

**THÂN TẶNG QUÝ THẦY CÔ VÀ CÁC EM HỌC SINH TOÀN QUỐC**

**HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM CHUYÊN ĐỀ  
LŨY THỪA, MŨ, LOGARIT LỚP 12 THPT**

**CREATED BY GIANG SƠN; TEL 0333275320**

**TP.THÁI BÌNH; 20/8/2021**



**TOÀN TẬP  
CỰC TRỊ MŨ, LOGARIT  
VẬN DỤNG CAO  
PHIÊN BẢN 2021**

# TOÀN TẬP CỰC TRỊ MŨ, LOGARIT VẬN DỤNG CAO

---

## VẬN DỤNG CAO CỰC TRỊ SIÊU VIỆT (MŨ, LOGARIT)

- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P1
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P2
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P3
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P4
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P5
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P6
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P7
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P8
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P9
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P10
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P11
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P12
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P13
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P14
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P15
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P16
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P17
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P18
- CỰC TRỊ SIÊU VIỆT P19

**Câu 1.** Cho  $m = \log_a \sqrt[3]{ab}$  với  $a > 1, b > 1$  và  $P = \log_a^2 b + 16 \log_b a$ . Tìm m để P đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.  $m = 1$                       B.  $m = 2$                       C.  $m = 4$                       D.  $m = 2,5$

**Câu 2.** Cho  $a, b, c > 1$  và biểu thức  $P = \log_a(bc) + \log_b(ca) + \log_c(ab)$  đạt giá trị lớn nhất bằng m khi  $\log_b c = n$ . Tính  $m + n$ .

- A.  $m + n = 10$                       B.  $m + n = 12$                       C.  $m + n = 14$                       D.  $m + n = 12,5$

**Câu 3.** Cho  $a > 1, b > 1$ . Tìm giá trị bé nhất của biểu thức  $S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{ab}} b}$ .

- A.  $\frac{4}{9}$                       B. 2,25                      C. 4,5                      D. 0,25

**Câu 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của  $g(x) = \frac{f'(x)}{\ln x}$  với  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + \ln x$ .

- A. 2                      B.  $3\sqrt[3]{9}$                       C.  $\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$                       D. 3

**Câu 5.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = 2x - y$ .

- A. 4                      B. -4                      C.  $2\sqrt{3}$                       D.  $\frac{10}{\sqrt{3}}$

**Câu 6.** Cho  $x > 0, y > 0$  thỏa mãn  $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = x + y$ .

- A.  $P = 6$                       B.  $P = 2 + 3\sqrt{2}$                       C.  $P = 3 + 2\sqrt{2}$                       D.  $P = 4$

**Câu 7.** Xét các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a > b > 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất Pmin của  $P = \log_a^2(a^2) + 3 \log_b \frac{a}{b}$ .

- A. Pmin = 15                      B. Pmin = 13                      C. Pmin = 14                      D. Pmin = 19

**Câu 8.** Cho  $1 < x < 64$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$ .

- A. Pmax = 64                      B. Pmax = 96                      C. Pmax = 96                      D. Pmax = 81

**Câu 9.** Cho  $x > 0, y > 0$  thỏa mãn  $\log(x+2y) = \log x + \log y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x}$ .

- A. 6,4                      B. 6                      C. 6,2                      D. 5,8

**Câu 10.** Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $b^2 = 3ab + 4a^2$  và  $a \in [4; 2^{32}]$ . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá

trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_{\frac{b}{8}} 4a + \frac{3}{4} \log_2 \frac{b}{4}$ . Tính tổng  $T = M + m$ .

- A.  $T = \frac{1897}{62}$                       B.  $T = \frac{3701}{124}$                       C.  $T = \frac{2957}{124}$                       D.  $T = 3,5$

**Câu 11.** Cho  $x > 0, y > 0$  thỏa mãn  $xy \leq 4y - 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = \frac{6(2x+y)}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$  bằng  $a + \ln b$ .

Giá trị của tích số  $ab$  bằng

- A. 45                      B. 81                      C. 115                      D. 108

**Câu 12.** Cho  $x, y, z > 0$  thay đổi sao cho tồn tại các số  $a, b, c > 1$  và thỏa mãn  $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$ . Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{16}{y} + \frac{16}{z} - x^2$ .

- A. MaxP = 2                      B. MaxP = 20                      C. MaxP =  $\frac{188}{9}$                       D. MaxP =  $\frac{183}{4}$

**Câu 13.** Xét các số thực dương  $x, y, z$  thay đổi sao cho tồn tại các số thực  $a, b, c > 1$  và thỏa mãn điều kiện  $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + y + 2z^2$ .

A. 6

B. 0,5

C. 8

D. 8,5

**Câu 14.** Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn  $\log_{3x+y}(x^2 + y^2) \leq 1$ . Khi  $3x + y$  đạt giá trị lớn nhất thì tỉ số  $k = \frac{x}{y}$  là

A.  $k = 1$ B.  $k = 0,5$ C.  $k = 3$ D.  $k = \frac{1}{3}$ 

**Câu 15.** Cho  $x > 0, y > 0$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = x + y$ .

A.  $\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$ B.  $\frac{18\sqrt{11}-29}{21}$ C.  $\frac{9\sqrt{11}+19}{9}$ D.  $\frac{9\sqrt{11}-19}{9}$ 

**Câu 16.** Cho  $1 > a \geq b > 0$ . Tính giá trị nhỏ nhất  $T_{\min}$  của biểu thức  $T = \log_a^2 b + \log_{ab} a^{36}$ .

A.  $T_{\min} = 19$ B.  $T_{\min} = 16$ C.  $T_{\min} = 13$ D.  $T_{\min} = 11$ 

**Câu 17.** Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b - 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $P = a + 2b$ .

A.  $\frac{2\sqrt{10}-3}{2}$ B.  $\frac{3\sqrt{10}-7}{2}$ C.  $\frac{2\sqrt{10}-1}{2}$ D.  $\frac{2\sqrt{10}-5}{2}$ 

**Câu 18.** Cho  $x > 0, y > 0$  thỏa mãn  $2018^{\frac{2(x^2-y+1)}{(x+1)^2}} = \frac{2x+y}{(x+1)^2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $2y - 3x$ .

A. 0,5

B.  $\frac{7}{8}$ 

C. 0,75

D.  $\frac{5}{6}$ 

**Câu 19.** Cho  $a \geq b > 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $S = \log_a \left( \frac{a^2}{b} \right) + \log_b \frac{b^3}{a}$ .

A. -2

B. 2

C. 3

D. 0

**Câu 20.** Cho  $x > 0, y > 0$  thỏa mãn  $3^{\frac{xy-2x-y-1}{xy-1}} = \frac{2x+y}{xy-1}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x + 4y$ .

A.  $4\sqrt{3} + 9$ B.  $6 + 4\sqrt{3}$ C.  $2\sqrt{3} - 2$ D.  $4\sqrt{3} - 6$ 

**Câu 21.** Cho  $a, b$  dương thỏa mãn  $b > 1; \sqrt{a} \leq b < a$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \frac{a}{b}$  là

A. 6

B. 7

C. 5

D. 4

**Câu 22.** Cho  $x, y$  với  $x$  không âm thỏa mãn  $5^{x+3y} + 5^{xy+1} + x(y+1) + 1 = 5^{-xy-1} + \frac{1}{5^{x+3y}} - 3y$ . Gọi  $m$  là giá trị nhỏ nhất của  $x + 2y + 1$ . Tìm mệnh đề đúng

A.  $0 < m < 1$ B.  $-1 < m < 0$ C.  $1 < m < 2$ D.  $2 < m < 3$ 

**Câu 23.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $2^x + 2^y = 4$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = (2x^2 + y)(2y^2 + x) + 9xy$  bằng

A. 18

B. 12

C. 16

D. 21

**Câu 24.** Cho  $0 < x \neq 1$  và  $y > 0$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 2^{\log_x y} + \frac{16}{y^{\frac{1}{\ln x}}}$  là

A. 12

B.  $2e^2$ C.  $4e$ D.  $8\sqrt{2}$

**Câu 1.** Cho  $x > 0, y > 0$  thỏa mãn  $(xy - 1)2^{2xy-1} = (x^2 + y)2^{x^2+y}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $y$ .

- A. 2                                      B. 2,25                                      C.  $\frac{3}{7}$                                       D.  $\sqrt{3}$

**Câu 2.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $2^{y^2} [\log_2(x^2 + 1) - \log_2(2 - y^2) + 2^{x^2}] \leq 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $|2x + 2y - 1|$ .

- A.  $2\sqrt{2} - 1$                                       B.  $\frac{2\sqrt{2} + 1}{2}$                                       C. 0,5                                      D.  $1 - \frac{\sqrt{2}}{4}$

**Câu 3.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_3[(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x + 2y$ .

- A. 5,5                                      B. 5,4                                      C.  $\frac{6\sqrt{3}-1}{2}$                                       D.  $6\sqrt{2} - 3$

**Câu 4.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $2xy + \log_2(xy + x)^x = 8$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x^2 + y$ .

- A.  $4\sqrt[3]{3} - 3$                                       B.  $2\sqrt{3} - 1$                                       C.  $\frac{14\sqrt{3}-10}{7}$                                       D.  $3\sqrt[3]{4} - 1$

**Câu 5.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn đẳng thức  $3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 4|y| - |y - 1| + (y + 3)^2$

- A.  $-\frac{89}{4}$                                       B. 16                                      C. 8                                      D.  $-\frac{41}{4}$

**Câu 6.** Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $\log_{2a+2b+1}(4a^2 + b^2 + 1) + \log_{4ab+1}(2a + 2b + 1) = 2$ . Tính  $a + 2b$ .

- A. 3,75                                      B. 5                                      C. 4                                      D. 1,5

**Câu 7.** Cho  $\frac{1}{3} < b < a < 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8\log_{\frac{b}{a}} a - 1$ .

- A. 6                                      B. 8                                      C. 7                                      D.  $3\sqrt[3]{2}$

**Câu 8.** Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $\log_{4a+5b+1}(16a^2 + b^2 + 1) + \log_{8ab+1}(4a + 5b + 1) = 2$ . Giá trị của  $a + 2b$  là

- A. 9                                      B.  $\frac{20}{3}$                                       C. 6                                      D. 6,75

**Câu 9.** Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a > b > 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \log_{\frac{a}{b}}^2(a^2) + 13\log_b \frac{a}{b}$ .

- A. 19                                      B. 13                                      C. 14                                      D. 15

**Câu 10.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2^x - \frac{m-8}{2^x} - 2$  là một số không âm.

- A. 5                                      B. 6                                      C. 7                                      D. 8

**Câu 11.** Cho  $x, y$  thuộc đoạn  $[1;2]$  và số thực  $m$  thỏa mãn  $x^2 + (9-m)y^2 = 6xy$ . Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_2 x + \log_{\frac{1}{4}} y^2 + \log_2(\sqrt{m} + 1)$ .

- A. 0                                      B.  $\log_2 11$                                       C.  $\log_2 7$                                       D.  $2\log_2 3$

**Câu 12.** Cho  $x, y$  thực thỏa mãn  $2^{x+y-1}(3^{x+y} + 1) = 3x + 3y + 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $Q = x^2 + xy + y^2$ .

- A. 0                                      B. 3                                      C. -2                                      D. 2

**Câu 13.** Cho  $P = 9\log_{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{a} + \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\frac{1}{3}} a + 1$  với  $a \in \left[\frac{1}{27}; 3\right]$ , ký hiệu  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $P$ . Tính  $3m + 4M$ .

A. 41,5

B.  $\frac{109}{9}$ 

C. 42

D. 38

**Câu 14.** Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $a > b > \frac{4}{3}$  và biểu thức  $P = 16 \log_a \left( \frac{a^3}{12b-16} \right) + 3 \log_{\frac{a}{b}}^2 a$  có giá trị nhỏ nhất.

Tính  $a + b$ .

A. 3,5

B. 4

C. 5,5

D. 6

**Câu 15.** Cho  $a > 1, b > 1$  thỏa mãn  $\log_2 a + \log_3 b = 1$ . Giá trị lớn nhất của  $\sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$  là

A.  $\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}$ B.  $\frac{2}{\sqrt{\log_2 3 + \log_3 2}}$ C.  $\frac{1}{2}(\log_2 3 + \log_3 2)$ D.  $\sqrt{\log_2 3} + \sqrt{\log_3 2}$ 

**Câu 16.** Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $\log_{3a+2b+1}(9a^2 + b^2 + 1) + \log_{6ab+1}(3a + 2b + 1) = 2$ . Tính  $a + 2b$ .

A. 6

B. 9

C. 3,5

D. 2,5

**Câu 17.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_3(x + y + 2) = 1 + \log_3\left(\frac{x-1}{y} + \frac{y-1}{x}\right)$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\frac{x^2 + y^2}{xy}$  là một

phân số tối giản  $\frac{a}{b}$ . Tính  $a + b$ .

A. 2

B. 9

C. 12

D. 13

**Câu 18.** Cho  $x, y$  thực thỏa mãn  $x^2 + y^2 > 1$  và  $\log_{x^2+y^2}(2x + 3y) \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $P = 2x + y$ .

A.  $P_{\max} = \frac{19 + \sqrt{9}}{2}$ B.  $P_{\max} = \frac{7 + \sqrt{65}}{2}$ C.  $P_{\max} = \frac{11 + 10\sqrt{2}}{3}$ D.  $P_{\max} = \frac{7 - \sqrt{10}}{2}$ 

**Câu 19.** Tìm  $m$  để hệ sau có nghiệm duy nhất  $(x; y)$ : 
$$\begin{cases} \log_{x^2+y^2}(2x - 4y + 6) \geq 1 \\ x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 = m \end{cases}$$

A.  $m \in \{\sqrt{13} - 3; \sqrt{13} + 3\}$ B.  $\sqrt{13} - 3$ C.  $(\sqrt{13} - 3)^2$ D.  $m \in \{(\sqrt{13} - 3)^2; (\sqrt{13} + 3)^2\}$ 

**Câu 20.** Cho  $x, y$  thuộc đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $2x + y$ .

A. 0,5

B. 2

C. 1

D. 0

**Câu 21.** Cho  $x, y$  dương thỏa mãn  $\ln x + \ln y = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x + y$ .

A.  $\sqrt{3}$ 

B. 3

C. 2

D.  $\sqrt{2}$ 

**Câu 22.** Cho  $x, y$  dương thỏa mãn  $2xy + \log_2(xy + x)^x = 8$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $2x^2 + y$ .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 23.** Cho  $m = \log_a \sqrt{ab}$  với  $a > 1, b > 1$ . Tìm  $m$  để  $P = \log_a^2 b + 54 \log_{a^2 b} a$  đạt giá trị nhỏ nhất.

A.  $m = 2$ B.  $m = 3$ C.  $m = 4$ D.  $m = 5$

**Câu 1.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $2^{x^2+y^2-1} + \log_3(x^2 + y^2 + 1) = 3$ . Biết phân số tối giản  $\frac{a\sqrt{b}}{b}$  ( $a, b$  nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản) là giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = |x - y| + |x^3 - y^3|$ . Tính  $a + 2b$ .

- A. 25                                      **B. 34**                                      C. 32                                      D. 41

**Câu 2.** Cho  $a, b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 > 1$ ;  $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $P = 2a + 4b - 3$ .

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                                       **B.  $2\sqrt{10}$**                                       C.  $\sqrt{10}$                                       D.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$

**Câu 3.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $xy = 1$ ;  $x \geq \frac{1}{2}$ ;  $y \geq 1$ . Biểu thức  $P = \log_2^2 x + (\log_2 y - 1)^2$  có  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất. Tính  $M + 2m$ .

- A.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                                       B.  $2\sqrt{10}$                                       C.  $\sqrt{10}$                                       D.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$

**Câu 4.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_2 x + \log_2(x + 3y) \leq 2 + \log_2 y$ . Với các số nguyên dương  $a, b, c$  thì  $\sqrt{a} - \frac{b}{c}$  (phân số tối giản) là giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = \frac{x+y}{\sqrt{x^2-xy+2y^2}} - \frac{2x+3y}{x+2y}$ . Tính  $a + b + c$ .

- A. 30                                      B. 15                                      C. 17                                      **D. 10**

**Câu 5.** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{5x+4y+4}{x+y+3}$ .

- A.  $P_{\max} = 0$                                       B.  $P_{\max} = 1$                                       C.  $P_{\max} = 2$                                       D.  $P_{\max} = 3$

**Câu 6.** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ . Gọi  $m$  là giá trị lớn nhất của biểu thức  $\frac{x+2y+3}{x+y+6}$ , hỏi  $m$  gần nhất giá trị nào?

- A. 0,56**                                      B. 0,74                                      C. 0,69                                      D. 0,41

**Câu 7.** Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn  $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{x+1}} = 3(y - \sqrt{x+1}) - y^2 + x$ . Tìm min  $K$  với  $K = x - y$ .

