

MỤC LỤC

CHƯƠNG VI. HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG

1

1. HÀM SỐ

A. Lý thuyết.....	1
B. Phân dạng, bài tập minh họa và câu hỏi trắc nghiệm.....	4
Dạng 1. Tìm giá trị của hàm số.....	4
Dạng 2. Tìm tập xác định của hàm số.....	7
Dạng 3. Tìm tập giá trị của hàm số.....	24
Dạng 4. Tính chẵn, lẻ của hàm số.....	25
Dạng 5. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trên một khoảng.....	35
Dạng 6. Đồ thị của hàm số và phép tịnh tiến của đồ thị.....	36
Dạng 7. Bài toán thực tế.....	39

2. HÀM SỐ BẬC HAI

A. Lý thuyết.....	41
B. Phân dạng, bài tập minh họa và câu hỏi trắc nghiệm.....	43
Dạng 1. Xác định hàm số bậc hai.....	43
Dạng 2. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số bậc hai.....	53
Dạng 3. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số bậc hai trên một khoảng.....	61
Dạng 4. Đồ thị của hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối $y = f(x) $ hoặc $y = f(x)$	66
Dạng 5. Xét tương giao của hai đồ thị hàm số.....	70
Dạng 6. Chứng minh bất đẳng thức và tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất.....	84
Dạng 7. Điểm cố định của đồ thị hàm số.....	92
Dạng 8. Bài toán thực tế.....	96

3. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A. Lý thuyết.....	103
B. Phân dạng, bài tập minh họa và câu hỏi trắc nghiệm.....	110
Dạng 1. Xét dấu biểu thức chứa tam thức bậc hai một ẩn.....	110
Dạng 2. Tìm tham số m để biểu thức luôn cùng dấu.....	117
Dạng 3. Tìm tham số m để phương trình luôn có nghiệm, vô nghiệm.....	127
Dạng 4. Bất phương trình chứa biểu thức dưới dấu căn.....	140
Dạng 5. Bất phương trình chứa biểu thức dưới dấu giá trị tuyệt đối.....	146
Dạng 6. Tìm tham số m để bất phương trình luôn có nghiệm, vô nghiệm.....	148

4. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI

A. Lý thuyết.....	158
B. Phân dạng, bài tập minh họa và câu hỏi trắc nghiệm.....	161
Dạng 1. Phương trình chứa biểu thức dưới dấu căn.....	161
Dạng 2. Phương trình chứa biểu thức dưới dấu giá trị tuyệt đối.....	170
Dạng 3. Phương trình chứa tham số m	172

Chương

6

HÀM SỐ, ĐỒ THỊ VÀ ỨNG DỤNG

§ BÀI 1.

HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Cho $D \subset \mathbb{R}$, $D \neq \emptyset$. Hàm số f xác định trên D là một qui tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D$ với một và chỉ một số $y \in \mathbb{R}$.

- x được gọi là **biến số** (đối số)
- y được gọi là **giá trị** của hàm số f tại x .
- D được gọi là **tập xác định** của hàm số f .

Kí hiệu: $y = f(x)$.

Ví dụ 1. Cho hàm số bậc nhất sau $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

2. Cách cho hàm số

- Cho bằng bảng.
- Cho bằng biểu đồ.
- Cho bằng công thức $y = f(x)$.

Ví dụ 2. Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền T phải trả là một hàm số của số ngày x mà khách thuê xe.

- a). Viết công thức của hàm số $T = T(x)$.
- b). Tính $T(2), T(3), T(5)$ và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

3. Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

Ví dụ 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - x - 6}$

Lời giải

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm tập xác định D của hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} \frac{2x-3}{x-2} & \text{khi } x \leq 0 \\ \sqrt{1-x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tìm giá trị của tham số m để:

a). Hàm số $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;0)$

b). Hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-m}+1}$ có tập xác định là $[0;+\infty)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

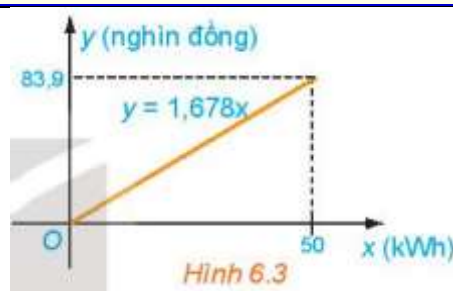
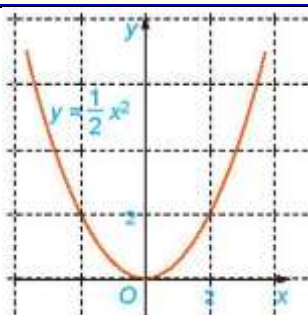
4. Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ với mọi $x \in D$.

Chú ý: Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường (đường thẳng, đường cong,...

Khi đó ta nói $y = f(x)$ là **phương trình** của đường đó.

Ví dụ 6.



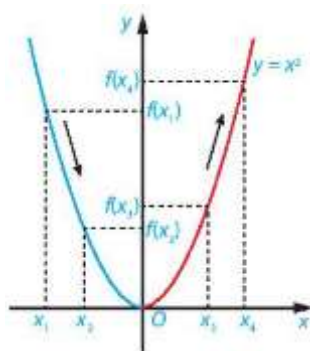
Hình 6.3

5. Sự biến thiên của hàm số

Cho hàm số f xác định trên K .

➤ Hàm số $y = f(x)$ **đồng biến (tăng)** trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

➤ Hàm số $y = f(x)$ **nghịch biến (giảm)** trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$



Ví dụ 7. Xét chiều biến thiên của hàm số sau $y = 4 - 3x$.

Lời giải

.....

Ví dụ 8. Xét chiều biến thiên của hàm số sau $y = x^2 + 4x - 5$ trên

a). $(-\infty; -2)$

b). $(-2; +\infty)$

Lời giải

6. Tính chẵn lẻ của hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

- Hàm số f được gọi là **hàm số chẵn** nếu với $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số f được gọi là **hàm số lẻ** nếu với $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

Chú ý:

- Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.



- Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Ví dụ 9. Xét tính chẵn lẻ của hai hàm số sau:

a). $f(x) = \frac{x^3 + 5x}{x^2 + 4}$

b). $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1}$

Lời giải

6. Tịnh tiến đồ thị song song với trục tọa độ

Định lý: Cho (G) là đồ thị của $y = f(x)$ và $p > 0, q > 0$; ta có

- Tịnh tiến (G) lên trên q đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) + q$
- Tịnh tiến (G) xuống dưới q đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) - q$
- Tịnh tiến (G) sang trái p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x + p)$
- Tịnh tiến (G) sang phải p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x - p)$

Ví dụ 10.

- a). Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ liên tiếp sang trái 2 đơn vị và xuống dưới $\frac{1}{2}$ đơn vị ta được đồ thị của hàm số nào?
- b). Nêu cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = x^3$ để được đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 6$.

Lời giải

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

Dạng 1. TÍNH GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

1. Phương pháp.

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định trên D .

Giá trị của hàm số tại điểm $M(x_0; y_0)$ là $y_0 = f(x_0)$.

Để $A(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà đồ thị hàm số $y = f(x, m)$ luôn đi qua $\forall m$ thì điều kiện cần và đủ là $y_0 = f(x_0, m) \Leftrightarrow g(x_0, y_0).m + h(x_0, y_0) = 0$ có nghiệm $\forall m \Leftrightarrow \begin{cases} g(x_0, y_0) = 0 \\ h(x_0, y_0) = 0 \end{cases}$ có nghiệm.

2. Bài tập minh họa:

Bài tập 1. Cho hai hàm số $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ và $g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x - 1 & \text{khi } -2 \leq x \leq 2 \\ 6 - 5x & \text{khi } x < -2 \end{cases}$.

- Tính các giá trị sau $f(-1)$ và $g(-3), g(2), g(3)$.
- Tìm x khi $f(x) = 1$.
- Tìm x khi $g(x) = 1$.

Lời giải

Bài tập 2. Cho hàm số $y = mx^3 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2m^2 - m$

- Tìm m để điểm $M(-1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.
- Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua với mọi m .

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm:

Câu 1. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$.

A. $M_1(2;1)$.

B. $M_2(1;1)$.

C. $M_3(2;0)$.

D. $M_4(0;-2)$.

Lời giải.

Câu 2. Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x}$.

A. $A(2;0)$.

B. $B\left(3; \frac{1}{3}\right)$.

C. $C(1;-1)$.

D. $D(-1;-3)$.

Lời giải.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \leq 2 \\ x^2-3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

A. $(0;-3)$

B. $(3;6)$

C. $(2;5)$

D. $(2;1)$

Lời giải

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \leq 2 \\ -3 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(0;-3)$

B. $(3;7)$

C. $(2;-3)$

D. $(0;1)$

Lời giải

Câu 5. Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{5-2x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

A. $(4; -1)$. B. $(-2; -3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(2; 1)$.

Lời giải

Câu 6. Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 1 \\ \frac{5-2x}{x-1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

A. $(4; -1)$. B. $(-2; -3)$. C. $(-1; 3)$. D. $(2; 1)$.

Lời giải

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = |-5x|$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $f(-1) = 5$. B. $f(2) = 10$. C. $f(-2) = 10$. D. $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$.

Lời giải.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1} & x \in [0; 2] \\ x^2 - 1 & x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = \frac{2}{3}$. B. $f(4) = 15$. C. $f(4) = \sqrt{5}$. D. Không tính được.

Lời giải.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & x \geq 2 \\ x^2 + 1 & x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

A. $P = \frac{8}{3}$. B. $P = 4$. C. $P = 6$. D. $P = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-1}{x-1} & \text{khi } x > 4 \\ 3-x & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$. Tính $f(5) + f(-5)$.

A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{15}{2}$. C. $\frac{17}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+a}{x+5}$ có $f(-4) = 13$. Khi đó giá trị của a là

A. $a = 11$. B. $a = 21$. C. $a = -3$. D. $a = 3$.

Lời giải

Câu 12. Tìm m để đồ thị hàm số $y = 4x + m - 1$ đi qua điểm $A(1; 2)$.

A. $m = 6$. B. $m = -1$. C. $m = -4$. D. $m = 1$.

Lời giải

Dạng 2. TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

1. Phương pháp.

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập các giá trị của x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

Chú ý:

➤ Nếu $P(x)$ là một đa thức thì:

① $\frac{1}{P(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow P(x) \neq 0$

② $\sqrt{P(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow P(x) \geq 0$

③ $\frac{1}{P(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow P(x) > 0$

④ $\sqrt{P(x)} + \sqrt{Q(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} P(x) \geq 0 \\ Q(x) \geq 0 \end{cases}$

➤ Nếu $P(x)$ là một đa thức chứa tham số m thì:

⑤ Hàm số $y = \frac{A}{f(x, m)}$ (A là biểu thức luôn có nghĩa) xác định trên tập K khi và chỉ khi phương trình $f(x, m) = 0$ vô nghiệm trên K .

⑥ Hàm số $y = \sqrt{f(x, m)}$ xác định trên tập K khi và chỉ khi bất phương trình $f(x, m) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in K$.

⑦ Hàm số $y = \frac{A}{\sqrt{f(x, m)}}$ (A là biểu thức luôn có nghĩa) xác định trên tập K khi và chỉ khi bất phương trình $f(x, m) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in K$.

2. Bài tập minh họa:

Bài tập 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau

a). $y = \frac{x^2+1}{x^2+3x-4}$

b). $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2+3x+4)}$

c). $y = \frac{2x^2+x+1}{x^3+x^2-5x-2}$

d). $y = \frac{x}{(x^2-1)^2-2x^2}$

[illegible]

a). $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$

b). $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x\sqrt{x^2-4x+4}}$

c). $y = \frac{\sqrt{5-3|x|}}{x^2+4x+3}$

d). $y = \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$

e). $y = \sqrt{x + \sqrt{x^2 - x + 1}}$

f). $y = \sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}} + \sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains 10 rows of lines, and the right column also contains 10 rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

a). $y = \frac{\sqrt[3]{x^2 - 1}}{x^2 + 2x + 3}$

b). $y = \frac{x}{x - \sqrt{x} - 6}$

c). $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$

d). $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{ khi } x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{ khi } x < 1 \end{cases}$

e). $y = \sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}} + \frac{1}{1-x}$

f). $y = \sqrt{\sqrt{x^2 + 2x + 2} - (x + 1)}$

[illegible]

Bài tập 6. Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $(0;1]$.

[illegible]

Bài tập 7. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0; 2)$?

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 8. Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1; 2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 9. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 10. Cho hàm số $f(x) = \frac{2019x+2020}{x^2-2x+21-2m}$, với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

- A. vô số. B. 9. C. 11. D. 10.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11. Cho hàm số $y = \frac{x\sqrt{2}+1}{x^2+2x-m+1}$ với m là tham số.

Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

- A. 7. B. 10. C. 12. D. 8

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 12. Số các giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hàm số $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2 - 2x + m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10

Lời giải

Bài tập 13. Tìm điều kiện của m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - x + m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

A. $m \geq \frac{1}{4}$.

B. $m > \frac{1}{4}$.

C. $m > -\frac{1}{4}$.

D. $m \leq \frac{1}{4}$.

Lời giải

Bài tập 14. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3mx + 4}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

A. $|m| < \frac{4}{3}$.

B. $|m| \leq \frac{4}{3}$.

C. $|m| > \frac{4}{3}$.

D. $|m| \geq \frac{4}{3}$.

Lời giải

Bài tập 15. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có tập xác định là $[2; +\infty)$.

Lời giải

Bài tập 16. Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 - 2x + 3}} + \sqrt{x - m}$ có tập xác định khác tập rỗng là

A. $(-\infty; 3)$.

B. $(-3; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Bài tập 17. Tìm m để hàm số $y = (x-2)\sqrt{3x-m-1}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$?

A. $m < 2$.

B. $m \leq 2$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

Lời giải

Bài tập 18. Cho hàm số $y = \sqrt{m-x} + \sqrt{2x-m+1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;1)$.

Lời giải

Bài tập 19. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-5m+6}}{x+m-1}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0; +\infty)$.

Lời giải

Bài tập 20. Tìm m để các hàm số sau đây xác định với mọi x thuộc khoảng $(0; +\infty)$.

a). $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m-1}$.

b). $y = \sqrt{2x-3m+4} + \frac{x-m}{x+m-1}$.

Lời giải

Bài tập 21. Tìm m để các hàm số

a). $y = \frac{1}{\sqrt{x-m}} + \sqrt{-x+2m+6}$ xác định trên $(-1;0)$.

b). $y = \sqrt{1-|2x^2+mx+m+15|}$ xác định trên $[1;3]$.

Lời giải

Bài tập 22. Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số

a). Tìm tập xác định của hàm số theo tham số m

b). Tìm m để hàm số xác định trên $(0;1)$

Lời giải

Bài tập 23. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-3m+4} + \frac{x}{x+m-1}$ với m là tham số.

- a). Tìm tập xác định của hàm số khi $m=1$
b). Tìm m để hàm số có tập xác định là $[0; +\infty)$

Lời giải

Bài tập 24. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2+x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Bài tập 25. Tìm m để các hàm số

- a). $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-6x+m-2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$. b). $y = \frac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ xác định trên toàn trục số.

Lời giải

Bài tập 26. Cho hàm số $y = \sqrt{x^4 + 4x^3 + (m+5)x^2 + 4x + 4 + m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập :

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a). $y = \frac{2\sqrt{x-1}}{|x|-2}$.

b). $y = \sqrt{x+2} - \frac{2}{\sqrt{x-1}}$.

c). $y = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x^2 + x + 1}$.

d). $y = x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$.

e). $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - x - 6}$.

f). $y = f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Lời giải

Bài 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (1; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $D = [1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x-1}{(2x+1)(x-3)}$.

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$. C. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2+3x-4}$.

- A. $D = \{1; -4\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2+3x+4)}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $D = \{-1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 17. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x+1}{x^3-3x+2}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 18. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$.

A. $D = [-3; +\infty)$.

B. $D = [-2; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = [2; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 19. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$.

A. $D = (1; 2)$.

B. $D = [1; 2]$.

C. $D = [1; 3]$.

D. $D = [-1; 2]$.

Lời giải.

