

ĐỀ THI KIỂM TRA KIẾN THỨC LỚP 12 NĂM HỌC 2017 - 2018
Môn: Toán học; Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề.
Đề thi gồm 05 trang

Câu 1: Có 10 thẻ được đánh số $1, 2, \dots, 10$. Bốc ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số chẵn

- A. $\frac{7}{9}$. B. $\frac{5}{18}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2: Cho $\int_1^2 \frac{dx}{x^5 + x^3} = a \ln 5 + b \ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + 2b + 4c$ bằng

- A. 0. B. -1. C. $-\frac{5}{8}$. D. 1.

Câu 3: Tìm m để phương trình $4^x - (m+1) \cdot 2^x + m = 0$ có 2 nghiệm thực phân biệt

- A. $m > 1$. B. $m > 0$. C. $m > 0, m \neq 1$. D. $0 < m < 1$.

Câu 4: Cho một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $10m \times 16m$. Người ta cắt bỏ 4 góc của tấm tôn 4 miếng hình vuông bằng nhau rồi gò lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Để thể tích của hộp đó lớn nhất thì độ dài cạnh hình vuông của các miếng tôn bị cắt bỏ bằng

- A. Đáp án khác B. $4m$. C. $5m$. D. $3m$.

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2, u_4 = 4$. Giá trị của u_{10} bằng

- A. 32 B. $32\sqrt{2}$ C. $16\sqrt{2}$ D. 10

Câu 6: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+1}{1}$. Cosin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{\sqrt{65}}{9}$ C. $\frac{5}{9}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-2)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $OABC$ là

- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Câu 8: Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{1+2i}{3-4i}$.

- A. $\frac{2}{5}i$ B. $\frac{10}{-7}$ C. $\frac{10}{-7}i$ D. $\frac{2}{5}$

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2$ và $y = |x-2|$ bằng.

- A. $\frac{13}{2}$. B. $\frac{21}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10: Cho m là một số thực. Số nghiệm của phương trình $2^{x^2} = m^2 - m + 2$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Không xác định

Câu 11: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-3)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC , thì độ dài đoạn OH là

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

Câu 12: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 3 = 5^m$ có 3 nghiệm thực phân biệt

- A. $m > 1$. B. $m < 0$. C. $0 < m < 1$. D. $m > 5$.

Câu 13: Cho n là số nguyên dương sao cho tổng các hệ số trong khai triển của $(x+1)^n$ bằng 1024. Hệ số của x^8 trong khai triển đó bằng

- A. 90 B. 45 C. 2^9 D. 80

Câu 14: Mô đun của số phức $z = (\cos \frac{11\pi}{24} + \cos \frac{5\pi}{24}) - (\sin \frac{11\pi}{24} - \sin \frac{5\pi}{24})i$ bằng

- A. $\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8}$. B. 2. C. $2\cos \frac{\pi}{8}$. D. 1.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) > -1$ là

- A. $(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$ B. $(0; \frac{3}{2})$ C. $(\frac{3}{2}; +\infty)$ D. $(\frac{1}{2}; \frac{3}{4})$

Câu 16: Tìm số cạnh ít nhất của hình đa diện có 5 mặt.

- A. 9. B. 6. C. 7. D. 8.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tọa độ các điểm $A(1; 2; -1)$, $C(3; -4; 1)$, $B'(2; -1; 3)$, $D'(0; 3; 5)$. Giả sử tọa độ điểm $A'(x, y, z)$ thì $x+y+z$ là

- A. 5 B. 7 C. -3 D. 2

Câu 18: Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n-1}{\sqrt{4n^2+n+1}}$

- A. 2. B. $+\infty$. C. -1. D. 4

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-2}$. Tìm m để đường thẳng $y = x+m$ cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O với O là gốc tọa độ

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. -2.

Câu 20: Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = x - 2\sqrt{x}$ trên đoạn $[0; 9]$ lần lượt là m và M . Giá trị của tổng $m + M$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 21: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C). Tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại các giao điểm của (C) với trục hoành bằng

- A. 0. B. 9. C. 11. D. -15.

Câu 22: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-1| = |\bar{z}-i|$ là đường thẳng

- A. $x-y=0$. B. $x-y+1=0$. C. $x+y+1=0$. D. $x+y=0$.