- A. min  $K = -0,75$                                       B. min  $K = -1,25$                                       C. min  $K = -2$                                       D. min  $K = -1$

**Câu 8.** Cho các số  $a, b > 1$  sao cho tồn tại số thực  $x$  thỏa mãn  $0 < x \neq 1$ ;  $a^{\log_b x} = b^{\log_a(x^2)}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab)$ .

- A. 0,25                                      B. 0,5e                                      **C.  $-\frac{3+2\sqrt{2}}{12}$**                                       **D.  $\frac{1-3\sqrt{3}}{4}$**

**Câu 9.** Cho  $a, b$  thỏa mãn  $0 < b < a < 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $Q = -3\log_{a^4} \frac{a}{b} + \log_b^2(ab)$ .

- A. 3                                      B. 4                                      C. 2,5                                      D. 1,5

**Câu 10.** Cho  $a > 1, b > 1, c > 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $P_{\min}$  của  $P = \frac{4}{\log_{\sqrt{bc}} a} + \frac{1}{\log_{ac} \sqrt{b}} + \frac{8}{3\log_{ab} \sqrt[3]{c}}$ .

- A.  $P_{\min} = 20$                                       B.  $P_{\min} = 11$                                       C.  $P_{\min} = 12$                                       D.  $P_{\min} = 10$

**Câu 11.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\log_5 \frac{4a+2b+5}{a+b} = a + 3b - 4$ . Tìm giá trị bé nhất của  $T = a^2 + b^2$ .

- A. 0,5                                      B. 2,5                                      C. 1,5                                      D. 1

**Câu 12.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{3x+4y+2}{x^2+4y^2+1} = x(x-6) + 4y(y-2) - 4$ . Tìm max của  $2x + y - 7$ .

- A.  $\sqrt{17}$                       B.  $2\sqrt{17}$                       C.  $4\sqrt{17}$                       D.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$

**Câu 13.** Cho  $a, x$  là các số thực dương thỏa mãn  $a \neq 1; \log_a x = \log(a^x)$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $a$ .

- A. 1                      B.  $\log(2^e - 1)$                       C.  $e^{\sqrt{\frac{\ln 10}{e}}}$                       D.  $10^{\sqrt{\frac{\log e}{2}}}$

**Câu 14.** Cho hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $4^a - 2^{a+1} + 2(2^a - 1)\sin(2^a + b - 1) + 2 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = a + 2b$ .

- A.  $\frac{3\pi}{2} - 1$                       B.  $\frac{\pi}{2} - 1$                       C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\pi - 1$

**Câu 15.** Xét các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2^2 a - 2\log_2 a + 2 + 2(\log_2 a - 1)\sin(\log_2 a + b) = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $S = 2a + 3b$ .

- A.  $\frac{3\pi}{2} - 1$                       B.  $\frac{3\pi}{2} - 2$                       C.  $\pi - 1$                       D.  $\frac{9\pi}{2} + 2$

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = e^x(a \sin x + b \cos x)$  và phương trình  $f'(x) + f''(x) = 10e^x$  có nghiệm. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = a^2 - 2ab + 3b^2$ .

- A.  $10 + 10\sqrt{2}$                       B.  $20 + 10\sqrt{2}$                       C.  $10 + 20\sqrt{2}$                       D.  $20 + \sqrt{2}$

**Câu 17.** Cho  $\alpha, \beta$  thỏa mãn  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\alpha+n} < e < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{\beta+n}$  với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $|\alpha - \beta|$ .

- A.  $\frac{1}{\ln 2} - \frac{3}{2}$                       B. 1                      C.  $\frac{1}{\ln 2} - 1$                       D.  $\frac{1}{\ln 2} - 3$

**Câu 18.** Cho  $a > 0, b > 0$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{2-ab}{a+b} = 3ab + a + b - 7$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $S = a + 5b$ .

- A.  $\frac{2\sqrt{95}-6}{3}$                       B.  $\frac{4\sqrt{95}+15}{12}$                       C.  $\frac{3\sqrt{95}-16}{3}$                       D.  $\frac{5\sqrt{95}-21}{6}$

**Câu 19.** Cho ba số thực  $x, y, z$  không âm thỏa mãn  $2^x + 4^y + 8^z = 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $S = \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2}$ .

- A.  $\frac{1}{12}$                       B.  $\frac{4}{3}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $1 - \log_4 3$

**Câu 20.** Cho các số thực  $a, b, c \geq 1$  thỏa mãn  $a + b + c = 5$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_3 a + 2\log_9 b + 3\log_{27} c.$$

- A.  $\log_3 5$                       B. 1                      C.  $\log_3 15$                       D.  $\log_3 5 - 1$

**Câu 21.** Số thực  $a$  nhỏ nhất để bất đẳng thức  $\ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + ax^3$  đúng với mọi số thực dương  $x$  được biểu

diễn là  $\frac{m}{n}$  (phân số tối giản với  $m, n$  nguyên dương). Tính  $S = 2a + 3b$ .

- A.  $S = 8$                       B.  $S = 20$                       C.  $S = 11$                       D.  $S = 34$

**Câu 1.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{x+4y}{x+y} = 2x - 4y + 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = \frac{2x^4 - 2x^2y^2 + 6x^2}{(x+y)^3}$  là

- A.  $\frac{9}{4}$                       B.  $\frac{16}{9}$                       C. 4                      D.  $\frac{25}{9}$

**Câu 2.** Cho  $a, b$  là hai nghiệm của bất phương trình  $x^{\ln x} + e^{\ln^2 x} \leq 2e^4$  sao cho  $|a - b|$  đạt giá trị lớn nhất. Tính  $ab$ .

- A.  $e$                       B. 1                      C.  $e^3$                       D.  $e^4$

**Câu 3.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{3x^2 + 2xy + 4y^2 + 4}{x^2 + 2y^2 - y + 1} = x^2 - 2xy + 4y^2 - 4y + 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = 27x^3 + 3y^2 + 3xy + 3x + 2.$$

- A. -7                      B. -8                      C.  $-\frac{26}{3}$                       D.  $-\frac{25}{3}$

**Câu 4.** Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = (\log_a b^2)^2 + 6 \left( \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 + \ln e$  với  $\sqrt{b} > a > 1$ .

- A. 91                      B. 45                      C. 61                      D. 43

**Câu 5.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{3xy + x^2} + 2 \log_2 (x^2 + y^2 + 8) \leq \log_2 8^{xy}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}.$$

- A. 1,5                      B. 2,5                      C. 0,5                      D.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

**Câu 6.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$ .

- A. 4                      B. 6                      C.  $3 + \sqrt{3}$                       D.  $3 + 2\sqrt{3}$

**Câu 7.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $2 \cdot 3^{x^2+y^2-2} \cdot \log_2 (x-y) = 1 + \log_2 (1-xy)$ . Tìm giá trị lớn nhất của

$$2(x^3 + y^3) - 3xy.$$

- A. 7                      B. 6,5                      C. 3                      D. 8,5

**Câu 8.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $2018^{x+2y} + \frac{2017}{2017^{xy}} + x + 1 = \frac{2018^{xy}}{2018} + 2017^{-x-2y} + y(x-2)$ . Biết rằng giá trị nhỏ

nhất của biểu thức  $x + y$  là  $a + b\sqrt{3}$  ( $a$  và  $b$  nguyên). Tính  $a + 2b$ .

- A. 9                      B. 8                      C. 10                      D. 11

**Câu 9.** Cho hai số  $a, b$  thỏa mãn  $\frac{1}{3} < b < a < 1$  và biểu thức  $P = \log_a \left( \frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{2}{a}} a$  đạt giá trị bé nhất.

Hỏi  $\frac{1}{a^3 b^2}$  khi đó gần nhất giá trị nào ?

- A. 3                      B. 5                      C. 7                      D. 9

**Câu 10.** Xét  $x > 0, y > 0$  thỏa mãn  $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y \leq \log_{\frac{1}{3}} (x + y^2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $2x + 3y$ .

- A.  $7 - 2\sqrt{10}$                       B.  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$                       C.  $7 + 3\sqrt{2}$                       D.  $7 + 2\sqrt{10}$

**Câu 11.** Xét hàm số  $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$  với  $m$  là tham số thực. Với mọi  $x, y$  thỏa mãn  $e^{x+y} \leq e(x+y)$ . Gọi  $S$  là tập

hợp tất cả các giá trị của m sao cho  $f(x) + f(y) = 1$ . Tìm số phần tử của S.

A. 0

B. 1

C. Vô số

D. 2

**Câu 12.** Cho x, y thuộc đoạn  $[0;1]$  thỏa mãn  $2017^{1-x-y} = \frac{x^2 + 2018}{y^2 - 2y + 2019}$ . Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = (4x^2 + 3y)(4y^2 + 3x) + 25xy$ .

A.  $\frac{136}{3}$

B.  $\frac{391}{16}$

C.  $\frac{383}{16}$

D.  $\frac{25}{2}$

**Câu 13.** Cho a, b dương thỏa mãn  $\log_2 a = 2 \log_2 \frac{2}{b}$ . Xét biểu thức  $P = 4a^3 + b^3 - 4 \log_2 (4a^3 + b^3)$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức P được viết dưới dạng  $x - y \log_2 z$  với x, y, z > 2. Tính x + y + z.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 14.** Cho a, b > 0 thỏa mãn  $2 \log_2 (12 - a - b) = \log_2 (a + 2)(b + 2) + 1$ . Khi đó phân số tối giản  $\frac{m}{n}$  (m, n nguyên dương) là giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{a^3}{b+2} + \frac{b^3}{a+2} + \frac{45}{a+b}$ . Tính m + n.

A. 62

B. 65

C. 64

D. 63

**Câu 15.** Cho a, b, c không âm thỏa mãn  $2^a + 4^b + 8^c = 4$ . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = a + 2b + 3c$ . Tính  $4^M + \log_M m$ .

A.  $\frac{2809}{500}$

B.  $\frac{281}{50}$

C.  $\frac{4096}{729}$

D.  $\frac{14}{25}$

**Câu 16.** Cho x, y dương thỏa mãn  $\log(x + 2y) = \log x + \log y$ . Phân số tối giản  $\frac{m}{n}$  (với m, n là số nguyên dương) là giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}} e^{\frac{y^2}{x+1}}}$ . Tính  $m^2 + n^2$ .

A. 62

B. 78

C. 89

D. 91

là giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\sqrt[4]{e^{\frac{x^2}{1+2y}} e^{\frac{y^2}{x+1}}}$ . Tính  $m^2 + n^2$ .

A. 62

B. 78

C. 89

D. 91

**Câu 17.** Gọi S là tập hợp các cặp số thực x, y thỏa mãn  $\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ \ln(x-y)^x - 2017x = \ln(x-y)^y - 2017y + e^{2018} \end{cases}$

Biết giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = e^{2018x}(y+1) - 2018x^2$  với x, y thuộc S đạt tại  $(x_0; y_0)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $x_0 \in (-1; 0)$

B.  $x_0 = -1$

C.  $x_0 = 1$

D.  $x_0 \in [0; 1)$

**Câu 18.** Cho các số thực dương a, x, y, z thỏa mãn  $4z \geq y^2$ ,  $a > 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$S = \log_a^2(xy) + \log_a(x^3y^2 + x^2z) + \sqrt{4z - y^2}.$$

A. -4

B. -2

C.  $-\frac{21}{16}$

D.  $-\frac{25}{16}$

**Câu 19.** Cho x, y dương thỏa mãn  $\ln \frac{1-2x}{x+y} = 3x + y - 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất Pmin của  $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{xy}}$ .

A. Pmin = 8

B. Pmin = 4

C. Pmin = 4

D. Pmin = 2

**Câu 20.** Cho x, y thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+1}(2x-4y) = 1$ . Tính tỉ số x : y khi biểu thức  $4x + 3y - 5$  đạt giá trị lớn nhất.

A. 1,6

B. 1,8

C. -3,25

D.  $\frac{17}{44}$

**Câu 1.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $5^{x+2y} + \frac{3}{3^{xy}} + x + 1 = \frac{5^{xy}}{5} + 3^{-x-2y} + y(x-2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $T = x + 2y$ .

- A.  $6 - 2\sqrt{3}$                       B.  $4 + 2\sqrt{6}$                       C.  $4 - 2\sqrt{6}$                       D.  $6 + 2\sqrt{3}$

**Câu 2.** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn điều kiện  $3a - 4 > b > 0$  và biểu thức  $P = \log_a \left( \frac{a^3}{4b} \right) + \frac{3}{16} \left( \log_{\frac{3a}{4a+b}} a \right)^2$  có giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $3a + b$ .

- A. 8                      B. 6,5                      C. 12,5                      D. 14

**Câu 3.** Xét  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{xy+x+y+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ . Tìm min của  $\frac{3x+2y+1}{x+y+6}$ .

- A. 2                      B. 1                      C. 3                      D. 4

**Câu 4.** Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn  $1 < x < \sqrt{y}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = (\log_x y - 1)^2 + 8 \left( \log_{\frac{\sqrt{y}}{x}} \sqrt{\frac{y}{x}} \right)^2.$$

- A. 18                      B. 9                      C. 27                      D. 30

**Câu 5.** Trong tất cả các cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+3} (2x+2y+5) \geq 1$ , giá trị thực của  $m$  để tồn tại duy nhất cặp số  $(x; y)$  sao cho  $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$  thuộc tập hợp nào sau đây ?

- A.  $[8; 10]$                       B.  $[5; 7]$                       C.  $[1; 4]$                       D.  $[-3; 0]$

**Câu 6.** Cho  $0 < a \neq 1$ , xét  $x, y$  là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện  $x + y = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$S = 3x^2 y^2 \log_a \left[ (\sqrt[3]{-a})^2 \cdot a^{-\frac{1}{3}} \right] + \frac{\lg 3}{6 \lg 2} (\log_{0,1} 10^{24}) (\log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{1023} 1024) xy.$$

- A.  $\text{Min} S = 0$                       B.  $\text{Min} S = -4$                       C.  $\text{Min} S = -3$                       D.  $\text{Min} S = 1$

**Câu 7.** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}; 0 \leq y \leq 1$  và  $\log(11 - 2x - y) = 2y + 4x - 1$ . Tính  $4m + M$  khi  $m, M$  lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = 16yx^2 - 2x(3y+2) - y + 5$ .

- A. 16                      B. 18                      C. 17                      D. 19

**Câu 8.** Cho hai số thực dương  $x, y$  thay đổi thỏa mãn đẳng thức  $(xy-1)2^{2xy-1} = (x^2+y)2^{x^2+y}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biến  $y$ .

- A. 3                      B. 2                      C. 1                      D.  $\sqrt{3}$

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(t) = \frac{16^t}{16^t + m^2}$ ,  $S$  là tập hợp tất cả các số thực  $m$  sao cho  $f(a) + f(b) = 1$  với mọi số thực  $a, b$  thỏa mãn  $e^{a+b} \leq e(a+b-1)$ . Hỏi  $S$  có bao nhiêu phần tử ?

- A. 1                      B. 2                      C. 0                      D. 4

**Câu 10.** Cho  $a, b, c, d$  là các số thực không âm và có tổng bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$(1+a^2+b^2+a^2b^2)(1+c^2+d^2+c^2d^2).$$

- A. 2                      B.  $4 \ln \frac{17}{16}$                       C.  $\left( \frac{17}{16} \right)^4$                       D.  $\ln \frac{17}{16}$

**Câu 11.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\ln(a^2 + b^2) \geq a^2 + b^2 - 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $\log_2(a+1) + \log_2 b$ .

- A.  $\frac{3}{2} \log_2 3 + 2$                       B.  $\frac{2}{3} \log_2 3 + 2$                       C.  $\frac{3}{2} \log_2 3 - 2$                       D.  $2 \log_2 3 - 2$

**Câu 12.** Số thực  $a$  nhỏ nhất để bất đẳng thức  $\ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + ax^3$  đúng với mọi số thực dương  $x$  là  $\frac{m}{n}$  với

$m, n$  là các số nguyên dương và  $\frac{m}{n}$  tối giản. Tính  $2a + 3b$ .

A.  $S = 8$

B.  $S = 20$

C.  $S = 11$

D.  $S = 34$

**Câu 13.** Cho các số thực  $x, y, z$  thuộc  $[1; 2]$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = 3^x + 3^y + 3^z - \frac{3}{5}(x + y + z)^2$ .

A. 5

B. 15

C. 8

D. 12

**Câu 14.** Cho  $0 < (x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2 \leq 18$ . Biết  $\frac{a}{b}$  (với  $a, b$  là các số nguyên dương) là giá trị lớn nhất

của biểu thức  $M = 4^{\frac{x}{3}} + 4^{\frac{y}{3}} + 4^{\frac{z}{3}} - \frac{1}{108}(x + y + z)^4$ . Tính  $2a + 3b$ .

