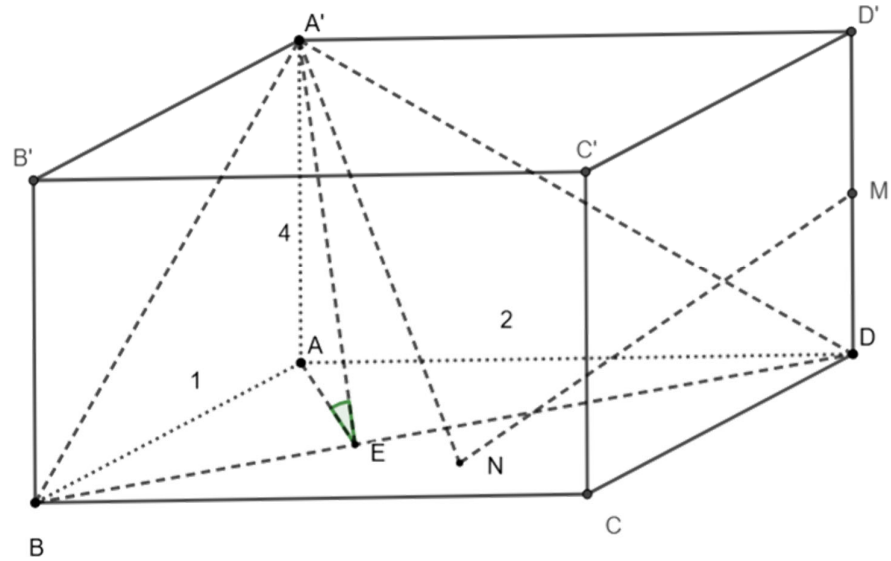
Kẻ $AE \perp BD$, mà $AA' \perp BD \Rightarrow BD \perp (AEA') \Rightarrow BD \perp A'E$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và (ABD) bằng góc giữa AE và $A'E$ và bằng $\widehat{AEA'}$

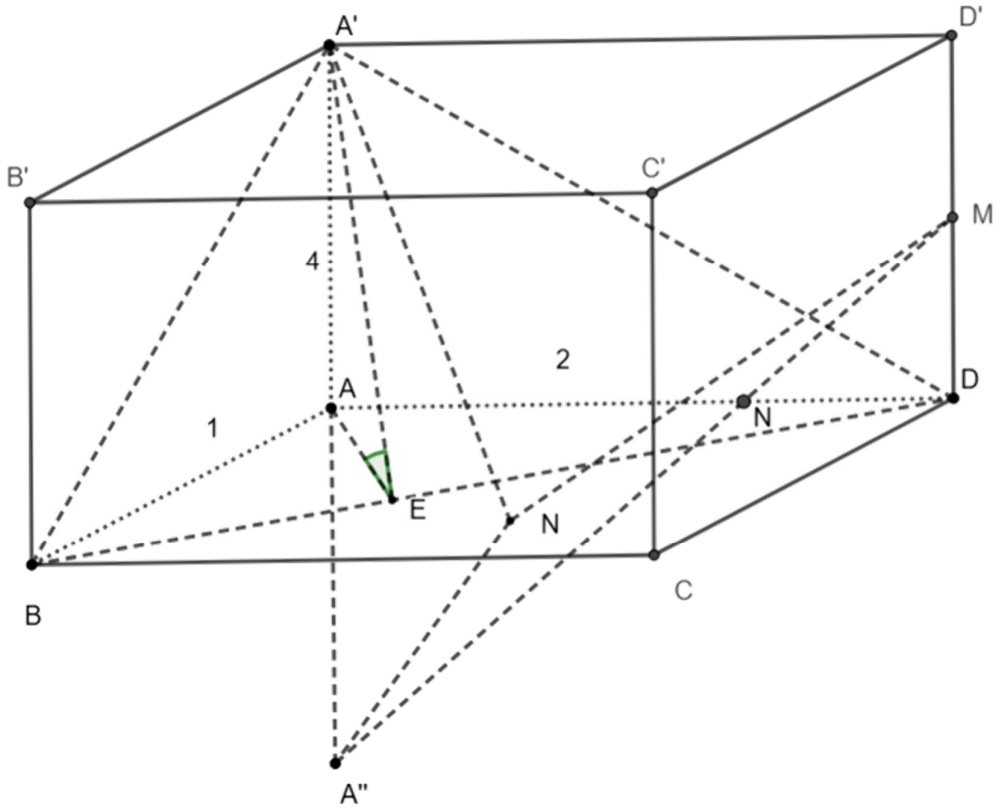
Xét tam giác vuông ABD có đường cao AE, ta có

$$\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{1}+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}\Rightarrow AE=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Xét tam giác vuông AEA': $\tan\widehat{AEA'}=\frac{AA'}{AE}=2\sqrt{5}\Rightarrow\widehat{AEA'}\neq 60^\circ$



d) Đúng



Lấy A'' đối xứng với A' qua mặt phẳng $(ABCD)$. Ta có: $NA'+NM=NA''+NM\geq A''M$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi A'',N,M thẳng hàng.

Khi A'',N,M thẳng hàng , mà $N\in(ABCD)$ nên $N=A''M\cap(ABCD)$.

Trong $(AA'D'D)$: $A''M\cap AD=N\Rightarrow N=A''M\cap(ABCD)$

Ta có $A''(0;0;-4)$, $M(0;2;2)\Rightarrow A''M=\sqrt{(2)^2+(6)^2}=2\sqrt{10}$

Do đó $NA' + NM \geq 2\sqrt{10}$

Câu 2. Thống kê điểm kiểm tra GHKI của 35 học sinh lớp 12H cho bởi bảng thống kê tần số ghép nhóm như sau:

Điểm	[2,0;3,0)	[3,0;4,0)	[4,0;5,0)	[5,0;6,0)	[6,0;7,0)	[7,0;8,0)	[8,0;9,0)	[9,0;10)
Số học sinh	4	6	3	14	6	1	0	1

a) Khoảng biến thiên về điểm của mẫu số liệu ghép nhóm là $8,0$.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc nhóm $[7,0;8,0)$.

c) Nhà trường thông báo những học sinh có điểm từ $3,8$ điểm trở xuống cần được quan tâm phụ đạo thêm. Có khoảng 25% học sinh trong diện đó.

d) Có một học sinh đạt $9,75$ điểm, điểm số đó không phải là giá trị ngoại lệ.

Lời giải

a) Đúng.

$R = 10 - 2 = 8$

b) Sai

Điểm	[2,0;3,0)	[3,0;4,0)	[4,0;5,0)	[5,0;6,0)	[6,0;7,0)	[7,0;8,0)	[8,0;9,0)	[9,0;10)
Số học sinh	4	6	3	14	6	1	0	1
Tần số tích lũy	4	10	13	27	33	34	34	35

Xét $\frac{3.35}{4} = 26,25$ nên $Q_3 \in [5;6)$

c) Đúng

Xét $\frac{35}{4} = 8,75 \Rightarrow Q_1 \in [3,0;4,0)$

$Q_1 = 3 + \frac{8,75 - 4}{6}.1 \approx 3,8$

Dó đó những học sinh có điểm từ $3,8$ điểm trở xuống có khoảng 25% học sinh.

d) Sai

$Q_3 = 5 + \frac{26,25 - 13}{14}.1 \approx 5,9$

Ta có khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 2,1$

Xét $Q_3 + 1,5\Delta_Q = 9,05 < 9,75$, do đó $9,75$ là giá trị ngoại lệ.

Câu 3. Một xưởng sản xuất một loại sản phẩm A. Phòng kinh doanh đã nghiên cứu và đưa ra các hàm số sau:

- Hàm chi phí sản xuất x sản phẩm là: $C(x) = 20x + 1200$.

- Hàm giá bán của mỗi sản phẩm (khi bán ra x sản phẩm) là: $p(x) = 100 - x$.

(Đơn vị của x là sản phẩm, đơn vị của chi phí và giá bán là nghìn đồng).

a) Hàm lợi nhuận $P(x)$ thu được từ việc sản xuất và bán x sản phẩm A là $P(x)=-x^2+80x-1200$.

b) Để công ty không bị lỗ, số sản phẩm cần sản xuất và bán ra phải thuộc đoạn $[20;60]$.

c) Doanh thu của xưởng là một hàm số đồng trên khoảng $(0;60)$.

d) Nếu chính phủ áp thuế 4 nghìn đồng trên mọi sản phẩm bán ra thì lợi nhuận tối đa của xưởng sẽ giảm đi 80 nghìn đồng so với khi chưa có thuế.

Lời giải

a) Đúng

Lợi nhuận: $P(x)=p(x)x-C(x)=(100-x)x-(20x+1200)=-x^2+80x-1200$

b) Đúng

Để công ty không bị lỗ

$P(x)=-x^2+80x-1200\geq 0$

$\Leftrightarrow 20\leq x\leq 60$

c) Sai

Doanh thu $D(x)=x\cdot p(x)=x(100-x)=-x^2+100x$

$D'(x)=-2x+100$

$D'(x)=0\Leftrightarrow -2x+100=0\Leftrightarrow x=50$

x	$-\infty$		50		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2500	$\searrow$	$-\infty$

Doanh thu của xưởng là một hàm số đồng trên khoảng $(0;50)$

d) Sai

Lợi nhuận của xưởng khi chưa có thuế: $P(x)=-x^2+80x-1200\Rightarrow$ lợi nhuận lớn nhất khi chưa có thuế là $P(x)_{\max}=400$ nghìn đồng

Lợi nhuận của xưởng khi có thuế: $G(x)=-x^2+80x-1200-4x=-x^2+76x-1200\Rightarrow$ lợi nhuận lớn nhất khi có thuế là $G(x)_{\max}=244$ nghìn đồng

Nếu chính phủ áp thuế 4 nghìn đồng trên mọi sản phẩm bán ra thì lợi nhuận tối đa của xưởng sẽ giảm đi 156 nghìn đồng so với khi chưa có thuế.

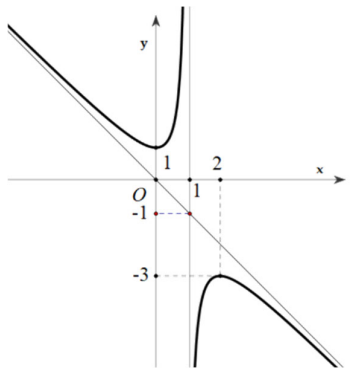
Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1;+\infty)$ bằng -3

d) Hàm số có đồ thị như hình vẽ



Lời giải

a) Đúng

$$\lim_{x\to 1^-} y = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-x+1}{-x+1} = +\infty$$

Tiện cận đứng $x=1$

b) Sai

$$y' = \frac{-x^2+2x}{(-x+1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$

c) Đúng

Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1;+\infty)$ bằng -3

d) Đúng

Tiện cận đứng $x=1$

Tiệm cận xiên $y=-x$

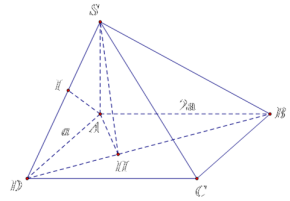
Đi qua $(0;1)$ và $(2;-3)$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $AD=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng $\frac{2a\sqrt{m}}{n}$, với $m,n\in\mathbb{Z}$. Tính $m+n$.

Lời giải

Đáp số: 68



Ta có $(SBD)\cap(ABCD)=BD$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BD nên góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{AHS}=60°$.

Xét tam giác vuông ABD, có $AH=\dfrac{AB.AD}{\sqrt{AB^2+AD^2}}=\dfrac{2a.a}{\sqrt{4a^2+a^2}}=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Xét tam giác vuông ASH, có $SH=AH.\tan 60°=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}.\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{15}}{5}a$.

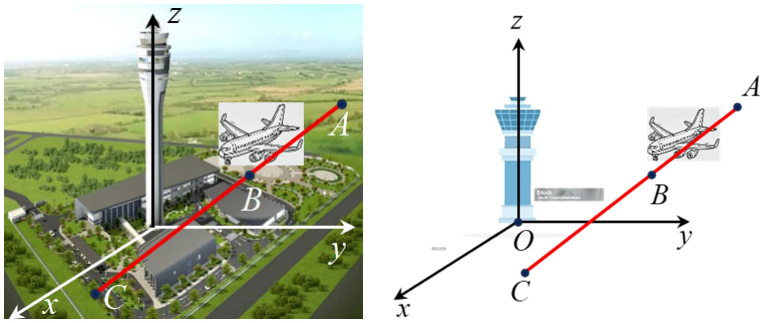
Gọi I là hình chiếu vuông góc của A lên SD. Khi đó $AI\perp SD$ (1)

Mà $AB\perp(SAD)\Rightarrow AB\perp AI$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $d(SD,AB)=AI=\dfrac{AD.AS}{\sqrt{AD^2+AS^2}}=\dfrac{a.\dfrac{2\sqrt{15}}{5}}{\sqrt{a^2+\dfrac{60}{25}a^2}}=\dfrac{2a\sqrt{51}}{17}$.

Do đó $m=51;\ n=17\Rightarrow m+n=51+17=68$.

Câu 2. Tại một sân bay, người ta chọn hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại vị trí chân của đài quan sát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính theo kilômét). Trên màn hình Rada người ta quan sát một máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng từ vị trí $A(4;0;10)$ đến vị trí $B(5;5;6)$ và tiếp đất tại vị trí $C(a;b;0)$. Hỏi vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát bao nhiêu kilômét? (Kết quả làm tròn một chữ số thập phân).



Lời giải

Đáp số: 14,1

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;5;-4)$ và $\overrightarrow{AC}=(a-4;b;-10)$.

Vì máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng nên A,B,C thẳng hàng.

Do đó $\dfrac{a-4}{1}=\dfrac{b}{5}=\dfrac{-10}{-4}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{a-4}{1}=\dfrac{-10}{-4}\\ \dfrac{b}{5}=\dfrac{-10}{-4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{13}{2}\\ b=\dfrac{25}{2}\end{cases}$. Điểm $C\left(\dfrac{13}{2};\dfrac{25}{2};0\right)$.

Khoảng cách từ vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát là $OC=\sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2+\left(\frac{25}{2}\right)^2+0}\approx 14,1$ (km)

Câu 3. Biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2+9x+1$ là $ax+by+4=0$. Tính $a+2b$.

Lời giải

Đáp số: 6

Tập xác định là $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2+6x+9$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=3\Rightarrow y_1=28\\x_2=-1\Rightarrow y_2=-4\end{array}\right.$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(3;28)$ và $B(-1;-4)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;28)$ và $B(-1;-4)$ có phương trình là

$$\frac{x+1}{3+1}=\frac{y+4}{28+4}\Leftrightarrow 8x-y+4=0.$$

Do đó $a=8$ và $b=-1$. Vậy $a+2b=8-2.1=6$.

Câu 4. Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là $x(\$)$ thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x)=x-200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x)=4200-x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản pẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0=3200(\$)$. Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là $a(\$)$ và luôn đảm bảo tỉ lễ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Lời giải

Đáp số: 100.

Số sản phẩm xuất khẩu là

$R(x)-Q(x)=x-200-4200+x=2x-4400$.

Lãi xuất khẩu của 1 sản phẩm là

$$3200-x-a\ .$$

Lãi xuất khẩu của doanh nghiệp là

$$L(x)=(2x-4400)(3200-x-a).$$

Thuế thu được của nhà nước là $T(x)=(2x-4400)a$.

Ta có $L(x):T(x)=4:1$.

Suy ra $(2x-4400)(3200-x-a)=4(2x-4400).a$

$\Rightarrow a=\frac{3200-x}{5}$.

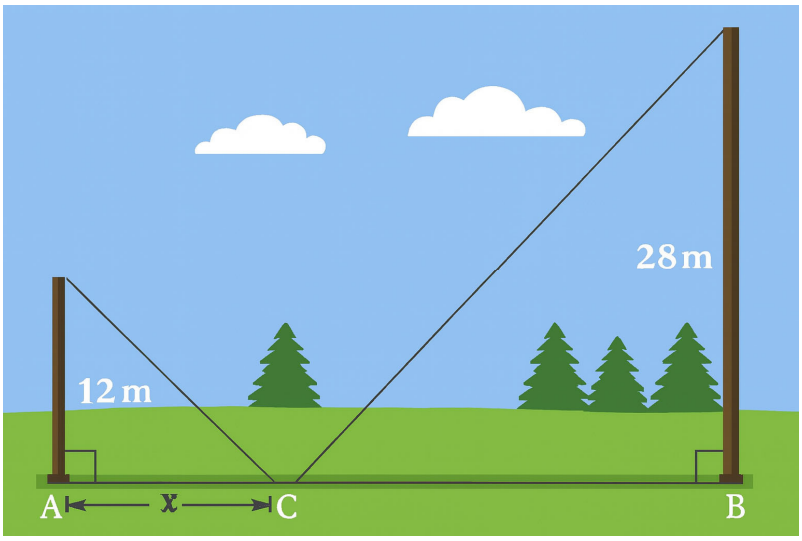
Khi đó $L(x)=(2x-4400)\left(3200-x-\dfrac{3200-x}{5}\right)=\dfrac{1}{5}\left(-8x^2+43200x-56320000\right)$.

Điều kiện $\begin{cases} x-200>0 \\ 4200-x>0 \\ 2x-4400>0 \end{cases} \Rightarrow 2200<x<4200$.

$L(x)$ là hàm bậc hai nên đạt giá trị lớn nhất tại $x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{\dfrac{43200}{5}}{2\cdot\left(-\dfrac{8}{5}\right)}=2700$.

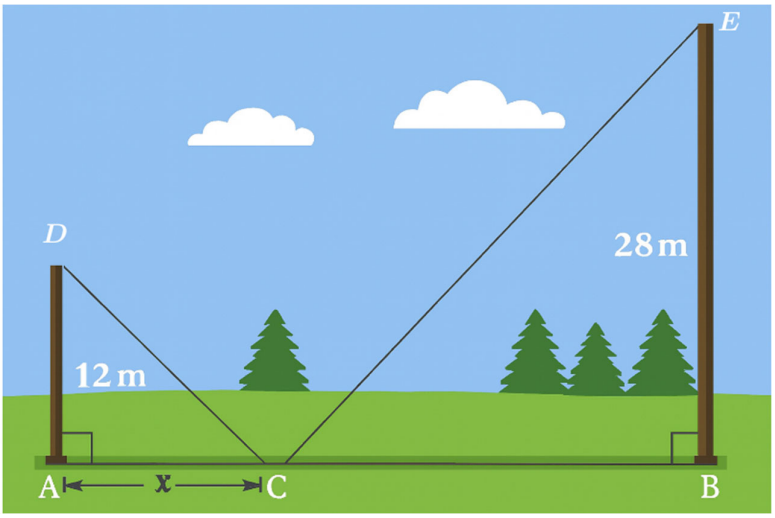
Vậy $a=\dfrac{3200-2700}{5}=100$.

Câu 5. Có hai cây cột, một cây cao $12\,\text{m}$ và một cây cao $28\,\text{m}$ đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nối từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột. Tổng chiều dài ngắn nhất của hai sợi dây là bao nhiêu?



Lời giải

Đáp số: 50.



Ta có $AC=x,\ 0<x<30$.

$\Rightarrow CD=\sqrt{AD^2+AC^2}=\sqrt{144+x^2}$.

$CB=AB-AC=30-x$.

$CE = \sqrt{CB^2 + BE^2} = \sqrt{(30-x)^2 + 28^2} = \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.