Câu 20. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-2} + 6x}{\sqrt{4-3x}}$.

A. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$.

C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$.

D. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

Lời giải.

Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$.

A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

D. $D = (-4; 4)$.

Lời giải.

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x^2-2x+1} + \sqrt{x-3}$.

A. $D = (-\infty; 3]$.

B. $D = [1; 3]$.

C. $D = [3; +\infty)$.

D. $D = (3; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}}{x}$.

A. $D = [-2; 2]$.

B. $D = (-2; 2) \setminus \{0\}$.

C. $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - x - 6}$.

A. $D = \{3\}$.

B. $D = [-1; +\infty) \setminus \{3\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = [-1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-x} + \frac{2x+1}{1+\sqrt{x-1}}$.

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = [1; 6]$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (1; 6)$.

Lời giải.

Câu 26. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

C. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

D. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

Lời giải.

Câu 27. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$.

A. $D = [-2; +\infty) \setminus \{0; 2\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = [-2; +\infty)$.

D. $D = (-2; +\infty) \setminus \{0; 2\}$.

Lời giải.

Câu 28. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x}{x - \sqrt{x-6}}$.

A. $D = [0; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $D = [0; +\infty) \setminus \{9\}$.

C. $D = [0; +\infty) \setminus \{\sqrt{3}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{9\}$.

Lời giải.

Câu 29. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x^2+x+1}$.

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = \{1\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (-1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 30. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$.

A. $D = [1; 4]$.

B. $D = (1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

C. $[1; 4] \setminus \{2; 3\}$.

D. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 31. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\sqrt{x^2+2x+2} - (x+1)}$.

A. $D = (-\infty; -1)$.

B. $D = [-1; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 32. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2018}{\sqrt[3]{x^2-3x+2} - \sqrt[3]{x^2-7}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Câu 33. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{|x|}{|x-2| + |x^2+2x|}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$.

D. $D = (2; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 34. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x|x-4|}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

B. $D = (0; +\infty)$.

C. $D = [0; +\infty) \setminus \{4\}$.

D. $D = (0; +\infty) \setminus \{4\}$.

Lời giải.

Câu 35. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-3|x|}}{x^2+4x+3}$.

A. $D = \left[-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right] \setminus \{-1\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right) \setminus \{-1\}$.

D. $D = \left[-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right]$.

Lời giải.

Câu 36. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$.

B. $y = x^2 - \sqrt{x^2+1} - 3$

C. $y = \frac{3x}{x^2-4}$.

D. $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$.

Lời giải.

Câu 37. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & ; x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & ; x < 1 \end{cases}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (2; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 2)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Câu 38. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & ; x < 1 \end{cases}$.

A. $D = \{-1\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = [-1; +\infty)$.

D. $D = [-1; 1)$.

Lời giải.

Câu 39. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a + b$.

A. $a + b = -8$. B. $a + b = -10$. C. $a + b = 8$. D. $a + b = 10$.

Lời giải

Câu 40. Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 4$. D. $S = 3$.

Lời giải

Câu 41. Hàm số $y = \frac{x^2 - 7x + 8}{x^2 - 3x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}; a \neq b$.
Tính giá trị biểu thức $Q = a^3 + b^3 - 4ab$.

A. $Q = 11$. B. $Q = 14$. C. $Q = -14$. D. $Q = 10$.

Lời giải

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên khoảng $(-1; 3)$.

A. Không có giá trị m thỏa mãn. B. $m \geq 2$.
C. $m \geq 3$. D. $m \geq 1$.

Lời giải.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;0)$.

A. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$.

B. $m \leq -1$.

C. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

A. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}$.

B. $m \in (-\infty; -1] \cup \{2\}$.

C. $m \in (-\infty; 1] \cup \{3\}$.

D. $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$.

Lời giải.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m-1}$ xác định trên $(0;+\infty)$.

A. $m \leq 0$.

B. $m \geq 1$.

C. $m \leq 1$.

D. $m \leq -1$.

Lời giải.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-6x+m-2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$

A. $m \geq 11$.

B. $m > 11$.

C. $m < 11$.

D. $m \leq 11$.

Lời giải.

Dạng 3. TẬP GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

1. Phương pháp.

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

Tập hợp $T = \{y = f(x) | x \in D\}$ gọi là tập giá trị của hàm số $y = f(x)$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 27. Tìm tập giá trị của hàm số $y = 5x - 4$.

Lời giải

Bài tập 28. Tìm tập giá trị của hàm số $y = 2\sqrt{x} + 3$.

Lời giải

Bài tập 29. Tìm tập giá trị của hàm số $y = -x^2 + 4x + 4$.

Lời giải

Bài tập 30. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$.

Lời giải

Bài tập 31. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}}$.

Lời giải

1. Phương pháp .

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên D :

- Chú ý:** Một hàm số có thể không chẵn cũng không lẻ
- Đồ thị hàm số chẵn nhận trục Oy làm trục đối xứng
 - Đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng

Bước 1: Tìm tập xác định của hàm số.

- Nếu $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ Chuyển qua bước ba
- Nếu $\exists x_0 \in D \Rightarrow -x_0 \notin D$ kết luận hàm không chẵn cũng không lẻ.

- Nếu bằng nhau thì kết luận hàm số là chẵn
- Nếu đối nhau thì kết luận hàm số là lẻ
- Nếu tồn tại một giá trị $\exists x_0 \in D$ mà $f(-x_0) \neq f(x_0)$, $f(-x_0) \neq -f(x_0)$ kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ.

Chú ý: Ta có thể sử dụng Casio: Dùng lệnh Mode 7-TABLE-Nhập $f(x)$ và nhập $g(x) = f(-x)$.

Bài tập 32. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a). $f(x) = 3x^3 + 2\sqrt[3]{x}$

b). $f(x) = x^4 + \sqrt{x^2 + 1}$

c). $f(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{5-x}$

d). $f(x) = \sqrt{2+x} + \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

Lời giải

Bài tập 33. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a). $f(x) = x^4 - 4x + 2$

b). $f(x) = \|x + 2\| - \|x - 2\|$

c). $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - x} - 2x^2 - 1$

d). $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{Khi } x < 0 \\ 0 & \text{Khi } x = 0 \\ 1 & \text{Khi } x > 0 \end{cases}$

Lời giải

Bài tập 34. Tìm m để hàm số: $f(x) = \frac{x^2(x^2 - 2) + (2m^2 - 2)x}{\sqrt{x^2 + 1} - m}$ là hàm số chẵn.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 4. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a). $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}$

b). $f(x) = \frac{x-5}{x-1}$

c). $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

d). $f(x) = \frac{x^3}{|x|-1}$

e). $f(x) = \frac{|x-1| + |x+1|}{|2x-1| + |2x+1|}$

f). $f(x) = \frac{|x+2| + |x-2|}{|x-1| - |x+1|}$

Lời giải

Bài 5. Tìm m để hàm số: $y = f(x) = \frac{x(x^2 - 2) + 2m - 1}{x - 2m + 1}$ là hàm số chẵn.

Lời giải

Bài 6. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có cùng tập xác định D. Chứng minh rằng

a). Nếu hai hàm số trên lẻ thì hàm số $y = f(x) + g(x)$ là hàm số lẻ

b). Nếu hai hàm số trên một chẵn một lẻ thì hàm số $y = f(x)g(x)$ là hàm số lẻ

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7.

a). Tìm m để đồ thị hàm số sau nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng

$$y = x^3 - (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + m - 3.$$

b). Tìm m để đồ thị hàm số sau nhận trục tung làm trục đối xứng

$$y = x^4 - (m^2 - 3m + 2)x^3 + m^2 - 1.$$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 47. Trong các hàm số $y = 2015x$, $y = 2015x + 2$, $y = 3x^2 - 1$, $y = 2x^3 - 3x$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 48. Cho hai hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x$ và $g(x) = x^{2017} + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số lẻ.
- B. $f(x)$ là hàm số chẵn; $g(x)$ là hàm số chẵn.
- C. Cả $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số không chẵn, không lẻ.
- D. $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải.

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = x^2 - |x|$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A. $f(x)$ là hàm số lẻ.
- B. $f(x)$ là hàm số chẵn.
- C. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua gốc tọa độ.
- D. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.

Lời giải.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = |x - 2|$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A. $f(x)$ là hàm số lẻ.
- B. $f(x)$ là hàm số chẵn.
- C. $f(x)$ là hàm số vừa chẵn, vừa lẻ.
- D. $f(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải.

Câu 51. Trong các hàm số nào sau đây, hàm số nào là hàm số lẻ?

- A. $y = x^{2018} - 2017$.
- B. $y = \sqrt{2x+3}$.
- C. $y = \sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}$.
- D. $y = |x+3| + |x-3|$.

Lời giải.

Câu 52. Trong các hàm số nào sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = |x+1| + |x-1|$.

B. $y = |x+3| + |x-2|$.

C. $y = 2x^3 - 3x$.

D. $y = 2x^4 - 3x^2 + x$.

Lời giải.

Câu 53. Trong các hàm số $y = |x+2| - |x-2|$, $y = |2x+1| + \sqrt{4x^2 - 4x + 1}$, $y = x(|x| - 2)$,

$y = \frac{|x+2015| + |x-2015|}{|x+2015| - |x-2015|}$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Câu 54. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -x^3 - 6 & ; x \leq -2 \\ |x| & ; -2 < x < 2 \\ x^3 - 6 & ; x \geq 2 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)$ là hàm số lẻ.

B. $f(x)$ là hàm số chẵn.

C. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua gốc tọa độ.

D. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.

Lời giải.

Câu 55. Tìm điều kiện của tham số để các hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ là hàm số chẵn.

A. a tùy ý, $b = 0$, $c = 0$.

B. a tùy ý, $b = 0$, c tùy ý.

C. a , b , c tùy ý.

D. a tùy ý, b tùy ý, $c = 0$.

Lời giải.

Câu 56. Biết rằng khi $m = m_0$ thì hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

B. $m_0 \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$.

C. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

D. $m_0 \in [3; +\infty)$.

Lời giải.

Dạng 5. XÉT TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN(ĐƠN ĐIỀU) CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT KHOẢNG

1. Phương pháp .

Cách 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K . Lấy $x_1, x_2 \in K$; $x_1 < x_2$, đặt $T = f(x_2) - f(x_1)$

➤ Hàm số đồng biến trên $K \Leftrightarrow T > 0$.

➤ Hàm số nghịch biến trên $(1; 2) \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) + m - 1 < 0$.

Cách 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K . Lấy $x_1, x_2 \in K$; $x_1 \neq x_2$, đặt $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

➤ Hàm số đồng biến trên $K \Leftrightarrow T > 0$.

➤ Hàm số nghịch biến trên $K \Leftrightarrow T < 0$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 35. Xét sự biến thiên của hàm số sau trên khoảng $(1; +\infty)$

a) $y = \frac{3}{x-1}$

b) $y = x + \frac{1}{x}$

Lời giải

Bài tập 36. Cho hàm số $y = x^2 - 4$

a). Xét chiều biến thiên của hàm số trên $(-\infty; 0)$ và trên $(0; +\infty)$

b). Lập bảng biến thiên của hàm số trên $[-1; 3]$ từ đó xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$.

Lời giải

Bài tập 37. Xét sự biến thiên của hàm số $y = \sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1}$ trên tập xác định của nó.

Áp dụng giải phương trình

a). $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = 3$

b). $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = \sqrt{4x^2+9} + x$

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 8. Xét sự biến thiên của các hàm số sau:

a). $y = 4 - 3x$

b). $y = x^2 + 4x - 5$.

c). $y = \frac{2}{x-2}$ trên $(-\infty; 2)$ và trên $(2; +\infty)$

d). $y = \frac{x}{x-1}$ trên $(-\infty; 1)$

Lời giải

Bài 9. Chứng minh rằng hàm số $y = x^3 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Áp dụng giải phương trình sau $x^3 - x = \sqrt[3]{2x+1} + 1$

Lời giải

Bài 10. Cho hàm số $y = \sqrt{x-1} + x^2 - 2x$

a). Xét sự biến thiên của hàm số đã cho trên $[1; +\infty)$

b). Tìm giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$

Lời giải

Câu 57. Cho hàm số $f(x) = 4 - 3x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Câu 58. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 5$ trên khoảng $(-\infty; 2)$ và trên khoảng $(2; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, đồng biến trên $(2; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$, nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 59. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, cũng không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 60. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

D. Hàm số không đồng biến, cũng không nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 61. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$ trên khoảng $(-\infty; -5)$ và trên khoảng $(-5; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -5)$, đồng biến trên $(-5; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -5)$, nghịch biến trên $(-5; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 62. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-7}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 63. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số

$$f(x) = (m+1)x + m - 2 \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

- A. 7.
- B. 5.
- C. 4.
- D. 3.

Lời giải.

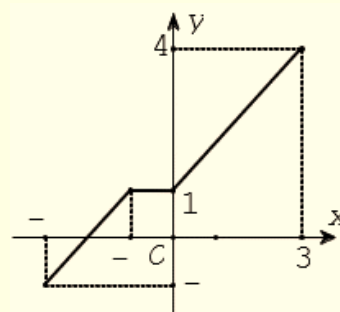
Câu 64. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. $m < 5$.
- B. $m > 5$.
- C. $m < 3$.
- D. $m > 3$.

Lời giải.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

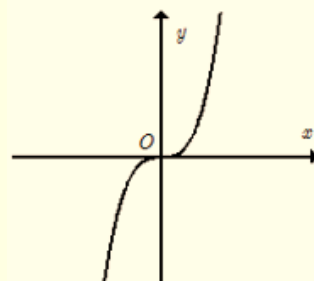
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 4)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 3)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.



Lời giải.

Câu 66. Cho đồ thị hàm số $y = x^3$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến tại gốc tọa độ O .



Lời giải.

Dạng 6. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ VÀ TÍNH TIẾN ĐỒ THỊ

1. Phương pháp.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D .

Đồ thị hàm số f là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ nằm trong mặt phẳng tọa độ với $x \in D$.

Chú ý: Điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

Sử dụng định lý về tính tiến đồ thị một hàm số

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 38. Chứng minh rằng trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ tồn tại hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ thỏa mãn:
$$\begin{cases} 2x_A + y_A = 3 \\ 2x_B + y_B = 3 \end{cases}$$

Lời giải

Bài tập 39. Tìm trên đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 3x - 4$ hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

Lời giải

Bài tập 40.

a). Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ liên tiếp sang phải hai đơn vị và xuống dưới một đơn vị ta được đồ thị của hàm số nào?

b). Nêu cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = -2x^2$ để được đồ thị hàm số $y = -2x^2 - 6x + 3$.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập:

Bài 11. Cho hàm số $y = f(x) = -3x^2 + m^2x + m + 1$ (với m là tham số)

a). Tìm các giá trị của m để $f(0) = 5$.

b). Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(1; 0)$.

Lời giải

Bài 12. Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số sau luôn đi qua với mọi m .

a). $y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x - 2(m^2 + 1)$

b). $y = \frac{(m-1)x + m + 2}{x + m + 2}$

Lời giải

Bài 13. Cho hàm số $f(x) = 2x^4 + (m-1)x^3 + (m^2-1)x^2 + 2(m^2-3m+2)x - 3$.
 Tìm m để điểm $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 67. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số
 $f(x) = (m+1)x + m - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Câu 68. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (2m+3)x + m + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Câu 69. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Dạng 7. BÀI TOÁN THỰC TẾ

1. Phương pháp.

Bước 1: Lập biểu thức theo yêu cầu bài toán (nếu cần);

Bước 2: Khai thác giả thiết để xử lí bài toán phù hợp;

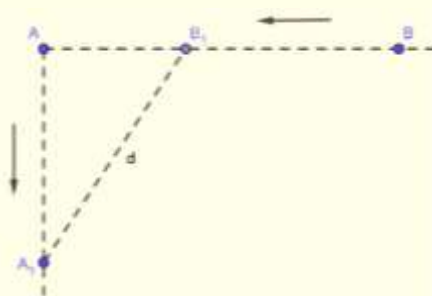
Bước 3: Kết luận.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 41. Biết diện tích rừng nhiệt đới trên trái đất được xác định bởi hàm số $S = 718,3 - 4,6t$, trong đó S được tính bằng triệu hec-ta, t tính bằng số năm kể từ năm 1990. Hãy tính diện tích rừng nhiệt đới vào các năm 1990 và 2018.

