ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

PHIÊN BẢN ĐẶC BIỆT

KHỐI ĐA DIỆN

* CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
* CẬP NHẬT THÊM NHIỀU DẠNG TOÁN MỚI
* KIẾN THỨC TỪ CƠ BẢN ĐẾN NÂNG CAO
* CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG

ÔN THI THPT QUỐC GIA

KHỐI ĐA DIỆN

CHỦ ĐỀ 1: NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN
Dạng 1: Nhận dạng các khối đa diện
Dạng 2: Tính chất đối xứng của khối đa diện
Dạng 3: Tính chất khác của khối đa diện
Dạng 4: Phân chia, lắp ghép khối đa diện

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP
Dạng 1: Khối chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy
Dạng 2: Khối chóp có một mặt bên vuông góc với đáy
Dạng 3: Khối chóp đều
Dạng 4: Các khối chóp khác
Dạng 5: Sử dụng định lý tỉ số thể tích
Dạng 6: Khối đa diện cắt ra từ một khối chóp

CHỦ ĐỀ 3: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ
Dạng 1: Khối lăng trụ đứng
Dạng 2: Khối lăng trụ đều
Dạng 3: Khối lăng trụ xiên
Dạng 5: Khối lăng trụ xiên khác
Dạng 6: Khối lập phương và khối hộp chữ nhật
Dạng 7: Khối lăng trụ và khối hộp khác

CHỦ ĐỀ 4: TÍNH TOÁN VỀ ĐỘ DÀI (KHOẢNG CÁCH) - DIỆN TÍCH
Dạng 1: Tính toán độ dài hình học
Dạng 2: Tính khoảng cách bằng phương pháp thể tích
Dạng 3: Tính toán diện tích đa giác
Dạng 4: Tính toán diện tích bằng phương pháp thể tích

CHỦ ĐỀ 5: CỰC TRỊ KHỐI ĐA DIỆN
Dạng 1: Max-min khối chóp
Dạng 2: Max-min khối lăng trụ

CHỦ ĐỀ 6: TOÁN THỰC TẾ KHỐI ĐA DIỆN
Dạng 1: Toán thực tế khối đa diện

KIẾN THỨC CHUNG

A - KHÁI NIỆM VỀ KHỐI ĐA DIỆN

I – KHỐI LĂNG TRỤ VÀ KHỐI CHÓP

Khối lăng trụ là phần không gian được giới hạn bởi một hình lăng trụ kể cả hình lăng trụ ấy.

Khối chóp là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp kể cả hình chóp ấy.

Khối chóp cụt là phần không gian được giới hạn bởi một hình chóp cụt kể cả hình chóp cụt ấy.

II – KHÁI NIỆM VỀ HÌNH ĐA DIỆN VÀ KHỐI ĐA DIỆN

1. Khái niệm về hình đa diện

Hình đa diện là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất:

- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Mỗi đa giác như trên được gọi là một mặt của hình đa diện.

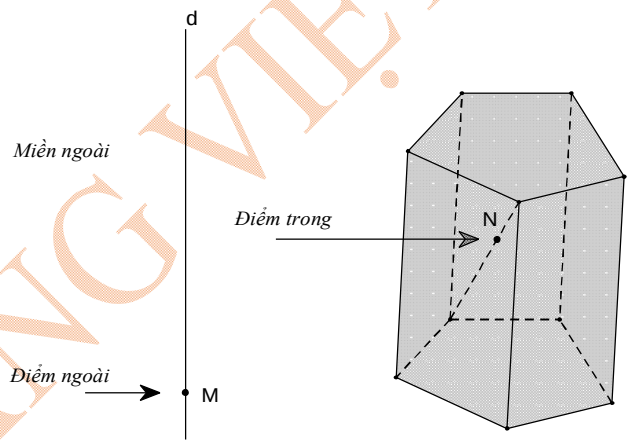
Các đỉnh, các cạnh của đa giác ấy theo thứ tự gọi là các đỉnh, các cạnh của hình đa diện.

2. Khái niệm về khối đa diện

Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

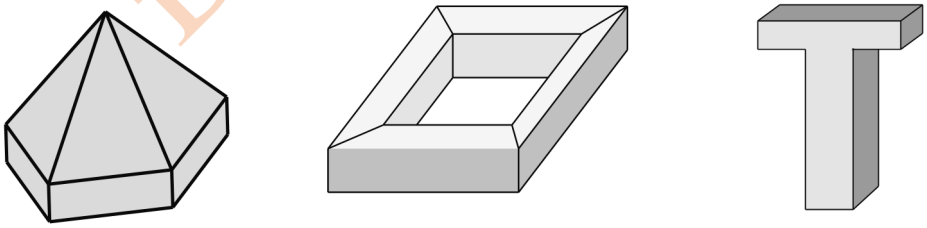
Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện. Tập hợp các điểm ngoài được gọi là miền ngoài của khối đa diện. Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện ứng với đa diện ấy được gọi là điểm trong của khối đa diện. Tập hợp các điểm trong được gọi là miền trong của khối đa diện.

Mỗi khối đa diện được xác định bởi một hình đa diện ứng với nó. Ta cũng gọi đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài… của một khối đa diện theo thứ tự là đỉnh, cạnh, mặt, điểm trong, điểm ngoài… của hình đa diện tương ứng.



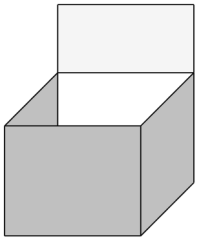
Ví dụ

- Các hình dưới đây là những khối đa diện:

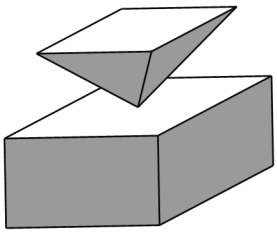


- Các hình dưới đây không phải là những khối đa diện:

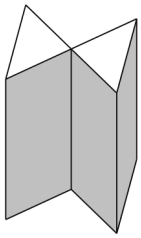
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hình a



Hình b



Hình c

Giải thích: Hình a không phải là hình đa diện vì tồn tại cạnh không phải là cạnh chung của hai mặt; Hình b không phải là hình đa diện vì có một điểm đặc biệt trong hình, điểm đó không phải là đỉnh chung của hai đa giác; Hình c không phải là hình đa diện vì tồn tại một cạnh là cạnh chung của bốn đa giác.

III – HAI ĐA DIỆN BẰNG NHAU

1. Phép dời hình trong không gian

Trong không gian, quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M với điểm M' xác định duy nhất được gọi là một phép biến hình trong không gian.

Phép biến hình trong không gian được gọi là phép dời hình nếu nó bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm tùy ý.

a) Phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$, là phép biến hình biến mỗi điểm M thành điểm M' sao cho $\overrightarrow{MM'}=\vec{v}$. Kí hiệu là $T_{\vec{v}}$.

b) Phép đối xứng qua mặt phẳng (P) là phép biến hình biến mỗi điểm thuộc (P) thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc (P) thành điểm M' sao cho (P) là mặt phẳng trung trực của MM'.

Nếu phép đối xứng qua mặt phẳng (P) biến hình $(\mathbf{H})$ thành chính nó thì (P) được gọi là mặt phẳng đối xứng của $(\mathbf{H})$.

c) Phép đối xứng tâm O là phép biến hình biến điểm O thành chính nó, biến mỗi điểm M khác O thành điểm M' sao cho O là trung điểm của MM'.

Nếu phép đối xứng tâm O biến hình $(\mathbf{H})$ thành chính nó thì O được gọi là tâm đối xứng của $(\mathbf{H})$.

d) Phép đối xứng qua đường thẳng Δ là là phép biến hình biến mọi điểm thuộc đường thẳng Δ thành chính nó, biến mỗi điểm M không thuộc Δ thành điểm M' sao cho Δ là đường trung trực của MM'.

Nếu phép đối xứng qua đường thẳng Δ biến hình $(\mathbf{H})$ thành chính nó thì Δ được gọi là trục đối xứng của $(\mathbf{H})$.

Nhận xét

- Thực hiện liên tiếp các phép dời hình sẽ được một phép dời hình.
- Phép dời hình biến đa diện $(\mathbf{H})$ thành đa diện $(\mathbf{H}')$, biến đỉnh, cạnh, mặt của $(\mathbf{H})$ thành đỉnh, cạnh, mặt tương ứng của $(\mathbf{H}')$.

2. Hai hình bằng nhau

Hai hình được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.

Nhận xét

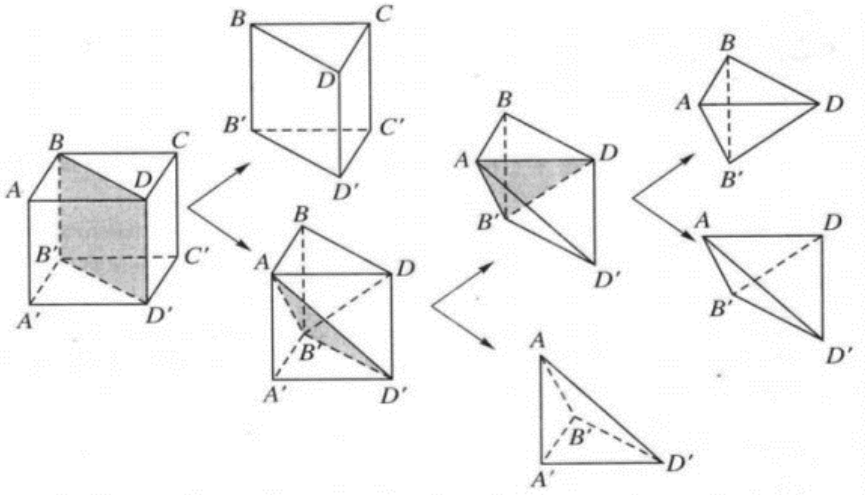
- Hai đa diện được gọi là bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình đa diện này thành hình đa diện kia.
- Hai tứ diện có các cạnh tương ứng bằng nhau thì bằng nhau.

III. PHÂN CHIA VÀ LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN

Nếu khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện $(H_1),(H_2)$, sao cho (H_1) và (H_2) không có điểm trong chung thì ta nói có thể chia được khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2), hay có thể lắp ghép được hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với nhau để được khối đa diện (H).

Ví dụ. Xét khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $BDD'B'$ cắt khối lập phương đó theo một thiết diện là hình chữ nhật $BDD'B'$. Thiết diện này chia các điểm còn lại của khối lập phương ra làm hai phần. Mỗi phần cùng với hình chữ nhật $BDD'B'$ tạo thành khối lăng trụ, như vậy có hai khối lăng trụ:

$ABD.A'B'D'$ và $BCD.B'C'D'$. Khi đó ta nói mặt phẳng (P) chia khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối lăng trụ $ABD.A'B'D'$ và $BCD.B'C'D'$.
Tương tự trên ta có thể chia tiếp khối trụ $ABD.A'B'D'$ thành ba khối tứ diện: $ADBB', ADB'D'$ và $AA'B'D'$.



Nhận xét: Một khối đa diện bất kì luôn có thể phân chia được thành các khối tứ diện.

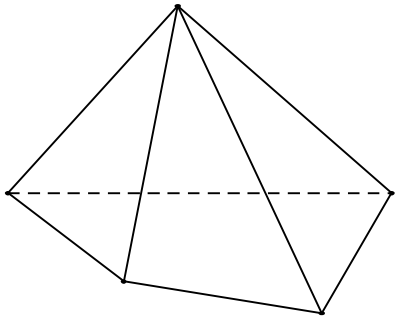
MỘT SỐ KẾT QUẢ

Kết quả 1: Một khối đa diện bất kì có ít nhất 4 mặt.
Kết quả 2: Mỗi hình đa diện có ít nhất 4 đỉnh.
Kết quả 3: Mỗi hình đa diện có ít nhất 6 cạnh.
Kết quả 4: Mỗi đỉnh của một hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 cạnh.
Kết quả 5: Không tồn tại hình đa diện có 7 cạnh.
Kết quả 6: Cho $(\mathbf{H})$ là đa diện mà các mặt của nó là những đa giác có p cạnh. Nếu số mặt của $(\mathbf{H})$ là lẻ thì p phải là số chẵn.
Chứng minh: Gọi M là số các mặt của khối đa diện $(\mathbf{H})$. Vì mỗi mặt của $(\mathbf{H})$ có p cạnh nên M mặt sẽ có $p.M$ cạnh. Nhưng do mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai đa giác nên số cạnh của $(\mathbf{H})$ bằng $C = \frac{pM}{2}$. Vì M lẻ nên p phải là số chẵn.
Kết quả 7 (Suy ra từ chứng minh kết quả 6): Cho $(\mathbf{H})$ là đa diện có M mặt, mà các mặt của nó là những đa giác có p cạnh. Khi đó số cạnh của $(\mathbf{H})$ là $C = \frac{pM}{2}$.
Kết quả 8: Mỗi khối đa diện có các mặt là các tam giác thì tổng số các mặt của nó phải là một số chẵn.
Chứng minh: Gọi số cạnh và số mặt của khối đa diện lần lượt là C và M.
Vì mỗi mặt có ba cạnh và mỗi cạnh là cạnh chung của đúng hai mặt nên ta có số cạnh của đa diện là $C = \frac{3M}{2} \xrightarrow{C\in\mathbb{Z}} M$ chẵn.
Kết quả 9: Mỗi khối đa diện bất kì luôn có thể được phân chia được thành những khối tứ diện.
Kết quả 10: Nếu khối đa diện có mỗi đỉnh là đỉnh chung của ba cạnh thì số đỉnh phải là số chẵn. (Tổng quát: Một đa diện mà mỗi đỉnh của nó đều là đỉnh chung của một số lẻ mặt thì tổng số đỉnh là một số chẵn).

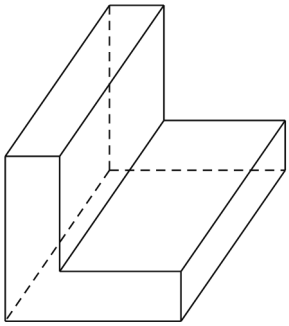
B - KHÁI ĐA DIỆN LỒI VÀ KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

I – KHỐI ĐA DIỆN LỒI

Khối đa diện $(\mathbf{H})$ được gọi là khối đa diện lồi nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của $(\mathbf{H})$ luôn thuộc $(\mathbf{H})$. Khi đó đa diện giới hạn $(\mathbf{H})$ được gọi là đa diện lồi.

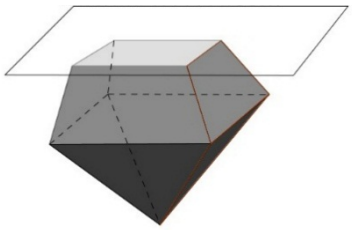


Khối đa diện lồi



Khối đa diện không lồi

Một khối đa diện là khối đa diện lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng đi qua một mặt của nó.



II – KHỐI ĐA DIỆN ĐỀU

Định nghĩa

Khối đa diện đều là một khối đa diện lồi có hai tính chất sau đây:

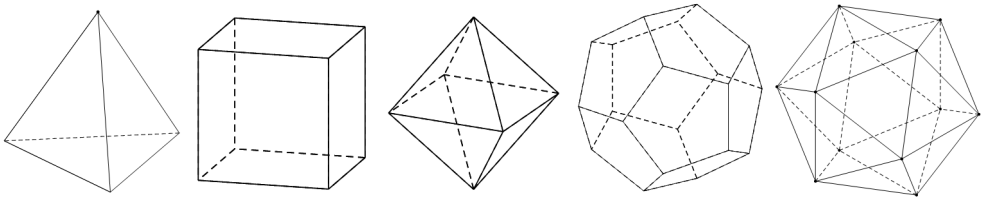
- Các mặt là những đa giác đều n cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng p cạnh.

Khối đa diện đều như vậy gọi là khối đa diện đều loại $\{n, p\}$.

Định lí

Chỉ có năm khối đa diện đều. Đó là:

- ✓ Loại $\{3;3\}$: khối tứ diện đều.
- ✓ Loại $\{4;3\}$: khối lập phương.
- ✓ Loại $\{3;4\}$: khối bát diện đều.
- ✓ Loại $\{5;3\}$: khối 12 mặt đều.
- ✓ Loại $\{3;5\}$: khối 20 mặt đều.



Khối tứ diện đều | Khối lập phương | Bát diện đều | Hình 12 mặt đều | Hình 20 mặt đều

Khối đa diện đều		Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt	Loại
Tứ diện đều		4	6	4	$\{3;3\}$
Khối lập phương		8	12	6	$\{4;3\}$

Bát diện đều		6	12	8	$\{3;4\}$
Mười hai mặt đều		20	30	12	$\{5;3\}$
Hai mươi mặt đều		12	30	20	$\{3;5\}$

Chú ý. Gọi $Đ$ là tổng số đỉnh, C là tổng số cạnh và M là tổng các mặt của khối đa diện đều loại $\{n;p\}$. Ta có

$$\boxed{pĐ = 2C = nM}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 1: NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN

DẠNG 1: NHẬN DẠNG CÁC KHỐI ĐA DIỆN

Câu 1: Hình đa diện đều có tất cả các mặt là ngũ giác có bao nhiêu cạnh?
A. 20. **B.** 12. **C.** 30. **D.** 60.

Câu 2: Cho ba tia Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và ba điểm $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$ sao cho $OA = OB = OC = a$. Khẳng định nào sau đây là sai:
A. $OABC$ là hình chóp đều. **B.** $OC \perp (OAB)$.
C. $V_{OABC} = \dfrac{a^3}{6}$. **D.** $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2}{2}$.

Câu 3: Cho khối chóp có đáy là đa giác lồi có 7 cạnh. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. Số đỉnh của khối chóp bằng 15. **B.** Số cạnh của khối chóp bằng 8.
C. Số cạnh của khối chóp bằng 14. **D.** Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Câu 4: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?
A. Tứ diện đều. **B.** Thập nhị diện đều.
C. Bát diện đều. **D.** Nhị thập diện đều.

Câu 5: Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều ?
A. Tám mặt đều. **B.** Tứ diện đều.
C. Mười hai mặt đều. **D.** Hai mươi mặt đều.

Câu 6: Hình bát diện đều có số cạnh là
A. 12. **B.** 6. **C.** 20. **D.** 8.

Câu 7: Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?
A. 12. **B.** 16. **C.** 30. **D.** 8.

Câu 8: Khối hai mươi mặt đều thuộc loại nào sau đây ?
A. $\{5;3\}$ **B.** $\{3;4\}$ **C.** $\{4;3\}$ **D.** $\{3;5\}$

Câu 9: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?
A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 10: Khối đa diện 12 mặt đều có số đỉnh và số cạnh lần lượt là
A. 20 và 30. **B.** 12 và 30. **C.** 30 và 20. **D.** 12 và 20.

Câu 11: Khối đa diện đều loại $\{5,3\}$ có số mặt là.
A. 12. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 8.

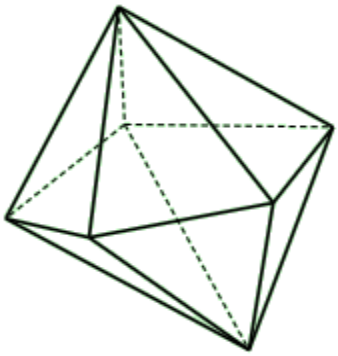
Câu 12: Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh ?
A. 15. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 13: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là:
A. Mười hai. **B.** Hai mươi. **C.** Ba mươi. **D.** Mười sáu.

Câu 14: Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?
A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 15: Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



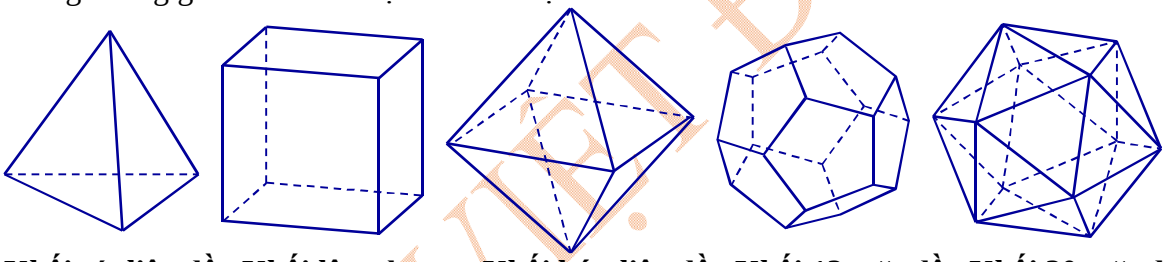
A. 7. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 16: Số đỉnh, số cạnh và số mặt của một khối tám mặt đều lần lượt là.
A. 4,6,8. **B.** 8,12,8. **C.** 20,30,12. **D.** 6,12,8.

Câu 17: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?
A. $\{3;3\}$ **B.** $\{3;4\}$ **C.** $\{5;3\}$ **D.** $\{4;3\}$

Câu 18: Hình nào **không phải** là hình đa diện đều trong các hình dưới đây?
A. Hình chóp tam giác đều.
B. Hình hộp chữ nhật có diện tích các mặt bằng nhau.
C. Hình lập phương.
D. Hình tứ diện đều.

Câu 19: Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều.



Khối tứ diện đều Khối lập phương Khối bát diện đều Khối 12 mặt đều Khối 20 mặt đều
Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?
A. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.
B. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.
C. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.
D. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

Câu 20: Số cạnh của hình 12 mặt đều là:
A. 12. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 16.

Câu 21: Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?
A. 20 cạnh. **B.** 30 cạnh. **C.** 12 cạnh. **D.** 16 cạnh.

Câu 22: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là:
A. Khối hộp chữ nhật. **B.** Khối tứ diện đều.
C. Khối lập phương. **D.** Khối bát diện đều.

Câu 23: Cho khối lập phương. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Số cạnh của khối lập phương là 8.
B. Khối lập phương là khối đa diện loại $\{3;4\}$.
C. Khối lập phương là khối đa diện loại $\{4;3\}$.
D. Số mặt của khối lập phương là 4.

Câu 24: Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại nào ?
A. $\{3;3\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{3;4\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Câu 25: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
A. Mỗi đỉnh của một khối đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

B. Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là những tam giác đều.
C. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.
D. Chỉ có năm loại khối đa diện đều.

Câu 26: Gọi n là số hình đa diện trong bốn hình trên. Tìm n.
A. $n=4$. **B.** $n=2$. **C.** $n=1$. **D.** $n=3$.

Câu 27: Khối đa diện nào được cho dưới đây là khối đa diện đều?
A. Khối chóp tứ giác đều. **B.** Khối lăng trụ đều.
C. Khối chóp tam giác đều. **D.** Khối lập phương.

Câu 28: Biết (H) là đa diện đều loại $\{3;5\}$ với số đỉnh và số cạnh lần lượt là a và b. Tính $a-b$.
A. $a-b=-18$. **B.** $a-b=18$. **C.** $a-b=-8$. **D.** $a-b=10$.

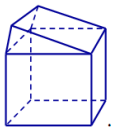
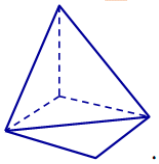
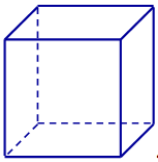
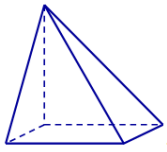
Câu 29: Kí hiệu M là số mặt, $Đ$ là số đỉnh và C là số cạnh của một hình bát diện đều. Khi đó bộ $(M, Đ, C)$ tương ứng với bộ số nào?
A. $(M, Đ, C)=(12,8,6)$. **B.** $(M, Đ, C)=(8,12,6)$.
C. $(M, Đ, C)=(6,12,8)$. **D.** $(M, Đ, C)=(8,6,12)$.

Câu 30: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có số đỉnh là
A. 8 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 10

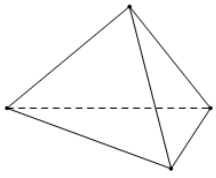
Câu 31: Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là:
A. 30, 20, 12. **B.** 20, 12, 30. **C.** 12, 30, 20. **D.** 20, 30, 12.

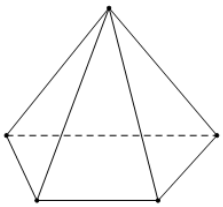
Câu 32: Khối tám mặt đều có tất cả bao nhiêu đỉnh?
A. 6. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

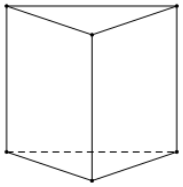
Câu 33: Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?
A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

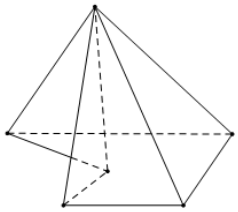
Câu 34: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?
A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Câu 35: Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?


Hình I


Hình II


Hình III

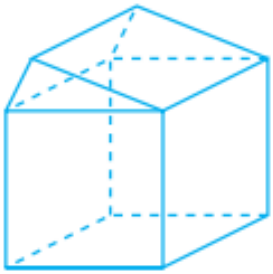

Hình IV

A. Hình (II). **B.** Hình (I). **C.** Hình (IV). **D.** Hình (III).

Câu 36: Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại 1 đỉnh của khối đa diện bằng
A. $180°$. **B.** $240°$. **C.** $324°$. **D.** $360°$.

Câu 37: Số đỉnh của một hình bát diện đều là.
A. 10. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 38: Hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt



A. 7. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 10.

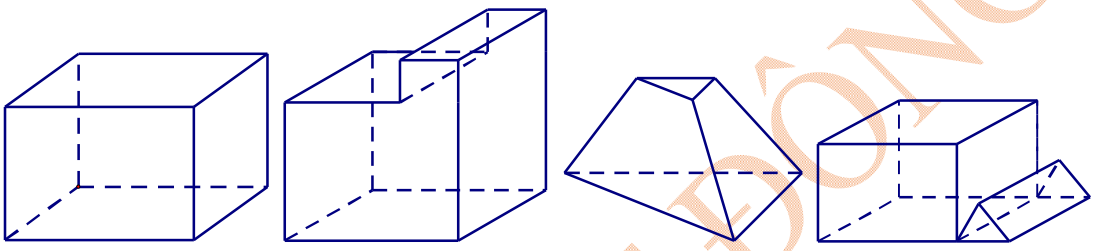
Câu 39: Số canh của một hình lập phương là.

A. 12. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 40: Hình đa diện đều có tất cả các mặt là ngũ giác có bao nhiêu cạnh?

A. 20. **B.** 60. **C.** 30. **D.** 12.

Câu 41: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.



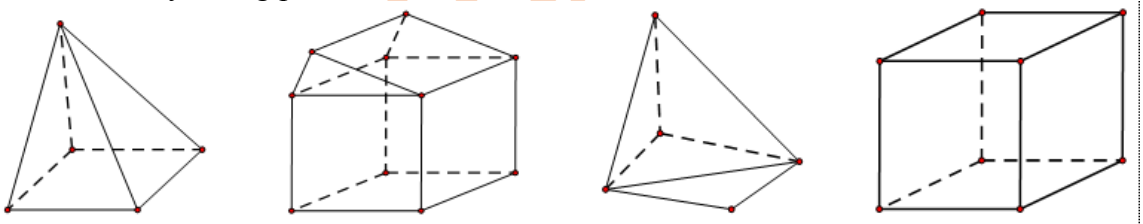
Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 3. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

Câu 42: Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

A. 20. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

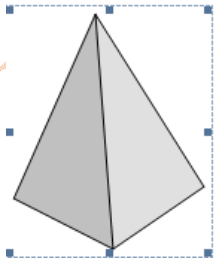
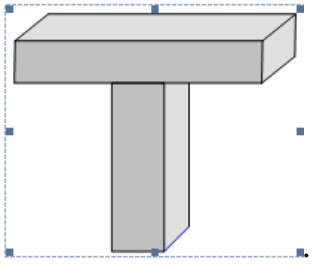
Câu 43: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?

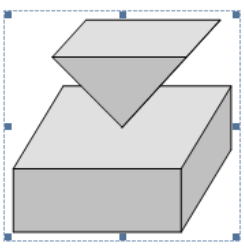
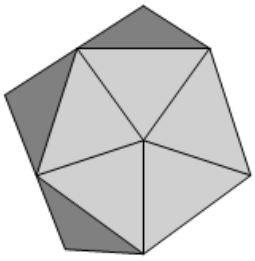


Hình 1 *Hình 2* *Hình 3* *Hình 4*

A. Hình 4. **B.** Hình 3. **C.** Hình 1. **D.** Hình 2.

Câu 44: Hình nào dưới đây không phải là một khối đa diện?

A.  . **B.**  .

C.  . **D.**  .

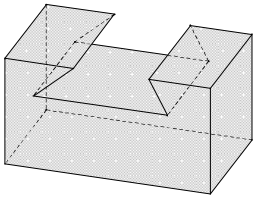
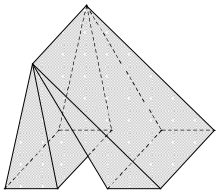
Câu 45: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

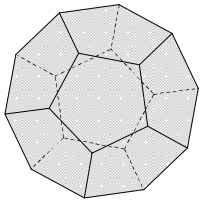
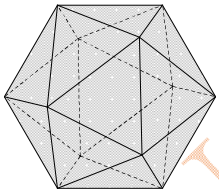
A. Ba mặt. **B.** Bốn mặt. **C.** Hai mặt. **D.** Năm mặt.

Câu 46: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là :

A. 14. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 47: Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?

A.  . **B.**  .

C.  . **D.**  .

Câu 48: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Nhị thập diện đều. **B.** Tứ diện đều.

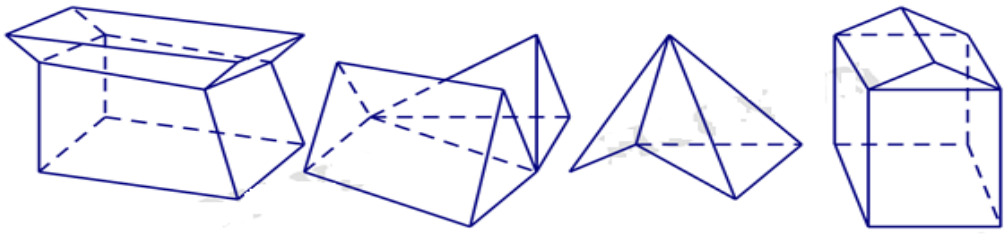
C. Thập nhị diện đều. **D.** Bát diện đều.

Câu 49: Cho ba tia Ox , Oy , Oz vuông góc với nhau từng đôi một và ba điểm $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$ sao cho $OA = OB = OC = a$. Khẳng định nào sau đây là sai:

A. $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2}{2}$. **B.** $OC \perp (OAB)$.

C. $V_{OABC} = \dfrac{a^3}{6}$. **D.** $OABC$ là hình chóp đều.

Câu 50: Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 51: Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

A. Lập phương. **B.** Tứ diện đều.

C. Hai mươi mặt đều. **D.** Tám mặt đều.

Câu 52: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Tứ diện đều là một hình chóp tam giác đều . **B.** Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau.

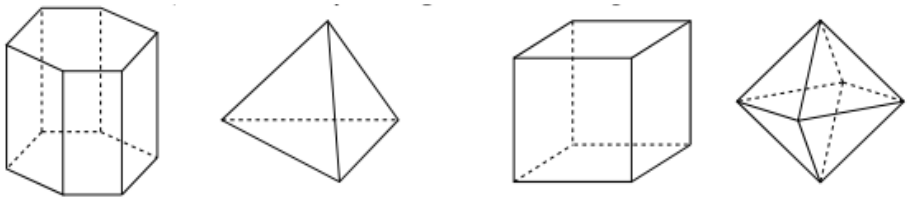
C. Hình chóp đều có các cạnh đáy bằng nhau. **D.** Hình chóp đều có các cạnh bên bằng nhau.

Câu 53: Tâm các mặt của hình lập phương tạo thành các đỉnh của khối đa diện nào sau đây ?

A. Khối bát diện đều. **B.** Khối lăng trụ tam giác đều.

C. Khối chóp lục giác đều. **D.** Khối tứ diện đều.

Câu 54: Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



A. Hình lập phương.
B. Bát diện đều.
C. Lăng trụ lục giác đều.
D. Tứ diện đều.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 1: NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN

DẠNG 1: NHẬN DẠNG CÁC KHỐI ĐA DIỆN

Câu 1: Hình đa diện đều có tất cả các mặt là ngũ giác có bao nhiêu cạnh?

A. 20. **B.** 12. **C.** 30. **D.** 60.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Khối mười hai mặt đều có 20 đỉnh, 30 cạnh và các mặt là những ngũ giác đều.

Câu 2: Cho ba tia Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và ba điểm $A \in Ox, B \in Oy, C \in Oz$ sao cho $OA = OB = OC = a$. Khẳng định nào sau đây là sai:

A. $OABC$ là hình chóp đều. **B.** $OC \perp (OAB)$.

C. $V_{OABC} = \dfrac{a^3}{6}$. **D.** $S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tứ diện $OABC$ có ba cạnh đôi một vuông góc không phải là hình chóp đều.

Câu 3: Cho khối chóp có đáy là đa giác lồi có 7 cạnh. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Số đỉnh của khối chóp bằng 15. **B.** Số cạnh của khối chóp bằng 8.

C. Số cạnh của khối chóp bằng 14. **D.** Số mặt của khối chóp bằng số đỉnh của nó.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phân tích: Ta chọn luôn được D bởi, mặt đáy của khối chóp có 7 cạnh, và tương ứng với 7 đỉnh của đáy ta có 7 cạnh bên. Khi đó $7+7=14$.

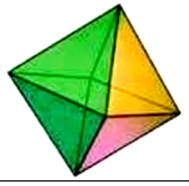
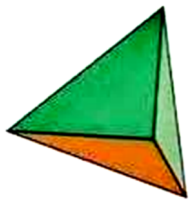
Câu 4: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Tứ diện đều. **B.** Thập nhị diện đều.

C. Bát diện đều. **D.** Nhị thập diện đều.

Hướng dẫn giải

Chọn B

A. Bát diện đều: có 8 mặt là các tam giác đều	
B. Nhị thập diện đều: có 20 mặt là các tam giác đều	
C. Tứ diện đều: có 4 mặt là các tam giác đều	

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Thập nhị diện đều: có 12 mặt là các **ngũ giác đều**	

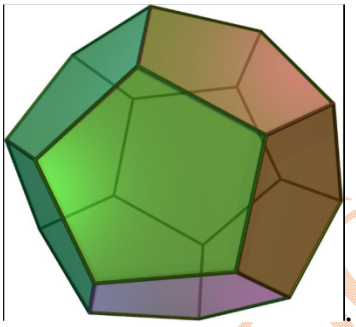
Câu 5: Khối đa diện đều nào sau đây có mặt không phải là tam giác đều ?

A. Tám mặt đều. **B.** Tứ diện đều.

C. Mười hai mặt đều. **D.** Hai mươi mặt đều.

Hướng dẫn giải

Chọn C

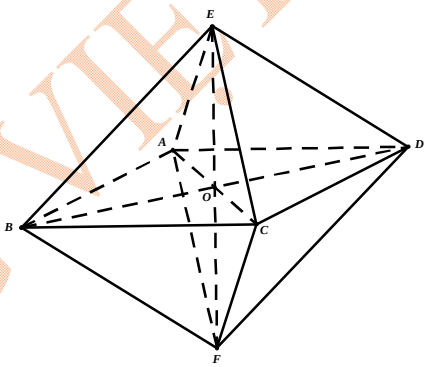


Hình khối 12 mặt đều.

Câu 6: Hình bát diện đều có số cạnh là

A. 12. **B.** 6. **C.** 20. **D.** 8.

Hướng dẫn giải



Chọn A

Số cạnh của hình bát diện đều là 12.

Câu 7: Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 12. **B.** 16. **C.** 30. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số cạnh của hình bát diện đều là 12 cạnh.

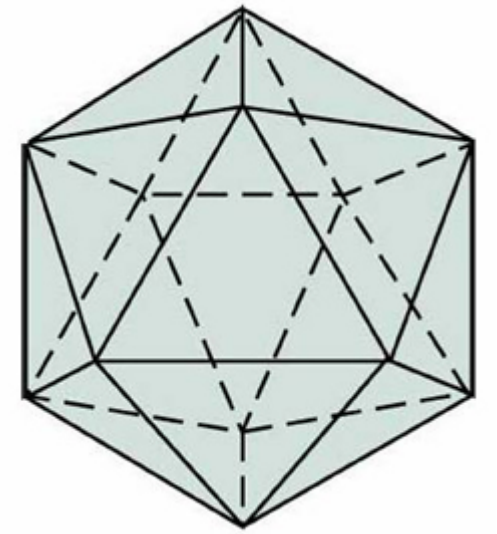
Câu 8: Khối hai mươi mặt đều thuộc loại nào sau đây ?

A. $\{5;3\}$ **B.** $\{3;4\}$ **C.** $\{4;3\}$ **D.** $\{3;5\}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Khối hai mươi mặt đều có các mặt là tam giác nên thuộc loại $\{3;5\}$.

Câu 9: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình tứ diện có 4 đỉnh và 4 mặt.

Câu 10: Khối đa diện 12 mặt đều có số đỉnh và số cạnh lần lượt là

A. 20 và 30. **B.** 12 và 30. **C.** 30 và 20. **D.** 12 và 20.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 11: Khối đa diện đều loại $\{5,3\}$ có số mặt là.

A. 12. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối đa diện đều loại $\{5,3\}$ là khối đa diện mười hai mặt đều nên có số mặt là 12.

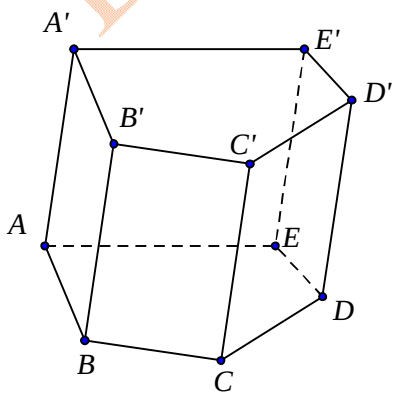
Câu 12: Khối lăng trụ ngũ giác có tất cả bao nhiêu cạnh ?

A. 15. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình vẽ.



Câu 13: Số đỉnh của hình mười hai mặt đều là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. Mười hai. **B.** Hai mươi. **C.** Ba mươi. **D.** Mười sáu.

Hướng dẫn giải

Chọn B

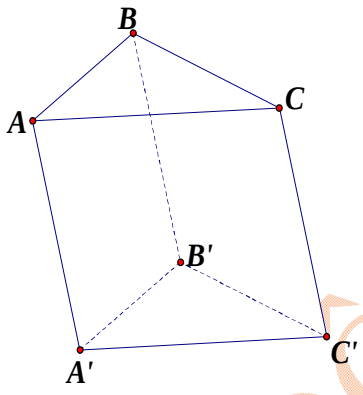
Hình mười hai mặt đều có số đỉnh là 20 (SGK HH12).

Câu 14: Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

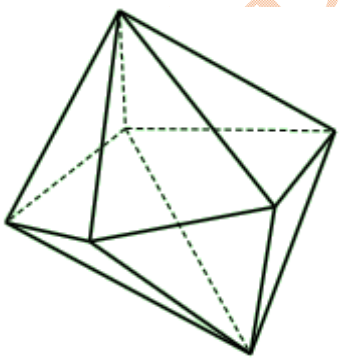
Hướng dẫn giải

Chọn D



* Lăng trụ tam giác có 5 mặt gồm 3 mặt bên và 2 mặt đáy.

Câu 15: Hình đa diện bên có bao nhiêu mặt?



A. 7. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình đa diện bên có 10 mặt.

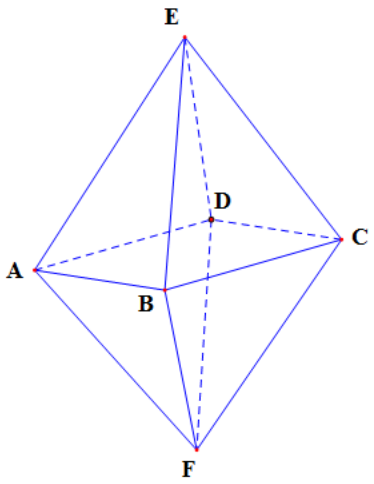
Câu 16: Số đỉnh, số cạnh và số mặt của một khối tám mặt đều lần lượt là.

A. 4,6,8. **B.** 8,12,8. **C.** 20,30,12. **D.** 6,12,8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựa vào hình vẽ.

Câu 17: Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3;3\}$ **B.** $\{3;4\}$ **C.** $\{5;3\}$ **D.** $\{4;3\}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do các mặt của bát diện đều là tam giác và mỗi đỉnh của bát diện đều là đỉnh chung của 4 mặt nên bát diện đều là khối đa diện đều loại $\{3;4\}$.

Câu 18: Hình nào **không phải** là hình đa diện đều trong các hình dưới đây?

A. Hình chóp tam giác đều.

B. Hình hộp chữ nhật có diện tích các mặt bằng nhau.

C. Hình lập phương.

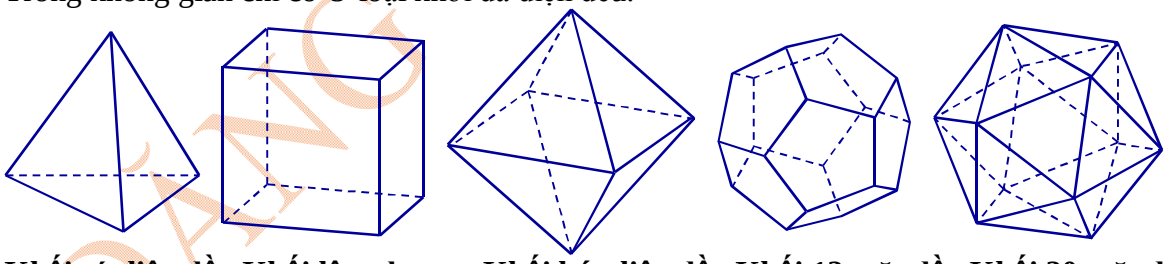
D. Hình tứ diện đều.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì hình chóp tam giác đều có các mặt bên là các tam giác cân không phải là tam giác đều.

Câu 19: Trong không gian chỉ có 5 loại khối đa diện đều.



Khối tứ diện đều Khối lập phương Khối bát diện đều Khối 12 mặt đều Khối 20 mặt đều

Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều có cùng số đỉnh.

B. Khối tứ diện đều và khối bát diện đều có 1 tâm đối xứng.

C. Khối lập phương và khối bát diện đều có cùng số cạnh.

D. Mọi khối đa diện đều có số mặt là những số chia hết cho 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Khối lập phương và khối bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 20: Số cạnh của hình 12 mặt đều là:

A. 12. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có số cạnh của hình mười hai mặt đều là 30.

Câu 21: Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 20 cạnh. **B.** 30 cạnh. **C.** 12 cạnh. **D.** 16 cạnh.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Khối mười hai mặt đều có 20 đỉnh, 30 cạnh và các mặt là những ngũ giác đều.

Câu 22: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là:

A. Khối hộp chữ nhật. **B.** Khối tứ diện đều.
C. Khối lập phương. **D.** Khối bát diện đều.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo định nghĩa khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối có: Mỗi mặt là 1 đa giác đều có 4 cạnh (hình vuông), mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng 3 mặt. Vậy nó là khối lập phương.

Theo bảng tóm tắt về năm loại khối đa diện đều

Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3;3\}$	Tứ diện đều	4	6	4
$\{4;3\}$	Lập phương	8	12	6
$\{3;4\}$	Bát diện đều	6	12	8
$\{5;3\}$	Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3;5\}$	Hai mươi mặt đều	12	30	20

Câu 23: Cho khối lập phương. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Số cạnh của khối lập phương là 8.

B. Khối lập phương là khối đa diện loại $\{3;4\}$.

C. Khối lập phương là khối đa diện loại $\{4;3\}$.

D. Số mặt của khối lập phương là 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Khối lập phương có mỗi mặt là một đa giác đều 4 cạnh.
Khối lập phương có mỗi điểm là đỉnh chung của đúng 3 mặt.
Vậy khối lập phương là khối đa diện loại $\{4;3\}$.

Câu 24: Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại nào ?

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{3;4\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 25: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Mỗi đỉnh của một khối đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.
B. Hình chóp tam giác đều là hình chóp có bốn mặt là những tam giác đều.
C. Mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt.
D. Chỉ có năm loại khối đa diện đều.

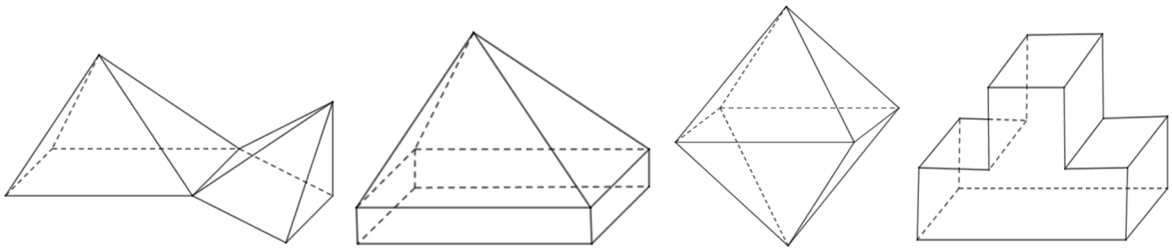
Hướng dẫn giải

Chọn B

Dễ thấy các mệnh đề **A, B, D** đúng.
Mệnh đề **C** sai vì để có bốn mặt là những tam giác đều thì phải có một tứ diện đều. Hình chóp tam giác đều chỉ có chắc chắn một mặt đáy là tam giác đều còn các mặt bên có thể là các tam giác cân.

Câu 26: Gọi n là số hình đa diện trong bốn hình trên. Tìm n.

A. $n=4$. **B.** $n=2$. **C.** $n=1$. **D.** $n=3$.



Hướng dẫn giải

Chọn D

Số hình đa diện là 3 vì hình đầu tiên không phải hình đa diện.

Câu 27: Khối đa diện nào được cho dưới đây là khối đa diện đều?

A. Khối chóp tứ giác đều. **B.** Khối lăng trụ đều.

C. Khối chóp tam giác đều. **D.** Khối lập phương.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 28: Biết (H) là đa diện đều loại $\{3;5\}$ với số đỉnh và số cạnh lần lượt là a và b. Tính $a-b$.

A. $a-b=-18$. **B.** $a-b=18$. **C.** $a-b=-8$. **D.** $a-b=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều với số đỉnh $a=12$ và số cạnh $b=30$.

Do đó $a-b=-18$.

Câu 29: Kí hiệu M là số mặt, $Đ$ là số đỉnh và C là số cạnh của một hình bát diện đều. Khi đó bộ $(M, Đ, C)$ tương ứng với bộ số nào?

A. $(M, Đ, C)=(12,8,6)$. **B.** $(M, Đ, C)=(8,12,6)$.

C. $(M, Đ, C)=(6,12,8)$. **D.** $(M, Đ, C)=(8,6,12)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình bát diện đều có 8 mặt, mỗi mặt là tam giác đều, có 6 đỉnh và 12 cạnh.

Câu 30: Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có số đỉnh là

A. 8 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 10

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối đa diện có các mặt là một tứ giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng ba mặt. Vậy khối đa diện đó là khối lập phương.

Do đó, số đỉnh của khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là 8 đỉnh.

Câu 31: Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là:

A. $30, 20, 12$. **B.** $20, 12, 30$. **C.** $12, 30, 20$. **D.** $20, 30, 12$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 32: Khối tám mặt đều có tất cả bao nhiêu đỉnh?

A. 6. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối bát diện đều có 6 đỉnh và 12 cạnh.

Câu 33: Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 2. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

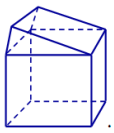
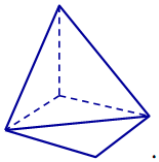
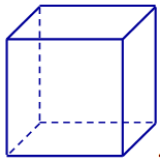
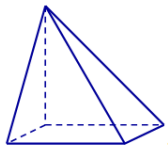
Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Có ba loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều là: khối tứ diện đều, khối bát diện đều và khối hai mươi mặt đều.

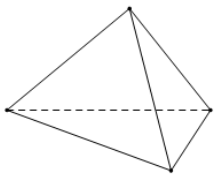
Câu 34: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?

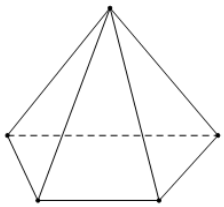
A.  **B.**  **C.**  **D.** 

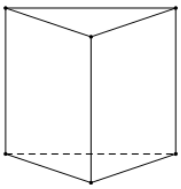
Hướng dẫn giải

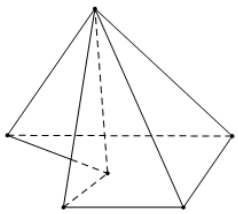
Chọn B

Câu 35: Trong các hình dưới đây hình nào không phải đa diện lồi?


Hình I


Hình II

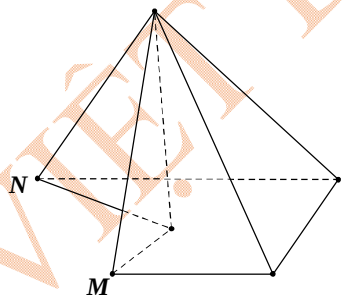

Hình III


Hình IV

A. Hình (II). **B.** Hình (I). **C.** Hình (IV). **D.** Hình (III).

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có đường nối hai điểm MN không thuộc hình IV nên đây không phải là đa diện lồi.

Câu 36: Cho khối đa diện đều loại $\{3;4\}$. Tổng các góc phẳng tại 1 đỉnh của khối đa diện bằng

A. $180°$. **B.** $240°$. **C.** $324°$. **D.** $360°$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Khối đa diện đều loại $\{3;4\}$ là khối bát diện đều, mỗi mặt là một tam giác đều và tại mỗi đỉnh có 4 tam giác đều nên tổng các góc tại 1 đỉnh bằng $240°$.

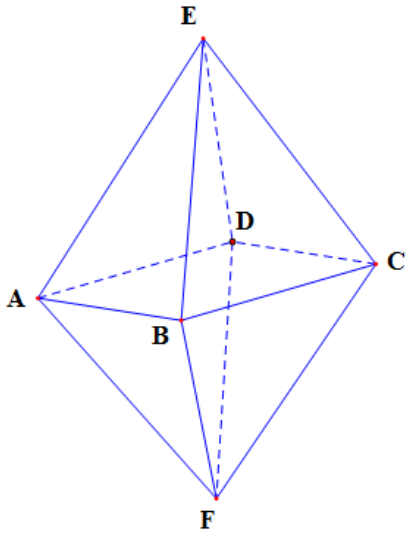
Câu 37: Số đỉnh của một hình bát diện đều là.

A. 10. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 8.

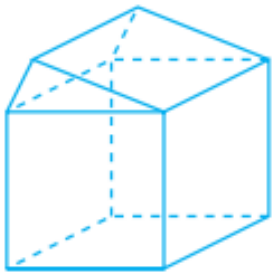
Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



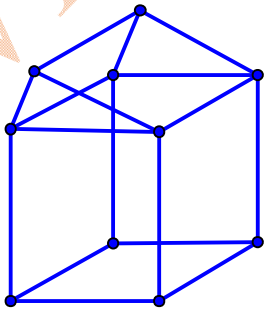
Câu 38: Hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt



A. 7. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Từ hình vẽ 1 suy ra có 9 mặt.

Câu 39: Số canh của một hình lập phương là.

A. 12. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hai mặt đáy mỗi mặt có 4 cạnh, và 4 đường cao là 12.

Câu 40: Hình đa diện đều có tất cả các mặt là ngũ giác có bao nhiêu cạnh?

A. 20. **B.** 60. **C.** 30. **D.** 12.

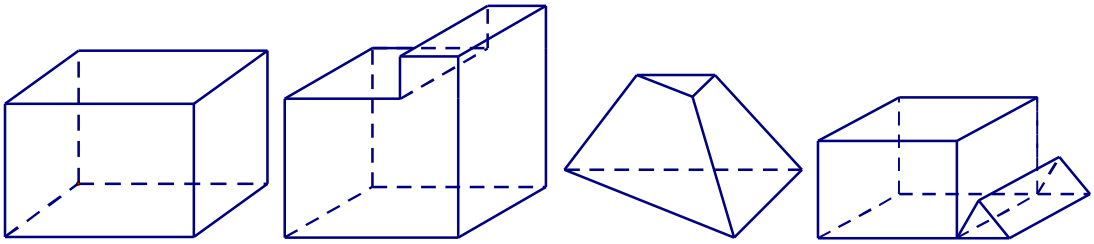
Hướng dẫn giải

Chọn C

Hình đa diện đều có tất cả các mặt là ngũ giác đều là hình mười hai mặt đều (loại $\{5;3\}$) có 20 đỉnh, 30 cạnh, 12 mặt.

Câu 41: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 3. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình 4 không phải là hình đa diện.

Câu 42: Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

A. 20. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

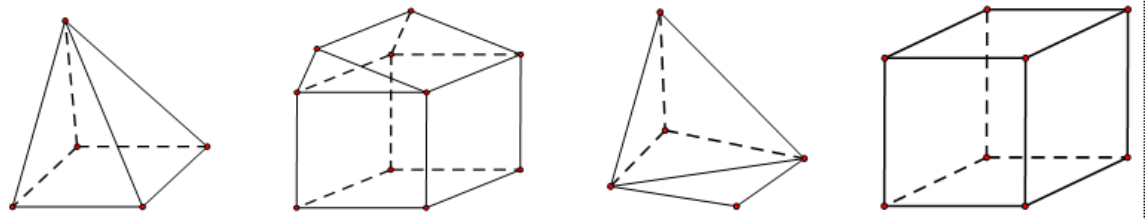
Chọn B

Số cạnh bên của hình chóp bằng số cạnh đáy.

Suy ra số cạnh bên của hình chóp là: $\frac{20}{2}=10$ cạnh.

Vậy hình chóp có 10 mặt bên và 1 mặt đáy.

Câu 43: Hình nào dưới đây không phải là hình đa diện?



Hình 1 *Hình 2* *Hình 3* *Hình 4*

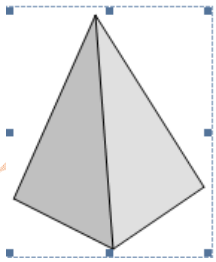
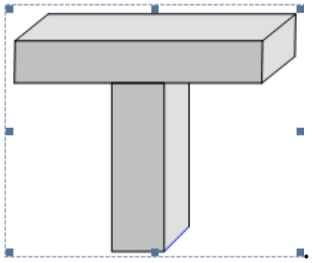
A. Hình 4. **B.** Hình 3. **C.** Hình 1. **D.** Hình 2.

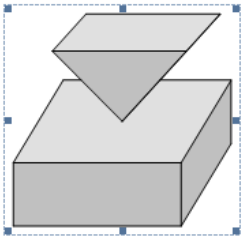
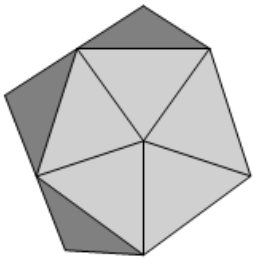
Hướng dẫn giải

Chọn B

Có một cạnh là cạnh chung của 3 mặt.

Câu 44: Hình nào dưới đây không phải là một khối đa diện?

A.  . **B.**  .

C.  . **D.**  .

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 45: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Ba mặt. **B.** Bốn mặt. **C.** Hai mặt. **D.** Năm mặt.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt nên **Chọn A**

Câu 46: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là :

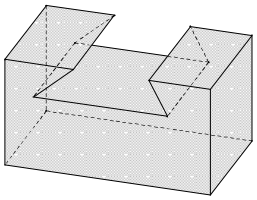
A. 14. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

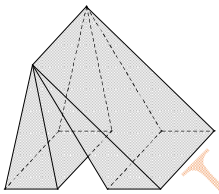
Hướng dẫn giải

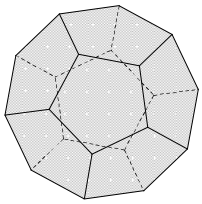
Chọn C

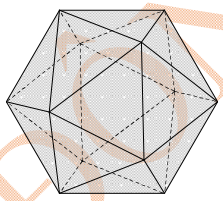
Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ là khối mười hai mặt đều.

Câu 47: Vật thể nào trong các vật thể sau không phải là khối đa diện?

A.  .

B.  .

C.  .

D.  .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì hình C vi phạm tính chất "Mỗi cạnh của miền đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai miền đa giác".

Câu 48: Khối đa diện nào sau đây có các mặt không phải là tam giác đều?

A. Nhị thập diện đều. **B.** Tứ diện đều.

C. Thập nhị diện đều. **D.** Bát diện đều.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 49: Cho ba tia Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và ba điểm $A\in Ox, B\in Oy, C\in Oz$ sao cho $OA=OB=OC=a$. Khẳng định nào sau đây là sai:

A. $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2}{2}$. **B.** $OC\perp (OAB)$.

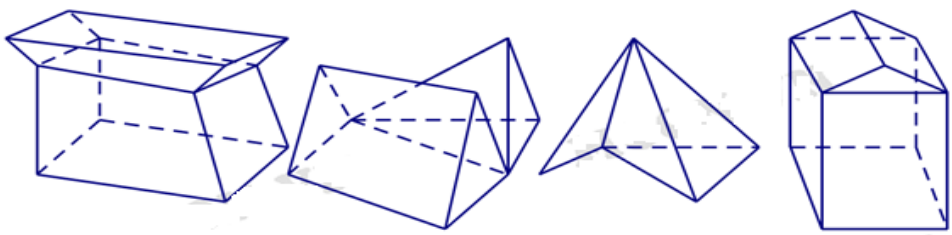
C. $V_{OABC}=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $OABC$ là hình chóp đều.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tứ diện $OABC$ có ba cạnh đôi một vuông góc không phải là hình chóp đều.

Câu 50: Số hình đa diện lồi trong các hình dưới đây là



A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

Quan sát bốn hình trên ta thấy chỉ có một hình thứ tư từ trái qua là hình đa diện lồi vì lấy bất kỳ hai điểm nào thì đoạn thẳng nối hai điểm đó nằm trong khối đa diện.

Vậy chỉ có một đa diện lồi.

Câu 51: Khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối

A. Lập phương.
B. Tứ diện đều.
C. Hai mươi mặt đều.
D. Tám mặt đều.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo SGK Hình học 12 trang 17 thì khối đa diện đều loại $\{3;5\}$ là khối hai mươi mặt đều.

Câu 52: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. Tứ diện đều là một hình chóp tam giác đều .
B. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau.
C. Hình chóp đều có các cạnh đáy bằng nhau.
D. Hình chóp đều có các cạnh bên bằng nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn B

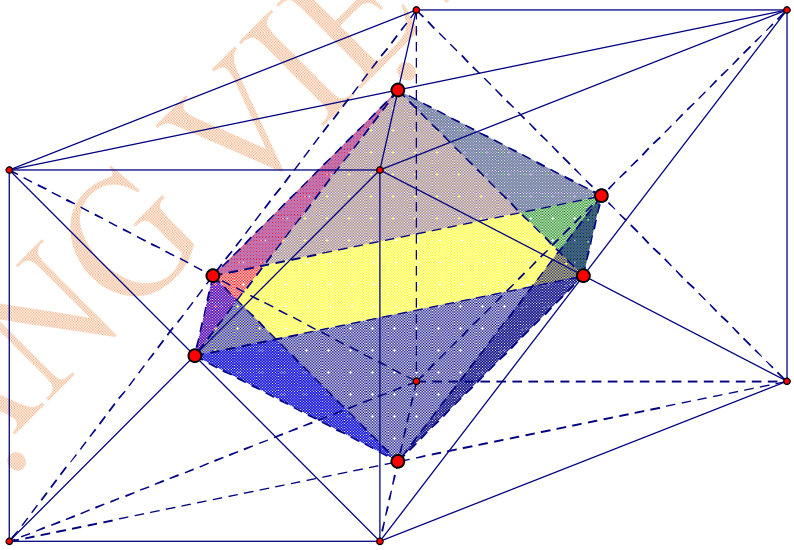
Khẳng định **A** sai vì hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác cân. Do đó không thể có tất cả các cạnh bằng nhau.

Câu 53: Tâm các mặt của hình lập phương tạo thành các đỉnh của khối đa diện nào sau đây ?

A. Khối bát diện đều.
B. Khối lăng trụ tam giác đều.
C. Khối chóp lục giác đều.
D. Khối tứ diện đều.

Hướng dẫn giải

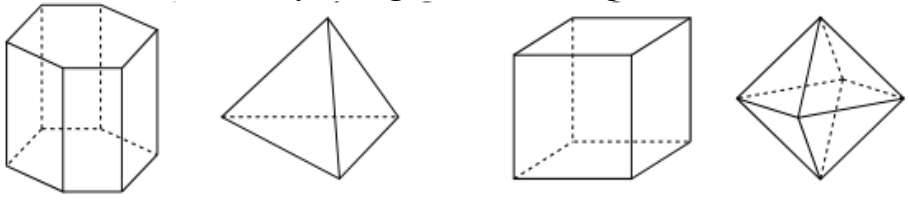
Chọn A



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng a. Khi đó tâm các mặt của khối lập phương tạo thành khối đa diện có các cạnh bằng nhau và đều bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Vậy nó là các đỉnh của một khối bát diện đều.

Câu 54: Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?



A. Hình lập phương.
B. Bát diện đều.

C. Lăng trụ lục giác đều. **D.** Tứ diện đều.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dễ thấy hình tứ diện đều không có tâm đối xứng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 1: NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN

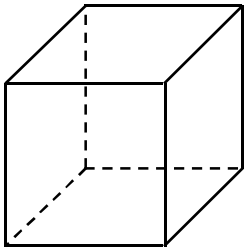
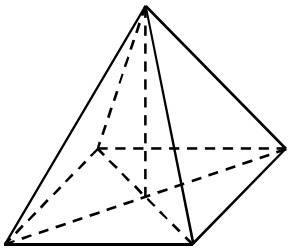
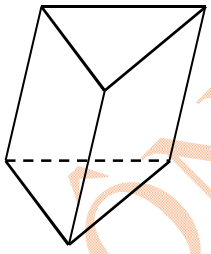
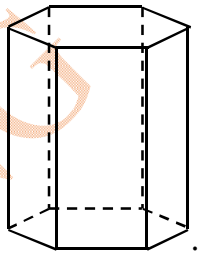
DẠNG 2: TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA KHỐI ĐA DIỆN

Câu 1. Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?
A. 9. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 2. Hình nào dưới nào dưới đây **không** có trục đối xứng?
A. Hình bình hành. **B.** Hình thang cân. **C.** Hình elip. **D.** Tam giác cân.

Câu 3. Một hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 4. Hình đa diện nào sau đây không có mặt đối xứng?

A. Hình chóp tứ giác đều. **B.** Hình lập phương.
C. Hình lăng trụ lục giác đều. **D.** Hình lăng trụ tam giác.

Câu 5. Hình nào sau đây không có trục đối xứng?
A. Hình tròn. **B.** Đường thẳng. **C.** Hình hộp xiên. **D.** Tam giác đều.

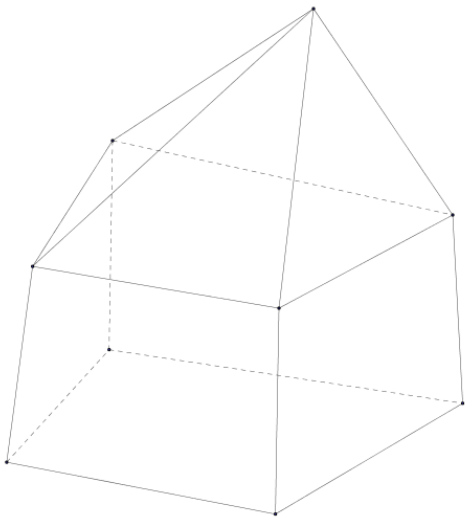
Câu 6. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 7. Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 8. Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là
A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Hình chóp này có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 10. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh:



A. 9. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 11. Khối tứ diện đều có mấy mặt phẳng đối xứng.
A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 12. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 13. Khối bát diện có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 7 mặt phẳng. **B.** 5 mặt phẳng. **C.** 8 mặt phẳng. **D.** 9 mặt phẳng.

Câu 14. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?
A. Hai. **B.** Ba. **C.** Một. **D.** Bốn.

Câu 15. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 6 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng. **C.** 3 mặt phẳng. **D.** 9 mặt phẳng.

Câu 16. Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 4. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 17. Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 9. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 18. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 6 **B.** 4. **C.** 9 **D.** 3.

Câu 19. Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Có bao nhiêu mặt phẳng cách đều cả 5 điểm S, A, B, C, D?
A. 5. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 20. Biết rằng một hình đa diện H có 6 mặt là 6 tam giác đều. Hãy chỉ ra mệnh đề nào dưới đây là **đúng?**
A. Có tồn tại một hình H có hai tâm đối xứng phân biệt.
B. Không tồn tại hình H nào có mặt phẳng đối xứng.
C. Có tồn tại một hình H có đúng 4 mặt đối xứng.
D. Không tồn tại hình H nào có đúng 5 đỉnh.

Câu 21. Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 22. Hình đa diện nào sau đây không có tâm đối xứng?
A. Hình hộp chữ nhật. **B.** Hình bát diện đều.
C. Hình tứ diện đều. **D.** Hình lập phương.

Câu 23. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?
A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 24. Tìm số mặt phẳng đối xứng của khối bát diện đều.
A. 5. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 25. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng ?
A. Hình bát diện đều. **B.** Hình tứ diện đều.
C. Hình lập phương **D.** Hình lăng trụ tứ giác đều.

DẠNG 3: TÍNH CHẤT KHÁC CỦA KHỐI ĐA DIỆN

Câu 26. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là
A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi O là tâm của đáy và S' là điểm đối xứng của S qua O. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. Tứ diện $B.SAC$ là tứ diện đều.
B. Hình chóp $S'.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.
C. Hình đa diện có 6 đỉnh S, A, B, C, D, S' là bát diện đều.
D. Hình chóp $B.SAS'C$ là hình chóp tứ giác đều.

Câu 28. Khối lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?
A. 6 mặt. **B.** 5 mặt. **C.** 7 mặt. **D.** 9 mặt.

Câu 29. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?
Số các cạnh của hình đa diện đều luôn luôn:
A. Lớn hơn hoặc bằng 8. **B.** Lớn hơn hoặc bằng 6.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. Lớn hơn 6. **D.** Lớn hơn 7.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đa giác đáy $ABCD$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $BD \perp (SAC)$. **B.** $BC \perp (SAB)$. **C.** $BC \perp (SBD)$. **D.** $OS \perp (ABCD)$.

Câu 31. Gọi M, C, $Đ$ thứ tự là số mặt, số cạnh, số đỉnh của hình bát diện đều. Khi đó $S = M + C + Đ$ bằng:

A. $S = 30$ **B.** $S = 14$ **C.** $S = 24$ **D.** $S = 26$

Câu 32. Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh.

A. 16. **B.** 20. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 33. Khối lăng trụ tam giác có bao nhiêu đỉnh?

A. 3 **B.** 1 **C.** 5 **D.** 6

Câu 34. Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 35. Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài $8\ cm$. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn *(giả sử mối nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể)?*

A. $128\ m$ **B.** $96\ m$ **C.** $960\ m$ **D.** $192\ m$

Câu 36. Một hình chóp có tất cả 2018 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu đỉnh?

A. 1008. **B.** 1009. **C.** 2018. **D.** 2017.

Câu 37. Một hình đa diện có các mặt là các tam giác có số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $C = 2M$ **B.** $3M = 2C$ **C.** $2C = M$ **D.** $3C = 2M$

Câu 38. Một hình lăng trụ có 2018 mặt, hỏi hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh ?

A. 6057. **B.** 6051. **C.** 6045. **D.** 6048.

Câu 39. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Ba mặt **B.** Hai mặt **C.** Bốn mặt **D.** Năm mặt

Câu 40. Số đỉnh của một hình bát diện đều là:

A. 12. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 41. Số đỉnh của một hình bát diện đều là

A. 12. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 6.

Câu 42. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** vô số.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có ΔABC vuông tại B. $BA = a$, $BC = 2a$, ΔDBC đều cho biết góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (DBC) bằng 30°. Xét hai câu:

(I). Kẻ $DH \perp (ABC)$ thì H là trung điểm cạnh AC.

(II). $V_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hãy chọn câu đúng.

A. Chỉ (II). **B.** Cả hai đúng. **C.** Chỉ (I). **D.** Cả hai sai.

DẠNG 4: PHÂN CHIA, LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN

Câu 44. Một đứa trẻ dán 42 hình lập phương cạnh $1cm$ lại với nhau, tạo thành một khối hộp có mặt hình chữ nhật. Nếu chu vi đáy là $18cm$ thì chiều cao của khối hộp là:

A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 45.] Một hình lập phương có cạnh $4cm$ Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh $1cm$ Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 48. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Câu 46. Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$.
B. $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$.
C. $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.
D. $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$.

Câu 47. Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?
A. Ba khối tứ diện.
B. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
C. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
D. Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

Câu 48. Cắt khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$ bởi các mặt phẳng $(MN'P')$ và (MNP') ta được những khối đa diện nào?
A. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
B. Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.
C. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác.
D. Ba khối tứ diện.

Câu 49. Người ta xếp 12 khối lập phương cạnh $4cm$ để tạo thành một khối hộp chữ nhật. Ba kích thước của khối chữ nhật có thể là:
A. $4;4;20$ hoặc $4;8;16$ hoặc $8;8;12$.
B. $4;8;32$ hoặc $8,12,16$.
C. $4;4;32$ hoặc $4,12,24$.
D. $4;4;48$ hoặc $4;8;24$ hoặc $4;12;16$ hoặc $8;8;12$.

Câu 50. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$; $DN = 3ND'$; $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng

A. $\frac{8440}{9}$.
B. $\frac{5275}{6}$.
C. $\frac{7385}{18}$.
D. $\frac{5275}{12}$.

Câu 51. Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?
A. 4.
B. 6.
C. 2.
D. 8.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 1: NHẬN DẠNG KHỐI ĐA DIỆN

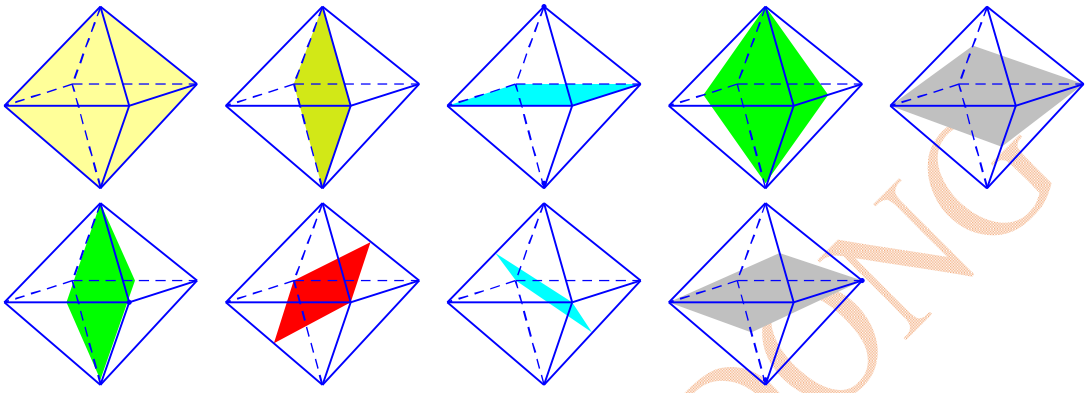
DẠNG 2: TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA KHỐI ĐA DIỆN

Câu 1. Hình bát diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 9. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Câu 2. Hình nào dưới nào dưới đây **không** có trục đối xứng?

A. Hình bình hành. **B.** Hình thang cân. **C.** Hình elip. **D.** Tam giác cân.

Hướng dẫn giải

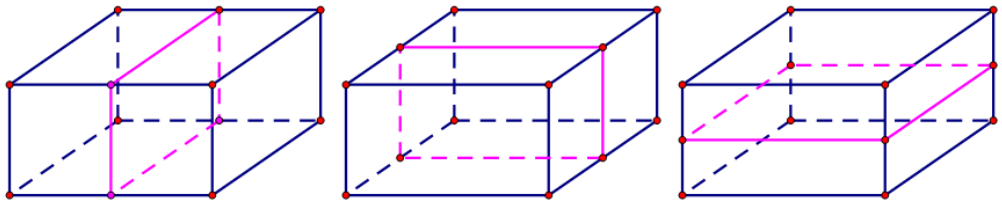
Chọn A

Câu 3. Một hình hộp chữ nhật có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

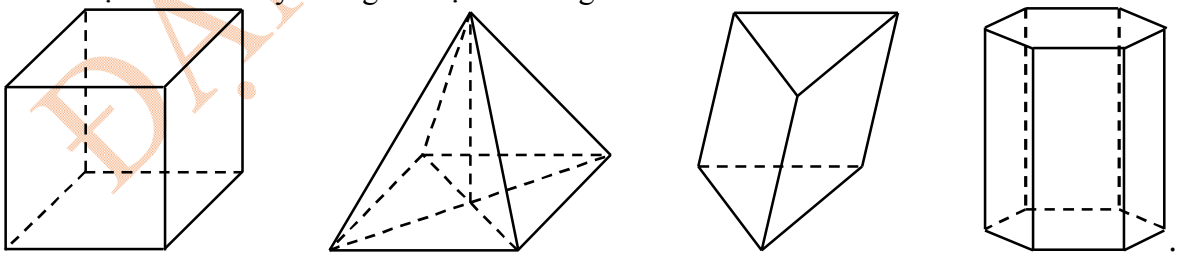
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Câu 4. Hình đa diện nào sau đây không có mặt đối xứng?



A. Hình chóp tứ giác đều. **B.** Hình lập phương.

C. Hình lăng trụ lục giác đều. **D.** Hình lăng trụ tam giác.

Hướng dẫn giải

Chọn D

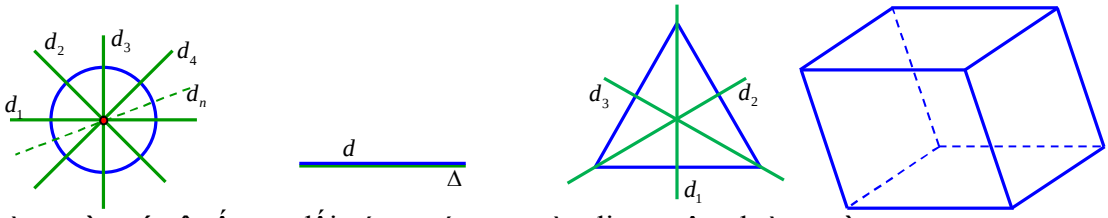
Câu 5. Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

A. Hình tròn. **B.** Đường thẳng. **C.** Hình hộp xiên. **D.** Tam giác đều.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



❍ Đường tròn có vô số trục đối xứng, các trục này đi qua tâm đường tròn.
❍ Đường thẳng có 1 trục đối xứng trùng với nó.
❍ Tam giác đều có 3 trục đối xứng, các trục này đi qua trọng tâm của tam giác đều.
❍ Hình hộp xiên không có trục đối xứng.

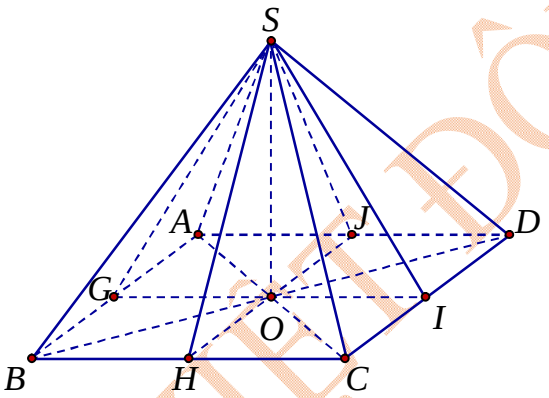
Câu 6. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đó là các mặt phẳng (SAC), (SBD), (SHJ), (SGI) với G, H, I, J là các trung điểm của các cạnh AB, CB, CD, AD (hình vẽ bên dưới).



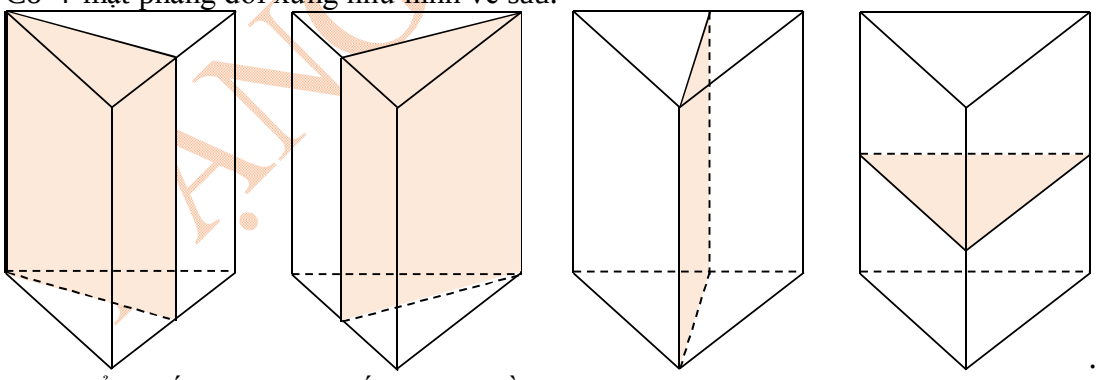
Câu 7. Hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Có 4 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ sau.



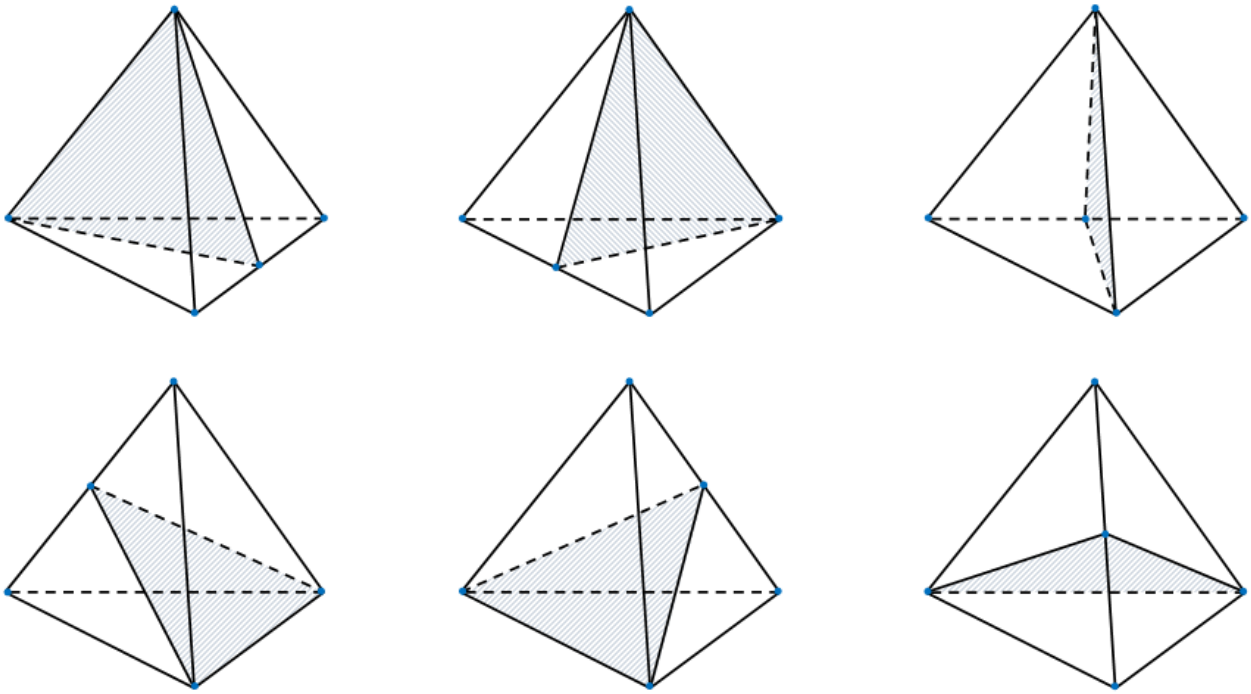
Câu 8. Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Hình chóp này có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

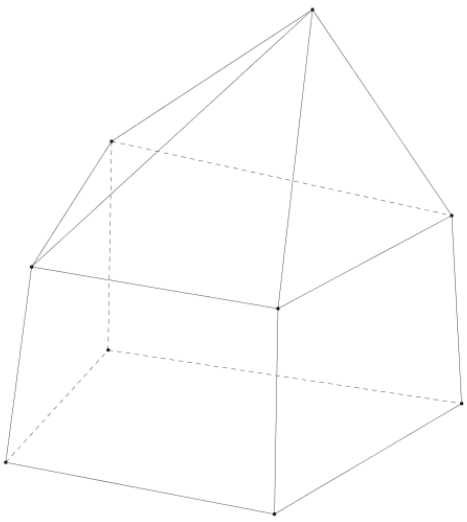
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo giả thiết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy suy ra $SA \perp (ABCD)$. Mặt khác đáy $ABCD$ là hình vuông nên hình chóp $S.ABCD$ chỉ có một mặt phẳng đối xứng là (SAC).

Câu 10. Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu cạnh:



A. 9. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B

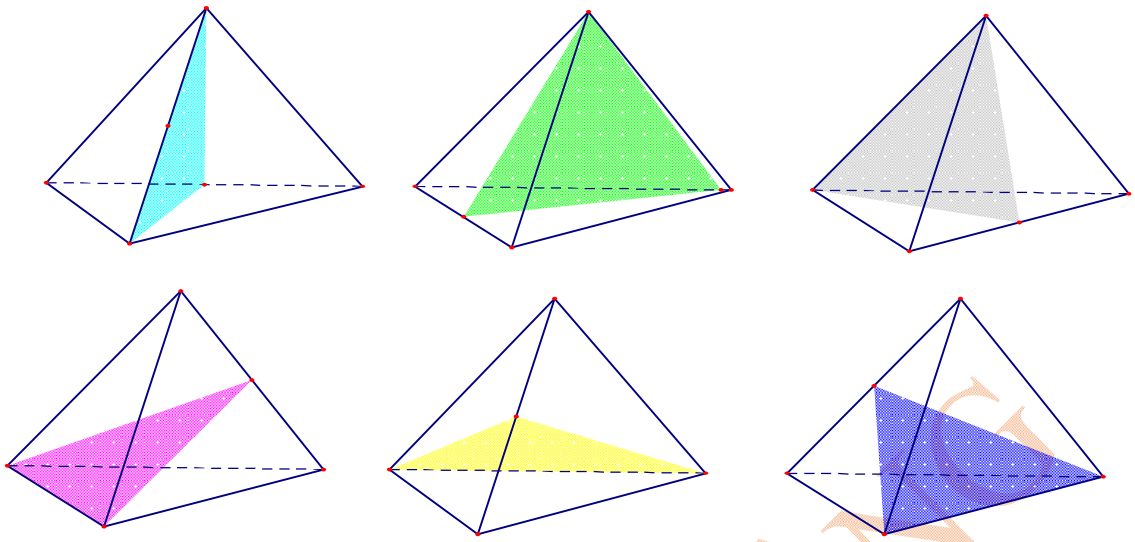
Câu 11. Khối tứ diện đều có mấy mặt phẳng đối xứng.

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Các mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là các mặt phẳng chứa một cạnh và qua trung điểm cạnh đối diện.



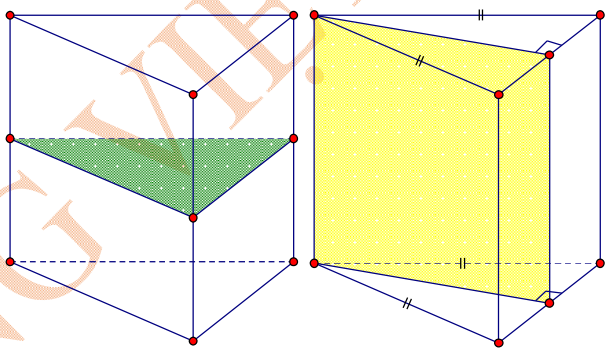
Câu 12. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều có 2 mặt phẳng đối xứng gồm mặt phẳng trung trực của cạnh bên và mặt phẳng trung trực của cạnh đáy của tam giác đáy hình lăng trụ (hình vẽ minh họa).



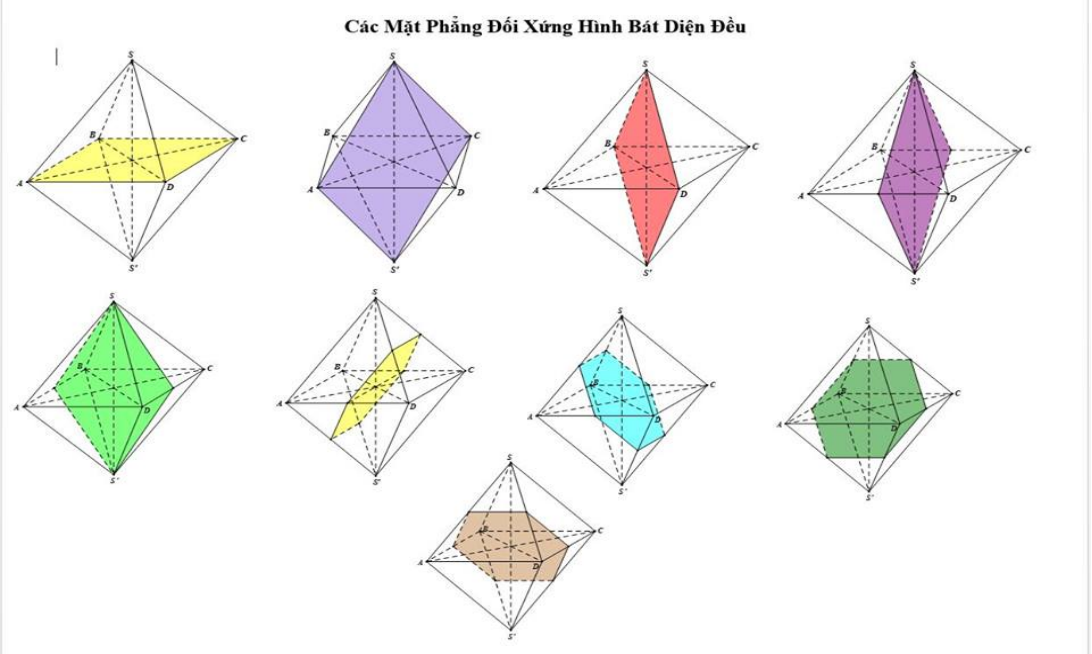
Câu 13. Khối bát diện có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 7 mặt phẳng. **B.** 5 mặt phẳng. **C.** 8 mặt phẳng. **D.** 9 mặt phẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

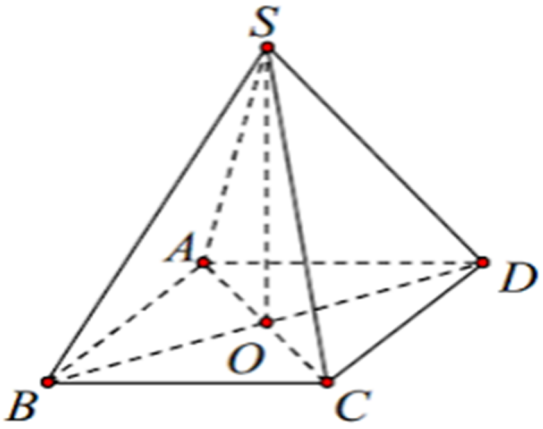


Câu 14. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu trục đối xứng?

A. Hai. **B.** Ba. **C.** Một. **D.** Bốn.

Hướng dẫn giải

Chọn C



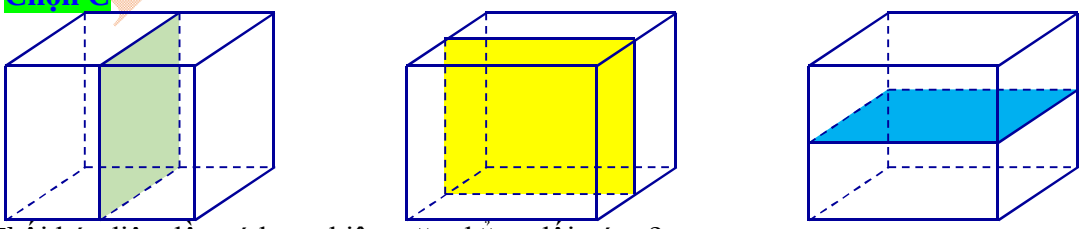
Hình chóp tứ giác đều có một trục đối xứng là đường thẳng đi qua đỉnh và tâm của đa giác đáy.

Câu 15. Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 mặt phẳng. **B.** 4 mặt phẳng. **C.** 3 mặt phẳng. **D.** 9 mặt phẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

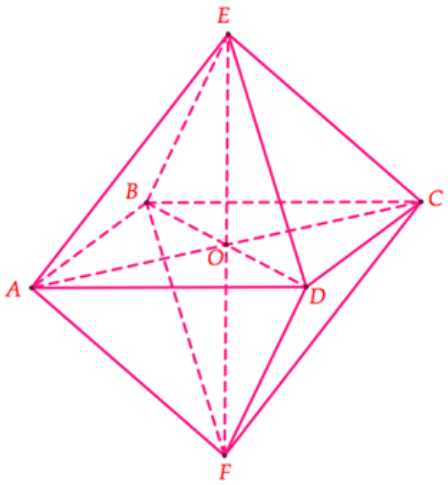


Câu 16. Khối bát diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Hình bát diện $ABCDEF$ có 9 mặt phẳng đối xứng: 3 mặt phẳng $(ABCD),(BEDF),(AECF)$ và 6 mặt phẳng mà mỗi mặt phẳng là trung trực của hai cạnh song song.

Câu 17. Hình lập phương có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 9. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A

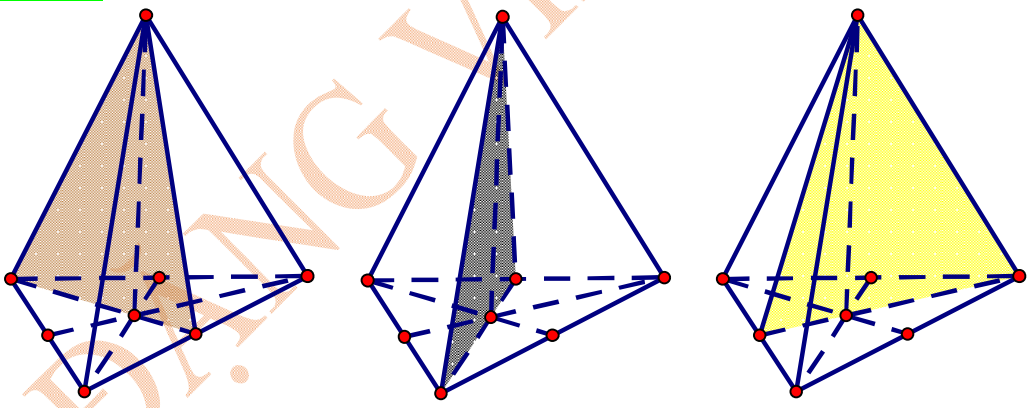
Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có 9 mặt đối xứng: 3 mặt phẳng trung trực của ba cạnh AB, AD, AA' và 6 mặt phẳng mà mỗi mặt phẳng đi qua hai cạnh đối diện.

Câu 18. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6 **B.** 4. **C.** 9 **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Mặt phẳng đối xứng của khối chóp trên tạo bởi cạnh bên và trung điểm của cạnh đáy đối diện.

Vậy khối chóp trên có 3 mặt phẳng đối xứng.

Câu 19. Khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Có bao nhiêu mặt phẳng cách đều cả 5 điểm S, A, B, C, D?

A. 5. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Có 5 mặt phẳng cách đều 5 điểm S, A, B, C, D:

- Mặt phẳng đi qua 4 trung điểm của 4 cạnh bên: có 1 mặt.
- Mặt phẳng đi qua tâm O và song song với từng mặt bên : có 4 mặt như vậy

Câu 20. Biết rằng một hình đa diện H có 6 mặt là 6 tam giác đều. Hãy chỉ ra mệnh đề nào dưới đây là **đúng?**

A. Có tồn tại một hình H có hai tâm đối xứng phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

B. Không tồn tại hình H nào có mặt phẳng đối xứng.
C. Có tồn tại một hình H có đúng 4 mặt đối xứng.
D. Không tồn tại hình H nào có đúng 5 đỉnh.

Hướng dẫn giải

Chọn C

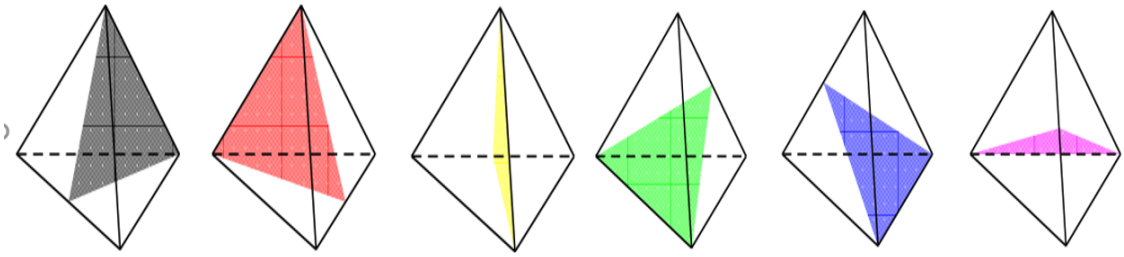
Luôn tồn tại hình đa diện H có mặt phẳng đối xứng và có đúng 5 đỉnh, H không có tâm đối xứng.

Câu 21. Hình tứ diện đều có tất cả bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Hình tứ diện có tất cả 6 mặt phẳng đối xứng.

Câu 22. Hình đa diện nào sau đây không có tâm đối xứng?

A. Hình hộp chữ nhật. **B.** Hình bát diện đều.
C. Hình tứ diện đều. **D.** Hình lập phương.

Hướng dẫn giải

Chọn C

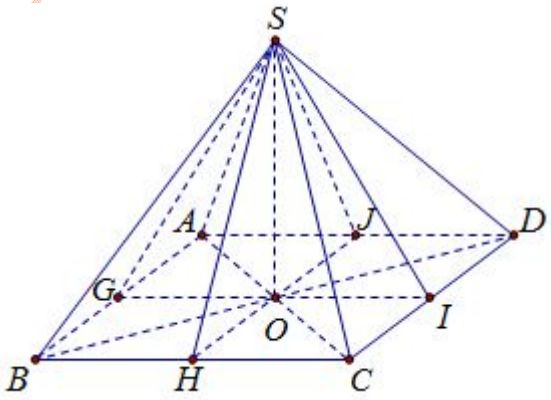
Câu 23. Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng ?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đó là các mặt phẳng (SAC), (SBD), (SHJ), (SGI) với G, H, I, J là các trung điểm của các cạnh đáy dưới hình vẽ bên dưới.



Câu 24. Tìm số mặt phẳng đối xứng của khối bát diện đều.

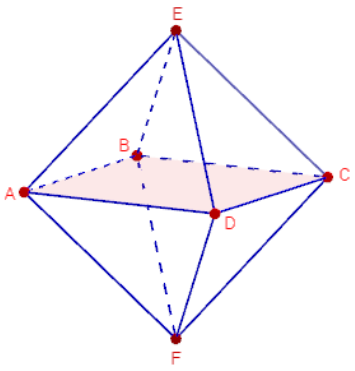
A. 5. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 7.

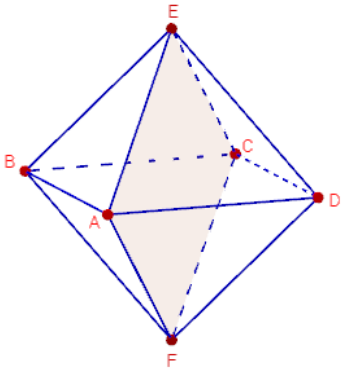
Hướng dẫn giải

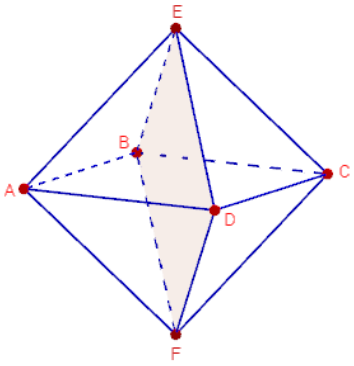
Chọn B

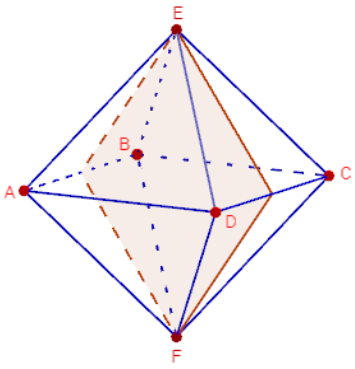
Có tất cả 9 mặt phẳng đối xứng của khối bát diện đều $ABCDEF$ (xem hình vẽ).

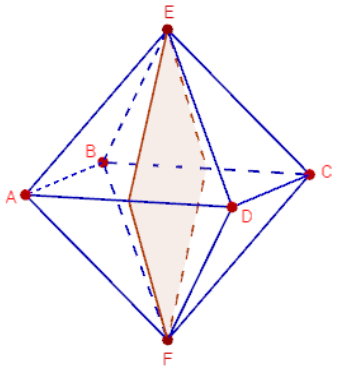
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

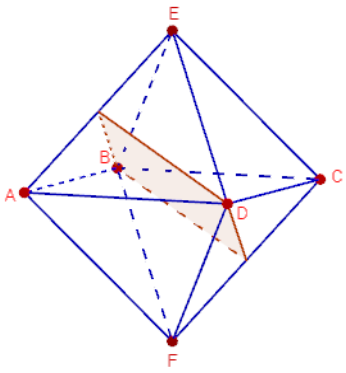

E
B
A
C
D
F

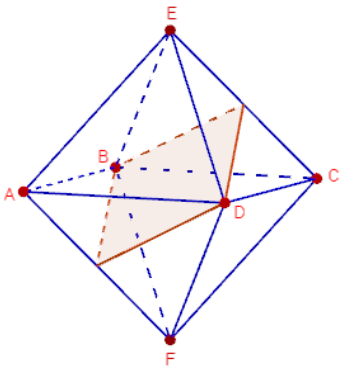

E
B
C
A
D
F

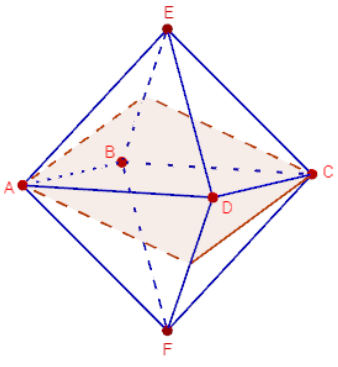

E
B
A
C
D
F

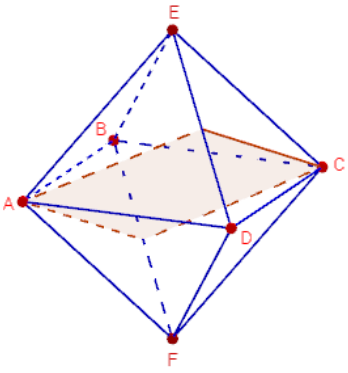

E
B
A
C
D
F


E
B
A
C
D
F


E
B
A
C
D
F


E
B
A
C
D
F


E
B
A
C
D
F


E
B
A
C
D
F

Câu 25. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng ?

A. Hình bát diện đều. **B.** Hình tứ diện đều.

C. Hình lập phương **D.** Hình lăng trụ tứ giác đều.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có phép đối xứng tâm I biến hình (H) thành chính nó. Khi đó hình (H) có tâm đối xứng là I suy ra hình lăng trụ tứ giác đều, hình bát diện đều và hình lập phương là các hình đa diện có tâm đối xứng.

DẠNG 3: TÍNH CHẤT KHÁC CỦA KHỐI ĐA DIỆN

Câu 26. Tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là

A. 16. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 24.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình lập phương có 8 đỉnh, 12 cạnh và 6 mặt.

Vậy tổng số đỉnh, số cạnh và số mặt của hình lập phương là 26.

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi O là tâm của đáy và S' là điểm đối xứng của S qua O. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Tứ diện $B.SAC$ là tứ diện đều.

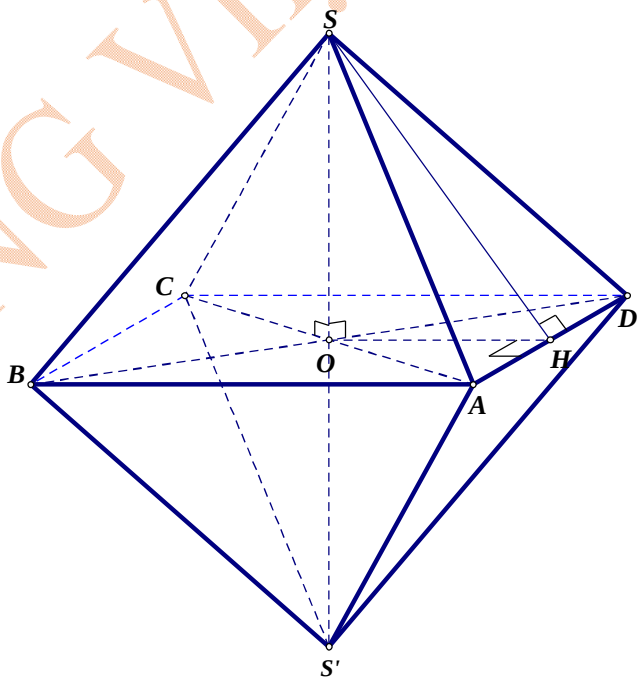
B. Hình chóp $S'.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

C. Hình đa diện có 6 đỉnh S, A, B, C, D, S' là bát diện đều.

D. Hình chóp $B.SAS'C$ là hình chóp tứ giác đều.

Hướng dẫn giải:

Chọn A



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và S' là điểm đối xứng của S qua O nên tất cả các cạnh của khối đa diện tạo bởi 6 điểm S, A, B, C, D, S' đều bằng nhau, suy ra đáp án B đúng.

Tứ giác $SAS'C$ là hình thoi có $AC = AD\sqrt{2} = SA\sqrt{2} = SC\sqrt{2}$ nên cũng là hình vuông.

Vậy $B.SAS'C$ là hình chóp tứ giác đều (đáp án A đúng).

Đáp án D cũng đúng.

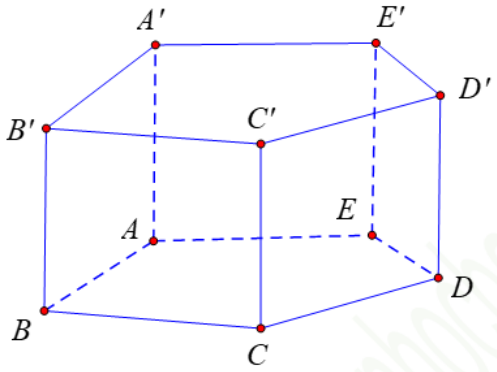
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 28. Khối lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu mặt?

A. 6 mặt. **B.** 5 mặt. **C.** 7 mặt. **D.** 9 mặt.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Khối lăng trụ ngũ giác $ABCDE.A'B'C'D'E'$ có 7 mặt (5 mặt bên và 2 mặt đáy).

Câu 29. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

Số các cạnh của hình đa diện đều luôn luôn:

A. Lớn hơn hoặc bằng 8. **B.** Lớn hơn hoặc bằng 6.

C. Lớn hơn 6. **D.** Lớn hơn 7.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình tứ diện là một hình đa diện nên ta chọn

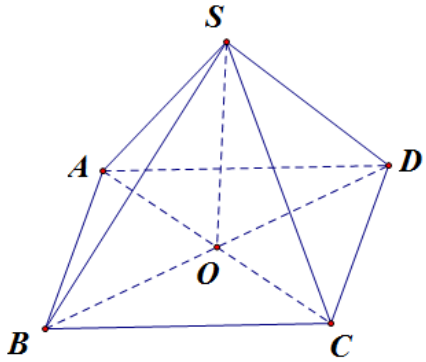
D.

Câu 30. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm đa giác đáy $ABCD$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $BD \perp (SAC)$. **B.** $BC \perp (SAB)$. **C.** $BC \perp (SBD)$. **D.** $OS \perp (ABCD)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Nếu $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ nên tam giác SBC vuông tại B. Mà tam giác SBC là tam giác cân tại S : không thể xảy ra.

Câu 31. Gọi M, C, $Đ$ thứ tự là số mặt, số cạnh, số đỉnh của hình bát diện đều. Khi đó $S = M + C + Đ$ bằng:

A. $S = 30$ **B.** $S = 14$ **C.** $S = 24$ **D.** $S = 26$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có bát diện đều có số mặt là 8, số cạnh là 12, số đỉnh là 6.

Vậy $S = M + C + Đ = 26$.

Câu 32. Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông có bao nhiêu đỉnh.

A. 16. **B.** 20. **C.** 8. **D.** 4.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn C

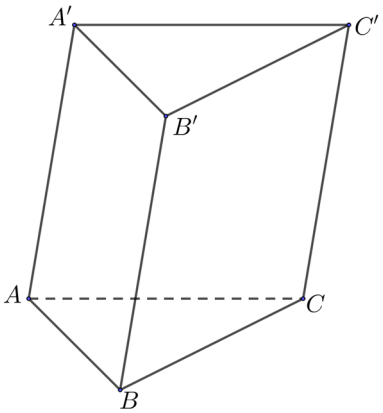
Khối đa diện có tất cả các mặt là hình vuông là khối lập phương. Do đó khối lập phương có 8 đỉnh.

Câu 33. Khối lăng trụ tam giác có bao nhiêu đỉnh?

A. 3 **B.** 1 **C.** 5 **D.** 6

Hướng dẫn giải

Chọn D



Khối lăng trụ tam giác có 6 đỉnh.

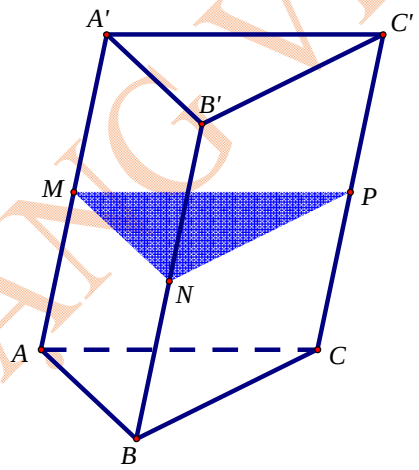
Câu 34. Số mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác là

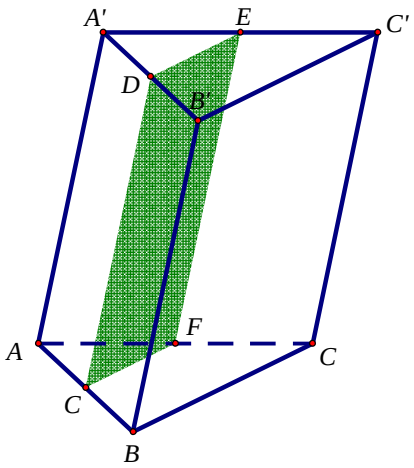
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

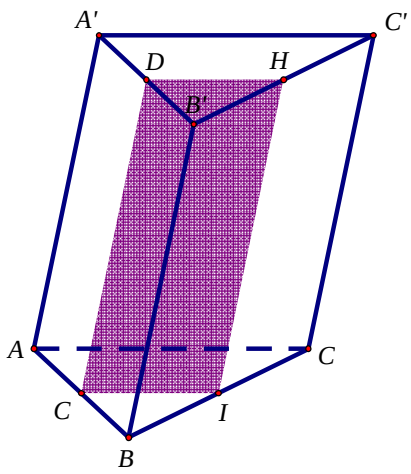
Chọn A

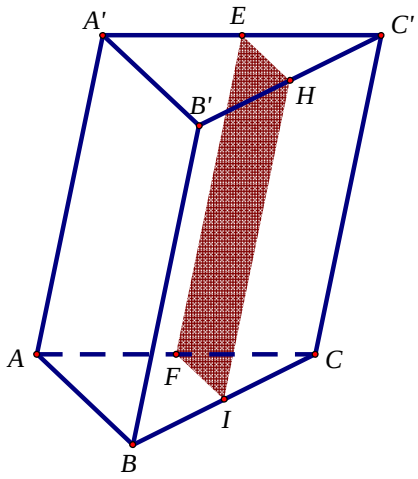
Có 4 mặt phẳng cách đều tất cả các đỉnh của một hình lăng trụ tam giác: (MNP), $(CDEF)$, $(CDHI)$, $(EFIH)$ như hình vẽ sau:





ĐẶNG VIỆT ĐÔNG





Câu 35. Một người thợ thủ công làm mô hình đèn lồng bát diện đều, mỗi cạnh của bát diện đó được làm từ các que tre có độ dài $8\ cm$. Hỏi người đó cần bao nhiêu mét que tre để làm 100 cái đèn *(giả sử mối nối giữa các que tre có độ dài không đáng kể)?*

A. $128\ m$ **B.** $96\ m$ **C.** $960\ m$ **D.** $192\ m$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Hình bát diện đều là hình có 12 cạnh. Mỗi cạnh có độ dài $8\ cm$.

Suy ra số que tre để làm được một cái đèn hình bát diện đều là: $8.12 = 96\ cm$.

Để làm 100 cái đèn như vậy cần số mét tre là: $96.100 = 9600\ cm = 96\ m$.

Câu 36. Một hình chóp có tất cả 2018 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu đỉnh?

A. 1008. **B.** 1009. **C.** 2018. **D.** 2017.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử số đỉnh của đa giác đáy của hình chóp là $n\ (n \ge 3)$ thì đa giác đáy sẽ có n cạnh.

Do đó, số mặt bên của hình chóp là n.

Theo bài ra ta có phương trình

$n+1 = 2018 \Leftrightarrow n = 2017$.

Do đó, số đỉnh của hình chóp là 2018.

Câu 37. Một hình đa diện có các mặt là các tam giác có số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn hệ thức nào dưới đây

A. $C = 2M$ **B.** $3M = 2C$ **C.** $2C = M$ **D.** $3C = 2M$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mỗi mặt của đa diện trên là một tam giác (3 cạnh)

Số mặt của đa diện là M $\rightarrow$ tổng tất cả số cạnh tạo nên tất cả tam giác thuộc đa diện đó là $3M$.

Nếu cắt nhỏ các đa giác ra khỏi khối đa diện, ta thấy mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng hai tam giác $\rightarrow$ Tổng số cạnh tạo nên tất cả các tam giác là $2C$

Vậy ta có $3M = 2C$.

Câu 38. Một hình lăng trụ có 2018 mặt, hỏi hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh ?

A. 6057. **B.** 6051. **C.** 6045. **D.** 6048.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Một hình lăng trụ có n mặt thì sẽ có $n-2$ mặt bên và 2 mặt đáy, ứng với 2 mặt đáy sẽ có $2(n-2)$ cạnh và ứng với $n-2$ mặt bên sẽ có $n-2$ cạnh, vậy có tất cả là $3(n-2)$ cạnh.

Ráp số ta được hình lăng trụ đó có 6048 cạnh.

Câu 39. Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Ba mặt **B.** Hai mặt **C.** Bốn mặt **D.** Năm mặt

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất của ba mặt. Ví dụ đỉnh của tứ diện.

Câu 40. Số đỉnh của một hình bát diện đều là:

A. 12. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn C

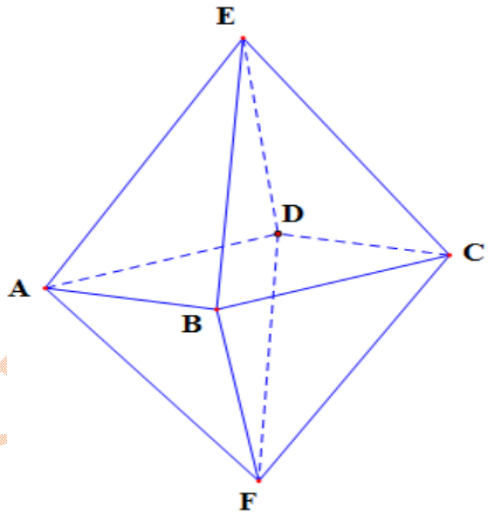
Bát diện đều có dạng $\{3;4\} \Rightarrow \begin{cases} n=3;\ p=4 \\ M=4 \end{cases} \Rightarrow D=\dfrac{n.M}{p}=6.$

Câu 41. Số đỉnh của một hình bát diện đều là

A. 12. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

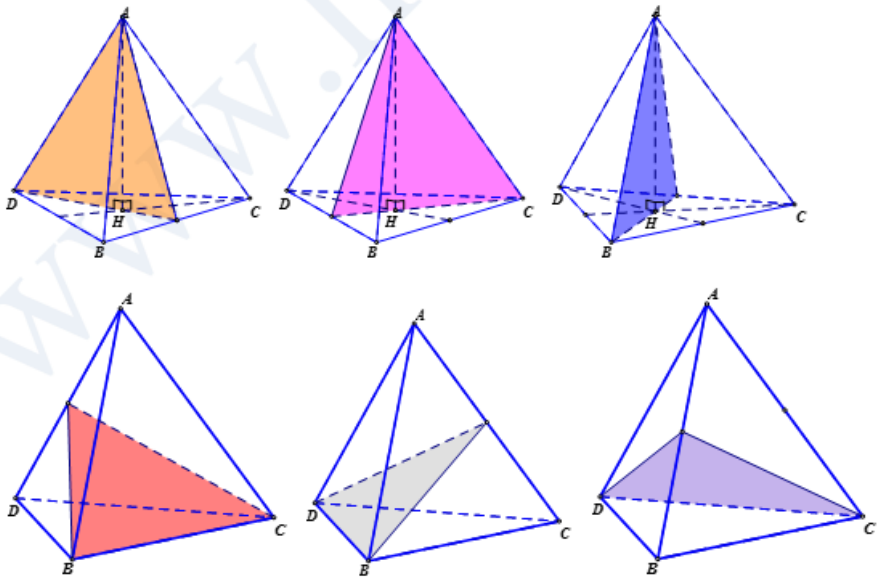


Hình bát diện đều có sáu đỉnh.

Câu 42. Hình tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** vô số.

Hướng dẫn giải



Chọn A

Hình tứ diện đều có 6 mặt phẳng đối xứng là các mặt phẳng chứa một cạnh và đi qua trung điểm cạnh đối.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có ΔABC vuông tại B. $BA=a$, $BC=2a$, ΔDBC đều cho biết góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (DBC) bằng 30°. Xét hai câu:

(I). Kẻ $DH\perp(ABC)$ thì H là trung điểm cạnh AC.

(II). $V_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hãy chọn câu đúng.

A. Chỉ (II). **B.** Cả hai đúng. **C.** Chỉ (I). **D.** Cả hai sai.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$DH\perp(ABC)$, kẻ $DE\perp BC$.

$\Rightarrow EB=EC$ (do tam giác đều), $BC\perp HE\Rightarrow \widehat{DEH}=30^\circ$.

Trong ΔDHE: $\text{HE}=\left(\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}\right).\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a}{2}$.

Gọi I là trung điểm của AC thì $IE=\dfrac{a}{2}\Rightarrow HE>IE$ nên nói H là trung điểm của AC là sai: (I) sai.

Trong ΔDHE: $DH=a.\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.a.2a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ (II) đúng.

DẠNG 4: PHÂN CHIA, LẮP GHÉP KHỐI ĐA DIỆN

Câu 44. Một đứa trẻ dán 42 hình lập phương cạnh $1cm$ lại với nhau, tạo thành một khối hộp có mặt hình chữ nhật. Nếu chu vi đáy là $18cm$ thì chiều cao của khối hộp là:

A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi 3 cạnh khối hộp là a,b,c. Ta có: $abc=42$, $b+c=9$, a,b,c là các số nguyên dương.

Ta có: $9=b+c\ge 2\sqrt{bc}\Rightarrow bc\le\dfrac{81}{4}$. Vì bc là số nguyên dương nên $bc\le 20$.

Ta có: bc là ước của 42, $b+c=9\Rightarrow b,c$ có 1 số lẻ, 1 số chẵn $\Rightarrow bc$ chẵn.

$\Rightarrow bc=6$ hay $bc=14$.

Nếu $bc=6$ thì b,c là nghiệm của phương trình $X^2-9X+6=0$ (loại vì nghiệm không nguyên)

$\Rightarrow bc=14\Rightarrow a=3$.

Câu 45.] Một hình lập phương có cạnh $4cm$ Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh $1cm$ Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 48. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mỗi mặt của khối lập phương chứa 4 mặt của 4 khối lập phương nhỏ chỉ có 1 mặt được sơn đỏ

Vậy số khối lập phương chỉ có 1 mặt được sơn đỏ là $4\times 6=24$.

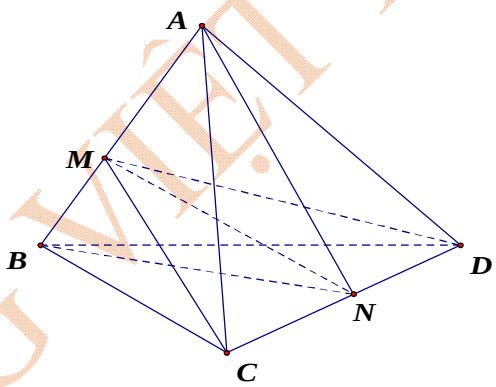
Câu 46. Cho khối tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M nằm giữa A và B, điểm N nằm giữa C và D. Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện nào sau đây?

A. $NACB$, $BCMN$, $ABND$, $MBND$. **B.** $MANC$, $BCDN$, $AMND$, $ABND$.

C. $MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$. **D.** $ABCN$, $ABND$, $AMND$, $MBND$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Bằng hai mặt phẳng (CDM) và (ABN), ta chia khối tứ diện đó thành bốn khối tứ diện:

$MANC$, $BCMN$, $AMND$, $MBND$.

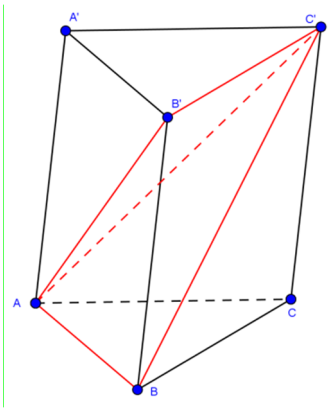
Câu 47. Cắt khối trụ $ABC.A'B'C'$ bởi các mặt phẳng $(AB'C')$ và (ABC') ta được những khối đa diện nào?

A. Ba khối tứ diện. **B.** Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

C. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác. **D.** Một khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

Hướng dẫn giải

Chọn A



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có ba khối tứ diện là $A.A'B'C';B'.ABC';C'.ABC$.

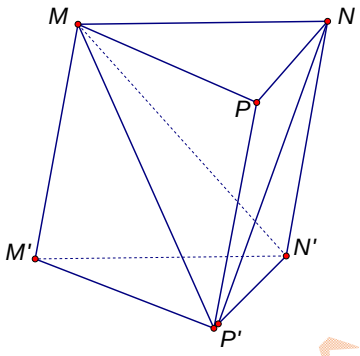
Câu 48. Cắt khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$ bởi các mặt phẳng $(MN'P')$ và (MNP') ta được những khối đa diện nào?

A. Hai khối tứ diện và một khối chóp tứ giác. **B.** Hai khối tứ diện và hai khối chóp tứ giác.

C. Một khối tứ diện và một khối chóp tứ giác. **D.** Ba khối tứ diện.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Cắt khối lăng trụ $MNP.M'N'P'$ bởi các mặt phẳng $(MN'P')$ và (MNP') ta được ba khối tứ diện là $P.MNP'$; $P.MNN'$; $M'.MN'P'$.

Câu 49. Người ta xếp 12 khối lập phương cạnh $4cm$ để tạo thành một khối hộp chữ nhật. Ba kích thước của khối chữ nhật có thể là:

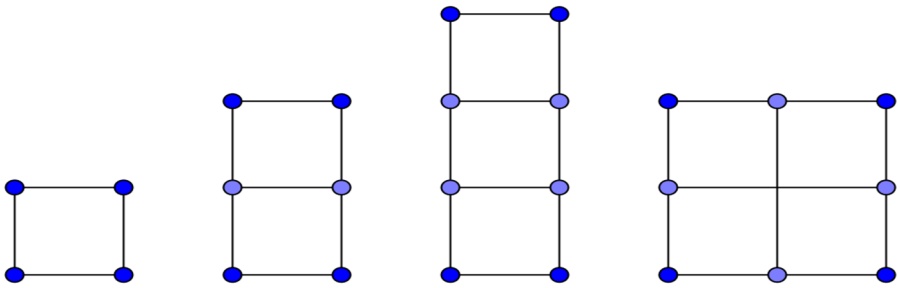
A. $4;4;20$ hoặc $4;8;16$ hoặc $8;8;12$. **B.** $4;8;32$ hoặc $8,12,16$.

C. $4;4;32$ hoặc $4,12,24$. **D.** $4;4;48$ hoặc $4;8;24$ hoặc $4;12;16$ hoặc $8;8;12$.

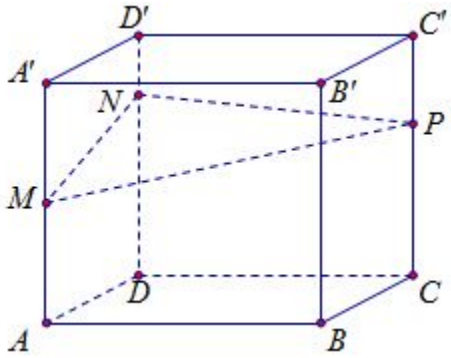
Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt đáy của khối hộp chữ nhật có thể là:



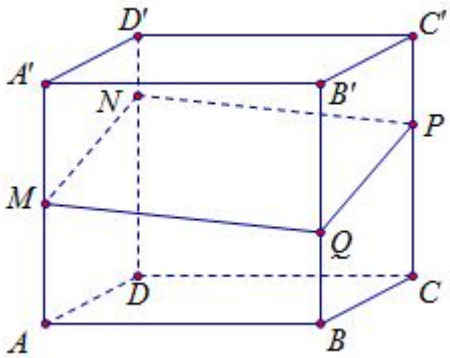
Câu 50. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA$; $DN = 3ND'$; $CP = 2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng



A. $\frac{8440}{9}$. **B.** $\frac{5275}{6}$. **C.** $\frac{7385}{18}$. **D.** $\frac{5275}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $\frac{V_{MNPQ.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\frac{1}{2}\left(\frac{A'M}{A'A}+\frac{C'P}{C'C}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{12}$.

$V_{nho}=V_{MNPQ.A'B'C'D'}=\frac{5}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{5}{12}\cdot 2110=\frac{5275}{6}$.

Câu 51. Có thể chia một khối lập phương thành bao nhiêu khối tứ diện có thể tích bằng nhau mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Ta chia khối lập phương thành hai khối lăng trụ đứng;

+ Ứng với mỗi khối lăng trụ đứng ta có thể chia thành ba khối tứ diện đều mà các đỉnh của tứ diện cũng là đỉnh của hình lập phương.

Vậy có tất cả là 6 khối tứ diện có thể tích bằng nhau.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KHÁI NIỆM VÀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

I – NHẮC LẠI MỘT SỐ ĐỊNH NGHĨA

Hình lăng trụ là hình có hai đáy là hai đa giác bằng nhau nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và các mặt bên đều là các hình bình hành.

1. Hình lăng trụ đứng

Định nghĩa. Hình lăng trụ đứng là hình lăng trụ có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Tính chất. Các mặt bên của hình lăng trụ đứng là các hình chữ nhật và vuông góc với mặt đáy.

2. Hình lăng trụ đều

Định nghĩa. Hình lăng trụ đều là hình lăng trụ đứng có đáy là đa giác đều.

Tính chất. Các mặt bên của hình lăng trụ đều là các hình chữ nhật bằng nhau và vuông góc với mặt đáy.

Hình hộp là hình lăng trụ có đáy là hình bình hành.

1. Hình hộp đứng

Định nghĩa. Hình hộp đứng là hình hộp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Tính chất. Hình hộp đứng có 2 đáy là hình bình hành, 4 mặt xung quanh là 4 hình chữ nhật.

2. Hình hộp chữ nhật

Định nghĩa. Hình hộp chữ nhật là hình hộp đứng có đáy là hình chữ nhật.

Tính chất. Hình hộp chữ nhật có 6 mặt là 6 hình chữ nhật.

3. Hình lập phương

Định nghĩa. Hình lập phương là hình hộp chữ nhật 2 đáy và 4 mặt bên đều là hình vuông

Tính chất. Hình lập phương có 6 mặt đều là hình vuông.

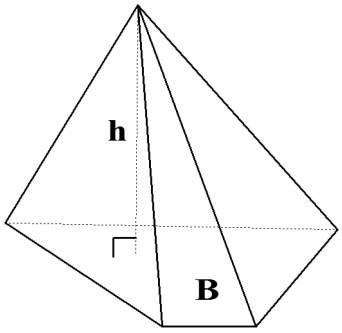
Hình chóp là hình có đáy là một đa giác và các mặt bên là các tam giác có chung một đỉnh.

II – THỂ TÍCH

1. Công thức tính thể tích khối chóp

$$V = \frac{1}{3}S.h$$

Trong đó: S là diện tích đáy, h là chiều cao khối chóp.



Chú ý: Nếu khối chóp cần tính thể tích chưa biết chiều cao thì ta phải xác định được vị trí chân đường cao trên đáy.

a) *Chóp có cạnh bên vuông góc chiều cao chính là cạnh bên.*

b) *Chóp có hai mặt bên vuông góc đáy đường cao là giao tuyến của hai mặt bên vuông góc đáy.*

c) *Chóp có mặt bên vuông góc đáy chiều cao của mặt bên vuông góc đáy.*

d) *Chóp đều chiều cao hạ từ đỉnh đến tâm đa giác đáy.*

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

e) *Chóp có hình chiếu vuông góc của một đỉnhlên xuống mặt đáy thuộc cạnh mặt đáy đường cao là từ đỉnh tới hình chiếu.*

2. Công thức tính thể tích khối lăng trụ

$$\boxed{V = B.h}$$

Trong đó: B là diện tích đáy, h là hiều cao khối lăng trụ

- **Thể tích khối hộp chữ nhật**: $V = a.b.c$

  Trong đó: a, b, c là ba kích thước của khối hộp chữ nhật.

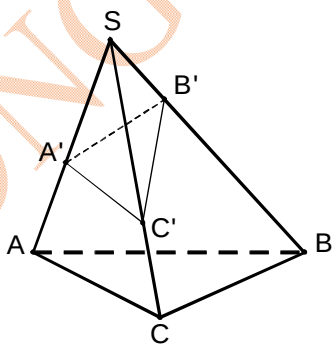
- **Thể tích khối lập phương**: $V = a^3$

  Trong đó a là độ dài cạnh của hình lập phương.

III – TỈ SỐ THỂ TÍCH

Cho khối chóp $S.ABC$ và A', B', C' là các điểm tùy ý lần lượt thuộc SA, SB, SC ta có

$$\boxed{\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}}.$$



Phương pháp này được áp dụng khi khối chóp không xác đinh được chiều cao một cách dễ dàng hoặc khối chóp cần tính là một phần nhỏ trong khối chóp lớn và cần chú ý đến một số điều kiện sau

- Hai khối chóp phải cùng chung đỉnh.
- Đáy hai khối chóp phải là tam giác.
- Các điểm tương ứng nằm trên các cạnh tương ứng.

Chú ý: Các công thức tính diện tích đáy

a) Tam giác:

- $S = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2}b.h_b = \frac{1}{2}c.h_c$
- $S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ca.\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$
- $S = \frac{abc}{4R}$
- $S = pr$
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$
- ΔABC vuông tại A: $2S = AB.AC = BC.AH$
- ΔABC đều, cạnh a: $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

b) Hình vuông cạnh a: $S = a^2$ (a: cạnh hình vuông)

c) Hình chữ nhật: S = a.b (a, b: hai kích thước)

d) Hình bình hành ABCD: S = đáy × cao = $AB.AD.\sin\widehat{BAD}$

e) Hình thoi ABCD: $S = AB.AD.\sin\widehat{BAD} = \frac{1}{2}AC.BD$

f) Hình thang: $S = \frac{1}{2}(a+b).h$ (a, b: hai đáy, h: chiều cao)

g) Tứ giác ABCD có hai đường chéo vuông góc: $S = \frac{1}{2}AC.BD$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

DẠNG 1: KHỐI CHÓP CÓ MỘT CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a, BC=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $2a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và có độ dài bằng $2a$. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ là:

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABO$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết $SA=6a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $8a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $12\sqrt{3}a^3$. **D.** $24a^3$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABO$.

A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tính khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=a$. Tính thế tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{6}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là a. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ bằng.

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, AD=2a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tính khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 12: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau tại O và $OA=2$, $OB=4$, $OC=6$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng.

A. 24. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 48.

Câu 13: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC}=a^2$ (đvtt). **B.** $V_{S.ABC}=a^3$ (đvtt).

C. $V_{S.ABC}=\frac{a^3}{2}$ (đvtt). **D.** $V_{S.ABC}=3a^3$ (đvtt).

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, $SA\perp(ABC)$, $SA=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{6}a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 17: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $8(cm)$, chiều cao SH bằng $3(cm)$. Tính thể tích khối chóp?

A. $V=16(cm^3)$. **B.** $V=24(cm^3)$. **C.** $V=48(cm^3)$. **D.** $V=64(cm^3)$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ có giá trị là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{3a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{8}$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 21: Cho hình hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $V=\frac{a^3}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22: Đáy của hình chóp $S.ABCD$ là một hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là a. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ bằng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Câu 23: Hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$ đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối chóp là.

A. $\frac{2abc}{9}$. **B.** $\frac{abc}{6}$. **C.** $\frac{abc}{3}$. **D.** $\frac{abc}{9}$.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD=5$, $AB=5$, $BC=12$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=50$. **B.** $V=120$. **C.** $V=150$. **D.** $V=\frac{325}{16}$.

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$; $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a; SA vuông góc mặt đáy; Góc giữa SC và mặt đáy của hình chóp bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc đáy $ABCD$ và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB=a$, $AD=3a$, $BC=a$. Biết $SA=a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B, biết $SA=AC=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. SA vuông góc với đáy và tạo với đường thẳng SB một góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $3\sqrt{2}a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V khối chóp đó.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V=a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 35: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{16}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **D.** $\frac{a^3}{48}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SB=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 37: Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC. Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a bằng

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC=a\sqrt{3}$ đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $2a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 39: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết rằng $SB=a\sqrt{5}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $SA\perp(ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AB=a\sqrt{5}$, $AC=a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết rằng $SB = a\sqrt{5}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 44: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC có độ dài 3 cạnh là $AB = 5a$; $BC = 8a$; $AC = 7a$, góc giữa SB và (ABC) là $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{50}{3}a^3$. **B.** $\frac{50\sqrt{7}}{3}a^3$. **C.** $50\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $SA = CD = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $\frac{1}{6}a^3$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, góc giữa SB và (ABC) bằng 60°; tam giác ABC đều cạnh a. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. a^3. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{1}{4}a^3$. **D.** $\frac{1}{2}a^3$.

Câu 47: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh BA, BC, BD đôi một vuông góc với nhau: $BA = 3a$, $BC = BD = 2a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD. Tính thể tích khối chóp $C.BDNM$.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **D.** $V = 8a^3$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết $AB = a$, $BC = 2a$ và $SC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** a^3.

Câu 49: Cho tứ diện $S.ABC$ có SAB, SCB là các tam giác cân tại S và SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $BA = a\sqrt{2}$, thể tích V của tứ diện $S.ABC$ là.

A. $V = \frac{a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = a^3$.

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA = a$, $AB = 2a$, $BC = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Thể tích của khối chóp $S.MNC$ là

A. $\frac{a^3}{5}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $BC = 2a$, $SA = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{8a^3}{3}$ **B.** $\frac{4a^3}{3}$ **C.** $\frac{6a^3}{3}$ **D.** $4a^3$

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $SA=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $2a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC=\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{15}}{3}$. **B.** $V=\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 55: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a, AD=a\sqrt{2}, SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\sqrt{6}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $3\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Câu 56: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $BC=2a$, $\widehat{BAC}=120°$, biết $SA\perp(ABC)$ và mặt phẳng (SBC) hợp với đáy một góc bằng $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và có độ dài bằng a. Tính thể tích khối tứ diện $S.BCD$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD}=60°, SA\perp(ABCD)$. Biết rằng khoảng cách từ A đến cạnh SC bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 60: Thể tích của tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc, $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$ là

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=120^0$, $SA\perp(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $60°$. Tính SA

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBC đều cạnh a, góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy là $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{64}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Câu 63: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 64: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3}{48}$. **B.** $\dfrac{a^3}{16}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của BC, góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 66: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với $(ABCD)$, $SC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V_{S.ABCD}=a^3$. **B.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 67: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng 60°, $SA\perp(ABC)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và AC. Tính thể tích khối chóp $MNBC$?

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 68: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a, AD=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $3a^3$. **D.** $3a^3\sqrt{2}$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc bằng 60°. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 70: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **B.** $\dfrac{a^3}{48}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\dfrac{a^3}{16}$.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh bên SC tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA=AD=2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Câu 73: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, a là độ dài cạnh đáy. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SC tạo với (SAB) góc 30°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $AC=a\sqrt{2}$, $S_{ABCD}=\frac{3a^2}{2}$ và góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$ bằng $60°$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SC. Tính theo a thể tích của khối chóp $H.ABCD$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $AB=a, AD=2a$. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 76: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{5}$ và SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với đáy góc $45°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{11}}{12}a^3$.