Câu 23: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $\log_{\sqrt{a}} a^{\sqrt{a}}$

- A. $\frac{8}{9}$ B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{9}{8}$

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{x^3 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$. Đồ thị hàm số có mấy tiệm cận

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 25: Tìm họ nguyên hàm $\int (2x-1)\ln x dx$

- A. $(x^2-x)\ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$ B. $(x^2-x)\ln x + \frac{x^2}{2} - x + C$

C. $(x^2+x)\ln x - \frac{x^2}{2} + x + C$

D. $(x^2-x)\ln x - \frac{x^2}{2} - x + C$

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{1+x}{2-x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng R .
 C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $R \setminus \{2\}$.

Câu 27: Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi tăng độ dài cạnh tứ diện đều lên 2 lần, khi đó thể tích của khối tứ diện đều tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

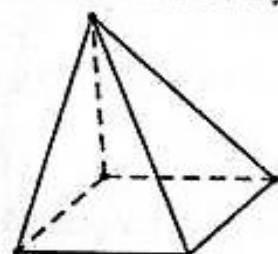
Câu 28: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x}$.

- A. $y' = 2^{2x} \ln 2$. B. $y' = x \cdot 4^{x-1}$. C. $y' = 2^{2x} \ln 4$. D. $y' = x \cdot 2^{2x}$.

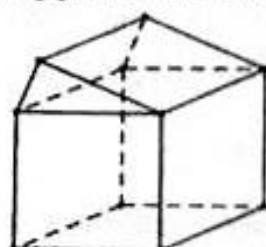
Câu 29: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 14 = 0$. Gọi $H(x, y, z)$ là hình chiếu của O trên mặt phẳng (P) , thì $x + y + z$ là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

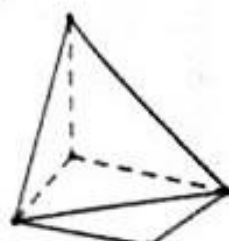
Câu 30: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



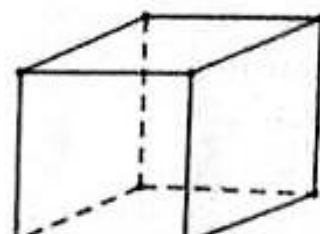
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 1 B. Hình 2 C. Hình 3 D. Hình 4

Câu 31: Hàm số $y = -x^4 + 3x^2 - 1$ có mấy cực đại

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 32: Bán kính hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ C. $\frac{a}{2}$ D. $\frac{a}{\sqrt{2}}$

Câu 33: Tìm họ nguyên hàm $\int \sin^2 x dx$

- A. $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$ B. $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + C$ C. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$ D. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + C$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là trung điểm SB và G là trọng tâm của tam giác SBC . Gọi V, V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $M.ABC$ và $G.ABD$, tính tỉ số $\frac{V}{V'}$?

- A. $\frac{V}{V'} = \frac{3}{2}$ B. $\frac{V}{V'} = \frac{4}{3}$ C. $\frac{V}{V'} = \frac{5}{3}$ D. $\frac{V}{V'} = 2$

Câu 35: Với cách đổi biến $u = \sqrt{4x+5}$ thì tích phân $\int_{-1}^1 x\sqrt{4x+5} dx$ trở thành

- A. $\int_1^3 \frac{u^2(u^2-5)}{8} du$. B. $\int_{-1}^1 \frac{u^2(u^2-5)}{8} du$. C. $\int_1^3 \frac{u^2(u^2-5)}{4} du$. D. $\int_1^3 \frac{u(u^2-5)}{8} du$.

Câu 36: Tìm họ nguyên hàm $\int \frac{dx}{x^2-1}$

A. $I = \frac{\ln|2x-1|}{2} + C$. B. $I = \ln(2x-1) + C$. C. $I = \ln|2x-1| + C$. D. $I = \frac{\ln(2x-1)}{2} + C$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 2; 1)$, $B(0; 0; -2)$, $C(1; 0; 1)$, $D(2; 1; -1)$. Thể tích tứ diện $ABCD$ là

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

Câu 38: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + x + m$. Tìm m để hàm số đồng biến trên R

A. $0 < m < 2$ B. $m > 2$ hoặc $m < 0$ C. $m \geq 2$ hoặc $m \leq 0$ D. $0 \leq m \leq 2$

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Tính $f'(\frac{\pi}{6})$

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1.