Tổng chiều dài của hai sợi dây là

$T = CD + CE = \sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.

$T' = \dfrac{x}{\sqrt{144 + x^2}} + \dfrac{-30 + x}{\sqrt{1684 - 60x + x^2}}$.

$T' = 0 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn).

Bảng biến thiên

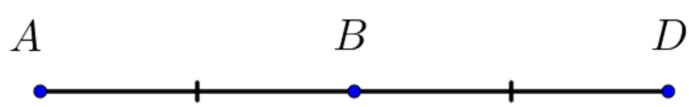
x	0		9		30
T'		$-$	0	$+$	
T		$\searrow$	$T(9)$	$\nearrow$	

Vậy tổng chiều dài ngắn nhất là $T(9) = 50$ m.

Câu 6. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100;200;8)$ đến điểm $B(140;250;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x;y;z)$ khi đó tổng $x + y + z$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 490.



Ta có $t_{AB} = t_{BD} = 10$.

Suy ra $AB = BD$.

$\Rightarrow B$ là trung điểm của AD.

$$\Rightarrow \begin{cases} 140 = \dfrac{100 + x}{2} \\ 250 = \dfrac{200 + y}{2} \\ 9 = \dfrac{8 + z}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 180 \\ y = 300 \\ z = 10 \end{cases}.$$

Vậy $x + y + z = 180 + 300 + 10 = 490$.

---------- **HẾT** ----------

❀ Đề 06

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1: Hàm số nào dưới đây luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{-2}{x+1}$ **B.** $y=3-2x-x^3$ **C.** $y=\dfrac{x^2+x+8}{x+2}$ **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+4)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $144(m/s)$. **B.** $243(m/s)$. **C.** $27(m/s)$. **D.** $36(m/s)$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BA'}$.

C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$ **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BC'}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+35$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ là

A. 40. **B.** 8. **C.** 35. **D.** 20.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là

A. $N(0;2;0)$. **B.** $P(0;2;3)$. **C.** $Q(1;2;0)$. **D.** $M(1;0;3)$.

Câu 7: Phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ là

A. $y=x$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=2x-1$.

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=2$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+6}{x+1}$

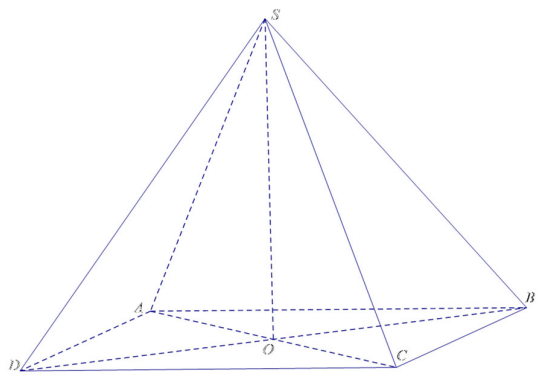
a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(4;1)$.

c) $\max\limits_{[0;9]} f(x)=2$.

d) Hàm số $y=x\left[f(x)\right]^2$ có đúng 3 điểm cực trị.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là tâm của đáy $ABCD$, cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ (*tham khảo hình vẽ*)



a) Cosin của góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CS}$ bằng $\frac{1}{4}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

c) $\overrightarrow{SA}=\overrightarrow{SC}$.

d) $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{SD}=\frac{a^2}{2}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, các véc tơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ và $AB=4; AD=3; \left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AC'}\right)=30^0$.

a) $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}$.

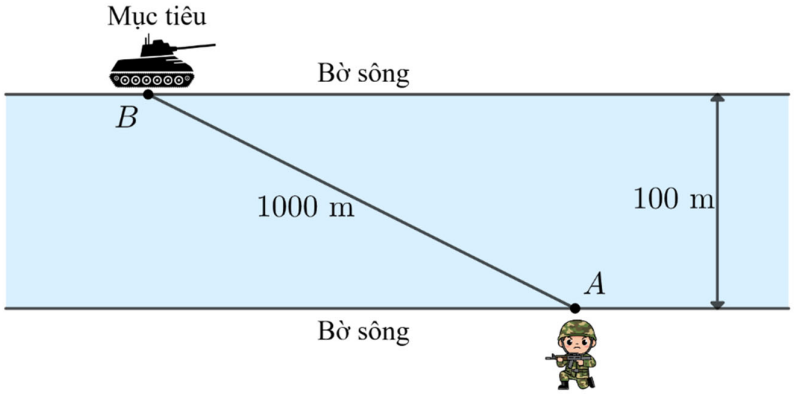
b) $C'\left(4;3;5\sqrt{3}\right)$.

c) $\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{j}+0\vec{k}$

d) Gọi x,y,z theo thứ tự là số đo các góc hợp bởi véc tơ $\overrightarrow{AC'}$ với các véc tơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA'}$. Khi đó $\cos^2 x+\cos^2 y+\cos^2 z=1$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Một chến sĩ đặc công đang nấp ở bờ sông, cần phải bơi qua bờ bên kia để tấn công mục tiêu. Có thể xem con sông này là thẳng và có độ rộng 100 m; vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy bộ. Biết rằng mục tiêu tấn công cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay, hỏi chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)*?



Câu 2. Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là $30\sqrt{3}$ N và được phân bổ thành ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ lên ba chân của giá đỡ. Ba

lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ với mặt đất là $60°$. Hỏi độ lớn của lực $\overrightarrow{F_1}$ là bao nhiêu N?

Câu 3. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+2026}{x-2025}$ cùng với hai trục toạ độ tạo thành hình chữ nhật có chu vi bằng bao nhiêu?

Câu 4. Biết điểm $M(a;b)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

---------- HẾT ----------

❀ Đề 06 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1: Hàm số nào dưới đây luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{-2}{x+1}$ **B.** $y=3-2x-x^3$ **C.** $y=\dfrac{x^2+x+8}{x+2}$ **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$.

Lời giải

Nhận xét: Loại ba đáp án A ; C và D vì lí do đều là hàm số phân thức không liên tục trên $\mathbb{R}$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+4)^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+4)^3,\forall x\in\mathbb{R}$ có hai nghiệm bội lẻ nên có hai điểm cực trị

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\dfrac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $144(m/s)$. **B.** $243(m/s)$. **C.** $27(m/s)$. **D.** $36(m/s)$.

Lời giải

Ta có: $v(t)=s'(t)=-t^2+12t$

Xét hàm số $v(t)=-t^2+12t$ trên $[0;9]$ có $v'(t)=-2t+12=0\Rightarrow t=6\in[0;9]$

$v(0)=0;v(6)=36;v(9)=27$

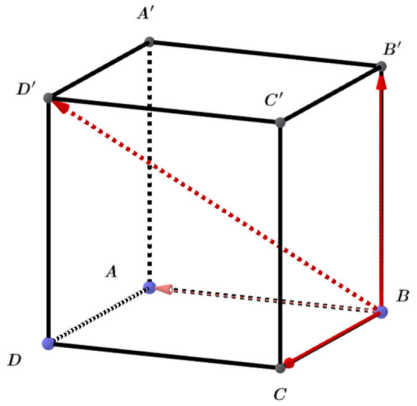
Vậy $\max\limits_{x\in[0;9]}v(t)=36(m/s)$ tại $t=6$

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BA'}$.

C. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$ **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BC'}$.

Lời giải



Áp dụng quy tắc hình hộp chọn đáp án C.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+35$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ là

A. 40. **B.** 8. **C.** 35. **D.** 20.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin[0;5] \\ x=3\in[0;5] \end{array}\right.$

$f(0)=35; f(3)=8; f(5)=40$

Vậy $\max\limits_{x\in[0;5]} f(x)=40$ tại $x=5$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxz) là

A. $N(0;2;0)$. **B.** $P(0;2;3)$. **C.** $Q(1;2;0)$. **D.** $M(1;0;3)$.

Lời giải

Chọn đáp án D.

Câu 7: Phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ là

A. $y=x$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=2x-1$.

Lời giải

Thực hiện phép chia đa thức $P(x)=x^2+2x+2$ cho $Q(x)=x+1$ ta được thương là $R(x)=x+1$

Chọn đáp án C.

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn đáp án B.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+6}{x+1}$

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $M(4;1)$.

c) $\max\limits_{[0;9]} f(x)=2$.

d) Hàm số $y=x\left[f(x)\right]^2$ có đúng 3 điểm cực trị.

Lời giải

Từ đồ thị ta có $y=f(x)=\dfrac{x^2-2x+6}{x+1}=x-3+\dfrac{9}{x+1}$

Ta có $y'=f'(x)=\dfrac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x=2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-4		-1		0		2		9		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$					
y		↗	-10	↘	‖	↘	6	↘	2	↗	$6,9$	↗	

Từ bảng biến thiên ta có

a) Đúng.

b) Đúng. Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(y-(x-3)\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{9}{x+1}\right)=0\Rightarrow y=x-3$ là đường tiệm cận xiên và điểm $A(4;1)$ thuộc đường tiệm cận xiên.

c) Sai. Ta có $\max\limits_{[0;9]} f(x)=6,9$.

d) Đúng. Xét hàm số $g(x)=x\left[f(x)\right]^2$ ta có

$$g'(x)=\left[f(x)\right]^2+2x.f(x).f'(x)=f(x)\left[f(x)+2xf'(x)\right]=3f(x)\frac{x^3+x^2-4x+2}{(x+1)^2}$$

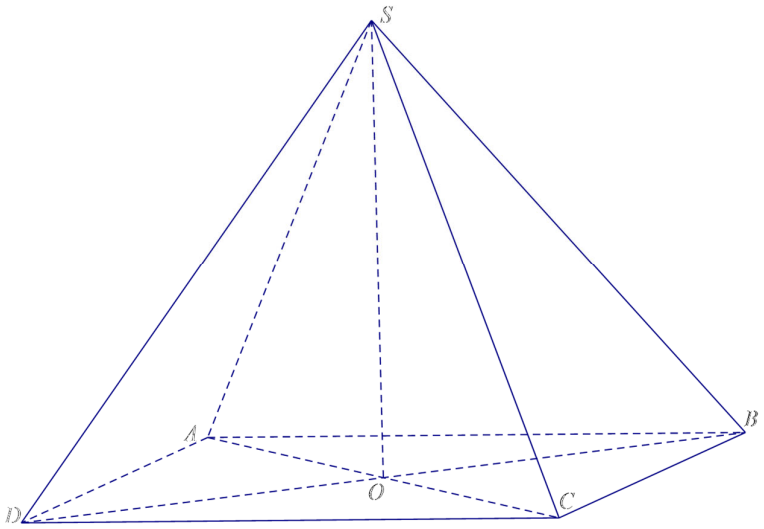
$$g'(x)=0\Leftrightarrow 3f(x)\frac{x^3+x^2-4x+2}{(x+1)^2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}3f(x)=0 & \text{vô nghiêm}\\ x^3+x^2-4x+2=0 & \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow x^3+x^2-4x+2=0\Leftrightarrow x=1;x=-1-\sqrt{3};x=-1+\sqrt{3}.$

x	$-\infty$		$-1-\sqrt{3}$		-1		$-1+\sqrt{3}$		1		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $g(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là tâm của đáy $ABCD$, cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ (*tham khảo hình vẽ*)



a) Cosin của góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CS}$ bằng $\frac{1}{4}$.

b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

c) $\overrightarrow{SA}=\overrightarrow{SC}$.

d) $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{SD}=\frac{a^2}{2}$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{CS}\right)=\frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CS}}{BA.CS}$

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{CS}=\overrightarrow{BA}.\left(\overrightarrow{BS}-\overrightarrow{BC}\right)=\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BS}-\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=BA.BS.cos\widehat{SBA}-0=a.2a\frac{1}{4}-0=\frac{a^2}{2}$

Vậy $\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{SC}\right)=\frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{SC}}{BA.SC}=\frac{\frac{a^2}{2}}{a.2a}=\frac{1}{4}$.

b) Đúng. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

c) Sai. Vì $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{SC}$ không cùng hướng.

d) Sai. Vì $AO\perp SO; AO\perp BD\Rightarrow AO\perp(SBD)\Rightarrow AO\perp SD\Rightarrow\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{SD}=0$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, các véc tơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ và $AB=4; AD=3;\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AC'}\right)=30^0$.

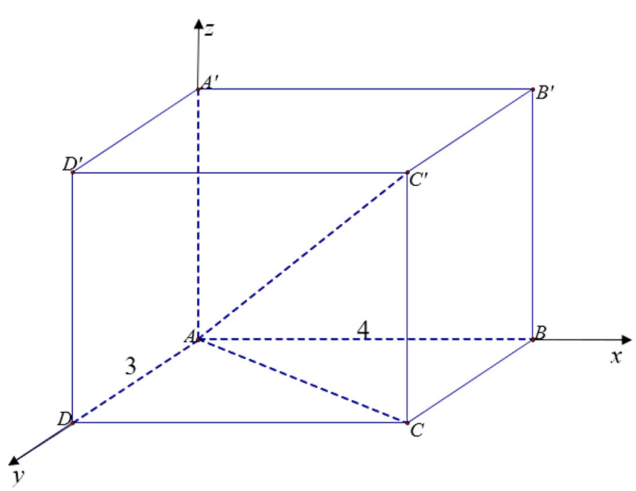
a) $\overrightarrow{AB}=4\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}$.

b) $C'\left(4;3;5\sqrt{3}\right)$.

c) $\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{j}+0\vec{k}$

d) Gọi x,y,z theo thứ tự là số đo các góc hợp bởi véc tơ $\overrightarrow{AC'}$ với các véc tơ $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AA'}$. Khi đó $\cos^2x+\cos^2y+\cos^2z=1$.

Lời giải



Tọa độ các điểm: $A(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;3;0), C\left(4;3;0\right)$,

Ta có $AC=\sqrt{3^2+4^4}=5$. Trong tam giác vuông ACC' ta có

$CC'=AC\tan\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AC'}\right)=\frac{5\sqrt{3}}{3}\Rightarrow A'\left(0;0;\frac{5\sqrt{3}}{3}\right),B'\left(4;0;\frac{5\sqrt{3}}{3}\right),C'\left(4;3;\frac{5\sqrt{3}}{3}\right),D'\left(0;3;\frac{5\sqrt{3}}{3}\right).$

a) Đúng. Vì $\overrightarrow{AB}=(4;0;0)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=4\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}.$

b) Sai. Vì $C'\left(4;3;\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$

c) Sai. Ta có $\overrightarrow{AC}=(4;3;0)\Leftrightarrow\overrightarrow{AC}=4\vec{i}+3\vec{j}+0\vec{k}$

d) Đúng. Ta có

$\overrightarrow{AB}=(4;0;0),\overrightarrow{AD}=(0;3;0),\overrightarrow{AA'}=\left(0;0;\frac{5\sqrt{3}}{3}\right),\overrightarrow{AC'}=\left(4;3;\frac{5\sqrt{3}}{3}\right),AC'=\frac{10\sqrt{3}}{3}.$

+ $\cos x=\frac{\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{AB}}{AC'.AB}=\frac{2\sqrt{3}}{5}\Rightarrow\cos^2 x=\frac{12}{25}.$

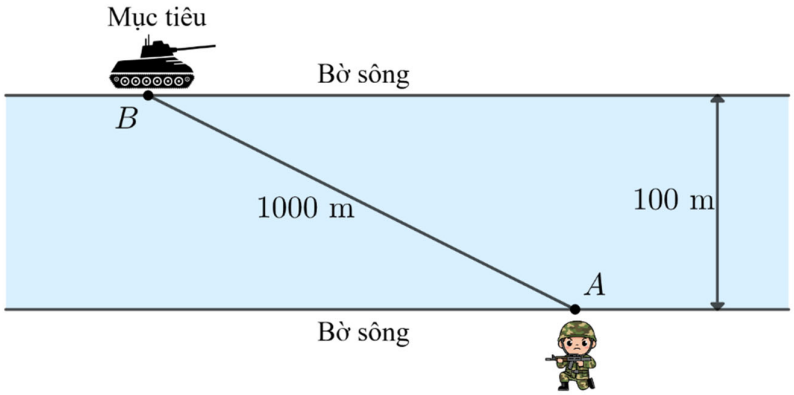
+ $\cos y=\frac{\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{AD}}{AC'.AD}=\frac{3\sqrt{3}}{10}\Rightarrow\cos^2 y=\frac{27}{100}.$

+ $\cos z=\frac{\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{AA'}}{AC'.AA'}=\frac{1}{2}\Rightarrow\cos^2 z=\frac{1}{4}.$

$\Rightarrow\cos^2 x+\cos^2 y+\cos^2 z=\frac{12}{25}+\frac{27}{100}+\frac{1}{4}=1.$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Một chến sĩ đặc công đang nấp ở bờ sông, cần phải bơi qua bờ bên kia để tấn công mục tiêu. Có thể xem con sông này là thẳng và có độ rộng 100 m; vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy bộ. Biết rằng mục tiêu tấn công cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay, hỏi chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)*?

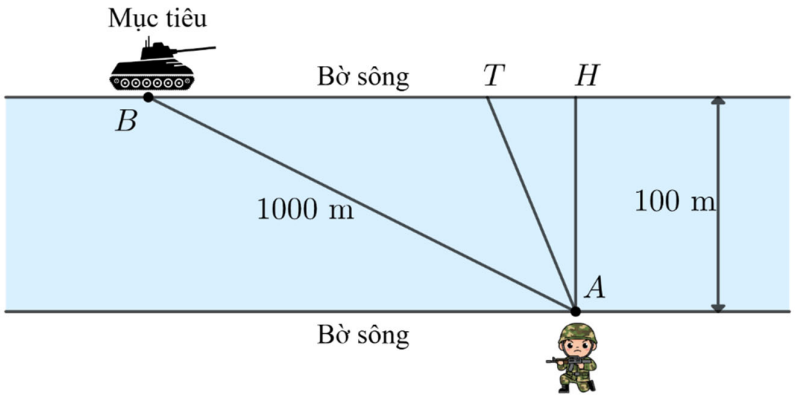


Lời giải

Đáp số: 106.

Gọi v (km/h) là vận tốc bơi của chiến sĩ, khi đó vận tốc chạy của chiến sĩ là $3v$ (km/h).

Giả sử chiến sĩ bơi từ A đến T rồi chạy từ T đến B.



Thời gian người đó bơi từ A đến T là $t_{AT} = \dfrac{AT}{v}$ (giờ).

Thời gian người đó chạy từ T đến B là $t_{TB} = \dfrac{TB}{3v}$ (giờ).

Suy ra tổng thời gian người đó đến mục tiêu là $t = t_{AT} + t_{TB} = \dfrac{1}{v}\left(AT + \dfrac{1}{3}TB\right)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên bờ sông có chứa B. Đặt $HT = x$ (km), $x \geq 0$.

Đổi đơn vị: $100 \text{ m} = 0{,}1 \text{ km}$.

Định lý Pythagore: $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{1^2 - 0{,}1^2} = \dfrac{3\sqrt{11}}{10}$ (km).

Suy ra $BT = BH - HT = \dfrac{3\sqrt{11}}{10} - x$ (km).

Định lý Pythagore: $AT = \sqrt{HT^2 + AH^2} = \sqrt{x^2 + 0{,}1^2} = \sqrt{x^2 + 0{,}01}$ (km).

Suy ra $t = \dfrac{1}{v}\left[\sqrt{x^2 + 0{,}01} + \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{3\sqrt{11}}{10} - x\right)\right]$(giờ).