Câu 77: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$; $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3\sqrt{2}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Câu 78: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với đáy một góc bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 80: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=2a$, $OB=3a$, $OC=8a$. M là trung điểm của OC. Tính thể tích V của khối tứ diện $O.ABM$.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 81: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 82: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông tại B, $SB=2a$, $SC=a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng a^3. Khoảng cách từ A đến (SBC) là:

A. $2a$. **B.** $3a$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $6a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 83: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$, $SC=3a$, SA vuông góc với đáy (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 84: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a và SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 85: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 86: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích của khối chóp đó bằng.

.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 87: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $AB=4a$ và góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $V=\frac{1}{6}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Câu 88: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Biết $SA\perp(ABCD)$ và góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $3a^3$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Câu 89: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân có cạnh huyền $BC=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của hình chóp $S.ABC$ là.

A. $V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $V_{S.ABC}=\frac{a^3}{8}$. **C.** $V_{S.ABC}=\frac{a^3}{24}$. **D.** $V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 90: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy (ABC); góc giữa SB và mặt (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 91: Cho khối chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 92: Cho hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^o$, $BC=a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vương góc với đáy (ABC), mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 45^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3}{9}$. **B.** $\frac{a^3}{32}$. **C.** $\frac{a^3}{64}$. **D.** $\frac{a^3}{16}$.

Câu 93: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=a$, $AB=a$, $AC=2a$ và $\widehat{BAC}=120°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 94: Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $AC=2a$, $\widehat{BAC}=120°$, $SA\perp(ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC) là $60°$.

A. $\frac{\sqrt{7}\,a^3}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}\,a^3}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}\,a^3}{14}$. **D.** $\frac{3\sqrt{21}\,a^3}{14}$.

Câu 95: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $\sqrt{6}a^3$.

Câu 96: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SD hợp với đáy một góc $60°$. Hỏi thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 97: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA=y$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM=x$. Biết rằng $x^2+y^2=a^2$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCM$.

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

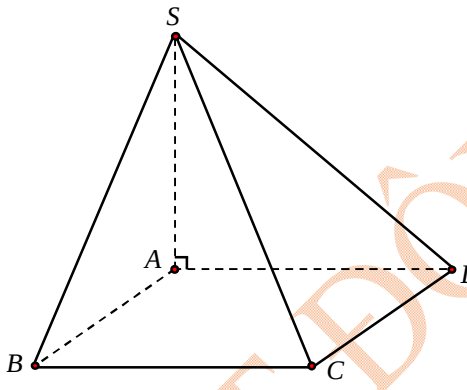
DẠNG 1: KHỐI CHÓP CÓ MỘT CẠNH BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 1: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



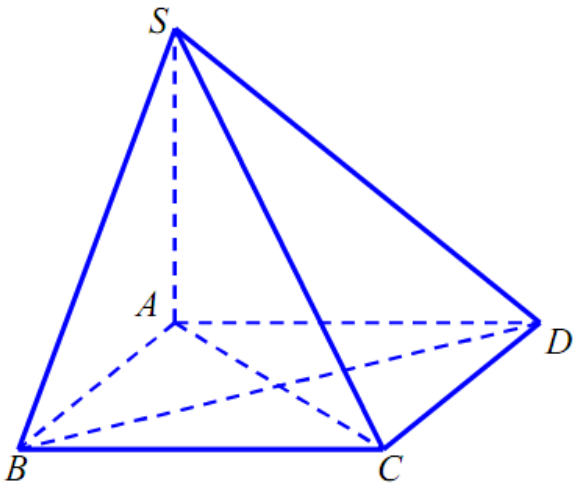
Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $2a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích đáy: $S_{ABCD} = AB.BC = 2a^2$.

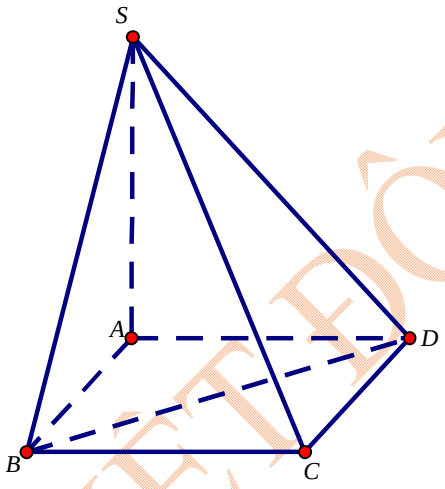
Thể tích: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và có độ dài bằng $2a$. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ là:

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



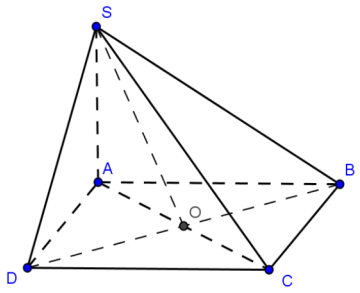
Ta có: $S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{a^2}{2}$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta BCD} = \frac{1}{3}.2a.\frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABO$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $AC = 2a.\sqrt{2} \Rightarrow OA = OB = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2}OA.\text{OB} = \text{a}^2$.

Vậy: $V_{S.OAB} = \frac{1}{3}SA.S_{OAB} = \frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}.a^3$.

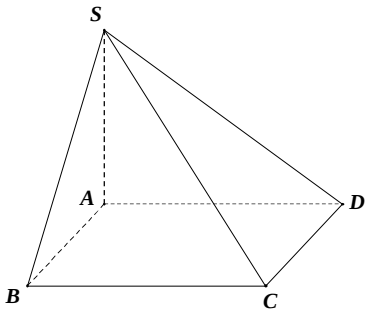
Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết $SA = 6a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $8a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $12\sqrt{3}a^3$. **D.** $24a^3$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A



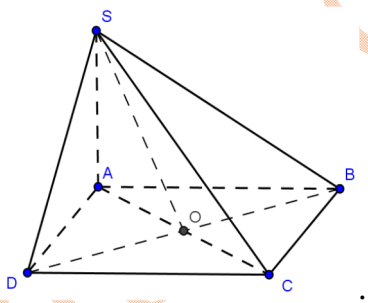
Ta có $S_{ABCD}=4a^2$. Do SA vuông góc với mặt phẳng đáy nên $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=8a^3$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABO$.

A. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $AC=2a.\sqrt{2}\Rightarrow OA=OB=\frac{AC}{2}=a\sqrt{2}\Rightarrow S_{OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=a^2$.

Vậy : $V_{S.OAB}=\frac{1}{3}SA.S_{OAB}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\frac{\sqrt{2}}{3}.a^3$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tính khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{6}a\sqrt{3}.a.2a=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=a$. Tính thế tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{1}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{6}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V=\frac{1}{3}.S_{SBC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.SB.SC.SA=\frac{1}{6}.a^3$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là a. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ bằng.

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V_{S.BCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.a.a^2=\frac{a^3}{6}$..

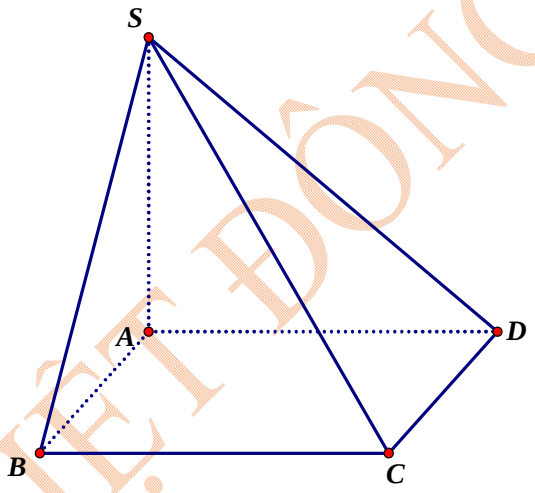
Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=a, AD=2a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tính khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có



$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a.2a=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 12: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau tại O và $OA=2$, $OB=4$, $OC=6$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng.

A. 24. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 48.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}.2.4.6=8$.

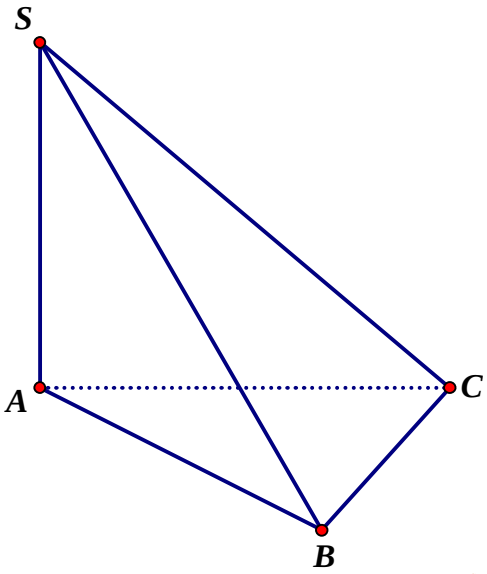
Câu 13: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.AB.AC.\sin 60^\circ=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.a.a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC}=a^2$ (đvtt). **B.** $V_{S.ABC}=a^3$ (đvtt).

C. $V_{S.ABC}=\frac{a^3}{2}$(đvtt). **D.** $V_{S.ABC}=3a^3$ (đvtt).

Hướng dẫn giải

Chọn B

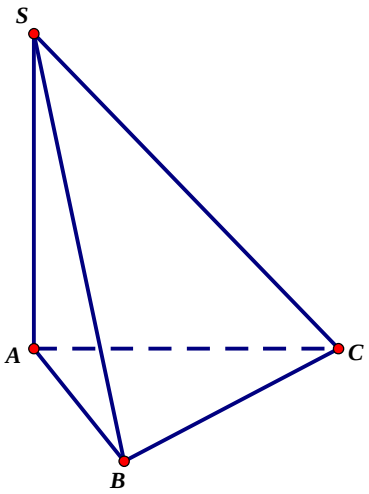
Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{6}SA.AB.AC.\sin 60^\circ=\frac{1}{6}a\sqrt{3}.2a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}=a^3$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, $SA\perp(ABC)$, $SA=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{6}a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thể tích $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}BA.BC.SA=\frac{1}{6}a.2a.3a=a^3$.

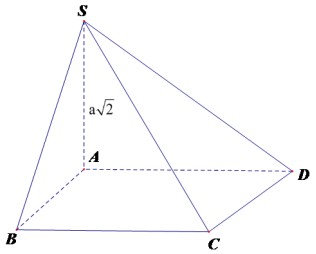
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\sqrt{2}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $SA=a\sqrt{2}$.

$S_{ABCD}=a^2\Rightarrow V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\sqrt{2}a.a^2=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 17: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $8(cm)$, chiều cao SH bằng $3(cm)$. Tính thể tích khối chóp?

A. $V=16(cm^3)$. **B.** $V=24(cm^3)$. **C.** $V=48(cm^3)$. **D.** $V=64(cm^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=64(cm^3)$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ có giá trị là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $SA\perp(ABCD)$ nên $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\dfrac{3a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SA=\dfrac{1}{3}\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3}{4}$.

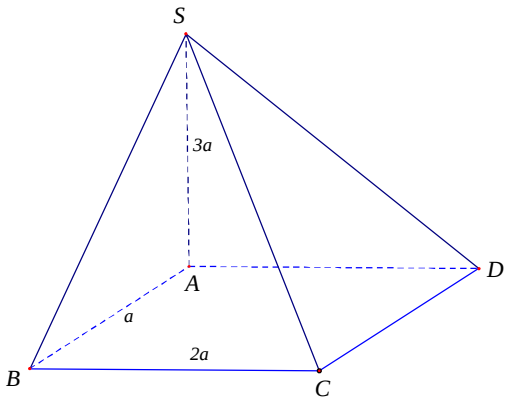
Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=2a$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.a.2a.3a=2a^3$.

Câu 21: Cho hình hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $V=\frac{a^3}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$..

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3}{4}$.

Câu 22: Đáy của hình chóp $S.ABCD$ là một hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và có độ dài là a. Thể tích khối tứ diện $S.BCD$ bằng:

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích $V_{S.BCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{6}.a.a^2=\frac{a^3}{6}$.

Câu 23: Hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$ đôi một vuông góc với nhau. Thể tích khối chóp là.

A. $\frac{2abc}{9}$. **B.** $\frac{abc}{6}$. **C.** $\frac{abc}{3}$. **D.** $\frac{abc}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$V=\frac{1}{3}SC.S_{SAB}=\frac{abc}{6}$.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD=5$, $AB=5$, $BC=12$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=50$. **B.** $V=120$. **C.** $V=150$. **D.** $V=\frac{325}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V=\frac{1}{3}AD.\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{6}.5.5.12=50$..

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 25: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

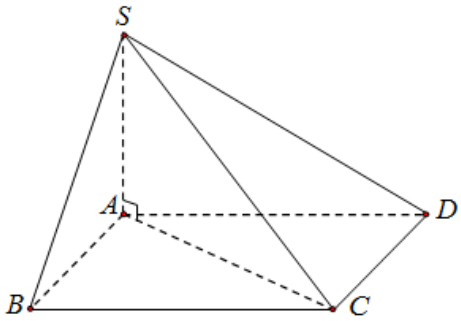
$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}a^2.a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là chiều cao hình chóp $S.ABCD$.

Ta có: $S_{ABC} = a^2$.

$V = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.a^2.3a = a^3$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$; $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

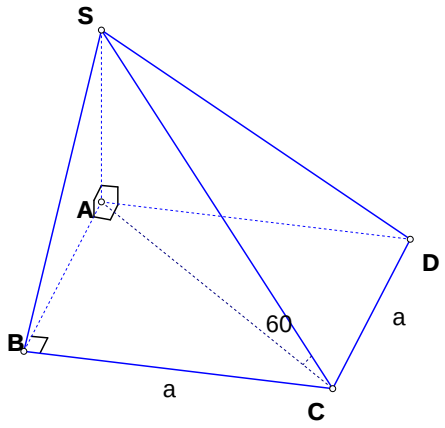
$V = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a; SA vuông góc mặt đáy; Góc giữa SC và mặt đáy của hình chóp bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\left[SC,(ABCD)\right]=(SC,AC)=\widehat{SCA}=60^0$.

$SA=AC.\tan 60^0=a\sqrt{2}.\sqrt{3}=a\sqrt{6}$.

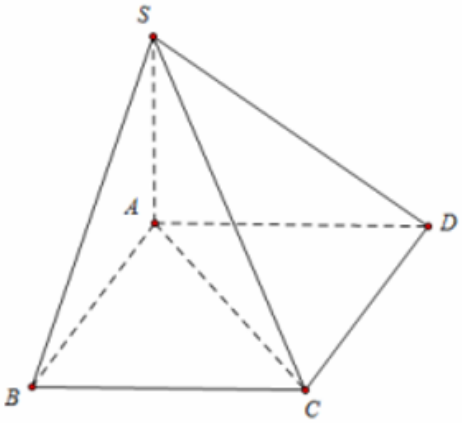
Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2a\sqrt{6}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh a và SA vuông góc đáy $ABCD$ và mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do $\begin{cases}AD\perp CD\\SA\perp CD\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SDA)\Rightarrow\widehat{(SCD),(ABC)}=\widehat{SDA}$

Khi đó $SA=AD\tan 60°=a\sqrt{3}$.

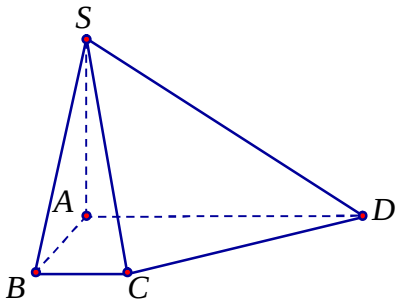
Suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B có $AB=a$, $AD=3a$, $BC=a$. Biết $SA=a\sqrt{3}$, tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $V_{S.BCD}=\frac{1}{3}SA.S_{BCD}$.

Lại có $S_{BCD}=S_{ABCD}-S_{ABD}=\frac{1}{2}AB.(AD+BC)-\frac{1}{2}AB.AD=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}a^2$.

Mà $SA=a\sqrt{3}\Rightarrow V_{S.BCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Nhận xét: Nếu đề bài bỏ giả thiết $AD=3a$ thì sẽ giải như sau:

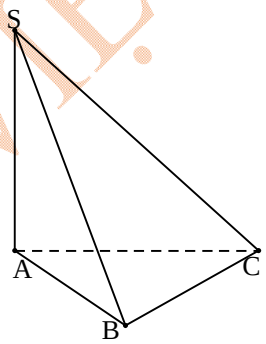
Ta có $V_{S.BCD}=\frac{1}{3}SA.S_{BCD}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}d(D,BC).BC=\frac{1}{6}SA.AB.BC=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Tam giác ABC vuông cân tại B, biết $SA=AC=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $AB=BC=\frac{AC}{\sqrt{2}}=\frac{2a}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB^2.SA=\frac{1}{6}.\left(a\sqrt{2}\right)^2.2a=\frac{2}{3}a^3$.

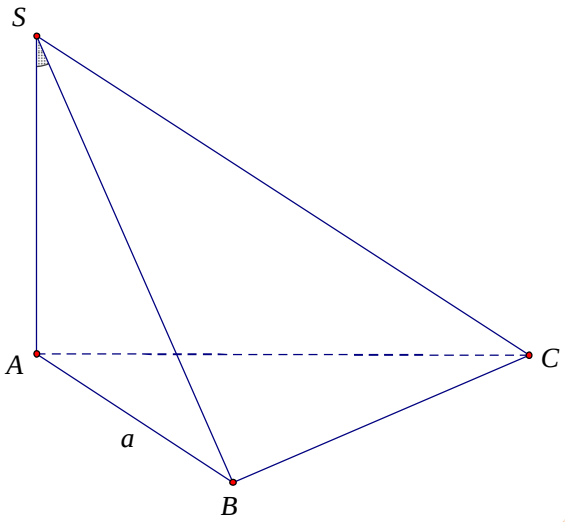
Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. SA vuông góc với đáy và tạo với đường thẳng SB một góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA$ là chiều cao của hình chóp $\Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow \Delta SAB$ vuông tại A.

$\Rightarrow (\widehat{SA, SB}) = \widehat{ASB} = 45^\circ \Rightarrow \Delta SAB$ vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AB = a$.

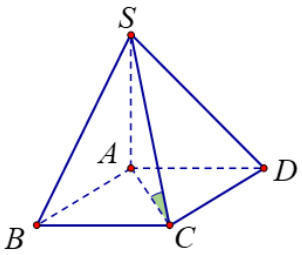
Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60°. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $3\sqrt{2}a^3$. **D.** $3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$

$\Rightarrow \left(\widehat{SC, (ABCD)}\right) = \widehat{SCA} = 60^\circ$

Tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC.\tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

Khi đó $V_{SABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{6}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V khối chóp đó.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V=a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

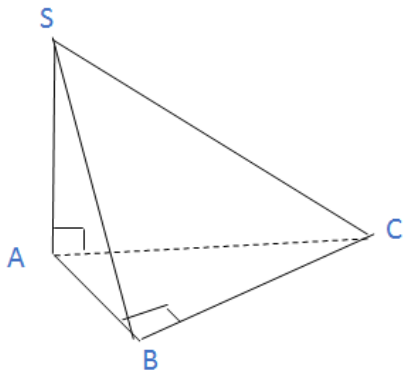
Gọi các đỉnh của hình chóp tứ giác đều như hình vẽ bên và đặt cạnh bằng $AB=2x$. Khi đó $SO=x\sqrt{2}, OH=x$ suy ra $SH=x\sqrt{3}$. Vậy $x=a$. Khi đó $V=\frac{1}{3}SO.AB^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 35: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{16}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **D.** $\frac{a^3}{48}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Nên $AB=BC=\frac{a}{2}$, $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.BA.BC=\frac{a^2}{8}$.

Ta có:

$$\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ AB\subset(ABC),\ AB\perp BC\Rightarrow((ABC),(SBC))=\widehat{SBA}=45°\\ SB\subset(SBC),\ SB\perp BC\end{cases}.$$

Tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA=AB=\frac{a}{2}$.

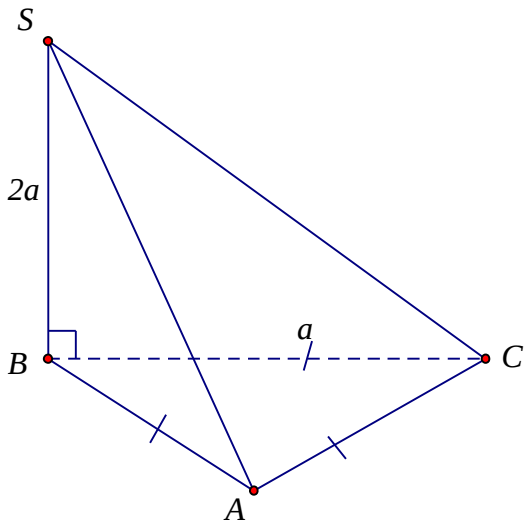
Vậy: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2}{8}=\frac{a^3}{48}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SB=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



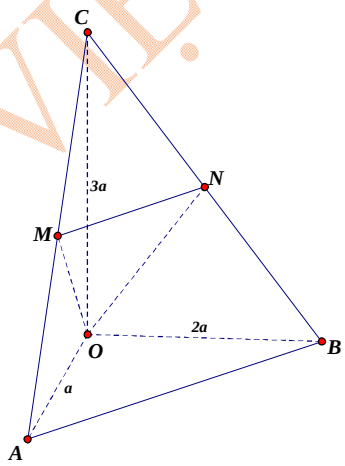
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SB=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 37: Cho khối tứ diện $OABC$ với OA,OB,OC vuông góc từng đôi một và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC,BC. Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a bằng

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có thể tích $V_{OABC}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}OA.OB\right).OC=a^3$ (đvtt).

Diện tích tam giác $S_{\Delta CMN}=\frac{1}{2}CM.CN.\sin C=\frac{1}{2}\frac{CA}{2}.\frac{CB}{2}.\sin C=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}AC.BC.\sin C\right)=\frac{1}{4}S_{\Lambda ABC}$.

Vậy thể tích $V_{OCMN}=\frac{1}{4}V_{OABC}=\frac{a^3}{4}$ (đvtt).

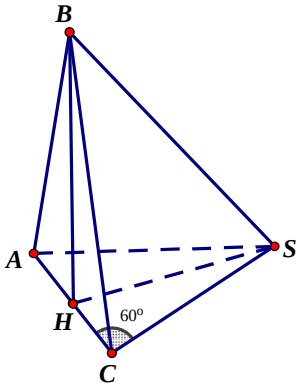
Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC), SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC=a\sqrt{3}$ đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $2a^3\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta thấy tam giác ABC cân tại B, gọi H là trung điểm của AB suy ra $BH \perp AC$.

Do $(SAC) \perp (ABC)$ nên $BH \perp (SAC)$.

Ta lại có $BA = BC = BS$ nên B thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $SAC \Rightarrow SA \perp SC$.

Do AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^0$.

Ta có $SC = SA.\cot 60^0 = a$, $AC = \dfrac{SA}{\sin 60^0} = 2a \Rightarrow HC = a \Rightarrow BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = a\sqrt{2}$.

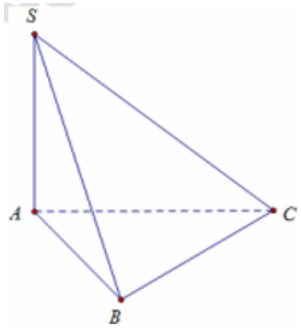
$V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} BH.S_{SAC} = \dfrac{1}{6} BH.SA.SC = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 39: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết rằng $SB = a\sqrt{5}$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a; BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

$S_{ABC} = \dfrac{AB.BC}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} SA.S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

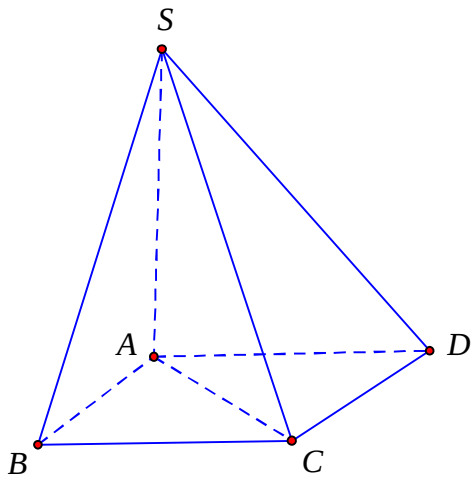
Câu 40: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC;(ABCD))} = \widehat{SCA} = 45°$

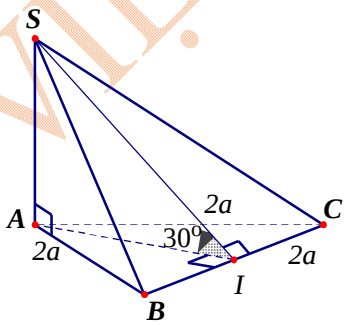
$\Rightarrow \tan 45° = \dfrac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} a\sqrt{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm BC.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SIA} = 30°$

$\Rightarrow \Delta SIA$ nửa tam giác đều nên $SA = \dfrac{AI}{\sqrt{3}} = \dfrac{\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \dfrac{1}{3} S_{ABC}.SA = \dfrac{1}{3}.\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

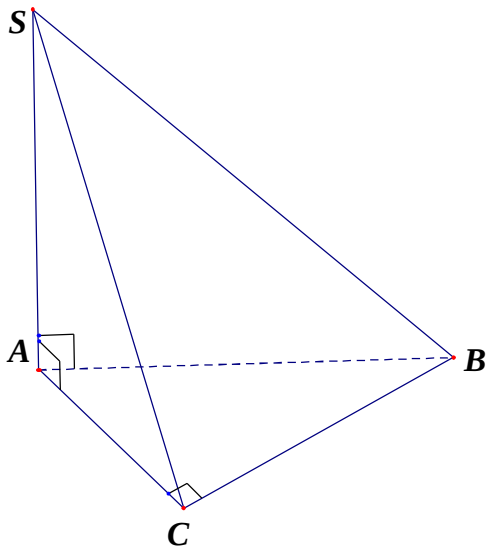
Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AB = a\sqrt{5}$, $AC = a$. Cạnh bên $SA = 3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có ABC vuông tại C nên $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=2a$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CA.CB=a^2$.

Do cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên SA là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

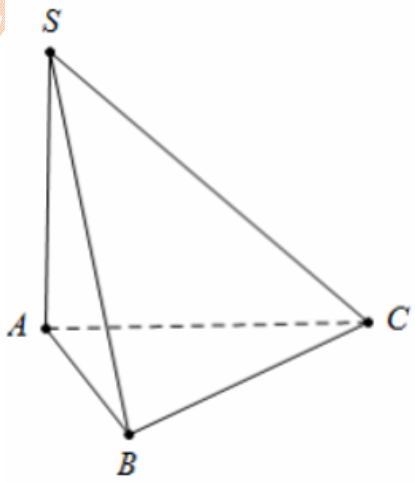
Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta.ABC}=\frac{1}{3}3a.a^2=a^3$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết rằng $SB=a\sqrt{5}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Cạnh $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\sqrt{5a^2-a^2}=2a$.

Cạnh $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{2}$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}.2a.\frac{1}{2}.a.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

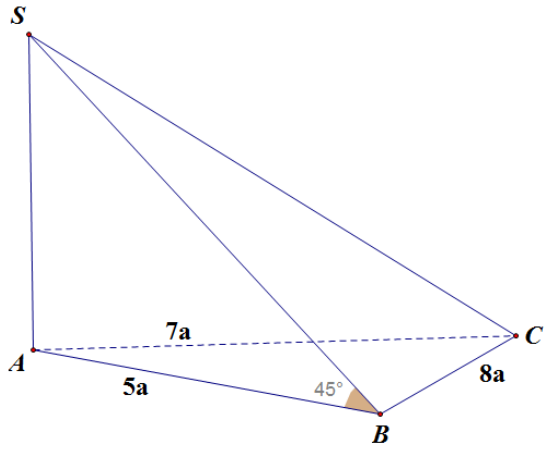
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 44: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC có độ dài 3 cạnh là $AB = 5a$; $BC = 8a$; $AC = 7a$, góc giữa SB và (ABC) là $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{50}{3}a^3$. **B.** $\frac{50\sqrt{7}}{3}a^3$. **C.** $50\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có nửa chu vi ΔABC là $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = 10a$.

Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC} = \sqrt{10a.5a.3a.2a} = 10\sqrt{3}a^2$.

$SA \perp (ABC)$ nên ΔSAB vuông, cân tại A nên $SA = AB = 5$.

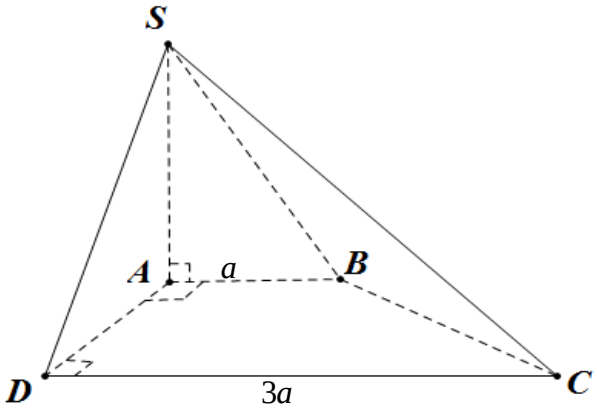
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}5a.10\sqrt{3}a^2 = \frac{50\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $SA = CD = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng.

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $\frac{1}{6}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $S_{ABCD} = \frac{(AB + DC).AD}{2} = \frac{(a + 3a)a}{2} = 2a^2$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a.2a^2 = 2a^3$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, góc giữa SB và (ABC) bằng 60°; tam giác ABC đều cạnh a. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

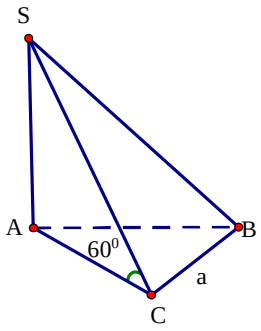
A. a^3. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{1}{4}a^3$. **D.** $\frac{1}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$SA = AB.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$.



Câu 47: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh BA, BC, BD đôi một vuông góc với nhau: $BA = 3a$, $BC = BD = 2a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AD. Tính thể tích khối chóp $C.BDNM$.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **D.** $V = 8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

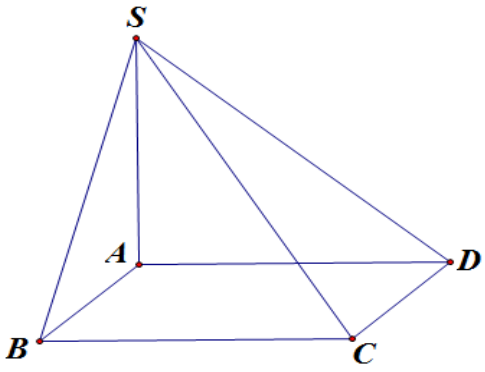
BG: Ta có $S_{MNBD} = \frac{(2a+a).\frac{3a}{2}}{2} = \frac{9a^2}{4}$; $BC = 2a \Rightarrow V = \frac{1}{3}.\frac{9a^2}{4}.2a = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết $AB = a$, $BC = 2a$ và $SC = 3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $AB = a$, $BC = 2a$ suy ra $AC = a\sqrt{5}$.

Mà tam giác SAC vuông tại A suy ra $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = 2a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.2a.a.2a = \frac{4}{3}a^3$.

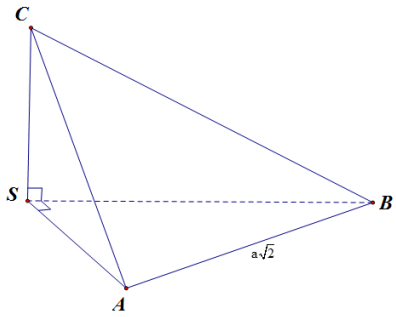
Câu 49: Cho tứ diện $S.ABC$ có SAB, SCB là các tam giác cân tại S và SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $BA = a\sqrt{2}$, thể tích V của tứ diện $S.ABC$ là.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



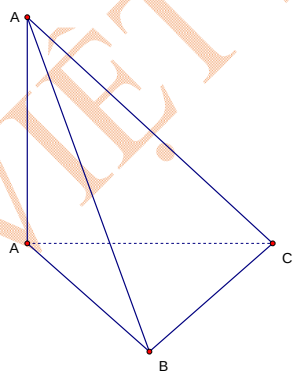
Các tam giác $SAB,\ SCB$ là các tam giác vuông cân suy ra $SA=SB=SC=a$. Vậy $V=\frac{a^3}{6}$.

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\end{cases}$ nên $SA\perp(ABC)$.

$SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{3a^2-a^2}=a\sqrt{2}$.

$V_{SABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

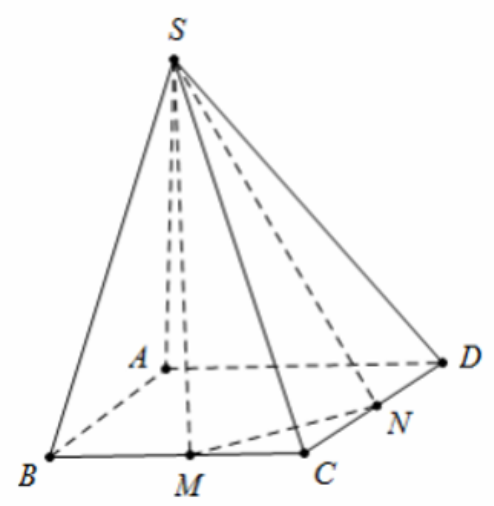
Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA=a$, $AB=2a$, $BC=4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Thể tích của khối chóp $S.MNC$ là

A. $\frac{a^3}{5}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



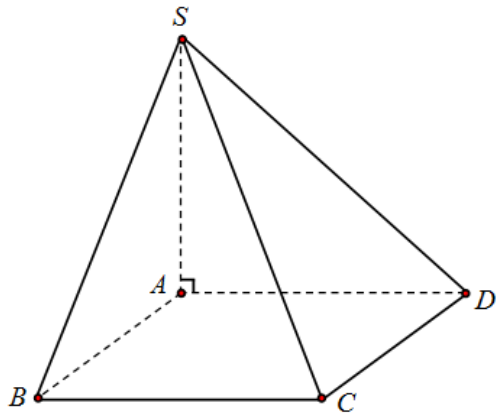
Ta có $V=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}CM.CN=\frac{1}{3}a.\frac{1}{2}.2a.a=\frac{a^3}{3}$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$, $BC=2a$, $SA=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a.

A. $\frac{8a^3}{3}$ **B.** $\frac{4a^3}{3}$ **C.** $\frac{6a^3}{3}$ **D.** $4a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $S_{ABCD}=AB.CD=2a^2$.

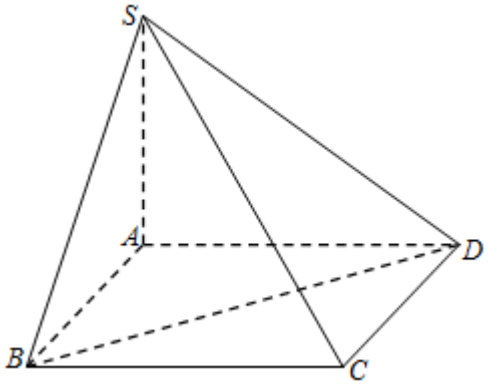
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}2a.2a^2=\frac{4a^3}{3}$.

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên $SA=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $2a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đặt $AB=x$, ΔABD vuông cân tại $A \Rightarrow BD=x\sqrt{2}$.

Do ΔSBD là tam giác đều $\Rightarrow SB=SD=BD=x\sqrt{2}$.

Lại có ΔSAB vuông tại A

$\Rightarrow SA^2+AB^2=SB^2 \Leftrightarrow \left(a\sqrt{2}\right)^2+x^2=\left(x\sqrt{2}\right)^2$

$\Rightarrow x^2=2a^2 \Rightarrow x=a\sqrt{2}$

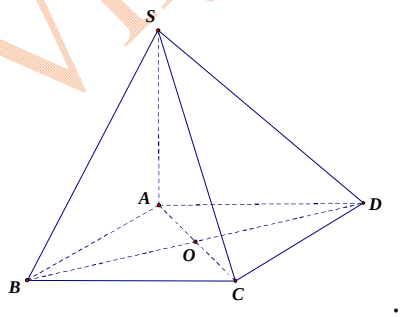
$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\left(a\sqrt{2}\right)^2=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SC=\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{15}}{3}$. **B.** $V=\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đường chéo hình vuông $AC=\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAC, ta có $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{3}$.

Chiều cao khối chóp là $SA=\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD}=1^2=1$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

Câu 55: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a, AD=a\sqrt{2}, SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng:

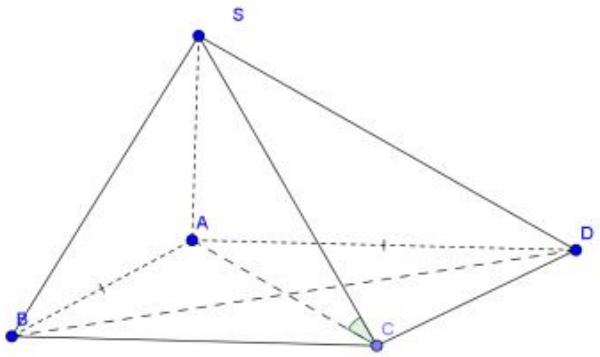
A. $\sqrt{6}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $3\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương pháp: + Dựng hình như hình vẽ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



+ Xác định được góc giữa SC và đáy.

Cách giải: + Góc giữa SC và mặt đáy là $\widehat{SCA}=60^{\circ}$.

$AD=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{3}a$.

Suy ra $SH=AD\tan 60^{\circ}=3a$.

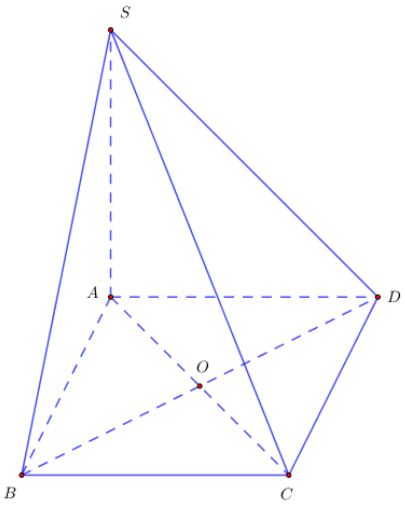
$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}3a.a.\sqrt{2}a=\sqrt{2}a^3$.

Câu 56: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $ABCD$ là hình vuông có $AC=a\sqrt{2}$ suy ra $AB=a$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $BC=2a$, $\widehat{BAC}=120^{\circ}$, biết $SA\perp(ABC)$ và mặt phẳng (SBC) hợp với đáy một góc bằng 45°. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm của BC. Vì tam giác ABC cân tại A nên $AI\perp BC$ và góc $\widehat{ACI}=30^{\circ}$.

Trong tam giác AIC vuông tại I ta có:

$\tan 30^\circ = \dfrac{AI}{IC} \Rightarrow AI = IC.\tan 30^\circ = a.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích đáy: $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AI.BC = \dfrac{1}{2}\dfrac{a.\sqrt{3}}{3}.2a = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $\begin{cases} (SBC)\cap(ABC) = BC \\ AI \perp BC \\ SI \perp BC \end{cases}$.

Góc giữa (SBC) và (ABC) là $\widehat{SIA} = 45^\circ$.

Suy ra tam giác SAI vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

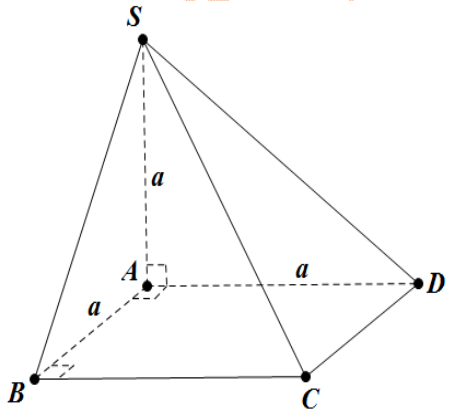
Thể tích khối chóp là là: $V = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a^3}{9}$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và có độ dài bằng a. Tính thể tích khối tứ diện $S.BCD$.

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $V_{S.BCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{BCD} = \dfrac{1}{3}a.\dfrac{1}{2}a^2 = \dfrac{a^3}{6}$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD} = 60^\circ, SA \perp (ABCD)$. Biết rằng khoảng cách từ A đến cạnh SC bằng a. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tam giác ABD đều, có cạnh bằng a.

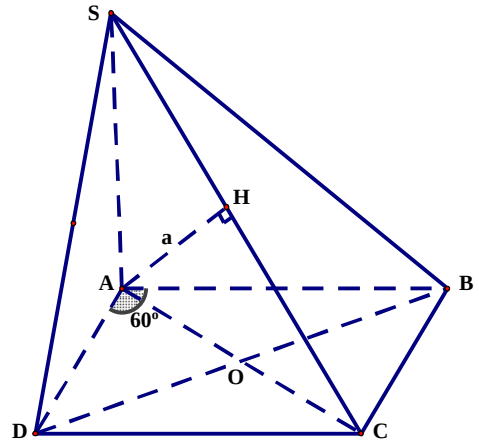
Suy ra $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Kẻ $AH \perp SC, (H \in SC)$, ta có $d(A,SC) = AH = a$.

Gọi $O = AC \cap BD$, $AC = 2AO = a\sqrt{3}$.

$\dfrac{1}{SA^2} = \dfrac{1}{AH^2} - \dfrac{1}{AC^2} = \dfrac{2}{3a^2} \Rightarrow SA = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

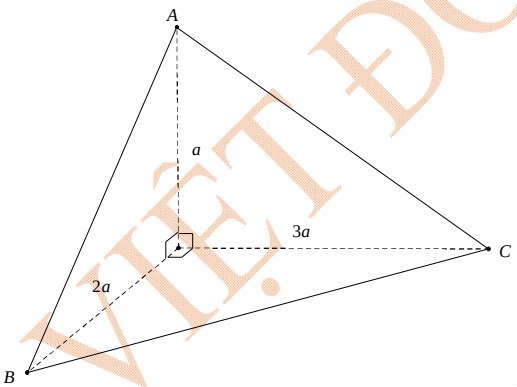


Câu 60: Thể tích của tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc, $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$ là

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn D



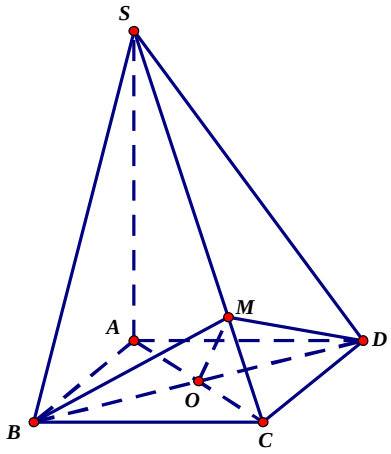
$V=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{a.2a.3a}{6}=a^3$.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=120^0$, $SA\perp(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $60°$. Tính SA

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$ **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $ABCD$ là hình thoi cạnh a có $\widehat{ABC}=120^0$ nên $BD=a, AC=a\sqrt{3}$.

Nhận xét $BD\perp SC\Rightarrow$ kẻ $OM\perp SC\Rightarrow (BDM)\perp SC$ do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là $\widehat{BMD}=120^0$ hoặc $\widehat{BMD}=60^0$.

TH1: Nếu $\widehat{BMD}=120^0$ mà tam giác BMD cân tại M nên

$\widehat{BMO}=60^0\Rightarrow MO=BO.cot60^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

Mà tam giác OCM đồng dạng với tam giác SCA nên $OM=\dfrac{SA.CD}{SC}\Rightarrow SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

TH2: Nếu $\widehat{BMD}=60^0$ thì tam giác BMD là tam giác đều nên $OM=a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

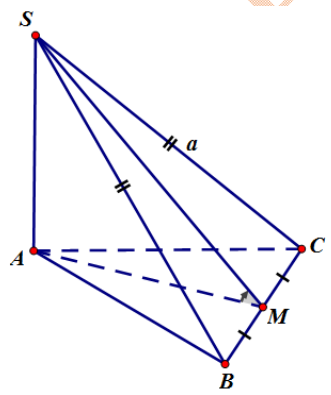
$\Rightarrow OM=OC$ vô lý vì ΔOMC vuông tại M.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBC đều cạnh a, góc giữa mặt phẳng (SBC) và đáy là $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{64}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Vì tam giác SBC đều nên suy ra $AB=AC$. Gọi M là trung điểm của BC thì $AM\perp BC$. Mà $BC\perp SA$ nên $BC\perp SM$. Do đó: $((SBC),(ABC))=\widehat{SMA}=30^0$.

Vì tam giác SBC đều nên $SM=a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAM, ta có: $\begin{cases} SA=SM.\sin 30^0=a\dfrac{\sqrt{3}}{4} \\ AM=SM.\cos 30^0=\dfrac{3a}{4} \end{cases}$.

Vậy, thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}SA=\dfrac{1}{3}AM.BC.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{4}.a.\dfrac{a\sqrt{3}}{4}=a^3\dfrac{\sqrt{3}}{16}$.

Câu 63: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases}(SBC)\cap(ABCD)=BC\\ BC\perp AB\\ BC\perp SB\end{cases}\Rightarrow\widehat{(SBC),(ABCD)}=60°$.

Suy ra $SA=a.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

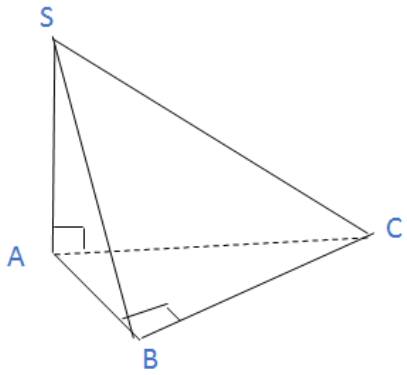
Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a.a\sqrt{3}=a^3$.

Câu 64: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{48}$. **B.** $\frac{a^3}{16}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Nên $AB=BC=\frac{a}{2}$, $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.BA.BC=\frac{a^2}{8}$.

Ta có:

$\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ AB\subset(ABC),\ AB\perp BC\\ SB\subset(SBC),\ SB\perp BC\end{cases}\Rightarrow\widehat{((ABC),(SBC))}=\widehat{SBA}=45°$.

Tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA=AB=\frac{a}{2}$.

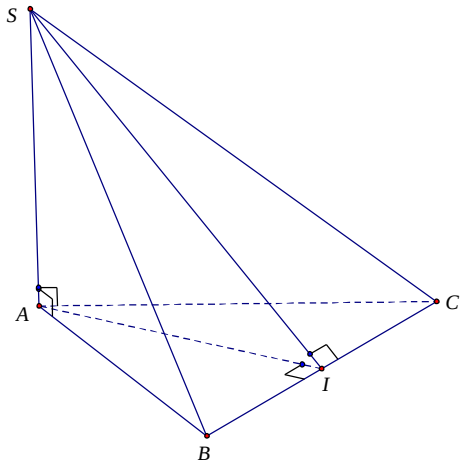
Vậy: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2}{8}=\frac{a^3}{48}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi I là trung điểm của BC, góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SI \Rightarrow ((ABC),(SBC)) = \widehat{SIA} = 30^\circ$.

Do tam giác ABC đều cạnh a nên $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAI có $SA = AI.\tan SIA \Leftrightarrow SA = \dfrac{1}{\sqrt{3}}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a}{2}$.

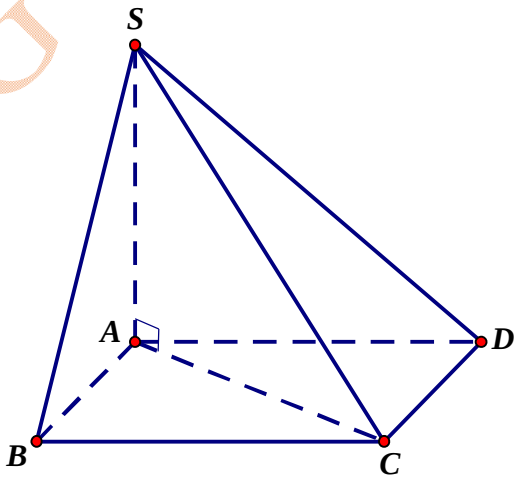
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.BC.AI.SA = \dfrac{1}{6}.a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 66: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với $(ABCD)$, $SC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V_{S.ABCD} = a^3$. **B.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Xét tam giác vuông SAC có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.a^2.a = \dfrac{a^3}{3}$.

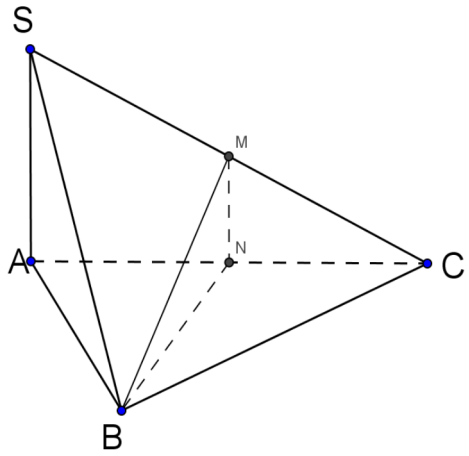
Câu 67: Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng 60°, $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và AC. Tính thể tích khối chóp $MNBC$?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có:

$\widehat{((SBC),(ABC))} = \widehat{SBA} = 60°$.

$\tan 60^0 = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$; $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\left(\frac{1}{2}a.a\right) = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

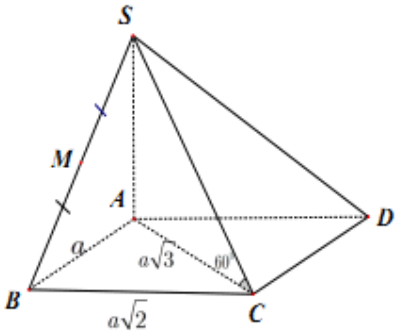
$\frac{V_{MNBC}}{V_{C.SAB}} = \frac{CM}{CS}.\frac{CN}{CA} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{MNBC} = \frac{1}{4}V_{C.SAB} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 68: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a, AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$, góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $3a^3$. **D.** $3a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Xét ΔABC vuông tại B, ta có.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét ΔSAC vuông tại A, $(SA \perp (ABCD)) \Rightarrow SA \perp AC$.

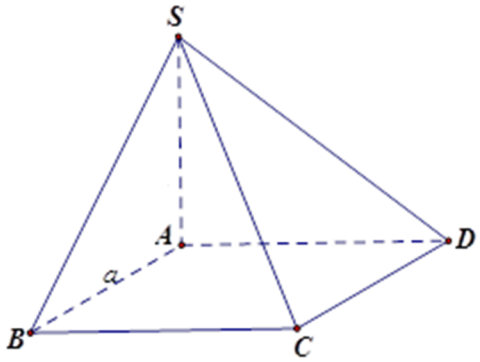
Ta có:

$\tan\widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC.\tan\widehat{SCA} = AC.\tan 60° = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$.

Vậy thể tích hình chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a.a\sqrt{2} = a^3\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

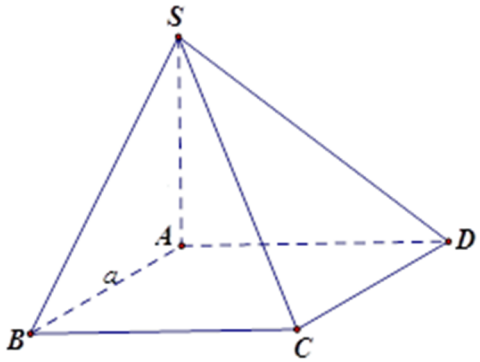
Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc bằng 60°. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Diện tích đáy: $S_{ABCD} = a^2$.

$SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA} = 60^\circ$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{2}.\tan 60^\circ = a\sqrt{6}$.

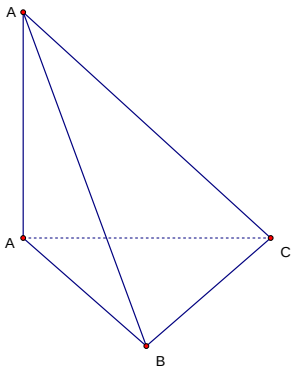
Vậy $V = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$ biết SA vuông góc với đáy ABC và SB hợp với đáy một góc $60°$. Tính thể tích hình chóp.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{48}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB = BC = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AB.BC = \dfrac{a^2}{4}$.

Theo giả thiết $\widehat{SBA} = 60°$ nên $SA = AB.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

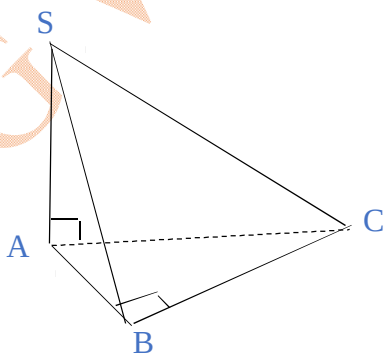
$V_{SABC} = \dfrac{1}{3} SA.S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 70: Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; SA vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt bên (SBC) và mặt đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{48}$. **B.** $\dfrac{a^3}{48}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\dfrac{a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại B, $AC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Nên $AB = BC = \dfrac{a}{2}$, $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}.BA.BC = \dfrac{a^2}{8}$.

Ta có:

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AB \subset (ABC),\ AB \perp BC \Rightarrow \left((ABC),(SBC)\right) = \widehat{SBA} = 45^0 \\ SB \subset (SBC),\ SB \perp BC \end{cases}$$

Tam giác SAB vuông cân tại A nên $SA = AB = \dfrac{a}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

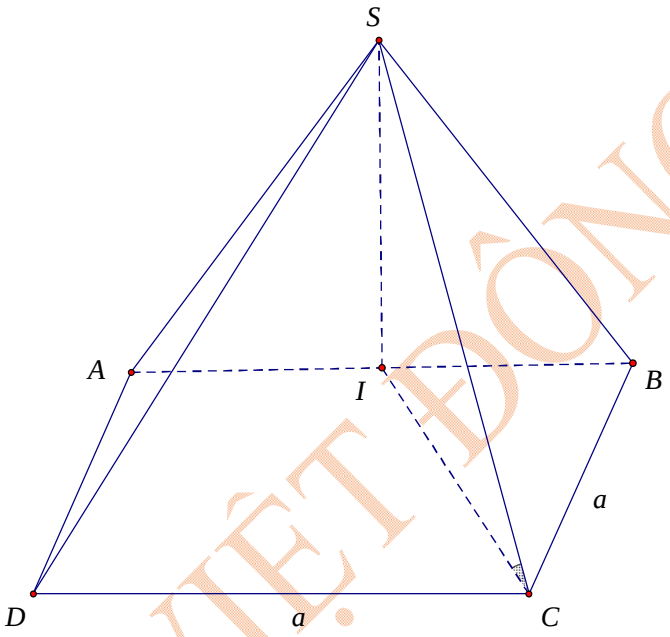
Vậy: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2}{8}=\frac{a^3}{48}$.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Cạnh bên SC tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của AB.

Ta có: ΔSAB cân tại $S \Rightarrow SI \perp AB$ (1)

Mặt khác: $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\end{cases}$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra: $SI\perp(ABCD)$

$\Rightarrow SI$ là chiều cao của hình chóp $S.ABCD$

$\Rightarrow IC$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,IC)}=\widehat{SCI}=60°$

Xét ΔIBC vuông tại B, ta có: $IC=\sqrt{IB^2+BC^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$

Xét ΔSIC vuông tại I, ta có: $SI=IC.\tan 60°=\frac{a\sqrt{5}}{2}.\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$

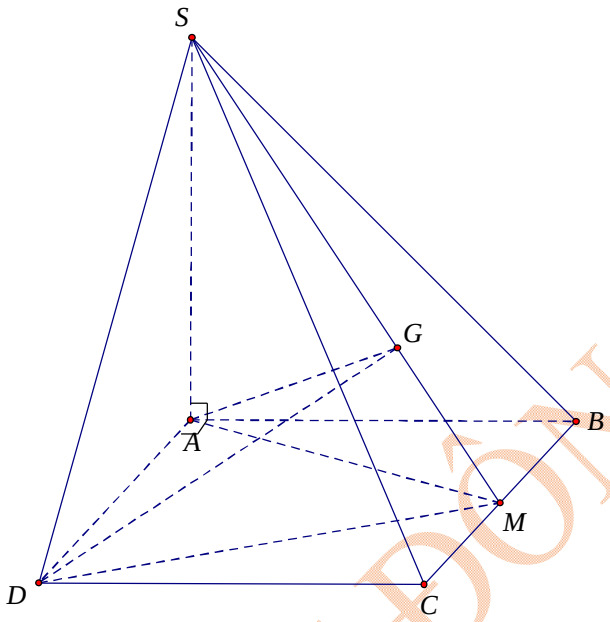
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SI=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{15}}{2}=\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA=AD=2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vì góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$ nên $\widehat{SBA}=60°\Rightarrow AB=\frac{SA}{\tan 60°}=\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Khi đó: $S_{ABCD}=AB.AD=\frac{2a}{\sqrt{3}}.2a=\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm BC, khi đó: $S_{ADM}=\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ADG}=\frac{2}{3}V_{S.ADM}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}.2a.\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}=\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

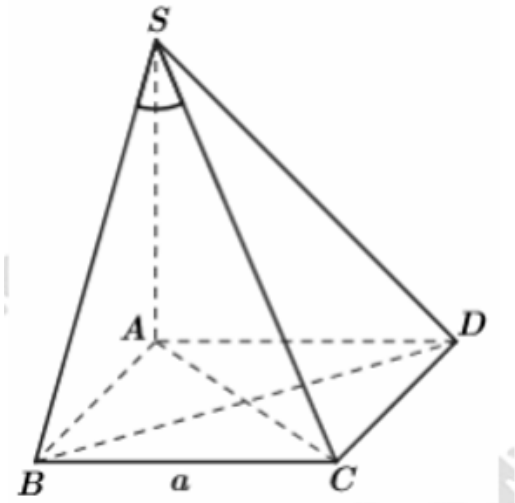
Câu 73: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, a là độ dài cạnh đáy. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SC tạo với (SAB) góc 30°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $S_{ABCD}=a^2$

$\begin{cases} CB\perp AB \\ CB\perp SA \end{cases}\Rightarrow CB\perp (SAB)$

SB là hình chiếu vuông góc của SC lên (SAB)

$\Rightarrow \widehat{(SC,(SAB))}=\widehat{(SC,SB)}=\widehat{CSB}=30^\circ$

Xét ΔCSB vuông tại B có $SB=\dfrac{BC}{\tan\widehat{CSB}}=a\sqrt{3}$

$SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{2}$

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp (ABCD)$, $AC=a\sqrt{2}, S_{ABCD}=\dfrac{3a^2}{2}$ và góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$ bằng 60°. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SC. Tính theo a thể tích của khối chóp $H.ABCD$.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $SA\perp (ABCD)\Rightarrow$ Góc toạ bởi SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}=60^\circ$.

Lại có $SA=AC\tan 60^\circ=a\sqrt{6}$, $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{6a^2+2a^2}=2a\sqrt{2}$.

Do đó $AC^2=CH.SC\Rightarrow \dfrac{CH}{SC}=\dfrac{AC^2}{SC^2}=\dfrac{2a^2}{8a^2}=\dfrac{1}{4}.$

$$\frac{d\left(H,(ABCD)\right)}{d\left(H,(ABCD)\right)}=\frac{SH}{SC}=\frac{3}{4}\Rightarrow d\left(H,(ABCD)\right)=\frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Thể tích của khối chóp $H.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{4}.\dfrac{3a^2}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}.$

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $AB=a, AD=2a$. Góc giữa cạnh bên SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

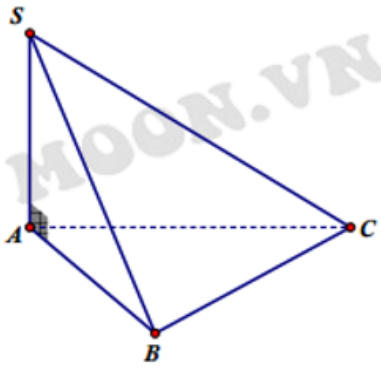
$V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a.a.2a=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 76: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $AC=a\sqrt{5}$ và SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với đáy góc $45°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{\sqrt{15}}{12}a^3$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{11}}{12}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Góc $\left(\widehat{SB,(ABC)}\right)=\left(\widehat{SB,AB}\right)=\widehat{SBA}=45°$.

ΔSBA vuông tại A có $\widehat{SBA}=45°\longrightarrow SA=AB=a$

$\cos\widehat{BAC}=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2.AB.AC}=\frac{3\sqrt{5}}{10}\rightarrow\sin\widehat{BAC}=\frac{\sqrt{55}}{10}$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$

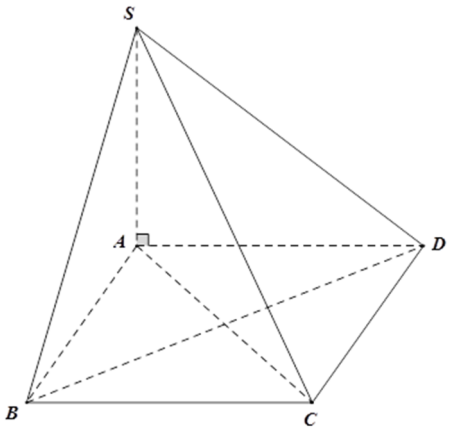
$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{11}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Câu 77: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$; $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3\sqrt{2}a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=a\sqrt{3}$

$\widehat{SCA}=\widehat{(SC,(ABCD))}=60°$

Vậy $SA=AC.\tan\widehat{SCA}=a\sqrt{3}.\tan 60°=3a$. Ngoài ra

$S_{ABCD}=a.a\sqrt{2}=a^2\sqrt{2}$

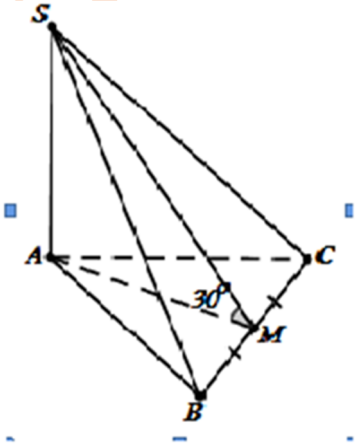
nên $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.3a.a^2\sqrt{2}=a^3\sqrt{2}$.

Câu 78: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa (SBC) và (ABC) bằng 30°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Từ A kẻ $AM\perp BC$, ta có:

$$\left.\begin{array}{l}SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC\\ BC\perp AM\end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAM)$$

$$\left.\begin{array}{l}(SBC)\cap(\mathrm{ABC})=\mathrm{BC}\\ BC\perp(SAM)\\ (SAM)\cap(SBC)=SM;(SAM)\cap(ABC)=AM\end{array}\right\}\Rightarrow\widehat{((SBC),(\mathrm{ABC}))}=\widehat{SMA}=30^0$$

Xét tam giác vuông AMB ta có $AM^2=AB^2-BM^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{3a^2}{4}\Rightarrow AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét tam giác vuông SAM ta có $SA = AM.\tan\widehat{SMA} = \frac{a\sqrt{3}}{2}\tan 30^0 = \frac{a}{2}$

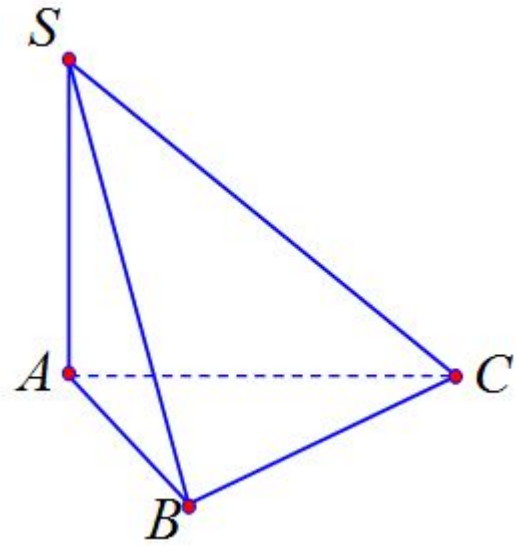
Suy ra: $V_{SABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta}ABC = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với đáy một góc bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC).

$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{(SC,AC)} = \widehat{SCA} = 60°$.

ΔSAC vuông tại A có $\widehat{SCA} = 60°$, ta có $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{3}$.

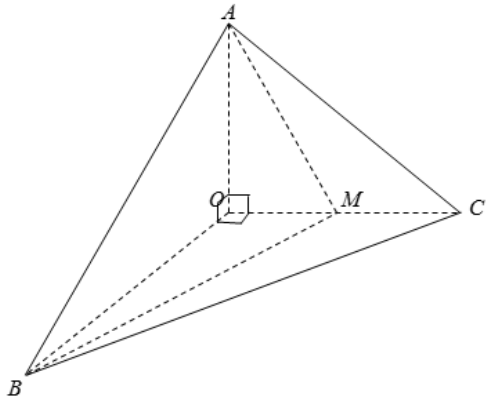
Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 80: Cho tứ diện $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 2a$, $OB = 3a$, $OC = 8a$. M là trung điểm của OC. Tính thể tích V của khối tứ diện $O.ABM$.

A. $V = 6a^3$. **B.** $V = 8a^3$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = 3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Vì $\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC)$.

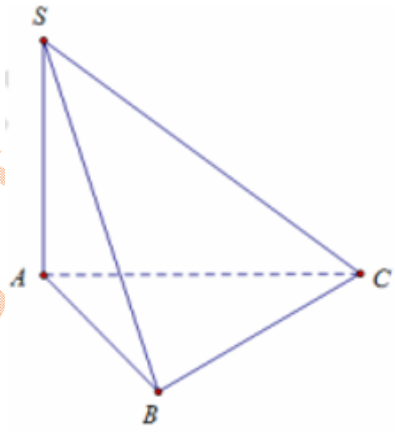
$V_{OABM} = V_{B.AOM} = \frac{1}{3} BO.S_{AOM} = \frac{1}{3} 3a.\frac{1}{2} OA.OM = \frac{1}{6} 3a.2a.4a = 4a^3$.

Câu 81: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$

+) $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}; S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

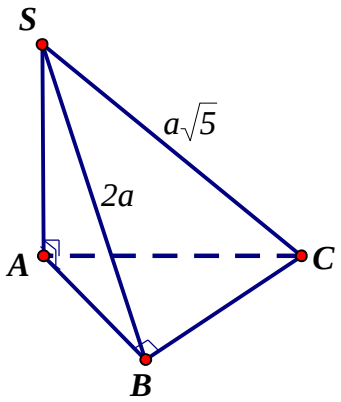
$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} .SA.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 82: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, ΔABC vuông tại B, $SB = 2a$, $SC = a\sqrt{5}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng a^3. Khoảng cách từ A đến (SBC) là:

A. $2a$. **B.** $3a$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $6a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow SB \perp BC$.

$\Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.

Do đó: $BC = \sqrt{SC^2 - SB^2} = \sqrt{(a\sqrt{5})^2 - (2a)^2} = a$.

$S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} SB.BC = a^2$.

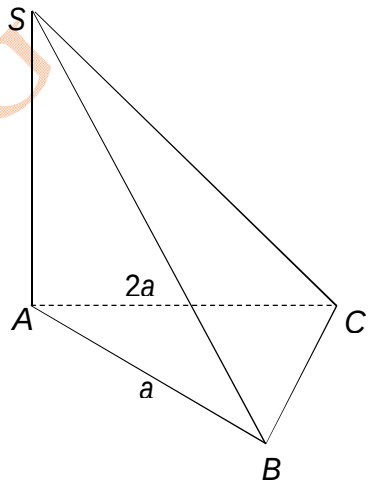
Vậy: $d(A,(SBC)) = \frac{3V_{A.SBC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3.a^3}{a^2} = 3a$.

Câu 83: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = 2a$, $SC = 3a$, SA vuông góc với đáy (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Phân tích: Tam giác SAC vuông tại A nên $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(3a)^2 - (2a)^2} = a\sqrt{5}$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{5}.\frac{1}{2}a.2a = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

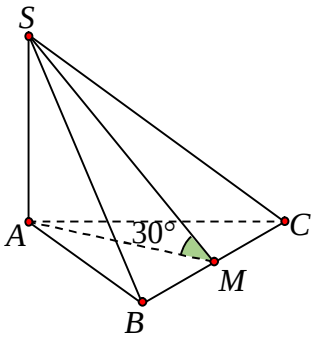
Câu 84: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a và SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC. Suy ra $\widehat{SMA}=30°$.

$SA=AM\tan\widehat{SMA}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\tan 30°=\frac{a}{2}$.

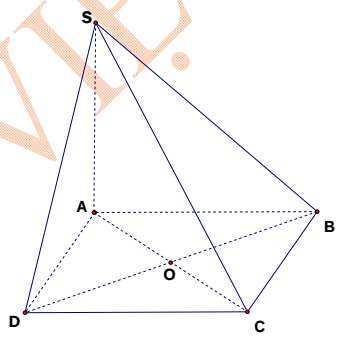
$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$

Câu 85: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $S_{ABCD}=a^2$

Vì hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy

$\Rightarrow BC\perp(SAB)$.

Cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$ $\Rightarrow\widehat{CSB}=30°$.

Tam giác SBC vuông tại B có $\widehat{CSB}=30°$, $\widehat{SCB}=60°$, $BC=a$.

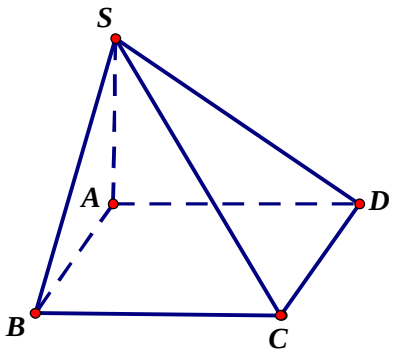
$\Rightarrow\frac{SB}{\sin\widehat{SCB}}=\frac{BC}{\sin\widehat{CSB}}\Rightarrow SB=a\sqrt{3}$.

Từ giả thiết $\Rightarrow SA\perp AB$. Tam giác SAB có $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow V_{SABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 86: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh bên SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Thể tích của khối chóp đó bằng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$(SC,(SAB)) = (SC,SB) = \widehat{BSC} = 30^0$.

$\tan 30^0 = \frac{a}{SB} \Leftrightarrow SB = a\sqrt{3}$; SA=$\sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$.

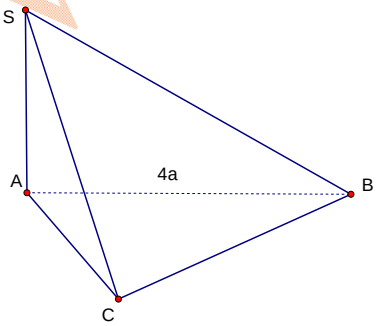
$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 87: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết $AB = 4a$ và góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V = \frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $V = \frac{1}{6}a^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$\begin{cases} (SBC)\cap(ABC) = BC \\ AC \perp BC \\ SC \perp BC \end{cases}$ suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) là góc $\angle SCA = 45°$.

$\Rightarrow SA = AC = \frac{4a}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.2a\sqrt{2}.\frac{1}{2}.\left(2a\sqrt{2}\right)^2 = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

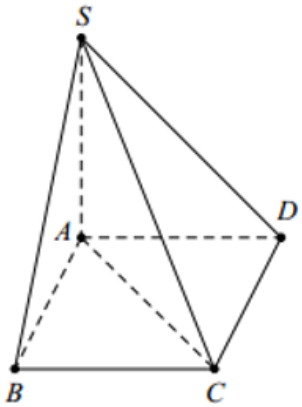
Câu 88: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABCD)$ và góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $3a^3$. **B.** $a^3\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Vì AC là hình chiếu vuông góc của SC trên $mp(ABCD)$.

Suy ra $\widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,AC)}=\widehat{SCA}=45°$.

Tam giác SAC vuông tại A, có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}\Rightarrow SA=AC$.

Tam giác ABC vuông tại A, có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{3}$.

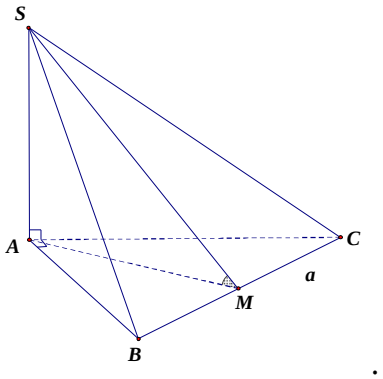
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 89: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân có cạnh huyền $BC=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của hình chóp $S.ABC$ là.

A. $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{24}$. **D.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow\begin{cases}BC\perp AM\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp SM$.

$\left(\widehat{(SBC),(SAM)}\right)=\widehat{(SM,AM)}=\widehat{SMA}=45^0\Rightarrow SA=AM=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{a}{2}$.

$AB=AC=\dfrac{BC}{\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{1}{2}\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^2}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

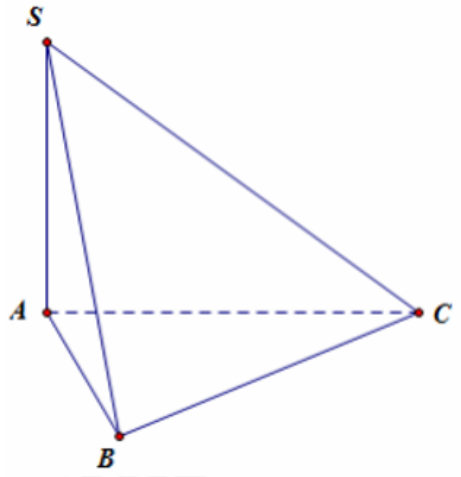
$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2}{4}=\frac{a^3}{24}$ (đvtt).

Câu 90: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy (ABC); góc giữa SB và mặt (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABC)$

Ta có $SB\cap(ABC)=\{B\}$ và $SA\perp(ABC)$

$\Rightarrow\widehat{(SB,(ABC))}=\widehat{(SB,AB)}=\widehat{SBA}=60°$

Mà $AB=a\Rightarrow SA=a.\tan 60°=a\sqrt{3}$

Ta có $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

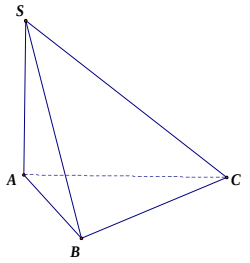
$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3}{4}$.

Câu 91: Cho khối chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $SA \perp (ABC)$.

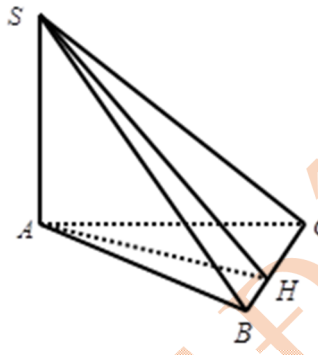
Ta có $V = \frac{1}{3} SA.S_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{2}.a^2\sqrt{3}}{12} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 92: Cho hình chóp $S.ABC$ là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC} = 30^o$, $BC = a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vương góc với đáy (ABC), mặt bên (SBC) tạo với đáy một góc 45^0. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3}{9}$. **B.** $\frac{a^3}{32}$. **C.** $\frac{a^3}{64}$. **D.** $\frac{a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC)$.

Kẻ $AH \perp BC \Rightarrow SH \perp BC$

Khi đó: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ BC \perp AH \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow \widehat{SHA} = 45^o$

Mà $AB = BC.\cos 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AC = BC.\sin 30^o = \frac{a}{2}$ nên $AH = AB.\sin 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Nên $SA = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

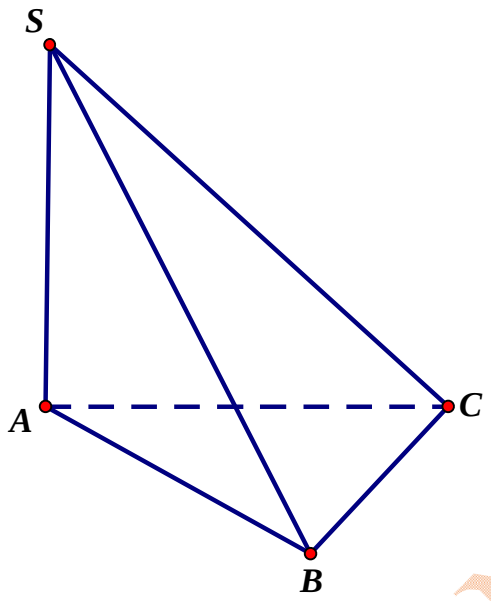
Do đó: $V = \frac{1}{3} S_{ABC}.SA = \frac{1}{6} AB.AC.SA = \frac{a^3}{32}$.

Câu 93: Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Chọn B

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ (đvtt).

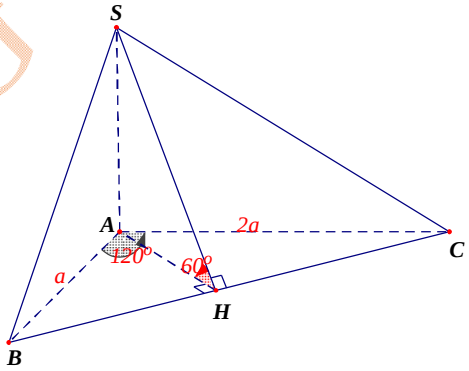
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 94: Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ có $AB=a$, $AC=2a$, $\widehat{BAC}=120°$, $SA\perp(ABC)$, góc giữa (SBC) và (ABC) là $60°$.

A. $\frac{\sqrt{7}a^3}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a^3}{14}$. **C.** $\frac{\sqrt{7}a^3}{14}$. **D.** $\frac{3\sqrt{21}a^3}{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



+ Diện tích đáy $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\sin120°=\frac{1}{2}.a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

+ Tính chiều cao SA:

• Dựng $AH\perp BC$ (với $H\in BC$) suy ra $SH\perp BC$, do đó góc $\left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right)=\widehat{SHA}=60°$, suy ra $SA=AH.\tan60°$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

• Tính AH : ta có diện tích $S_{ABC}=\frac{1}{2}AH.BC \Rightarrow AH=\frac{2.S_{ABC}}{BC}$ mà theo định lý hàm côsin thì $BC^2=AB^2+AC^2-2.AB.AC.\cos A=a^2+4a^2-2.a.2a.\left(-\frac{1}{2}\right)=7a^2 \Rightarrow BC=a\sqrt{7}$, suy ra $AH=\frac{2.\frac{\sqrt{3}}{2}a^2}{a\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}a$.

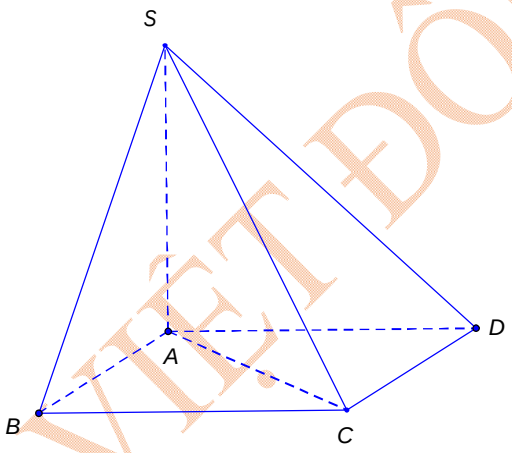
+ KL: Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a^2.\frac{\sqrt{21}}{7}a=\frac{\sqrt{7}}{14}a^3$ (đvtt).

Câu 95: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABCD)$, góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3\sqrt{2}a^3$. **B.** $\sqrt{2}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $\sqrt{6}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{3}$.

Góc giữa SC và đáy bằng góc $\widehat{SCA}=60°$. Suy ra $SA=AC.\tan 60°=3a$.

Thể tích hình chóp bằng $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}3a.a^2\sqrt{2}=a^3\sqrt{2}$.

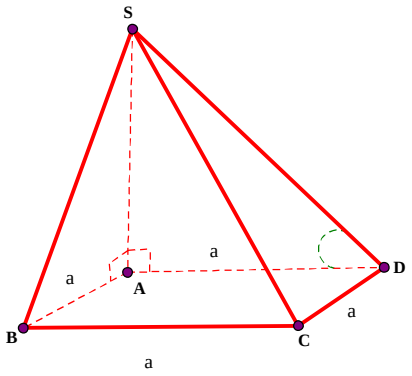
Câu 96: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SD hợp với đáy một góc $60°$. Hỏi thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Theo đề có : $\widehat{SDA}=60^\circ \Rightarrow SA=AD.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

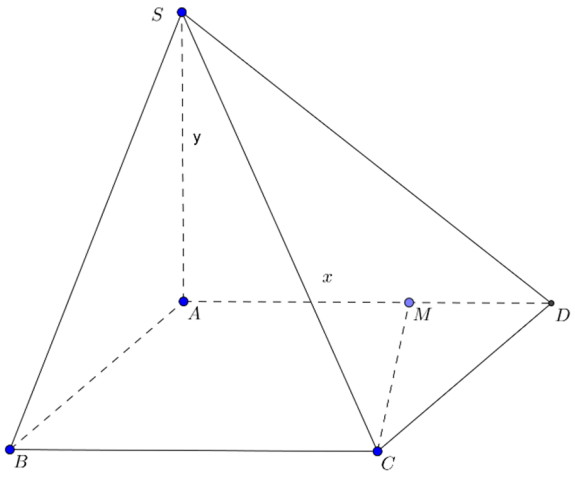
Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$: $V=\frac{1}{3}dt_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 97: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh SA vuông góc với đáy và $SA=y$. Trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $AM=x$. Biết rằng $x^2+y^2=a^2$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCM$.

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



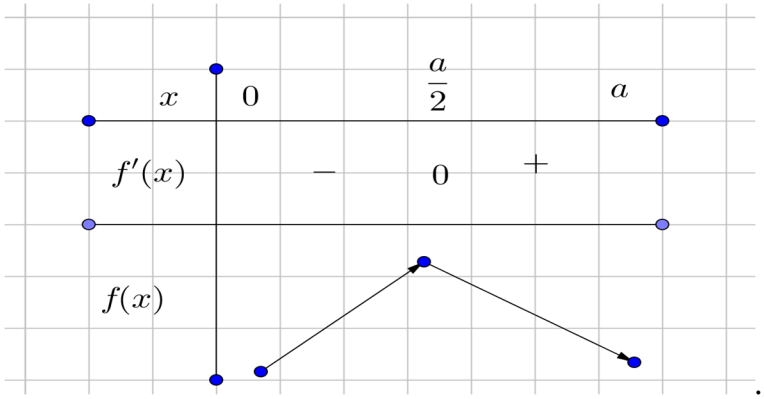
Ta có $0<x<a$; $y=\sqrt{a^2-x^2}$.

$V_{S.ABCM}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCM}=\frac{1}{3}y.\frac{(x+a)a}{2}=\frac{1}{6}a\sqrt{a^2-x^2}(x+a)$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{a^2-x^2}(x+a)$.

$f'(x)=\frac{-2x^2-ax+a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-a\\x=\frac{a}{2}\end{array}\right.$ nhận $x=\frac{a}{2}$.



$\Rightarrow Max\ f(x) = f\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

$MaxV_{S.ABCM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

DẠNG 2: KHỐI CHÓP CÓ MỘT MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 1: Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có $AB=2a\sqrt{3}$; $AD=2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a; hình chiếu của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AB; cạnh bên $SD=\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối chố $S.ABCD$ tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $(SAD)\perp(ABCD)$, $SA=SD$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết $SC=\frac{a\sqrt{21}}{2}$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{7}}{2}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{7}}{6}$. **D.** $V=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác vuông cân tại C và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABD), tam giác ABD là tam giác đều và có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 5: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$, biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60^0.

A. $V=18a^3\sqrt{15}$ **B.** $V=18a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $V=9a^3\sqrt{3}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, có $BC=a$. Mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB đều cạnh a, tam giác ABC cân tại C. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB. Đường thẳng SC tạo với mặt đáy một góc $30°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **B.** $V=\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 8: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp trên gần số nào sau đây nhất?

A. $0,4$. **B.** $0,3$. **C.** $0,2$. **D.** $0,5$.

Câu 9: **-2017]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V_{S.ABCD}=a^3\sqrt{3}$.

Câu 10: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Các cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp đó.

A. $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V_{S.ABCD}=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $AD=a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích V của hình chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a$, $AD=a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết diện tích đáy bằng m. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=\dfrac{1}{3}m.SD$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}m.SB$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}m.SC$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}m.SA$.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, đáy nhỏ của hình thang là CD, cạnh bên $SC=a\sqrt{15}$. Tam giác SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy hình chóp. Gọi H là trung điểm cạnh AD, khoảng cách từ B tới mặt phẳng (SHC) bằng $2\sqrt{6}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

A. $V=24\sqrt{6}a^3$. **B.** $V=8\sqrt{6}a^3$. **C.** $V=12\sqrt{6}a^3$. **D.** $V=4\sqrt{6}a^3$.

Câu 16: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $60°$.

A. $V_{S.ABCD}=18a^3\sqrt{3}$. **B.** $V_{S.ABCD}=9a^3\sqrt{15}$.

C. $V_{S.ABCD}=\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $V_{S.ABCD}=18a^3\sqrt{3}$.

Câu 17: Cho khối chóp $S.ABC$ có SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC), $AB=2a$ và tam giác ABC có diện tích bằng $3a^2$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 18: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $h=\frac{2}{3}a$. **B.** $h=\frac{3}{4}a$. **C.** $h=\frac{8}{3}a$. **D.** $h=\frac{4}{3}a$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a; AD=a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45^0. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A; $AB=a$; $AC=2a$. Đỉnh S cách đều A, B, C; mặt bên (SAB) hợp với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 23: Cho hình chóp có tam giác SAB đều cạnh a, tam giác ABC cân tại C. Hình chiếu của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh AB; góc hợp bởi cạnh SC và mặt đáy là 30°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (SAG) tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối tứ diện $ACGS$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$

Câu 25: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=6\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có ΔSAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$; $ABCD$ là hình vuông. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết AC vuông góc với SD. TÍnh thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng?

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD, cạnh SB hợp với đáy một góc $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6\sqrt{3}}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.OCD$ bằng $\frac{a^3}{3}$. Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBD) ?

A. $h=\frac{2\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $h=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $h=\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $h=2\sqrt{3}a$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=3a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=3a^3\sqrt{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy (ABC). Các mặt bên (SAB), (SBC) tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$ **C.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $60°$.

A. $V_{S.ABCD}=\frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $V_{S.ABCD}=9a^3\sqrt{3}$.

C. $V_{S.ABCD}=18a^3\sqrt{15}$. **D.** $V_{S.ABCD}=18a^3\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB=a$; $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm H của cạnh AB; góc tạo bởi SD và mặt phẳng đáy là $60°$. Thể tích của khối chóp là

A. $\frac{3a^3\sqrt{13}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{13}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{13}}{2}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{13}}{4}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB=2AC=2a$, $BC=a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S, hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc nhau. Tính tỉ số $\frac{V}{a^3}$ biết V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** 2 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA=3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{10\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{15}}{6}a^3$. **D.** $V=\frac{17}{6}a^3$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{2a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặp phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là.

A. $\frac{7a^3\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $3a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{7a^3\sqrt{21}}{12}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=3$, $AC=2$; ABC là tam giác vuông cân tại B. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{2\sqrt{7}}{3}$. **B.** $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{7}$. **D.** $V=2\sqrt{2}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $\frac{\sqrt{7}}{12}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{8}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{16}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{4}a^3$.

Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA=2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. **C.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$.

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=1$, $AC=\sqrt{3}$. Tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{39}}{13}$. **C.** 1. **D.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi φ là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC), với $\varphi<45°$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3}{3}$ **B.** $4a^3$ **C.** $\frac{8a^3}{3}$ **D.** $\frac{4a^3}{3}$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=3a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{3a^3}{2}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, $SA=SB=SC=6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{119}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{119}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{119}}{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{119}$.

Câu 51: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SC hợp với đáy một góc $30°$, M là trung điểm của AC. Tính thể tích khối chóp $S.BCM$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{96}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

Câu 52: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{CSB}=60°$, $\widehat{CSA}=90°$, $SA=SB=SC=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 53: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối tứ diện $A'B'AC$ là

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 55: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết côsin của góc tạo bởi mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\frac{2\sqrt{17}}{17}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\frac{a^3\sqrt{13}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{17}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{17}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{13}}{6}$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=a\sqrt{3}$, $AC=a$. Mặt bên (SBC) là tam giác đều và vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V_{S.ABCD}=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V_{S.ABCD}=a^3\sqrt{3}$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{2a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cho biết $AB=a$, $SA=2SD$. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{3a^3}{2}$ **B.** $\frac{5a^3}{2}$ **C.** $5a^3$ **D.** $\frac{15a^3}{2}$

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AD và M là trung điểm DC. Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABM$ tính theo a bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC$, tam giác ABC là tam giác vuông tại B, $AB=2a$, $BC=2a\sqrt{3}$, mặt bên (SBC) tạo với đáy góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $2a^3$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $7a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là thoi cạnh a với $\widehat{BAD}=120^0$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm I của cạnh AB. Cạnh bên SD hợp với đáy một góc 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{15}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{9}$.

Câu 63: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp trên gần số nào sau đây nhất?

A. $0,4$. **B.** $0,3$. **C.** $0,2$. **D.** $0,5$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 64: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$.

A. $V_{S.ABCD}=9\sqrt{3}a^3$. **B.** $V_{S.ABCD}=18\sqrt{15}a^3$.

C. $V_{S.ABCD}=18\sqrt{3}a^3$. **D.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{9\sqrt{15}a^3}{2}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, ΔSAB đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Biết (SCD) tạo với $(ABCD)$ một góc bằng 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 68: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là vuông; mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{2}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; biết $AB=AD=2a, CD=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60^0. Gọi I là trung điểm của AD, biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{5}a^3}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{15}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{5}a^3}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

DẠNG 2: KHỐI CHÓP CÓ MỘT MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY

Câu 1: Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có $AB=2a\sqrt{3}$; $AD=2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là.

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi H là trung diểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Tam giác SAB là tam giác đều cạnh $2a\sqrt{3}$ nên $SH=\frac{2a\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=3a$.

Vậy thể tích khối chóp $SABD$ là $V=\frac{1}{3}\cdot SH\cdot S_{ABD}=\frac{1}{3}\cdot 3a\cdot\frac{1}{2}\cdot 2a\sqrt{3}\cdot 2a=2\sqrt{3}a^3$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a; hình chiếu của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AB; cạnh bên $SD=\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối chố $S.ABCD$ tính theo a bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương pháp: + Dựng được hình vẽ thỏa mãn bài toán.
+ Tính chiều cao SH.

Cách giải: + Gọi H là trung điểm của AB nên $SH \perp (ABCD)$.

Lại có $DH=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$.

Xét tam giác SDH vuông tại HL.

$SH=\sqrt{SH^2-DH^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}a\right)^2-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2}=a\Rightarrow V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}a^3$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $(SAD)\perp(ABCD)$, $SA=SD$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết $SC=\frac{a\sqrt{21}}{2}$.

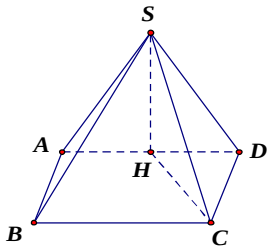
A. $V=\frac{a^3\sqrt{7}}{2}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{7}}{6}$. **D.** $V=\frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $HC=\frac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow SH=2a\Rightarrow V=\frac{1}{3}.a^2.2a=\frac{2a^3}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

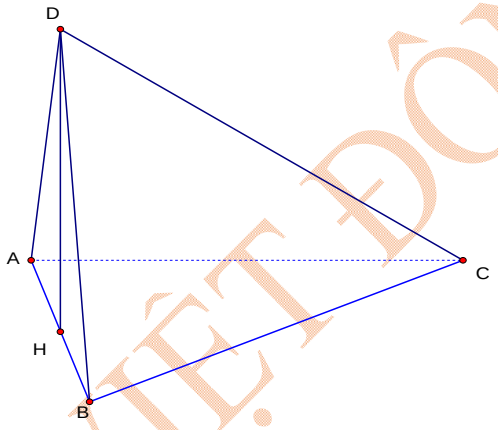


Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC là tam giác vuông cân tại C và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABD), tam giác ABD là tam giác đều và có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AB.

Ta có $DH \perp (ABC)$ và $DH = a\sqrt{3}$.

ΔABC vuông cân tại C nên $2CA^2 = AB^2 \Leftrightarrow AC = BC = a\sqrt{2}$.

Do đó $V_{ABCD} = \frac{1}{3}DH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

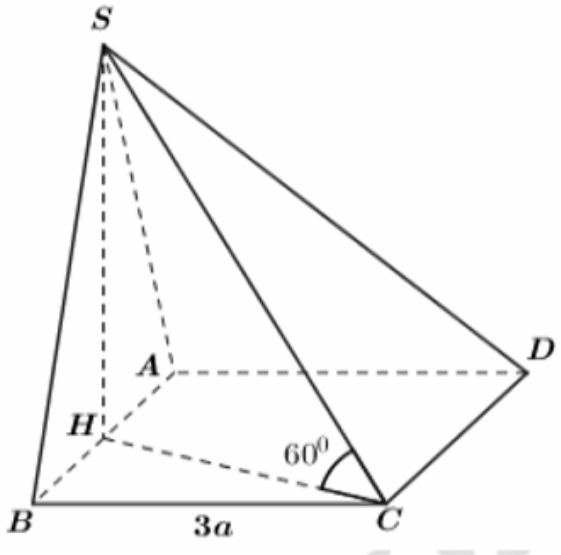
Câu 5: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$, biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60^0.

A. $V = 18a^3\sqrt{15}$ **B.** $V = 18a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$. **D.** $V = 9a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $S_{ABCD}=(3a)^2=9a^2$

Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

CH là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))}=\widehat{(SC,CH)}=\widehat{SCH}=60°$

Xét ΔSCH vuông tại H có

$CH=\sqrt{BC^2+BH^2}=\dfrac{3a\sqrt{5}}{2}$, $SH=CH\tan\widehat{SCH}=\dfrac{3a\sqrt{15}}{2}$

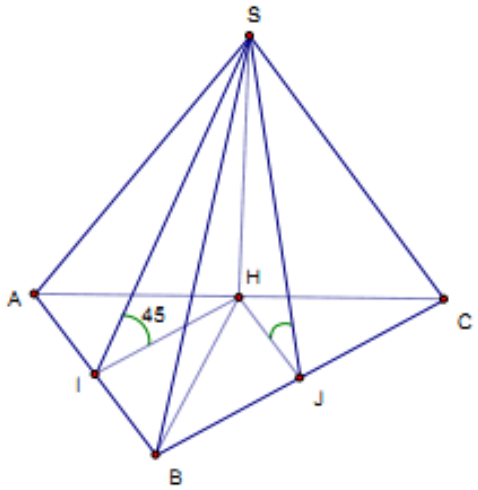
$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{2}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, có $BC=a$. Mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy, các mặt bên còn lại đều tạo với mặt đáy một góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Kẻ $SH \perp BC$ vì $(SAC)\perp(ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi I, J là hình chiếu của H trên AB và BC.

$\Rightarrow SJ \perp AB, SJ \perp BC$.

Theo giả thiết $\widehat{SIH} = \widehat{SJH} = 45°$.

Ta có: $\Delta SHI = \Delta SHJ \Rightarrow HI = HJ$ nên BH là đường phân giác của ΔABC từ đó suy ra H là trung điểm của AC.

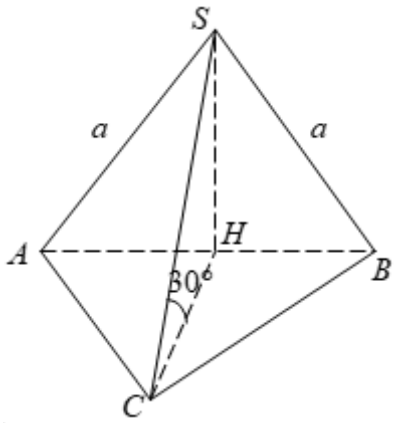
$HI = HJ = SH = \dfrac{a}{2} \Rightarrow V_{SABC} = \dfrac{1}{3} S_{ABC}.SH = \dfrac{a^3}{12}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB đều cạnh a, tam giác ABC cân tại C. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh AB. Đường thẳng SC tạo với mặt đáy một góc $30°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **B.** $V = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

$\Rightarrow (SC,(ABC)) = (SC,HC) = \widehat{SCH} = 30°$.

ΔSAB đều cạnh $a \Rightarrow SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét ΔSCH vuông tại H, $CH = \dfrac{SH}{\tan\widehat{SCH}} = \dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\tan 30°} = \dfrac{3a}{2}$.

ΔABC cân tại C, $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = 2S_{\Delta ACH} = 2.\dfrac{1}{2}AH.CH = \dfrac{a}{2}.\dfrac{3a}{2} = \dfrac{3a^2}{4}$.

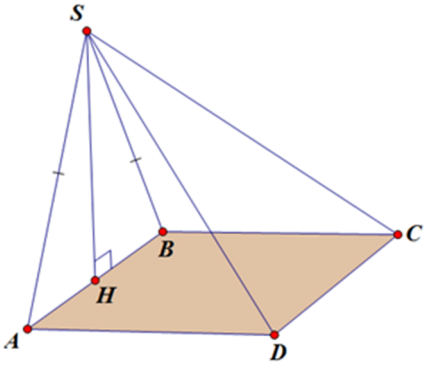
Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{3a^2}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

Câu 8: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp trên gần số nào sau đây nhất?

A. $0,4$. **B.** $0,3$. **C.** $0,2$. **D.** $0,5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



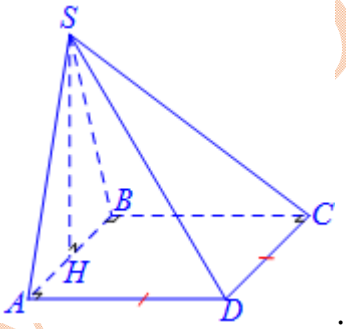
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $S_{ABCD} = 1 \Rightarrow V = \dfrac{\sqrt{3}}{6} \approx 0,3$.

Câu 9: **-2017]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm AB Suy ra $SH \perp (ABCD)$ (vì tam giác ABC đều).

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases}$

Khi đó: $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

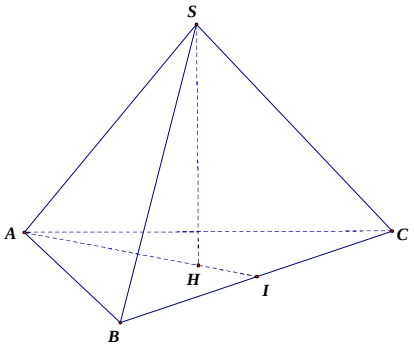
$\Rightarrow$ chọn phương án D.

Câu 10: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Các cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp đó.

A. $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D



Kẻ $SH \perp (ABC)$. Đường thẳng AH cắt BC tại I.

Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên H là trọng tâm của ΔABC. Do đó

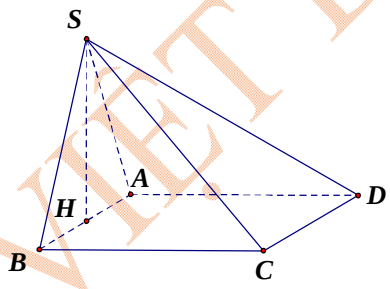
$AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}, AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $\widehat{SAH} = 60^0$ suy ra $SH = a$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V_{S.ABCD} = a^3\sqrt{3}$. **B.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

ΔSAB đều cạnh $a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}, S_{ABCD} = a^2$.

$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

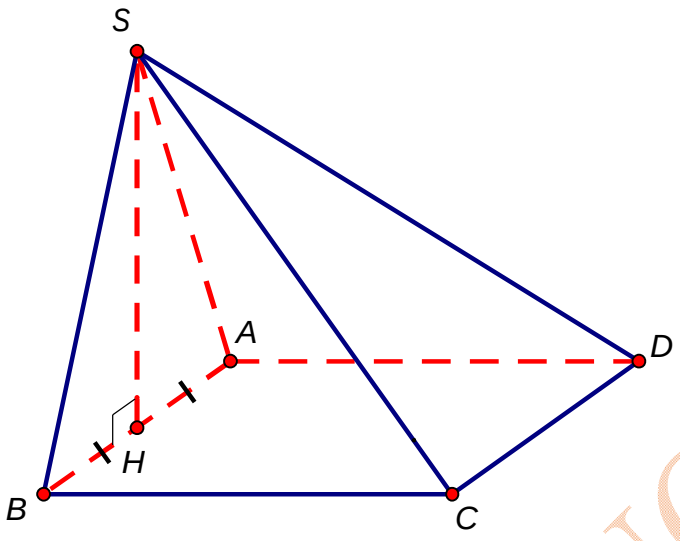
Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, AD = a\sqrt{2}$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích V của hình chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V = \frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là trung điểm của AB. Vì Tam giác SAB đều nên $SA \perp AB$.

Ta có: $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases}$

Tam giác SAB đều $AB = 2a$ nên $SH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

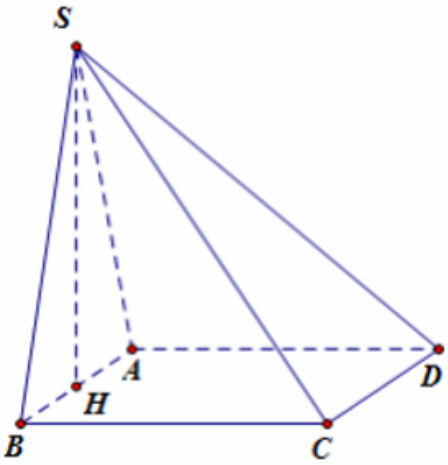
Vậy $V = \dfrac{1}{3} SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} a\sqrt{3}.2a.a\sqrt{2} = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{2}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà $(SAB) \cap (ABCD) = AB$

$\Rightarrow \widehat{((SAB),(ABCD))} = \widehat{(HB,SB)} = \widehat{SBH} = 45°$

Mà $HB = \frac{1}{2}AB = a \Rightarrow SH = a$

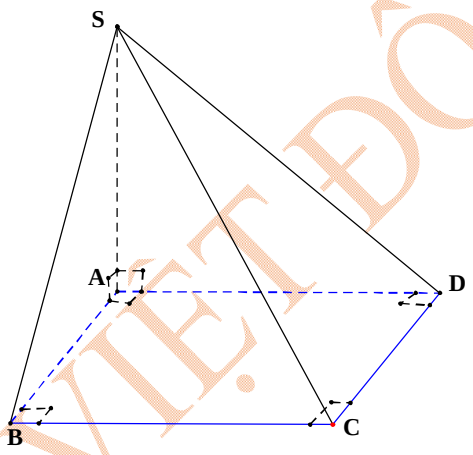
Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.2a.a = \frac{2a^3}{3}$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết diện tích đáy bằng m. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = \frac{1}{3}m.SD$. **B.** $V = \frac{1}{3}m.SB$. **C.** $V = \frac{1}{3}m.SC$. **D.** $V = \frac{1}{3}m.SA$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD)$ suy ra SA là đường cao khối chóp $S.ABCD$.

Do đó thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3}m.SA$.

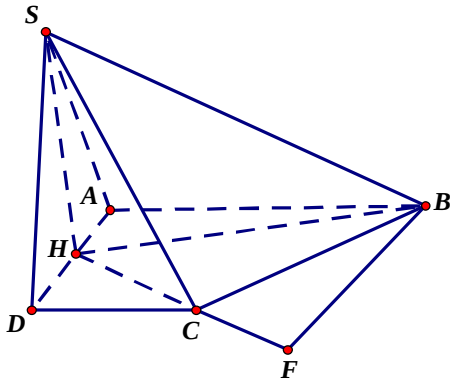
Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, đáy nhỏ của hình thang là CD, cạnh bên $SC = a\sqrt{15}$. Tam giác SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy hình chóp. Gọi H là trung điểm cạnh AD, khoảng cách từ B tới mặt phẳng (SHC) bằng $2\sqrt{6}a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

A. $V = 24\sqrt{6}a^3$. **B.** $V = 8\sqrt{6}a^3$. **C.** $V = 12\sqrt{6}a^3$. **D.** $V = 4\sqrt{6}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



$\begin{cases}(SAD)\perp(ABCD)=AD\\ SH\perp AD, SH\subset(SAD)\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

Ta có $SH=\sqrt{SD^2-DH^2}=a\sqrt{3}$, $HC=\sqrt{SC^2-SH^2}=\sqrt{15a^2-3a^2}=2\sqrt{3}a$.

$CD=\sqrt{HC^2-HD^2}=\sqrt{12a^2-a^2}=a\sqrt{11}$.

Ta có $\begin{cases}BF\perp BC\\ BF\perp SH\end{cases}\Rightarrow BF\perp(SHC)$ nên $d\left(B,(SHC)\right)=BF=2\sqrt{6}a$.

$S_{HBC}=\frac{1}{2}BF.HC=\frac{1}{2}.2\sqrt{3}a.2\sqrt{6}a=6\sqrt{2}a^2$

Đặt $AB=x$ nên $S_{AHB}=\frac{1}{2}AH.AB=\frac{a}{2}.x$; $S_{CDH}=\frac{1}{2}DH.DC=\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}(CD+AB)AD=\left(a\sqrt{11}+x\right)a$.

$S_{AHB}=S_{ABCD}-S_{CDH}-S_{BHC}\Leftrightarrow\frac{a}{2}.x=\left(a\sqrt{11}+x\right)a-\frac{a^2\sqrt{11}}{2}-6\sqrt{2}a^2\Leftrightarrow x=\left(12\sqrt{2}-\sqrt{11}\right)a$.

$S_{ABCD}=\left(a\sqrt{11}+\left(12\sqrt{2}-\sqrt{11}\right)a\right)a=12\sqrt{2}a^2$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.12\sqrt{2}a^2=4\sqrt{6}a^3$.

Câu 16: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $60°$.

A. $V_{S.ABCD}=18a^3\sqrt{3}$.

B. $V_{S.ABCD}=9a^3\sqrt{15}$.

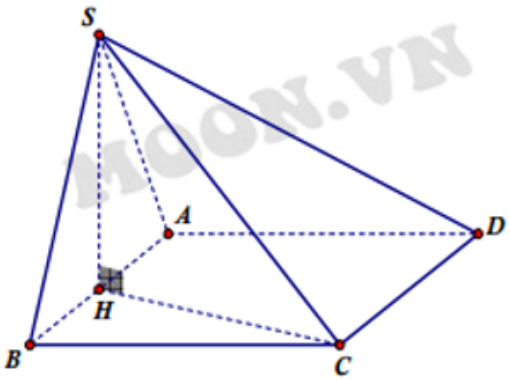
C. $V_{S.ABCD}=\frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$.

D. $V_{S.ABCD}=18a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



H là trung điểm của $AB \to SH \perp AB$ (do ΔSAB cân tại S).

Do giả thiết $\longrightarrow SH \perp (ABCD)$.

Góc $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC,HC}\right) = \widehat{SCH} = 60°$.

ΔBHC vuông tại B có $HC = \sqrt{BC^2 + BH^2} = \dfrac{3a\sqrt{5}}{2}$.

ΔSHC vuông tại H có $SH = HC.\tan 60° = \dfrac{3a\sqrt{5}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{3a\sqrt{15}}{2}$

$\longrightarrow V = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \dfrac{1}{3}.9a^2.\dfrac{3a\sqrt{15}}{2} = \dfrac{9a^3\sqrt{15}}{2}$.

Câu 17: Cho khối chóp $S.ABC$ có SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC), $AB = 2a$ và tam giác ABC có diện tích bằng $3a^2$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

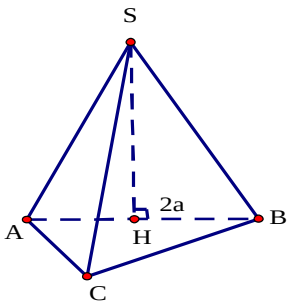
Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là trung điểm của AB.

$\Rightarrow SH \perp (ABC) \Rightarrow SH = HB = \dfrac{1}{2}AB = a$

$V = \dfrac{1}{3}3a^2.a = a^3$

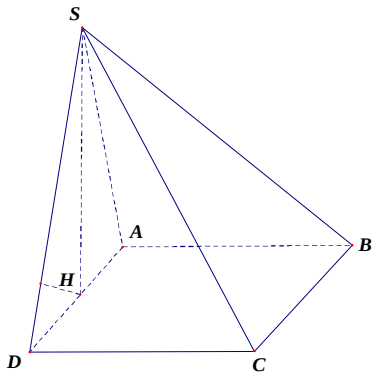


Câu 18: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h = \dfrac{2}{3}a$. **B.** $h = \dfrac{3}{4}a$. **C.** $h = \dfrac{8}{3}a$. **D.** $h = \dfrac{4}{3}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm AD suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HK \perp SD$ tại K suy ra $HK \perp (SCD)$.

$AH // (SCD) \Rightarrow d = d(B,(SCD)) = d(A,(SCD))$.

$= 2d(H,(SCD)) = 2HK$.

Có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HD^2} \Rightarrow HK = \frac{HS.HD}{\sqrt{HS^2 + HD^2}} = \frac{2}{3}a \Rightarrow d = \frac{4}{3}a$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 2a; AD = a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45^0. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

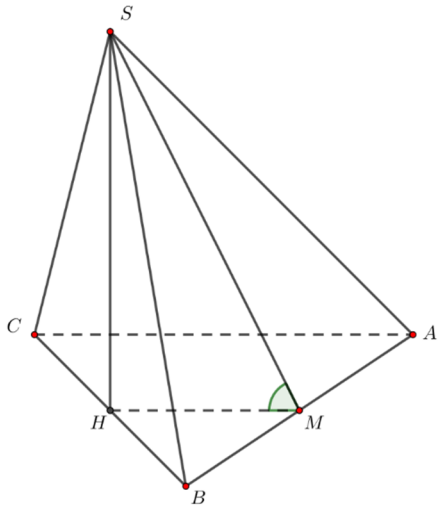
A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A; $AB = a$; $AC = 2a$. Đỉnh S cách đều A, B, C; mặt bên (SAB) hợp với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của BC, vì ΔABC vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Do S cách đều A, B, C $\Rightarrow SH \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB thì $HM \perp AB$ nên $SM \perp AB$. Vậy góc giữa (SAB) và (ABC) là góc $\widehat{SMH} = 60°$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $HM = \frac{1}{2}AC = a$; $SH = HM.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

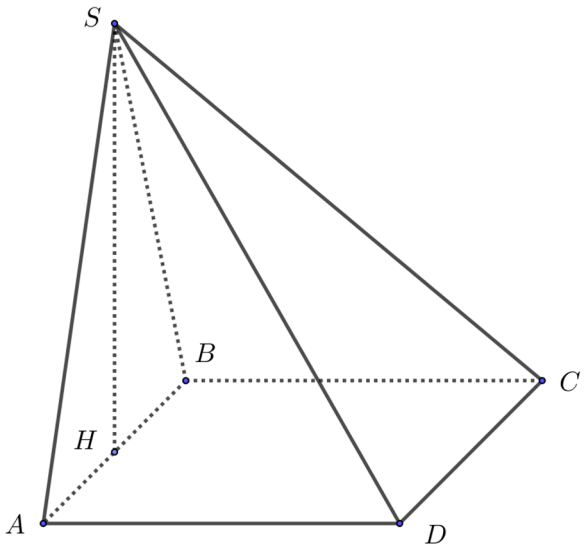
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB, ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\ SH\perp AB\end{cases} \Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

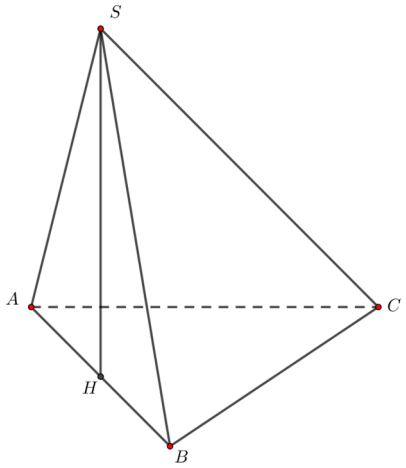
Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết ΔSAB là tam giác đều và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AB, do tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Ta có $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ nên $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3}{4}$.

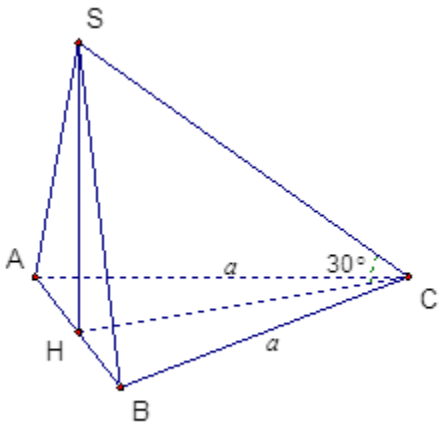
Câu 23: Cho hình chóp có tam giác SAB đều cạnh a, tam giác ABC cân tại C. Hình chiếu của S lên (ABC) là trung điểm của cạnh AB; góc hợp bởi cạnh SC và mặt đáy là 30°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ tính theo a là

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

.



.

$S_{SAB} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là trung điểm AB.

$\left.\begin{array}{l} CH \perp AB \\ CH \perp SH \ (\text{vì } SH \perp (ABC) \supset CH) \end{array}\right\} \Rightarrow CH \perp (SAB)$.

$\tan 30^\circ = \dfrac{SH}{HC} \Rightarrow HC = \dfrac{SH}{\tan 30^\circ} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{\sqrt{3}}{3}} = \dfrac{3a}{2}$

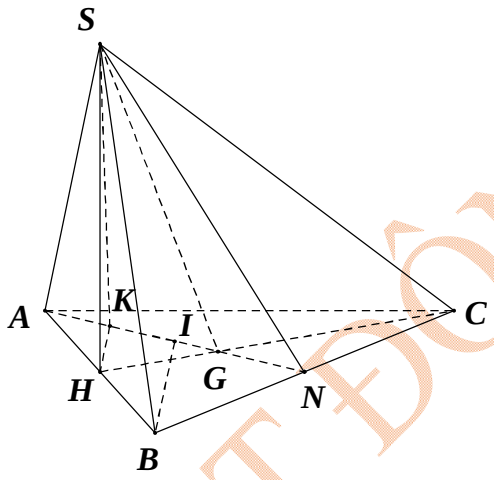
$V_{SABC}=\frac{1}{3}S_{SAB}.HC=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (SAG) tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối tứ diện $ACGS$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AB.BC=a^2\Rightarrow S_{\Delta ACG}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}=\frac{a^2}{3}$.

Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Gọi N là trung điểm của BC, I là trung điểm của AN và K là trung điểm của AI.

Ta có $AB=BN=a\Rightarrow BI\perp AN\Rightarrow HK\perp AN$.

Do $AG\perp(SHK)$ nên góc giữa (SAG) và đáy là $\widehat{SKH}=60°$.

Ta có: $BI=\frac{1}{2}AN=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow HK=\frac{1}{2}BI=\frac{a\sqrt{2}}{4}$, $SH=SK.\tan 60°=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $V=V_{ACGS}=V_{S.ACG}=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ACG}=\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$.

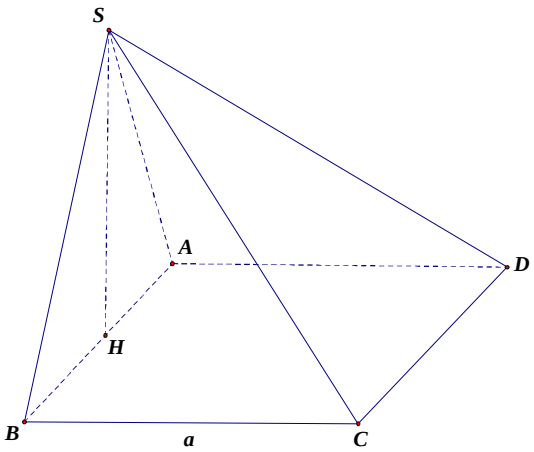
Câu 25: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=6\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



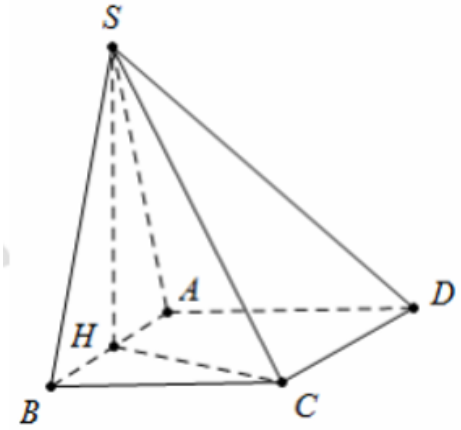
$V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có ΔSAB đều cạnh a và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$; $ABCD$ là hình vuông. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Kẻ $SH\perp AB(H\in AB)\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

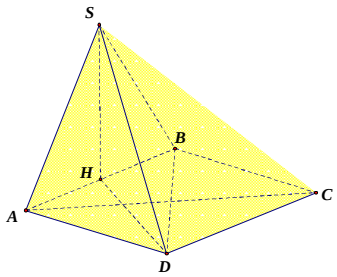
Cạnh $SH=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow V=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=2a$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết AC vuông góc với SD. TÍnh thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB, do SAB là tam giác đều nên $SH \perp AB$ và $SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Ta có $\begin{cases} SH \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$. Mặt khác:

$\begin{cases} AC \perp SD \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHD) \Rightarrow AC \perp HD \Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{DAC}$.

Xét hai tam giác vuông đồng dạng AHD và DAC, ta có:

$\dfrac{AH}{AD} = \dfrac{AD}{CD} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}CD^2 = AD^2$ (vì $AH = \dfrac{1}{2}CD$) $\Rightarrow AD = a\sqrt{2}$.

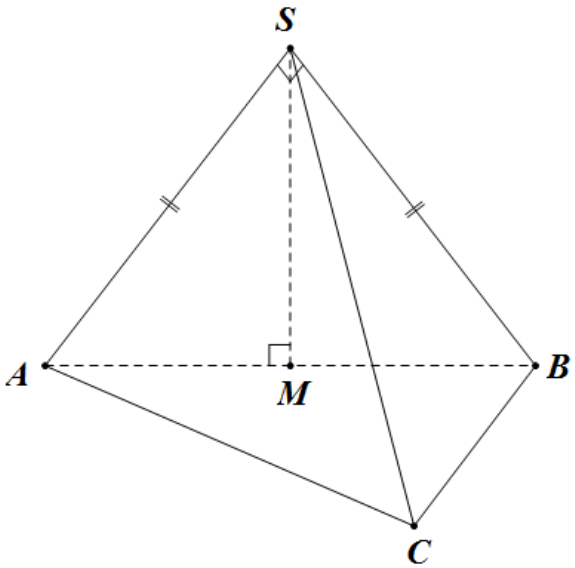
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}AB.AD.SH = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Tam giác SAB vuông cân tại S và $SA = a$ nên $AB = a\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm AB, ta có $SM \perp AB$ và $SM = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ (SM là đường trung tuyến của tam giác SAB vuông cân tại S).

Mặt khác $(SAB) \perp (ABC)$, $SM \perp AB$ và $(SAB) \cap (ABC) = AB$ nên $SM \perp (ABC)$.

Suy ra SM là đường cao của hình chóp $S.ABC$ ứng với đáy là tam giác ABC.

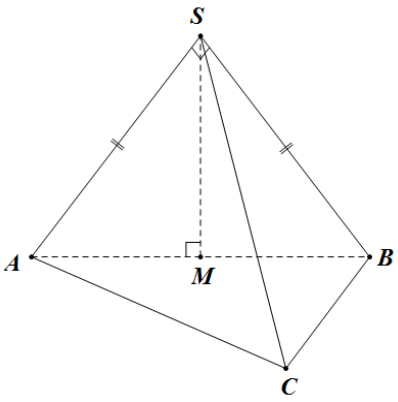
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SM.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{\left(a\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, tam giác ABC đều, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng?

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tam giác SAB vuông cân tại S và $SA=a$ nên $AB=a\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm AB, ta có $SM\perp AB$ và $SM=\frac{AB}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ (SM là đường trung tuyến của tam giác SAB vuông cân tại S).

Mặt khác $(SAB)\perp(ABC)$, $SM\perp AB$ và $(SAB)\cap(ABC)=AB$ nên $SM\perp(ABC)$.

Suy ra SM là đường cao của hình chóp $S.ABC$ ứng với đáy là tam giác ABC.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SM.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{\left(a\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

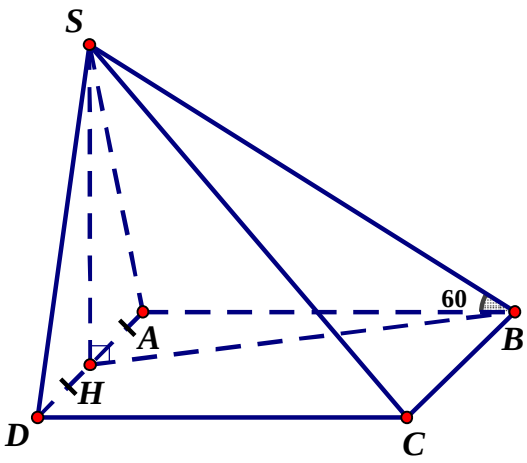
Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD, cạnh SB hợp với đáy một góc $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{6\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là trung điểm của cạnh AD.

Do H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $ABCD$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Cạnh SB hợp với đáy một góc $60°$, do đó: $\widehat{SBH} = 60°$.

Xét tam giác AHB vuông tại A: $HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác SBH vuông tại H:

$\tan\widehat{SBH} = \frac{SH}{BH} \Leftrightarrow SH = BH.\tan\widehat{SBH} \Leftrightarrow SH = \frac{a\sqrt{5}}{2}\tan 60° = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Diện tích đáy $ABCD$ là: $S_{ABCD} = a^2$.

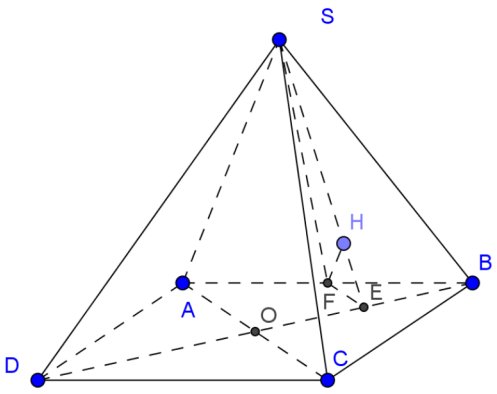
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}a^2\frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, mặt bên (SAB) là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.OCD$ bằng $\frac{a^3}{3}$. Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBD) ?

A. $h = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $h = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $h = 2\sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

Gọi x là độ dài AB,kẻ $SF \perp AB$ tại F, ta có

$SF = \frac{x}{2} \Rightarrow V_{S.OCD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{1}{12}AB^2.SF = \frac{1}{24}x^3 = \frac{a^3}{3} \Rightarrow x = 2\sqrt{2}a$.

Do F là trung điểm của AB nên khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBD) gấp 2 lần khoảng cách d từ F đến mặt phẳng (SBD)mà $EF = \frac{FB}{\sin 45^o} = \frac{x}{2\sqrt{2}} = a$.

Tính d : kẽ $FE \perp DB$; $FH \perp SE$, ta chứng minh được $SH \perp (SBD)$,

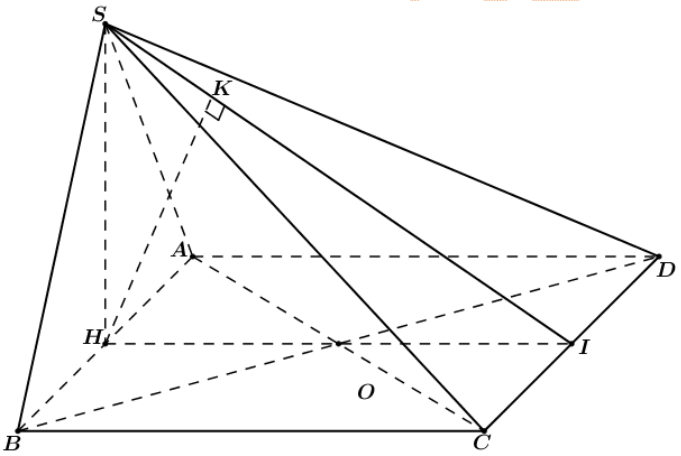
$\frac{1}{FH^2} = \frac{1}{FE^2} + \frac{1}{FS^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow FH = \frac{a\sqrt{6}}{3} = d$, vậy $h = 2d = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 3a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, kẻ $HK \perp SI$.

Vì tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy suy ra $SH \perp (ABCD)$.

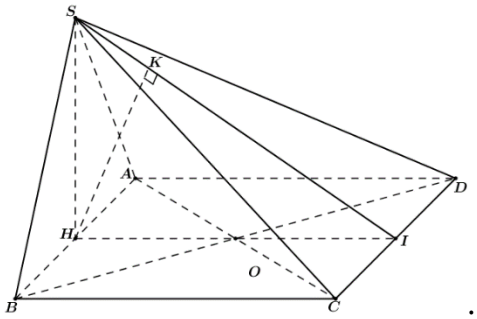
$\left.\begin{matrix} CD \perp HI \\ CD \perp SH \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp HK \Rightarrow HK \perp (SCD)$, $CD//AB \Rightarrow d_{(AB,SC)} = d_{(AB,(SCD))} = d_{(H,(SCD))} = HK$ suy ra $HK = \frac{3a}{2}$. $HI = AD = a\sqrt{3}$. Trong tam giác vuông SHI ta có $SH = \sqrt{\frac{HI^2.HK^2}{HI^2 - HK^2}} = 3a$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}3a.a^2\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, khoảng cách giữa AB và SC bằng $\frac{3a}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 2a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = 3a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB, CD, kẻ $HK \perp SI$.

Vì tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy suy ra $SH \perp (ABCD)$.

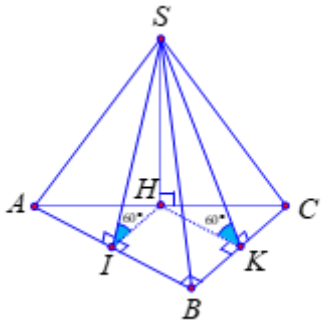
$\left.\begin{matrix} CD \perp HI \\ CD \perp SH \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp HK \Rightarrow HK \perp (SCD)$, $CD//AB \Rightarrow d_{(AB,SC)} = d_{(AB,(SCD))} = d_{(H,(SCD))} = HK$ suy ra $HK = \dfrac{3a}{2}$. $HI = AD = a\sqrt{3}$. Trong tam giác vuông SHI ta có $SH = \sqrt{\dfrac{HI^2.HK^2}{HI^2 - HK^2}} = 3a$. Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}3a.a^2\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AC = a\sqrt{2}$, mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt đáy (ABC). Các mặt bên (SAB), (SBC) tạo với mặt đáy các góc bằng nhau và bằng $60°$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$ **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$ **C.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$ **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $(SAC) \perp (ABC)$ và $(SAC) \cap (ABC) = AC$.

Trong mặt phẳng (SAC), kẻ $SH \perp AC$ thì $SH \perp (ABC)$.

Gọi I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên cạnh AB và AC thì $\left(\widehat{(SAB),(ABC)}\right) = \widehat{SIH}$ và $\left(\widehat{(SAC),(ABC)}\right) = \widehat{SKH}$.

Mà $\widehat{SIH} = \widehat{SKH} = 60°$ nên $HI = HK \Rightarrow$ tứ giác $BIHK$ là hình vuông $\Rightarrow H$ là trung điểm cạnh AC.

Khi đó tứ giác $BIHK$ là hình vuông cạnh $\dfrac{a}{2}$ và $SH = HI.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{SABC} = \dfrac{1}{3}S_{ABC}.SH \Leftrightarrow V_{SABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^2}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

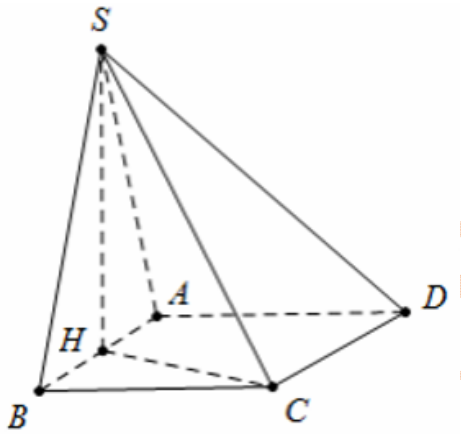
Câu 35: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $60°$.

A. $V_{S.ABCD}=\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{2}$. **B.** $V_{S.ABCD}=9a^3\sqrt{3}$.

C. $V_{S.ABCD}=18a^3\sqrt{15}$. **D.** $V_{S.ABCD}=18a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Kẻ $SH\perp AB(H\in AB)\Rightarrow SH\perp(ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{SCH}=60°\Rightarrow \tan 60°=\dfrac{SH}{HC}\Rightarrow SH=HC\sqrt{3}$.

Cạnh $HC=\sqrt{9a^2+\left(\dfrac{3a}{2}\right)^2}=\dfrac{3a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow SH=\dfrac{3a\sqrt{15}}{2}$

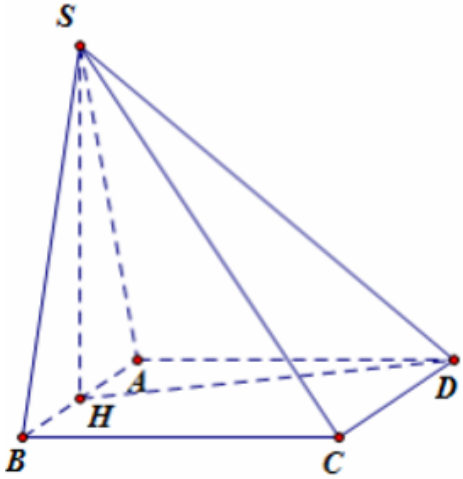
$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a\sqrt{15}}{2}.9a^2=\dfrac{9a^3\sqrt{15}}{2}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB=a$; $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy là trung điểm H của cạnh AB; góc tạo bởi SD và mặt phẳng đáy là $60°$. Thể tích của khối chóp là

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{13}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{13}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{13}}{2}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{13}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $SD \cap (ABCD) = \{D\}$ và $SH \perp (ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{(SD,(ABCD))} = \widehat{(SD,HD)} = \widehat{SDH} = 60°$

Ta có $HD = \sqrt{AH^2 + DA^2} = \dfrac{a\sqrt{13}}{2} \Rightarrow SH = HD.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{39}}{2}$

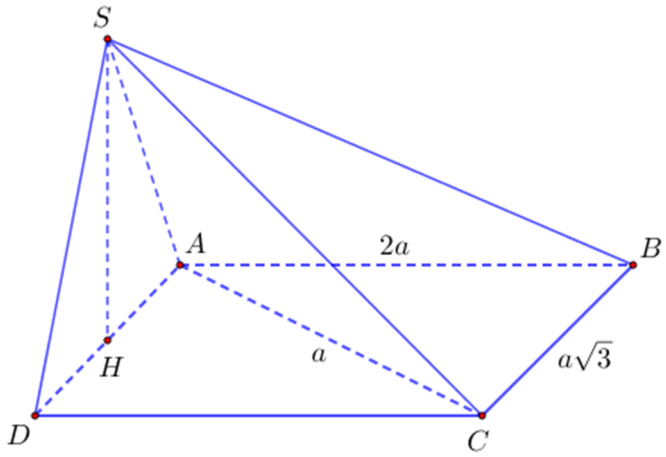
Ta có $S_{ABCD} = AB.AD = a^2\sqrt{3} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{13}}{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S, hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc nhau. Tính tỉ số $\dfrac{V}{a^3}$ biết V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **B.** 2 **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm $AD \Rightarrow SH \perp AD$.

Ta có $(SAD) \perp (ABCD)$, $(SAD) \cap (ABCD) = AD$, $SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $AB^2 = AC^2 + CB^2 \Rightarrow \Delta ACB$ vuông tại $C \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC} = a^2\sqrt{3}$.

$AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a^2\sqrt{3} \Rightarrow \dfrac{V}{a^3} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = 3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $V = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{15}}{6}a^3$. **D.** $V = \dfrac{17}{6}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

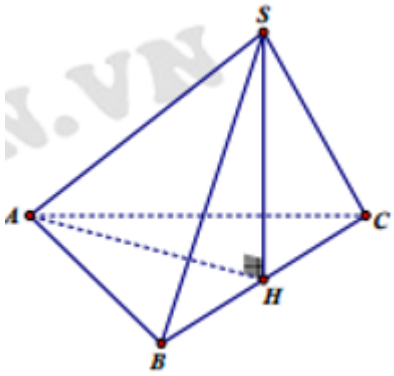
$S_{ABCD} = 4a^2$; $SH = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2\sqrt{2}a \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = 2a$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



H là trung điểm $BC \xrightarrow{GT} SH \perp (ABC)$.

ΔABC vuông cân tại A nên $AB=AC=\dfrac{BC}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$.

ΔSBC vuông cân tại S nên $SH=\dfrac{BC}{2}=a$.

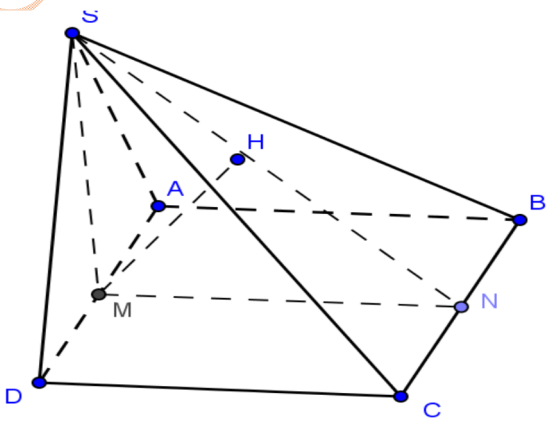
$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SH=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}AB.AC.SH=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặp phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là.