Lời giải

Bài tập 42. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai con tàu cùng khởi hành, một tàu chạy về hướng nam với 6 hải lý/giờ, còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/giờ. Hãy xác định thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là nhỏ nhất?



Lời giải

Bài tập 43. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 USD. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x USD thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

SBÀI 2.

HÀM SỐ BẬC HAI

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Hàm số bậc hai là hàm số có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.

2. Chú ý.

- Khi $a = 0, b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.
- Khi $a = b = 0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

3. Sự biến thiên và đồ thị hàm số.

a). Đồ thị hàm số $y = ax^2, a \neq 0$ là một parabol có đỉnh là gốc tọa độ, có trục đối xứng là trục tung (là đường thẳng $x = 0$).

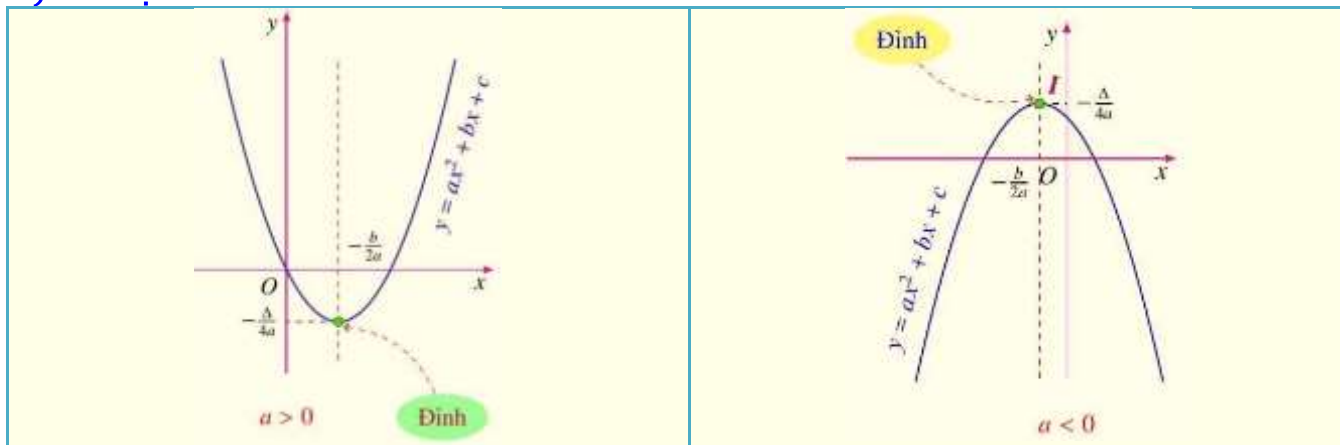
Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.

b). Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ là một parabol có:

- Đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- Trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.
- Bề lõm hướng lên trên nếu $a > 0$, hướng xuống dưới nếu $a < 0$.
- Giao điểm với trục tung là $M(0; c)$.
- Số giao điểm với trục hoành bằng số nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.
- Bảng giá trị tương ứng:

x	$-x_2$	$-x_1$	$-\frac{b}{2a}$	x_1	x_2
$y = ax^2 + bx + c$	$y(-x_2)$	$y(-x_1)$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$y(x_1)$	$y(x_2)$

c). Đồ thị



d). Sự biến thiên

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$
- Khi $a > 0$ hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$, nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ và có giá trị nhỏ nhất là $-\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$.
- Khi $a < 0$ hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$, nghịch biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ và có giá trị lớn nhất là $-\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$)	$+\infty$	Δ $-\frac{4a}{4a}$	$+\infty$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$)		$-\frac{\Delta}{4a}$	

a). $y = 2(x+3)^2 - 5$.

b). $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x.$

[illegible]

a). Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P).

b). Nhận xét sự biến thiên của hàm số trong khoảng $(0; 3)$.

c). Tìm tập hợp giá trị x sao cho $y \leq 0$.

d). Tìm các khoảng của tập xác định để đồ thị (P) nằm hoàn toàn phía trên đường thẳng $y = 8$

e). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$.

[illegible]

B. PHÂN DẠNG VÀ BÀI TẬP

Dạng 1. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC HAI

1. Phương pháp.

Để xác định hàm số bậc hai ta là như sau:

- Gọi hàm số cần tìm là $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$.
- Căn cứ theo giả thiết bài toán để thiết lập và giải hệ phương trình với ẩn a, b, c , từ đó suy ra hàm số cần tìm.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 1. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ biết:

- a). (P) đi qua $A(2;3)$ có đỉnh $I(1;2)$.
- b). $c = 2$ và (P) đi qua $B(3;-4)$ và có trục đối xứng là $x = -\frac{3}{2}$.
- c). Hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{3}{4}$ khi $x = \frac{1}{2}$ và nhận giá trị bằng 1 khi $x = 1$

Lời giải

b). Đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $B(0; -1)$.

[illegible]

c). Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 .

[illegible]

b). (P) có đỉnh $I(1; 4)$

Lời giải

Bài 2. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng đồ thị hàm số (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và có đỉnh $S(-2; -1)$.

Lời giải

Bài 3. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(1; 5)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Bài 4. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết rằng $I\left(\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$ là đỉnh của (P) .

Lời giải

Bài 5. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết (P) đi qua ba điểm $A(1; -1)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -3)$.

Lời giải

Bài 6. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các tham số, biết rằng hàm số ấy đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x = -2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1; -1)$.

Lời giải

Bài 7. Tìm parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết rằng hoành độ đỉnh của (P) bằng -3 và (P) đi qua điểm $M(-2; 1)$.

Lời giải

Bài 8. Tìm các tham số a, b, c sao cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4 tại $x = 2$ và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ là 6.

Lời giải

Bài 9. Xác định parabol $(P) y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ biết (P) đi qua $M(4; 3)$ cắt Ox tại $N(3; 0)$ và Q sao cho $\triangle INQ$ có diện tích bằng 1 biết hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết parabol cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2.

- A. $y = x^2 + 3x - 2$. B. $y = -x^2 + x - 2$. C. $y = -x^2 + 3x - 3$. D. $y = -x^2 + 3x - 2$.

Lời giải.

Câu 2. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có trục đối xứng $x = -3$.

- A. $y = x^2 + 3x - 2$. B. $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$. C. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 3$. D. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.

Lời giải.

Câu 3. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$.

- A. $y = x^2 + 3x - 2$. B. $y = x^2 + x - 4$. C. $y = 3x^2 + x - 1$. D. $y = 3x^2 + 3x - 2$.

Lời giải.

Câu 4. Tìm giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ ($m \neq 0$) có đỉnh thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$.

- A. $m = 1$. B. $m = -1$. C. $m = -6$. D. $m = 6$.

Lời giải.

Câu 5. Gọi S là tập các giá trị $m \neq 0$ để parabol $(P): y = mx^2 + 2mx + m^2 + 2m$ có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x + 7$. Tính tổng các giá trị của tập S

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. -2.

Lời giải.

Câu 6. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

A. $y = 2x^2 + x + 2$.

B. $y = x^2 + x + 2$.

C. $y = -2x^2 + x + 2$.

D. $y = -2x^2 - x + 2$.

Lời giải.

Câu 7. Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(-1;-2)$.

A. $y = 2x^2 - 4x + 4$.

B. $y = 2x^2 - 4x$.

C. $y = 2x^2 - 3x + 4$.

D. $y = 2x^2 + 4x$.

Lời giải.

Câu 8. Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(0;4)$ và có trục đối xứng $x = 1$.

A. $y = 2x^2 - 4x + 4$.

B. $y = 2x^2 + 4x - 3$.

C. $y = 2x^2 - 3x + 4$.

D. $y = 2x^2 + x + 4$.

Lời giải.

Câu 9. Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$. Tính tổng $S = a + c$.

A. $S = 5$.

B. $S = -5$.

C. $S = 4$.

D. $S = 1$.

Lời giải.

Câu 10. Biết rằng $(P): y = ax^2 + bx + 2$ ($a > 1$) đi qua điểm $M(-1; 6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\frac{1}{4}$.

Tính tích $T = ab$.

A. $P = -3$.

B. $P = -2$.

C. $P = 192$.

D. $P = 28$.

Lời giải.

Câu 11. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua ba điểm $A(1; 1)$, $B(-1; -3)$ và $O(0; 0)$.

A. $y = x^2 + 2x$.

B. $y = -x^2 - 2x$.

C. $y = -x^2 + 2x$.

D. $y = x^2 - 2x$.

Lời giải.

Câu 12. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 2 , cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -2 .

A. $y = -2x^2 + x - 2$.

B. $y = -x^2 + x - 2$.

C. $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$.

D. $y = x^2 - x - 2$.

Lời giải.

Câu 13. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(-2; -1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

A. $y = x^2 - 2x - 3$.

B. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$.

C. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$.

D. $y = -x^2 - 2x - 3$.

Lời giải.

Câu 14. Biết rằng $(P): y = ax^2 + bx + c$, đi qua điểm $A(2;3)$ và có đỉnh $I(1;2)$

Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $S = 2$.

B. $S = 4$.

C. $S = 6$.

D. $S = 14$.

Lời giải.

Câu 15. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh thuộc trục hoành và đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$.

A. $y = x^2 - 2x + 1$.

B. $y = x^2 - 3x + 1$.

C. $y = x^2 + 2x + 1$.

D. $y = x^2 + 3x + 1$.

Lời giải.

Câu 16. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua $M(-5;6)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 . Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a = 6b$.

B. $25a - 5b = 8$.

C. $b = -6a$.

D. $25a + 5b = 8$.

Lời giải.

Câu 17. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 6)$. Tính tích $P = abc$.

A. $P = -6$.

B. $P = 6$.

C. $P = -3$.

D. $P = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Câu 18. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -1)$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = -1$.

B. $S = 4$.

C. $S = 4$.

D. $S = 2$.

Lời giải.

Câu 19. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x = -2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1; -1)$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $S = -1$.

B. $S = 1$.

C. $S = 13$.

D. $S = 14$.

Lời giải.

Câu 20. Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau

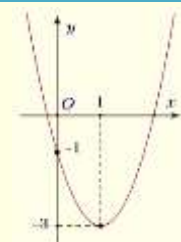
Phương trình của parabol này là

A. $y = -x^2 + x - 1$.

B. $y = 2x^2 + 4x - 1$.

C. $y = x^2 - 2x - 1$.

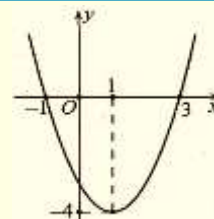
D. $y = 2x^2 - 4x - 1$.



Lời giải

Câu 21. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là:

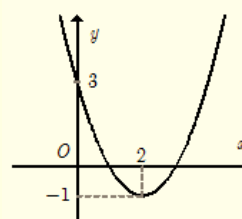
- A. -9. B. 9.
C. -6. D. 6.



Lời giải

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

- A. 0. B. 26.
C. 8. D. 20.



Lời giải

Câu 23. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3 và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x = \frac{1}{4}$.

- A. $y = -2x^2 + x - 3$. B. $y = x^2 - \frac{1}{2}x + 3$. C. $y = 2x^2 - x - 3$. D. $y = 2x^2 + x - 3$.

Lời giải

Câu 24.

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = -2$ và đi qua $A(0;6)$ có phương trình là

- A. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$. B. $y = x^2 + 2x + 6$. C. $y = x^2 + 6x + 6$. D. $y = x^2 + x + 4$.

Lời giải

Câu 25. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x = \frac{3}{2}$ và tổng lập phương các nghiệm của phương trình $y = 0$ bằng 9. Tính $P = abc$.

A. $P = 0$. B. $P = 6$. C. $P = 7$. D. $P = -6$.

Lời giải.

Dạng 2. XÉT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

1. Phương pháp.

Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta thực hiện các bước như sau:

- Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- Xác định trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$ và hướng bề lõm của parabol.
- Xác định một số điểm cụ thể của parabol (chẳng hạn, giao điểm của parabol với các trục tọa độ và các điểm đối xứng với chúng qua trục trục đối xứng).
- Căn cứ vào tính đối xứng, bề lõm và hình dáng parabol để vẽ parabol.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau

a). $y = x^2 + 3x + 2$

b). $y = -x^2 + 2\sqrt{2}x$

Lời giải

Bài tập 5. Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 8$

- Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số trên
- Sử dụng đồ thị để biện luận theo tham số m số điểm chung của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số trên
- Sử dụng đồ thị, hãy nêu các khoảng trên đó hàm số chỉ nhận giá trị dương
- Sử dụng đồ thị, hãy tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 5]$

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 10. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau

a). $y = x^2 - 3x + 2$

b). $y = -2x^2 + 4x$

Lời giải

Bài 11. Cho hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$

- Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số trên
- Tìm m để đồ thị hàm số trên cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm phân biệt
- Sử dụng đồ thị, hãy nêu các khoảng trên đó hàm số chỉ nhận giá trị âm
- Sử dụng đồ thị, hãy tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-3; 1]$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 26. Cho hàm số $y = x^2 - 2mx + m^2$ (P). Khi m thay đổi, đỉnh của Parabol (P) luôn nằm trên đường nào sau đây?

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $y = x$. D. $y = x^2$.

Lời giải

Câu 27. Cho hàm số $y = x^2 - 4mx + 4m^2$ (P). Khi m thay đổi, đỉnh của Parabol (P) luôn nằm trên đường nào sau đây?

- A. $x = 0$. B. $y = 0$. C. $y = 2x^2$. D. $y = x^2$.

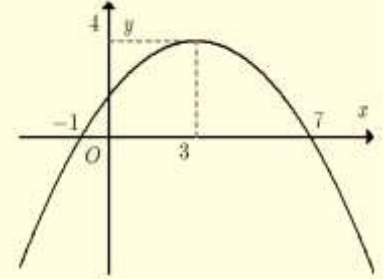
Lời giải

Câu 28. Tìm giá trị của tham số m để đỉnh I của đồ thị hàm số $y = -x^2 + 6x + m$ thuộc đường thẳng $y = x + 2019$.

- A. $m = 2020$. B. $m = 2000$. C. $m = 2036$. D. $m = 2013$.

Lời giải

Câu 29. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (P) như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- B. (P) có đỉnh là $I(3; 4)$.
- C. (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
- D. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 30. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) . Tọa độ đỉnh của (P) là

- A. $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$.
- B. $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- C. $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- D. $I\left(\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 31. Trục đối xứng của parabol $(P): y = 2x^2 + 6x + 3$ là

- A. $x = -\frac{3}{2}$.
- B. $y = -\frac{3}{2}$.
- C. $x = -3$.
- D. $y = -3$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 32. Trục đối xứng của parabol $(P): y = -2x^2 + 5x + 3$ là

- A. $x = -\frac{5}{2}$.
- B. $x = -\frac{5}{4}$.
- C. $x = \frac{5}{2}$.
- D. $x = \frac{5}{4}$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 33. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị nhận đường $x = 1$ làm trục đối xứng?

- A. $y = -2x^2 + 4x + 1$.
- B. $y = 2x^2 + 4x - 3$.
- C. $y = 2x^2 - 2x - 1$.
- D. $y = x^2 - x + 2$.

Lời giải.

.....

.....

Câu 34. Đỉnh của parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là

- A. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.
- B. $I\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.
- C. $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.
- D. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải.

Câu 35. Hàm số nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh $I(-1;3)$?

- A. $y = 2x^2 - 4x - 3$. B. $y = 2x^2 - 2x - 1$. C. $y = 2x^2 + 4x + 5$. D. $y = 2x^2 + x + 2$.

Lời giải.

Câu 36. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

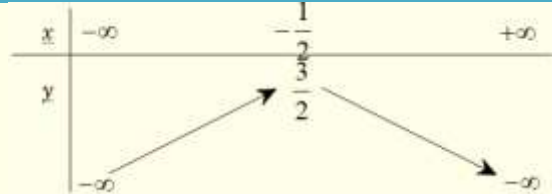
- A. $y = -x^2 + 4x - 9$. B. $y = x^2 - 4x - 1$.
C. $y = -x^2 + 4x$. D. $y = x^2 - 4x - 5$.