Câu 40: Cho A, B là hai biến cố độc lập với nhau thỏa mãn $P(A) = 0,5$ và $P(B) = 0,6$. Khi đó $P(\overline{A}\overline{B})$ bằng

A. 0,2 B. 0,1 C. 0,3 D. 0,9

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 60^\circ$, các mặt bên $(SAB), (SAD), (SBD)$ tạo với đáy một góc bằng 45° . Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất là

A. $\frac{a^3}{4}$ B. $\frac{a^3}{3}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $\frac{a^3}{2}$

Câu 42: Cho hàm số $y = x^4 + 2m(m+2)x^2 + m + 2$. Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất

A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. -1 D. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{-x}{2x+1}$ có đồ thị là (C). Tìm m sao cho đường thẳng $y = x + m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B và tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B là lớn nhất.

A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. 1 D. -1

Câu 44: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành. Biết rằng $S_1 = S_2$. Giá trị của m bằng

A. 1. B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{4}$

Câu 45: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2}\log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 4a^3 + b^3 - 4\log_2(4a^3 + b^3)$ là

A. $4\log_2 6$. B. $\frac{4}{\ln 2} - 4\log_2\left(\frac{4}{\ln 2}\right)$ C. $4(1 - \log_2 3)$. D. -4.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 xf'(x) dx = \frac{4}{15}$, $\int_0^1 [f(x)]^2 dx = \frac{16}{3}$.

Tích phân $\int_0^1 [f(x)]^2 dx$ bằng

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{4}{63}$.

D. 1.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$, trong đó $SA=3, SB=4, SC=5, \angle ASB=60^\circ, \angle BSC=120^\circ$ và $\angle CSA=90^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC là

A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 48: Cho khối chóp $S.ABC$ có $\angle BAC=90^\circ, BC=2\sqrt{2}, \angle ACB=30^\circ$, hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của BC . Giả sử có mặt cầu tâm O , bán kính bằng 1 tiếp xúc với SA, SB, SC lần lượt tại các điểm A_1, B_1, C_1 , trong đó A_1, B_1 thuộc các cạnh tương ứng SA, SB , còn C_1 thuộc tia đối của tia SC ; đồng thời mặt cầu tâm O đó cũng tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Câu 49: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}, \Delta_2: \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$$

và hai điểm $A(1; -1; 2), B(2; 0; -1)$. Trên Δ_1 lấy điểm M , trên Δ_2 lấy điểm N sao cho $AM + BN = MN$. Biết rằng MN luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có bán kính R , tìm R ?

A. 3

B. $\frac{\sqrt{11}}{4}$

C. $\sqrt{11}$

D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$

Câu 50: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, xét mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1; 6; 2), B(3; 0; 0)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) có giá trị nhỏ nhất là

A. $\frac{\sqrt{462}}{6}$

B. $\frac{\sqrt{534}}{4}$

C. $\frac{\sqrt{218}}{6}$

D. $\frac{\sqrt{530}}{4}$

----- HẾT -----

Tuyển tập các câu Vận Dụng Cao trong đề chuyên KHTN Hà Nội lần 2

Lời giải chi tiết được thực hiện bởi thầy **Hà Hữu Hải** và anh **Vũ Hồng Quý**

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1; \int_0^1 xf(x)dx = \frac{4}{15}; \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{16}{3}$.

Tích phân $\int_0^1 [f(x)]^2 dx$ bằng:

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{4}{63}$. D. 1.

Đề trên bị lỗi nên bất đẳng thức tích phân không xảy ra dấu bằng do đó thầy không giải chi tiết ở đây vì câu này nhiều bạn đã làm được tư duy giống với đề minh họa của BGD mới ra năm 2018

Câu 42: Cho hàm số $y = x^4 + 2m(m+2)x^2 + m+2$. Tìm m để đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất

- A. -1. B. $-\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Để đồ thị hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow 2m(m+2) < 0 \Rightarrow -2 < m < 0$.

Dùng công thức tam giác cực trị ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}(-m^2 - 2m)^2 \sqrt{-m^2 - 2m}$.

Xét hàm $f(m) = -(m^2 + 2m)\sqrt{-m^2 - 2m}$ với $-2 < m < 0$.

$f(m)_{\max} \Leftrightarrow m = -1 \Rightarrow$ **Chọn A.**

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$, trong đó $SA = 3; SB = 4; SC = 5; \angle ASB = 60^\circ; \angle BSC = 120^\circ$ và $\angle CSA = 90^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC là

- A. $4\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức $V_{S.ABC} = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \varphi + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \varphi}$.