A. $\dfrac{7a^3\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $3a^3\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{7a^3\sqrt{21}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi cạnh hình vuông là x $(x>0)$.

Gọi M là trung điểm AD suy ra $SM \perp AD \Rightarrow SM \perp (ABCD)((SAD) \perp (ABCD))$.

Vẽ $MN \perp BC, MH \perp SN \Rightarrow MH=d(M,(SDC))=d(A,(SDC))=a\sqrt{3}$.

Ta có: $\dfrac{1}{SM^2}+\dfrac{1}{MN^2}=\dfrac{1}{MH^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2}+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2} \Rightarrow x=a\sqrt{7}$.

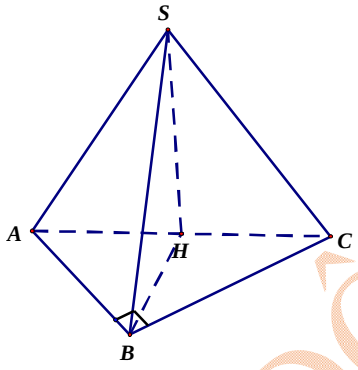
$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SM.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\left(a\sqrt{7}.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(a\sqrt{7}\right)^2=\frac{7a^3\sqrt{21}}{6}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=3$, $AC=2$; ABC là tam giác vuông cân tại B. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{2\sqrt{7}}{3}$. **B.** $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{7}$. **D.** $V=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của AC, Do tam giác SAC cân tại S và H là trung điểm của AC nên $SH\perp AC$ (1).

Xét tam giác vuông SAH ta có $SH^2=SA^2-AH^2=3^2-1^2=8\Rightarrow SH=2\sqrt{2}$.

Do $SH^2+BH^2=SB^2$ nên tam giác SHB vuông tại $H\Rightarrow SH\perp BH$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $SH\perp(ABC)$ hay SH là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

Ta có tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2$ nên $AB=BC=\sqrt{2}$.

Do tam giác ABC vuông cân tại B và H là trung điểm của AC nên $BH=AH=1$.

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}BA.BC.SH=\frac{1}{6}.\sqrt{2}.\sqrt{2}.2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $\frac{\sqrt{7}}{12}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{8}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{16}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{4}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

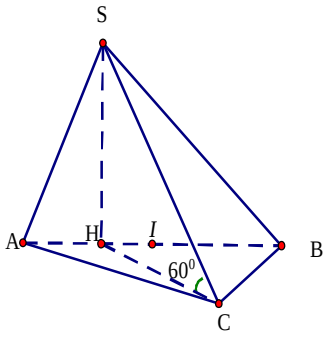
Gọi I là trung điểm của AB, $CI\perp AB$.

$+)CH=\sqrt{CI^2+IH^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{a^2}{36}}=\frac{a\sqrt{28}}{6}$

$+)\widehat{SCH}=60^0\Rightarrow SH=CH.\tan 60^0=\frac{a\sqrt{28}}{6}.\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

$+)V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{21}}{3}=\frac{a^3\sqrt{7}}{12}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

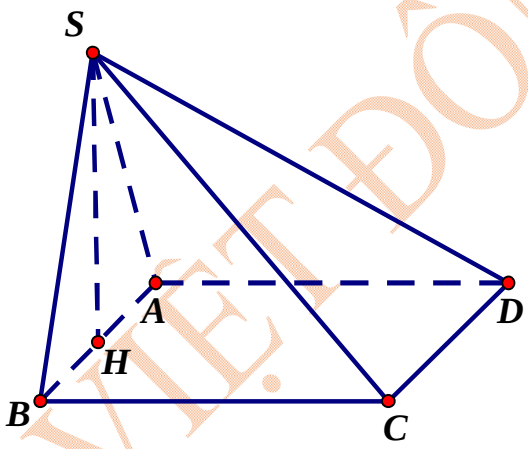


Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA=2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



* Diện tích đáy là $S_{ABCD}=a^2$.

* Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH\perp AB$. Do $SH\perp(ABCD)$ nên chiều cao hình chóp là $h=SH$.

* Xét tam giác SAH ta có: $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}\Rightarrow h=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

* Thể tích hình chóp là: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

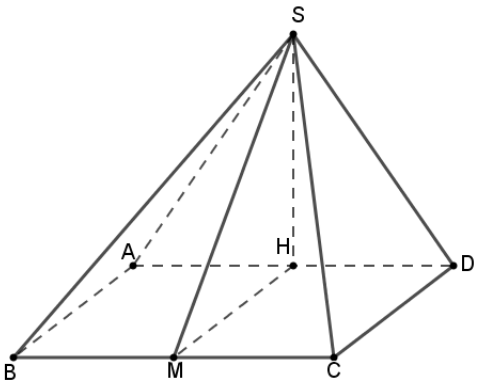
Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30°.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



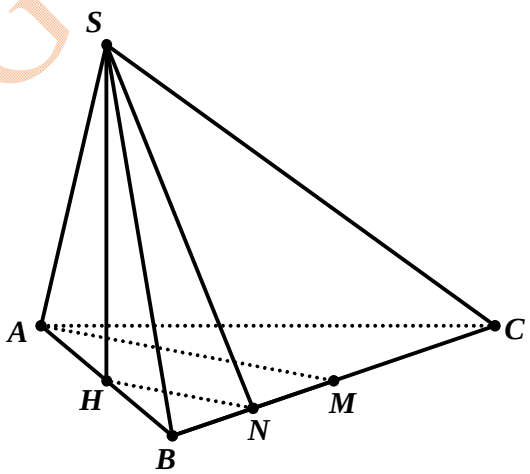
Gọi H, M lần lượt là trung điểm AD, BC.
Khi đó SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.
Ta có $HM \perp BC$, $SM \perp BC$ nên góc giữa mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy là $\widehat{SMH} = 30°$.
Trong tam giác SHD có $SH = \sqrt{SD^2 - DH^2} = a\sqrt{3}$.
Trong tam giác SHM có $\tan\widehat{SMH} = \dfrac{SH}{MH} \Rightarrow MH = \dfrac{SH}{\tan\widehat{SMH}} = a = AB$.
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a.2a.a\sqrt{3} = \dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết rằng góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi là H trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$.
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và BM suy ra $BC \perp (SHN)$.
Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) bằng $\widehat{SNH} = 60°$.
Trong tam giác SHN vuông tại N có $SH = HN\sqrt{3} = \dfrac{1}{2}AM\sqrt{3} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{3a}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

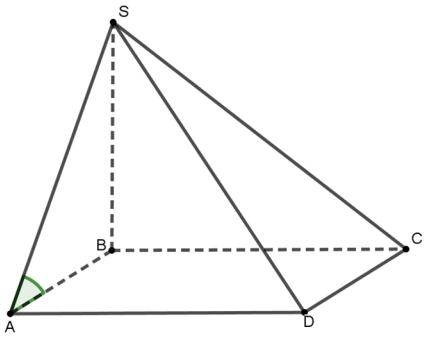
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có:

$(SAD)\cap(ABCD)=AD$; $AB\perp AD$, $AD\perp(SAB)\Rightarrow AD\perp SA$ nên góc tạo bởi mặt phẳng (SAD) và đáy là $\widehat{SAB}=60^o$.

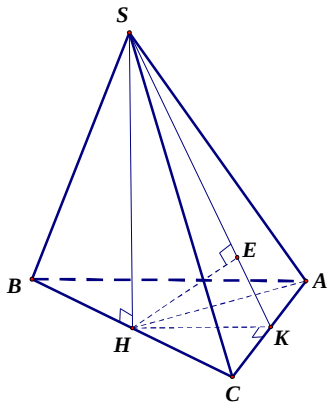
$V_{SABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SB=\frac{1}{3}.(2a)^2.2a.\tan 60^0=\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=1$, $AC=\sqrt{3}$. Tam giác SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông với đáy. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{39}}{13}$. **C.** 1. **D.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm BC, suy ra.

$SH\perp BC\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Gọi K là trung điểm AC, suy ra $HK\perp AC$.

Kẻ $HE\perp SK(E\in SK)$.

Khi đó $d\left[B,(SAC)\right]=2d\left[H,(SAC)\right]=2HE=2\frac{SH.\mathrm{H}K}{\sqrt{SH^2+HK^2}}=\frac{2\sqrt{39}}{13}$.

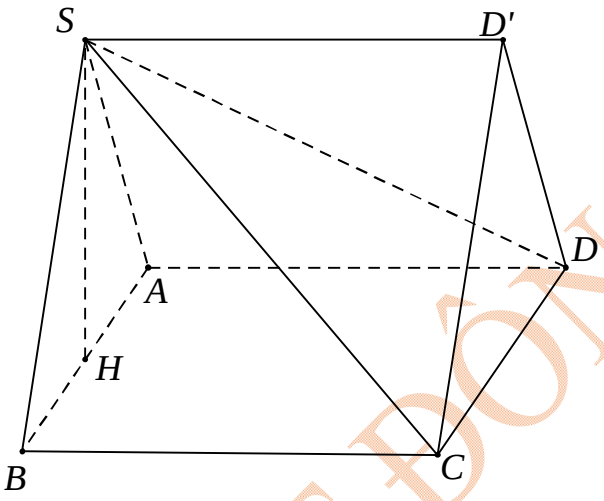
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi φ là góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (SBC), với $\varphi < 45°$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3}{3}$ **B.** $4a^3$ **C.** $\frac{8a^3}{3}$ **D.** $\frac{4a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi D' là đỉnh thứ tư của hình bình hành $SADD'$.

Khi đó $DD' // SA$ mà $SA \perp (SBC)$ (vì $SA \perp SB$, $SA \perp BC$) nên D' là hình chiếu vuông góc của D lên (SBC).

Góc giữa SD và (SBC) là $\alpha = \widehat{DSD'} = \widehat{SDA}$, do đó $SA = AD.\tan\alpha = 2a.\tan\alpha$.

Đặt $\tan\alpha = x$, $x \in (0;1)$.

Gọi H là hình chiếu của S lên AB, theo đề ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{1}{3}4a^2.SH$.

Do đó $V_{S.ABCD}$ đạt giá trị lớn nhất khi SH lớn nhất. Vì tam giác SAB vuông tại S nên

$$SH = \frac{SA.SB}{AB} = \frac{SA.\sqrt{AB^2 - SA^2}}{AB} = \frac{2ax\sqrt{4a^2 - 4a^2x^2}}{2a} = 2ax\sqrt{1-x^2} \le 2a\frac{x^2+1-x^2}{2} = a$$

Từ đó $\max SH = a$ khi $\tan\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $\max V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a.4a^2 = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

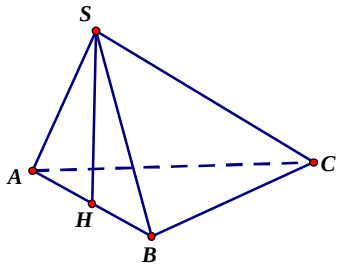
A. $V = 3a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{3a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là trung điểm của AB.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



$$\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(ABC)=AB\\SH\perp AB\\SH\subset(SAB)\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABC)$$

$SH=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$, $S_{ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

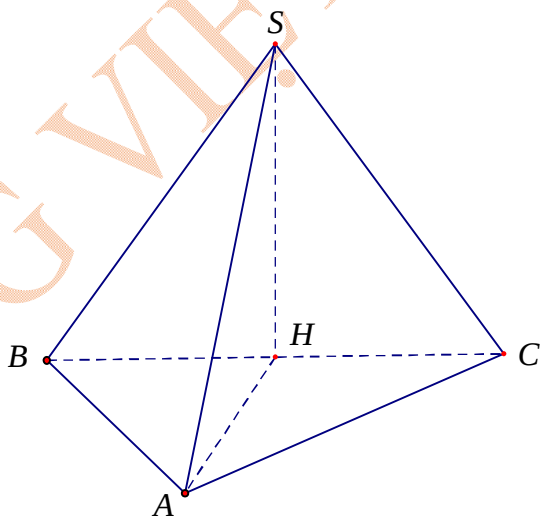
$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=a^3$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, $SA=SB=SC=6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{119}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{119}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{119}}{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{119}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$ nên tam giác ABC vuông tại A.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC). Vì $SA=SB=SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chính là trung điểm của BC.

$SH=\sqrt{SB^2-HB^2}=\sqrt{36a^2-\dfrac{25}{4}a^2}=\dfrac{\sqrt{119}a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=6a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.6a^2.\dfrac{\sqrt{113}}{2}a=a^3\sqrt{119}$.

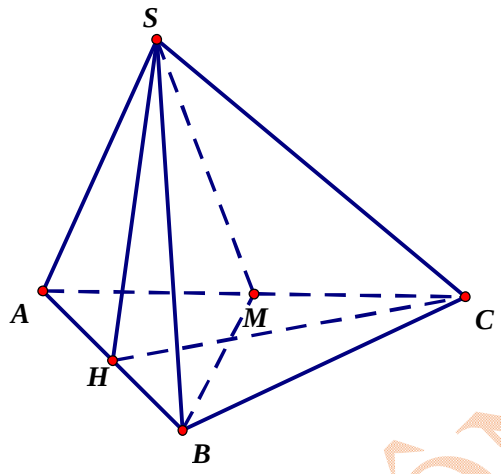
Câu 51: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SC hợp với đáy một góc $30°$, M là trung điểm của AC. Tính thể tích khối chóp $S.BCM$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{96}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB. Theo bài ra $SH \perp (ABC)$. $\angle SCH = 30°$

$CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác SCH ta có $SH = CH.\tan 30° = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

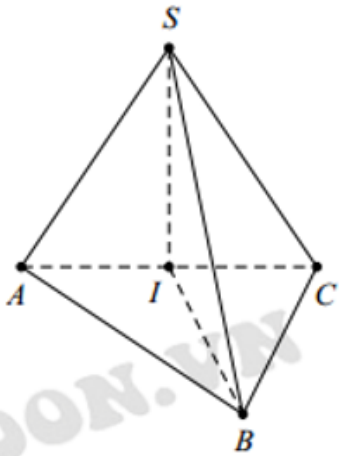
$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. $V_{S.BCM} = \frac{1}{2}.V_{S.BCM} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 52: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60°$, $\widehat{CSA} = 90°$, $SA = SB = SC = 2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Vì $SA = SB = SC \Rightarrow I$ là chân đường cao kẻ từ S xuống mp(ABC).

Tam giác SAB cân, có $\widehat{ASB} = 60°$ suy ra ΔSAB đều $\Rightarrow AB = 2a$

Tam giác SBC cân, có $\widehat{CSB} = 60°$ suy ra ΔSBC đều $\Rightarrow BC = 2a$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tam giác SAC cân, có $\widehat{CSA}=90^\circ$ suy ra ΔSAC vuông cân $\Rightarrow AC=2a\sqrt{2}$.
Khi đó $AC^2=AB^2+CB^2$ suy ra tam giác ABC vuông cân tại B.

$\Rightarrow I$ là trung điểm của $AC\Rightarrow SI=\dfrac{AC}{2}=a\sqrt{2}$.

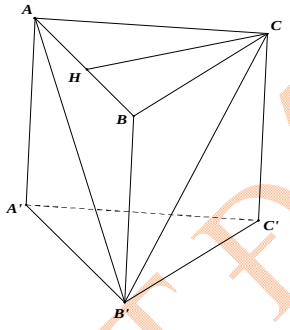
$\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SI.S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 53: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối tứ diện $A'B'AC$ là

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của C lên AB.
Ta có $CH\perp(AA'B')$, ΔABC đều nên:

$CH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$S_{AA'B'}=\dfrac{1}{2}AA'.A'B'=\dfrac{1}{2}a.a=\dfrac{a^2}{2}$

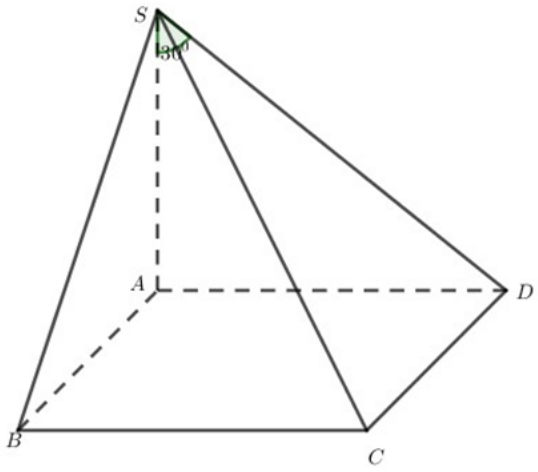
$V_{A'B'AC}=\dfrac{1}{3}CH.S_{AA'B'}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30°. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

+/ SA là hình chiếu của SD lên (SAB) suy ra: $\widehat{(SD,(SAB))}=\widehat{(SD,SA)}=\widehat{DSA}=30^\circ$

+/ $\tan 30^\circ=\dfrac{AD}{SA}\Rightarrow SA=a\sqrt{3}$.

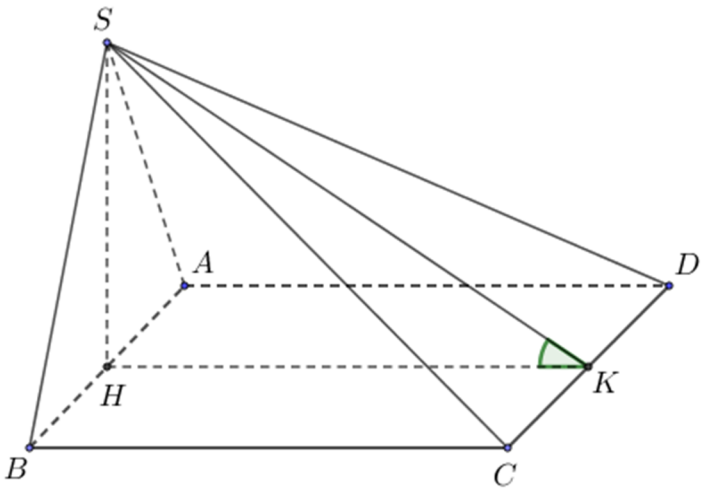
+/ $S_{ABCD}=a^2$ suy ra $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 55: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Biết côsin của góc tạo bởi mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $\dfrac{2\sqrt{17}}{17}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{13}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{17}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{17}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{13}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)$, K là trung điểm $CD\Rightarrow CD\perp SK$

Ta có $\widehat{((SCD),(ABCD))}=\widehat{(SK,HK)}=\widehat{SKH}$. $\cos\widehat{SKH}=\dfrac{HK}{SK}\Rightarrow SK=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$

Vậy $V=\dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{13}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{13}}{6}$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=a\sqrt{3}$, $AC=a$. Mặt bên (SBC) là tam giác đều và vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Diện tích đáy : $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm của BC. Suy ra SH là chiều cao của khối chóp.

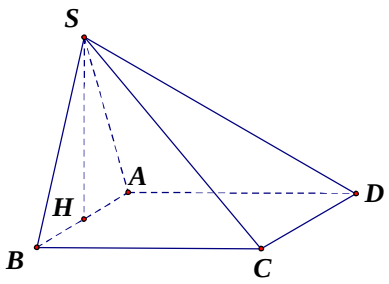
$BC=2a$. SH là đường cao tam giác đều cạnh 2a nên $SH=2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$. Vậy $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mp đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V_{S.ABCD}=a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow SH\perp AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

ΔSAB đều cạnh $a\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}, S_{ABCD}=a^2$.

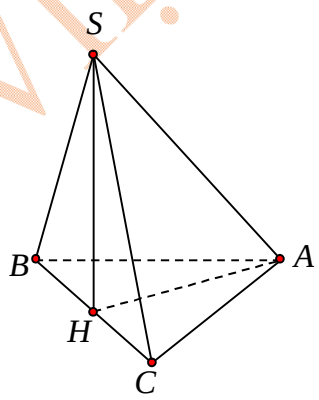
$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}a^2=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$. Mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm BC .

Ta có $SH\perp(ABC)$ và $SH=\dfrac{1}{2}BC=a$.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AH.BC=\dfrac{1}{2}a.2a=a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{SABC}=\dfrac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}a.a^2=\dfrac{a^3}{3}$.

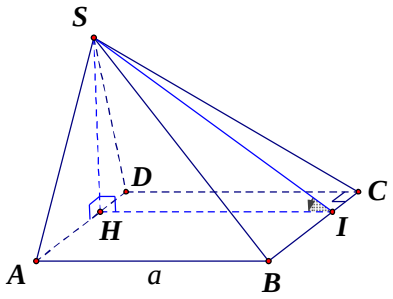
Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, tam giác SAD vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cho biết $AB=a$, $SA=2SD$. Mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{3a^3}{2}$ **B.** $\dfrac{5a^3}{2}$ **C.** $5a^3$ **D.** $\dfrac{15a^3}{2}$

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của S lên cạnh AD, I là hình chiếu của H lên cạnh BC, ta có $SH \perp (ABCD)$ và $BC \perp (SHI) \Rightarrow ((SBC);(ABCD)) = \widehat{SIH} = 60^o$. Suy ra $SH = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SAD đặt $SA = 2SD = 2x$ nên từ $SH = \dfrac{SA.SD}{AD}$ ta có $a\sqrt{3} = \dfrac{2x}{\sqrt{5}}$.

Do đó $x = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$. Suy ra $AD = x\sqrt{5} = \dfrac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}a.\dfrac{5a\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3} = \dfrac{5a^3}{2}$.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ trùng với trung điểm của AD và M là trung điểm DC. Cạnh bên SB hợp với đáy một góc 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABM$ tính theo a bằng.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có : $\tan 60^0 = \dfrac{SI}{IB} = \dfrac{SI}{\sqrt{IA^2 + AB^2}} \Rightarrow SI = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$ với I là trung điểm AD.

$S_{ABM} = \dfrac{1}{2}AB.d(M, AB) = \dfrac{1}{2}S_{ABCD} = \dfrac{a^2}{2}$. Vậy $V_{S.ABM} = \dfrac{1}{3}SI.S_{ABM} = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

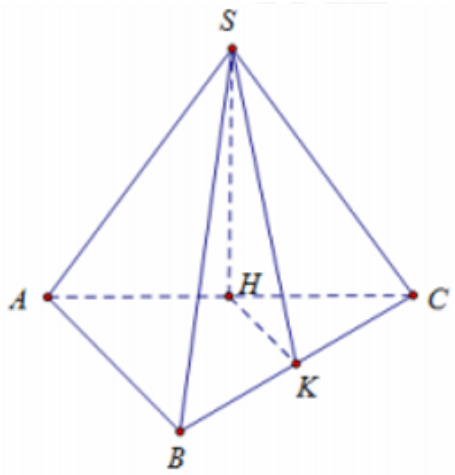
Câu 61: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$, tam giác ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 2a$, $BC = 2a\sqrt{3}$, mặt bên (SBC) tạo với đáy góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $7a^3$. **D.** $8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựng $HK \perp BC \Rightarrow HK$ là đường trung bình của tam giác vuông ABC.

Mặt khác $SH \perp BC \Rightarrow BC \perp (SKH) \Rightarrow \widehat{SKH} = 60°$.

Lại có $HK = a \Rightarrow SH = HK \tan 60° = a\sqrt{3}; S_{ABC} = 2a^2\sqrt{3}$

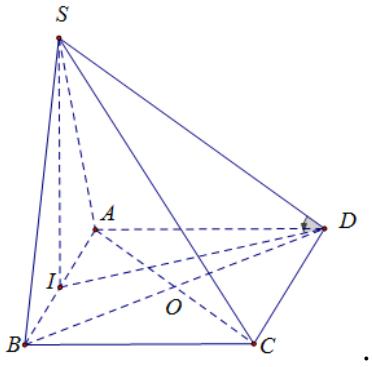
Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH.S_{ABC} = 2a^3$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là thoi cạnh a với $\widehat{BAD} = 120^0$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm I của cạnh AB. Cạnh bên SD hợp với đáy một góc 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{21}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{15}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tứ giác $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 120^0$ nên $\widehat{ABC} = 60^0$.

Do đó: ΔABC đều cạnh a nên $BO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = a\sqrt{3}$.

Nên $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC.BD = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác AIB :

$ID^2 = AI^2 + AD^2 - 2.AI.AD.\cos 120^0 = \frac{7a^2}{4}$.

Tam giác SID vuông tại I có $\widehat{SDI} = 45^0$ (vì góc giữa SD và đáy bằng 45^0).

$\tan 45^0 = \frac{SI}{ID} \Rightarrow SI = ID = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

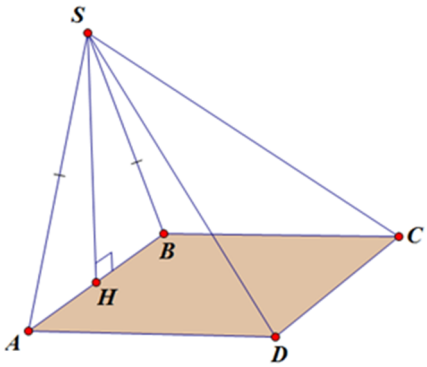
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SI.S_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{21}}{12}$.

Câu 63: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Thể tích khối chóp trên gần số nào sau đây nhất?

A. $0,4$. **B.** $0,3$. **C.** $0,2$. **D.** $0,5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



.

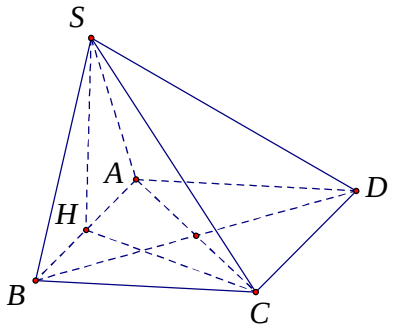
Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow SH=\frac{\sqrt{3}}{2}$; $S_{ABCD}=1\Rightarrow V=\frac{\sqrt{3}}{6}\approx 0,3$.

Câu 64: Cho khối chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$.

A. $V_{S.ABCD}=9\sqrt{3}a^3$. **B.** $V_{S.ABCD}=18\sqrt{15}a^3$.

C. $V_{S.ABCD}=18\sqrt{3}a^3$. **D.** $V_{S.ABCD}=\frac{9\sqrt{15}a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D

Gọi H là trung điểm AB ta có $SH\perp(ABCD)$ nên $\angle SCH=60^0$.

$HC=\sqrt{BC^2+BH^2}=\frac{3\sqrt{5}a}{2}$ suy ra $SH=HC\tan 60^0=\frac{3\sqrt{15}a}{2}$.

$V=\frac{1}{3}\frac{3\sqrt{15}a}{2}.9a^2=\frac{9a^3\sqrt{15}}{2}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, ΔSAB đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Biết (SCD) tạo với $(ABCD)$ một góc bằng 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi E là trung điểm AB, $SE=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SE\perp(ABCD)$ Gọi G là trung điểm của CD.

$\left((\widehat{SCD),(ABCD)}\right)=\widehat{SGE}=30^0$, $EG=SE.\cot 30^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\frac{3a}{2}\Rightarrow AD=BC=\frac{3a}{2}$

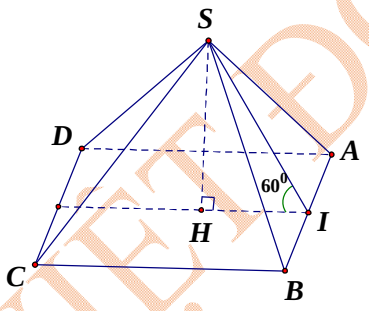
$\Rightarrow S_{ABCD}=AB.CD=a\frac{3a}{2}=\frac{3a^2}{2}\Rightarrow V=\frac{1}{3}.SE.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{3a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB và H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Tam giác SAB đều cạnh a nên $SI=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}\sin 60°=\frac{3a}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{4}.a^2=\frac{1}{4}a^3$.

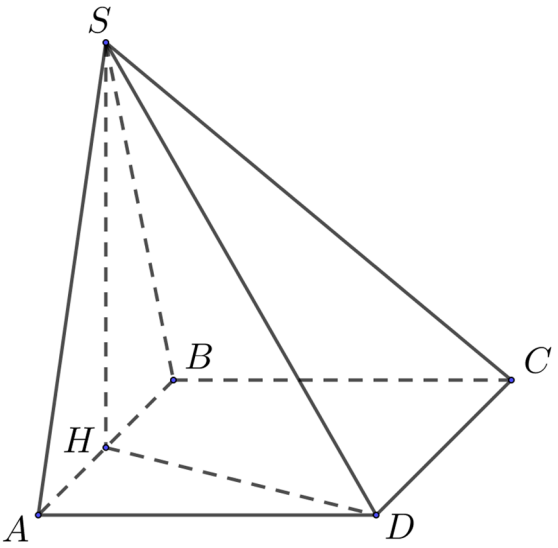
Câu 67: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có: $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{SD^2 - \left(AH^2 + AD^2\right)} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \left(\frac{a^2}{4} + a^2\right)} = a$.

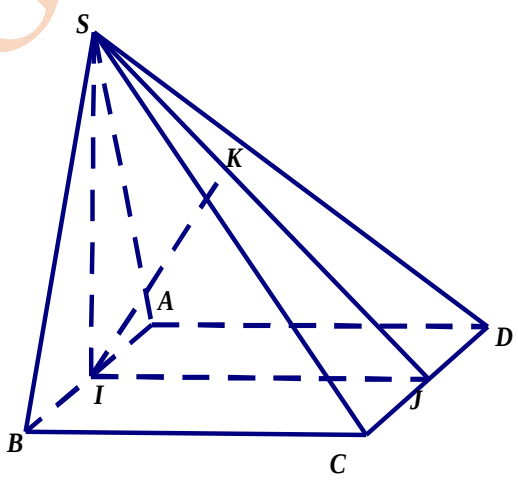
Vậy: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SH = \frac{a^3}{3}$.

Câu 68: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là vuông; mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3}{2}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \frac{2}{3}a^3$. **D.** $V = \frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I; J lần lượt là trung điểm của AB; CD; K là hình chiếu của I lên SJ

Đặt cạnh đáy bằng x khi đó $SI = \frac{x\sqrt{3}}{2}$, $IJ = x$.

Vì $AB // CD$ nên $d\left(A;(SCD)\right) = d\left(I;(SCD)\right) = IK = \frac{IS.IJ}{\sqrt{IS^2 + IJ^2}}$

$$\Leftrightarrow \frac{3a\sqrt{7}}{7}=\frac{x.\frac{x\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{x^2+\frac{3}{4}x^2}}\Rightarrow x=a\sqrt{3}.$$

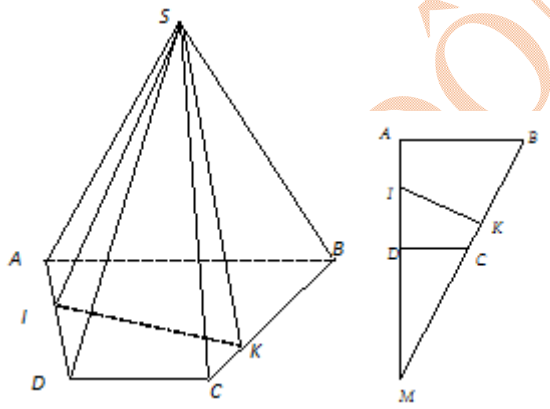
Từ đó suy ra $V=\frac{1}{3}\frac{x\sqrt{3}}{2}x^2=\frac{3a^3}{2}$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D ; biết $AB=AD=2a, CD=a.$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60^0. Gọi I là trung điểm của AD, biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}a^3}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{15}a^3}{8}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Như đã nhắc ở Câu trước thì do hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với $(ABCD)$ nên $SI\perp(ABCD)$ nên SI là đường cao của $S.ABCD$.

Kẻ $IK\perp BC$ tại K. Khi đó ta chứng minh được $\widehat{SKI}=\left((SBC);(ABCD)\right)=60°$. Ta vẽ hình phẳng của mặt đáy. Ta có $M=AD\cap BC$ ta chứng minh được CD là đường tủng bình của tam giác ABM. Khi đó $AM=4a; BM=\sqrt{(2a)^2+(4a)^2}=2a\sqrt{5}; IM=3a$. Ta có $\Delta KMI\sim\Delta AMB$

$$\Rightarrow \frac{IM}{BM}=\frac{IK}{AB}\Rightarrow IK=\frac{3a}{2a\sqrt{5}}.2a=\frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

Khi đó $SI=IK.\tan 60°=\frac{3a}{\sqrt{5}}.\sqrt{3}=\frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$. $V=\frac{1}{3}.\frac{3a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}.\frac{1}{2}(a+2a).2a=\frac{3a^3\sqrt{15}}{5}$.

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

DẠNG 3: KHỐI CHÓP ĐỀU

Câu 1. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a, M là trung điểm BC. Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích của hình chóp đều đó là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 3. Thể tích hình tứ diện đều có cạnh bằng a là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{5a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 4. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là:

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{9}a^3$. **C.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tính thể tích của khối tứ diện đó.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng?

A. $4a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. Cho khối chóp đều S.ABC có cạnh bên bằng a và các mặt bên hợp với đáy một góc $45°$. Tính thể tích của khối chóp S.ABC theo a..

A. $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{25}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{25}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó.

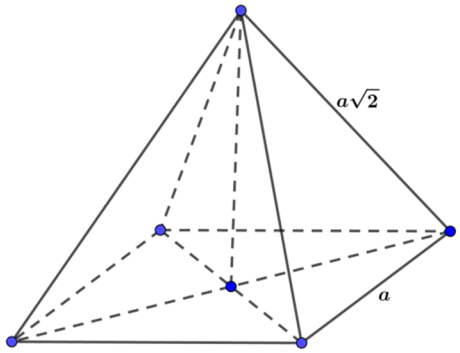
A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V=4a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ). Thể tích khối chóp là



A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 13. **[Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07 - 2017]** Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của (H) bằng:

A. $\dfrac{4}{5}a^3$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{4}{3}a^3$.

Câu 14. Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α. Thể tích của hình chóp đó là

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}b^3\cos\alpha\sin\alpha$. **B.** $\dfrac{3}{4}b^3\sin^2\alpha\cos\alpha$.

C. $\dfrac{3}{4}b^3\cos^2\alpha\sin\alpha$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}b^3\cos^2\alpha\sin\alpha$.

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Nếu $SB\perp SD$ thì khoảng cách từ B đến mặt phẳng (MAC) bằng:

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 16. Khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 17. Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích của nó.

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên n lần.

C. Tăng lên $n-1$ lần. **D.** Giảm đi n lần.

Câu 18. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết cạnh bên bằng a là:

A. $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{12}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 21. Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 22. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ và cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ bằng:

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi điểm O là giao điểm của AC và BD. Biết khoảng cách từ O đến SC bằng $\dfrac{a}{\sqrt{6}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích của hình chóp đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 25. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC=2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $V=a^3\sqrt{2}$.

Câu 26. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng:

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 28. Một hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích hình chóp đó.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29.] Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x. Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích của khối chóp bằng:

A. $\dfrac{x^3.\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{x^3.\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{x^3.\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{x^3.\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SB,BC Tính thể tích khối chóp $A.BCNM$. Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{48}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{32}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{32}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{16}$.

Câu 31. Người ta gọt một khối lập phương gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết các cạnh của khối lập phương bằng a. Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó:

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Câu 32. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích của (H) bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 33. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a, các mặt bên tạo với đáy một góc α. Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3}{6}\tan\alpha$. **B.** $\frac{a^3}{2}\tan\alpha$. **C.** $\frac{a^3}{6}\cot\alpha$. **D.** $\frac{a^3}{2}\sin\alpha$.

Câu 34. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{2\sqrt{6}}{9}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{10}}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{11}}{6}a^3$.

Câu 35. Thể tích của chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 37. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA=1$. Gọi D,E lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA,SC. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng AE.

A. $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{2}}{12}$ **B.** $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{21}}{54}$ **C.** $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{12}}{4}$ **D.** $V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{21}}{18}$

Câu 38. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh a.

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 39. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng a, thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất.

A. $V=\frac{32a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{10a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{8a^3}{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 41. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB=a$, cạnh bên $SA=a\frac{\sqrt{6}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3}{24}$. **D.** $V=\frac{a^3}{12}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi SH là đường cao của hình chóp. Khoảng cách từ trung điểm của SH đến (SBC) bằng b. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. **B.** $\dfrac{a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. **C.** $\dfrac{2a^3b}{\sqrt{a^2-16b^2}}$. **D.** $\dfrac{2ab}{3}$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{30}}{18}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b. Thể tích của khối chóp là

A. $\dfrac{a^2}{6}\sqrt{3b^2-a^2}$. **B.** $a^2\sqrt{3b^2-a^2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{4}\sqrt{3b^2-a^2}$. **D.** $\dfrac{a^2}{12}\sqrt{3b^2-a^2}$.

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng a. Khi đó, khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC) là:

A. $h=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $h=\dfrac{a}{2}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 46. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S, độ dài cạnh đáy là a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABI$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{24}$.

Câu 47. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 48. Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AC=CD=DB=BA=2$ và AD, BC thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{32\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\dfrac{32\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có diện tích $16\,\text{cm}^2$, diện tích một mặt bên là $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{32\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{32\sqrt{13}}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{32\sqrt{15}}{3}\text{cm}^3$.

Câu 50. Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần và giảm chiều cao đi bốn lần thì thể tích của khối chóp đó sẽ:

A. Giảm đi hai lần. **B.** Không thay đổi.
C. Tăng lên hai lần. **D.** Giảm đi ba lần.

Câu 51. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối chóp đó bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 52. Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích của nó.

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên n lần.
C. Tăng lên $n-1$ lần. **D.** Giảm đi n lần.

Câu 53. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 54. Thể tích khối bát diện đều cạnh a là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $SA=SB=SC=SD=\sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 56. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α.

A. $\frac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$. **B.** $\frac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$. **C.** $\frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$. **D.** $\frac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$.

Câu 57. Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=5\sqrt{3}$. **C.** $V=27\sqrt{3}$. **D.** $V=\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Câu 58. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC=2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 59. Thể tích hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{a^3}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 60. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 61. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 62. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với đáy một góc 45^0. Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{9}$. **C.** $V=\frac{a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{1}{24}a^3$.

Câu 63. Tính thể tích V của hình tứ diện đều có đường cao $h=a$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 64. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

A. $V=4\sqrt{7}a^3$. **B.** $V=\frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. **C.** $V=\frac{4a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 65. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{\sqrt{34}a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{34}a^3}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 66. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a, các mặt bên tạo với đáy một góc α. Thể tích của khối chóp đó là

A. $\frac{a^3}{2}\sin\alpha$. **B.** $\frac{a^3}{2}\tan\alpha$. **C.** $\frac{a^3}{6}\cot\alpha$. **D.** $\frac{a^3}{6}\tan\alpha$.

Câu 67. Tính thể tích của khối bát diện đều có cạnh bằng 2.

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

Câu 68. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi SH là chiều cao của hình chóp, khoảng cách từ trung điểm I của SH đến mặt bên (SBC) bằng b. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{ab}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. **B.** $V=\frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$.

C. $V=\frac{ab}{\sqrt{a^2-16b^2}}$. **D.** $V=\frac{2ab}{\sqrt{a^2-16b^2}}$.

Câu 69. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

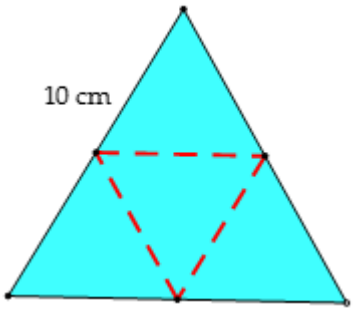
Câu 70. Thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 3.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **C.** $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 71. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc $45°$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\frac{64\sqrt{2}}{27}$. **C.** $\frac{64\sqrt{2}}{81}$. **D.** $\frac{128\sqrt{2}}{81}$.

Câu 72. Người ta cắt miếng bìa hình tam giác cạnh bằng $10cm$ như hình bên và gấp theo các đường kẻ, sau đó dán các mép lại để được hình tứ diện đều. Tính thể tích của khối tứ diện tạo thành.



A. $V=250\sqrt{2}cm^3$. **B.** $V=\frac{125\sqrt{2}}{12}cm^3$. **C.** $V=\frac{1000\sqrt{2}}{3}cm^3$. **D.** $V=\frac{250\sqrt{2}}{12}cm^3$.

Câu 73. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$.

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 74. Thể tích của khối bát diện đều cạnh a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 75. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 76. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a ,diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh là S và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{6}$.

Câu 77. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AD,BD. Lấy điểm không đổi P trên cạnh AB (khác A,B). Thể tích khối chóp $PMNC$ bằng

A. $\frac{9\sqrt{2}}{16}$ **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $\frac{27\sqrt{2}}{12}$

Câu 78. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có chiều cao là h và bán kính mặt cầu nội tiếp là r $(h>2r>0)$.

A. $V=\frac{4r^2h^2}{(h+2r)}$. **B.** $V=\frac{4r^2h^2}{3(h-2r)}$. **C.** $V=\frac{3r^2h^2}{4(h-2r)}$. **D.** $V=\frac{4r^2h^2}{3(h+2r)}$.

Câu 79. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi B',C' lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Tính thể tích V của khối tứ diện $AB'C'D$ theo a.

A. $V=\frac{a^3}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Câu 80. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng $2a$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $2a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 81. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh bằng a, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi A', B', C' tương ứng là các điểm đối xứng của A, B, C qua S. Thể tích của khối bát diện có các mặt ABC, $A'B'C'$, $A'BC$, $B'CA$, $C'AB$, $AB'C'$, $BA'C'$, $CA'B'$ là

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 82. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a. Mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60°. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$.

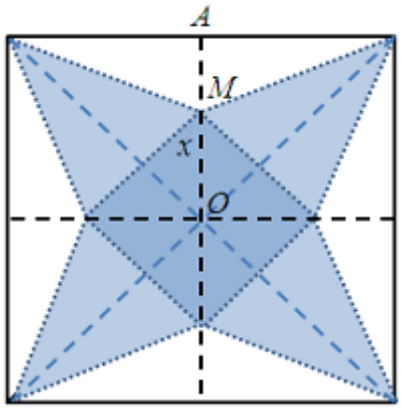
A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 83. Cho khối chóp đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích khối chóp đó ?

A. $V=\frac{a^3\sqrt{26}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 84. Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng $20\,cm$, $OM = x(cm)$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất



A. $x = 8\,cm$. **B.** $x = 6\,cm$. **C.** $x = 7\,cm$. **D.** $x = 9\,cm$.

Câu 85. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC và khoảng cách từ G đến mặt bên (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy đến mặt bên (SCD) và thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

DẠNG 3: KHỐI CHÓP ĐỀU

Câu 1. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a, M là trung điểm BC. Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

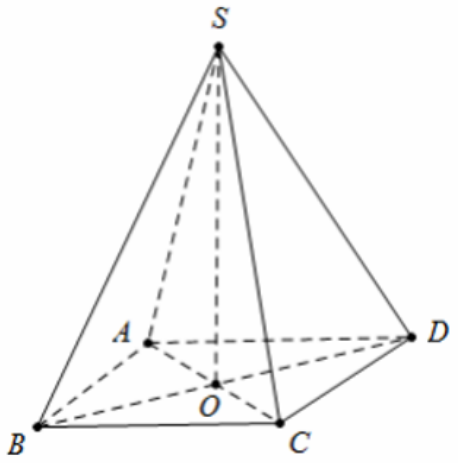
Ta có $V_{M.ABC}=\dfrac{1}{2}V_{ABCD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích của hình chóp đều đó là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O=AC\cap BD\Rightarrow SO\perp(ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{SCO}=60°\Rightarrow \tan 60°=\dfrac{SO}{OC}\Rightarrow SO=OC\sqrt{3}=\dfrac{a}{\sqrt{2}}.\sqrt{3}$

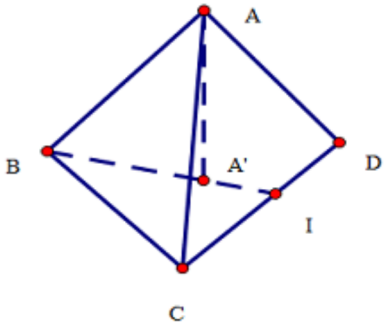
$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}a\sqrt{\dfrac{3}{2}}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 3. Thể tích hình tứ diện đều có cạnh bằng a là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{5a^3\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm BA, A' là trọng tâm ΔABC.

Ta có $BI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}, \mathrm{BA'}=\dfrac{2}{3}BI=\dfrac{a}{\sqrt{3}},.$

diện tích tam giác BCD là $S=\dfrac{1}{2}CD.AI=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác ABA' vuông tại A' ta có:

$$A'A=\sqrt{AB^2-A'B^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

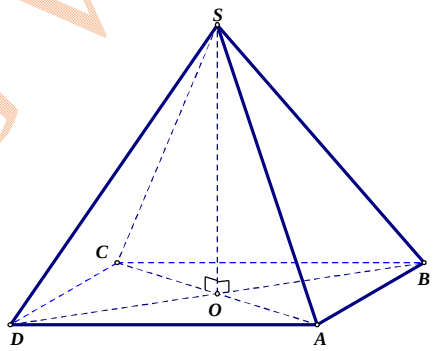
Thể tích tứ diện là: $V_x=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.A'A=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 4. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{14}}{2}.a^3=\dfrac{\sqrt{14}}{6}a^3$.

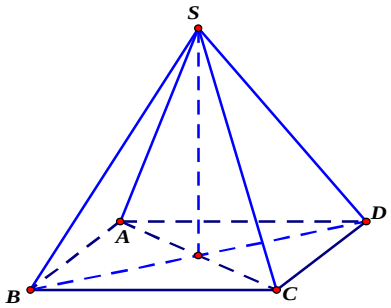
Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi h là chiều cao hình chóp, ta có $h=\sqrt{3a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

$V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.h=\frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{10}}{2}=\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là:

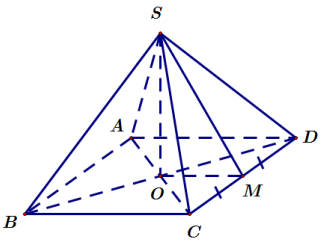
A. $V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}}{9}a^3$. **C.** $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $SM=a\sqrt{3}$. ΔSCD đều nên $SC=CD=2a$.

Suy ra: $SO=\frac{AC}{2}=\frac{2a\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$.



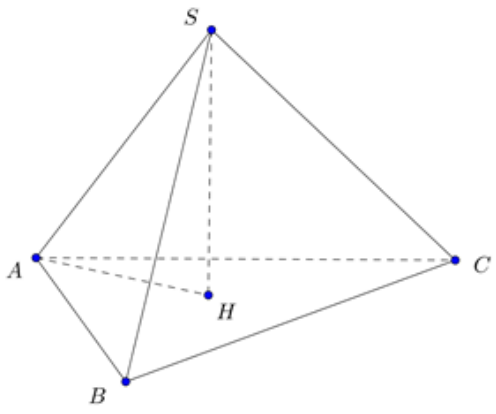
Vậy $V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.4a^2=\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tính thể tích của khối tứ diện đó.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



Ta có $S_{ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$; $AH=\dfrac{2}{3}m_a=\dfrac{2}{3}.\dfrac{\sqrt{2}a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

$\Rightarrow SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

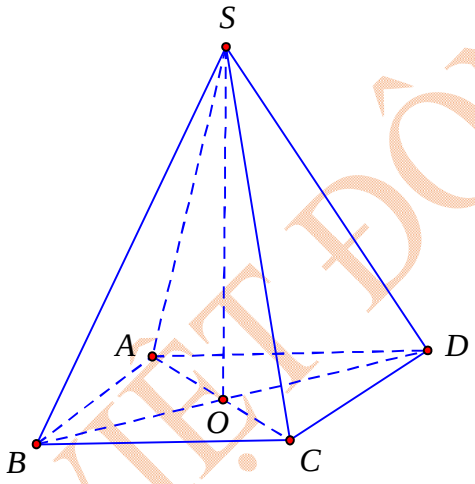
$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng?

A. $4a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$, hình chóp đều $S.ABCD\Rightarrow SO\perp(ABCD)$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Ta có $CD//AB\Rightarrow CD//(SAB)\Rightarrow d(CD;SA)=d(C;(SAB))=2d(O;(SAB))$.

Bài ra $d(CD;SA)=a\sqrt{3}\Rightarrow d(O;(SAB))=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tứ diện vuông $O.SAB\Rightarrow\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}$ với $h=d(O;(SAB))=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Cạnh $OA=OB=\dfrac{AB}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}\Rightarrow\dfrac{4}{3a^2}=\dfrac{1}{SO^2}+\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{2a^2}\Rightarrow SO=a\sqrt{3}$.

Do đó $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{3}.4a^2=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

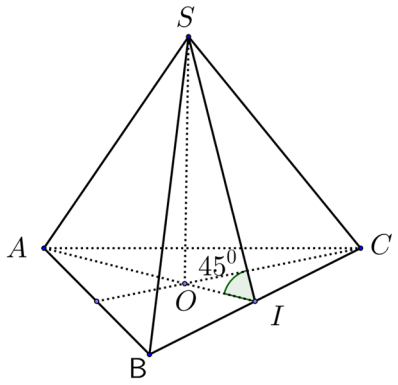
Câu 9. Cho khối chóp đều S.ABC có cạnh bên bằng a và các mặt bên hợp với đáy một góc $45°$. Tính thể tích của khối chóp S.ABC theo a..

A. $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{25}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{25}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi O là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$.

I là trung điểm của $BC \Rightarrow \widehat{((SBC),(ABC))} = \widehat{SIO} = 45°$..

x là độ dài cạnh của tam giác ABC ($x > 0$).

Ta có: $OI = \frac{1}{3}AI = \frac{x\sqrt{3}}{6}$; $SI = \sqrt{SC^2 - IC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}$..

Trong tam giác SOI có: $OI = SI\cos 45° \Rightarrow \frac{x\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow 5x^2 = 12a^2 \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{15}a}{5}$..

Suy ra: $SO = OI = \frac{\sqrt{5}}{5}a$, $S_{\Delta ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{5}a^2$..

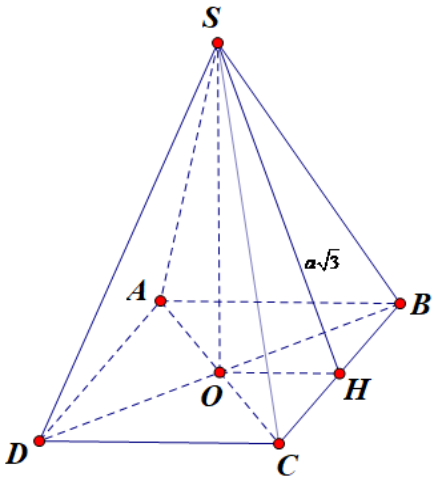
Vậy: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{3\sqrt{3}}{5}a^2.\frac{\sqrt{5}}{5}a = \frac{a^3\sqrt{15}}{25}$..

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V = 4a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi cạnh của hình chóp tứ giác đều là x.

Xét tam giác vuông SCH ta có $SC^2 - HC^2 = SH^2 \Leftrightarrow x^2 - \frac{x^2}{4} = 3a^2 \Leftrightarrow x = 2a$.

Chiều cao $SO = \sqrt{SH^2 - HO^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

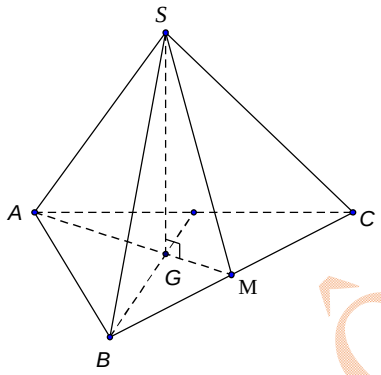
Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.4a^2=\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC, G là trọng tâm ΔABC.

$S_{\Delta ABC}=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$..

$GM=\frac{1}{3}\frac{AB\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

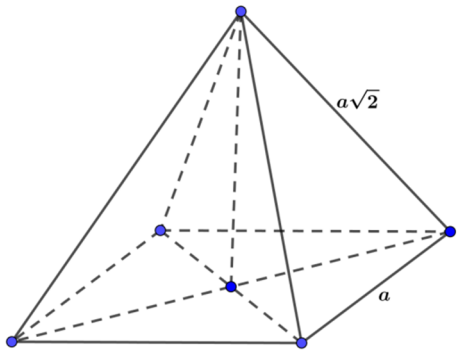
Ta có: góc giữa mặt đáy và mặt bên bằng $60°$ suy ra $\widehat{SMG}=60°$. Xét tam giác vuông SGM:

$\tan\widehat{SMG}=\frac{SG}{GM}$..

Suy ra: $SG=GM.\tan 60°=\frac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3}=\frac{a}{2}$..

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ). Thể tích khối chóp là

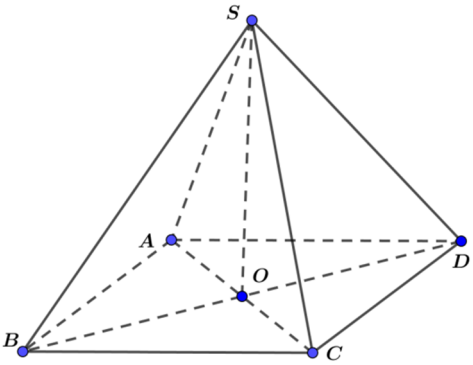


A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Ta có: $OD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{2a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 13. **[Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07 - 2017]** Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của (H) bằng:

A. $\frac{4}{5}a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$ABCD$ hình vuông cạnh 2a $\Rightarrow AC=2a\sqrt{2}$ $\Rightarrow AO=.SO^2=SA^2-AO^2 \Longrightarrow SO=a\sqrt{2}$.

$V=\frac{1}{3}(2a)^2.a\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

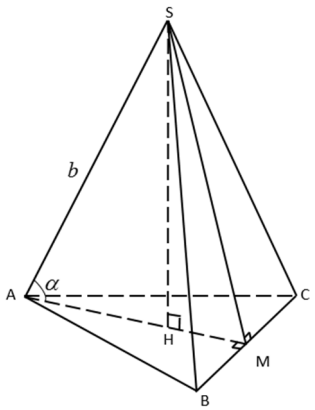
Câu 14. Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α. Thể tích của hình chóp đó là

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3\cos\alpha\sin\alpha$. **B.** $\frac{3}{4}b^3\sin^2\alpha\cos\alpha$.

C. $\frac{3}{4}b^3\cos^2\alpha\sin\alpha$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3\cos^2\alpha\sin\alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC, H là tâm tam giác ABC.

Ta có: $SH\perp(ABC)$.

Xét tam giác ΔSHA vuông tại H, ta có: $\begin{cases}SH=SA\sin\alpha=b\sin\alpha\\AH=SA\cos\alpha=b\cos\alpha\end{cases}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow AM = \frac{3}{2}AH = \frac{3}{2}b\cos\alpha$.

Mà: $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow AB = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}\cos\alpha$.

$V_{SABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.b\sin\alpha.\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}b\cos\alpha\right)^2}{4}$.

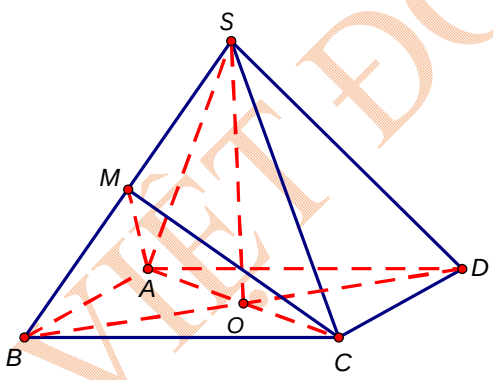
$= \frac{\sqrt{3}}{4}b^3\cos^2\alpha\sin\alpha$

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Nếu $SB \perp SD$ thì khoảng cách từ B đến mặt phẳng (MAC) bằng:

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Giả sử hình chóp có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Khi đó, $BD = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD vuông cân tại S nên $SD = SB = a$ và $SO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra các tam giác SCD, SAD là các tam giác đều cạnh a và $SD \perp (MAC)$ tại M.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Mà $\frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{6} \Rightarrow a = 1$

Vì O là trung điểm BD nên $d\left(B,(MAC)\right) = d\left(D,(MAC)\right) = DM = \frac{1}{2}$.

Câu 16. Khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Chiều cao của khối chóp là $h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ mà $S_{day} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do đó thể tích khối chóp là $\frac{1}{3}h.S_{day}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 17. Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích của nó.

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên n lần.

C. Tăng lên $n-1$ lần. **D.** Giảm đi n lần.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $V=\frac{1}{3}.h.S$, với h là chiều cao, S là diện tích đáy

$S=\frac{x^2a}{4\tan\left(\frac{180^0}{a}\right)}$ với x là độ dài cạnh của đa giác đều, a là số đỉnh của đa giác đều.

Ycbt $\Leftrightarrow V_1=\frac{1}{3}.nh.\frac{\left(\frac{x}{n}\right)^2a}{4\tan\left(\frac{180^0}{a}\right)}=\frac{1}{n}.\frac{1}{3}.h.S=\frac{1}{n}.V$.

Câu 18. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

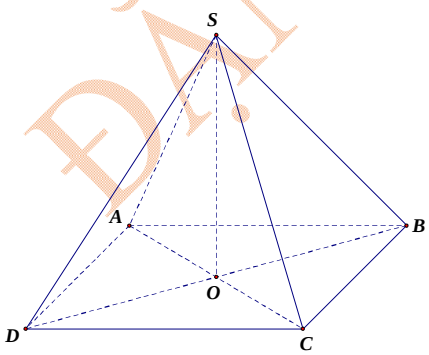
Chọn B

Giả sử cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a.

Diện tích đáy $ABCD$: $S_{ABCD}=a^2$.

$AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}AB\sqrt{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy thể tích khối chóp tứ giác đều là: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



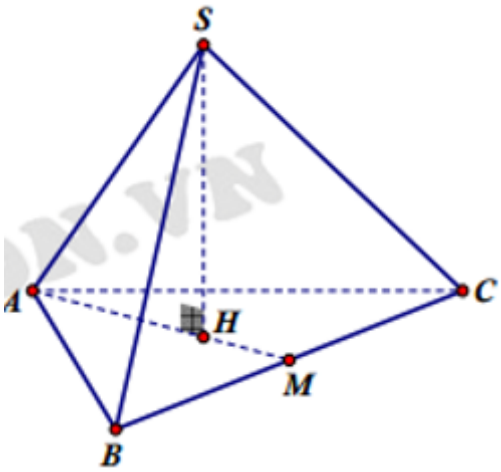
Câu 19. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết cạnh bên bằng a là:

A. $V_{S.ABC}=\frac{a^3}{4}$. **B.** $V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V_{S.ABC}=\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là trọng tâm ΔABC đều $\longrightarrow SH \perp (ABC)$.

$AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ (M là trung điểm BC)

ΔSAH vuông tại H có $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

ΔABC đều cạnh a nên $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

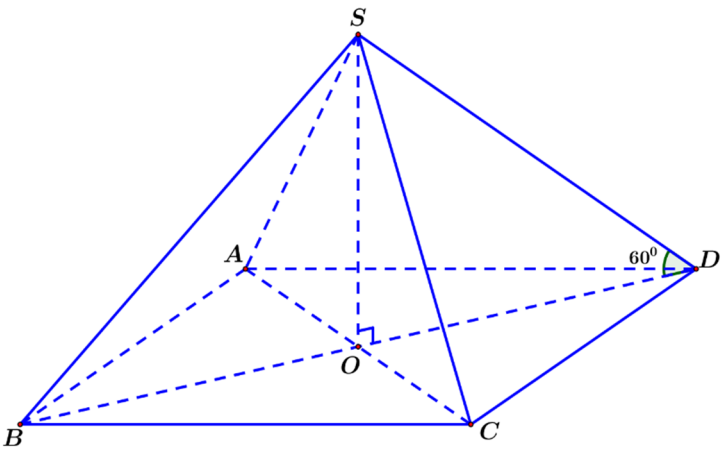
Vậy $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$ thì $SO \perp (ABCD)$.

Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SDO} = 60^\circ$.

Mà $ABCD$ là hình vuông nên $BD = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD đều nên $SO = BD.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 21. Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích V của khối chóp.

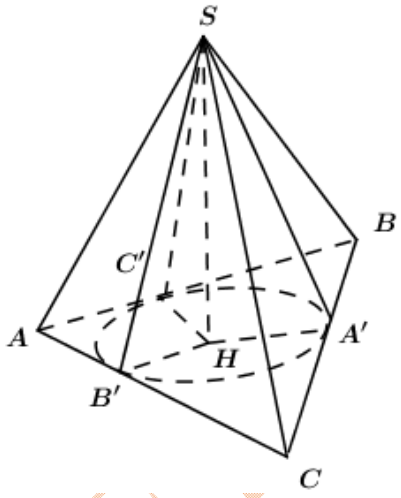
A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi hình chóp tam giác đó là $S.ABC$, kẻ $SH\perp(ABC)$ tại H..

Gọi A', B', C' lần lượt là chân đường cao hạ từ H xuống BC, CA, AB.



.

Xét $\Delta SHA'$, $\Delta SHB'$, $\Delta SHC'$ đều vuông tại H có SH chung.

$\widehat{SB'H}=\widehat{SC'H}=\widehat{SA'H}=60^0\Rightarrow\widehat{HSC'}=\widehat{HSA'}=\widehat{HSB'}$.

$\Rightarrow\Delta SHA'=\Delta SHB'=\Delta SHC'\ (g-g-g)\Rightarrow HA'=HB'=HC'$..

Do đó H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC..

Tam giác ABC đều cạnh $a\Rightarrow S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{AB+BC+CA}{2}.HA'$.

$\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{3a}{2}HA'\Rightarrow HA'=\frac{\sqrt{3}}{6}a$..

Tam giác SHA' vuông tại H và $\widehat{HA'S}=60^0\Rightarrow SH=HA'.\tan 60=\frac{a}{2}$..

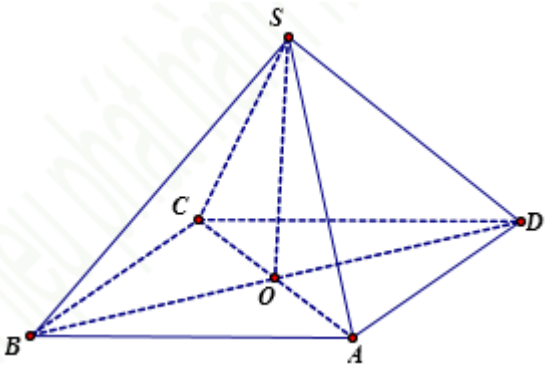
Thể tích $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{24}a^3$..

Câu 22. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ và cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



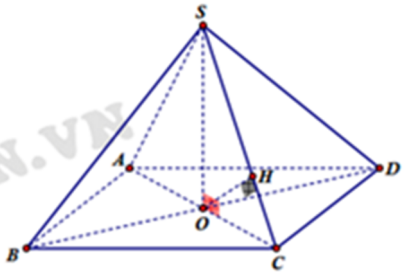
Ta có : $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.\left(a\sqrt{3}\right)^2.\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi điểm O là giao điểm của AC và BD. Biết khoảng cách từ O đến SC bằng $\frac{a}{\sqrt{6}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



H là hình chiếu của O lên SC nên $OH=\frac{a}{\sqrt{6}}$,

$ABCD$ là hình vuông có $OC=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

ΔSOC vuông tại O có OH là đường cao

$\longrightarrow\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OC^2}\longrightarrow SO=\frac{a}{2}$.

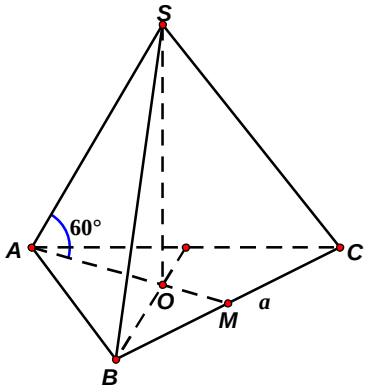
$\longrightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SO=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}S_{ABCD}.SO=\frac{a^3}{12}$.

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a, góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích của hình chóp đã cho.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của cạnh BC, O là tâm của tam giác đều ABC.
Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có góc giữa cạnh bên bên và mặt đáy bằng $60°$, nên $\widehat{SAM}=60°$.

Ta có: $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AO=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC: $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác SAO vuông tại O có: $SO=AO.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3}=a$.

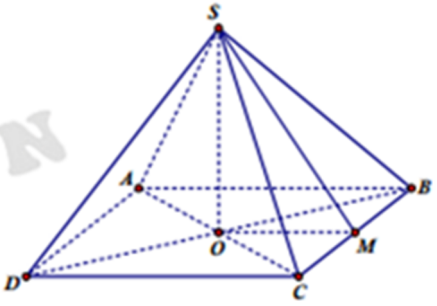
Thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$: $V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 25. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC=2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $V=a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của $BC\longrightarrow OM\perp BC$ mà $BC\perp SO$ nên $BC\perp(SOM)$
$\longrightarrow BC\perp SM$.

$BC=(SBC)\cap(ABCD)\rightarrow$ Góc $\left[(SBC),(ABCD)\right]=\widehat{SMO}=45°$

Do hình chóp đều nên đáy $ABCD$ là hình vuông có $AD=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$

ΔSOM vuông tại O có $\widehat{SMO}=45°$ nên $SO=OM=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}\left(a\sqrt{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

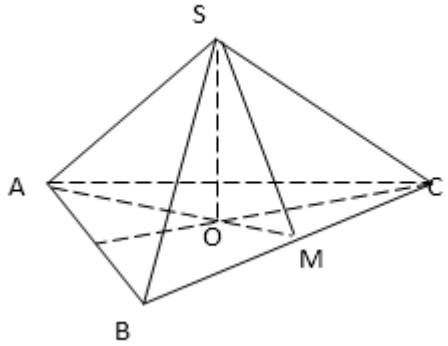
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 26. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng:

A. $V=\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



ABC đều cạnh $a \Rightarrow AM=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$SO^2=SA^2-AO^2=3a^2-\frac{a^2}{3}=\frac{8a^2}{3}$.

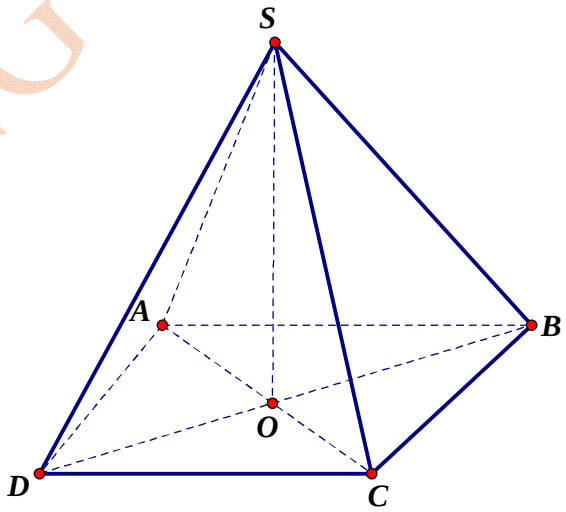
$V=\frac{1}{3}.\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a.\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{3}}{2}.a \Leftrightarrow V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{14}a}{2}$.

$V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.a^2.\frac{\sqrt{14}a}{2}=\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 28. Một hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích hình chóp đó.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có diện tích tam giác đều cạnh 2 là $S=\frac{1}{2}.2.2.\sin 60^\circ=\sqrt{3}$.

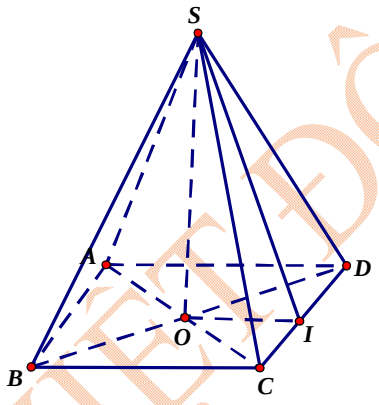
Thể tích của khối chóp là $V=\frac{1}{3}.\sqrt{3}.4=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29.] Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x. Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích của khối chóp bằng:

A. $\frac{x^3.\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{x^3.\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{x^3.\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{x^3.\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D



$S_{ABCD}=x^2$; $S_{xq}=4.S_{SCD}=2SI.x$.

Theo yêu cầu bài toán.

$2SI.x=x^2\Leftrightarrow SI=x$.

$SO=\sqrt{SI^2-OI^2}=\sqrt{x^2-\frac{x^2}{4}}=x\frac{\sqrt{3}}{2}$.

$V_{SABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.x\frac{\sqrt{3}}{2}.x^2=\frac{x^3.\sqrt{3}}{6}$.

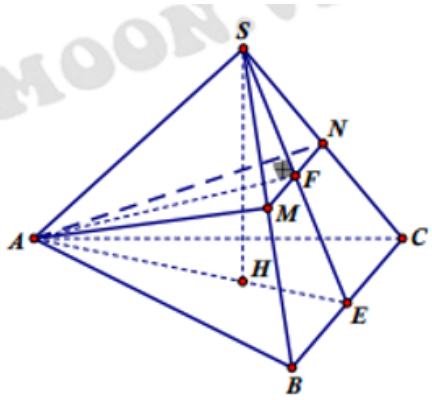
Câu 30. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của SB,BC Tính thể tích khối chóp $A.BCNM$. Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{48}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{32}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{32}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{15}}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



E là trung điểm BC nên $CB \perp AE, CB \perp SH$

$\longrightarrow CB \perp (SAE) \rightarrow CB \perp SE$.

SE vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên ΔSBC cân tại S

F là giao điểm của MN với $SE \longrightarrow SF \perp MN, SF = \frac{1}{2}SE$.

Giả thiết $\begin{cases} (AMN) \perp (SBC) \\ (AMN) \cap (SBC) = MN \end{cases} \xrightarrow{SF \perp MN} SF \perp (AMN)$

$\rightarrow SE \perp AF$ và $SF = \frac{1}{2}SE$ nên ΔSAE cân tại $A \rightarrow AE = AS = \frac{3a}{2}$

$AH = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3}.\frac{3a}{2} = a \longrightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.(a\sqrt{3})^2 \frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{8}.$

$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \longrightarrow V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{15}}{32}.$

Vậy $V = V_{S.ABC} - V_{S.AMN} = \frac{3a^3\sqrt{15}}{32}.$

Câu 31. Người ta gọt một khối lập phương gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết các cạnh của khối lập phương bằng a. Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó:

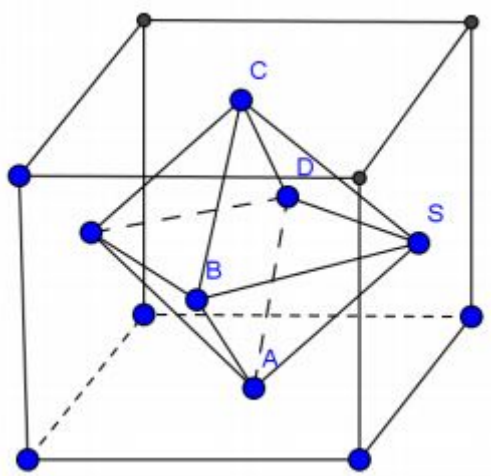
A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựng được hình như hình bên.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



+ Thấy được thể tích khối cần tính bằng 2 lần thể tích của hình chóp $S.ABCD$.
+ Nhiệm vụ bây giờ đi tìm thể tích của $S.ABCD$.
+ $ABCD$ là hình vuông có tâm O đồng thời chính là hình chiếu của S lên mặt đáy.

$SO=\frac{a}{2}$; $BD=a$ (cạnh của hình lập phương). Suy ra các cạnh của hình vuông $ABCD=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a^3=\frac{a^3}{12}.$$

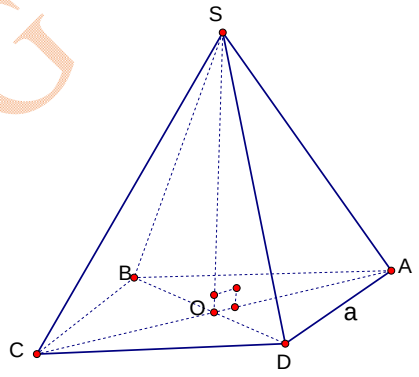
$$V_{\text{khối đa diện}}=2.V_{S.ABCD}=\frac{a^3}{6}.$$

Câu 32. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích của (H) bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B



Tính diện tích $ABCD$: $S_{ABCD}=a^2$.

Xác định chiều cao:

Gọi $O=AC\cap BD\Rightarrow SO$ là chiều cao của khối chóp.

ΔSOA vuông tại O cho ta $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{2}}=a\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Vậy: $V_{SABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 33. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a, các mặt bên tạo với đáy một góc α. Thể tích khối chóp đó là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3}{6}\tan\alpha$. **B.** $\frac{a^3}{2}\tan\alpha$. **C.** $\frac{a^3}{6}\cot\alpha$. **D.** $\frac{a^3}{2}\sin\alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi h là đường cao của hình chóp ta có $h=\frac{a}{2}\tan\alpha$, $S_{day}=a^2$

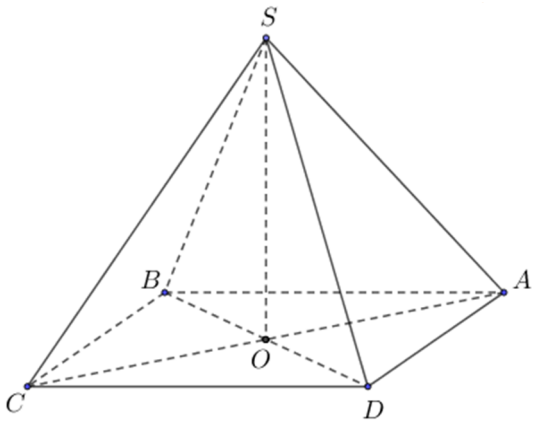
Vậy $V=\frac{1}{3}h.S_{day}=\frac{a^3}{6}\tan\alpha$.

Câu 34. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{2\sqrt{6}}{9}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{10}}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{11}}{6}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{3a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{10}}{2}.a^2=\frac{\sqrt{10}}{6}a^3$.

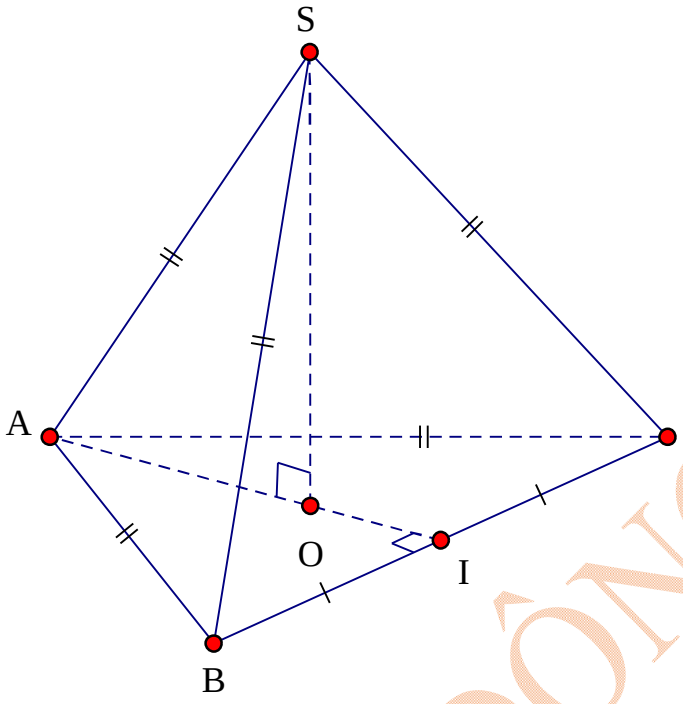
Câu 35. Thể tích của chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Theo tự luận



Gọi O là tâm mặt đáy (ABC) và I là trung điểm cạnh BC.

$S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.

ΔSAO vuông tại O có:

$$AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy thể tích khối chóp cần tìm là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Cách 2: Tính bằng công thức tính nhanh.

Hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là hình tứ diện đều cạnh a.

$$\Rightarrow V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi khối chóp đó là *S.ABCD* có tâm *O*. Vẽ hình nhanh ta thấy $OA = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$.

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a\sqrt{2} \longrightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{4}.4a^2.a\sqrt{2} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}.$$

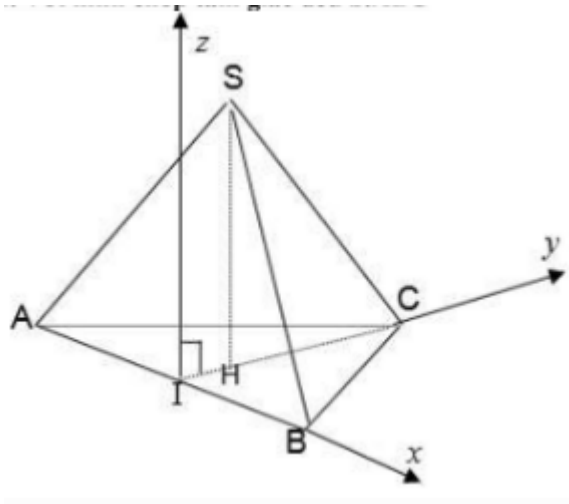
Câu 37. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 1$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA, SC. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng AE.

A. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2}}{12}$ **B.** $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{21}}{54}$ **C.** $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{12}}{4}$ **D.** $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{21}}{18}$

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn B



Giả sử cạnh đáy có độ dài a; $SH = h$. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có:

$I(0;0;0)$; $A\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$; $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$; $C\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$; $S\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{6};h\right)$; $D\left(-\frac{a}{4};\frac{a\sqrt{3}}{12};\frac{h}{2}\right)$;

$E\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{3};\frac{h}{2}\right)$.

Lại có $BD \perp AE \Leftrightarrow \overrightarrow{BD}.\overrightarrow{AE} = 0 \Rightarrow a = h\sqrt{\frac{6}{7}} = \sqrt{\frac{3-a^2}{3}.\frac{6}{7}} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

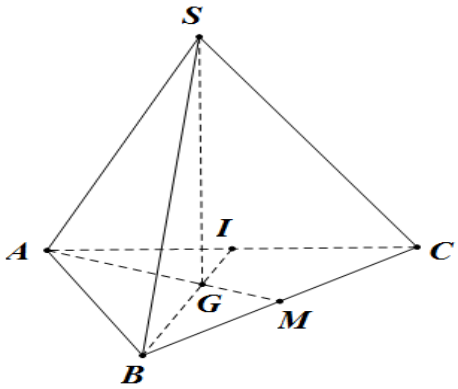
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{7}}{3}.\frac{\frac{2}{3}.\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{21}}{54}$.

Câu 38. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh a.

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy: $V_{SABC} = \frac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Áp dụng công thức tính nhanh thể tích khối tứ diện đều có cạnh a bằng: $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

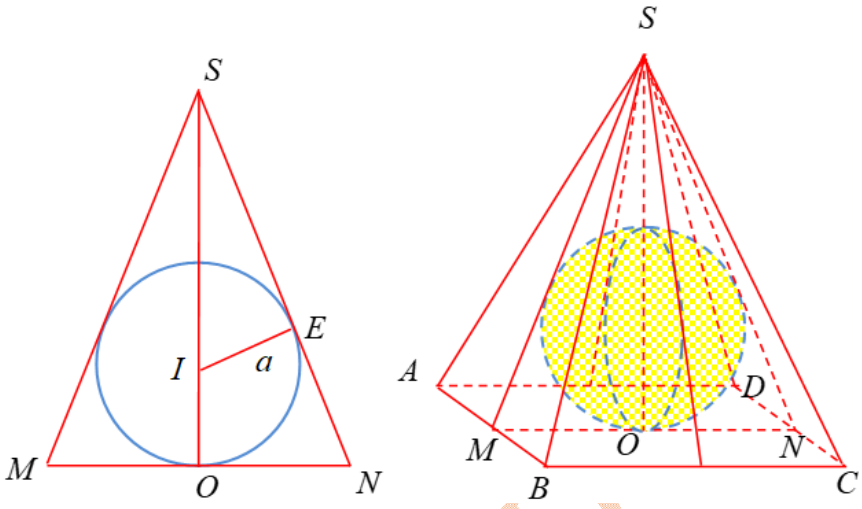
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 39. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng a, thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất.

A. $V=\dfrac{32a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{10a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{8a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử $SO=x$ ta có: $SI=x-a$; $SE=\sqrt{(x-a)^2-a^2}=\sqrt{x^2-2ax}$

Xét $\Delta SEI\backsim\Delta SON$ ta có: $\dfrac{SE}{SO}=\dfrac{IE}{NO}\Rightarrow NO=\dfrac{IE.SO}{SE}=\dfrac{ax}{\sqrt{x^2-2ax}}$

Thể tích khối chóp là: $V=\dfrac{1}{3}x.\left(\dfrac{2ax}{\sqrt{x^2-2ax}}\right)^2=\dfrac{4a^2x^2}{3(x-2a)}$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{x-2a}$ $(0<2a<x)$

$f'(x)=\dfrac{x^2-4ax}{(x-2a)^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=4a$ (do $0<2a<x$)

Bảng biến thiên

x	$2a$		$4a$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$8a$	$\nearrow$	$+\infty$

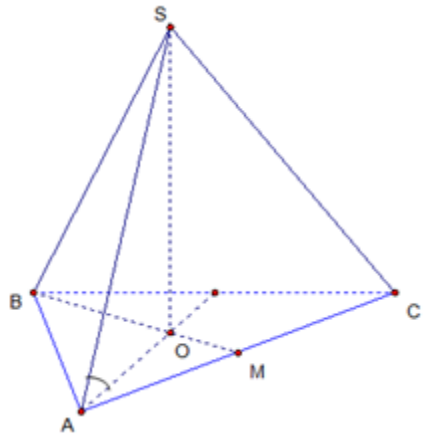
Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích là: $V=\dfrac{32a^3}{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O trọng tâm tam giác E, khi đó $SO \perp (ABC)$.

Ta có: $AO = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = a$.

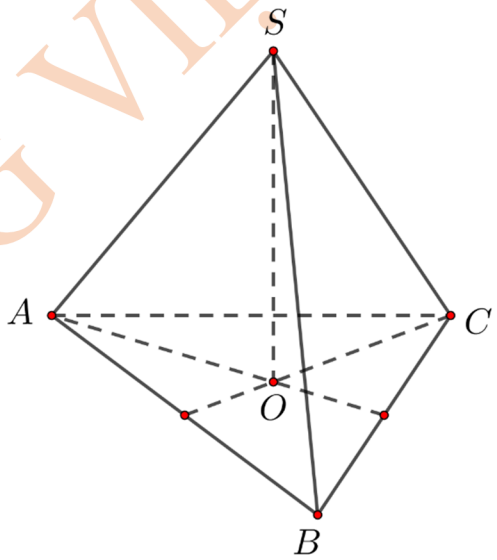
Suy ra: $V = \dfrac{1}{3}.SO.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 41. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, cạnh bên $SA = a\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{24}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là tâm của tam giác đều ABC khi đó $AO = \dfrac{2}{3}a\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$.

Vì SO là đường cao của khối chóp nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\left(a\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 - \left(a\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích $S_{\Delta ABC} = a^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}$, suy ra thể tích $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}a^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}a\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a^3}{12}$.

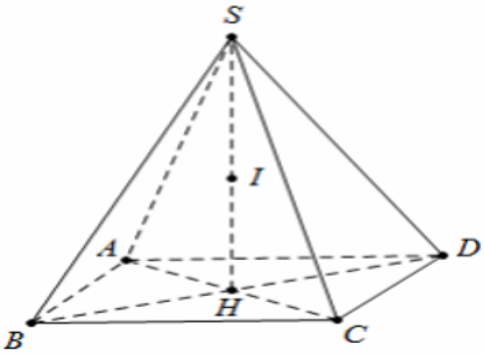
Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi SH là đường cao của hình chóp. Khoảng cách từ trung điểm của SH đến (SBC) bằng b. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. **B.** $\frac{a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. **C.** $\frac{2a^3b}{\sqrt{a^2-16b^2}}$. **D.** $\frac{2ab}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Hình chóp tứ giác đều $H = AC \cap BD$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Gọi I là trung điểm của cạnh SH

$\Rightarrow d\left(H,(SBC)\right) = 2d\left(I,(SBC)\right) = 2b$

Tứ diện vuông $SHBC \Rightarrow \frac{1}{(2b)^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HB^2} + \frac{1}{HC^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{4b^2} - \frac{1}{\frac{a^2}{2}} - \frac{1}{\frac{a^2}{2}} = \frac{1}{4b^2} - \frac{4}{a^2} = \frac{a^2-16b^2}{4a^2b^2}$

$\Rightarrow SH = \frac{2ab}{\sqrt{a^2-16b^2}}$

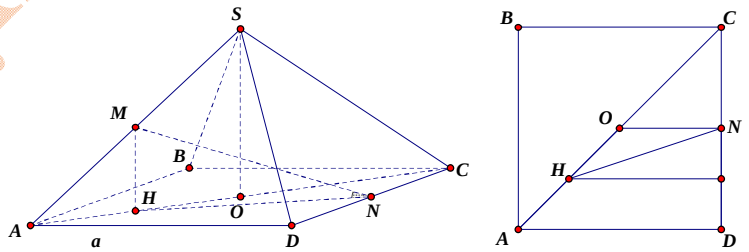
$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{2ab}{\sqrt{a^2-16b^2}}.a^2 = \frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD. Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

Gọi H là trung điểm OA, ta có $MH \,//\, SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó $\left(MN,(ABCD)\right) = (MN,NH) = \widehat{MNH} = 30°$.

Ta có: $NH^2 = \left(\frac{3}{4}AD\right)^2 + \left(\frac{1}{4}CD\right)^2 = \frac{5}{8}a^2 \Rightarrow NH = \frac{a\sqrt{10}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\tan\widehat{MNH}=\dfrac{MH}{NH}=\dfrac{MH}{\frac{a\sqrt{10}}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow MH=\dfrac{a\sqrt{30}}{12}$.

Mặt khác: $SO=2MH=\dfrac{a\sqrt{30}}{6}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}.a^2.\dfrac{a\sqrt{30}}{6}=\dfrac{a^3\sqrt{30}}{18}$.

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b. Thể tích của khối chóp là

A. $\dfrac{a^2}{6}\sqrt{3b^2-a^2}$. **B.** $a^2\sqrt{3b^2-a^2}$. **C.** $\dfrac{a^2}{4}\sqrt{3b^2-a^2}$. **D.** $\dfrac{a^2}{12}\sqrt{3b^2-a^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều và G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó $SG\perp(ABC)$ và $AB=a$, $SB=b$, $AG=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{\dfrac{3b^2-a^2}{3}}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{\dfrac{3b^2-a^2}{3}}=\dfrac{a^2}{12}\sqrt{3b^2-a^2}$.

Câu 45. Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng a. Khi đó, khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC) là:

A. $h=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $h=\dfrac{a}{2}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

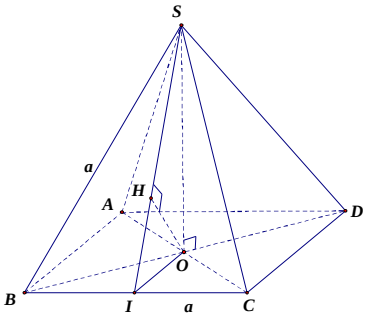
Hướng dẫn giải:

Chọn A

$d(AD,(SBC))=d(A,(SBC))=2d(O,(SBC))$ với O là tâm hình vuông ABCD.

Gọi I là trung điểm $BC\Rightarrow\begin{cases}BC\perp OI\\BC\perp SO\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SOI)\Rightarrow(SBC)\perp(SOI)$.

Ta có $(SBC)\cap(SOI)=SI$, kẻ $OH\perp SI$ tại H $\Rightarrow OH\perp(SBC)\Rightarrow d(O,(SBC))=OH$.



$AO=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2},SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$OH=\dfrac{SO.OI}{\sqrt{SO^2+OI^2}}=\dfrac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a}{2}}{\sqrt{\frac{2a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

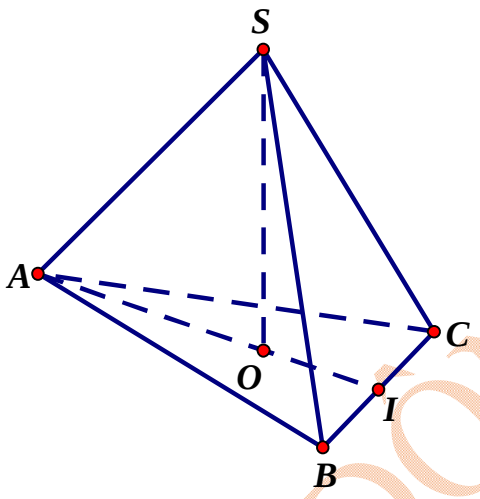
$d(AD,(SBC))=2OH=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 46. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S, độ dài cạnh đáy là a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABI$.

A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là hình chiếu của S lên (ABC) ta có: $SO=\sqrt{SB^2-BO^2}=\sqrt{4a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{33}}{3}$

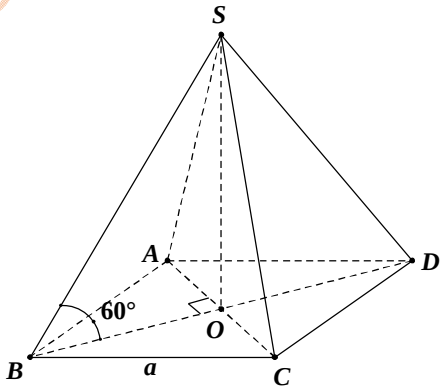
$\Rightarrow V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABI}.SO=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{8}.\frac{a\sqrt{33}}{3}=\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$.

Câu 47. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $\widehat{SBO}=60°$.

$SO=OB.\tan 60°=\frac{a\sqrt{2}}{2}.\tan 60°=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$S_{ABCD}=a^2$

Suy ra $V_{SABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

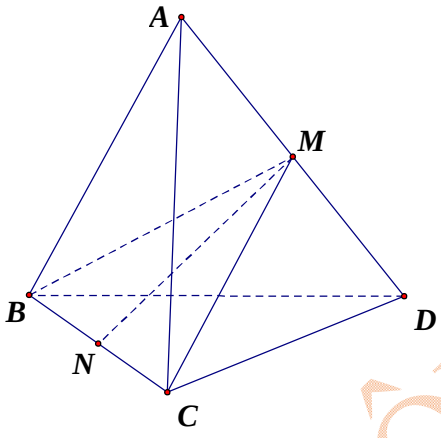
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 48. Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AC=CD=DB=BA=2$ và AD, BC thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{32\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{32\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC.

Theo giả thiết ta có: ABD và ACD là các tam giác cân có M là trung điểm của AD nên $BM\perp AD$ và $CM\perp AD\Rightarrow AD\perp(BMC)$. Và có $BM=CM\Rightarrow\Delta MBC$ cân tại.

Trong tam giác ΔMBC có MN vừa là đường cao vừa là trung tuyến nên $MN^2=MB^2-\frac{BC^2}{4}$

$\Leftrightarrow MN^2=AB^2-\frac{AD^2}{4}-\frac{BC^2}{4}\Leftrightarrow MN=\sqrt{4-\frac{AD^2+BC^2}{4}}$.

Khi đó diện tích tam giác ΔMBC là: $S_{\Delta MBC}=\frac{1}{2}MN.BC=\frac{1}{2}BC.\sqrt{4-\frac{AD^2+BC^2}{4}}$

Thể tích tứ diện $ABCD$ là: $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.AD.S_{\Delta MBC}=\frac{1}{3}.BC.AD.\sqrt{4-\frac{AD^2+BC^2}{4}}$.

Đặt $AD=x$, $BC=y$ ta có: $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.x.y.\sqrt{4-\frac{x^2+y^2}{4}}$.

Ta có: $x^2+y^2\ge 2xy\Leftrightarrow\frac{x^2+y^2}{4}\ge\frac{xy}{2}\Leftrightarrow-\frac{x^2+y^2}{4}\le-\frac{xy}{2}$.

Do đó: $V_{ABCD}\le\frac{1}{3}.x.y.\sqrt{4-\frac{xy}{2}}\Leftrightarrow V_{ABCD}\le\frac{\sqrt{2}}{6}\sqrt{(xy)^2(8-xy)}$. Dấu bằng xảy ra khi $x=y$.

Ta lại có: $(xy)^2(8-xy)=4.\frac{xy}{2}.\frac{xy}{2}.(8-xy)\le 4.\left(\frac{\frac{xy}{2}+\frac{xy}{2}+8-xy}{3}\right)^3=\frac{4.8^3}{27}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{xy}{2}=8-xy\Leftrightarrow xy=\frac{16}{3}\Leftrightarrow x=y=\frac{4}{\sqrt{3}}$.

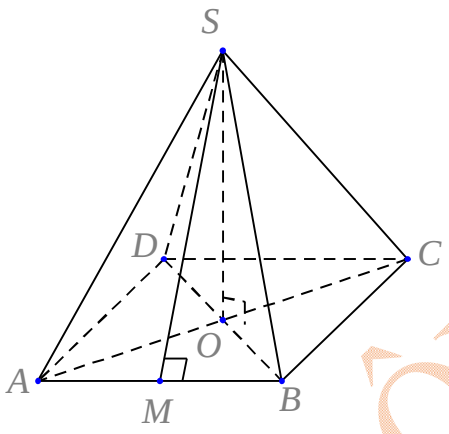
Vậy giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ABCD$ là: tập xác định $\max V_{ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{6}\sqrt{\frac{4.8^3}{27}}=\frac{32\sqrt{3}}{27}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có diện tích $16\,\text{cm}^2$, diện tích một mặt bên là $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{32\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{32\sqrt{13}}{3}\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{32\sqrt{15}}{3}\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD}=AB^2=16\,\text{cm}^2\Rightarrow AB=4\,\text{cm}\Rightarrow AO=2\sqrt{2}\,\text{cm}$.

Gọi M là trung điểm của AB. Khi đó $SM\perp AB$.

$S_{SAB}=\dfrac{1}{2}SM.AB=8\sqrt{3}\,\text{cm}^2\Rightarrow SM=4\sqrt{3}\,\text{cm}$.

$SA=\sqrt{SM^2+AM^2}=2\sqrt{13}\,\text{cm}$. $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=2\sqrt{11}\,\text{cm}$.

$V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}.16.2\sqrt{11}=\dfrac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$.

Câu 50. Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần và giảm chiều cao đi bốn lần thì thể tích của khối chóp đó sẽ:

A. Giảm đi hai lần. **B.** Không thay đổi.

C. Tăng lên hai lần. **D.** Giảm đi ba lần.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần thì diện tích đáy tăng bốn lần. Vì giảm chiều cao đi bốn lần nên thể tích khối chóp không thay đổi.

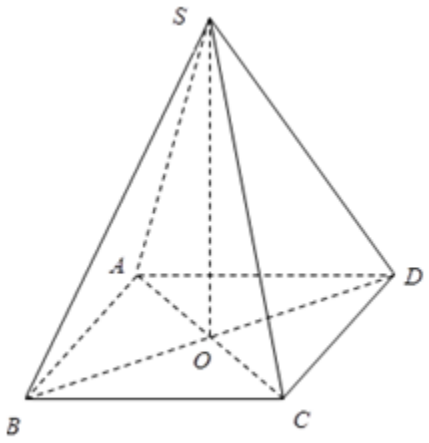
Câu 51. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối chóp đó bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Ta có: $AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó: $V = \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 52. Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích của nó.

A. Không thay đổi. **B.** Tăng lên n lần.

C. Tăng lên $n-1$ lần. **D.** Giảm đi n lần.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $V = \dfrac{1}{3}.h.S$, với h là chiều cao, S là diện tích đáy

$S = \dfrac{x^2 a}{4\tan\left(\dfrac{180^0}{a}\right)}$ với x là độ dài cạnh của đa giác đều, a là số đỉnh của đa giác đều.

Ycbt $\Leftrightarrow V_1 = \dfrac{1}{3}.nh.\dfrac{\left(\dfrac{x}{n}\right)^2 a}{4\tan\left(\dfrac{180^0}{a}\right)} = \dfrac{1}{n}.\dfrac{1}{3}.h.S = \dfrac{1}{n}.V$.

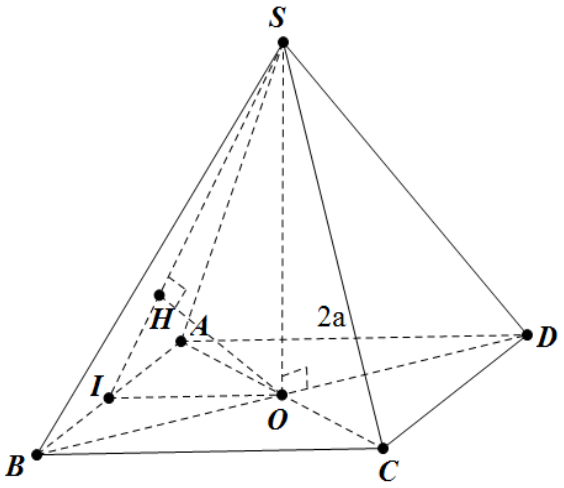
Câu 53. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $CD//AB \Rightarrow CD//(SAB)$.

Suy ra $d(CD;AB)=d(CD;(SAB))=d(C;(SAB))=2d(O;(SAB)) \Rightarrow d(O;(SAB))=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là trung điểm AB $\Rightarrow SI \perp AB$ (tam giác SAB cân tại S).

Dựng $OH \perp SI$ (với $H \in SI$). Khi đó ta có:

$$\begin{cases} OH \perp AB \ (AB \perp (SOI)) \\ OH \perp SI \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O;(SAB)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác SOI vuông tại O ta có:

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OI^2} \Rightarrow SO=\frac{OH.OI}{\sqrt{OI^2-OH^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.a}{\sqrt{a^2-\frac{3a^2}{4}}}=a\sqrt{3}.$$

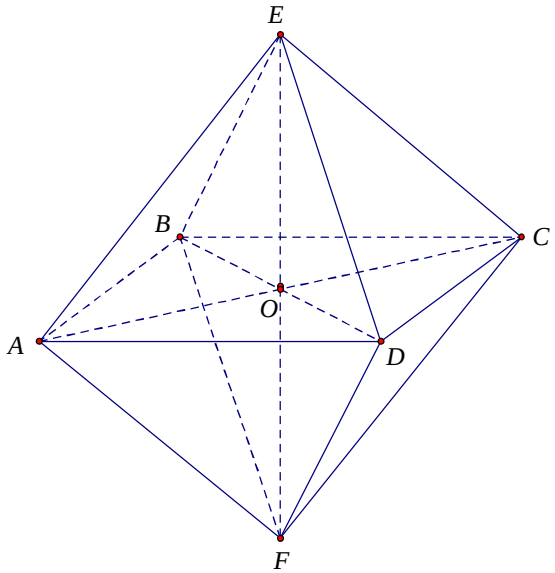
Vậy $V=\frac{1}{3}a\sqrt{3}.4a^2=\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 54. Thể tích khối bát diện đều cạnh a là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vì hình bát diện $ABCDEF$ có các cạnh bằng $a \Rightarrow EF = a\sqrt{2}$.

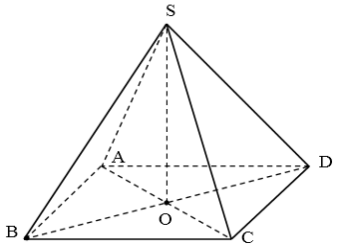
Khi đó $V_{ABCDEF} = 2V_{E.ABCD} = 2.\frac{1}{3}.EO.S_{ABCD} = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $SA = SB = SC = SD = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Có: $S_{ABCD} = AB^2 = \left(a\sqrt{3}\right)^2 = 3a^2$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}.a\sqrt{3}.\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{3a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a}{\sqrt{2}}.3a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ (đvtt).

Câu 56. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α.

A. $\frac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$. **B.** $\frac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$. **C.** $\frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$. **D.** $\frac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$.

Hướng dẫn giải

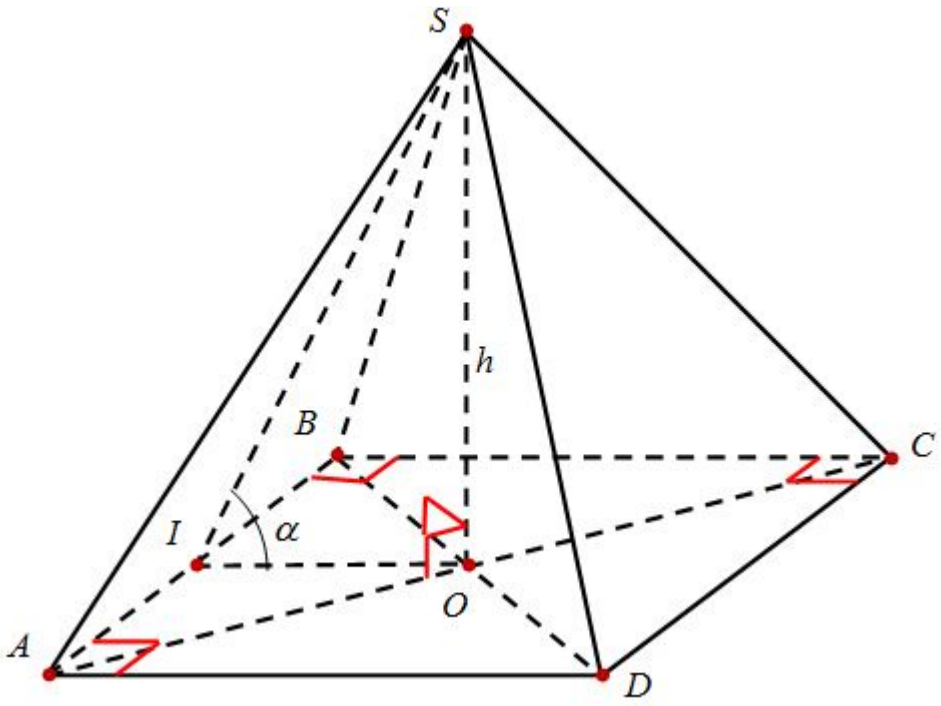
Chọn C

Gọi O là tâm của đáy. Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$, các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông. Gọi I là trung điểm của AB, ta có $SI \perp AB$ suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SIO} = \alpha$.

Ta có: $OI = \frac{SO}{\tan SIO} = \frac{h}{\tan\alpha}$ suy ra $AD = 2OI = \frac{2h}{\tan\alpha}$. Vậy thể tích hình chóp $S.ABCD$:

$V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.h.\left(\frac{2h}{\tan\alpha}\right)^2 = \frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

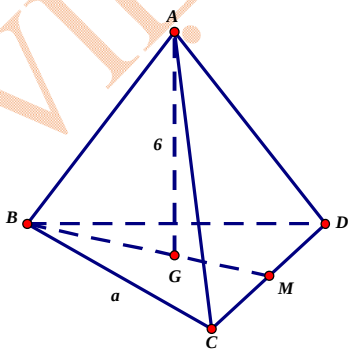


Câu 57. Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=5\sqrt{3}$. **C.** $V=27\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A



Gọi cạnh của tứ diện đều $ABCD$ là a.

Gọi M là trung điểm cạnh CD và G là trọng tâm tam giác BCD.

Ta có $AG^2+BG^2=AB^2\Leftrightarrow 6^2+\left(\dfrac{2}{3}BM^2\right)=a^2\Leftrightarrow 36+\left(\dfrac{2}{3}.a\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=a^2\Rightarrow a=3$.

Khi đó $S_{\Delta BCD}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$.

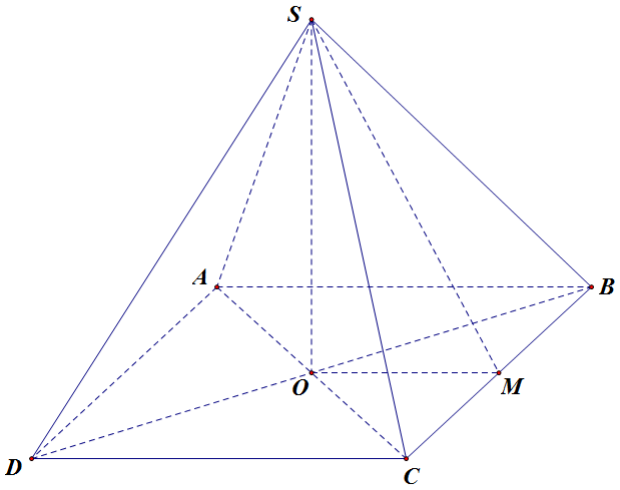
Thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}S_{\Delta BCD}.AG=\dfrac{1}{3}.\dfrac{9\sqrt{3}}{4}.6=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 58. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC=2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm BC

Ta có góc giữa mặt bên (SBC) và đáy chính là góc giữa SM và MO hay $\widehat{SMO} = 45°$.

Do đó ΔSOM vuông cân tại $O \Rightarrow SO = OM = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ngoài ra $S_{ABCD} = AB^2 = 2a^2$.

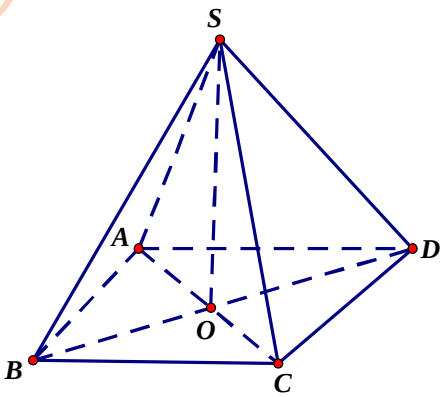
Vậy $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.2a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 59. Thể tích hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



$AO = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$V = \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

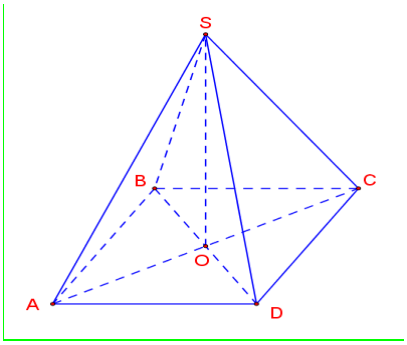
Câu 60. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C



Ta có $BO=\sqrt{SA^2-SO^2}=2a$. Vậy $BD=4a$, suy ra $AB=2a\sqrt{2}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}AB^2.SO=\frac{8a\sqrt{2}}{3}$

Câu 61. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

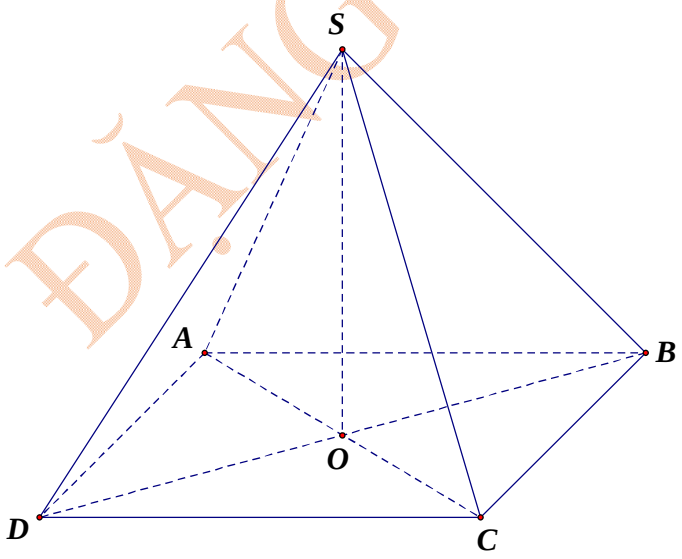
Chọn A

Giả sử cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a.

Diện tích đáy $ABCD$: $S_{ABCD}=a^2$.

$AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}AB\sqrt{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp tứ giác đều là: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



.

Câu 62. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với đáy một góc 45^0. Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{9}$. **C.** $V=\frac{a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{1}{24}a^3$.

Hướng dẫn giải:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(ABCD)$, M là trung điểm của BC.

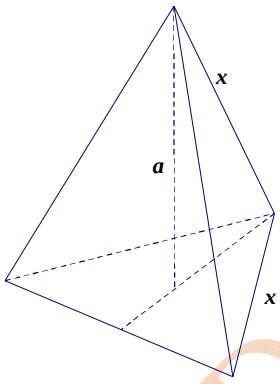
$\widehat{SMH} = 45^0 \Rightarrow SH = HM = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}$.

Câu 63. Tính thể tích V của hình tứ diện đều có đường cao $h = a$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



Gọi x là độ dài một cạnh của tứ diện. Ta có chiều cao.

$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}x \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}}h = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra diện tích tam giác đáy là.

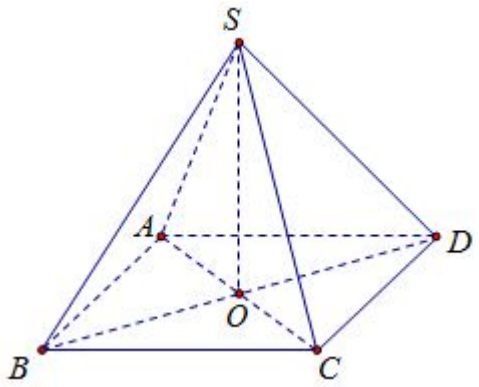
$S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$. Vậy $V = \frac{1}{3}.\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 64. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

A. $V = 4\sqrt{7}a^3$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. **C.** $V = \frac{4a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Trong mặt phẳng $ABCD$, gọi $O = AC \cap BD$, do hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Đáy là hình vuông vạnh $2a \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$

Trong tam giác vuông SAO có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{7}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

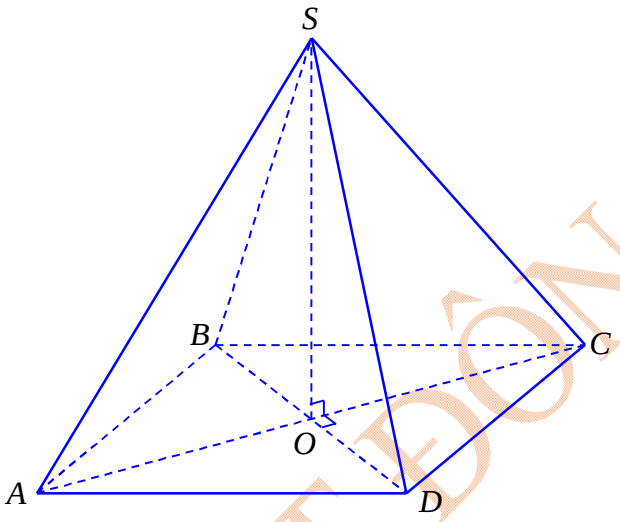
Thể tích V của khối chóp trên là $V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{7}4a^2=\frac{4a^3\sqrt{7}}{3}$.

Câu 65. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{\sqrt{34}a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{34}a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm mặt đáy $(ABCD)$ của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Ta có $SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO$ là đường cao của hình chóp.

Tam giác SAO vuông tại O có $OA=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SA=3a\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\frac{a\sqrt{34}}{2}$.

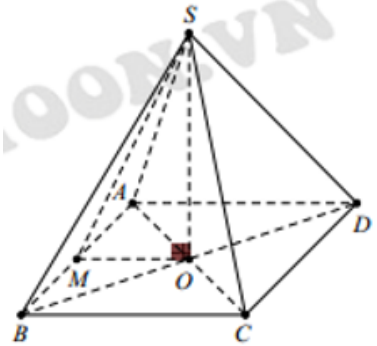
Khi đó thể tích khối chóp tứ giác đều là $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{a^3\sqrt{34}}{6}$.

Câu 66. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a, các mặt bên tạo với đáy một góc α. Thể tích của khối chóp đó là

A. $\frac{a^3}{2}\sin\alpha$. **B.** $\frac{a^3}{2}\tan\alpha$. **C.** $\frac{a^3}{6}\cot\alpha$. **D.** $\frac{a^3}{6}\tan\alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Xét hình chóp tứ giác đều *S.ABCD*, có đáy *ABCD* là hình vuông tâm *O*.

Gọi *M* là trung điểm của *AB* suy ra $\begin{cases}OM\perp AB\\SO\perp AB\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SMO)$.

Khi đó $\widehat{(SAB),(ABCD)}=\widehat{(SM,OM)}=\widehat{SMO}=\alpha$.

Tam giác SMO vuông tại O, có $\tan\widehat{SMO}=\dfrac{SO}{MO}\Rightarrow SO=\dfrac{a.\tan\alpha}{2}$.

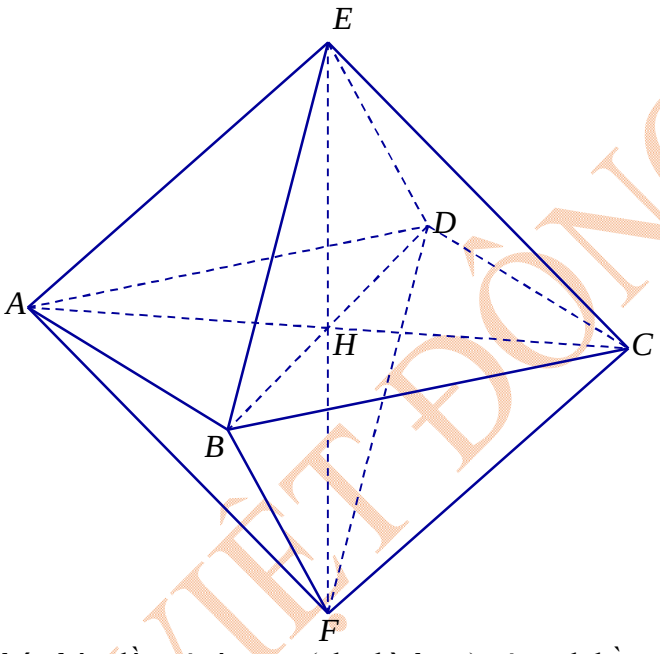
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{a^3}{6}.\tan\alpha$.

Câu 67. Tính thể tích của khối bát diện đều có cạnh bằng 2.

A. $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{16}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $ABCDEF$ là hình bát diện đều có tâm H (như hình vẽ) có cạnh bằng 2.

Ta có $EH=AH=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

Thể tích của bát diện đều đã cho là

$V=2V_{E.ABCD}=2.\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.EH=2.\dfrac{1}{3}.2^2.\sqrt{2}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 68. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi SH là chiều cao của hình chóp, khoảng cách từ trung điểm I của SH đến mặt bên (SBC) bằng b. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

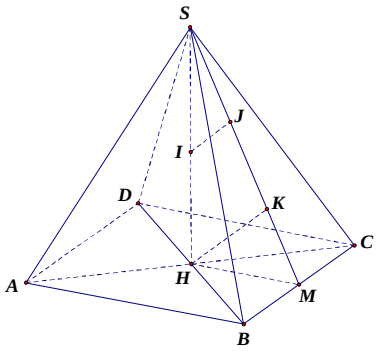
A. $V=\dfrac{ab}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$.

C. $V=\dfrac{ab}{\sqrt{a^2-16b^2}}$. **D.** $V=\dfrac{2ab}{\sqrt{a^2-16b^2}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều suy ra H là tâm của hình vuông $ABCD$.

Gọi M là trung điểm BC, K là hình chiếu vuông góc của H lên SM.

Ta có: $\left.\begin{matrix} BC\perp SH \\ BC\perp HM \end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp (SHM)$.

$\Rightarrow (SBC)\perp (SHM)$, mà $HK\perp SM\Rightarrow HK\perp (SBC)$.

Suy ra $HK=2IJ=2b$, ta có.

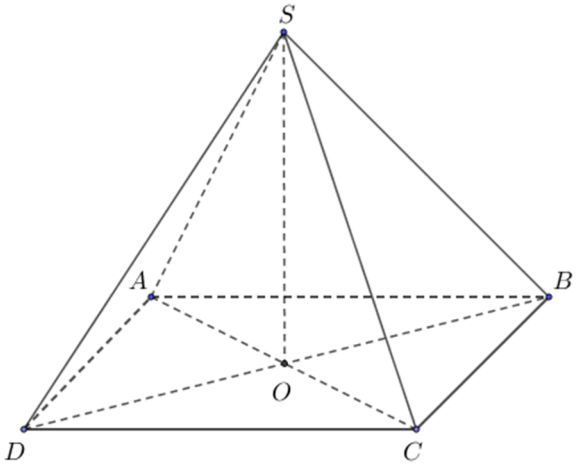
$SH=\sqrt{\dfrac{HK^2.HM^2}{HM^2-HK^2}}=\dfrac{2ab}{\sqrt{a^2-16b^2}}$. Vậy $V=\dfrac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$.

Câu 69. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là tâm của mặt đáy $\Rightarrow \left(\widehat{SO,(ABCD)}\right)=\widehat{SBO}=60°$.

Ta có $SO=BO.\sqrt{3}\Rightarrow SO=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Vậy thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

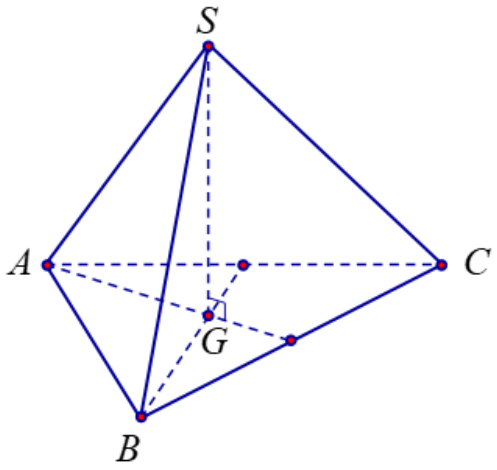
Câu 70. Thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 3.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1: Áp dụng công thức tính nhanh thể tích khối tứ diện đều: $V=\dfrac{3^3\sqrt{2}}{12}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$.



Cách 2: Khối tứ diện đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và đường cao SG.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$, $AG=\dfrac{2}{3}\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\sqrt{9-3}=\sqrt{6}.$

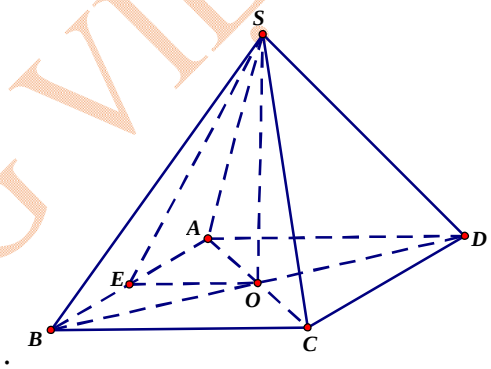
Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SG=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$.

Câu 71. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc $45°$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{32\sqrt{2}}{9}$. **B.** $\dfrac{64\sqrt{2}}{27}$. **C.** $\dfrac{64\sqrt{2}}{81}$. **D.** $\dfrac{128\sqrt{2}}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $AB=a$. Gọi O là tâm $ABCD$, E là trung điểm AB. Khi đó $(SAB,\ ABCD)=SEO=45°$.

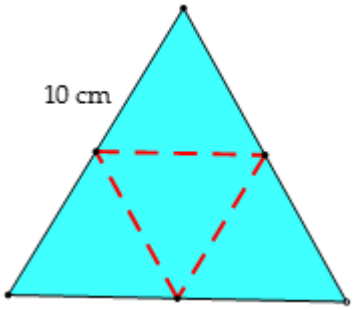
Suy ra $SO=OE=\dfrac{a}{2}$ và $SA=\sqrt{\dfrac{a^2}{2}+\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mà $R_{S.ABCD}=\dfrac{SA^2}{2SO}=\dfrac{\dfrac{3a^2}{4}}{2.\dfrac{a}{2}}=\dfrac{3a}{4}=\sqrt{2}\Rightarrow a=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Nên $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\dfrac{32}{9}=\dfrac{64\sqrt{2}}{81}$.

Câu 72. Người ta cắt miếng bìa hình tam giác cạnh bằng $10cm$ như hình bên và gấp theo các đường kẻ, sau đó dán các mép lại để được hình tứ diện đều. Tính thể tích của khối tứ diện tạo thành.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $V=250\sqrt{2}cm^3$. **B.** $V=\frac{125\sqrt{2}}{12}cm^3$. **C.** $V=\frac{1000\sqrt{2}}{3}cm^3$. **D.** $V=\frac{250\sqrt{2}}{12}cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tứ diện đều tạo thành là tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $5cm$.

Diện tích đáy là $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{25\sqrt{3}}{4}cm^2$.

Đường cao $AH=\sqrt{AD^2-DH^2}=\sqrt{5^2-\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{6}}{3}$, với H là tâm đáy.

Thể tích $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{25\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{5\sqrt{6}}{3}=\frac{125\sqrt{2}}{12}$.

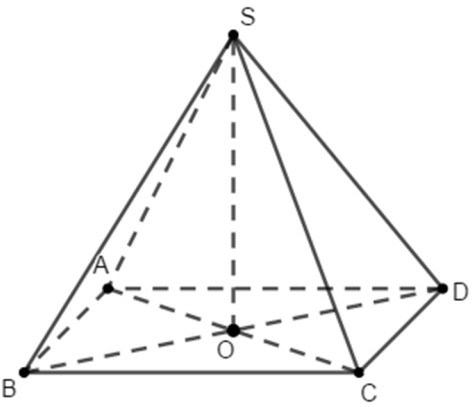
Ghi nhớ: Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 73. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $3a$.

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}h.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.3a.a^2=a^3$

Câu 74. Thể tích của khối bát diện đều cạnh a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khối bát diện đều là khối ghép bởi 2 khối chóp tứ giác $S.ABCD$ đều cạnh a, với O là tâm đáy.

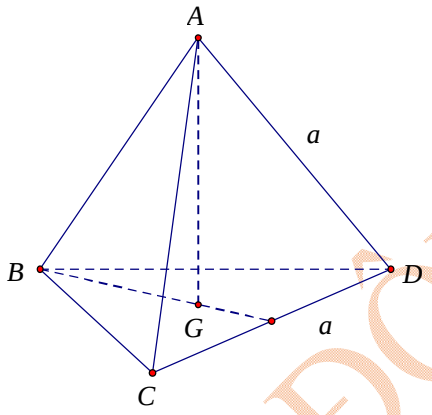
$$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}\longrightarrow V=2.V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}.S_{ABCD}.SO=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 75. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi tứ diện đều cạnh a là $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có: $AG\perp(ABC)$.

Xét ΔABG vuông tại G, ta có: $AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích của khối tứ diện đều là: $V=\frac{1}{3}.S_{BCD}.AG=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

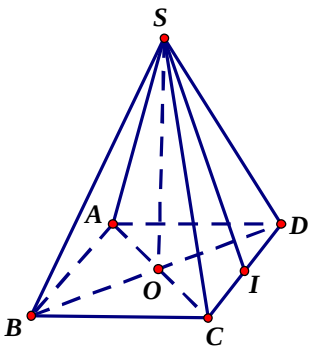
Câu 76. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a ,diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh là S và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_{SCD}=\frac{1}{2}a.SI=2a^2\Rightarrow SI=4a;SO=\sqrt{16a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{63}a}{2}$



Khối nón có $h=SO=\frac{a.3\sqrt{7}}{2};r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

$V=\frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{2}.\frac{3\sqrt{7}a}{2}=\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$

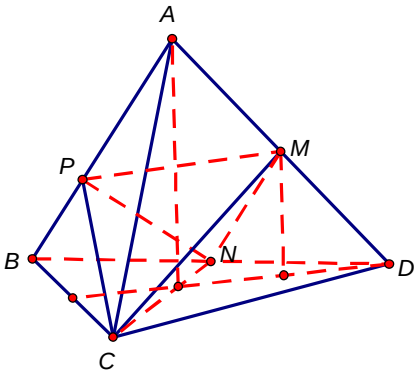
Câu 77. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AD,BD. Lấy điểm không đổi P trên cạnh AB (khác A,B). Thể tích khối chóp $PMNC$ bằng

A. $\frac{9\sqrt{2}}{16}$ **B.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $\frac{27\sqrt{2}}{12}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Do $AB\|(CMN)$ nên $d(P,(CMN))=d(\mathrm{A},(CMN))=d(\mathrm{D},(CMN))$

Vậy $V_{PCMN}=V_{DPMN}=V_{MCND}=\frac{1}{4}V_{ABCD}$

(Do diện tích đáy và chiều cao đều bằng một nửa).

Mặt khác $V_{ABCD}=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}=\frac{27\sqrt{2}}{12}$ nên $V_{MCND}=\frac{1}{4}.\frac{27\sqrt{2}}{12}=\frac{9\sqrt{2}}{16}$

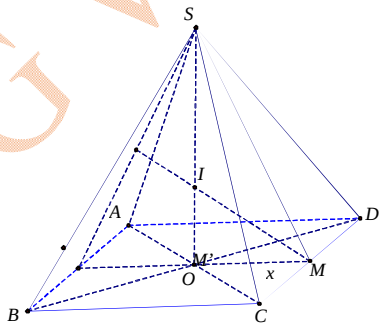
Câu 78. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có chiều cao là h và bán kính mặt cầu nội tiếp là $r\ (h>2r>0)$.

A. $V=\frac{4r^2h^2}{(h+2r)}$. **B.** $V=\frac{4r^2h^2}{3(h-2r)}$. **C.** $V=\frac{3r^2h^2}{4(h-2r)}$. **D.** $V=\frac{4r^2h^2}{3(h+2r)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi I là giao điểm ba đường phân giác trong tam giác $\Delta SMM'$. Nên I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $\Delta SMM'$. Mặt khác, do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp.



Xét ΔSMO có MI là đường phân giác ta có:

$\frac{SM}{MO}=\frac{SI}{IO}\Rightarrow\frac{\sqrt{h^2+x^2}}{x}=\frac{h-r}{r}$ (với $x=MO$). $\Rightarrow x^2=\frac{hr^2}{h-2r}\Rightarrow AB^2=4\frac{hr^2}{h-2r}$

Vậy thể tích cần tìm là $V=\frac{1}{3}h.4.x^2=\frac{4h^2r^2}{3(h-2r)}$.

Câu 79. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi B',C' lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC. Tính thể tích V của khối tứ diện $AB'C'D$ theo a.

A. $V=\frac{a^3}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}}=\frac{AB'}{AB}.\frac{AC'}{AC}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{AB'C'D}=\frac{1}{4}V_{ABCD}$

Khối tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a thì $V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}\Rightarrow V_{AB'C'D}=\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Câu 80. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng $2a$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $2a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

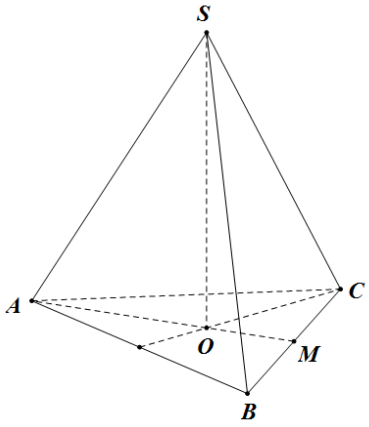
Chọn D

Giả sử khối tứ diện đều là $ABCD$ như hình bên.

Tam giác đều ABC cạnh a có.

$S_{\Delta ABC}=a^2\sqrt{3}$.

$AO=\frac{2}{3}AM=\frac{2}{3}\frac{2a\sqrt{3}}{2}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$



Tam giác SAO vuông tại O có.

$SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-\frac{4a^2}{3}}=\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích cần tìm.

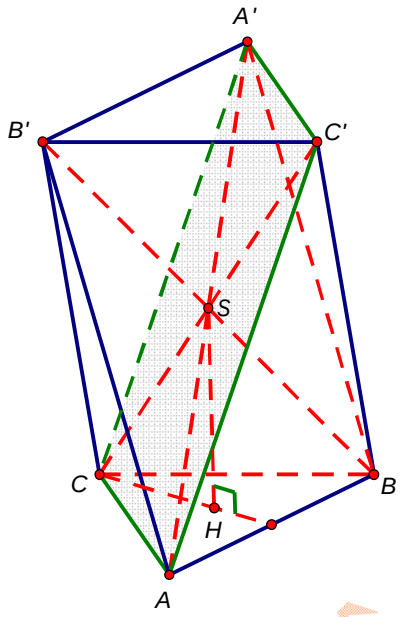
$V=\frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{6}}{3}.a^2\sqrt{3}=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 81. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh bằng a, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi A', B', C' tương ứng là các điểm đối xứng của A, B, C qua S. Thể tích của khối bát diện có các mặt ABC, $A'B'C'$, $A'BC$, $B'CA$, $C'AB$, $AB'C'$, $BA'C'$, $CA'B'$ là

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Cách 1: Ta tính thể tích khối chóp $S.ABC$:

Gọi H là tâm tam giác ABC đều cạnh a $\Rightarrow CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0 $\Rightarrow \widehat{SCH} = 60^o \Rightarrow SH = a \Rightarrow V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.S_H.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

$V = 2V_{B.ACA'C'} = 2.4V_{B.ACS} = 8V_{S.ABC} = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Cách 2: Ta có thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Diện tích tam giác SBC là: $S_{\Delta SBC} = \dfrac{a^2\sqrt{39}}{12}$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là: $d\left(A,(SBC)\right) = \dfrac{3a}{\sqrt{13}}$.

Tứ giác $BCB'C'$ là hình chữ nhật vì có hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Có $SB = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BB' = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow B'C = \dfrac{a\sqrt{39}}{3}$.

Diện tích $BCB'C'$ là: $S_{BCB'C'} = \dfrac{a^2\sqrt{39}}{3}$.

Thể tích khối 8 mặt cần tìm là: $V = 2.\dfrac{1}{3}d\left(A,(SBC)\right).S_{BCB'C'} = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Cách 3 (Tham khảo Hướng dẫn giải của Ngọc HuyềnLB).

Thể tích khối bát diện đã cho là $V = 2V_{A'B'C'BC} = 2.4V_{A'.SBC} = 8V_{S.ABC} = 8.\dfrac{1}{3}SG.S_{ABC}$.

Ta có: $\left(\widehat{SA;(ABC)}\right) = \widehat{SAG} = 60^0$. Xét ΔSGA vuông tại G:

$\tan\widehat{SAG} = \dfrac{SG}{AG} \Leftrightarrow SG = AG.\tan\widehat{SAG} = a.$

Vậy $V = 8.\dfrac{1}{3}SG.S_{ABC} = 8.\dfrac{1}{3}.a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

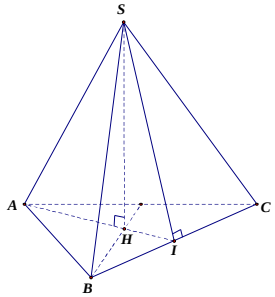
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 82. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a. Mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60°. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi các điểm như hình vẽ. Theo đề suy ra $\widehat{SIA}=60^0$.

Ta có $AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow HI=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\Rightarrow SH=\dfrac{a}{2}$.

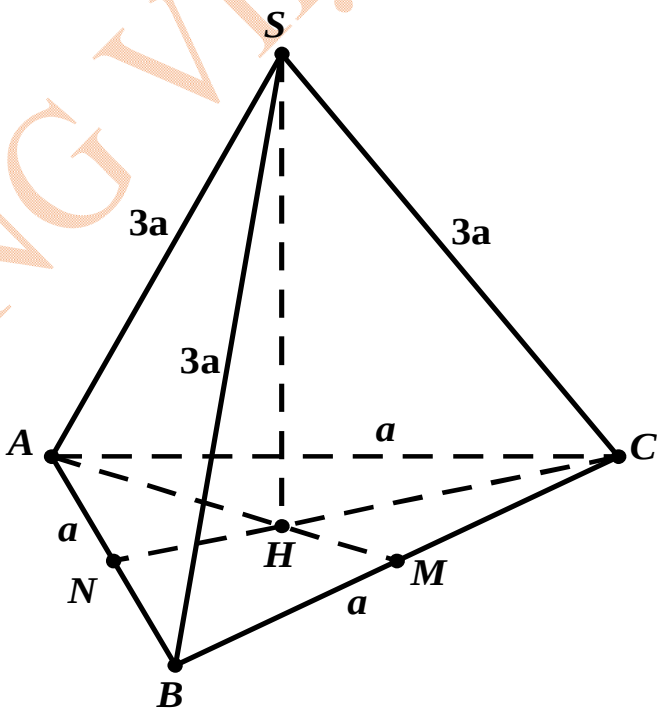
Vậy $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 83. Cho khối chóp đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích khối chóp đó ?

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{26}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

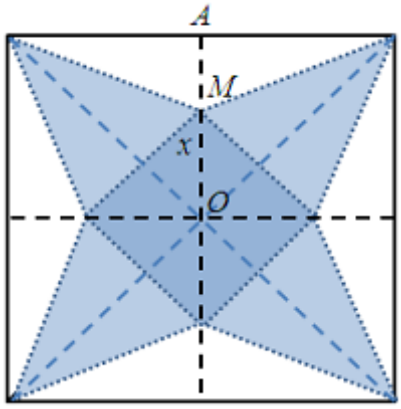
$V=\dfrac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}$ (do khối chóp $S.ABC$ đều).

Ta có $AG=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\dfrac{a\sqrt{26}}{\sqrt{3}}$; $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$;

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra $V=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{3}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{26}}{12}$ (đvtt).