Lời giải.

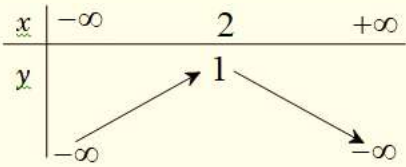
Câu 37. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

- A. $y = 2x^2 + 2x - 1$. B. $y = 2x^2 + 2x + 2$.
C. $y = -2x^2 - 2x$. D. $y = -2x^2 - 2x + 1$.

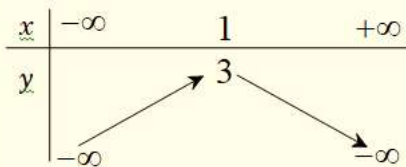


Lời giải.

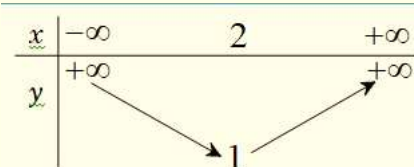
Câu 38. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào trong các bảng cho sau đây ?



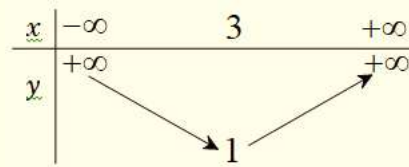
A.



C.



B.

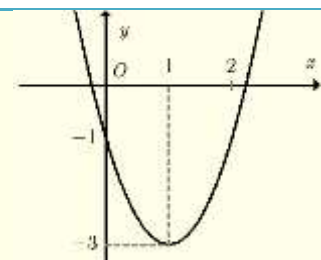


D.

Lời giải.

Câu 39. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

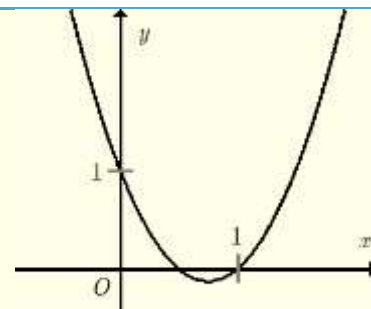
- A. $y = x^2 - 4x - 1$. B. $y = 2x^2 - 4x - 1$.
C. $y = -2x^2 - 4x - 1$. D. $y = 2x^2 - 4x + 1$.



Lời giải.

Câu 40. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

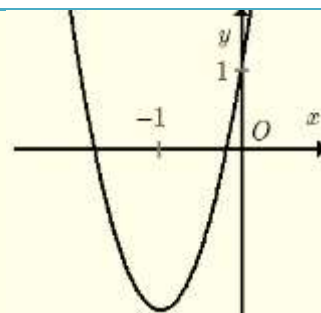
- A. $y = -x^2 + 3x - 1$.
- B. $y = -2x^2 + 3x - 1$.
- C. $y = 2x^2 - 3x + 1$.
- D. $y = x^2 - 3x + 1$.



Lời giải.

Câu 41. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

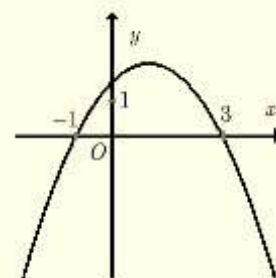
- A. $y = -3x^2 - 6x$.
- B. $y = 3x^2 + 6x + 1$.
- C. $y = x^2 + 2x + 1$.
- D. $y = -x^2 - 2x + 1$.



Lời giải.

Câu 42. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

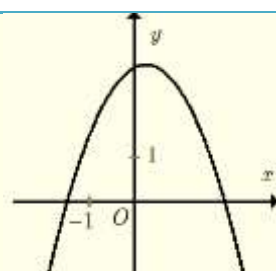
- A. $y = x^2 - 2x + \frac{3}{2}$.
- B. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{5}{2}$.
- C. $y = x^2 - 2x$.
- D. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$.



Lời giải.

Câu 43. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -2x^2 + x - 1$.
- B. $y = -2x^2 + x + 3$.
- C. $y = x^2 + x + 3$.
- D. $y = -x^2 + \frac{1}{2}x + 3$.



Lời giải.

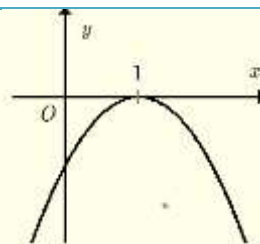
Câu 44. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + 2x$.

B. $y = -x^2 + 2x - 1$.

C. $y = x^2 - 2x$.

D. $y = x^2 - 2x + 1$.



Lời giải.

Câu 45. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.

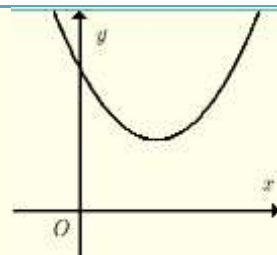
Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải.

Câu 46. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.

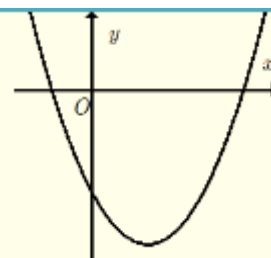
Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải.

Câu 47. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.

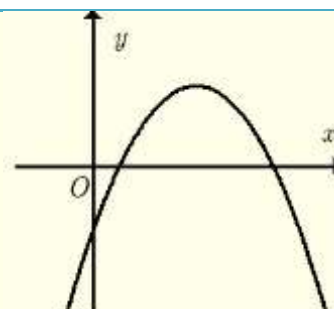
Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b > 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 48. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên.

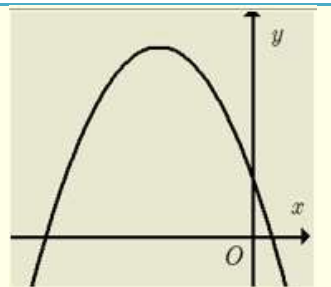
Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 49. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi (P) hoàn toàn nằm phía trên trục hoành.

A. $a > 0, \Delta > 0$.

B. $a > 0, \Delta < 0$.

C. $a < 0, \Delta < 0$.

D. $a < 0, \Delta > 0$.

Lời giải.

.....

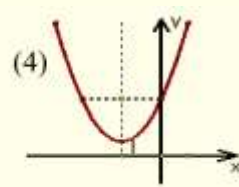
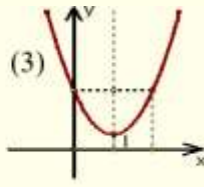
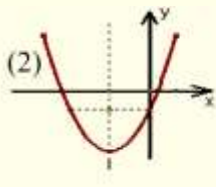
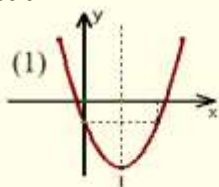
.....

.....

.....

.....

Câu 50. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0, b < 0, c > 0$) thì đồ thị của hàm số là hình nào trong các hình sau:



A. Hình (1).

B. Hình (2).

C. Hình (3).

D. Hình (4).

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 51. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và có đỉnh nằm phía trên trục hoành.

A. $a > 0, \Delta > 0$.

B. $a > 0, \Delta < 0$.

C. $a < 0, \Delta < 0$.

D. $a < 0, \Delta > 0$.

Lời giải.

Dạng 3. XÉT SỰ ĐỒNG BIẾN VÀ NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ BẬC HAI TRÊN $\mathbb{R}, [A; B], \dots$

1. Phương pháp.

Dựa vào tính chất sau:

➤ Khi $a > 0$ hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$, nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

➤ Khi $a < 0$ hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$, nghịch biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

➤ Để tìm điều kiện hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đồng biến trên khoảng $(A; B)$ ta làm như sau:

Trường hợp $a = 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

Trường hợp $a > 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (A; B) \subset \left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right) \end{cases}$.

Trường hợp $a < 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ (A; B) \subset \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right) \end{cases}$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 6. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$). Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

C. Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.

D. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

Bài tập 7. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; 3)$

Lời giải

Bài tập 8.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -4x^2 + 4mx - m^2 + 2$ nghịch biến trên $(-2; +\infty)$

Lời giải

Ta có $a = -4 < 0$; $-\frac{b}{2a} = \frac{m}{2}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\frac{m}{2}; +\infty\right)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \frac{m}{2} \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -4$.

Vậy $m \leq -4$.

Bài tập 9.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2 + 1)x^2 - 4mx + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Bài tập 10.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^2 - (m^2 + 1)x + 3$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải

Bài tập 11.

Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^2 + 2(m-1)x + 2m+1$ nghịch biến trên $(-1; 2)$.

Lời giải

Bài tập 12.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = (m-2)x^2 - 2mx + m + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Lời giải

Bài tập 13.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = mx^2 - (2m+1)x + 3$ đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

Lời giải

Bài tập 14.

Cho hàm số: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các tham số, $(a > 0)$. Biết rằng $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{6a^2}{5a^2 + 2ab + b^2}$.

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 52. Hàm số $y = 2x^2 + 4x - 1$

- A. đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- B. nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- C. đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 53. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
- C. Trên khoảng $(-\infty; -1)$ hàm số đồng biến.
- D. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.

Lời giải.

Câu 54. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

- A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$.
- B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.
- C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$.
- D. $y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

Lời giải.

Câu 55. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$?

- A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$.
- B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.
- C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$.
- D. $y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

Lời giải.

Câu 56. Cho hàm số $y = x^2 - 3mx + m^2 + 1$ (1), m là tham số.

Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên khoảng nào?

- A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.
- B. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.
- C. $\left(-\infty; \frac{1}{4}\right)$.
- D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^2 - 2(m+1)x - 3$ đồng biến trên khoảng $(4; 2018)$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Lời giải

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y = x^2 + 2(b+6)x + 4$ đồng biến trên khoảng $(6; +\infty)$

- A. $b \geq 0$. B. $b = -12$. C. $b \geq -12$. D. $b \geq -9$.

Lời giải

Câu 59. Hàm số $y = -x^2 + 2(m-1)x + 3$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$ khi giá trị m thỏa mãn:

- A. $m \leq 0$. B. $m > 0$. C. $m \leq 2$. D. $0 < m \leq 2$

Lời giải

Câu 60. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2|m+1|x - 3$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

- A. $\begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{cases}$. B. $-3 < m < 1$. C. $-3 \leq m \leq 1$. D. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 61. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 + (m-1)x + 2m - 1$ đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$. Khi đó tập hợp $(-10; 10) \cap S$ là tập nào?

- A. $(-10; 5)$. B. $[5; 10)$. C. $(5; 10)$. D. $(-10; 5]$.

Lời giải

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để hàm số $f(x) = mx^2 - 4x - m^2$ luôn nghịch biến trên $(-1; 2)$.

A. $m \leq 1$.

B. $-2 \leq m \leq 1$.

C. $0 < m \leq 1$.

D. $0 < m < 1$.

Lời giải

Dạng 4. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ CHO BỞI NHIỀU CÔNG THỨC VÀ HÀM SỐ TRỊ TUYỆT ĐỐI

1. Phương pháp.

A. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{khi } x \geq x_1 \quad (C_1) \\ f_2(x) & \text{khi } x < x_2 \quad (C_2) \end{cases}$

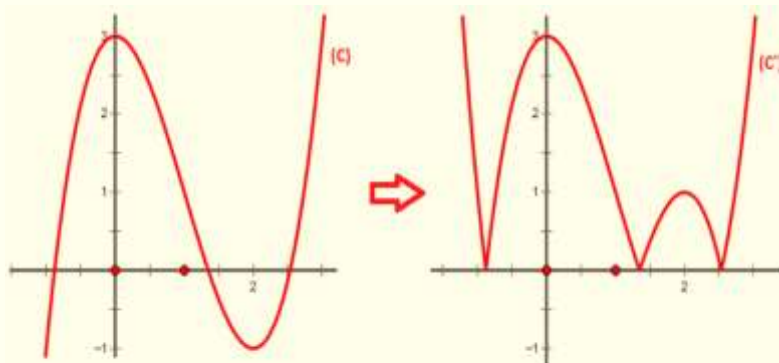
Ta vẽ đồ thị của hàm số (C) như sau:

- Vẽ đồ thị hàm số $(C_1): y = f_1(x)$ rồi lấy phần đồ thị *nằm bên phải* đường thẳng $x = x_1$ (*bỏ phần bên trái* nhé).
- Vẽ đồ thị hàm số $(C_2): y = f_2(x)$ rồi lấy phần đồ thị *nằm bên trái* đường thẳng $x = x_2$ (*bỏ phần bên phải* nhé).
- Đồ thị đồ thị của hàm số (C) là hợp của hai đồ thị (C_1) và (C_2) .

B. Cho hàm số $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \quad (C_1) \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \quad (C_2) \end{cases}$

Ta vẽ đồ thị của hàm số (C) như sau:

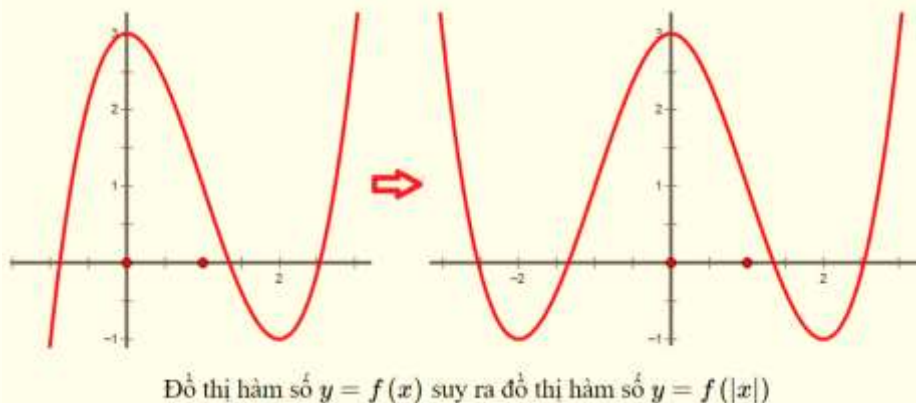
- Vẽ đồ thị hàm số $(C_1): y = f(x)$ rồi lấy phần đồ thị *nằm trên* Ox (*bỏ phần bên dưới* Ox nhé).
- Vẽ đồ thị hàm số $(C_2): y = -f(x)$ đối xứng với phần đồ thị *nằm bên dưới* Ox qua Ox).



Đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$

C. Cho hàm số $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \quad (C_1) \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \quad (C_2) \end{cases}$.

- ✦ Vẽ đồ thị hàm số $(C_1): y = f_1(x)$ rồi lấy phần đồ thị *nằm bên phải* Oy (*bỏ phần bên trái* nhé).
- ✦ Vẽ đồ thị hàm số $(C_2): y = f_2(x)$ đối xứng với (C_1) qua Oy.
- ✦ Đồ thị đồ thị của hàm số (C) là hợp của hai đồ thị (C_1) và (C_2) .



Bài tập 15. Vẽ đồ thị của hàm số sau

a). $y = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

b) $y = |x^2 - x - 2|$

Lời giải

[illegible]

a). $y = x^2 - 3|x| + 2$

b). $y = |x^2 - 3|x| + 2|$

c). $y = x^2 - 3|x| + 3$

d). $y = |x^2 - 4x - 3| |x - 2| + 6| - 1$

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. The left column contains ten rows of lines, and the right column also contains ten rows. There are no margins, text, or other markings on the page.

Bài 12. Vẽ đồ thị của hàm số sau

a). $y = \begin{cases} x^2 - x & \text{khi } x \geq 1 \\ -x^2 + x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

b). $y = |-x^2 + 2x + 3|$

[illegible]

Bài 13. Vẽ đồ thị của hàm số sau

a). $y = -x^2 - 2|x| + 3$

b). $y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x^2 - 2|x| + 3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Lớp Toán Thầy - Diệp Tuấn *Tel: 0935.660.880*

Bài 14. Vẽ đồ thị hàm số $y = \begin{cases} -x + 4 & \text{khi } x < 1 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Bài 15. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x - 3$. Từ đó suy ra đồ thị của các hàm số
 a). $y = |x^2 + 2x - 3|$. b). $y = x^2 + 2|x| - 3$.