Đặt $f(x) = \sqrt{x^2 + 0{,}01} + \dfrac{1}{3}\left(\dfrac{3\sqrt{11}}{10} - x\right)$ với $x \geq 0$. Thời gian t nhỏ nhất khi $f(x)$ nhỏ nhất.

Ta có $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 0{,}01}} - \dfrac{1}{3}$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 0{,}01}} - \dfrac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow 3x = \sqrt{x^2 + 0{,}01} \Rightarrow 9x^2 = x^2 + 0{,}01 \Rightarrow x = \pm\dfrac{\sqrt{2}}{40}$.

Thử lại, ta chỉ nhận $x = \dfrac{\sqrt{2}}{40}$. Lập bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0		$\dfrac{\sqrt{2}}{40}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ nhỏ nhất khi $x = \dfrac{\sqrt{2}}{40}$.

Khi đó $AT=\sqrt{x^2+0,01}=\dfrac{3\sqrt{2}}{40}\ (\text{km})=75\sqrt{2}\ (\text{m})\approx 106\ (\text{m})$.

Vậy chiến sĩ phải bơi khoảng $75\sqrt{2}\approx 106$ (mét) để đến được mục tiêu nhanh nhất.

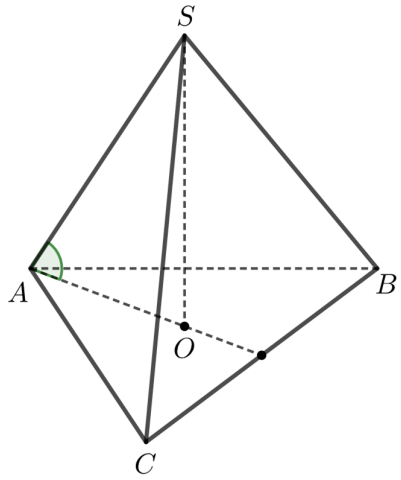
Câu 2. Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là $30\sqrt{3}$ N và được phân bổ thành ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ lên ba chân của giá đỡ. Ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ với mặt đất là $60°$. Hỏi độ lớn của lực $\overrightarrow{F_1}$ là bao nhiêu N?

Lời giải

Đáp số: 20.

Gọi S là vị trí giao điểm của ba chân máy. Vẽ các vectơ $\overrightarrow{SA}=\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{F_3}$.

Khi đó theo giả thiết, khối chóp $S.ABC$ là khối chóp có $SA=SB=SC$ (do độ lớn các lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ bằng nhau) và các góc $(SA,(ABC))=(SB,(ABC))=(SC,(ABC))=60°$. Suy ra khối chóp $S.ABC$ là một khối chóp tam giác đều.



Gọi O là trọng tâm $\Delta ABC\Rightarrow SO\perp(ABC)$.

Theo giả thiết: $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{P}$. Mà mặt khác: $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_3}=3\overrightarrow{SO}$.

Suy ra $3\overrightarrow{SO}=\overrightarrow{P}\Rightarrow 3SO=\left|\overrightarrow{P}\right|=30\sqrt{3}\ (\text{N})\Rightarrow SO=10\sqrt{3}\ (\text{N})$.

Ta có $(SA,(ABC))=(SA,OA)=\widehat{SAO}=60°$.

Mà $\sin\widehat{SAO}=\dfrac{SO}{SA}\Rightarrow SA=\dfrac{SO}{\sin\widehat{SAO}}=\dfrac{10\sqrt{3}}{\sin 60°}=20\ (\text{N})$. Vậy $\left|\overrightarrow{F_1}\right|=SA=20\ (\text{N})$.

Câu 3. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+2026}{x-2025}$ cùng với hai trục toạ độ tạo thành hình chữ nhật có chu vi bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 4060.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+2026}{x-2025}$ có đường tiệm cận ngang $y=5$ và có đường tiệm cận đứng $x=2025$. Hai đường này cùng với hai trục toạ độ tạo thành hình chữ nhật có chu vi $P=2(5+2025)=4060$.

Câu 4. Biết điểm $M(a;b)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 5.

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-12x+9$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$. Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ là điểm $M(1;4)$

$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases}$. Vậy $a+b=5$.

---------- HẾT ----------

❀ Đề 07

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_0\ (m/s)$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -5t + 20\ (m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là

A. $30\ m$. **B.** $45\ m$. **C.** $34\ m$. **D.** $40\ m$.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$

A. $\overrightarrow{AB'}$. **B.** $\overrightarrow{HG}$. **C.** $\overrightarrow{FE}$. **D.** $\overrightarrow{CD}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;-3)$ và điểm $B(3;5;-1)$, vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $\overrightarrow{AB} = (2;2;2)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (2;2;-2)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (2;2;5)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (2;-2;2)$

Câu 4. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, nếu $\vec{a} = (-2;1;-1)$; $\vec{b} = (1;2;-3)$ thì $2\vec{a} - 3\vec{b}$ có tọa độ là

A. $(2;3;1)$. **B.** $(4;-1;2)$. **C.** $(-5;-2;1)$. **D.** $(-7;-4;7)$.

Câu 5. . Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 4$. Giá trị cực đại của hàm số là

A. 2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -2.

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x - 2}{x - 1}$. Gọi d là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thì d đi qua điểm nào trong các điểm sau:

A. $M(1;1)$. **B.** $N(2;-3)$. **C.** $P(-1;-4)$. **D.** $Q(5;1)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Nếu $\overrightarrow{SC} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD} + c\overrightarrow{AS}$ thì $a + b - c$ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$; $B(3;3;3)$; $C(-1;-2;2)$. Để $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là

A. $D(3;-6;1)$. **B.** $D(3;-6;-1)$. **C.** $D(-3;-6;-1)$. **D.** $D(-3;-6;1)$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) > 0\ \forall x \in (2;5)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số luôn đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số luôn đồng biến trên $(3;4)$. **D.** Hàm số luôn đồng biến trên $(2;6)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và đồng biến trên $[1;2]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số là $f(2)$.

B. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $[1;2]$.

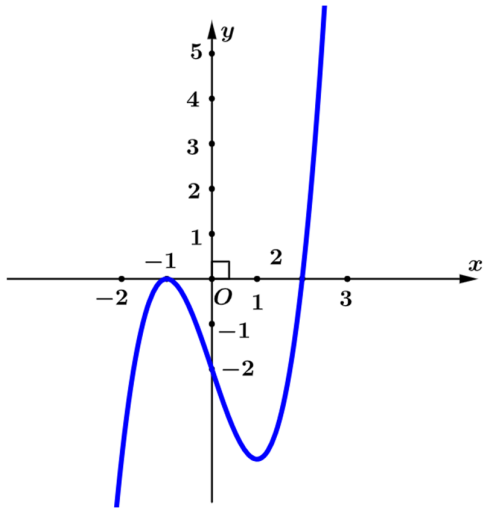
C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên $[1;2]$ tại $x = 1$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất nhưng không có giá trị lớn nhất trên $[1;2]$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $y=2$. **B.** $y=x$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 12. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=\dfrac{x^2-1}{3x+5}$. **C.** $y=\log x$. **D.** $y=x^3-3x-2$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{x-2}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

b) Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(4;+\infty)$.

d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=4$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

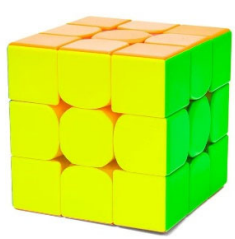
a) Tọa độ vectơ $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$.

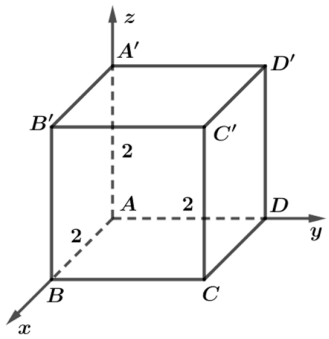
b) Độ dài của vectơ $\left|\overrightarrow{MN}\right|$ bằng $\sqrt{17}$.

c) Tọa độ của vectơ $\vec{v}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}$ là $\vec{v}=(1;4;0)$.

d) Cho $P(1;m-1;3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m=1$.

Câu 3. Khối rubik như hình vẽ có độ dài cạnh bằng 2. Khi gắn rubik vào hệ trục tọa độ trong không gian $Oxyz$, cho ta hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$; $B(2;0;0)$; $D(0;2;0)$; $A'(0;0;2)$. Gọi N là trung điểm của AA'.





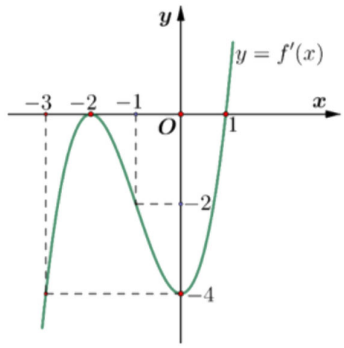
a) Tọa độ điểm $B(2;0;0)$ suy ra của vectơ $\overrightarrow{OB}=2\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}$.

b) Tọa độ điểm $C(0;2;2)$.

c) Tọa độ của điểm N là $N(0;0;1)$.

d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC'}$ bằng $3\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

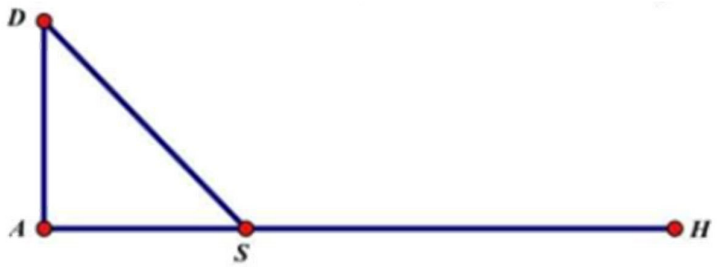
c) Trên đoạn $[-3;1]$, hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $f(-2)$.

d) Đồ thị của hàm số $g(x)=\dfrac{x+2}{f'(x)}$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}}$, m là tham số. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-50;50]$ để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận.

Câu 2. Một đường dây điện được nối từ nhà máy thủy điện Hòa Bình đến đất liền ở vị trí H đến đảo Dừa ở vị trí D theo đường gấp khúc HSD (S là một vị trí trên đất liền) như hình vẽ. Biết khoảng cách từ đảo Dừa vào đất liền là $DA=15km$ và khoảng cách $AH=40km$. Để lắp đặt đường dây điện dưới nước có chi phí là $6000USD/1km$, dây điện trên đất liền có chi phí $3000USD/km$. Hỏi điểm S cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ H qua S rồi đến D là ít tốn kém nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm



Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AC,BD. Gọi I là trung điểm đoạn MN. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{IA}+(2k-1)\overrightarrow{IB}+k\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

Câu 4. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị km), radar phát hiện một chiếc máy bay đang chuyển động đều (vận tốc và hướng không đổi) từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút.

Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $D(x;y;z)$. Hỏi giá trị $x-y+z$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S=-\frac{1}{3}t^3+4t^2+9t(m)$ với $t\geq 0$ là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu chuyển động, và S là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng thời gian $(a;b)$ giây thì vận tốc của vật tăng. Tính $a+b$?.

Câu 6. Ông An dự định sử dụng hết $5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Chiều dài gấp đôi chiều rộng. Hỏi bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu m^3? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

---------- HẾT ----------

❀ Đề 07 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_0\ (m/s)$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -5t + 20\ (m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là

A. $30\ m$. **B.** $45\ m$. **C.** $34\ m$. **D.** $40\ m$.

Lời giải

Khi xe dừng hẳn ta có:

$$v(t) = 0$$

$$\Leftrightarrow -5t + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad t = 4$$

Từ lúc bắt đầu đạp phanh $t = 0$ thì xe có vận tốc ban đầu là: $v_0 = 20(\text{m/s})$

Gia tốc của xe chạy là: $a = v'(t) = -5\left(m/s^2\right)$

Áp dụng công thức tính quãng đường của chuyển động chậm dần đều trong vật lý là: $S = v_0 t - \dfrac{at^2}{2}$

Ta có quãng đường kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn là: $s = 20.4 - 5.\dfrac{4^2}{2} = 40(m)$.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$

A. $\overrightarrow{AB'}$. **B.** $\overrightarrow{HG}$. **C.** $\overrightarrow{FE}$. **D.** $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HG}$

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;-3)$ và điểm $B(3;5;-1)$, vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $\overrightarrow{AB} = (2;2;2)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (2;2;-2)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (2;2;5)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (2;-2;2)$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3-1;5-3;-1-(-3)) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;2;-2)$.

Câu 4. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, nếu $\vec{a} = (-2;1;-1)$; $\vec{b} = (1;2;-3)$ thì $2\vec{a} - 3\vec{b}$ có tọa độ là

A. $(2;3;1)$. **B.** $(4;-1;2)$. **C.** $(-5;-2;1)$. **D.** $(-7;-4;7)$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} = (-4;2;-2)$, $3\vec{b} = (3;6;-9) \Rightarrow 2\vec{a} - 3\vec{b} = (-7;-4;7)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 4$. Giá trị cực đại của hàm số là

A. 2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** -2.

Lời giải

Ta có: $y' = 8x^3 - 8x$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow y = 4 \\ x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = -1 \Rightarrow y = 2 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên sau đây:

x	$-\infty$		-1		0		$+1$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy: Giá trị cực đại của hàm số là 4.

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x - 2}{x - 1}$. Gọi d là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số thì d đi qua điểm nào trong các điểm sau:

A. $M(1;1)$. **B.** $N(2;-3)$. **C.** $P(-1;-4)$. **D.** $Q(5;1)$.

Lời giải

Lấy tử chia cho mẫu ta được: $y = \dfrac{x^2 - 4x - 2}{x - 1} = x - 3 - \dfrac{5}{x - 1}$

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty}\left[y - (x-3)\right] = \lim\limits_{x \to +\infty}\left(-\dfrac{5}{x-1}\right) = 0$ và $\lim\limits_{x \to -\infty}\left[y - (x-3)\right] = \lim\limits_{x \to -\infty}\left(-\dfrac{5}{x-1}\right) = 0$

Nên đường thẳng $d: y = x - 3$ chính là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Ta thấy: $P(-1;-4) \in d$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Nếu $\overrightarrow{SC} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AD} + c\overrightarrow{AS}$ thì $a + b - c$ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AS}$ (vì $ABCD$ là hình bình hành).

Suy ra $a = 1, b = 1, c = -1$. Vậy $a + b - c = 3$

Câu 8. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$; $B(3;3;3)$; $C(-1;-2;2)$. Để $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là

A. $D(3;-6;1)$. **B.** $D(3;-6;-1)$. **C.** $D(-3;-6;-1)$. **D.** $D(-3;-6;1)$.

Lời giải

Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 1 = -1 - x \\ 3 - (-1) = -2 - y \\ 3 - 2 = 2 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -6 \\ z = 1 \end{cases}$$

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) > 0\ \forall x \in (2;5)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số luôn đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số luôn đồng biến trên $(3;4)$. **D.** Hàm số luôn đồng biến trên $(2;6)$.

Lời giải

Vì $f'(x)>0\ \forall x\in(2;5)$ nên hàm số luôn đồng biến trên $(2;5)$ do đó hàm số luôn đồng biến trên $(3;4)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và đồng biến trên $[1;2]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số là $f(2)$.

B. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $[1;2]$.

C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên $[1;2]$ tại $x=1$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất nhưng không có giá trị lớn nhất trên $[1;2]$.

Lời giải

Vì hàm số $f(x)$ liên tục và đồng biến trên $[1;2]$. Nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên $[1;2]$ tại $x=1$.

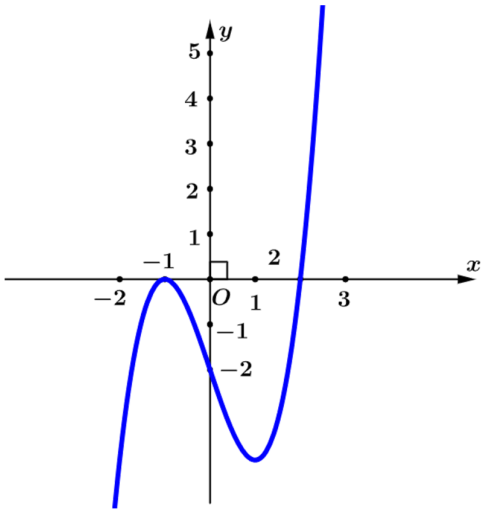
Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

A. $y=2$. **B.** $y=x$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$ suy ra Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là $x=2$.

Câu 12. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=\dfrac{x^2-1}{3x+5}$. **C.** $y=\log x$. **D.** $y=x^3-3x-2$.

Lời giải

Đồ thị qua điểm $(0;-2)$ nên đây là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x-2$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{x-2}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

b) Đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(4;+\infty)$.

d) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=4$.

Lời giải

a) Đúng.

b) Đúng.

Ta có $y=x+1+\dfrac{4}{x-2}$ nên đường thẳng $y=x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị.

c) Sai.

Ta có $y'=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=0 \end{array}\right.$

Ta có BBT của hàm số như sau:

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$ $-\infty$	$\Vert$	$+\infty$ $\searrow$	7	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(4;+\infty)$; nghịch biến trên các khoảng $(0;2)$ và $(2;4)$.

d) Sai.

Quan sát BBT ở trên suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=0$, đạt cực tiểu tại $x=4$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tọa độ vectơ $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$.

b) Độ dài của vectơ $\left|\overrightarrow{MN}\right|$ bằng $\sqrt{17}$.

c) Tọa độ của vectơ $\vec{v}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}$ là $\vec{v}=(1;4;0)$.

d) Cho $P(1;m-1;3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m=1$.

Lời giải

a) Sai.

$\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$.

b) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{MN}=(-3;-2;2)$ nên $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{(-3)^2+(-2)^2+2^2}=\sqrt{17}$.

c) Đúng.

Ta có: $\vec{v}=\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}=(2;3;-1)+(-1;1;1)=(1;4;0)$.

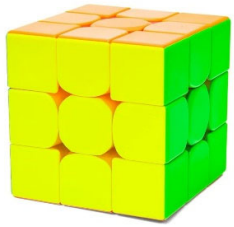
d) Đúng.

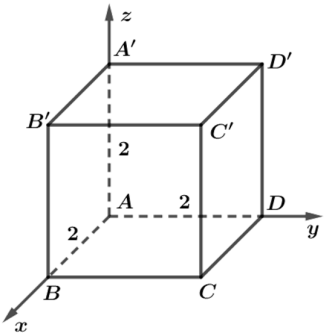
Xét tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{NP}=0$.

Mà $\overrightarrow{MN}=(-3;-2;2)$, $\overrightarrow{NP}=(2;m-2;2)$

Suy ra $-3.2-2(m-2)+2.2=0 \Leftrightarrow -2m=-2 \Leftrightarrow m=1$.

Câu 3. Khối rubik như hình vẽ có độ dài cạnh bằng 2. Khi gắn rubik vào hệ trục tọa độ trong không gian $Oxyz$, cho ta hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$; $B(2;0;0)$; $D(0;2;0)$; $A'(0;0;2)$. Gọi N là trung điểm của AA'.





a) Tọa độ điểm $B(2;0;0)$ suy ra của vectơ $\overrightarrow{OB}=2\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}$.

b) Tọa độ điểm $C(0;2;2)$.

c) Tọa độ của điểm N là $N(0;0;1)$.

d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC'}$ bằng $3\sqrt{2}$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{OB}=(2;0;0)$. Khi đó $\overrightarrow{OB}=2\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}$.

b) Sai.

Điểm C có tọa độ $C(2;2;0)$.

c) Đúng.