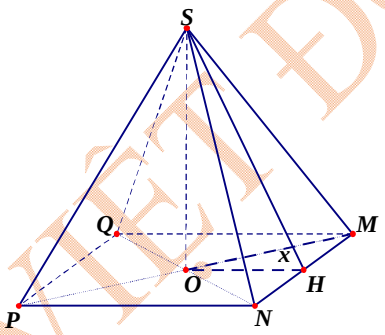
Câu 84. Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng $20cm$, $OM=x(cm)$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất



A. $x=8cm$. **B.** $x=6cm$. **C.** $x=7cm$. **D.** $x=9cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử được hình chóp tứ giác đều như hình vẽ

Ta có $OM=x \Rightarrow OH=HM=\frac{x}{\sqrt{2}} \Rightarrow SH=10\sqrt{2}-\frac{x}{\sqrt{2}}$ nên

$SO=\sqrt{SH^2-OH^2}=\sqrt{\left(10\sqrt{2}-\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2-\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{20(10-x)}$. Suy ra cạnh đáy bằng $x\sqrt{2}$.

Thể tích $V=\frac{1}{3}.S_{MNPQ}.SO=\frac{1}{3}.2x^2.\sqrt{20(10-x)}=\frac{\sqrt{20}}{3}.x^2.\sqrt{40-4x}$, (với $0\le x\le 10$).

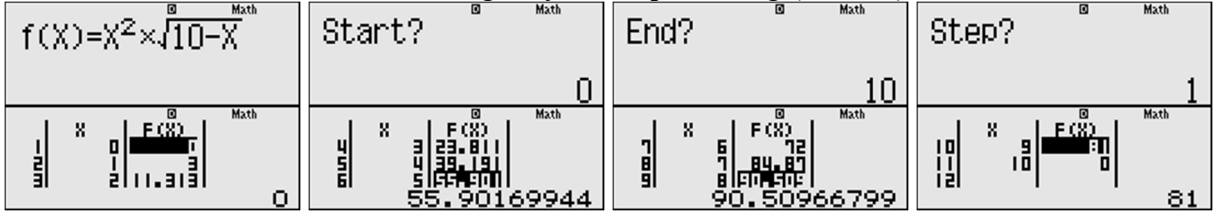
Tìm GTLN của V ta được $V_{\max}=90,51$ khi $x=8$

* Cách 1 – tìm GTLN: Áp dụng BĐT Cauchuy cho 4 số không âm, ta có:

$\sqrt{40-4x}.\sqrt{x}.\sqrt{x}.\sqrt{x}.\sqrt{x}\le\left(\frac{40-4x+x+x+x+x}{4}\right)^4 \Leftrightarrow \sqrt{40-4x}.x^2\le 10^4$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{20}}{3}.x^2\sqrt{40-4x}\le\frac{\sqrt{20}}{3}.10^4$. Dấu bằng xảy ra khi $40-4x=x\Leftrightarrow x=8$.

* Cách 2 – tìm GTLN: Có thể sử dụng máy tính – phần bảng (mode 7) để tìm GTLN cho nhanh:



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 85. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC và khoảng cách từ G đến mặt bên (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy đến mặt bên (SCD) và thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $d_{(O,(SCD))}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

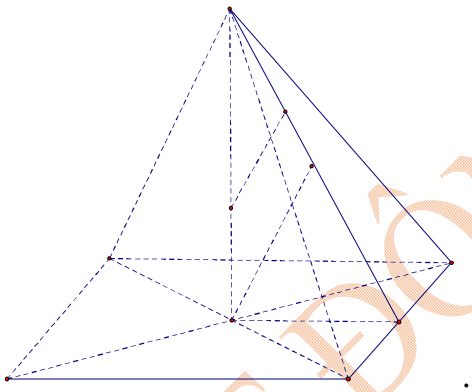
B. $d_{(O,(SCD))}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $d_{(O,(SCD))}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $d_{(O,(SCD))}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của CD.

$\Rightarrow OI\perp CD\Rightarrow (SOI)\perp CD\Rightarrow (SOI)\perp (SCD)$.

Kẻ $OK,\text{GH}\perp \text{SI}\Rightarrow OK\perp (SCD), GH\perp (SCD)$.

$\Rightarrow d_{(0,(SCD))}=OK$, mà $OK=\frac{3}{2}GH\Rightarrow OK=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

$SO=\sqrt{\frac{OI^2.OK^2}{OI^2-OK^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

DẠNG 4: CÁC KHỐI CHÓP KHÁC

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều có đường cao h và mặt bên có góc ở đỉnh bằng 60°. Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{h^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{h^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{h^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{h^3}{4}$.

Câu 2. Khối chóp có diện tích đáy bằng $6\,\text{m}^2$, chiều cao bằng 7 m thì có thể tích là:

A. $14\,\text{m}^3$ **B.** $7\,\text{m}^3$ **C.** $8\,\text{m}^3$ **D.** $16\,\text{m}^3$

Câu 3. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $2cm$. Gọi M,N,P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác ABC, ABD, ACD. Tính thể tích V của khối chóp $AMNP$.

A. $V=\frac{2\sqrt{2}}{81}cm^3$. **B.** $V=\frac{4\sqrt{2}}{81}cm^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{144}cm^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{162}cm^3$.

Câu 4. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA=BC=5, SB=AC=6, SC=AB=7$.

A. $V=2\sqrt{95}$. **B.** $V=\frac{35\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=\frac{35}{2}$. **D.** $V=2\sqrt{105}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a\sqrt{2}$, $AC=a\sqrt{5}$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đoạn thẳng BC. Biết rằng góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ASC) bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{210}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$. **C.** $\frac{5a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{5a^3\sqrt{10}}{12}$.

Câu 6. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12 (đơn vị thể tích). Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, DC, AA'. Tính thể tích khối chóp $P.BMN$.

A. $V=3$. **B.** $V=2$. **C.** $V=\frac{3}{2}$. **D.** $V=\frac{3}{4}$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; biết $AB=AD=2a$, $CD=a$. Gọi I là trung điểm của AD, biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBC) bằng a; thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{3\sqrt{15a^3}}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{15}a^3}{8}$. **C.** $\frac{9a^3}{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 8. Cho hình chóp $SABC$, $SA=4$, $SB=5$, $SC=6$, $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=45°$, $\widehat{CSA}=60°$. Các điểm M, N, P thỏa mãn các đẳng thức: $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{CA}=4\overrightarrow{CP}$. Tính thể tích chóp $S.MNP$.

A. $\frac{245}{32}$. **B.** $\frac{35}{8}$. **C.** $\frac{128\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{35\sqrt{2}}{8}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, $SA=SB=SC=6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $4a^3\sqrt{119}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{119}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{119}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{119}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành có $AB=a$, $SA=SB=SC=SD=\frac{a\sqrt{5}}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị lớn nhất của thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các đoạn BC, CD và SA. Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2. Biết rằng $V_1 \le V_2$, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60°$ và $SA=2$, $SB=3$, $SC=4$. Thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp $SABC$, $SA=4$, $SB=5$, $SC=6$, $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=45°$, $\widehat{CSA}=60°$. Các điểm M, N, P thỏa mãn các đẳng thức: $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{CA}=4\overrightarrow{CP}$. Tính thể tích chóp $S.MNP$.

A. $\frac{35}{8}$. **B.** $\frac{245}{32}$. **C.** $\frac{35\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\frac{128\sqrt{2}}{3}$.

Câu 14. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 4, chiều cao của khối chóp bằng chiều cao của tam giác đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SA. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng?

A. 4. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$, chiều cao khối chóp bằng $4a$. Thể tích khối chóp theo a là:

A. $V=40a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=9a^3$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là 36cm^3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BB'. Tính thể tích V của khối tứ diện $AC'MN$.

A. $4\,\text{cm}^3$. **B.** $V=12\,\text{cm}^3$. **C.** $V=9\,\text{cm}^3$. **D.** $V=6\,\text{cm}^3$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=5$ cm, $BC=6$ cm, $CA=7$ cm. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC. Các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCA) đều tạo với đáy một góc $60°$. Gọi AD, BE, CF là các đường phân giác của tam giác ABC với $D\in BC$, $E\in AC$, $F\in AB$. Thể tích $S.DEF$ gần với số nào sau đây?

A. 3,7 cm^3 **B.** 3,4 cm^3 **C.** 2,9 cm^3 **D.** 4,1 cm^3

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{12}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 19. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SC=a\sqrt{3}$. Thể tích lớn nhất của khối chóp là:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 20. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{2a^3}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 21. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a$, $AA'=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD}=60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'D'$, $A'B'$. Tính thể tích của khối đa diện $ABDMN$.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{9a^3}{16}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{16}$.

Câu 22. Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là $2\,\text{cm}$, $3\,\text{cm}$ và $6\,\text{cm}$. Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

A. $4\,\text{cm}^3$. **B.** $8\,\text{cm}^3$. **C.** $6\,\text{cm}^3$. **D.** $12\,\text{cm}^3$.

Câu 23. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác vuông cân tại A, E là trung điểm của $B'C'$, CB' cắt BE tại M. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCM$ biết $AB=3a$, $AA'=6a$.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=6\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=7a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $48cm^3$. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm các cạnh CC',BC và $B'C'$, khi đó thể tích V của khối chóp $A'.MNP$ là

A. $8cm^3$. **B.** $24cm^3$. **C.** $12cm^3$. **D.** $\dfrac{16}{3}cm^3$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy trùng với trọng tâm G của tam giác ABD. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SDG) bằng $\sqrt{5}$ và $SG=1$. Thể tích khối chóp đã cho là

A. $\dfrac{12}{25}$. **B.** $\dfrac{25}{12}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt (SAB), (SBC), (SAC) vuông góc với nhau từng đôi một. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. Biết diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là $4a^2$, a^2, $9a^2$.

A. 2. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Câu 27. Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là $2cm$, $3cm$ và $6cm$. Thể tích của khối tứ diện $A.CB'D'$ bằng

A. $4\ cm^3$. **B.** $8\ cm^3$. **C.** $12\ cm^3$. **D.** $6\ cm^3$.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AD=BC=3$; $AC=BD=4$; $AB=CD=2\sqrt{3}$. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{2470}}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2474}}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2740}}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2047}}{12}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, $SA=SB=SC=6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{119}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{119}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{119}}{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{119}$.

Câu 30. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích V của khối chóp $A'.AB'C'$.

A. $V=\dfrac{1}{3}$. **B.** $V=\dfrac{1}{2}$. **C.** $V=3$. **D.** $V=\dfrac{1}{4}$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB=2a$, $AD=3BC=3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a, biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}a$.

A. $2\sqrt{6}a^3$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $6\sqrt{6}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 32. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB=a$, góc giữa SA và đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 33. Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=4a$, $AD=3a$; các cạnh bên đều có độ dài bằng $5a$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $10a^3\sqrt{3}$. **B.** $9a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{10a^3}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 34. Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB=a$, góc giữa SA và đáy bằng 30^0. Thể tích khối chóp là.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{72}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, DC. Hai mặt phẳng (SMC) và (SNB) cùng vuông góc với đáy. Cạnh bên SB hợp với đáy góc $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{16\sqrt{15}}{5}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{15}}{15}a^3$. **C.** $\sqrt{15}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}a^3$.

Câu 36. Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V. Gọi H, M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AB, BC, CA. Thể tích khối chóp $H.MNP$ là:

A. $\frac{3}{8}V$. **B.** $\frac{1}{12}V$. **C.** $\frac{1}{8}V$. **D.** $\frac{1}{16}V$.

Câu 37. Cho x, y là các số thực dương. Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$, $BC=y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi x, y thay đổi, thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất là:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 38. **Một khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích của khối chóp đó.**

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\frac{\sqrt{3}a}{6}$. **B.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $h=\sqrt{3}a$.

Câu 40. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Tính thể tích khối chóp tứ giác $D.ABC'D'$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh OC. Góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60°. Tính theo a thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 42. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, góc giữa đường thẳng BB' và (ABC) bằng 60°, tam giác ABC vuông tại C và góc $\widehat{BAC}=60°$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên (ABC) trùng với trọng tâm của ΔABC. Thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$ theo a bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{7a^3}{106}$. **B.** $\frac{15a^3}{108}$. **C.** $\frac{9a^3}{208}$. **D.** $\frac{13a^3}{108}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân đỉnh S. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a. Mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60°. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $48cm^3$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh CC', BC, $B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'MNP$..

A. $V=24cm^3$. **B.** $V=\frac{16}{3}cm^3$. **C.** $V=8cm^3$. **D.** $V=16cm^3$.

Câu 46. Cho hình chóp đều $SABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC. Dựng một hình trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP, một đáy thuộc mặt phẳng (ABC). Biết diện tích xung quanh của hình trụ bằng tổng diện tích hai đáy. Tính thể tích hình chóp $SABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$ **B.** $\frac{a^3}{12}$ **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$

Câu 47. Cho tứ diện $OABC$ biết OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA=3$, $OB=4$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 6. Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\frac{144}{\sqrt{41}}$. **B.** $\frac{12}{\sqrt{41}}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{41}}{12}$.

Câu 48. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng:

A. $V=\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Câu 49. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$

A. $V=12a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{BAC}=\widehat{CAD}=\widehat{DAB}=60°$, $AB=a$, $AC=2a$, $AD=3a$. Thể tích khối đa diện đó bằng.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $3\sqrt{2}a^3$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Câu 51. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm tam giác BCD'. Thể tích V của khối chóp $G.ABC'$ là:

A. $V=\frac{1}{18}$. **B.** $V=\frac{1}{6}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{1}{3}$.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC), (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là 30°, 45°, 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2(4+\sqrt{3})}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4(4+\sqrt{3})}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 53. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $36\,\text{cm}^3$. Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$.

A. $V=16\,\text{cm}^3$. **B.** $V=18\,\text{cm}^3$. **C.** $V=12\,\text{cm}^3$. **D.** $V=24\,\text{cm}^3$.

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD=10$, $AB=10$, $BC=24$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=1200$. **B.** $V=960$. **C.** $V=400$. **D.** $V=\dfrac{1300}{3}$.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng a, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 56. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=2a$ và $AC=a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết $MN=a$ và MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 57. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. $SA=SB=SC=a$, Cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 58. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Tính thể tích khối chóp tứ giác $D.ABC'D'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 59. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=6(\text{cm})$, khoảng cách giữa AB và CD bằng $12(\text{cm})$, góc giữa AB và CD bằng 30°. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $60(\text{cm}^3)$. **B.** $32(\text{cm}^3)$. **C.** $36(\text{cm}^3)$. **D.** $25(\text{cm}^3)$.

Câu 60. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=4$; $AC=BD=5$; $AD=BC=6$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{45\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{15\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\dfrac{15\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{45\sqrt{6}}{4}$.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu S lên đáy là trung điểm H cạnh AB; góc tạo bởi SD và đáy là 60°. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. Đáp án khác. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{13}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 62. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V, nếu giữ nguyên chiều cao và tăng các cạnh đáy lên 3 lần thì thể tích khối chóp thu được là

A. $12V$ **B.** $3V$ **C.** $6V$ **D.** $9V$

Câu 63. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a. Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{4}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 64. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$ và $AC'=4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V=\frac{8}{3}$. **B.** $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{16}{3}$. **D.** $V=\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 65. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao hình chóp là $a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3}{6}$.

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD), (SDA) với mặt đáy lần lượt là $90°$, $60°$, $60°$, $60°$. Biết rằng tam giác SAB vuông cân tại S, $AB=a$ và chu vi tứ giác $ABCD$ là $9a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 67. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA=2a$ $(a>0)$; SA tạo với mặt phẳng (ABC) góc $30°$. Tam giác ABC vuông cân tại B, G là trọng tâm tam giác ABC. Hai mặt phẳng (SGB), (SGC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{81a^3}{10}$. **B.** $\frac{27a^3}{10}$. **C.** $\frac{9a^3}{10}$. **D.** $\frac{9a^3}{40}$.

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD là giao điểm của CN và DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SH=2a\sqrt{3}$. Thể tích của $S.CDNM$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{25a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{25a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 69. Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=5\sqrt{3}$. **D.** $V=27\sqrt{3}$.

Câu 70. Cho khối tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và có thể tích bằng V. Gọi S_1, S_2, S_3 theo thứ tự là diện tích các tam giác ABC, ACD, ADB. Khi đó khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $V=\frac{\sqrt{S_1S_2S_3}}{6}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{6}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{S_1S_2S_3}}{3}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{3}$.

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, độ dài cạnh đáy bằng a, góc $\widehat{BAC}=60°$. SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SC và G là trọng tâm tam giác ABC. Tính thể tích của hình chóp $G.APQ$ theo V.

A. $\frac{1}{12}V$. **B.** $\frac{1}{6}V$. **C.** $\frac{3}{8}V$.. **D.** $\frac{1}{8}V$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=60°$, $\widehat{ASC}=90°$, $\widehat{CSB}=120°$ và $SA=1$, $SB=2$, $SC=3$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 74. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, $BC=a$, $AC=2a$, tam giác SAB là tam giác đều. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AC. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{\sqrt{6}}$. **C.** $V=\frac{a^3}{\sqrt{6}}$. **D.** $V=\frac{a^3}{\sqrt{3}}$.

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AB. Biết rằng $SC=a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{4}$. **C.** $V=\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$

Câu 76. Cho khối tứ diện $ABCD$ có ABC và BCD là các tam giác đều cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ theo a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3, BC=4, AC=5$. Các mặt bên $(SAB),(SAC),(SBC)$ đều cùng hợp với mặt đáy (ABC) một góc $60°$ và hình chiếu H của S lên (ABC) nằm khác phía với A đối với đường thẳng BC. Thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC}=2\sqrt{3}$. **B.** $V_{S.ABC}=4\sqrt{3}$. **C.** $V_{S.ABC}=6\sqrt{3}$. **D.** $V_{S.ABC}=12\sqrt{3}$.

Câu 78. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$. Chiều cao của khối chóp là $4a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là.

A. $V=9a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=40a^3$.

Câu 79. Khối chóp $O.ABC$ có $OB=OC=a$, $\widehat{AOB}=\widehat{AOC}=45°$, $\widehat{BOC}=60°$, $OA=a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối tứ diện $O.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^2}{12}$.

Câu 80. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=2a$ và $AC=a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết $MN=a$ và MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=6$, $AC=4$; ABC là tam giác vuông cân tại B. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{16\sqrt{7}}{3}$. **B.** $V=\frac{16\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=16\sqrt{7}$. **D.** $V=16\sqrt{2}$.

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC), (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là $30°,45°,60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{(4+\sqrt{3})}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4(4+\sqrt{3})}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2(4+\sqrt{3})}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=6$, $AC=4$; ABC là tam giác vuông cân tại B. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=16\sqrt{2}$. **B.** $V=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=16\sqrt{7}$. **D.** $V=\dfrac{16\sqrt{7}}{3}$.

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại C, $AB=2a$, $\widehat{CAB}=30°$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC, B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SAC). Thể tích của khối chóp $H.AB'B$ bằng

A. $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\dfrac{6a^3\sqrt{3}}{7}$.

Câu 85. Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài cạnh AB thay đổi và $AB=x$, các cạnh còn lại bằng a không đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

A. $\dfrac{3a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 86. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABD. Cạnh SD tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{27}$.

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI}=3\overrightarrow{IH}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{18}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{9}$.

Câu 88. **– 2017]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh x, $\widehat{BAD}=60°$, gọi $I=AC\cap BD$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI. Góc giữa SC và mp$(ABCD)$ bằng 45^0. Khi đó thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{x^3.\sqrt{39}}{48}$. **B.** $\dfrac{x^3.\sqrt{39}}{36}$. **C.** $\dfrac{x^3.\sqrt{39}}{24}$. **D.** $\dfrac{x^3.\sqrt{39}}{12}$.

Câu 89. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 90. Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60°$ và $SA=2$, $SB=3$, $CS=4$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AB=a$, $\widehat{BAD}=60°$, $SO\perp(ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{S.ABCD}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **D.** $V_{S.ABCD}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, các cạnh bên $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 93. Cho khối chóp $S.ABC$ có các cạnh đáy $AB = AC = 5a, BC = 6a$ và các mặt bên tạo với đáy một góc $60°$. Hãy tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = 18a^3\sqrt{3}$. **B.** $V = 6a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = 12a^3\sqrt{3}$.

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Biết $AC = a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng $60°$ và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC. Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 95. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu H của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC. Góc giữa mặt phẳng $(A'ABB')$ và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích khối tứ diện $ABCA'$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{16}$.

Câu 96. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích lớn nhất của khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = \sqrt{10}$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc nhau đồng thời tổng diện tích của hai tam giác ΔSAB và ΔSCD bằng 2. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thoả mãn $AB = a$ $AC = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$. Biết tam giác SBC cân tại S, tam giác SCD vuông tại C và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$. **B.** $V = \frac{a^3}{3\sqrt{5}}$. **C.** $V = \frac{a^3}{3\sqrt{3}}$. **D.** $V = \frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Câu 99. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD. Thể tích của khối chóp $S.AECF$ là:

A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{5}$.

Câu 100. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) là $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 101. Cho $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương có cạnh a. Tính thể tích khối tứ diện $ACD'B'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 102. Một lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh a. Cạnh bên bằng b và hợp với mặt đáy góc 60°. Thể tích hình chóp $A'BCB'C'$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a^2b}{4}$. **B.** $\frac{a^2b\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^2b}{2}$. **D.** $\frac{a^2b\sqrt{3}}{12}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 103. Cho khối chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O và $OA=2$, $OB=3$, $OC=6$. Thể tích khối chóp bằng

A. 24. **B.** 36. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 104. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy a và mặt bên hợp với đáy một góc 60°. Thể tích hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 105. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a, tam giác SBA vuông tại B, tam giác SAC vuông tại C. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

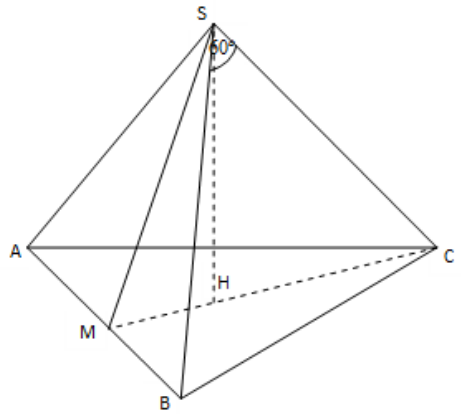
DẠNG 4: CÁC KHỐI CHÓP KHÁC

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều có đường cao h và mặt bên có góc ở đỉnh bằng 60°. Tính thể tích hình chóp.

A. $\frac{h^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{h^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{h^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{h^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



.

$S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, SH là đường cao $\Rightarrow SH = a$ và H là trọng tâm tam giác ABC.

ΔSAB đều. Đặt $AB = a$, gọi M là trung điểm AB.

Ta có $SM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (Đường cao tam giác đều), $MH = \frac{1}{3}CM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác vuông SMH, ta có: $SM^2 = SH^2 + HM^2 \Rightarrow a = \frac{h\sqrt{6}}{2}$.

$S_{\Delta ABC} = \left(\frac{h\sqrt{6}}{2}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{h^2.3\sqrt{3}}{8}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC} = \frac{h^3.\sqrt{3}}{8}$.

Câu 2. Khối chóp có diện tích đáy bằng $6\,\text{m}^2$, chiều cao bằng $7\,\text{m}$ thì có thể tích là:

A. $14\,\text{m}^3$ **B.** $7\,\text{m}^3$ **C.** $8\,\text{m}^3$ **D.** $16\,\text{m}^3$

Hướng dẫn giải

Chọn A

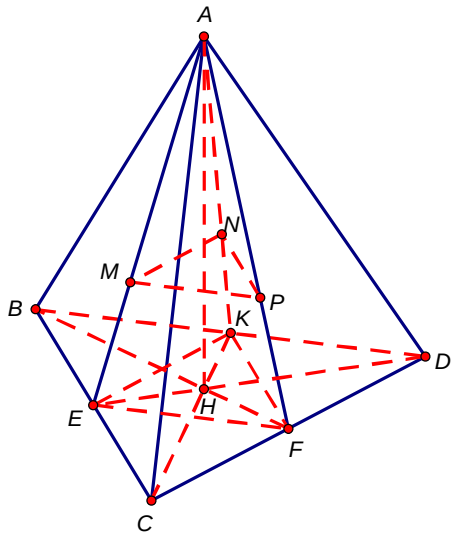
$V = \frac{1}{3}.6.7 = 14\,\text{m}^3$.

Câu 3. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $2cm$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của ba tam giác ABC, ABD, ACD. Tính thể tích V của khối chóp $AMNP$.

A. $V = \frac{2\sqrt{2}}{81}cm^3$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{2}}{81}cm^3$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}}{144}cm^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}}{162}cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Tam giác BCD đều $\Rightarrow DE=\sqrt{3}\Rightarrow DH=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$AH=\sqrt{AD^2-DH^2}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

$S_{\Delta EFK}=\dfrac{1}{2}.d_{(E,FK)}.FK=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}d_{(D,BC)}.\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{SKFE}=\dfrac{1}{3}AH.S_{\Delta EFK}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{2\sqrt{6}}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}.$

Mà $\dfrac{AM}{AE}=\dfrac{AN}{AK}=\dfrac{AP}{AF}=\dfrac{2}{3}$

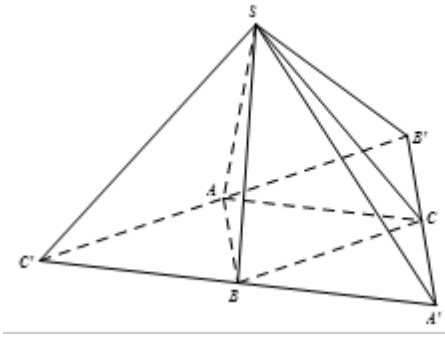
Lại có: $\dfrac{V_{AMNP}}{V_{AEKF}}=\dfrac{AM}{AE}.\dfrac{AN}{AK}.\dfrac{AP}{AF}=\dfrac{8}{27}\Rightarrow V_{AMNP}=\dfrac{8}{27}V_{AEKF}=\dfrac{4\sqrt{2}}{81}.$

Câu 4. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA=BC=5, SB=AC=6, SC=AB=7$.

A. $V=2\sqrt{95}$. **B.** $V=\dfrac{35\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{35}{2}$. **D.** $V=2\sqrt{105}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dựng tam giác $A'B'C'$ sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của $B'C'$, $A'C'$, $A'B'$.

Ta có $SA=BC=\dfrac{1}{2}B'C'$ nên tam giác $SB'C'$ vuông tại S.

Tương tự các tam giác $SA'B'$, $SA'C'$ là các tam giác vuông tại S.

Hay $S.A'B'C'$ là tứ diện có ba cạnh đôi một vuông góc.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$V_{S.A'B'C'}=\frac{1}{3}SA'.S_{SB'C'}=\frac{1}{3}SA'.\frac{1}{2}SB'.SC'=\frac{1}{6}SA'.SB'.SC'$.

$\begin{cases}SA'^2+SB'^2=A'B'^2=(2AB)^2=196\\SB'^2+SC'^2=B'C'^2=(2BC)^2=100\\SA'^2+SC'^2=A'C'^2=(2AC)^2=144\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}SA'^2=120\\SB'^2=76\\SC'^2=24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}SA'=2\sqrt{30}\\SB'=2\sqrt{19}\\SC'=2\sqrt{6}\end{cases}$.

$V_{S.A'B'C'}=\frac{1}{3}SA'.S_{SB'C'}=\frac{1}{3}SA'.\frac{1}{2}SB'.SC'=\frac{1}{6}SA'.SB'.SC'=\frac{1}{6}.2\sqrt{30}.2\sqrt{19}.2\sqrt{6}=8\sqrt{95}$.

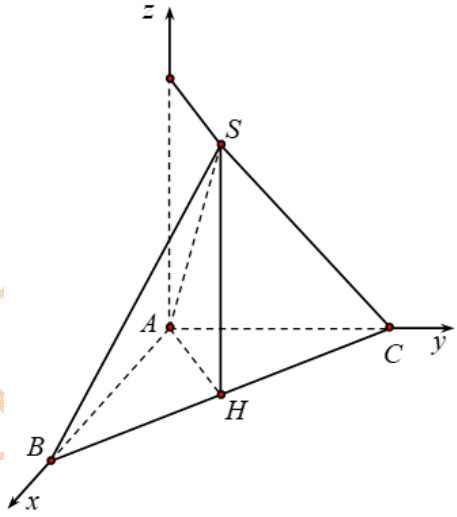
$V_{SABC}=\frac{1}{4}V_{SA'B'C'}=\frac{1}{4}.8\sqrt{95}=2\sqrt{95}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a\sqrt{2}$, $AC=a\sqrt{5}$. Hình chiếu của điểm S trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của đoạn thẳng BC. Biết rằng góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (ASC) bằng $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{210}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$. **C.** $\frac{5a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{5a^3\sqrt{10}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của BC, đặt $SH=x,(x>0)$.

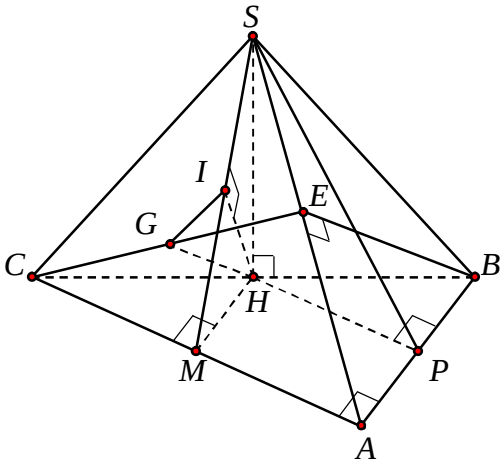
Gắn hình chóp vào hệ trục tọa độ với $A(0;0;0)$, $B(a\sqrt{2};0;0)$, $C(0;a\sqrt{5};0)$, $H\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{5}}{5};0\right)$, $S\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{5}}{2};x\right)$ như hình vẽ

Ta có:

VTCP của đường thẳng AB là $\vec{i}=(1;0;0)$,

VTCP của đường thẳng AC là $\vec{j}=(0;1;0)$.

$\overrightarrow{AS}=\left(\frac{a\sqrt{2}}{2};\frac{a\sqrt{5}}{2};x\right)$



VTPT của $mp(SAB)$ là $\left[\overrightarrow{AS},\vec{i}\right]=\left(0;x;-\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)=\overrightarrow{n_1}$

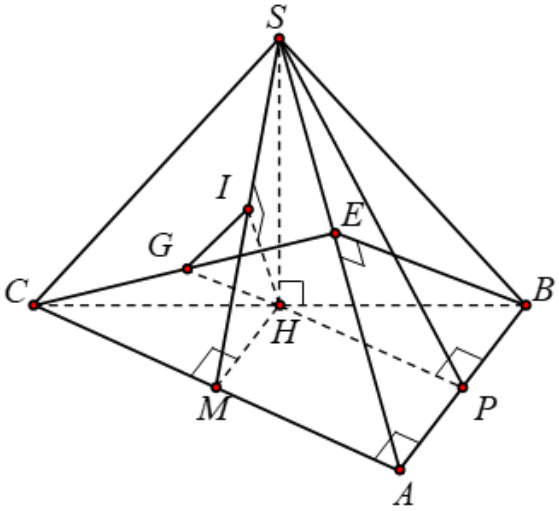
VTPT của $mp(ASC)$ là $\left[\overrightarrow{AS},\vec{j}\right]=\left(-x;0;\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)=\overrightarrow{n_2}$.

Có $\cos 60°=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\frac{a^2\sqrt{10}}{4}}{\sqrt{x^2+\frac{5a^2}{4}}.\sqrt{x^2+\frac{2a^2}{4}}}=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 16x^4+28x^2a^2-30a^4=0\Rightarrow x=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ do $x>0$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABS}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.a\sqrt{5}=\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$.

Cách 2:



$(SAB)\cap(SAC)=SA$, kẻ $BE\perp SA$ và $GH\parallel BE$, suy ra

$\left((SAC),(SAB)\right)=\left(GH,(SAC)\right)=\widehat{HGI}=60°$.

Đặt $SH=h$, ta tính được $SA=\sqrt{h^2+\frac{7a^2}{4}}$ và $SP=\sqrt{h^2+\frac{5a^2}{4}}$. Vậy

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$BE=\frac{2S_{SAB}}{SA}=\frac{a\sqrt{2}.\sqrt{h^2+\frac{5a^2}{4}}}{\sqrt{h^2+\frac{7a^2}{4}}}\Rightarrow HG=\frac{BE}{2},\ HI=\frac{SH.HM}{SM}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.h}{\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}}$$

Tam giác GIH vuông tại I có

$$\sin 60^\circ=\frac{IH}{HG}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{h^2+\frac{5a^2}{4}}}{\sqrt{h^2+\frac{7a^2}{4}}}=\frac{h.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{h^2+\frac{a^2}{2}}}\Rightarrow h^4+\frac{7a^2}{4}h^2-\frac{15a^4}{8}=0\Rightarrow h=\frac{2a\sqrt{3}}{4}$$

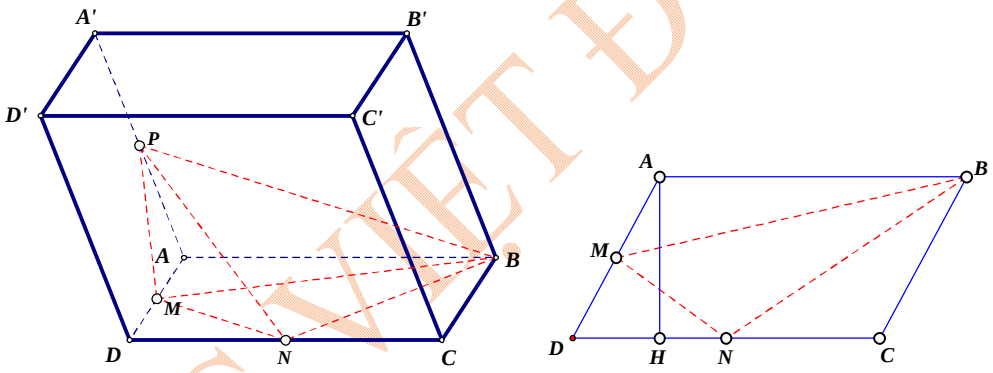
Vậy $V_{SABC}=\frac{1}{6}AB.AC.SH=\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$.

Câu 6. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12 (đơn vị thể tích). Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh AD,DC,AA'. Tính thể tích khối chóp $P.BMN$.

A. $V=3$. **B.** $V=2$. **C.** $V=\frac{3}{2}$. **D.** $V=\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Vì P là trung điểm AA' nên chiều cao khối chóp $P.BMN$ bằng một nữa chiều cao khối $ABCD.A'B'C'D'$.

$S_{BMN}=\frac{3}{8}S_{ABCD}$. Tính bằng cách cho cạnh độ dài rồi tính bằng cách trừ phần dư.

Vậy $V_{P.BMN}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\frac{3}{8}.V_{ABCDA'B'C'D'}=\frac{3}{4}$.

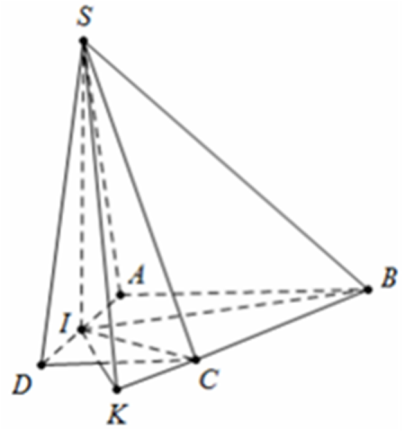
Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D; biết $AB=AD=2a$, $CD=a$. Gọi I là trung điểm của AD, biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SBC) bằng a; thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. **B.** $\frac{3\sqrt{15}a^3}{8}$. **C.** $\frac{9a^3}{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $SI \perp (ABCD)$.

Kẻ $IK \perp BC$ tại $K \Rightarrow \dfrac{1}{SI^2}+\dfrac{1}{IK^2}=\dfrac{1}{\left[d\left(I,(SBC)\right)\right]^2}=\dfrac{1}{a^2}$.

Lại có $\dfrac{1}{2}IK.BC=\dfrac{1}{2}2a.(2a+a)-\dfrac{1}{2}a.2a-\dfrac{1}{2}a.a=\dfrac{3a^2}{2}$.

Cạnh $BC=\sqrt{4a^2+(2a-a)^2}=a\sqrt{5}\Rightarrow IK=\dfrac{3a}{\sqrt{5}}$

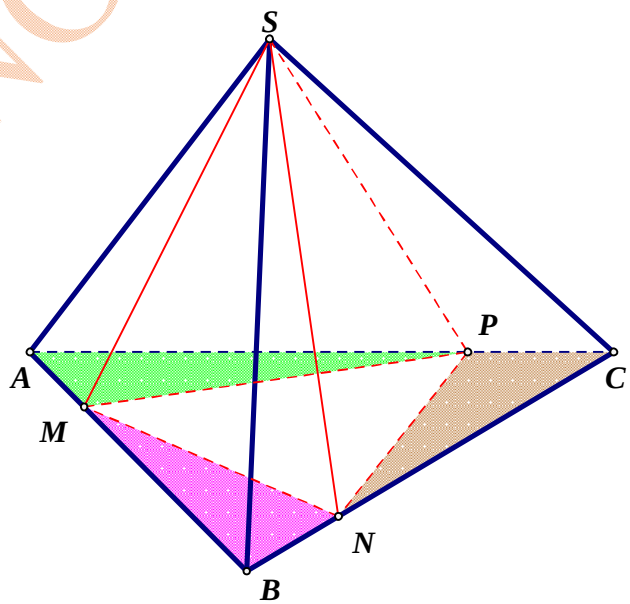
$\Rightarrow SI=\dfrac{3a}{2}\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{2}.\dfrac{1}{2}.2a.(2a+a)=\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 8. Cho hình chóp $SABC$, $SA=4$, $SB=5$, $SC=6$, $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=45^\circ$, $\widehat{CSA}=60^\circ$. Các điểm M, N, P thỏa mãn các đẳng thức: $\overrightarrow{AB}=4\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{CA}=4\overrightarrow{CP}$. Tính thể tích chóp $S.MNP$.

A. $\dfrac{245}{32}$. **B.** $\dfrac{35}{8}$. **C.** $\dfrac{128\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{35\sqrt{2}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



☑ $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{6}.abc\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\varphi+2\cos\alpha\cos\beta\cos\varphi}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$V_{S.ABC}=\frac{4.5.6}{6}\sqrt{1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+2.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}}=10.$

$S_{\Delta MNP}=S-S_{\Delta AMP}-S_{\Delta MBN}-S_{\Delta NCP}=S-S.\left(\frac{3}{16}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}\right)=\frac{7}{16}S$, $S=S_{\Delta ABC}$.

Mà $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{7}{16}\Rightarrow V_{S.MNP}=\frac{35}{8}$.

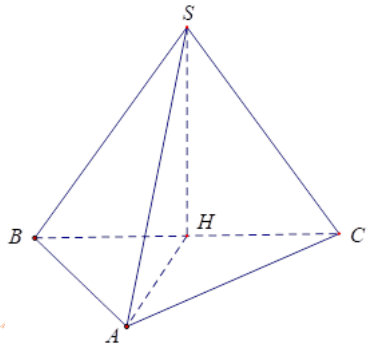
Chú ý : $\frac{S_{\Delta AMP}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{\frac{1}{2}.AM.AP.\sin\left(\widehat{MAP}\right)}{\frac{1}{2}AB.AC.\sin\left(\widehat{BAC}\right)}=\frac{1}{4}.\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, $SA=SB=SC=6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $4a^3\sqrt{119}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{119}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{119}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{119}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Vì $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$ nên tam giác ABC vuông tại A.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC). Vì $SA=SB=SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chính là trung điểm của BC.

$SH=\sqrt{SB^2-HB^2}=\sqrt{36a^2-\frac{25}{4}a^2}=\frac{\sqrt{119}a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=6a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.6a^2.\frac{\sqrt{113}}{2}a=a^3\sqrt{119}$.

[2H1-2.-2] (THPT PHAN ĐÌNH TÙNG) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là ABC tam giác vuông cân đỉnh $A, AB=AC=a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC. Mặt phẳng (SAB) hợp với mặt phẳng đáy một góc bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

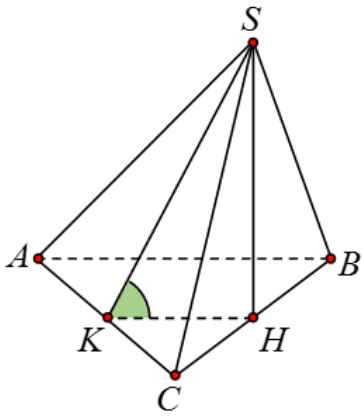
B. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



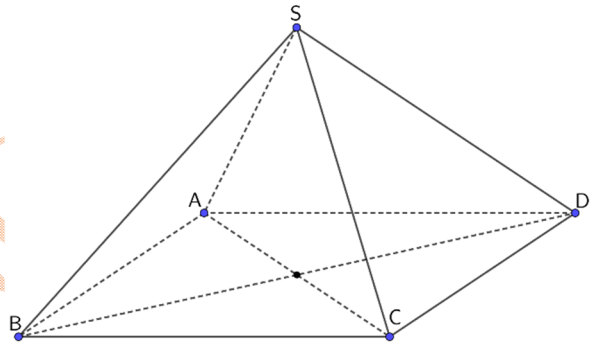
Góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SKH} \Rightarrow \widehat{SKH} = 60°$.

ΔSKH có $SH = KH.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $V = \dfrac{1}{3}.SH.S_{ABC} = ... = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

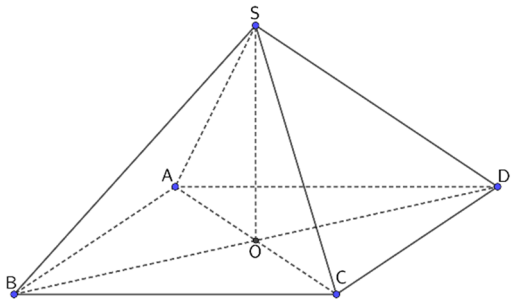
Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành có $AB = a$, $SA = SB = SC = SD = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$ (tham khảo hình vẽ). Giá trị lớn nhất của thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.



Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có: $\Delta SAO = \Delta SBO = \Delta SCO = \Delta SDO$ (tam giác vuông, SO là cạnh chung, $SA = SB = SC = SD$).

Nên $OA = OB = OC = OD$ suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$

Suy ra $ABCD$ là hình chữ nhật có O là tâm.

Đặt $AD=x \Rightarrow AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+x^2}$

Nên $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{\frac{5a^2}{4}-\frac{a^2+x^2}{4}}=\sqrt{a^2-\frac{x^2}{4}}$

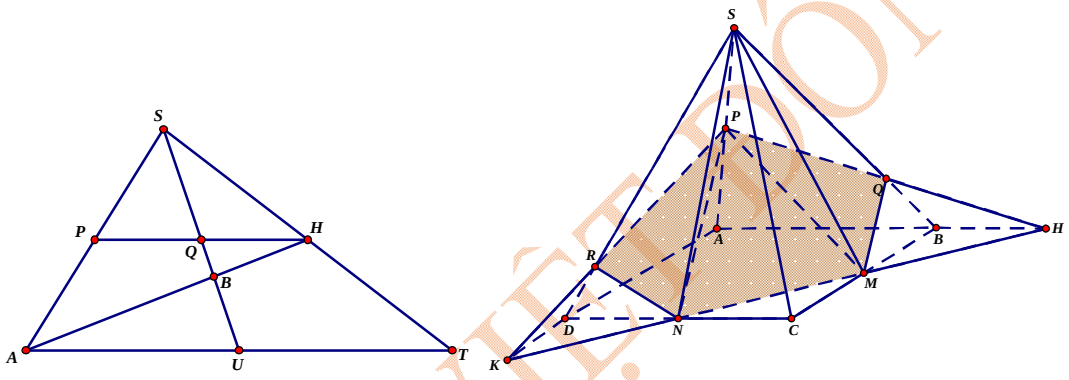
$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}ABCD.SO=\frac{1}{3}a.x.\sqrt{a^2-\frac{x^2}{4}}=\frac{1}{3}a.2.\frac{x}{2}.\sqrt{a^2-\frac{x^2}{4}}\le\frac{1}{3}a\left(\frac{x^2}{4}+\left(a^2-\frac{x^2}{4}\right)\right)=\frac{1}{3}a^3$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các đoạn BC, CD và SA. Mặt phẳng (MNP) chia khối chóp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1 và V_2. Biết rằng $V_1\le V_2$, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $BH=\frac{1}{3}AH$ suy ra B là trọng tâm của tam giác SAT.

Do đó, $\frac{BQ}{BU}=\frac{BH}{AB}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{BQ}{BS}=\frac{1}{4}$. Tương tự ta có, $\frac{DR}{SD}=\frac{1}{4}$.

$\frac{V_{S.PRN}}{V_{S.ADN}}=\frac{SP}{SA}.\frac{SR}{SD}=\frac{1}{2}.\frac{3}{4}=\frac{3}{8}\Rightarrow\frac{V_{S.PRN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{3}{32}$.

Tương tự, ta có $\frac{V_{S.PQM}}{V_{S.ABCD}}=\frac{3}{32}$.

Lại có $\frac{V_{S.PMN}}{V_{S.AMN}}=\frac{SP}{SA}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{V_{S.PMN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{3}{16}$.

$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

Suy ra thể tích khối đa diện chứa đỉnh S là $V_1=\left(\frac{3}{32}+\frac{3}{32}+\frac{3}{16}+\frac{1}{8}\right)V_{SABCD}=\frac{1}{2}V_{SABCD}$.

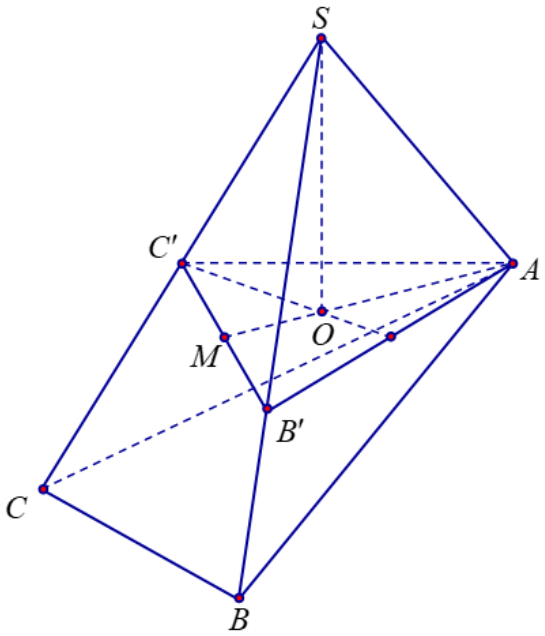
Vậy $\frac{V_1}{V_2}=1$.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^\circ$ và $SA=2$, $SB=3$, $SC=4$. Thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi B' trên SB sao cho $SB' = \frac{2}{3}SB$ và C' trên SC sao cho $SC' = \frac{1}{2}SC$.

Khi đó $SA = SB' = SC' = 2 \Rightarrow S.AB'C'$ là khối tứ diện đều.

Ta có: $AM = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ và $S_{AB'C'} = \sqrt{3}$.

Khi đó $V_{S.AB'C'} = \frac{1}{3}S_{AB'C'}.SO = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Mà ta lại có: $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AB'C'}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SC}{SC'} = 3 \Rightarrow V_{S.ABC} = 3V_{S.AB'C'} = 2\sqrt{2}$.

Cách khác:

$V_{S.ABC} = \frac{SA.SB.SC}{6}.\sqrt{1 - \cos^2\widehat{ASB} - \cos^2\widehat{BSC} - \cos^2\widehat{CSB} + 2\cos\widehat{ASB}.\cos.\widehat{BSC}.\cos\widehat{CSB}} = 2\sqrt{2}$

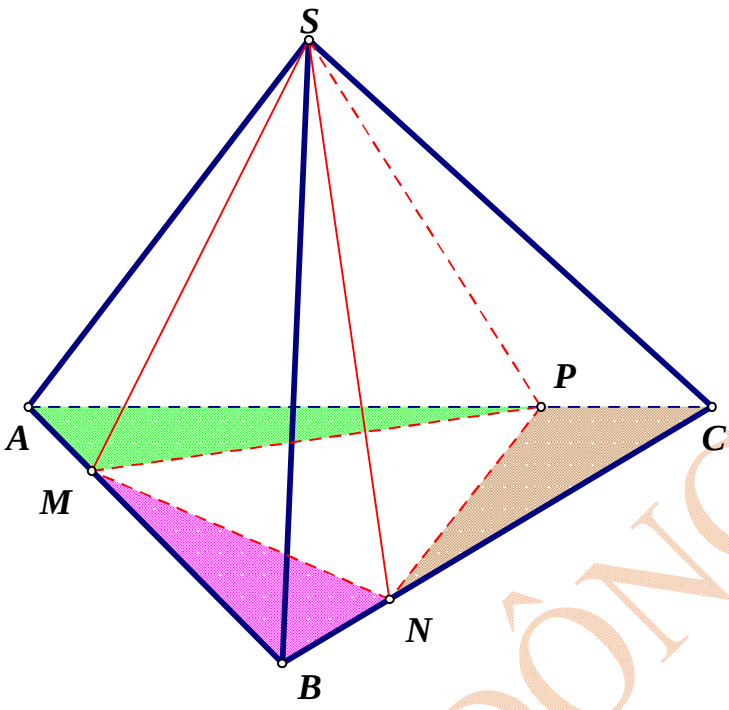
Câu 13. Cho hình chóp $SABC$, $SA = 4$, $SB = 5$, $SC = 6$, $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = 45°$, $\widehat{CSA} = 60°$. Các điểm M, N, P thỏa mãn các đẳng thức: $\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{CA} = 4\overrightarrow{CP}$. Tính thể tích chóp $S.MNP$.

A. $\frac{35}{8}$. **B.** $\frac{245}{32}$. **C.** $\frac{35\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\frac{128\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



☑ $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.abc\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\varphi+2\cos\alpha\cos\beta\cos\varphi}$

$V_{S.ABC}=\frac{4.5.6}{6}\sqrt{1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+2.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}}=10.$

$S_{\Delta MNP}=S-S_{\Delta AMP}-S_{\Delta MBN}-S_{\Delta NCP}=S-S.\left(\frac{3}{16}+\frac{3}{16}+\frac{3}{16}\right)=\frac{7}{16}S$, $S=S_{\Delta ABC}$

Mà $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{S_{\Delta MNP}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{7}{16}\Rightarrow V_{S.MNP}=\frac{35}{8}.$

Chú ý: $\frac{S_{\Delta AMP}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{\frac{1}{2}.AM.AP.\sin\left(\widehat{MAP}\right)}{\frac{1}{2}AB.AC.\sin\left(\widehat{BAC}\right)}=\frac{1}{4}.\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$

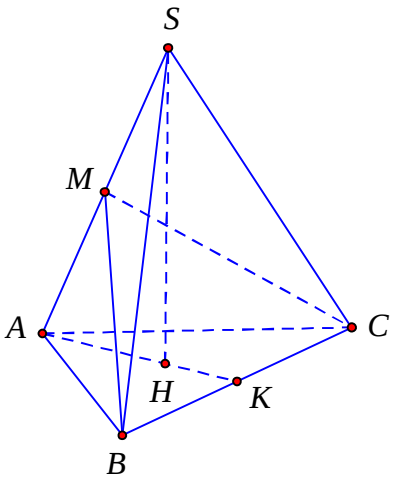
Câu 14. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 4, chiều cao của khối chóp bằng chiều cao của tam giác đáy. Gọi M là trung điểm cạnh SA. Thể tích của khối chóp $M.ABC$ bằng?

A. 4. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 16. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Kẻ $SH \perp (ABC) \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Gọi $K = AH \cap BC \Rightarrow AK \perp BC$.

Cạnh $AK = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow SH = AK = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow V_{M.ABC} = \dfrac{1}{3} d\left(M,(ABC)\right).S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2} SH.\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 4$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$, chiều cao khối chóp bằng $4a$. Thể tích khối chóp theo a là:

A. $V = 40a^3$. **B.** $V = 8a^3$. **C.** $V = 24a^3$. **D.** $V = 9a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

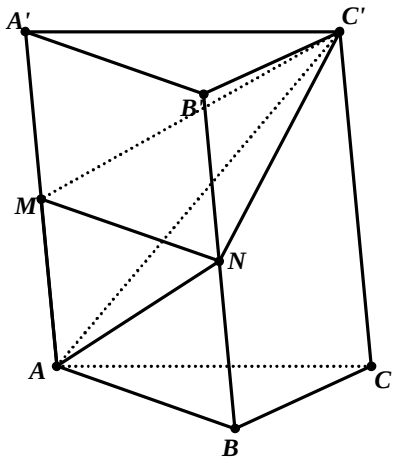
Ta có : $V = \dfrac{1}{3}.4a.2a.3a = 8a^3$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là 36cm^3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA', BB'. Tính thể tích V của khối tứ diện $AC'MN$.

A. 4cm^3. **B.** $V = 12\text{cm}^3$. **C.** $V = 9\text{cm}^3$. **D.** $V = 6\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

ChọnD



Ta có: $S_{\Delta AMN} = \dfrac{1}{2} S_{\Delta AMNB} = \dfrac{1}{4} S_{AA'B'B} \Rightarrow V_{C'.AMN} = \dfrac{1}{4} V_{C'.AA'B'B} = \dfrac{1}{4}.\dfrac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{6} 36cm^3 = 6\text{cm}^3$.

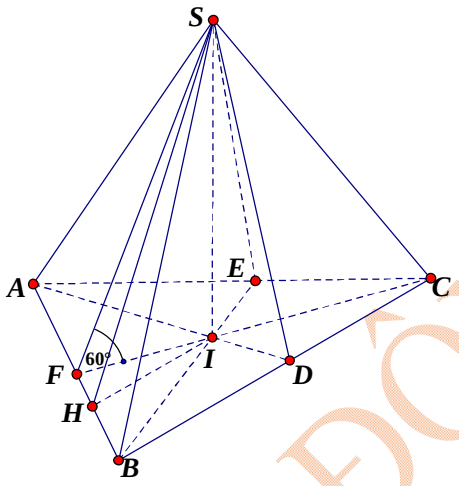
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=5$ cm, $BC=6$ cm, $CA=7$ cm. Hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC. Các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCA) đều tạo với đáy một góc $60°$. Gọi AD, BE, CF là các đường phân giác của tam giác ABC với $D\in BC$, $E\in AC$, $F\in AB$. Thể tích $S.DEF$ gần với số nào sau đây?

A. 3,7 cm^3 **B.** 3,4 cm^3 **C.** 2,9 cm^3 **D.** 4,1 cm^3

Hướng dẫn giải

Chọn B

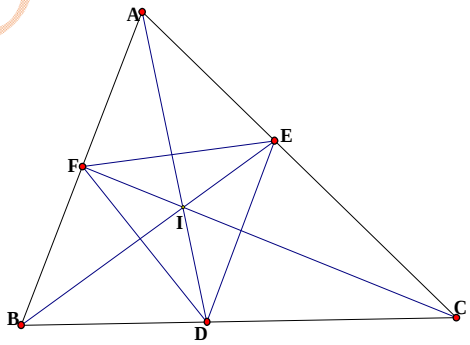


Vì các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCA) đều tạo với đáy một góc $60°$ và hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC nên ta có hình chiếu của S chính là tâm I của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Gọi p là nửa chu vi tam giác ABC thì $p=\dfrac{AB+BC+CA}{2}=9$.

Ta có : $S_{ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}=6\sqrt{6}$ và $r=\dfrac{S}{p}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra chiều cao của hình chóp là : $h=r.\tan 60°=2\sqrt{2}$



Vì BE là phân giác của góc B nên ta có : $\dfrac{EA}{EC}=\dfrac{BA}{BC}$.

Tương tự : $\dfrac{FA}{FB}=\dfrac{CA}{CB}$, $\dfrac{DB}{DC}=\dfrac{AB}{AC}$.

Khi đó : $\dfrac{S_{AEF}}{S_{ABC}}=\dfrac{AE}{AC}.\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{AB}{AB+BC}.\dfrac{AC}{AC+BC}$.

Tương tự : $\dfrac{S_{CED}}{S_{ABC}}=\dfrac{CA}{CA+AB}.\dfrac{CB}{CB+AB}$, $\dfrac{S_{BFD}}{S_{ABC}}=\dfrac{BC}{BC+CA}.\dfrac{BA}{BA+CA}$.

Do đó,

$S_{DEF}=S_{ABC}\left(1-\frac{ab}{(a+c)(b+c)}-\frac{bc}{(b+a)(c+a)}-\frac{ac}{(a+b)(c+b)}\right)$, với $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$

$=\frac{2abc}{(a+b)(b+c)(c+a)}.S_{ABC}=\frac{210\sqrt{6}}{143}$.

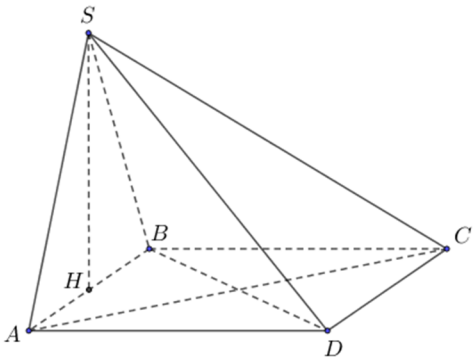
Suy ra $V_{S.DEF}=\frac{1}{3}.\frac{210\sqrt{6}}{143}.2\sqrt{2}=\frac{280\sqrt{3}}{143}\ (\text{cm}^3)\approx 3,4\ (\text{cm}^3)$

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{12}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $HD=\sqrt{AH^2+AD^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$. $SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\sqrt{\frac{13a^2}{4}-\frac{5a^2}{4}}=a\sqrt{2}$

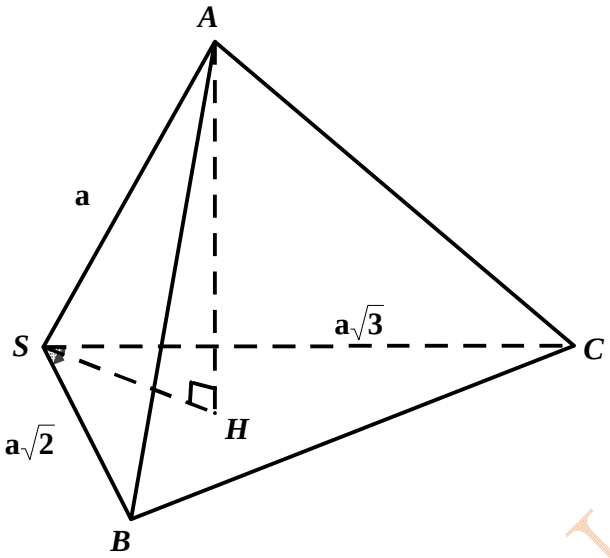
Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 19. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SC=a\sqrt{3}$. Thể tích lớn nhất của khối chóp là:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (SBC).

$V_{SABC}=\frac{1}{3}.AH.S_{\Delta SBC}$.

$AH\le SA$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow SA\perp(SBC)$.

$S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}SB.SC.\sin\widehat{BSC}\le\frac{1}{2}a\sqrt{2}.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$. Đẳng thức xảy ra $\sin\widehat{BSC}=1\Leftrightarrow\widehat{BSC}=90°$.

$V_{SABC}=\frac{1}{3}.AH.S_{\Delta SBC}\le\frac{1}{3}.a.a^2\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Đẳng thức xảy ra khi SA, SB, SC đôi một vuông góc.

Câu 20. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ bằng

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $V_{O.ABC}=\frac{1}{3}OA.S_{OBC}=\frac{1}{3}OA.\frac{1}{2}OB.OC=a^3$.

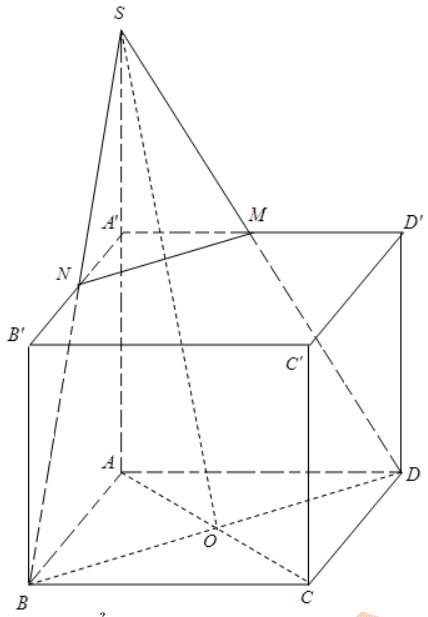
Câu 21. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a$, $AA'=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD}=60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'D'$, $A'B'$. Tính thể tích của khối đa diện $ABDMN$.

A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{9a^3}{16}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\frac{3a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi $S = BN \cap AA'$. Suy ra: S, M, D thẳng hàng.

$\frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SBD}} = \frac{SM}{SD}.\frac{SN}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{MNBD} = \frac{3}{4}S_{\Delta SBD}$.

Tam giác ABD có $AB = AD = a$, $\widehat{BAD} = 60°$ nên tam giác ABD là tam giác đều.

$V_{A.BDMN} = \frac{1}{3}d\left[A,(BDMN)\right].S_{BDMN} = \frac{1}{3}d\left[A,(SBD)\right].\frac{3}{4}S_{\Delta SBD} = \frac{3}{4}V_{S.ABD}$

$= \frac{3}{4}\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABD} = \frac{1}{4}a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}$.

Câu 22. Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là 2cm, 3cm và 6cm. Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

A. 4cm^3. **B.** 8cm^3. **C.** 6cm^3. **D.** 12cm^3.

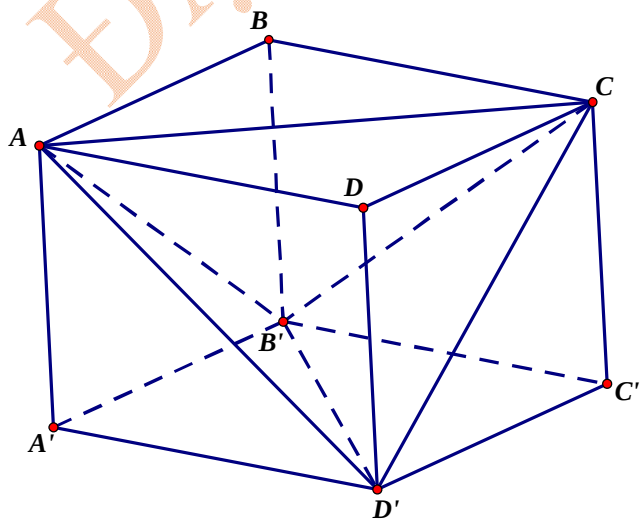
Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = 2.3.6 = 36\left(\text{cm}^3\right)$.

Ta có $V_{A.A'B'D'} = V_{C.C'B'D'} = V_{D'.DAC} = V_{B'.BAC} = \frac{1}{6}V$.

Nên: $V_{ACB'D'} = V - \left(V_{A.A'B'D'} + V_{C.C'B'D'} + V_{D'.DAC} + V_{B'.BAC}\right) = V - \frac{4}{6}V = \frac{1}{3}V = \frac{1}{3}.36 = 12\left(\text{cm}^3\right)$.



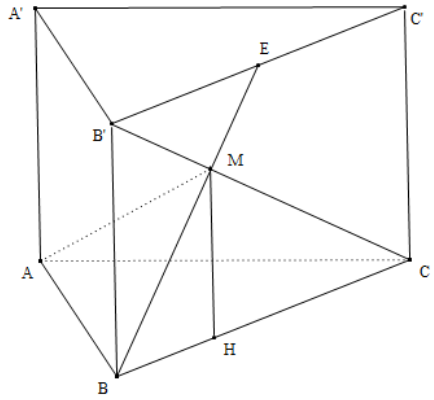
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 23. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy là tam giác vuông cân tại A, E là trung điểm của $B'C'$, CB' cắt BE tại M. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCM$ biết $AB=3a$, $AA'=6a$.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=6\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=7a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dựng $MH\perp BC$, ta có tứ diện $ABCM$ có đường cao MH, đáy là ABC.

Ta có $\frac{MH}{BB'}=\frac{CM}{CB}=\frac{2}{3}\Rightarrow MH=\frac{2}{3}BB'=4a$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}3a.3a=\frac{9a^2}{2}$.

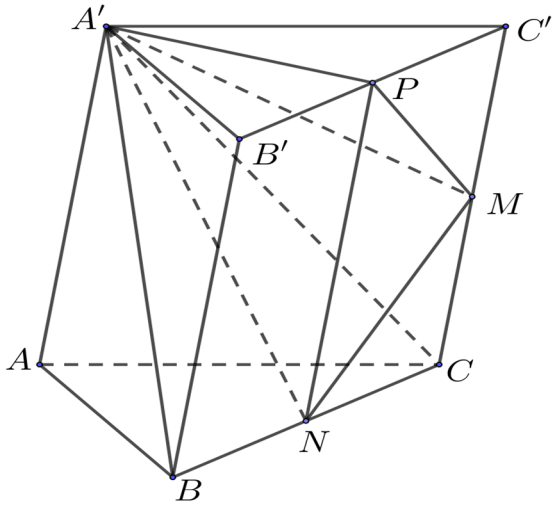
Vậy $V_{MABC}=\frac{1}{3}MH.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}4a.\frac{9a^2}{2}=6a^3$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $48cm^3$. Gọi M,N,P theo thứ tự là trung điểm các cạnh CC',BC và $B'C'$, khi đó thể tích V của khối chóp $A'.MNP$ là

A. $8cm^3$. **B.** $24cm^3$. **C.** $12cm^3$. **D.** $\frac{16}{3}cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có:

+ $V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.d\left(A',(ABC)\right)=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}\Rightarrow V_{A'.BCC'B'}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

+ $V_{A'.MNP}=\frac{1}{3}S_{\Delta MNP}.d\left(A',(MNP)\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}S_{BB'C'C}.d\left(A',(BB'C'C)\right)=\frac{1}{4}V_{A'.BB'C'C}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

(Vì: $S_{\Delta MNP}=\frac{1}{2}S_{CC'PN}=\frac{1}{4}S_{BB'C'C}$ và $d\left(A',\left(MNP\right)\right)=d\left(A',\left(BB'C'C\right)\right)$)

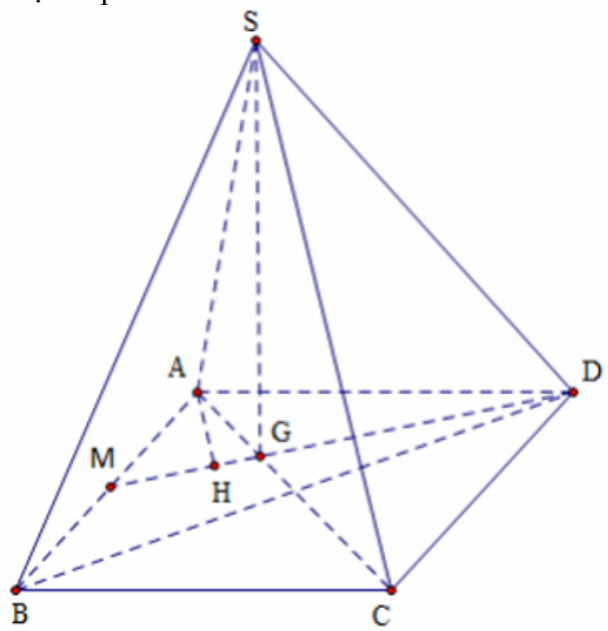
Suy ra: $V_{A'.MNP}=\frac{1}{6}V_{ABC.A'B'C'}=8cm^3$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt đáy trùng với trọng tâm G của tam giác ABD. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(SDG\right)$ bằng $\sqrt{5}$ và $SG=1$. Thể tích khối chóp đã cho là

A. $\frac{12}{25}$. **B.** $\frac{25}{12}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn đáp án A



Ta có: $CG=2AG\Rightarrow d\left(C,\left(SDG\right)\right)=2d\left(A,\left(SDG\right)\right)$

Suy ra $d\left(A,\left(SDG\right)\right)=\frac{\sqrt{5}}{2}$. Dựng $AH\perp DG$

Mặt khác $AH\perp SG\Rightarrow AH\perp\left(SDG\right)\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Đặt $AB=x\Rightarrow AH=\frac{AD.AM}{\sqrt{AD^2+AM^2}}=\frac{x}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{2}\Rightarrow x=\frac{5}{2}$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SG.S_{ABCD}=\frac{25}{12}$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ với các mặt $\left(SAB\right)$, $\left(SBC\right)$, $\left(SAC\right)$ vuông góc với nhau từng đôi một. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$. Biết diện tích các tam giác SAB, SBC, SAC lần lượt là $4a^2$, a^2, $9a^2$.

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SA.SB=9a^2$, $S_{\Delta SAC}=\frac{1}{2}SA.SC=a^2$, $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}SB.SC=4a^2$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle SAB}.S_{\triangle SAC}}{S_{\triangle SBC}} = \frac{1}{2}SA^2 = 36a^2 \Rightarrow SA = 6\sqrt{2}a$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle SAB}.S_{\triangle SBC}}{S_{\triangle SAC}} = \frac{1}{2}SB^2 = \frac{4}{9}a^2 \Rightarrow SB = \frac{2\sqrt{2}}{3}a$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle SBC}.S_{\triangle SAC}}{S_{\triangle SAB}} = \frac{1}{2}SC^2 = \frac{9}{4}a^2 \Rightarrow SC = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$$

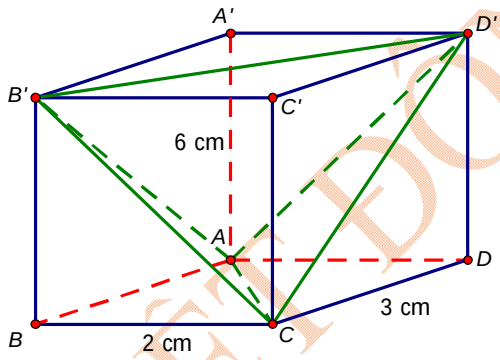
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6}SA.SB.SC = 2\sqrt{2}a^3.$$

Câu 27. Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là $2cm$, $3cm$ và $6cm$. Thể tích của khối tứ diện $A.CB'D'$ bằng

A. $4\ cm^3$. **B.** $8\ cm^3$. **C.** $12\ cm^3$. **D.** $6\ cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có :

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = V_{B.AB'C} + V_{D.ACD'} + V_{A'.B'AD'} + V_{C.B'C'D'} + V_{A.CB'D'}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4V_{B.AB'C} + V_{A.CB'D'}$$

$$\Rightarrow V_{A.CB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4V_{B.AB'C}$$

$$\Rightarrow V_{A.CB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - 4.\frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}$$

$$\Rightarrow V_{A.CB'D'} = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}.2.3.6 = 12\,cm^3$$

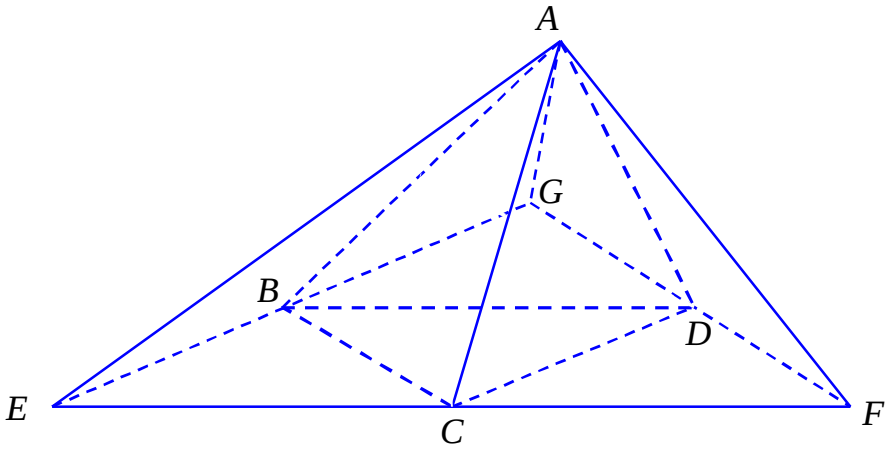
Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AD = BC = 3$; $AC = BD = 4$; $AB = CD = 2\sqrt{3}$. Thể tích tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{2470}}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{2474}}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{2740}}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{2047}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Từ các đỉnh của tam giác BCD ta kẻ các đường thẳng song song với cạnh đối diện chúng tạo thành tam giác EFG có diện tích gấp 4 lần diện tích tam giác BCD.

Các tam giác AEF, AFG, AGE là các tam giác vuông tại A nên ta có:

$AE^2+AF^2=EF^2=64\ (1)$; $AF^2+AG^2=FG^2=36\ (2)$ và $AE^2+AG^2=EG^2=48\ (3)$.

Từ (1), (2), (3) ta có: $2\left(AE^2+AF^2+AG^2\right)=148\Rightarrow AE^2+AF^2+AG^2=74\ (4)$.

Từ (1), (4) ta có: $AG^2=10\Rightarrow AG=\sqrt{10}$.

Từ (2), (4) ta có: $AE^2=38\Rightarrow AE=\sqrt{38}$.

Từ (3), (4) ta có: $AF^2=26\Rightarrow AF=\sqrt{38}$.

Thể tích khối chóp $A.EFG$ là: $V'=\frac{1}{6}AE.AF.AG=\frac{1}{6}\sqrt{9880}=\frac{1}{3}\sqrt{2470}$.

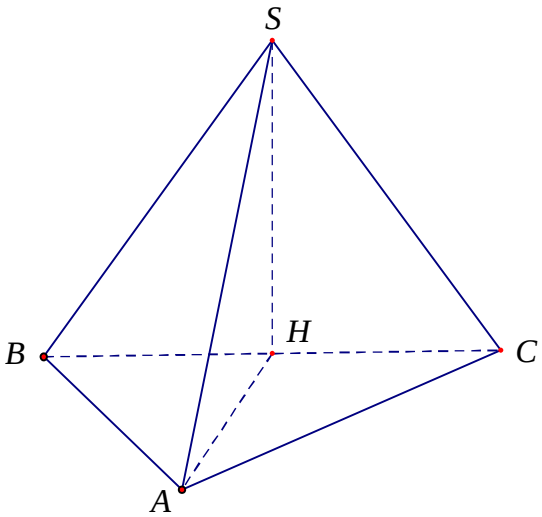
Do đó thể tích tứ diện $ABCD$ là: $V=\frac{1}{4}V'=\frac{\sqrt{2470}}{12}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$, $SA=SB=SC=6a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $a^3\sqrt{119}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{119}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{119}}{3}$. **D.** $4a^3\sqrt{119}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì $AB=3a$, $AC=4a$, $BC=5a$ nên tam giác ABC vuông tại A.

Gọi H là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC). Vì $SA=SB=SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và chính là trung điểm của BC.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$SH=\sqrt{SB^2-HB^2}=\sqrt{36a^2-\frac{25}{4}a^2}=\frac{\sqrt{119}a}{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC}=6a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.6a^2.\frac{\sqrt{113}}{2}a=a^3\sqrt{119}$.

Câu 30. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích V của khối chóp $A'.AB'C'$.

A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{2}$. **C.** $V=3$. **D.** $V=\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

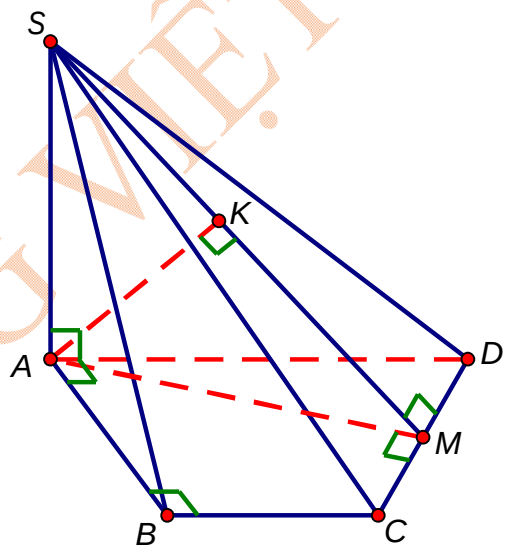
Ta có: $V_{A'.AB'C'}=V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}d\left(A;\left(A'B'C'\right)\right).S_{\Delta A'B'C'}=\frac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}$.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có $SA\perp\left(ABCD\right)$, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B biết $AB=2a$, $AD=3BC=3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a, biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{6}}{4}a$.

A. $2\sqrt{6}a^3$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $6\sqrt{3}a^3$. **D.** $6\sqrt{6}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dựng $AM\perp CD$ tại M.
Dựng $AH\perp SM$ tại H.

Ta có: $AH=\frac{3\sqrt{6}}{4}a$.

$S_{ABCD}=\frac{AD+BC}{2}.AB=4a^2$

$CD=\sqrt{\left(AD-BC\right)^2+AB^2}=2a\sqrt{2}$

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=a^2$

$S_{ACD}=S_{ABCD}-S_{ABC}=3a^2$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$S_{ACD}=\frac{1}{2}AM.CD\Rightarrow AM=\frac{2S_{ACD}}{CD}=\frac{3\sqrt{2}}{2}a$

Ta có: $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AS^2}\Rightarrow AS=\frac{AH.AM}{\sqrt{AM^2-AH^2}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}a$

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=2\sqrt{6}a^3$

Câu 32. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB=a$, góc giữa SA và đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp là.

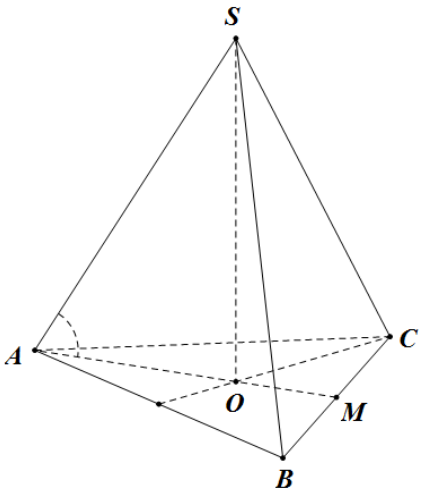
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO\perp(ABC)$.



Ta có OA là hình chiếu vuông góc của SA lên (ABC) nên $\left(\widehat{SA,(ABC)}\right)=\widehat{SAO}=60^\circ$.

Tam giác ABC đều, cạnh a nên $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAO, ta có $\tan\widehat{SAO}=\frac{SO}{AO}=\frac{SO}{\frac{2}{3}AM}=\frac{3SO}{2AM}$.

$\Rightarrow SO=\frac{2AM\tan\widehat{SAO}}{3}=a$.

Thể tích $S.ABC$ là.

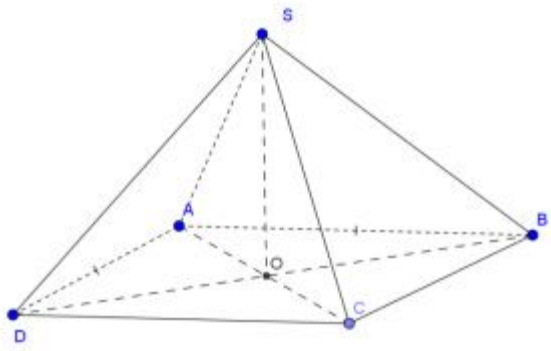
$V=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 33. Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=4a$, $AD=3a$; các cạnh bên đều có độ dài bằng $5a$. Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $10a^3\sqrt{3}$. **B.** $9a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{10a^3}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Phương pháp: +Dựng được hình vẽ, xác định chiều dài đường cao SO.
Cách giải: +Gọi O là tâm hình chữ nhật.
$AC = BD = 5a$; $AO = 2,5a$.

Xét tam giác SOA vuông tại O ta có: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}a$.

$V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{5\sqrt{3}}{2}.a.3a.4a = 10a^3\sqrt{3}$.

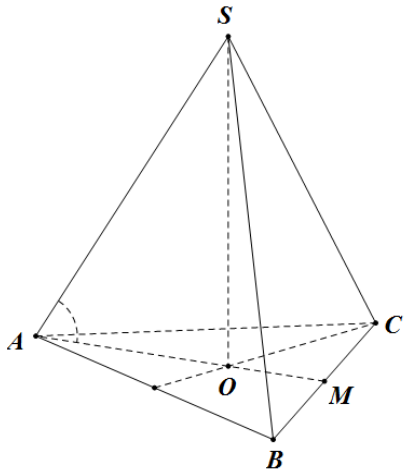
Câu 34. Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, góc giữa SA và đáy bằng 30^0. Thể tích khối chóp là.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{72}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.



Ta có OA là hình chiếu vuông góc của SA lên (ABC) nên $\left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \widehat{SAO} = 30^0$.

Tam giác ABC đều, cạnh a nên $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAO, ta có $\tan\widehat{SAO} = \frac{SO}{AO} = \frac{SO}{\frac{2}{3}AM} = \frac{3SO}{2AM}$.

$\Rightarrow SO = \frac{2AM\tan\widehat{SAO}}{3} = \frac{a}{3}$.

Thể tích $S.ABC$ là.

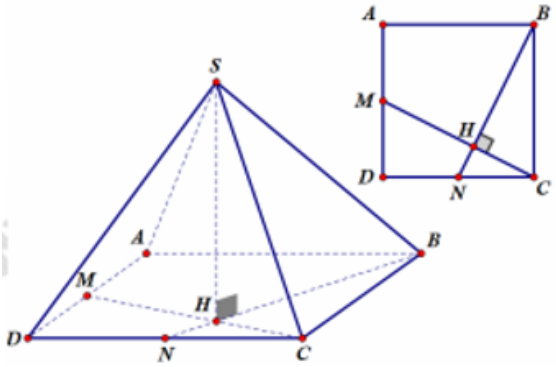
$V=\frac{1}{3}.\frac{a}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, DC. Hai mặt phẳng (SMC) và (SNB) cùng vuông góc với đáy. Cạnh bên SB hợp với đáy góc $60°$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{16\sqrt{15}}{5}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{15}}{15}a^3$. **C.** $\sqrt{15}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$H=NB\cap MC\rightarrow SH$ là giao tuyến của (SMC), (SNB).

Do giả thiết $\longrightarrow SH\perp(ABCD)$.

Góc $\widehat{(SB,(ABCD))}=\widehat{(SB,HB)}=\widehat{SBH}=60°$.

ΔBCN vuông tại C có $BN=\sqrt{BC^2+CN^2}=a\sqrt{5}$

$\longrightarrow HB=\frac{BC^2}{BN}=\frac{4a^2}{a\sqrt{5}}=\frac{4a\sqrt{5}}{5}$.

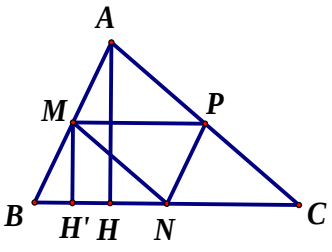
ΔSHB vuông tại H có $SH=HB.\tan 60°=\frac{4a\sqrt{5}}{5}\sqrt{3}=\frac{4a\sqrt{15}}{5}$.

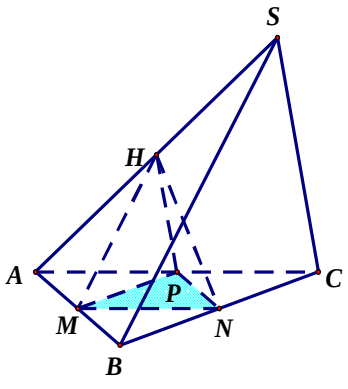
Câu 36. Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V. Gọi H, M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AB, BC, CA. Thể tích khối chóp $H.MNP$ là:

A. $\frac{3}{8}V$. **B.** $\frac{1}{12}V$. **C.** $\frac{1}{8}V$. **D.** $\frac{1}{16}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn C





.

Ta có : $d\left(H,\left(ABC\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(S,\left(ABC\right)\right)$.

$S_{\Delta MNP}=\frac{1}{2}MH'.MP=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}AH.\frac{1}{2}BC$.

$=\frac{1}{4}.S_{\Delta ABC}$.

Vậy $V_{H.MNP}=\frac{1}{3}S_{\Delta MNP}.d\left(H,\left(MNP\right)\right)$.

$=\frac{1}{3}.\frac{1}{4}S_{\Delta ABC}.\frac{1}{2}d\left(S,\left(ABC\right)\right)$.

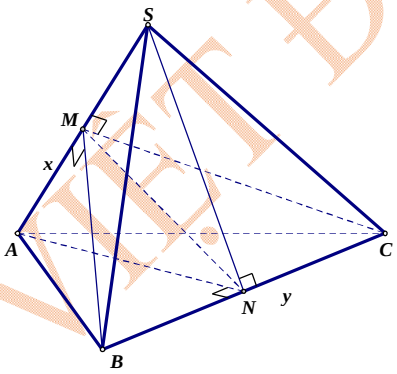
$=\frac{1}{8}.V$.

Câu 37. Cho x, y là các số thực dương. Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$, $BC=y$, các cạnh còn lại đều bằng 1. Khi x, y thay đổi, thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị lớn nhất là:

A. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC. Ta dễ dàng chứng minh được MN là đoạn vuông góc chung của SA và BC.

Suy ra $V_{S.ABC}=2V_{S.MBC}$.

Ta có $4MN^2=4MB^2-y^2$; $MB^2=1-\frac{x^2}{4}$.

Thay vào ta được $4MN^2=4MB^2-y^2=4-x^2-y^2\Rightarrow MN=\frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{2}$.

Vậy $V_{SABC}=2V_{S.MBC}=\frac{x}{3}.\frac{1}{2}MN.BC=\frac{1}{12}xy\sqrt{4-x^2-y^2}=\frac{1}{12}\sqrt{x^2.y^2\left(4-x^2+y^2\right)}$.

Theo bất đẳng thức trung bình cộng – trung bình nhân ta có $x^2.y^2\left(4-x^2-y^2\right)\le\left(\frac{4}{3}\right)^3=\frac{64}{27}$.

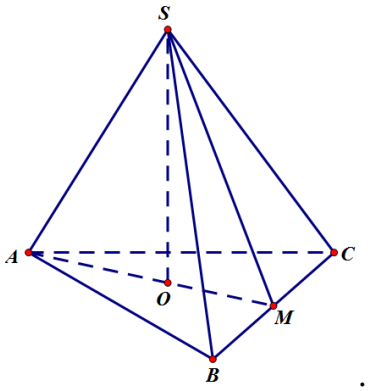
Vậy $V_{S.ABC}\le\frac{2\sqrt{3}}{27}$. Dấu bằng đạt được khi $x=y=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Một khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính thể tích của khối chóp đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều cạnh a tâm O, M là trung điểm BC.

Khi đó $\left(\widehat{(SBC);(ABC)}\right)=\widehat{SMA}$ và.

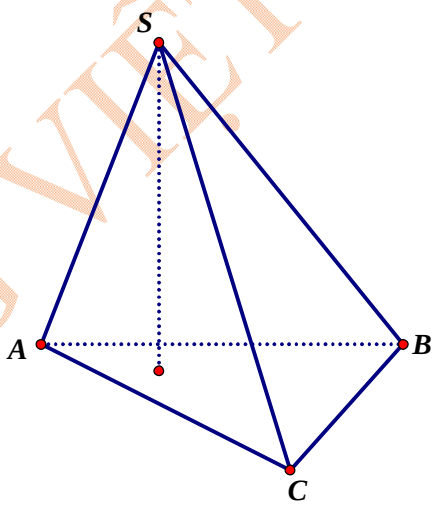
$$V_{SABC}=\frac{1}{3}SO.S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{12}SO.AB^2=\frac{\sqrt{3}}{12}OM.\tan 60^o.AB^2=\frac{1}{4}\frac{1}{3}AM.AB^2=\frac{1}{12}\frac{a\sqrt{3}}{2}a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\frac{\sqrt{3}a}{6}$. **B.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $h=\sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Do đáy là tam giác đều cạnh $2a$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Mà $V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h\Rightarrow h=\frac{3V}{S_{\Delta ABC}}=\frac{3a^3}{\sqrt{3}a^2}=\sqrt{3}a$.

Câu 40. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Tính thể tích khối chóp tứ giác $D.ABC'D'$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $V_{D.ABC'D'}=V_{D.ABD'}+V_{D.BC'D'}=V_{D'.ABD}+V_{B.DC'D'}=\frac{1}{2}\left(V_{D'.ABCD}+V_{B.DCC'D'}\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

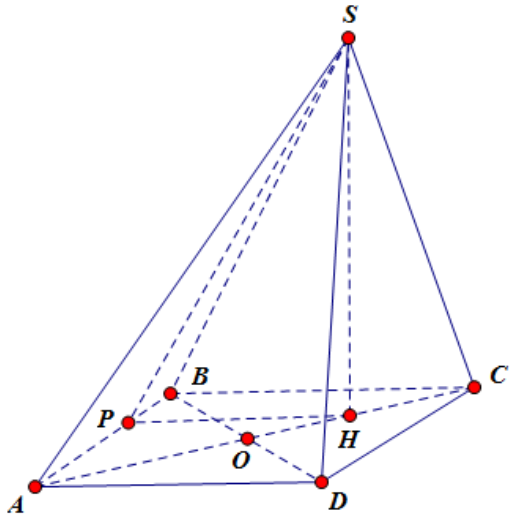
$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} + \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}\right) = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh OC. Góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính theo a thể tích V của hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của cạnh $OC \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HP \perp AB$ $(P \in AB)$, ta có $\begin{cases} AB \perp HP \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHP) \Rightarrow AB \perp SP$.

Do đó $\widehat{((SAB);(ABCD))} = \widehat{SPH} = 60^0 \Rightarrow \tan 60^0 = \frac{SH}{HP} = \sqrt{3} \Rightarrow SH = HP\sqrt{3}$.

Trên $(ABCD)$, ta có

$\begin{cases} HP \perp AB \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow HP // BC \Rightarrow \frac{HP}{BC} = \frac{AH}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow HP = \frac{3}{4}BC = \frac{3a}{4} \Rightarrow SH = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$.

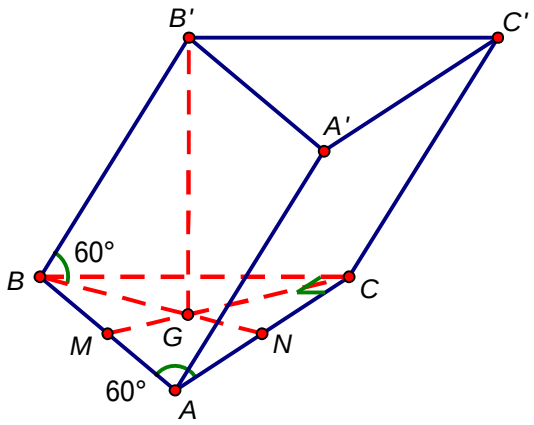
$\Rightarrow V = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{3a\sqrt{3}}{4}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 42. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, góc giữa đường thẳng BB' và (ABC) bằng $60°$, tam giác ABC vuông tại C và góc $\widehat{BAC} = 60°$. Hình chiếu vuông góc của điểm B' lên (ABC) trùng với trọng tâm của ΔABC. Thể tích của khối tứ diện $A'.ABC$ theo a bằng

A. $\frac{7a^3}{106}$. **B.** $\frac{15a^3}{108}$. **C.** $\frac{9a^3}{208}$. **D.** $\frac{13a^3}{108}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M, N là trung điểm của AB, AC
và G là trọng tâm của ΔABC.

$B'G \perp (ABC) \Rightarrow \left(\widehat{BB',(ABC)}\right) = \widehat{B'BG} = 60^0$.

$V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.B'G = \frac{1}{6}.AC.BC.B'G$

Xét $\Delta B'BG$ vuông tại G, có $\widehat{B'BG} = 60^0$

$\Rightarrow B'G = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. (nửa tam giác đều)

Đặt $AB = 2x$. Trong ΔABC vuông tại C có $\widehat{BAC} = 60^0$

$\Rightarrow$ tam giác ABC là nữa tam giác đều $\Rightarrow AC = \frac{AB}{2} = x,\ BC = x\sqrt{3}$

Do G là trọng tâm $\Delta ABC \Rightarrow BN = \frac{3}{2}BG = \frac{3a}{4}$.

Trong ΔBNC vuông tại C: $BN^2 = NC^2 + BC^2$

$$\Leftrightarrow \frac{9a^2}{16} = \frac{x^2}{4} + 3x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9a^2}{52} \Rightarrow x = \frac{3a}{2\sqrt{13}} \Rightarrow \begin{cases} AC = \frac{3a}{2\sqrt{13}} \\ BC = \frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{13}} \end{cases}$$

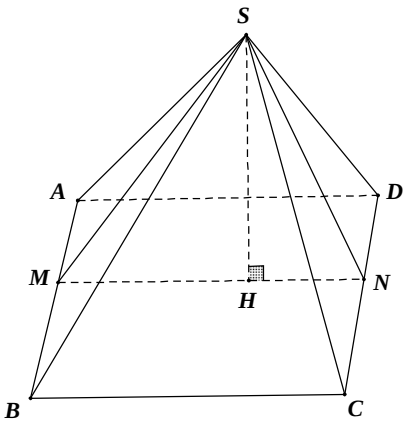
Vậy $V_{A'ABC} = \frac{1}{6}.\frac{3a}{2\sqrt{13}}.\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{13}}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{9a^3}{208}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân đỉnh S. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .Do $AB \perp (MN;SM) \Rightarrow AB \perp (SMN)$

Ta có $(SMN) \perp (ABCD)$ nên hình chiếu H của S lên mp $(ABCD)$ thuộc MN.

$SM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SN = \dfrac{a}{2}$, $MN = a$.

$SM^2 + SN^2 = \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = a^2 = MN^2$ nên tam giác SMN vuông tại S.

$SH.MN = SM.SN \Rightarrow SH = \dfrac{SM.SN}{MN} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a}{2}}{a} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

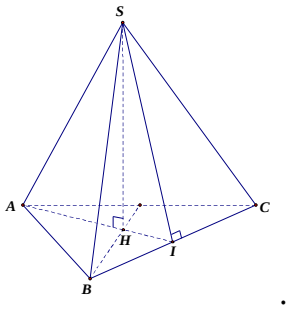
$V = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{4}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 44. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a. Mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60°. Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi các điểm như hình vẽ. Theo đề suy ra $\widehat{SIA} = 60^0$.

Ta có $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HI = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SH = \dfrac{a}{2}$.

Vậy $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $48cm^3$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh CC', BC, $B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'MNP$..

A. $V = 24cm^3$. **B.** $V = \dfrac{16}{3}cm^3$. **C.** $V = 8cm^3$. **D.** $V = 16cm^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}.48=16cm^3$..

Do đó $V_{A'.BCC'B'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A'.ABC}=48-16=32cm^3$..

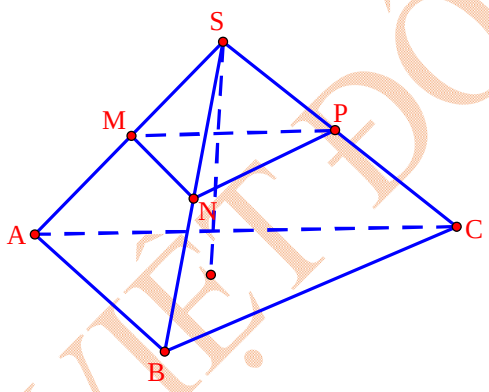
Mặt khác $S_{MNP}=\frac{1}{4}S_{BB'C'C}$. Nên $V_{A'.MNP}=\frac{1}{4}V_{A'.BB'C'C}=\frac{1}{4}.32=8cm^3$..

Câu 46. Cho hình chóp đều $SABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC. Dựng một hình trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP, một đáy thuộc mặt phẳng (ABC). Biết diện tích xung quanh của hình trụ bằng tổng diện tích hai đáy. Tính thể tích hình chóp $SABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$ **B.** $\frac{a^3}{12}$ **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Tam giác MNP có cạnh là $\frac{a}{2}$.

Đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP sẽ có bán kính $R=\frac{2}{3}\frac{a}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Gọi h là chiều cao lăng trụ

Do $S_{xq}=2S_d \Rightarrow 2\pi R.h=2.\pi R^2 \Rightarrow h=R \Rightarrow h=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Hình chóp có diện tích tam giác ABC là $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ và chiều cao là $2h=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $V_{SABC}=\frac{1}{3}\frac{\sqrt{3}}{4}a^2.\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^3}{12}$.

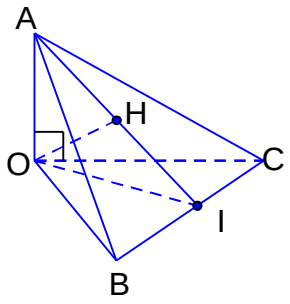
Câu 47. Cho tứ diện $OABC$ biết OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, biết $OA=3$, $OB=4$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng 6. Khi đó khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\frac{144}{\sqrt{41}}$. **B.** $\frac{12}{\sqrt{41}}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{41}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $V_{OABC}=\frac{1}{3}OC.S_{OAB}=\frac{1}{3}OC.\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{6}OC.OA.OB=6\Rightarrow OC=\frac{36}{OA.OB}=3$.

Vẽ $OI\perp BC$, $OH\perp AI$ suy ra: $OH\perp(ABC)\Rightarrow OH=d\left(O;(ABC)\right)$.

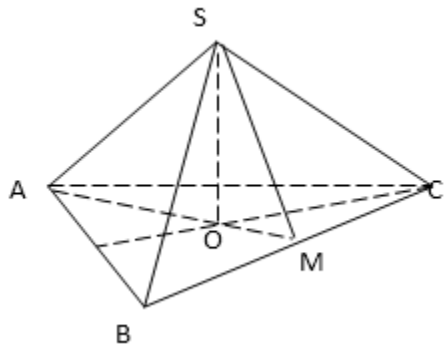
Lại có: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OI^2}+\frac{1}{OA^2}=\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}+\frac{1}{OA^2}=\frac{1}{4^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^2}=\frac{41}{144}\Rightarrow OH=\frac{12\sqrt{41}}{41}$.

Câu 48. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng:

A. $V=\frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



ABC đều cạnh $a\Rightarrow AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AO=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$SO^2=SA^2-AO^2=3a^2-\frac{a^2}{3}=\frac{8a^2}{3}$.

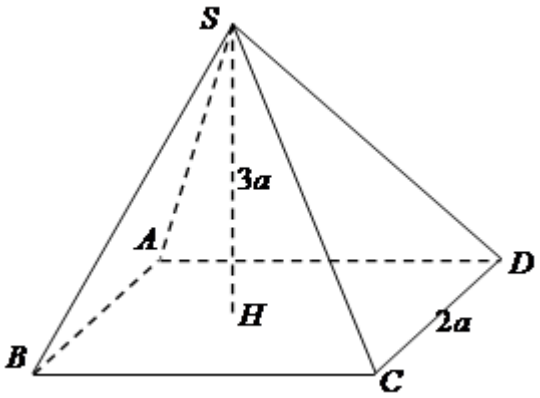
$V=\frac{1}{3}.\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a.\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{3}}{2}.a\Leftrightarrow V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Câu 49. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$

A. $V=12a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $S_d = (2a)^2 = 4a^2$.

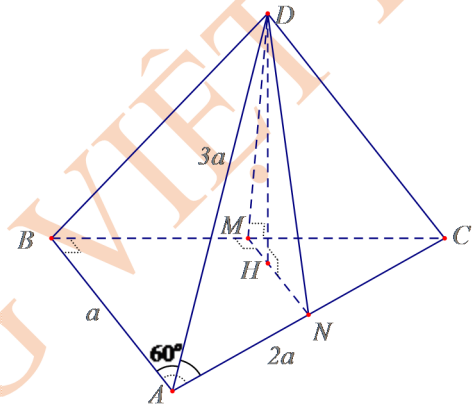
$V = \frac{1}{3} S_d.h = \frac{1}{3}.4a^2.3a = 4a^3$.

Câu 50. Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60°$, $AB = a$, $AC = 2a$, $AD = 3a$. Thể tích khối đa diện đó bằng.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $3\sqrt{2}a^3$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC\cos\widehat{BAC}} = a\sqrt{3}$ nên ΔABC vuông tại B.

Suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$..

Mặt khác $\begin{cases} BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB.AD\cos\widehat{BAD}} = a\sqrt{7} \\ CD = \sqrt{AC^2 + AD^2 - 2AC.AD\cos\widehat{CAD}} = a\sqrt{7} \end{cases}$ nên ΔBCD cân tại D.

Gọi M là trung điểm của BC, N là trung điểm AC.

Kẻ $DH \perp MN$ $(H \in MN)$.

Khi đó $DM \perp BC$, $NM \perp BC$ nên $BC \perp DH$.

Suy ra $DH \perp (ABC)$.

$MN = \frac{1}{2} AB = \frac{a}{2}$, $DM = \sqrt{DC^2 - MC^2} = \frac{5a}{2}$, $DN = \sqrt{AD^2 + AN^2 - 2AD.AN.\cos\widehat{DAN}} = a\sqrt{7}$.

$\cos\widehat{DNM} = \frac{DN^2 + MN^2 - DM^2}{2DN.MN} = \frac{1}{\sqrt{7}} \Rightarrow \sin\widehat{DNM} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$.

$DH = DN.\sin\widehat{DNM} = a\sqrt{6}$.

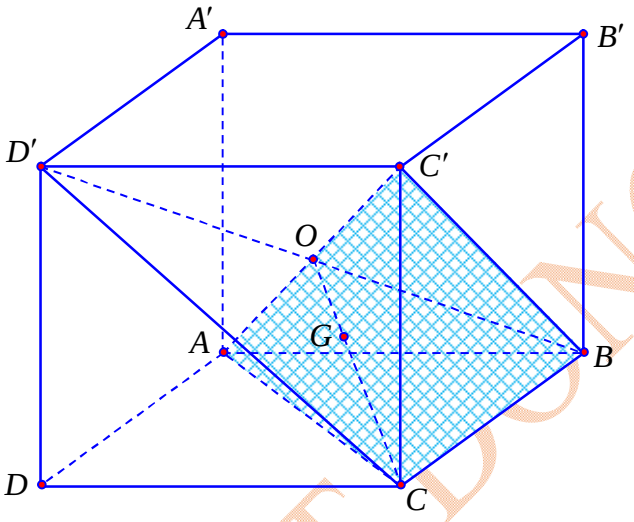
Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABC}.DH=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 51. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm tam giác BCD'. Thể tích V của khối chóp $G.ABC'$ là:

A. $V=\frac{1}{18}$. **B.** $V=\frac{1}{6}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

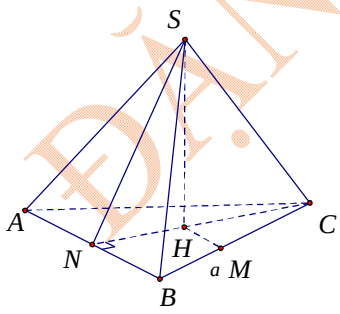


Gọi O là tâm hình hộp

Ta có G là trọng tâm tam giác $BCD'\Rightarrow\frac{GO}{CO}=\frac{1}{3}$ nên $V_{G.ABC'}=\frac{1}{3}V_{C.ABC}$.

Mà $V_{C.ABC'}=\frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{1}{6}$ nên $V_{G.ABC'}=\frac{1}{18}$.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC), (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là 30°, 45°, 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC.

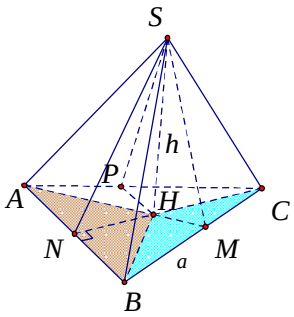


A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2(4+\sqrt{3})}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4(4+\sqrt{3})}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh BC, AB, AC; h là chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

Khi đó, $\widehat{SNH}=30^\circ$, $\widehat{SPH}=45^\circ$, $\widehat{SMH}=60^\circ$.

Mà $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta HAB}+S_{\Delta HAC}+S_{\Delta HBC}\Leftrightarrow\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{1}{2}a\left(HN+NM+HP\right)\Leftrightarrow HN+NM+HP=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Leftrightarrow\left(\tan 30^\circ+\tan 45^\circ+\tan 60^\circ\right)h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left(\tan 30^\circ+\tan 45^\circ+\tan 60^\circ\right)h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow\dfrac{4+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow h=\dfrac{3a}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2\left(4+\sqrt{3}\right)}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8\left(4+\sqrt{3}\right)}$.

Câu 53. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $36\,\text{cm}^3$. Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$.

A. $V=16\,\text{cm}^3$. **B.** $V=18\,\text{cm}^3$. **C.** $V=12\,\text{cm}^3$. **D.** $V=24\,\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi h là chiều cao của lăng trụ, $S=S_{A'B'C'D'}$.

Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'}=h.S$; $V=V_{M.A'B'C'D'}=\dfrac{1}{3}h.S=\dfrac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{3}=12\,\text{cm}^3$.

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC) biết đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AD=10$, $AB=10$, $BC=24$. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=1200$. **B.** $V=960$. **C.** $V=400$. **D.** $V=\dfrac{1300}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}AD.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}AD.\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{1}{6}AB.AD.BC=\dfrac{1}{6}10.10.24=400.$

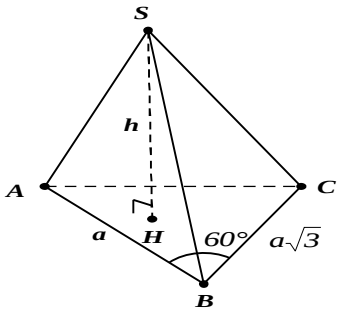
Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng a, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: Diện tích mặt đáy $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BA.BC.\sin\widehat{ABC}=\frac{1}{2}\cdot a.a\sqrt{3}.\sin 60^\circ=\frac{3a^2}{4}$.

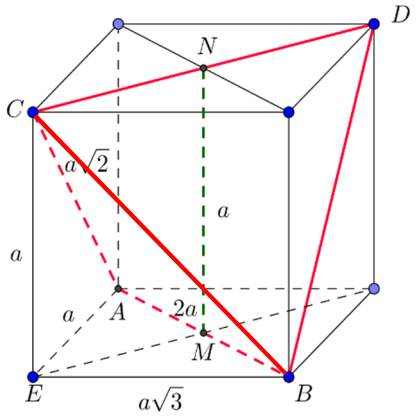
Thể tích là $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.h=\frac{1}{3}\cdot\frac{3a^2}{4}\cdot a=\frac{a^3}{4}$.

Câu 56. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=2a$ và $AC=a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết $MN=a$ và MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Dựng hình hộp chữ nhật chứa tứ diện $ABCD$ như hình vẽ.

Ta có: $AE=\sqrt{AC^2-DE^2}=a$

$BC=\sqrt{AB^2-AE^2}=a\sqrt{3}$

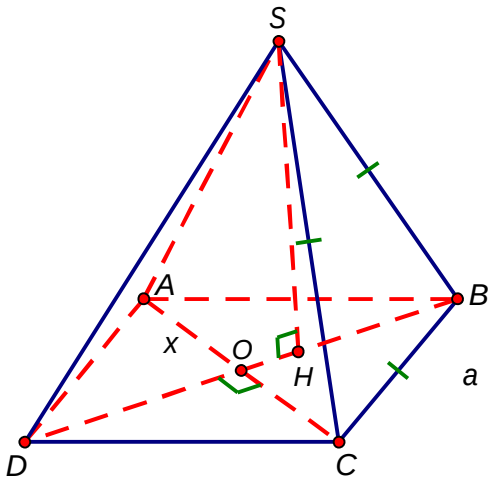
Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}V=\frac{1}{3}.a.a.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 57. Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. $SA=SB=SC=a$, Cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Khi SD thay đổi thi AC thay đổi. Đặt $AC = x$. Gọi $O = AC \cap BD$.
Vì $SA = SB = SC$ nên chân đường cao SH trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow H \in BO$.

Ta có $OB = \sqrt{a^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{4a^2 - x^2}{4}} = \frac{\sqrt{4a^2 - x^2}}{2}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}OB.AC = \frac{1}{2}x.\frac{\sqrt{4a^2 - x^2}}{2} = \frac{x\sqrt{4a^2 - x^2}}{4}$$

$$HB = R = \frac{a.a.x}{4S_{ABC}} = \frac{a^2 x}{4.\frac{x\sqrt{4a^2 - x^2}}{4}} = \frac{a^2}{\sqrt{4a^2 - x^2}}.$$

$$SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^4}{4a^2 - x^2}} = \frac{a\sqrt{3a^2 - x^2}}{\sqrt{4a^2 - x^2}}$$

$$V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2.\frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3a^2 - x^2}}{\sqrt{4a^2 - x^2}}.\frac{x\sqrt{4a^2 - x^2}}{4}$$

$$= \frac{1}{3}a\left(x.\sqrt{3a^2 - x^2}\right) \le \frac{1}{3}a\left(\frac{x^2 + 3a^2 - x^2}{2}\right) = \frac{a^3}{2}$$

Câu 58. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Tính thể tích khối chóp tứ giác $D.ABC'D'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $V_{D.ABC'D'} = V_{D.ABD'} + V_{D.BC'D'} = V_{D'.ABD} + V_{B.DC'D'} = \frac{1}{2}\left(V_{D'.ABCD} + V_{B.DCC'D'}\right)$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} + \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}\right) = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3}{3}$$

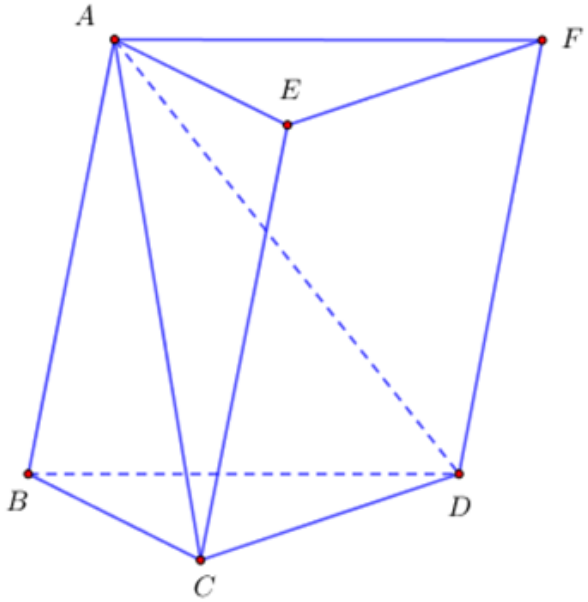
Câu 59. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 6(\text{cm})$, khoảng cách giữa AB và CD bằng $12(\text{cm})$, góc giữa AB và CD bằng $30°$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $60(\text{cm}^3)$. **B.** $32(\text{cm}^3)$. **C.** $36(\text{cm}^3)$. **D.** $25(\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựng hình lăng trụ $AEF.BCD$ suy ra $EC = AB = CD = 6(\text{cm})$

Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng góc giữa EC và CD và bằng $30°$

Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng $(CDFE)$

Ta có $d(AB,CD) = d(AB,(CDFE)) = d(A,(CDEF)) = AH = 12(\text{cm})$.

Suy ra $V_{A.CDFE} = \frac{1}{3}AH.S_{CDFE} = \frac{1}{3}.12.EC.CD.\sin(\widehat{EC,CD}) = 72(\text{cm}^3)$.

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3}V_{AEF.BCD}$, mặt khác $V_{ABCD} + V_{A.CDFE} = V_{AEF.BCD}$.

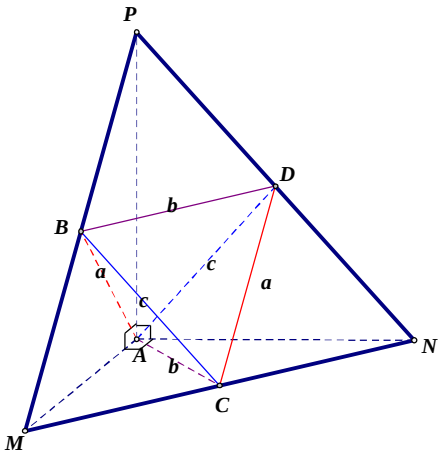
Suy ra $V_{ABCD} = \frac{1}{2}V_{A.CDFE} = 36(\text{cm}^3)$.

Câu 60. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 4$; $AC = BD = 5$; $AD = BC = 6$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{45\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{15\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{15\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{45\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Xét bài toán tổng quát như hình vẽ. Trong mặt phẳng (BCD) dựng tam giác MNP sao cho B, C, D theo thứ tự là trung điểm của các cạnh PM, MN và NP.

Khi đó $MN = 2b$, $NP = 2c$, $MP = 2a$.

Đặt $AP=z$, $AM=x$, $AN=y$, áp dụng công thức đường trung tuyến ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}4a^2=2\left(x^2+z^2\right)-4a^2\\4b^2=2\left(x^2+y^2\right)-4b^2\\4c^2=2\left(y^2+z^2\right)-4c^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=2\left(a^2+b^2-c^2\right)\\y^2=2\left(c^2+b^2-a^2\right)\\z^2=2\left(a^2+c^2-b^2\right)\end{cases}.$$

Xét tam giác AMN có $AM^2+AN^2=MN^2$ suy ra tam giác vuông tại đỉnh A.

Tương tự các tam giác khác ta được tứ diện $AMNP$ là tứ diện vuông tại A.

Suy ra $V_{ABCD}=\frac{1}{4}V_{AMPN}=\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.AM.AN.AP=\frac{\sqrt{2}}{12}.\sqrt{\left(a^2+b^2-c^2\right)\left(c^2+b^2-a^2\right)\left(a^2+c^2-b^2\right)}$.

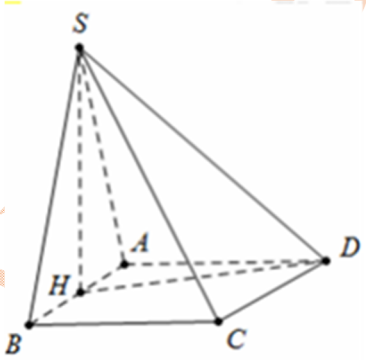
Áp dụng vào ta được $V_{ABCD}=\frac{15\sqrt{6}}{4}$.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu S lên đáy là trung điểm H cạnh AB; góc tạo bởi SD và đáy là $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

A. Đáp án khác. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{13}}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\widehat{SDH}=60°\Rightarrow\tan 60°=\frac{SH}{HD}=\sqrt{3}$.

Cạnh $HD=\sqrt{3a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{13}}{2}\Rightarrow SH=\frac{a\sqrt{39}}{2}$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{39}}{2}a^2\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{13}}{2}$.

Câu 62. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V, nếu giữ nguyên chiều cao và tăng các cạnh đáy lên 3 lần thì thể tích khối chóp thu được là

A. $12V$ **B.** $3V$ **C.** $6V$ **D.** $9V$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh của ΔABC. Đặt $p=\frac{3(a+b+c)}{2}$

thì $S_1=\sqrt{3.\frac{a+b+c}{2}.3(p-a).3(p-b).3(p-c)}=9S_{ABC}$

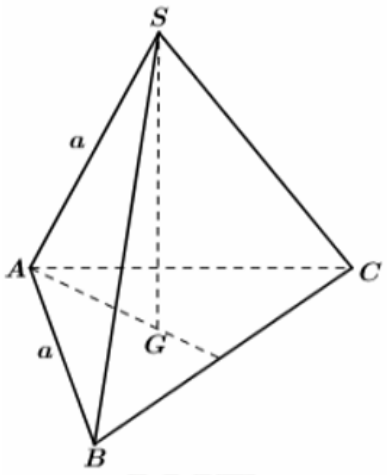
$\Rightarrow$ Thể tích khối chóp thu được là $9V$.

Câu 63. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a. Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SG\perp(ABC)$

$AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $SG=\sqrt{SA^2-AG^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

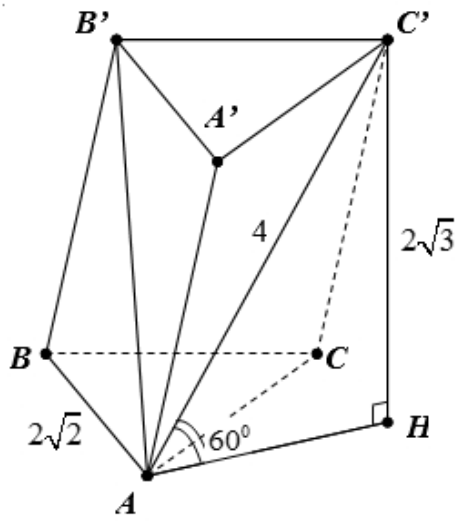
$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SG=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 64. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$ và $AC'=4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V=\dfrac{8}{3}$. **B.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{16}{3}$. **D.** $V=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Phân tích: Tính thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ bằng thể tích khối của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trừ đi thể tích của khối chóp $A.A'B'C'$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Giả sử đường cao của lăng trụ là $C'H$.

Khi đó góc giữa AC' mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{C'AH}=60°$.

Ta có:

$\sin 60°=\dfrac{C'H}{AC'}\Rightarrow C'H=2\sqrt{3};S_{\Delta ABC}=4$.

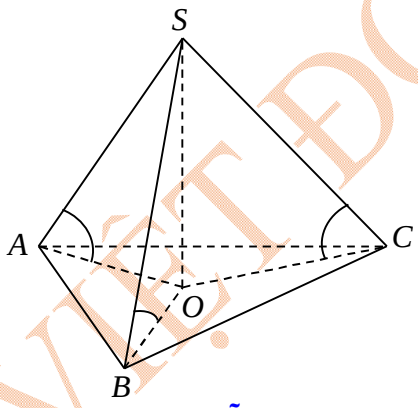
$V_{ABC.A'B'C'}=C'H.S_{\Delta ABC}=2\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}.\left(2\sqrt{2}\right)^2=8\sqrt{3}$.

$V_{A.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}C'H.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

$V_{ABB'C'C}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}=8\sqrt{3}-\dfrac{8\sqrt{3}}{3}=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 65. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao hình chóp là $a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{6}$.



Hướng dẫn giải

Chọn B

Tam giác ABC đều có cạnh đáy bằng a nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

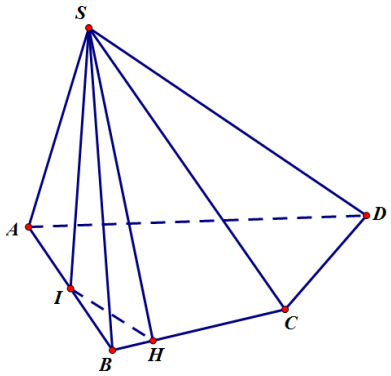
Câu 66. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD), (SDA) với mặt đáy lần lượt là $90°$, $60°$, $60°$, $60°$. Biết rằng tam giác SAB vuông cân tại S, $AB=a$ và chu vi tứ giác $ABCD$ là $9a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi I là trung điểm AB. Tam giác SAB vuông cân tại S nên $SI \perp AB$ và $SI = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SI \perp (ABCD)$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} SI.S_{ABCD}$.

Kẻ $IH \perp BC$ ta có góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SHI}$

Do các mặt (SBC), (SCD), (SDA) tạo với $(ABCD)$ các góc bằng nhau và bằng $60°$ nên các khoảng cách từ I đến các cạnh CD, DA bằng nhau và bằng IH. Ta có $\widehat{SIH} = 60°$ nên $IH = SI.\cot 60° = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(BC + CD + DA).HI = \frac{1}{2}(9a - AB).\frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{2a^2\sqrt{6}}{3}$.

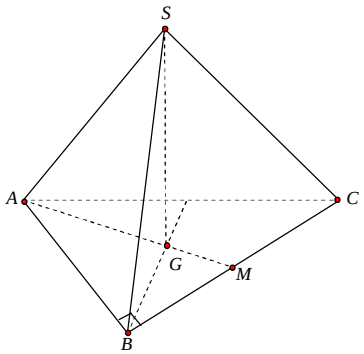
Vậy $V = \frac{1}{3} SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{2}}{2}\frac{2a^2\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 67. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA = 2a$ $(a > 0)$; SA tạo với mặt phẳng (ABC) góc $30°$. Tam giác ABC vuông cân tại B, G là trọng tâm tam giác ABC. Hai mặt phẳng (SGB), (SGC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{81a^3}{10}$. **B.** $\frac{27a^3}{10}$. **C.** $\frac{9a^3}{10}$. **D.** $\frac{9a^3}{40}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$$\begin{cases} (SGB) \perp (ABC) \\ (SGC) \perp (ABC) \\ (SGB) \cap (SGC) = SG \end{cases} \Leftrightarrow SG \perp (ABC).$$

Hình chiếu của SA lên (ABC) là AG.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\widehat{\left[SA,(ABC)\right]}=\widehat{[SA,AG]}=\widehat{SAG}=30^0$.

$SG=SA.\sin 30°=2a.\dfrac{1}{2}=a$.

$AG=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

$AM=\dfrac{3}{2}AG=\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$.

Có: $AB^2+BM^2=AM^2\Leftrightarrow\dfrac{5}{4}AB^2=\dfrac{27a^2}{4}\Leftrightarrow AB=\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}$.

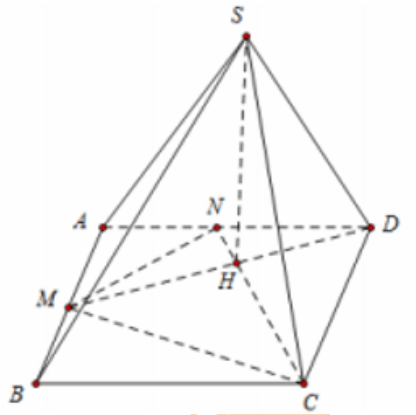
$V_{SABC}=\dfrac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}a.\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3a\sqrt{15}}{5}\right)^2=\dfrac{9a^3}{10}$.

Câu 68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{5}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD là giao điểm của CN và DM. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SH=2a\sqrt{3}$. Thể tích của $S.CDNM$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{25a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{25a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $S_{ABCD}=AB^2=5a^2$.

Mặt khác $S_{AMN}=\dfrac{AN^2}{2}=\dfrac{5a^2}{8};S_{MBN}=\dfrac{5a^2}{4}$

Do đó $S_{DNMC}=S_{ABCD}-S_{AMN}-S_{MBC}=\dfrac{25a^2}{8}$

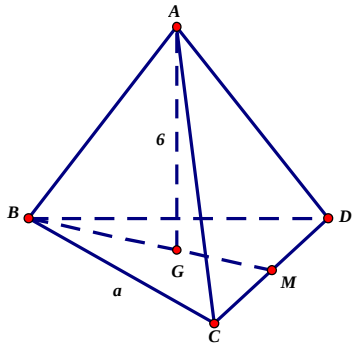
Suy ra $V_{S.CDNM}=\dfrac{1}{3}S_{CDNM}.SH=\dfrac{25a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 69. Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=5\sqrt{3}$. **D.** $V=27\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi cạnh của tứ diện đều $ABCD$ là a.

Gọi M là trung điểm cạnh CD và G là trọng tâm tam giác BCD.

Ta có $AG^2+BG^2=AB^2\Leftrightarrow 6^2+\left(\frac{2}{3}BM^2\right)=a^2\Leftrightarrow 36+\left(\frac{2}{3}.a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=a^2\Rightarrow a=3$.

Khi đó $S_{\Delta BCD}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V=\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}.AG=\frac{1}{3}.\frac{9\sqrt{3}}{4}.6=\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 70. Cho khối tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, AC, AD đôi một vuông góc và có thể tích bằng V. Gọi S_1, S_2, S_3 theo thứ tự là diện tích các tam giác ABC, ACD, ADB. Khi đó khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $V=\frac{\sqrt{S_1S_2S_3}}{6}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{6}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{S_1S_2S_3}}{3}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V=\frac{1}{3}.AB.\frac{1}{2}AD.AC=\frac{1}{6}.\sqrt{8.\frac{1}{8}.AB^2.AD^2.AC^2}=\frac{1}{6}.\sqrt{8.\frac{1}{2}.AB.AC.\frac{1}{2}.AD.AC.\frac{1}{2}.AB.AD}=\frac{\sqrt{8S_1S_2S_3}}{6}$

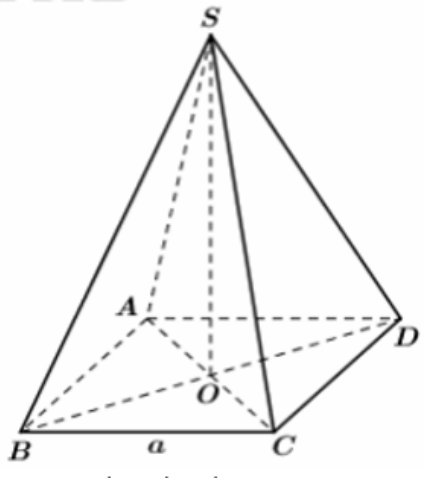
$\Rightarrow V=\frac{\sqrt{2S_1S_2S_3}}{3}$.

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, độ dài cạnh đáy bằng a, góc $\widehat{BAC}=60°$. SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có ΔABC có $AB=BC=a,\widehat{BAC}=60°$

$\Rightarrow \Delta ABC$ đều; $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SO=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

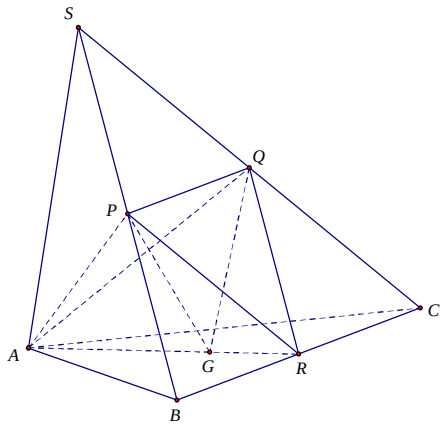
Câu 72. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SC và G là trọng tâm tam giác ABC. Tính thể tích của hình chóp $G.APQ$ theo V.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{1}{12}V$. **B.** $\frac{1}{6}V$. **C.** $\frac{3}{8}V$.. **D.** $\frac{1}{8}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi R là trung điểm của BC, ta có $\frac{V_{A.PQR}}{V_{S.ABC}}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow V_{A.PQR}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}$.

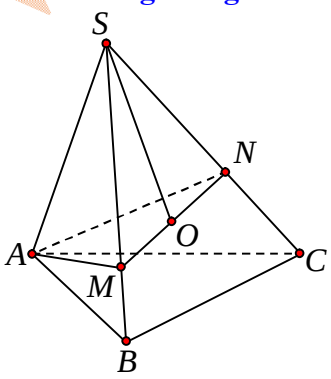
Mặt khác ta lại có $\frac{V_{G.APQ}}{V_{A.PQR}}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow V_{G.APQ}=\frac{2}{3}V_{A.PQR}$.

Vậy $V_{G.APQ}=\frac{2}{3}.\frac{1}{4}V_{S.ABC}=\frac{1}{6}V$.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=60°$, $\widehat{ASC}=90°$, $\widehat{CSB}=120°$ và $SA=1$, $SB=2$, $SC=3$. Khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải



Chọn B

Lấy M là trung điểm của SB và lấy $N\in SC$ sao cho $SN=1$. Ta có $SA=SM=SN=1$ nên hình chiếu vuông góc của S lên (AMN) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN.

Ta có: $AM=1$ vì tam giác SAM đều (cân tại S và có một góc bằng $60°$)

$AN=\sqrt{2}$ vì là cạnh huyền của tam giác vuông SAN có cạnh góc vuông bằng 1.

$MN=\sqrt{SM^2+SN^2-2SM.SN.\cos 120°}=\sqrt{3}$

Dễ đánh giá được tam giác AMN vuông tại A nên có $S_{AMN}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$OA=\dfrac{AM.AN.MN}{4.S_{AMN}}=\dfrac{\sqrt{2}.\sqrt{3}}{4.\dfrac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Suy ra $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{1-\dfrac{3}{4}}=\dfrac{1}{2}$

Suy ra $V_{S.AMN}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$

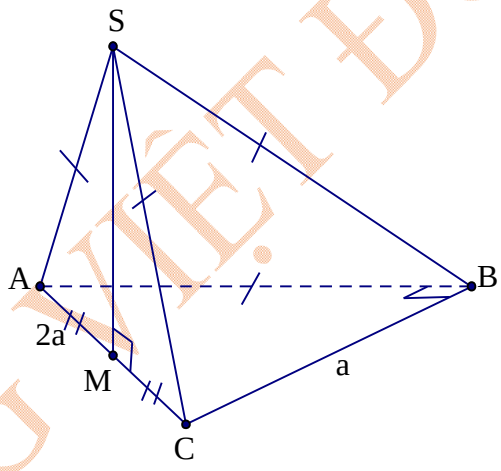
Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{1}{1}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}$ suy ra $V_{S.ABC}=6.V_{S.AMN}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 74. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, $BC=a$, $AC=2a$, tam giác SAB là tam giác đều. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AC. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{\sqrt{6}}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{\sqrt{6}}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Tam giác ABC vuông tại B: $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=a\sqrt{3}$.

Tam giác SAB đều nên $SA=AB=a\sqrt{3}$.

Tam giác SAM vuông tại M nên: $SM=\sqrt{SA^2-AM^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SM\ \ d=\dfrac{a^3}{\sqrt{6}}$.

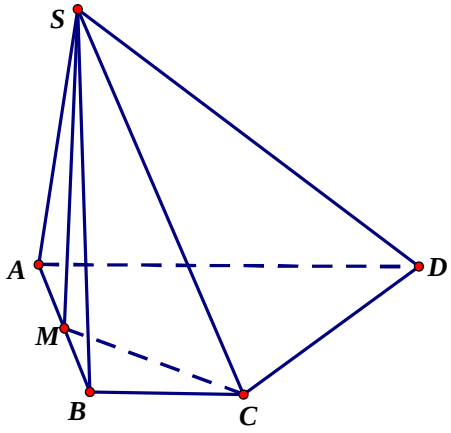
Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm cạnh AB. Biết rằng $SC=a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi M là trung điểm AB. Ta có: $MC=\sqrt{BC^2+MB^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$ suy ra $SM=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

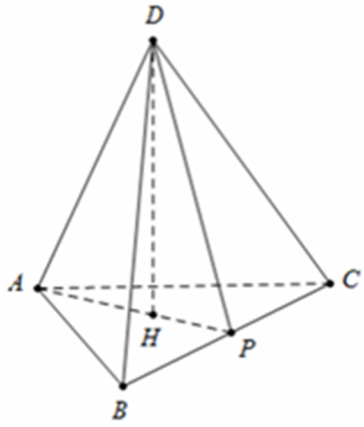
Nên $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{15}}{2}.\dfrac{(a+2a)a}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{4}$.

Câu 76. Cho khối tứ diện $ABCD$ có ABC và BCD là các tam giác đều cạnh a. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ theo a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Kẻ $DH\perp(ABC)$ tại H mà $DB=DC\Rightarrow HB=HC$.

Gọi $P=AH\cap BC\Rightarrow P$ là trung điểm của cạnh BC

$\Rightarrow \widehat{APD}=60°\Rightarrow \sin 60°=\dfrac{DH}{DP}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Mà $DP=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow DH=\dfrac{3a}{4}$

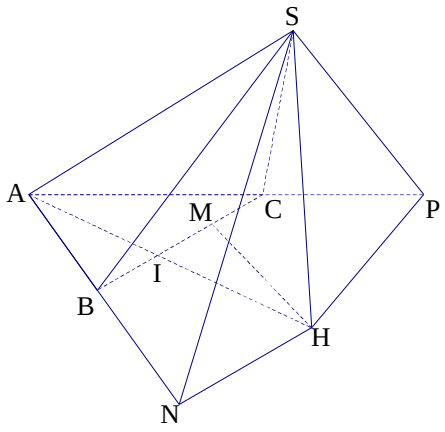
$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{4}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 77. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3, BC=4, AC=5$. Các mặt bên $(SAB),(SAC),(SBC)$ đều cùng hợp với mặt đáy (ABC) một góc $60°$ và hình chiếu H của S lên (ABC) nằm khác phía với A đối với đường thẳng BC. Thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC}=2\sqrt{3}$. **B.** $V_{S.ABC}=4\sqrt{3}$. **C.** $V_{S.ABC}=6\sqrt{3}$. **D.** $V_{S.ABC}=12\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M, N, P là hình chiếu của H lên CB, BA, AC.

Ta có $\Delta SHM = \Delta SHN = \Delta SHP \Rightarrow HM = HN = HP$.

Theo bài ra ta có H là tâm đường tròn bàng tiếp ΔABC.

Ta có ΔABC vuông tại $B \Rightarrow BMHN$ là hình vuông.

Gọi $I = AH \cap BC$.

$\frac{BI}{IC} = \frac{3}{5} \Rightarrow BI = \frac{3}{8}BC = \frac{3}{2}$.

Ta có $\frac{BI}{AB} = \frac{NH}{AN} = \frac{1}{2} \Rightarrow B$ là trung điểm của $AN \Rightarrow HN = AB = 3$.

$\Rightarrow SH = HN.\tan 60° = 3\sqrt{3}$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = 6 \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = 6\sqrt{3}$.

Câu 78. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có chiều rộng $2a$, chiều dài $3a$. Chiều cao của khối chóp là $4a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ tính theo a là.

A. $V = 9a^3$. **B.** $V = 8a^3$. **C.** $V = 24a^3$. **D.** $V = 40a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{\Delta ABCD} = \frac{1}{3}4a.2a.3a = 8a^3$.