Lời giải

Dạng 5. XÉT TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Phương pháp.

♦♦Bài toán 1. Phương pháp đại số.

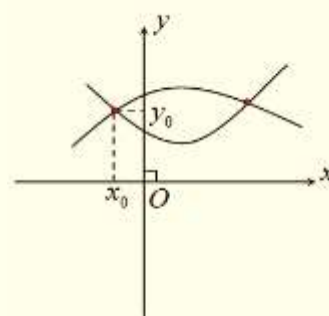
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) và $y = g(x)$ có đồ thị (C_2) .

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow F(x) = Ax^2 + Bx + C = 0 \quad (1).$$

Khi đó:

- Số giao điểm của (C_1) và (C_2) bằng với số nghiệm của phương trình (1).
- Nghiệm x_0 của phương trình (1) chính là hoành độ x_0 của giao điểm.
- Để tính tung độ y_0 của giao điểm, ta thay hoành độ x_0 vào $y = f(x)$ hoặc $y = g(x)$.
- Điểm $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của (C_1) và (C_2) .
- **Nhận xét:**
 - Nếu (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm phân biệt thì $\Delta > 0$.
 - Nếu (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm thì $\Delta \geq 0$.
 - Nếu (C_1) cắt (C_2) tại một điểm thì $\Delta = 0$.
 - Nếu (C_1) không cắt (C_2) thì $\Delta < 0$.



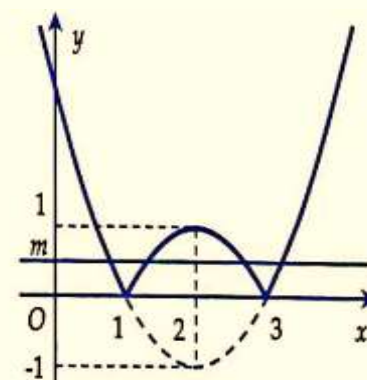
♦♦Bài toán 2. Phương pháp hình học (Cô lập tham số m)

Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ để biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình

$$f(x) = g(m) \quad (2)$$

- Vẽ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$.
- Tùy vào giá trị của $g(m)$ để chỉ ra số giao điểm của đường thẳng $d: y = g(m)$ và (C) .
- Số giao điểm của d và (C) cũng chính là số nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$.

Lưu ý: Đường thẳng $d: y = g(m)$ là đường thẳng có phương ngang và cắt trục tung tại điểm có tung độ $g(m)$.



Bài tập 17. Tìm toạ độ giao điểm của các cặp đồ thị của các hàm số sau

b). $y = 2x^2 + x - 3$ và $y = -x^2 + 3x + 2$.

Bài tập 18. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt

Bài tập 19. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$ và trục Ox không có điểm chung.

Bài tập 20. Cho parabol $(P): y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để d tiếp xúc với (P) .

Bài tập 21. Tìm tất cả các giá trị của ham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$.

[illegible]

a). d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm tọa độ trung điểm của AB .
b). d và (P) có một điểm chung duy nhất. Tìm tọa độ điểm chung này.
c). d không cắt (P) .
d). d và (P) có một giao điểm nằm trên đường thẳng $y = -2$.

[illegible]

Bài tập 23. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm các giá trị của m

a). d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{2}$.

b). d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

Lời giải

Bài tập 24. Tìm m sao cho hai parabol $y = x^2 + mx + (m+1)^2$ và $y = -x^2 - (m+2)x - 2(m+1)$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ thỏa mãn $P = |x_1x_2 - 3(x_1 + x_2)|$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

Bài tập 25. Cho Parabol (P) $y = x^2 - 2x + 4$ và đường thẳng $d : y = 2mx - m^2$ (m là tham số).
 Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn

$$x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 3m^2 + 16.$$

Lời giải

Bài tập 26. Cho hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$, có đồ thị là (P) .

- Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .
- Dựa vào đồ thị trên, biện luận của m số nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$.
- Tìm m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm $x \in [1; 5]$.

Lời giải

Bài tập 27. Hàm số $y = x^2 + 2x - 1$ có đồ thị như hình bên.

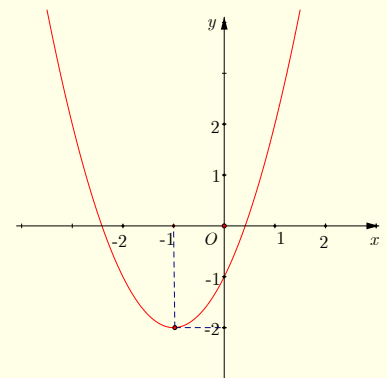
Tìm các giá trị m để phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ vô nghiệm.

A. $m < -2$.

B. $m < -1$.

C. $m < 1$.

D. $m > 1$.



Lời giải

b). Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $(x-4)|x-2|+m=0$.

[illegible][illegible]

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 63. Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

A. $M(-1; -1), N(-2; 0)$.

B. $M(1; -3), N(2; -4)$.

C. $M(0; -2), N(2; -4)$.

D. $M(-3; 1), N(3; -5)$.

Lời giải.

Câu 64. Gọi $A(a; b)$ và $B(c; d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y = 2x - x^2$ và $\Delta: y = 3x - 6$. Giá trị $b + d$ bằng :

A. 7.

B. -7.

C. 15.

D. -15.

Lời giải.

Câu 65. Đường thẳng nào sau đây tiếp xúc với $(P): y = 2x^2 - 5x + 3$?

A. $y = x + 2$.

B. $y = -x - 1$.

C. $y = x + 3$.

D. $y = -x + 1$.

Lời giải.

Câu 66. Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 4$ có số điểm chung với trục hoành là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Câu 67. Giao điểm của hai parabol $y = x^2 - 4$ và $y = 14 - x^2$ là:

- A. $(2;10)$ và $(-2;10)$. B. $(\sqrt{14};10)$ và $(-14;10)$.
C. $(3;5)$ và $(-3;5)$. D. $(\sqrt{18};14)$ và $(-\sqrt{18};14)$.

Lời giải.

Câu 68. Cho hai parabol có phương trình $y = x^2 + x + 1$ và $y = 2x^2 - x - 2$. Biết hai parabol cắt nhau tại hai điểm A và B ($x_A < x_B$). Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. $AB = 4\sqrt{2}$ B. $AB = 2\sqrt{26}$ C. $AB = 4\sqrt{10}$ D. $AB = 2\sqrt{10}$

Lời giải

Câu 69. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số b để đồ thị hàm số $y = -3x^2 + bx - 3$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

- A. $\begin{cases} b < -6 \\ b > 6 \end{cases}$. B. $-6 < b < 6$. C. $\begin{cases} b < -3 \\ b > 3 \end{cases}$. D. $-3 < b < 3$.

Lời giải.

Câu 70. Cho parabol $(P): y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của a để (P) tiếp xúc với d .

- A. $a = -1; a = 3$. B. $a = 2$. C. $a = 1; a = -3$. D. Không tồn tại a .

Lời giải.

Câu 71. Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol không cắt Ox .

A. $m < 2$.

B. $m > 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \leq 2$.

Lời giải.

Câu 72. Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < 2$.

C. $m > 2$.

D. $m < 1$.

Lời giải.

Câu 73. Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = mx + 3 - 2m$ cắt parabol $y = x^2 - 3x - 5$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

A. $m < -3$.

B. $-3 < m < 4$.

C. $m < 4$.

D. $m \leq 4$.

Lời giải

Câu 74. Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 5$ và đường thẳng $d: y = 2mx + 2 - 3m$. Tìm tất cả các giá trị m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung.

A. $1 < m < \frac{7}{3}$.

B. $m > 1$.

C. $m > \frac{7}{3}$.

D. $m < 1$.

Lời giải

Câu 75. Có bao nhiêu giá trị m nguyên thỏa $[-10; -4)$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung?

A. 6

B. 5

C. 7

D. 8

Lời giải

Câu 76. Parabol $(P): y = x^2 - mx$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x + 1$, trong đó m là tham số. Khi parabol và đường thẳng cắt nhau tại hai điểm phân biệt M, N , tập hợp trung điểm I của đoạn thẳng MN là:

A. một parabol

B. một đường thẳng

C. một đoạn thẳng

D. một điểm

Lời giải

Câu 77. Cho hàm số $y = x^2 + 3x$ có đồ thị (P) . Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m^2$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm I của đoạn AB nằm trên đường thẳng $d': y = 2x + 3$. Tổng bình phương các phần tử của S là

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Câu 78. Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x - 5$. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 4x + m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ thỏa mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 + 7$ là

- A. -10. B. 10. C. -6. D. 9.

Lời giải

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = mx$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = x^3 - 6x^2 + 9x$ tại ba điểm phân biệt.

- A. $m > 0$ và $m \neq 9$. B. $m > 0$. C. $m < 18$ và $m \neq 9$. D. $m > 18$.

Lời giải.

Câu 80. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $-2x^2 - 4x + 3 = m$ có nghiệm.

- A. $1 \leq m \leq 5$. B. $-4 \leq m \leq 0$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $m \leq 5$.

Lời giải.

Câu 81. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - m = 0$ có nghiệm.

- A. $m \geq 3$. B. $m \geq -3$. C. $m \geq 2$. D. $m \geq -2$.

Lời giải.

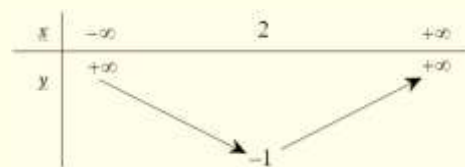
Câu 82. Tìm giá trị thực của m để phương trình $|2x^2 - 3x + 2| = 5m - 8x - 2x^2$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m = \frac{7}{40}$. B. $m = \frac{2}{5}$. C. $m = \frac{107}{80}$. D. $m = \frac{7}{80}$.

Lời giải.

Câu 83. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

- A. $m > -1$. B. $m > 0$.
C. $m > -2$. D. $m \geq -1$.



Lời giải.

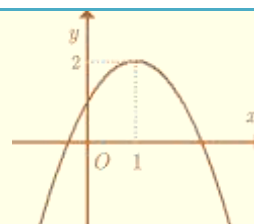
Câu 84. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$.

- A. $\frac{3}{4} \leq m \leq 7$. B. $-\frac{7}{2} \leq m \leq -\frac{3}{8}$. C. $3 \leq m \leq 7$. D. $\frac{3}{8} \leq m \leq \frac{7}{2}$.

Lời giải.

Câu 85. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có duy nhất một nghiệm.

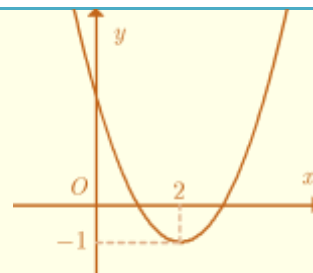
- A. $m = 2015$. B. $m = 2016$.
C. $m = 2017$. D. $m = 2019$.



Lời giải.

Câu 86. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

- A. $0 < m < 1$. B. $m > 3$.
C. $m = -1, m = 3$. D. $-1 < m < 0$.



Lời giải.

Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

-
- A coordinate plane showing a parabola opening upwards. The vertex is at (2, -1), marked with a dashed line to the x-axis at 2 and the y-axis at -1. The y-intercept is at (0, 3), marked on the y-axis. The origin is labeled O.

[illegible]

4. Phương pháp .

Nó đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên $[\alpha; \beta]$ tại điểm $x = \alpha$ hoặc $x = \beta$ hoặc $x = -\frac{b}{2a}$. Cụ thể:

✦ Nếu $-\frac{b}{2a} \in [\alpha; \beta] \Rightarrow \min_{[\alpha; \beta]} f(x) = f(-\frac{b}{2a}); \max_{[\alpha; \beta]} f(x) = \max \{f(\alpha), f(\beta)\}$

✦ Nếu $-\frac{b}{2a} \notin [\alpha; \beta] \Rightarrow \min_{[\alpha; \beta]} f(x) = \min \{f(\alpha), f(\beta)\}; \max_{[\alpha; \beta]} f(x) = \max \{f(\alpha), f(\beta)\}$

✦ Nếu $-\frac{b}{2a} \in [\alpha; \beta] \Rightarrow \max_{[\alpha; \beta]} f(x) = f(-\frac{b}{2a}); \min_{[\alpha; \beta]} f(x) = \min \{f(\alpha), f(\beta)\}$

✦ Nếu $-\frac{b}{2a} \notin [\alpha; \beta] \Rightarrow \min_{[\alpha; \beta]} f(x) = \min \{f(\alpha), f(\beta)\}; \max_{[\alpha; \beta]} f(x) = \max \{f(\alpha), f(\beta)\}$

Bài tập 30. Tìm giá trị lớn nhất, bé nhất (nếu có) của các hàm số sau

- | Lời giải | |
|----------|--|
| | |
| | |
| | |
| | |

Bài tập 31. Tìm giá trị lớn nhất, bé nhất (nếu có) của các hàm số sau

a). $y = x^2 - 3x$ với $0 \leq x \leq 2$.

b). $y = -x^2 - 4x + 3$ với $0 \leq x \leq 4$.

Lời giải

Bài tập 32.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2$ trên $[-2; 4]$.

Lời giải

Bài tập 16. Cho các số x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1 + xy$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = x^4 + y^4 - x^2y^2$.

Lời giải

Bài tập 33. Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Bài tập 34. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$. Tính abc .

Lời giải

Bài tập 35. Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Bài tập 36. Cho hàm số $y = -(m-1)^2 x^2 + 2(m-1)^2 x + 1 + 2m$.

Với $m \neq 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \frac{\min_{x \in [0;2]} y}{\max_{x \in [0;2]} y}$.

Lời giải

Bài tập 37. Tìm tất cả các giá trị của a sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số
 $y = f(x) = 4x^2 - 4ax + (a^2 - 2a + 2)$ trên đoạn $[0; 2]$ là bằng 3.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập

Bài 16. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

a). $y = x^4 - 2x^2$ trên $[-2; 1]$

b). $y = x^4 + 2x^3 - x$ trên $[-1; 1]$.

Lời giải

Bài 17. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \sqrt[3]{x^4 + 2x^2 + 1} - 3\sqrt[3]{x^2 + 1} + 1$

Lời giải

Bài 18. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 1$ trên $[-1; 2]$.

Lời giải

Bài 19. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau

a). $y = x(x+1)(x-2)(x-3)$.

b). $y = (2x-1)^2 - 4|2x-1| + 3$.

Lời giải

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 và $P = 5(x_1 + x_2) - 2x_1x_2$ giá trị lớn nhất.

[illegible]

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} + 1$.

[illegible][illegible]

Bài 23. Cho x, y là các số thực thoả mãn: $2(x^2 + y^2) = xy + 1$.

Chứng minh rằng: $\frac{18}{25} \leq 7(x^4 + y^4) + 4x^2y^2 \leq \frac{70}{33}$.

Lời giải

Bài 24. Cho các số thực không âm x, y thay đổi và thoả mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = (4x^2 + 3y)(4y^2 + 3x) + 25xy$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 88. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$.

A. $y_{\min} = 0$.

B. $y_{\min} = -2$.

C. $y_{\min} = 2$.

D. $y_{\min} = 1$.

Lời giải.

Câu 89. Tìm giá trị lớn nhất $y_{\max}$ của hàm số $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$.

A. $y_{\max} = \sqrt{2}$.

B. $y_{\max} = 2\sqrt{2}$.

C. $y_{\max} = 2$.

D. $y_{\max} = 4$.

Lời giải.

Câu 90. Hàm số nào sau đây đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{3}{4}$?

A. $y = 4x^2 - 3x + 1$.

B. $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$.

C. $y = -2x^2 + 3x + 1$.

D. $y = x^2 - \frac{3}{2}x + 1$.

Lời giải.

Câu 91. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $M = 0; m = -\frac{9}{4}$.

B. $M = \frac{9}{4}; m = 0$.

C. $M = -2; m = -\frac{9}{4}$.

D. $M = 2; m = -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Câu 92. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = -x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $[0; 4]$.

A. $M = 4; m = 0$.

B. $M = 29; m = 0$.

C. $M = 3; m = -29$.

D. $M = 4; m = 3$.

Lời giải.