Suy ra

$$V_{S.ABC} = \frac{3.4.5}{6} \sqrt{1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 0} = 5\sqrt{2}.$$

Mặt khác ta lại có

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SC \cdot AB \cdot d(SC, AB) \cdot \sin(\widehat{SC, AB}).$$

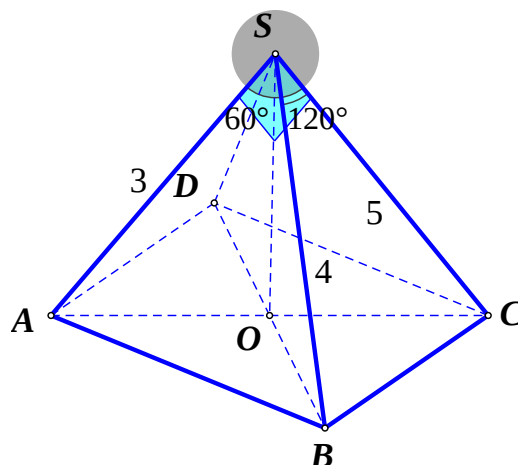
Áp dụng định lý cosin cho các tam giác SAB, SBC, SCA ta có:

$$AB = \sqrt{SA^2 + SB^2 - 2SA \cdot SB \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{13},$$

$$BC = \sqrt{61}, AC = \sqrt{34}.$$

Dựng hình bình hành $ABCD$. Áp dụng công thức đường trung tuyến cho ΔABC , suy ra

$$BO = \sqrt{\frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}} = \frac{\sqrt{114}}{2}.$$



$$\Delta SAC \text{ vuông tại } S \Rightarrow SO = \frac{1}{2} SC = \frac{\sqrt{34}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{SBO} = \frac{3\sqrt{114}}{38} \Rightarrow SD = \sqrt{58}. \text{ Khi đó ta có } \cos(\widehat{SC, AB}) = |\cos \widehat{SCD}| = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

$$\Rightarrow \sin(\widehat{SC, AB}) = \sqrt{\frac{17}{13}}. \text{ Vậy } \frac{1}{6} \cdot 5 \cdot \sqrt{13} \cdot d(SC, AB) \cdot \sqrt{\frac{17}{13}} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow d(SC, AB) = \frac{6\sqrt{34}}{17}.$$

Câu 44: Cho khối chóp $S.ABC$ có $\angle BAC = 90^\circ$; $BC = 2\sqrt{2}$; $\angle ACB = 30^\circ$, hình chiếu của S trên mặt phẳng đáy là trung điểm H của BC . Giả sử có mặt cầu tâm O , bán kính bằng 1 tiếp xúc với SA, SB, SC lần lượt tại các điểm A_1, B_1, C_1 , trong đó A_1, B_1 thuộc các cạnh tương ứng SA, SB , còn C_1 thuộc tia đối của tia SC , đồng thời mặt cầu tâm O đó cũng tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) . Thể tích của hình chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Do mặt cầu tâm O tiếp xúc với SA, SB, SC lần lượt tại các điểm $A_1, B_1, C_1 \Rightarrow SA_1 = SB_1 = SC_1$ (1).

Mặt khác ta có $OA_1 = OB_1 = OC_1$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SO \perp (A_1B_1C_1)$.

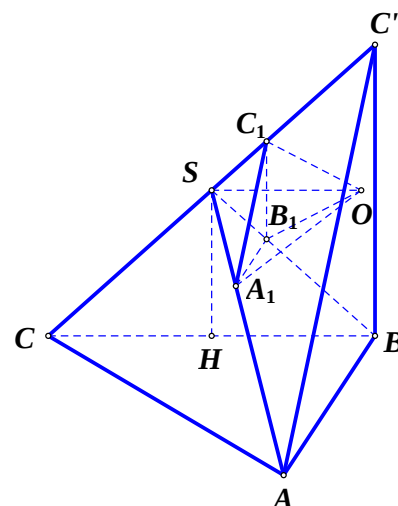
Gọi C' là điểm đối xứng của C qua S .

Ta có các tam giác SAB, SAC', SBC' đều cân tại S .

Suy ra $A_1B_1 \parallel AB, A_1C_1 \parallel AC', B_1C_1 \parallel BC' \Rightarrow (A_1B_1C_1) \parallel (ABC')$

$SH \parallel BC' \Rightarrow SH \parallel (ABC')$. Vậy $SO \perp SH$.

$$\Rightarrow SH = d(O, (ABC)) = R = 1. \text{ Vậy } \boxed{V = \frac{\sqrt{3}}{3}}. \text{ Chọn B.}$$



Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{-x}{2x+1}$ có đồ thị là (C) . Tìm m sao cho

đường thẳng $y = x + m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B và tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B là lớn nhất.