Câu 79. Khối chóp $O.ABC$ có $OB = OC = a$, $\widehat{AOB} = \widehat{AOC} = 45°$, $\widehat{BOC} = 60°$, $OA = a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối tứ diện $O.ABC$ bằng:

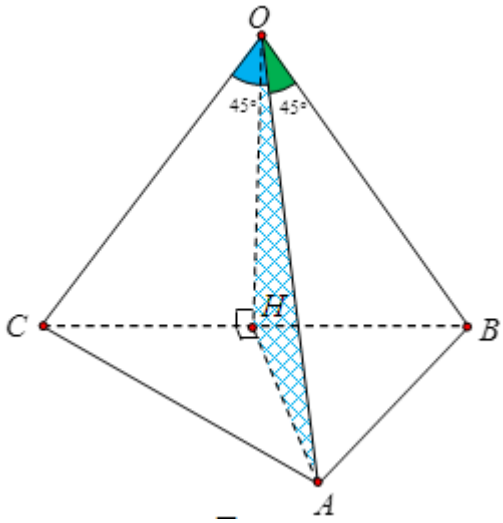
A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^2}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



❍ Tam giác OBC có $OB=OC=a$, $\widehat{BOC}=60^\circ \Rightarrow OBC$ là tam giác đều $\Rightarrow BC=a$.
❍ Tam giác OAC và OAB bằng nhau $\Rightarrow AB=AC$
❍ Áp dụng định lí cosin trong tam giác OAB ta có:
$AB^2=OA^2+OB^2-2.OA.OB.\cos 45^\circ \Leftrightarrow AB^2=a^2 \Leftrightarrow AB=AC=a$.
Khi đó tam giác ABC đều.

Gọi H là trung điểm BC thì $OH=AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\cos\widehat{OHA}=\dfrac{OH^2+AH^2-OA^2}{2.AH.OH}=\dfrac{-1}{3}$

$\Rightarrow \sin\widehat{OHA}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow S_{OAH}=\dfrac{1}{2}OH.AH.\sin\widehat{OHA}=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Ta có $\begin{cases} BC\perp OH \\ BC\perp AH \end{cases} \Rightarrow BC\perp (OAH)$.

$V_{O.ABC}=2V_{B.OAH} \Leftrightarrow V_{O.ABC}=2.\dfrac{1}{3}.BH.S_{OAH} \Leftrightarrow V_{O.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Cách 2: Áp dụng công thức giải nhanh

Khối tứ diện $OABC$ có $\begin{cases} OA=a, OB=b, OC=c \\ \widehat{AOB}=\alpha, \widehat{AOC}=\beta, \widehat{BOC}=\gamma \end{cases}$ thì

$V_{OABC}=\dfrac{abc}{6}\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\gamma+2\cos\alpha.\cos\beta.\cos\gamma}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

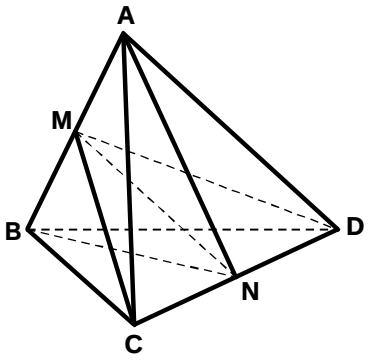
Câu 80. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=2a$ và $AC=a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết $MN=a$ và MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD. Tính thể tích tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $MN = NC = ND = a$, mà MN vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến của $\Delta CMD \Rightarrow \Delta CMD$ vuông cân tại $M \Rightarrow MC = MD = a\sqrt{2}$.

Lại có $MN = MA = MB = a$, mà MN vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến của $\Delta ANB \Rightarrow \Delta ANB$ vuông cân tại $N \Rightarrow AN = NB = a\sqrt{2}$.

Do CM là đường trung tuyến của ΔACB nên $CM^2 = \dfrac{CA^2 + CB^2}{2} - \dfrac{AB^2}{4}$.

$\Leftrightarrow \left(a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + CB^2}{2} - \dfrac{(2a)^2}{4} \Leftrightarrow BC = 2a$.

AN là đường trung tuyến của ΔACD nên

$AN^2 = \dfrac{AC^2 + AD^2}{2} - \dfrac{CD^2}{4} \Leftrightarrow \left(a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + AD^2}{2} - \dfrac{(2a)^2}{4}$.

$\Leftrightarrow AD = 2a = BC$.

BN là đường trung tuyến của ΔBCD nên

$BN^2 = \dfrac{BC^2 + BD^2}{2} - \dfrac{CD^2}{4} \Leftrightarrow \left(a\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{(2a)^2 + BD^2}{2} - \dfrac{(2a)^2}{4}$.

$\Leftrightarrow BD = a\sqrt{2} = AC$.

Công thức cần nhớ: Nếu tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a, AC = BD = b, AD = BC = c$ thì thể tích của nó được tính bởi công thức: $V_{ABCD} = \dfrac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{\left(a^2 + b^2 - c^2\right)\left(b^2 + c^2 - a^2\right)\left(c^2 + a^2 - b^2\right)}$.

Áp dụng công thức trên, ta có:

$V_{ABCD} = \dfrac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{\left((2a)^2 + (2a)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2\right)\left((2a)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 - (2a)^2\right)\left((2a)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 - (2a)^2\right)}$

$= \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 6$, $AC = 4$; ABC là tam giác vuông cân tại B. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{16\sqrt{7}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{16\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = 16\sqrt{7}$. **D.** $V = 16\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC).

Ta có $\Delta SHA = \Delta SHB = \Delta SHC$.

$\Rightarrow HA = HB = HC$.

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

$\Rightarrow H$ là trung điểm của AC.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AC.BH=4$.

$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=4\sqrt{2}$.

$v=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH=\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Các mặt bên (SAB), (SAC), (SBC) lần lượt tạo với đáy các góc lần lượt là $30°,45°,60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC) nằm bên trong tam giác ABC.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{(4+\sqrt{3})}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4(4+\sqrt{3})}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2(4+\sqrt{3})}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABC).

Kẻ $HD\perp AB(D\in AB), HE\perp AC(E\in AC), HF\perp BC(E\in BC)$.

Khi đó ta có $HD=\frac{SH}{\tan 30^0}=SH\sqrt{3}, HE=\frac{SH}{\tan 45^0}=SH, HF=\frac{SH}{\tan 60^0}=\frac{SH}{\sqrt{3}}$.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ suy ra $\frac{1}{2}SH\left(1+\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\Leftrightarrow SH=\frac{3a}{2(4+\sqrt{3})}$.

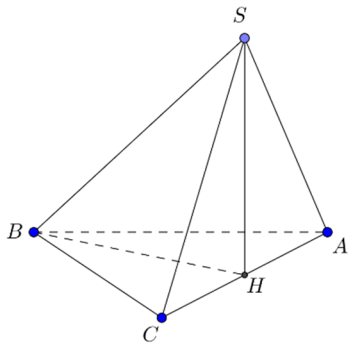
Vậy $V=\frac{1}{3}.\frac{3a}{2(4+\sqrt{3})}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8(4+\sqrt{3})}$.

Câu 83. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=6$, $AC=4$; ABC là tam giác vuông cân tại B. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=16\sqrt{2}$. **B.** $V=\frac{16\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=16\sqrt{7}$. **D.** $V=\frac{16\sqrt{7}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AC, suy ra: $HA=HB=HC$. Mà $SA=SB=SC=6$ nên SH là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Do đó: $SH\perp(ABC)$ tại H.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AC.BH=4$; $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=4\sqrt{2}$

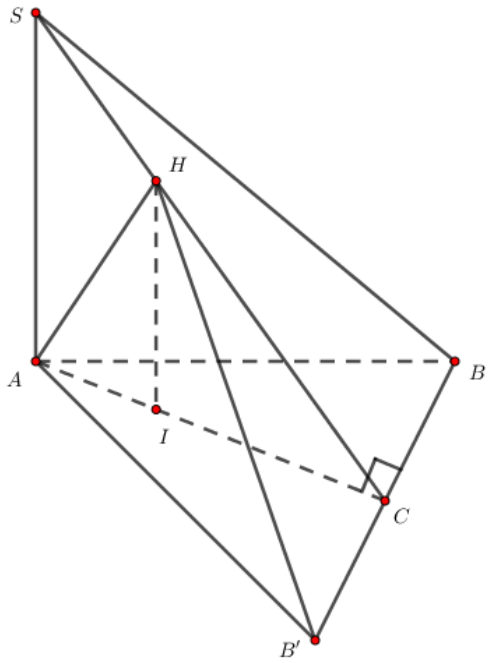
$V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH=\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=2a$, tam giác ABC vuông tại C, $AB=2a$, $\widehat{CAB}=30^\circ$. Gọi H là hình chiếu của A trên SC, B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng (SAC). Thể tích của khối chóp $H.AB'B$ bằng

A. $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\dfrac{6a^3\sqrt{3}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Xét tam giác ABC ta có $\cos\widehat{CAB}=\dfrac{AC}{AB}\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$ và $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=a$.

Xét tam giác SAC ta có $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=a\sqrt{7}$ và $HC.SC=AC^2\Rightarrow HC=\dfrac{AC^2}{SC}=\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$

Xét tam giác SAC ta có $\sin\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{SC}\ (1)$

Xét tam giác HIC ta có $\sin\widehat{HCI}=\dfrac{HI}{HC}\ (2)$

Từ (1) và (2) ta có $HI=\dfrac{SA.HC}{SC}=\dfrac{6a}{7}$.

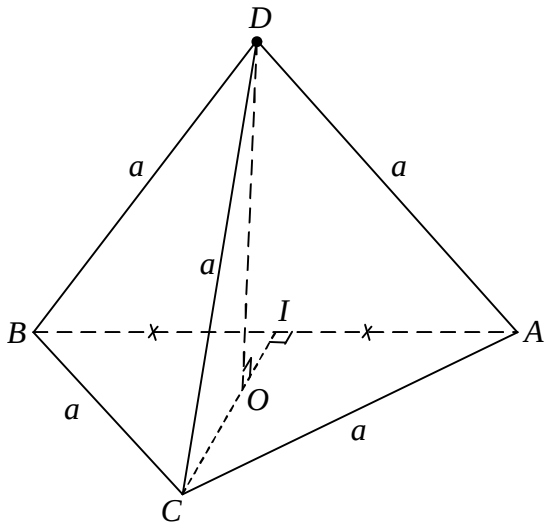
Ta có $V_{H.AB'B}=\dfrac{1}{3}HI.S_{AB'B}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{6a}{7}.\dfrac{1}{2}AC.BB'=\dfrac{1}{3}.\dfrac{6a}{7}.\dfrac{1}{2}.a\sqrt{3}.2a=\dfrac{2\sqrt{3}}{7}a^3$.

Câu 85. Cho tứ diện $ABCD$ có độ dài cạnh AB thay đổi và $AB=x$, các cạnh còn lại bằng a không đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

A. $\dfrac{3a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là hình chiếu của D lên mặt phẳng (ABC) và I là trung điểm của AB

Do $DA=DB=DC=a \Rightarrow OA=OB=OC \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

$\Rightarrow O$ nằm trên đường trung trực CI

Xét $\Delta \perp ACI$ có : $CI=\sqrt{AC^2-AI^2}=\sqrt{a^2-\frac{x^2}{4}}=\frac{\sqrt{4a^2-x^2}}{2}$

$\Rightarrow S_{ABC}=\frac{1}{2}CI.AB=\frac{x\sqrt{4a^2-x^2}}{4}$

Xét ΔABC có : $R=\frac{AB.AC.BC}{4S}=\frac{a^2}{\sqrt{4a^2-x^2}} \Rightarrow CO=\frac{a^2}{\sqrt{4a^2-x^2}}$

Xét ΔDOC có : $DO=\sqrt{DC^2-CO^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^4}{4a^2-x^2}}=\frac{a\sqrt{3a^2-x^2}}{\sqrt{4a^2-x^2}}$

Vậy $V_{D.ABC}=\frac{1}{3}DO.S_{ABC}=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3a^2-x^2}}{\sqrt{4a^2-x^2}}.\frac{x\sqrt{4a^2-x^2}}{4}=\frac{a}{12}.x\sqrt{3a^2-x^2} \le \frac{a}{12}.\frac{x^2+3a^2-x^2}{2}$

$=\frac{a^3}{8}$.

Vậy $(V_{ABCD})_{\max}=\frac{a^3}{8}$.

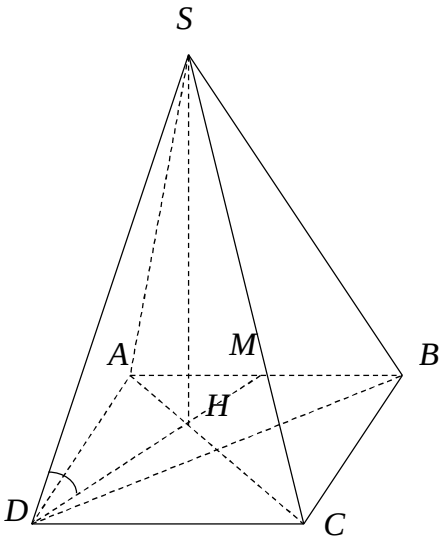
Câu 86. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu của S lên mặt phẳng đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABD. Cạnh SD tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có : $DM=\sqrt{AD^2+AM^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow DH=\frac{2}{3}DM=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{5}}{2}=\frac{a\sqrt{5}}{3}$

$\Rightarrow SH=DH.\tan\widehat{SDH}=\frac{a\sqrt{5}}{3}.\tan 60^\circ=\frac{a\sqrt{15}}{3}.$

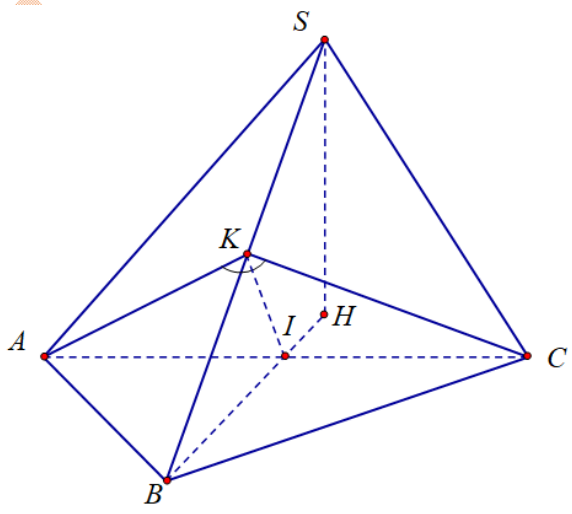
$V_{S.ABCD}=SH.S_{ABCD}=\frac{a\sqrt{15}}{3}.a^2=\frac{a^3\sqrt{15}}{3}.$

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=a$. Gọi I là trung điểm của AC. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI}=3\overrightarrow{IH}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $V=\frac{a^3}{3}.$ **B.** $V=\frac{a^3}{6}.$ **C.** $V=\frac{a^3}{18}.$ **D.** $V=\frac{a^3}{9}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Cách 1:

Dễ thấy hai tam giác SAB và SAC bằng nhau (cạnh chung SB), gọi K là chân đường cao hạ từ A trong tam giác SAB suy ra $\left((SAB),(SBC)\right)=\widehat{AKC}$.

TH1: $\widehat{AKC}=60^\circ$ kết hợp I là trung điểm AC suy ra $\widehat{IKC}=30^\circ$.

Ta có $IB=IC=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $BH=\frac{4}{3}BI=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Từ giả thiết tam giác ABC vuông cân tại B ta được $AC \perp BI \Rightarrow IC \perp IK$.

Trong tam giác ICK vuông tại I có $\tan \widehat{IKC} = \dfrac{IC}{IK} \Leftrightarrow IK = \dfrac{IC}{\tan 30^\circ} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Như vậy $IK > IB$ (vô lý).

TH2: $\widehat{AKC} = 120^\circ$ tương tự phần trên ta có $\tan \widehat{IKC} = \dfrac{IC}{IK} \Leftrightarrow IK = \dfrac{IC}{\tan 60^\circ} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Do $SB \perp (AKC) \Rightarrow SB \perp IK$ nên tam giác BIK vuông tại K và $BK = \sqrt{IB^2 - IK^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Như vậy tam giác BKI đồng dạng với tam giác BHS suy ra: $SH = \dfrac{IK.BH}{BK} = \dfrac{2a}{3}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}\dfrac{a^2}{2}.\dfrac{2a}{3} = \dfrac{a^3}{9}$.

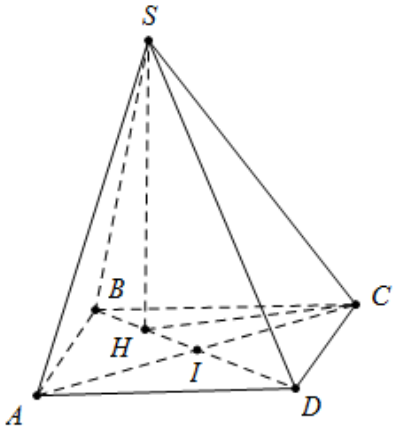
Cách 2: dùng phương pháp tọa độ hóa.

Câu 88. – **2017]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh x, $\widehat{BAD} = 60^\circ$, gọi $I = AC \cap BD$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là H sao cho H là trung điểm của BI. Góc giữa SC và mp$(ABCD)$ bằng 45^0. Khi đó thể tích khối $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{x^3.\sqrt{39}}{48}$. **B.** $\dfrac{x^3.\sqrt{39}}{36}$. **C.** $\dfrac{x^3.\sqrt{39}}{24}$. **D.** $\dfrac{x^3.\sqrt{39}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có ΔABD đều $\Rightarrow BD = AB = a \Rightarrow IH = \dfrac{1}{2}IB = \dfrac{1}{4}BD = \dfrac{a}{4}$.

Lại có $\sin 60^0 = \dfrac{IA}{AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow IC = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow CH^2 = IH^2 + IC^2 = \dfrac{a^2}{16} + \dfrac{3a^2}{4} \Rightarrow CH = \dfrac{a\sqrt{13}}{4}$.

Từ $SH \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC;(ABCD))} = \widehat{SCH} = 45^0 \Rightarrow SH = HC = \dfrac{a\sqrt{13}}{4}$.

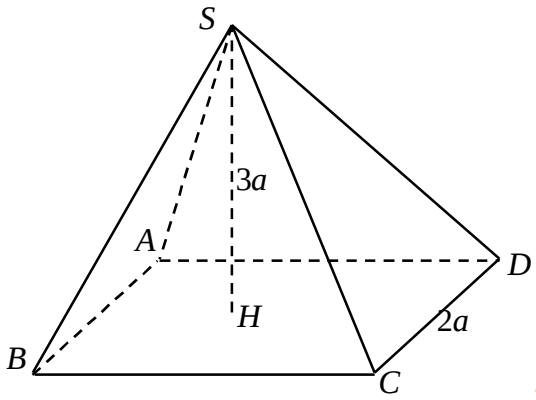
Do đó $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{13}}{4}.2S_{ABD} = \dfrac{a\sqrt{13}}{6}.\dfrac{1}{2}a^2 \sin 60^0 = \dfrac{a^3\sqrt{39}}{24}$.

Câu 89. Tính thể tích V của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao là $3a$.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $S_đ=(2a)^2=4a^2$.

$V=\frac{1}{3}S_đ.h=\frac{1}{3}.4a^2.3a=4a^3$.

Câu 90. Cho khối chóp $S.ABC$ có góc $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60°$ và $SA=2, SB=3, CS=4$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Lấy $M\in SB, N\in SC$ sao cho $SA=SM=SN=2$.

Suy ra tứ diện $SAMN$ là tứ diện đều cạnh $a=2$ nên $V_{S.AMN}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}=\frac{2^3.\sqrt{2}}{12}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

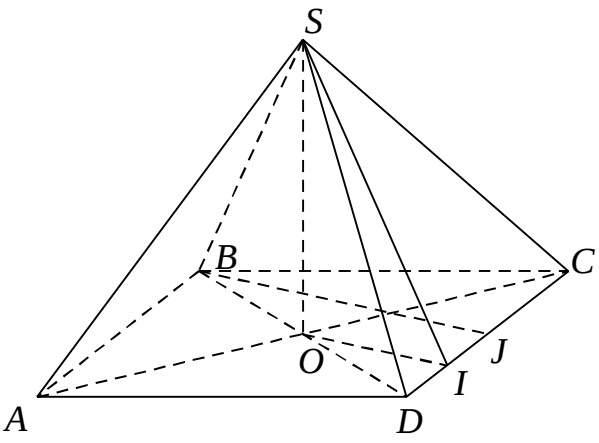
Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=\frac{2}{2}.\frac{2}{3}.\frac{2}{4}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{S.ABC}=3V_{S.AMN}=2\sqrt{2}$.

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, $AB=a$, $\widehat{BAD}=60°$, $SO\perp(ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$. **C.** $V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **D.** $V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\widehat{BCD}=\widehat{BAD}=60^\circ$, do đó tam giác BCD đều cạnh a.

Gọi J là trung điểm của CD, khi đó $BJ\perp CD$ và $BJ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là trung điểm của DJ, suy ra $OI//BJ$, do đó $OI\perp CD$.

Theo định lí ba đường vuông góc suy ra $CD\perp SI$.

Ta có $(SCD)\cap(ABCD)=CD$;

Trong (SCD) có $SI\perp CD$; trong $(ABCD)$ có $OI\perp CD$

Suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SIO}=60^\circ$.

Trong tam giác SOI vuông tại O, có $\widehat{SIO}=60^\circ$, $OI=\dfrac{1}{2}BJ=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$, do đó

$SO=OI.\tan 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}.\sqrt{3}=\dfrac{3a}{4}$.

Diện tích mặt đáy $S_{ABCD}=2S_{BCD}=2\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

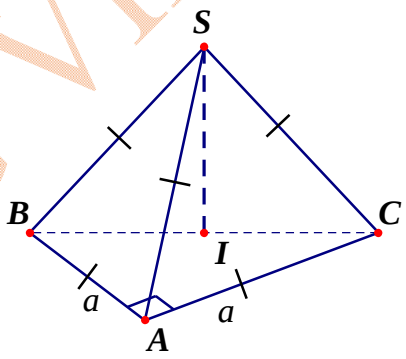
Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{4}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 92. Cho hình chóp $S.ABC$, có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, các cạnh bên $SA=SB=SC=a$. Tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm cạnh huyền $BC\Rightarrow IA=IB=IC$, mà $SA=SB=SC$

$\Rightarrow SI\perp(ABC)$: SI là chiều cao khối chóp, $SI=\sqrt{SB^2-IB^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích đáy $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{1}{2}a^2$.

Thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}S_{ABC}.SI=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

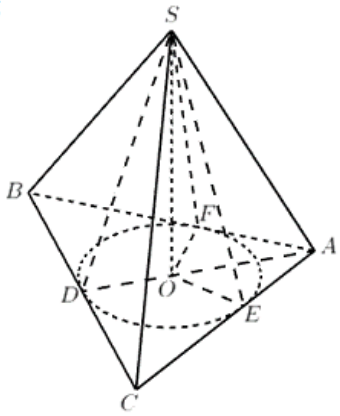
Câu 93. Cho khối chóp $S.ABC$ có các cạnh đáy $AB=AC=5a, BC=6a$ và các mặt bên tạo với đáy một góc 60°. Hãy tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V=18a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=6a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=12a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Kẻ $SO \perp (ABC)$ và OD, OE, OF lần lượt vuông góc với AC, CA, AB. Theo định lí ba đường vuông góc ta có $SD \perp BC, SE \perp AC, SF \perp AB$ (như hình vẽ).

Từ đó suy ra $\angle SDO = \angle SEO = \angle SFO = 60°$. Do đó các tam giác vuông $SDO; SEO; SFO$ bằng nhau. Từ đó suy ra $OD = OE = OF$. Vậy O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Vì tam giác ABC cân tại A nên OA vừa là đường phân giác, vừa là đường cao, vừa là đường trung tuyến. Suy ra A, O, D thẳng hàng.

Suy ra $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{16a^2} = 4a$.

Gọi p là nửa chu vi tam giác ABC, r là bán kính đường tròn nội tiếp.

Khi đó $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}6a.4a = 12a^2 = pr = 8ar$ với $r = \frac{3}{2}a$.

Do đó $SO = OD.\tan 60° = \frac{3\sqrt{3}a}{2}$. Vậy $V = 6a^3\sqrt{3}$.

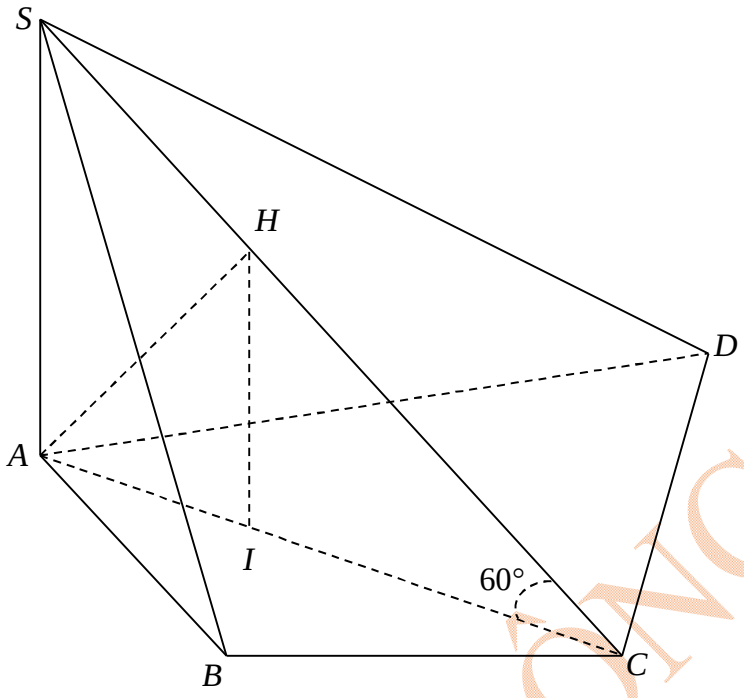
Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Biết $AC = a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng $60°$ và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC. Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi I là hình chiếu của H lên $(ABCD)$, vì $(SAC)\perp(ABCD)$ nên $I\in AC$.

Ta có $SA=AC\tan 60^\circ=a\sqrt{6}$.

Suy ra $AH=\dfrac{AS.AC}{\sqrt{AS^2+AC^2}}=\dfrac{a\sqrt{6}.a\sqrt{2}}{a\sqrt{8}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Do đó $HC=\sqrt{AC^2-AH^2}=\sqrt{2a^2-\dfrac{6a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì vậy $HI=\dfrac{HA.HC}{AC}=\dfrac{\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Từ đó suy ra $V_{H.ABCD}=\dfrac{1}{3}HI.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{6}}{4}.\dfrac{3a^2}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

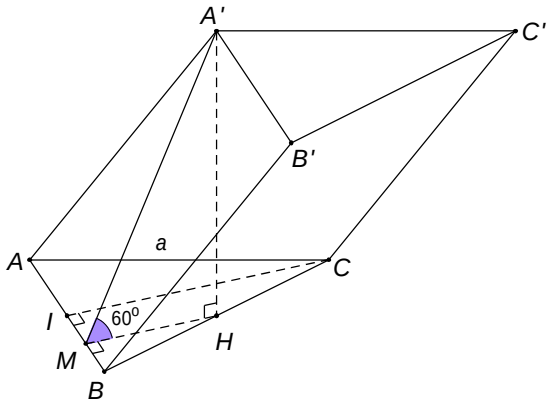
Câu 95. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu H của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC. Góc giữa mặt phẳng $(A'ABB')$ và mặt đáy bằng 60^0. Tính thể tích khối tứ diện $ABCA'$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{16}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



• Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow CI \perp AB$.

Kẻ $HM \perp AB\ (H \in AB) \Rightarrow A'M \perp AB$ nên góc giữa $(A'ABB')$ với mặt đáy bằng $\widehat{A'MH} = 60^o$.

• $HM = \frac{1}{2}CI = \frac{1}{2}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$;

$\Delta A'HM$ vuông tại $H \Rightarrow A'H = HM.\tan 60^o = \frac{3a}{4}$.

• $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

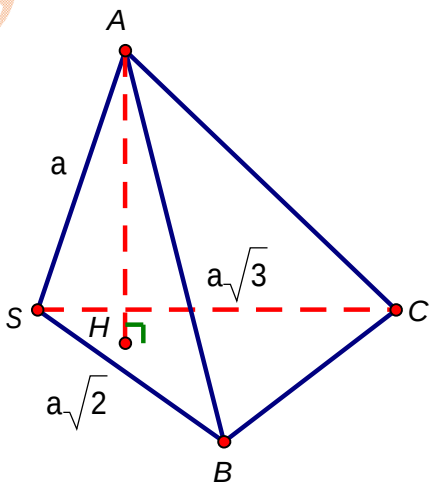
• $V_{ABCA'} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.A'H = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 96. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA = a$, $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$. Thể tích lớn nhất của khối chóp là

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của A lên $(SBC) \Rightarrow V = \frac{1}{3}AH.S_{SBC}$.

Ta có $AH \le SA$; dấu "=" xảy ra khi $AS \perp (SBC)$.

$S_{SBC} = \frac{1}{2}SB.SC.\sin\widehat{SBC} \le \frac{1}{2}SB.SC$, dấu "=" xảy ra khi $SB \perp SC$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi đó, $V=\frac{1}{3}AH.S_{SBC}\le\frac{1}{3}AS\cdot\frac{1}{2}SB\cdot SC=\frac{1}{6}SA\cdot SB\cdot SC$.

Dấu "=" xảy ra khi SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau.

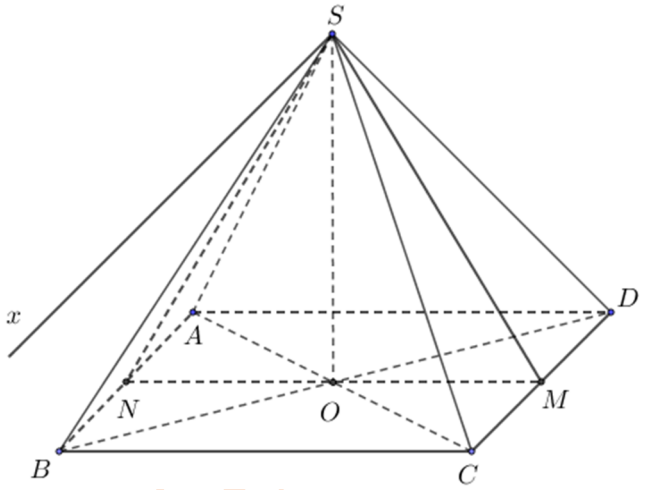
Suy ra thể tích lớn nhất của khối chóp là $V=\frac{1}{6}SA.SB.SC=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=1$, $AD=\sqrt{10}$, $SA=SB$, $SC=SD$. Biết mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc nhau đồng thời tổng diện tích của hai tam giác ΔSAB và ΔSCD bằng 2. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $V_{S.ABCD}=2V_{A.SCD}=\frac{2}{3}d\left(A,(SCD)\right).S_{SCD}$

Ta có $(SAB)\cap(SCD)=Sx\,//\,AB$. Gọi M là trung điểm của CD, N là trung điểm của AB.

$\Rightarrow SM\perp CD$, $SN\perp AB\Rightarrow SM\perp Sx$, $SN\perp Sx$.

Mặt khác $(SAB)\perp(SCD)\Rightarrow SN\perp(SCD)$ tại S, $\widehat{NSM}=90^\circ$

$d\left(A,(SCD)\right)=d\left(N,(SCD)\right)=SN\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}.SN.\frac{1}{2}.SM.CD$.

$SN^2+SM^2=MN^2=AD^2=10$.

$S_{SAB}+S_{SCD}=\frac{1}{2}SN.AB+\frac{1}{2}SM.CD=\frac{1}{2}AB(SN+SM)\Rightarrow SN+SM=4$

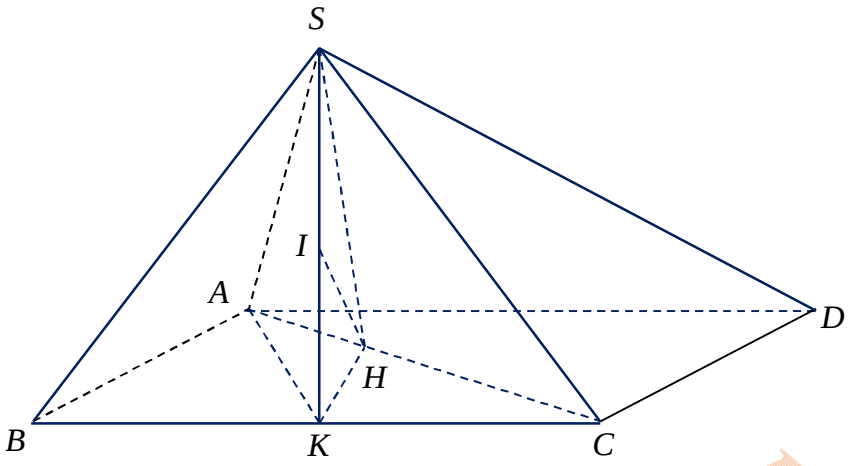
$\Rightarrow SN^2+SM^2+2SN.SM=16\Rightarrow SN.SM=3$. Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}.3.1=1$.

Câu 98. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thoả mãn $AB=a$ $AC=a\sqrt{3}$, $BC=2a$. Biết tam giác SBC cân tại S, tam giác SCD vuông tại C và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$. **B.** $V=\frac{a^3}{3\sqrt{5}}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3\sqrt{3}}$. **D.** $V=\frac{a^3}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

$\left.\begin{array}{l} CD \perp SC \\ CD \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow (SAC) \perp (ABCD)$.

Kẻ $SH \perp AC$, $H \in AC \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi K là trung điểm BC. $\left.\begin{array}{l} BC \perp SK \\ BC \perp SH \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SHK) \Rightarrow BC \perp HK$.

Kẻ $HI \perp SK, (I \in SK) \Rightarrow HI \perp (SBC) \Rightarrow d(H;(SBC)) = HI$.

$AD // (SBC) \Rightarrow d(A;(SBC)) = d(D;(SBC))$.

$\Delta CKH \sim \Delta CAB$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{HK}{AB} = \dfrac{CH}{BC} = \dfrac{CK}{CA} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow HC = \dfrac{2}{3}AC = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, $HK = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

$\dfrac{d(A;(SBC))}{d(H;(SBC))} = \dfrac{AC}{HC} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow HI = \dfrac{2a\sqrt{3}}{9}$.

$\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{HK^2} + \dfrac{1}{SH^2} \Rightarrow \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{81}{12a^2} - \dfrac{3}{a^2} = \dfrac{15}{4a^2} \Rightarrow SH = \dfrac{2a}{\sqrt{15}}$.

Thể tích cần tìm là $V = \dfrac{1}{3}\dfrac{2a}{\sqrt{15}}.a^2\sqrt{3} = \dfrac{2a^3}{3\sqrt{3}}$.

Câu 99. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD. Thể tích của khối chóp $S.AECF$ là:

A. $\dfrac{V}{2}$. **B.** $\dfrac{V}{4}$. **C.** $\dfrac{V}{3}$. **D.** $\dfrac{V}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD.

Suy ra $S_{AECF} = S_{ABCD} - S_{\Delta EBC} - S_{\Delta FCD} = S_{ABCD} - \dfrac{1}{4}S_{ABCD} - \dfrac{1}{4}S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}S_{ABCD}$.

Thể tích khối chóp $S.AECF$ là $V_{S.AECF} = \dfrac{1}{3}.d(S,(ABCD)).S_{AECF} = \dfrac{V}{2}$.

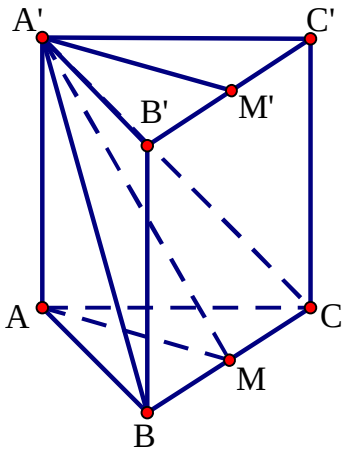
Câu 100. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) là $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC, ΔABC đều nên $AM \perp BC$

Mà $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên $(ABC) \perp (B'BCC')$, đồng thời AM vuông góc với giao tuyến BC nên $AM \perp (B'BCC') \Rightarrow A'M' \perp (B'BCC')$ với V_1 là trung điểm của $B'C'$ $\Rightarrow A'M' = d_{(A',(B'BCC'))}$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Leftrightarrow BC \perp (AA'M) \Leftrightarrow BC \perp A'M$

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC; AM \in (ABC) \\ A'M \perp BC; A'M \in (A'BC) \\ (ABC) \cap (A'BC) = BC \end{cases} \Leftrightarrow \measuredangle((ABC);(A'BC)) = \measuredangle(AM;A'M) = \widehat{A'MA} = 60^\circ$

Ta thấy AM là đường cao của tam giác đều cạnh a $\Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác $\tan\left(\widehat{A'MA}\right) = \dfrac{AA'}{AM} \Leftrightarrow AA' = AM \times \tan\left(\widehat{A'MA}\right) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\tan 60^\circ = \dfrac{3a}{2} = BB' = CC'$

Vậy thể tích của khối chóp $A'.BCC'B'$ là $V = \dfrac{1}{3}A'M' \times S_{BCB'C'} = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\left(\dfrac{3a}{2} \times a\right) = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 101. Cho $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương có cạnh a. Tính thể tích khối tứ diện $ACD'B'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

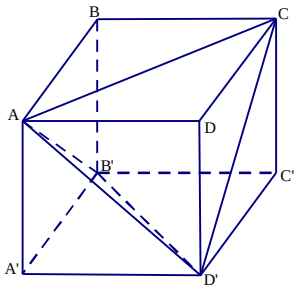
Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$.

$= V_{D'.ADC} + V_{A.A'B'C'} + V_{B'.ABC} + V_{C.C'D'B'} + V_{ACD'B'}$.

Mà $V_{D'.ADC} = V_{A.A'B'C'} = V_{B'.ABC} = V_{C.C'D'B'}$.

$\Rightarrow V_{ACD'B'} = a^3 - \dfrac{1}{6}a^4.4 = \dfrac{1}{3}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Câu 102. Một lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh a. Cạnh bên bằng b và hợp với mặt đáy góc 60°. Thể tích hình chóp $A'BCB'C'$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a^2b}{4}$. **B.** $\frac{a^2b\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^2b}{2}$. **D.** $\frac{a^2b\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt đáy. Ta

có: $\widehat{A'HA}=60^\circ \Rightarrow A'H=A'A.\sin 60^\circ=\frac{b\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{LT}=S_{ABC}.A'A=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{b\sqrt{3}}{2}=\frac{3a^2b}{4}$.

$\Rightarrow V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.A'A=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{b\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2b}{4}$.

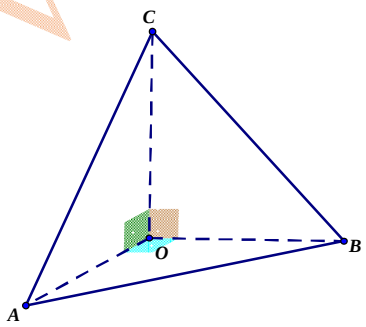
$\Rightarrow V_{A'.BCC'B'}=V_{LT}-V_{A'.ABC}=\frac{3a^2b}{4}-\frac{a^2b}{4}=\frac{a^2b}{2}$.

Câu 103. Cho khối chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc tại O và $OA=2$, $OB=3$, $OC=6$. Thể tích khối chóp bằng

A. 24. **B.** 36. **C.** 12. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}S_{\Delta OAB}OC=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}OA.OB\right)OC=6$.

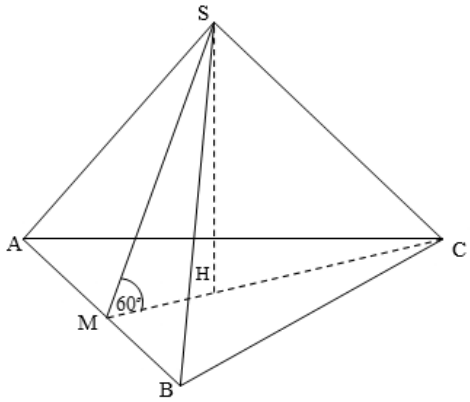
Câu 104. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy a và mặt bên hợp với đáy một góc 60°. Thể tích hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Kẻ $SH \perp (ABC) \Rightarrow H$ là trọng tâm ΔABC.

Gọi M là trung điểm AB.

Khi đó ta có:

$((SAB);(ABC)) = (SM, CM) = \widehat{SMC} = 60^o$,.

$MH = \frac{1}{3}CM = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SH = MH.\tan\widehat{SMH} = \frac{a}{2}$.

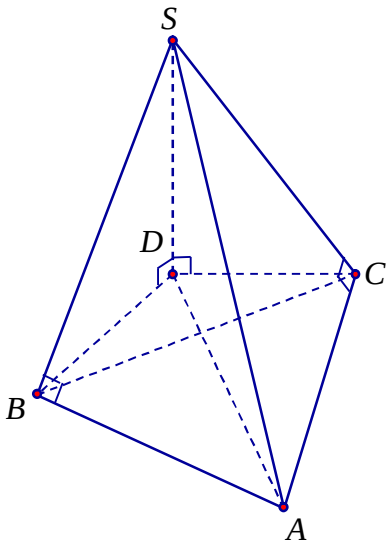
Vậy: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 105. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a, tam giác SBA vuông tại B, tam giác SAC vuông tại C. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C



Gọi D là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC), suy ra $SD \perp (ABC)$.

Ta có $SD \perp AB$ và $SB \perp AB\,(gt)$, suy ra $AB \perp (SBD) \Rightarrow BA \perp BD$.

Tương tự có $AC \perp DC$ hay tam giác ACD vuông ở C.

Dễ thấy $\Delta SBA = \Delta SCA$ (cạnh huyền và cạnh góc vuông), suy ra $SB = SC$. Từ đó ta chứng minh được $\Delta SBD = \Delta SCD$ nên cũng có $DB = DC$.

Vậy DA là đường trung trực của BC, nên cũng là đường phân giác của góc $\widehat{BAC}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\widehat{DAC}=30^\circ$, suy ra $DC=\frac{a}{\sqrt{3}}$. Ngoài ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) là $\widehat{SBD}=60^\circ$, suy ra $\tan\widehat{SBD}=\frac{SD}{BD}\Rightarrow SD=BD\tan\widehat{SBD}=\frac{a}{\sqrt{3}}.\sqrt{3}=a$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SD=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

DẠNG 5: TỈ SỐ THỂ TÍCH

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi, tam giác ABD đều cạnh a, tam giác BCD cân tại C và $\widehat{BCD}=120^\circ$. $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Tính thể tích khối chóp $S.AMNP$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{42}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{21}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{14}$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc SC cắt SC,SB,SD lần lượt tại B',C',D'. Biết rằng $3SB'=2SB$. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{9}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{ASC}=\widehat{BSC}=60^\circ$ và $SA=2$; $SB=3$; $SC=7$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=4\sqrt{2}$. **B.** $V=\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=\frac{7\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=7\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm SC, mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD, cắt SB và SD lần lượt tại B' và D'. Tỷ số $\frac{V_{S.AB'MD'}}{V_{S.ABCD}}$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC. Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích V của khối chóp $A'.AB'C'$.

A. $V=3$. **B.** $V=\frac{1}{2}$. **C.** $V=\frac{1}{4}$. **D.** $V=\frac{1}{3}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $12\sqrt{3}a^3$. Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là.

A. $V=4\sqrt{3}a^2$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=4\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a.Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy, biết $SC=a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SD, CD, BC. Tính thể tích khối chóp.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có A' và B' lần lượt là trung điểm của SA và SB. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 24. Tính thể tích V của khối chóp $S.A'B'C$.

A. $V=3$ **B.** $V=12$ **C.** $V=8$ **D.** $V=6$

Câu 11. Cho khối tứ diện có thể tích V. Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{V'}{V}=\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V'}{V}=\frac{2}{3}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc 45°. H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SD mặt phẳng (AHK), cắt SC tại I. Khi đó thể tích của khối chóp $S.AHIK$ là:

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3}{18}$. **D.** $V=\frac{a^3}{36}$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của cạnh BC. Thể tích của khối chóp $S.MAB$ là $2a^3$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}a^3$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm M,N sao cho $SM=3MB$, $SN=NC$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SD tại điểm P. Tính thể tích của khối chóp $S.MNP$ theo V.

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{9V}{80}$. **D.** $\frac{7V}{40}$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và I là trung điểm CD, M là trung điểm BI. Tính thể tích V của khối chóp $A.MCD$.

A. $V=4$. **B.** $V=6$. **C.** $V=3$. **D.** $V=5$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC. Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{2}$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA=1$, $DA\perp(ABC)$. ΔABC là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lấy điểm M, N, P mà $\frac{DM}{DA}=\frac{1}{2},\frac{DN}{DB}=\frac{1}{3},\frac{DP}{DC}=\frac{3}{4}$. Thể tích V của tứ diện $MNPD$ bằng

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{96}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{96}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 18. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Trên cạnh SA lấy A' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với mặt đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Tính thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$.

A. $\frac{V}{81}$. **B.** $\frac{V}{27}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{9}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA=1$; $DA\perp(ABC)$. ΔABC là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên cạnh DA, DB, DC lấy 3 điểm M, N, P sao cho $\frac{DM}{DA}=\frac{1}{2}; \frac{DN}{DB}=\frac{1}{3}; \frac{DP}{DC}=\frac{3}{4}$. Thể tích của tứ diện $MNPD$ bằng

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{96}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{96}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là a^3. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là:

A. $\frac{a^3}{16}$ **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^2}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA=AD=2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 48, đáy $ABCD$ hình thoi. Các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc SA, SB, SC, SD thỏa: $SA=2SM$, $SB=3SN$, $SC=4SP$, $SD=5SQ$. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{8}{5}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB}=60°$, $BC=a$, $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB. Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

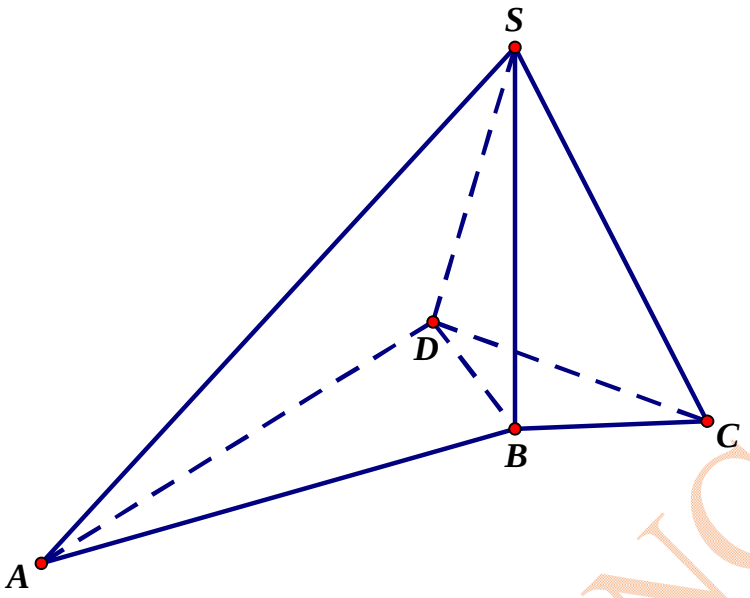
A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3}{2}$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối ABCD bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 27. Cho hình đa diện như hình vẽ

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Biết $SA=6$, $SB=3$, $SC=4$, $SD=2$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSD}=\widehat{DSA}=\widehat{BSD}=60°$. Thể tích khối đa diện $S.ABCD$ là

A. $10\sqrt{2}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $30\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho tứ điện $MNPQ$. Gọi I,J,K lần lượt là trung điểm các cạnh MN,MP,MQ. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C'. Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi $V_1;V_2$ lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$ với H, K lần lượt là trung điểm của SC và SD. Tính độ dài đường cao của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k=\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $h=2a;k=\dfrac{1}{8}$. **B.** $h=2a;k=\dfrac{1}{3}$. **C.** $h=a;k=\dfrac{1}{4}$. **D.** $h=a;k=\dfrac{1}{6}$.

Câu 31. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA,OB,OC vuông góc từng đôi một và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC,BC. Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a bằng:

A. $\dfrac{3a^3}{4}$ **B.** a^3 **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$ **D.** $\dfrac{a^3}{4}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$; $SB'=\frac{1}{4}SB$; $SC'=\frac{1}{2}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V}{V'}$ là

A. $\frac{1}{12}$. **B.** 24. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** 12.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA=a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SD, SC lần lượt tại B', D', C'. Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 34. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{2017}{27}$. **B.** $\frac{4034}{81}$. **C.** $\frac{8068}{27}$. **D.** $\frac{2017}{9}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của cạnh SA. Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MBC$ và thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. 1. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2a$. Gọi $B';D'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB,SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C'. Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$

A. $\frac{16a^3}{45}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{CSB}=60^0$, $\widehat{ASC}=90^0$, $SA=SB=a;SC=3a$ .Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA=1, DA\perp(ABC)$. ΔABC là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lấy điểm M, N, P mà $\frac{DM}{DA}=\frac{1}{2},\frac{DN}{DB}=\frac{1}{3},\frac{DP}{DC}=\frac{3}{4}$. Thể tích V của tứ diện $MNPD$ bằng:

A. $V=\frac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{96}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}}{96}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính thể tích khối chóp $S.MNC$ biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $8a^3$.

A. $V_{SMNC}=a^3$. **B.** $V_{SMNC}=2a^3$. **C.** $V_{SMNC}=6a^3$. **D.** $V_{SMNC}=4a^3$.

Câu 40. Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α. Thể tích của khối chóp có đáy là đáy của lăng trụ và đỉnh là một điểm bất kì trên đáy còn lại là

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\cos\alpha$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\sin\alpha$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\cos\alpha$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\sin\alpha$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA}=\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB}=\frac{SD'}{SD}=\frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện lồi $SA'B'C'D'$.

A. $V=\frac{3}{2}$. **B.** $V=9$. **C.** $V=4$. **D.** $V=6$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D; N là trung điểm của SC, mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{7}{5}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{7}{3}$.

Câu 45. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng V. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB, N là điểm nằm giữa AC sao cho $AN=2NC$. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMN$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V}=\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$.

Câu 46. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{16}$. **B.** $\frac{V}{8}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và I là trung điểm CD, M là trung điểm BI. Tính thể tích V của khối chóp $A.MCD$.

A. $V=5$. **B.** $V=4$. **C.** $V=6$. **D.** $V=3$.

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=9, SB=4, SC=8$ và đôi một vuông góc. Các điểm A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{SA}=2.\overrightarrow{SA'}$, $\overrightarrow{SB}=3.\overrightarrow{SB'}$, $\overrightarrow{SC}=4.\overrightarrow{SC'}$. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ là

A. 2. **B.** 24. **C.** 16. **D.** 12.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với mặt đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{27}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{V}{81}$.

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 51. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Lấy A' trên cạnh SA sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ là:

A. $\frac{V}{81}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{V}{27}$.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 18, đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SM=2MD$. Mặt phẳng (ABM) cắt SC tại N. Tính thể tích khối chóp $S.ABNM$.

A. 9. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm BC. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SM cắt SB, SC lần lượt tại E, F. Biết $V_{S.AEF}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{2a^3}{5}$. **D.** $V=\frac{a^3}{12}$.

Câu 54. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD chia khối chóp này thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 $(V_1<V_2)$. Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{16}{75}$. **B.** $\frac{8}{27}$. **C.** $\frac{16}{81}$. **D.** $\frac{8}{19}$.

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Tỉ số $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ là

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{16}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 56. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I; J; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN; MP; MQ. Tỉ 2018 thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

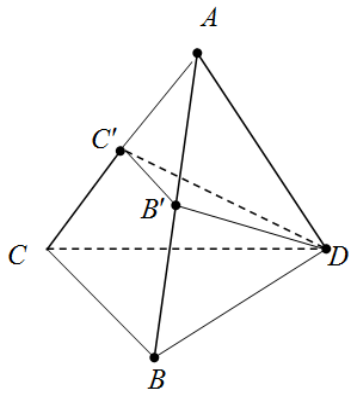
A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{6}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{2}{3}$.

Câu 58. Cho hình chóp $A.BCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại C với $BC=a$, $CD=a\sqrt{3}$. Hai mặt (ABD) và (ABC) cùng vuông góc với mặt phẳng (BCD). Biết $AB=a$, M, N lần lượt thuộc cạnh AC, AD sao cho $AM=2MC$, $AN=ND$. Thể tích khối chóp $A.BMN$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 59. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC. Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 60. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $mp(ABC)$ qua A vuông góc với đường thẳng SB cắt SB, SC lần lượt tại H, K. Gọi V_1, V_2 tương ứng là thể tích của các khối chóp $S.AHK$ và $S.ABC$. Cho biết tam giác SAB vuông cân, tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{4}$.

Câu 61. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I; J; K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN; MP; MQ$. Tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 62. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V, khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{81V}{8}$. **B.** $\frac{27V}{4}$. **C.** $\left(\frac{9}{2}\right)^2 V$. **D.** $\frac{9V}{4}$.

Câu 63. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, M là trung điểm của SC. Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD tại N, K. Tính tỉ số thể tích của khối $S.ANMK$ và khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2}{9}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{3}{5}$

Câu 64. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đoạn SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{2}SA; SB'=\frac{1}{3}SB; SC'=\frac{1}{4}SC$. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{24}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $30°$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC. Thể tích của khối chóp $S.ABM$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABC$, M là trung điểm của SB, điểm N thuộc cạnh SC thỏa $SN = 2NC$. Tỉ số $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau, $AB = a; AC = 2a$ và $AD = 3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BD, CD. Tính thể tích V của tứ diện $ADMN$.

A. $V = \dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 68. Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60°$, $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{16}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt các cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{V_1}{V}$?

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Câu 71. Cho tứ diện đều $S.ABC$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ΔSAB, ΔSBC, ΔSCA. Tính $\dfrac{V_{S.G_1G_2G_3}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\dfrac{1}{48}$. **B.** $\dfrac{2}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{36}$. **D.** $\dfrac{2}{81}$.

Câu 72. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \dfrac{1}{3}SA$, $SB' = \dfrac{1}{3}SB$, $SC' = \dfrac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ là

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{27}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Gọi M là trung điểm của SB. P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP = 2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N. Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V..

A. $V_{ABCDMNP} = \dfrac{23}{30}V$. **B.** $V_{ABCDMNP} = \dfrac{7}{30}V$. **C.** $V_{ABCDMNP} = \dfrac{19}{30}V$. **D.** $V_{ABCDMNP} = \dfrac{2}{5}V$.

Câu 74. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Thể tích của khối chóp $A'.BCO$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{16}$.

Câu 76. Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của SA, SB và SC. Thể tích khối tứ diện có đáy là tam giác MNP và đỉnh là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{8}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Câu 77. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Gọi M là trung điểm của SC. Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD cắt SB tại E và cắt SD tại F. Tính thể tích V khối chóp $S.AEMF$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Câu 78. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên hợp với đáy một góc bằng $60°$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối cầu ngoại tiếp, thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{32}{9}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{32}{27}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{9}{8}$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Mặt phẳng MBC chia hình chóp thành 2 phần. Tỉ số thể tích của phần trên và phần dưới là

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{5}{8}$.

Câu 80. Cho hình chóp $S.ABC$ có A',B' lần lượt là trung điểm các cạnh SA,SB. Khi đó tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C}}$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Câu 81. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=a\sqrt{3}$, $AC=2a$ và $AD=2a$. Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A trên DB, DC. Tính thể tích V của tứ diện $AHKD$.

A. $V=\frac{2\sqrt{3}}{7}a^3$. **B.** $V=\frac{4\sqrt{3}}{21}a^3$. **C.** $V=\frac{2\sqrt{3}}{21}a^3$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}}{7}a^3$.

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C}}$.

A. 4. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 83. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B',C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Tính thể tích khối chóp $S.ADMN$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{16}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **C.** $V=\frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{16}$.

Câu 86. Cho điểm M nằm trên cạnh SA, điểm N nằm trên cạnh SB của hình chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA}=\frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB}=2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A, V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{5}$.

Câu 87. Cho hình chóp $S,ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có thể tích bằng 8. Tính thể tích V của khối chóp $S.OCD$.

A. $V=4$. **B.** $V=5$. **C.** $V=2$. **D.** $V=3$.

Câu 88. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V=6$. **B.** $V=5$. **C.** $V=3$. **D.** $V=4$.

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC}=6a^3$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho $SM=MA$, $SN=NB$, $SQ=2QC$. Tính $V_{S.MNQ}$:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 90. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là:

A. $\frac{V}{27}$. **B.** $\frac{V}{18}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{12}$.

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{16}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{8}$

Câu 92. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I; J; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN; MP; MQ. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$; $SB=3a\sqrt{2}$; $SC=2a\sqrt{3}$, $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^\circ$. Trên các cạnh SB; SC lấy các điểm B', C' sao cho $SA=SB'=SC'=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA}=k, 0<k<1$. Khi đó giá trị của k để mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $k=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$. **B.** $k=\dfrac{-1+\sqrt{2}}{2}$. **C.** $k=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $k=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$.

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$; SA vuông góc mặt phẳng (ABC), Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Gọi M là trung điểm của SC, thể tích khối chóp $S.ABM$ là.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 96. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AMND$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 97. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 8. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA. Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng:

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 98. Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng:

A. $\dfrac{3}{2}$ **B.** 3 **C.** $\dfrac{1}{3}$ **D.** $\dfrac{2}{3}$

Câu 99. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{CSB}=60°$, $\widehat{ASC}=90°$, $SA=SB=1$, $SC=3$. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM=\dfrac{1}{3}SC$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABM$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{36}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}}{36}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 100. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA'=\dfrac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\dfrac{V}{27}$. **B.** $\dfrac{V}{9}$. **C.** $\dfrac{V}{3}$. **D.** $\dfrac{V}{81}$.

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành có M là trung điểm SC. Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại P và Q. Khi đó $\dfrac{V_{SAPMQ}}{V_{SABCD}}$ bằng

A. $\dfrac{2}{9}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Câu 102. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\dfrac{1}{3}SA$, $SB'=\dfrac{1}{3}SB$, $SC'=\dfrac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ là

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{1}{27}$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA và N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN=3NC$. Tính tỉ số k giữa thể tích khối chóp $ABMN$ và thể tích khối chóp $SABC$.

A. $k=\dfrac{2}{5}$. **B.** $k=\dfrac{1}{3}$. **C.** $k=\dfrac{3}{8}$. **D.** $k=\dfrac{3}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 104. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Tính thể tích V của khối chóp $S.MNP$.

A. $V=3$. **B.** $V=\frac{3}{2}$. **C.** $V=\frac{9}{2}$. **D.** $V=4$.

Câu 105. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V. Điểm M thay đổi trong tam giác BCD. Các đường thẳng qua M và song song với AB, AC, AD lần lượt cắt các mặt phẳng (ACD), (ABD), (ABC) tại N, P, Q. Giá trị lớn nhất của khối $MNPQ$ là:

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{54}$. **C.** $\frac{V}{27}$. **D.** $\frac{V}{16}$.

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB. Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P. Đặt $\frac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNQP$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\frac{1}{2}V$.

A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $x=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}$. **C.** $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Câu 108. Cho hình chóp $SABC$. Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm SB ;SC. Khi đó $\frac{V_{SABC}}{V_{SAMN}}$ là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** 4.

Câu 109. Cho khối chóp $S.ABC$ có $M\in SA$, $N\in SB$ sao cho $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MS}$, $\overrightarrow{NS}=-2\overrightarrow{NB}$. Mặt phẳng (α) qua hai điểm M, N và song song với SC chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó (số bé chia số lớn).

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=a$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên AB, AC. Tính thể tích hình chóp $S.AB'C'$.

A. $V=\frac{a^3}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3}{48}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{12}$.

Câu 111. Cho khối tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a, M là trung điểm DC. Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 112. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Thể tích V của khối chóp $S.MNP$ là

A. $V=3$. **B.** $V=\frac{3}{2}$. **C.** $V=4$. **D.** $V=\frac{9}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 113. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$, $SB'=\frac{1}{3}SB$, $SC'=\frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{27}$.

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\frac{2}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{3}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{1}{6}$.

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 116. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Điểm I thuộc đoạn SA. Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k=\frac{IA}{IS}$?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 117. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V, gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD và BCD. Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng

A. $\frac{V}{27}$. **B.** $\frac{V}{9}$. **C.** $\frac{4V}{27}$. **D.** $\frac{4V}{9}$.

Câu 118. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3a$, $AC=2a$ và $AD=4a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ biết $\widehat{BAC}=\widehat{CAD}=\widehat{DAB}=60°$.

A. $V=2\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=6\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=6\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=2\sqrt{2}a^3$.

Câu 119. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{6}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{2}{3}$.

Câu 120. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi A' là điểm trên cạnh SA sao cho $\frac{SA'}{SA}=\frac{3}{4}$. Mặt phẳng (P) đi qua A' và song song với $(ABCD)$ cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Mặt phẳng (P) chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó là:

A. $\frac{37}{98}$. **B.** $\frac{27}{37}$. **C.** $\frac{4}{19}$. **D.** $\frac{27}{87}$.

Câu 121. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích bằng V. Gọi I là trọng tâm tam giác SBD. Một mặt phẳng chứa AI và song song với BD cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ bằng:

A. $\frac{V}{9}$. **B.** $\frac{V}{27}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{18}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 122. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$ và BC. Mặt phẳng (DMN) chia hình lập phương thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V1}{V2}$.

A. $\frac{55}{89}$. **B.** $\frac{37}{48}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 123. Cho tứ diện $ABCD$ có M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, BC, CD sao cho $MA = MB, NB = 2NC, PC = 2PD$. Mặt phẳng (MNP) chia tứ diện thành hai phần. Gọi T là tỉ số thể tích của phần nhỏ chia phần lớn. Giá trị của T bằng?

A. $\frac{19}{26}$ **B.** $\frac{26}{45}$ **C.** $\frac{13}{25}$ **D.** $\frac{25}{43}$

Câu 124. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, SAB, SBC, SCA. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo a.

A. $\frac{2a^3}{27}$. **B.** $\frac{a^3}{27}$. **C.** $\frac{2a^3}{9}$. **D.** $\frac{a^3}{9}$.

Câu 126. Cho tứ diện $ABCD$ cạnh bằng 1. Xét điểm M trên cạnh DC mà $4DM = DC$. Thể tích tứ diện $ABMD$ bằng.

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}}{8}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}}{48}$.

Câu 127. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC}$. **B.** $V_{S.ABCD} = 4V_{S.ABC}$. **C.** $V_{S.ABCD} = 6V_{S.ABC}$. **D.** $V_{S.ABCD} = 3V_{S.ABC}$.

Câu 128. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D; N là trung điểm của SC, mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Câu 129. Cho khối chóp $S.ABC$; M và N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, SB; thể tích khối chóp $S.MNC$ bằng a^3. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. a^3. **B.** $12a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 130. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

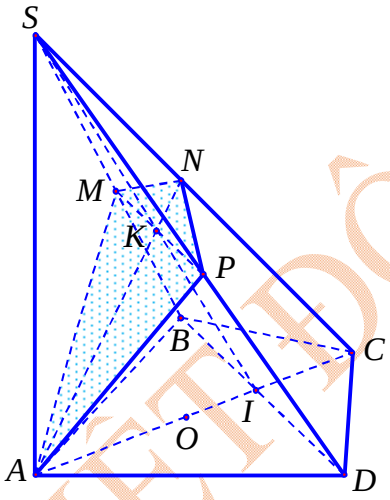
DẠNG 5: TỈ SỐ THỂ TÍCH

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi, tam giác ABD đều cạnh a, tam giác BCD cân tại C và $\widehat{BCD}=120^\circ$. $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Tính thể tích khối chóp $S.AMNP$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{42}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{21}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{14}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là trọng tâm tam giác đều ABD và I là trung điểm BD thì $AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$;

$OI=\dfrac{1}{3}AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Tam giác ICD vuông I có $\widehat{ICD}=60^\circ$, $ID=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{a}{2}$ và $IC=ID.\cot 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

$\Rightarrow O$ và C đối xứng nhau qua đường thẳng $BD\Rightarrow AC=AI+IC=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Khi đó $\begin{cases}BD\perp AC\\ BD\perp SA\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp SC$

Mà $SC\perp(P)$ nên $BD//(P)$

Do đó $\begin{cases}(P)\cap(SBD)=MP\\ (SBD)\cap(ABCD)=BD\end{cases}\Rightarrow MP//BD$

Lại có $\begin{cases}BD\perp(SAC)\\ AN\subset(SAC)\end{cases}\Rightarrow BD\perp AN\Rightarrow AN\perp MP$

Tam giác SAC vuông tại A có $SN.SC=SA^2\Rightarrow\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{SA^2}{SC^2}\Rightarrow\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{SA^2}{SA^2+AC^2}=\dfrac{3}{7}$

Tam giác ABC có $SD=a\sqrt{2}$; $BC=\sqrt{IC^2+IB^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $AC^2=AB^2+BC^2$

$\Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại $B\Rightarrow BC\perp(SAB)$; $AM\subset(SAB)\Rightarrow BC\perp AM$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Lại có tam giác SAB vuông nên $AM \perp SB \Rightarrow M$ là trung điểm $SB \Rightarrow \dfrac{SM}{SB} = \dfrac{1}{2}$

Mà $MP // BD$ nên $\dfrac{SP}{SD} = \dfrac{SM}{SB} = \dfrac{1}{2}$

Mặt khác

$S_{ABCD} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta BCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} + \dfrac{1}{2}CB.CD.\sin 120^0 = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $V = V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Khi đó $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC} = \dfrac{3}{7}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{14} \Rightarrow V_{S.ANP} = \dfrac{3}{28}V$. Do đó $V_{S.ANM} = \dfrac{3}{28}V$.

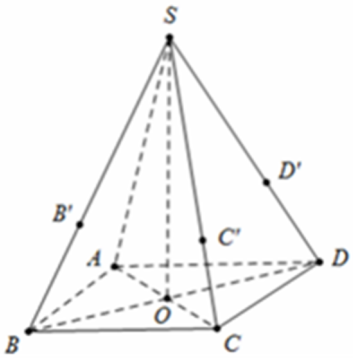
Vậy $\dfrac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{3}{14} \Rightarrow V_{S.AMNP} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{42}$.

Câu 2. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ Mặt phẳng (P) qua A và vuông góc SC cắt SC, SB, SD lần lượt tại B', C', D'. Biết rằng $3SB' = 2SB$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{SD'}{SD} = \dfrac{2}{3}$, bây giờ cần tìm $\dfrac{SC'}{SC}$

Tọa độ hóa với $Ox \equiv OC, Oy \equiv OB, OS \equiv Oz$ và đặc biệt hóa cho $OA = 1$

$\Rightarrow \begin{cases} A(-1;0;0) \\ C(1;0;0), S(0;0;a) \Rightarrow \overrightarrow{SC} = (1;0;-a) \end{cases}$

$\Rightarrow (P): (x+1) - az = 0 \Leftrightarrow x - az + 1 = 0$.

Ta có $B(0;1;0) \Rightarrow \overrightarrow{SB} = (0;1;-a) \Rightarrow SB: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = -at \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Cho giao với $(P) \Rightarrow a^2t + 1 = 0 \Rightarrow B'\left(0;1-\dfrac{1}{a^2};\dfrac{1}{a}\right)$.

Ta có $3\left(0;1-\frac{1}{a^2};\frac{1}{a}-a\right)=2(0;1;-a)\Rightarrow\begin{cases}3-\frac{3}{a^2}=2\\ \frac{3}{a}-3a=-2a\end{cases}\Rightarrow a=\sqrt{3}\Rightarrow\begin{cases}S\left(0;0;\sqrt{3}\right)\\ (P):x-z\sqrt{3}+1=0\end{cases}$

Cho SC giao với

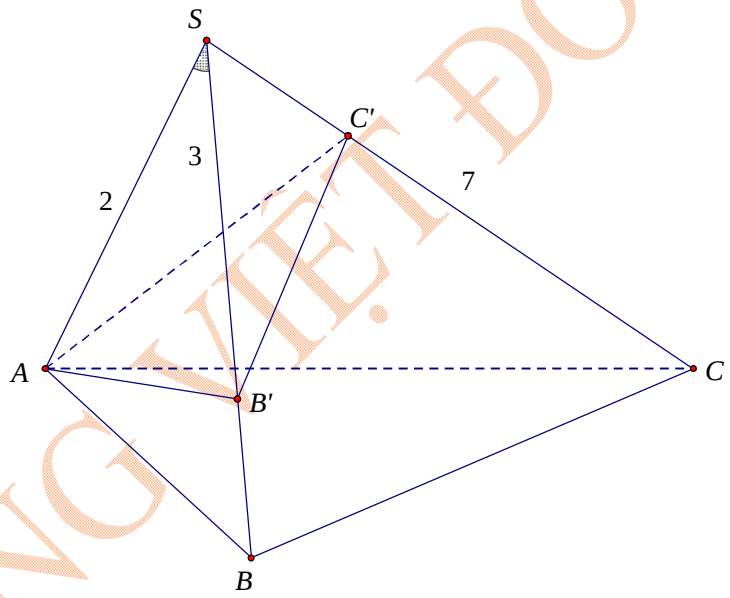
$(P)\Rightarrow C'\left(\frac{1}{2};0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\Rightarrow\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}\Rightarrow\begin{cases}\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\\ \frac{V_{S.AC'D'}}{V_{S.ACD}}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow V_{S.AB'C'D'}=\frac{1}{3}V_{S.ABCD}.$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{ASC}=\widehat{BSC}=60^\circ$ và $SA=2$; $SB=3$; $SC=7$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=4\sqrt{2}$. **B.** $V=\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=\frac{7\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=7\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Lấy hai điểm B', A' lần lượt trên hai cạnh SB và SC sao cho $SB'=2$, $SC'=2$.
Ta có hình chóp $S.AB'C'$ là hình tứ diện đều có cạnh bằng 2.

$\Rightarrow V_{S.AB'C'}=\frac{2^3\sqrt{2}}{12}=\frac{2\sqrt{2}}{3}.$

Ta lại có: $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{2}{3}.\frac{2}{7}=\frac{4}{21}.$

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{21V_{S.AB'C'}}{4}=\frac{21.2\sqrt{2}}{3.4}=\frac{7\sqrt{2}}{2}.$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là trung điểm SC, mặt phẳng (P) chứa AM và song song với BD, cắt SB và SD lần lượt tại B' và D'. Tỷ số $\frac{V_{S.AB'MD'}}{V_{S.ABCD}}$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi O là tâm hình bình hành đáy.

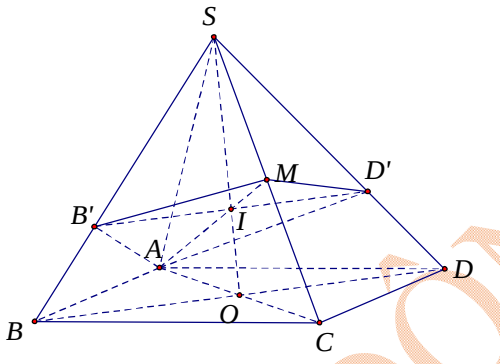
$I = AO \cap SO$.

Đường thẳng qua I và song song BD cắt SB, SD tại B', D'.

Ta có $V_{SAB'MD'} = V_{SAB'M} + V_{SAMD'}$.

$\frac{V_{SAB'M}}{V_{SABC}} = \frac{SB'}{SB}.\frac{SM}{SC} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ nên $V_{SAB'M} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$.

Tương tự $\frac{V_{SAMD'}}{V_{SACD}} = \frac{1}{3}$ nên $V_{SAMD'} = \frac{1}{6}V_{SABCD}$ do đó $V_{SAB'MD'} = \frac{1}{3}V_{SABCD}$.

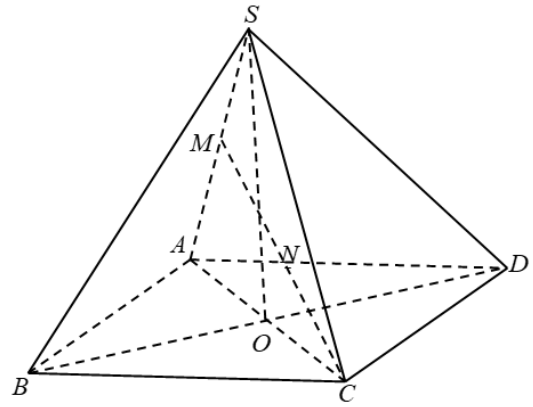


Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC. Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $B = S_{ABCD}$, $d\left(S;(ABCD)\right) = h$. Suy ra $V = \frac{1}{3}Bh$.

Vì M là trung điểm của SA nên $d\left(M;(ABCD)\right) = \frac{1}{2}d\left(S;(ABCD)\right)$,

Lại vì N là trung điểm của MC nên $d\left(N;(ABCD)\right) = \frac{1}{2}d\left(M;(ABCD)\right)$. Suy ra

$d\left(N;(ABCD)\right) = \frac{1}{4}d\left(S;(ABCD)\right) = \frac{1}{4}h$. Từ đó ta có

$V_{N.ABCD} = \frac{1}{3}d\left(N;(ABCD)\right).B = \frac{1}{4}.\frac{1}{3}Bh = \frac{V}{4}$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 1. Tính thể tích V của khối chóp $A'.AB'C'$.

A. $V=3$. **B.** $V=\frac{1}{2}$. **C.** $V=\frac{1}{4}$. **D.** $V=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

ChọnD

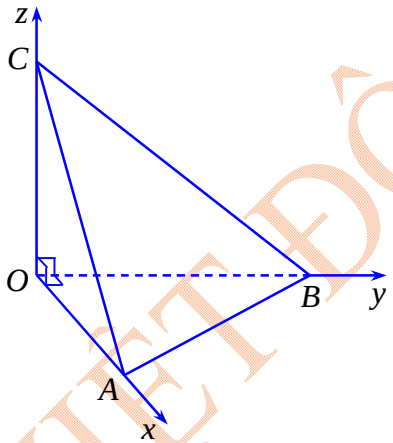
Ta có: $V_{A'.AB'C'}=V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}d\left(A;\left(A'B'C'\right)\right)\cdot S_{\Delta A'B'C'}=\frac{1}{3}\cdot V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng $\left(ABC\right)$ luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\frac{S_{ABC}}{V_{OABC}}=\frac{S_{ABC}}{\frac{1}{3}S_{ABC}.d\left(O,\left(ABC\right)\right)}=\frac{3}{d\left(O,\left(ABC\right)\right)}$

Mà $\frac{S_{ABC}}{V_{OABC}}=\frac{3}{2}$ nên $d\left(O,\left(ABC\right)\right)=2$.

Vậy mặt phẳng $\left(ABC\right)$ luôn tiếp xúc mặt cầu tâm O, bán kính $R=2$.

Câu 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $12\sqrt{3}a^3$. Thể tích khối chóp $A'.ABC$ là.

A. $V=4\sqrt{3}a^2$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=4\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=12\sqrt{3}a^3$.

$V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.AA'=\frac{1}{3}.12\sqrt{3}a^3=4\sqrt{3}a^3$.

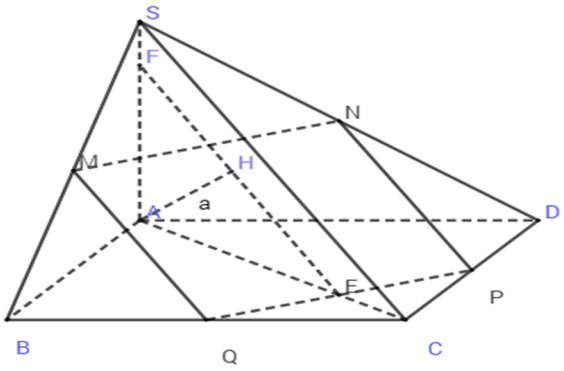
Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a.Hai mặt phẳng $\left(SAB\right)$ và $\left(SAD\right)$ cùng vuông góc với đáy, biết $SC=a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SB, SD, CD, BC. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi $F = PQ \cap AC$. Dễ thấy $AF \perp PQ$.

Mặt khác do $(MNPQ) // SC$ nên $(SAC) \cap (MNPQ) = EF$ $(EF // SC ; F \in SA)$.

Dựng $AH \perp EF$. Do $PQ \perp (SAC)$ nên $PQ \perp AH$.

Suy ra $AH \perp (MNPQ) \Rightarrow AH = d(A;(MNPQ))$.

Ta có: $AE = \frac{3}{4}AC = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$; $AF = \frac{3}{4}AS = \frac{3}{4}\sqrt{SC^2 - AC^2} = \frac{3a}{4}$

Suy ra: $AH = \sqrt{\frac{AF^2.AE^2}{AE^2 + AF^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Mặt khác do $BD \perp SC$ nên $PQ \perp QM$ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$S_{MNPQ} = MQ.QP = \frac{1}{4}BD.SC = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$

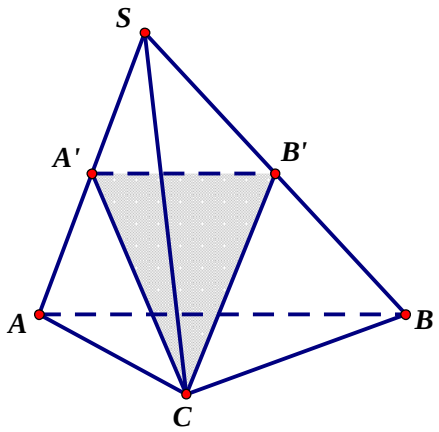
Vậy $V_{A.MNPQ} = \frac{1}{3}AH.S_{MNPQ} = \frac{a^3}{8}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có A' và B' lần lượt là trung điểm của SA và SB. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng 24. Tính thể tích V của khối chóp $S.A'B'C$.

A. $V = 3$ **B.** $V = 12$ **C.** $V = 8$ **D.** $V = 6$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC}{SC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Vậy $V_{S.A'B'C} = \frac{1}{4}.V_{S.ABC} = \frac{1}{4}.24 = 6$.

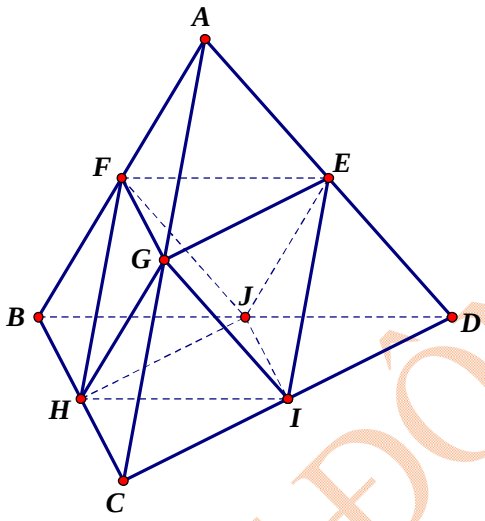
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 11. Cho khối tứ diện có thể tích V. Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{V'}{V}=\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V'}{V}=\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi khối tứ diện đã cho là $ABCD$.

Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của AD, AB, AC, BC, CD, BD.

Khi đó ta có: $V=V'+4.V_{A.FEG}$.

Mặt khác $V_{A.FEG}=\frac{1}{8}V$.

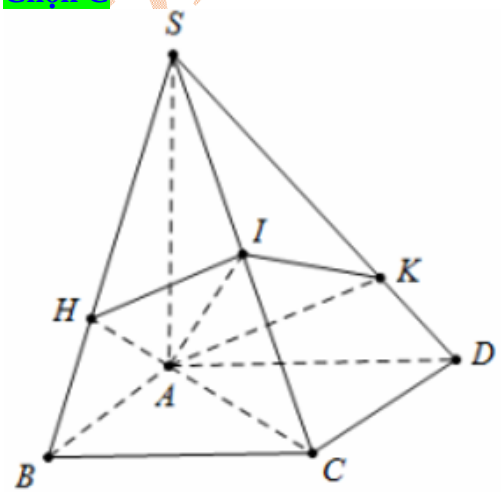
Suy ra $V=V'+\frac{1}{2}V\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc $45°$. H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SD mặt phẳng (AHK), cắt SC tại I. Khi đó thể tích của khối chóp $S.AHIK$ là:

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{12}$. **C.** $V=\frac{a^3}{18}$. **D.** $V=\frac{a^3}{36}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\widehat{SBA}=45^\circ \Rightarrow SA=AB=a$.

Lại có $\begin{cases} BC\perp SA \\ BC\perp AB \end{cases} \Rightarrow BC\perp (SAB) \Rightarrow BC\perp AH$.

Mà $AH\perp SB \Rightarrow AH\perp (SBC) \Rightarrow AH\perp SC \Rightarrow SC\perp AH$.

Tương tự $SC\perp AK \Rightarrow SC\perp (AHK) \Rightarrow SC\perp AI$.

Ta có $\frac{SA^2}{AC^2}=\frac{SI}{IC}=\frac{a^2}{2a^2}=\frac{1}{2}\Rightarrow \frac{SI}{SC}=\frac{1}{3}$.

Tỉ số $\frac{V_{S.AHI}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SH}{SB}.\frac{SI}{SC}=1.\frac{1}{2}.\frac{1}{3}\Rightarrow V_{S.AHI}=\frac{1}{12}V_{S.ABCD}$.

Tỉ số $\frac{V_{S.AIK}}{V_{S.ACD}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SI}{SC}.\frac{SK}{SD}=1.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}\Rightarrow V_{S.AIK}=\frac{1}{12}V_{S.ABCD}$.

$\Rightarrow V_{S.AHIK}=V_{S.AHI}+V_{S.AIK}=\frac{1}{6}V_{S.ABCD}=\frac{1}{6}.\frac{1}{3}.a.a^2=\frac{a^3}{18}$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của cạnh BC. Thể tích của khối chóp $S.MAB$ là $2a^3$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$V_{S.ABC}=2V_{SMAB}=4a^3$.

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $SM=3MB, SN=NC$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SD tại điểm P. Tính thể tích của khối chóp $S.MNP$ theo V.

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{9V}{80}$. **D.** $\frac{7V}{40}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Trong mp(SBC) gọi $E=MN\cap BC$. Trong mp$(ABCD)$ gọi $F=AE\cap BD$.

Trong mp(SBD) gọi $P=FM\cap SD$. Khi đó $P=(AMN)\cap SD$.

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác SBC ta có: $\frac{EB}{EC}.\frac{NC}{NS}.\frac{MS}{MB}=1\Rightarrow \frac{EB}{EC}=\frac{1}{3}$.

Lại có: $EB\parallel AD \Rightarrow \frac{FB}{FD}=\frac{EB}{AD}=\frac{EB}{BC}=\frac{1}{2}$.

Áp dụng định lí Menelaus cho tam giác SBD ta có: $\frac{PD}{PS}.\frac{MS}{MB}.\frac{FB}{FD}=1\Rightarrow \frac{PD}{PS}=\frac{2}{3}\Rightarrow \frac{SP}{SD}=\frac{3}{5}$.

Khi đó: $\frac{V_{SMNP}}{V_{SBCD}}=\frac{V_{SMNP}}{\frac{1}{2}.V}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}.\frac{SP}{SD}=\frac{3}{4}.\frac{1}{2}.\frac{3}{5}=\frac{9}{40}\Rightarrow V_{SMNP}=\frac{9V}{80}$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và I là trung điểm CD, M là trung điểm BI. Tính thể tích V của khối chóp $A.MCD$.

A. $V=4$. **B.** $V=6$. **C.** $V=3$. **D.** $V=5$.

Hướng dẫn giải

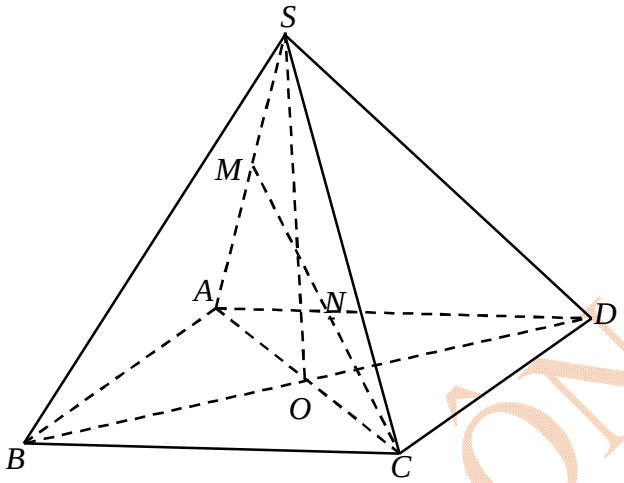
Chọn B

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC. Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{2}$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $B = S_{ABCD}$, $d\left(S;(ABCD)\right) = h$. Suy ra $V = \frac{1}{3}Bh$.

Vì M là trung điểm của SA nên $d\left(M;(ABCD)\right) = \frac{1}{2}d\left(S;(ABCD)\right)$,

Lại vì N là trung điểm của MC nên $d\left(N;(ABCD)\right) = \frac{1}{2}d\left(M;(ABCD)\right)$. Suy ra

$d\left(N;(ABCD)\right) = \frac{1}{4}d\left(S;(ABCD)\right) = \frac{1}{4}h$. Từ đó ta có

$V_{N.ABCD} = \frac{1}{3}d\left(N;(ABCD)\right).B = \frac{1}{4}.\frac{1}{3}Bh = \frac{V}{4}$.

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 1, DA \perp (ABC)$. ΔABC là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lấy điểm M, N, P mà $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}, \frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}, \frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$. Thể tích V của tứ diện $MNPD$ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$V_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}.1 = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

$\frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}} = \frac{DM}{DA}.\frac{DN}{DB}.\frac{DP}{DC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{3}{4} = \frac{1}{8}$.

$\Rightarrow V_{DMNP} = \frac{1}{8}.\frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{96}$.

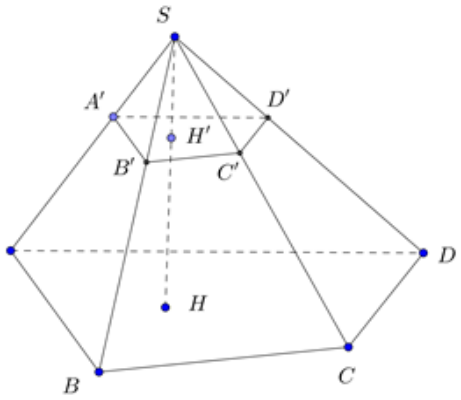
Câu 18. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Trên cạnh SA lấy A' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với mặt đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Tính thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{V}{81}$. **B.** $\frac{V}{27}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

Ta có $\frac{SA'}{SA}=\frac{SB'}{SB}=\frac{SC'}{SC}=\frac{SD'}{SD}=\frac{1}{3}$ (theo Talet).

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{SA'.SB'.SC'.SD'}{SA.SB.SC.SD}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3}=\frac{1}{81}\Rightarrow V_{A'B'C'D'}=\frac{V}{81}$.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA=1; DA\perp(ABC)$. ΔABC là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên cạnh DA, DB, DC lấy 3 điểm M, N, P sao cho $\frac{DM}{DA}=\frac{1}{2}; \frac{DN}{DB}=\frac{1}{3}; \frac{DP}{DC}=\frac{3}{4}$. Thể tích của tứ diện $MNPD$ bằng

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{96}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{96}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}.1=\frac{\sqrt{3}}{12}$.

$\frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}}=\frac{DM}{DA}.\frac{DN}{DB}.\frac{DP}{DC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{3}{4}=\frac{1}{8}$.

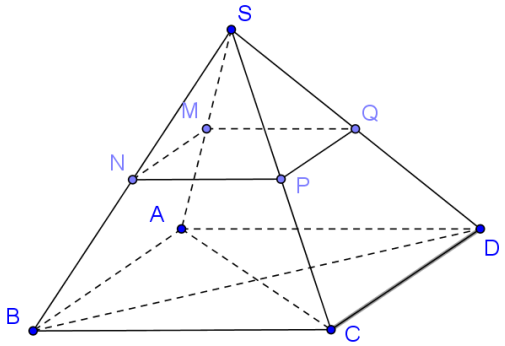
Suy ra $V_{DMNP}=\frac{1}{8}.\frac{\sqrt{3}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{96}$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích là a^3. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là:

A. $\frac{a^3}{16}$ **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^2}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: Tứ giác $MNPQ$ đồng dạng với tứ giác $ABCD$ với tỉ số $k=\frac{1}{2}$. Đường cao h' của hình chóp $S.MNPQ$ bằng $\frac{1}{2}$ đường cao h hình chóp $S.ABCD$

Từ đó: $V_{S.MNPQ}=\frac{1}{3}.S_{MNPQ}.h'=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}\right)^2.S_{ABCD}.\frac{h}{2}$

$=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}=\frac{a^3}{8}$.

□ ***Chú ý:*** Có thể tách khối $S.MNPQ$ ra làm các khối nhỏ hơn và sử dụng công thức tỷ số thể tích.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi A', B' lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

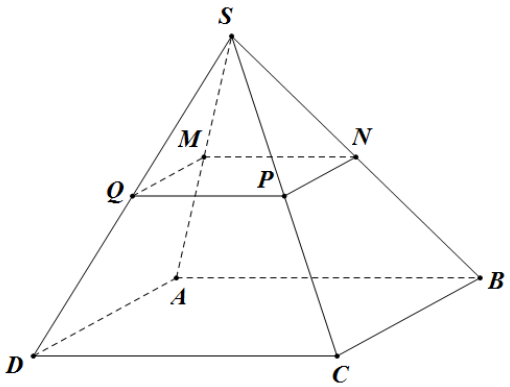
Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,SD. Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MNPQ$ và khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $S_{ABC}=S_{ACD}$.



Do đó $V_{S.ABCD}=2V_{S.ABC}=2V_{S.ACD}$.

Ta có.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

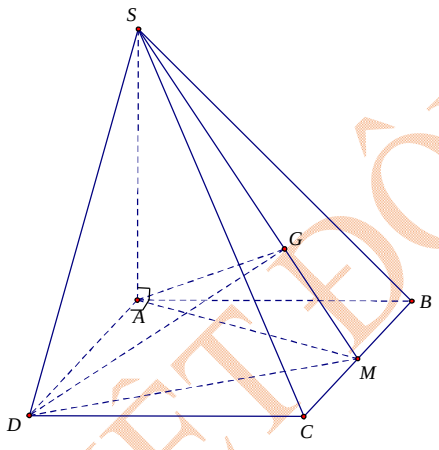
$$\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{S.MNP}+V_{S.MPQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABCD}}+\frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.ABC}}+\frac{V_{S.MPQ}}{2V_{S.ACD}}$$
$$=\frac{1}{2}.\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}+\frac{1}{2}\frac{SM}{SA}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SD}=\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{8}.$$

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA=AD=2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác SBC. Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Vì góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là $60°$ nên $\widehat{SBA}=60°\Rightarrow AB=\frac{SA}{\tan 60°}=\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Khi đó: $S_{ABCD}=AB.AD=\frac{2a}{\sqrt{3}}.2a=\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm BC, khi đó: $S_{ADM}=\frac{1}{2}S_{ABCD}=\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ADG}=\frac{2}{3}V_{S.ADM}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}.2a.\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}=\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 48, đáy $ABCD$ hình thoi. Các điểm M,N,P,Q lần lượt thuộc SA,SB,SC,SD thỏa: $SA=2SM$, $SB=3SN$, $SC=4SP$, $SD=5SQ$. Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{8}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V_{SMNP}=\frac{1}{24}V_{SABC}$, $V_{SMPQ}=\frac{1}{40}V_{SACD}$.

$\Rightarrow V_{SMNPQ}=\frac{1}{24}.24+\frac{1}{40}.24=\frac{8}{5}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, cạnh SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{ACB}=60°$, $BC=a$, $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của SB. Tính thể tích V của khối tứ diện $MABC$.

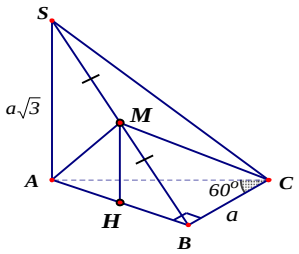
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\frac{a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1 (Tính trực tiếp).



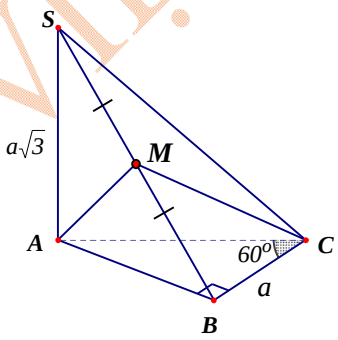
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow MH//SA$, mà $SA\perp(ABC) \Rightarrow MH\perp(ABC)$ và $MH=\frac{SA}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác ΔABC là nửa tam giác đều $AC=2BC=2a$ và $AB=\frac{AC\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$ nên diện tích đáy là:

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}.a\sqrt{3}.a=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích $V_{MABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.MH=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3}{4}$.

Cách 2 (Áp dụng tỷ số thể tích tứ diện).



Vì M trung điểm SB nên tỷ số thể tích tứ diện $\frac{V_{MABC}}{V_{SABC}}=\frac{SM}{SB}=\frac{1}{2} \Rightarrow V_{MABC}=\frac{1}{2}V_{SABC}$.

Tam giác ΔABC là nửa tam giác đều $AC=2BC=2a$ và $AB=\frac{AC\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$ nên diện tích đáy:

$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}.a\sqrt{3}.a=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $V_{SABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3}=\frac{a^3}{2}$. Vậy $V_{MABC}=\frac{a^3}{4}$.

Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối ABCD bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

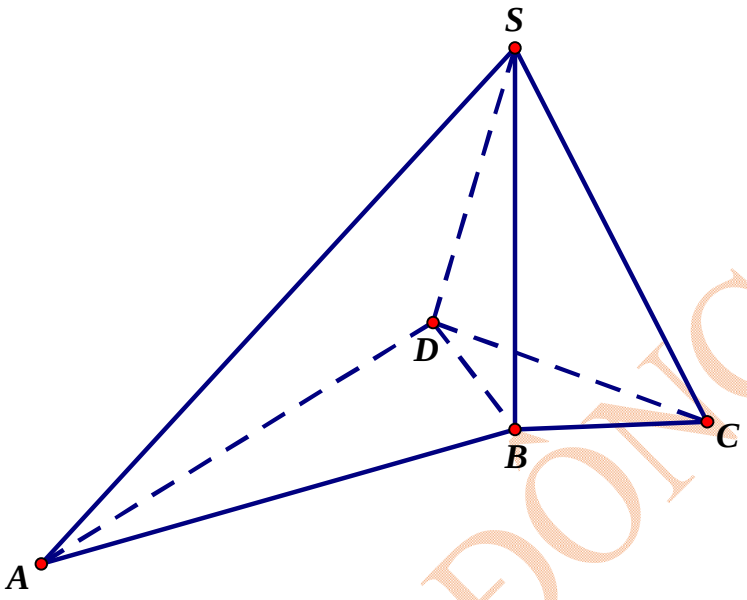
Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn B

Ta có $\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}}=\frac{AB'}{AB}.\frac{AC'}{AC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

Câu 27. Cho hình đa diện như hình vẽ



Biết $SA=6$, $SB=3$, $SC=4$, $SD=2$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSD}=\widehat{DSA}=\widehat{BSD}=60°$. Thể tích khối đa diện $S.ABCD$ là

A. $10\sqrt{2}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $30\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Trên SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' sao cho $SA'=SB'=SC'=SD=2$. Ta có $A'B'=B'C'=C'D=DA'=2$. Khi đó hình chóp $S.A'B'D$ và hình chóp $S.CB'D$ là các hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng 2.

$V_{S.A'B'D}=V_{S.C'B'D}=\frac{2^3\sqrt{2}}{12}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

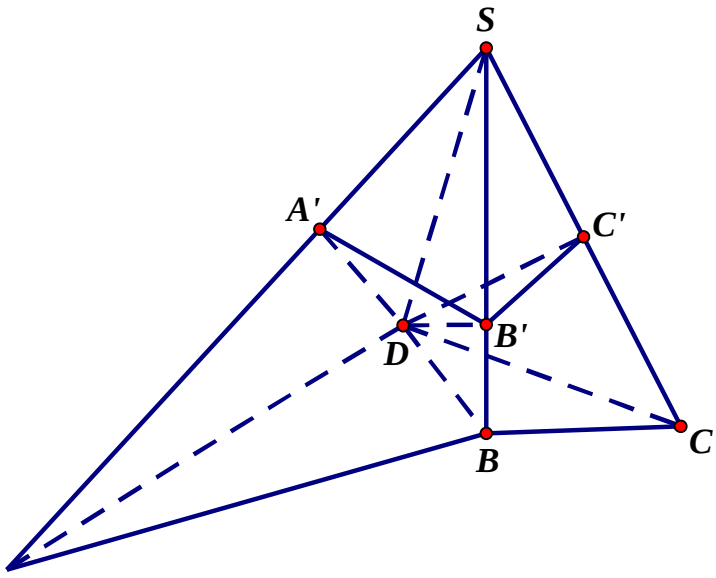
Mặt khác $\frac{V_{S.ABD}}{V_{S.A'B'D}}=\frac{SA}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SD}{SD}=3.\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$, nên $V_{S.ABD}=\frac{9}{2}V_{S.A'B'D}=\frac{9}{2}.\frac{2\sqrt{2}}{3}=3\sqrt{2}$.

$\frac{V_{S.CBD}}{V_{S.C'B'D}}=\frac{SC}{SC'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SD}{SD}=2.\frac{3}{2}=3$, nên $V_{S.CBD}=3V_{S.C'B'D}=3.\frac{2\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}$.

Thể tích khối đa diện $S.ABCD$ là

$V=V_{S.ABD}+V_{S.CBD}=3\sqrt{2}+2\sqrt{2}=5\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



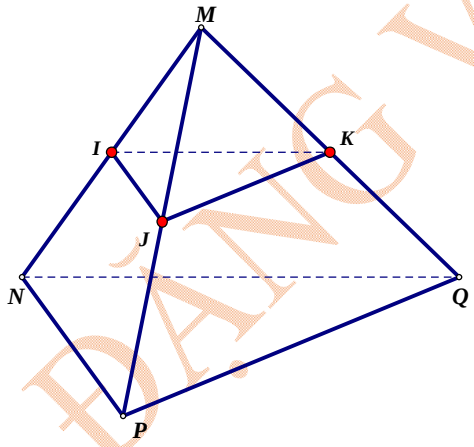
Câu 28. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh MN, MP, MQ. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}} = \dfrac{MI}{MN}.\dfrac{MJ}{MP}.\dfrac{MK}{MQ} = \dfrac{1}{8}$.



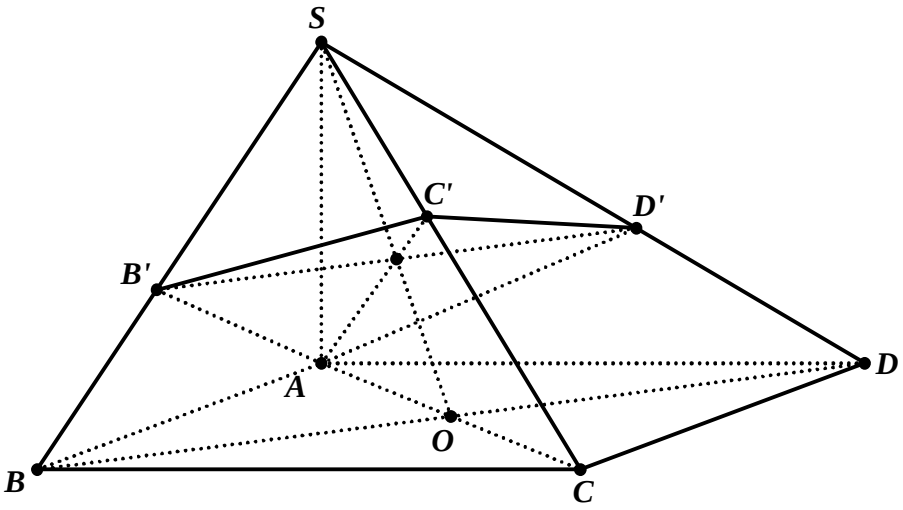
Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C'. Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

A. $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Vì B', D' là hình chiếu của A lần lượt lên SB, SD nên ta có $SC\perp(AB'D')$.

Gọi C' là hình chiếu của A lên SC suy ra $SC\perp AC'$ mà $AC'\cap(AB'D')=A$ nên $AC'\subset(AB'D')$ hay $C'=SC\cap(AB'D')$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên C' là trung điểm của SC.

Trong tam giác vuông SAB' ta có $\frac{SB'}{SB}=\frac{SA^2}{SB^2}=\frac{2a^2}{3a^2}=\frac{2}{3}$.

$$\frac{V_{SAB'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{SAB'C'}+V_{SAC'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SB'}{SB}\frac{SC'}{SC}+\frac{SD'}{SD}\frac{SC'}{SC}\right)=\frac{SB'}{SB}\frac{SC'}{SC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}.$$

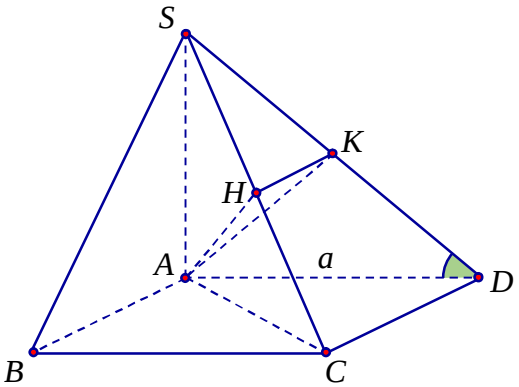
Vậy $V_{SAB'C'D'}=\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Gọi $V_1;V_2$ lần lượt là thể tích khối chóp $S.AHK$ và $S.ACD$ với H, K lần lượt là trung điểm của SC và SD. Tính độ dài đường cao của khối chóp $S.ABCD$ và tỉ số $k=\frac{V_1}{V_2}$.

A. $h=2a;k=\frac{1}{8}$. **B.** $h=2a;k=\frac{1}{3}$. **C.** $h=a;k=\frac{1}{4}$. **D.** $h=a;k=\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy nên $SA \perp (ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$.

Dễ thấy góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA} = 45°$.

Ta có tam giác SAD là tam giác vuông cân đỉnh A. Vậy $h = SA = a$.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{SH}{SC}.\frac{SK}{SD} = \frac{1}{4}$.

Câu 31. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC. Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ tính theo a bằng:

A. $\frac{3a^3}{4}$ **B.** a^3 **C.** $\frac{2a^3}{3}$ **D.** $\frac{a^3}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}OA.OB\right).OC = a^3$ (đvtt).

Ta có $\frac{V_{OCMN}}{V_{OCAB}} = \frac{CM.CN}{CA.CB} = \frac{1}{4}$. Vậy $V_{OCMN} = \frac{1}{4}V_{OABC} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{3}SA$; $SB' = \frac{1}{4}SB$; $SC' = \frac{1}{2}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V}{V'}$ là

A. $\frac{1}{12}$. **B.** 24. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\frac{V}{V'} = \frac{SA}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SC}{SC'} = 3.4.2 = 24$.

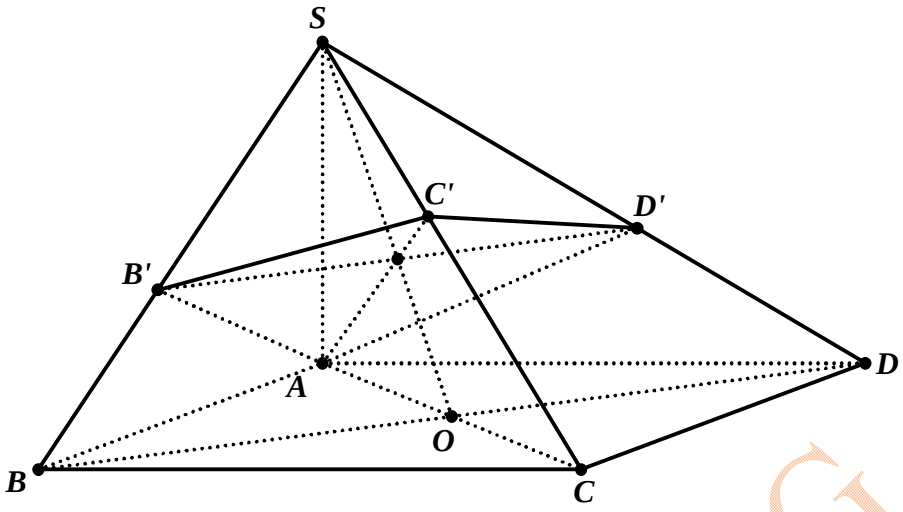
Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Một mặt phẳng đi qua A vuông góc với SC cắt SB, SD, SC lần lượt tại B', D', C'. Thể tích khối chóp $SAB'C'D'$ là:

A. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Ta có $AD'\perp(SDC)\Rightarrow AD'\perp SD$; $AB'\perp(SBC)\Rightarrow AB'\perp SB$.

Do $SC\perp(AB'D')\Rightarrow SC\perp AC'$.

Tam giác SAC vuông cân tại A nên C' là trung điểm của SC.

Trong tam giác vuông SAB' ta có $\frac{SB'}{SB}=\frac{SA^2}{SB^2}=\frac{2a^2}{3a^2}=\frac{2}{3}$.

$$\frac{V_{SAB'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{SAB'C'}+V_{SAC'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SB'}{SB}\frac{SC'}{SC}+\frac{SD'}{SD}\frac{SC'}{SC}\right)=\frac{SB'}{SB}\frac{SC'}{SC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}.$$

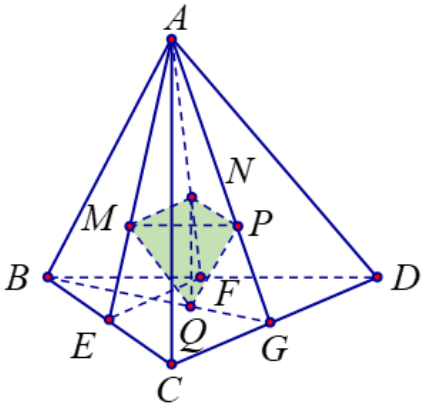
Vậy $V_{SAB'C'D'}=\frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 34. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích 2017. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD, ACD, BCD. Tính theo V thể tích của khối tứ diện $MNPQ$.

A. $\frac{2017}{27}$. **B.** $\frac{4034}{81}$. **C.** $\frac{8068}{27}$. **D.** $\frac{2017}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$$\frac{V_{AEFG}}{V_{ABCD}}=\frac{S_{EFG}}{S_{BCD}}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{AEFG}=\frac{1}{4}V_{ABCD}$$

.

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFG}}=\frac{SM}{SE}.\frac{SN}{SE}.\frac{SP}{SG}=\frac{8}{27}\Rightarrow V_{AMNP}=\frac{8}{27}V_{AEFG}=\frac{8}{27}.\frac{1}{4}V_{ABCD}=\frac{2}{27}V_{ABCD}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do mặt phẳng $(MNP)//(BCD)$ nên $\frac{V_{QMNP}}{V_{AMNP}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow V_{QMNP}=\frac{1}{2}V_{AMNP}$

$V_{QMNP}=\frac{1}{2}.\frac{2}{27}V_{ABCD}=\frac{1}{27}V_{ABCD}=\frac{2017}{27}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$, M là trung điểm của cạnh SA. Tỉ số thể tích của khối chóp $S.MBC$ và thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. 1. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo công thức tính thể tích tỷ số thể tích.

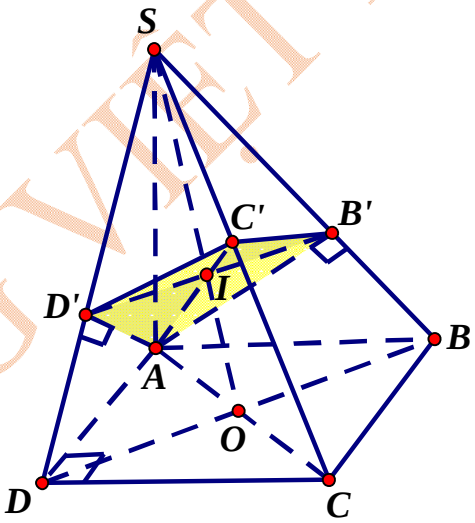
$\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}=\frac{1}{2}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2a$. Gọi $B';D'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các cạnh SB,SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt cạnh SC tại C'. Tính thể tích của khối chóp $S.AB'C'D'$

A. $\frac{16a^3}{45}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $V_{S.AB'C'D'}=2V_{S.AB'C'}$ (1) mà $\frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}$ $(*)$

ΔSAC vuông tại A nên $SC^2=SA^2+AC^2=(2a)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2=6a^2$ suy ra $SC=a\sqrt{6}$

Ta có $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AB'$ và $SB\perp AB'$ suy ra $AB'\perp(SBC)$ nên $AB'\perp BC$

Tương tự $AD'\perp SC$. Từ đó suy ra $SC\perp(AB'D')\equiv(AB'C'D')$ nên $SC\perp AC'$

Mà $SC'.SC=SA^2$ suy ra $\frac{SC'}{SC}=\frac{SA^2}{SC^2}=\frac{4a^2}{6a^2}=\frac{2}{3}$. Ta cũng có

$\frac{SB'}{SB}=\frac{SA^2}{SB^2}=\frac{SA^2}{SA^2+AB^2}=\frac{4a^2}{4a^2+a^2}=\frac{4}{5}$

Từ $(*) \Rightarrow \frac{V_{SAB'C'}}{V_{SABC}} = \frac{8}{15}$ suy ra $V_{SAB'C'} = \frac{8}{15}V_{SABC} = \frac{8}{15}.\frac{1}{2}V_{SABCD} = \frac{8}{30}V_{SABCD}$ mà

$V_{SABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{2a^3}{3}$

Suy ra $V_{SAB'C'} = \frac{8}{30}.\frac{2a^3}{3} = \frac{8a^3}{45}$

Từ (1) suy ra $V_{S.AB'C'D'} = 2V_{S.AB'C'} = \frac{16a^3}{45}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^0$, $\widehat{ASC} = 90^0$, $SA = SB = a$; $SC = 3a$ .Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi M là điểm trên đoạn SC sao cho $SC = 3SM \Rightarrow AB = BM = a$; $AM = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta ABM$. vuông tại B. $\Rightarrow$ Trung điểm H của AM là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABM

$\Rightarrow SH \perp (ABM)$.

$\Rightarrow V_{SABM} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

$\frac{V_{SABM}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{SABC} = 3V_{SABM} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = 1, DA \perp (ABC)$. ΔABC là tam giác đều, có cạnh bằng 1. Trên ba cạnh DA, DB, DC lấy điểm M, N, P mà $\frac{DM}{DA} = \frac{1}{2}, \frac{DN}{DB} = \frac{1}{3}, \frac{DP}{DC} = \frac{3}{4}$. Thể tích V của tứ diện $MNPD$ bằng:

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{2}}{96}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}}{96}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}.1 = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

$\frac{V_{DMNP}}{V_{DABC}} = \frac{DM}{DA}.\frac{DN}{DB}.\frac{DP}{DC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{3}{4} = \frac{1}{8}$.

$\Rightarrow V_{DMNP} = \frac{1}{8}.\frac{\sqrt{3}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{96}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính thể tích khối chóp $S.MNC$ biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $8a^3$.

A. $V_{SMNC} = a^3$. **B.** $V_{SMNC} = 2a^3$. **C.** $V_{SMNC} = 6a^3$. **D.** $V_{SMNC} = 4a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SC}{SC} \Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{1}{4}V_{S.ABC} = 2a^3$.

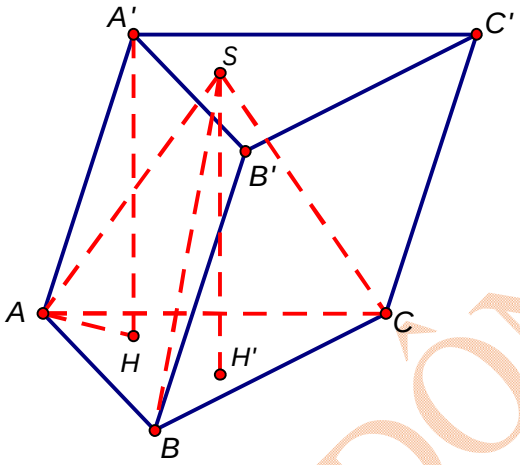
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 40. Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α. Thể tích của khối chóp có đáy là đáy của lăng trụ và đỉnh là một điểm bất kì trên đáy còn lại là

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\cos\alpha.$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\sin\alpha.$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\cos\alpha.$ **D.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\sin\alpha.$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A' trên (ABC). Khi đó $\alpha = \widehat{A'AH}$.

Ta có $A'H = A'A.\sin\alpha = b\sin\alpha$ nên thể tích khối lăng trụ là

$V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{a^2b\sqrt{3}\sin\alpha}{4}$.

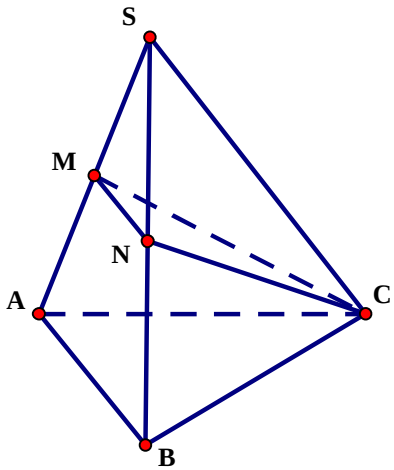
Lại có chiều cao của chóp theo yêu cầu đề bài chính là chiều cao của lăng trụ và bằng $A'H$ nên thể tích khối chóp là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2b\sqrt{3}\sin\alpha}{12}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}}$.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải.

Chọn D



Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNC}} = \frac{SA.SB.SC}{SM.SN.SC} = 4$.

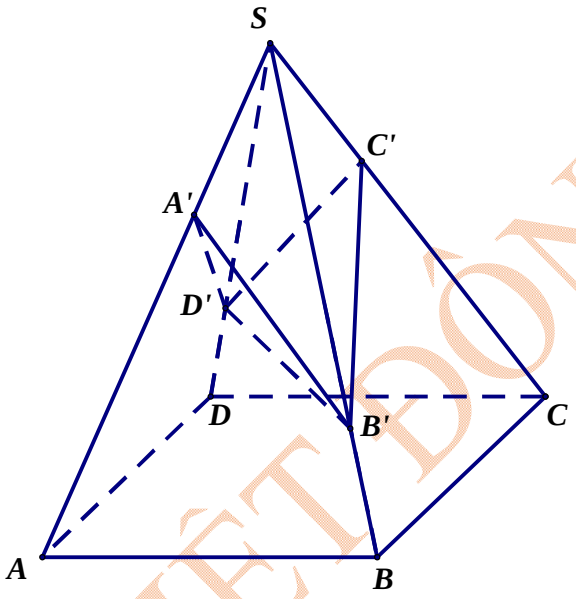
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA}=\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB}=\frac{SD'}{SD}=\frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện lồi $SA'B'C'D'$.

A. $V=\frac{3}{2}$. **B.** $V=9$. **C.** $V=4$. **D.** $V=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $V=V_{SA'B'C'D'}=V_{S.D'A'B'}+V_{S.D'C'B'}$.

$V_{S.D'A'B'}=\frac{3}{4}.\frac{1}{3}.\frac{3}{4}.V_{S.DAB}=\frac{3}{16}.\frac{1}{2}.V_{S.ABCD}=\frac{3}{32}.48=\frac{9}{2}$.

Tương tự: $V_{S.D'C'B'}=\frac{9}{2}$.

Vậy $V=9$.

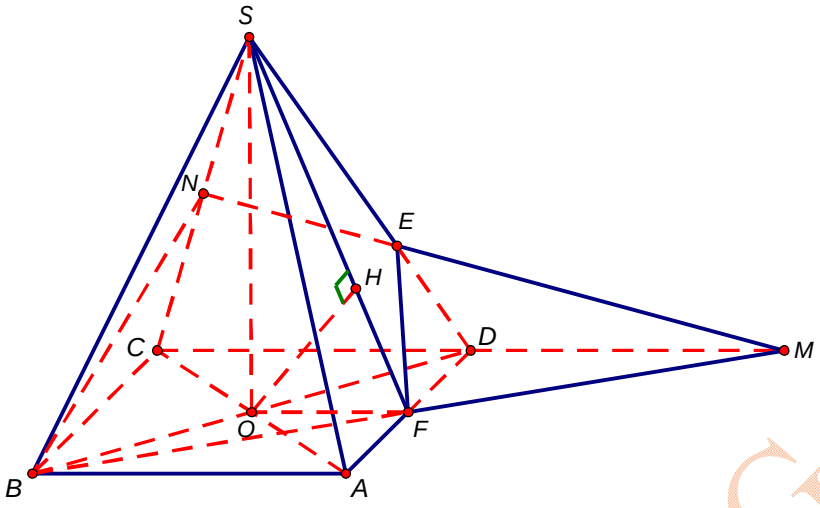
Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Giả sử các điểm như hình vẽ.

$E = SD \cap MN \Rightarrow E$ là trọng tâm tam giác SCM, $DF \,//\, BC \Rightarrow F$ là trung điểm BM.

Ta có: $\left(\widehat{SD,(ABCD)}\right) = \widehat{SDO} = 60^\circ \Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, $SF = \sqrt{SO^2 + OF^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$

$\Rightarrow d\left(O,(SAD)\right) = OH = h = \dfrac{a\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}; S_{SAD} = \dfrac{1}{2} SF.AD = \dfrac{a^2\sqrt{7}}{4}$

$\dfrac{V_{MEFD}}{V_{MNBC}} = \dfrac{ME}{MN} \cdot \dfrac{MF}{MB} \cdot \dfrac{MD}{MC} = \dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow V_{BFDCNE} = \dfrac{5}{6} V_{MNBC} = \dfrac{5}{6} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot d\left(M,(SAD)\right) \cdot \dfrac{1}{2} S_{SBC} = \dfrac{5}{18} \cdot 4h \cdot \dfrac{1}{2} S_{SAD} = \dfrac{5a^3\sqrt{6}}{72}$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SO.S_{ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6} \Rightarrow V_{SABFEN} = V_{S.ABCD} - V_{BFDCNE} = \dfrac{7a^3\sqrt{6}}{36}.$

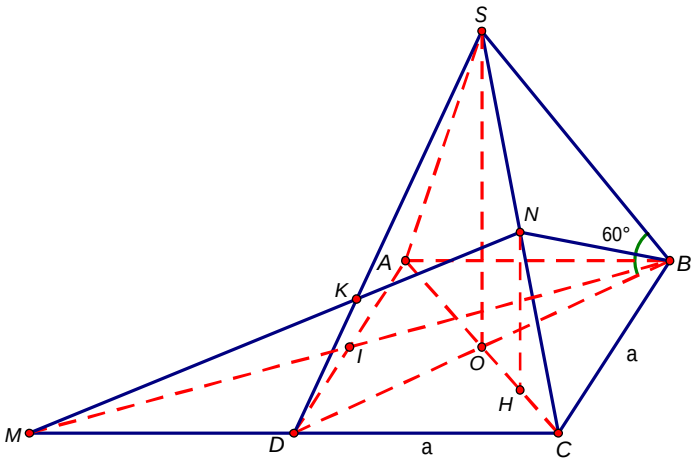
Suy ra: $\dfrac{V_{SABFEN}}{V_{BFDCNE}} = \dfrac{7}{5}.$

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D; N là trung điểm của SC, mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $\dfrac{7}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đặt $\begin{cases} V_1 = V_{SABIKN} \\ V_2 = V_{NBCDIK} \end{cases} \rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = ?$.

* $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}a^2 = \dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

* $V_{N.BMC} = \dfrac{1}{3}.NH.S_{\Delta BMC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{SO}{2}.S_{\Delta BMC} = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{6}}{4}.\dfrac{1}{2}.a.2a = \dfrac{\sqrt{6}}{12}a^3$.

* Nhận thấy K là trọng tâm của tam giác SMC $\rightarrow \dfrac{MK}{MN} = \dfrac{2}{3}$.

* $\dfrac{V_{M.DIK}}{V_{M.CBN}} = \dfrac{MD}{MC}.\dfrac{MI}{MB}.\dfrac{MK}{MN} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{6}$.

$\rightarrow V_2 = V_{M.CBN} - V_{M.DIK} = \dfrac{5}{6}V_{M.CBN} = \dfrac{5}{6}.\dfrac{\sqrt{6}}{12}a^3 = \dfrac{5\sqrt{6}}{72}a^3$.

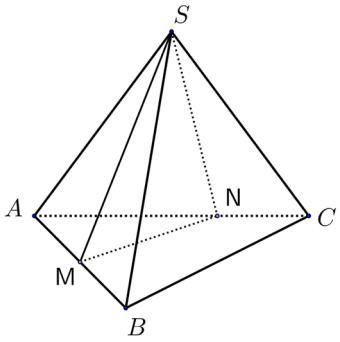
$\rightarrow V_1 = V_{S.ABCD} - V_2 = \dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3 - \dfrac{5\sqrt{6}}{72}a^3 = \dfrac{7\sqrt{6}}{72}a^3 \rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\dfrac{7\sqrt{6}}{72}a^3}{\dfrac{5\sqrt{6}}{72}a^3} = \dfrac{7}{5}$.

Câu 45. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng V. Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB, N là điểm nằm giữa AC sao cho $AN = 2NC$. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMN$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V}$.

A. $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



$\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{V_{ASMN}}{V_{ASBC}} = \dfrac{AS}{AS}.\dfrac{AM}{AB}.\dfrac{AN}{AC} = 1.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$..

Câu 46. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V. Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{V}{16}$. **B.** $\dfrac{V}{8}$. **C.** $\dfrac{V}{4}$. **D.** $\dfrac{V}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \dfrac{V}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và I là trung điểm CD, M là trung điểm BI. Tính thể tích V của khối chóp $A.MCD$.

A. $V=5$. **B.** $V=4$. **C.** $V=6$. **D.** $V=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=9, SB=4, SC=8$ và đôi một vuông góc. Các điểm A', B', C' thỏa mãn $\overrightarrow{SA}=2.\overrightarrow{SA'}$, $\overrightarrow{SB}=3.\overrightarrow{SB'}$, $\overrightarrow{SC}=4.\overrightarrow{SC'}$. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ là

A. 2. **B.** 24. **C.** 16. **D.** 12.

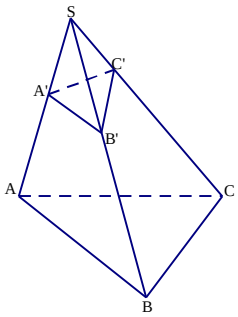
Hướng dẫn giải

Chọn A

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SA.S_{SBC}=\frac{1}{6}.SA.SB.SC$.

Ta có: $\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{24}$.

$\Rightarrow V_{SA'B'C'}=2$.



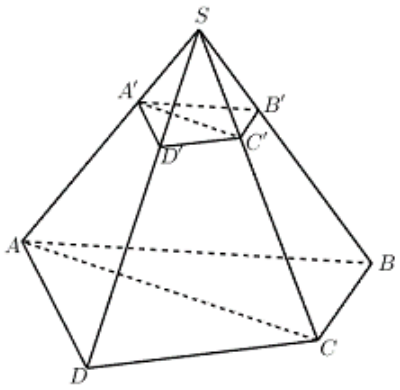
.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với mặt đáy của hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{27}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{V}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



.

Vì $(A'B'C'D')//(ABCD)\Rightarrow A'B'//AB, B'C'//BC, C'D'//CD$.

Mà $\frac{SA'}{SA}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{SB'}{SB}=\frac{SC'}{SC}=\frac{SD'}{SD}=\frac{1}{3}$.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là $V_{S.ABC}, V_{S.ACD}$.

Ta có $V_1+V_2=V$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{27}\Leftrightarrow V_{S.A'B'C'}=\frac{V_1}{27}.$

$\frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ACD}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SC'}{SC}.\frac{SD'}{SD}=\frac{1}{27}\Leftrightarrow V_{S.A'C'D'}=\frac{V_2}{27}.$

Vậy $V_{S.A'B'C'D'}=V_{S.A'B'C'}+V_{S.A'C'D'}=\frac{V_1+V_2}{27}=\frac{V}{27}.$

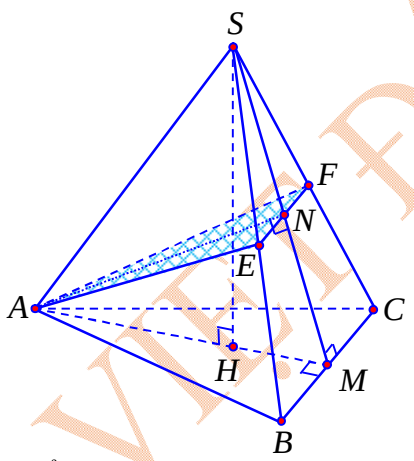
Vậy $V_{S.A'BC'D'}=\frac{V}{27}.$

Câu 50. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC. Biết mặt phẳng (AEF) vuông góc với mặt phẳng (SBC). Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC và EF; H là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases}(AEF)\perp(SBC)\\(AEF)\cap(SBC)=EF\end{cases}$ (1)

Trong mặt phẳng (SBC), ta có $\begin{cases}EF\ //\ BC\\SM\perp BC\end{cases}$ nên $EF\perp SM$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra SM vuông góc với mặt phẳng (AEF) tại N

Mặt khác

Tam giác SHM vuông tại H có $\cos M=\frac{HM}{SM}$ (3).

Tam giác AMN vuông tại N có $\cos M=\frac{MN}{AM}$ (4)

Từ (3) và (4) ta có $\frac{HM}{SM}=\frac{MN}{AM}\Leftrightarrow SM.MN=HM.AM$ (vì N là trung điểm SM)

$\Leftrightarrow\frac{1}{2}SM^2=\frac{1}{3}AM^2\Leftrightarrow SM=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}AM=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Tam giác SHM vuông tại H có $HM=\frac{1}{3}.AM=\frac{a\sqrt{3}}{6}$ và $SH=\sqrt{SM^2-HM^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$.

Khi đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SH=\frac{a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 51. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Lấy A' trên cạnh SA sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy hình chóp cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ là:

A. $\frac{V}{81}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{V}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\left(\frac{1}{3}\right)^3\Rightarrow V_{S.A'B'C'}=\frac{V_{S.ABC}}{27}=\frac{V}{54}$

$\frac{V_{S.A'D'C'}}{V_{S.ADC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SD'}{SD}.\frac{SC'}{SC}=\left(\frac{1}{3}\right)^3\Rightarrow V_{S.A'D'C'}=\frac{V_{S.ADC}}{27}=\frac{V}{54}$

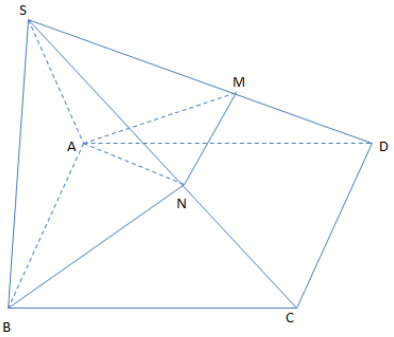
$V_{S.A'B'C'D'}=V_{S.A'B'C'}+V_{S.A'C'D'}=\frac{V}{54}+\frac{V}{54}=\frac{V}{27}$.

Câu 52. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 18, đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SD sao cho $SM=2MD$. Mặt phẳng (ABM) cắt SC tại N. Tính thể tích khối chóp $S.ABNM$.

A. 9. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Có : $\begin{cases}M\in(ABM)\cap(SCD)\\AB//CD\end{cases}$.

$\Leftrightarrow(ABM)\cap(SCD)=MN//CD$.

$\frac{V_{S.ABNM}}{V_{SABCD}}=\frac{V_{SANM}}{2V_{SACD}}+\frac{V_{SANB}}{2V_{SACB}}=\frac{1}{2}\left[\frac{SM}{SD}.\frac{SN}{SC}+\frac{SN}{SC}\right]=\frac{5}{9}$.

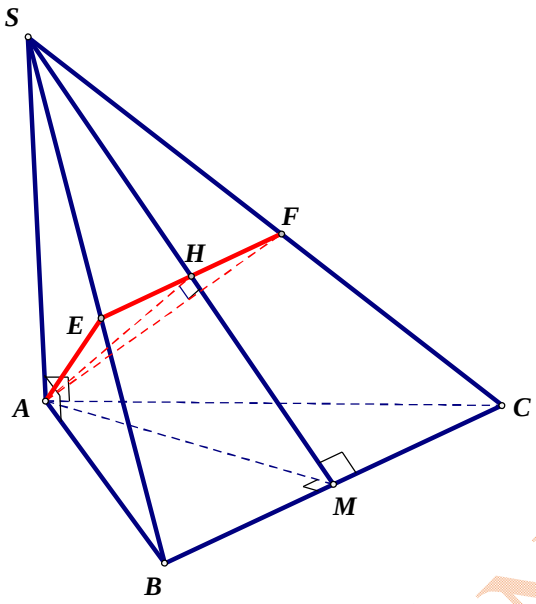
Vậy : $V_{S.ABNM}=\frac{5}{9}.V_{SABCD}=10$.

Câu 53. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm BC. Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SM cắt SB, SC lần lượt tại E, F. Biết $V_{S.AEF}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{2a^3}{5}$. **D.** $V=\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $BC \perp SM$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SM. Do $FE = (P) \cap (SBC)$ $\Rightarrow FE \perp SM \Rightarrow FE \parallel BC$ và FE đi qua H.

$V_{S.AEF} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} \Leftrightarrow \frac{SE}{SB} . \frac{SF}{SC} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{SH}{SM} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{SH}{SM} = \frac{1}{2}$. Vậy H là trung điểm cạnh SM.

Suy ra ΔSAM vuông cân tại $A \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

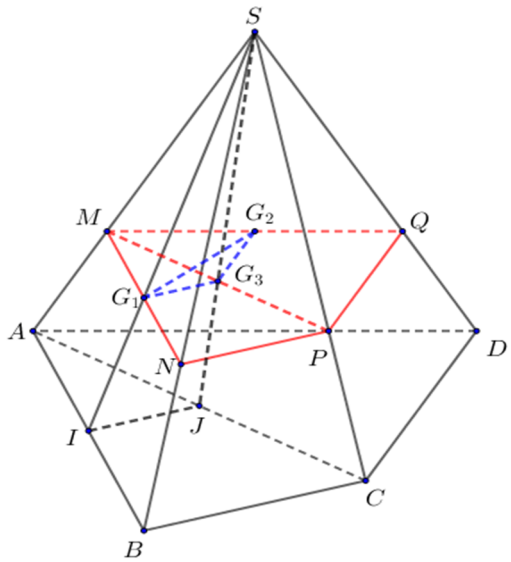
Vậy $V_{SABC} = \frac{1}{3} . \frac{a\sqrt{3}}{2} . \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$.

Câu 54. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm các tam giác SAB, SAC, SAD chia khối chóp này thành hai phần có thể tích là V_1 và V_2 $(V_1 < V_2)$. Tính tỉ lệ $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{16}{75}$. **B.** $\frac{8}{27}$. **C.** $\frac{16}{81}$. **D.** $\frac{8}{19}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SAD, SAC.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, AC thì $\frac{SG_1}{SI}=\frac{2}{3}=\frac{SG_3}{SJ}$

$\Rightarrow G_1G_3 \,//\, IJ \Rightarrow G_1G_3 // (ABC)$.

Chứng minh tương tự ta có $G_2G_3 // (ABC)$.

Suy ra $(G_1G_2G_3) \,//\, (ABCD)$.

Qua G_1 dựng đường song song với AB, cắt SA, SB lần lượt tại M, N.

Qua N dựng đường song song với BC, cắt SC tại P.

Qua P dựng đường song song với CD, cắt SD tại Q.

$\Rightarrow$ Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi $(G_1G_2G_3)$ là tứ giác $MNPQ$.

Ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM.SN.SP}{SA.SB.SC}=\frac{8}{27}\Rightarrow V_{S.MNP}=\frac{8}{27}V_{S.ABC}$ (1)

Tương tự ta cũng có $\Rightarrow V_{S.MPQ}=\frac{8}{27}V_{S.ACD}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $V_{S.MNPQ}=\frac{8}{27}V_{S.ABCD}\Rightarrow V_1=\frac{8}{27}V\Rightarrow V_2=V-V_1=\frac{19}{27}V$. Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{8}{19}$.

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Tỉ số $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ là

A. $\frac{1}{6}$ **B.** $\frac{1}{16}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có áp dụng công thức tỉ số thể tích, ta có $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}$ và $\frac{V_{S.MQP}}{V_{S.ADC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SQ}{SD}.\frac{SP}{SC}$

Vì M, N, P, Q là trung điểm các cạnh $SA, SB, SC, SD \Rightarrow \frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}=\frac{SP}{SC}=\frac{SQ}{SD}=\frac{1}{2}$.

Và $V_{S.ABC}=V_{S.ADC}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}$ suy ra $\frac{V_{S.MNP}+V_{S.MQP}}{\frac{1}{2}.V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\Rightarrow\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

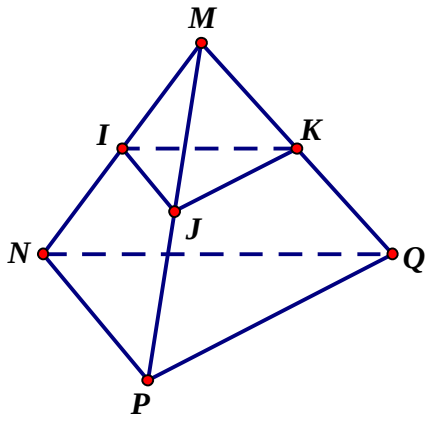
Câu 56. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I; J; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN; MP; MQ. Tỉ 2018 thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $\frac{V_{M.IJK}}{V_{M.NPQ}}=\frac{MI}{MN}.\frac{MJ}{MP}.\frac{MK}{MQ}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{6}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

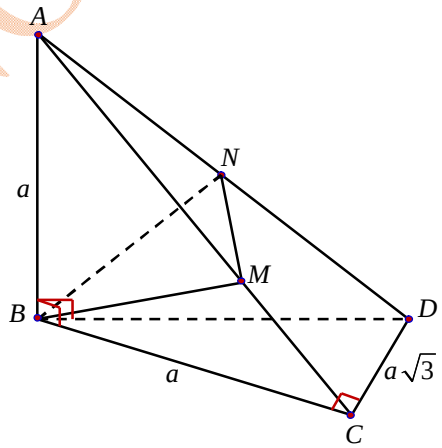
Ta có: $V_{S.BCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}$. Mặt khác: $\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}}=\frac{SE}{SC}=\frac{2}{3}\longrightarrow V_{S.EBD}=\frac{2}{3}V_{S.CBD}=\frac{1}{3}$.