Câu 93. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $[-2; 1]$.

A. $M = 15; m = 1$.

B. $M = 15; m = 0$.

C. $M = 1; m = -2$.

D. $M = 0; m = -15$.

Lời giải.

Câu 94. Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

Câu 95. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = -\frac{3}{2}$.

B. $T = \frac{1}{2}$.

C. $T = \frac{9}{2}$.

D. $T = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Dạng 7. ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

1. Phương pháp.

Cho họ hàm số $f(x; m) = 0$ (m là tham số) có đồ thị (P_m) .

Để tìm điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua với mọi giá trị của m , ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình $f(x; m) = 0$.

Bước 2: Chuyển phương trình $f(x; m) = 0$ về phương trình ẩn m dạng $Am + B = 0$

(hoặc $Am^2 + Bm + C = 0$). Phương trình nghiệm đúng với mọi m .

Khi đó ta có $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$. Tìm được $x_0; y_0 \Rightarrow M(x_0; y_0)$.

Bước 3: Kết luận.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 38. Cho hàm số $y = (1+m)x^2 - 2(m-1)x + m - 3$ (P_m). Chứng tỏ rằng (P_m) luôn đi qua một điểm cố định, tìm tọa độ điểm cố định đó.

Lời giải

Bài tập 39. Cho hàm số $y = (m-1)x^2 + 2mx - 3m + 1$ (P_m). Tìm điểm cố định của họ đồ thị hàm số.

Lời giải

Bài tập 40. Tìm điểm cố định của đồ thị hàm số (P_m): $y = m^2x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 1$.

Lời giải

Bài tập 41. Cho hàm số $y = x^2 + (2m-3)x + 5 - 4m$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đồ thị (P_m) của hàm số đã cho và đường thẳng (d_m): $y = 2mx - 4m + 3$ luôn có một điểm chung cố định.

Lời giải

Bài tập 42. Cho các hàm số (P_m): $y = x^2 - (m+3)x + 4m - 7$, (C_m): $y = mx^2 - 3(m+1)x - 4m + 9$, (d_m): $(m-1)x + my + 4 - m = 0$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , các đồ thị của các hàm số đã cho luôn cùng đi qua một điểm cố định.

[illegible]

b). $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1.$

[illegible]

Bài tập 44. Chứng minh rằng với mọi m , đồ thị hàm số $y = mx^2 + 2(m-2)x - 3m + 1$ luôn đi qua hai điểm cố định.

.....

.....

.....

.....

.....

b). $y = mx^2 - (4m - 1)x + 4m - 1 \quad (m \neq 0).$

Lời giải

Bài tập 46. Chứng minh rằng các đường thẳng sau luôn tiếp xúc với một parabol cố định.

a). $y = 2mx - m^2 + 4m + 2 \quad (m \neq 0).$

b). $y = (4m - 2)x - 4m^2 - 2 \quad \left(m \neq \frac{1}{2}\right).$

Lời giải

Dạng 8. BÀI TOÁN THỰC TẾ

1. Phương pháp.

Các bài toán thực tế ta thường tiến hành các bước làm như sau:

Bước 1: Dựa vào giả thiết và các yếu tố của đề bài, ta xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả dưới “dạng ngôn ngữ toán học” cho mô hình mô phỏng thực tiễn. Căn cứ vào các yếu tố bài ra ta chọn biến số, tìm điều kiện tồn tại, đơn vị.

Bước 2: Dựa vào các mối liên hệ ràng buộc giữa biến số với các giả thiết của đề bài cũng như các kiến thức liên quan đến thực tế, ta thiết lập hàm số bậc hai. Chuyển yêu cầu đặt ra đối với bài toán thực tiễn thành yêu cầu bài toán hàm số bậc hai.

Bước 3: Dùng tính chất hàm số bậc hai để giải quyết bài toán hình thành ở bước 2. Lưu ý kiểm tra điều kiện, và kết quả thu được có phù hợp với bài toán thực tế đã cho chưa.

Trong thực tế ta thường gặp một số mô hình toán học sử dụng hàm số bậc hai

Mô hình 1. Phương trình chuyển động của vật chuyển động thẳng biến đổi đều.

$$y = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Trong đó: x_0 là tọa độ ban đầu của vật

v_0 là vận tốc ban đầu của vật,

a là gia tốc của vật (a cùng dấu với v_0 nếu vật chuyển động nhanh dần đều và ngược dấu với v_0 nếu vật chuyển động chậm dần đều).

Như vậy tọa độ $x(t)$ là một hàm số bậc hai của thời gian t .

Mô hình 2. Phương trình chuyển động khi ném một vật lên trên theo phương thẳng đứng.

Khi bỏ qua sức cản của không khí, nếu ném một vật lên trên theo phương thẳng đứng thì chuyển động của vật sẽ chịu ảnh hưởng của trọng lực và vật sẽ có gia tốc bằng gia tốc trọng trường.

Khi đó độ cao so với mặt đất của vật tại thời điểm t cho bởi phương trình

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Trong đó: y_0 (mét) là độ cao ban đầu của vật khi ném lên,

v_0 (mét/giây) là vận tốc ban đầu của vật

g là gia tốc trọng trường ($g \approx 9,8 m/s^2$).

Đặt biệt, khi bỏ qua sức cản không khí, nếu một vật rơi tự do từ độ cao y_0 (mét) so với mặt đất thì độ cao y (mét) của nó tại thời điểm t (giây) cho bởi công thức

$$y(t) = h_0 - \frac{1}{2} g t^2$$

Mô hình 3. Phương trình chuyển động của vật ném xiên

Một vật được ném từ độ cao h (mét) so với mặt đất, với vận tốc ban đầu v_0 (mét/giây) hợp bởi phương ngang một góc α . Khi đó quỹ đạo chuyển động của vật tuân theo phương trình

$$y(t) = \frac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha + h$$

Trong đó:

x (mét) là khoảng cách vật bay được theo phương ngang tính từ mặt đất tại điểm ném,

y (mét) là độ cao so với mặt đất của vật trong quá trình bay,

g là gia tốc trọng trường ($g \approx 9,8 m/s^2$).

Như vậy, quỹ đạo chuyển động của một vật ném xiên là một parabol.

Tương tự, đường đi của quả bóng khi được cầu thủ đá lên không trung, quỹ đạo của viên đạn pháo khi bắn ra khỏi nòng pháo, tia lửa hàn, hạt nước bắn lên từ đài phun nước,... đều có dạng là đường Parabol.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 47. Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t) = -t^2 + 2t + 3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây ($t \geq 0$).

- a). Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.
b). Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất ?

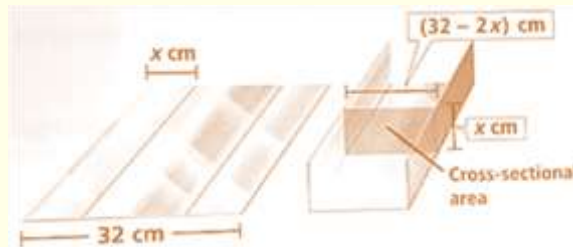
Lời giải

Bài tập 48. Độ cao của quả bóng golf tính theo thời gian có thể được xác định bằng một hàm bậc hai. Với các thông số cho trong bảng sau, hãy xác định độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây ?

Thời gian (giây)	0	0,5	1	2
Độ cao (mét)	0	28	48	64

Lời giải

Bài tập 49. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất



Lời giải

Lời giải

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 96. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$.

A. $y_{\min} = 0$.

B. $y_{\min} = -2$.

C. $y_{\min} = 2$.

D. $y_{\min} = 1$.

Lời giải.

Câu 97. Một chiếc ăng - ten chảo parabol có chiều cao $h = 0,5m$ và đường kính miệng $d = 4m$. Mặt cắt qua trục là một parabol dạng $y = ax^2$. Biết $a = \frac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $m - n$.

A. $m - n = 7$

B. $m - n = -7$

C. $m - n = 31$

D. $m - n = -31$

Lời giải

Câu 98. Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, trong đó t là thời gian kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2m$. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao $8,5m$ và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao $6m$. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2 m$ và sau 1 giây thì nó đạt độ cao $8,5m$, sau 2 giây nó đạt độ cao $6m$. Tính tổng $a + b + c$.

A. $a + b + c = 18,3$.

B. $a + b + c = 6,1$.

C. $a + b + c = 8,5$.

D. $a + b + c = -15,9$.

Lời giải

Câu 99. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi của hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

A. 80 USD.

B. 160 USD.

C. 40 USD.

D. 240 USD.

.....

.....

.....

.....

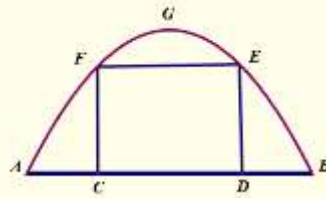
A. 11 m . **B.** 12 m . **C.** 13 m . **D.** 14 m .

[illegible]

A. $0 < h < 6$. B. $0 < h \leq 6$. C. $0 < h < 7$. D. $0 < h \leq 7$.

[illegible]

Câu 102. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



A. 5m.

B. 8,5m.

C. 7,5m.

D. 8m.

Lời giải

Câu 103. Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 64.

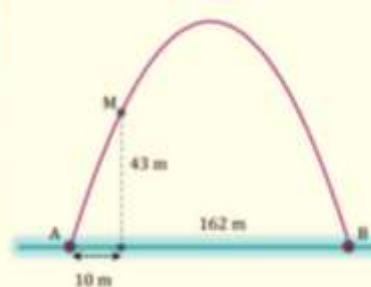
B. 4.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Câu 104. Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.



A. 175,6m.

B. 197,5m.

C. 210m.

D. 185,6m.

[illegible]

A. $400m^2$. B. $450m^2$. C. $350m^2$. D. $425m^2$.

[illegible]

§ BÀI 3.

DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A. LÝ THUYẾT

I. Tam thức bậc hai.

1. Định nghĩa : Tam thức bậc hai (đối với x) là biểu thức dạng $ax^2 + bx + c$. Trong đó a, b, c là các số cho trước với $a \neq 0$.

➤ Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ gọi là *nghiệm của tam thức bậc hai* $f(x) = ax^2 + bx + c$;

➤ Với $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b'^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

Dấu của tam thức bậc hai được thể hiện trong bảng sau

$f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$	
$\Delta < 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
$\Delta = 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$
$\Delta > 0$	$a.f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
	$a.f(x) < 0, \forall x \in (x_1; x_2)$

3. Ví dụ minh họa.

Ví dụ 1. Xét dấu của các tam thức sau

a). $3x^2 - 2x + 1$.

b). $-x^2 + 4x + 5$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 2. Xét dấu của các biểu thức sau

a). $x^3 - 5x + 2$.

b). $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....

.....

.....

.....

.....

Nhận xét: Cho tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$

$$\textcircled{1} \quad ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

Nhận xét này giúp cho ta chứng minh bất đẳng thức luôn dương với mọi x (hoặc âm).
Chứng minh bất phương trình có nghiệm với mọi x (vô nghiệm).

Ví dụ 3. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì

a). Phương trình $mx^2 - (3m+2)x + 1 = 0$ luôn có nghiệm.

b). Phương trình $(m^2+5)x^2 - (\sqrt{3}m-2)x + 1 = 0$ luôn vô nghiệm.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn dương.

a). $h(x) = \frac{-x^2 + 4(m+1)x + 1 - 4m^2}{-4x^2 + 5x - 2}$

b). $k(x) = \sqrt{x^2 - x + m} - 1$

Lời giải

.....

.....

[illegible][illegible]

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 7. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Ví dụ 8. Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ sau có nghiệm $\begin{cases} x^3 + 2x + 3 > 0 \\ m^2 - 3m - x > 0 \end{cases}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

IV. Một số bài toán thực tế.

Ví dụ 14. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320m$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 20m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

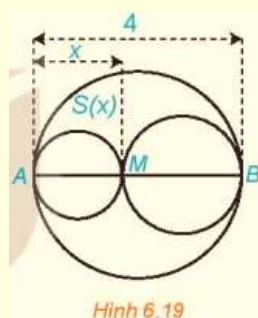
.....

.....

.....

.....

Ví dụ 15. Xét đường tròn đường kính $AB = 4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB , đặt $AM = x$ (H.6.19). Xét hai đường tròn đường kính AM và MB . Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



[illegible]

Dạng 1. XÉT DẤU BIỂU THỨC CHỨA TAM THỨC BẬC HAI MỘT ẨN.

① Dựa vào định lí về dấu của tam thức bậc hai để xét dấu của biểu thức chứa nó.

- ♦ **Bước 1.** Xét hệ số a dương hay âm.

- ♦ **Bước 2.** Tính biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$ hoặc $\Delta' = b'^2 - ac$ $\left(b' = \frac{b}{2}\right)$.

- ★ Nếu $\Delta > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Khi đó

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f(x)$	Ngoài thì	0	Trong thì	0
	cùng dấu hệ số a		trái với với hệ số a	cùng dấu hệ số a

- ★ Nếu $\Delta = 0 \Rightarrow$ phương trình có nghiệm kép. Khi đó

x	$-\infty$	$x_1 = x_2$	$+\infty$
$f(x)$	Cùng dấu hệ số a với $\forall x \neq -\frac{b}{2a}$	0	Cùng dấu hệ số a với $\forall x \neq -\frac{b}{2a}$

- ★ Nếu $\Delta < 0 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm. Khi đó

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	Cùng dấu hệ số a với $\forall x \in \mathbb{R}$	

- ② Đối với đa thức bậc cao $P(x)$ ta làm như sau

- ♦ Phân tích đa thức $P(x)$ thành tích các tam thức bậc hai (hoặc có cả nhị thức bậc nhất).
- ♦ Lập bảng xét dấu của $P(x)$. Từ đó suy ra dấu của nó.

- ③ Đối với phân thức $\frac{P(x)}{Q(x)}$ (trong đó $P(x), Q(x)$ là các đa thức) ta làm như sau

- ◆ Phân tích đa thức $P(x)$, $Q(x)$ thành tích các tam thức bậc hai (hoặc có **cả** nhị thức bậc nhất)
- ◆ Lập bảng xét dấu của $\frac{P(x)}{Q(x)}$. Từ đó suy ra dấu của nó.

d). $-2x^2 + 6x - 5$

[illegible][illegible]

d). $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

[illegible]

[illegible]

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1. Xét dấu các tam thức sau

a). $f(x) = -2x^2 + 3x - 1$

b). $g(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

c). $h(x) = -2x^2 + x - 1$.

Lời giải

[illegible]

 Bài 2. Xét dấu các biểu thức sau

a). $f(x) = (x^2 - 5x + 4)(2 - 5x + 2x^2)$

b). $f(x) = x^2 - 3x - 2 - \frac{8}{x^2 - 3x}$.

Lời giải

 Bài 3. Xét dấu các biểu thức sau

a). $\frac{1}{x+9} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2}$

b). $x^4 - 4x + 1$.

c). $\frac{3x+7}{x^2-x-2} + 5$

d). $x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Bài 4. Tùy theo tham số m , hãy xét dấu của biểu thức $g(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + m-3$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 2. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 3. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 4. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Điều kiện để $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$

Lời giải

Câu 5. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ có $\Delta = b^2 - 4ac < 0$. Khi đó mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x)$ không đổi dấu.

D. Tồn tại x để $f(x) = 0$.

Lời giải

Câu 6. Tam thức bậc hai $f(x) = 2x^2 + 2x + 5$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x \in (0; +\infty)$.

B. $x \in (-2; +\infty)$.

C. $x \in \mathbb{R}$.

D. $x \in (-\infty; 2)$.

Lời giải

Câu 7. Tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x \in (-\infty; 2)$.

B. $x \in (3; +\infty)$.

C. $x \in (2; +\infty)$.

D. $x \in (2; 3)$.

Lời giải

Câu 8. Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5}$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x \in (-\sqrt{5}; 1)$.