A. 13

B. 42

C. 54

D. 71

**Câu 15.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 + 2y^2 > 1$  và  $\log_{x^2+2y^2}(2x + y) > 1$ . Giá trị lớn nhất của  $x + y$  là  $\frac{a + b\sqrt{6}}{c}$  với  $a,$

$b, c$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{c}$  là các phân số tối giản. Tính  $a + b + c$ .

A. 17

B. 12

C. 11

D. 16

**Câu 16.** Cho  $a, b$  dương thỏa mãn  $\ln a(1 - \ln b) = \ln b\sqrt{4 - \ln^2 a}$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của  $\log_b a$ .

A.  $2\sqrt{2} - 2$

B.  $2\sqrt{2} + 2$

C.  $2 - 2\sqrt{2}$

D.  $\sqrt{2} - 1$

**Câu 17.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $y \geq 4x$ , giá trị lớn nhất của  $\ln \frac{2x + 5y}{y} - \frac{2y + 5x}{x}$  có dạng  $\ln \frac{m}{2} - n$ . Tính  $m + n$ .

A. 25

B. 24

C. 29

D. 4

**Câu 18.** Có  $a, b, c$  thuộc  $[2; 3]$ . Biết giá trị lớn nhất của biểu thức  $4^a + 4^b + 4^c - \frac{1}{4}(a + b + c)^3$  với  $\frac{m}{n}$  ( $m, n$  là các số nguyên dương và  $\frac{m}{n}$  tối giản). Tính  $m + 2n$ .

A. 257

B. 258

C. 17

D. 18

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(t) = \frac{9^t}{9^t + m^2}$ ,  $S$  là tập hợp tất cả các số thực  $m$  sao cho  $f(a) + f(b) = 1$  với mọi số thực

$a, b$  thỏa mãn  $e^{a+b} \leq e^2(a + b - 1)$ . Tính tích các phần tử của  $S$ .

A. 81

B. 3

C. -3

D. -9

**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x) = y = \log_3 \frac{m^2 x}{1 - x}$ .  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị  $m$  để  $f(a) + f(b) = 3$  với mọi giá trị  $a, b$

thỏa mãn  $e^{a+b} \leq e(a + b)$ . Tính các phần tử của  $S$  là

A. 27

B. -27

C.  $3\sqrt{3}$

D.  $-3\sqrt{3}$

**Câu 21.** Số thực  $a$  nhỏ nhất để  $\ln(1 + x) \geq x - ax^2$  đúng với mọi số thực dương  $x$  là  $\frac{m}{n}$ , (phân số tối giản với  $m$

và  $n$  là các số nguyên dương). Tính  $2m + 3n$ .

A. 5

B. 8

C. 7

D. 11

**Câu 1.** Cho các số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn

$$\log_5(x+y+z)^2 + 10(xy+yz+xz) \geq 9(x^2+y^2+z^2) + \log_5 \frac{14(x^2+y^2+z^2)}{5}.$$

Tính giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{2x+z}{2z+x}$  bằng

- A. 2                                      B. 1                                      C. 3                                      D. 1993

**Câu 2.** Cho các số thực  $x \geq 0, y > 0$  thỏa mãn  $1993^{x^2-y+1} = \frac{y+2x}{(x+1)^2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = x^2 + \frac{1}{y}$ .

- A.  $P_{\min} = 1$                                       B.  $P_{\min} = 2$                                       C.  $P_{\min} = 0,5$                                       D.  $P_{\min} = 0,25$

**Câu 3.** Cho  $x, y, z$  là các số thực thỏa mãn điều kiện  $4^x + 9^y + 25^z = 2^{x+1} + 3^y + 5^z$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = 2^{x+2} + 3^{y+1} + 5^z$ .

- A.  $4 + \sqrt{39}$ .                                      B.  $6 + \sqrt{39}$ .                                      C.  $5 + \sqrt{39}$ .                                      D.  $7 + \sqrt{39}$ .

**Câu 4.** Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{x^2+y^2}{3xy+x^2} + 2\log_2(x^2+2y^2+1) \leq \log_2 8^{xy}$ . Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức  $P = \frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}$ .

- A. 0,5                                      B. 2,5                                      C. 1,5                                      D.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

**Câu 5.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log x + \log y \geq \log(x^3 + y)$ . Giá trị nhỏ nhất của  $2x + y$  là

- A.  $2\sqrt{2} - 2$                                       B.  $\frac{3}{8}$                                       C.  $4 + 4\sqrt{2}$                                       D.  $3 + 2\sqrt{2}$

**Câu 6.** Cho hai số thực  $x, y \geq 1$  thỏa mãn  $xy \leq 4$ . Khi  $x = a; y = b$  thì biểu thức  $P = \log_{4x} 8x - \log_{2y^2} \frac{y^2}{2}$  đạt

giá trị nhỏ nhất, tính giá trị biểu thức  $a^4 + b^4$ .

- A. 131                                      B. 129                                      C. 132                                      D. 130

**Câu 7.** Cho hai số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $x > y > 0$  và  $\ln(x-y) + \frac{1}{2}\ln(xy) = \ln(x+y)$ . Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức  $M = x + y$ .

- A. 2                                      B. 4                                      C. 16                                      D.  $2\sqrt{2}$

**Câu 8.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_{2x^2+xy+3y^2}(11x+20y-40) = 1$ . Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $y: x$ .

- A. 3,5                                      B.  $\frac{11}{6}$                                       C.  $\sqrt{10}$                                       D.  $2\sqrt{14}$

**Câu 9.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $\log(x+3y) + \log(x-3y) = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x - |y|$ .

- A.  $\frac{4\sqrt{5}}{3}$                                       B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$                                       C.  $\frac{1}{9}$                                       D.  $\frac{1}{8}$

**Câu 10.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $\log(x+3y) + \log(x-3y) = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x - 2|y| + 1$ .

- A.  $\sqrt{10} + 1$                                       B.  $\frac{5\sqrt{2}-3}{2}$                                       C.  $1 + \frac{5\sqrt{2}}{3}$                                       D.  $1 + \frac{2\sqrt{5}}{3}$

**Câu 11.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+2}(x+y+3) \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $3x + 4y - 6$ .

- A.  $\frac{5\sqrt{6}-9}{2}$                                       B.  $\frac{5\sqrt{6}-3}{2}$                                       C.  $\frac{5\sqrt{6}-5}{2}$                                       D.  $\frac{5\sqrt{3}-5}{2}$

**Câu 12.** Cho  $a, b$  thỏa mãn  $a > \frac{1}{3}; b > 1$ . Tính  $a + b$  khi biểu thức  $\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81)$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- A.  $3 + 9^{\sqrt{2}}$  B.  $9 + 2^{\sqrt{3}}$  C.  $2 + 9\sqrt{2}$  D.  $3 + 3\sqrt{2}$

**Câu 13.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log x + \log y \geq \log(x + y^2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x + 3y$ .

- A. 1 B. 1,5 C. 9 D. 0,5

**Câu 14.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_2 x + \log_2 y = \log_2 (x + y)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x^2 + y^2$ .

- A. 3 B. 2 C.  $\sqrt{2}$  D.  $2\sqrt[3]{4}$

**Câu 15.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $4 + 3^{x^2 - 2y + 2} = (4 + 9^{x^2 - 2y})7^{2y - x^2 + 2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x + 2y$ .

A.

**Câu 16.** Cho  $a, b$  thay đổi thỏa mãn  $\log_2 (a + 1) + \log_2 (b + 1) \geq 6$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $a + b$ .

- A. 12 B. 14 C. 8 D. 16

**Câu 17.** Cho  $x$  thuộc đoạn  $[0; 6]$ . Biết biểu thức  $8.3^{\sqrt{x} + \sqrt{x}} + 9^{\sqrt{x} + 1} - 9^{\sqrt{x}}$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $x = \frac{m}{n}$  với  $m, n$  là

các số nguyên dương và  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản. Tính  $m + n$ .

- A. 17 B. 18 C. 19 D. 20

**Câu 18.** Cho  $x, y \geq 0$  thỏa mãn  $x^2 + 2x - y + 1 = \log_2 \frac{\sqrt{2y+1}}{x+1}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $e^{2x-1} + 4x^2 - 2y + 1$ .

- A.  $m = -1$  B.  $m = -0,5$  C.  $m = \frac{1}{e}$  D.  $m = e - 3$

**Câu 19.** Cho  $x, y, z$  thỏa mãn  $x \geq y \geq z > 0$  đồng thời  $\log_2 \frac{x-y}{y-z} = (x+z)(z-x-2y)$ . Khi đó giá trị nhỏ nhất

của biểu thức  $P = \frac{z^2 + 4y^2}{4z^2 + 2xz + 4y^2}$ .

- A. 0,5 B. 0,2 C.  $\frac{2}{3}$  D.  $\frac{3}{7}$

**Câu 20.** Cho hai số thực dương  $x, y$  lớn hơn 1 sao cho  $\log_2 x + \log_2 y + 1 \geq \log_2 (x^2 + 2y)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x + 2y$ .

- A. 9 B.  $3 + 2\sqrt{2}$  C.  $2 + 3\sqrt{2}$  D.  $3 + 3\sqrt{2}$

**Câu 21.** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 (2x + 4y - 1) \geq \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x^2 + y^2}$  với  $x \leq 0$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = y - x$ . Giá trị biểu thức  $M + N$  gần nhất với

- A. 4,1 B. 4 C. 3,09 D. 5,31

**Câu 22.** Cho các số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $e^{x^2 + 2xy + y^2} + 4x^2 + 2xy + y^2 - 3 = \frac{1}{e^{3x^2 - 3}}$ . Gọi  $m_0$  là giá trị của

tham số  $m$  sao cho giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = |x^2 + 2xy - y^2 + 3m - 2|$  đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó,  $m_0$  thuộc vào khoảng nào?

- A.  $m_0 \in (1; 2)$ . B.  $m_0 \in (-1; 0)$ . C.  $m_0 \in (2; 3)$ . D.  $m_0 \in (0; 1)$ .

**Câu 1.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $0 < x < y$  và  $\log^2(xy^2) + \log^2 y = 10$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\ln x - \ln y$ .  
A.  $-6\ln 2$                       B.  $-10\ln 10$                       C.  $-10\ln 6$                       D.  $-12\ln 10$

**Câu 2.** Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$ . Giá trị nhỏ nhất của  $x + 3y$  bằng  
A. 8,5                      B. 8                      C. 9                      D. 6

**Câu 3.** Cho ba số thực dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $\log_a^2 b + \log_b^2 c + 2\log_b \frac{c}{b} = \log_a \frac{c}{a^3 b}$ .

Tính  $2m^2 + 9M^3$  với  $m, M$  tương ứng là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức  $\log_a ab - \log_b bc$ .  
A. 28                      B. 25                      C. 26                      D. 27

**Câu 4.** Bốn số thực  $a, b, x, y$  thỏa mãn  $a > 1; b > 1; a^x = b^y = \sqrt{\frac{a}{b}}$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $x - 2y$  thuộc tập hợp nào sau đây

A.  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$                       B.  $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$                       C.  $\left[1; \frac{3}{2}\right)$                       D.  $\left[\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

**Câu 5.** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\frac{1}{3} < b < a < 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \log_a \left(\frac{3b-1}{4}\right) + 12\log_{\frac{b}{a}}^2 a$ .

A. 13                      B. 9                      C.  $\sqrt[3]{2}$                       D.  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

**Câu 6.** Cho  $0 < a < 1; \frac{1}{6} < b < 1$  và phương trình  $a^{x^2} = b^{-x-2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \log_a \frac{6b-1}{9} + 8\log_b a.$$

A. 9                      B. 16                      C. 8                      D. 17

**Câu 7.** Cho hai số thực  $a, b$  lớn hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $S = \log_a \frac{a^2 + 4b^2}{4} + \frac{1}{4\log_{ab} b}$ .

A. 1,25                      B. 1,75                      C. 2,25                      D. 2,75

**Câu 8.** Cho bốn số thực dương  $a, b, x, y$  thỏa mãn  $a > 1; b < \frac{1}{a}$  và  $(ab)^x = \left(\frac{a}{b}\right)^y = ab^2$ . Giá trị nhỏ nhất của

biểu thức  $x - 3y$  thuộc khoảng nào dưới đây

A. (1;4)                      B. (4;5]                      C. (5;6)                      D. [6;7)

**Câu 9.** Cho các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2(4x+16) + x - 3y - 8^y = -2$ . Khi biểu thức  $x^2 + 3x + 8^y$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $x^3 + 3y$  bằng

A. 9                      B. 7                      C. -7                      D. -9

**Câu 10.** Cho các số thực dương  $a, b, x, y$  thỏa mãn  $a > 1; b > 1; a^x = b^y = \sqrt{ab}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $x + 2y$  thuộc khoảng nào sau đây

A. (1;2)                      B. [3;4)                      C.  $\left[2; \frac{5}{2}\right)$                       D.  $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$

**Câu 11.** Hai số thực  $a, b > 1$  thỏa mãn  $a^{\log_b a} + 16b^{\left(\log_{\frac{b^8}{a^3}}\right)} = 12b^2$ . Giá trị biểu thức  $a^3 + b^3$  thuộc khoảng nào sau đây

A. (10;25)                      B. (30;45)                      C. (100;130)                      D. (60;75)

**Câu 12.** Hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $(a+b) \cdot 4^{ab} \cdot 2^{a+b} = 8(1-ab)$ . Giá trị lớn nhất của  $ab + 2a^2b$  là

A. 3                      B. 1                      C.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$                       D.  $\frac{3}{17}$

**Câu 13.** Cho ba số thực  $a, b, c > 1$  và  $x, y, z > 0$  thỏa mãn  $a^{2x} = b^{3y} = c^{5z} = \sqrt[10]{abc}$ .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{15}{x} + \frac{10}{y} - \frac{z^2}{9}$ .

A. 297

B. 300

C. 150

D.  $\frac{4973}{225}$

**Câu 14.** Cho các số thực  $x, y$  thuộc  $[0;1]$  thỏa mãn  $20201 - x - y = \frac{x^2 + 2021}{y^2 - 2y + 2022}$ . Tính tổng giá trị lớn nhất,

giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $2x^3 + 6y^3 + 3x^2 - 9xy$ .

A. -2,5

B. -5

C. 5

D. -3

**Câu 15.** Cho  $x, y, z > 1$  thỏa mãn  $xyz = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \log_2^3 x + \log_2^3 y + \frac{1}{3} \log_2^3 z$ .

A.  $\frac{1}{32}$

B.  $\frac{1}{16}$

C.  $\frac{1}{4}$

D.  $\frac{1}{8}$

**Câu 16.** Hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \left( 4 \sqrt{\frac{1}{y} + \frac{2}{x}} \right) = (x-2)(y-1)$ .

Biết rằng biểu thức  $\frac{x^3 + 8y^3 + x^2 + 4y^2}{2xy + x + 2y + 1}$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = a; y = b$ . Khi đó giá trị tổng  $a + b$  bằng

A. 7

B. 6

C. 5

D. 4

**Câu 17.** Cho hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $1 - \frac{1}{2} \log_2(x - y + 2) = \log_2 \left( \frac{x+1}{y} + 1 \right)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{x(1+y)+17}{y}.$$

A. 8

B. 9

C. 5

D. 6

**Câu 18.** Cho hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{16} x^2 - \frac{1}{2} \log_4(x-2y) = \log_4(x-y-2)$ . Tìm giá trị lớn nhất của

$$M = \sqrt{4y^2 + 16y - 10x + 90} - \sqrt{x^2 + 4y + 10}.$$

A. 15

B. 10

C. 7

D. 12

**Câu 19.** Cho hai số  $x, y > 0$  thỏa mãn  $x^2 + y^2 \geq 1$  và đồng thời  $x^2 + 2y^2 - 1 = \ln \frac{1-y^2}{x^2+y^2}$ . Giá trị nhỏ nhất của

biểu thức  $P = \frac{x}{y^2} + \frac{4y}{x^2 + y^2}$  là  $m\sqrt{n}$  với  $m, n$  là hai số nguyên dương. Hỏi có bao nhiêu bộ số  $(m;n)$  thỏa mãn

A. 1

B. 3

C. 0

D. 2

**Câu 20.** Cho  $a, b > 0$  thỏa mãn  $2 \log_2 a - \log_2 b \leq \log_2(a + 6b)$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $\frac{ab - b^2}{a^2 - 2ab + 2b^2}$ .