Câu 58. Cho hình chóp $A.BCD$ có đáy BCD là tam giác vuông tại C với $BC=a$, $CD=a\sqrt{3}$. Hai mặt (ABD) và (ABC) cùng vuông góc với mặt phẳng (BCD). Biết $AB=a$, M, N lần lượt thuộc cạnh AC, AD sao cho $AM=2MC$, $AN=ND$. Thể tích khối chóp $A.BMN$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Do $AM=2MC\Rightarrow\frac{AM}{AC}=\frac{2}{3}$.

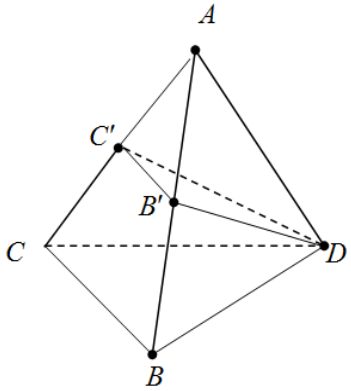
Ta có $\frac{V_{A.BMN}}{V_{A.BCD}}=\frac{AM}{AC}.\frac{AN}{AD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$.

Mà $V_{A.BCD}=\frac{1}{3}AB.\frac{1}{2}BC.CD=\frac{1}{6}a.a.a\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow V_{A.BMN}=\dfrac{V_{A.BCD}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 59. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B' và C' lần lượt là trung điểm của AB và AC. Tính tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$.



A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\dfrac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}}=\dfrac{AB'}{AB}\cdot\dfrac{AC'}{AC}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 60. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $mp(ABC)$ qua A vuông góc với đường thẳng SB cắt SB, SC lần lượt tại H, K. Gọi V_1, V_2 tương ứng là thể tích của các khối chóp $S.AHK$ và $S.ABC$. Cho biết tam giác SAB vuông cân, tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $HK//BC$ do cùng $\perp SB$ trong (SBC), mà H là trung điểm SB nên K là trung điểm SC.

Vậy có (xem A là đỉnh): $\dfrac{V}{V'}=\dfrac{S_{SHK}}{S_{SBC}}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 61. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi $I;J;K$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $MN;MP;MQ$. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ là

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trong trường hợp này áp dụng công thức tỉ lệ thể tích giữa 2 hình chóp tam giác:

$\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}=\dfrac{MI}{MN}\cdot\dfrac{MJ}{MP}\cdot\dfrac{MK}{MQ}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$.

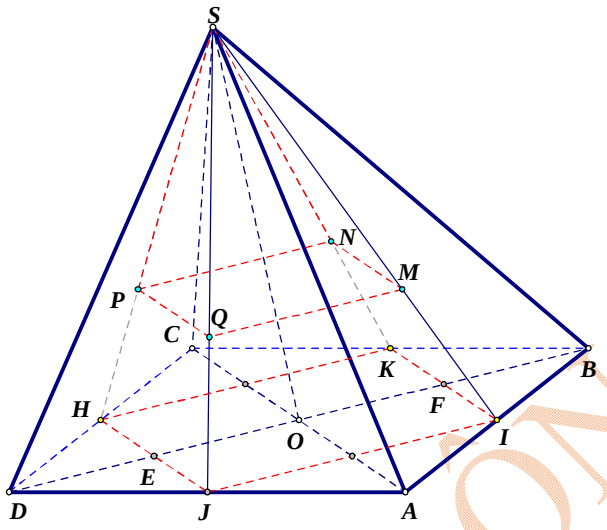
Câu 62. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V, khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{81V}{8}$. **B.** $\frac{27V}{4}$. **C.** $\left(\frac{9}{2}\right)^2 V$. **D.** $\frac{9V}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\frac{d\left(S,(MNPQ)\right)}{d\left(S,(ABCD)\right)}=\frac{SM}{SI}=\frac{2}{3}$.

Mặt khác gọi $S=S_{ABCD}$ ta có $\frac{S_{\Delta DEJ}}{S_{\Delta BDA}}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}\Rightarrow S_{\Delta DEJ}=\frac{1}{16}S$.

Tương tự ta có $\frac{S_{\Delta JAI}}{S_{\Delta DAB}}=\frac{1}{4}\Rightarrow S_{\Delta JAI}=\frac{1}{8}$.

Suy ra $S_{HKIJ}=\left[1-\left(4.\frac{1}{16}+2.\frac{1}{8}\right)\right]S=\frac{1}{2}S$.

Mà $\frac{S_{MNPQ}}{S_{HKIJ}}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}\Rightarrow S_{MNPQ}=\frac{2}{9}S_{ABCD}$.

Suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}d\left(S,(ABCD)\right).S=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}d\left(S,(MNPQ)\right).\frac{9}{2}S=\frac{27}{4}V$.

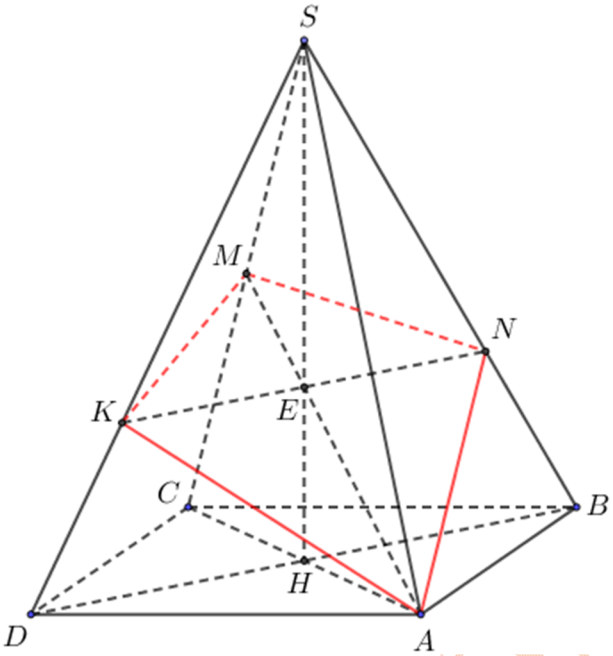
Câu 63. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, M là trung điểm của SC. Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD tại N, K. Tính tỉ số thể tích của khối $S.ANMK$ và khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2}{9}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{3}{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là tâm hình vuông $ABCD$, $E = SH \cap AM \Rightarrow E$ là trọng tâm ΔSAC

$\Rightarrow \frac{SE}{SH} = \frac{SK}{SD} = \frac{SN}{SB} = \frac{2}{3}$. Ta có $\frac{V_{S.AKM}}{V_{S.ADC}} = \frac{SA.SK.SM}{SA.SD.SC} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AKM} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD}$

Tương tự $\frac{V_{S.ANM}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ANM} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD}$.

Từ đó $V_{S.ANMK} = V_{S.ANM} + V_{S.AKM} = \frac{1}{6}V_{S.ABCD} + \frac{1}{6}V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

Câu 64. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đoạn SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA' = \frac{1}{2}SA; SB' = \frac{1}{3}SB; SC' = \frac{1}{4}SC$. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'$ và $S.ABC$ bằng

A. $\frac{1}{24}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

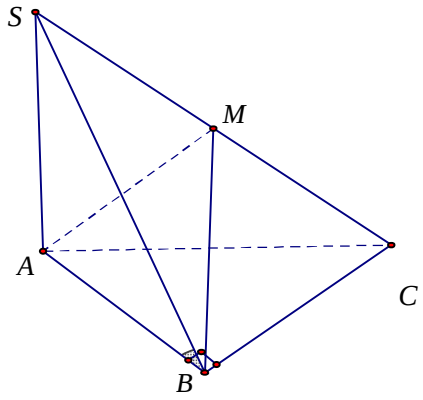
Ta có: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4} = \frac{1}{24}$.

Câu 65. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $30°$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC. Thể tích của khối chóp $S.ABM$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=a$ nên $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2}{2}$.

Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SBA}=30°$.

Tam giác SAB vuông tại $A: SA=\tan 30°.AB=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{a^3\sqrt{3}}{18}\Rightarrow V_{S.ABM}=\frac{V_{S.ABC}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 66. Cho hình chóp $S.ABC$, M là trung điểm của SB, điểm N thuộc cạnh SC thỏa $SN=2NC$. Tỉ số $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

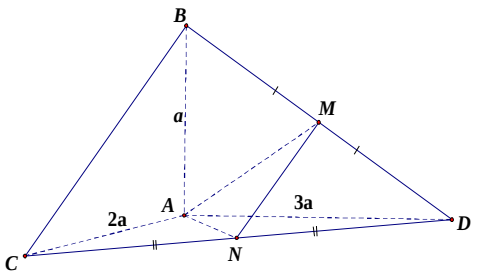
Ta có $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{AM}{AB}.\frac{AN}{AC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$.

Câu 67. Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau, $AB=a; AC=2a$ và $AD=3a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BD, CD. Tính thể tích V của tứ diện $ADMN$.

A. $V=\frac{a^3}{4}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$\left.\begin{matrix}AB\perp AC\\AB\perp AD\end{matrix}\right\}\Rightarrow AB\perp(ACD)$.

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{\Delta ACD}.AB=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AC.AD.AB=\frac{1}{6}.2a.3a.a=a^3$.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

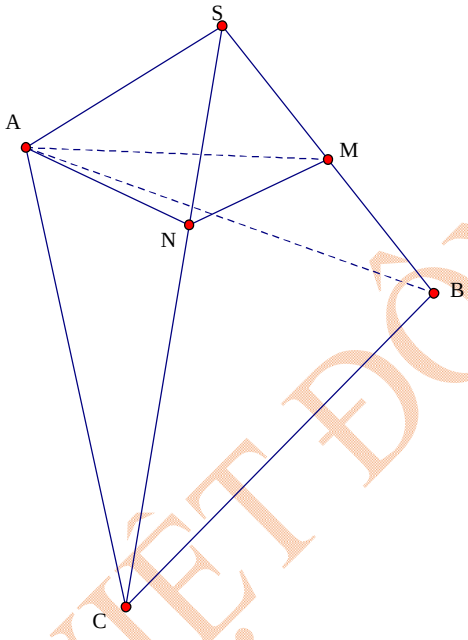
$\frac{V_{D.MAN}}{V_{D.BAC}}=\frac{DM}{DB}.\frac{DA}{DA}.\frac{DN}{DC}=\frac{1}{2}.1.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{D.MAN}=\frac{1}{4}V_{D.BAC}=\frac{a^3}{4}.$

Câu 68. Cho khối chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60°$, $SA=a$, $SB=2a$, $SC=4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Lấy $M\in SB$, $N\in SC$ thoả mãn: $SM=SN=SA=a\Rightarrow\begin{cases}\frac{SM}{SB}=\frac{1}{2}\\ \frac{SN}{SC}=\frac{1}{4}\end{cases}$.

Theo giả thiết: $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^0\Rightarrow S.AMN$ là khối tứ diện đều cạnh a.

Do đó: $V_{S.AMN}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mặt khác : $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{4}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{S.ABC}=8V_{S.AMN}=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

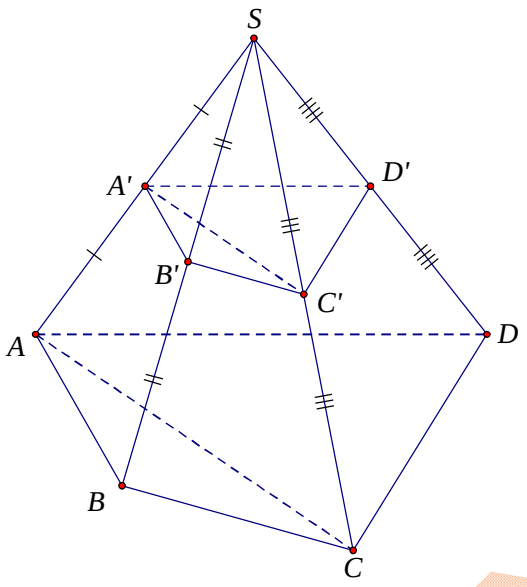
Câu 69. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{16}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{8},\frac{V_{SA'C'D'}}{V_{SACD}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SD'}{SD}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{8}$

Suy ra $\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{V_{SA'B'C'}+V_{SA'C'D'}}{V_{SABC}+V_{SACD}}=\frac{1}{8}$.

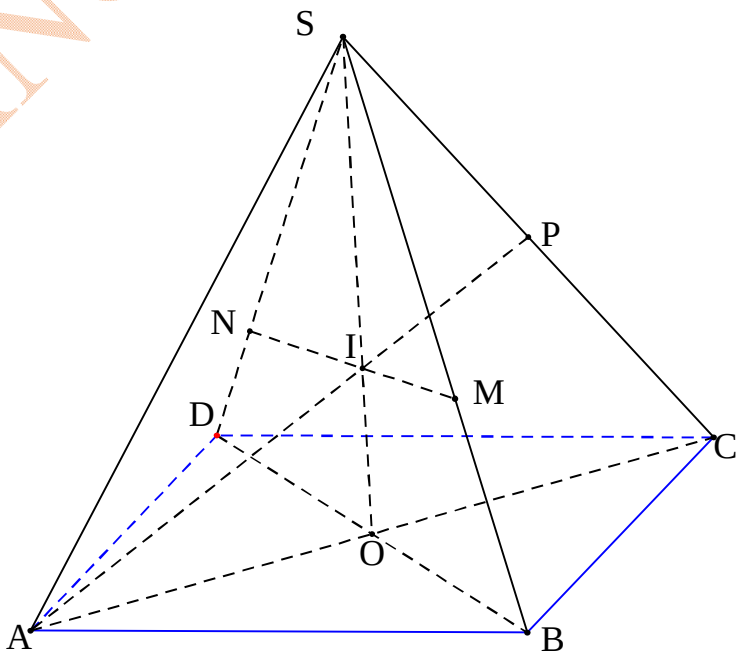
Vậy $\frac{V_{SA'B'C'D'}}{V_{SABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt các cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đặt $\frac{SM}{SB}=x$, $\frac{SN}{SD}=y$, $0<x$, $y\le 1$.

Vì $\frac{SA}{SA}+\frac{SC}{SP}=\frac{SB}{SM}+\frac{SD}{SN}$ nên $1+2=\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\Rightarrow y=\frac{x}{3x-1}$

Khi đó $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}}+\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}}=\frac{1}{2}.\frac{SA}{SA}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}+\frac{1}{2}.\frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{2}.y.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.x.\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{4}(x+y)=\frac{1}{4}\left(x+\frac{x}{3x-1}\right)$

Vì $x>0$, $y>0$ nên $\frac{1}{3}<x<1$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{4}\left(x+\frac{x}{3x-1}\right)$ trên $\left(\frac{1}{3};1\right]$

Ta có $f'(x)=\frac{1}{4}\left(1-\frac{1}{(3x-1)^2}\right)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		1
y'	‖	$-$	0	$+$	
y	‖	↘	$\frac{1}{3}$	↗	$\frac{3}{8}$

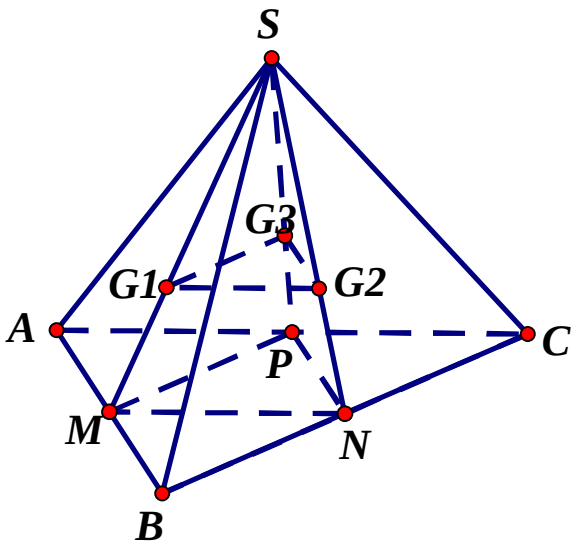
Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$ bằng $\frac{1}{3}$.

Câu 71. Cho tứ diện đều $S.ABC$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ΔSAB, ΔSBC, ΔSCA. Tính $\frac{V_{S.G_1G_2G_3}}{V_{S.ABC}}$.

A. $\frac{1}{48}$. **B.** $\frac{2}{27}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{2}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA. Ta có.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

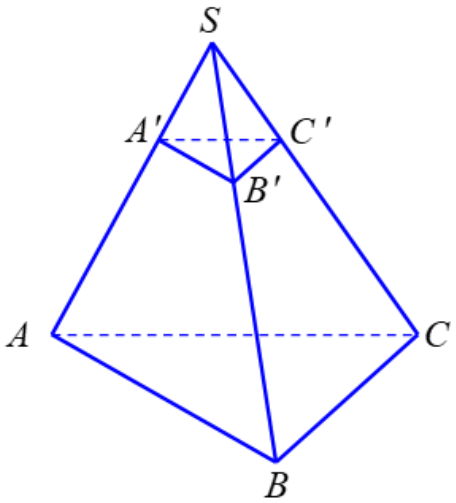
$\frac{V_{SG_1G_2G_3}}{V_{SMNP}}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{8}{9}\Rightarrow V_{SG_1G_2G_3}=\frac{8}{9}V_{SMNP}=\frac{8}{8}.\frac{1}{4}V_{SABC}=\frac{2}{27}.$

Câu 72. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$, $SB'=\frac{1}{3}SB$, $SC'=\frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{27}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



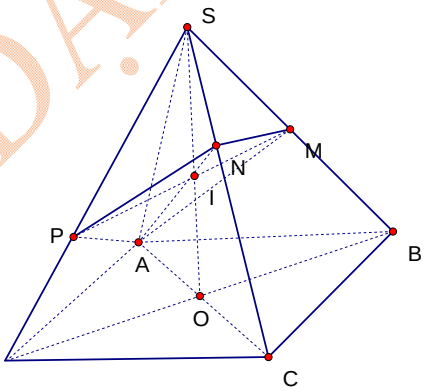
Ta có $\frac{V'}{V}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3}=\frac{1}{27}.$

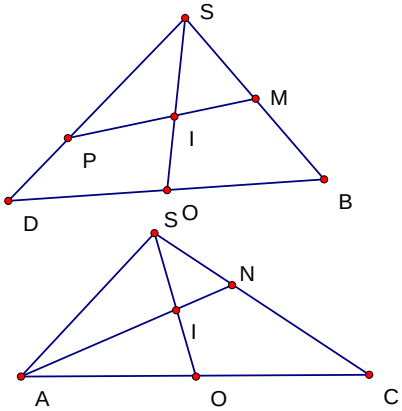
Câu 73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Gọi M là trung điểm của SB. P là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SP=2DP$. Mặt phẳng (AMP) cắt cạnh SC tại N. Tính thể tích của khối đa diện $ABCDMNP$ theo V..

A. $V_{ABCDMNP}=\frac{23}{30}V$. **B.** $V_{ABCDMNP}=\frac{7}{30}V$. **C.** $V_{ABCDMNP}=\frac{19}{30}V$. **D.** $V_{ABCDMNP}=\frac{2}{5}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn A





Gọi O là tâm hình bình hành. Gọi $I=MP\cap SO\Rightarrow N=AI\cap SC$.
Ta có:

$$\frac{1}{3}=\frac{SP}{SD}.\frac{SM}{SB}=\frac{S_{\Delta SPM}}{S_{\Delta SDB}}=\frac{S_{\Delta SPI}+S_{\Delta SMI}}{S_{\Delta SDB}}=\frac{S_{\Delta SPI}}{2S_{\Delta SDO}}+\frac{S_{\Delta SMI}}{2S_{\Delta SBO}}.$$

$$=\frac{SI}{2SO}\left(\frac{SP}{SD}+\frac{SM}{SB}\right)=\frac{7}{12}.\frac{SI}{SO}\Rightarrow\frac{SI}{SO}=\frac{4}{7}$$

Suy ra:

$$\frac{SN}{SC}=\frac{S_{\Delta SAN}}{S_{\Delta SAC}}=\frac{S_{\Delta SAI}+S_{\Delta SNI}}{S_{\Delta SAC}}=\frac{S_{\Delta SAI}}{2S_{\Delta SAO}}+\frac{S_{\Delta SNI}}{2S_{\Delta SCO}}=\frac{SI}{2SO}+\frac{SI}{2SO}.\frac{SN}{SC}=\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\frac{SN}{SC}.$$

$$\Rightarrow\frac{SN}{SC}=\frac{2}{5}$$

Suy ra: $\frac{V_{S.AMNP}}{V}=\frac{V_{S.AMP}+V_{S.MNP}}{V}=\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABD}}+\frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.BCPD}}=\frac{SA.SM.SP}{2SA.SB.SD}+\frac{SM.SN.SP}{2SB.SC.SD}=\frac{7}{30}.$

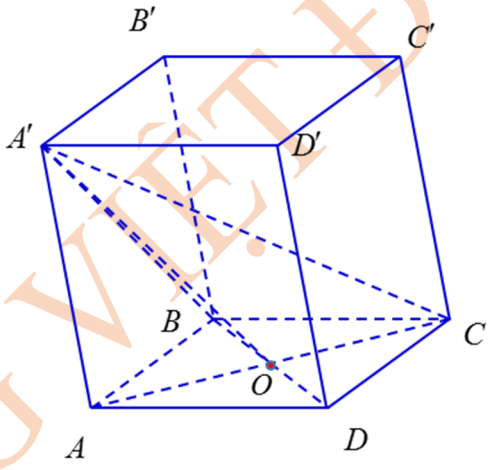
$$\Rightarrow V_{ABCD.MNP}=\frac{23}{30}V.$$

Câu 74. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O. Thể tích của khối chóp $A'.BCO$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$$V_{A'.BCO}=\frac{1}{3}d\left(A',(BCO)\right).S_{BCO}=\frac{1}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'}=1.$$

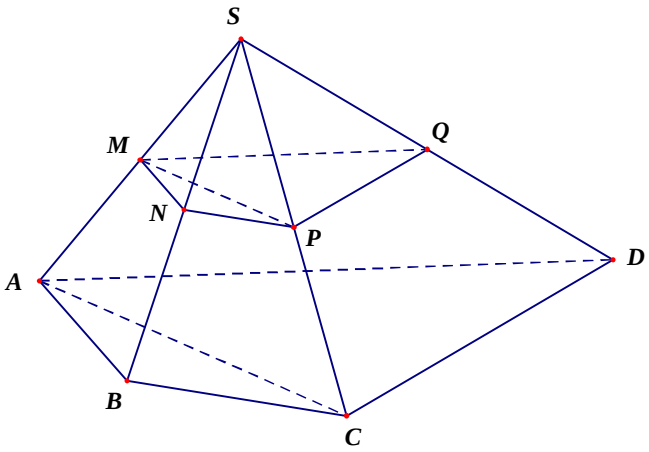
Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.MNPQ$ và $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $V_{S.MNP}=\frac{1}{8}V_{S.ABC}$ và $V_{S.MQP}=\frac{1}{8}V_{S.ADC}$

$\Rightarrow V_{S.MNPQ}=V_{S.MQP}+V_{S.MNP}=\frac{1}{8}V_{S.ABC}+\frac{1}{8}V_{S.ADC}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}$

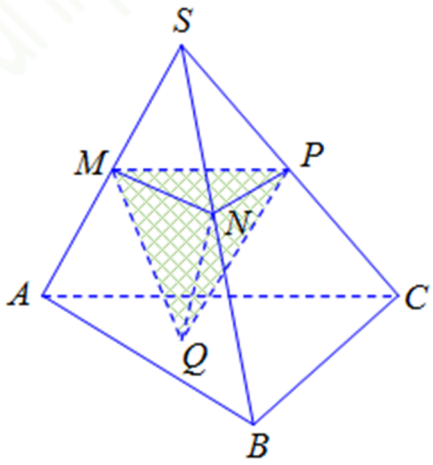
$\Rightarrow \frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 76. Cho tứ diện $S.ABC$ có thể tích V. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của SA, SB và SC. Thể tích khối tứ diện có đáy là tam giác MNP và đỉnh là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{V}{8}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Dễ thấy khoảng cách từ đỉnh tứ diện cần tính thể tích đến mặt phẳng (MNP) cũng bằng khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (MNP).

Ta có: $\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{8}$ nên $V_{S.MNP}=\frac{V}{8}$.

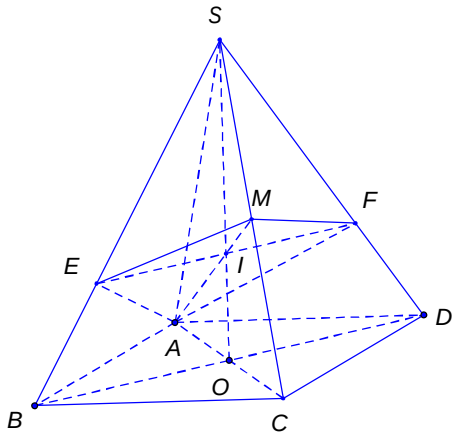
Câu 77. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên tạo với đáy một góc $60°$. Gọi M là trung điểm của SC. Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD cắt SB tại E và cắt SD tại F. Tính thể tích V khối chóp $S.AEMF$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D



Trong mặt phẳng $(SBD): EF \cap SO = I$. Suy ra A, M, I thẳng hàng.

Trong tam giác SAC hai trung tuyến AM, SO cắt nhau tại I suy ra $\frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Lại có $EF \,//\, BD \Rightarrow \frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3}$.

Ta có: $\frac{V_{S.AEM}}{V_{SABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3}$. $\frac{V_{S.AFM}}{V_{SADC}} = \frac{SF}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3}$.

Vậy $\frac{V_{S.AEM} + V_{S.AFM}}{V_{S.ABC} + V_{S.ADC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{S.AEMF}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{3}$.

Góc giữa cạnh bên và đáy của $S.ABCD$ bằng góc $\widehat{SBO} = 60°$ suy ra $SO = BO\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ bằng $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Vậy $V_{S.AEMF} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

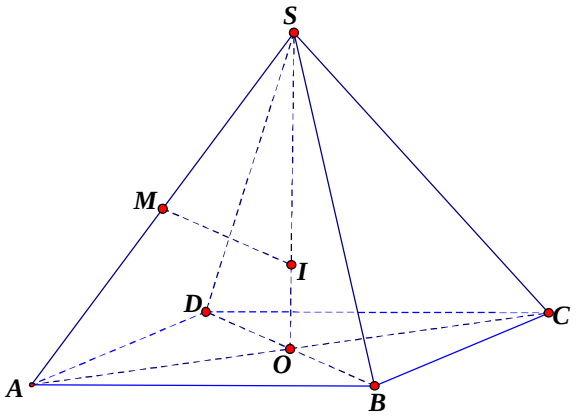
Câu 78. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên hợp với đáy một góc bằng $60°$. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối cầu ngoại tiếp, thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đã cho. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{9}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{27}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Suy ra $SO \perp (ABCD)$. Và góc giữa cạnh bên SA với mặt đáy $(ABCD)$ là góc $\widehat{SAO}$. Theo giả thuyết $\widehat{SAO} = 60°$, nên tam giác SAC đều, suy ra $SA = a\sqrt{2}$ và $SO = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Gọi M là trung điểm SA. Trong (SAC), đường trung trực của cạnh SA cắt SO tại I.

Khi đó, $IS = IA = IB = IC = ID$ nên I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Tam giác SAO có $SI.SO = SM.SA \Rightarrow SI = \dfrac{SA^2}{2SO} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3} = R$.

Ta lại có, khối nón ngoại tiếp hình chóp có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ nên có bán kính đáy $r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao $h = SO = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\dfrac{4}{3}.\pi\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{3}\right)^3}{\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}} = \dfrac{32}{9}$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Mặt phẳng MBC chia hình chóp thành 2 phần. Tỉ số thể tích của phần trên và phần dưới là

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{5}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Kẻ $MN//AD, (N \in SD)$. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $MNCB$. Gọi V là thể tích khối chóp $S.ABCD$.

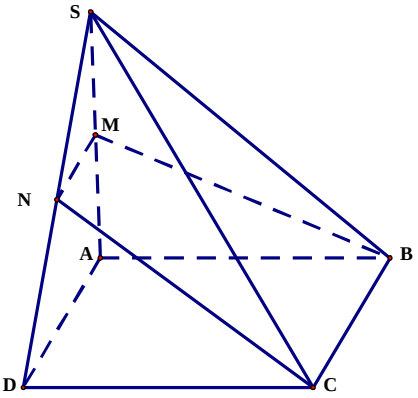
$\dfrac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MBC} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABC} = \dfrac{1}{4}V$.

$\dfrac{V_{S.MNC}}{V_{S.ADC}} = \dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MNC} = \dfrac{1}{4}V_{S.ADC} = \dfrac{1}{8}V$.

$V_{S.MNCB} = V_{S.MBC} + V_{S.MNC} = \dfrac{3}{8}V \Rightarrow V_{MNDCBA} = \dfrac{5}{8}V$.

Vậy tỉ số thể tích của phần trên với phần dưới là $\dfrac{3}{5}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Câu 80. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB. Khi đó tỉ số $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C}}$ bằng

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

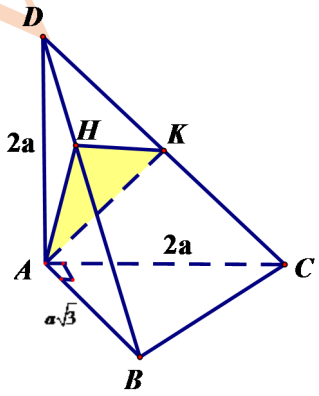
Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C'}} = \frac{SA}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SC}{SC} = 4$.

Câu 81. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$ và $AD = 2a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên DB, DC. Tính thể tích V của tứ diện $AHKD$.

A. $V = \frac{2\sqrt{3}}{7}a^3$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{3}}{21}a^3$. **C.** $V = \frac{2\sqrt{3}}{21}a^3$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{3}}{7}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $\frac{V_{D.AHK}}{V_{D.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SK}{SC}.\frac{DH}{DB} = \frac{1}{2}.\frac{DH.DB}{DB^2} = \frac{1}{2}.\frac{AD^2}{AD^2 + AB^2}$.

$= \frac{1}{2}.\frac{4a^2}{4a^2 + 3a^2} = \frac{2}{7}$.

$V_{D.ABC} = \frac{1}{3}DA.S_{ABC} = \frac{1}{3}2a.\frac{1}{2}2a.a\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $V_{AHKD} = V_{D.AHK} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{21}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 82. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C}}$.

A. 4. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

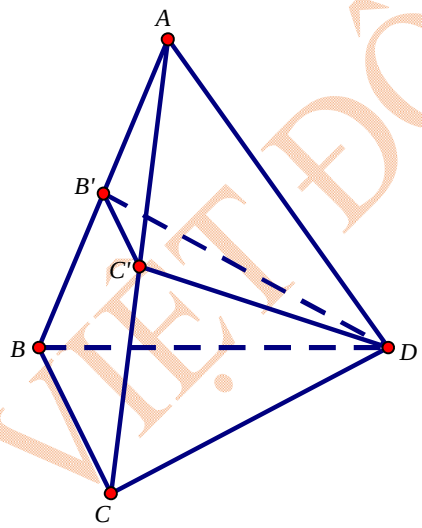
Ta có $\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C}} = \frac{SA.SB.SC}{SA'.SB'.SC} = \frac{SA.SB}{SA'.SB'} = 4..$

Câu 83. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB}.\frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

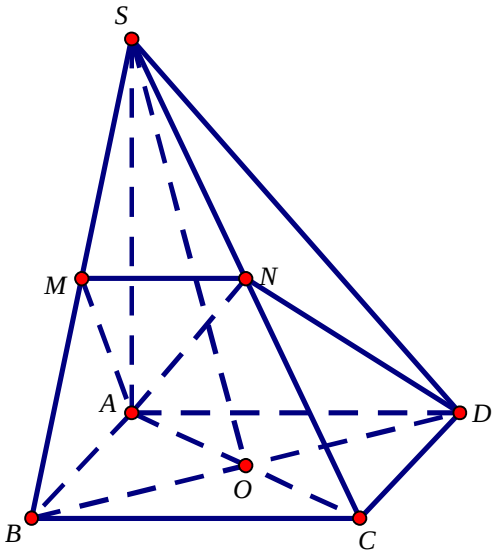
Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC. Tính thể tích khối chóp $S.ADMN$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{16}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$. **C.** $V = \frac{3a^3\sqrt{6}}{16}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó ta có $\widehat{SOA}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ nên $\widehat{SOA}=60°$. Khi đó $\tan 60°=\dfrac{SA}{AO}\Rightarrow SA=AO.\tan 60°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a.\sqrt{3}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{4}$ và $\dfrac{V_{S.AND}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SN}{SC}.\dfrac{SD}{SD}=\dfrac{1}{2}$.

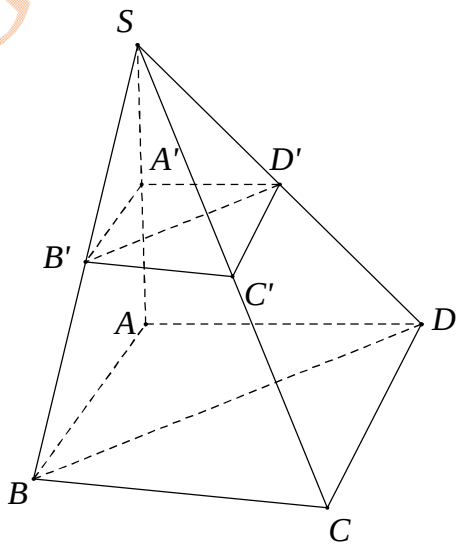
Do đó $V_{S.ADMN}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}.\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{8}.V_{S.ABCD}=\dfrac{3}{8}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{16}$.

Câu 85. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $V_{S.ABCD}=V_{S.ABD}+V_{S.CBD}$; $V_{S.A'B'C'D'}=V_{S.A'B'D'}+V_{S.C'B'D'}$.

Mạt khác: $\dfrac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}}=\dfrac{SA'}{SA}\cdot\dfrac{SB'}{SB}\cdot\dfrac{SD'}{SD}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{8}$;

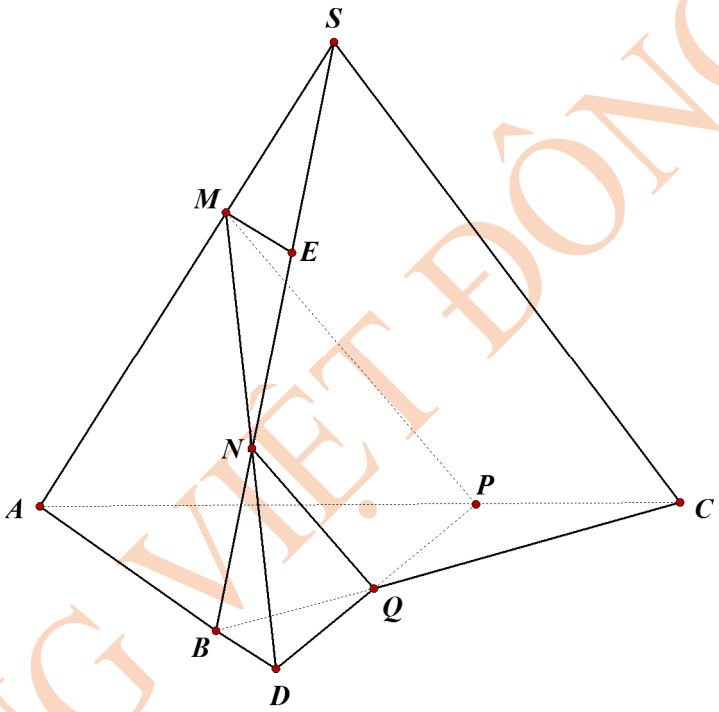
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\frac{V_{S.C'B'D'}}{V_{S.CBD}}=\frac{SC'}{SC}\cdot\frac{SB'}{SB}\cdot\frac{SD'}{SD}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$. Vậy, $\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 86. Cho điểm M nằm trên cạnh SA, điểm N nằm trên cạnh SB của hình chóp tam giác $S.ABC$ sao cho $\frac{SM}{MA}=\frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB}=2$. Mặt phẳng (α) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa A, V_2 là thể tích của khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{4}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{6}{5}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A

- Trong mặt phẳng (SAC) dựng MP song song với SC cắt AC tại P. Trong mặt phẳng (SBC) dựng NQ song song với SC cắt BC tại Q. Gọi D là giao điểm của MN và PQ. Dựng ME song song với AB cắt SB tại E (như hình vẽ).

- Ta thấy: $\frac{SE}{SB}=\frac{SM}{SA}=\frac{1}{3}\Rightarrow SN=NE=NB=\frac{1}{3}SB$

Suy ra N là trung điểm của BE và DM, đồng thời $DB=ME=\frac{1}{3}AB\Rightarrow\frac{DB}{DA}=\frac{1}{4}$, $\frac{DN}{DM}=\frac{1}{2}$.

Do $NQ//MP\Rightarrow\frac{DQ}{DP}=\frac{DN}{DM}=\frac{1}{2}$.

- Nhận thấy: $V_1=V_{D.AMP}-V_{D.BNQ}$.

$\frac{V_{D.BNQ}}{V_{D.AMP}}=\frac{DB}{DA}.\frac{DN}{DM}.\frac{DQ}{DP}=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{16}\Rightarrow V_{D.BNQ}=\frac{1}{16}V_{D.AMP}\Rightarrow V_1=\frac{15}{16}.V_{D.AMP}=\frac{15}{16}.V_{M.ADP}$.

- Do $NQ//SC\Rightarrow\frac{QB}{CB}=\frac{NB}{SB}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{d(N;DB)}{d(C;AB)}=\frac{QB}{CB}=\frac{1}{3}\Rightarrow d(Q;DB)=\frac{1}{3}.d(C;AB)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow S_{QDB}=\frac{1}{2}.d\left(Q;DB\right).DB=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.d\left(C;AB\right).\frac{1}{3}AB=\frac{1}{9}S_{CAB}\Rightarrow S_{ADP}=\frac{8}{9}.S_{ABC}$

Và $d\left(M;(ADP)\right)=\frac{2}{3}d\left(S;(ABC)\right)$

$\Rightarrow V_{M.ADP}=\frac{1}{3}.d\left(M;(ADP)\right).S_{ADP}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}d\left(S;(ABC)\right).\frac{8}{9}S_{ABC}=\frac{16}{27}.V_{S.ABC}$

$\Rightarrow V_1=\frac{15}{16}.\frac{16}{27}.V_{S.ABC}=\frac{5}{9}.V_{S.ABC}\Rightarrow V_2=V_{S.ABC}-V_1=\frac{4}{9}.V_{S.ABC}.$

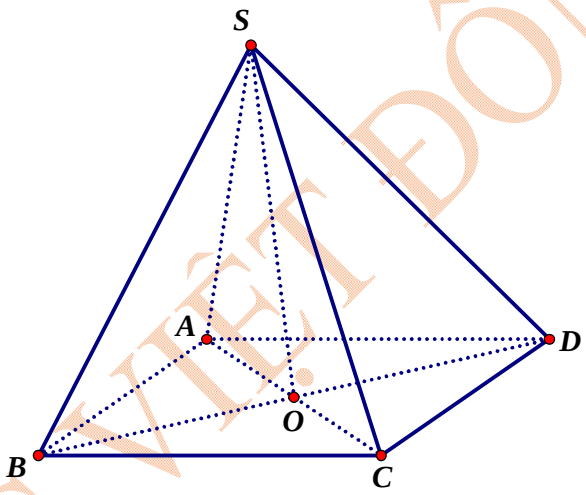
Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{4}.$

Câu 87. Cho hình chóp $S,ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và có thể tích bằng 8. Tính thể tích V của khối chóp $S.OCD$.

A. $V=4.$ **B.** $V=5.$ **C.** $V=2.$ **D.** $V=3.$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Cách 1. Gọi h là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$

Ta có $8=V_{SABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.h=\frac{1}{3}.4S_{OCD}.h=4V_{SOCD}\Rightarrow V_{SOCD}=2.$

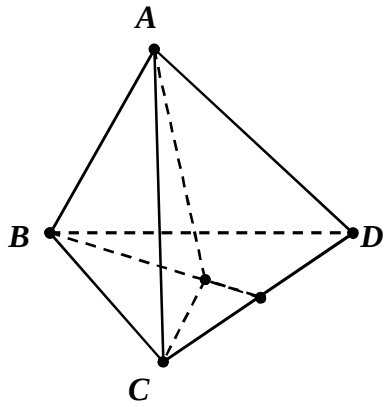
Cách 2. Ta có hai hình chóp có cùng chiều cao mà $S_{ABCD}=4S_{OCD}\Rightarrow V_{SOCD}=\frac{8}{4}=2$

Câu 88. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 12 và G là trọng tâm tam giác BCD. Tính thể tích V của khối chóp $A.GBC$.

A. $V=6.$ **B.** $V=5.$ **C.** $V=3.$ **D.** $V=4.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

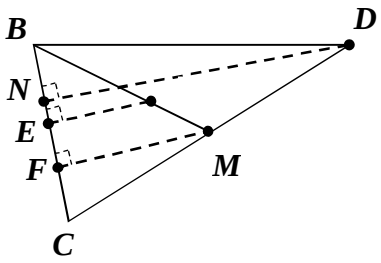


ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

□ ***Cách 1:***

Phân tích: tứ diện $ABCD$ và khối chóp $AGBC$ có cùng đường cao là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD). Do G là trọng tâm tam giác BCD nên ta có $S_{\Delta BGC}=S_{\Delta BGD}=S_{\Delta CGD}\Rightarrow S_{\Delta BCD}=3S_{\Delta BGC}$ (xem phần chứng minh).

Áp dụng công thức thể tích hình chóp ta có:

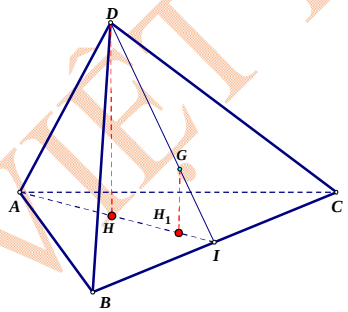


$$\left.\begin{array}{l}V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}h.S_{\Delta BCD}\\ V_{A.GBC}=\dfrac{1}{3}h.S_{\Delta GBC}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{V_{ABCD}}{V_{A.GBC}}=\frac{\frac{1}{3}h.S_{\Delta BCD}}{\frac{1}{3}h.S_{\Delta GBC}}=\frac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta GBC}}=3\Rightarrow V_{A.GBC}=\frac{1}{3}V_{ABCD}=\frac{1}{3}.12=4.$$

Chứng minh: Đặt $DN=h;BC=a$.

Từ hình vẽ có:

+) $MF//ND\Rightarrow\dfrac{MF}{DN}=\dfrac{CM}{CD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow MF=\dfrac{1}{2}DN\Rightarrow MF=\dfrac{h}{2}$.



+) $GE//MF\Rightarrow\dfrac{GE}{MF}=\dfrac{BG}{BM}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow GE=\dfrac{2}{3}MF=\dfrac{2}{3}.\dfrac{h}{2}=\dfrac{h}{3}$

+) $\dfrac{S_{\Delta BCD}}{S_{\Delta GBC}}=\dfrac{\frac{1}{2}DN.BC}{\frac{1}{2}GE.BC}=\dfrac{\frac{1}{2}ha}{\frac{1}{2}\frac{h}{3}a}=3\Rightarrow S_{\Delta BCD}=3S_{\Delta GBC}$

+) Chứng minh tương tự có $S_{\Delta BCD}=3S_{\Delta GBD}=3S_{\Delta GCD}$

$\Rightarrow S_{\Delta BGC}=S_{\Delta BGD}=S_{\Delta CGD}$ □.

□ ***Cách 2:***

☑ $\dfrac{d\left(G;(ABC)\right)}{d\left(D;(ABC)\right)}=\dfrac{GI}{DI}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow d\left(G;(ABC)\right)=\dfrac{1}{3}d\left(D;(ABC)\right)$.

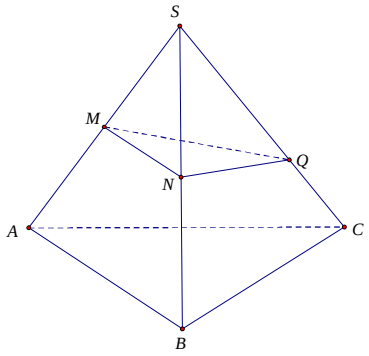
Nên $V_{G.ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(G;(ABC)\right).S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.V_{DABC}=4.$

Câu 89. Cho hình chóp $S.ABC$ có $V_{S.ABC}=6a^3$. Gọi M, N, Q lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB, SC sao cho $SM=MA$, $SN=NB$, $SQ=2QC$. Tính $V_{S.MNQ}$:

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



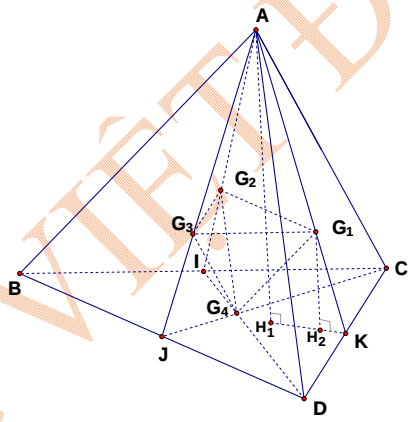
Ta có $\frac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SQ}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{1}{6}\Rightarrow V_{S.MNQ}=\frac{1}{6}V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.6a^3=a^3$.

Câu 90. Cho khối tứ diện $ABCD$ có thể tích V. Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là:

A. $\frac{V}{27}$. **B.** $\frac{V}{18}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I,J,K lần lượt là trung điểm của BC, BD và DC.

Gọi h là khoảng cách từ A đến (BCD), h_1 là khoảng cách từ G_4 đến $(G_1G_2G_3)$.

Vì $(G_1G_2G_3)//(BCD)$ nên $d(G_4,(G_1G_2G_3))=d(G_1,(BCD))=G_1H_2=h'$, $h=AH_1$.

$\Rightarrow\frac{h_1}{h}=\frac{KG_1}{KA}=\frac{1}{3}\Rightarrow h_1=\frac{h}{3}$.

Gọi S, S', S_1 lần lượt là diện tích các tam giác BCD, IJK và $G_1G_2G_3$.

Vì I,J,K lần lượt là trung điểm của BC, BD và DC nên:

$S'=\frac{1}{2}JK.d(I,JK)=\frac{1}{2}.\frac{BC}{2}.\frac{1}{2}d(D,BC)=\frac{1}{4}.\frac{1}{2}.BC.d(D,BC)=\frac{1}{4}S\ (1)$.

Tam giác $G_1G_2G_3$ đồng dạng với tam giác KIJ với tỉ số đồng dạng là: $\frac{G_1G_2}{Ik}=\frac{AG_1}{Ak}=\frac{2}{3}$.

$\Rightarrow\frac{S_1}{S'}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}\Rightarrow S_1=\frac{4}{9}S'\ (2)$ (Vì tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng).

Từ (1) và $(2)\Rightarrow S_1=\frac{S}{9}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

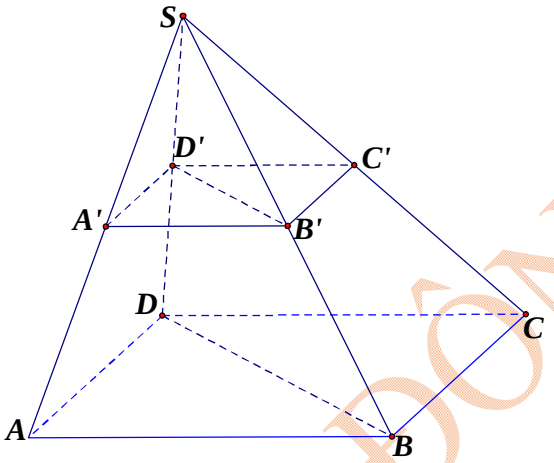
Thể tích khối từ diện $G_1G_2G_3G_4$ là: $V_1=\frac{1}{3}S_1.h_1=\frac{1}{3}.\frac{S}{9}.\frac{h}{3}=\frac{1}{27}.\left(\frac{1}{3}.S.h\right)=\frac{V}{27}$.

Câu 91. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{1}{16}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{8}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABD}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SD'}{SD}=\frac{1}{8}\Rightarrow\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{16}$.

Và $\frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.BDC}}=\frac{SB'}{SB}.\frac{SD'}{SD}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{8}\Rightarrow\frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{16}$.

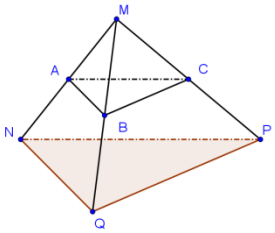
Suy ra $\frac{V_{S.A'B'D'}}{V_{S.ABCD}}+\frac{V_{S.B'D'C'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{8}\Rightarrow\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{8}$.

Câu 92. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I; J; K lần lượt là trung điểm của các cạnh MN; MP; MQ. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



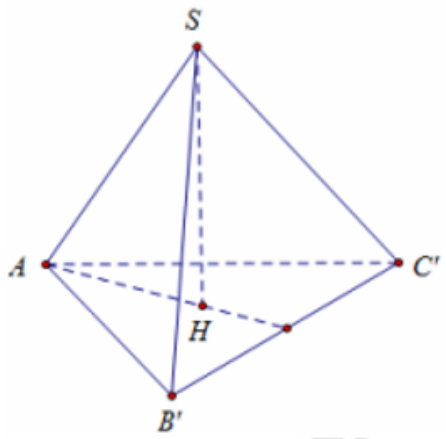
Do I; J; K lần lượt nằm trên ba cạnh MN; MP; MQ nên theo công thức tỉ số thể tích cho khối chóp tam giác ta có $\frac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}=\frac{MI}{MN}.\frac{MJ}{MP}.\frac{MK}{MQ}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

Câu 93. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$; $SB=3a\sqrt{2}$; $SC=2a\sqrt{3}$, $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^\circ$. Trên các cạnh SB; SC lấy các điểm B', C' sao cho $SA=SB'=SC'=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Trên các cạnh *SB; SC* lấy các điểm B',C' sao cho $SA=SB'=SC'=a$ suy ra $S.AB'C'$ là hình chóp đều có các mặt bên là tam giác đều suy ra $AB'=B'C'=C'A'$.

Ta có: $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}; AH=\frac{a}{\sqrt{3}}\Rightarrow SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Khi đó $V_{S.AB'C'}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Lại có $\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SC}{SC'}=\frac{1}{6\sqrt{6}}$

Do đó $V_{S.ABC}=a^3\sqrt{3}$.

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=a$. Điểm M thuộc cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA}=k, 0<k<1$. Khi đó giá trị của k để mặt phẳng (BMC) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích bằng nhau là

A. $k=\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$. **B.** $k=\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$. **C.** $k=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $k=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử (MBC) cắt SD tại N. Khi đó $MN//BC//AD$ suy ra $\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SD}=k(k>0)$

Ta có $\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SA}=k, \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ADC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SD}=k^2$.Do đó: $\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABCD}}=\frac{k}{2}; \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABCD}}=\frac{k^2}{2}$.Bài toán t/m khi

$\frac{k}{2}+\frac{k^2}{2}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow k^2+k-1=0\Rightarrow k=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

Câu 95. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$; SA vuông góc mặt phẳng (ABC), Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Gọi M là trung điểm của SC, thể tích khối chóp $S.ABM$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\widehat{\left[(SBC);(ABC)\right]}=30^0\Rightarrow\widehat{SBA}=30^0\Rightarrow SA=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow V_{SABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}.$

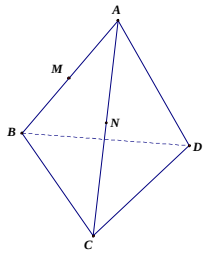
$\dfrac{V_{SABM}}{V_{SABC}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow V_{SABM}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}.$

Câu 96. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Khi đó tỉ số thể tích của khối tứ diện $AMND$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



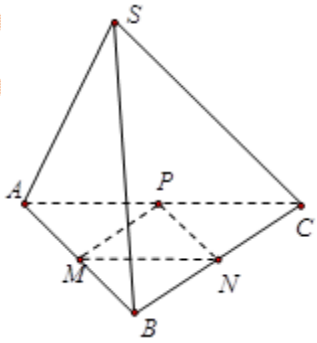
Ta có $\dfrac{V_{AMND}}{V_{ABCD}}=\dfrac{AM}{AB}.\dfrac{AN}{AC}.\dfrac{AD}{AD}=\dfrac{1}{4}.$

Câu 97. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 8. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA. Thể tích của khối chóp $S.MNP$ bằng:

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$\dfrac{V_{S.ABC}}{V_{S.MNP}}=\dfrac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta MNP}}=\dfrac{\frac{1}{2}BC.d\left(A,BC\right)}{\frac{1}{2}MP.d\left(N,MP\right)}=\dfrac{2MP.2d\left(N,MP\right)}{MP.d\left(N,MP\right)}=4$

$\Rightarrow V_{S.MNP}=\dfrac{V_{S.ABC}}{4}=2$

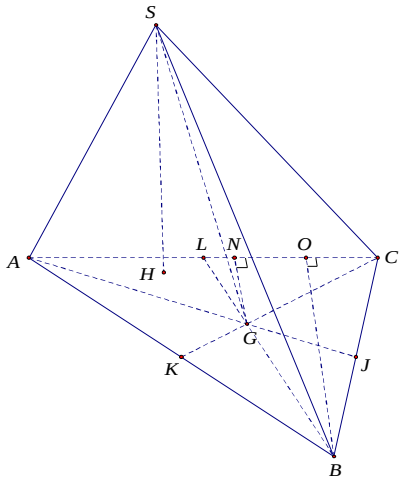
Câu 98. Cho khối chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}$ bằng:

A. $\dfrac{3}{2}$ **B.** 3 **C.** $\dfrac{1}{3}$ **D.** $\dfrac{2}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.AGC}}=\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AGC}}=\frac{d\left(B;AC\right)}{d\left(G;AC\right)}=\frac{BO}{GN}=\frac{BL}{GL}=3$.

Câu 99. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{CSB}=60°$, $\widehat{ASC}=90°$, $SA=SB=1$, $SC=3$. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM=\frac{1}{3}SC$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABM$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}}{36}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{6}}{36}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

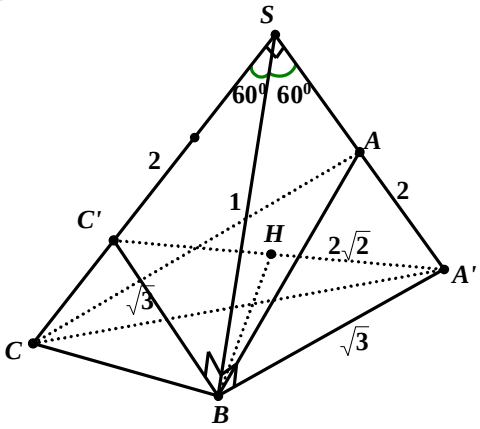
Chọn A

Cách 1: Áp dụng công thức $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.abc\sqrt{1-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\varphi+2\cos\alpha\cos\beta\cos\varphi}$.

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.1.1.3\sqrt{1-\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2-0}=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SC}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{S.ABM}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Cách 2:



Gọi A', C' lần lượt là các điểm trên SA và SC sao cho $SA'=SC'=2$. Khi đó $\widehat{SBA'}=\widehat{SBC'}=90°$ hay $SB\perp\left(A'BC'\right)$.

Tam giác $A'BC'$ cân tại B, gọi H là hình chiếu của B trên $A'C'$ ta có: $A'C'=2\sqrt{2}$, $BH=1$.

$V_{S.A'BC'}=\frac{1}{3}.SB.\frac{1}{2}.BH.AC=\frac{1}{3}.1.\frac{1}{2}.1.2\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'BC'}}=\frac{SA}{SA'}.\frac{SC}{SC'}=\frac{1}{2}.\frac{3}{2}=\frac{3}{4}\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{3}{4}.\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{4}.$

$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}}=\frac{SM}{SC}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{S.ABM}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{12}.$

Câu 100. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có thể tích bằng V. Lấy điểm A' trên cạnh SA sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$. Mặt phẳng qua A' và song song với đáy của hình chóp cắt các cạnh SB,SC,SD lần lượt tại B',C',D'. Khi đó thể tích khối chóp $S.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\frac{V}{27}$. **B.** $\frac{V}{9}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi thể tích $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a.h_a.h$.

Với $S_{đáy}=\frac{1}{2}a.h_a$ h là chiều cao hình chóp $S.ABCD$.

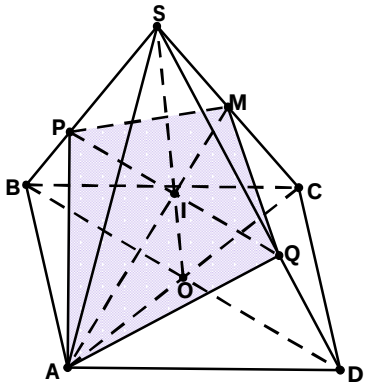
$V_{S.A'B'C'D'}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}a'h_{a'}.h'$ mà: $h'=\frac{1}{3}h$, $a'=\frac{1}{3}a$, $h_a'=\frac{1}{3}h_a$.

Nên $V_{S.A'B'C'D'}=\frac{V_{S.ABCD}}{27}$.

Câu 101. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành có M là trung điểm SC. Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại P và Q. Khi đó $\frac{V_{SAPMQ}}{V_{SABCD}}$ bằng

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Chọn C



Trong $(ABCD)$ gọi O là giao điểm của AC và BD.

Trong (SAC) gọi I là giao điểm của SO và AM.

Trong (SBD) từ I vẽ đường thẳng song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại P, Q, suy ra mp(P) là mp $(APMQ)$.

+ Ta thấy I là giao điểm của hai đường trung tuyến AM và SO của tam giác $SAC\Rightarrow I$ là trọng tâm tam giác SAC, Suy ra: $\frac{SI}{SO}=\frac{SP}{SB}=\frac{SQ}{SD}=\frac{2}{3}$ (định lý ta lét vì $PQ//BD$)

Ta có: $\frac{V_{SAPM}}{V_{SABC}}=\frac{SA.SP.SM}{SA.SB.SC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{SAPM}=\frac{1}{3}V_{SABC}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\frac{V_{SAQM}}{V_{SADC}}=\frac{SA.SQ.SM}{SA.SD.SC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\Rightarrow V_{SAQM}=\frac{1}{3}V_{SADC}$

$\Rightarrow \frac{V_{SAPMQ}}{V_{SABCD}}=\frac{V_{SAPM}+V_{SAQM}}{V_{SABCD}}=\frac{\frac{1}{3}\left(V_{SABC}+V_{SADC}\right)}{V_{SABCD}}=\frac{\frac{1}{3}V_{SABCD}}{V_{SABCD}}=\frac{1}{3}$

Câu 102. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$, $SB'=\frac{1}{3}SB$, $SC'=\frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

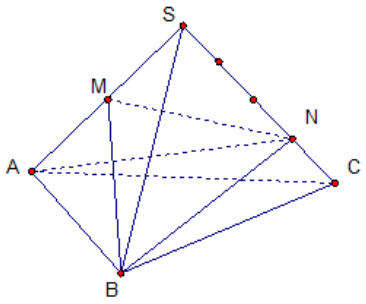
Ta có $\frac{V'}{V}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm cạnh SA và N là điểm trên cạnh SC sao cho $SN=3NC$. Tính tỉ số k giữa thể tích khối chóp $ABMN$ và thể tích khối chóp $SABC$.

A. $k=\frac{2}{5}$. **B.** $k=\frac{1}{3}$. **C.** $k=\frac{3}{8}$. **D.** $k=\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $V_{ABMN}=V_{SABC}-V_{SBMN}-V_{ABCN}$.

Mà $V_{SBMN}=\frac{1}{2}.\frac{3}{4}.V_{SABC}=\frac{3}{8}.V_{SABC}$; $V_{ABMN}=\frac{1}{4}.V_{SABC}$.

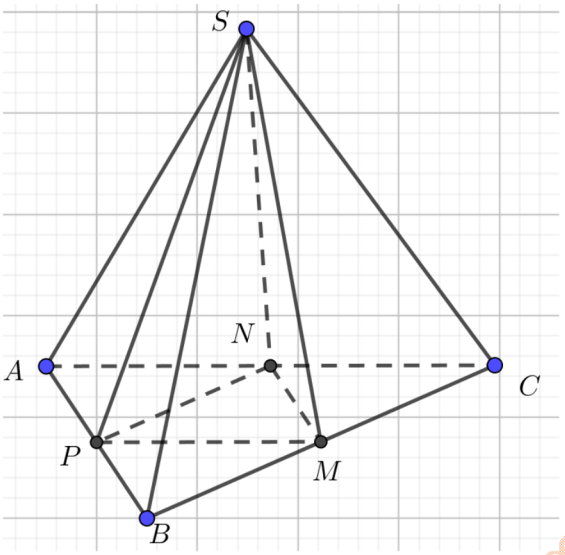
Suy ra $V_{ABMN}=V_{SABC}-\frac{3}{8}V_{SABC}-\frac{1}{4}V_{SABC}=\frac{3}{8}V_{SABC}$.

Câu 104. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Tính thể tích V của khối chóp $S.MNP$.

A. $V=3$. **B.** $V=\frac{3}{2}$. **C.** $V=\frac{9}{2}$. **D.** $V=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$S_{\Delta MNP}=\frac{1}{4}S_{\Delta ABC}$.

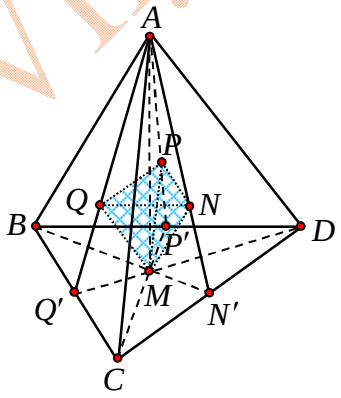
Do đó $V_{S.MNP}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}=\frac{1}{4}.6=\frac{3}{2}$.

Câu 105. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là V. Điểm M thay đổi trong tam giác BCD. Các đường thẳng qua M và song song với AB, AC, AD lần lượt cắt các mặt phẳng (ACD), (ABD), (ABC) tại N, P, Q. Giá trị lớn nhất của khối $MNPQ$ là:

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{54}$. **C.** $\frac{V}{27}$. **D.** $\frac{V}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



❍ Tam giác ABN' có $MN // AB \Rightarrow \frac{MN}{AB}=\frac{N'M}{N'B}$.

❍ Tam giác ACP' có $MP // AC$ $\frac{MP}{AC}=\frac{P'M}{P'C}$.

❍ Tam giác ADQ' có $QM // AD \Rightarrow \frac{MQ}{AD}=\frac{Q'M}{Q'D}$.

Khi đó: $\frac{MN}{AB}+\frac{MP}{AC}+\frac{MQ}{AD}=\frac{N'M}{N'B}+\frac{P'M}{P'C}+\frac{Q'M}{Q'D}$

Mà $\frac{N'M}{N'B}+\frac{P'M}{P'C}+\frac{Q'M}{Q'D}=\frac{S_{MCD}}{S_{BCD}}+\frac{S_{MBD}}{S_{BCD}}+\frac{S_{MBC}}{S_{BCD}}=1$ nên $\frac{MN}{AB}+\frac{MP}{AC}+\frac{MQ}{AD}=1$

Lại có $1^3=\left(\frac{MN}{AB}+\frac{MP}{AC}+\frac{MQ}{AD}\right)^3\ge\left(3\sqrt[3]{\frac{MN}{AB}.\frac{MP}{AC}.\frac{MQ}{AD}}\right)^3$ (Cauchy)

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow MN.MP.MQ \le \frac{1}{27}AB.AC.AD \Rightarrow MN.MP.MQ$ lớn nhất khi $\frac{MN}{AB}=\frac{MP}{AC}=\frac{MQ}{AD}$

$\Rightarrow M$ là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow \frac{MN}{AB}=\frac{MP}{AC}=\frac{MQ}{AD}=\frac{1}{3} \Rightarrow (NPQ)//(BCD)$, $\frac{S_{NPQ}}{S_{N'P'Q'}}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$,

Mà $S_{N'P'Q'}=\frac{1}{4}S_{BCD}$ nên $S_{NPQ}=\frac{1}{9}S_{BCD}$ và $d\left(M,(NPQ)\right)=\frac{1}{2}d\left(A,(BCD)\right)$

Vậy giá trị lớn nhất của khối tứ diện $MNPQ$ là $V_{MNPQ}=\frac{1}{3}S_{NPQ}.d\left(M,(NPQ)\right)$

$\Leftrightarrow V_{MNPQ}=\frac{1}{3}.\frac{1}{9}S_{BCD}.\frac{1}{3}d\left(A,(BCD)\right)=\frac{V}{27}$, với $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{BCD}.d\left(A,(BCD)\right)=V$

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB. Tỉ số thể tích $\frac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

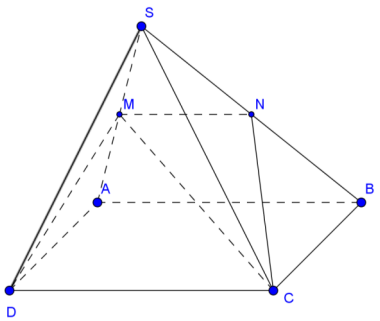
Ta có $\frac{V_{SCMN}}{V_{SCAB}}=\frac{SC.SM.SN}{SC.SA.SB}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{SCMN}=\frac{1}{4}V_{SCAB}$.

$V_{SCMN}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}$.

$\frac{V_{SCMD}}{V_{SCAD}}=\frac{SC.SM.SD}{SC.SA.SD}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{SCMD}=\frac{1}{2}V_{SCAD}$.

$\Rightarrow V_{SCMD}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}$.

$V_{SCDMN}=\frac{3}{8}V_{S.ABCD}$.



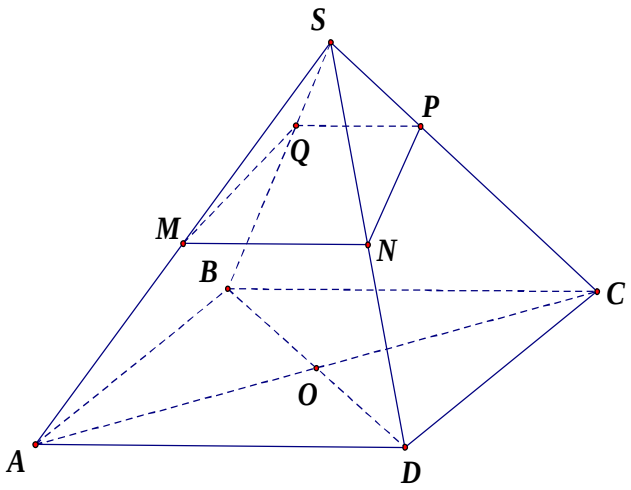
.

Câu 107. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P. Đặt $\frac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNQP$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\frac{1}{2}V$.

A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $x=\frac{-1+\sqrt{41}}{4}$. **C.** $x=\frac{-1+\sqrt{33}}{4}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Do $\begin{cases} MN \,//\, BC \\ (\alpha)\cap(SBC)=PQ \end{cases} \Rightarrow PQ \,//\, BC$.

$\dfrac{V_{S.MNQ}}{V}+\dfrac{V_{S.NPQ}}{V}=\dfrac{V_1}{V} \Leftrightarrow \dfrac{V_{S.MNQ}}{2V_{S.ABD}}+\dfrac{V_{S.NPQ}}{2V_{S.BCS}}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SD}.\dfrac{SQ}{SB}+\dfrac{SP}{SC}.\dfrac{SN}{SD}.\dfrac{SQ}{SB}=1 \Leftrightarrow \dfrac{x}{4}+\dfrac{x^2}{2}=1$

$\Leftrightarrow 2x^2+x-4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1+\sqrt{33}}{4}$ (vì $x>0$).

Câu 108. Cho hình chóp $SABC$. Gọi $M;N$ lần lượt là trung điểm $SB;SC$. Khi đó $\dfrac{V_{SABC}}{V_{SAMN}}$ là bao nhiêu?

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{16}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

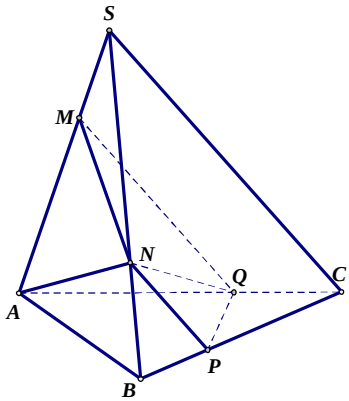
$\dfrac{V_{S.ABC}}{V_{S.AMN}}=\dfrac{SB}{SM}.\dfrac{SC}{SN}=4$.

Câu 109. Cho khối chóp $S.ABC$ có $M\in SA$, $N\in SB$ sao cho $\overrightarrow{MA}=-2\overrightarrow{MS}$, $\overrightarrow{NS}=-2\overrightarrow{NB}$. Mặt phẳng (α) qua hai điểm M, N và song song với SC chia khối chóp thành hai khối đa diện. Tính tỉ số thể tích của hai khối đa diện đó (số bé chia số lớn).

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Cách 1: Ta có mặt phẳng (α) cắt các mặt (SAC) theo giao tuyến $MQ \| SC$ và cắt mặt (SBC) theo giao tuyến $NP \| SC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với hình chóp là hình thang $MNPQ$.

Do $V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{N.AMQ}$, gọi $V = V_{S.ABC}$ và $S = S_{\Delta ABC}$ ta có:

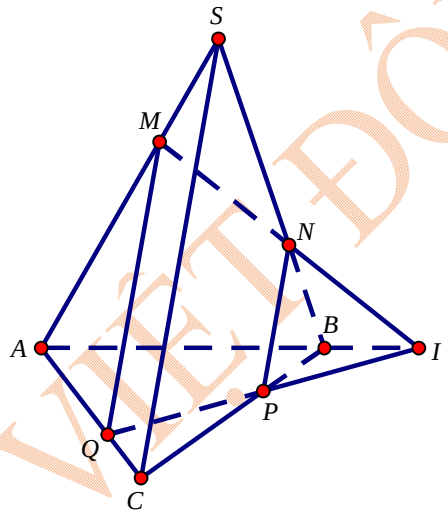
$$V_{N.ABPQ} = \frac{1}{3}.d\left(N,(ABC)\right).S_{ABPQ} = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}d\left(S,(ABC)\right)\left(S - \frac{1}{3}.\frac{2}{3}S\right) = \frac{7}{27}V.$$

$$V_{N.AMQ} = \frac{1}{3}.d\left(N,(SAC)\right).S_{\Delta AMQ} = \frac{1}{3}.\frac{2}{3}d\left(B,(SAC)\right).\frac{4}{9}S_{\Delta ASC} = \frac{8}{27}V.$$

Vậy $V_{MNABPQ} = V_{N.ABPQ} + V_{N.AMQ} = \frac{5}{9}V \Rightarrow V_{SMNPQC} = \frac{4}{9}V$.

Suy ra $\frac{V_{SMNPQC}}{V_{MNABPQ}} = \frac{4}{5}$.

Cách 2:



Gọi $I = MN \cap AB$, Áp dụng định lý Me-ne-la-us cho tam giác SAB, ta có

$$\frac{MS}{MA}\cdot\frac{IA}{IB}\cdot\frac{NB}{NS} = 1 \Rightarrow \frac{IB}{IA} = \frac{1}{4}.$$

Áp dụng định lý Me-ne-la-us cho tam giác ΔAMI, ta có: $\frac{BI}{BA}\cdot\frac{SA}{SM}\cdot\frac{NM}{NI} = 1 \Leftrightarrow \frac{NM}{NI} = 1$.

Tương tự ta có: $\frac{PI}{PQ} = 1$. Vì $MQ//SC \Rightarrow \frac{AM}{AS} = \frac{AQ}{AC} = \frac{2}{3}$.

Khi đó: $\frac{V_{I.BNP}}{V_{I.AMQ}} = \frac{IB}{IA}\cdot\frac{IN}{IM}\cdot\frac{IP}{IQ} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_{AMQ.NBP} = \frac{15}{16}.V_{I.AMQ}$.

Mà $\frac{V_{M.AIQ}}{V_{S.ABC}} = \frac{d\left(M;(ABC)\right)}{d\left(S;(ABC)\right)}\cdot\frac{S_{AIQ}}{S_{ABC}}$ với $\frac{d\left(M;(ABC)\right)}{d\left(S;(ABC)\right)} = \frac{MA}{SA} = \frac{2}{3}$ và $\frac{S_{AIQ}}{S_{ABC}} = \frac{AI}{AB}\cdot\frac{AQ}{AC} = \frac{4}{3}\cdot\frac{2}{3} = \frac{8}{9}$.

Suy ra $V_{AMQ.NBP} = \frac{15}{16}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{9}\cdot V_{S.ABC} = \frac{5}{9}V_{S.ABC}$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là: $\frac{1-\frac{5}{9}}{\frac{5}{9}} = \frac{4}{5}$.

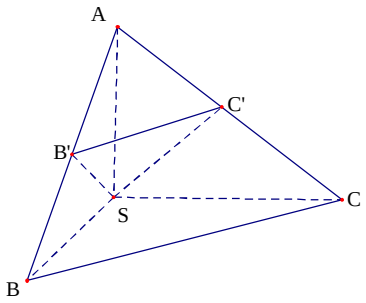
Câu 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = SB = SC = a$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của S trên AB, AC. Tính thể tích hình chóp $S.AB'C'$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\frac{a^3}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3}{48}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có ΔSAC vuông cân tại S, SC' là đường cao $\Rightarrow SC'$ cũng là trung tuyến $\Rightarrow \frac{AC'}{AC}=\frac{1}{2}$..

Tương tự $\frac{AB'}{AB}=\frac{1}{2}$.

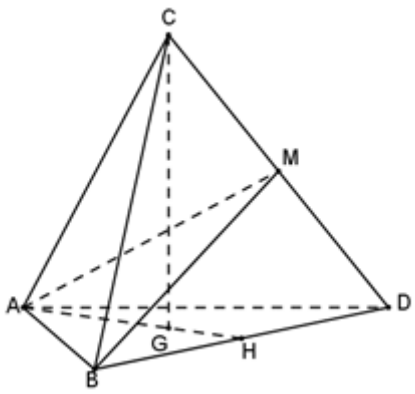
$\Rightarrow V_{S.AB'C'}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.V_{S.ABC}=\frac{1}{4}.\frac{a^3}{6}=\frac{a^3}{24}$.

Câu 111. Cho khối tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng a, M là trung điểm DC. Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm BD, $ABCD$ là trọng tâm ΔABD.

Ta có $AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AG=\frac{2}{3}AH=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong ΔACG có $CG=\sqrt{AC^2-AG^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Do đó $V_{CABD}=\frac{1}{3}CG.S_{ABD}=\frac{1}{3}CG.\frac{1}{2}AB.AD.\sin 60°=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

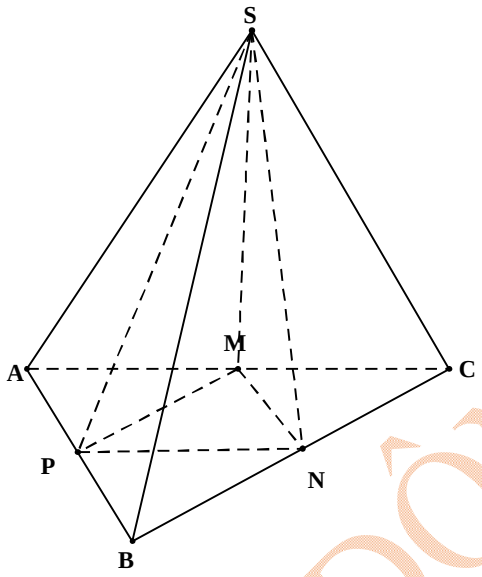
Mà $\frac{V_{CABM}}{V_{CABD}}=\frac{CM}{CD}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{CABM}=\frac{1}{2}V_{CABD}=\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 112. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có thể tích bằng 6. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Thể tích V của khối chóp $S.MNP$ là

A. $V=3$. **B.** $V=\frac{3}{2}$. **C.** $V=4$. **D.** $V=\frac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



+ Gọi h là chiều cao của hình chóp $S.ABC$ và $S.MNP$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.h.S_{ABC}$.

$V_{S.MNP}=\frac{1}{3}.h.S_{MNP}$.

Mà $S_{MNP}=\frac{1}{4}S_{.ABC}$.

Suy ra $\frac{6}{V_{S.MNP}}=4\Rightarrow V_{S.MNP}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$.

Câu 113. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA'=\frac{1}{3}SA$, $SB'=\frac{1}{3}SB$, $SC'=\frac{1}{3}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\frac{V'}{V}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

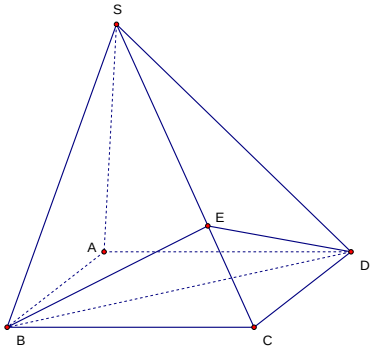
Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 1. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE=2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V=\frac{2}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{3}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $V_{SBCD}=\frac{1}{2}V_{SABCD}=\frac{1}{2}$.

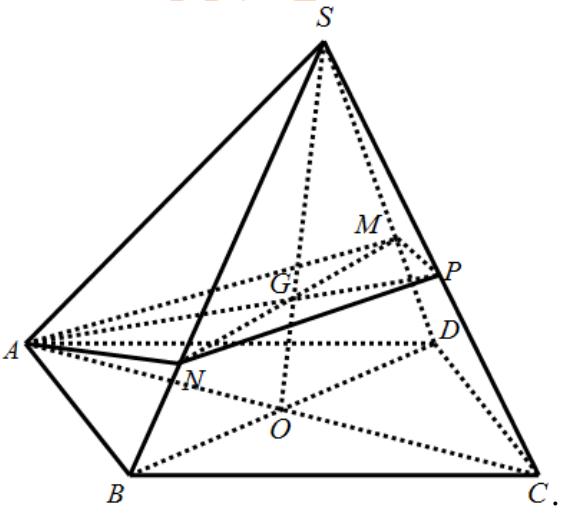
$\frac{V_{SEBD}}{V_{SCBD}}=\frac{SE.SB.SD}{SC.SB.SD}=\frac{2}{3}$. Do đó $V_{SEBD}=\frac{1}{3}$.

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC, một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SD và SB lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD$. G là trọng tâm tam giác SAC.

Ta có M,G,N thẳng hàng. Do $ABCD$ là hình bình hành nên $V_{S.ADC}=V_{S.ABC}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

Theo công thức tỉ số thể tích ta có: $\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ADC}}=\frac{SM}{SD}.\frac{SP}{SC}\Leftrightarrow\frac{V_{S.AMP}}{\frac{1}{2}V_{S.ABCD}}=\frac{1}{2}\frac{SM}{SD}\Leftrightarrow\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{4}\frac{SM}{SD}$.

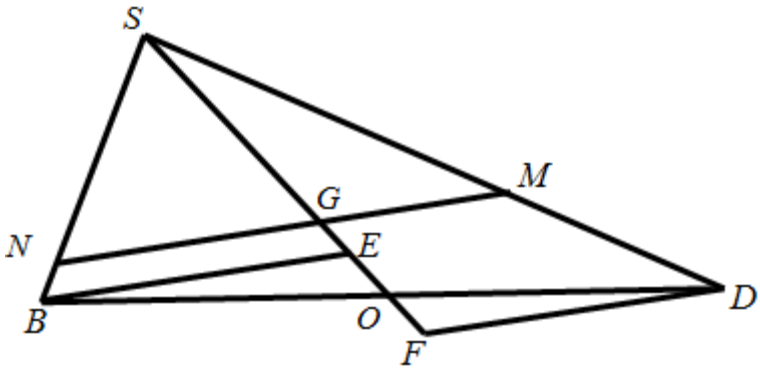
Tương tự $\frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABC}}=\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}\Leftrightarrow\frac{V_{S.ANP}}{\frac{1}{2}V_{S.ABCD}}=\frac{1}{2}\frac{SN}{SB}\Leftrightarrow\frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{4}\frac{SN}{SB}$.

Từ đó suy ra $\frac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABCD}}+\frac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{4}\left(\frac{SM}{SD}+\frac{SN}{SB}\right)\Rightarrow\frac{V_{S.AMNP}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{4}\left(\frac{SM}{SD}+\frac{SN}{SB}\right)$.

Hay $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{4}\left(\frac{SM}{SD}+\frac{SN}{SB}\right)$.

Ta chứng minh $\frac{SD}{SM}+\frac{SB}{SN}=3$.

Thậy vậy, qua B,D kẻ các đường song song với MN cắt SO lần lượt tại E,F.



.

Ta có: $\frac{SD}{SM}=\frac{SF}{SG};\frac{SB}{SN}=\frac{SE}{SG}\Rightarrow\frac{SD}{SM}+\frac{SB}{SN}=\frac{SE+SF}{SG}$.

$\Rightarrow\frac{SD}{SM}+\frac{SB}{SN}=\frac{2SO}{SG}=2.\frac{3}{2}=3$.

Đặt $\frac{SD}{SM}=x;\frac{SB}{SN}=y$. Ta có $x+y=3$.

Mặt khác $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{4}\left(\frac{SM}{SD}+\frac{SN}{SB}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{x+y}{4xy}=\frac{3}{4xy}\ge\frac{3}{(x+y)^2}=\frac{1}{3}$.

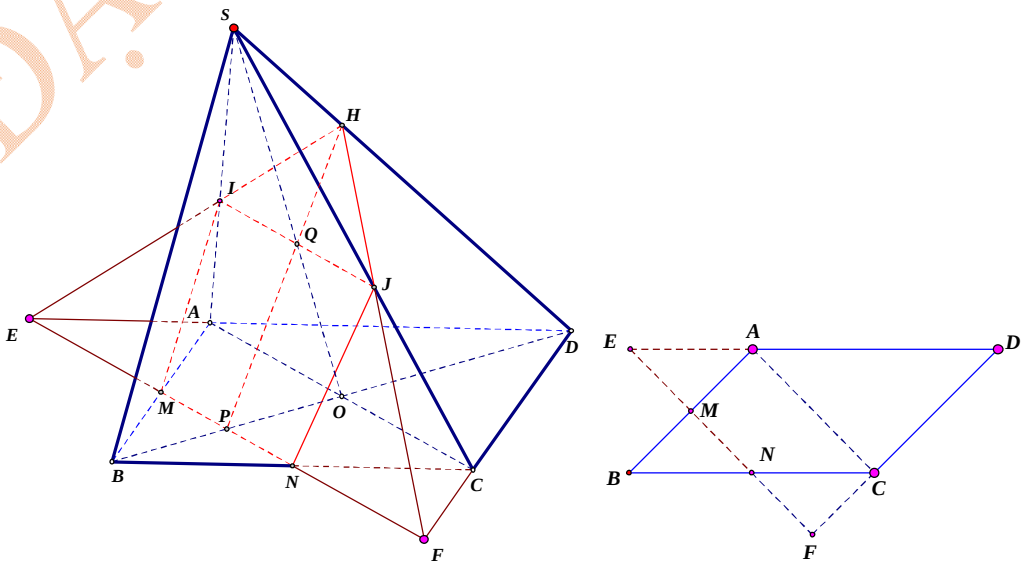
Vậy $\frac{V_1}{V}$ nhỏ nhất bằng $\frac{1}{3}$.

Câu 116. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Điểm I thuộc đoạn SA. Biết mặt phẳng (MNI) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, phần chứa đỉnh S có thể tích bằng $\frac{7}{13}$ lần phần còn lại. Tính tỉ số $k=\frac{IA}{IS}$?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dễ thấy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNI) với hình chóp là hình ngũ giác $IMNJH$ với $MN // JI$. Ta có MN, AD, IH đồng qui tại E với $EA=\frac{1}{3}ED$ và MN, CD, HJ đồng qui tại F với $FC=\frac{1}{3}FD$, chú ý E, F cố định.

Dùng định lí Menelaus với tam giác SAD ta có $\frac{HS}{HD}.\frac{ED}{EA}.\frac{IA}{SI}=1\Leftrightarrow\frac{HS}{HD}.3.k=1\Leftrightarrow\frac{HS}{HD}=\frac{1}{3k}$.

Từ đó $\frac{d\left(H,(ABCD)\right)}{d\left(S,(ABCD)\right)}=\frac{HD}{SD}=\frac{3k}{3k+1}$.

Suy ra $V_{HJIAMNCD}=V_{H.DFE}-V_{I.AEM}-V_{J.NFC}$.

Đặt $V=V_{S.ABCD}$ và $S=S_{ABCD}$, $h=d\left(S,(ABCD)\right)$ ta có $S_{AEM}=S_{NFC}=\frac{1}{8}S$ và $\frac{d\left(I,(ABCD)\right)}{d\left(S,(ABCD)\right)}=\frac{IA}{SA}=\frac{k}{k+1}$

Thay vào ta được $V_{HJIAMNCD}=\frac{1}{3}.\frac{3k}{3k+1}h.\left(\frac{9}{8}S\right)-2.\frac{1}{3}.\frac{k}{k+1}h.\frac{1}{8}S=\frac{1}{8}.\frac{21k^2+25k}{(3k+1)(k+1)}V$.

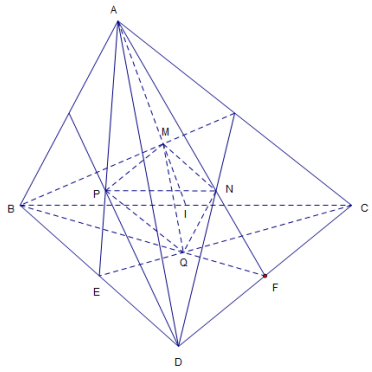
Theo giả thiết ta có $V_{HJIAMNCD}=\frac{13}{20}V$ nên ta có phương trình $\frac{1}{8}.\frac{21k^2+25k}{(3k+1)(k+1)}=\frac{13}{20}$, giải phương trình này được $k=\frac{2}{3}$.

Câu 117. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích V, gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, ACD, ABD và BCD. Thể tích khối tứ diện $MNPQ$ bằng

A. $\frac{V}{27}$. **B.** $\frac{V}{9}$. **C.** $\frac{4V}{27}$. **D.** $\frac{4V}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, CD, BD.

Ta có $\frac{V_{AMNP}}{V_{AEFI}}=\frac{8}{9}\Rightarrow V_{AMNP}=\frac{8}{9}V_{AEFI}=\frac{2}{9}V$.

$V_{MNPQ}=\frac{1}{3}d\left(Q,(MNP)\right).S_{MNP}=\frac{1}{3}\frac{1}{2}d\left(A,(MNP)\right).S_{MNP}=\frac{1}{6}d\left(Q,(MNP)\right).S_{MNP}=\frac{1}{2}V_{AMNP}=\frac{V}{9}$

.

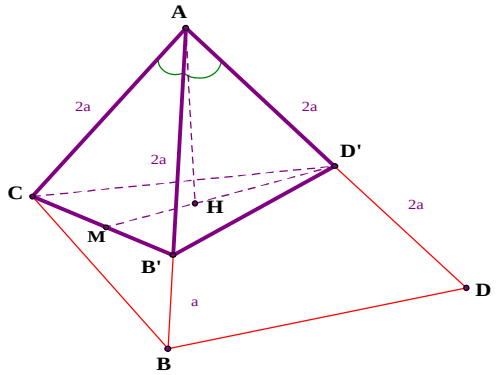
Câu 118. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3a$, $AC=2a$ và $AD=4a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $ABCD$ biết $\widehat{BAC}=\widehat{CAD}=\widehat{DAB}=60°$.

A. $V=2\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=6\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=6\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=2\sqrt{2}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D



Trên cạnh AB lấy điểm B'; trên cạnh AB lấy điểm D' sao cho $AB' = AD' = AC = 2a$.
Gọi V_1 là thể tích tứ diện $A.B'CD'$; V_2 là thể tích tứ diện $A.BCD$.
Khi đó các tam giác $AB'C; ACD'; AB'D'$ đều cạnh bằng $2a$ suy ra tam giác $B'CD'$ đều, cạnh bằng $2a$.
Tứ diện $AB'CD'$ đều cạnh bằng $2a$ nên có thể tích.

$$V_1 = \frac{1}{3}S_{\Delta B'CD'}.AH = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}2a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}\right).\left(\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2}{3}.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}.a^3.$$

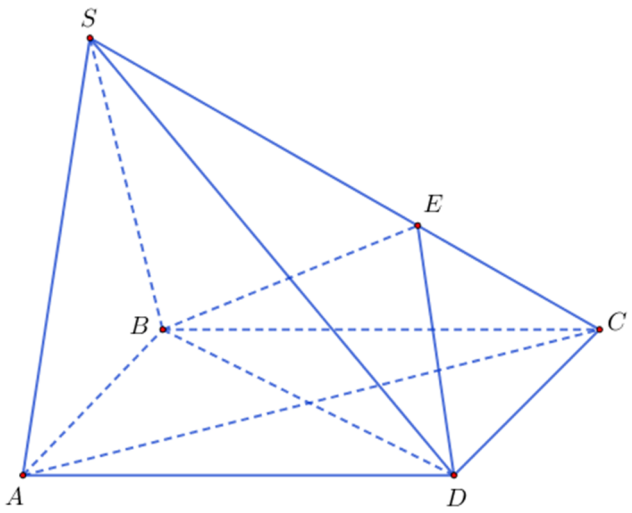
Áp dụng tỷ lệ thể tích ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{AB'}{AB}.\frac{AD'}{AD} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_2 = 3V_1 = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 119. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \frac{1}{3}$. **B.** $V = \frac{1}{6}$. **C.** $V = \frac{1}{12}$. **D.** $V = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $\frac{V_{S.EBD}}{V_{S.CBD}} = \frac{SE.SB.SD}{SC.SB.SD} = \frac{SE}{SC} \Rightarrow V_{S.EBD} = \frac{2}{3}V_{S.CBD} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}.V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}$.

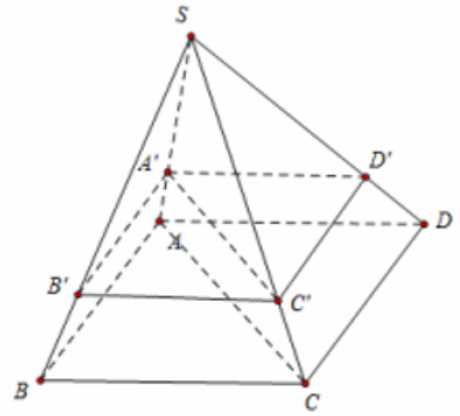
---.

Câu 120. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một tứ giác lồi. Gọi A' là điểm trên cạnh SA sao cho $\frac{SA'}{SA}=\frac{3}{4}$. Mặt phẳng (P) đi qua A' và song song với $(ABCD)$ cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Mặt phẳng (P) chia khối chóp thành hai phần. Tỉ số thể tích của hai phần đó là:

A. $\frac{37}{98}$. **B.** $\frac{27}{37}$. **C.** $\frac{4}{19}$. **D.** $\frac{27}{87}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{27}{64}$

Do đó $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{27}{37}$; tương tự $\frac{V_{S.D'B'C'}}{V_{DBC.D'B'C'}}=\frac{27}{37}$

Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau suy ra:

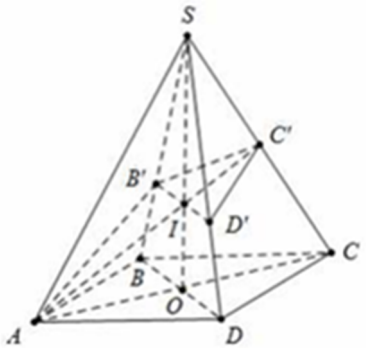
$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{V_{S.D'B'C'}}{V_{DBC.D'B'C'}}=\frac{V_{S.A'B'C'}+V_{S.D'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}+V_{DBC.D'B'C'}}=\frac{27}{37}.$$

Câu 121. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, có thể tích bằng V. Gọi I là trọng tâm tam giác SBD. Một mặt phẳng chứa AI và song song với BD cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Khi đó thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$ bằng:

A. $\frac{V}{9}$. **B.** $\frac{V}{27}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $\frac{SB'}{SB}=\frac{SD'}{SD}=\frac{SI}{SO}=\frac{2}{3}$.

Mà $\frac{SC'}{C'C}.\frac{CA}{AO}.\frac{OI}{IS}=1\Rightarrow\frac{SC'}{C'C}.2.\frac{1}{2}=1\Rightarrow\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}$.

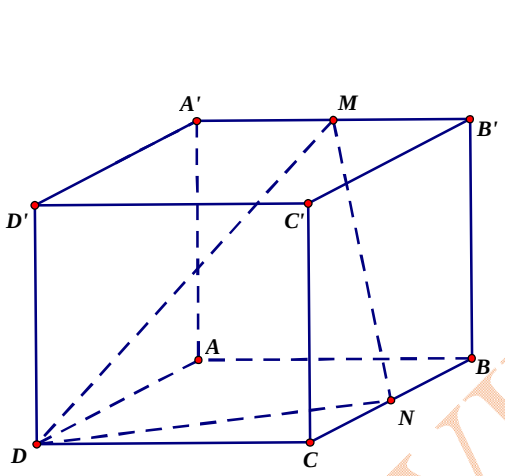
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

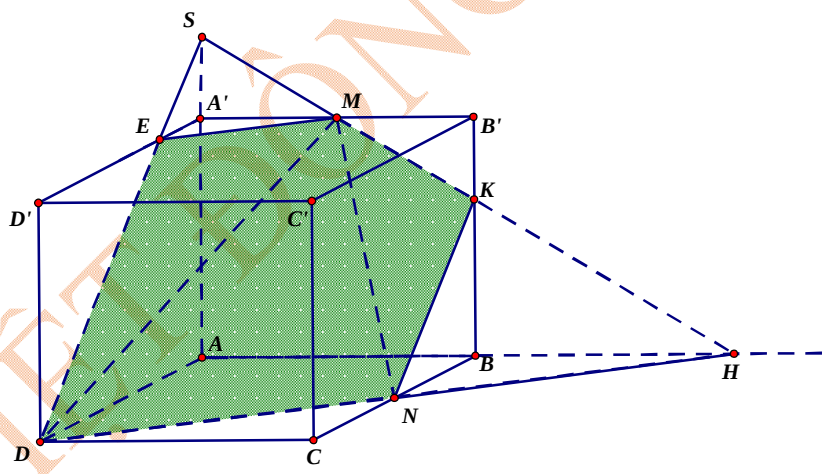
$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{V_{S.AB'D'}}{V_{S.ABD}} = \dfrac{4}{9} \\ \dfrac{V_{S.B'C'D'}}{V_{S.BCD}} = \dfrac{4}{9}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{2}{9} \end{cases} \Rightarrow V_{S.AB'C'D'} = \frac{1}{3}V.$$

$k = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 122. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$ và BC. Mặt phẳng (DMN) chia hình lập phương thành 2 phần. Gọi V_1 là thể tích của phần chứa đỉnh A, V_2 là thể tích của phần còn lại. Tính tỉ số $\dfrac{V1}{V2}$.

A. $\dfrac{55}{89}$. **B.** $\dfrac{37}{48}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.





Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $H = AB \cap DN$; MH cắt $B'B$ tại K, cắt $A'A$ tại S; SD cắt $A'D'$ tại E.

Thiết diện tương ứng là ngũ giác $DNKME$.

Phần đa diện chứa A có thể tích là: $V_1 = V_{S.ADH} - V_{S.A'EM} - V_{K.BNH}$.

Dùng tam giác đồng dạng kiểm tra được: $BA = BH$; $AH = 4A'M$; $AD = 4A'E$ và $SA' = B'K = \dfrac{1}{3}A'A$.

Đặt độ dài cạnh hình lập phương bằng 1 thì: $SA' = \dfrac{1}{3}$; $KB = \dfrac{2}{3}$.

Ta có: $V_{S.ADH} = \dfrac{1}{6}SA.AD.AH = \dfrac{1}{6}\left(1+\dfrac{1}{3}\right).1.2 = \dfrac{4}{9}$.

$V_{S.A'EM} = \dfrac{1}{64}V_{S.ADH} = \dfrac{1}{144}$; $V_{K.BNH} = \dfrac{1}{8}V_{S.ADH} = \dfrac{1}{18}$

Vậy thì phần đa diện chứa A có thể tích là: $\dfrac{4}{9} - \dfrac{1}{144} - \dfrac{1}{18} = \dfrac{55}{144}$.

Suy ra phần đa diện không chứa A có thể tích là: $1^3 - \dfrac{55}{144} = \dfrac{89}{144}$.

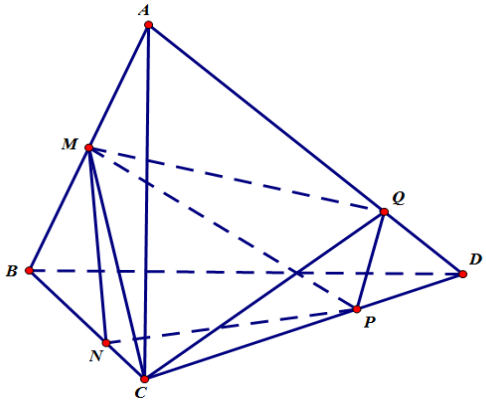
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 123. Cho tứ diện $ABCD$ có M,N,P lần lượt thuộc các cạnh AB,BC,CD sao cho $MA=MB, NB=2NC, PC=2PD$. Mặt phẳng (MNP) chia tứ diện thành hai phần. Gọi T là tỉ số thể tích của phần nhỏ chia phần lớn. Giá trị của T bằng?

A. $\frac{19}{26}$ **B.** $\frac{26}{45}$ **C.** $\frac{13}{25}$ **D.** $\frac{25}{43}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $V=V_{ABCD}, V_1=V_{BDMNPQ}, V_2=V_{ACMNPQ}$

$Q=(MNP)\cap AD \Rightarrow \frac{MA}{MB}.\frac{NB}{NC}.\frac{PC}{PD}.\frac{QD}{QA}=1 \Rightarrow \frac{QD}{QA}=\frac{1}{4}.$

$V_2=V_{ACMNPQ}=V_{C.MNP}+V_{C.MPQ}+V_{C.AQM}$.

$\frac{V_{CMNP}}{V_{CMBD}}=\frac{CN}{CB}.\frac{CP}{CD}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}=\frac{2}{9}; \frac{V_{BCDM}}{V_{BCDA}}=\frac{BM}{BA}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{CMNP}}{V_{ABCD}}=\frac{2}{9}.\frac{1}{2}=\frac{1}{9} \Rightarrow V_{CMNP}=\frac{V}{9}.$

$S_{CPQ}=\frac{2}{3}S_{CDQ}=\frac{2}{3}.\frac{1}{5}S_{ACD}=\frac{2}{15}S_{ACD} \Rightarrow V_{MCPQ}=\frac{2}{15}V_{MACD}=\frac{1}{15}V_{ABCD}=\frac{V}{15};$

$\frac{V_{AMCQ}}{V_{ABCD}}=\frac{AM}{AB}.\frac{AQ}{AD}=\frac{1}{2}.\frac{4}{5}=\frac{2}{5} \Rightarrow V_{AMCQ}=\frac{2V}{5}.$

Suy ra: $V_2=\frac{V}{9}+\frac{V}{15}+\frac{2V}{5}=\frac{26V}{45} \Rightarrow V_1=\frac{19V}{45} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1}=\frac{26}{19}.$

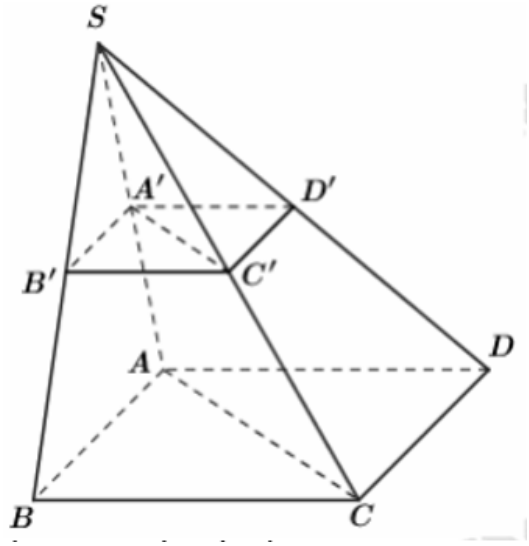
Câu 124. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Khi đó tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét hình chóp $S.ABC$.

$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{S.A'B'C'}=\frac{1}{8}V_{S.ABC}$

Tương tự: $V_{S.A'C'D'}=\frac{1}{8}V_{S.ACD}$

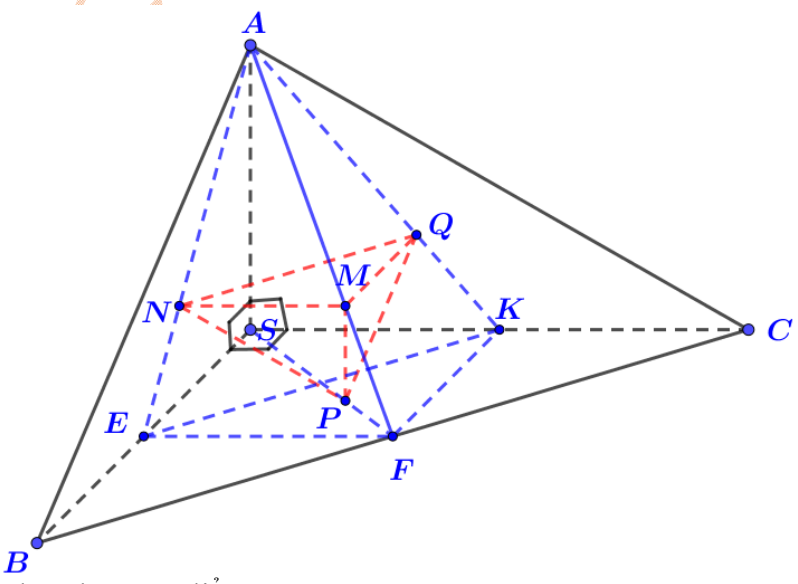
$V_{S.A'B'C'D'}=\frac{1}{8}V_{S.ABCD}$.

Câu 125. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA=a$, $SB=2a$, $SC=3a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, SAB, SBC, SCA. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo a.

A. $\frac{2a^3}{27}$. **B.** $\frac{a^3}{27}$. **C.** $\frac{2a^3}{9}$. **D.** $\frac{a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm SB, BC, CS.

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.SA.SB.SC=a^3$.

Gọi h là chiều cao từ đỉnh P của $MNPQ$ thì $h=\frac{1}{3}SA$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mặt khác do $MN=\frac{2}{3}EF$; $MQ=\frac{2}{3}FK \Rightarrow S_{MNQ}=\frac{4}{9}S_{EFK}=\frac{4}{9}.\frac{1}{4}S_{SBC}=\frac{1}{9}S_{SBC}$.

$V_{MNPQ}=\frac{1}{3}.h.S_{MNQ}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}SA.\frac{1}{9}S_{SBC}=\frac{V_{S.ABC}}{27}=\frac{a^3}{27}$.

Câu 126. Cho tứ diện $ABCD$ cạnh bằng 1. Xét điểm M trên cạnh DC mà $4DM=DC$. Thể tích tứ diện $ABMD$ bằng.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{12}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{8}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}}{48}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$ABCD$ là tứ diện đều, cạnh bằng 1 nên $V_{ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{12}$..

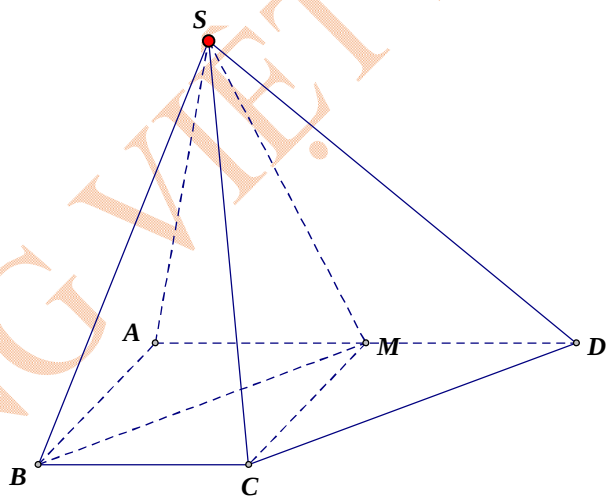
Ta có: $\frac{V_{DABM}}{V_{DABC}}=\frac{DM}{BC}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{DABM}=\frac{1}{4}.\frac{\sqrt{2}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{48}$..

Câu 127. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD//BC$ và $AD=2BC$. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $V_{S.ABCD}=2V_{S.ABC}$. **B.** $V_{S.ABCD}=4V_{S.ABC}$. **C.** $V_{S.ABCD}=6V_{S.ABC}$. **D.** $V_{S.ABCD}=3V_{S.ABC}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}S_{ABCD}\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

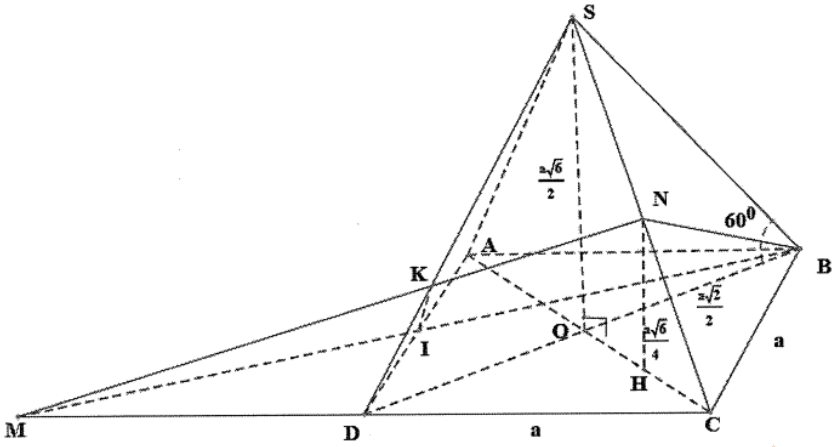
Câu 128. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Gọi M là điểm đối xứng với C qua D; N là trung điểm của SC, mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích giữa hai phần đó.

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt $\begin{cases} V_1 = V_{SABIKN} \\ V_2 = V_{NBCDIK} \end{cases} \rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = ?.$

* $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}a^2 = \dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3.$

* $V_{N.BMC} = \dfrac{1}{3}.NH.S_{\Delta BMC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{SO}{2}.S_{\Delta BMC} = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{6}}{4}.\dfrac{1}{2}.a.2a = \dfrac{\sqrt{6}}{12}a^3.$

* Nhận thấy K là trọng tâm của tam giác $SMC \rightarrow \dfrac{MK}{MN} = \dfrac{2}{3}.$

* $\dfrac{V_{M.DIK}}{V_{M.CBN}} = \dfrac{MD}{MC}.\dfrac{MI}{MB}.\dfrac{MK}{MN} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{6}.$

$\rightarrow V_2 = V_{M.CBN} - V_{M.DIK} = \dfrac{5}{6}V_{M.\mathrm{CBN}} = \dfrac{5}{6}.\dfrac{\sqrt{6}}{12}a^3 = \dfrac{5\sqrt{6}}{72}a^3.$

$\rightarrow V_1 = V_{S.ABCD} - V_2 = \dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3 - \dfrac{5\sqrt{6}}{72}a^3 = \dfrac{7\sqrt{6}}{72}a^3 \rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{\dfrac{7\sqrt{6}}{72}a^3}{\dfrac{5\sqrt{6}}{72}a^3} = \dfrac{7}{5}.$

Câu 129. Cho khối chóp $S.ABC$; M và N lần lượt là trung điểm của cạnh SA, SB; thể tích khối chóp $S.MNC$ bằng a^3. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng.

A. a^3. **B.** $12a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo công thức tính tỷ số thể tích.

$\dfrac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM.SN}{SA.SB} = \dfrac{1}{4}.$

Câu 130. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N theo thứ tự là trung điểm của SA và SB. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{S.CDMN}}{V_{S.CDAB}}$ là:

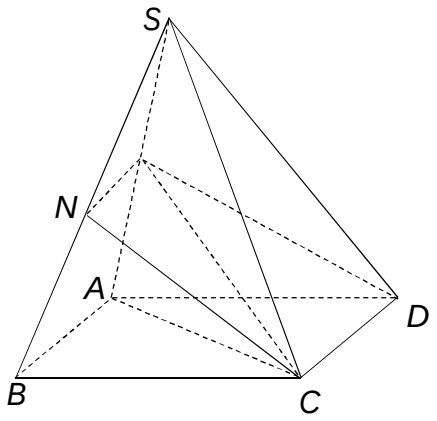
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phân tích:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



.

Ta thấy việc so sánh luôn thể tích hai khối này trực tiếp thì sẽ khó khăn do đó ta sẽ chia ra như sau:

$S.MNCD = S.MCD + S.MNC$ và $S.ABCD = SACD + S.ABC$. Khi đó ta có.

$\frac{V_{SMCD}}{V_{SACD}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow V_{SMCD} = \frac{1}{4}V_{SABCD}$ (do $\frac{d\left(M;(SCD)\right)}{d\left(A;(SCD)\right)} = \frac{1}{2}$ và chung diện tích đáy SCD).

Ta có $\frac{V_{SMNC}}{V_{SABC}} = \frac{S_{SMN}}{S_{SAB}} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SMNC} = \frac{1}{8}V_{SABCD}$.

Từ trên suy ra $V_{SMNCD} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)V_{SABCD} = \frac{3}{8}V_{SABCD}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

DẠNG 6: KHỐI ĐA DIỆN CẮT RA TỪ MỘT KHỐI CHÓP

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của tứ diện $ACMN$.

A. $V=\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{36}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với cạnh $AD=2CD$. Biết hai mặt phẳng (SAC), (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy và đoạn $BD=6$; góc giữa (SCD) và mặt đáy bằng 60°. Hai điểm M,N lần lượt là trung điểm của SA,SB. Thể tích khối đa diện $ABCDMN$ bằng

A. $\dfrac{108\sqrt{15}}{25}$. **B.** $\dfrac{128\sqrt{15}}{15}$. **C.** $\dfrac{16\sqrt{15}}{15}$. **D.** $\dfrac{18\sqrt{15}}{5}$.

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\dfrac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 4. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỉ số thể tích của khối hộp đó và khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\dfrac{7}{3}$ **B.** 3 **C.** $\dfrac{8}{3}$ **D.** 2

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $BC=a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60°. Tính thể tích khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Câu 6. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=3SM$, $SN=2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α), trong đó, (H_1) chứa điểm S, (H_2) chứa điểm A; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{25}{47}$. **B.** $\dfrac{25}{48}$. **C.** $\dfrac{35}{45}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 8. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD. Tính thể tích của khối tứ diện $SCMN$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Biết $A'G$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $A'B$ tạo với đáy một góc 45°. Tính thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{9}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=2SM$,

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với (H_1) là khối đa diện chứa điểm S, (H_2) là khối đa diện chứa điểm A. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết rằng $SA = SC$, $SB = SD$ và $(SAB) \perp (SBC)$. G là trọng tâm tam giác (SAD). Tính thể tích V của tứ diện $GSAC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{96}$ **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$ **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$ **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi M là điểm thuộc cạnh CC' sao cho $CM = 3C'M$. Tính thể tích V của khối chóp $M.ABC$

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{3V}{4}$. **D.** $\frac{V}{12}$.

Câu 12. Tính thể tích của khối đa diện đều có các đỉnh là trung điểm các cạnh của một tứ diện đều cạnh a.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\frac{V}{9}$. **B.** $\frac{V}{12}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{27}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Gọi O là điểm bất kỳ trên mặt đáy $ABCD$. Biết thể tích khối chóp $OMNPQ$ bằng V. Tính thể tích khối $S.ABCD$.

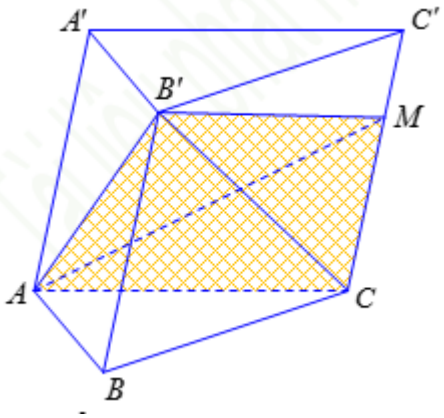
A. $\frac{27}{2}V$ **B.** $\frac{9}{4}V$ **C.** $\frac{27}{4}V$ **D.** $\frac{27}{8}V$

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ cắt các đoạn SA, SB, SC, SD tương ứng tại M, N, E, F (M, N, E, F khác S và không nằm trên $(ABCD)$). Các điểm H, K, P, Q tương ứng là hình chiếu vuông góc của M, N, E, F lên $(ABCD)$. Thể tích lớn nhất của khối đa diện $MNEFHKPQ$ là:

A. $\frac{2}{3}V$. **B.** $\frac{4}{27}V$. **C.** $\frac{4}{9}V$. **D.** $\frac{2}{9}V$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $9a^3$ và M là điểm nằm trên cạnh CC' sao cho $MC = 2MC'$. Tính thể tích khối tứ diện $AB'CM$ theo a.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. a^3. **B.** $4a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 17. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{NC}=-2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN và song song với AC chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V. Tính V.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{18}$. **B.** $V=\dfrac{11\sqrt{2}}{216}$. **C.** $V=\dfrac{7\sqrt{2}}{216}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{108}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SC vuông góc với đáy và SB tạo với đáy một góc 45°. Thể tích V của khối chóp $S.AOD$, với O là tâm của hình vuông $ABCD$ là.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 19. Cho hình chóp đều S.ABC có đáy cạnh bằng a, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi A',B',C' tương ứng là các điểm đối xứng của A,B,C qua S. Thể tích của khối bát diện có các mặt $ABC, A'B'C', A'BC, B'CA, C'AB, AB'C', BA'C', CA'B'$ là

A. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau, $AB=6a, AC=7a, AD=4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V=7a^3$. **B.** $V=14a^3$. **C.** $V=\dfrac{28}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{7}{2}a^3$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC cắt cạnh AD tại E. Biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (BCD) có số đo là α thỏa mãn $\tan\alpha=\dfrac{5\sqrt{2}}{7}$. Gọi thể tích của hai tứ diện $ABCE$ và tứ diện $BCDE$ lần lượt là V_1 và V_2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên đoạn SB sao cho $SN=2NB$. Mặt phẳng (R) chứa MN cắt đoạn SD tại Q và cắt đoạn SC tại P. Tỉ số $\dfrac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ lớn nhất bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC=4BM$, $AC=3AP$, $BD=2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi $\text{mp}(MNP)$.

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{8}{13}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC cắt BD tại O. Biết $OA=2$, $OB=1$, $OS=2\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, mặt phẳng (ABM) cắt cạnh SD tại N. Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$.

A. $V=2\sqrt{2}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\sqrt{2}$.

Câu 25. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AD, BD, BC. Thể tích khối chóp $AMNPQ$ là

A. $\frac{V\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N, P lần lượt là điểm thuộc các cạnh AB, CD, SC sao cho $MA=MB$, $NC=2ND$, $SP=PC$. Tính thể tích V của khối chóp $P.MBCN$.

A. $V=28$. **B.** $V=40$. **C.** $V=14$. **D.** $V=20$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC=4BM$, $AC=3AP$, $BD=2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{8}{13}$. **C.** $\frac{7}{13}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Câu 29. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là:

A. $\frac{V_2}{V_1}=2$. **B.** $\frac{V_2}{V_1}=1$. **C.** $\frac{V_2}{V_1}=\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{V_2}{V_1}=3$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V=\frac{1}{36}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{1}{8}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{12}a^3$

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA. Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 32. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc cạnh BC, BD sao cho (AMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi V_1, V_2 lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$. Tính V_1+V_2.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{17\sqrt{2}}{216}$. **C.** $\dfrac{17\sqrt{2}}{72}$. **D.** $\dfrac{17\sqrt{2}}{144}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1<V_2$. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh SC, đặt $\dfrac{MC}{MS}=k$. Mặt phẳng qua A, M song song với BD cắt SB, SD thứ tự tại N, P. Thể tích khối chóp $C.APMN$ lớn nhất khi

A. $k=1$. **B.** $k=2$. **C.** $k=\sqrt{2}$. **D.** $k=\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P. Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{3}a^3}{68}$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{3}a^3}{32}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{32}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

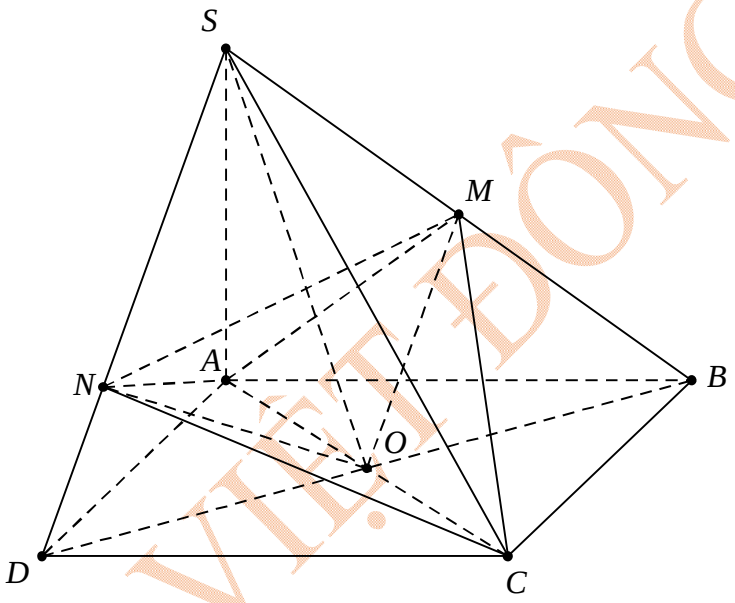
DẠNG 6: KHỐI ĐA DIỆN CẮT RA TỪ MỘT KHỐI CHÓP

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của tứ diện $ACMN$.

A. $V=\dfrac{a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{36}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$ nên $\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{1}{2},\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{2}{3}$

Ta có: $V_{C.AMN}=2V_{O.AMN}=2\left(V_{S.ABD}-V_{S.AMN}-V_{M.AOB}-V_{N.AOD}\right)$

Lại có:

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SA.AB.AD=\dfrac{a^3}{3}\Rightarrow V_{S.ABD}=\dfrac{a^3}{6},V_{S.AOB}=V_{S.AOD}=\dfrac{a^3}{12}$

$\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow V_{S.AMN}=\dfrac{1}{3}V_{S.ABD}=\dfrac{a^3}{18}$

$\dfrac{V_{M.AOB}}{V_{S.AOB}}=\dfrac{MB}{SB}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow V_{M.AOB}=\dfrac{1}{2}V_{S.AOB}=\dfrac{a^3}{24}$

$\dfrac{V_{N.AOD}}{V_{S.AOD}}=\dfrac{ND}{SD}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow V_{N.AOD}=\dfrac{1}{3}V_{S.AOD}=\dfrac{a^3}{36}$

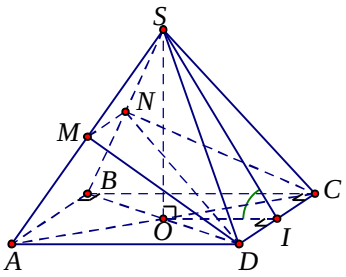
Do đó: $V_{C.AMN}=2V_{O.AMN}=2\left(\dfrac{a^3}{6}-\dfrac{a^3}{18}-\dfrac{a^3}{24}-\dfrac{a^3}{36}\right)=\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với cạnh $AD=2CD$. Biết hai mặt phẳng $(SAC),(SBD)$ cùng vuông góc với mặt đáy và đoạn $BD=6$; góc giữa (SCD) và mặt đáy bằng $60°$. Hai điểm M,N lần lượt là trung điểm của SA,SB. Thể tích khối đa diện $ABCDMN$ bằng

A. $\frac{108\sqrt{15}}{25}$. **B.** $\frac{128\sqrt{15}}{15}$. **C.** $\frac{16\sqrt{15}}{15}$. **D.** $\frac{18\sqrt{15}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$. Do $(SAC) \perp (ABCD), (SBD) \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Theo tính chất hình chữ nhật: $AD^2 + CD^2 = BD^2 \Leftrightarrow 5CD^2 = 6^2 \Leftrightarrow CD = \frac{6}{\sqrt{5}}$ và $AD = \frac{12}{\sqrt{5}}$.

Khi đó diện tích đáy: $S_{ABCD} = AD.CD = \frac{72}{5}$.

Gọi I là trung điểm của CD. Do $CD \perp SO, CD \perp OI \Rightarrow CD \perp (SOI) \Rightarrow CD \perp SI$

$\Rightarrow ((SCD),(ABCD)) = (SI,OI) = \widehat{SIO} = 60°$.

Trong tam giác SOI vuông tại O, $OI = \frac{AD}{2} = \frac{6}{\sqrt{5}}, \widehat{SIO} = 60°$ có: $SO = OI.\tan 60° = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Thể tích $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.\frac{72}{5}.\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{144\sqrt{15}}{25}$.

Ta có $V_{S.ABD} = V_{S.BCD} = \frac{V}{2}$.

Do $S_{\Delta SMN} = \frac{1}{4}S_{\Delta SAB} \Rightarrow V_{SMND} = \frac{1}{4}V_{SABD} = \frac{1}{8}V$.

Do N là trung điểm của $SB \Rightarrow d(N,(SCD)) = \frac{1}{2}d(B,(SCD)) \Rightarrow V_{SCDN} = \frac{1}{2}V_{SBCD} = \frac{1}{4}V$.

Ta có: $V_{S.CDMN} = V_{SMND} + V_{SCDN} = \frac{3}{8}V \Rightarrow V_{ABCDMN} = V - \frac{3}{8}V = \frac{5}{8}V = \frac{18\sqrt{15}}{5}$.

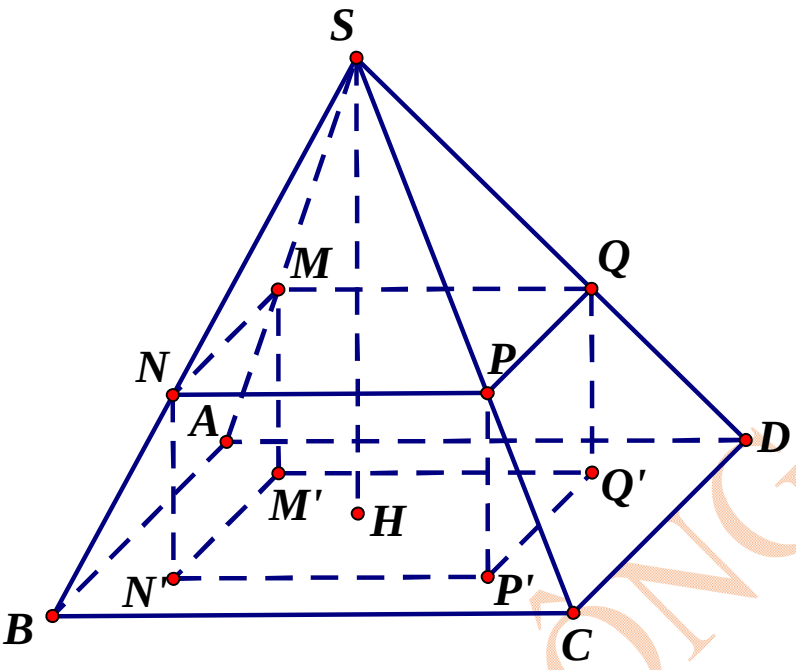
Câu 3. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q. Gọi M', N', P', Q' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N, P, Q lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\frac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt $\frac{SM}{SA}=k$ với $k\in[0;1]$.

Xét tam giác SAB có $MN//AB$ nên $\frac{MN}{AB}=\frac{SM}{SA}=k\Rightarrow MN=k.AB$

Xét tam giác SAD có $MQ//AD$ nên $\frac{MQ}{AD}=\frac{SM}{SA}=k\Rightarrow MQ=k.AD$

Kẻ đường cao SH của hình chóp. Xét tam giác SAH có:

$MM'//SH$ nên $\frac{MM'}{SH}=\frac{AM}{SA}=\frac{SA-SM}{SA}=1-\frac{SM}{SA}=1-k\Rightarrow MM'=(1-k).SH$.

Ta có $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=MN.MQ.MM'=AB.AD.SH.k^2.(1-k)$.

Mà $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.AB.AD\Rightarrow V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=3.V_{S.ABCD}.k^2.(1-k)$.

Thể tích khối chóp không đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi $k^2.(1-k)$ lớn nhất.

Ta có $k^2.(k-1)=\frac{2(1-k).k.k}{2}\le\frac{1}{2}\left(\frac{2-2k+k+k}{3}\right)^3\Rightarrow k^2.(k-1)\le\frac{4}{27}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $2(1-k)=k\Leftrightarrow k=\frac{2}{3}$.

Vậy $\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$.

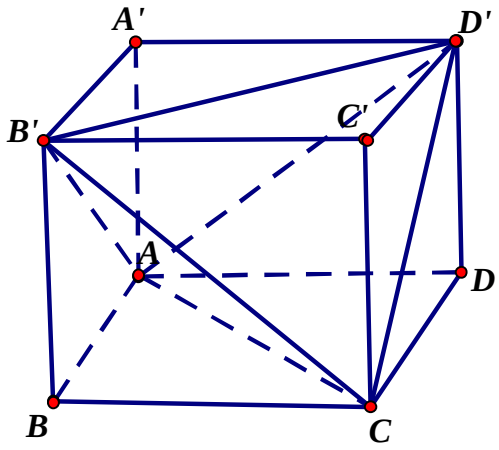
Câu 4. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỉ số thể tích của khối hộp đó và khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\frac{7}{3}$ **B.** 3 **C.** $\frac{8}{3}$ **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi $V = V_{ABCD.A'B'C'D'}$, ta có $V_{ACB'D'} = V - V_{AA'B'D'} - V_{CADD'} - V_{ACBB'} = V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{2}V$.

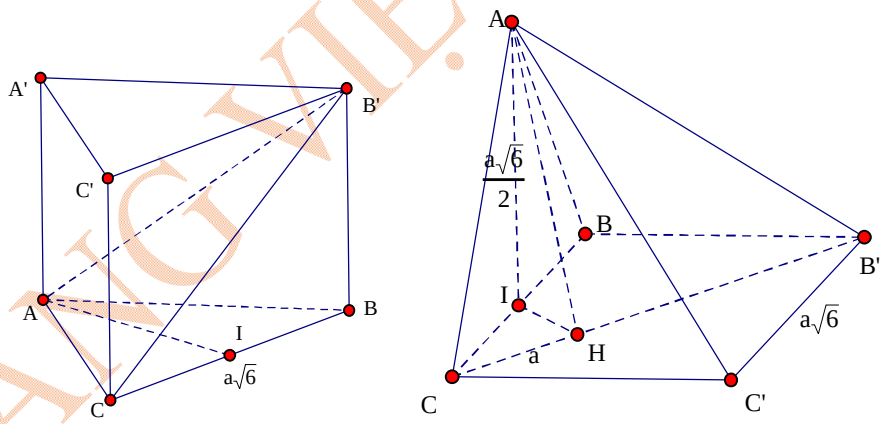
Nên $V_{ABCD.A'B'C'D'} = 2V_{ACB'D'}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm BC, ta có $\begin{cases} AI \perp BC \\ AI \perp CC' \end{cases} \Rightarrow AI \perp (BB'C'C)$ và $AI = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ (trung tuyến trong tam giác vuông bằng nửa cạnh huyền).

Kẻ $IH \perp B'C$ mà $AI \perp B'C$ suy ra $AH \perp B'C$

Vậy góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{AHI} = 60°$.

Ta có $IH = \frac{AI}{\tan 60°} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $CH = \sqrt{CI^2 - IH^2} = a$

Mặt khác $\Delta CIH \sim \Delta CB'B \Rightarrow \frac{IH}{B'B} = \frac{CH}{CB} \Rightarrow BB' = \frac{IH.CB}{CH} = a\sqrt{3}$.

$V_{AB'CA'C'} = V_{ABB'C'C} = \frac{1}{3}.AI.S_{BCC'B'} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{3}.a\sqrt{6} = a^3\sqrt{3}$

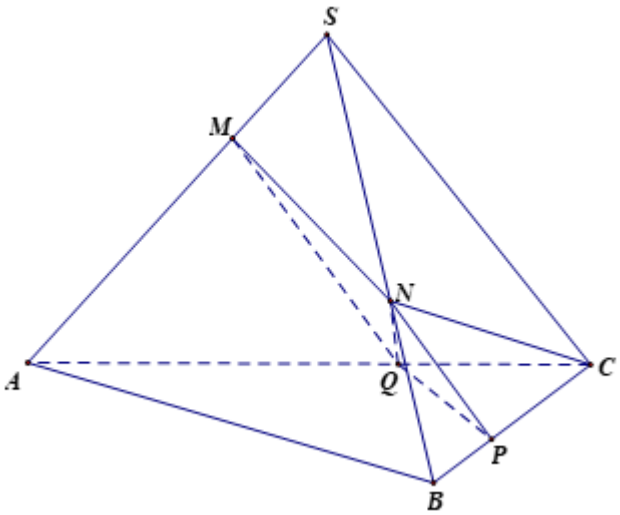
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 6. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=3SM$, $SN=2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α), trong đó, (H_1) chứa điểm S, (H_2) chứa điểm A; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{25}{47}$. **B.** $\frac{25}{48}$. **C.** $\frac{35}{45}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $SABC$. Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC. Ta có $NP//MQ//SC$. Khi chia khối (H_1) bởi mặt phẳng (QNC), ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

Với khối chóp *N.SMQC*:

Vì $\frac{NS}{BS}=\frac{2}{3}$ do đó $V_{N.SMQC}=\frac{2}{3}V_{B.SMQC}$.

Lại có: $\frac{AM}{AS}=\frac{3}{4}\Rightarrow S_{AMQ}=\frac{9}{16}S_{SAC}\Rightarrow S_{SMQC}=\frac{7}{16}S_{SAC}$.

Vậy $V_{N.SMQC}=\frac{7}{24}V_{S.ABC}$.

Với khối chóp *N.QPC*:

Vì $\frac{S_{CPQ}}{S_{CBA}}=\frac{CP}{CB}\frac{CQ}{CA}=\frac{2}{3}\frac{1}{4}=\frac{1}{6}$

Do đó $V_{N.PQC}=\frac{1}{6}V_{N.ABC}=\frac{1}{18}V_{SABC}$.

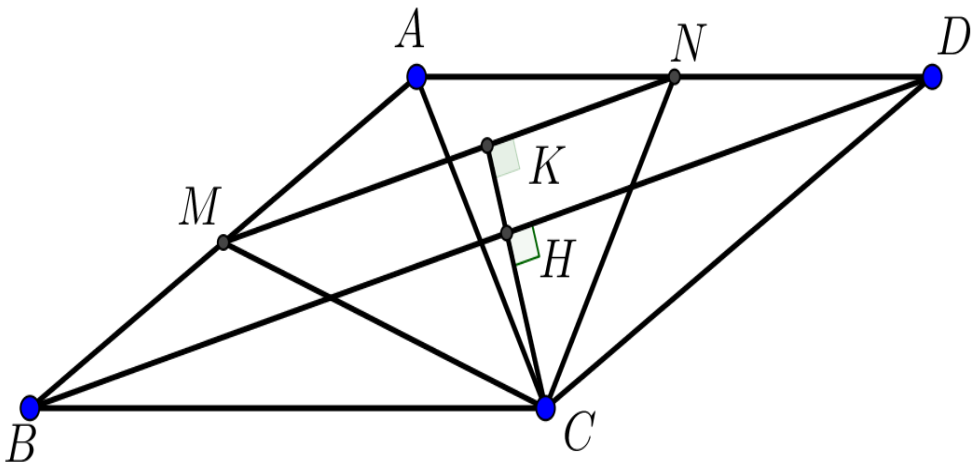
Như vậy: $\frac{V_1}{V_{SABC}}=\frac{7}{24}+\frac{1}{18}=\frac{25}{72}\Rightarrow\frac{V_2}{V_{SABC}}=1-\frac{25}{72}=\frac{47}{72}\Rightarrow\boxed{\frac{V_1}{V_2}=\frac{25}{47}}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 8. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD. Tính thể tích của khối tứ diện $SCMN$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Cách 1:

$S_{CMN}=\frac{1}{2}CK.MN=\frac{1}{2}.\frac{3}{2}CH.\frac{1}{2}BD=\frac{3}{4}.\frac{1}{2}CH.BD=\frac{3}{4}S_{BCD}=\frac{3}{8}S_{ABCD}$

Vậy $V_{SCMN}=\frac{3}{8}V_{S.ABCD}=\frac{3}{8}.8=3$

Cách 2:

Ta thấy $S_{AMN}=\frac{1}{4}S_{ABD}=\frac{1}{8}S_{ABCD}$; $S_{NCD}=\frac{1}{2}S_{ACD}=\frac{1}{4}S_{ABCD}$; $S_{BMC}=\frac{1}{2}S_{ABC}=\frac{1}{4}S_{ABCD}$.