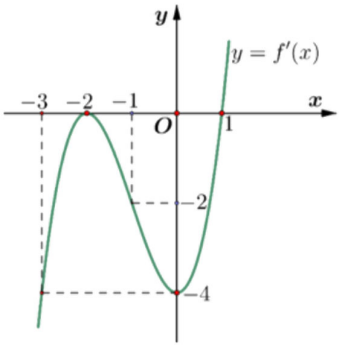
Vì N là trung điểm AA' nên $N(0;0;1)$.

d) Sai.

Ta có $C'(2;2;2)$.

Ta có vectơ $\overrightarrow{AC'}=(2;2;2)$. Khi đó $\left|\overrightarrow{AC'}\right|=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=2\sqrt{3}$

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Trên đoạn $[-3;1]$, hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $f(-2)$.

d) Đồ thị của hàm số $g(x)=\dfrac{x+2}{f'(x)}$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Lời giải

a) Sai.

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)<0$ với $x\in(-\infty;-2)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Sai.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị.

c) Sai.

Dựa theo bảng biến thiên, ta có:

Trên đoạn $[-3;1]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất là $f(-3)$.

d) Đúng.

Ta có $g(x)=\dfrac{x+2}{f'(x)}$. Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$.

Mặt khác, ta thấy rằng $x=-2$ là nghiệm đa thức trên tử của hàm số $g(x)$.

Do đó, hàm số $g(x)$ có phương trình đường tiệm cận đứng $x=1$.

Vì hàm số $f'(x)$ là một hàm bậc ba nên hàm số $g(x)$ có bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu.

Khi đó $\lim\limits_{x\to\infty}g(x)=0$ hay hàm số $g(x)$ có phương trình đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}}$, m là tham số. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-50;50]$ để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận.

Lời giải

Đáp số: 49

Điều kiện $x>m$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\left(\dfrac{3}{x}-1\right)\sqrt{x-m}}=0$ nên có tiệm cận ngang $y=0$, để đồ thị hàm số có đúng 2 tiệm cận do đó hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng $x=m$

TH1: Với $m=-1 \Rightarrow f(x)$ trở thành $f(x)=\dfrac{x+1}{(3-x)\sqrt{x+1}}$

Trường hợp này có 1 tiệm cận đứng là $x=3$ nên nhận $m=-1$.

TH 2: $m<3, m\neq -1$ xét hàm $f(x)=\dfrac{x+1}{(3-x).\sqrt{x-m}}$. Có tập xác định $D=(m;3)\cup(3;+\infty)$

Trường hợp này có 2 tiệm cận đứng $x=3; x=m$ nên loại

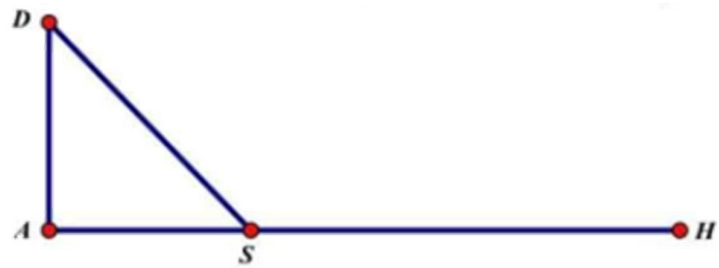
TH 3: Do đó $m\geq 3$ xét $f(x)=\dfrac{x+1}{(3-x)\sqrt{x-m}}$

TXĐ: $D=(m;+\infty)$.

Hàm số $f(x)$ có một tiện đứng là $x=m$ thỏa mãn bài toán mà m nguyên thuộc $[-50;50]$ nên $m\in[3;50]$. Do đó 48 giá trị cuả m.

Vậy có 49 giá trị M.

Câu 2. Một đường dây điện được nối từ nhà máy thủy điện Hòa Bình đến đất liền ở vị trí H đến đảo Dừa ở vị trí D theo đường gấp khúc HSD (S là một vị trí trên đất liền) như hình vẽ. Biết khoảng cách từ đảo Dừa vào đất liền là $DA=15km$ và khoảng cách $AH=40km$. Để lắp đặt đường dây điện dưới nước có chi phí là $6000USD/1km$, dây điện trên đất liền có chi phí $3000USD/km$. Hỏi điểm S cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ H qua S rồi đến D là ít tốn kém nhất. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm



Lời giải

Đáp số: 8,66.

Gọi $SA=x$, $SH=40-x$, suy ra $SD=\sqrt{x^2+225}$.

Tổng chi phí để mắc dây điện là $y=6000.\sqrt{x^2+225}+(40-x).3000$ nhỏ nhất

$$y'=\frac{6000.2x}{2\sqrt{x^2+225}}-3000=\frac{6000x}{\sqrt{x^2+225}}-3000$$

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \dfrac{6000x}{\sqrt{x^2+225}}-3000=0 \Leftrightarrow 2x=\sqrt{x^2+225} \Leftrightarrow 4x^2=x^2+225 \Leftrightarrow 3x^2-225=0$

$x=5\sqrt{3}; x=-5\sqrt{3}$

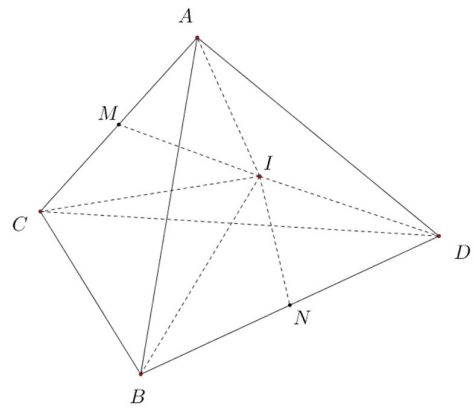
x	0		$5\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	$f(5\sqrt{3})$	$\nearrow$	

Vậy để khi mắc dây điện từ H qua S rồi đến D là ít tốn kém nhất thì độ dài $SA=5\sqrt{3}=8,66$ km.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BD. Gọi I là trung điểm đoạn MN. Tìm giá trị thực của k thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{IA}+(2k-1)\overrightarrow{IB}+k\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

Lời giải

Đáp số: 1.



Vì M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AC, BD nên $\begin{cases}\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IC}=2\overrightarrow{IM}\\ \overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}=2\overrightarrow{IN}\end{cases}$

Mặt khác $\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IN}=\vec{0}$ (I là trung điểm đoạn MN)

Suy ra $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

Ta có

$\overrightarrow{IA}+(2k-1)\overrightarrow{IB}+k\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}$

$=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}+(2k-2)\overrightarrow{IB}+(k-1)\overrightarrow{IC}$

$=(2k-2)\overrightarrow{IB}+(k-1)\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

Suy ra $(k-1)\left(2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)=\vec{0}$

Mà $2\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\neq\vec{0}$ nên $k-1=0\Leftrightarrow k=1$.

Câu 4. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị km), radar phát hiện một chiếc máy bay đang chuyển động đều (vận tốc và hướng không đổi) từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $D(x;y;z)$. Hỏi giá trị $x-y+z$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 489.

Ta có: Vector dịch chuyển từ A đến B trong 10 phút là

$\overrightarrow{AB}=(940-800;550-500;8-7)=(140;50;1)$

Vì chuyển động đều và tiếp tục giữ hướng và vận tốc như vậy trong 10 phút kế tiếp, thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $\begin{cases}x_D=940+140=1080\\ y_D=550+50=600\\ z_D=8+1=9\end{cases}\Rightarrow D(1080;600;9)$

Do đó $x-y+z=1080-600+9=489$.

Câu 5. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S=-\frac{1}{3}t^3+4t^2+9t\,(m)$ với $t\geq 0$ là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu chuyển động, và S là quãng đường vật đi được trong thời gian

đó. Trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng thời gian $(a;b)$ giây thì vận tốc của vật tăng. Tính $a+b$?.

Lời giải

Đáp số: 4.

$S=-\frac{1}{3}t^3+4t^2+9t(m)\Rightarrow v(t)=S'(t)=-t^2+8t$.

$v'(t)=-2t+8; v'(t)=0\Leftrightarrow -2t+8=0\Leftrightarrow t=4$.

Bảng biến thiên

t	0		4		10
v'		+	0	−	
v		↗		↘	

Trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng thời gian $(0;4)$ giây thì vận tốc của vật tăng. Tính $a+b=4$.

Câu 6. Ông An dự định sử dụng hết $5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính dạng hình hộp chữ nhật không nắp. Chiều dài gấp đôi chiều rộng. Hỏi bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu m^3? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: 4.

Gọi chiều rộng là $x(m)(x>0)$ suy ra chiều dài $2x(m)$,

Gọi chiều cao là $h(m), h>0$.

Diện tích kính sử dụng (không có nắp) gồm đáy và 4 mặt bên và 1 mặt đáy : $S=2x^2+6xh$.

Do đó tổng diện tích kính là $5m^2\Rightarrow 2x^2+6xh=5\Leftrightarrow h=\frac{5-2x^2}{6x}$.

$h>0\Leftrightarrow\begin{cases}5-2x^2>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<\sqrt{\frac{5}{2}}$

Thể tích V của bể: $V=2x^2.h=2x^2.\frac{5-2x^2}{6x}=\frac{5x-2x^3}{3}$.

$\Rightarrow V'(x)=\frac{1}{3}(5-6x^2); V'(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{3}(5-6x^2)=0\Rightarrow x=\sqrt{\frac{5}{6}}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\sqrt{\frac{5}{6}}$		$\sqrt{\frac{5}{2}}$
V'		+	0	−	
V		↗	$\frac{5\sqrt{30}}{27}$	↘	

Vậy bể cá có thể tích lớn nhất bằng $1,01m^3$.

---------- **HẾT** ----------

❀ Đề 08

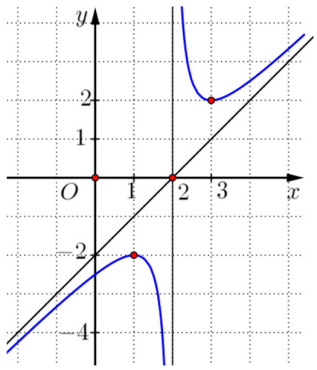
Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

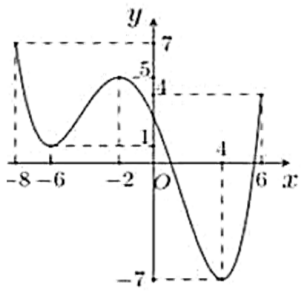
A. $(-2;2)$. **B.** $(2,+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1,4)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ (với $a \neq 0; m \neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số là



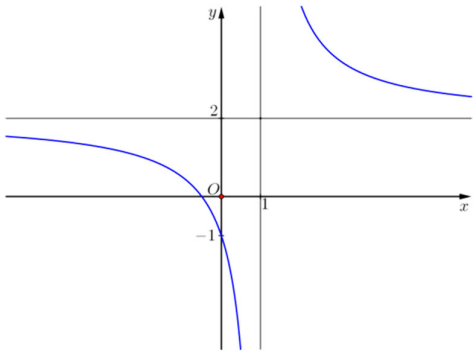
A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị trên đoạn $[-8;6]$ như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



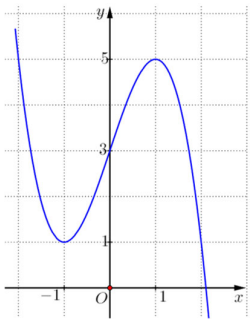
A. $\max\limits_{[-6;6]} f(x) = 6$. **B.** $\max\limits_{[-6;6]} f(x) = 4$. **C.** $\max\limits_{[-6;6]} f(x) = 7$. **D.** $\max\limits_{[-6;6]} f(x) = 5$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0, ad - bc \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là



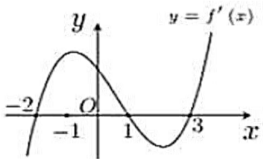
A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Câu 5. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=-2x^3+6x+3$. **B.** $y=x^3-3x+3$. **C.** $y=\dfrac{-x^3}{3}+x+3$. **D.** $y=-x^3+3x+3$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+k$ $(a\neq 0)$ có đạo hàm $f'(x)$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



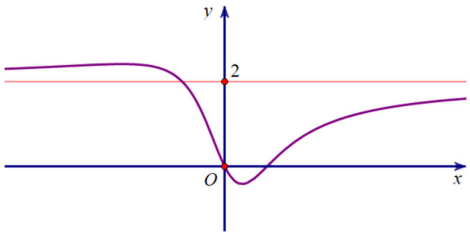
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-a^2}{x+1}$, với a là tham số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\max\limits_{[0;1]} f(x)=-a^2$. **B.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{1-a^2}{2}$.

C. $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{2-a^2}{3}$. **D.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{3-a^2}{4}$.

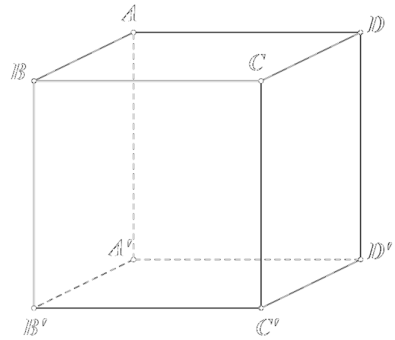
Câu 8. Cho hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị có đường tiệm cận ngang như hình bên cạnh. Hàm số $f(x)$ có thể là hàm số nào trong các hàm số sau



A. $f(x)=\dfrac{2x^2-2x}{x^2+1}$. **B.** $f(x)=\dfrac{2x^2+2x}{x^2+1}$.

C. $f(x)=\dfrac{x^2-x}{2x^2+1}$. **D.** $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{A'C}$.

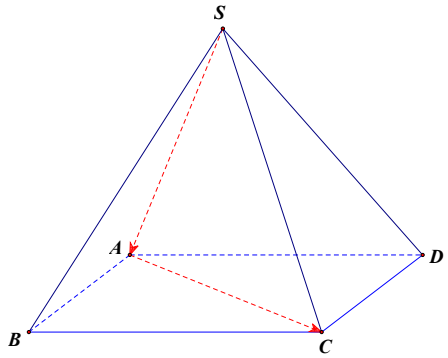
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vec tơ $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$. Khi đó tọa độ điểm A là

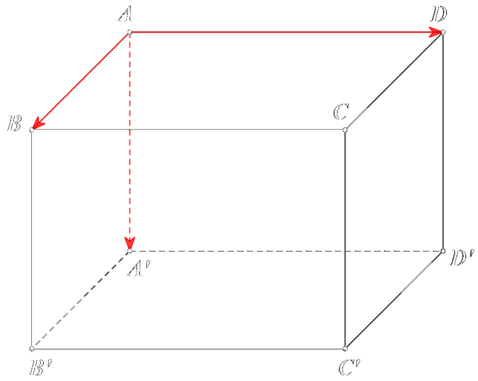
A. $A(3;2;4)$. **B.** $A(-3;2;-4)$. **C.** $A(3;-2;4)$. **D.** $A(-2;3;4)$.

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tích vô hướng $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}$ bằng



A. $4a^2$. **B.** $4\sqrt{2}a^2$. **C.** $-2a^2$. **D.** $-4a^2$.

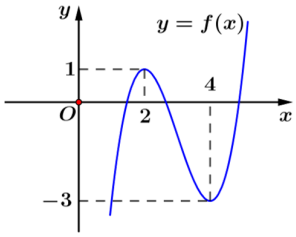
Câu 12. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB=25$, $AD=50$, $AA'=55$ và $\widehat{BAD}=120°$. Đặt $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$ (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $|\vec{u}|=10\sqrt{74}$. **B.** $|\vec{u}|=70$. **C.** $|\vec{u}|=5\sqrt{271}$. **D.** $|\vec{u}|=84$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có toạ độ $(4;-3)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

c) $a>0$ và $d>0$.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x)$ có toạ độ $(3;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-ax+10}{bx-c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0,b\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

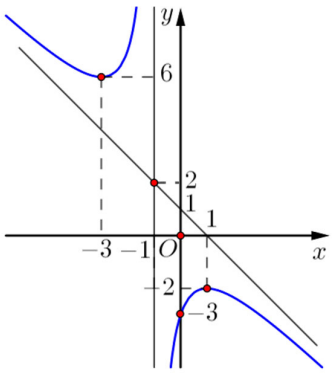
a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x>4$.

d) Giá trị tổng $2a+4b+c$ thuộc khoảng $(-5;0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+n}$ $(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(-1;1)$.

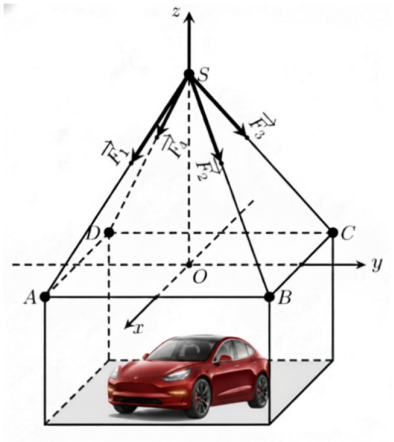
b) Điểm cực đại của hàm số là $x_{CD}=-3$.

c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x+1$.

d) Phương trình $f(x)=-4-m^2$ luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị của tham số m.

Câu 4. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$ có tâm O, với cạnh $AB=8m$, $BC=6m$. Mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc S của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp SA,SB,SC,SD có độ dài bằng nhau và móc S cách mặt phẳng

$(ABCD)$ $5m$. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ bằng $7000N$ và trọng lượng của khung sắt bằng $3000N$. Chọn hệ trục tọa độ như trong hình bên (đơn vị độ dài trên mỗi trục là $1m$). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) $\overrightarrow{OS} = (0;0;5)$.

b) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SO}$.

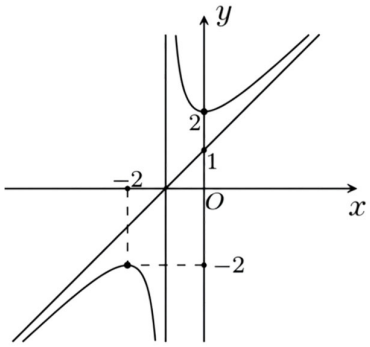
c) Tọa độ của các đỉnh A, B, C là: $A(3;-4;0)$, $B(3;4;0)$, $C(-3;4;0)$.

d) Trọng lượng của chiếc ôtô xấp xỉ $16799N$.

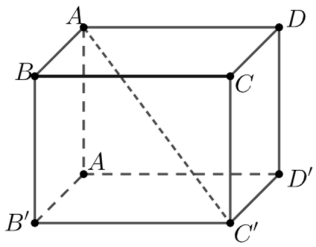
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 36x^2 + 1152x - 10110$. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a \neq 0$; $m \neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = kx + d$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2d - 300k$.

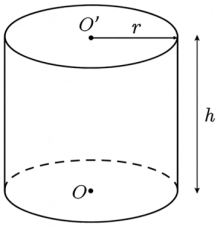


Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 12. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{CB}$.



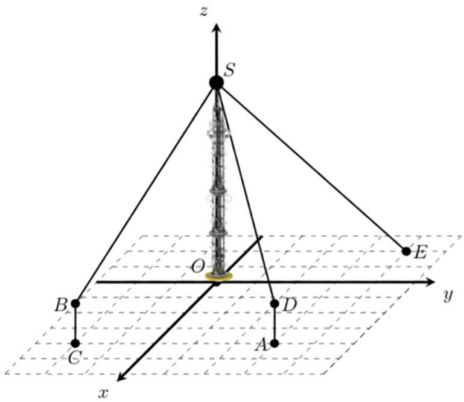
Câu 4. Nhằm góp phần giảm chi phí logistic, một công ty nước giải khát dự định đổi mẫu lon nước ngọt dạng hình trụ có thể tích bằng 330 ml (mililit). Nhà thiết kế cần thiết kế mẫu lon này có bán kính hình tròn đáy bằng bao nhiêu centimet để tiết kiệm vật liệu nhất? (*Kết quả làm tròn*

đến hàng phần trăm). Biết rằng thể tích khối trụ và diện tích xung quanh của hình trụ lần lượt là $\pi r^2 h$ và $2\pi rh$.