A. -1 .

B. $-\frac{1}{2}$.

C. 1 .

D. 0 .

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } y' = \frac{-1}{(2x+1)^2}; \frac{-x}{2x+1} = x + m \Rightarrow 2x^2 + 2(m+1)x + m = 0, \Delta' = m^2 + 2m + 1 - 2m > 0, \forall m.$$

Tổng hệ số góc:

$$\begin{aligned} \sum_{hsg} &= \frac{-1}{(2x_1+1)^2} - \frac{1}{(2x_2+1)^2} = -\frac{[(2x_1+1)^2 + (2x_2+1)^2]}{[4x_1x_1 + 2(x_1+x_2)+1]^2} \\ &= -\frac{[4(x_1^2 + x_2^2) + 4(x_1+x_2) + 2]}{[4x_1x_1 + 2(x_1+x_2)+1]^2} = -\frac{[4(x_1+x_2)^2 - 8x_1x_2 + 4(x_1+x_2) + 2]}{[4x_1x_1 + 2(x_1+x_2)+1]^2} = -4m^2 - 2 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy tổng hệ số góc max bằng } -2 \Leftrightarrow m = 0. \text{ Chọn D.}$$

Câu 46: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị là (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành, S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và phần đồ thị (C) nằm phía dưới trục hoành. Biết rằng $S_1 = S_2$. Giá trị của m bằng

A. $\frac{5}{4}$.

B. 2.

C. $\frac{3}{2}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Ta gọi 4 giao điểm lần lượt có hoành độ $x_1 = -\sqrt{t_2} < x_2 = -\sqrt{t_1} < x_3 = \sqrt{t_1} < x_4 = \sqrt{t_2}$.

$$\text{Do đó: } \int_0^{\sqrt{t_1}} (x^4 - 3x^2 + m) dx = \int_{\sqrt{t_1}}^{\sqrt{t_2}} -(x^4 - 3x^2 + m) dx \Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{t_2}} (x^4 - 3x^2 + m) dx = 0.$$

$$\text{Khi đó: } 0 = \left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{\sqrt{t_2}} = \frac{\sqrt{t_2}}{5} (t_2^2 - 5t_2 + 5m) \Rightarrow \begin{cases} t_2^2 - 5t_2 + 5m = 0 \\ 5t_2^2 - 15t_2 + 5m = 0 \end{cases} \text{ Trừ vế với vế:}$$

$$t_2 = \frac{5}{2} \Rightarrow m = \frac{5}{4}. \text{ Chọn } \textbf{đáp án A}$$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 60^\circ$, các mặt bên $(SAB), (SAD), (SBD)$ tạo với đáy một góc bằng 45° . Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất là

A. $\frac{a^2}{2}$.

B. $\frac{a^2}{6}$.

C. $\frac{a^2}{4}$.

D. $\frac{a^2}{3}$.

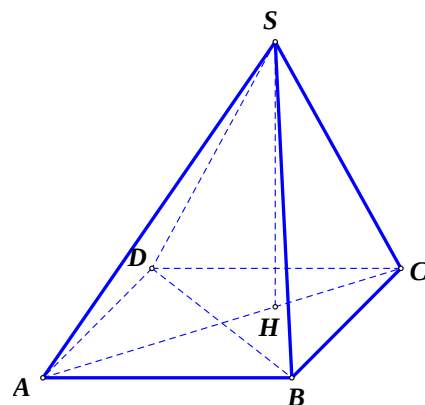
Hướng dẫn giải

Ba mặt bên $(SAB), (SAD), (SBD)$ tạo với đáy các góc bằng nhau và bằng 45°

$\Rightarrow$ Chân đường cao trùng tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABD$ hoặc chân đường cao trùng với đường tròn tâm bàng tiếp của $\triangle ABD$.

Xét 2 trường hợp ta nhận thấy thể tích khối chóp lớn nhất $\Rightarrow V_{\max}$ khi chân đường cao trùng tâm bàng tiếp $\triangle ABD$.

$$\Rightarrow V_{\max} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}. \Rightarrow \textbf{Chọn C.}$$



Câu 48: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, xét mặt cầu (S) đi qua hai điểm $A(1;6;2), B(3;0;0)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(P): x - y + 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) có giá trị nhỏ nhất là:

A. $\frac{\sqrt{534}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{462}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{530}}{4}$.

