

SỞ GDĐT QUẢNG TRỊ

ĐỀ CHÍNH THỨC

**KỶ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN
DỰ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA
NĂM HỌC 2025-2026**

(Khu vực Bắc Quảng Trị)

Khóa ngày 15 tháng 9 năm 2025

Môn thi: TOÁN

BÀI THI THỨ NHẤT

SỐ BÁO DANH:.....

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề gồm có 01 trang và 04 câu

Câu 1 (5,0 điểm):

Cho dãy số (u_n) thỏa mãn
$$\begin{cases} u_1 = 2026 \\ u_{n+1} = \frac{\sqrt{n^2 + 2n + 4}}{n^2 + 3} u_n^2, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$
 . Đặt $v_n = \frac{n^2}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Chứng minh rằng dãy số (v_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

Câu 2 (5,0 điểm): Tìm tất cả các số nguyên dương phân biệt a và b sao cho tồn tại một đa thức hệ số nguyên $P(x)$ thỏa mãn $P(a^3) + 7(a + b^2) = P(b^3) + 7(b + a^2)$.

Câu 3 (5,0 điểm): Cho tam giác ABC cân tại A nội tiếp đường tròn (O) và ngoại tiếp đường tròn (I) . Đường tròn ω đi qua C tiếp xúc với AI tại I và cắt $AC, BC, (O)$ tương ứng tại P, Q, K (K khác C). Gọi M, N tương ứng là trung điểm của hai đoạn thẳng AB và CP . Chứng minh rằng:

a) Đường thẳng NQ là tiếp tuyến của đường tròn (I) .

b) Ba đường thẳng BC, AK, MN đồng quy.

Câu 4 (5,0 điểm): Cho các số nguyên dương m và n . Hãy tìm số cách điền một bảng $m \times n$ gồm m hàng, n cột bằng các số trong tập $\{-2; -1; 1; 2\}$ (mỗi ô chỉ điền một số) sao cho tích các số trong mỗi hàng và tích các số trong mỗi cột đều bằng -2 .

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT QUẢNG TRỊ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỶ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN
DỰ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA
NĂM HỌC 2025-2026

(Khu vực Bắc Quảng Trị)

Khóa ngày 15 tháng 9 năm 2025

Môn thi: TOÁN

BÀI THI THỨ HAI

SỐ BÁO DANH:.....

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề gồm có 01 trang và 03 câu

Câu 1 (6,0 điểm): Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sao cho

$$f(x+y) + f(x)f(y) = f(xy) + f(x) + f(y) \text{ với mọi } x, y \in \mathbb{R}.$$

Câu 2 (7,0 điểm):

a) Tìm tất cả các số nguyên tố p, q và số nguyên không âm k thỏa mãn phương trình $p^2 - q^2 = 2^k$.

b) Với $n \geq 3$ là một số nguyên và k là một số nguyên không âm, chứng minh rằng không thể tồn tại các số nguyên tố p, q thỏa mãn phương trình $p^n - q^n = 2^k$.

Câu 3 (7,0 điểm): Cho tam giác nhọn ABC ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O) và có trực tâm H . Đường thẳng đi qua H song song với BC cắt AB, AC tương ứng tại E, F . Tia AO cắt (O) tại A' (A' khác A) và cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'EF$ tại P (P khác A'). Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng EF tại T . Chứng minh rằng:

a) P là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF .

b) Đường thẳng $A'T$ cắt đường thẳng HP tại một điểm nằm trên (O) .

----- HẾT -----