Câu 5. Công ty A chuyên sản xuất thiết bị công nghệ cao, họ sản xuất với số lượng sản phẩm không vượt quá 200, công ty ước tính rằng sản phẩm của họ có thể sản xuất với tổng chi phí $C(x) = 45000 + 100x + x^3$ đô la khi sản xuất x sản phẩm và tổng doanh thu khi bán hết x sản phẩm là $R(x) = 50800x$ đô la. Công ty A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để thu được lợi nhuận là lớn nhất?

Câu 6. Một trụ anten viễn thông được lắp đặt trên nóc của một tòa nhà cao tầng, để trụ anten được vững chắc và chống chọi được gió bão, các kỹ sư lắp đặt đã chằng trụ anten này bằng ba sợi dây thép đặc biệt không bị trùng đồng thời được căng thẳng bằng các thiết bị chuyên dụng. Do đặc điểm của mặt sàn, để đảm bảo yếu tố kỹ thuật, các kỹ sư đã xây thêm hai trụ BC, AD, mỗi trụ cao 1 mét (tính từ mặt sàn), hai dây được móc vào hai đầu trụ, dây thứ ba được móc liền với mặt sàn tại vị trí điểm E, điểm móc dây trên thân anten (điểm S) cách mặt sàn 5 mét. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình bên (mỗi đơn vị trên trục là 1 mét), với gốc tọa độ trùng với chân trụ anten, mặt sàn trùng với mặt phẳng (Oxy) (xem hình minh họa). Biết rằng $\overrightarrow{BE} = (a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - b + c$.



---------- HẾT ----------

❀ Đề 08 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

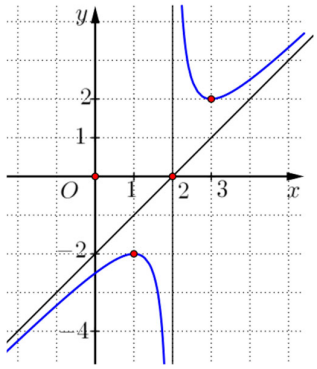
Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(-2;2)$. **B.** $(2,+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1,4)$.

Lời giải

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ (với $a\neq 0; m\neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số là

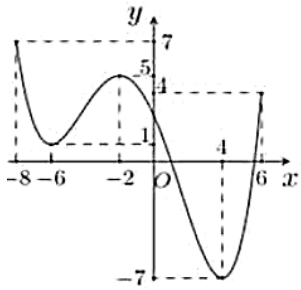


A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD}=2$

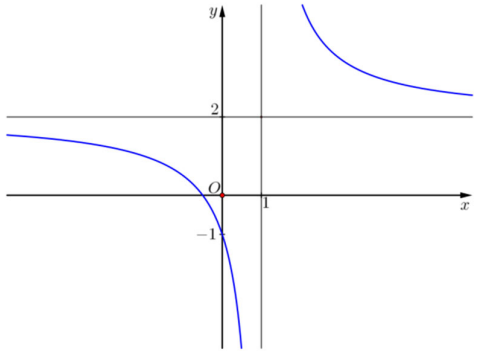
Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị trên đoạn $[-8;6]$ như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-6;6]} f(x)=6$. **B.** $\max\limits_{[-6;6]} f(x)=4$. **C.** $\max\limits_{[-6;6]} f(x)=7$. **D.** $\max\limits_{[-6;6]} f(x)=5$.

Lời giải

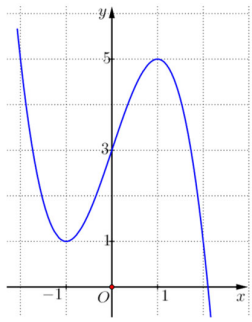
Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là



A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Câu 5. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?

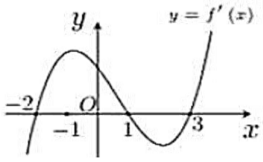


A. $y=-2x^3+6x+3$. **B.** $y=x^3-3x+3$. **C.** $y=\dfrac{-x^3}{3}+x+3$. **D.** $y=-x^3+3x+3$.

Lời giải

Với $x=1 \Rightarrow y=5$ ta chọn phương án D.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+k$ $(a\neq 0)$ có đạo hàm $f'(x)$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số có 3 điểm cực trị

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-a^2}{x+1}$, với a là tham số thực. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\max\limits_{[0;1]} f(x)=-a^2$. **B.** $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{1-a^2}{2}$.

C. $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{2-a^2}{3}$.

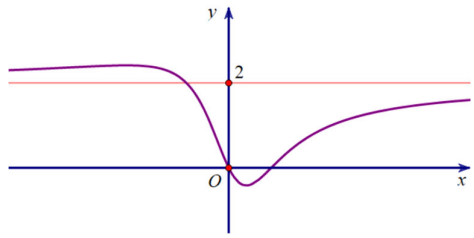
D. $\max\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{3-a^2}{4}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{1+a^2}{(x+1)^2}>0, \forall x\in[0;1]$. Suy ra hàm số đồng biến trên $[0;1]$.

Do đó $\max\limits_{[0;1]} f(x)=f(1)=\dfrac{1-a^2}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị có đường tiệm cận ngang như hình bên cạnh. Hàm số $f(x)$ có thể là hàm số nào trong các hàm số sau



A. $f(x)=\dfrac{2x^2-2x}{x^2+1}$.

B. $f(x)=\dfrac{2x^2+2x}{x^2+1}$.

C. $f(x)=\dfrac{x^2-x}{2x^2+1}$.

D. $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$.

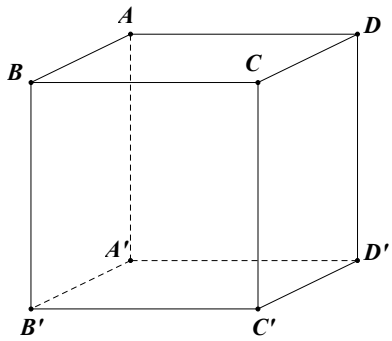
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2$ nên loại đáp án $f(x)=\dfrac{x^2-x}{2x^2+1}$ vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-x}{2x^2+1}=\dfrac{1}{2}$.

+ Đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=2$ tại 1 điểm có hoành độ âm nên loại đáp án $f(x)=\dfrac{2x^2+2x}{x^2+1}$ (vì cắt tại $x=1$), và loai đáp án $f(x)=\dfrac{2x^2}{x^2+1}$ (vì không cắt đường thẳng $y=2$)

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{A'C}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có các khẳng định sau đúng: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$, $\overrightarrow{A'A}+\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{A'C}$, $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

Do đó khẳng định sai là $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

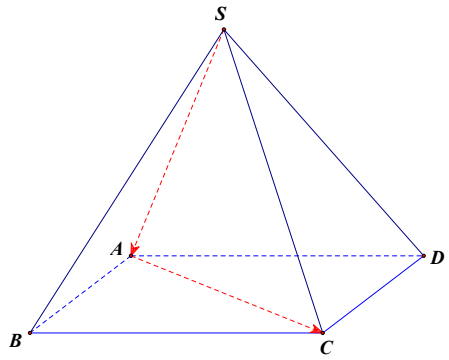
Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vec tơ $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$. Khi đó tọa độ điểm A là

A. $A(3;2;4)$. **B.** $A(-3;2;-4)$. **C.** $A(3;-2;4)$. **D.** $A(-2;3;4)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OA}=3\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}\Rightarrow A(3;-2;4)$.

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tích vô hướng $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}$ bằng



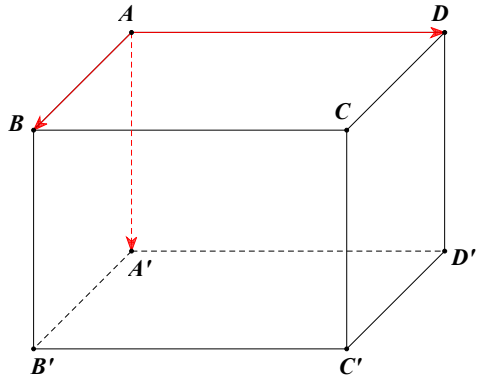
A. $4a^2$. **B.** $4\sqrt{2}a^2$. **C.** $-2a^2$. **D.** $-4a^2$.

Lời giải

Ta có

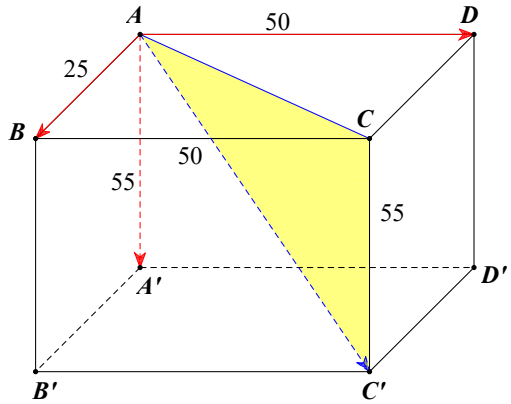
$$\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{SA}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)=-\left(\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AD}\right)$$
$$=-\left(2a.2a.\cos 60^\circ+2a.2a.\cos 60^\circ\right)=-4a^2$$

Câu 12. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB=25$, $AD=50$, $AA'=55$ và $\widehat{BAD}=120^\circ$. Đặt $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$ (tham khảo hình vẽ). Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $\left|\vec{u}\right|=10\sqrt{74}$. **B.** $\left|\vec{u}\right|=70$. **C.** $\left|\vec{u}\right|=5\sqrt{271}$. **D.** $\left|\vec{u}\right|=84$.

Lời giải



Ta có $\left|\vec{u}\right| = \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right| = \left|\overrightarrow{AC'}\right| = AC' = \sqrt{(AC)^2 + (CC')^2}$ (1).

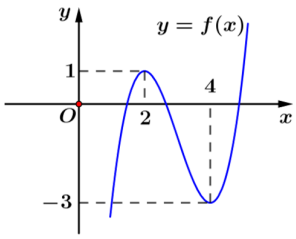
Xét tam giác ABC ta có $AB = 25, BC = 50$, $\widehat{ABC} = 180 - \widehat{BAD} = 60°$. Suy ra:

$AC = \sqrt{25^2 + 50^2 - 2.25.50.\cos 60°} = 25\sqrt{3}$ (2).

Từ $(1),(2)$ ta có $\left|\vec{u}\right| = AC' = \sqrt{\left(25\sqrt{3}\right)^2 + 55^2} = 70$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có toạ độ $(4;-3)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

c) $a > 0$ và $d > 0$.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x)$ có toạ độ $(3;-1)$.

Lời giải

a) Đúng.

Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có toạ độ $(4;-3)$.

b) Sai.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

c) Sai.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(4;+\infty)$ nên suy ra hệ số $a > 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm, mà $f(0) = d$ nên suy ra $d < 0$.

d) Đúng.

Hàm số bậc ba có tâm đối xứng là điểm uốn.

Hoành độ điểm uốn x_I là trung bình cộng của hoành độ các điểm cực trị.

$\Rightarrow x_I = 3, y_I = -1$

Vậy tâm đối xứng có tọa độ là $(3;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{-ax+10}{bx-c}$ $(a,b,c \in \mathbb{R}; a \neq 0, b \neq 0)$ có bảng biến thiên như hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

b) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x > 4$.

d) Giá trị tổng $2a + 4b + c$ thuộc khoảng $(-5;0)$.

Lời giải

a) Đúng.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không xác định tại $x = 4$, và đây là vị trí của tiệm cận đứng. Do đó, tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

b) Sai.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$ và $(4;+\infty)$.

c) Đúng.

Từ bảng biến thiên ta có:

Tiệm cận đứng là $x = 4 \Rightarrow x = \dfrac{c}{b} = 4 \Rightarrow c = 4b$.

Tiệm cận ngang là $y = 2$ $y = -\dfrac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = -2b$.

mà $f'(x) = \dfrac{ac - 10b}{(bx-c)^2} > 0, \forall \neq 4$.

$\Rightarrow ac - 10b > 0$.

Thay $a = -2b$ và $c = 4b$ vào, ta được:

$-8b^2 - 10b > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{5}{4} < b < 0$.

Giao điểm với trục hoành $f(x) = 0 \Rightarrow x = \dfrac{10}{a} = -\dfrac{5}{b} \Rightarrow b = -\dfrac{5}{x}$

Vì $-\dfrac{5}{4} < b < 0 \Rightarrow -\dfrac{5}{4} < \dfrac{-5}{x} < 0 \Rightarrow 0 < \dfrac{1}{x} < \dfrac{1}{4} \Rightarrow x > 4$.

d) Đúng.

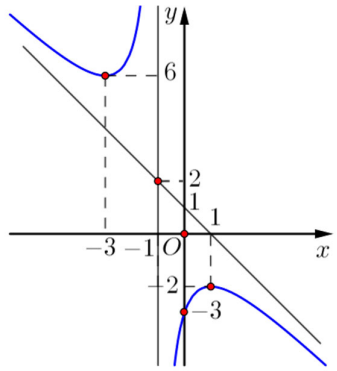
Ta có: $a = -2b$ và $c = 4b$.

$\Rightarrow 2a + 4b + c = 2(-2b) + 4b + 4b = 4b$.

Vì $-\dfrac{5}{4} < b < 0 \Rightarrow -5 < 4b < 0$.

Vậy giá trị tổng $2a+4b+c$ thuộc khoảng $(-5;0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+n}$ $(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(-1;1)$.

b) Điểm cực đại của hàm số là $x_{CĐ}=-3$.

c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x+1$.

d) Phương trình $f(x)=-4-m^2$ luôn có hai nghiệm trái dấu với mọi giá trị của tham số m.

Lời giải

a) Đúng.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(-1;1)$.

b) Sai.

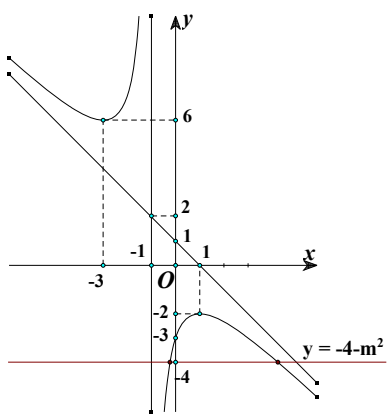
Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực đại của hàm số là $x=1$.

c) Sai.

Đường tiệm cận xiên của hàm số có dạng $y=ax+b$

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ đường tiệm cận xiên của đồ hàm số cắt trục hoành và trục tung tại các điểm $(1;0),(0;1)$ nên suy ra $\begin{cases} a+b=0 \\ 0.a+b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow y=-x+1$.

d) Đúng.



Ta có: $y=-4-m^2$ là đường thẳng song song với trục Ox cắt trục tung tại điểm có tung độ $y_0=-4-m^2\leq -4$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+n}(C)$ ta thấy đường thẳng $y=-4-m^2$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm có hoành độ trái dấu hay $\dfrac{ax^2+bx+c}{x+n}=-4-m^2$ luôn có hai nghiệm trái dấu.

Cách 2: Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+n}$ ta có:

+ Đường tiệm cận đứng là $x=-1\Rightarrow n=1$.

+ Đường tiệm cận xiên là $y=-x+1\Rightarrow a=-1$

$\Rightarrow f(x)=\dfrac{-x^2+bx+c}{x+1}$ qua các điểm $(1;-2)$ và $(-3;6)$ nên ta có:

$$\begin{cases}\dfrac{b+c-1}{2}=-2\\ \dfrac{-3b+c-9}{-2}=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b+c=-3\\ -3b+c=-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=0\\ c=-3\end{cases}$$

$\Rightarrow f(x)=\dfrac{-x^2-3}{x+1}$

Xét phương trình $f(x)=-4-m^2$ (1)

$\Leftrightarrow \dfrac{-x^2-3}{x+1}=-4-m^2$ (1) (Điều kiện $x\neq -1$)

$\Leftrightarrow -x^2+(4+m^2)x+(m^2+1)=0$ (2)

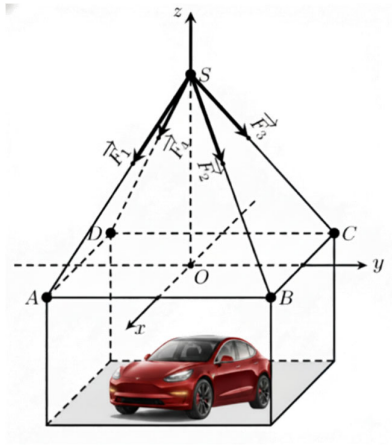
Nhận thấy $x=-1$ không là nghiệm của phương trình (2)

Mặt khác phương trình (2) có tích $a.c=-(m^2+1)<0,\forall m$

Vậy (1) luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu khác -1 với mọi giá trị của m

Vậy $f(x)=-4-m^2$ luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu với mọi giá trị của m.

Câu 4. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$ có tâm O, với cạnh $AB=8m$, $BC=6m$. Mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc S của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp SA,SB,SC,SD có độ dài bằng nhau và móc S cách mặt phẳng $(ABCD)$ $5m$. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1},\overrightarrow{F_2},\overrightarrow{F_3},\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ bằng $7000N$ và trọng lượng của khung sắt bằng $3000N$. Chọn hệ trục tọa độ như trong hình bên (đơn vị độ dài trên mỗi trục là $1m$). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) $\overrightarrow{OS}=(0;0;5)$.

b) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SO}$.

c) Tọa độ của các đỉnh A,B,C là: $A(3;-4;0)$, $B(3;4;0)$, $C(-3;4;0)$.

d) Trọng lượng của chiếc ôtô xấp xỉ $16799N$.

Lời giải

a) Đúng.

Dựa vào hệ trục tọa độ ta thấy $O(0;0;0)$ và $S\in Oz$ $\Rightarrow S(0;0;5)$

$\Rightarrow \overrightarrow{OS}=(0;0;5)$

b) Sai.

Theo tính chất trung điểm $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2.\overrightarrow{SO}$

c) Đúng.

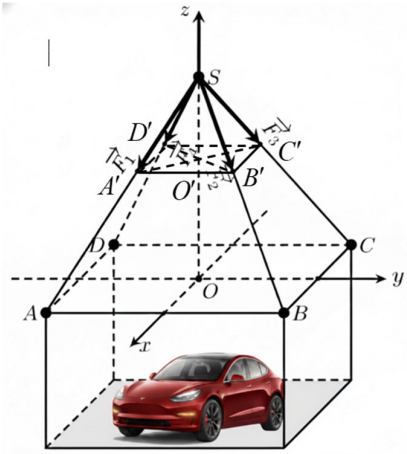
Dựa vào hình vẽ hệ trục ta có:

$\overrightarrow{OA}=3\vec{i}-4\vec{j}\Rightarrow A(3;-4;0)$

$\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+4\vec{j}\Rightarrow B(3;4;0)$

$\overrightarrow{OC}=-3\vec{i}+4\vec{j}\Rightarrow C(-3;4;0)$

d) Đúng.