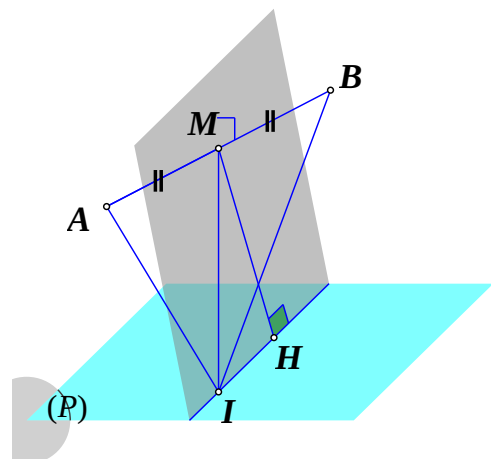
D. $\frac{\sqrt{218}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: I thuộc giao tuyến mặt phẳng trung trực AB và (P) .

$$\Rightarrow IM \geq MH.$$

$$\Rightarrow R \geq HA \Rightarrow R_{\min} = HA \text{ với } H \text{ là hình chiếu của } M \text{ trên giao tuyến}$$



Đáp án: $R_{\min} = \frac{\sqrt{462}}{6} \Rightarrow$ **Chọn B.**

Câu 49: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$,

$\Delta_2: \frac{x+2}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và hai điểm $A(1; -1; 2), B(2; 0; -1)$. Trên Δ_1 lấy điểm M , trên Δ_2 lấy điểm N sao cho $AM + BN = MN$. Biết rằng MN luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có bán kính R , tìm R ?

A. $\frac{\sqrt{11}}{4}$.

B. $\sqrt{11}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

D. 3.

Hướng dẫn giải

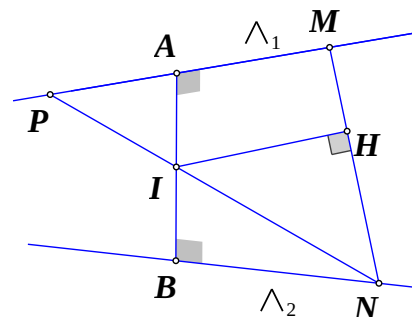
Phát hiện: AB là đoạn vuông góc chung.

Gọi I là trung điểm của AB . Lấy $P \in \Delta_1$ sao cho $AP = BN$.

$\Rightarrow \triangle IAP = \triangle IBN \Rightarrow IP = IN$.

$\Rightarrow \triangle IMP = \triangle IMN \Rightarrow IH = IA = IB = \frac{1}{2} AB$.

$\Rightarrow$ Mặt cầu cố định tâm I bán kính $R = \frac{1}{2} AB \Rightarrow$ **Chọn C.**



Câu 50: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 4a^3 + b^3 - 4 \log_2 (4a^3 + b^3)$ là

A. -4.

B. $4 \log_2 6$.

C. $\frac{4}{\ln 2} - 4 \log_2 \left(\frac{4}{\ln 2} \right)$.

D. $4(1 - \log_2 3)$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Ta có $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b} \Leftrightarrow \log_2 \sqrt{a} = \log_2 \frac{2}{b} \Leftrightarrow \sqrt{a} = \frac{2}{b} \Leftrightarrow a = \frac{4}{b^2}$.

Đặt $t = 4a^3 + b^3 = b^3 + \frac{256}{b^6} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{b^3}{2} \cdot \frac{b^3}{2} \cdot \frac{256}{b^6}} = 12 \Rightarrow t \in [12; +\infty)$.

Khi đó $P = f(t) = t - 4 \log_2 t$, có $f'(t) = 1 - \frac{4}{t \ln 2} > 0; \forall t \geq 2$.

Suy ra $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $[12; +\infty) \Rightarrow f(t) \geq f(12)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $P_{\min} = 12 - 4 \log_2 12 = 12 - 4 \log_2 (3 \cdot 2^2) = 4(1 - \log_2 3) \Rightarrow$ **Chọn C.**

Cách 2: Sử dụng máy tính Casio

Cám ơn các bạn đã luôn quan tâm và chia sẻ những tài liệu của thầy!

Mong cho tất cả các bạn nhận được tài liệu này năm nay sẽ đỗ vào trường mà mình mong muốn nhất