A. 0

B. 0,5

C. 0,4

D.  $\frac{2}{3}$

**Câu 21.** Cho các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\frac{1}{4} < a < b < 1$ . Khi  $\log_a \left( b - \frac{1}{4} \right) - \log_{\frac{a}{b}} \sqrt{b}$  đạt giá trị nhỏ nhất thì

A.  $\log_a b = \frac{2}{3}$

B.  $\log_a b = \frac{1}{3}$

C.  $\log_a b = 1,5$

D.  $\log_a b = 3$

**Câu 1.** Cho hai số thực  $a > 1, b > 1$  sao cho  $a + b = 10$  và phương trình sau có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .

$$\log_a x \cdot \log_b x - 2\log_a x - 3\log_b x - 1 = 0.$$

Tìm giá trị lớn nhất của  $S = x_1 x_2$ .

- A.  $\frac{4000}{27}$                       B. 3456                      C. 15625                      D.  $\frac{16875}{16}$

**Câu 2.** Cho ba số thực  $a, b, c$  với  $a > 1$  thỏa mãn  $\log_a^2 x - 2b\log_a \sqrt{x} + c = 0$  có hai nghiệm thực  $x_1, x_2$  đều lớn hơn 1 sao cho  $x_1 x_2 \leq a$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \frac{b(c+1)}{c}$ .

- A. 4                      B. 5                      C.  $6\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$

**Câu 3.** Cho phương trình  $\log_a(ax) \cdot \log_b(bx) = 2020$  với  $a > 1, b > 1$ . Gọi  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình đã cho. Khi biểu thức  $P = 6x_1 x_2 + a + b + 3\left(\frac{1}{4a} + \frac{4}{b}\right)$  đạt giá trị nhỏ nhất thì  $a + b$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $\left(\frac{13}{2}; 9\right)$ .                      B.  $\left(\frac{5}{2}; \frac{19}{4}\right)$ .                      C.  $\left(\frac{19}{4}; \frac{16}{3}\right)$ .                      D.  $\left(\frac{16}{3}; \frac{13}{2}\right)$ .

**Câu 4.** Biết đồ thị hàm số  $y = a\log_2^2 x + b\log_2 x + c$  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc đoạn  $[1; 2]$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{(a-b)(2a-b)}{a(a-b+c)}$ .

- A. 2                      B. 5                      C. 3                      D. 4

**Câu 5.** Xét hai số nguyên dương  $a, b$  sao cho

- Phương trình  $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .
- Phương trình  $5\log^2 x + b\log x + a = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_3, x_4$ .
- $x_1 x_2 > x_3 x_4$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của  $S = 2a + 3b$ .

- A. 30                      B. 25                      C. 33                      D. 17

**Câu 6.** Cho hai số thực  $a > 1, b > 1$ . Phương trình  $a^x b^{x^2-1} = 1$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2}\right)^2 - 4(x_1 + x_2)$ .

- A. 4                      B.  $3\sqrt[3]{4}$                       C.  $\sqrt[3]{4}$                       D.  $3\sqrt[3]{2}$

**Câu 7.** Cho hai số nguyên dương  $a > 1, b > 1$  sao cho

- Phương trình  $a^{x^2+1} = b^x$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .
- Phương trình  $b^{x^2-1} = (9a)^x$  có hai nghiệm phân biệt  $x_3, x_4$ .
- $(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) < 3$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = 3a + 2b$ .

- A. 12                      B. 46                      C. 44                      D. 22

**Câu 8.** Cho hai số nguyên dương  $a > 1, b > 1$  sao cho

- Phương trình  $a \cdot 4^x - b \cdot 2^x + 50 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .
- Phương trình  $9^x - b \cdot 3^x + 50a = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_3, x_4$ .
- $x_1 + x_2 < x_3 + x_4$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = 2a + 3b$ .

- A. 49                      B. 51                      C. 78                      D. 81

**Câu 9.** Cho hai số thực  $a > 1, b > 1$  thỏa mãn  $a + b = 10$ . Phương trình  $\log_a x \cdot \log_b x - 2\log_a x - 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $m$  và  $n$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = mn + 9a$ .

- A. 69,75                      B. 90                      C. 22,5                      D. 20,25

**Câu 10.** Cho hai số nguyên dương  $m > 1, n > 1$  sao cho phương trình sau có hai nghiệm phân biệt  $a, b$ .

$$8\log_m x \cdot \log_n x - 7\log_m x - 6\log_n x - 2017 = 0$$

Tính  $m + n$  khi tích  $ab$  là một số nguyên dương đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 20                                      B. 12                                      C. 24                                      D. 48

**Câu 11.** Cho ba số thực dương  $a > 1, b > 1, c > 1$  thỏa mãn  $a + b + c = 100$ . Gọi  $m, n$  là hai nghiệm của phương trình  $\log_a^2 x - (1 + 2\log_a b + 3\log_a c)\log_a x - 1 = 0$ . Tính  $S = a + 2b + 3c$  khi  $mn$  đạt giá trị lớn nhất.

- A. 200                                      B.  $\frac{500}{3}$                                       C.  $\frac{700}{3}$                                       D.  $\frac{650}{3}$

**Câu 12.** Cho  $a, b$  là hai số nguyên dương thỏa mãn  $\log_2 \left( \log_{2^a} \left( \log_{2^b} \left( 2^{1000} \right) \right) \right) = 0$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $ab$ .

- A. 500                                      B. 250                                      C. 125                                      D. 375

**Câu 13.** Cho hai số thực  $a > 1, b > 1$  sao cho phương trình  $\log_a(ax) \cdot \log_b(bx) = 2018$  có hai nghiệm phân biệt  $m, n$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = (4a^2 + 9b^2)(36m^2n^2 + 1)$ .

- A. 144                                      B. 72                                      C. 36                                      D. 288

**Câu 14.** Hai phương trình có nghiệm duy nhất tương ứng là  $a$  và  $b$

$$x^{2017} + x^{2016} + \dots + x - 1 = 0$$

$$x^{2018} + x^{2017} + \dots + x - 1 = 0$$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $ae^b = be^a$                                       B.  $ae^b > be^a$                                       C.  $ae^b < be^a$                                       D.  $ae^a < be^b$

**Câu 15.** Cho  $a > 1$  và khi  $a = a_0$  thì bất đẳng thức  $x^a \leq a^x$  đúng với  $\forall x > 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.  $1 < a_0 < 2$                                       B.  $2 < a_0 < 3$                                       C.  $e < a_0 < e^2$                                       D.  $e^2 < a_0 < e^3$

**Câu 16.** Cho hai số thực dương  $m, n > 1$  sao cho  $m + n = 2017$  và phương trình có hai nghiệm phân biệt  $a, b$

$$8\log_m x \cdot \log_n x - 7\log_m x - 6\log_n x - 2017 = 0.$$

Khi đó giá trị lớn nhất của  $\ln(ab)$  có dạng  $\frac{3}{4}\ln\left(\frac{c}{13}\right) + \frac{7}{8}\ln\left(\frac{d}{13}\right)$  với  $c, d$  nguyên dương. Tính  $2c + 3d$ .

- A. 2017                                      B. 66561                                      C. 64544                                      D. 26221

**Câu 17.** Cho hai số thực dương  $a > 1, b > 1$  sao cho phương trình  $a^{x^2}b^{x+1} = 1$  có nghiệm thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_a(ab) + \frac{4}{\log_a b}$ .

- A. 4                                      B. 5                                      C. 6                                      D. 10

**Câu 18.** Cho hai số nguyên dương sao cho phương trình  $11\log_a x \cdot \log_b x - 8\log_a x - 20\log_b x - 11 = 0$  có tích hai nghiệm phân biệt là một số tự nhiên đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức  $S = 2a + 3b$ .

- A. 28                                      B. 10                                      C. 22                                      D. 15

**Câu 19.** Cho hai số nguyên dương sao cho phương trình  $13\log_a x \cdot \log_b x - 8\log_a x - 20\log_b x - 11 = 0$  có tích hai nghiệm là số tự nhiên đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức  $S = 3a + 4b$ .

- A. 52                                      B. 34                                      C. 70                                      D. 56

**Câu 1.** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a^2 + b^2 > 1$ ;  $\log_{a^2+b^2}(a+b) \geq 1$ .

Giá trị lớn nhất của biểu thức  $2a + 4b - 3$  là

- A.  $\sqrt{10}$                       B.  $2\sqrt{10}$                       C.  $\frac{1}{\sqrt{10}}$                       D.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

**Câu 2.** Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\ln x + x(x+y) \geq \ln(4-y) + 4x$ .

Khi biểu thức  $P = 8x + 16y + \frac{1}{x} + \frac{147}{y}$  đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị  $xy$  nằm trong khoảng nào ?

- A.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$                       B.  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$                       C.  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$                       D.  $(1; 2)$

**Câu 3.** Cho các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\ln x + 2x^2(x+y-10) \geq \ln(10-y)$ .

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = 2x + y + \frac{30}{x} + \frac{5}{y}$  thuộc khoảng nào sau đây

- A. (18;21)                      B. (21;23)                      C. (23;25)                      D. (15;18)

**Câu 4.** Cho hai số nguyên dương  $x, y$  thỏa mãn  $\ln x + x(x+y) = \ln(2003-y) + 2003x$ . Ký hiệu  $M, N$  tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $K = x(x^2+y) + y(y^2+x)$ . Hai chữ số tận cùng của  $M + N$  bằng

- A. 17                      B. 93                      C. 26                      D. 54

**Câu 5.** Cho hai số thực dương  $x, y, z \in [1; e^2]$  thỏa mãn  $xyz = e^3$ . Giá trị lớn nhất của  $P = \ln^3 x + \ln^3 y + \ln^3 z$  thuộc khoảng nào sau đây

- A. (0;2)                      B. (2;6)                      C. (6;8)                      D. (8;10)

**Câu 6.** Xét các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x > 0$  và  $x^4 + e^{4y} - 3 = xe^y(1 - 2xe^y)$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \ln x + y$  thuộc tập hợp nào sau đây ?

- A.  $[-3; 0)$                       B.  $[0; 3)$                       C. (1;2)                      D. [2;4)

**Câu 7.** Cho các số thực dương  $x, y, z > 1$  thỏa mãn  $xyz = e$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = [\log_x e] \cdot (\log_y e + \log_z e).$$

- A. 10                      B. 6                      C. 9                      D. 16

**Câu 8.** Xét các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x > 0$  và  $x^4 + e^{8y} - 7 = xe^{2y}(3 - 2xe^{2y})$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \ln x + 2y$  thuộc tập hợp nào sau đây ?

- A. (0;1)                      B. (1;2)                      C. [2;4)                      D. [4;6)

**Câu 9.** Cho hai số dương  $x, y$  khác nhau sao cho  $\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)^y < \left(2^y + \frac{1}{2^y}\right)^x$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$\frac{x^2 + 3y^2}{x^2 - y^2}.$$

- A. 6,5                      B. 4,5                      C. -2                      D. 6

**Câu 10.** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $2(x^2 + y^2 + 4) + \log_2 \left(\frac{2}{x} + \frac{2}{y}\right) = \frac{(xy-4)^2}{2}$ . Tính  $\frac{x}{y}$  khi

$x + 4y$  đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 2                      B. 4                      C. 0,5                      D. 0,25

**Câu 11.** Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{3x+3y+4}{x^2+y^2} = (x+y-1)(2x+2y-1) - 4(xy+1)$ .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $\frac{5x+3y-2}{2x+y+1}$ .

- A. 3                      B. 1                      C. 2                      D. 4

**Câu 12.** Xét các số thực dương  $a, b, c$  lớn hơn 1 ( $a > b$ ) thỏa mãn  $4(\log_a c + \log_b c) = 25 \log_{ab} c$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\log_b c + \log_a c + \log_c b$ .

A. 5

B. 8

C. 3

D. 4,25

**Câu 13.** Cho ba số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $a > 1, b > 1, 0 < x \neq 1$  và  $a^{\log_b x} = b^{\log_a (x^2)}$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab)$ .

A.  $\frac{1-3\sqrt{3}}{4}$

B.  $\frac{e}{2}$

C. 0,25

D.  $-\frac{3+2\sqrt{2}}{12}$

**Câu 14.** Cho các số thực dương  $a, b, x, y$  thỏa mãn  $a > 1, b > 1; a^{2x} = b^{3x} = a^6 b^6$ . Tính  $m + n$  biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $4xy + 2x - y$  có dạng  $m + n\sqrt{165}$ .

A. 58

B. 54

C. 56

D. 60

**Câu 15.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$  và  $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $2x + y$ .

A. 2

B. 1

C. 0

D. 0,5

**Câu 16.** Hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{x+4y}{x+y} = 2x - y + 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{3x^4 y + 2xy + 2y^2}{x(x+y)^2}$ .

A. 0,25

B. 0,5

C. 1,5

D. 2

**Câu 17.** Cho các số thực dương  $x, y, a, b$  thỏa mãn  $a > 1, b > 1; a^{x^2} = b^{x^2} = (ab)^2$ . Khi đó giá trị nhỏ nhất của  $2\sqrt{2}x + y$  thuộc tập hợp nào

A.  $[10; 15)$ B.  $[6; 10)$ C.  $(1; 4)$ D.  $[4; 6)$ 

**Câu 18.** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_\pi x + \log_\pi y \geq \log_\pi (x + y^2)$ . Giá trị nhỏ nhất của  $x + 8y$  là

A. 16

B. 16,5

C. 15,5

D.  $11\sqrt{2}$ 

**Câu 19.** Hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 x + x(x+y) = \log_2 (6-y) + 6x$ . Giá trị nhỏ nhất của  $x^3 + 3y$  là

A. 16

B. 18

C. 12

D. 20

**Câu 20.** Xét các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{1-ab}{a+b} = 2ab + a + b + 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $a + b$ .

A.  $2\sqrt{5} - 1$

B.  $\sqrt{5} + 2$

C.  $2\sqrt{5} + 1$

D.  $\sqrt{5} - 1$

**Câu 21.** Cho ba số thực dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3$ . Gọi  $M, m$  tương

ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\log_a b - \log_b c$ . Giá trị biểu thức  $3m - M$  bằng

A. -16

B. 4

C. -6

D. 6

**Câu 22.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{2-x}{2+x} - \log_2 y = 2x + 2y + xy - 5$ . Hỏi giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $x^2 + y^2 + xy$  bằng bao nhiêu?

A.  $30 - 20\sqrt{2}$

B.  $33 - 22\sqrt{2}$

C.  $24 - 16\sqrt{2}$

D.  $36 - 24\sqrt{2}$

**Câu 23.** Cho các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = 10$ . Tính  $m + n$  với  $m, n$  nguyên dương và phân số tối giản  $\frac{m}{n}$  là giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = 5 \log a \cdot \log b + 2 \log b \cdot \log c + \log c \cdot \log a$ .

A. 13

B. 16

C. 7

D. 10

**Câu 1.** Các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $3^a = 5^b = 15^{-c}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c)$ .

- A.  $-3 - \log_5 3$                       B.  $-4$                       C.  $-2 - \sqrt{3}$                       D.  $-2 - \log_3 5$

**Câu 2.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $x^2 - 4y^2 = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $P = \log_2(2x + 4y) \cdot \log_2(2x - 4y)$ .

- A. 0,5                      B. 0,25                      C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{2}{9}$

**Câu 3.** Cho  $a, b, c > 0$  sao cho  $abc = e$ . Biết giá trị lớn nhất của  $M = \ln a \cdot \ln b + 2 \ln b \cdot \ln c + 5 \ln c \cdot \ln a$  có dạng  $\frac{p}{q}$  với  $p, q$  là các số nguyên dương và  $\frac{p}{q}$  tối giản. Tính  $2p + 3q$ .

- A. 7                      B. 13                      C. 16                      D. 19

**Câu 4.** Hai số thực  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $(\sqrt{5} + 1)^{x+y} - 4(\sqrt{5} - 1)^{x+y-1} = (\sqrt{5} - 3) \cdot 2^{x+y-1}$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = xy + 2y$ .

- A. 2,25                      B. 0,25                      C. 3,25                      D. 1,75

**Câu 5.** Các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $4^a - 2^a + 1 + 2(2^a - 1) \sin(2^a + b - 1) + 2 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = a + 2b$ .

- A.  $\frac{\pi}{2} - 1$                       B.  $\frac{3\pi}{2} - 1$                       C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\pi - 1$

**Câu 6.** Các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn  $c > b > a > 1$  và  $6 \log_a^2 b - \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 1$ . Khi đó giá trị biểu thức  $T = \log_b c - 2 \log_a b$  thuộc khoảng nào sau đây

- A.  $(-3; -1)$                       B.  $(-1; 2)$                       C.  $(2; 5)$                       D.  $(5; 10)$

**Câu 7.** Các số thực dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $T = \log_a b - \log_b c$ .

- A.  $\frac{1 - 2\sqrt{10}}{3}$                       B.  $\frac{2\sqrt{10} - 1}{3}$                       C.  $\frac{2\sqrt{10} + 1}{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{10} + 2}{3}$

**Câu 8.** Ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $\log a \cdot \log b + 2 \log b \cdot \log c + 3 \log c \cdot \log a = 1$ . Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log^2 a + \log^2 b + \log^2 c$  có dạng  $\frac{\sqrt{n} - m}{p}$  với  $m, n, p$  nguyên dương và  $\frac{m}{p}$  tối giản. Tính  $m + n + p$ .