Do đó, $S_{MNC}=\left(1-\frac{1}{8}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)S_{ABCD}=\frac{3}{8}S_{ABCD}$

Vậy $V_{SCMN}=\frac{3}{8}V_{S.ABCD}=3$.

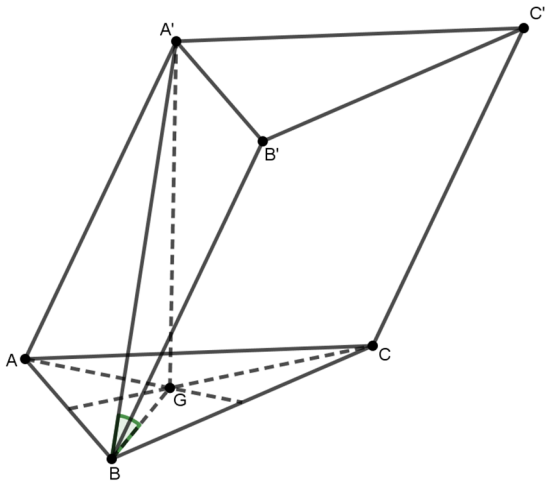
Câu 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Biết $A'G$ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $A'B$ tạo với đáy một góc 45°. Tính thể tích khối chóp $A'.BCC'B'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $\widehat{A'BG}=45^{\circ}$; $BG=\frac{2}{3}\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{3}=A'G$.

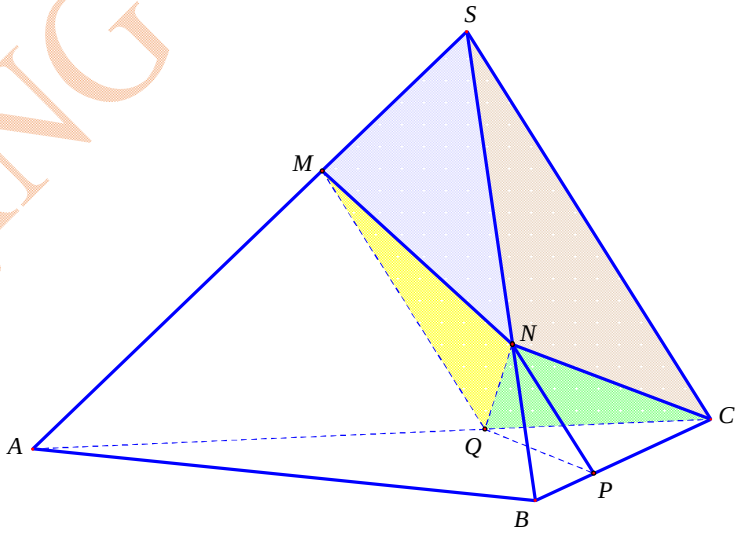
$V_{A'BCC'B'}=\frac{2}{3}V_{ABCA'B'C'}=\frac{2}{3}S_{ABC}.A'G=\frac{2}{3}.\frac{a^2}{2}.\frac{a\sqrt{5}}{3}=\frac{a^3\sqrt{5}}{9}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA=2SM$, $SN=2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp $S.ABC$ thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2) với (H_1) là khối đa diện chứa điểm S, (H_2) là khối đa diện chứa điểm A. Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Kí hiệu V là thể tích khối tứ diện $SABC$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (α) với các đường thẳng BC, AC.

Ta có NP // MQ // SC.

Khi chia khối (H_1) bởi mặt phẳng (QNC), ta được hai khối chóp $N.SMQC$ và $N.QPC$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\frac{d\left(N,(SAC)\right)}{d\left(B,(SAC)\right)}.\frac{S_{SMQC}}{S_{SAC}}$.

$\frac{d\left(N,(SAC)\right)}{d\left(B,(SAC)\right)}=\frac{NS}{BS}=\frac{2}{3}$; $\frac{S_{AMQ}}{S_{ASC}}=\frac{AM}{AS}.\frac{AQ}{AC}=\left(\frac{AM}{AS}\right)^2=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{S_{SMQC}}{S_{ASC}}=\frac{5}{9}$.

Do đó $\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}=\frac{2}{3}.\frac{5}{9}=\frac{10}{27}$.

$\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{d\left(N,(QPC)\right)}{d\left(S,(ABC)\right)}.\frac{S_{QPC}}{S_{ABC}}=\frac{NB}{SB}.\left(\frac{CQ}{CA}.\frac{CP}{CB}\right)=\frac{1}{3}.\left(\frac{1}{3}.\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{27}$.

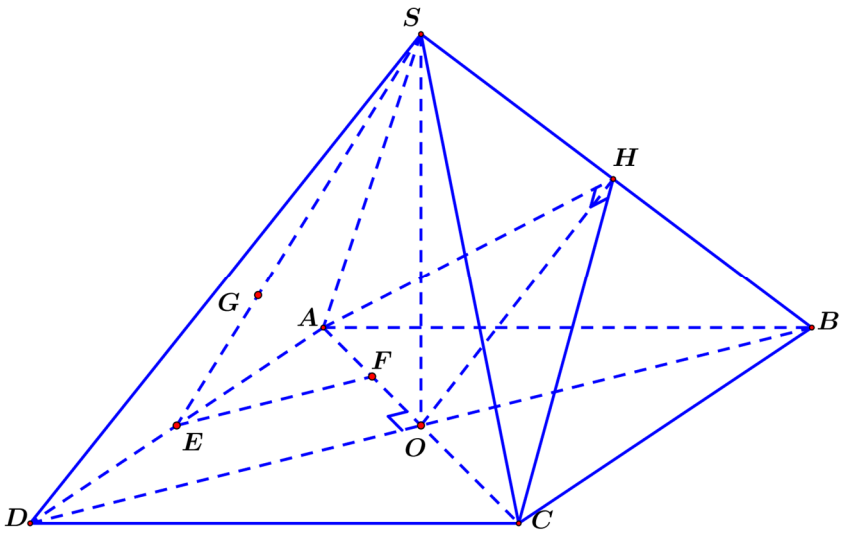
Do đó $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{N.SMQC}}{V_{B.ASC}}+\frac{V_{N.QPC}}{V_{S.ABC}}=\frac{10}{27}+\frac{2}{27}=\frac{4}{9}\Rightarrow\frac{V_1}{V_1+V_2}=\frac{4}{9}\Rightarrow 5V_1=4V_2\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{5}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC}=60^\circ$. Biết rằng $SA=SC$, $SB=SD$ và $(SAB)\perp(SBC)$. G là trọng tâm tam giác (SAD). Tính thể tích V của tứ diện $GSAC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{96}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{48}$ **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $V_{GSAC}=\frac{1}{3}d\left(G,(SAC)\right).S_{\Delta SAC}$.

* Tính $S_{\Delta SAC}$?

Gọi $O=AC\cap BD$, do $\begin{cases}SA=SC\Rightarrow SO\perp AC\\SB=SD\Rightarrow SO\perp BD\end{cases}\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Kẻ $OH\perp SB$, do $AC\perp(SBD)$ nên $SB\perp(AHC)$.

Suy ra $\left[(SAB),(SBC)\right]=(AH,CH)=\widehat{AHC}=90^\circ$.

Do $OH\perp AC$ và OH là trung tuyến nên tam giác AHC vuông cân tại H.

Khi đó $OH=\frac{1}{2}AC=\frac{a}{2}$ và $OB=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mà tam giác SOB vuông tại O có đường cao OH nên $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OB^2}\Rightarrow SO=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Vậy $S_{\Delta SAC}=\frac{1}{2}.SO.AC=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{4}.a=\frac{a^2\sqrt{6}}{8}$.

* Tính $d\left(E,(SAC)\right)$?

Gọi E là trung điểm của AD thì $\frac{d\left(G,(SAC)\right)}{d\left(E,(SAC)\right)}=\frac{SG}{SE}=\frac{2}{3}$.

Gọi F là trung điểm của OA thì $EF\perp(SAC)\Rightarrow d\left(E,(SAC)\right)=EF=\frac{1}{2}OD=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $d\left(G,(SAC)\right)=\frac{2}{3}d\left(E,(SAC)\right)=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{4}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

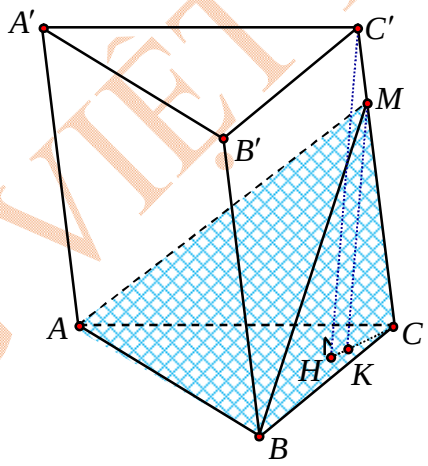
Vậy $V_{G.SAC}=\frac{1}{3}d\left(G,(SAC)\right).S_{\Delta SAC}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{6}.\frac{a^2\sqrt{6}}{8}=\frac{\sqrt{2}a^3}{48}$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi M là điểm thuộc cạnh CC' sao cho $CM=3C'M$. Tính thể tích V của khối chóp $M.ABC$

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{4}$. **C.** $\frac{3V}{4}$. **D.** $\frac{V}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của C' và M lên mặt phẳng (ABC)

Ta có $C'H\,//\,MK\Rightarrow\frac{MK}{CC'}=\frac{CM}{CC'}=\frac{3}{4}$.

Khi đó $V_{M.ABC}=\frac{1}{3}MK.S_{ABC}\Leftrightarrow V_{M.ABC}=\frac{1}{3}.\frac{3}{4}CC'.S_{ABC}=\frac{V}{4}$.

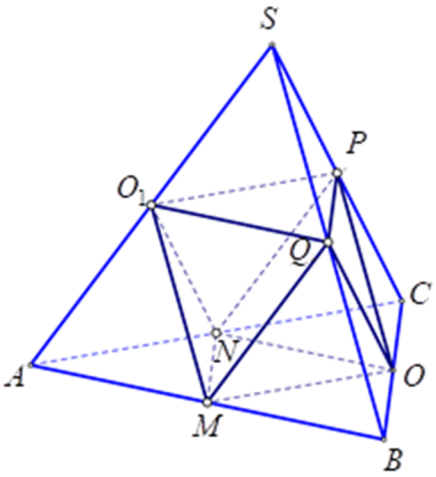
Câu 12. Tính thể tích của khối đa diện đều có các đỉnh là trung điểm các cạnh của một tứ diện đều cạnh a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



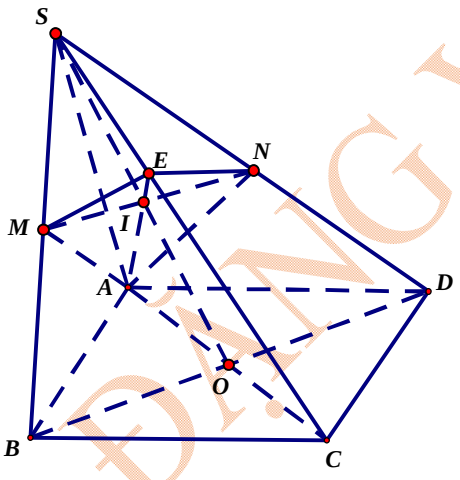
Đa diện đều đó là khối bát diện đều cạnh $\frac{a}{2}$. Vì vậy thể tích của khối đa diện đó là:

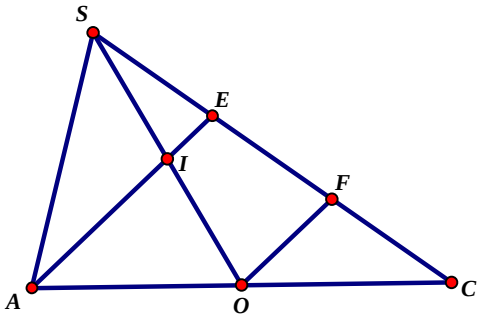
$V = 2.\frac{1}{3}.\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{2}}{4} = \frac{a^3.\sqrt{2}}{24}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\frac{V}{9}$. **B.** $\frac{V}{12}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{27}$.

Hướng dẫn giải





Chọn C.

Ta có $\frac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB}.\frac{SE}{SC}$; $\frac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}} = \frac{SN}{SD}.\frac{SE}{SC}$, $V_{SABC} = V_{SADC} = \frac{1}{2}V$

$\frac{SE}{SC} = \frac{1}{3}$, Kẻ $OF // AE$, $F \in [SC]$, theo tính chất đường trung bình trong tam giác AEC ta có F là trung điểm của EC, theo giả thiết suy ra E là trung điểm của AF. Lại theo tính chất đường trung bình trong tam giác SOF suy ra I là trung điểm của SO.

$\Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2}$.

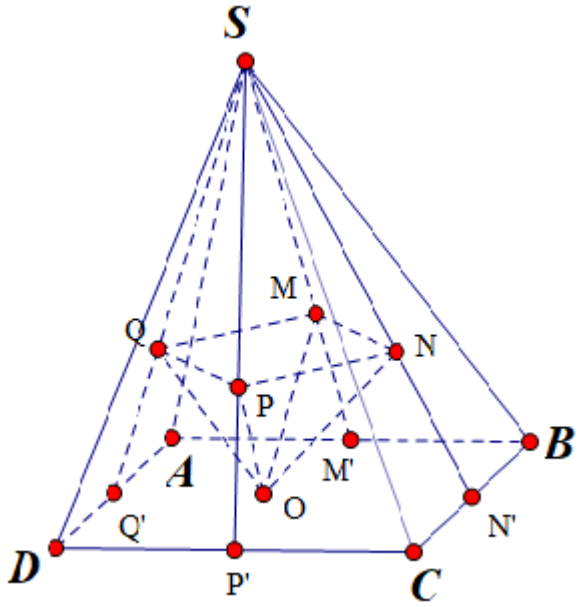
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $\frac{V_{S.AME}}{\frac{1}{2}V}=\frac{V_{S.ANE}}{\frac{1}{2}V}=\frac{1}{6}\Rightarrow V_{SAMEN}=\frac{1}{6}V$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Gọi O là điểm bất kỳ trên mặt đáy $ABCD$. Biết thể tích khối chóp $OMNPQ$ bằng V. Tính thể tích khối $S.ABCD$.

A. $\frac{27}{2}V$ **B.** $\frac{9}{4}V$ **C.** $\frac{27}{4}V$ **D.** $\frac{27}{8}V$

Hướng dẫn giải



Chọn A

Ta có, diện tích $S_{MNPQ}=\left(\frac{2}{3}\right)^2.S_{M'N'P'Q'}=\frac{4}{9}.\frac{1}{2}.S_{ABCD}=\frac{2}{9}.S_{ABCD}$.

Đường cao của khối $OMNPQ$ là $h_{OMNPQ}=\frac{1}{3}h_{SABCD}$.

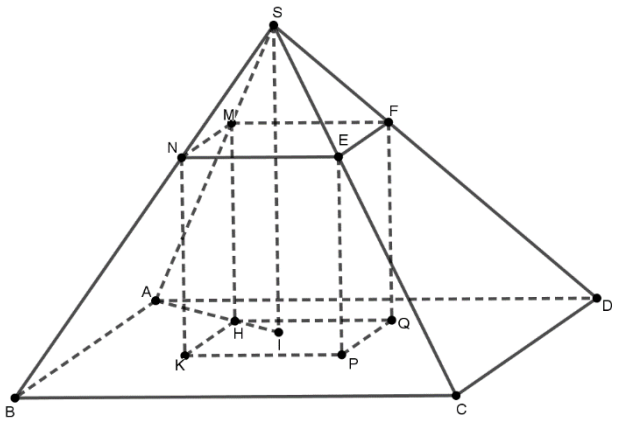
Suy ra $V=\frac{2}{27}V_{SABCD}\Leftrightarrow V_{SABCD}=\frac{27}{2}V$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ cắt các đoạn SA, SB, SC, SD tương ứng tại M, N, E, F (M, N, E, F khác S và không nằm trên $(ABCD)$). Các điểm H, K, P, Q tương ứng là hình chiếu vuông góc của M, N, E, F lên $(ABCD)$. Thể tích lớn nhất của khối đa diện $MNEFHKPQ$ là:

A. $\frac{2}{3}V$. **B.** $\frac{4}{27}V$. **C.** $\frac{4}{9}V$. **D.** $\frac{2}{9}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $k=\dfrac{SM}{SA}$. Ta có: $MNEF$ và $ABCD$ đồng dạng với tỉ số $k=\dfrac{SM}{SA}$ $(0<k<1)$.

Do đó $S_{MNEF}=k^2S_{ABCD}$.

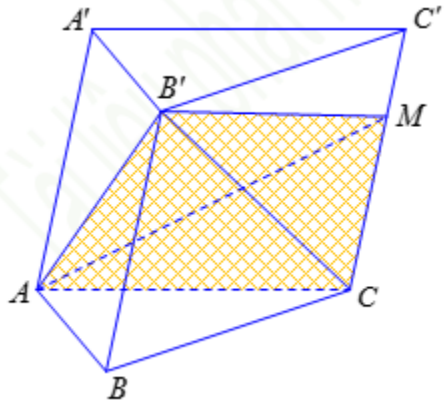
Gọi SI là đường cao của $S.ABCD$. Ta có: $\dfrac{MH}{SI}=\dfrac{MA}{SA}=\dfrac{SA-SM}{SA}=1-k$.

$V_{MNEFHKPQ}=S_{MNEF}.MH=S_{ABCD}.k^2.(1-k).SI=3V.k^2.(1-k)$

$=\dfrac{3V}{2}.k.k.(2-2k)\le\dfrac{3V}{2}.\left(\dfrac{k+k+2-2k}{3}\right)^3=\dfrac{4}{9}V$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối đa diện $MNEFHKPQ$ là $\dfrac{4}{9}V$ khi $k=2-2k\Leftrightarrow k=\dfrac{2}{3}$.

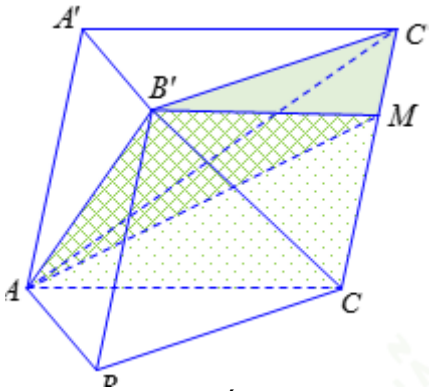
Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $9a^3$ và M là điểm nằm trên cạnh CC' sao cho $MC=2MC'$. Tính thể tích khối tứ diện $AB'CM$ theo a.



A. a^3. **B.** $4a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ được chia thành 3 khối tứ diện $B'.ABC$; $A.A'B'C'$ và $A.B'C'C$.

Trong đó $V_{B'.ABC}=V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=3a^3\Rightarrow V_{A.B'C'C}=V_{ABC.A'B'C'}-2V_{B.ABC}=3a^3$.

Ta lại có $V_{A.B'C'C}=V_{A.B'C'M}+V_{A.B'CM}$ và $V_{A.B'C'M}=\frac{1}{2}V_{A.B'CM}$

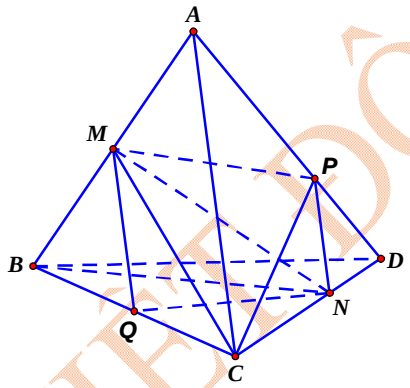
Do đó $V_{A.B'C'C}=\frac{3}{2}V_{A.B'CM}\Rightarrow V_{A.B'CM}=\frac{2}{3}V_{A.B'C'C}=2a^2$.

Câu 17. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Trên các cạnh AB và CD lần lượt lấy các điểm M và N sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{NC}=-2\overrightarrow{ND}$. Mặt phẳng (P) chứa MN và song song với AC chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích là V. Tính V.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{18}$. **B.** $V=\frac{11\sqrt{2}}{216}$. **C.** $V=\frac{7\sqrt{2}}{216}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{108}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Từ N kẻ $NP//AC$, $N\in AD$

M kẻ $MQ//AC$, $Q\in BC$. Mặt phẳng (P) là $MPNQ$

Ta có $V_{ABCD}=\frac{1}{3}AH.S_{ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{12}$

$V=V_{ACMPNQ}=V_{AMPC}+V_{MQNC}+V_{MPNC}$

Ta có $V_{AMPC}=\frac{AM}{AB}.\frac{AP}{AD}.V_{ABCD}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{ABCD}=\frac{1}{3}V_{ABCD}$

$V_{MQNC}=\frac{1}{2}V_{AQNC}=\frac{1}{2}\frac{CQ}{CB}.\frac{CN}{CD}.V_{ABCD}=\frac{1}{2}\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{ABCD}=\frac{1}{2}V_{ABCD}$

$V_{MPNC}=\frac{2}{3}V_{MPCD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}V_{MACD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}\frac{AM}{AB}.V_{ABCD}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}\frac{1}{2}V_{ABCD}=\frac{1}{9}V_{ABCD}$

Vậy $V=\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}\right)V_{ABCD}\Rightarrow V=\frac{11}{18}V_{ABCD}=\frac{11\sqrt{2}}{216}$.

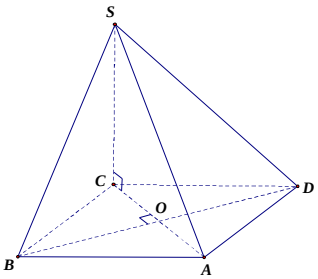
Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SC vuông góc với đáy và SB tạo với đáy một góc 45°. Thể tích V của khối chóp $S.AOD$, với O là tâm của hình vuông $ABCD$ là.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{a^3}{12}$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



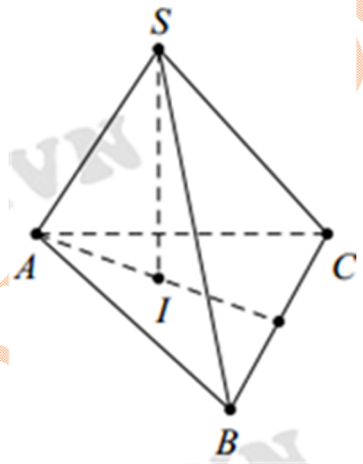
$\widehat{SBC}=45^0\Rightarrow SC=a$. Vậy $V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{3}\Rightarrow V_{S.AOD}=\dfrac{1}{4}V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 19. Cho hình chóp đều S.ABC có đáy cạnh bằng a, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi A',B',C' tương ứng là các điểm đối xứng của A,B,C qua S. Thể tích của khối bát diện có các mặt $ABC, A'B'C', A'BC, B'CA, C'AB, AB'C', BA'C', CA'B'$ là

A. $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Vì $SA=SB=SC$ suy ra SI vuông góc với mặt phẳng (ABC).

Và $\widehat{(SA,(ABC))}=\widehat{(SA,IA)}=\widehat{SAI}=60°$.

Tam giác SAI vuông tại I, có $\tan\widehat{SAI}=\dfrac{SI}{AI}\Rightarrow SI=\tan 60°.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}=a$.

Thể tích khối chóp S.ABC là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SI.S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

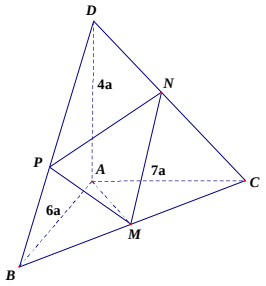
Vậy thể tích khối chóp cần tính là $V=6.V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau, $AB=6a, AC=7a, AD=4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V=7a^3$. **B.** $V=14a^3$. **C.** $V=\dfrac{28}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{7}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $S_{MNP}=\frac{1}{4}S_{ABC}$.

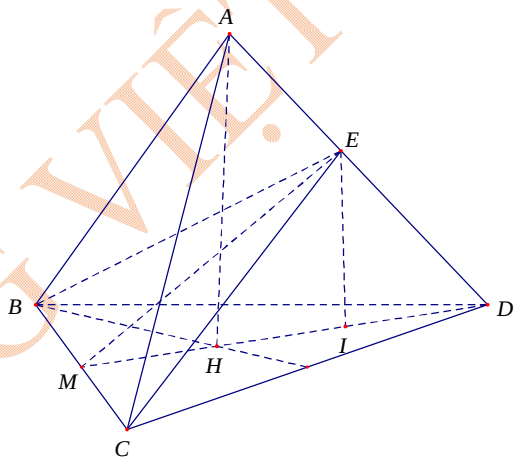
$\Rightarrow V_{AMNP}=\frac{1}{4}V_{ABCD}=7a^3$.

Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Mặt phẳng (P) chứa cạnh BC cắt cạnh AD tại E. Biết góc giữa hai mặt phẳng (P) và (BCD) có số đo là α thỏa mãn $\tan\alpha=\frac{5\sqrt{2}}{7}$. Gọi thể tích của hai tứ diện $ABCE$ và tứ diện $BCDE$ lần lượt là V_1 và V_2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{5}{8}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H, I lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, E trên mặt phẳng (BCD). Khi đó H, $I\in DM$ với M là trung điểm BC.

Ta tính được $AH=\frac{a\sqrt{6}}{3}$, $DH=\frac{a\sqrt{3}}{3}$, $MH=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Ta có góc giữa (P) với $(BCD)\Rightarrow((P),(BCD))=\widehat{EMD}=\alpha$. Khi đó $\tan\alpha=\frac{EI}{MI}=\frac{5\sqrt{2}}{7}$.

Gọi $DE=x\Rightarrow\frac{DE}{AD}=\frac{EI}{AH}=\frac{DI}{DH}\Rightarrow\begin{cases}EI=\frac{DE.AH}{AD}=\frac{x.\frac{a\sqrt{6}}{3}}{a}=\frac{x\sqrt{6}}{3}\\ DI=\frac{DE.DH}{AD}=\frac{x.\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a}=\frac{x\sqrt{3}}{3}\end{cases}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi đó $MI = DM - DI = \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $\tan\alpha = \frac{EI}{MI} = \frac{5\sqrt{2}}{7} \Leftrightarrow \frac{\frac{x\sqrt{6}}{3}}{\frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{x\sqrt{3}}{3}} = \frac{5\sqrt{2}}{7} \Leftrightarrow x = \frac{5}{8}a$.

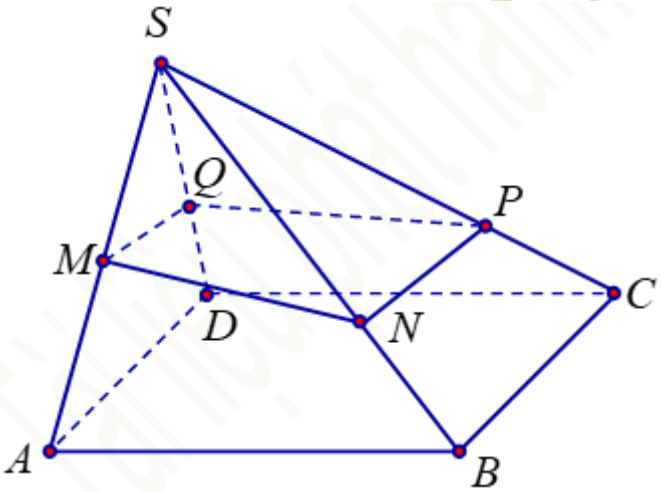
Khi đó: $\frac{V_{DBCE}}{V_{ABCD}} = \frac{DE}{AD} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{V_{ABCE}}{V_{BCDE}} = \frac{3}{5}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên đoạn SB sao cho $SN = 2NB$. Mặt phẳng (R) chứa MN cắt đoạn SD tại Q và cắt đoạn SC tại P. Tỉ số $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ lớn nhất bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $\frac{SP}{SC} = x \quad 0 < x \le 1$. Ta có $\frac{SM}{SA} + \frac{SP}{SC} = \frac{SN}{SB} + \frac{SQ}{SD} \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{2} + x - \frac{2}{3} = x - \frac{1}{6} \left(x > \frac{1}{6}\right)$.

Mặt khác $ABCD$ là hình bình hành nên có $V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2V_{S.ACD}$

$\frac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC} = \frac{1}{3}x$; $\frac{V_{S.MPQ}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SD} = \frac{1}{2}x\left(x - \frac{1}{6}\right)$.

Suy ra $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.MPQ}}{2V_{S.ACD}} = \frac{1}{6}x + \frac{1}{4}x\left(x - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{8}x$.

Xét $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{8}x$ với $\frac{1}{6} < x \le 1$; $f'(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4} \notin \left(\frac{1}{6}; 1\right]$

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{6}$		1
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{3}{8}$

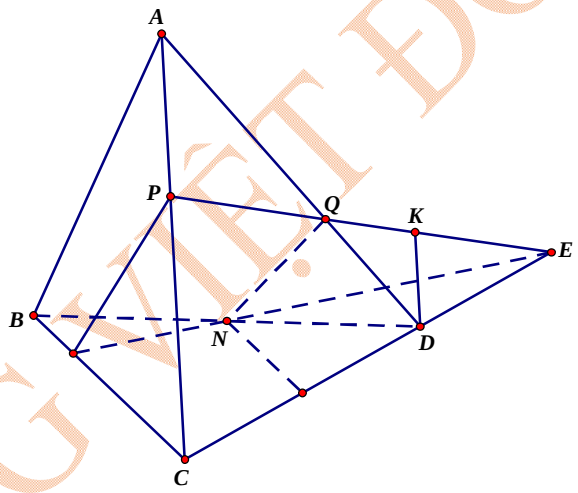
Từ BBT ta có $\max\limits_{\left(\frac{1}{6};1\right]} f(x)=\frac{3}{8}$. Vậy $\frac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.ABCD}}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{3}{8}$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC=4BM$, $AC=3AP$, $BD=2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi $\text{mp}(MNP)$.

A. $\frac{7}{13}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{8}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $E=MN\cap CD$, $Q=EQ\cap AD$, do đó mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $MNQP$.

Gọi I là trung điểm CD thì $NI\parallel CB$ và $NI=\frac{1}{2}BC$, do $BC=4BM$ nên suy ra $NI=\frac{2}{3}MC$. Bởi vậy $\frac{EN}{EM}=\frac{EI}{EC}=\frac{NI}{MC}=\frac{2}{3}$.

Từ I là trung điểm CD và $\frac{EI}{EC}=\frac{2}{3}$ suy ra $\frac{ED}{EC}=\frac{1}{3}$.

Kẻ $DK\parallel AC$ với $K\in EP$, ta có $\frac{EK}{EP}=\frac{KD}{AC}=\frac{ED}{EC}=\frac{1}{3}$. Mặt khác $AC=3AP$ nên suy ra $\frac{KD}{AP}=\frac{2}{3}$. Do đó $\frac{QD}{QA}=\frac{QK}{QP}=\frac{KD}{AP}=\frac{2}{3}$.

Từ $\frac{QK}{QP}=\frac{2}{3}$ và $\frac{EK}{EP}=\frac{1}{3}$ suy ra $\frac{EQ}{EP}=\frac{3}{5}$.

Gọi V là thể tích khối tứ diện $ABCD$, V_1 là thể tích khối đa diện $ABMNQP$, V_2 là thể tích khối đa diện $CDMNQP$.

Ta có $\frac{S_{\Delta CMP}}{S_{\Delta CAB}}=\frac{CM}{CB}.\frac{CP}{CA}=\frac{3}{4}.\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\Rightarrow S_{\Delta CMP}=\frac{1}{2}S_{\Delta CAB}$.

Vì $\frac{ED}{EC}=\frac{1}{3}$ nên $d\left(E;(ABC)\right)=\frac{3}{2}d\left(D;(ABC)\right)$. Do đó :

$V_{E.CMP}=\frac{1}{3}S_{\Delta CMP}.d\left(E;(ABC)\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}S_{\Delta CAB}.\frac{3}{2}.d\left(D;(ABC)\right)=\frac{3}{4}.\frac{1}{3}S_{\Delta CAB}.d\left(D;(ABC)\right)=\frac{3}{4}V$.

$\frac{V_{E.DNQ}}{V_{E.CMP}}=\frac{ED}{EC}.\frac{EN}{EM}.\frac{EQ}{EP}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}.\frac{3}{5}=\frac{2}{15}$, nên suy ra $V_{E.DNQ}=\frac{2}{15}V_{E.CMP}=\frac{2}{15}.\frac{3}{4}V=\frac{1}{10}V$.

Từ đó ta có $V_2=V_{E.CMP}-V_{E.DNQ}=\frac{3}{4}V-\frac{1}{10}V=\frac{13}{20}V$.

Và $V_1=V-V_2=V-\frac{13}{20}V=\frac{7}{20}V$.

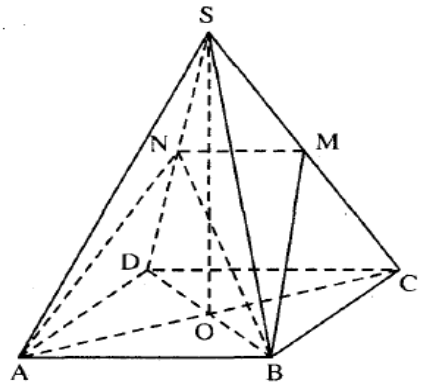
Như vậy : $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{13}$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, AC cắt BD tại O. Biết $OA=2$, $OB=1$, $OS=2\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, mặt phẳng (ABM) cắt cạnh SD tại N. Tính thể tích khối chóp $S.ABMN$.

A. $V=2\sqrt{2}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có:

$V_{S.ABMN}=V_{S.ABN}+V_{S.BMN}=\frac{1}{2}V_{S,ABD}+\frac{1}{2}.\frac{1}{2}V_{S.DBC}$

$=\frac{1}{2}.\frac{V}{2}+\frac{1}{4}.\frac{V}{2}=\frac{3V}{8}$

với $V_{S.ABCD}=V$.

Ta có.

$V=\frac{1}{3}\cdot S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}AC.BD.SO=\frac{1}{3}\cdot\frac{4.2}{2}\cdot 2\sqrt{2}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$.

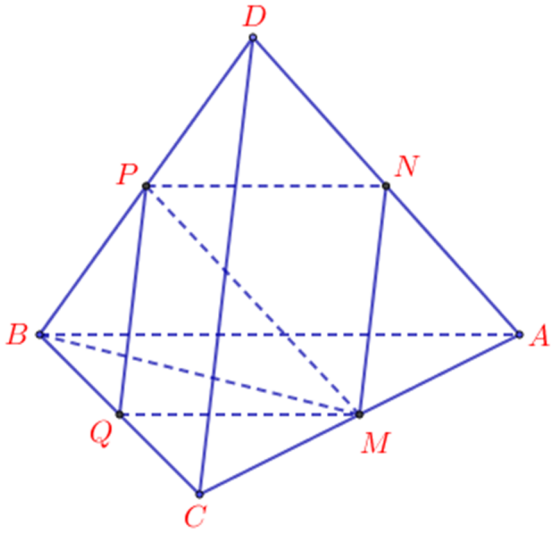
$\Rightarrow V_{S.ABMN}=\frac{3}{8}\cdot\frac{8\sqrt{2}}{3}=\sqrt{2}$.

Câu 25. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có thể tích là V. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AC, AD, BD, BC. Thể tích khối chóp $AMNPQ$ là

A. $\frac{V\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $V_{AMNPQ}=2V_{APMQ}$ (do $MNPQ$ là hình thoi), $AB\ //\ MQ\Rightarrow V_{APMQ}=V_{BPMQ}$

Mặt khác do P là trung điểm của BD nên $d\left(P,(ABC)\right)=\frac{1}{2}d\left(D,(ABC)\right)$, đồng thời

$S_{BQM}=\frac{1}{4}S_{ABC}\Rightarrow V_{BPMQ}=\frac{1}{3}d\left(P,(ABC)\right).S_{BQM}=\frac{1}{6}d\left(D,(ABC)\right).\frac{1}{4}S_{ABC}$

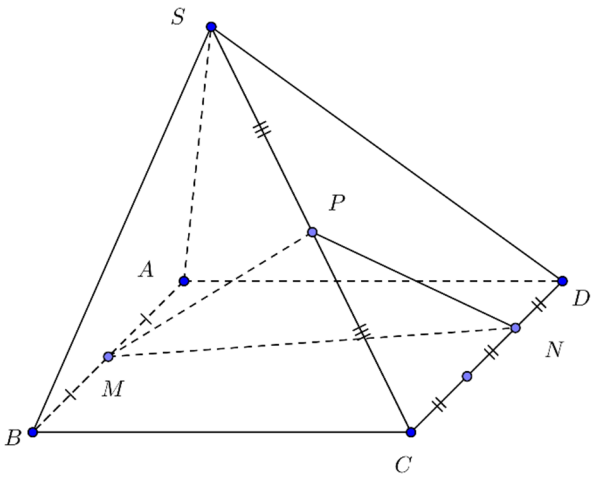
$=\frac{1}{8}.\frac{1}{3}d\left(D,(ABC)\right).S_{ABC}=\frac{V}{8}\Rightarrow V_{AMNPQ}=\frac{V}{4}$.

Câu 26. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N, P lần lượt là điểm thuộc các cạnh AB, CD, SC sao cho $MA=MB$, $NC=2ND$, $SP=PC$. Tính thể tích V của khối chóp $P.MBCN$.

A. $V=28$. **B.** $V=40$. **C.** $V=14$. **D.** $V=20$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $CD=a$ và h là độ dài đường cao hạ từ A xuống CD.

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là: $S_{ABCD}=a.h$.

Diện tích hình thành $BMNC$ là: $S_{BMNC}=\frac{1}{2}\left(BM+CN\right)h=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{2a}{3}\right)h=\frac{7}{12}ah=\frac{7}{12}S_{ABCD}$.

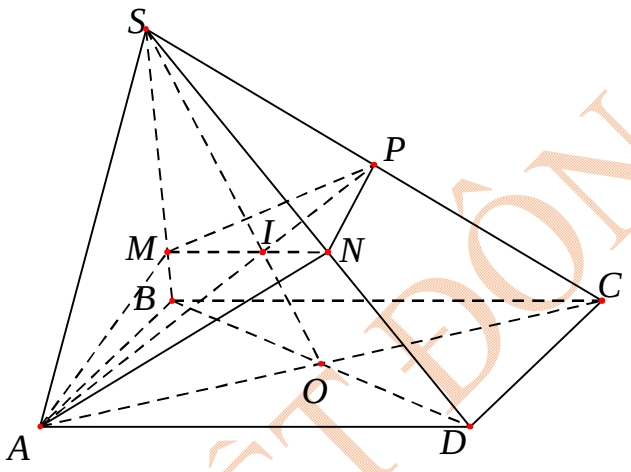
Suy ra: $V_{P.MNCB}=\frac{1}{3}S_{MNCB}.d_{(P,(MNCP))}=\frac{1}{3}.\frac{7}{12}S_{ABCD}.\frac{1}{2}d_{(S,(ABCD))}=\frac{7}{24}V_{S.ABCD}=\frac{7}{24}.48=14$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $x=\frac{SM}{SB}$, $y=\frac{SN}{SD}$, $(0<x,y\le 1)$.

Ta có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMP}+V_{S.ANP}}{V}=\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}}+\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SP}{SC}+\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{1}{4}(x+y)$ (1)

Lại có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMN}+V_{S.PMN}}{V}=\frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ABD}}+\frac{V_{S.PMN}}{2V_{S.CBD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}+\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{3}{4}xy$ (2).

Suy ra $\frac{1}{4}(x+y)=\frac{3}{4}xy\Rightarrow x+y=3xy\Rightarrow y=\frac{x}{3x-1}$. Từ điều kiện $0<y\le 1$, ta có $\frac{x}{3x-1}\le 1$, hay $x\ge\frac{1}{2}$.

Thay vào (2) ta được tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V}=\frac{3}{4}.\frac{x^2}{3x-1}$.

Đặt $f(x)=\frac{3}{4}.\frac{x^2}{3x-1}, x\in\left[\frac{1}{2};1\right]$, ta có $f'(x)=\frac{3}{4}.\frac{3x^2-2x}{(3x-1)^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & \text{(loai)}\\ x=\frac{2}{3} & \text{(nhan)}\end{array}\right.$.

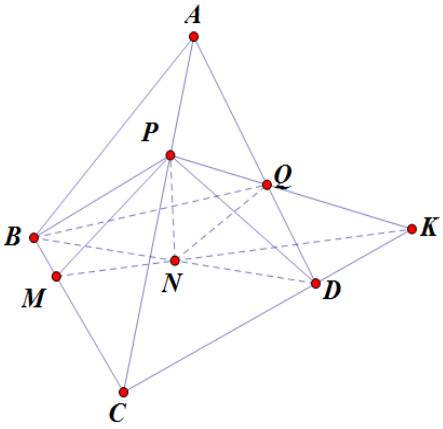
$f\left(\frac{1}{2}\right)=f(1)=\frac{3}{8}$, $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$, do đó $\min\frac{V_1}{V}=\min\limits_{x\in\left[\frac{1}{2};1\right]}f(x)=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ và các điểm M, N, P thuộc các cạnh BC, BD, AC sao cho $BC=4BM$, $AC=3AP$, $BD=2BN$. Tính tỉ số thể tích hai phần của khối tứ diện $ABCD$ được phân chia bởi mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{8}{13}$. **C.** $\frac{7}{13}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Trong mặt phẳng (DBC) vẽ MN cắt CD tại K.

Trong mặt phẳng (ACD) vẽ PK cắt AD tại Q.

Theo định lý Mennelaus cho tam giác ΔBCD cát tuyến MNK ta có $\frac{KC}{KD}.\frac{ND}{NB}.\frac{MB}{MC}=1\Rightarrow\frac{KC}{KD}=3$.

Theo định lý Mennelaus cho tam giác ΔACD cát tuyến PKQ ta có $\frac{KC}{KD}.\frac{QD}{QA}.\frac{PA}{PC}=1\Rightarrow\frac{QA}{QD}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{QA}{AD}=\frac{3}{5}$.

Đặt $V=V_{ABCD}$, ta có

- $\frac{V_{B.APQ}}{V_{B.ACD}}=\frac{S_{APQ}}{S_{ACD}}=\frac{AP}{AC}.\frac{AQ}{AD}=\frac{1}{5}\Rightarrow V_{B.APQ}=\frac{1}{5}V_{B.ACD}\Rightarrow V_{B.PQDC}=\frac{4}{5}V$.
- $\frac{V_{P.BMN}}{V_{P.BCD}}=\frac{S_{BMN}}{S_{BCD}}=\frac{BM}{BC}.\frac{BN}{BD}=\frac{1}{8}$ và $\frac{V_{P.BCD}}{V}=\frac{S_{CPD}}{S_{ACD}}=\frac{CP}{CA}=\frac{2}{3}\Rightarrow V_{P.BMN}=\frac{1}{12}V$.
- $\frac{V_{Q.PBN}}{V_{Q.PBD}}=\frac{S_{PBN}}{S_{PBD}}=\frac{1}{2}$ và $\frac{V_{BQPD}}{V}=\frac{S_{DQP}}{S_{ACD}}=\frac{S_{DQP}}{S_{DAP}}.\frac{S_{ADP}}{S_{ACD}}=\frac{2}{15}\Rightarrow V_{QPBN}=\frac{1}{15}V$.

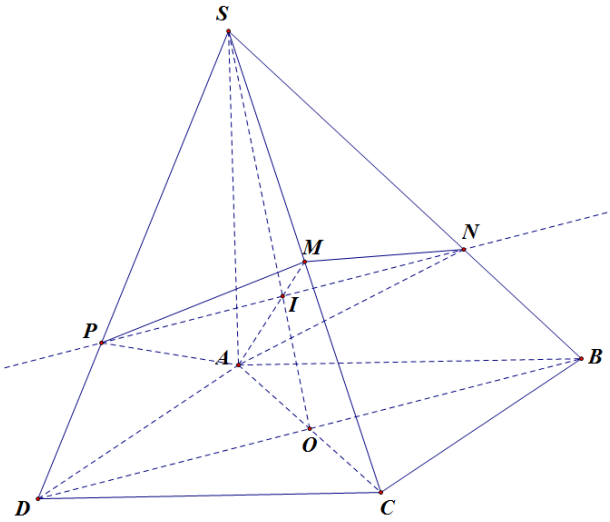
$\Rightarrow\frac{V_{AB.MNPQ}}{V}=\frac{V_{A.BPQ}+V_{P.BNM}+V_{Q.PBN}}{V}=\frac{7}{20}\Rightarrow\frac{V_{AB.MNPQ}}{V_{CD.MNPQ}}=\frac{7}{13}$.

Câu 29. Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC, mặt phẳng (P) chứa AM và song song BD chia khối chóp thành hai khối đa diện, đặt V_1 là thể tích khối đa diện có chứa đỉnh S và V_2 là thể tích khối đa diện có chứa đáy $ABCD$. Tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$ là:

A. $\frac{V_2}{V_1}=2$. **B.** $\frac{V_2}{V_1}=1$. **C.** $\frac{V_2}{V_1}=\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{V_2}{V_1}=3$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Chọn A

Đặt $V_{S.ABCD}=V$.

Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD. Gọi I là giao điểm của SO và AM.

Do $(P)//BD$ nên (P) cắt mặt phẳng (SBD) theo giao tuyến NP qua I và song song với BD; $(N\in SB;P\in SD)$.

Xét tam giác SAC có I là giao điểm hai trung tuyến nên I là trọng tâm.

Ta có $\frac{V_{S.APN}}{V_{S.ADB}}=\frac{SP.SN}{SD.SB}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}=\frac{4}{9}\Rightarrow V_{S.APN}=\frac{4}{9}V_{S.ADB}=\frac{4}{9}.\frac{1}{2}V=\frac{2}{9}V$.

Tương tự $\frac{V_{S.PMN}}{V_{S.DCB}}=\frac{SP.SM.SN}{SD.SC.SB}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}.\frac{2}{3}=\frac{2}{9}\Rightarrow V_{S.PMN}=\frac{2}{9}V_{S.DCB}=\frac{2}{9}.\frac{1}{2}V=\frac{1}{9}V$.

Từ đó $V_1=V_{S.APN}+V_{S.PMN}=\frac{1}{3}V$. Do đó $\frac{V_2}{V_1}=2$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB, N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V=\frac{1}{36}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{6}a^3$. **C.** $V=\frac{1}{8}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{12}a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1. Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}$

$V_{NDAC}=\frac{1}{3}NH.S_{\Delta DAC}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}a.\left(\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{a^3}{18}$

$V_{MABC}=\frac{1}{3}MK.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\left(\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{a^3}{12}$

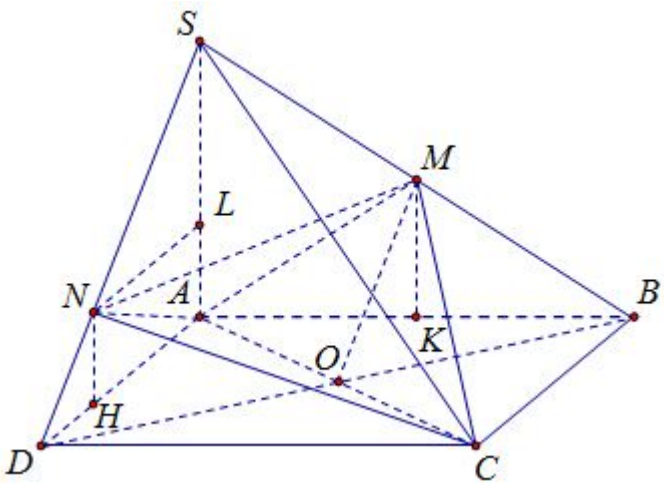
$\frac{1}{3}d\left(A,(SMN)\right).S_{\Delta SMN}=\frac{a^3}{18}$

Suy ra $V_{NSAM}=\frac{1}{3}NL.S_{\Delta SAM}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}a.\left(\frac{1}{2}a.\frac{a}{2}\right)=\frac{a^3}{18}$.

Mặt khác $V_{C.SMN}=\frac{1}{3}d\left(C,(SMN)\right).S_{\Delta SMN}=\frac{1}{3}d\left(A,(SMN)\right).S_{\Delta SMN}=\frac{a^3}{18}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $V_{ACMN}=V_{S.ABCD}-V_{NSAM}-V_{NADC}-V_{MABC}-V_{SCMN}=\frac{a^3}{3}-\frac{a^3}{18}-\frac{a^3}{18}-\frac{a^3}{12}-\frac{a^3}{18}=\frac{1}{12}a^3$.



Cách 2. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}$. Vì $OM//SD$ nên $SD//(AMC)$.

Do đó $d(N;(AMC))=d(D;(AMC))=d(B;(AMC))$

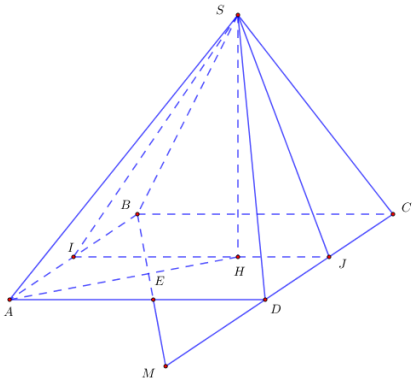
$\Rightarrow V_{ACMN}=V_{N.MAC}=V_{D.MAC}=V_{B.MAC}=V_{M.BAC}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}=\frac{a^3}{12}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA. Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Gọi H là hình chiếu của S lên IJ. Ta có $SI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SJ=\frac{a}{2}$, $IJ=a$.

Khi đó $SI^2+SJ^2=IJ^2$ suy ra tam giác SIJ vuông tại S.

Ta có $SH=\frac{SI.SJ}{\sqrt{SI^2+SJ^2}}=\frac{\sqrt{3}}{4}a\Rightarrow HI=\sqrt{SI^2-SH^2}=\frac{3a}{4}$ và $AH=\sqrt{SA^2-SH^2}=\frac{\sqrt{13}}{4}a$.

$\begin{cases}AB\perp SI\\AB\perp IJ\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SIJ)\Rightarrow AB\perp SH$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do đó $\begin{cases} SH \perp AB \\ SH \perp IJ \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (BDM)$.

Gọi $E = AH \cap BM$. Ta có $\begin{cases} BM \perp SA \\ BM \perp SH \end{cases} \Rightarrow BM \perp AH$.

Ta có ΔABE đồng dạng với ΔAHI (vì $\hat{I} = \hat{E} = 90°$ và $\hat{A}$ chung) nên ta có $\frac{AE}{AI} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AE = \frac{AB.AI}{AH} = \frac{2a}{\sqrt{13}}$.

Ta có ΔABE đồng dạng với ΔBMC (vì $\hat{C} = \hat{E} = 90°$ và $\hat{B} = \hat{M}$) nên ta có $\frac{AB}{BM} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow BM = \frac{AB.BC}{AE} = \frac{\sqrt{13}a}{2}$.

$S_{\Delta BMD} = S_{\Delta BMC} - S_{\Delta BDC} = \frac{1}{2}.a.\frac{3a}{2} - \frac{1}{2}.a.a = \frac{a^2}{4}$

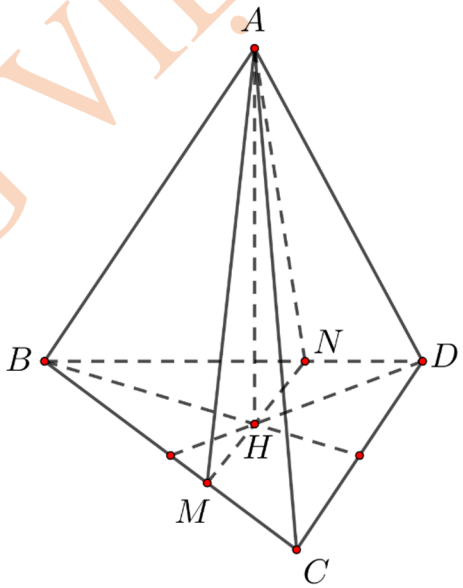
Thể tích V của khối chóp $S.BDM$ là $V = \frac{1}{3}.SH.S_{\Delta BMD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}a.\frac{1}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{48}a^3$.

Câu 32. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc cạnh BC, BD sao cho (AMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi V_1, V_2 lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$. Tính $V_1 + V_2$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{17\sqrt{2}}{216}$. **C.** $\frac{17\sqrt{2}}{72}$. **D.** $\frac{17\sqrt{2}}{144}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là tâm tam giác BCD, ta có $AH \perp (BCD)$, mà $(AMN) \perp (BCD)$ nên $AH \subset (AMN)$ hay MN luôn đi qua H.

Ta có $BH = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích khối chóp $ABMN$ là $V = \frac{1}{3}.AH.S_{BMN} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{6}}{3}.\frac{1}{2}BM.BN.\sin 60° = \frac{\sqrt{2}}{12}BM.BN$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do MN luôn đi qua H và M chạy trên BC nên $BM.BN$ lớn nhất khi $M \equiv C$ hoặc $N \equiv D$ khi đó $V_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{24}$.

+ $BM.BN$ nhỏ nhất khi $MN // CD$ khi $BM = BN = \dfrac{2}{3} \Rightarrow V_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{27}$.

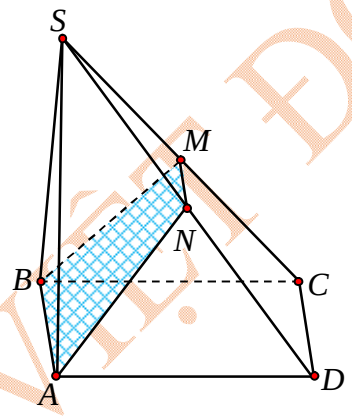
Vậy $V_1 + V_2 = \dfrac{17\sqrt{2}}{216}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và trung điểm M của SC. Mặt phẳng (α) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 với $V_1 < V_2$. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} AB \subset (\alpha) \\ AB // CD \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SCD) = MN // AB // CD$.

$\Rightarrow (\alpha)$ cắt hình chóp theo thiết diện là hình thang $ABMN$.

Khi đó $(ABMN)$ chia hình chóp thành hai đa diện là $S.ABMN$ và $ABCDNM$ có thể tích lần lượt là V_1 và V_2.

Lại có

$\dfrac{V_{SABM}}{V_{SABC}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow V_{SABM} = \dfrac{1}{2} V_{SABC} = \dfrac{1}{4} V_{SABCD}$.

$\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SACD}} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow V_{SAMN} = \dfrac{1}{4} V_{SABC} = \dfrac{1}{8} V_{SABCD}$.

Mà $V_1 = V_{SABM} + V_{SAMN} = \dfrac{3}{8} V_{SABCD}$ và $V_2 = V_{SABCD} - V_{SABMN} = \dfrac{5}{8} V_{SABCD}$.

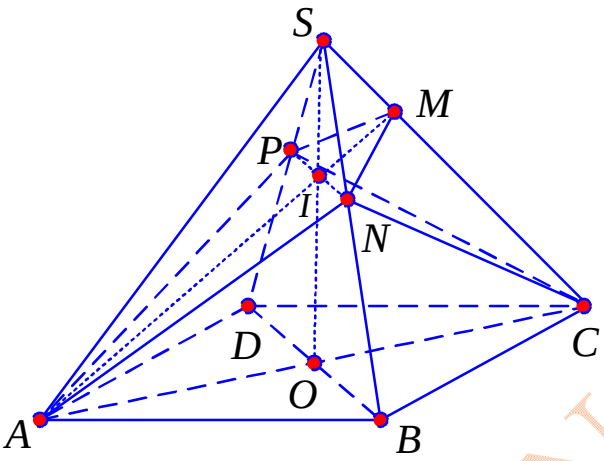
Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{3}{5}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh SC, đặt $\dfrac{MC}{MS} = k$. Mặt phẳng qua A, M song song với BD cắt SB, SD thứ tự tại N, P. Thể tích khối chóp $C.APMN$ lớn nhất khi

A. $k=1$. **B.** $k=2$. **C.** $k=\sqrt{2}$. **D.** $k=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử mặt phẳng (α) đi qua A, M và song song với BD nên $(\alpha)\cap(SBD)=PN//BD$ suy ra $\frac{SP}{SD}=\frac{SN}{SB}=x$; $V=V_{S.ABCD}$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo BD và AC, I là giao điểm của SO và NP.

Trong tam giác SAC với trung tuyến SO, $AM\cap SO=\{I\}$ ta chứng minh được $\frac{SA}{SA}+\frac{SC}{SM}=2\frac{SO}{SI}$.

Trong tam giác SBD với trung tuyến SO, $BD\cap SO=\{I\}$ ta chứng minh được $\frac{SB}{SN}+\frac{SD}{SP}=2\frac{SO}{SI}$.

$\Rightarrow \frac{SA}{SA}+\frac{SC}{SM}=\frac{SB}{SN}+\frac{SD}{SP}\Leftrightarrow 1+(k+1)=\frac{2}{x}\Rightarrow x=\frac{2}{k+2}$

Ta có $V_{S.APMN}=2V_{S.AMN}=2\frac{SM}{SC}.\frac{SN}{SB}.V_{S.ABC}=\frac{1}{k+1}.x.V=\frac{2}{(k+1)(k+2)}.V$

mà $\frac{V_{S.APMN}}{V_{C.APMN}}=\frac{MS}{MC}=\frac{1}{k}\Rightarrow V_{C.APMN}=k.V_{S.APMN}$

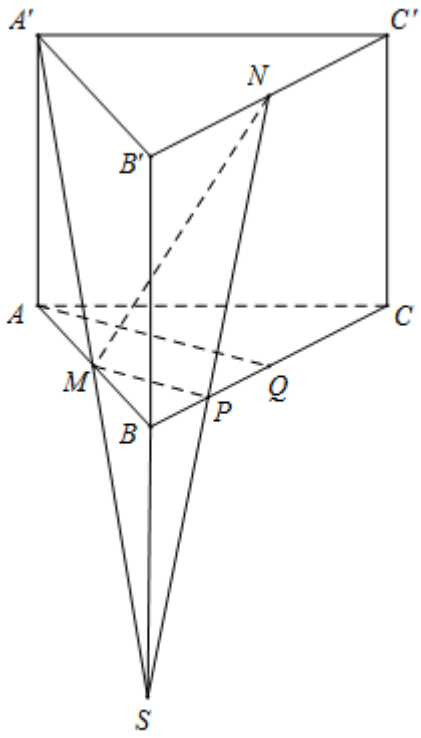
$\Rightarrow V_{C.APMN}=\frac{2k}{(k+1)(k+2)}.V=\frac{2V}{k+\frac{2}{k}+3}\le\frac{2V}{2\sqrt{2}+3}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow k=\frac{2}{k}\Leftrightarrow k=\sqrt{2}$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P. Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ bằng

A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. **B.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{68}$. **C.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi Q là trung điểm của BC. Suy ra $AQ//A'N$

Suy ra $MP//AQ \Rightarrow P$ là trung điểm của BQ.

Ta có BB', $A'M$, NP đồng quy tại S và B là trung điểm của $B'S \Rightarrow SB' = 2a$.

$$S_{A'B'N} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'N} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12};\ V_{S.MBP} = \frac{1}{8}V_{S.A'B'N}$$

$$\Rightarrow V_{MBP.A'B'N} = \frac{7}{8}V_{S.A'B'N} = \frac{7\sqrt{3}a^3}{96}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 3: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

DẠNG 1: KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG (KHÔNG ĐỀU)

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ theo a là.

A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 2. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A; $BC=2a$; $\widehat{ABC}=30°$. Biết cạnh bên của lăng trụ bằng $2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 3. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA'=h$ và diện tích tam giác ABC bằng S. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

A. $V=Sh$. **B.** $V=2Sh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Sh$. **D.** $V=\frac{2}{3}Sh$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, mặt bên là $BCC'B'$ hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** a^3.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $\sqrt{3}a^2$. Độ dài cạnh bên là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là:

A. $\sqrt{6}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$, mặt phẳng $(A'B'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{9a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$, $A'B=3a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng?

A. $2a^3$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $6a^3$. **D.** $a^3\sqrt{7}$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho

A. $V=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $V=\frac{9a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{8}$.

Câu 9. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AC=a\sqrt{2}$, $A'C=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB=AC=a$, góc giữa BC' và (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 11. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Một mặt phẳng đi qua $A'B'$ và trọng tâm tam giác ABC, cắt AC và BC lần lượt tại E và F. Thể tích V của khối $C.A'B'FE$ là :

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $V=\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $V=\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{54}$. **D.** $V=\dfrac{5a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 12. Trong hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AA'=a$, $BC=2a$, $AC=a\sqrt{5}$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $AC'=2a\sqrt{2}$.

B. Đáy ABC là tam giác vuông.

C. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng $45°$.

D. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(BB'C)$ vuông góc với nhau.

Câu 13. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=2a$; $\widehat{CAB}=120°$. Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 45°. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 14. Tính thể tích V của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $AB=2a$, $AC=a$ và $BC'=2a$..

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 15. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 16. Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng 4, diện tích ba mặt bên lần lượt là 9, 18 và 10. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt[4]{11951}$. **B.** $\dfrac{\sqrt[4]{11951}}{2}$. **C.** $\sqrt{11951}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11951}}{2}$.

Câu 17. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA=BC=a$, biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Thể tích lăng trụ là:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18. Cho lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=3a$, $AC=5a$, $A_1B=4a$. Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$?

A. $V=12\sqrt{7}a^3$. **B.** $V=6\sqrt{7}a^3$. **C.** $V=2\sqrt{7}a^3$. **D.** $V=30a^3$.

Câu 19. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$ góc giữa BC' và $(AA'C)$ bằng $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{\sqrt{6}}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=a^3\sqrt{6}$.

Câu 20. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a$, $AA'=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD}=60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'D'$, $A'B'$. Tính thể tích của khối đa diện $ABDMN$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{16}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\frac{9a^3}{16}$.

Câu 21. Khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAC}=60^0$, cạnh $AA'=a\sqrt{3}$ có thể tích là.

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 22. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC=2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60^0. Biết diện tích của tam giác $\Delta A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{a^3}{6}$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB=BC=a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 25. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a.

A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1, AC=2$, $\widehat{BAC}=120^o$. Giả sử D là trung điểm của cạnh CC' và $\widehat{BDA'}=90^o$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{2}$. **C.** $3\sqrt{15}$. **D.** $2\sqrt{15}$.

Câu 27. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$ và $AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $3a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 28. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Điểm M là trung điểm cạnh AA'. Tính theo V thể tích khối chóp $M.BCC'B'$.

A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{3V}{4}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{2V}{3}$.

Câu 29. Cho hình lập phương cạnh 2a. Tâm các mặt của hình lập phương là đỉnh của một hình bát diện đều. Tính tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều đó.

A. $8\sqrt{3}a^2$. **B.** $2\sqrt{3}a^2$. **C.** $4\sqrt{3}a^2$. **D.** $\sqrt{3}a^2$.

Câu 30. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a có thể tích bằng

A. $\frac{1}{2}a^3$. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Câu 31. Tính thể tích V của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $AB=2a$, $AC=a$ và $BC'=2a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$.

Câu 32. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$ **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{108}$ **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$ **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$

Câu 34. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB=AC=2x$, $\widehat{BAC}=120°$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{3x^3}{16}$. **B.** $V=\dfrac{9x^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{4x^3}{3}$. **D.** $V=x^3$.

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'B=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C với $CA=CB=a$. Trên đường chéo CA' lấy hai điểm M, N. Trên đường chéo AB' lấy được hai điểm P, Q sao cho $MNPQ$ là tứ diện đều. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

Câu 37. Cho lăng trụ đứng tam giác có độ dài các cạnh đáy là $37cm$; $3cm$; $30cm$ và biết tổng diện tích các mặt bên là $480cm^2$. Tính thể tích V của lăng trụ đó.

A. $720cm^3$. **B.** $V=1080cm^3$. **C.** $V=2160cm^3$. **D.** $V=360cm^3$.

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{5}$. Góc giữa cạnh $A'B$ và mặt đáy là $60°$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $5a^3\sqrt{3}$. **B.** $15a^3\sqrt{5}$. **C.** $15a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{5a^3\sqrt{15}}{2}$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AC=a, \widehat{ACB}=60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=a; ACB=60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng $mp(AA'C'C)$ một góc 30°. Tính thể tích của mỗi khối lăng trụ theo a là:

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a^3$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}a^3$.

Câu 41. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a, góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $\widehat{ABC}=60°$, cạnh $BC=a$, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường thẳng BC' tạo với $(ACC'A')$ một góc $30°$. Tính thể tích V của khối trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=a^3\sqrt{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 45. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $CC'=2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, mặt bên là $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 48. Một nhà kho có dạng khối hộp chữ nhật đứng $ABCD.A'B'C'D'$, nền là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=3\,\text{m}$, $BC=6\,\text{m}$, chiều cao $AA'=3\,\text{m}$, chắp thêm một lăng trụ tam giác đều mà một mặt bên là $A'B'C'D'$ và $A'B'$ là một cạnh đáy của lăng trụ. Tính thể tích của nhà kho ?

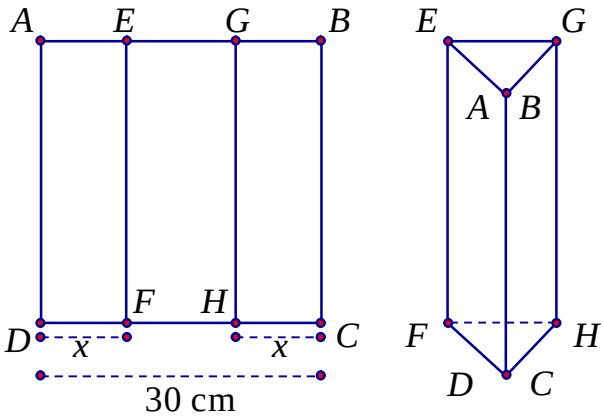
A. $\frac{9\left(12+\sqrt{3}\right)}{2}\text{m}^3$. **B.** $54\,\text{m}^3$. **C.** $\frac{27\left(4+\sqrt{3}\right)}{2}\text{m}^3$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}\text{m}^3$.

Câu 49. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng $(A'MN)$ chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh B và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=3$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{2}$.

Câu 50. Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là:

A. $x=8(\text{cm})$. **B.** $x=10(\text{cm})$. **C.** $x=5(\text{cm})$. **D.** $x=9(\text{cm})$.

Câu 51. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a. Tính thể tích V khối lăng trụ theo a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{2}$.

Câu 52. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA'=4a$, $AC=2a$, $BD=a$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $4a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 53. Một khối gỗ có dạng là lăng trụ, biết diện tích đáy và chiều cao lần lượt là $0,25\,\text{m}^2$ và $1,2\,\text{m}$. Mỗi mét khối gỗ này trị giá 5 triệu đồng. Hỏi khối gỗ đó có giá bao nhiêu tiền?

A. 1500000 đồng. **B.** 750000 đồng. **C.** 500000 đồng. **D.** 3000000 đồng.

Câu 54. Cho khối trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $(A'BC)$ tạo với đáy một góc $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=16\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=64\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=8\sqrt{3}a^3$.

Câu 55. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 56. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\dfrac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{28}$ **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$ **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Câu 57. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $a^3\sqrt{6}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Câu 58. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác ABC vuông tại B; $AB=2a$, $BC=a$, $AA'=2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 59. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $AC=2a$ và góc giữa CB' và (ABC) bằng 60°. Mặt phẳng (P) qua trọng tâm tứ diện $CA'B'C'$, song song với mặt đáy lăng trụ và cắt các cạnh AA', BB', CC' lần lượt tại E, F, Q. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $CEFQ$ và khối lăng trụ đã cho gần số nào sau đây nhất?

A. $0,06$. **B.** $0,25$. **C.** $0,09$. **D.** $0,07$.

Câu 60. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB=3$, $AC=4$, $AA'=5$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. 10 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 60

Câu 61. Cho $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng có $A'B=a\sqrt{5}$, $AB=a$ đáy ABC có diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng.

A. a^3. **B.** $6a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 62. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AC=a\sqrt{2}$, $AA'=2a$. Khi đó thể tích của lăng trụ đó bằng.

A. a^3 **B.** $\dfrac{a^3}{3}$ **C.** $4a^3$ **D.** $\dfrac{4a^3}{3}$

Câu 63. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=2AA'=a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là:

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** a^3.

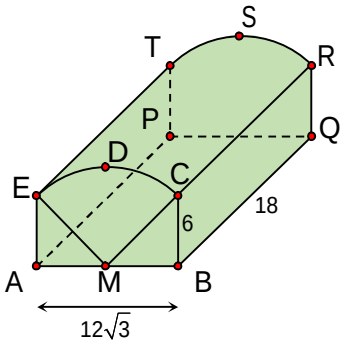
Câu 64. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $\widehat{ABC}=60°$, cạnh $BC=a$, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 65. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $2a^3$ **B.** a^3 **C.** $3a^3$ **D.** $6a^3$

Câu 66. Một hộp nữ trang (xem hình vẽ) có mặt bên $ABCDE$ với $ABCE$ là hình chữ nhật, cạnh cong CDE là một cung của đường tròn có tâm là trung điểm M của đoạn thẳng AB. Biết $AB=12\sqrt{3}\,\text{cm}$, $BC=6\,\text{cm}$ và $BQ=18\,\text{cm}$. Hãy tính thể tích của hộp nữ trang.



A. $216\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$. **B.** $261\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)\text{cm}^3$.

C. $261\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$. **D.** $216\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)\text{cm}^3$.

Câu 67. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a. Biết $BD'=a\sqrt{3}$; $\widehat{BAD}=60^0$. Thể tích khối hộp là :

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 68. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a, đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 69. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA'=a$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{2}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 70. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC=a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60^0. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 71. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $ACB=60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a.

A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 72. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và khoảng cách giữa hai đáy bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3}{2}a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=9a^3$.

Câu 73. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=a, ACB=60°$. Đường thẳng BC' tạo với $(ACC'A')$ một góc 30^0. Tính thể tích V của khối trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{6}$.

Câu 74. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB=AC=a$, góc $\widehat{BAC}=120°$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{9a^3}{8}$. **B.** $V=\frac{a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{8}$.

Câu 75. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$ góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 76. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 77. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $AB=AC=2a, \widehat{CAB}=120°$. Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $45°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=2a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 78. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, với $AB=AC=a$ và góc $\widehat{BAC}=120°$, cạnh bên $AA'=a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{33}}{11}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}}{11}$.

Câu 79. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$ và $AA'=2a$. Tính thể tích V của hình lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 80. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$ và $AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $3a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 81. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=2a, AC=3a$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng $(A'B'C')$ một góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\dfrac{6a^3\sqrt{39}}{13}$. **B.** $\dfrac{18a^3\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\dfrac{9a^3\sqrt{39}}{26}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{39}}{26}$.

Câu 82. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông ABC vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(A'C'CA)$ góc $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 3: THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ

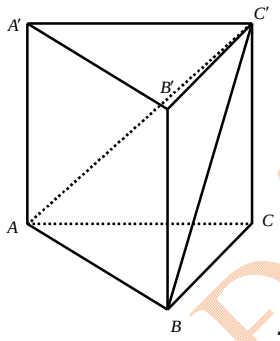
DẠNG 1: KHỐI LĂNG TRỤ ĐỨNG (KHÔNG ĐỀU)

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ theo a là.

A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $AB=AC.\tan 60^0=a\sqrt{3}$, $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta lại có: $BA\perp AC$, $BA\perp AA'$ nên $BA\perp(AA'C'C)$.

$\Rightarrow AC'$ là hình chiếu của BC' lên $(AA'C'C)$.

$\Rightarrow \widehat{AC'C}=30°\Rightarrow AC'=AB.\cot 30°=3a\Rightarrow AA'=\sqrt{9a^2-a^2}=2a\sqrt{2}$.

Do đó: $V=AA'.S_{ABC}=a^3\sqrt{6}$.

Câu 2. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A; $BC=2a$; $\widehat{ABC}=30°$. Biết cạnh bên của lăng trụ bằng $2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $6a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét tam giác $ABC.$ vuông tại A có $AC=2a.\sin 30^\circ=a$; $AB=2a.\cos 30^\circ=a\sqrt{3}.$.

Ta có: $V_{lt}=h\cdot S$.

Trong đó $h=AA'=2a\sqrt{3}.$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2.$.

Vậy $V_{lt}=3a^3$.

Câu 3. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên $AA'=h$ và diện tích tam giác ABC bằng S. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

A. $V=Sh$. **B.** $V=2Sh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Sh$. **D.** $V=\frac{2}{3}Sh$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

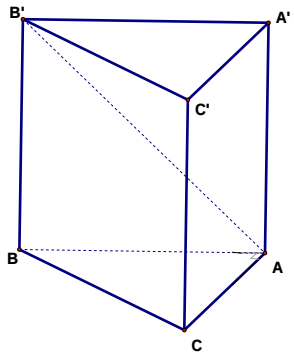
Câu 4. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, mặt bên là $BCC'B'$ hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $AC \perp AB$ (giả thiết), $AC \perp AA'$ (vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng) $\Rightarrow AC \perp (AA'B'B)$.

Ta có: $CC' // BB' \Rightarrow CC' // (AA'B'B)$

$\Rightarrow d(CC', AB') = d(CC', (AA'B'B)) = d(C, (AA'B'B)) = AC = a$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $BC = AC\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Mặt khác $BCC'B'$ hình vuông nên $BB' = BC = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = S_{ABC}.BB' = \frac{a^2}{2}a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $\sqrt{3}a^2$. Độ dài cạnh bên là $a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là:

A. $\sqrt{6}a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ đó là $V = a^2\sqrt{3}.a\sqrt{2} = a^3\sqrt{6}$.

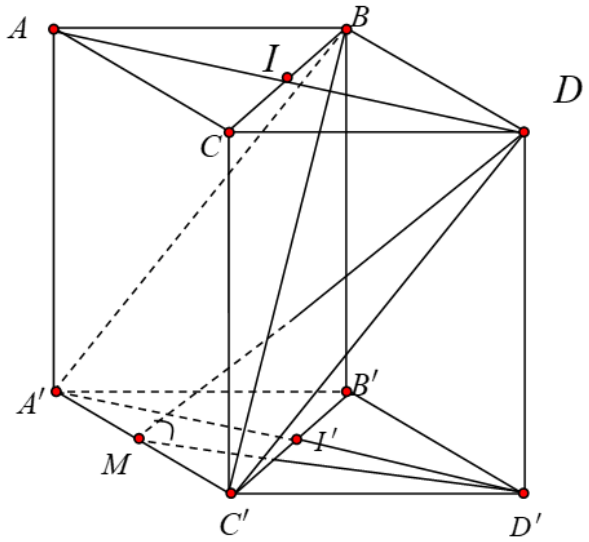
Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120°$, mặt phẳng $(A'B'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $V = \frac{3a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{9a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi M , I , I' lần lượt là trung điểm của $A'C'$, BC , $B'C'$.
D là điểm đối xứng với A qua I , D' là điểm đối xứng với A' qua I'.
Khi đó mặt phẳng $(A'BC') \equiv (A'BDC')$.

$\Rightarrow$ góc giữa mặt phẳng $(A'BC')$ với đáy là góc giữa mặt phẳng $(A'BDC')$ với đáy.

Ta có tứ giác $A'B'D'C'$ là hình thoi

Vì $\widehat{B'A'C'} = 120°$ nên tam giác $A'C'D'$ là tam giác đều cạnh bằng a $\Rightarrow D'M \perp A'C'$.
Mà $A'C' \perp DD'$
Nên $A'C' \perp DM$

Vậy góc giữa mặt phẳng $(A'BDC')$ với đáy là góc $\widehat{DMD'} = 60°$

Xét tam giác $A'C'D'$, có: $\begin{cases} D'M = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = C'I' \\ A'I' = \dfrac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow C'B' = a\sqrt{3}$

Xét tam giác MDD' vuông tại D' có $\widehat{DMD'} = 60° \Rightarrow \triangle DMD'$ là nửa tam giác đều có đường cao DD'

$\Rightarrow DD' = D'M.\sqrt{3} = \dfrac{3a}{2}$.

$S_{\triangle A'B'C'} = \dfrac{1}{2}A'I'.B'C' = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a}{2}.a\sqrt{3} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}S_{\triangle A'B'C'}.DD' = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

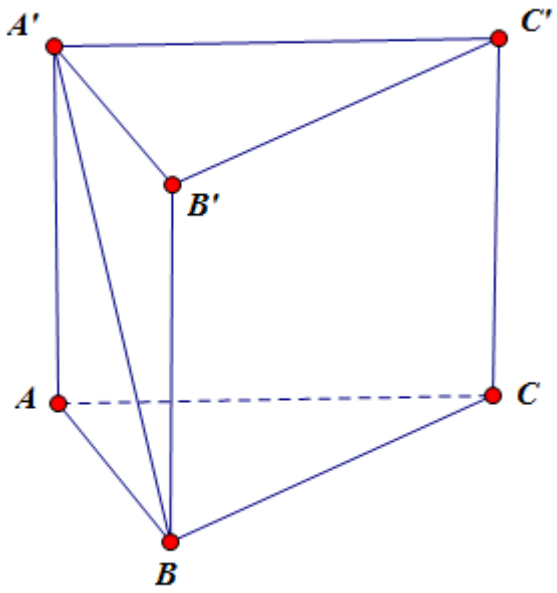
Câu 7. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = 2a$, $A'B = 3a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng?

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $6a^3$. **D.** $a^3\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow AB = AC = \dfrac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$..

Tam giác $A'AB$ vuông tại $A \Rightarrow A'A = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{9a^2 - 2a^2} = a\sqrt{7}$.

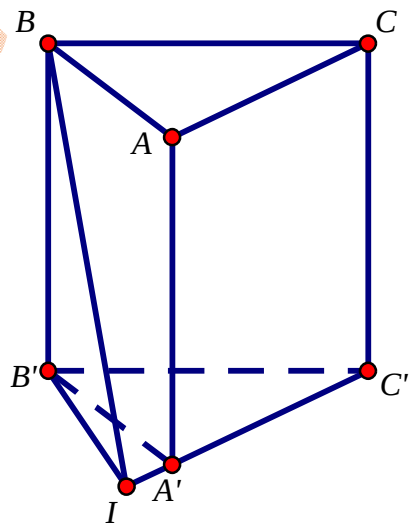
$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'A.S_{ABC} = a\sqrt{7}.\dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}.a\sqrt{2}.a\sqrt{2} = a^3\sqrt{7}$..

Câu 8. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120°$, mặt phẳng $(A'BC')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho

A. $V = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $V = \dfrac{9a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V = \dfrac{3a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Hạ $B'I \perp A'C'$. Khi đó ta có $\left(\widehat{(A'BC'),(ABC)}\right) = \widehat{B'IB} = 60°$

Vì $\widehat{B'A'C'} = 120° \Rightarrow \widehat{B'A'I} = 60°$. Do đó $\sin 60° = \dfrac{B'I}{B'A} \Leftrightarrow B'I = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $\tan\widehat{B'IB} = \dfrac{BB'}{B'I} \Leftrightarrow \tan 60° = \dfrac{BB'}{B'I} \Leftrightarrow BB' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{3a}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mặt khác $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.AI.BC=\frac{1}{2}.\frac{a}{2}.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V=B.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a3}{2}=\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 9. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AC=a\sqrt{2}$, $A'C=a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tam giác $A'AC$ vuông tại A, có $AA'=\sqrt{A'C^2-AC^2}=a$.

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB=\frac{AC}{\sqrt{2}}=a\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{a^2}{2}$.

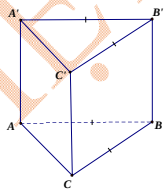
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=\frac{a^3}{2}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB=AC=a$, góc giữa BC' và (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



$45°=\angle(BC';(ABC))=\angle C'BC\Rightarrow BC'=BC=a\sqrt{2}$.

$V=\frac{1}{2}a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3}{\sqrt{2}}$.

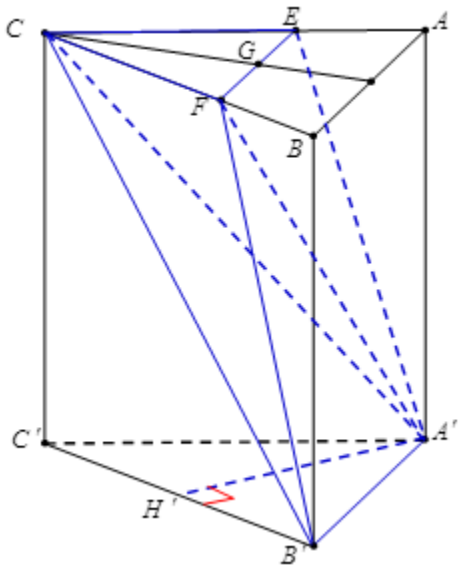
Câu 11. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Một mặt phẳng đi qua $A'B'$ và trọng tâm tam giác ABC, cắt AC và BC lần lượt tại E và F. Thể tích V của khối $C.A'B'FE$ là :

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **B.** $V=\frac{5a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $V=\frac{5a^3\sqrt{3}}{54}$. **D.** $V=\frac{5a^3\sqrt{3}}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Trong mặt phẳng (ABC) qua G kẻ đường thẳng song song với AB cắt CA, CB lần lượt tại E, F.

Ta chia khối $C.A'B'FE$ thành hai khối $A'.B'CF$ và $A'.CEF$.

Kẻ $A'H' \perp B'C' \Rightarrow A'H' \perp (B'C'CB)$. $A'H' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $V_{A'.B'CF} = \dfrac{1}{3}A'H'.\dfrac{1}{2}B'B.CF = \dfrac{1}{6}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a.\dfrac{2a}{3} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Ta lại có $\dfrac{S_{CEF}}{S_{ABC}} = \left(\dfrac{CF}{CB}\right)^2 = \dfrac{4}{9} \Rightarrow S_{CEF} = \dfrac{4}{9}S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{9}$.

$\Rightarrow V_{A'.CEF} = \dfrac{1}{3}A'A.S_{CEF} = \dfrac{1}{3}a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{9} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{27}$.

Vậy $V_{C.A'B'FE} = V_{A'.B'CF} + V_{A'.CEF} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18} + \dfrac{a^3\sqrt{3}}{27} = \dfrac{5a^3\sqrt{3}}{54}$.

Câu 12. Trong hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AA' = a$, $BC = 2a$, $AC = a\sqrt{5}$. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $AC' = 2a\sqrt{2}$.

B. Đáy ABC là tam giác vuông.

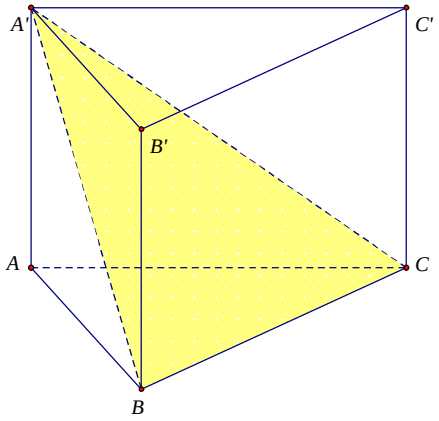
C. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ có số đo bằng $45°$.

D. Hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(BB'C)$ vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét tam giác ABC có $AB^2+BC^2=a^2+(2a)^2=5a^2=AC^2\Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại B.

$\Rightarrow$ Đáp án **D** đúng.

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và tam giác ABC vuông tại B nên

$AB\perp(BB'C)\Rightarrow(AA'B'B)\perp(BB'C)\Rightarrow$ Đáp án **B** đúng.

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng và tam giác ABC vuông tại B nên

$((ABC),(A'BC))=(AB,A'B)=\widehat{ABA'}=45^\circ\Rightarrow$ Đáp án **A** đúng.

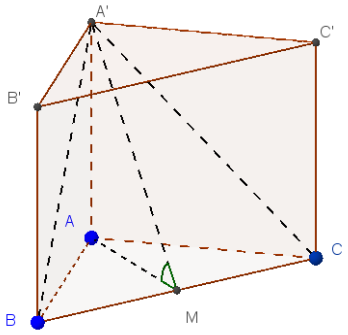
Xét tam giác vuông $A'AC$ ta có $A'C=\sqrt{AA'^2+AC^2}=\sqrt{a^2+5a^2}=a\sqrt{6}\Rightarrow$ Đáp án **C** sai.

Câu 13. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=2a$; $\widehat{CAB}=120^\circ$. Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 45°. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC. Suy ra: góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) bằng $\widehat{A'MA}=45^o$.

Diện tích tam giác ABC là : $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin120^o=\dfrac{1}{2}2a.2a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}a^2$.

$AM=AC\cos60^o=a=AA'$.

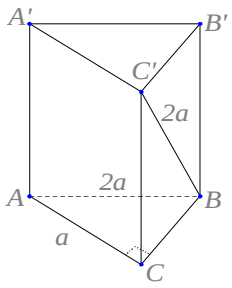
$V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=\sqrt{3}a^3$.

Câu 14. Tính thể tích V của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $AB=2a$, $AC=a$ và $BC'=2a$..

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}.$

Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.BC=\frac{1}{2}a.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$

Đường cao khối lăng trụ : $h=CC'=\sqrt{BC'^2-BC^2}=\sqrt{4a^2-3a^2}=a.$

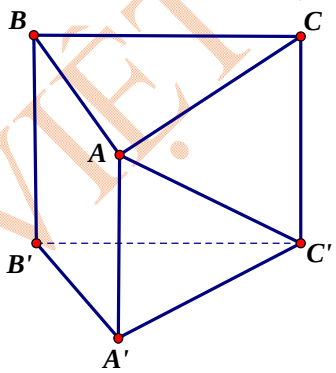
Thể tích khối lăng trụ : $V=S_{\Delta ABC}.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

Câu 15. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $2a^3$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'\Rightarrow AA'\perp(ABC)$.

Ta có $V=Bh=\frac{1}{2}AB.AC.AA'=\frac{1}{2}a.2a.a=a^3$.

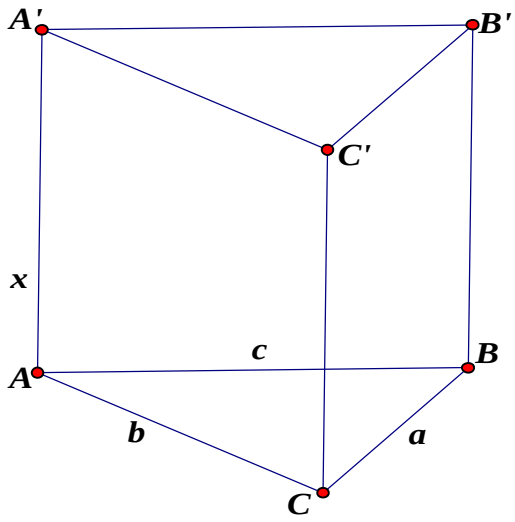
Câu 16. Hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng 4, diện tích ba mặt bên lần lượt là 9, 18 và 10. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt[4]{11951}$. **B.** $\frac{\sqrt[4]{11951}}{2}$. **C.** $\sqrt{11951}$. **D.** $\frac{\sqrt{11951}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt $AA'=x,\ AB=c,\ AC=b,\ BC=a$.

Ta có: $\begin{cases} xc=18 \\ xb=9 \\ xa=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=2b \\ a=\dfrac{10}{9}b \end{cases}$.

Ta lại có $S_{ABC}=4 \Leftrightarrow \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=4$, với $p=\dfrac{a+b+c}{2}=\dfrac{37}{18}b$

$\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{37}{18}b\left(\dfrac{37}{18}b-\dfrac{10}{9}b\right)\left(\dfrac{37}{18}b-b\right)\left(\dfrac{37}{18}b-2b\right)}=4$

$\Leftrightarrow b=\dfrac{1296}{\sqrt{11951}}$. Suy ra $x=\dfrac{\sqrt{11951}}{8}$.

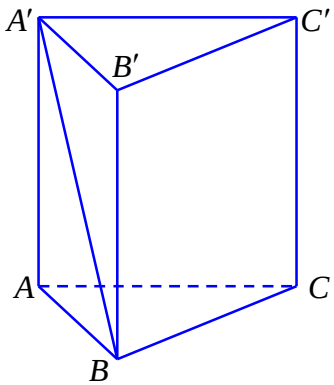
Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V=AA'.S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{11951}}{2}$.

Câu 17. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $BA=BC=a$, biết $A'B$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$. Thể tích lăng trụ là:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $\left(A'B,(ABC)\right)=\widehat{A'BA}=60° \Rightarrow AA'=AB.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}BA.BC=\dfrac{a^2}{2}$.

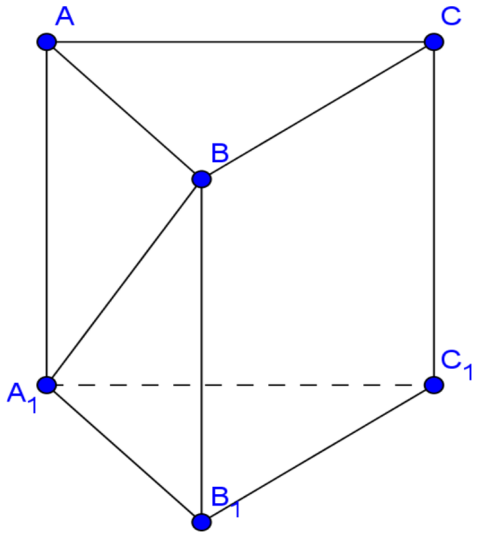
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18. Cho lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3a$, $AC = 5a$, $A_1B = 4a$. Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$?

A. $V = 12\sqrt{7}a^3$. **B.** $V = 6\sqrt{7}a^3$. **C.** $V = 2\sqrt{7}a^3$. **D.** $V = 30a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4a \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.\text{BC} = 6\text{a}^2$, $AA_1 = \sqrt{A_1B^2 - AB^2} = a\sqrt{7}$,

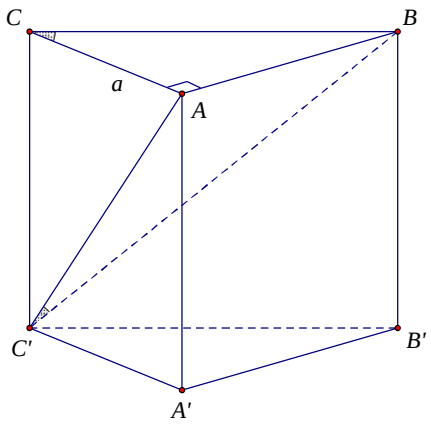
$V_{ABC.A_1B_1C_1} = AA_1.S_{\text{ABC}} = 6a^3\sqrt{7}$.

Câu 19. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60°$ góc giữa BC' và $(AA'C)$ bằng $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V = \dfrac{2a^3}{\sqrt{6}}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = a^3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Tam giác ABC vuông tại A, có $\tan\widehat{ACB} = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

Tam giác ABC có diện tích là $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (AA'C'C)$. Do đó AC' là hình chiếu của BC' lên $(AA'C'C)$.

$\Rightarrow \widehat{(BC',(AA'C))} = \widehat{(BC',AC')} = \widehat{BC'A} = 30°$.

Tam giác $AC'B$ vuông tại A, có $\cot \widehat{AC'B} = \dfrac{AC'}{AB} \Rightarrow AC' = AB.\cot 30° = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$.

Tam giác ACC' vuông tại C, có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$.

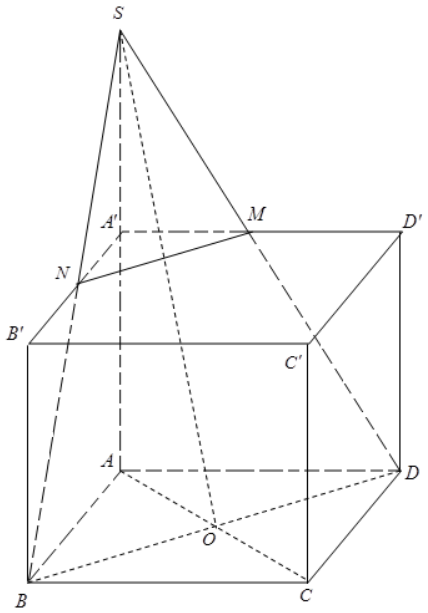
Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{ABC}.CC' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.2a\sqrt{2} = a^3\sqrt{6}$.

Câu 20. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $\widehat{BAD} = 60°$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'D'$, $A'B'$. Tính thể tích của khối đa diện $ABDMN$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{16}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi $S = BN \cap AA'$. Suy ra: S, M, D thẳng hàng.

Có: $\dfrac{SM}{SD} = \dfrac{AM}{AD} = \dfrac{1}{2}$. Suy ra M là trung điểm của SD.

$\dfrac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SBD}} = \dfrac{SM}{SD}.\dfrac{SN}{SB} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow S_{MNBD} = \dfrac{3}{4}S_{\Delta SBD}$.

Tam giác ABD có $AB = AD = a$, $\widehat{BAD} = 60°$ nên tam giác ABD là tam giác đều.

$V_{A.BDMN} = \dfrac{1}{3}d[A,(BDMN)].S_{BDMN} = \dfrac{1}{3}d[A,(SBD)].\dfrac{3}{4}S_{\Delta SBD} = \dfrac{3}{4}V_{S.ABD}$.

$= \dfrac{3}{4}\dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABD} = \dfrac{1}{4}a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{16}$.

Câu 21. Khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAC} = 60^0$, cạnh $AA' = a\sqrt{3}$ có thể tích là.

A. $\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $S_{ABCD} = a.a.\sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3} = \frac{3a^2}{2}$.

Câu 22. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh $BC = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ bằng 60^0. Biết diện tích của tam giác $\Delta A'BC$ bằng $2a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của A trên $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BC$ và $AH \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AH)$

$\Rightarrow \widehat{((ABC);(A'BC))} = \widehat{A'HA} = 60^0$.

Diện tích $\Delta A'BC$ là $S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2}.A'H.BC \Rightarrow A'H = \frac{2.S_{\Delta A'BC}}{BC} = \frac{4a^2}{2a} = 2a$.

$\sin\widehat{A'HA} = \frac{AA'}{A'H} \Rightarrow AA' = \sin 60^0.2a = a\sqrt{3}$,

$AH = \sqrt{A'H^2 - A'A^2} = \sqrt{4a^2 - \left(a\sqrt{3}\right)^2} = a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.AH.BC = a^2$.

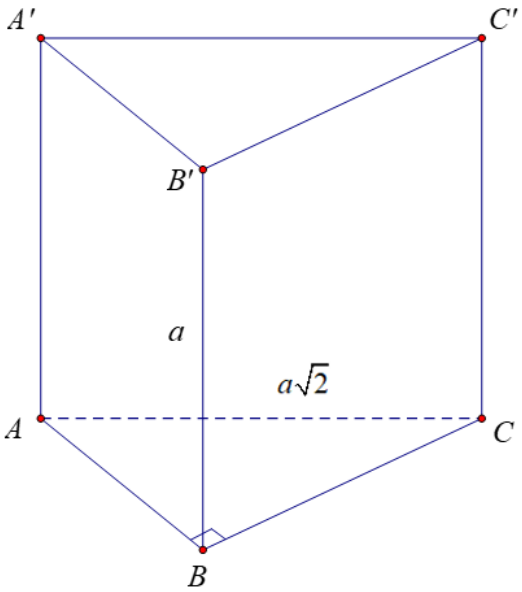
Vậy thể tích lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3}.a^2 = a^3\sqrt{3}$.

Câu 23. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: ΔABC vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$.

$SAO = a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

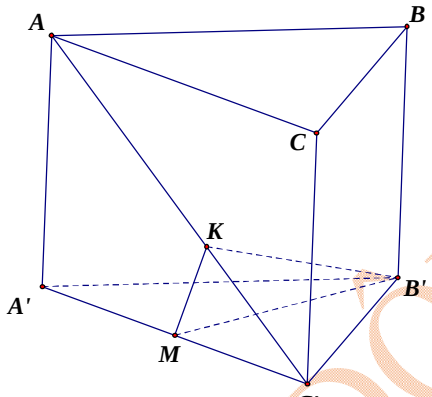
Thể tích của khối lăng trụ là: $V = S_{ABC}.BB' = \frac{1}{2}AB.BC.BB' = \frac{1}{2}a^3$.

Câu 24. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của $A'C'$. Do tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' nên $B'M \perp A'C' \Rightarrow MB' \perp (AA'C'C)$. Thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$ là $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3}B'M.AA'.AC$.

Ta có $B'M = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $AC = a\sqrt{2}$. Do $MB' \perp (AA'C'C) \Rightarrow MB' \perp AC'$. Kẻ $MK \perp AC' \Rightarrow B'K \perp AC'$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ là $\widehat{MKB'} \Rightarrow \widehat{MKB'} = 60°$.

Trong tam giác vuông MKB' ta có $\tan 60° = \frac{MB'}{MK} \Rightarrow MK = \frac{MB'}{\tan 60°} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Trong tam giác vuông MKC' ta có $\tan\widehat{MC'K} = \frac{MK}{KC} = \frac{MK}{\sqrt{MC^2 - MK^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{6}}{\sqrt{\frac{2a^2}{4} - \frac{6a^2}{36}}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác trong tam giác vuông $AA'C$ ta có $AA' = A'C'.\tan\widehat{MC'K} = \frac{\sqrt{2}}{2}a\sqrt{2} = a$.

Vậy $V_{B'.AA'C'C} = \frac{1}{3}B'M.AA'.AC = \frac{1}{3}a.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}$.

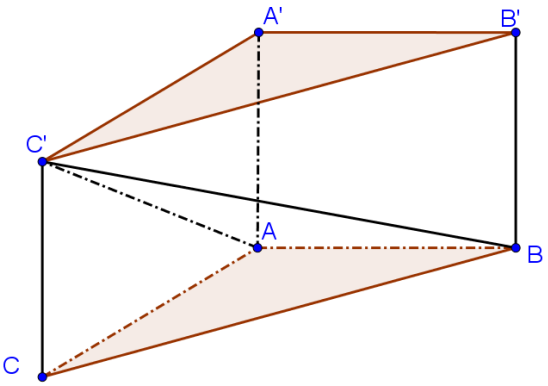
Câu 25. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a.

A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có ΔABC vuông tại A, $AC=a\Rightarrow AB=a\sqrt{3}\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$

BC' tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ góc $30°\Rightarrow \widehat{BC'A}=30°$.

Lại có $\Delta ABC'$ vuông tại A, suy ra $AC'=3a$. Từ đó

$$AA'=\sqrt{(AC')^2-(A'C')^2}=\sqrt{(AC')^2-AC^2}=2\sqrt{2}a.$$

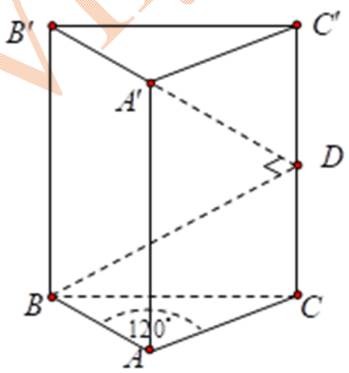
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=2\sqrt{2}a.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=a^3\sqrt{6}$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=1, AC=2$, $\widehat{BAC}=120^o$. Giả sử D là trung điểm của cạnh CC' và $\widehat{BDA'}=90^o$.Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\sqrt{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{2}$. **C.** $3\sqrt{15}$. **D.** $2\sqrt{15}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A



$BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos\widehat{BAC}=7\Rightarrow BC=\sqrt{7}$.

Đặt $AA'=h\Rightarrow BD^2=\frac{h^2}{4}+7, A'B^2=h^2+1, A'D^2=\frac{h^2}{4}+4$.

Do tam giác BDA' vuông tại D nên $A'B^2=BD^2+A'D^2\Rightarrow h=2\sqrt{5}$.

Suy ra $V=\sqrt{15}$.

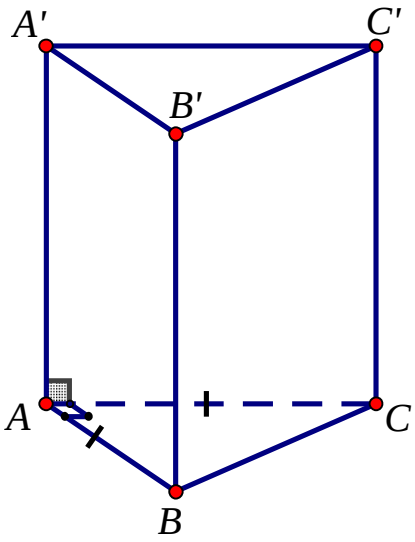
Câu 27. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$ và $AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $3a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



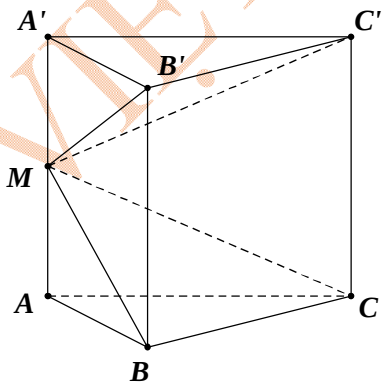
Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{1}{2}AB^2.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 28. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Điểm M là trung điểm cạnh AA'. Tính theo V thể tích khối chóp $M.BCC'B'$.

A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{3V}{4}$. **C.** $\frac{V}{3}$. **D.** $\frac{2V}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi: $V = V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC}$.

$\Rightarrow V_{M.ABC} = V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{3}.MA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AA'.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6}V$.

Ta có: $V_{M.BCC'B'} = V - V_{M.ABC} - V_{M.A'B'C'} = V - \frac{1}{6}V - \frac{1}{6}V = \frac{2V}{3}$.

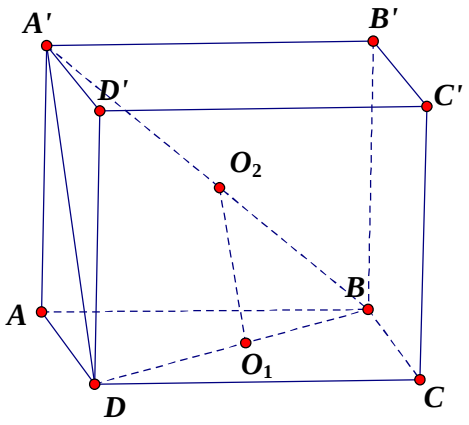
Câu 29. Cho hình lập phương cạnh 2a. Tâm các mặt của hình lập phương là đỉnh của một hình bát diện đều. Tính tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều đó.

A. $8\sqrt{3}a^2$. **B.** $2\sqrt{3}a^2$. **C.** $4\sqrt{3}a^2$. **D.** $\sqrt{3}a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét hình lập phương $ABCDA'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi O_1, O_2 tương ứng là tâm của $ABCD$ và $ABB'A'$ suy ra: $O_1O_2 = \frac{1}{2}B'C = \frac{1}{2}2a\sqrt{2} = a\sqrt{2}$ và O_1, O_2 là cạnh của bát diện đều có đỉnh là tâm của hình lập phương $ABCDA'B'C'D'$.

Suy ra hình bát diện đều có tổng diện tích các mặt là:

$S = 8.\frac{\left(a\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}a^2$ (đvdt).

Câu 30. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$, chiều cao bằng a có thể tích bằng

A. $\frac{1}{2}a^3$. **B.** $\frac{3}{2}a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

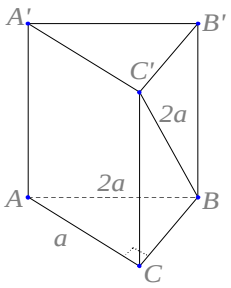
Thể tích khối lăng trụ $V = Bh = 3a^2.a = 3a^3$.

Câu 31. Tính thể tích V của khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $AB = 2a$, $AC = a$ và $BC' = 2a$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{4a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AC.BC = \frac{1}{2}a.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Đường cao khối lăng trụ : $h = CC' = \sqrt{BC'^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

Thể tích khối lăng trụ : $V = S_{\Delta ABC}.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

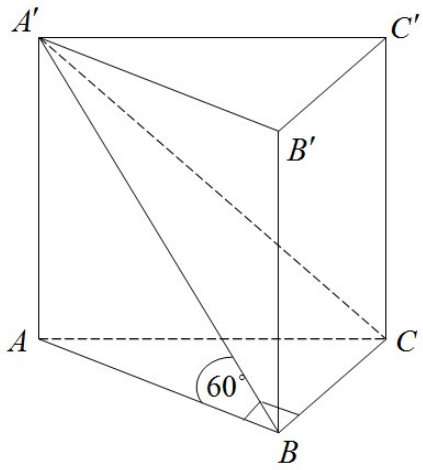
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 32. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}\Rightarrow AB=BC=a$.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2}{2}$.

Góc giữa $(A'BC)$ và đáy là góc $\widehat{A'BA}=60^\circ$.

$A'A=AB.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

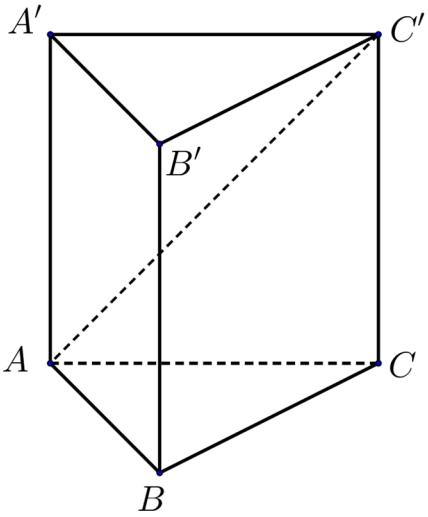
$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'A=\dfrac{a^2}{2}.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa AC' và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{72}$ **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{108}$ **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$ **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{36}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối trụ nội tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $\widehat{(AC',(ABC))}=\widehat{C'AC}=60°$.

$h=CC'=AC.\tan 60°=a\sqrt{3}$, $r=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

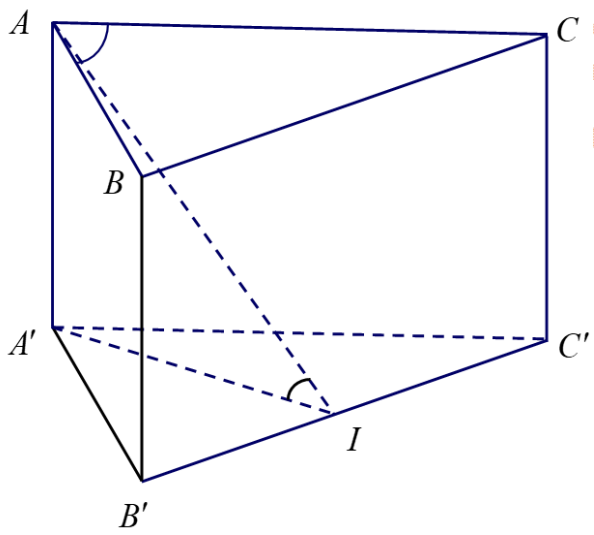
Vậy: $V=\pi r^2h=\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 a\sqrt{3}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 34. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB=AC=2x$, $\widehat{BAC}=120°$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3x^3}{16}$. **B.** $V=\frac{9x^3}{8}$. **C.** $V=\frac{4x^3}{3}$. **D.** $V=x^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm $B'C'$.

Ta có $\widehat{((AB'C'),(A'B'C'))}=\widehat{AIA'}=30°$, $A'I=A'B'.\tan 60°=x$, $AA'=A'I.\tan 30°=\frac{x}{\sqrt{3}}$.

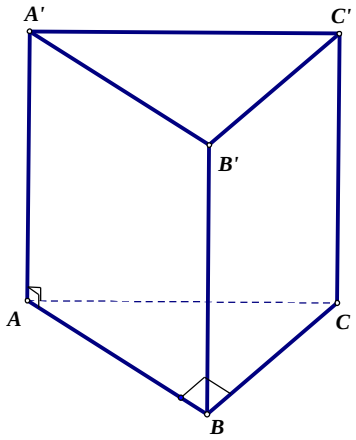
$V_{ABC.A'B'C'}=\frac{x}{\sqrt{3}}.\frac{1}{2}.2x.2x.\sin 120°=x^3$.

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $B'B=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



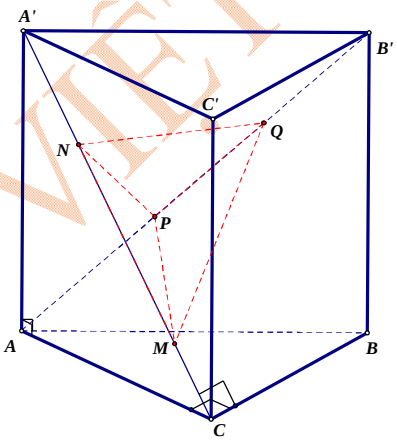
Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow BA = BC = a \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{a^3}{2}$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C với $CA = CB = a$. Trên đường chéo CA' lấy hai điểm M, N. Trên đường chéo AB' lấy được hai điểm P, Q sao cho $MNPQ$ là tứ diện đều. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do $MNPQ$ là tứ diện đều suy ra $AB' \perp A'C$. Đặt $A'A = x$.

Ta có $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{A'C} = 0 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BB'}\right).\overrightarrow{A'C} = 0$

$\Leftrightarrow x.\sqrt{a^2 + x^2}.\dfrac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} - x.\sqrt{a^2 + x^2}.\dfrac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = a.\dfrac{1}{2}a^2 = \dfrac{a^3}{2}$.

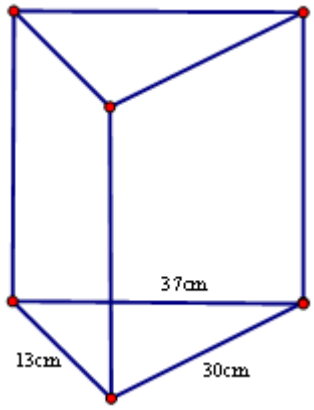
Câu 37. Cho lăng trụ đứng tam giác có độ dài các cạnh đáy là $37cm$; $3cm$; $30cm$ và biết tổng diện tích các mặt bên là $480cm^2$. Tính thể tích V của lăng trụ đó.

A. $720cm^3$. **B.** $V = 1080cm^3$. **C.** $V = 2160cm^3$. **D.** $V = 360cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Nửa chu vi đáy: $p=\dfrac{37+13+30}{2}=40$.

Diện tích đáy là: $S=\sqrt{40.(40-37).(40-13).(40-30)}=180cm^2$

Gọi x là độ dài chiều cao của lăng trụ.

Vì các mặt bên của hình lăng trụ đứng là hình chữ nhật nên ta có:

$S_{xq}=13.x+37.x+30.x=480\Rightarrow x=6$

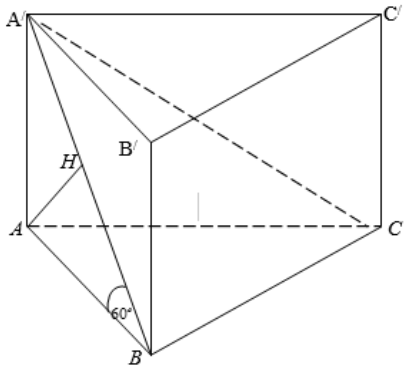
Vậy thể tích của lăng trụ là: $V=6.180=1080cm^3$

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{5}$. Góc giữa cạnh $A'B$ và mặt đáy là $60°$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $5a^3\sqrt{3}$. **B.** $15a^3\sqrt{5}$. **C.** $15a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{5a^3\sqrt{15}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA'\perp(ABC)$.

Suy ra $(A'B,(ABC))=(A'B,AB)=\widehat{A'BA}=60°\Rightarrow AA'=AB.\tan\widehat{A'BA}=a\sqrt{15}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{15}.\dfrac{1}{2}.\left(a\sqrt{5}\right)^2=\dfrac{5a^3\sqrt{15}}{2}$.

Câu 39. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại $A, AC=a, \widehat{ACB}=60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $BA \perp (AA'C'C)$ nên $(BC',(AA'C'C)) = (BC',AC') = \widehat{AC'B} = 30^\circ$.

Trong ΔABC vuông tại A, $AB = AC.\tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.
Trong $\Delta ABC'$ vuông tại A, $AC' = AB.\cot 30^\circ = 3a$.

Trong $\Delta CC'A$ vuông tại C, $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2a\sqrt{2}$.

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}a\sqrt{3}a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

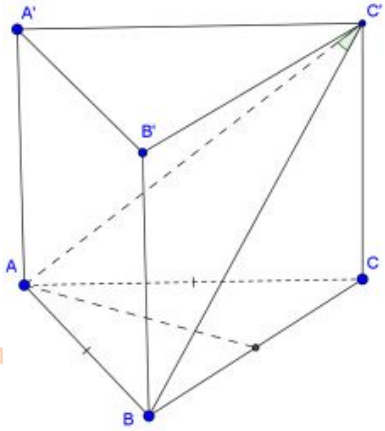
$V = CC'.S_{ABC} = 2a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^3\sqrt{6}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a; ACB = 60^\circ$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BB'C'C)$ tạo với mặt phẳng mp$(AA'C'C)$ một góc 30°. Tính thể tích của mỗi khối lăng trụ theo a là:

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{3}a^3$. **B.** $V = \frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **C.** $V = \frac{2\sqrt{6}}{3}a^3$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{6}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Phương pháp: +Dựng hình vẽ, xác định góc giữa BC' và mp$(AA'C'C)$ bằng 30°.
+Tính được đường cao dựa vào dữ kiện đề bài.

Cách giải: BA vuông góc với $(AA'C'C)$ nên góc giữa BC' và $(AA'C'C)$ là $30^\circ = \widehat{AC'B}$.

$AB = \sqrt{3}a; BC = 2a$.

Xét tam giác ABC' vuông tại A có $\widehat{AC'B} = 30^\circ$, $AC' = AB.\tan 60 = 3a$.

Tính được $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2\sqrt{2}a$.

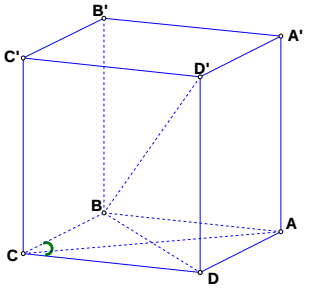
$V = Sh = Sh = \frac{1}{2}\sqrt{3a}.a.2\sqrt{2}a = \sqrt{6}a^3$.

Câu 41. Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a, góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là.

A. a^3. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp đứng có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BCD}=60^o$.

Khi đó ΔBCD là tam giác đều cạnh a, suy ra $BD=a$, $AC=a\sqrt{3}$.

Theo đề bài thì $BD'=AC=a\sqrt{3}\Rightarrow DD'=\sqrt{BD'^2-BD^2}=a\sqrt{2}$.

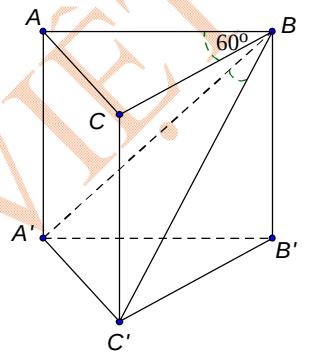
Vậy thể tích khối hộp là $V=S_{ABCD}.DD'=a.a.\sin 60^o.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $\widehat{ABC}=60°$, cạnh $BC=a$, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tam giác ABC vuông tại C có $\widehat{ABC}=60°$; $BC=a$.

suy ra $AC=BC\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Khi đó : $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AC.BC=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác: $AC\perp(BCC'B')$ suy ra góc giữa AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{AB'C}=30°$.

Tam giác $AB'C$ vuông tại C có $\widehat{AB'C}=30°$; $BC=a$ suy ra $B'C=\dfrac{AC}{\tan 30^o}=3a$.

Tam giác BB'C vuông tại B có $BC=a$; $B'C=3a\Rightarrow BB'=2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.BB'=a^3\sqrt{6}$.

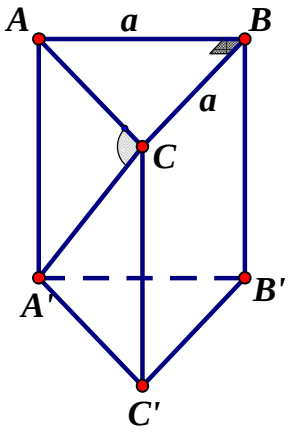
Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30°. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\left(\widehat{A'C,(ABC)}\right)=\widehat{A'CA}=30^{\circ}\Rightarrow A'A=AC.\tan 30^{\circ}=a\sqrt{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}=a\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

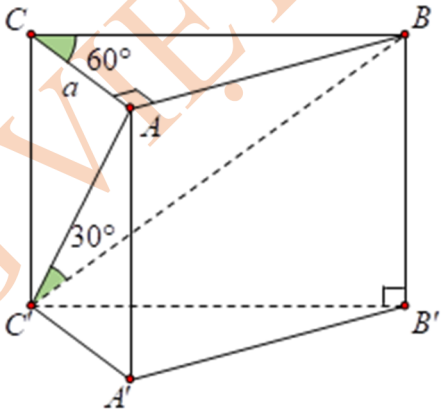
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'A=\dfrac{1}{2}a^2.a\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $\widehat{ACB}=60^{\circ}$. Đường thẳng BC' tạo với $(ACC'A')$ một góc 30°. Tính thể tích V của khối trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=a^3\sqrt{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Xét tam giác ABC vuông tại A ta có:

$\tan 60^{o}=\dfrac{AB}{AC}\Rightarrow AB=a\sqrt{3}$. Khi đó $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta có hình chiếu vuông góc của cạnh BC' trên mặt phẳng $(ACC'A')$ là AC'. Khi đó góc $\widehat{BC'A}=30^{\circ}$. Xét tam giác ABC' vuông tại A ta có:

$\tan 30^{\circ}=\dfrac{AB}{AC'}\Rightarrow AC'=3a$.

Khi đó: $CC'=\sqrt{AC'^2-AC^2}=2a\sqrt{2}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=CC'.S_{\Delta ABC}=a^3\sqrt{6}$.

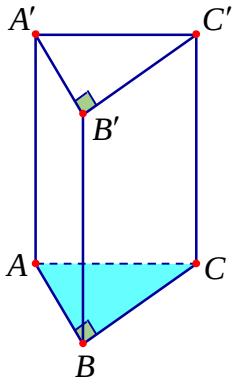
Câu 45. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $CC'=2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$ suy ra $AB = AC = a$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2}{2}$.

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.CC' = \frac{a^2}{2}.2a = a^3$

Câu 46. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \frac{a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.

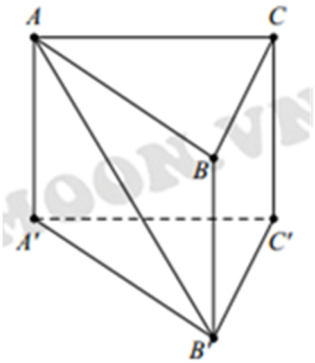
Thể tích khối lăng trụ bằng $V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{ABC} = a.\frac{a.a}{2} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 47. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, mặt bên là $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông tại A $\Rightarrow AC \perp AB$.

Và $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AC$.

Suy ra $AC \perp (ABB'A') \Rightarrow d(C,(ABB'A')) = AC$.

Mặt khác $CC' // (ABB'A') \Rightarrow d(AB',CC') = d(CC',(ABB'A')) = AC$.

$\Rightarrow AB = AC = a \Rightarrow BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AA' = BB' = a\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

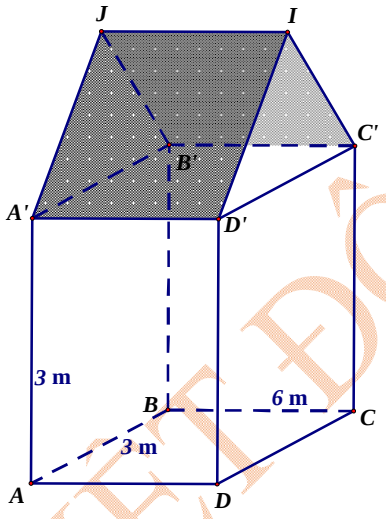
$$V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{2}.\frac{1}{2}a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 48. Một nhà kho có dạng khối hộp chữ nhật đứng $ABCD.A'B'C'D'$, nền là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3\,\text{m}$, $BC = 6\,\text{m}$, chiều cao $AA' = 3\,\text{m}$, chắp thêm một lăng trụ tam giác đều mà một mặt bên là $A'B'C'D'$ và $A'B'$ là một cạnh đáy của lăng trụ. Tính thể tích của nhà kho ?

A. $\frac{9\left(12+\sqrt{3}\right)}{2}\text{m}^3$. **B.** $54\,\text{m}^3$. **C.** $\frac{27\left(4+\sqrt{3}\right)}{2}\text{m}^3$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}\text{m}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có : $V_{kho} = V_{ABCD.A'B'C'D'} + V_{A'B'J.D'C'I}$

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.A'A = 3.3.6 = 54\text{m}^3$.

$V_{A'B'J.D'C'I} = S_{\Delta A'B'J}.A'D' = \left(3^2.\frac{\sqrt{3}}{4}\right).6 = \frac{27\sqrt{3}}{2}\text{m}^3$.

$\Rightarrow V_{kho} = \frac{27\left(4+\sqrt{3}\right)}{2}\text{m}^3$

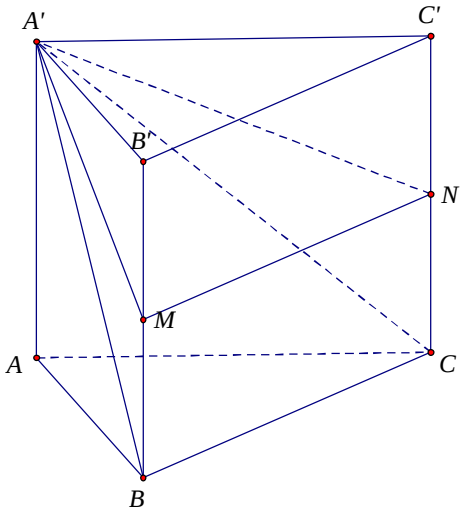
Câu 49. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng $\left(A'MN\right)$ chia khối lăng trụ thành hai khối đa diện. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh B và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 3$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

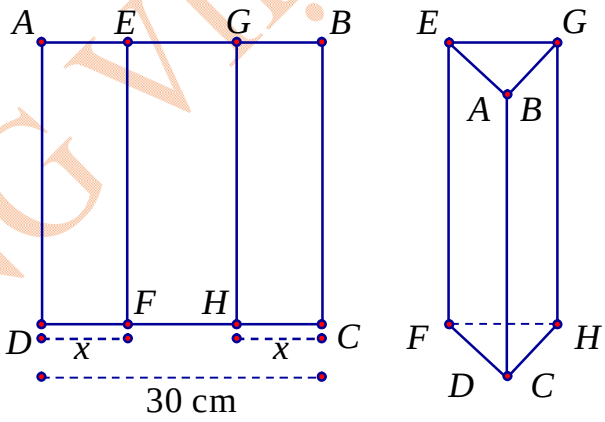


Đặt thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là V, khi đó ta có thể tích khối chóp $A'.ABC$ là $\frac{V}{3} \Rightarrow$ thể tích khối chóp $A'.BCC'B' = \frac{2V}{3}$.

Mặt khác thể tích khối chóp $A'.BCNM$ bằng thể tích khối chóp $A'.B'C'NM$ nên thể tích khối chóp $A'.BCNM$ bằng $\frac{V}{3}$.

Vậy $V_1 = \frac{2V}{3}$, $V_2 = \frac{V}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 2$.

Câu 50. Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.

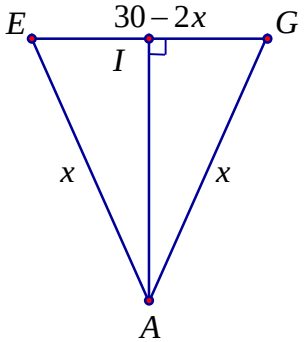


Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là:

A. $x = 8(\text{cm})$. **B.** $x = 10(\text{cm})$. **C.** $x = 5(\text{cm})$. **D.** $x = 9(\text{cm})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đường cao lăng trụ là $AD = AB = 30\text{cm}$ không đổi. Để thể tích lăng trụ lớn nhất chỉ cần diện tích đáy lớn nhất.

Gọi I là trung điểm cạnh $EG \Rightarrow AI \perp EG$ trong tam giác AEG.

Khi đó $IG = 15 - x,\ (0 < x < 15)$

Có $AI = \sqrt{x^2 - \left(\dfrac{30-2x}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - (15-x)^2} = \sqrt{30x - 225}, x \in \left(\dfrac{15}{2}; 15\right)$.

$S_{\Delta AEG} = \dfrac{1}{2} AI.EG = \dfrac{1}{2}(30-2x)\sqrt{30x-225} = \sqrt{15}.\sqrt{(15-x)^2(2x-15)}$

Vậy ta cần tìm $x \in \left(\dfrac{15}{2}; 15\right)$ để $f(x) = (15-x)^2(2x-15)$ lớn nhất.

$f'(x) = -2(15-x)(2x-15) + 2(15-x)^2 = 2(15-x)(30-3x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 15 \\ x = 10 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$\frac{15}{2}$		10		15
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	125	↘	0

Vậy thể tích lăng trụ lớn nhất khi $x = 10$.

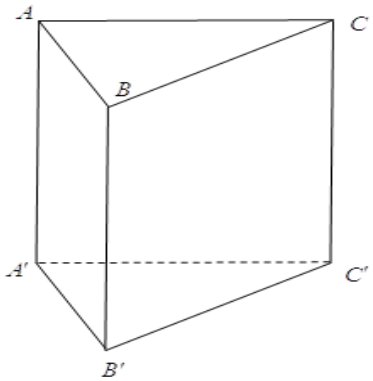
Cách khác (trắc nghiệm): Học sinh có thể thay giá trị của từng đáp án vào hàm số $f(x) = (15-x)^2(2x-15)$ để có kết quả.

Câu 51. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông, khoảng cách giữa AB' và CC' bằng a. Tính thể tích V khối lăng trụ theo a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$\begin{cases} CA \perp AB \\ CA \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CA \perp (ABB'A')$.

Ta có $CC' // AA' \Rightarrow d(CC', AB') = d(CC', (ABB'A')) = d(C, (ABB'A')) = CA = a$.

Mặt bên $BCC'B'$ là hình vuông $\Rightarrow BB' = BC = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = a\sqrt{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 52. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi, biết $AA' = 4a$, $AC = 2a$, $BD = a$.

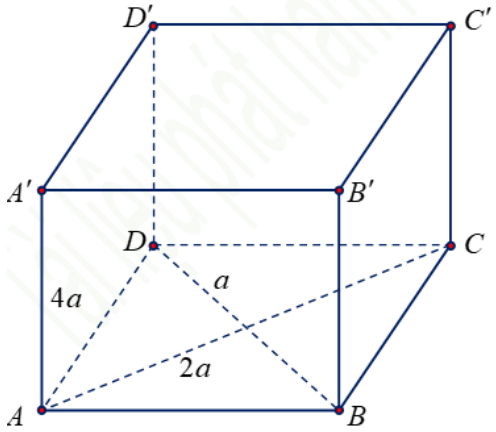
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Thể tích của khối lăng trụ là

A. $4a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $\frac{8a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $S_d = \frac{1}{2}AC.BD = a^2$; $V = S_d.AA' = a^2.4a = 4a^3$.

Câu 53. Một khối gỗ có dạng là lăng trụ, biết diện tích đáy và chiều cao lần lượt là $0,25\text{m}^2$ và $1,2\text{m}$. Mỗi mét khối gỗ này trị giá 5 triệu đồng. Hỏi khối gỗ đó có giá bao nhiêu tiền?

A. 1500000 đồng. **B.** 750000 đồng. **C.** 500000 đồng. **D.** 3000000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích của khối gỗ là $V = S.h = 0,25.1,2 = \frac{3}{10}\left(\text{m}^3\right)$.

Vậy khối gỗ đó có giá : $V.5000000 = = \frac{3}{10}.5000000 = 1500000$.

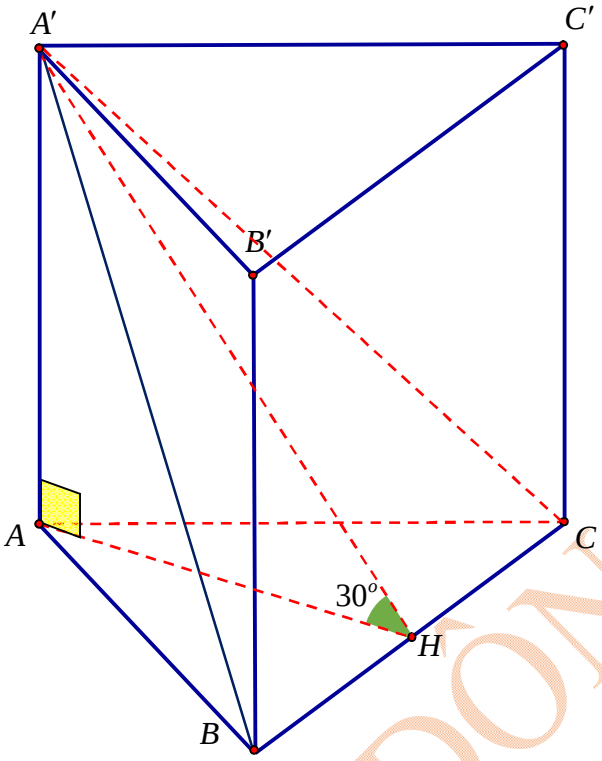
Câu 54. Cho khối trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ tạo với đáy một góc $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng $8a^2$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 16\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 64\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 8\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow AH \perp BC$.

Ta lại có: $\left.\begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp AA'$

$\Rightarrow$ góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $30°$.

Gọi $BC = 2x$, theo đề ta có: $\begin{cases} AH = x\sqrt{3} \\ AA' = AH.\tan(30°) = x \end{cases} \Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 + AH^2} = 2x$.

$S_{\Delta A'BC} = 8a^2 \Rightarrow \frac{1}{2} BC.A'H = 8a^2 \Rightarrow \frac{1}{2}.2x.2x = 8a^2 \Rightarrow x = 2a$.

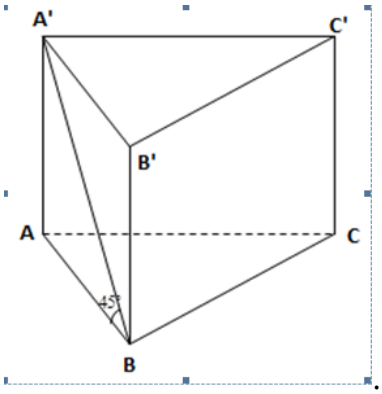
Vậy thể tích cần tìm: $V = S_{\Delta ABC}.AA' = \left((4a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}\right).2a = 8\sqrt{3}a^3$.

Câu 55. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hình chiếu của $A'B$ lên mặt phẳng (ABC) là AB.

Nên $\widehat{[A'B;(ABC)]}=\widehat{[A'B;AB]}=\widehat{A'BA}=45°$.

Từ đó suy ra tam giác $A'AB$ vuông cân tại A.

Hay $A'A=AB=a.$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC.\sin 60°=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

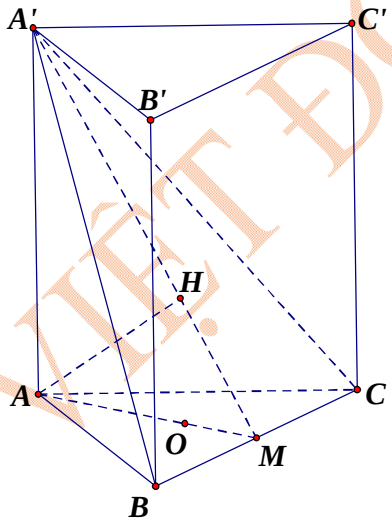
Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 56. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$ **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$ **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A trên $A'M$.

Ta có $\left.\begin{matrix}BC\perp AM\\BC\perp AA'\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(AA'M)\Rightarrow BC\perp AH$ (1)

Mà $AH\perp A'M$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow d(A,(A'BC))=AH$.

Ta có $\frac{d(O,(A'BC))}{d(A,(A'BC))}=\frac{MO}{MA}=\frac{1}{3}$ (do tính chất trọng tâm).

$\Rightarrow d(A,(A'BC))=3d(O,(A'BC))=\frac{a}{2}\Rightarrow AH=\frac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông $A'AM$: $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AA'^2}+\frac{1}{AM^2}\Leftrightarrow\frac{1}{AA'^2}=\frac{4}{a^2}-\frac{4}{3a^2}\Leftrightarrow AA'=\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$.

Suy ra thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V=AA'.S_{\Delta ABC}=\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

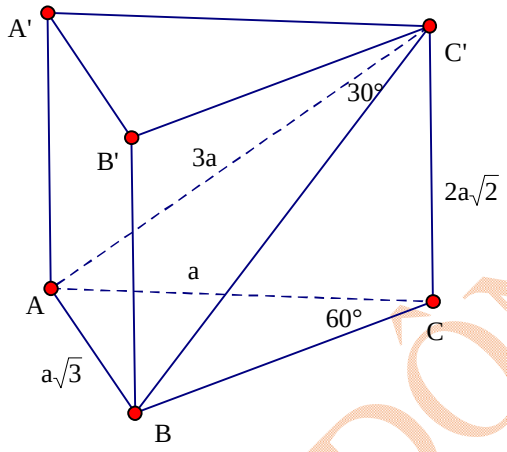
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 57. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. $AC=a$, $\widehat{ACB}=60°$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ một góc $30°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $a^3\sqrt{6}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} AB\perp AC \\ AB\perp AA' \end{cases}\Rightarrow AB\perp(AA'C'C)$ do đó $\left(\widehat{BC',(AA'C'C)}\right)=\widehat{BC',AC'}=\widehat{AC'B}=30°$.