Gọi $\vec{P}$ là tổng trọng lực của khung sắt và ô tô

$\vec{P}=\vec{F_1}+\vec{F_2}+\vec{F_3}+\vec{F_4}=\overrightarrow{SA'}+\overrightarrow{SB'}+\overrightarrow{SC'}+\overrightarrow{SD'}=4.\overrightarrow{SO'}$

$\left|\vec{P}\right|=4\left|\overrightarrow{SO'}\right|$

Ta có: $BD=\sqrt{6^2+8^2}=10\Rightarrow OB=5=SO$

$\Rightarrow \Delta SOB$ vuông cân tại O

$\Rightarrow \widehat{BSO}=\widehat{B'SO'}=45^\circ$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{SO'}\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{SB'}\right|}{\sqrt{2}}=\dfrac{7000}{\sqrt{2}}=3500\sqrt{2}$

$\Rightarrow \left|\vec{P}\right|=4\left|\overrightarrow{SO'}\right|=14000\sqrt{2}$

Mà trọng lượng khung sắt bằng $3000N$

Suy ra trọng lượng xe ô tô bằng: $\left|\vec{P}_{xe}\right| = 14000\sqrt{2} - 3000 \approx 16799\,N$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 36x^2 + 1152x - 10110$. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Lời giải

Đáp số: -894.

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 36x^2 + 1152x - 10110$

$f'(x) = x^2 - 72x + 1152$

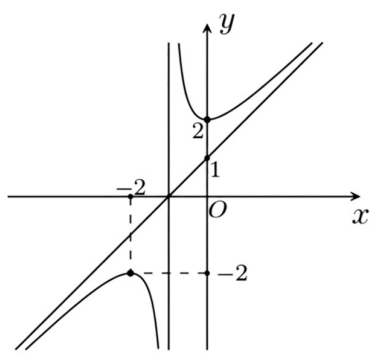
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 72x + 1152 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 48 \\ x = 24 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		24		48		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1410	↘	-894	↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y_{CT} = -894$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a \neq 0$; $m \neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = kx + d$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2d - 300k$.



Lời giải

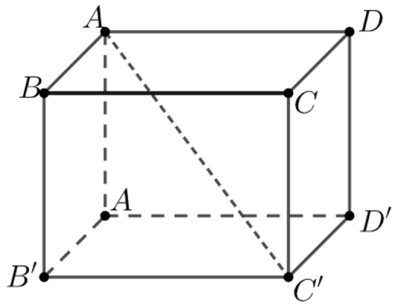
Đáp số: -298.

Đường tiệm cận xiên $y = kx + d$ đi qua hai điểm $(-1;0)$ và $(0;1)$ nên ta có k, d là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} -k + d = 0 \\ 0.k + d = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ k = 1 \end{cases}$

Suy ra đường tiệm cận xiên có phương trình là $y = x + 1$.

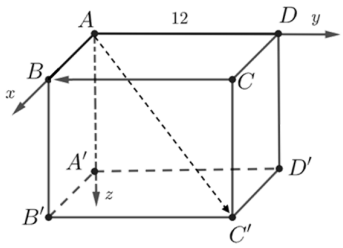
$T = 2d - 300k = 2.1 - 300.1 = -298$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 12. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{CB}$.



Lời giải

Đáp số: -144.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, đỉnh A trùng với gốc tọa độ $O(0;0;0)$.

Các đỉnh của hình lập phương sẽ có tọa độ như sau (cạnh $a=12$):

$A=(0;0;0)$

$B=(12;0;0)$

$C=(12;12;0)$

$D=(0;12;0)$

$C'=(12;12;12)$

Tọa độ của các vectơ $\overrightarrow{AC'}$ và $\overrightarrow{CB}$:

$\overrightarrow{AC'}=(12;12;12)$

$\overrightarrow{CB}=(0;-12;0)$

Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AC'}\cdot\overrightarrow{CB}$:

$\overrightarrow{AC'}\cdot\overrightarrow{CB}=(12).0+12.(-12)+(12).0=-144$.

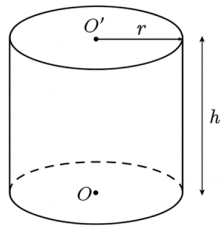
Cách 2:

Có $\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{CB}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right).\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{CB}$

Do $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CB},\ \overrightarrow{AA'}\perp\overrightarrow{CB}$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{CB}=0$.

Vậy $\overrightarrow{AC'}.\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB}=-\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{CB}=-CB^2=-144$

Câu 4. Nhằm góp phần giảm chi phí logistic, một công ty nước giải khát dự định đổi mẫu lon nước ngọt dạng hình trụ có thể tích bằng $330\,\text{ml}$ (mililit). Nhà thiết kế cần thiết kế mẫu lon này có bán kính hình tròn đáy bằng bao nhiêu centimet để tiết kiệm vật liệu nhất? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). Biết rằng thể tích khối trụ và diện tích xung quanh của hình trụ lần lượt là πr^2h và $2\pi rh$.



Lời giải

Đáp số: 3,74.

Đổi $330\ (ml) = 0,33(l)$.

Ta có $V = \pi r^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi r^2} = \dfrac{0,33}{\pi r^2}$.

Để tiết kiệm chi phí nhất thì diện tích toàn phần nhỏ nhất.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot \frac{0,33}{\pi r^2} + 2\pi r^2 = \frac{0,66}{r} + 2\pi r^2$$

Xét hàm số $S(r) = \dfrac{0,66}{r} + 2\pi r^2$ có $S'(r) = -\dfrac{0,66}{r^2} + 4\pi r$ với $r > 0$.

$$S'(r) = 0 \Leftrightarrow -\frac{0,66}{r^2} + 4\pi r = 0 \Leftrightarrow r^3 = \frac{0,33}{2\pi} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{0,33}{2\pi}} \simeq 0,374(dm) \simeq 3,74(cm).$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $S(r)$.

r	0		$0,374$		$+\infty$
$S'(r)$		$-$	0	$+$	
$S(r)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên, suy ra để S_{tp} nhỏ nhất thì $r \simeq 3,74\ (cm)$.

Câu 5. Công ty A chuyên sản xuất thiết bị công nghệ cao, họ sản xuất với số lượng sản phẩm không vượt quá 200, công ty ước tính rằng sản phẩm của họ có thể sản xuất với tổng chi phí $C(x) = 45000 + 100x + x^3$ đô la khi sản xuất x sản phẩm và tổng doanh thu khi bán hết x sản phẩm là $R(x) = 50800x$ đô la. Công ty A cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để thu được lợi nhuận là lớn nhất?

Lời giải

Đáp số: 130.

Lợi nhuận là $L(x) = R(x) - C(x) = -x^3 + 50700x - 45000,\ 0 \le x \le 200$.

$L'(x) = -3x^2 + 50700$.

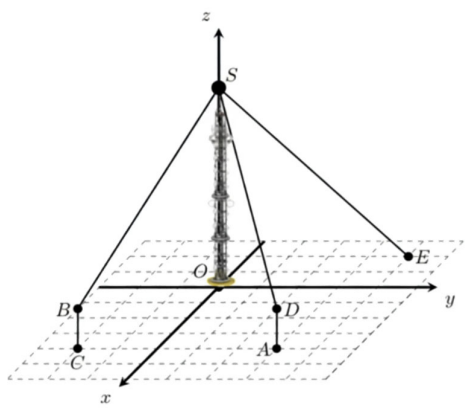
$L'(x) = 0$ suy ra $x = 130$.

Bảng biến thiên

x	0		130		200
$L'(x)$		$+$	0	$-$	
$L(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy công ty A cần sản xuất 130 sản phẩm để thu được lợi nhuận là lớn nhất.

Câu 6. Một trụ anten viễn thông được lắp đặt trên nóc của một tòa nhà cao tầng, để trụ anten được vững chắc và chống chọi được gió bão, các kỹ sư lắp đặt đã chằng trụ anten này bằng ba sợi dây thép đặc biệt không bị trùng đồng thời được căng thẳng bằng các thiết bị chuyên dụng. Do đặc điểm của mặt sàn, để đảm bảo yếu tố kỹ thuật, các kỹ sư đã xây thêm hai trụ BC, AD, mỗi trụ cao 1 mét (tính từ mặt sàn), hai dây được móc vào hai đầu trụ, dây thứ ba được móc liền với mặt sàn tại vị trí điểm E, điểm móc dây trên thân anten (điểm S) cách mặt sản 5 mét. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình bên (mỗi đơn vị trên trục là 1 mét), với gốc tọa độ trùng với chân trụ anten, mặt sàn trùng với mặt phẳng (Oxy) (xem hình minh họa). Biết rằng $\overrightarrow{BE}=(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-b+c$.



Lời giải

Đáp số: -13.

Ta có $E(-2;4;0)$, $C(4;-2;0)$.

Suy ra $B(4;-2;1)$.

Do đó $\overrightarrow{BE}=(-6;6;-1)$.

Vậy $T=a-b+c=-6-6-1=-13$.

---------- HẾT ----------

❀ Đề 09

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

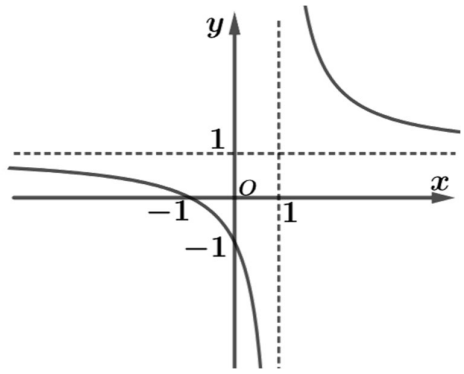
Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm C'.

A. $C'(10;4;4)$. **B.** $C'(7;4;4)$. **C.** $C'(13;4;4)$. **D.** $C'(-13;4;4)$.

Câu 2. Điểm cực đại của hàm số $y=\sqrt{2025-9x^2}$ là

A. $x=15$. **B.** $x=-15$. **C.** $x=225$. **D.** $x=0$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1-x}{-x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(0;-1;3)$ và $\vec{b}=(5;3;-1)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. -6. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=3x^4-1728x^2+248832$ trên đoạn $[-92;100]$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-10;5;3)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$. Tọa độ điểm M là

A. $\left(-\dfrac{19}{3};4;3\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{11}{3};3\right)$. **C.** $(-2;8;3)$. **D.** $(3;1;3)$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây không bằng vectơ $\overrightarrow{BC}$?

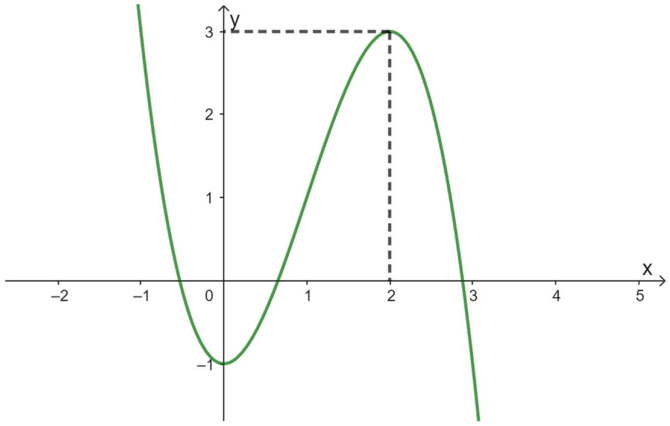
A. $\overrightarrow{A'D'}$. **B.** $\overrightarrow{AD}$. **C.** $\overrightarrow{D'C'}$. **D.** $\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 8. Hàm số $y=x^3-8x^2+5x+7$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{1}{3};5\right)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



a) Tổng $a+b+c+d=1$.

b) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

c) Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 3.

d) Đường thẳng $(d): y=3x-1$ đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+8}{x+1}$.

a) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-1$.

b) Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên là $y=x+7$.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;-1)$.

Câu 3. Trong không gian $(Oxyz)$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.DEGH$, với O là gốc tọa độ. Biết $A(3;0;0)$, $C(0;2;0)$, $D(0;0;4)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) Vectơ $\overrightarrow{AE}$ có tọa độ $(0;2;4)$.

b) Độ dài đường chéo OG là $OG=\sqrt{31}$.

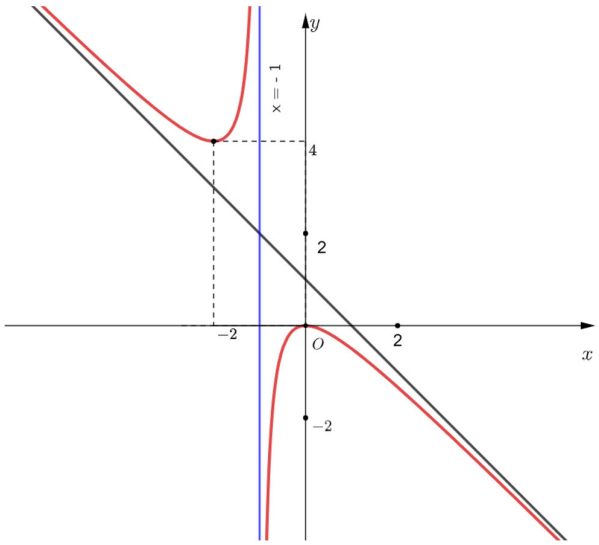
c) Tọa độ điểm E là $E(3;0;4)$.

d) Điểm $K(2;1;0)$ là điểm thuộc (ABC) thỏa $\left|\overrightarrow{KD}+\overrightarrow{KE}+\overrightarrow{KG}+\overrightarrow{KH}\right|$ nhỏ nhất.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

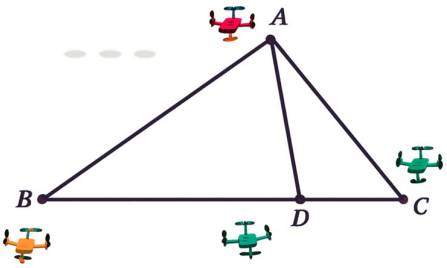
Câu 1. Một xưởng in có 18 máy in, mỗi máy in được 3500 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành ban đầu cho một máy trong mỗi lần in là 80 000 đồng. Chi phí để n máy hoạt động trong một giờ là $(60n+100)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 70 000 tờ quảng cáo thì cần phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tính $a+b-c-d$.



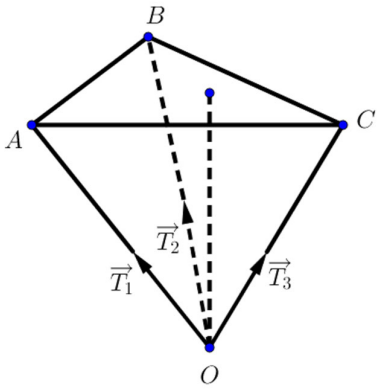
Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-6x+10}{x-2}$. Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có dạng $y=ax+b$. Tính giá trị $a+b$.

Câu 4. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$. Một đội gồm bốn drone giao hàng A,B,C,D xếp đội hình bay có dạng tam giác ABC và D nằm trên cạnh BC sao cho $BD=4DC$. Tại thời điểm các drone có tọa độ là $A(80;20;80)$, $B(70;20;20)$, $C(420;120;120)$. Khoảng cách giữa hai drone A và drone D bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Câu 5. Tính giá trị cực đại của hàm số $y=-x^3+3x^2+1872x-28803$.

Câu 6. Một vật trang trí có trọng lượng $P=15\sqrt{2}$ được treo lên trần nhà bằng ba sợi dây OA,OB và OC bằng nhau. Ba điểm A, B, C nằm trên trần nhà và tạo thành một tam giác đều. Điểm treo O là giao điểm của các sợi dây.



Hệ thống nằm trong trạng thái cân bằng. Biết rằng mỗi sợi dây OA, OB, OC tạo với phương thẳng đứng (tức là đường thẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng chứa A, B, C) một góc $\alpha=45°$. Tính lực căng của mỗi sợi dây (T_1, T_2, T_3) theo đơn vị Newton.

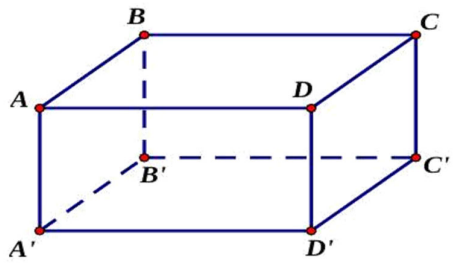
❀ Đề 09 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm C'.

A. $C'(10;4;4)$. **B.** $C'(7;4;4)$. **C.** $C'(13;4;4)$. **D.** $C'(-13;4;4)$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC} \Rightarrow C=B+D-A$. Do đó $C(3;2;1)$.

Ta có $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{CC'} \Rightarrow C'=A'+C-A$. Do đó $C'(7;4;4)$.

Câu 2. Điểm cực đại của hàm số $y=\sqrt{2025-9x^2}$ là

A. $x=15$. **B.** $x=-15$. **C.** $x=225$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Điều kiện $-15\le x\le 15$.

Ta có $y'=\dfrac{-18x}{2\sqrt{2025-9x^2}}=\dfrac{-9x}{\sqrt{2025-9x^2}}$.

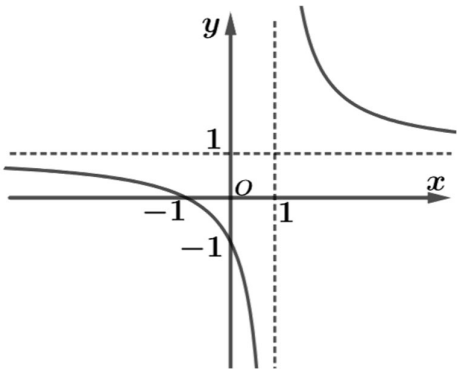
$y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên

x	-15		0		15
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	45	$\searrow$	0

Điểm cực đại của hàm số là $x=0$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{1-x}{-x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đường tiệm cận ngang và đứng lần lượt là $x=1$ và $y=1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;0)$ và $(0;-1)$.

Do đó đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(0;-1;3)$ và $\vec{b}=(5;3;-1)$. Tích vô hướng $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. -6. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=0.5+(-1).3+3.(-1)=-6$.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=3x^4-1728x^2+248832$ trên đoạn $[-92;100]$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $y'=12x^3-3456x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=12\sqrt{2}\\x=-12\sqrt{2}\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên

x	-92		$-12\sqrt{2}$		0		$12\sqrt{2}$		100
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$	

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y=0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-10;5;3)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$. Tọa độ điểm M là

A. $\left(-\dfrac{19}{3};4;3\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{11}{3};3\right)$. **C.** $(-2;8;3)$. **D.** $(3;1;3)$.

Lời giải

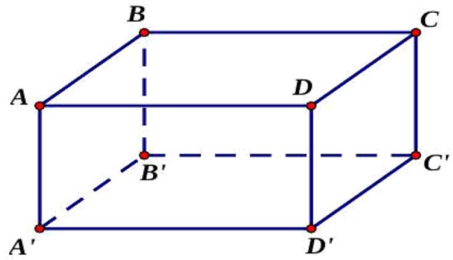
Gọi $M(x;y;z)$. Khi đó $\overrightarrow{AM}=(x-1;y-2;z-3)$; $\overrightarrow{MB}=(-10-x;5-y;3-z)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}\Rightarrow\begin{cases}x-1=2(-10-x)\\y-2=2(5-y)\\z-3=2(3-z)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{-19}{3}\\y=4\\z=3\end{cases}$. Vậy $M\left(-\dfrac{19}{3};4;3\right)$.

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây không bằng vectơ $\overrightarrow{BC}$?