- A. 64                      B. 16                      C. 102                      D. 22

**Câu 9.** Cho các số dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $xyz = 10$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P = \sqrt{\log^2 x + 1} + \sqrt{\log^2 y + 4} + \sqrt{\log^2 z + 4}.$$

- A.  $\sqrt{29}$                       B.  $\sqrt{26}$                       C.  $\sqrt{27}$                       D. 6

**Câu 10.** Xét các số thực  $a, b, c \in [1; 2]$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_{bc}(2a^2 + 8a - 8) + \log_{ca}(4a^2 + 16a - 16) + \log_{ab}(c^2 + 4c - 4).$$

- A. 5,5                      B. 4                      C.  $\log_3 \frac{289}{2} + \log_{\frac{9}{4}} 8$                       D. 6

**Câu 11.** Cho hai số thực dương  $a, b$  nhỏ hơn 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \log_a \frac{4ab}{a+b} + \log_{ab}(ab)$ .

- A.  $\frac{1 + 2\sqrt{2}}{2}$                       B.  $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$                       C.  $\frac{3 + 2\sqrt{2}}{2}$                       D.  $\frac{5 + \sqrt{2}}{2}$

**Câu 12.** Cho các số thực  $a > 1 > b > 0$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $\log_{a^2}(a^2 b) + \log_{\sqrt{b}} a^3$ .

- A.  $1 - 2\sqrt{3}$                       B.  $1 - 2\sqrt{2}$                       C.  $1 + 2\sqrt{3}$                       D.  $1 + 2\sqrt{2}$

**Câu 13.** Cho các số thực  $a, b, c > 1$  thỏa mãn  $\log_2 a \geq (1 - \log_2 b \cdot \log_2 c) \log_{bc} 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$M = 10 \log_2^2 a + 10 \log_2^2 b + \log_2^2 c.$$

- A. 4                                      B. 3                                      C. 4,5                                      D. 3,5

**Câu 14.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $\ln(x^2 + x) - 2^{x+y} = \ln(x + y) - 2^{x^2+y}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = y^2 - 4xy + 8x$ .

- A. -4                                      B. 0                                      C. 5                                      D. -3

**Câu 15.** Cho  $x > 1, y > 1$  sao cho  $y^x \cdot (e^x)^{e^y} \geq x^y \cdot (e^y)^{e^x}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$ .

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$                                       B.  $2\sqrt{2}$                                       C.  $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$                                       D.  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

**Câu 16.** Cho các số thực  $a, b, c \in (0; 1)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = \log_a b + \log_b c + \sqrt{\log_c a}$ .

- A. 3                                      B.  $2\sqrt{2}$                                       C. 1,5                                      D.  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

**Câu 17.** Cho các số thực  $x_1, x_2, \dots, x_n \in \left(0; \frac{1}{4}\right)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_{x_1} \left(x_2 - \frac{1}{4}\right) + \log_{x_2} \left(x_3 - \frac{1}{4}\right) + \dots + \log_{x_n} \left(x_1 - \frac{1}{4}\right).$$

- A.  $2n$                                       B.  $n$                                       C. 2                                      D. 4

**Câu 18.** Cho các số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $5 \log_2^2 a + 16 \log_2^2 b + 27 \log_2^2 c = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = \log_2 a \cdot \log_2 b + \log_2 b \cdot \log_2 c + \log_2 c \cdot \log_2 a$ .

- A.  $\frac{1}{16}$                                       B.  $\frac{1}{12}$                                       C.  $\frac{1}{9}$                                       D.  $\frac{1}{8}$

**Câu 19.** Cho hai số thực  $a > 1, b > 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $S = \frac{1}{\log_{ab} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}$  có dạng  $\frac{m}{n}$  (phân số tối giản

với  $m, n$  nguyên dương). Tính  $2m + 3n$ .

- A. 30                                      B. 42                                      C. 24                                      D. 35

**Câu 20.** Cho các số thực  $a, b \in [1; 2]$  thỏa mãn  $a < b$ . Biết rằng  $m + 3\sqrt[3]{n}$  (với  $m, n$  nguyên dương) là giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = 2 \log_a (b^2 + 4b - 4) + \log_{\frac{b}{a}} a$ . Tính  $m + n$ .

- A. 9                                      B. 18                                      C. 54                                      D. 15

**Câu 21.** Cho  $x, y > 0$  và  $\log_2 x + x(x + y) \geq \log_2 (6 - y) + 6x$ . Giá trị lớn nhất của  $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{8}{y}$  là

- A. 19                                      B.  $\frac{59}{3}$                                       C.  $\frac{53}{3}$                                       D.  $8 + 6\sqrt{2}$

**Câu 22.** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{4x^2+9y^2} (2x+3y) \geq 1$ . Giá trị lớn nhất của  $P = x + 3y$  là

- A. 1,5                                      B.  $\frac{2+\sqrt{10}}{4}$                                       C.  $\frac{5+\sqrt{10}}{4}$                                       D.  $\frac{3+\sqrt{10}}{4}$

**Câu 23.** Cho  $\sqrt{b} > a > 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = (\log_a b^2)^2 + 6(\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}})^2$  là

- A. 30                                      B. 40                                      C. 18                                      D. 60

**Câu 1.** Cho hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log(x+2y) = \log x + \log y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $e^{\frac{x^2}{1+2y}} \cdot e^{\frac{y^2}{1+2x}}$

A.  $e^{\frac{8}{5}}$                       B.  $\sqrt{e}$                       C.  $e^{\frac{5}{8}}$                       D.  $e$

**Câu 2.** Cho ba số nguyên dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $\log_z(x^2 + y^2) = 2007$ . Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $4\sqrt{x^2 + y^2} + 9$  gần nhất với số nào?

A. 1993                      B. 3793                      C. 2019                      D. 1975

**Câu 3.** Cho ba số thực dương  $x, y, z$  lớn hơn 1 thỏa mãn  $x^2 y^2 z = 10^4$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \log x^2 \cdot \log y + \log y \cdot \log z + \log z \cdot \log x$ .

A. 1                      B. 2                      C.  $\frac{8}{3}$                       D.  $\frac{10}{3}$

**Câu 4.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $2^{y^2} [\log_2(x^2 + 1) - \log_2(2 - y^2) + 2^{x^2}] \leq 2$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = 2(x + y) - 1$  bằng

A.  $\frac{1}{2}$ .                      B.  $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$ .                      C.  $\frac{4-\sqrt{2}}{4}$ .                      D.  $2\sqrt{2}-1$ .

**Câu 5.** Cho  $a, b$  thỏa mãn  $\frac{1}{3} < b < a < 1$  và biểu thức  $P = \log_a \left( \frac{3b-1}{4a^3} \right) + 12 \log_{\frac{b}{a}}^2 a$  có giá trị nhỏ nhất. Tính  $\frac{b}{a}$ .

A.  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$ .                      B.  $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$ .                      C.  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ .                      D. 2.

**Câu 6.** Xét các số dương phân biệt  $x, y$  thỏa mãn  $\frac{x+y}{x-y} = \log_2 3$ . Khi đó biểu thức  $4^{x+y} + 16 \cdot 3^{y-x}$  đạt giá trị nhỏ nhất. giá trị  $x+3y$  bằng

A.  $1 + \log_3 2$ .                      B.  $1 + \log_2 3$ .                      C.  $2 - \log_3 2$ .                      D.  $2 - \log_2 3$ .

**Câu 7.** Cho  $x, y$  là các số nguyên dương thỏa mãn  $x^2 + 3y^2 \leq 4xy$ . Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{2x+y}{x} + \ln \frac{x+2y}{y}$  lần lượt là  $M$  và  $m$ . Tổng  $M+m$  bằng  $a + \ln b$ , trong đó  $a, b$  là hai số hữu tỉ dương.  $a^2 + b^2$  bằng:

A.  $\frac{2281}{9}$ .                      B.  $\frac{697}{4}$ .                      C.  $\frac{15241}{36}$ .                      D.  $\frac{2242}{9}$ .

**Câu 8.** Hai số  $a, b > 0$  thỏa mãn  $3^{2a+b+2ab} = \frac{81-54ab}{2a+b}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $P = (2a+2ab)(1+2b)$

A.  $\frac{49}{8}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{7}+2}{4}$ .                      C. 4.                      D. 1.

**Câu 9.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{x+y}{2xy} = 2xy - 3x - 3y - 1$ . Giá trị lớn nhất của  $x^2 + y^2 + \frac{3}{x} + \frac{3}{y}$  thuộc khoảng nào dưới đây

A. (3;5)                      B. (7;9)                      C. (19;21)                      D. (23;25)

**Câu 10.** Cho các số  $a > 1, b > 1, c > 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\log_a(bc) + \log_b(ca) + 4 \log_c(ab)$

A. 6                      B. 12                      C. 10                      D. 11

**Câu 11.** Hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\frac{1}{3} < b < a < 1$ . Biểu thức  $\log_a \frac{3b-1}{4a^3} + 12 \log_{\frac{b}{a}}^2 a$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $M$  khi  $a = b^2$ . Tính  $M + m$

- A. 15                      B. 16                      C.  $\frac{37}{3}$                       D.  $\frac{28}{3}$

**Câu 12.** Cho các số  $a > 1, b > 1, c > 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a(bc) + 3\log_b(ca) + 4\log_c(ab)$$

- A. 16                      B.  $6 + 4\sqrt{3}$                       C.  $4 + 6\sqrt{3}$                       D.  $4 + 8\sqrt{3}$

**Câu 13.** Cho các số  $a > 1, b > 1, c > 1$ . Tính  $\log_b(ca)$  khi biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất.

$$Q = \log_a(bc) + 2\log_b(ca) + 9\log_c(ab)$$

- A.  $2\sqrt{2}$                       B.  $\frac{8}{7}(2\sqrt{2} - 1)$                       C.  $3 + \sqrt{2}$                       D.  $\frac{8 - 2\sqrt{2}}{7}$

**Câu 14.** Các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $b > 1; \sqrt{a} \leq b < a$ . Biểu thức  $\log_{\frac{a}{b}} a + 2\log_{\sqrt{a}} \frac{a}{b}$  đạt giá trị nhỏ nhất khi

- A.  $a = b^2$                       B.  $a^2 = b^3$                       C.  $a^3 = b^2$                       D.  $a^2 = b$

**Câu 16.** Cho  $a > 1; b > 1; a + b = 10$ . Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình  $\log_a x \cdot \log_b x - 2\log_a x - 3 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $9a + x_1 x_2$

- A. 90                      B. 20,25                      C. 22,5                      D. 69,75

**Câu 17.** Hai số  $a, b$  thỏa mãn  $\log_{a^2+4b^2+1}(2a-8b) = 1$ . Tính  $\frac{a}{b}$  khi  $4a + 6b - 5$  đạt giá trị lớn nhất

- A. 1,6                      B. -6,5                      C. -3,25                      D.  $\frac{17}{44}$

**Câu 18.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+3}(x+y+3) \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $3x + 4y - 6$

- A.  $\frac{5\sqrt{6}-9}{2}$                       B.  $\frac{5\sqrt{6}-3}{2}$                       C.  $\frac{5\sqrt{3}-5}{2}$                       D.  $\frac{5\sqrt{6}-5}{2}$

**Câu 19.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$ . Giá trị lớn nhất của  $2x + y$  là  $\frac{a}{b}$  với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $a + b$ .

- A. 17                      B. 13                      C. 11                      D. 15

**Câu 20.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2}(x+y) \geq 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $x + 2y$

- A. 3                      B.  $\sqrt{5}$                       C.  $\frac{3+\sqrt{10}}{2}$                       D.  $\frac{5+\sqrt{10}}{2}$

**Câu 21.** Hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $3 + \ln \frac{x+y+1}{3xy} = 9xy - 3x - 3y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $xy$

- A. 9                      B. 1                      C.  $\frac{1}{9}$                       D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 22.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{x+y}{3y^2+3y+x} = 3y^2 - 2x - 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $2xy - 18x + 72y - 45$

- A. 2020                      B. 20                      C. 15                      D. 30

**Câu 23.** Các số thực  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2+y^2-2x+2)4^x$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{4y}{2x+y+1}$$
 gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 1.                      B. 0.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 24.** Các số không âm  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = x^2 + y^2 + 2x + 4y$  bằng

- A.  $\frac{33}{8}$ .                      B.  $\frac{9}{8}$ .                      C.  $\frac{21}{4}$ .                      D.  $\frac{41}{8}$ .

**Câu 1.** Tìm số tự nhiên lớn nhất  $m$  để  $2\log(\sin x) + \log\left(\frac{1}{x^2} + 1 - \frac{m}{\pi^2}\right) > 0$  đúng  $\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

- A.  $m = 5$                       B.  $m = 3$                       C.  $m = 6$                       D.  $m = 4$

**Câu 2.** Cho  $b > a > 1$ , tính  $\log_a \sqrt[3]{ab}$  khi  $\frac{\log_a b}{\log_a^2 \frac{a}{b}} + \log_a \sqrt{ab}$  đạt giá trị nhỏ nhất

- A. 4                      B. 3                      C. 2,75                      D.  $\frac{4}{3}$

**Câu 3.** Cho  $a, b$  dương,  $b < 4$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\frac{4^a b^{2a}}{(4^a - b^a)^3} + \frac{7 \cdot 4^{a-2}}{b^a}$  là  $\frac{m}{n}$  (phân số tối giản). Tính  $m + n$

- A. 43                      B. 33                      C. 23                      D. 13

**Câu 4.** Cho  $a, b$  dương thỏa mãn  $a^3 > b > 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = \frac{\log_{\frac{a^3}{b}}(ab) \cdot \log_b a}{3(\log_a b - 1)^2 + 8}$

- A.  $e^{\frac{1}{8}}$                       B.  $e^{\frac{1}{4}}$                       C.  $\frac{1}{e}$                       D.  $e$

**Câu 5.** Cho  $x, y \in (0; 2)$  thỏa mãn  $(x-3)(x+8) = ey(ey-11)$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $\sqrt{\ln x} + \sqrt{1 + \ln y}$

- A.  $\sqrt{1 + \ln \frac{3}{2}}$                       B.  $2\sqrt{\ln \frac{3}{2}}$                       C.  $1 + \sqrt{\ln \frac{3}{2}}$                       D.  $1 + \sqrt{\ln 2}$

**Câu 6.** Cho  $x, y$  là các số dương thỏa mãn  $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$

- A. 4                      B. 6                      C.  $3 + \sqrt{3}$                       D.  $3 + 2\sqrt{3}$

**Câu 7.** Hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $\log_5 \frac{4a+2b+5}{a+b} = a+3b-4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $a^2 + b^2$

- A. 1,5                      B. 2,5                      C. 0,5                      D. 3,5

**Câu 9.** Trong tất cả các cặp  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+3}(2xy-x+y+3) = 1$ , có bao nhiêu giá trị nguyên  $m$  để tồn tại bốn cặp số  $(x; y)$  sao cho  $x^2 + y^2 - 1 = 2mx - m^2$

- A. 1                      B. 2                      C. 4                      D. 3

**Câu 10.** Cho các cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn hệ  $\begin{cases} \log_{x^2+4}(13-y^2) = 1 \\ (2m+1)x + my + m^2 - m = 0 \end{cases}$

Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm  $m$  để có hai cặp  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  để  $(x_1 - x_1)^2 + (y_1 - y_2)^2$  đạt giá trị lớn nhất

- A. 1                      B. 0                      C. 2                      D. 3

**Câu 11.** Cho các số  $a, b, c \in [1; 2]$  thỏa mãn  $\log_2^3 a + \log_2^3 b + \log_2^3 c \leq 1$ . Tính  $a + b + c$  khi biểu thức sau đạt giá trị lớn nhất:  $P = a^3 + b^3 + c^3 - 3(\log_2 a^a + \log_2 b^b + \log_2 c^c)$ .