B. $x \in (-\sqrt{5}; +\infty)$.

C. $x \in (-\infty; -\sqrt{5}) \cup (1; +\infty)$.

D. $x \in (-\infty; 1)$.

Lời giải

Câu 9. Tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ nhận giá trị không âm khi và chỉ khi

A. $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

B. $x \in [1; 2]$.

C. $x \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

D. $x \in (1; 2)$.

Lời giải

Câu 10. Số giá trị nguyên của x để tam thức $f(x) = 2x^2 - 7x - 9$ nhận giá trị âm là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Câu 11. Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + (1 - \sqrt{3})x - 8 - 5\sqrt{3}$:

A. Dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. Âm với mọi $x \in (-2 - \sqrt{3}; 1 + 2\sqrt{3})$.

D. Âm với mọi $x \in (-\infty; 1)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 12. Tam thức bậc hai $f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 + (5 - 4\sqrt{2})x - 3\sqrt{2} + 6$

A. Dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Dương với mọi $x \in (-3; \sqrt{2})$.

C. Dương với mọi $x \in (-4; \sqrt{2})$.

D. Âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 13. Cho $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề đúng là:

A. $f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$

B. $f(x) \leq 0, \forall x \in [1; 3]$

C. $f(x) \geq 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$

D. $f(x) > 0, \forall x \in [1; 3]$

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 14. Dấu của tam thức bậc 2: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$ được xác định như sau:

A. $f(x) < 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) > 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

B. $f(x) < 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) > 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

C. $f(x) > 0$ với $2 < x < 3$ và $f(x) < 0$ với $x < 2$ hoặc $x > 3$.

D. $f(x) > 0$ với $-3 < x < -2$ và $f(x) < 0$ với $x < -3$ hoặc $x > -2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 15. Cho các tam thức $f(x) = 2x^2 - 3x + 4; g(x) = -x^2 + 3x - 4; h(x) = 4 - 3x^2$. Số tam thức đổi dấu trên $\mathbb{R}$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

.....

.....

.....

1. Phương pháp.

$$\textcircled{1} \quad ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \quad ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in R \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

 Bài tập 4. Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm.

a). $f(x) = mx^2 - x - 1$

b). $g(x) = (m-4)x^2 + (2m-8)x + m-5$

[illegible]

a). $y = \frac{mx}{(2m^2 + 1)x^2 - 4mx + 2}$

$$\text{b). } y = \sqrt{\frac{2x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 1}{m^2x^2 - 2mx + m^2 + 2}}$$

[illegible]

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains ten rows of these lines, providing a structured space for practicing letter formation and alignment. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

.....

[illegible]

Bài 7. Tìm m để

a). $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \geq 0 \quad \forall x \in R$

b). Hàm số $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m-3}$ có nghĩa với mọi x .

c). $\left| \frac{x+m}{x^2+x+1} \right| \leq 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải

[illegible]

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. B. $D = [2; +\infty)$. C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. D. $D = \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 17. Giá trị nguyên dương lớn nhất để hàm số $y = \sqrt{5 - 4x - x^2}$ xác định là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 18. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{(2 - \sqrt{5})x^2 + (15 - 7\sqrt{5})x + 25 - 10\sqrt{5}}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (-\infty; 1)$. C. $D = [-5; 1]$. D. $D = [-5; \sqrt{5}]$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 19. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3 - x}{\sqrt{4 - 3x - x^2}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$. B. $D = [-4; 1]$. C. $D = (-4; 1)$. D. $D = (-\infty; 4) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 20. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x^2 - 1}{\sqrt{3x^2 - 4x + 1}}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$. B. $D = \left(\frac{1}{3}; 1\right)$. C. $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. D. $D = \left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup [1; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x^2 + x - 6} + \frac{1}{\sqrt{x + 4}}$.

- A. $D = [-4; -3] \cup [2; +\infty)$. B. $D = (-4; +\infty)$.
C. $D = (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$. D. $D = (-4; -3] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3} + \frac{1}{\sqrt{5 - 2x}}$.

A. $D = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

B. $D = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right]$.

C. $D = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

D. $D = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \sqrt{\frac{3 - 3x}{-x^2 - 2x + 15}} - 1$.

A. $D = [4; +\infty)$.

B. $D = (-5; -3] \cup (3; 4]$.

C. $D = (-\infty; -5)$.

D. $D = (-5; 3) \cup (3; 4]$.

Lời giải

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\frac{x^2 + 5x + 4}{2x^2 + 3x + 1}}$.

A. $D = [-4; -1) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $D = (-\infty; -4] \cup \left(-1; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $D = (-\infty; -4] \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $D = \left[-4; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \sqrt{\sqrt{x^2 + x - 12} - 2\sqrt{2}}$.

A. $D = (-5; 4]$.

B. $D = (-\infty; -5) \cup (4; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; -5] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Tam thức $f(x) = 3x^2 + 2(2m - 1)x + m + 4$ dương với mọi x khi:

A. $-1 < m < \frac{11}{4}$.

B. $-\frac{11}{4} < m < 1$.

C. $-\frac{11}{4} \leq m \leq 1$.

D. $\begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{11}{4} \end{cases}$

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 27. Tam thức $f(x) = -2x^2 + (m - 2)x - m + 4$ không dương với mọi x khi:

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{6\}$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m = 6$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 28. Tam thức $f(x) = -2x^2 + (m + 2)x + m - 4$ âm với mọi x khi:

A. $m < -14$ hoặc $m > 2$.

B. $-14 \leq m \leq 2$.

C. $-2 < m < 14$.

D. $-14 < m < 2$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 29. Tam thức $f(x) = x^2 - (m + 2)x + 8m + 1$ không âm với mọi x khi:

A. $m > 28$.

B. $0 \leq m \leq 28$.

C. $m < 1$.

D. $0 < m < 28$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 30. Bất phương trình $x^2 - mx - m \geq 0$ có nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi:

- A. $m \leq -4$ hoặc $m \geq 0$. B. $-4 < m < 0$. C. $m < -4$ hoặc $m > 0$. D. $-4 \leq m \leq 0$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 31. Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + (2m-1)x + m < 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. Không tồn tại m .

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 32. Bất phương trình $x^2 - (m+2)x + m + 2 \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

- A. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
C. $m \in [-2; 2]$. D. $m \in (-2; 2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 33. Tam thức $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$ dương với mọi x khi:

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 34. Tam thức $f(x) = (m-4)x^2 + (2m-8)x + m-5$ không dương với mọi x khi:

- A. $m \leq 4$. B. $m \geq 4$. C. $m < 4$. D. $m > 4$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 35. Tam thức $f(x) = mx^2 - mx + m + 3$ âm với mọi x khi:

A. $m \in (-\infty; -4]$.

B. $m \in (-\infty; -4)$.

C. $m \in (-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -4] \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 36. Tam thức $f(x) = (m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3$ không âm với mọi x khi:

A. $m \geq -2$.

B. $m \leq -2$.

C. $m > -2$.

D. $m < -2$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 37. Bất phương trình $(3m+1)x^2 - (3m+1)x + m+4 \geq 0$ có nghiệm đúng với mọi x khi và chỉ khi:

A. $m > -\frac{1}{3}$.

B. $m \geq -\frac{1}{3}$.

C. $m > 0$.

D. $m > 15$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$(2m^2 - 3m - 2)x^2 + 2(m - 2)x - 1 \leq 0 \text{ có tập nghiệm là } \mathbb{R}.$$

A. $\frac{1}{3} \leq m < 2$.

B. $\frac{1}{3} \leq m \leq 2$.

C. $m \geq \frac{1}{3}$.

D. $m \leq 2$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$(m^2 - 4)x^2 + (m - 2)x + 1 < 0 \text{ vô nghiệm.}$$

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right] \cup [2; +\infty).$

B. $m \in \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right] \cup (2; +\infty).$

C. $m \in \left(-\infty; -\frac{10}{3}\right) \cup (2; +\infty).$

D. $m \in [2; +\infty).$

Lời giải

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$$f(x) = \sqrt{(m+4)x^2 - (m-4)x - 2m+1} \text{ xác định với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

A. $m \leq 0.$

B. $-\frac{20}{9} \leq m \leq 0.$

C. $m \geq -\frac{20}{9}.$

D. $m > 0.$

Lời giải

Câu 41. Hàm số $y = \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ khi

A. $-1 \leq m \leq 3.$

B. $-1 < m < 3.$

C. $-1 < m \leq 3.$

D. $m > -1.$

Lời giải

Câu 42. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để biểu thức $f(x) = \frac{-x^2 + 4(m+1)x + 1 - 4m^2}{-4x^2 + 5x - 2}$

luôn dương.

A. $m \geq -\frac{5}{8}$.

B. $m < -\frac{5}{8}$.

C. $m < \frac{5}{8}$.

D. $m \geq \frac{5}{8}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$-2x^2 + 2(m-2)x + m - 2 < 0 \text{ có nghiệm.}$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in [0; 2]$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$$-2x^2 + 2(m-2)x + m - 2 \geq 0 \text{ có nghiệm.}$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in [0; 2]$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $mx^2 + 2(m+1)x + m - 2 > 0$ có nghiệm.

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$. C. $m \in \left(-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải

Dạng 3. TÌM THAM SỐ m ĐỂ PHƯƠNG TRÌNH $f(x, m) = 0$ CÓ NGHIỆM, VÔ NGHIỆM CÓ HAI NGHIỆM THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.

1. Phương pháp.

Cho biểu thức có dạng $f(x, m) = ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, m là tham số. Khi đó

- ① $f(x, m) = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0$
- ② $f(x, m) = 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0$
- ③ $f(x, m) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 6. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì

- a). Phương trình $x^2 - 2(m+2)x - (m+3) = 0$ luôn có nghiệm.
- b). Phương trình $(m^2 + 1)x^2 + (\sqrt{3}m - 2)x + 2 = 0$ luôn vô nghiệm.

Lời giải

Bài tập 7. Tìm m để phương trình sau vô nghiệm

a). $x^2 - 2mx + m + 3 = 0$

b). $(m-1)x^2 - (2m-2)x + 2m = 0$

Lời giải

Bài tập 8. Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m^2 - m + 1 = 0$ (1)

a). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x \geq 1$.

b). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x \leq 1$.

c). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x_1 < 1 < x_2$.

d). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm $x_1 < x_2 < 1$.

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 46. Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m > 1$. B. $-3 < m < 1$. C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$. D. $-3 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(2m^2 + 1)x^2 - 4mx + 2 = 0$ vô nghiệm

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 3$. C. $m = 2$ D. $m > -\frac{3}{5}$.

Lời giải

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0$ vô nghiệm ?

- A. $m < 0$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 49. Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 4$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $0 \leq m < 4$.

Lời giải

Câu 50. Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \geq 0$. B. $m = \pm 2$. C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Lời giải

Câu 51. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$.

Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm ?

- A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.
C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Lời giải

Câu 52. Phương trình $x^2 + 2(m+2)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$

B. $-5 \leq m \leq -1$.

C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$

Lời giải

Câu 53. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0 \text{ có nghiệm ?}$$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Câu 54. Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

A. $m \neq 5$.

B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$.

C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$

Lời giải

Câu 55. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình

$$(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0 \text{ có nghiệm.}$$

A. $m \in \emptyset$.

B. $m \in \mathbb{R}$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Câu 56. Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm ?

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m > 1$.

C. $-\frac{3}{4} < m < 1$.

D. $m > -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt ?}$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $2 < m < 6$.

C. $-1 < m < 6$.

D. $-1 < m < 2$.

Lời giải

Câu 59. Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$.

D. $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Lời giải

Câu 60. Giá trị nào của $m=0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Câu 61. Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$.

B. $m < 6$.

C. $6 > m > 0$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình

$$(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0 \text{ có hai nghiệm dương phân biệt.}$$

A. $2 < m < 6$.

B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$.

D. $-3 < m < 6$.

Lời giải

Câu 63. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m < 6$.

B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.

C. $m > 1$.

D. $1 < m < 6$.

Lời giải

Câu 64. Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty \right)$.

B. $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty \right)$.

C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4} \right]$.

D. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4} \right]$.

Lời giải

Câu 65. Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$.

B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.

C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$.

D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Lời giải

Câu 66. Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1; 2)$.

B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

Câu 67.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m - 2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2 < m < 6$.

B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$.

D. $-3 < m < 6$.

Lời giải

Câu 68.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m < 6$.

B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.

C. $m > 1$.

D. $1 < m < 6$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 69. Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m < 1$.

C. $1 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 70. Định m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3; 2)$?

A. $-2 < m < 4$.

B. $m < -2 \vee m > 4$.

C. $-1 < m < 3$.

D. $m < -1 \vee m > 3$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

A. $1 < m < 2$. B. $1 < m < 3$. C. $m > 2$. D. $m > 3$.

[illegible]

A. $m < 2 \vee m > 6$. **B.** $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. **D.** $-2 < m < 6$.

This image shows a full page of primary-ruled paper. It features two vertical columns of horizontal dashed lines, designed for handwriting practice. Each column contains ten rows of lines, providing a structured space for students to practice letter formation and alignment. The background is white, and the lines are black.

D. $m \in (7; +\infty)$.

[illegible]

D. $-\frac{1}{2} < m < 7$.

[illegible]

Câu 75. Cho phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$.

A. $m > 0$.

B. $m < -1$.

C. $-1 < m < 0$.

D. $m > \frac{-1}{4}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 76. Cho phương trình $(m-5)x^2 + (m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

A. $m < \frac{22}{7}$.

B. $\frac{22}{7} < m < 5$.

C. $m \geq 5$.

D. $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 77. Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $(-1; 2)$?

A. $-2 \leq m \leq 1$.

B. $m < -1 \vee m > 1$.

C. $m < \frac{4}{3}$.

D. $0 < m < \frac{4}{3}$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

A. $-2 < m < -1$. **B.** $m > 1$. **C.** $-5 < m < -3$. **D.** $-2 < m < 1$.

[illegible]

A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

[illegible]
$$\textcircled{1} \quad \sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < [g(x)]^2 \end{cases} \qquad \textcircled{2} \quad \sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) > [g(x)]^2 \end{cases}$$

a). $\sqrt{x-3} < 2x-1$ b). $\sqrt{x^2-x+1} \leq x+3$ c). $\sqrt{3x-2} > 4x-3$ d). $\sqrt{3x^2+x-4} \geq x+1$

Lời giải

[illegible]

 **Bài tập 10.** Giải các bpt sau :

a). $\sqrt{2x-1} \leq 8-x$ b). $\sqrt{2x^2-6x+1}-x+2 > 0$ c). $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$

d). $\sqrt{x+3} \geq \sqrt{2x-8} + \sqrt{7-x}$ e). $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1} < \sqrt{x}$ f). $\frac{2x^2}{(3-\sqrt{9+2x})^2} < x+21$

Lời giải

[illegible]

a). $(x^2 - 3x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} \geq 0$ **b).** $\frac{x^2}{(1 + \sqrt{1 + x})^2} > x - 4$ **c).** $x^2 + 3x + 1 \leq (x + 3)\sqrt{x^2 + 1}.$

Lời giải

 Bài tập 13. Giải các bất phương trình sau

a). $\frac{\sqrt{51-2x-x^2}}{1-x} < 1$

b). $\frac{\sqrt{2(x^2-16)}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} > \frac{7-x}{\sqrt{x-3}}$.

c). $8\sqrt{\frac{2x-3}{x+1}} + 3 \geq 6\sqrt{2x-3} + \frac{4}{\sqrt{x+1}}$

Lời giải

 **Bài tập 14.** Giải các bất phương trình sau

$$\text{b). } (x+1)(x-3) < \frac{1-x^2+2x}{\sqrt{-x^2+2x+3}}$$

d). $3\sqrt{x} + \frac{3}{2\sqrt{x}} < 2x + \frac{1}{2x} - 7$

[illegible]

1. Phương pháp.

$$\begin{array}{ll} \text{1). } |f(x)| < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ -g(x) < f(x) < g(x) \end{cases} \text{ hoặc} & \text{2). } |f(x)| > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0 \\ f(x) < -g(x) \text{ hoặc } f(x) > g(x) \end{cases} \end{array}$$

 Bài tập 15. Giải các bất phương trình sau

a). $|x^2 - x - 1| \geq x - 1$

b). $|-x^2 + 3x + 2| < x^2 - 3x + 2$

c). $|3x^2 - 2| + |3 - 2x^2| \leq 6(x^2 - 2)$

d). $\left| 2x^2 - 5x + 3 \right| - \left| x - 1 \right| > x - 2.$

[illegible]

Một số bài toán sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ

a). $3(x^2 - 4x) - |x - 2| > 12$

b). $\frac{(x^2+1)^2}{x^2} \leq 3\left|x + \frac{1}{x}\right| - 2$

c). $x^4 - 2x^2 + 4x - (2x + 5)|x^2 - 1| + 7 = 0$

Tel: 0935.660.880

Dạng 6. Tìm tham số m để phương trình, bất phương trình có nghiệm

1. Phương pháp.

Ta áp dụng tính chất sau: cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D .