A. $\overrightarrow{A'D'}$. **B.** $\overrightarrow{AD}$. **C.** $\overrightarrow{D'C'}$. **D.** $\overrightarrow{B'C'}$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{B'C'}$. Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 8. Hàm số $y=x^3-8x^2+5x+7$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{3};5\right)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-16x+5$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{3}\\x=5\end{array}\right.$.

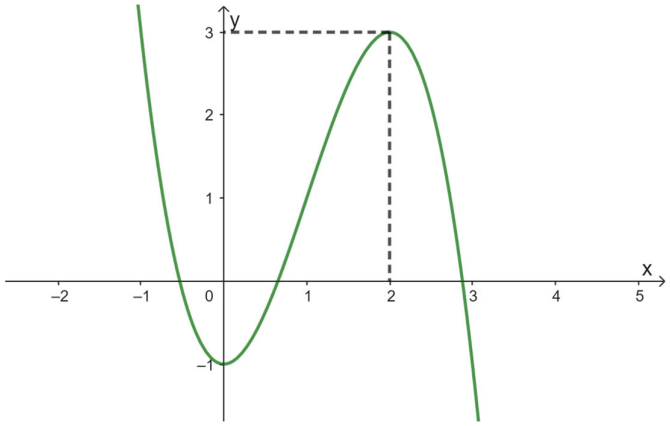
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{211}{27}$	↘	-43	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};5\right)$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ.



a) Tổng $a+b+c+d=1$.

b) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

c) Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ bằng 3.

d) Đường thẳng $(d): y=3x-1$ đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

Lời giải

a) Đúng.

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $(0;-1)$ và $(2;3)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ 8a + 4b + 2c + d = 3 \end{cases}$ (1)

Hàm số có 2 cực trị $x = 0$ và $x = 2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $a = -1, b = 3, c = 0, d = -1$. Suy ra $a + b + c + d = 1$.

b) Đúng.

Nhìn đồ thị.

c) Đúng.

d) Sai.

Đường thẳng (d) không đi qua điểm cực đại $(2;3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + 8}{x + 1}$.

a) Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = -1$.

b) Đồ thị hàm số có một tiệm cận xiên là $y = x + 7$.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;-1)$.

Lời giải

a) Đúng.

$\lim\limits_{x \to -1^+} \dfrac{x^2 + 8}{x + 1} = +\infty$.

b) Sai.

$y = \dfrac{x^2 + 8}{x + 1} = x - 1 + \dfrac{9}{x + 1}$

Suy ra tiệm cận xiên là $y = x - 1$.

c) Đúng.

$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$, $y' = \dfrac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 2$

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-8	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↘	4	↗	$-\infty$

Nhìn bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

d) Sai.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-4;-1)$.

Câu 3. Trong không gian $(Oxyz)$ cho hình hộp chữ nhật $OABC.DEGH$, với O là gốc tọa độ. Biết $A(3;0;0)$, $C(0;2;0)$, $D(0;0;4)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

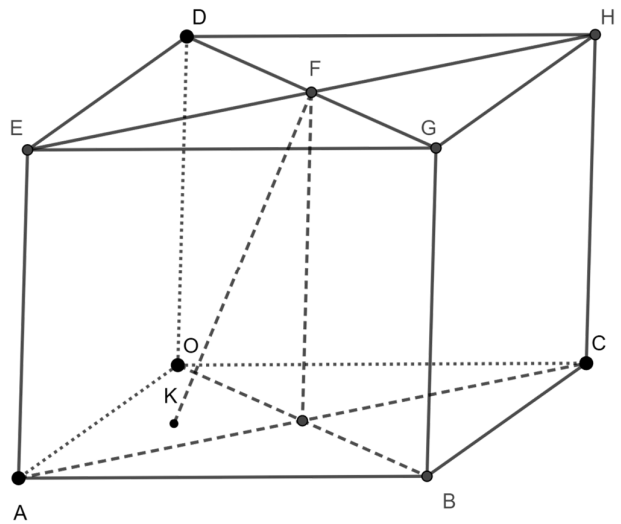
a) Vectơ $\overrightarrow{AE}$ có tọa độ $(0;2;4)$.

b) Độ dài đường chéo OG là $OG=\sqrt{31}$.

c) Tọa độ điểm E là $E(3;0;4)$.

d) Điểm $K(2;1;0)$ là điểm thuộc (ABC) thỏa $\left|\overrightarrow{KD}+\overrightarrow{KE}+\overrightarrow{KG}+\overrightarrow{KH}\right|$ nhỏ nhất.

Lời giải



a) Sai.

Ta có $E(3;0;4)\Rightarrow \overrightarrow{AE}=(0;0;4)$.

b) Sai

$G(3;2;4)\Rightarrow OG=\sqrt{29}$.

c) Đúng.

d) Sai.

Gọi $F=DG\cap EH$. Ta có $F\left(\frac{3}{2};1;4\right)$

Ta có $\left|\overrightarrow{KD}+\overrightarrow{KE}+\overrightarrow{KG}+\overrightarrow{KH}\right|=4\left|\overrightarrow{KF}\right|$

Mà $K\in(ABC)\Rightarrow KF$ ngắn nhất $\Leftrightarrow K$ là hình chiếu vuông góc của F lên mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow K\left(\frac{3}{2};1;0\right)$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Một xưởng in có 18 máy in, mỗi máy in được 3500 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành ban đầu cho một máy trong mỗi lần in là 80 000 đồng. Chi phí để n máy hoạt động trong một

giờ là $(60n+100)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 70 000 tờ quảng cáo thì cần phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?

Lời giải

Đáp số: 5.

Gọi x là số máy cần tìm để được lãi nhiều nhất. $(0<x\le 18)$

Chi phí vận hành x máy là $80x$ (nghìn đồng).

Chi phí để x máy hoạt động trong một giờ là $(60x+100)$ (nghìn đồng).

Chi phí để x máy hoạt động in hết 70.000 tờ quảng cáo là $\frac{70000}{3500x}(60x+100)$

Tổng chi phí là $f(x)=80x+\frac{20.(60x+100)}{x}$

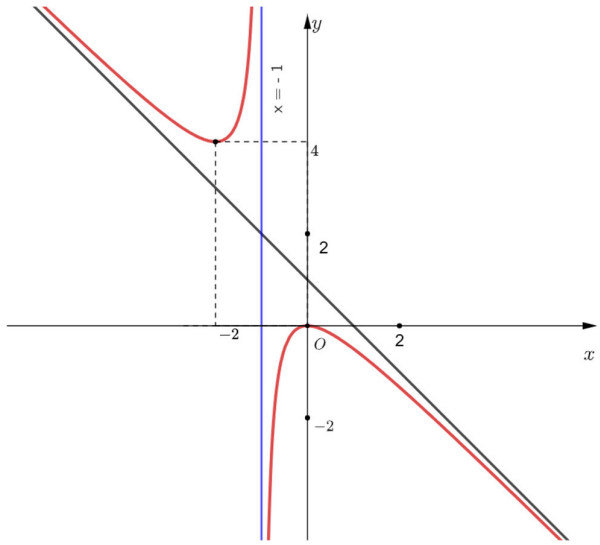
Ta có $f'(x)=80-\frac{2000}{x^2}=0\Rightarrow x=5$.

Lãi nhiều nhất nghĩa là tổng chi phí nhỏ nhất.

x	$-\infty$		-5		0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	400	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2000	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $x=5$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\frac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tính $a+b-c-d$.



Lời giải

Đáp số: -2.

Ta có: Tiệm cận đứng $x=-1$ suy ra $d=1$.

Đồ thị đi qua điểm $O(0;0)$ suy ra $\frac{c}{d}=0\Rightarrow c=0$.

Đồ thị đi qua điểm $(-2;4)$ suy ra $\frac{4a-2b}{-2+1}=4 \Rightarrow 2a-b=-2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=-2$ suy ra $f'(-2)=0$.

Ta có $f'(x)=\frac{ax^2+2ax+b}{(x+1)^2}$ suy ra $f'(-2)=0 \Leftrightarrow b=0$. Suy ra $a=-1$.

Vậy $a+b-c-d=-1+0-0-1=-2$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\frac{x^2-6x+10}{x-2}$. Biết đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có dạng $y=ax+b$. Tính giá trị $a+b$.

Lời giải

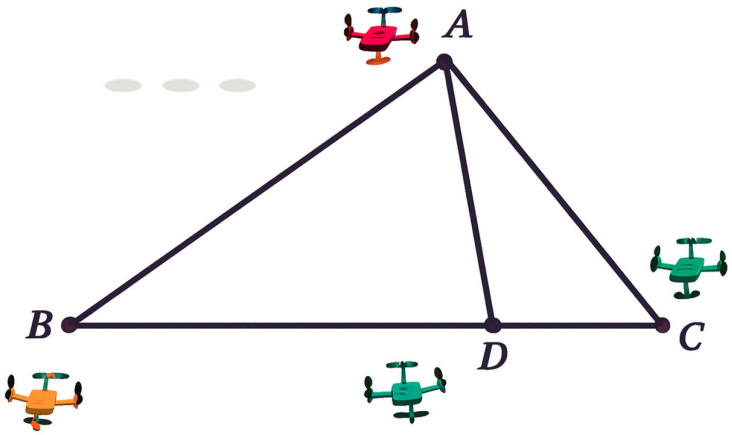
Đáp số: -3.

Ta có: $\frac{x^2-6x+10}{x-2}=x-4+\frac{2}{x-2}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y-(x-4)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x-2}=0$ suy ra tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có phương trình $y=x-4$

Vậy $a+b=1+(-4)=-3$.

Câu 4. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$. Một đội gồm bốn drone giao hàng A,B,C,D xếp đội hình bay có dạng tam giác ABC và D nằm trên cạnh BC sao cho $BD=4DC$. Tại thời điểm các drone có tọa độ là $A(80;20;80)$, $B(70;20;20)$, $C(420;120;120)$. Khoảng cách giữa hai drone A và drone D bằng bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

Đáp số: 282.

Ta có $\overrightarrow{BD}=4\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (x_D-70;y_D-20;z_D-20)=4(420-x_D;120-y_D;120-z_D)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D-70=4(420-x_D) \\ y_D-20=4(120-y_D) \\ z_D-20=4(120-z_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=350 \\ y_D=100 \\ z_D=100 \end{cases}.$$

$\Rightarrow D(350;100;100)$.

Khoảng cách giữa hai drone A và D là

$$AD=\sqrt{(350-80)^2+(100-20)^2+(100-80)^2}\approx 282.$$

Câu 5. Tính giá trị cực đại của hàm số $y=-x^3+3x^2+1872x-28803$.

Lời giải

Đáp số: 4321.

$y'=-3x^2+6x+1872=0$.

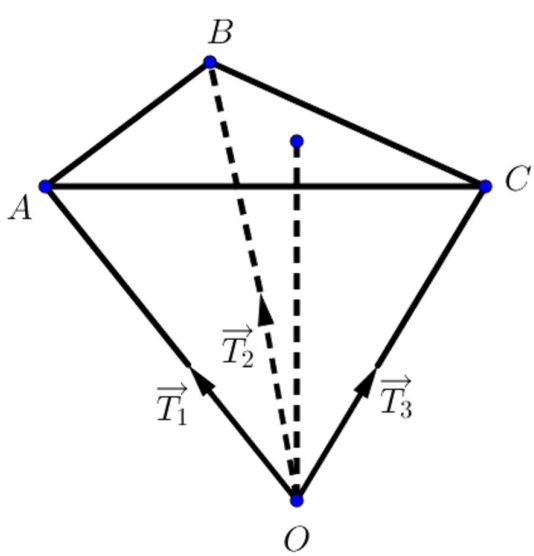
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=26 \\ x=-24 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-24		26		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-58179	$\nearrow$	4321	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại là 4321.

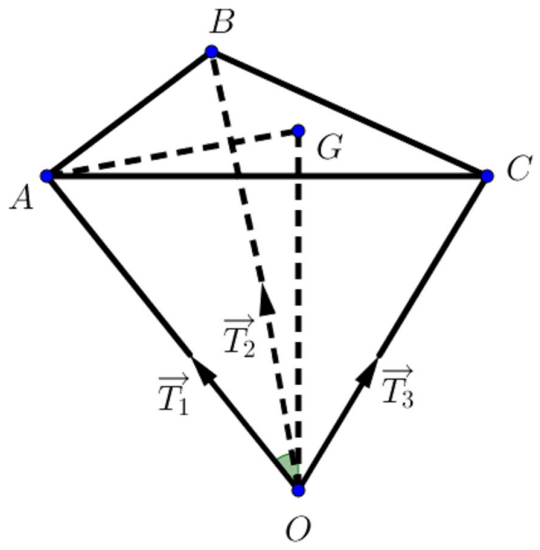
Câu 6. Một vật trang trí có trọng lượng $P=15\sqrt{2}$ được treo lên trần nhà bằng ba sợi dây OA, OB và OC bằng nhau. Ba điểm A, B, C nằm trên trần nhà và tạo thành một tam giác đều. Điểm treo O là giao điểm của các sợi dây.



Hệ thống nằm trong trạng thái cân bằng. Biết rằng mỗi sợi dây OA, OB, OC tạo với phương thẳng đứng (tức là đường thẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng chứa A, B, C) một góc $\alpha=45°$. Tính lực căng của mỗi sợi dây (T_1, T_2, T_3) theo đơn vị Newton.

Lời giải

Đáp số: 10.



Gọi G là trọng tâm của ΔABC.

Suy ra $OG \perp (ABC)$.

Ta có $(OA, OG) = \widehat{AOG} = 45°$.

Ta lại có $\left|\overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{T_2} + \overrightarrow{T_3}\right| = \left|\overrightarrow{P}\right|$

$\Leftrightarrow \left|\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'}\right| = \left|\overrightarrow{P}\right|$

$\Leftrightarrow \left|3\overrightarrow{OG'}\right| = \left|\overrightarrow{P}\right|$

Suy ra $OG' = \dfrac{P}{3} = \dfrac{15\sqrt{2}}{3} = 5\sqrt{2}$.

$\Delta OA'G'$ vuông tại G' có

$\cos\widehat{A'OG'} = \dfrac{OG'}{OA'} \Rightarrow OA' = \dfrac{5\sqrt{2}}{\cos 45°} = 10$ (N).

Vậy lực căng của mỗi sợi dây là 10 N.

---------- HẾT ----------

❀ Đề 10

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

A. 3. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M = \dfrac{1}{3}$. **B.** $M = -\dfrac{1}{3}$. **C.** $M = -5$. **D.** $M = 5$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]} y = 0$. **B.** $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]} y = 2\sqrt{5}$. **C.** $\min\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]} y = 1$. **D.** $\max\limits_{\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]} y = 2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2+2x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C). Tiệm cận xiên của đồ thi hàm số là:

A. $y = 2x-1$. **B.** $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{2}$. **C.** $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{5}{4}$. **D.** $x = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y=\frac{x^2+1}{x}$. **B.** $y=\frac{2x-2}{x+1}$. **C.** $y=x^2-2x+1$. **D.** $y=-x^3+x+1$.

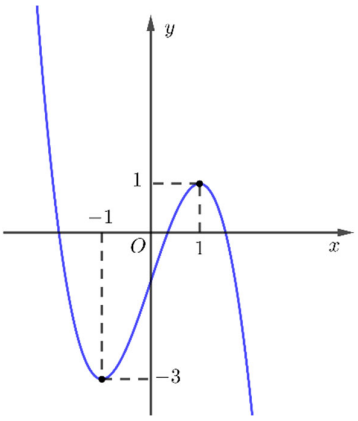
Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-3;3)$.

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

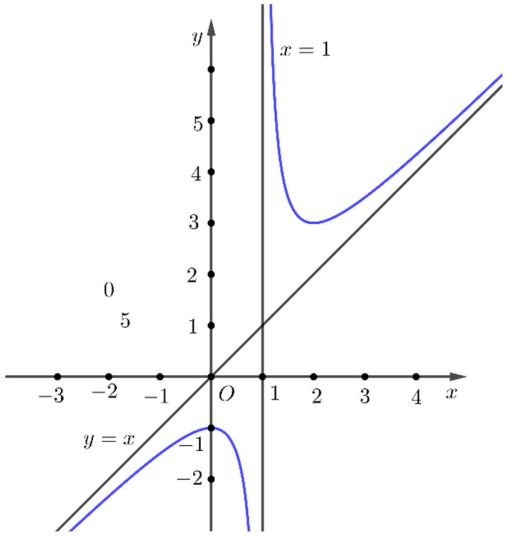
Câu 10. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+2025}{x-1}$ là:

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 11. Biết rằng đường thẳng $y=4x+5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2x+1$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=13$. **B.** $y_0=12$. **C.** $y_0=11$. **D.** $y_0=10$.

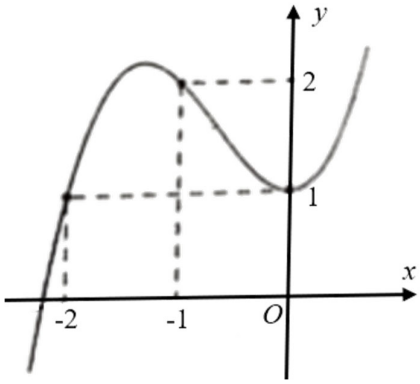
Câu 12. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số



A. $y=\dfrac{x^2-4x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-2}$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới đây:



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

c) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có toạ độ $(0;1)$.

d) Trong 4 số a, b, c, d có ba số dương.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x^2+4}$.

a) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x=4$.

b) Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

c) $f(24)=\dfrac{9}{116}$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a+4b=2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+4\right)$.

a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{5-2x}{\left(x^2-5x+4\right)\ln 2}$.

c) Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

d) Hàm số có một điểm cực trị.

Câu 4. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=-t^3+9t^2+21t+9$ với t tính bằng giây (s) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s tính bằng mét (m) là quãng đường vật đi trong thời gian đó.

a) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là $45\,m/s$.

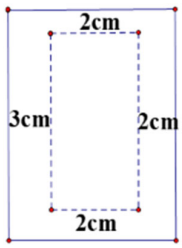
b) Vận tốc của chất điểm chuyển động tại thời điểm t (giây) là $v(t)=-3t^2+18t+21$.

c) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là $255(m)$.

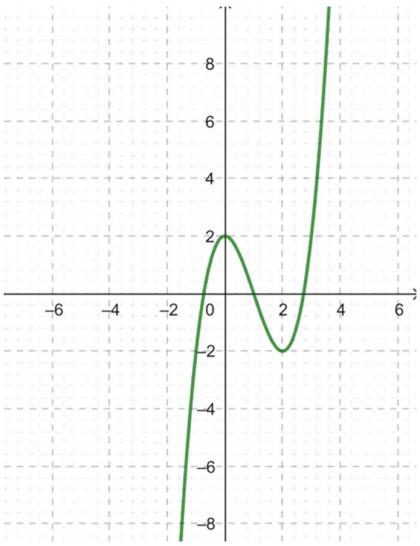
d) Vận tốc chuyển động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t=3\ (s)$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Diện tích một trang của một cuốn sách là $600\,cm^2$. Do yêu cầu kĩ thuật, cần để lề trên và lề dưới là $2\,cm$, lề trái là $3\,cm$ và lề phải là $2\,cm$. Tính diện tích lớn nhất của phần chữ in vào cuốn sách được(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 2. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Tính $S=a+b$?