- A. 5                      B. 6                      C. 4                      D.  $3 \cdot 2^{\frac{1}{\sqrt{3}}}$

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(t) = \frac{4^t}{4^t + m}$  với  $m > 0$ , trong đó  $f(x) + f(y) = 1$  với  $(x+y)^{\frac{1}{2}} \geq \frac{x+y+1}{2}$ . Tìm giá

trị nhỏ nhất của hàm số  $f(t)$  trên miền  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

- A. 0,75                      B. 0,5                      C. 1,25                      D. 0,25

**Câu 13.** Hai số thực  $x, y \in (0; 2018)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng với

$$S = \frac{1}{y-x} \left( \ln \frac{y}{2018-y} - \ln \frac{x}{2018-x} \right)$$

A.  $S \geq \frac{2}{1009}$

B.  $S \leq \frac{2}{1009}$

C.  $S \leq \frac{4}{1009}$

D.  $S \geq \frac{4}{1009}$

**Câu 14.** Hai số a, b thỏa mãn  $a > \frac{1}{3}; b > 1$ . Khi biểu thức  $\log_{3a} b + \log_b (a^4 - 9a^2 + 81)$  đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng giá trị a + b bằng

A.  $3 + 9\sqrt{2}$

B.  $9 + 2\sqrt{3}$

C.  $2 + 9\sqrt{2}$

D.  $3 + 3\sqrt{2}$

**Câu 15.** Ba số thực a, b, c thỏa mãn  $\log_2 \frac{a+b+c}{a^2+b^2+c^2+2} = a(a-4) + b(b-4) + c(c-4)$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $\frac{a+2b+3c}{a+b+c}$

A.  $\frac{12+\sqrt{30}}{3}$

B.  $\frac{4+\sqrt{30}}{3}$

C.  $\frac{6+\sqrt{30}}{3}$

D.  $\frac{8+\sqrt{30}}{3}$

**Câu 16.** Xét hai số thực x, y thỏa mãn  $\log_2 \frac{x+4y}{x^2+4y^2+1} = (x-1)^2 + 4(y-1)^2 - 5$ . Tính  $2M - m$  với M, m tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{10y-2x-14}{2y+x+1}$

A. 12

B. 10

C. 16

D. 14

**Câu 17.** Cho các số thực x, y thỏa mãn  $5 + 16.4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}).7^{2y-x^2+2}$ . Tính tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{10x+6y+26}{2x+2y+5}$ .

A. 10

B. 10,5

C. 9,5

D. 15

**Câu 18.** Các số dương x, y thỏa mãn  $\log_3 \frac{1-xy}{1+2y} = 3xy + x + 2y - 4$ . Giá trị lớn nhất của tích xy xảy ra tại  $(x_0; y_0)$ . Tính giá trị  $x_0^2 + y_0^2$ .

A.  $\frac{\sqrt{11}-\sqrt{2}}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{2}}{2}$

C.  $\frac{65+10\sqrt{22}}{18}$

D.  $\frac{65-10\sqrt{22}}{18}$

**Câu 19.** Hai số x, y thỏa mãn  $\log_{x^2+y^2+1} (2x-4y) = 1$ . Tính  $\frac{x}{y}$  khi  $4x+3y-5$  đạt giá trị lớn nhất

A. 1,6

B. 1,8

C. -3,25

D.  $\frac{17}{44}$

**Câu 20.** Các số dương x, y thỏa mãn  $2\log_3 \sqrt{x} + x(x+y) \geq \log_{\sqrt{3}} \sqrt{8-y} + 8x$ . Biểu thức  $P = 3x + 2y + \frac{6}{x} + \frac{18}{y}$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $x = a; y = b$ . Tính  $3a + 2b$ .

A. 17

B. 20

C. 19

D. 18

**Câu 21.** Hai số thực dương x, y thỏa mãn  $(x+y)^3 + x + y + \log_2 \frac{x+y}{1-xy} = 8(1-xy)^3 - 2xy + 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $x + 3y$ .

A.  $\frac{\sqrt{15}+1}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{15}+3}{2}$

C.  $\frac{2\sqrt{15}+3}{6}$

D.  $\sqrt{15}-2$

**Câu 22.** Xét các số thực x, y thỏa mãn  $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2+y^2-2x+2)4^x$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{4y}{2x+y+1}$  gần nhất với số nào dưới đây?

A. -2.

B. -3.

C. -5.

D. -4.

**Câu 1.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $e^{x-4y+\sqrt{1-x^2}} - e^{y^2+\sqrt{1-x^2}} = y + \frac{y^2-x}{4}$ . Tính  $a + b$  biết phân số tối giản  $\frac{a}{b}$  là

giá trị lớn nhất của biểu thức  $x^3 + 2y^2 - 2x^2 + y - x + 2$ .

- A. 85                      B. 31                      C. 75                      D. 41

**Câu 2.** Hai số  $x, y > 0$  thỏa mãn  $3^{xy-1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2y} = 2 - 2xy - 2x - 4y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $2x + 3y$

- A.  $6\sqrt{2} - 7$                       B.  $\sqrt{2} + \frac{1}{10}$                       C.  $15\sqrt{2} - 20$                       D.  $\frac{3\sqrt{2} - 4}{2}$

**Câu 3.** Hai số  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{y}{2\sqrt{x+1}} + y^2 = 3y + x - 3\sqrt{x+1}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x - 100y$

- A. - 2499                      B. - 2501                      C. - 2500                      D. - 2490

**Câu 4.** Xét các số thực thỏa mãn  $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2)4^x$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{8x+4}{2x-y+1}$  gần với giá trị nào sau đây nhất?

- A. 9                      B. 6                      C. 7                      D. 8

**Câu 5.** Xét các số thực không âm  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + 4x + 2y$  bằng

- A.  $\frac{33}{8}$                       B.  $\frac{9}{8}$                       C.  $\frac{21}{4}$                       D.  $\frac{41}{8}$

**Câu 6.** Trong các nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn bất phương trình  $\log_{x^2+2y^2} (2x + y) \geq 1$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $T = 2x + y$  bằng:

- A.  $\frac{9}{4}$                       B.  $\frac{9}{2}$                       C.  $\frac{9}{8}$                       D. 9

**Câu 7.** Có bao nhiêu bộ  $(x; y)$  với  $x, y$  nguyên và  $1 \leq x, y \leq 2020$  thỏa mãn

$$(xy + 2x + 4y + 8) \log_3 \left( \frac{2y}{y+2} \right) \leq (2x + 3y - xy - 6) \log_2 \left( \frac{2x+1}{x-3} \right)?$$

- A. 2017                      B. 4034                      C. 2                      D.  $2017 \times 2020$

**Câu 8.** Cho hai số thực  $a, b > 0$  thỏa mãn  $\log_2(a+1) + \log_2(b+1) \geq 6$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $a + b$  là.

- A. 12                      B. 14                      C. 16                      D. 8

**Câu 9.** Trong các nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn bất phương trình  $\log_{x^2+2y^2} (2x + y) \geq 1$ . Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức  $T = 2x + y$  là

- A.  $\frac{9}{4}$                       B. 9                      C.  $\frac{9}{2}$                       D.  $\frac{9}{8}$

**Câu 10.** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ . Giá trị nhỏ

nhất của biểu thức  $P = \frac{x+2y+3}{x+y+6}$  gần nhất với

- A. 0,96                      B. 0,91                      C. 0,55                      D. 0,56

**Câu 11.** Hai số  $x, y$  thỏa mãn  $(x-y)(x^2 + xy + y^2 - 2) = 2 \ln \frac{y + \sqrt{y^2+1}}{x + \sqrt{x^2+1}}$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy} + xy$

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Câu 12.** Xét các số thực không âm  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x^2 + y^2 + 4x + 6y \text{ bằng}$$

A.  $\frac{33}{4}$ .

B.  $\frac{65}{8}$ .

C.  $\frac{49}{8}$ .

D.  $\frac{57}{8}$ .

**Câu 13.** Hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $2018^{2xy-4x-2y+2} = \frac{2x+y}{xy-1}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x+4y$

A.  $6+4\sqrt{3}$

B.  $1+2\sqrt{3}$

C.  $6-4\sqrt{3}$

D.  $9+4\sqrt{3}$

**Câu 14.** Hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_3 \frac{6x-6y+23}{x^2+y^2} = 9x^2+9y^2-6x+6y-21$ . Giá trị lớn nhất

của biểu thức  $P = (x+y)(50-9xy) - 39x^2 - 6y^2$  là phân số  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $a+b$

A. 188

B. 191

C. 202

D. 179

**Câu 15.** Hai số  $x, y$  không nhỏ hơn 1 thỏa mãn  $\log_3 [(x+1)(y+1)]^{y+1} = 9 - (x-1)(y+1)$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^3 + y^3 - 57(x+y)$  là số thực có dạng  $a+b\sqrt{7}$  với  $a, b$  là các số nguyên. Tính  $a+b$ .

A. -30

B. -29

C. -28

D. -31

**Câu 16.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{xy}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-4) + y(y-4) + xy$ . Giá trị lớn nhất của

biểu thức  $\frac{x+2y+1}{x+y+2}$  có dạng  $\frac{a+\sqrt{b}}{c}$  với  $a, b, c$  tự nhiên, phân số tối giản. Tính  $a+b+c$ .

A. 221

B. 231

C. 195

D. 196

**Câu 17.** Hai số  $x, y$  thỏa mãn  $2^{x^2} - 2^y = y - x^2$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $x-2y$

A. 0,25

B. 0,75

C. 0,125

D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 18.** Hai số  $x, y \in [0;1]$  với  $x^2+y^2 \neq 0$  hoặc 1 thỏa mãn  $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) - 2 = 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $2x+y$ .

A. 2

B. 1

C. 0

D. 0,5

**Câu 19.** Ba số  $a, b, c$  thỏa mãn  $2(2^{a^2+b^2+c^2}-1) + (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 4a+b+c$ . Khi đó  $\frac{3a+2b+c}{a+b+c}$  có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên

A. 5

B. 4

C. 3

D. Vô số

**Câu 20.** Cho  $x, y, a, b$  dương thỏa mãn  $a > b > 1; a^{x+1} = b^{2y} = \frac{a}{b}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x^2+y^2+y$

A. 4

B. 0,75

C. -3,25

D. -2

**Câu 21.** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x > -1; y > -3$  và  $\log_2 (y+3)(x+1) + \frac{xy+3y+y+2}{x+1} = 0$ . Giá trị

nhỏ nhất của biểu thức  $P = x+3y+10$  thuộc miền giá trị nào

A. [1;3)

B. [3;4)

C. [4;5)

D. [5;6)

**Câu 22.** Hai số  $a, b$  thỏa mãn  $1 > a > b > \frac{1}{4}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\log_a \left(b - \frac{1}{4}\right) - \log_{\frac{a}{b}} \sqrt{b}$  thuộc miền giá trị nào sau đây

A. (0;1)

B.  $\left(4; \frac{11}{2}\right)$

C.  $\left(\frac{5}{2}; 4\right)$

D.  $\left(1; \frac{5}{2}\right)$

**Câu 23.** Tìm giá trị lớn nhất của  $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - z^2$  khi  $a, b, c > 1$  và  $x, y, z$  thỏa mãn  $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$ .

A. 1

B. -2

C. -1

D. 3

**Câu 1.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức sau là phân số tối giản dạng  $\frac{a}{b}$ :  $S = 3^{x+y-4} + (x+y+1)2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2)$ . Tính  $a + b$ .

- A.8                                      B. 141                                      C. 148                                      D. 151

**Câu 2.** Cho  $a, b > 1$  và phương trình  $a^{x^2}b^{x+4} = 1$  có nghiệm. Giá trị nhỏ nhất của  $\log_a \frac{b}{a^3} + \frac{16}{\log_a b}$  thuộc khoảng nào sau đây

- A.(13;15)                                      B. (4;6)                                      C. (-15;-13)                                      D. (-6;-4)

**Câu 3.** Các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2) \cdot 4^x$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{8x+4}{2x-y+1}$  gần nhất với số nào dưới đây

- A. 1.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 4.

**Câu 4.** Xét các số thực không âm  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $2x + y \cdot 4^{x+y-1} \geq 3$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + 6x + 4y$  bằng

- A.  $\frac{65}{8}$ .                                      B.  $\frac{33}{4}$ .                                      C.  $\frac{49}{8}$ .                                      D.  $\frac{57}{8}$ .

**Câu 5.** Hai số  $a, b$  lớn hơn 1 và phương trình  $a^{x^2}b^{x+2} = 1$  có nghiệm. Giá trị nhỏ nhất của  $\log_a(ab) + \frac{4}{\log_a b}$  có dạng phân số tối giản  $\frac{m}{n}$  với  $m, n$  nguyên dương. Tính  $m + 2n$ .

- A.34                                      B. 21                                      C. 23                                      D. 10

**Câu 6.** Tìm điều kiện tham số  $a$  thỏa mãn  $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2017} \leq \left(2^{2017} + \frac{1}{2^{2017}}\right)^a$

- A.  $0 < a < 1$                                       B.  $1 < a < 2017$                                       C.  $0 < a \leq 2017$                                       D.  $a \geq 2017$

**Câu 7.** Cho  $x, y$  dương thỏa mãn  $\log_3(x^2 + 2y) = 1 + \log_3 4$ . Giá trị lớn nhất của  $\sqrt{xy}$  thuộc khoảng

- A.(5;10)                                      B. (-2;0)                                      C.  $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$                                       D. (-1;1)

**Câu 8.** Cho  $x > 0; y > 0$  sao cho  $2020 \cdot \frac{4x+y}{(x+2)^2} = \frac{2019(x^2-y+4)}{(x+2)^2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $y - 2x$ .

- A.4                                      B. 2                                      C. 1                                      D. 3

**Câu 9.** Cho  $x > y \geq 0$  thỏa mãn  $3^{x+y+2xy-2} = \frac{2(1-xy)}{x+y}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x + 5y$

- A.2                                      B. 4                                      C. 1,8                                      D. Kết quả khác

**Câu 10.** Cho  $a, b, c, x, y, z > 0$  thỏa mãn  $a > 1; b > 1; c > 1$  và  $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $x + y + z$  thuộc khoảng nào

- A.(2;4)                                      B. (4;6)                                      C. (6;8)                                      D. (8;10)

**Câu 11.** Cho  $a, b, x, y > 0$  thỏa mãn  $a > 1; b > 1$  và  $a^x = b^y = \sqrt[4]{ab}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $x + 4y$  là phân số tối giản có dạng  $\frac{m}{n}$  với  $m, n$  tự nhiên. Tính  $m^2 + n$ .

- A.79                                      B. 25                                      C. 34                                      D. 85

**Câu 12.** Cho  $a, b, x, y > 0$  thỏa mãn  $1 < a \leq b \leq a^3$  và  $a^x = b^y = \sqrt[3]{ab}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $x + 3y$

- A.[1;2)                                      B.  $[\sigma 2; 3)$                                       C. [3;4)                                      D. [4;5)

**Câu 13.** Hai số dương  $a, b$  thỏa mãn  $\log_2 a + \log_3 b = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $\sqrt{\log_3 a} + \sqrt{\log_2 b}$

- A.  $\sqrt{\log_3 2} + \sqrt{\log_2 3}$                                       B.  $\frac{\log_3 2 + \log_2 3}{2}$

C.  $\sqrt{\log_3 2 + \log_2 3}$

D.  $\frac{2}{\sqrt{\log_3 2 + \log_2 3}}$

**Câu 14.** Các số dương  $a, b, c > 1$  thỏa mãn  $\log_a b + 2\log_b c + 3\log_c a = 8$ . Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức  $2\log_a c + 3\log_c b + 12\log_b a$  thuộc khoảng nào

A. (15;20)

B. (25;30)

C. (20;25)

D. (30;35)

**Câu 15.** Cho các số  $a > 1; b > 0; c > 0$  và bất phương trình  $a^{x^2} \cdot (b + 4c)^{2x+3} \geq 1$  có tập nghiệm R. Biểu thức  $\frac{16a}{3} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  đạt giá trị nhỏ nhất tại  $a = m; b = n; c = p$ . Tính  $m + n + p$

A.  $\frac{81}{16}$

B.  $\frac{57}{20}$

C.  $\frac{32}{3}$

D.  $\frac{51}{16}$

**Câu 16.** Các số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $abc = \sqrt[3]{e}$ . Giá trị lớn nhất của  $2\ln a \cdot \ln b + 7\ln b \cdot \ln c + 3\ln c \cdot \ln a$  là phân số tối giản  $\frac{p}{q}$  với  $p, q$  tự nhiên. Tính  $q - 3p$

A. 10

B. 11

C. 12

D. 9

**Câu 17.** Các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $3 + \left(1 + 2^{|x-4|}\right) \cdot 2^{|y-3|} = \left(1 - 2^{-|y-3|}\right) 2^{2-|x-4|}$ . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 12$ . Tính M.m

A. 1302

B. 2697

C. 4263

D. 4165

**Câu 18.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\left(\frac{1}{4^x} + \frac{1}{9^y}\right)(2^x + 3^y) = 4$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $\frac{2^x}{1+3^y} + \frac{3^x}{1+2^y} + \frac{1}{1+2^x \cdot 3^y}$  thuộc khoảng nào sau đây

A. (5;2020)

B. (4;5)

C.  $(0; \sqrt{3})$

D.  $(\sqrt{3}; 4)$

**Câu 19.** Các số  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $\frac{1}{2^a} + \frac{1}{4^b} + \frac{1}{8^c} + \frac{1}{16^d} = \frac{1}{4}$ . Khi  $a + 2b + 3c + 4d$  đạt giá trị nhỏ nhất  $m$ , tính giá trị biểu thức  $\log_2 m$ .