① **Tính chất 1:** nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = g(m)$. Từ đó suy ra

- Phương trình $f(x) = g(m)$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = g(m)$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.
- Số nghiệm phương trình $f(x) = g(m) \Leftrightarrow$ số giao điểm của đường thẳng $y = g(m)$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

② **Tính chất 2:**

- Bất phương trình $f(x) \geq k$ ($f(x) \leq k$) có nghiệm trên $D \Leftrightarrow \max_D f(x) \geq k$ ($\min_D f(x) \leq k$) với điều kiện tồn tại $\max_D f(x)$ ($\min_D f(x)$).
- Bất phương trình $f(x) \geq k$ ($f(x) \leq k$) nghiệm đúng với $\forall x \in D \Leftrightarrow \min_D f(x) \geq k$ ($\max_D f(x) \leq k$) với điều kiện tồn tại $\max_D f(x)$ ($\min_D f(x)$).

Đặc biệt: khi gặp bài toán liên quan đến phương trình $f(x, m) = 0$ mà ta có thể cô lập được m thì ta sử dụng đồ thị (hoặc bảng biến thiên) để giải.

2. Phương pháp.

Bài tập 17. Tìm m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt $|-x^2 - x + 6| = 4x + m$.

Lời giải

Bài tập 18. Tìm m để bất phương trình sau có nghiệm $|x^2 - 3x + 2| \geq 3x^2 + 5x + 3m^2 + 5m$.

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 80. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $|x^2 - 4x| < 0$.

- A. $\emptyset$. B. $\{\emptyset\}$. C. $(0; 4)$. D. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Câu 81. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x - 1| \leq 1$ là

- A. $S = (0; 1)$. B. $S = \{0; 1\}$. C. $S = [0; 1]$. D. $S = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

Lời giải

Câu 82. Với x thuộc tập nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = |2x - 5| - 3$ không dương?

- A. $x < 1$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = 0$. D. $1 \leq x \leq 4$.

Lời giải

Câu 83. Nghiệm của bất phương trình $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$ là

- A. $0 < x \leq 1$. B. $0 \leq x \leq 1$. C. $\begin{cases} x < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$. D. $x \geq 1, x < -2$.

Lời giải

Câu 84. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-1| \leq 1$.

- A. $S = [0; 1]$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$. C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = (-\infty; 1] \cap [1; +\infty)$.

Lời giải

.....

.....

Câu 85. Tập nghiệm của bất phương trình $|3x+1| > 2$.

- A. $S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right)$. D. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 86. Số giá trị nguyên x trong $[-2017; 2017]$ thỏa mãn bất phương trình $|2x+1| < 3x$ là

- A. 2016. B. 2017. C. 4032. D. 4034.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 87. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x+5| > |7-4x|$ là

- A. $x \in \left[\frac{1}{3}; 6\right]$. B. $x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. C. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (9; +\infty)$. D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 6\right)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 88. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{|x-1|}{x+2} < 1$ là

- A. $S = [1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
C. $S = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $S = (-\infty; -2)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

Câu 89. Cho bất phương trình $\left| \frac{2}{x-13} \right| > \frac{8}{9}$. Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 13 của bất phương trình

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Câu 90. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2017} > \sqrt{2017-x}$ là

- A. $[2017, +\infty)$. B. $(-\infty, 2017)$. C. $\{2017\}$. D. $\emptyset$.

Lời giải

Câu 91. Tập nghiệm của bất phương trình $3-2x+\sqrt{2-x} < x+\sqrt{2-x}$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(1; 2]$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Câu 92. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-2018} > \sqrt{2018-x}$ là

- A. $\{2018\}$. B. $(2018; +\infty)$. C. $\emptyset$. D. $(-\infty; 2018)$.

Lời giải

Câu 93. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 2x + \frac{1}{\sqrt{x+4}} > 3 + \frac{1}{\sqrt{x+4}}$ là

- A. $(-3; 1)$. B. $(-4; -3)$. C. $(1; +\infty) \cup (-\infty; -3)$. D. $(1; +\infty) \cup (-4; -3)$.

Lời giải

Câu 94. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3}$ là

- A. $S = [1; 5]$. B. $S = (1; 5) \setminus \{3\}$. C. $S = (3; 5]$. D. $S = [1; 5] \setminus \{3\}$.

Lời giải

Câu 95. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{8-x} \leq x-2$ là

- A. $S = [4; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -1) \cup (4; 8)$. C. $S = [4; 8]$. D. $S = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải

Câu 96. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2} \leq x-1$.

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. C. $[1; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Câu 97. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x^2-2x-15} > 2x+5$.

- A. $S = (-\infty; -3]$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (-\infty; 3]$. D. $S = (-\infty; -3)$.

Lời giải

Câu 98. Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ có nghiệm là

- A. $-5 < x \leq -3$. B. $3 < x \leq 5$. C. $2 < x \leq 3$. D. $-3 \leq x \leq -2$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 99. Biết tập nghiệm của bất phương trình $x - \sqrt{2x+7} \leq 4$ là $[a; b]$. Khi đó $2a+b$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 17.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 100. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4}$. Tập nào sau đây là phần bù của S ?

- A. $(-\infty; 0) \cup [10; +\infty)$. B. $(-\infty; 2] \cup (10; +\infty)$. C. $(-\infty; 2) \cup [10; +\infty)$. D. $(0; 10)$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 101. Tính tổng tất các nghiệm nguyên thuộc $[-5; 5]$ của bất phương trình sau:

$$\sqrt{x^2-9} \left(\frac{3x-1}{x+5} \right) \leq x\sqrt{x^2-9} ?$$

- A. 5. B. 0. C. 2. D. 12.

Lời giải

.....

.....

.....

Câu 102. Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 3x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} \geq 0$ là

A. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x = 2 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$.

D. $x \in \left\{-\frac{1}{2}; 0; 2; 3\right\}$.

Lời giải

Câu 103. Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 + 4x + 3\sqrt{3 - 2x - x^2} > 1$ là

A. $(-3; 1]$.

B. $(-3; 1)$.

C. $[-3; 1)$.

D. $[-3; 1]$.

Lời giải

[illegible]

Lời giải

[illegible]

Lời giải

Câu 106. Để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2 + 2x + a$ nghiệm đúng $\forall x \in [-5; 3]$, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $a \geq 3$.

B. $a \geq 4$.

C. $a \geq 5$.

D. $a \geq 6$.

Lời giải

Câu 107. Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)} \leq x^2 - 2x + m - 3$. Xác định m để bất phương trình nghiệm với $\forall x \in [-1; 3]$.

A. $0 \leq m \leq 12$.

B. $m \leq 12$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \geq 12$.

Lời giải

D. $m \geq 9$.

[illegible]

D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

[illegible]

PHƯƠNG TRÌNH TRÌNH QUY VỀ BẬC HAI

Ví dụ 3. Giải phương trình $\sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$

Lời giải

 **Ví dụ 4.** Giải các phương trình sau:

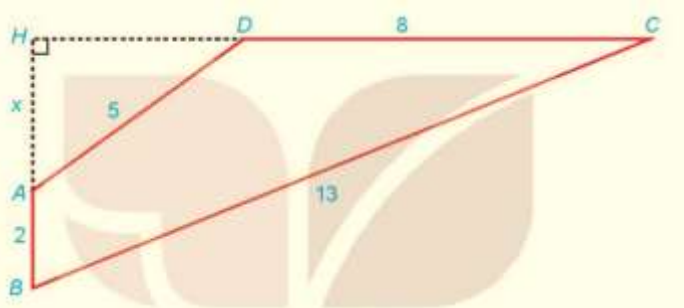
a). $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$

b). $\sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$

Lời giải

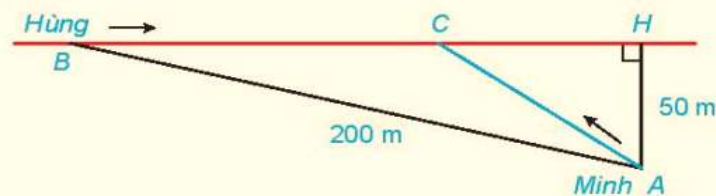
3. Một số bài toán thực tế.

Ví dụ 5. Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$. Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x , từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



Lời giải

Ví dụ 6. Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B , cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22

Lời giải

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

Dạng 1. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN THỨC.

1. Phương pháp.

Sử dụng phương pháp hệ quả, phương pháp tương đương, phương pháp đặt ẩn phụ... để phá căn, ta thường gặp một số loại sau:

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0 \text{ hoặc } g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \quad \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^2 \end{cases}$$

2. Bài tập minh họa.

 **Bài tập 1.** Giải các phương trình sau:

a). $\sqrt{3x^2 - 4x - 1} = \sqrt{2x^2 - 4x + 3}$

b). $\sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5}$

c). $\sqrt{2x^2 + 3x - 3} = \sqrt{-x^2 - x + 1}$

d). $\sqrt{-x^2 + 5x - 4} = \sqrt{-2x^2 + 4x + 2}$

Lời giải

 **Bài tập 2.** Giải các phương trình sau

a). $\sqrt{x^3 - x + 1} = \sqrt{-2x^2 - x + 2}$

b). $\sqrt{2x^2 + 3x - 1} = 3 - x^2$

c). $\sqrt{x + 4} - \sqrt{1 - x} = \sqrt{1 - 2x}$

d). $\sqrt{x - \frac{1}{x}} + \sqrt{1 - \frac{1}{x}} = x$

Lời giải

 **Bài tập 3.** Giải phương trình $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4 - x)(x + 2)}$

Lời giải

 Bài tập 4. Giải phương trình $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$

Lời giải

 Bài tập 5. Giải phương trình $(x-1)(x-3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$

Lời giải

 Bài tập 6. Giải phương trình $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$

Lời giải

Tính $S = a + b + c$

Lời giải

Bài tập 8. Phương trình: $13\sqrt{x^3 + x^2 - 6x} = 5x^2 + 21x - 12$ với nghiệm có dạng $\frac{a \pm b\sqrt{c}}{d}$

Tính $S = a + b + c + d$

Lời giải

Bài tập 9.

Tính tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

Lời giải

Bài tập 10. Tính tích các nghiệm của phương trình $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$

Lời giải

Bài tập 11. Giải phương trình $x(x+5)=2\sqrt{x^2+5x-2}-2$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 **Bài tập 12.** Giải các phương trình sau $\sqrt{-5x^2+8x-3}+\sqrt{5x-3}=\sqrt{1-x}+1$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 **Bài tập 13.** Giải các phương trình $5(\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2})=5x^2-31x+41$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Nhận xét: Ở phương trình đầu (câu a) dễ thấy $x=1, x=6$ là nghiệm do đó ta tìm cách làm xuất hiện nhân tử chung x^2-7x+6 .

Đối với $5\sqrt{x+3}$ ta ghép thêm với $\alpha x + \beta$, như thế sau khi trục căn thức ta có

$$5\sqrt{x+3} - (\alpha x + \beta) = \frac{25(x+3) - (\alpha x + \beta)^2}{5\sqrt{x+3} + (\alpha x + \beta)}$$

nếu vậy để có đại nhân tử $x^2 - 7x + 6$ thì

$$\begin{cases} 5\sqrt{1+3} - (\alpha + \beta) = 0 \\ 5\sqrt{6+3} - (\alpha \cdot 6 + \beta) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 9 \end{cases}.$$

Hoàn toàn tương tự với đại lượng $5\sqrt{3x-2}$.

Do đó ta tách được như lời giải ở trên.

3. Bài tập rèn luyện.

Bài 1. Phương trình $(x^2 + 5x + 4)\sqrt{x+3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 2. Tập nghiệm của phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 3. Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1$ có bao nhiêu nghiệm

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài 4. Giải phương trình $(x-3)(\sqrt{4-x^2} - x) = 0$

Lời giải

.....	
-------	-------

 **Bài 5.** Giải phương trình $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

Lời giải

 **Bài 6.** Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$ trên tập số thực bằng

Lời giải

 **Bài 7.** Giải phương trình $x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

 **Bài 8.** Giải phương trình $x + \sqrt{11 + \sqrt{x-1}} = 12$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \frac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

 **Bài 9.** Phương trình $4x^2 + 12x\sqrt{x+1} = 27(x+1)$ có nghiệm $x = a$; $x = \frac{b-c\sqrt{d}}{e}$ trong đó a ; b ; c ; d ; e là các số tự nhiên và $\frac{b}{e}$ tối giản. Khi đó tính giá trị của biểu thức $F = a + b - c + d - e$

Lời giải

Dạng 2. PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI.

1. Phương pháp.

Để giải phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối (GTTĐ) ta cần khử dấu GTTĐ. Sau đây là một số cách thường dùng để khử dấu GTTĐ

① Sử dụng định nghĩa hoặc tính chất của GTTĐ để khử dấu GTTĐ.

② Đặt ẩn phụ là biểu thức chứa dấu GTTĐ để khử dấu GTTĐ

Trong thực hành ta thường gặp một số loại sau:

Dùng định nghĩa của GTTĐ $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \\ -f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \end{cases}$

Dùng tính chất của GTTĐ $|f(x)| = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$

Dùng tính chất của GTTĐ $|f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 14. Giải các phương trình sau:

a). $|2x^2 - 3x - 1| = -x^2 + 2x + 1$

b). $|x^2 - 5x + 4| = x^3 - 3x + 4$

c). $|x^2 - 5x + 4| - |x + 1| = x^2 + x$

d). $|x^2 - 3x + 1| + |x - 1| = 12(x - 3)$

Lời giải

[illegible]

Lời giải

[illegible]

b). $\left| \frac{2x}{x+1} \right| = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$

Lời giải

[illegible]

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Dạng 3. GIẢI PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ m .

1. Phương pháp.

Ta áp dụng tính chất sau: cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D .

① **Tính chất:** nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = g(m)$. Từ đó suy ra

- Phương trình $f(x) = g(m)$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = g(m)$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.
- Số nghiệm phương trình $f(x) = g(m) \Leftrightarrow$ số giao điểm của đường thẳng $y = g(m)$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

② **Đặc biệt:** khi gặp bài toán liên quan đến phương trình $f(x, m) = 0$ mà ta có thể cô lập được m thì ta sử dụng đồ thị(hoặc bảng biến thiên) để giải.

2. Phương pháp.

Bài tập 17. Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1} = 5-m$ có nghiệm. Khi đó tìm số các giá trị nguyên dương của tham số m

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Bài tập 18. Tìm m để phương trình $(x^2 + 4x + 3)\sqrt{x-m} = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

[illegible][illegible][illegible]

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{4-x} + 2\sqrt{-x^2+16} - m + 2 = 0$ có nghiệm

Lời giải

Bài tập 23. Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + \sqrt{1-x^2} = m$ có nghiệm là $[a; b]$. Tính $S = a + b$.

Lời giải

Lời giải

Lời giải

[illegible]

Bài tập 26. Cho phương trình: $\sqrt{2x^2 - 2(m+1)x + m^2 + m} = x - 1 \quad (1)$

- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.
- Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất.

Lời giải

[illegible]

- a). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm.
- b). Tìm m để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.
- c). Tìm m để phương trình (1) có nghiệm duy nhất.

[illegible]

.....

.....

Bài tập 29. Tìm m để phương trình sau có bốn nghiệm phân biệt: $|-2x^2 + 10x - 8| = m - 5x + x^2$

Lời giải

Bài tập 30. Cho bất phương trình $x^2 - 4x - 3|x - 2| + 2m - 2 = 0$

- Giải phương trình khi $m = 1$.
- Tìm m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Lời giải