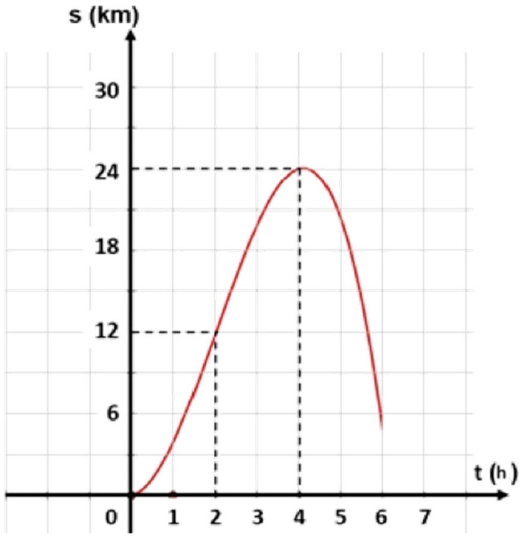
Câu 3. Hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là a và b. Tính $3a+2b$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{2x+d}(a,b,d\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1;7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2;3)$. Giá trị biểu thức $\dfrac{2a+3b+d+8}{14}$ bằng

Câu 5. Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nêu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi

để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 6. Thầy An tham dự giải "Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo Edu Run-HCMC" năm 2025. Quãng đường thầy An đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (với $a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km).



Khi đó, vận tốc tối đa của thầy An đạt được là bao nhiêu?

---------- **HẾT** ----------

❀ Đề 10 – GIẢI CHI TIẾT

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Mỗi câu hỏi, học sinh chỉ chọn 1 phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

A. 3. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Lời giải

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M = \dfrac{1}{3}$. **B.** $M = -\dfrac{1}{3}$. **C.** $M = -5$. **D.** $M = 5$.

Lời giải

Ta có: $y' = \dfrac{-8}{(x-3)^2} < 0\,\forall x \neq 3$ suy ra $M = f(0) = \dfrac{1}{3}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $\left[-\sqrt{3};\sqrt{5}\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$2\sqrt{5}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 0$. **B.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$. **C.** $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 1$. **D.** $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2$.

Lời giải

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C). Tiệm cận xiên của đồ thi hàm số là:

A. $y=2x-1$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có: $y=\dfrac{x^2+2x-1}{2x-1}=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}+\dfrac{1}{4(2x-1)}$ suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y-\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}\right)=0$.

Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{4}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

$$y=x^3-2x^2+x+1\Rightarrow y'=3x^2-4x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{31}{27}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

A. $y=\dfrac{x^2+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **C.** $y=x^2-2x+1$. **D.** $y=-x^3+x+1$.

Lời giải

➢ Xét phương án A. Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$, ta có $y'=\dfrac{x^2-1}{x^2}$.

Suy ra $y'=\dfrac{x^2-1}{x^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$. Do đó hàm số có 2 cực trị.

➢ Xét phương án B. Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, ta có $y'=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\neq -1$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$, $(-1;+\infty)$. Do đó hàm số không có cực trị.

➢ Xét phương án C. Tập xác định $D=\mathbb{R}$, ta có $y'=2x-2$.

Suy ra $y'=2x-2=0\Leftrightarrow x=1$. Do đó hàm số có 1 cực trị.

➢ Xét phương án D. Tập xác định $D=\mathbb{R}$, ta có $y'=-3x^2+1$.

Suy ra $y'=-3x^2+1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\sqrt{3}}{3} \\ x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$. Do đó hàm số có 2 cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

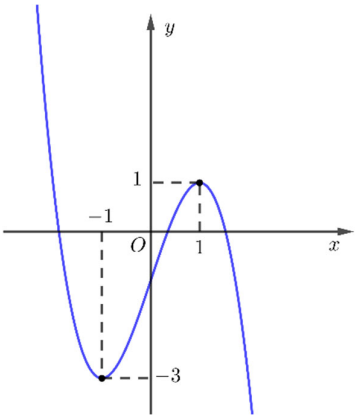
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;0)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-3;3)$.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)>0,\ \forall x\in(-3;0)$. Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $(-3;0)$.

Câu 9. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?



A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt thì đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt.

Quan sát đồ thị, ta có $-3<m<1$ thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2;-1;0\}$.

Câu 10. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2025}{x-1}$ là:

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Tập xác đinh $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+2025}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+2025}{x-1}=-\infty$ suy ra $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 11. Biết rằng đường thẳng $y=4x+5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2x+1$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

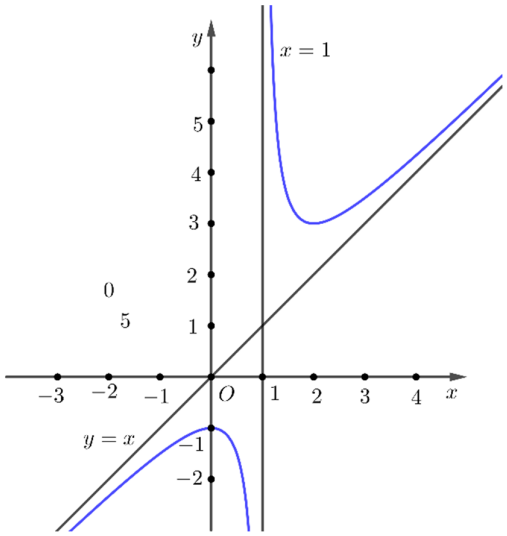
A. $y_0=13$. **B.** $y_0=12$. **C.** $y_0=11$. **D.** $y_0=10$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+2x+1=4x+5\Leftrightarrow x^3-2x-4=0\Leftrightarrow x=2$

Thay $x=2$ vào $y=4x+5$ ta được $y_0=13$.

Câu 12. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số



A. $y=\dfrac{x^2-4x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-2}$.

Lời giải

Quan sát đồ thị, ta thấy $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Do đó còn lại hai phương án B và C.

➢ Xét phương án C. Chia x^2+x-1 cho $x-1$

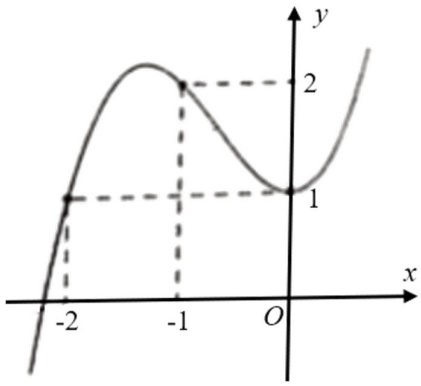
Ta có $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}=x+2+\dfrac{1}{x-1}$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là $y=x+2$. Suy ra phương án C loại.

Suy ra chọn phương án B .

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. *Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới đây:



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

c) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có toạ độ $(0;1)$.

d) Trong 4 số a, b, c, d có ba số dương.

Lời giải

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Sai

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Sai

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

c) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có toạ độ $(0;1)$.

Đúng

d) Trong 4 số a, b, c, d có ba số dương.

Đúng

+ Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có toạ độ $(0;1)$ nên $d=1 \Rightarrow d>0$.

+ Dựa vào đồ thị $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)=+\infty$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} x^3\left(a+\dfrac{b}{x}+\dfrac{c}{x^2}+\dfrac{d}{x^3}\right)=+\infty \Rightarrow a>0$.

+ Đồ thị hàm số cho thấy hàm số có điểm cực tiểu là $x=0$ và có điểm cực đại $x<0$

$\Rightarrow$ đạo hàm của hàm số có 1 nghiệm $x=0$ và một nghiệm âm.

$y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

$\Rightarrow 3ax^2+2bx+c=0$ có một nghiệm $x=0$ và 1 nghiệm âm.

$\Rightarrow 3a.0^2+2b.0+c=0 \Rightarrow c=0$.

$\Rightarrow 3ax^2+2bx=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{2b}{3a}<0 \end{array}\right. \Rightarrow \dfrac{2b}{3a}>0$

Mà $a>0$ nên $b>0$.

Vậy, trong 4 số a, b, c, d có ba số dương (là a, b, d).

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x^2+4}$.

a) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x=4$.

b) Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

c) $f(24)=\dfrac{9}{116}$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a+4b=2$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x^2+4}$.

TXĐ: $\mathbb{R}$.

$$f'(x)=\frac{2(x^2+4)-(2x-3).2x}{(x^2+4)^2}=\frac{-2x^2+6x+8}{(x^2+4)^2}.$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow -2x^2+6x+8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4 \end{array}\right..$$

$$f(-1)=\frac{2.(-1)-3}{(-1)^2+4}=-1.$$

$$f(4)=\frac{2.4-3}{4^2+4}=\frac{1}{4}.$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-3}{x^2+4}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}{1+\frac{4}{x^2}}=0.$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x-3}{x^2+4}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}{1+\frac{4}{x^2}}=0.$$

BBT của $f(x)$:

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$	$\searrow$	0

a) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x=4$.

Đúng

b) Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

Đúng

c) $f(24)=\dfrac{9}{116}$.

Đúng

$$f(24)=\frac{2.24-3}{24^2+4}=\frac{9}{116}$$

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a+4b=2$.

Sai

Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $\left[-1;\frac{1}{4}\right] \Rightarrow a=-1;\ b=\frac{1}{4} \Rightarrow 3a+4b=3.(-1)+4.\frac{1}{4}=-2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+4\right)$.

a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{5-2x}{\left(x^2-5x+4\right)\ln 2}$.

c) Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

d) Hàm số có một điểm cực trị.

Lời giải

Hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+4\right)$ xác định khi $x^2-5x+4>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-5x+4\right)=-\log_2\left(x^2-5x+4\right)$.

$f'(x)=-\dfrac{1}{\left(x^2-5x+4\right)\ln 2}\left(x^2-5x+4\right)'=-\dfrac{1}{\left(x^2-5x+4\right)\ln 2}(2x-5)=\dfrac{-2x+5}{\left(x^2-5x+4\right)\ln 2}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -2x+5=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$.(loại)

BBT của $f(x)$:

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$				$-$	
$f(x)$		$\nearrow$				$\searrow$	

a) **Sai**

Vì hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(4;+\infty)$.

b) **Đúng**

Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{5-2x}{\left(x^2-5x+4\right)\ln 2}$.

c) **Sai**

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

d) **Sai**

Hàm số không có cực trị, do không có giá trị nào của đối số mà qua đó, đạo hàm hàm số đổi dấu.

Câu 4. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=-t^3+9t^2+21t+9$ với t tính bằng giây (s) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s tính bằng mét (m) là quãng đường vật đi trong thời gian đó.

a) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là $45\,m/s$.

b) Vận tốc của chất điểm chuyển động tại thời điểm t (giây) là $v(t)=-3t^2+18t+21$.

c) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là $255(m)$.

d) Vận tốc chuyển động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t=3\ (s)$.

Lời giải

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm t (giây) là $v(t)=s'(t)=-3t^2+18t+21\ \ (m/s)$.

a) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là $45\,m/s$.

Đúng

$v(2)=-3.2^2+18.2+21=45\ \ (m/s)$

b) Vận tốc của chất điểm chuyển động tại thời điểm t (giây) là $v(t)=-3t^2+18t+21$.

Đúng

c) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là $255(m)$.

Sai

Khi dừng hẳn thì $v(t)=0$ m/s.

$-3t^2+18t+21=0 \Leftrightarrow t=-1$ (loại) hoặc $t=7$.

$s(7)=-7^3+9.7^2+21.7+9=254$.

BBT của $s(t)$:

t	0		7		$+\infty$
$s'(t)$		$+$	0	$-$	
$s(t)$		$\nearrow$	254	$\searrow$	

Dựa vào BBT của $v(t)$, quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là:

$$s(7)-s(0)=\left(-7^3+9.7^2+21.7+9\right)-\left(-0^3+9.0+21.0+9\right)=245\ \ (m)$$

d) Vận tốc chuyển động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t=3\ (s)$.

Đúng

$v(t)=-3t^2+18t+21 \Rightarrow v'(t)=-6t+18$.

$v'(t)=0 \Leftrightarrow -6t+18=0 \Leftrightarrow t=3$.

$v(3)=-3.3^2+18.3+21=48$

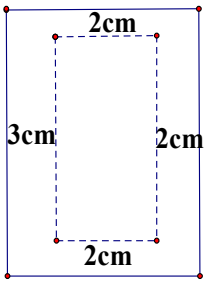
BBT của $v(t)$:

t	0		3		$+\infty$
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$	21	$\nearrow$	48	$\searrow$	$-\infty$

Vậy, vận tốc chuyển động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t=3\ (s)$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. *Học sinh trả lời đáp án.*

Câu 1. Diện tích một trang của một cuốn sách là $600\,cm^2$. Do yêu cầu kĩ thuật, cần để lề trên và lề dưới là $2\,cm$, lề trái là $3\,cm$ và lề phải là $2\,cm$. Tính diện tích lớn nhất của phần chữ in vào cuốn sách được(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp số: 400

Gọi chiều rộng của trang sách là $x\ cm, \left(5 < x \le 10\sqrt{6}\right)$ thì chiều dài trang sách là $\dfrac{600}{x}\ cm$.

Chiều rộng của phần in chữ vào cuốn sách là $(x-5)\ cm$ và chiều dài là $\left(\dfrac{600}{x}-4\right)\ cm$

Ta có diện tích của phần in chữ vào cuốn sách là: $S_{(x)} = (x-5)\left(\dfrac{600}{x}-4\right) = -4x - \dfrac{3000}{x} + 620$

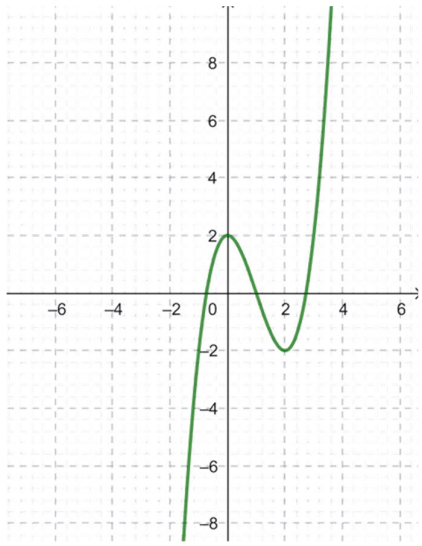
$S'_{(x)} = -4 + \dfrac{3000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 5\sqrt{30} \notin \left(5; 10\sqrt{6}\right)$.

Bảng biến thiên

x	5		$10\sqrt{6}$
$S'_{(x)}$		-	
$S_{(x)}$	0	$\nearrow$	$S_{(10\sqrt{6})} \approx 400$

Diện tích lớn nhất của phần chữ in vào cuốn sách xấp xỉ 400 cm^2

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Tính $S = a + b$?

Lời giải

Đáp số: -2

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Đồ thị có hai điểm cực trị tọa độ là $(0;2),(2;-2)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} d = 2 \\ c = 0 \\ 8a + 4b + 2c + d = -2 \\ 12a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow S = a + b = 1 - 3 = -2$$

Câu 3. Hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là a và b. Tính $3a + 2b$.

Lời giải

Đáp số: 3

Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

$y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x = 0,\ x = 2$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	-	‖	-	0	+	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra

$\Rightarrow a = -1; b = 3 \Rightarrow 3a + 2b = 3$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{2x+d}(a,b,d\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1;7)$ và giao điểm hai tiệm cận là $(-2;3)$. Giá trị biểu thức $\dfrac{2a+3b+d+8}{14}$ bằng

Lời giải

Đáp số: 6

Do giao điểm hai tiệm cận là $(-2;3)$ nên hàm số có TCĐ là $x=-2$ và TCN là $y=3$.

Mà TCĐ của đồ thị hàm số là $x=-\dfrac{d}{2}$ và TCN của của đồ thị hàm số là $y=\dfrac{a}{2}$.

Do đó $\begin{cases}-\dfrac{d}{2}=-2\\ \dfrac{a}{2}=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}d=4\\ a=6\end{cases}$.

Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(-1;7)$ $\Rightarrow\dfrac{-a+b}{-2+d}=7\Leftrightarrow -a+b-7d=-14\Rightarrow b=20$.

Vậy $\dfrac{2a+3b+d+8}{14}=6$.

Câu 5. Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nêu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đáp số: 41

Gọi x (nghìn đồng) là giá bán 1 kg rau.

Giá bán tăng so với giá ban đầu là: $x-30$ (nghìn đồng).

Số rau bán được giảm là: $20(x-30)$ kg.

Số rau bán được với giá x (nghìn đồng) 1 kg rau là:

$B(x)=1000-20(x-30)=1600-20x$ kg.

Số rau không bán được khi bán với giá x (nghìn đồng) 1 kg rau là:

$T(x)=1000-B(x)=20x-600$ kg.

Doanh thu từ số rau bán được là: $xB(x)=1600x-20x^2$ (nghìn đồng).

Doanh thu từ số rau thừa là: $2T(x)=40x-1200$ (nghìn đồng).

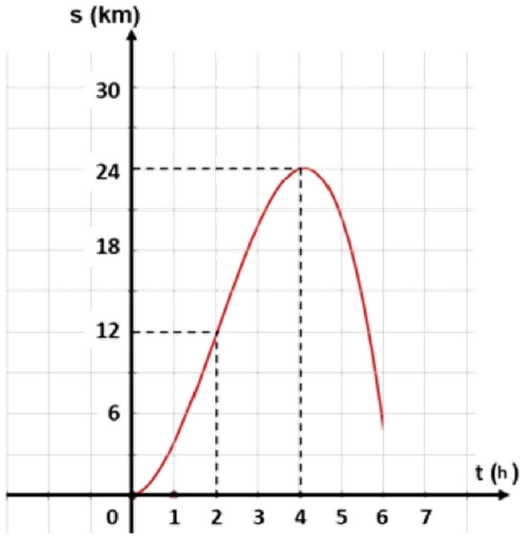
Tổng doanh thu là: $D(x)=1600x-20x^2+40x-1200=-20x^2+1640x-1200$ (nghìn đồng).

Do $\begin{cases}B(x)\ge 0\\ T(x)\ge 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\le 80\\ x\ge 30\end{cases}$ hay $x\in[30;80]$.

Do $D(x)=-20x^2+1640x-1200$ là parabol có bề lõm quay xuống dưới nên giá trị lớn nhất của $D(x)$ đạt được tại $x=-\dfrac{1640}{2.(-20)}=41\in[30;80]$.

Vậy để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá 41 nghìn đồng.

Câu 6. Thầy An tham dự giải "Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo Edu Run-HCMC" năm 2025. Quãng đường thầy An đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t)=at^3+bt^2+ct+d$ (với $a\neq 0$) có đồ thị như hình bên. (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km).



Khi đó, vận tốc tối đa của thầy An đạt được là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 9

Vận tốc thầy An đi được biểu diễn bởi hàm số $v(t)=s'(t)=3at^2+2bt+c$.

Theo đồ thị ta có: $\begin{cases} s(0)=0 \\ s(2)=12 \\ s(4)=24 \end{cases}$

Mặt khác hàm số đạt cực đại tại $x=4$ nên $s'(4)=0$.

Do đó ta có $\begin{cases} s(0)=0 \\ s(2)=12 \\ s(4)=24 \\ s'(4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=0 \\ 8a+4b+2c+d=12 \\ 64a+16b+4c+d=24 \\ 48a+8b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{3}{4} \\ b=\dfrac{9}{2} \\ c=0, d=0 \end{cases}$

Suy ra $v(t)=-\dfrac{9}{4}t^2+9t$.

Do $v(t)=-\dfrac{9}{4}t^2+9t$ là parabol có bề lõm quay xuống dưới nên giá trị lớn nhất của $D(x)$ đạt được tại $t=2$ và $\max v(t)=v(2)=9$ km/h.

Vậy vận tốc tối đa của thầy An đạt được là 9 km/h.

---------- HẾT ----------