A. 0,5

B. 0,25

C. 4

D. 2

**Câu 20.** Các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $3^{x+y} + 3^{y+z} + 3^{z+x} = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $9^x + 9^{y+\frac{1}{2}} + 9^{z+\frac{1}{2}}$ .

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

**Câu 21.** Cho  $a > 3; b > 1; c > 1$  thỏa mãn  $\log_{a(b+2c)} \frac{bc(a-3)}{ab+2ca} + \log_{bc(a-3)} (ab+2ac) = 1$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $T = a + b + c$  thuộc khoảng nào dưới đây

A. (19;20)

B. (16;17)

C. (18;19)

D. (17;18)

**Câu 22.** Các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $e^{a+b} \leq e(a+b)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{1}{a^3 + b^3} + \frac{1}{ab} + 2020$ .

A. 2028

B.  $2024 - 2\sqrt{3}$

C.  $2020 + \sqrt{3}$

D.

$2024 + 2\sqrt{3}$

**Câu 23.** Cho các số dương  $a, b, x, y$  trong đó  $a > 1; b > 1$  và  $a^{2x} = b^{3y} = a^6 b^6$ . Giá trị nhỏ nhất của  $4xy + 2x - y$  có dạng  $m + n\sqrt{65}$  ( $m, n$  tự nhiên). Tính  $m + n$ .

A. 58

B. 54

C. 56

D. 60

**Câu 24.** Cho  $x, y, z > 1$  thỏa mãn  $\log_{xy+yz+xz} (5x^2 + 16y^2 + 27z^2) + \log_{144} \sqrt{xy + yz + xz} = 2$ . Tính  $\frac{2y+2z}{y-1}$ .

A.  $\frac{13}{12}$

B.  $\frac{5}{6}$

C.  $\frac{20}{11}$

D.  $\frac{3}{19}$

**Câu 1.** Hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_5 \frac{x+y-1}{2x+3y} + 3x+2y \leq 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $6x+2y + \frac{4}{x} + \frac{9}{y}$

- A. 19                                      B.  $\frac{31\sqrt{6}}{4}$                                       C.  $\frac{27\sqrt{2}}{2}$                                       D.  $11\sqrt{3}$

**Câu 2.** Hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $2\log_3 \sqrt{x} + x(x+y) \geq \log_{\sqrt{3}} \sqrt{8-y} + 8x$ . Biểu thức  $3x+2y + \frac{6}{x} + \frac{18}{y}$  đạt

giá trị nhỏ nhất tại  $x = a; y = b$ . Tính  $3a + 2b$

- A. 19                                      B. 20                                      C. 18                                      D. 17

**Câu 3.** Hai số thực  $x, y$  không âm thỏa mãn  $x^2 + 2x - y + 1 = \log_2 \frac{\sqrt{2y+1}}{y+1}$ . Giá trị nhỏ nhất của

$e^{2x-1} + 4x^2 - 2y + 1$  khi đó bằng

- A. 1                                      B. -0,5                                      C. 0,5                                      D. -1

**Câu 4.** Với hai số nguyên dương  $a, b > 1$ . Phương trình  $a^{x+1} = b^x$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  và phương trình  $b^{x^2-1} = (9a)^x$  có hai nghiệm  $x_3, x_4$  thỏa mãn  $(x_1 + x_2)(x_3 + x_4) < 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $3a + 2b$ .

- A. 12                                      B. 46                                      C. 44                                      D. 22

**Câu 5.** Ba số thực dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $a + b + c = 6$ . Gọi  $m, n$  lần lượt là hai nghiệm của phương trình  $\log_b x \cdot \log_b (xabc) = 712$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\log_4 \left( 3mn - \frac{10}{mn} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + 108 \right)$  được viết dưới dạng

$i + \log_4 j$  với  $i, j$  nguyên dương. Tính  $i + j$

- A. 4                                      B. 5                                      C. 6                                      D. 7

**Câu 6.** Biết  $x, y$  là các số thực thỏa mãn  $3^{2y} (3^x + 3^{4y}) = 81 (3^{-x} + 3^{-4y})$ . Tính  $x + 6y$

- A. 1                                      B. 2                                      C. 4                                      D. 3

**Câu 7.** Hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $2^a - \frac{2}{2^b} + \frac{3^b}{3} - \frac{1}{3^a} = 1 - a - b$ . Để  $e^{ax+(b-1)y} - ae^{x-y} - b + 2020a$  đạt giá trị lớn nhất bằng 1 thì  $a$  thuộc khoảng nào

- A.  $\left( 0; \frac{1}{2018} \right)$                                       B.  $\left( \frac{1}{2015}; \frac{1}{2012} \right)$                                       C.  $\left( \frac{1}{2012}; \frac{1}{2009} \right)$                                       D.  $\left( \frac{1}{2018}; \frac{1}{2015} \right)$

**Câu 8.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $\ln y \geq \ln(x^3 + 2) - \ln 3$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$e^{4y-x^3-x-2} - \frac{x^2+y^2}{2} + x(y+1) - y$$

- A. 0                                      B. 1                                      C. e                                      D.  $\frac{1}{e}$

**Câu 9.** Các số thực  $a, b, c > 1$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{a}} b + \log_b c \cdot \log_b \frac{c^2}{b} + 9\log_a c = 4\log_a b$ . Tính  $\log_a b + \log_b c^2$

- A. 1                                      B. 0,5                                      C. 2                                      D. 3

**Câu 10.** Các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x > 1; y > 1$  thỏa mãn

$$\log_3 x \cdot \log_3 (6y) + 2\log_3 x \cdot \log_3 (2y) [3 - \log_3 (2xy)] = \frac{9}{2}$$

Khi đó giá trị của  $x + 2y$  gần nhất với

- A. 10                                      B. 8                                      C. 9                                      D. 7

**Câu 11.** Cho  $a, b$  dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\log_5 \sqrt{a^2 + b^2} + \log_5 \left( \frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right)$

- A. 0,5                                      B. 1                                      C. 1,5                                      D. 2

**Câu 12.** Cho  $a, b$  dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\log_3 (1 + 2a) + \log_3 \left( 1 + \frac{b}{2a} \right) + 2\log_3 \left( 1 + \frac{4}{\sqrt{b}} \right)$

A. 1

B. 4

C. 7

D. 9

**Câu 13.** Hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $4 + 9.3^{x^2-2y} = (4 + 9^{x^2-2y}).7^{2y-x^2+2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{x+2y+18}{x}$

A. 9

B.  $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ C.  $9\sqrt{2}+1$ 

D. Không tồn tại

**Câu 14.** Hai số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $4^{ab}2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b}$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $ab + 2ab^2$

A. 1

B. 8

C.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D.  $\frac{3}{17}$ 

**Câu 15.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = \left| \frac{\ln x + 1}{\sqrt{\ln^2 x + 1}} + m \right|$  trên đoạn  $[1; e^2]$  đạt giá trị nhỏ nhất là

A.  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ B.  $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$ C.  $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$ D.  $\frac{-1+\sqrt{2}}{4}$ 

**Câu 16.**  $\alpha$  là số thực lớn nhất để  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+\alpha} \leq e, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Khi đó

A.  $\alpha \in (0; 1)$ B.  $\alpha \in (1; 2)$ C.  $\alpha \in (-1; 0)$ D.  $\alpha \in (2; 3)$ 

**Câu 17.** Cho ba số  $a, b, c$  có tổng bằng 3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$\sqrt{4^a + 9^b + 16^c} + \sqrt{9^a + 16^b + 4^c} + \sqrt{16^a + 4^b + 9^c}$$

A. 3

B.  $3\sqrt{3}$ C.  $2\sqrt{3}$ D.  $4\sqrt{3}$ 

**Câu 18.** Ba số thực  $x \in [2; 4], y \in [0; 4], z \in [1; 5]$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = (\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z})^2 - 5[\log_3(x-1) + 2\log_5(y+1) + 4\log_5 z]$$

A. 10

B. 11

C. 12

D.  $8\sqrt{5} - 14$ 

**Câu 19.** Các số thực dương  $a, b, c, d, e$  thỏa mãn  $a + b + c + d + e = 1000$  thỏa mãn

$$\begin{cases} a - b + c - d + e > 0 \\ a + b - c + d - e > 0 \\ -a + b + c - d + e > 0 \\ a - b + c + d - e > 0 \\ -a + b - c + d + e > 0 \end{cases}$$

Tìm giá trị lớn nhất của  $(a+c)^{b+d}$

A. 1000

B.  $499^{499}$ C.  $500^{499}$ D.  $500^{500}$ 

**Câu 20.** Bốn số thực  $a, b, c, d$  sao cho  $c + d < 0$  thỏa mãn

$$\begin{cases} \log(1 + a^2 + b^2) = 1 + \log(a + b) \\ 2^{-c} \cdot 2^{-d} 2^{\frac{-4}{c+d}} + \ln(c^2 + d^2 + 2cd + 4c + 4d + 5) = 16 \end{cases}$$

Tính tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$

A.  $6\sqrt{2}$ B.  $8\sqrt{2}$ C.  $10\sqrt{2}$ D.  $12\sqrt{2}$ 

**Câu 21.** Cho 3 số dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $2z \geq y^2$ . Khi biểu thức

$$P = \log_2^2(xy) + \log_2(x^3y^3 + x^3z^3) + \sqrt{-y^4 - xy^2 + 2zy^2 + 2zx}$$

Đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $\log_2 \sqrt{xyz}$ .

A. 3

B. 2

C. 0

D. -1

**Câu 22.** Cho  $x, y, z > 0; a, b, c > 1$  và  $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc}$ . Giá trị lớn nhất của  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - z^2 + z$  thuộc khoảng nào dưới đây

A.  $(0; 2)$ B.  $(1; 3)$ C.  $(2; 4)$ D.  $(3; +\infty)$

**Câu 1.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x + y + 2 \geq 0$ ;  $\log_{x^2+y^2+1}(2x-2y+3) \geq 1$ . Tính tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $2x + y$ .

- A. 2                                      B. 4                                      C.  $4 - 2\sqrt{3}$                                       D.  $2\sqrt{5} - 2$

**Câu 2.** Các số thực  $a, b, x, y$  thỏa mãn  $a > 1; b > 1$  thỏa mãn  $a^{x-2y} = b^{x+2y} = \sqrt[3]{xy}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $3x + 4y - 1$

- A. 0,75                                      B.  $\frac{5}{3}$                                       C.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                                       D.  $\frac{\sqrt{6}}{5}$

**Câu 3.** Hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $e^{a^2+2b^2} + e^{ab}(a^2 - ab + b^2 - 1) = e^{1+ab+b^2}$ . Tính tổng các giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{1}{1+2ab}$ .

- A. 0,4                                      B. 3,8                                      C.  $\frac{7}{3}$                                       D.  $\frac{10}{3}$

**Câu 4.** Hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{x^2 + 3xy} + 2\log_2(x^2 + 2y^2 + 1) \leq \log_2 8^{xy}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{2x^2 - xy + 2y^2}{2xy - y^2}$ .

- A. 0,5                                      B. 2,5                                      C. 1,5                                      D.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

**Câu 5.** Hai số dương  $x, y$  thay đổi thỏa mãn  $\log_2 \frac{x+2y+2}{x^2+y^2} = x(x-2) + y(y-4) - 5$ .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $\frac{x+2y+1}{x+y+4}$ .

- A.  $\frac{15+\sqrt{473}}{31}$                                       B.  $\frac{15+\sqrt{349}}{31}$                                       C.  $\frac{15+\sqrt{39}}{31}$                                       D.  $\frac{15+6\sqrt{41}}{31}$

**Câu 6.** Các số thực  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $\log_{a^2+b^2+2}(4a+6b-7) = 1$ ;  $27^c 81^d = 6c + 8d + 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $(a-c)^2 + (b-d)^2$ .

- A. 1,6                                      B. 1,4                                      C.  $\frac{49}{25}$                                       D.  $\frac{64}{25}$

**Câu 7.** Hai số thực không âm thỏa mãn  $\log \frac{x^2 + y^2 + 7}{6x + 8y + 2} + x^2 + y^2 - 6x - 8y + 5 \leq 0$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $\sqrt{x^2 + y^2}$

- A. 10                                      B.  $4\sqrt{5}$                                       C.  $5 + 2\sqrt{5}$                                       D.  $10 - 2\sqrt{5}$

**Câu 8.** Các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $0 < x, y < 1$  và  $\log_3 \frac{x+y}{1-xy} + (x+1)(y+1) = 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{8}{9}(x+1) + y - 2020$

- A. -2021                                      B. -2020                                      C.  $-\frac{6055}{3}$                                       D.  $-\frac{6052}{3}$

**Câu 9.** Các số thực dương  $a, b$  thỏa mãn  $b > 1; \sqrt{a} \leq b < a$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\log_{\frac{a}{b}} a + 2\log_{\sqrt{b}} \frac{a}{b}$

- A. 6                                      B. 7                                      C. 5                                      D. 4

**Câu 10.** Các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x > 0; y > 1$  thỏa mãn  $(xy^2 + x - 2y - 1)\log y = \log \frac{2y - x + 3}{x}$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{y^2(4x+3)}{4y} + \frac{x}{y}$

- A. 4                                      B. 5                                      C. 3                                      D. 6

**Câu 11.** Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn đồng thời  $x, y > 1$  và  $10^{(5x^2 - xy)\log x} = \frac{4y + 2}{5}$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{40x^2 + y^3}{8y} + 5$ .

- A. 10,5                                      B. 11                                      C. 8                                      D. 9,5

**Câu 12.** Các số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a \geq b > 1$ . Biểu thức  $\frac{1}{\log_{ab} a} + \sqrt{\log_a \frac{a}{b}}$  đạt giá trị lớn nhất khi  $b = a^k$ .

Khẳng định nào sau đây đúng

- A.  $k \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$                                       B.  $k \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$                                       C.  $k \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$                                       D.  $k \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$

**Câu 13.** Các số thực  $a, b, x, y$  thỏa mãn  $a > 1; b > 1$  và  $a^x = b^y = \sqrt[4]{ab}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x + 4y + 6$

- A. (9;10)                                      B. (6;7)                                      C. (7;8)                                      D. (8;9)

**Câu 14.** Các số thực dương  $a, b, c > 1$  và các số dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $a^x = b^y = c^z = \sqrt[6]{abc}$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $\frac{32}{x+y} - 4z^2 + 1$  thuộc khoảng nào

- A. (34;36)                                      B. (36;38)                                      C. (38;40)                                      D. (40;42)

**Câu 15.** Các số dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $3^{\frac{a}{a^2-1}} = 4^{\frac{b}{b^2-1}} = 5^{\frac{c}{1-c^2}}$ .

Đặt  $P = (a+b+c)^2 - 8\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - 25$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P$  thuộc khoảng nào sau đây

- A. (0;20)                                      B. (-20;0)                                      C. (-30;-20)                                      D. (-50;-30)

**Câu 16.** Cho  $x, y > 0$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{x+4y}{x+y} = 2x - 4y + 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{x^4 - 3x^2y^2 + 4x^2}{(x+2y)^3} + \frac{11x}{4y}$

- A. 3                                      B. 6                                      C. 6,5                                      D. 5,75

**Câu 17.** Hai số dương  $x > y > 1$  thỏa mãn  $\log_2(xy) + y = \frac{3x+8}{x}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$\log_2^3 x + (\log_2 y + 1)^3$$

- A. 16                                      B. 10                                      C. 14                                      D. 9

**Câu 18.** Bất phương trình  $\frac{2^x}{4^x - 2} + 3^{x+2} [x - \log_2(4^x - 2)] \geq 1$  có nghiệm  $x \in (a; b]$  Tìm giá trị lớn nhất của

biểu thức  $2(b-a)$

- A. 3                                      B. 1                                      C. 2                                      D. 4

**Câu 19.** Các số dương  $x, y$  thỏa mãn  $e^{y-3+2\log 10x} = y + 2\log x$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{10}{x^2} + 10^{-2x}$

- A. 3                                      B.  $\sqrt[3]{4}$                                       C.  $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$                                       D.  $3\sqrt[3]{4}$

**Câu 20.** Hai số dương  $a, b$  thỏa mãn  $a^{2015} = a + 1; b^{2015} = b + 3a$ . Biểu thức  $\frac{a^2 - 4ab + b^2}{b^2}$  có giá trị nhỏ nhất

bằng

- A. 2                                      B. -3                                      C. Kết quả khác                                      D. -2

**Câu 21.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $4e^{\log \sqrt{x} + \frac{3(x+y)}{4}} \geq x^{\log e} + 3e^{x+y}$ . Giá trị lớn nhất của  $y$  trong khoảng

- A. (0;1)                                      B. (1;2)                                      C.  $\left(-\frac{3}{5}; 0\right)$                                       D.  $\left(-1; -\frac{3}{5}\right)$

**Câu 1.** Hai số dương  $a, b$  thỏa mãn  $3 + \log \sqrt{\frac{a+2b+3}{ab}} = ab - a - 2b$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $a^2 + 4b^2 - 26ab + 2020$ .

- A. 1120                      B. 1885                      C. 2021                      D. 1705

**Câu 2.** Hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{6x+2y+5}{x^2+y^2+1} = x(x-12) + y(y-4) - 10$ .

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{3x+2y+6}{2x+y+1}$  thuộc khoảng nào

- A. (0,5;0,7)                      B. (0,7;0,9)                      C. (0,9;1,1)                      D. (0,3;0,5)

**Câu 3.** Hai số dương  $x, y$  trong đó  $y > 1$  thỏa mãn  $[x(y^2-1)+3y-5] \cdot \ln(x+1) = \ln \frac{x+5}{xy+3} - \ln y$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x(y-1) + \frac{32}{25}y + 2$ .

- A.  $\frac{103}{25}$                       B.  $\frac{217}{25}$                       C.  $\frac{23}{25}$                       D.  $\frac{48}{25}$

**Câu 4.** Hai số thực không âm  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{x^2+y^2+15}{2x+3y+3} \leq 4x - x^2 + 6y - y^2 - 8$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5$  là

- A.  $26 - 8\sqrt{34}$                       B.  $28 - 4\sqrt{34}$                       C.  $26 - 4\sqrt{34}$                       D.  $28 - 8\sqrt{34}$

**Câu 5.** Trong các nghiệm  $(x;y)$  của hệ  $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 3 \\ \log_{x^2+y^2} [x(4x^2-3x+4y^2) - 3y^2] \geq 2 \end{cases}$

Tính  $2(M+m+1)$  với  $M, m$  tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $x-y$ .

- A. 7                      B. 8                      C. 9                      D. 10

**Câu 6.** Cho các số thực  $a, b > 1$  và phương trình  $\log_a(ax) \cdot \log_b(bx) = 2018$  có hai nghiệm phân biệt  $m, n$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $(4a^2 + 9b^2)(36m^2n^2 + 1)$ .

- A. 144                      B. 72                      C. 68                      D. 216

**Câu 7.** Hai phương trình  $\ln^2 x - (m-1)\ln x + n = 0$ ;  $\ln^2 x - (n-1)\ln x + m = 0$  lần lượt có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm chung. Gọi hai nghiệm khác nhau là  $x_1, x_2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $x_1^2 + x_2^2$ .

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

**Câu 8.** Cho  $a, x$  là các số thực dương,  $a \neq 1$  thỏa mãn  $\log_a x = \log(a^x)$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $a$ .

- A. 1                      B.  $\log(2^e - 1)$                       C.  $e^{\sqrt{\frac{\ln 10}{e}}}$                       D.  $10^{\sqrt{\frac{\log e}{e}}}$

**Câu 9.** Cho  $x, y$  thỏa mãn  $\sqrt{e^{x^2+y^2}} \leq \frac{e(x^2+y^2)}{2}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m$  để biểu thức sau nhận giá trị

nhỏ nhất bằng 2020:  $P = |2^{2(x+y)} - 2^{x+y+1} + m|$

- A. 1                      B. Vô số                      C. 2                      D. 3

**Câu 10.** Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m \in (-2020; 2020)$  để bất phương trình  $27^x - \frac{m}{3^{x-1}} \leq m \cdot 3^x - \frac{1}{27^{x-1}}$  có

- ng nghiệm  
A. 3                      B. 6                      C. 2020                      D. 2017

**Câu 11.** Có bao nhiêu giá trị nguyên  $m \in [-10; 10]$  để hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} 2^{x^2+y^2+z^2} + (x^2+y^2+z^2)2^{x^2} = 4(2^{z^2} + 4) \\ \frac{2y}{x} + \frac{z-6}{x} = 3-m \end{cases}$$

A. 17

B. 15

C. 16

D. 18

**Câu 12.** Hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $(xy - 1)3^{4-2y} + (x + 2y)3^{x(1+3y)} = 0$ . Giá trị nhỏ nhất của  $3(x + y)$  khi đó bằng  $a\sqrt{b} - c$ , với  $a, b, c$  nguyên tố cùng nhau. Tính  $a + b + c$ .

A. 17

B. 14

C. 16

D. 15

**Câu 13.** Ba số dương  $x, y, z$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{x+y+z}{x^2+y^2+z^2} = x(x-4) + y(y-8) + z(z-8) - 2$ .

Tính tổng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $\frac{x+2y+2z}{x^2+y^2+z^2}$

A. 1

B. -2,5

C. -0,5

D. -1,5

**Câu 14.** Cho các số dương  $a, b, c, m, n, p$  thỏa mãn  $2^{2017}\sqrt[m]{m} + 2^{2017}\sqrt[n]{n} + 3^{2017}\sqrt[p]{p} \leq 7$  và  $4a + 4b + 3c \geq 42$ .

Tìm khẳng định đúng đối với  $S = \frac{2(2a)^{2008}}{m} + \frac{2(2b)^{2008}}{n} + \frac{3c^{2008}}{p}$

A.  $42 < S \leq 7 \cdot 6^{2018}$ B.  $S > 6^{2018}$ C.  $7 \leq S \leq 7 \cdot 6^{2018}$ D.  $4 \leq S \leq 42$ 

**Câu 15.** Hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_2(x+2y) + x(x+3y-1) + y(2y-1) = 0$ . Khi biểu thức  $\log_{2020} x + 2\log_{2021} y$  đạt giá trị lớn nhất, tính  $4x^2 + 5y^2$ .

A. 1

B. 3

C.  $\frac{2}{3}$ D.  $\frac{8}{9}$ 

**Câu 16.** Các số thực dương  $x, y, z$  và các số  $a, b, c > 1$  thỏa mãn  $a^x = b^y = c^z = \sqrt{abc}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $x + y + 2z^2$ .

A. 4

B. 6

C. 10

D.  $4\sqrt{2}$ 

**Câu 17.** Cho các số  $a, b, c$  thỏa mãn  $0 < a, b, c < 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\log_a b + \log_b c + \sqrt{\log_c a}$

A. 3

B. 1,5

C.  $2\sqrt{2}$ D.  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ 

**Câu 18.** Cho  $a, b, c > 0$  thỏa mãn  $\log^2 a + 2\log^2 b + 3\log^2 c = 6$ . Khi đó  $\frac{3}{k}$  là giá trị lớn nhất của  $\log a \log b + \log b \log c + \log c \log a$

Mệnh đề nào dưới đây đúng

A.  $k = 1$ B.  $k = 0,5$ C.  $k^3 + 3k = 3$ D.  $k^3 + 3k^2 = 3$ 

**Câu 19.** Các số  $a, b, c \geq 1$  có tổng bằng 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\log_3 a + 2\log_9 b + 3\log_{27} c$

A. 1

B.  $\log_3 5$ C.  $\log_3 15$ D.  $\log_3 \frac{5}{3}$ 

**Câu 20.** Ba số dương  $a, b, c$  thỏa mãn  $\log a \log b + \log b \log c + 3\log c \log a = 1$ . Khi đó  $\frac{\sqrt{n-m}}{p}$  với  $m, n, p$

nguyên dương, (phân số tối giản) là giá trị nhỏ nhất của  $\log^2 a + \log^2 b + \log^2 c$ . Tính  $m + n + p$

A. 64

B. 16

C. 102

D. 22

**Câu 21.** Các số dương  $x, y, z$  có tích bằng 10. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{\log^2 x + 1} + \sqrt{\log^2 y + 1} + \sqrt{\log^2 z + 1}$

A.  $\sqrt{29}$ B.  $\sqrt{23}$ C.  $\sqrt{26}$ D.  $3\sqrt{3}$ 

**Câu 22.** Ba số không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $2^x + 4^y + 8^z = 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2}$

A. 2

B. 0,5

C.  $\frac{1}{6}$ D.  $\frac{2}{3}$ 

**Câu 23.** Ba số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $4^x + 9^y + 16^z = 2^x + 3^y + 4^z$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $2^{x+1} + 3^{y+1} + 4^{z+1}$

A.  $\frac{9+\sqrt{87}}{2}$ B.  $\frac{7+\sqrt{87}}{2}$ C.  $\frac{5+\sqrt{87}}{2}$ D.  $\frac{3+\sqrt{87}}{2}$

**Câu 1.** Hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $x > \frac{1}{10}$  và  $\log x + \log y + 1 \geq \log(x + y)$ . Giá trị nhỏ nhất của  $x + 3y$  thuộc miền nào dưới đây

- A.  $\left[\frac{5}{2}; 3\right)$                       B.  $\left[0; \frac{4}{3}\right]$                       C.  $\left[\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$                       D.  $\left[\frac{4}{3}; 2\right]$

**Câu 2.** Cho  $x \geq 2; y \geq 1$  thỏa mãn  $\log_2 \frac{8}{x} \cdot \log_2 \frac{x}{y} \cdot \log_2^2(2y) = 4$ . Mệnh đề nào đúng đối với  $P = 2^x + 2^y$

- A.  $18 \leq P < 19$                       B.  $19 < P < 20$                       C.  $20 \leq P < 21$                       D.  $17 \leq P < 18$

**Câu 3.** Hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $4\log_2(2x) \cdot \log_2(2y) = \log_2^2(4xy)$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $P = 2^{|\sin x|} + 2^{|\sin y|}$ . Biết  $Mn = a \cdot 2^{1+\frac{1}{\sqrt{b}}}$  với  $a, b$  nguyên dương. Tính  $a^3 + b^3$ .  
A. 31                      B. 32                      C. 35                      D. 33

**Câu 4.** Hai số thực  $x \geq 1; y \geq 1$  thỏa mãn  $\left| \log_2(x + y) \right| + \left| \log_2 \frac{2(x + y)}{x^2 + 4y^2 + 1} \right| = \log_2(4xy + 1)$ .

Tìm giá trị lớn nhất của  $M = 2xy + \sqrt{x + 2y} - x^2 - 4y^2$ .

- A. 0,5                      B. 0,75                      C.  $\frac{3}{7}$                       D.  $\frac{2}{3}$

**Câu 5.** Hai số thực  $x \geq \frac{3}{2} \geq y \geq 0$  thỏa mãn  $\frac{\log_2(3x - y)}{4^{2x-3y-1}} \sqrt{4^{2x-3y-1} - 1} + \sqrt{\log_2 \frac{3x - y}{2}} = \log_2(3x - y)$ .

Khi đó  $4xy$  là một số tự nhiên có bao nhiêu ước số nguyên

- A. 2                      B. 8                      C. 4                      D. 5

**Câu 6.** Hai số  $x, y > \frac{1}{2}$  thỏa mãn  $x \neq 2y; 2^{\frac{(x-2y)^4+1}{(x-2y)^2}} \left[ e^{x+y} - e^2(x + y - 2) \right] = 4e^2$ . Đặt  $P = x + y$  thì mệnh đề nào sau đây đúng

- A.  $P > 5$                       B.  $\text{Min} P = 1$                       C.  $P < 3$                       D.  $\text{Max} P = 4$

**Câu 7.** Hai số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\frac{2}{2^{x-2y} + 1} = 2 - \log_{y^2+y-x^2-x}(x + y + 1)$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $\log_{x+y+1} \left[ (y - x) \cdot 2^{2x-4y} \right]$

- A. 0,5                      B. 0,25                      C. 0,125                      D. 0,0625

**Câu 8.** Cho hai số dương  $x, y$  thỏa mãn  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{x^2 + y^2} + \frac{5}{2} \ln(xy) = \frac{5}{2}$ . Có bao nhiêu số nguyên dương không vượt quá  $x + y$

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Câu 9.** Hai số  $x, y$  thỏa mãn  $y \leq 0; x + y \geq 1$  thỏa mãn  $\sqrt{\ln(x + y)} + \sqrt{\ln(1 - y)} = 2\sqrt{\ln \frac{x+1}{2}}$ .

Giá trị nhỏ nhất của  $x^2 + xy + y^2$  là

- A. 0,2                      B. 0,25                      C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{6}$

**Câu 10.** Cho  $0 < a, b, c < 1$ . Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $\frac{1}{2} \log_a b + \frac{1}{2} \log_b c + \frac{1}{4} \log_c^2 a$  được viết dưới dạng  $\frac{a}{b}$  ( $a$  và  $b$  nguyên dương, phân số tối giản). Tính  $m^3 + n^3$ .

- A. 171                      B. 189                      C. 195                      D. 163

**Câu 11.** Cho hai số nguyên dương  $x, y$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\left| 36^x - 5^y \right|$ .

- A. 8                      B. 9                      C. 10                      D. 11

**Câu 12.** Hai số thực  $x, y$  thỏa mãn  $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$ . Tính  $a + b$  với  $\frac{a}{b}$  ( $a$  và  $b$  nguyên dương,

phân số tối giản) là giá trị lớn nhất của biểu thức  $3^{x+y-4} + (x+y+1).2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2)$ .

A.8 B. 141 C. 148 D. 151

**Câu 13.** Các số dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $\log_a^2 b + \log_b^2 c = \log_a \frac{c}{b} - 2 \log_b \frac{c}{b} - 3$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của  $\log_a b - \log_b c$ . Tính  $2m + 3M$

A.3 B. 2 C.  $\frac{2}{3}$  D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 14.** Hai số  $a, b$  với  $b$  dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\sqrt{(a-b)^2 + (10^a - \log b)^2}$ .

A.  $\sqrt{2}\left(\frac{1}{\ln 10} + \log \frac{1}{\ln 10}\right)$  B.  $\sqrt{2}\left(\frac{1}{\ln 10} - \log \frac{1}{\ln 10}\right)$

C.  $\sqrt{2} \log(\ln 10)$  D.  $\sqrt{2}\left(\frac{1}{\ln 10} - \ln \frac{1}{\ln 10}\right)$

**Câu 15.** Cho các số thực  $a, b, c$  lớn hơn 1 thỏa mãn  $\log_2 a \geq (1 - \log_2 b \log_2 c) \log_{bc} 2$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $10 \log_2^2 a + 10 \log_2^2 b + \log_2^2 c$

A.  $-3 - \log_5 3$  B.  $-2 - \sqrt{3}$  C.  $-2 - 2 \log_3 5$  D.  $-4$

**Câu 16.** Cho  $a, b, c > 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $\log_{ab} c + \log_{bc} a + 4 \log_{ca} b$

A.6 B. 12 C. 11 D. 10

**Câu 17.** Cho hai số  $x, y$  có tổng không âm và  $(2^{2x-2y} + 4) \left( \frac{1+2^{x+y}}{1+4^x} + \frac{1+2^{x+y}}{1+4^y} \right) = 2^{2x-2y} + 2^{x-y+2} + 4$ .

Giá trị biểu thức  $x^3 + y^4 = \frac{m}{n}$  với  $m, n$  nguyên dương và phân số tối giản. Lúc này  $m^2 + n$  có tất cả bao nhiêu ước số nguyên

A.2 B. 4 C. 6 D. 8

**Câu 18.** Các số không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 \leq 2$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức sau có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $a, b$  nguyên dương, phân số tối giản

$$4^x + 4^y + 4^z + \ln(x^4 + y^4 + z^4) - \frac{3}{4}(x+y+z)^4.$$

Tính  $2a + 3b$ .

A.13 B. 42 C. 54 D. 71

**Câu 19.** Các số thực không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $0 < (x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 \leq 18$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức sau có dạng  $\frac{a}{b}$  với  $a, b$  nguyên dương, phân số tối giản:  $4^{\frac{x}{3}} + 4^{\frac{y}{3}} + 4^{\frac{z}{3}} - \frac{(x+y+z)^4}{108}$ . Tính  $2a + 3b$

A.18 B. 42 C. 54 D. 71

**Câu 20.** Cho hai hàm số  $f(x) = (m-1)6^x - \frac{2}{6^x} + 2m + 1$ ;  $h(x) = x - 6^{1-x}$ . Tìm điều kiện tham số  $m$  để

$$\min_{[0;1]} f(x).g(x) = 0.$$

A.  $m = 1$  B.  $m \geq 1$  C.  $m \leq \frac{1}{2}$  D.  $m \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$

**Câu 21.** Với  $n$  là số nguyên dương, biết  $-\log_2 \left[ \log_2 \left( \sqrt{\sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{2018}}}} \right) \right] > 2017$  ( $n$  dấu căn). Giá trị nhỏ nhất của  $n$  là

A.2021 B. 2014 C. 2013 D. 2020