$AB=AC.\tan 60°=a\sqrt{3}$; $AC'=\cot 30°.AB=3a$ suy ra $CC'=\sqrt{AC'^2-AC^2}=2a\sqrt{2}$.

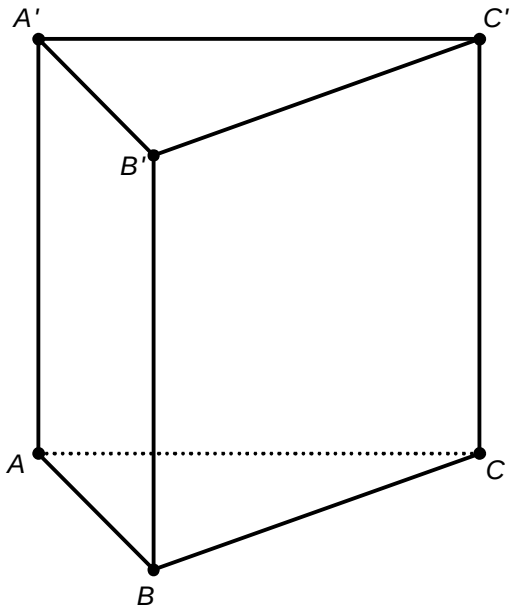
Thể tích lăng trụ là $V=2a\sqrt{2}.\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}=a^3\sqrt{6}$.

Câu 58. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác ABC vuông tại B; $AB=2a$, $BC=a$, $AA'=2a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vì lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông nên ta có thể tích lăng trụ là:

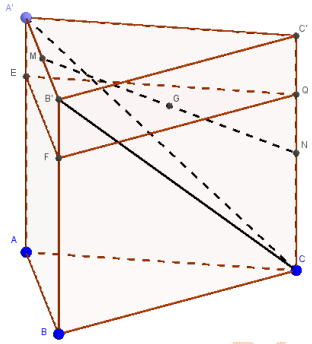
$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}.2a.a.2a\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 59. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$ và góc giữa CB' và (ABC) bằng 60°. Mặt phẳng (P) qua trọng tâm tứ diện $CA'B'C'$, song song với mặt đáy lăng trụ và cắt các cạnh AA', BB', CC' lần lượt tại E, F, Q. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $CEFQ$ và khối lăng trụ đã cho gần số nào sau đây nhất?

A. $0,06$. **B.** $0,25$. **C.** $0,09$. **D.** $0,07$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M, N lần lượt là trung điểm $A'B'$, CC'; G là trung điểm MN. Suy ra G là trọng tâm tứ diện $CA'B'C'$.

(P) qua G và cắt các cạnh AA', BB', CC' lần lượt tại E, F, Q thì $AE = BF = CQ = \frac{3}{4}AA'$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{ABC}$.

Thể tích tứ diện $CEFQ$ là: $V_{CEFQ} = \frac{1}{3}CQ.S_{EFQ} = \frac{1}{3}.\frac{3}{4}AA'.S_{ABC} = \frac{1}{4}V \Rightarrow \frac{V_{CEFQ}}{V} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Câu 60. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = 5$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. 10 **B.** 20 **C.** 30 **D.** 60

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA'.S_{ABC} = AA'.\frac{1}{2}.AB.AC = 5.\frac{1}{2}.3.4 = 30$.

Câu 61. Cho $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đứng có $A'B = a\sqrt{5}$, $AB = a$ đáy ABC có diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng.

A. a^3. **B.** $6a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a$.

$V = AA'.S_{ABC} = 2a.3a^2 = 6a^3$.

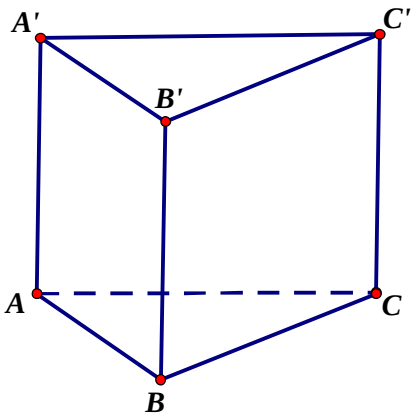
Câu 62. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AC = a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Khi đó thể tích của lăng trụ đó bằng.

A. a^3 **B.** $\frac{a^3}{3}$ **C.** $4a^3$ **D.** $\frac{4a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $AB^2+BC^2=AC^2 \Leftrightarrow 2AB^2=2a^2 \Leftrightarrow AB=a$.

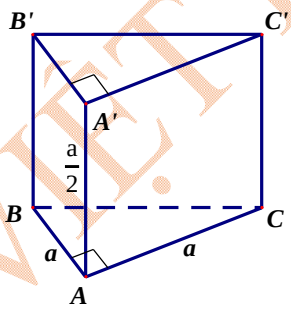
$V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\frac{1}{2}AB^2.AA'=\frac{1}{2}.a^2.2a=a^3$.

Câu 63. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ biết tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=2AA'=a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn C



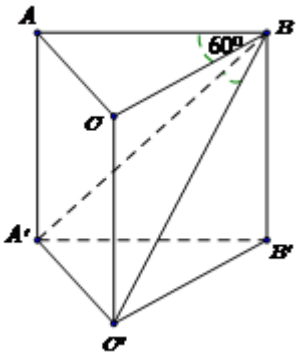
$V=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{1}{2}AB.AC.AA'=\frac{1}{2}a.a.\frac{a}{2}=\frac{a^3}{4}$ (đvtt).

Câu 64. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $\widehat{ABC}=60°$, cạnh $BC=a$, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tam giác ABC vuông tại C có $\widehat{ABC}=60°$; $BC=a$.

suy ra $AC=BC\tan 60^0=a\sqrt{3}$.

Khi đó : $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.BC=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác: $AC\perp(BCC'B')$ suy ra góc giữa AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{AB'C}=30°$.

Tam giác $AB'C$ vuông tại C có $\widehat{AB'C}=30°$; $BC=a$ suy ra $B'C=\frac{AC}{\tan 30^o}=3a$.

Tam giác $BB'C$ vuông tại B có $BC=a$; $B'C=3a\Rightarrow BB'=2\sqrt{2}a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.BB'=a^3\sqrt{6}$.

Câu 65. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

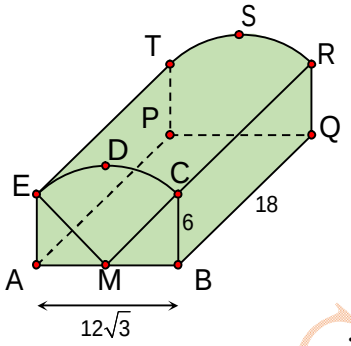
A. $2a^3$ **B.** a^3 **C.** $3a^3$ **D.** $6a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=3a^2.2a=6a^3$.

Câu 66. Một hộp nữ trang (xem hình vẽ) có mặt bên $ABCDE$ với $ABCE$ là hình chữ nhật, cạnh cong CDE là một cung của đường tròn có tâm là trung điểm M của đoạn thẳng AB. Biết $AB=12\sqrt{3}$ cm, $BC=6$ cm và $BQ=18$ cm. Hãy tính thể tích của hộp nữ trang.



A. $216\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$. **B.** $261\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)\text{cm}^3$.

C. $261\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$. **D.** $216\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V=BQ.S_{ABCDE}$.

Trong đó $S_{ABCDE}=S_{ABCE}+S_{CDE}=S_{ABCE}+(S_{MCDE}-S_{\Delta MCE})$.

$=6.12\sqrt{3}+\left(\frac{\pi.12^2.120}{360}-\frac{1}{2}.6.12\sqrt{3}\right)=12\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)$.

Thể tích hộp nữ trang là $V=18.12\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)=216\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$.

Câu 67. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a. Biết $BD'=a\sqrt{3}$; $\widehat{BAD}=60^0$. Thể tích khối hộp là :

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

ChọnD

Xét tam giác $BB'D$ vuông tại B' có $BB'=\sqrt{\left(\sqrt{3}a\right)^2-a^2}=a\sqrt{2}$..

Ta có: $V = h \cdot S$ trong đó $h = BB' = a\sqrt{2}$, $S = AB \cdot AD \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$..

Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 68. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a, đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$V = S.h = a^2.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}.$

Câu 69. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$. Đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3}{2}$. **D.** $V = a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo giả thiết $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A.

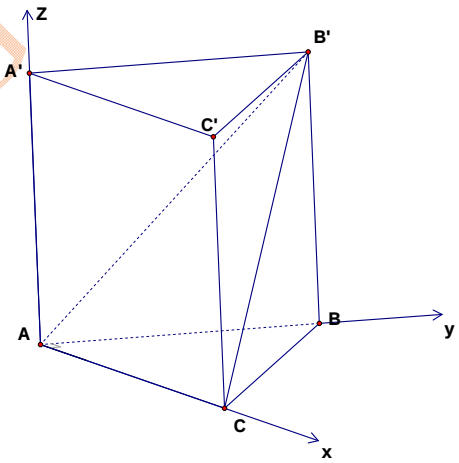
Suy ra thể tích của khối lăng trụ là $V = AA'.S_{ABC} = AA'.\frac{1}{2}.AB.AC = \frac{a^3}{2}$.

Câu 70. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60^0. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vì tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC = a\sqrt{6}$ nên $AB = AC = a\sqrt{3}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, $C(a\sqrt{3};0;0)$, $B(0;a\sqrt{3};0)$, $A'(0;0;z)\ (z>0)$.

$\Rightarrow B'(0;a\sqrt{3};z)$; $\overrightarrow{BC} = (-a\sqrt{3};a\sqrt{3};0)$, $\overrightarrow{BB'} = (0;0;z)$.

VTPT của $(BCC'B')$ là: $\overrightarrow{n_1} = \frac{1}{za\sqrt{3}}\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BB'}\right] = (1;1;0)$.

$\overrightarrow{AC} = (a\sqrt{3};0;0)$, $\overrightarrow{AB'} = (0;a\sqrt{3};z)$.

$\Rightarrow$ VTPT của mặt phẳng $(BA'C)$ là: $\overrightarrow{n_2}=\frac{1}{a\sqrt{3}}\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB'}\right]=\left(0;-z;a\sqrt{3}\right)$.

Vì góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60^0 nên:

$$cos60°=\left|cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|\Leftrightarrow\frac{|z|}{\sqrt{2\left(z^2+3a^2\right)}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow z=a\sqrt{3}.$$

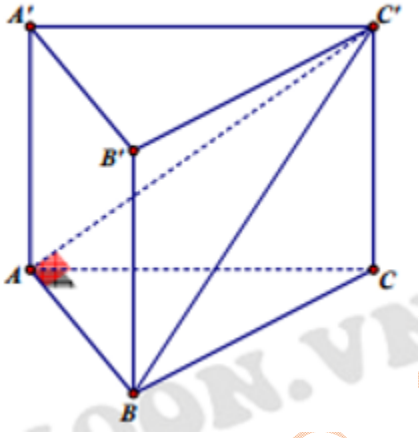
Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V=\frac{1}{2}AC.AB.AA'=\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 71. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $ACB=60°$. Đường chéo BC' của mặt bên $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $30°$. Tính thể tích của khối lăng trụ theo a.

A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $BC\perp(ACC'A')\longrightarrow C'A$ là hình chiếu của BC' lên mặt phẳng $(ACC'A')$.

Vậy góc $\left[BC',(ACC'A')\right]=\widehat{BC'A}=30°$.

ΔABC vuông tại A có $AB=AC.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

$\Delta ABC'$ vuông tại A có $AC'=AB.\cot 30°=3a$.

$\Delta ACC'$ vuông tại C có $CC'=\sqrt{AC'^2-AC^2}=2a\sqrt{2}$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.CC'=\frac{1}{2}AB.AC.CC'=a^3\sqrt{6}$.

Câu 72. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và khoảng cách giữa hai đáy bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3}{2}a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=9a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có chiều cao lăng trụ $h=3a$.

Thể tích của khối lăng trụ $V=Bh=3a^3$.

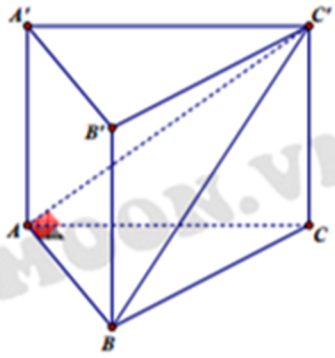
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 73. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC = a, ACB = 60°$. Đường thẳng BC' tạo với $(ACC'A')$ một góc 30^0. Tính thể tích V của khối trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = a^3\sqrt{3}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = 3a^3$. **D.** $V = a^3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $BA \perp (ACC'A') \longrightarrow C'A$ là hình chiếu của BC' lên mặt phẳng $(ACC'A')$. Vậy góc $[BC', (ACC'A')] = \widehat{BC'A} = 30°$.

ΔABC vuông tại A có $AB = AC.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

$\Delta ABC'$ vuông tại A có $AC' = AB.\cot 30° = 3a$.

$\Delta ACC'$ vuông tại C có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = 2a\sqrt{2}$.

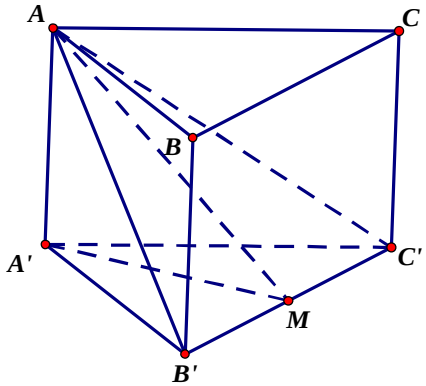
$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.CC' = \dfrac{1}{2}AB.AC.CC' = a^3\sqrt{6}$.

Câu 74. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB = AC = a$, góc $\widehat{BAC} = 120°$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{9a^3}{8}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V = \dfrac{3a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Khi đó $A'M \perp B'C'$ và $AM \perp B'C' \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và đáy là $\widehat{AMA'} = 30°$.

Trong tam giác vuông $A'MB'$ ta có $A'M = A'B'.\cos\widehat{B'A'M} = \dfrac{a}{2}$.

Trong tam giác vuông $AA'M$ có: $AA' = A'M \tan 30° = \frac{a\sqrt{3}}{6} = h$.

Diện tích tam giác $A'B'C'$ là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

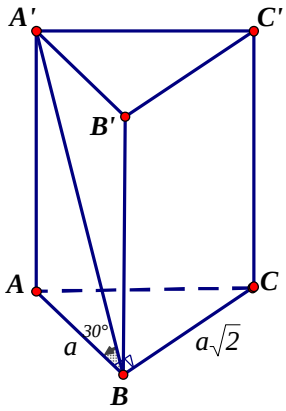
Thể tích khối lăng trụ: $V = S.h = \frac{a^3}{8}$.

Câu 75. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$ góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $\begin{cases}(A'BC)\cap(ABC) = BC\\ BC \perp A'B\\ BC \perp AB\end{cases}$.

$\Rightarrow \widehat{((A'BC),(ABC))} = \widehat{A'BA} = 30^0$. Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Đường cao $AA' = AB.\tan 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

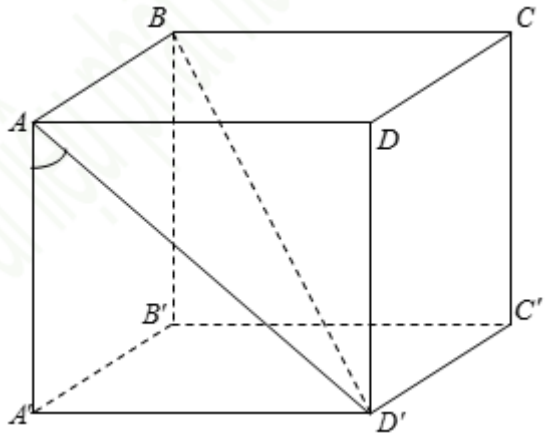
Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{6}}{6}$.

Câu 76. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $(ADD'A') \perp (AB)$ nên góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc AD' và AA' hay $\widehat{A'AD'} = 30°$. Suy ra $AA' = \dfrac{A'D'}{\tan 30°} = a\sqrt{3}$. Vậy thể tích hộp $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 77. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $AB = AC = 2a, \widehat{CAB} = 120°$. Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $45°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V = 2a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

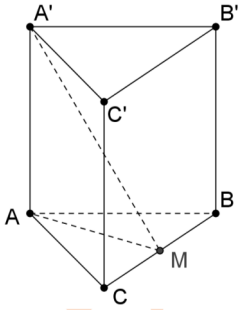
Diện tích: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{CAB} = \sqrt{3}.a^2$.

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM = AC.\cos 60° = a$.

Có: $\left[(A'BC);(ABC)\right] = \widehat{A'MA} = 45°$.

$\Rightarrow$ Đường cao: $AA' = AM.\tan 45° = a$.

$\Rightarrow$ Thể tích: $V = S_{\Delta ABC}.A'A = a^3\sqrt{3}$.



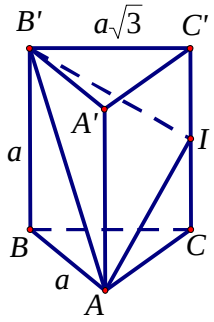
.

Câu 78. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân, với $AB = AC = a$ và góc $\widehat{BAC} = 120°$, cạnh bên $AA' = a$. Gọi I là trung điểm của CC'. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{33}}{11}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}}{11}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\widehat{BAC} = a^2 + a^2 - 2.a.a.\left(-\frac{1}{2}\right) = 3a^2 \Rightarrow BC = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông $B'AB$ có $AB' = \sqrt{BB'^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông IAC có $IA = \sqrt{IC^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Xét tam giác vuông $IB'C'$ có $B'I = \sqrt{B'C'^2 + C'I^2} = \sqrt{3a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Xét tam giác $IB'A$ có $B'A^2 + IA^2 = 2a^2 + \frac{5a^2}{4} = \frac{13a^2}{4} = B'I^2 \Rightarrow \Delta IB'A$ vuông tại A

$\Rightarrow S_{IB'A} = \frac{1}{2}AB'.AI = \frac{1}{2}.a\sqrt{2}.\frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^2\sqrt{10}}{4}$.

Lại có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin\widehat{BAC} = \frac{1}{2}a.a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$ là α.

Ta có ΔABC là hình chiếu vuông góc của $\Delta AB'I$ trên mặt phẳng (ABC).

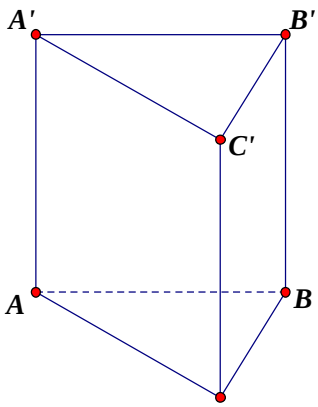
Do đó $S_{ABC} = S_{IB'A}.\cos\alpha \Rightarrow \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{10}}{4}.\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{30}}{10}$.

Câu 79. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC = 2a$ và $AA' = 2a$. Tính thể tích V của hình lăng trụ đã cho.

A. $V = a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Tam giác ABC vuông cân tại $A \Rightarrow AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$. $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = a^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

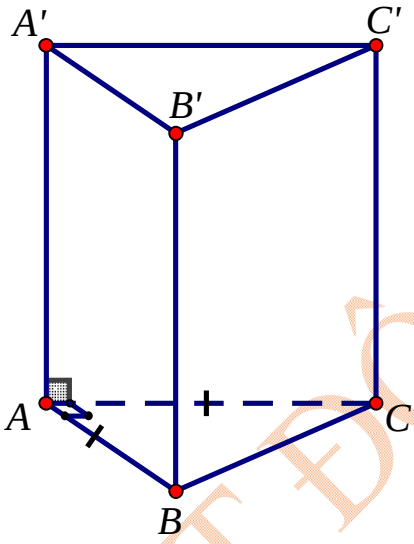
Thể tích lăng trụ là: $V = AA'.S_{ABC} = 2a^3$.

Câu 80. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $3a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



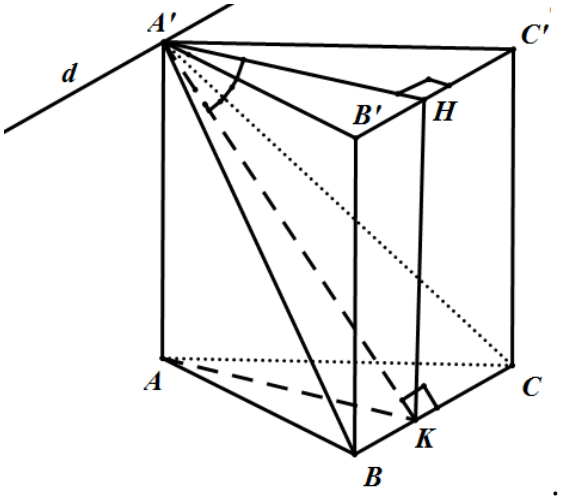
Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{1}{2}AB^2.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 81. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 2a, AC = 3a$. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng $(A'B'C')$ một góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{6a^3\sqrt{39}}{13}$. **B.** $\frac{18a^3\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{9a^3\sqrt{39}}{26}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{39}}{26}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} A' \in (A'BC) \cap (A'B'C') \\ B'C' // BC \\ B'C' \subset (A'B'C'); BC \subset (A'BC) \end{cases} \Rightarrow (A'BC) \cap (A'B'C') = A'd // BC // B'C'$.

Dựng $A'H \perp B'C' \Rightarrow A'H \perp A'd$.

Dựng $A'K \perp BC \Rightarrow A'K \perp A'd$.

Góc mặt phẳng $(A'BC)$ với mặt phẳng $(A'B'C')$ là $\widehat{KA'H} \Rightarrow \widehat{KA'H} = 60°$.

Ta có $A'H = \sqrt{\dfrac{A'B'^2.A'C'^2}{A'B'^2 + A'C'^2}} = \dfrac{6\sqrt{13}}{13}a$.

Ta có $BB' = HK = \tan 60°.A'H = \dfrac{6\sqrt{39}}{13}a$.

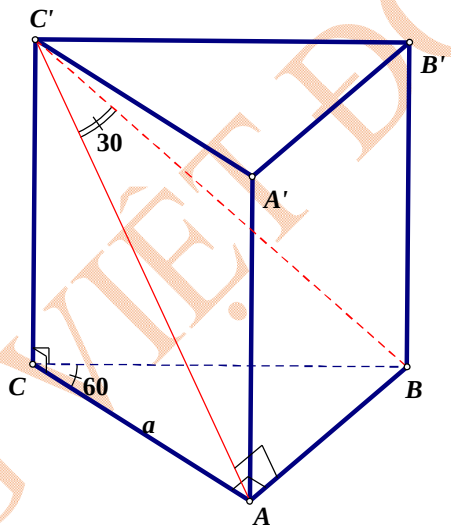
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.\text{A}\,C.BB' = \dfrac{1}{2}2a.3a\dfrac{6\sqrt{39}}{13}a = \dfrac{18\sqrt{39}}{13}a^3$.

Câu 82. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông ABC vuông tại A, $AC = a$, $\widehat{ACB} = 60°$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(A'C'CA)$ góc $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $AB = a\sqrt{3}$, dễ thấy góc giữa đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(A'C'CA)$ là góc $\widehat{BC'A} = 30°$. Suy ra $\tan 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{AC'} \Rightarrow AC' = 3a \Rightarrow C'C = 2\sqrt{2}a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = 2\sqrt{2}a.\dfrac{1}{2}a.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 2: KHỐI LĂNG TRỤ ĐỀU

Câu 1. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $4\,cm$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $12cm^2$. Thể tích khối lăng trụ đó là:

A. $V=8\sqrt{2}cm^3$. **B.** $V=24\sqrt{3}cm^3$. **C.** $V=24cm^3$. **D.** $V=24\sqrt{2}cm^3$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 4. Cho khối tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích là V. Nếu giảm độ dài cạnh đáy xuống hai lần và tăng độ dài đường cao lên ba lần thì ta được khối chóp mới có thể tích là:

A. $\frac{3}{2}V$. **B.** $\frac{2}{3}V$. **C.** $\frac{1}{4}V$. **D.** $\frac{3}{4}V$.

Câu 5. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a và có thể tích $V=\frac{9}{4}\left(\text{dm}^3\right)$ Tính giá trị của a.

A. $a=9\left(\text{dm}\right)$. **B.** $a=\sqrt{3}\left(\text{dm}\right)$. **C.** $a=3\sqrt{3}\left(\text{dm}\right)$. **D.** $a=3\left(\text{dm}\right)$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a và có thể tích $V=\frac{9}{4}\left(dm^3\right)$ Tính giá trị của a.

A. $a=\sqrt{3}\left(dm\right)$. **B.** $a=3\sqrt{3}\left(dm\right)$. **C.** $a=3\left(dm\right)$. **D.** $a=9\left(dm\right)$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $3a$, hình chieus của A' trên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Cạnh AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng.

A. $\frac{27a^3}{6}$. **B.** $\frac{9a^3}{4}$. **C.** $\frac{27a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 8. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Gọi I là trung điểm cạnh BC. Nếu góc giữa đường thẳng $A'I$ và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng $60°$ thì thể tích của lăng trụ đó là

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 10. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 11. Cho lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều, biết rằng tất cả các cạnh của lăng trụ bằng a. Thể tích của lăng trụ đó là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 12. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 13. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ **C.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Câu 14. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $V=\sqrt{6}a^3$. **B.** $V=\frac{7a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Câu 15. Nếu khối lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và đường chéo mặt bên bằng $4a$ thì khối lăng trụ đó có thể tích bằng.

A. $4a^3$. **B.** $8\sqrt{3}a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Câu 16. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V=2\sqrt{6}a^3$. **B.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 17. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là?

A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{3}$. Tính thể tích lăng trụ.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 19. Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a bằng:

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 20. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ và M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(B'C'M)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỷ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{4}$.

Câu 22. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC), $(A'BC)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 23. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích là $\frac{9}{4}$ thì độ dài mỗi cạnh bằng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt[6]{243}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 24. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 25. Tính thể tích của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=AA'=a$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** a^3.

Câu 26. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 27. Tính thể tích V của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ biết $AB=a$ và $AB'=2a$.

A. $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 28. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy $4\sqrt{3}(m)$. Biết mặt phẳng $(D'BC)$ hợp với đáy một góc 60°. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $325m^3$. **B.** $648m^3$. **C.** $478m^3$. **D.** $576m^3$.

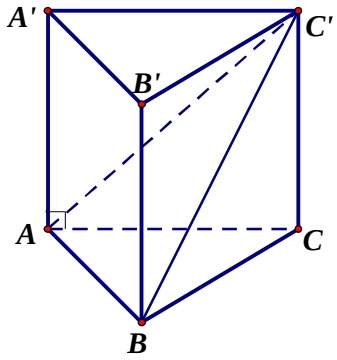
Câu 29. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC), $(A'BC)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại C, $AC=a\sqrt{2}$, $AB=a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SC=3a$

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{42}}{3}$. **B.** $\sqrt{14}a^3$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{14}}{3}$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là



A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 32. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ có $AB=a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{4}$.. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3}{4}$..

Câu 34. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 2. Biết góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng α thỏa $\tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng (P) qua B' và vuông góc với $A'C$ chia lăng trụ thành hai khối. Biết thể tích của hai khối là V_1 và V_2 với $V_1<V_2$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{7}$ **B.** $\frac{1}{47}$ **C.** $\frac{1}{23}$ **D.** $\frac{1}{11}$

Câu 36. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $2a$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $4a^3$.

Câu 37. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V=\frac{7a^3}{8}$. **C.** $V=a^3\sqrt{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 38. Cho lăng trụ $ABCDA'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC}=120°$. Các cạnh $A'A;A'B;A'D$ cùng tạo với mặt đáy một góc bằng $45°$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{a^3}{2}$ **C.** $\frac{3a^3}{4}$ **D.** $\frac{3a^3}{2}$

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của lăng trụ.

A. $V=2a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 41. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}a^2$. Thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=3a^3$. **B.** $V=\frac{3}{4}a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{1}{4}a^3$.

Câu 42. Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 43. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, $A'C$ hợp với mặt đáy (ABC) một góc $60°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{3a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 44. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, cạnh huyền $AC = 2a$. Hình chiếu của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm I của $A'B'$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 45.. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, cạnh huyền $AC = 2a$. Hình chiếu của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm I của $A'B'$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 47. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 48. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 49. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC. Góc giữa AA' và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = \frac{3a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 51. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là ΔABC đều cạnh $a = 4$ và biết $S_{\Delta A'BC} = 8$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Câu 52. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $A'B$ tạo với đáy một góc 45°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{3}$.

C. $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2a^3}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 53. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 54. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết đường chéo của mặt bên là $a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 55. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC là tam giác đều cạnh bằng a, góc giữa $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{24}$.

Câu 56. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 57. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 58. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 59. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $3a^3\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $a^3\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $3a^3\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $3a^3\frac{\sqrt{2}}{8}$.

Câu 60. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 61. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và AB' vuông góc với BC'. Thể tích của lăng trụ đã cho là.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 62. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P. Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ bằng.

A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{68}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$. **C.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Câu 63. Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Thể tích của (H) bằng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 64. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và mỗi mặt bên có diện tích bằng $4a^2$. Thể tích khối lăng trụ đó là

A. $2a^3\sqrt{6}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

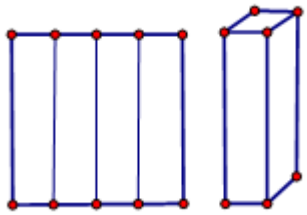
Câu 65. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết đường chéo của mặt bên là $a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 66. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a thì có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 67. Từ một ảnh giấy hình vuông cạnh là $4cm$, người ta gấp nó thành bốn phần đều nhau rồi dựng lên thành bốn mặt xung quanh của hình hình lăng trụ tứ giác đều như hình vẽ. Hỏi thể tích của khối lăng trụ này là bao nhiêu.



A. $\frac{64}{3}cm^3$ **B.** $16cm^3$. **C.** $\frac{4}{3}cm^3$ **D.** $4cm^3$.

Câu 68. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ đáy hình có cạnh bằng a, đường chéo AC' tạo với mặt bên $(BCC'B')$ một góc α $(0<\alpha<45^0)$. Tính thể tích của lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $a^3\sqrt{\cot^2\alpha+1}$. **B.** $a^3\sqrt{\tan^2\alpha-1}$. **C.** $a^3\sqrt{\cos 2\alpha}$. **D.** $a^3\sqrt{\cot^2\alpha-1}$.

Câu 69. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=BC=5a$, $AC=6a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB và $A'C=\frac{a\sqrt{133}}{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a..

A. $V=12\sqrt{133}a^3$. **B.** $V=4\sqrt{133}a^3$. **C.** $V=12a^3$. **D.** $V=36a^3$.

Câu 70. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{5}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 71. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{48}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$.

Câu 72. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{5a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{6a^3\sqrt{3}}{5}$. **C.** $2a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Câu 73. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó thể tích lăng trụ bằng.

A. $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 74. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=\frac{3a}{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích tứ diện $GABC$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 75. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA'=BC=a$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

Câu 76. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên tạo với mặt phẳng bằng 45^0. Hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm của $A'B'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ theo a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 77. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác cân tại A; $AB=2a$; $\widehat{BAC}=120^0$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mp(ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Tính thể tích khối chóp $A'.BB'C'C$?

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 78. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ là:

A. 64. **B.** 80. **C.** 100. **D.** 20.

Câu 79. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P. Tính thể tích của khối đa diện $MBP.A'B'N$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Câu 80. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $\widehat{ACB}=60^\circ$, $BC=a$, $AA'=2a$. Cạnh bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $30°$.Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 81. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB, cạnh $AA'=\frac{a\sqrt{10}}{2}$. Tính theo a tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 82. Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 83. Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng $2a$.Thể tích khối lăng trụ đều là:

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 84. Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α. Thể tích của khối lăng trụ đó là

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\cos\alpha$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\cos\alpha$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\sin\alpha$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\sin\alpha$.

Câu 85.] Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a Thể tích của (H) bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 86. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. $AA'=a\sqrt{7}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}a^3}{24}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 87. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ trên sẽ là:

A. $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B.** $V=\frac{7a^3}{8}$. **C.** $V=\sqrt{6}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Câu 88. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. M,N là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB'}=\vec{0}$; $\overrightarrow{NB'}=3\overrightarrow{NC'}$. Biết hai mặt phẳng (MCA) và (NAB) vuông góc với nhau. Tính thể tích của hình lăng trụ.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ **B.** $\frac{9a^3\sqrt{2}}{8}$ **C.** $\frac{9a^3\sqrt{2}}{16}$ **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$

Câu 89. Cho (H) là hình lăng trụ xiên $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạch a, hình chiếu vuông góc A' lên đáy trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'A$ hợp đáy bằng $60°$. Thể tích của (H) bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 90. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của lăng trụ.

A. $V=2a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 91. Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng a. Thể tích khối lăng trụ đều là

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 92. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ có độ dài bằng 5. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $V=18$. **B.** $V=48$. **C.** $V=36$. **D.** $V=45$.

Câu 93. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

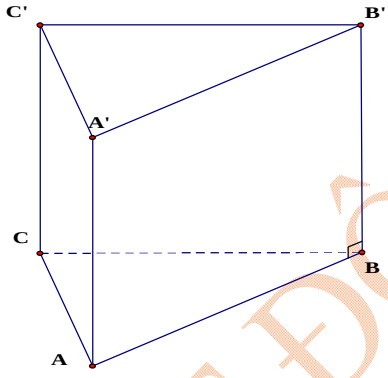
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 94. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 95. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ **(tham khảo hình vẽ bên dưới)**.Thể tích khối lăng trụ bằng



A. $\frac{9\sqrt{15}a^3}{20}$. **B.** $\frac{3\sqrt{15}a^3}{20}$. **C.** $\frac{3\sqrt{15}a^3}{10}$. **D.** $\frac{9\sqrt{15}a^3}{10}$.

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, các tam giác SAB và SAD là những tam giác vuông tại A. Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với cạnh bên SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P. Biết $SC = 8a$, $\widehat{ASC} = 60^0$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp đa diện $ABCDMNP$?

A. $V = 6\pi a^3$. **B.** $V = 24\pi a^3$. **C.** $V = 32\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $V = 18\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 97. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 98. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^2$. Tính chiều cao h của hình lăng trụ đã cho.

A. $h = \frac{a}{3}$. **B.** $h = 9a$. **C.** $h = 3a$. **D.** $h = a$.

Câu 99. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Góc tạo bởi cạnh BC' và mặt đáy $(A'B'C')$ bằng 30°. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 100.] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $A'B$ tạo với đáy một góc 45^0 Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2a^3}{3}$. **B.** $V_{ABC.A'B'C'} = a^3\sqrt{3}$.

C. $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3}{6}$. **D.** $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 101. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

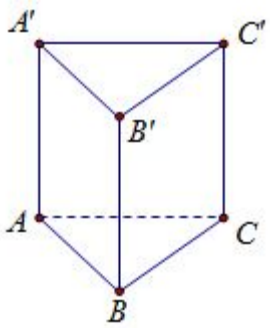
DẠNG 2: KHỐI LĂNG TRỤ ĐỀU

Câu 1. Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{9\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B



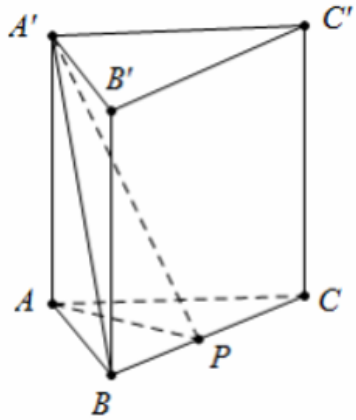
Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.3.3.\sin 60^\circ=\frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích $V_{lt}=S_{\Delta ABC}.AA'=\frac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 2. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $4cm$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $12cm^2$. Thể tích khối lăng trụ đó là:

A. $V=8\sqrt{2}cm^3$. **B.** $V=24\sqrt{3}cm^3$. **C.** $V=24cm^3$. **D.** $V=24\sqrt{2}cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Kẻ $A'P\perp BC\left(P\in BC\right)\Rightarrow BC\perp AP$.

Ta có $\frac{1}{2}A'P.BC=12\Rightarrow A'P=\frac{24}{4}=6$.

Cạnh $AP=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\Rightarrow A'A=\sqrt{36-12}=2\sqrt{6}$

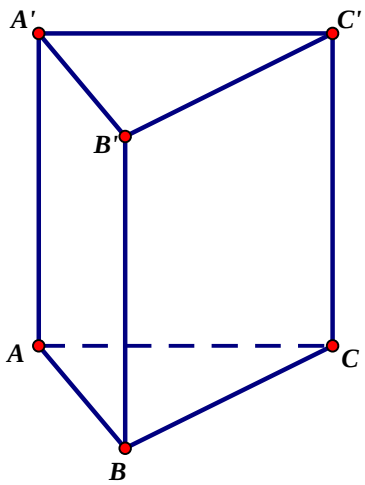
$\Rightarrow V=A'A.S_{ABC}=2\sqrt{6}.\frac{1}{2}.4.2\sqrt{3}=24\sqrt{2}$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Chu vi của hình chữ nhật $2\left(AB+AA'\right)=6a\Rightarrow AA'=2a$

Thể tích khối lăng trụ $V=Bh=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4. Cho khối tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích là V. Nếu giảm độ dài cạnh đáy xuống hai lần và tăng độ dài đường cao lên ba lần thì ta được khối chóp mới có thể tích là:

A. $\frac{3}{2}V$. **B.** $\frac{2}{3}V$. **C.** $\frac{1}{4}V$. **D.** $\frac{3}{4}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi độ dài cạnh đáy và chiều cao của hình chóp tứ giác đều lần lượt là a và h. Thể tích khối chóp sau khi đã giảm độ dài cạnh đáy và tăng chiều cao là: $\frac{1}{3}\left(\frac{a}{2}\right)^2.3h=\frac{3}{4}.\left(\frac{1}{3}a^2.h\right)=\frac{3}{4}V$.

Câu 5. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a và có thể tích $V=\frac{9}{4}\left(\text{dm}^3\right)$ Tính giá trị của a.

A. $a=9\left(\text{dm}\right)$. **B.** $a=\sqrt{3}\left(\text{dm}\right)$. **C.** $a=3\sqrt{3}\left(\text{dm}\right)$. **D.** $a=3\left(\text{dm}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng.

$V=B.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Mà $V=\frac{9}{4}\left(dm^3\right)\Rightarrow\frac{a^3\sqrt{3}}{4}=\frac{9}{4}\Leftrightarrow a^3=3\sqrt{3}\Leftrightarrow a=\sqrt{3}\ (dm)$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a và có thể tích $V=\frac{9}{4}\left(dm^3\right)$ Tính giá trị của a.

A. $a=\sqrt{3}\left(dm\right)$. **B.** $a=3\sqrt{3}\left(dm\right)$. **C.** $a=3\left(dm\right)$. **D.** $a=9\left(dm\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng

$V=B.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mà $V=\frac{9}{4}\left(dm^3\right)\Rightarrow\frac{a^3\sqrt{3}}{4}=\frac{9}{4}\Leftrightarrow a^3=3\sqrt{3}\Leftrightarrow a=\sqrt{3}\ (dm)$.

Câu 7. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $3a$, hình chieus của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Cạnh AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng.

A. $\frac{27a^3}{6}$. **B.** $\frac{9a^3}{4}$. **C.** $\frac{27a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi AI là đường cao, H là tâm của tam giác $ABC\Rightarrow A'H\perp(ABC)$.

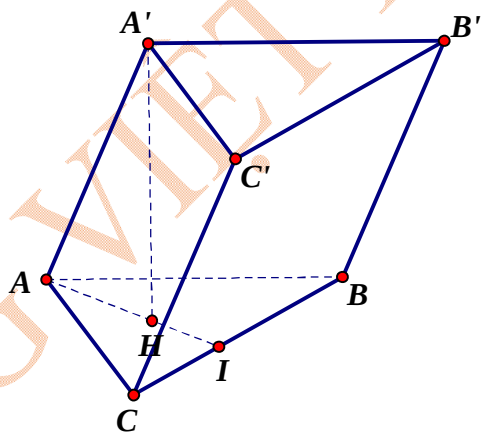
Vì $\begin{cases}AA'\cap(ABC)=A\\A'H\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow$ góc giữa AA' và (ABC) là $\widehat{A'AH}\Rightarrow\widehat{A'AH}=45°$.

Ta có: $AI=\frac{3a\sqrt{3}}{2}, AH=\frac{2}{3}AI=a\sqrt{3}$, $S_{ABC}=\frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4}=\frac{9a^2\sqrt{3}}{4}$.

$A'H=AH.\tan 45°=AH=a\sqrt{3}$.

Thể tích của lăng trụ là:

$V=A'H.S_{ABC}=a\sqrt{3}.\frac{9a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{27a^3}{4}$.



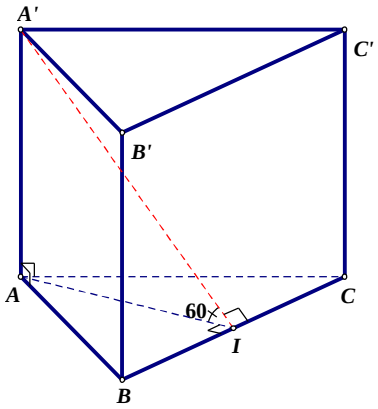
Câu 8. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Gọi I là trung điểm cạnh BC. Nếu góc giữa đường thẳng $A'I$ và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$ thì thể tích của lăng trụ đó là

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\left(\widehat{A'I,(ABC)}\right)=\left(\widehat{A'I,AI}\right)=\widehat{A'IA}=60°$.

Suy ra $A'A=\tan 60°.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.A'A=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V=AA'.S_{ABC}=a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 10. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\dfrac{a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4};V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 11. Cho lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều, biết rằng tất cả các cạnh của lăng trụ bằng a. Thể tích của lăng trụ đó là.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

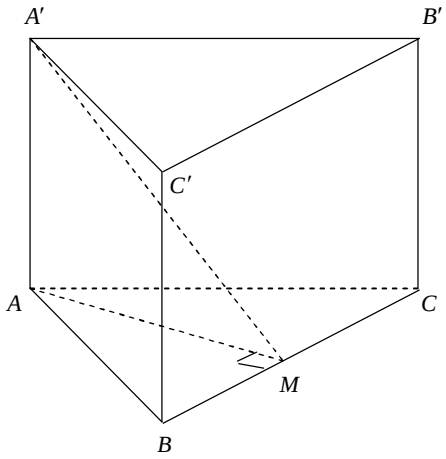
Câu 12. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi M là trung điểm của BC.

Vì $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$.

$S_{\Delta A'BC} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M.BC = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M.2 = 3 \Leftrightarrow A'M = 3.$

$AA' = \sqrt{AM^2 - A'M^2} = \sqrt{3^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{6}.$

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'A = \frac{2^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{6} = 3\sqrt{2}.$

Câu 13. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$ **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$ **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

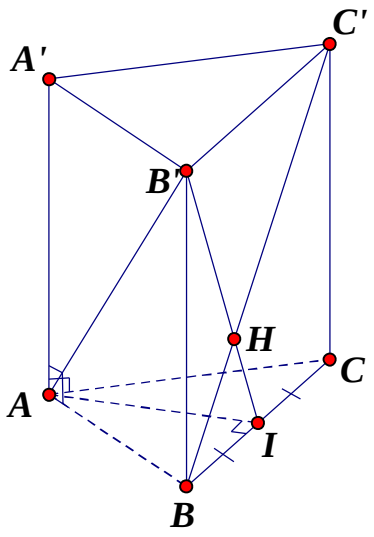
$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 14. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $V = \sqrt{6}a^3$. **B.** $V = \frac{7a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi I là trung điểm AB. Vì $ABCA'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên.

$AI \perp (BB'C'C) \Rightarrow AI \perp BC'$.

Lại có: $AC' \perp BC'$ nên suy ra $BC' \perp (AIB') \Rightarrow BC' \perp B'I$.

Gọi $H = B'I \cap BC'$.

Ta có ΔBHI đồng dạng $\Delta C'HB' \Rightarrow \dfrac{HI}{B'H} = \dfrac{BI}{B'C'} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow B'H = 2HI \Rightarrow B'I = 3HI$.

Xét tam giác vuông $B'BI$ có $BI^2 = HI.B'I = 3HI^2 \Rightarrow HI = \sqrt{\dfrac{BI^2}{3}} = \sqrt{\dfrac{a^2}{12}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $BB' = \sqrt{B'I^2 - BI^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a}{2}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V = S_{\Delta ABC}.BB' = a^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 15. Nếu khối lăng trụ đứng có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và đường chéo mặt bên bằng $4a$ thì khối lăng trụ đó có thể tích bằng.

A. $4a^3$. **B.** $8\sqrt{3}a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường cao của lăng trụ bằng $h = \sqrt{(4a)^2 - (2a)^2} = 2a\sqrt{3}$.

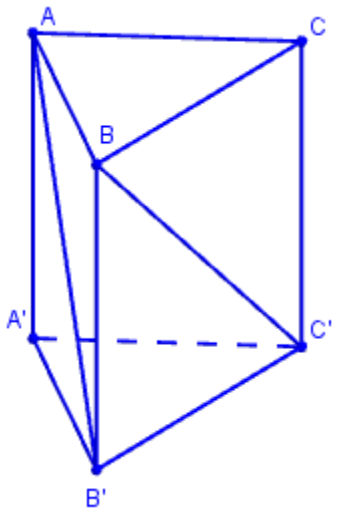
Thể tích khối lăng trụ bằng $V = B.h = (2a)^2.2a\sqrt{3} = 8a^3\sqrt{3}$.

Câu 16. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V = 2\sqrt{6}a^3$. **B.** $V = 2\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = \dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $AA' = x \quad (x > 0)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'} = (\overrightarrow{BB'} - \overrightarrow{BA})(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}) = -\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}^2$.

$= -BA.BC.\cos 60^2 + BB'^2 = x^2 - 2a^2$.

$AB' = BC' = \sqrt{x^2 + 4a^2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Theo đề: $\cos 60^0 = \dfrac{\left|\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'}\right|}{AB'.BC'} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{\left|x^2-2a^2\right|}{\sqrt{x^2+4a^2}.\sqrt{x^2+4a^2}}$

$\Leftrightarrow x^2+4a^2 = 2\left|x^2-2a^2\right|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+4a^2 = 2x^2-4a^2 \\ x^2+4a^2 = -2x^2+4a^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 2a\sqrt{2}$.

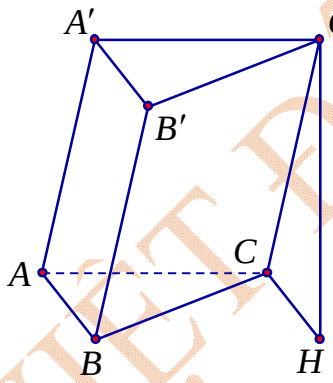
Vậy $V = AA'.\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 2a^3\sqrt{6}$.

Câu 17. Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ và tạo với mặt phẳng đáy một góc 30°. Khi đó thể tích khối lăng trụ là?

A. $\dfrac{27}{4}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Kẻ $C'H \perp (ABC)$ tại $H \Rightarrow \widehat{(CC';(ABC))} = \widehat{C'CH}$.

Bài ra $\widehat{(CC';(ABC))} = 30° \Rightarrow \widehat{C'CH} = 30° \Rightarrow \sin 30° = \dfrac{C'H}{CC'} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow C'H = \dfrac{1}{2}CC' = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = C'H.S_{ABC} = C'H.\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin 60° = \sqrt{3}.\dfrac{1}{2}.3.3.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{27}{4}$.

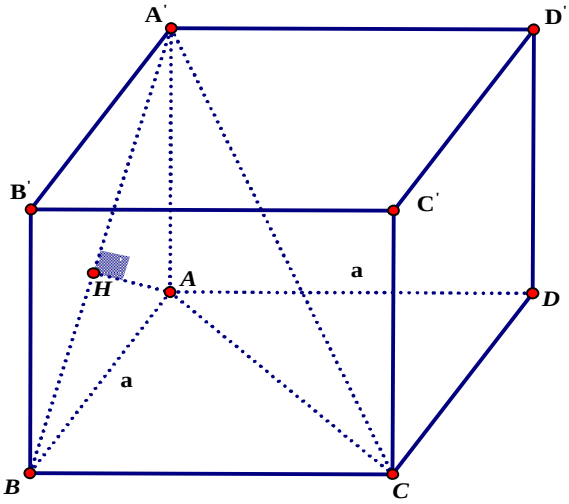
Câu 18. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\dfrac{a}{3}$. Tính thể tích lăng trụ.

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $BC \perp AA', BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (ABA') \Rightarrow (A'BC) \perp (ABA')$.

Kẻ $AH \perp A'B \Rightarrow AH \perp (A'BC)$ $AH = d(A,(A'BC)) = \frac{a}{3}$.

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{A'A^2} \Rightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AB^2} = \frac{8}{a^2}$.

$\Rightarrow A'A = \frac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 19. Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a bằng:

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

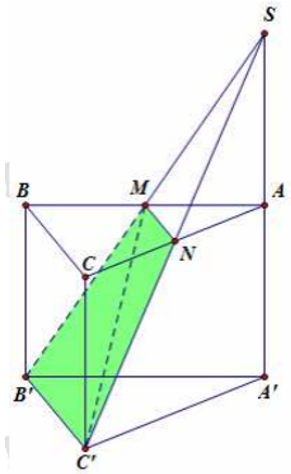
Diện tích đáy là $\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 20. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ và M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(B'C'M)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỷ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{3}{8}$ **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Qua M kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC tại N khi đó thiết diện tạo bởi mặt phẳng $(B'C'M)$ và khối chóp là tứ giác $B'C'NM$

Khi đó thiết diện chia hình lăng trụ thành 2 phần là $BCNMB'C'$ và $AMNA'B'C'$

Gọi S là giao điểm của $C'N$ với AA'

Ta có $\frac{V_{SAMN}}{V_{SA'B'C"}}=\frac{SA}{SA'}.\frac{SM}{SB'}.\frac{SN}{SC'}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{SAMN}=\frac{1}{8}V_{SA'B'C'}$

$\Rightarrow V_{AMNA'B'C'}=\frac{7}{8}V_{SA'B'C'}=\frac{7}{8}.\frac{1}{3}.SA'.S_{A'B'C'}=\frac{7}{8}.\frac{1}{3}.2AA'.S_{A'B'C'}$

$=\frac{7}{12}AA'.S_{A'B'C'}=\frac{7}{12}V_{ABC.A'B'C'}\Rightarrow V_{BCNMB'C'}=\frac{5}{12}V_{ABC.A'B'C'}$

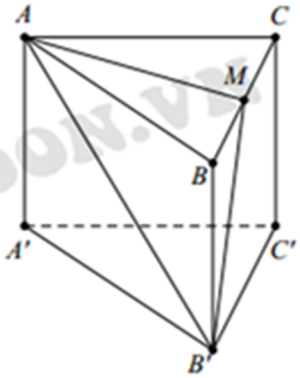
Do đó tỉ số thể tích hai phần là $\frac{7}{12}:\frac{5}{12}=\frac{7}{5}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của $AB\Rightarrow AM\perp BC$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng $\Rightarrow BB'\perp(ABC)\Rightarrow BB'\perp AM$.

Suy ra $AM\perp(BCC'B')\Rightarrow\widehat{(AB',(BCC'B'))}=\widehat{AB'M}=30°$.

Tam giác $AB'M$ vuông tại M, có $\sin\widehat{AB'M}=\frac{AM}{AB'}\Rightarrow AB'=a\sqrt{3}$.

Tam giác $AA'B'$ vuông tại A', có $AA'=\sqrt{AB'^2-A'B'^2}=a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

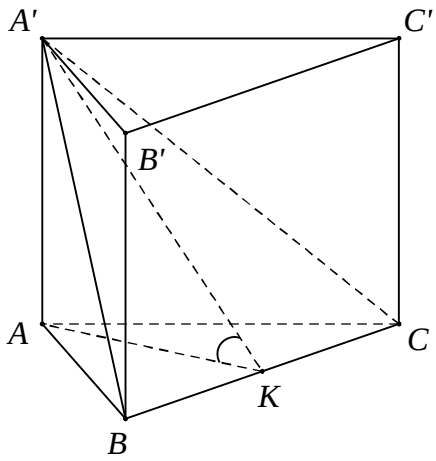
$V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{\Delta ABC}=a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 22. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC), $(A'BC)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi K là trung điểm cạnh BC. Suy ra góc giữa mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ là $\widehat{A'KA}=60°$.

$AK=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường trung tuyến trong tam giác đều).

$AA'=AK.\tan 60°=\dfrac{3a}{2}.$

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$V=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{1}{2}a^2.\sin 60°.\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^3.$

Câu 23. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích là $\dfrac{9}{4}$ thì độ dài mỗi cạnh bằng.

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt[6]{243}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

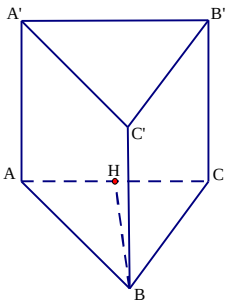
Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi độ dài cạnh là a..

$V=h.S_{\Delta}=h.\dfrac{1}{2}BH.AC=a.\dfrac{a\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{9}{4}$

$\Rightarrow a^3=3\sqrt{3}\Rightarrow a=\sqrt{3}.$



Câu 24. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đáy là tam giác đều cạnh a nên $B=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow V=Bh=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 25. Tính thể tích của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=AA'=a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

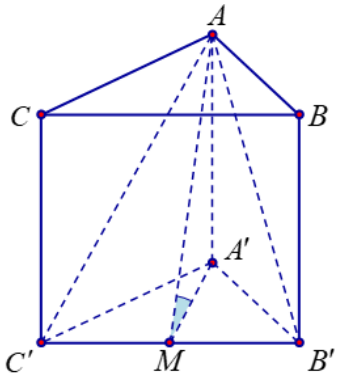
$V = S_{ABC}.AA' = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}.a = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 26. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc $60°$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm $B'C'$. Ta có $\begin{cases} A'M \perp B'C' \\ AA' \perp B'C' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp AM$ nên góc giữa mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy là góc $\widehat{AMA'} = 60°$.

Tam giác $AA'M$ vuông tại A' nên $AA' = A'M.\tan 60^0 = \frac{3a}{2}$

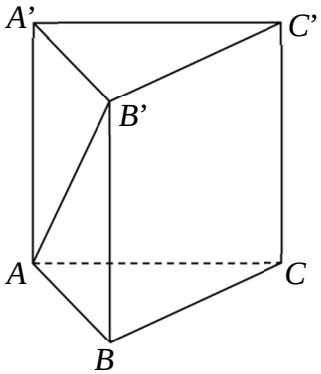
Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AA'.S_{A'B'C'} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 27. Tính thể tích V của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ biết $AB = a$ và $AB' = 2a$.

A. $V = \frac{3a^3}{4}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

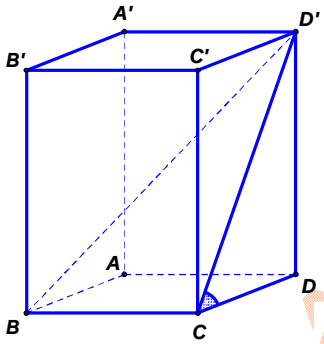
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.BB' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 28. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy $4\sqrt{3}(m)$. Biết mặt phẳng $(D'BC)$ hợp với đáy một góc 60°. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $325m^3$. **B.** $648m^3$. **C.** $478m^3$. **D.** $576m^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Phân tích: $ABCD.A'B'C'D'$ là một hình lăng trụ tứ giác đều, cũng có nghĩa rằng nó là một hình hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh $4\sqrt{3}(m)$.

Ta có $BC \perp CD, BC \perp DD' \Rightarrow BC \perp (CDD'C') \Rightarrow BC \perp CD'$.

Suy ra $\left(\widehat{(D'BC),(ABCD)}\right) = \left(\widehat{CD',CD}\right) = \widehat{D'CD} = 60^o$.

Hướng dẫn giải:

$\Delta D'CD$ vuông tại D nên: $\tan\widehat{D'CD} = \frac{DD'}{CD} \Rightarrow DD' = 4\sqrt{3}.\tan 60^0 = 12(m)$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = DD'.S_{ABCD} = 12.\left(4\sqrt{3}\right)^2 = 576(m^2)$.

Câu 29. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC), $(A'BC)$ bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi K là trung điểm cạnh BC. Suy ra góc giữa mặt phẳng (ABC) và $(A'BC)$ là $\widehat{A'KA} = 60°$.

$AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường trung tuyến trong tam giác đều).

$AA' = AK.\tan 60° = \frac{3a}{2}$..

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$V = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{1}{2}a^2.\sin 60°.\frac{3a}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{8}a^3$.

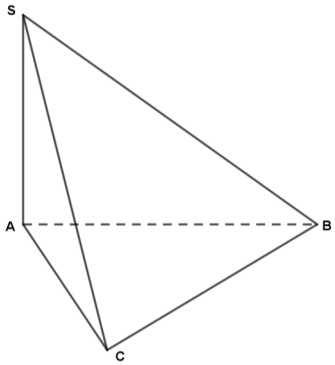
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại C, $AC = a\sqrt{2}$, $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết $SC = 3a$

A. $\frac{2a^3\sqrt{42}}{3}$. **B.** $\sqrt{14}a^3$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$.

Hướng dẫn giải

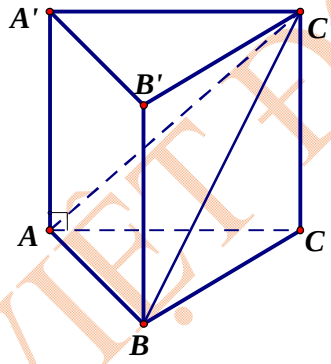
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D



$V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.CA.CB.SA=\frac{1}{6}AC.\sqrt{AB^2-AC^2}.\sqrt{SC^2-AC^2}=\frac{1}{6}a\sqrt{2}.2a.a\sqrt{7}=\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$.

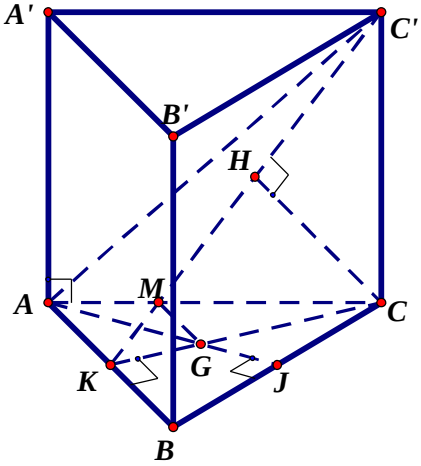
Câu 31. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha=\frac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là



A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi K, J lần lượt là trung điểm của AB, BC.

Gọi x là độ dài cạnh AB.

$AJ=CK=\frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $CH\perp(ABC')\Rightarrow d\left(C,(ABC')\right)=CH=a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mặt khác $AJ \perp (BCC'B')$.

Nên $\left(\widehat{(ABC'),(BCC'B')}\right) = \left(\widehat{CH,AJ}\right) = \alpha = \left(\widehat{CH,AG}\right)$ $(\cos\alpha = \sin\varphi)$.

Ta có $\sin\varphi = \dfrac{MG}{AG} = \dfrac{1}{2\sqrt{3}} \Leftrightarrow MG = \dfrac{AG}{2\sqrt{3}} = \dfrac{2}{3}\dfrac{AJ}{\sqrt{3}.2} = \dfrac{x\sqrt{3}}{2.3\sqrt{3}} = \dfrac{x}{6}$.

$\dfrac{HC}{3} = \dfrac{x}{6} \Leftrightarrow \dfrac{a}{3} = \dfrac{x}{6} \Leftrightarrow x = 2a$.

Mà $d\left(C,(ABC')\right) = CH = a$.

$$\Rightarrow CC' = \frac{CH.CK}{\sqrt{CK^2 - CH^2}} = \frac{a\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - a^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

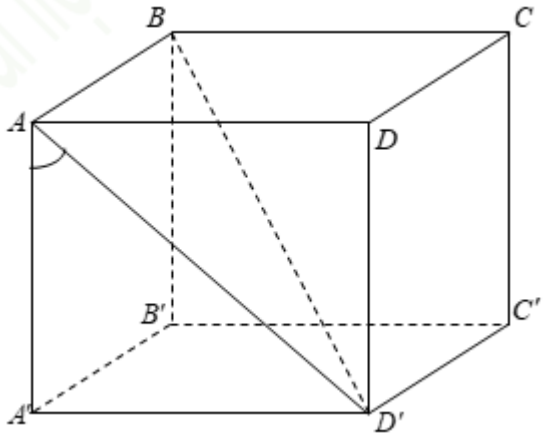
Vậy $V = \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}.CC' = \dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2} = \dfrac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 32. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $(ADD'A') \perp (AB)$ nên góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc AD' và AA' hay $\widehat{A'AD'} = 30°$. Suy ra $AA' = \dfrac{A'D'}{\tan 30°} = a\sqrt{3}$. Vậy thể tích hộp $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{3a^3}{4}$.. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{4}$..

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm, do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$, mà $AM \perp BB'$ nên $AM \perp (BCC'B')$. Suy ra hình chiếu vuông góc của AB' trên $(BCC'B')$ là $B'M$.

Vậy góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc $\widehat{AB'M}$ và $\widehat{AB'M} = 30^0$.

$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB' = a\sqrt{3} \Rightarrow AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = a\sqrt{2}..$

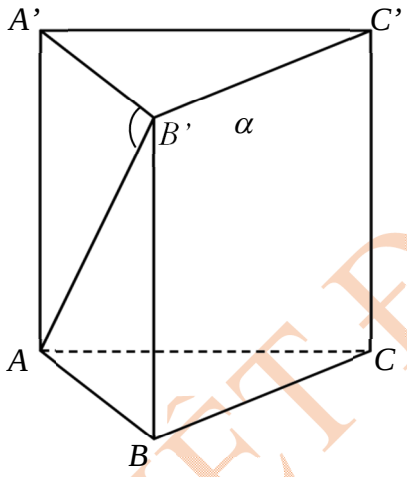
$V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$

Câu 34. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 2. Biết góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng α thỏa $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Góc tạo bởi AB' và $(A'B'C')$.

là góc $\widehat{AB'A'} = \alpha$.

Ta có: $\tan\alpha = \frac{AA'}{A'B'} \Rightarrow A'B' = \frac{AA'}{\tan\alpha} = 2\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{\left(2\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{4}.2 = 4\sqrt{3}$.

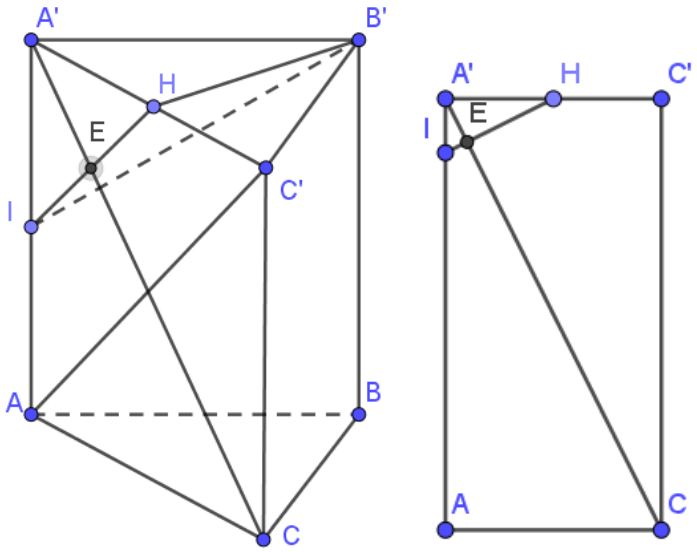
Câu 35. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng (P) qua B' và vuông góc với $A'C$ chia lăng trụ thành hai khối. Biết thể tích của hai khối là V_1 và V_2 với $V_1 < V_2$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{7}$ **B.** $\frac{1}{47}$ **C.** $\frac{1}{23}$ **D.** $\frac{1}{11}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là trung điểm của $A'C'$, giác $\Delta A'B'C'$ đều nên $B'H \perp A'C'$.

Trong $(A'C'CA)$, kẻ $HE \perp A'C$, $HE \cap A'A = I$.

Ta có: $\begin{cases} B'H \perp A'C' \\ HI \perp A'C' \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp (B'HI) \Rightarrow (P) \equiv (B'HI)$.

$\Delta A'EH \# \Delta A'C'C \Rightarrow \dfrac{A'E}{A'H} = \dfrac{A'C'}{A'C} \Rightarrow A'E = \dfrac{A'C'.A'H}{A'C} = \dfrac{a\sqrt{5}}{10}$.

$\Delta A'IH \# \Delta A'C'C \Rightarrow \dfrac{IH}{A'H} = \dfrac{A'C}{C'C} \Rightarrow IH = \dfrac{A'C.A'H}{C'C} = \dfrac{a\sqrt{5}}{4}$.

$S_{B'HI} = \dfrac{1}{2} B'H.HI = \dfrac{a^2\sqrt{15}}{16}$.

$V_1 = \dfrac{1}{3}.S_{B'HI}.A'E = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{15}}{16}.\dfrac{a\sqrt{5}}{10} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'A = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

$V_2 = \dfrac{47}{96}a^3\sqrt{3}$ do đó $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{47}$.

Câu 36. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng $2a$ là.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $4a^3$.

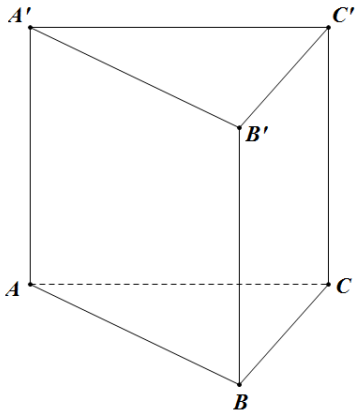
Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử khối lăng trụ đều là $ABC.A'B'C'$ như hình bên.

Tam giác ABC đều cạnh $2a$ có diện tích bằng $S = \dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



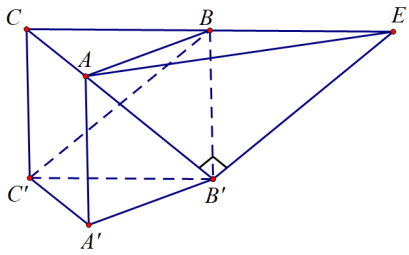
Thể tích khối lăng trụ $V = AA'.S = 2a.a^2\sqrt{3} = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 37. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{7a^3}{8}$. **C.** $V = a^3\sqrt{6}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi E là điểm đối xứng của C qua điểm B. Khi đó tam giác ACE vuông tại A.

$\Rightarrow AE = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Mặt khác, ta có $BC' = B'E = AB'$ nên tam giác $AB'E$ vuông cân tại B'.

$\Rightarrow AB' = \dfrac{AE}{\sqrt{2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra: $AA' = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - a^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

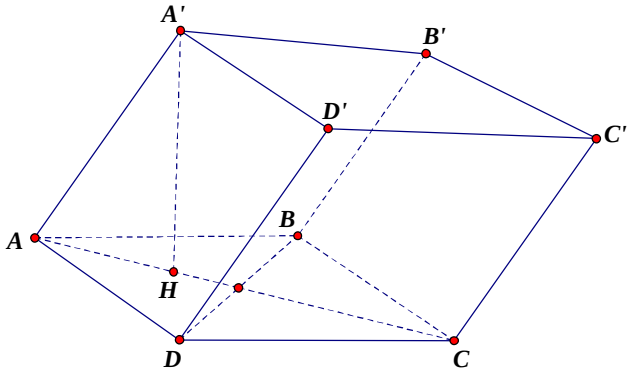
Vậy $V = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 38. Cho lăng trụ $ABCDA'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC} = 120°$. Các cạnh $A'A; A'B; A'D$ cùng tạo với mặt đáy một góc bằng $45°$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\dfrac{a^3}{2}$ **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$ **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



$ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=120^\circ \Rightarrow \Delta ABD$ đều cạnh a, $S_{\Delta ABD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ do đó $S_{ABCD}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Các cạnh $A'A;A'B;A'D$ cùng tạo với mặt đáy một góc bằng 45° nên chóp $A'ABD$ đều đỉnh A' suy ra $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $V_{ABCDA'B'C'D'}=AH.S_{ABCD}=\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\dfrac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

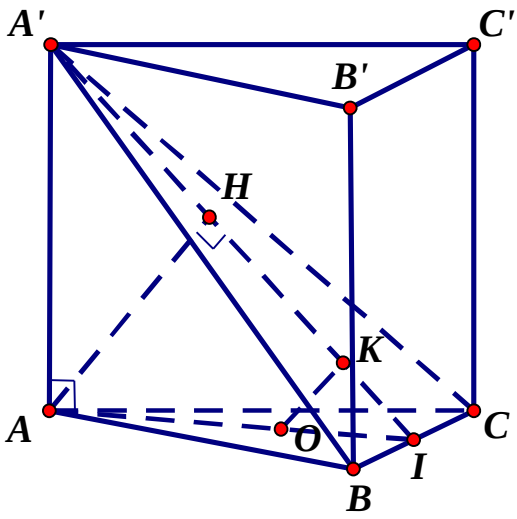
Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích đáy là $B=S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao là $h=d\left((ABC);(A'B'C')\right)=AA'$.

Do tam giác ABC là tam giác đều nên O là trọng tâm của tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của A lên $A'I$ ta có $AH\perp(A'BC)\Rightarrow d\left(A;(A'BC)\right)=AH$



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\frac{d\left(O;\left(A'BC\right)\right)}{d\left(A;\left(A'BC\right)\right)}=\frac{IO}{IA}=\frac{1}{3}\Rightarrow d\left(O;\left(A'BC\right)\right)=\frac{d\left(A;\left(A'BC\right)\right)}{3}=\frac{AH}{3}=\frac{a}{6}\Rightarrow AH=\frac{a}{2}$$

Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A ta có:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AA'^2}+\frac{1}{AI^2}\Rightarrow\frac{1}{AA'^2}=\frac{1}{AH^2}-\frac{1}{AI^2}\Rightarrow AA'=\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của lăng trụ.

A. $V=2a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=a^3\sqrt{3}$. **D.** $V=3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích đáy tam giác đều $S=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Thể tích lăng trụ $V=S.h=a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3}=3a^3$.

Câu 41. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}a^2$. Thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=3a^3$. **B.** $V=\frac{3}{4}a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{1}{4}a^3$.

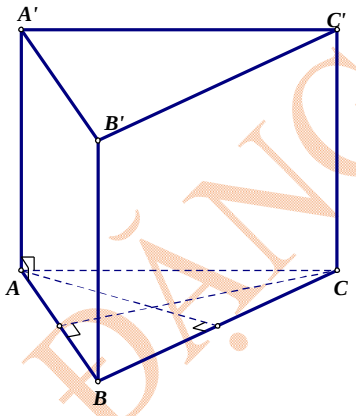
Hướng dẫn giải

Chọn A

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $S_{ABB'A'}=S_{ACC'A'}=S_{BCC'B'}$

$\Rightarrow S_{xp}=3S_{ABB'A'}=3AB.AA'=6a.AA'=6\sqrt{3}a^2\Leftrightarrow AA'=a\sqrt{3}$

Do đó $V=AA'.S_{ABC}=a\sqrt{3}.\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=3a^3$



Câu 42. Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì lăng trụ đứng nên đường cao bằng a.

Vì đáy là tam giác đều nên diện tích đáy: $S_{ABC}=\frac{(2a)^2.\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Thể tích: $V=S_{ABC}.a=a^2\sqrt{3}.a=a^3\sqrt{3}$.

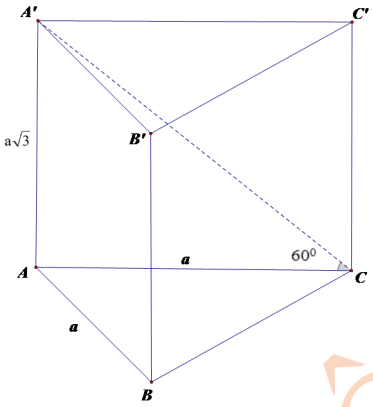
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 43. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, $A'C$ hợp với mặt đáy (ABC) một góc $60°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng:

A. $\frac{3a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



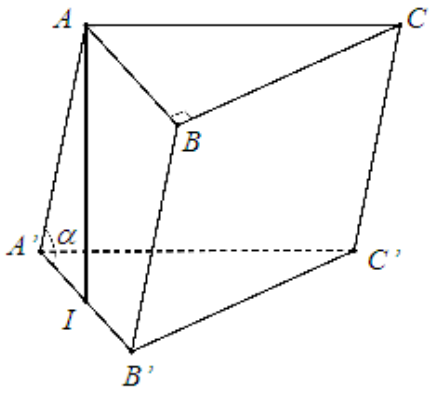
$V = A'A.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 44. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, cạnh huyền $AC = 2a$. Hình chiếu của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm I của $A'B'$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy $(A'B'C')$ bằng $60°$ là góc $\widehat{AA'I} = 60°$.

Ta có: $AC = 2a$ nên $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} \Rightarrow A'I = \frac{A'B'}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AI.S_{ABC} = A'I.\tan 60°.\frac{AB^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

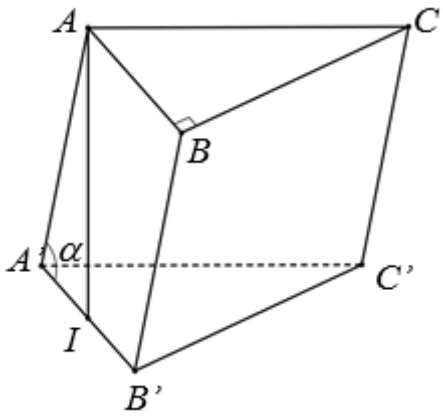
Câu 45.. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, cạnh huyền $AC = 2a$. Hình chiếu của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm I của $A'B'$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy $(A'B'C')$ bằng $60°$ là góc $\widehat{AA'I} = 60°$.

Ta có: $AC = 2a$ nên $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} \Rightarrow A'I = \frac{A'B'}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

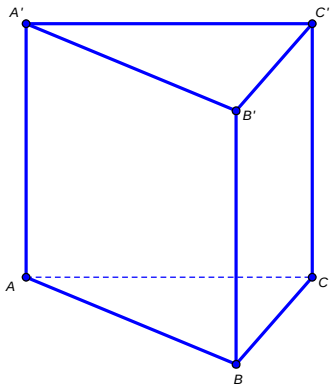
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AI.S_{ABC} = A'I.\tan 60°.\frac{AB^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $V = Bh = S_{ABC}.AA' = a\sqrt{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 47. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đáy lăng trụ là tam giác đều cạnh $a\sqrt{2} \longrightarrow S_{day} = \dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

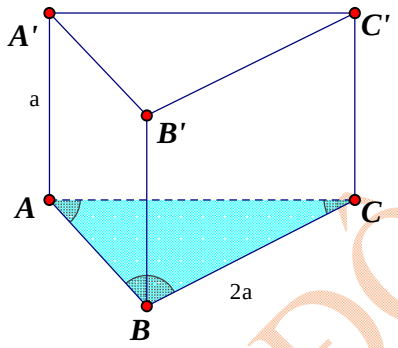
$\Rightarrow V = S_{day}.AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}.$

Câu 48. Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}.$ **C.** $V = a^3\sqrt{3}.$ **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Hướng dẫn giải

Chọn C



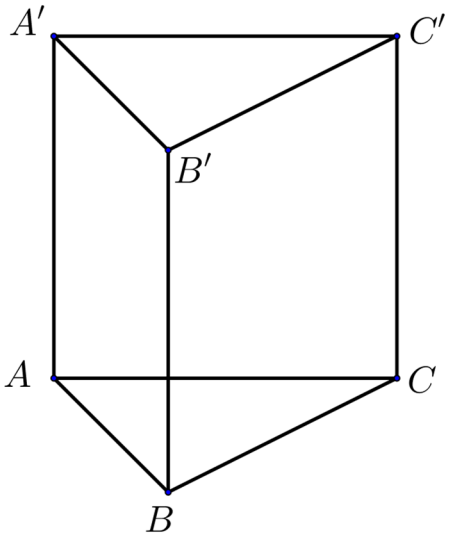
Ta có $V = S_{ABC}.AA' = \dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.a = a^3\sqrt{3}.$

Câu 49. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}.$ **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}.$ **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

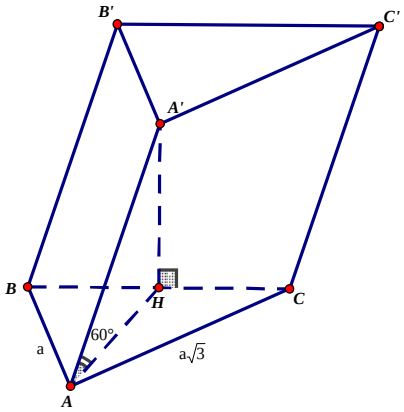
Câu 50. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC. Góc giữa AA' và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2a \Rightarrow AH=\dfrac{BC}{2}=a$.

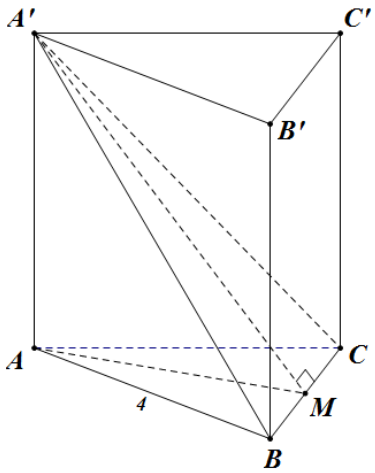
$A'H=AH.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$; $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ Vậy, $V=a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 51. Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là ΔABC đều cạnh $a=4$ và biết $S_{\Delta A'BC}=8$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC. Ta có $S_{A'BC}=\dfrac{1}{2}A'M.BC \Rightarrow A'M=\dfrac{2S_{A'BC}}{BC}=\dfrac{2.8}{4}=4$

Vì AM là đường trung tuyến của tam giác đều cạnh bằng 4 nên $AM=\dfrac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông $A'AM$ ta có $AA'=\sqrt{A'M^2-AM^2}=\sqrt{16-12}=2$.

Thể tích khối lăng trụ $V=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{4^2\sqrt{3}}{4}.2=8\sqrt{3}$.

Câu 52. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $A'B$ tạo với đáy một góc 45°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

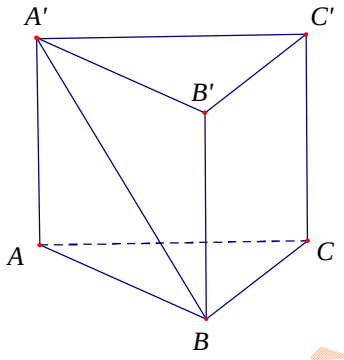
B. $V_{ABC.A'B'C'}=a^3\sqrt{3}$.

C. $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^3}{6}$.

D. $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{2a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

Tam giác ABC đều $\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Góc giữa $\left(\widehat{A'B,(ABC)}\right)=\widehat{A'BA}=45^0\Rightarrow \Delta A'AB$ vuông cân tại A.

$\Rightarrow A'A=AB=a$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ (đvtt).

Câu 53. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

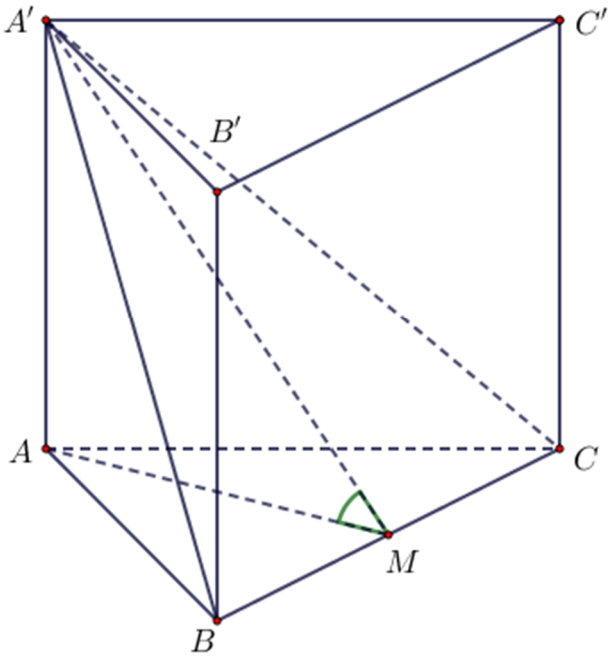
B. $\dfrac{3a^3}{8}$.

C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (AMA') \Rightarrow BC \perp MA'$

Ta có $(ABC) \cap (A'BC) = BC$, $AM \perp BC$, $BC \perp MA'$

$\Rightarrow \left(\widehat{(ABC),(A'BC)} \right) = \left(\widehat{AM, A'M} \right) = \widehat{AMA'} = 45^\circ \Rightarrow AM = AA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $V = AA'.S_{ABC} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^3}{8}$.

Câu 54. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết đường chéo của mặt bên là $a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $AB = a$, $A'B = a\sqrt{3} \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.(AB)^2 = a^3\sqrt{2}$.

Câu 55. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC là tam giác đều cạnh bằng a, góc giữa $(AB'C')$ và $(A'B'C')$ bằng 60°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Khi đó dễ dàng xác định được $\widehat{AMA'} = 60^0$.

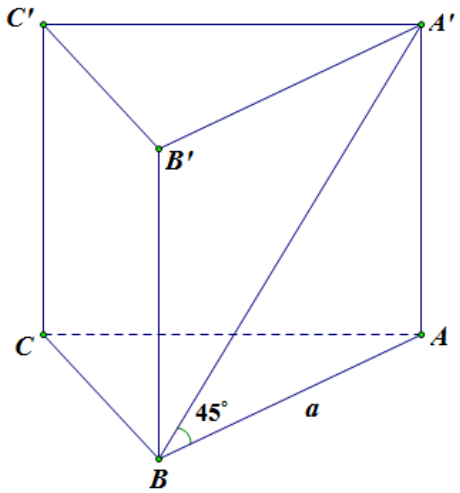
Suy ra $AA' = A'M.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{3a}{2}$. Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 56. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45°. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Theo giả thiết, ta có $AA' \perp (ABC) \Rightarrow BA$ là hình chiếu vuông góc của $A'B$ trên (ABC)

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) là $\widehat{ABA'} = 45^\circ$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do $\Delta ABA'$ vuông cân tại $A \Rightarrow AA' = AB = a$

Vậy thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ .là $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 57. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V = Bh = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 58. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là:

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

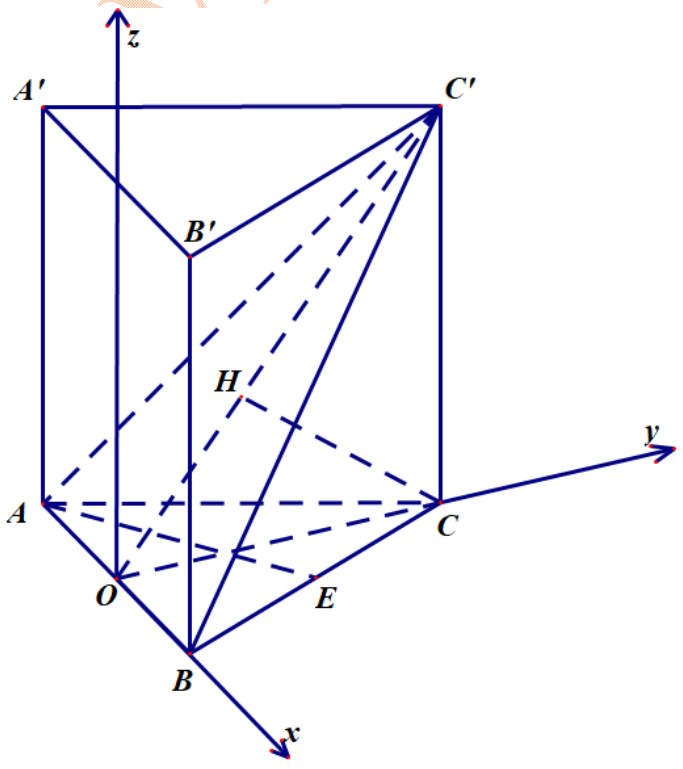
$V = a.\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 59. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \dfrac{1}{2\sqrt{3}}$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $a^3\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $3a^3\dfrac{\sqrt{2}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi O là trung điểm của AB, E là trung điểm của BC

Trong $mp(C'CO)$ kẻ $CH \perp C'O$ tại H

Khi đó $d\left(C,\left(ABC'\right)\right)=CH=a$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, gọi $2x$ là độ dài cạnh của tam giác ABC ta có

$$\frac{1}{CH^2}=\frac{1}{C'C^2}+\frac{1}{CO^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C'C^2}=\frac{1}{CH^2}-\frac{1}{CO^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{\left(\frac{2x\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{3x^2-a^2}{3a^2x^2}$$

$$\Rightarrow C'C=\frac{\sqrt{3x^2-a^2}}{ax\sqrt{3}}$$

Khi đó,

$A(-x;0;0)$, $B(x;0;0)$, $C\left(0;x\sqrt{3};0\right)$, $C'\left(0;x\sqrt{3};\frac{\sqrt{3x^2-a^2}}{ax\sqrt{3}}\right)$, $E\left(\frac{x}{2};\frac{x\sqrt{3}}{2};0\right)$

VTPT của mặt phẳng $\left(ABC'\right)$ là $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{OC'},\overrightarrow{AB}\right]=\left(0;-\frac{2ax^2\sqrt{3}}{\sqrt{3x^2-a^2}};2x^2\sqrt{3}\right)$

VTPT của mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ là $\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{AE}=\left(\frac{3x}{2};\frac{x\sqrt{3}}{2};0\right)$

$$\cos\alpha=\frac{1}{2\sqrt{3}}\Leftrightarrow\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\Leftrightarrow\frac{\left|\frac{3ax^3}{\sqrt{3x^2-a^2}}\right|}{\sqrt{\frac{12a^2x^4}{3x^2-a^2}+12x^4}.\sqrt{\frac{9x^2}{4}+\frac{3x^2}{4}}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\Leftrightarrow x=a$$

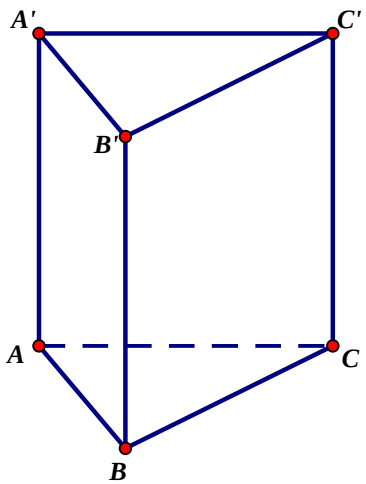
$$V_{ABC.A'B'C'}=C'C.S_{\Delta ABC}=\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2\sqrt{3}=\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 60. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC đều cạnh bằng a và chu vi của mặt bên $ABB'A'$ bằng $6a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Chu vi của hình chữ nhật $2\left(AB+AA'\right)=6a\Rightarrow AA'=2a$

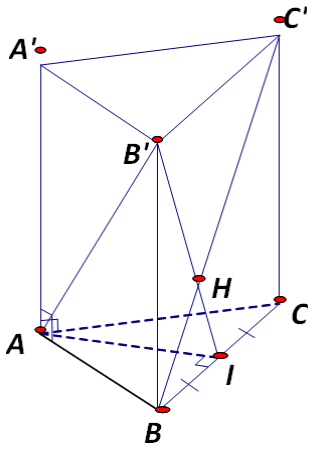
Thể tích khối lăng trụ $V = Bh = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 61. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và AB' vuông góc với BC'. Thể tích của lăng trụ đã cho là.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC. Vì $ABCA'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên.

$AI \perp (BB'C'C) \Rightarrow AI \perp BC'$.

Lại có giả thiết $AC' \perp BC'$ nên suy ra $BC' \perp (AIB') \Rightarrow BC' \perp B'I$.

Gọi $H = B'I \cap BC'$.

Ta có ΔBHI đồng dạng $\Delta C'HB' \Rightarrow \frac{HI}{B'H} = \frac{BI}{B'C'} = \frac{1}{2} \Rightarrow B'H = 2HI \Rightarrow B'I = 3HI$.

Xét tam giác vuông $B'BI$ có $BI^2 = HI.B'I = 3HI^2 \Rightarrow HI = \sqrt{\frac{BI^2}{3}} = \sqrt{\frac{a^2}{12}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $BB' = \sqrt{B'I^2 - BI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V = S_{\Delta ABC}.BB' = a^2\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

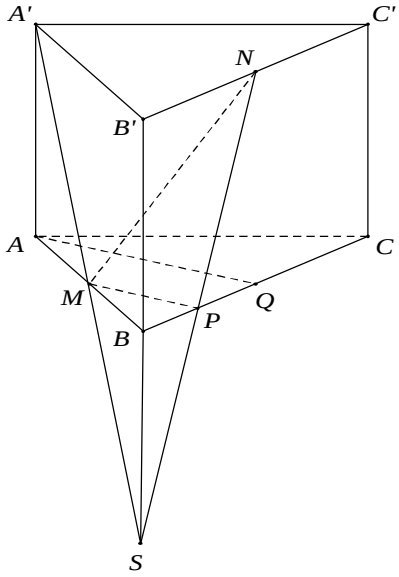
Câu 62. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P. Thể tích khối đa diện $MBP.A'B'N$ bằng.

A. $\frac{7\sqrt{3}a^3}{68}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{32}$. **C.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi Q là trung điểm của BC. Suy ra $AQ \parallel A'N \Rightarrow MP \parallel AQ \Rightarrow P$ là trung điểm của BQ.

Ta có $BB', A'M, NP$ đồng quy tại S và B là trung điểm của $B'S \Rightarrow SB' = 2a$.

$S_{A'B'N} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'N} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

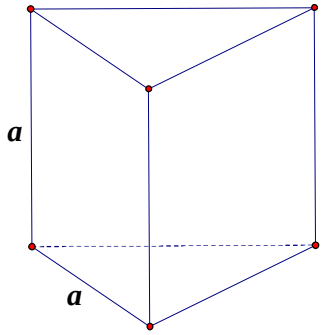
$V_{SMNP} = \dfrac{1}{8}V_{SA'B'N} \Rightarrow V_{MBPA'B'N} = \dfrac{7}{8}V_{SA'B'N} = \dfrac{7\sqrt{3}a^3}{96}$.

Câu 63. Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Thể tích của (H) bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



* Đáy lăng trụ là tam giác đều cạnh a nên có diện tích là $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, đường cao $h = a$.

* Vậy thể tích khối lăng trụ $V = S.h = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

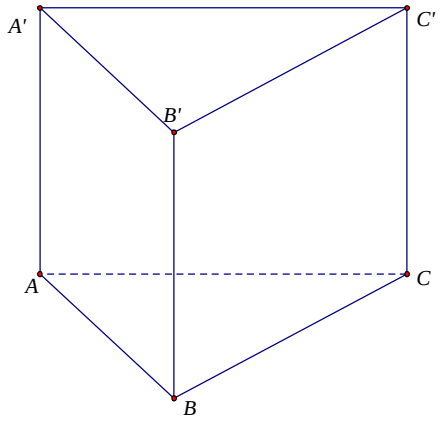
Câu 64. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và mỗi mặt bên có diện tích bằng $4a^2$. Thể tích khối lăng trụ đó là

A. $2a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Do $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ tam giác đều nên $ABB'A'$ là hình chữ nhật.

Mặt khác mỗi mặt bên có diện tích bằng $4a^2$ nên

$AB.AA' = 4a^2 \Leftrightarrow AA' = \dfrac{4a^2}{AB} \Leftrightarrow AA' = \dfrac{4a^2}{a\sqrt{2}} \Leftrightarrow AA' = 2\sqrt{2}a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

$V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{2}AB.AB.\sin 60°.AA' = \dfrac{1}{2}a\sqrt{2}.a\sqrt{2}.\sin 60°.2\sqrt{2}a = a^3\sqrt{6}$.

[DS11.C5.2.D0.d](THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa- Lần 1- 2017 - 2018 - BTN) Gọi k_1, k_2, k_3 lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ tại $x = 2$ và thỏa mãn $k_1 = k_2 = 2k_3 \neq 0$ khi đó

A. $f(2) < \dfrac{1}{2}$..

B. $f(2) \leq \dfrac{1}{2}$..

C. $f(2) \geq \dfrac{1}{2}$..

D. $f(2) > \dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Theo đề bài ta có $k_1 = k_2 = f'(2) = g'(2)$. $k_3 = \dfrac{f'(2)g(2) - g'(2)f(2)}{g^2(2)}$.

Theo đề bài ta có $k_1 = k_2 = 2k_3 \neq 0$ nên ta có phương trình

$\dfrac{f'(2)\left[g(2) - f(2)\right]}{g^2(2)} = \dfrac{1}{2}f'(2) \Leftrightarrow g^2(2) - 2g(2) + 2f(2) = 0$.

Do $g(2)$ là một giá trị thuộc tập giá trị của hàm số nên phương trình

$g^2(2) - 2g(2) + 2f(2) = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 1 - 2f(2) \geq 0 \Leftrightarrow f(2) \leq \dfrac{1}{2}$.

Câu 65. Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a. Biết đường chéo của mặt bên là $a\sqrt{3}$. Khi đó, thể tích khối lăng trụ bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $a^3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B .

Ta có $AB = a$, $A'B = a\sqrt{3} \Rightarrow AA' = a\sqrt{2}$

$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.(AB)^2 = a^3\sqrt{2}$.

Câu 66. Khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a thì có thể tích bằng

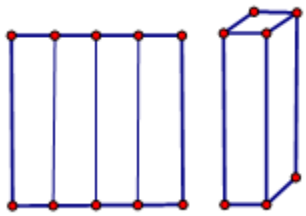
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều: $V = h.S = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 67. Từ một ảnh giấy hình vuông cạnh là $4cm$, người ta gấp nó thành bốn phần đều nhau rồi dựng lên thành bốn mặt xung quanh của hình hình lăng trụ tứ giác đều như hình vẽ. Hỏi thể tích của khối lăng trụ này là bao nhiêu.



A. $\frac{64}{3}cm^3$ **B.** $16cm^3$. **C.** $\frac{4}{3}cm^3$ **D.** $4cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đáy là hình vuông có cạnh bằng 1 nên diện tích đáy: $S = 1cm^2$.

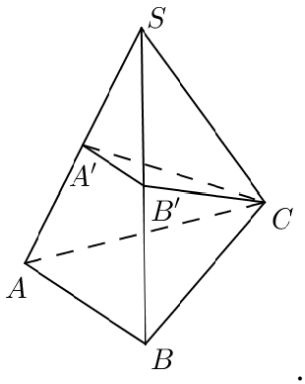
Thể tích lăng trụ là: $V = h.S = 4cm^3$

Câu 68. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ đáy hình có cạnh bằng a, đường chéo AC' tạo với mặt bên $(BCC'B')$ một góc α $(0 < \alpha < 45^0)$. Tính thể tích của lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $a^3\sqrt{\cot^2\alpha + 1}$. **B.** $a^3\sqrt{\tan^2\alpha - 1}$. **C.** $a^3\sqrt{\cos 2\alpha}$. **D.** $a^3\sqrt{\cot^2\alpha - 1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có ngay $\widehat{AC'B} = \alpha$.

Tam giác ABC' vuông tại B và $\widehat{AC'B} = \alpha \Rightarrow BC' = \frac{a}{\tan\alpha} = a\cot\alpha..$

Áp dụng định lý Pytago thì $CC' = \sqrt{BC'^2 - BC^2} = a\sqrt{\cot^2\alpha - 1}..$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

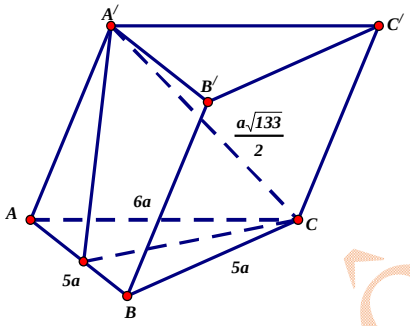
Thể tích khối lăng trụ $V = BC.CD.CC' = a^3\sqrt{\cot^2\alpha - 1}$..

Câu 69. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = BC = 5a$, $AC = 6a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB và $A'C = \frac{a\sqrt{133}}{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a..

A. $V = 12\sqrt{133}a^3$. **B.** $V = 4\sqrt{133}a^3$. **C.** $V = 12a^3$. **D.** $V = 36a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của AB.

☑ Tam giác ΔABC có $HC^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{97a^2}{4}$.

☑ Trong $\Delta A'HC$ ta có $A'H = \sqrt{A'C^2 - HC^2} \Rightarrow A'H = 3a = h$.

☑ Diện tích đáy $S = 12a^2$ (dùng công thức Hê – rông).

☑ Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S.h = 12a^2.\frac{6a}{2} = 36a^3$.

Câu 70. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ là.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{5}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đều nên đáy ABC là tam giác đều cạnh a.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}$..

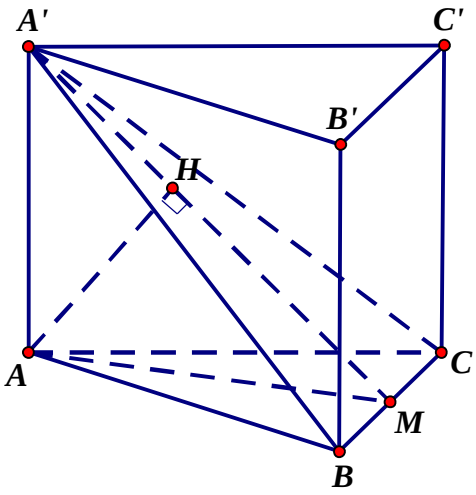
Câu 71. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy là a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{48}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi M là trung điểm BC, H là hình chiếu của A trên $A'M$. Nhận xét $d\left(A,\left(A'BC\right)\right)=AH$.

Tam giác $AA'M$ vuông tại A nên có:

$$\frac{1}{A'A^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{AH^2}\Rightarrow\frac{1}{A'A^2}+\frac{4}{3a^2}=\frac{4}{a^2}\Rightarrow\frac{1}{A'A^2}=\frac{8}{3a^2}\Rightarrow AA'=\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.$$

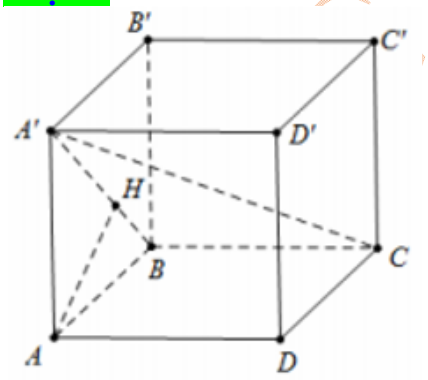
Thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 72. Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{5}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ bằng $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{5a^3\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{6a^3\sqrt{3}}{5}$. **C.** $2a^3\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dựng $AH\perp A'B$. Do $\begin{cases}AH\perp BC\\AH\perp A'B\end{cases}\Rightarrow AH\perp\left(A'BC\right)$

Do đó $d\left(A,\left(A'BC\right)\right)=AH=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Mặt khác $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AA'^2}+\frac{1}{AB^2}\Rightarrow AA'=\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

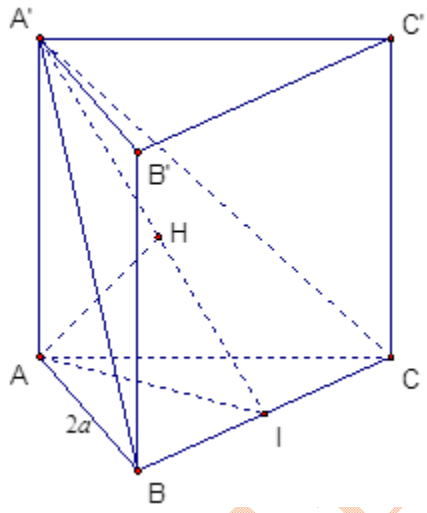
Suy ra $V_{ABCD.A'B'C'D'}=AA'.S_{ABCD}=\frac{5a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 73. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Khi đó thể tích lăng trụ bằng.

A. $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC. H là hình chiếu của A lên $A'I$.

$\left.\begin{array}{l} AI\perp BC \\ AA'\perp BC \end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp(AA'I)\Rightarrow (A'BC)\perp(AA'I)$ theo giao tuyến $A'I$

$AH\perp A'I;\ AH\subset(AA'I)$

$\Rightarrow AH\perp(A'BC)$

$\Rightarrow d(A;(A'BC))=AH=\frac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Delta A'AI$ vuông tại A:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AI^2}+\frac{1}{AA'^2}3.\Rightarrow\frac{1}{AA'^2}=\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2}-\frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}\Rightarrow AA'=a\sqrt{3}$$

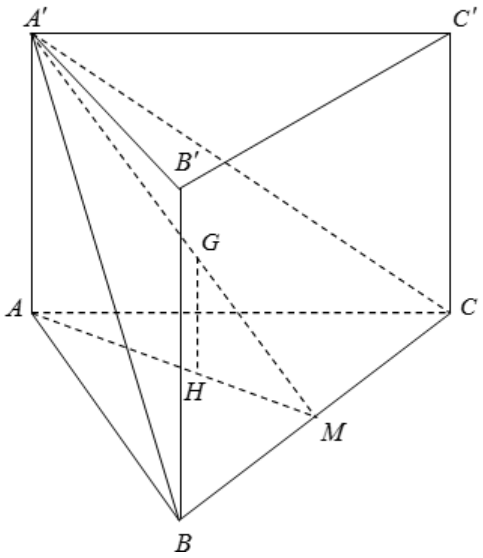
$$V=S_{ABC}.AA'=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=3a^3.$$

Câu 74. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=\frac{3a}{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích tứ diện $GABC$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



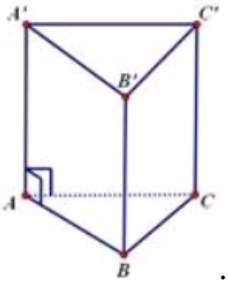
$V_{G.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.d\left[G;(ABC)\right]=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.\frac{1}{3}.d\left[A';(ABC)\right]=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.\frac{1}{3}AA'=\frac{1}{9}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 75. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA'=BC=a$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



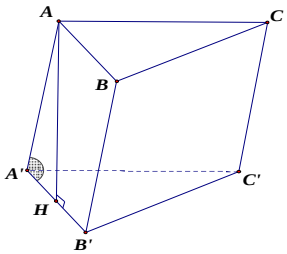
$S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Khi đó $V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 76. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên tạo với mặt phẳng bằng 45^0. Hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm của $A'B'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ theo a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của $A'B$, theo đề ta suy ra:
$AH\perp(A'B'C')$.

$\Rightarrow \widehat{AA'H} = 45^0$ khi đó $AH = A'H.\tan 45^0 = \frac{a}{2}$.

Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 77. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác cân tại A; $AB = 2a$; $\widehat{BAC} = 120^0$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mp(ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Tính thể tích khối chóp $A'.BB'C'C$?

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi là H trung điểm của cạnh $BC.$.

Xét tam giác $ABC.$ có $BH = 2a.\sin 60^\circ = a\sqrt{3}$; $AH = 2a.\cos 60^\circ = a;$.

Xét tam giác $A'HA.$ vuông tại H có $A'H = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$.

Ta có: $V_{lt} = h \cdot S$.

Trong đó $h = A'H = a\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \sqrt{3}a^2$.

Vậy $V_{lt} = 3a^3. \Rightarrow V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a^3 = a^3$.

Mặt khác $V_{A'.BCB'C'} = V_{lt} - V_{A'.ABC} = 3a^3 - a^3 = 2a^3$.

Câu 78. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Hỏi thể tích khối lăng trụ là:

A. 64. **B.** 80. **C.** 100. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5 nên có chiều cao $h = 5$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{ABCD}.h = 4^2.5 = 80$.

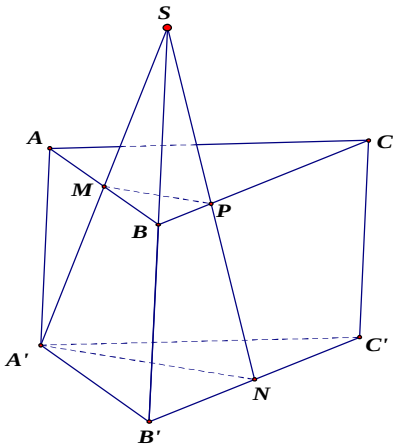
Câu 79. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P. Tính thể tích của khối đa diện $MBP.A'B'N$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{96}$. **D.** $\frac{7\sqrt{3}a^3}{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi S là giao điểm của $A'M$ và BB', khi đó P là giao điểm SN và BC.

Ta có $\frac{V_{SMBP}}{V_{SA'B'N}}=\frac{SM}{SA'}.\frac{SB}{SB'}.\frac{SP}{SN}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{MBP.A'B'N}=\frac{7}{8}V_{SA'B'N}=\frac{7}{8}.$

$V_{SA'B'N}=\frac{1}{3}SB'.S_{\Delta A'B'N}=\frac{1}{3}SB'.\frac{1}{2}A'B'.B'N\sin 60^\circ=\frac{1}{6}2a.a.\frac{a}{2}\sin 60^\circ=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

$\Rightarrow V_{MBP.A'B'N}=\frac{7}{8}V_{SA'B'N}=\frac{7a^3\sqrt{3}}{96}.$

Câu 80. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $\widehat{ACB}=60^\circ$, $BC=a$, $AA'=2a$. Cạnh bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30°.Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Trong tam giác ABC vuông tại B ta có:

$\tan 60^\circ=\frac{AB}{BC}\Rightarrow AB=BC.\sqrt{3}=a\sqrt{3}$.

Diện tích đáy: $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{a^2.\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC). Góc giữa cạnh bên AA' và đáy là $\widehat{A'AH}=30^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'HA$ ta có:

$A'H=AA'.\sin 30^\circ=2a.\frac{1}{2}=a$.

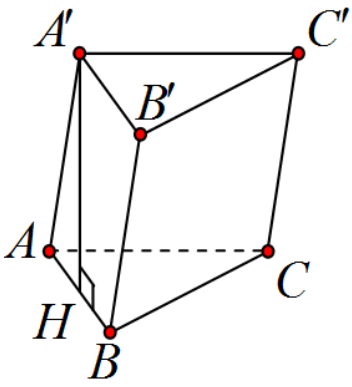
Thể tích lăng trụ là: $V=A'H.S_{ABC}=a.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3.\sqrt{3}}{2}$.

Câu 81. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB, cạnh $AA'=\frac{a\sqrt{10}}{2}$. Tính theo a tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



H là trung điểm của AB và $AB = a$ nên $AH = \frac{a}{2}$.

Trong $\Delta AA'H$ có

$A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2}$

$= \sqrt{\frac{10a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{3a}{2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 82. Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ.

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$V = AA'.S_{ABC} = a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 83. Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng $2a$ .Thể tích khối lăng trụ đều là:

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$V = B.h = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.(2a) = 2\sqrt{3}a^3$.

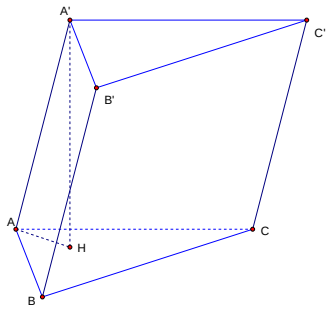
Câu 84. Một hình lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên bằng b và tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của khối lăng trụ đó là

A. $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\cos\alpha$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\cos\alpha$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^2b\sin\alpha$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2b\sin\alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là hình chiếu của A' lên (ABC).

Lúc đó góc giữa AA' với (ABC) là $\widehat{A'AH}=\alpha$.

Trong $\Delta A'AH$ có $\sin\alpha=\dfrac{A'H}{AA'}\Rightarrow A'H=b\sin\alpha$.

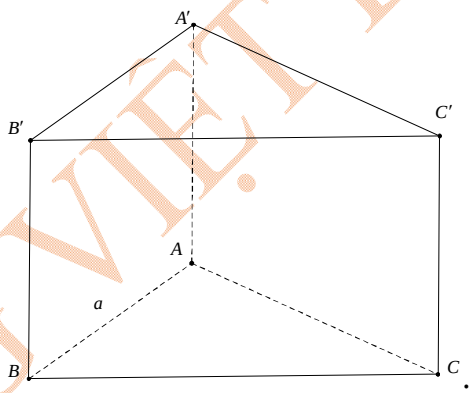
$V_{ABC.A'B'C'}=A'H.S_{\Delta ABC}=b\sin\alpha.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2b\sqrt{3}}{4}\sin\alpha$.

Câu 85.] Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a Thể tích của (H) bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thể tích của (H) bằng $V=a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 86. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. $AA'=a\sqrt{7}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{24}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+ Diện tích đáy: $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

+ Chiều cao $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\dfrac{5a}{2}$.

$V=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{5a}{2}=\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{8}$.

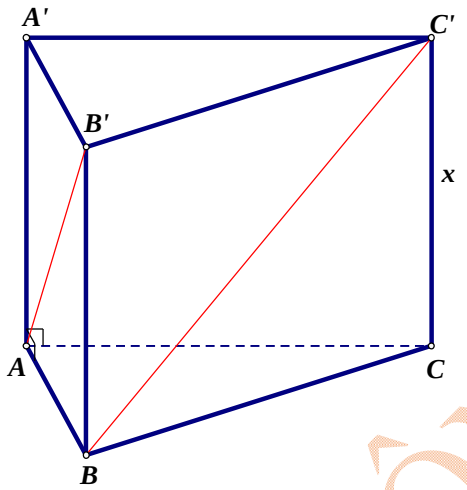
Câu 87. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB'\perp BC'$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ trên sẽ là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B.** $V=\dfrac{7a^3}{8}$. **C.** $V=\sqrt{6}a^3$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{BC'}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}\right).\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}\right)=-\dfrac{1}{2}a^2+x^2=0\Leftrightarrow x=A'A=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích lăng trụ là $V=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

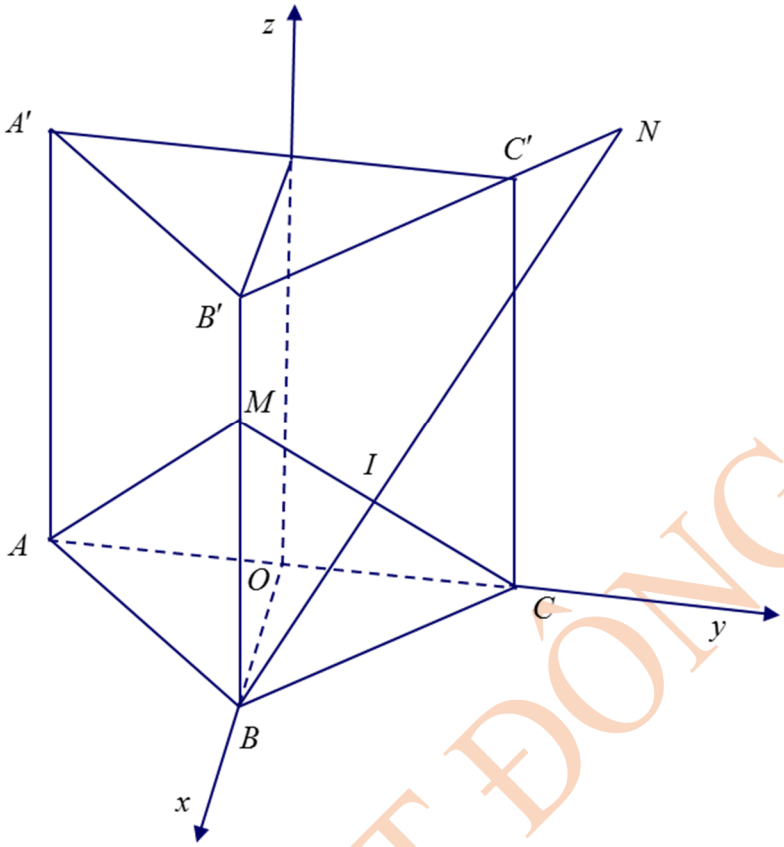
Câu 88. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. M,N là hai điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB'}=\vec{0};\overrightarrow{NB'}=3\overrightarrow{NC'}$. Biết hai mặt phẳng (MCA) và (NAB) vuông góc với nhau. Tính thể tích của hình lăng trụ.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$ **B.** $\dfrac{9a^3\sqrt{2}}{8}$ **C.** $\dfrac{9a^3\sqrt{2}}{16}$ **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ

Ta có $A\left(0;-\frac{a}{2};0\right)$, $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;0\right)$, $C\left(0;\frac{a}{2};0\right)$, $M\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;\frac{2h}{3}\right)$, $I\left(\frac{a\sqrt{3}}{4};\frac{a}{4};\frac{h}{3}\right)$

$\overrightarrow{AB}=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2};0\right)$, $\overrightarrow{BI}=\left(-\frac{a\sqrt{3}}{4};\frac{a}{4};\frac{h}{3}\right)\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BI}\right]=\left(\frac{ah}{6};\frac{ah\sqrt{3}}{6};\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\right)$

$\overrightarrow{AC}=(0;a;0)$, $\overrightarrow{AM}=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2};\frac{2h}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AM}\right]=\left(\frac{2ah}{3};0;\frac{-a^2\sqrt{3}}{2}\right)$

Ta có $(NAB)\perp(MAC)\Leftrightarrow\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow\frac{2a^2h^2}{6.3}-\frac{3a^4}{8}=0\Leftrightarrow h=\frac{3a\sqrt{6}}{4}$

$V_{ABC.A'B'C'}=\frac{3a\sqrt{6}}{4}.\frac{1}{2}.a.a.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 89. Cho (H) là hình lăng trụ xiên $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạch a, hình chiếu vuông góc A' lên đáy trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'A$ hợp đáy bằng $60°$. Thể tích của (H) bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

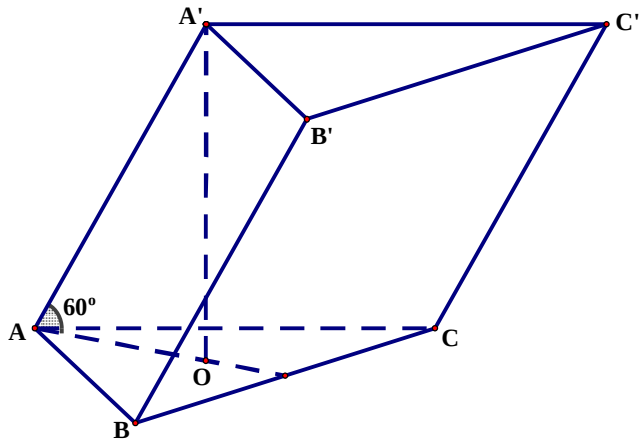
$S_{\Delta ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi O là hình chiếu của A' lên $mp(ABC)$, I là trung điểm của BC.

Góc giữa AA' và $mp(ABC)$ là góc $\widehat{A'AO}=60°$.

$AO = \frac{2}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $A'O = AO.\tan 60° = a$.

$V_{(H)} = S_{\Delta ABC}.A'O = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



.

Câu 90. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của lăng trụ.

A. $V = 2a^3\sqrt{3}$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = a^3\sqrt{3}$. **D.** $V = 3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích đáy tam giác đều $S = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích lăng trụ $V = S.h = a^2\sqrt{3}.a\sqrt{3} = 3a^3$.

Câu 91. Cho hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng a. Thể tích khối lăng trụ đều là

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có hình lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều. Gọi hình lăng trụ cần tính thể tích là ABCA'B'C'.

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC\sin A = \frac{1}{2}a.a.\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$

$V_{ABCA'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = a.\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}$

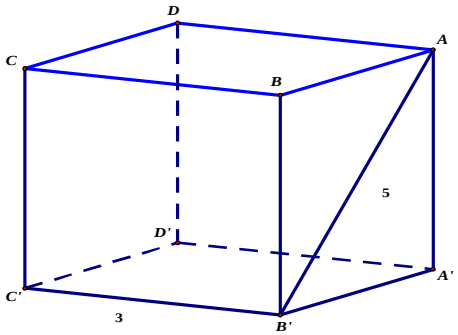
Câu 92. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 3, đường chéo AB' của mặt bên $(ABB'A')$ có độ dài bằng 5. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $V = 18$. **B.** $V = 48$. **C.** $V = 36$. **D.** $V = 45$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét tam giác vuông $AA'B'$ có: $AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = 4$ và có $S_{ABCD} = 3^2 = 9$.

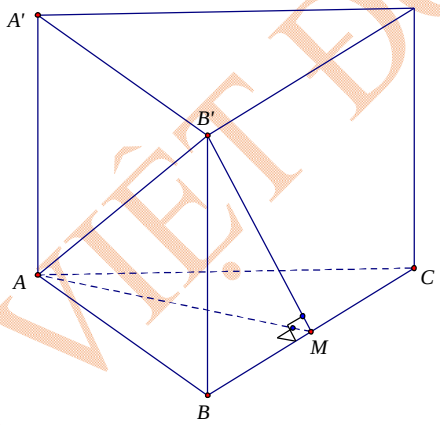
$V_{ABCD.A'B'C'D'} = 4.9 = 36$.

Câu 93. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ tam giác đều nên ta có $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow (AB', (BCC'B')) = \widehat{AB'M} = 30°$.

Xét tam giác vuông $AB'M$ ta có $\tan 30° = \frac{AM}{AB'} \Leftrightarrow AB' = \frac{AM}{\tan 30°} \Leftrightarrow AB' = \frac{3a}{2}$.

Xét tam giác vuông $B'BM$ ta có $BB' = \sqrt{B'M^2 - BM^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin 60°.BB' = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

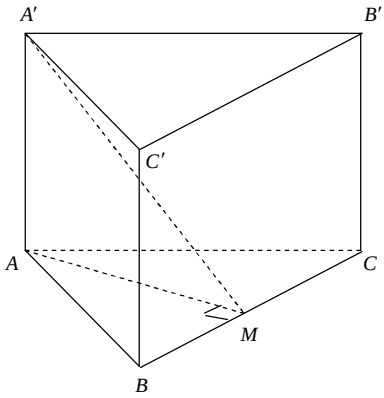
Câu 94. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



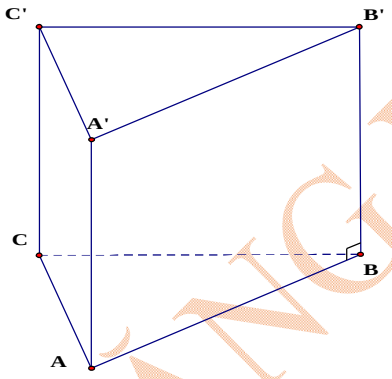
Gọi M là trung điểm của BC. Vì $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$.

$S_{\Delta AA'BC} = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M.BC = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} A'M.2 = 3 \Leftrightarrow A'M = 3$.

$AA' = \sqrt{AM^2 - A'M^2} = \sqrt{3^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{6}$.

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'A = \frac{2^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{6} = 3\sqrt{2}$.

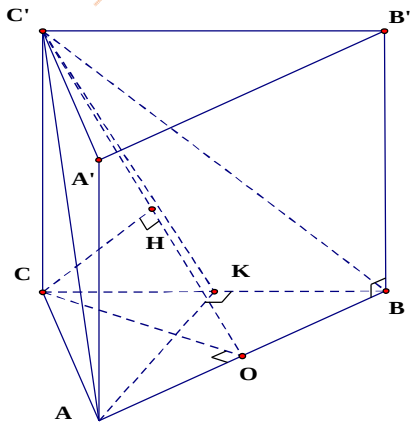
Câu 95. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (ABC') bằng a, góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và $(BCC'B')$ bằng α với $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ **(tham khảo hình vẽ bên dưới)**.Thể tích khối lăng trụ bằng



A. $\frac{9\sqrt{15}a^3}{20}$. **B.** $\frac{3\sqrt{15}a^3}{20}$. **C.** $\frac{3\sqrt{15}a^3}{10}$. **D.** $\frac{9\sqrt{15}a^3}{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $2x$ là cạnh của tam giác đều, Gọi O,K lần lượt là trung điểm của AB,BC

Kẻ $CK \perp C'O$

Ta có $CH \perp C'O$ và $CH \perp AB$ nên $CH \perp (ABC')$ và $d(C,(ABC')) = CH = a$

Suy ra: $\frac{1}{CH^2} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{1}{CO^2}$ hay $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{1}{3x^2}$ **(1)**

Ta có hình chiếu vuông góc của tam giác ABC' lên mặt phẳng $(BCC'B')$ là tam giác KBC'

Do đó $\frac{S_{\Delta KBC'}}{S_{\Delta ABC'}} = \cos\alpha = \frac{1}{3}$

Ta có: $S_{\Delta KBC'} = \frac{1}{2}.x.CC'$ và $S_{\Delta ABC'} = \frac{1}{2}.AB.C'O = \frac{1}{2}.AB.\sqrt{CC'^2 + CO^2} = x\sqrt{CC'^2 + 3x^2}$

Do đó $\frac{1}{2}.x.CC' = \frac{1}{3}x\sqrt{CC'^2 + 3x^2} \Leftrightarrow 3CC' = 2\sqrt{CC'^2 + 3x^2} \Leftrightarrow 5CC'^2 = 12x^2$ **(2)**

Từ $(1),(2)$ ta có $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{CC'^2} + \frac{4}{5CC'^2} \Leftrightarrow 5CC'^2 = 9a^2 \Leftrightarrow CC' = \frac{3a}{\sqrt{5}}$

Suy ra $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

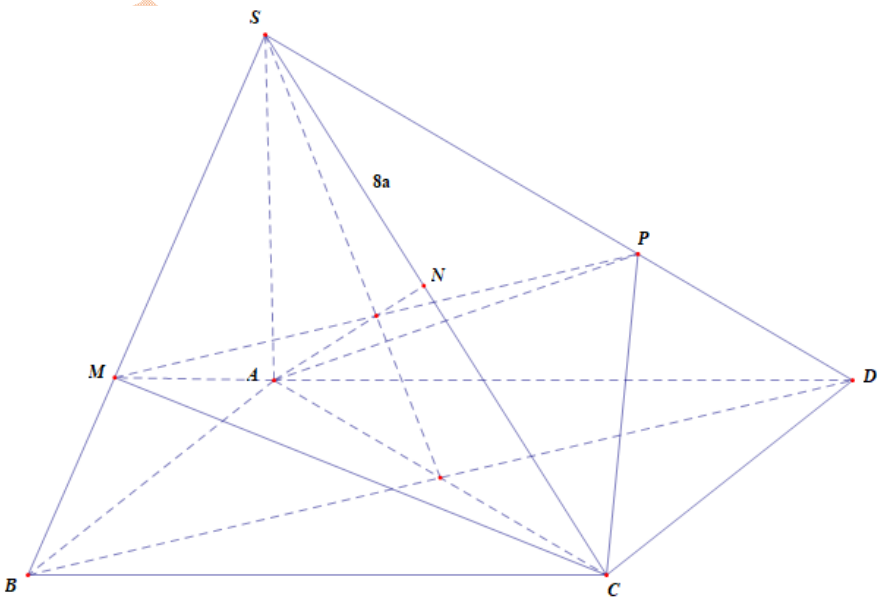
Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC}.CC' = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}.\frac{3a}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{15}a^3}{20}$.

Câu 96. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, các tam giác SAB và SAD là những tam giác vuông tại A. Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với cạnh bên SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P. Biết $SC = 8a$, $\widehat{ASC} = 60^0$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp đa diện $ABCDMNP$?

A. $V = 6\pi a^3$. **B.** $V = 24\pi a^3$. **C.** $V = 32\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $V = 18\sqrt{3}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Mặt phẳng $(AMNP) \perp SC \Rightarrow \widehat{ANC} = 90^0 (1), SC \perp AM$.

Do $(SAB) \perp BC \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MC \Rightarrow \widehat{AMC} = 90^0 (2)$

Tương tự ta có $\widehat{APC} = 90^0 (3)$

Do $ABCD$ là hình vuông nên từ $(1),(2),(3)$ suy ra AC là đường kính mặt cầu ngoại tiếp đa diện $ABCDMNP$.

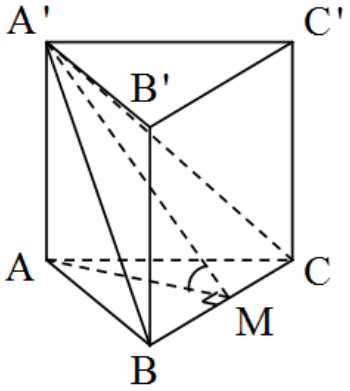
Xét tam giác SAC có $\sin 60^0 = \dfrac{AC}{SC} \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}a \Rightarrow R = 2\sqrt{3}a \Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi\left(2\sqrt{3}a\right)^3 = 32\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 97. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2, diện tích tam giác $A'BC$ bằng 3. Tính thể tích của khối lăng trụ

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC.

Vì $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$.

$S_{\Delta A'BC} = 3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}A'M.BC = 3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}A'M.2 = 3 \Leftrightarrow A'M = 3$.

$AA' = \sqrt{AM^2 - A'M^2} = \sqrt{3^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{6}$.

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'A = \dfrac{2^2\sqrt{3}}{4}.\sqrt{6} = 3\sqrt{2}$

Câu 98. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^2$. Tính chiều cao h của hình lăng trụ đã cho.

A. $h = \dfrac{a}{3}$. **B.** $h = 9a$. **C.** $h = 3a$. **D.** $h = a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $S_{ABCD} = a^2$.

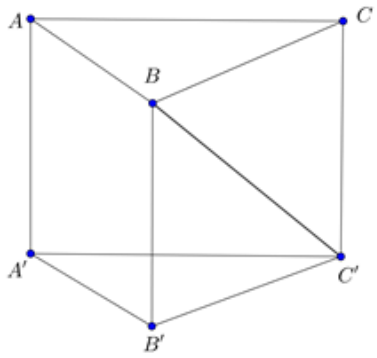
Suy ra: $h = \dfrac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \dfrac{3a^2}{a^2} = 3a$.

Câu 99. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Góc tạo bởi cạnh BC' và mặt đáy $(A'B'C')$ bằng 30°. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



$\left[BC',(A'B'C')\right]=\widehat{BC'B'}=30^0$.

$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $BB'=\tan 30^0.B'C'=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow V=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 100.] Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $A'B$ tạo với đáy một góc 45^0 Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{2a^3}{3}$.

B. $V_{ABC.A'B'C'}=a^3\sqrt{3}$.

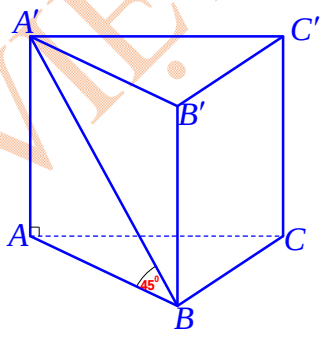
C. $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^3}{6}$.

D. $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có AB là hình chiếu vuông góc của $A'B$ lên mp(ABC).



$\Rightarrow\left(\widehat{A'B,(ABC)}\right)=\widehat{ABA'}=45^0$.

Khi đó tam giác ABA' vuông cân tại $A\Rightarrow AA'=AB=a$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}\Rightarrow$ chọn phương án.

D.

Câu 101. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $2a^3\sqrt{3}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $V=S_{ABC}.AA'=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}.2a=2a^3\sqrt{3}$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN (CÓ MỘT MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY)

Câu 1. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{6}$, $AD=\sqrt{3}$, $A'C=3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan\alpha=\frac{3}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng?

A. $V=6$. **B.** $V=8$. **C.** $V=12$. **D.** $V=10$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H là điểm trên cạnh SD sao cho $5SH=3SD$, mặt phẳng (α) qua B, H và song song với đường thẳng AC cắt hai cạnh SA, SC lần lượt tại E, F. Tính tỉ số thể tích $\frac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$.

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{3}{20}$. **C.** $\frac{6}{35}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 4. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60°$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 6. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=30°$. Điểm M là trung điểm cạnh AB, tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{72\sqrt{2}a^3}{7}$. **B.** $\frac{24\sqrt{3}a^3}{7}$. **C.** $\frac{72\sqrt{3}a^3}{7}$. **D.** $\frac{24\sqrt{2}a^3}{7}$.

DẠNG 4: KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN KHÁC

Câu 7. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

A. $h=9a$. **B.** $h=\frac{a}{3}$. **C.** $h=a$. **D.** $h=3a$.

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=B^2h$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=\pi Bh$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Các cạnh bên tạo với đáy một góc 60°. Đỉnh A' cách đều các đỉnh A,B,C,D. Trong các số dưới đây, số nào ghi giá trị thể tích của hình lăng trụ nói trên?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 10. Tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích mặt đáy bằng $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ và chiều cao bằng $\sqrt{6}\,\text{cm}$.

A. $V=9\sqrt{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V=12\sqrt{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $V=\frac{9\sqrt{2}}{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V=3\sqrt{2}\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 11. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB'=3\text{cm}$ và đường thẳng AB' vuông góc với đường thẳng BC'. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{6}}{16}\text{cm}^3$. **B.** $2\sqrt{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{6}}{4}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{9}{2}\text{cm}^3$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC. Góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 13. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, biết $A'A=A'B=A'C=a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 12, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng 2. Tính thể tích V của khối hộp.

A. $V=12$. **B.** $V=8$. **C.** $V=24$. **D.** $V=72$.

Câu 15. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB=2a\sqrt{2}$. Biết $AC'=8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45°. Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC. Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABA') và (ABC) bằng 45°. Tính thể tích V của khối chóp $A.BCC'B'$.

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có thể tích V, diện tích đáy là B và chiều cao h. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $V=3Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\sqrt{Bh}$. **D.** $V=Bh$.

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $\widehat{ACB}=60^\circ$, $BC=a$, $AA'=2a$. Cạnh bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 20. Cho (H) là khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, đáy là hình vuông cạnh a. Thể tích của (H) bằng.

A. $4a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC}=120°$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng $60°$, điểm A' cách đều các điểm A, B, D. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 23. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 24. Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật bằng a, b, c. Thể tích của khối hộp đó là

A. $V=abc$.

B. $V=a+b+c$.

C. $V=\sqrt{\frac{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}{8}}$.

D. $V=\frac{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}{8}$.

Câu 25. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác đều cạnh x. Hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm ΔABC, cạnh $AA'=2x$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{x^3\sqrt{11}}{12}$. **B.** $\frac{x^3\sqrt{39}}{8}$. **C.** $\frac{x^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{x^3\sqrt{11}}{4}$.

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}, AD=\sqrt{7}$ và cạnh bên bằng 1. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc $45°$ và $60°$. Thể tích khối hộp bằng

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $7\sqrt{7}$ **C.** 7 **D.** 3

Câu 28. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\frac{1}{6}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **D.** $V=Bh$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 29. Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, cạnh $AC=5a$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên mặt phẳng ABC là trung điểm của cạnh AC, góc giữa mặt phẳng (AA_1B_1B) với (AA_1C_1C) bằng 30°, cạnh bên của lăng trụ tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$?

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}.a^3}{8}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}.a^3}{24}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a, đáy là lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V=\dfrac{9}{4}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $V=\dfrac{3}{2}a^3$. **D.** $V=\dfrac{27}{8}a^3$.

Câu 31. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $30°$ Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc $60°$ và $AC'=4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $V=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{16}{3}$. **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{8}{3}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC'. Tính thể tích V của tứ diện $CIJK$.

A. $V=\dfrac{15}{2}$. **B.** $V=12$. **C.** $V=6$. **D.** $V=5$.

Câu 34. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, a là độ dài cạnh đáy. Góc giữa cạnh bên và đáy là $30°$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt (ABC) trùng với trung điểm của BC. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 35. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC}=120°$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng $60°$. Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}, AD=\sqrt{7}$ và cạnh bên bằng 1. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc $45°$ và $60°$. Thể tích khối hộp bằng

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $7\sqrt{7}$ **C.** 7 **D.** 3

Câu 37. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên $AA'=a$, góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $3a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Cạnh AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng.

A. $\dfrac{9a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{27a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{27a^3}{6}$.

Câu 47. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a, đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 48. Cho lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$.

A. 14 **B.** $\dfrac{28}{3}$ **C.** $\dfrac{14}{3}$ **D.** 28

Câu 49. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\dfrac{AM}{AA'}=\dfrac{1}{2},\dfrac{BN}{BB'}=\dfrac{2}{3}$ và mặt phẳng (MNP) chia lăng trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Khi đó tỉ số $\dfrac{CP}{CC'}$ là

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{12}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA'=\dfrac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. **D.** $V=a^3\sqrt{\dfrac{3}{2}}$.

Câu 51. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh bằng a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB. Góc giữa cạnh bên của lăng trụ và mặt phẳng đáy bằng 30°. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{3a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3}{4}$ **C.** $\dfrac{a^3}{24}$ **D.** $\dfrac{a^3}{8}$

Câu 52. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân ở C. Cạnh $BB'=a$ và tạo với đáy một góc bằng $60°$. Hình chiếu vuông góc hạ từ B' lên đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{80}$. **B.** $\frac{9a^3}{80}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{80}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{80}$.

Câu 53. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 54. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\widehat{BCD}=60°, AC=a\sqrt{7}, BD=a\sqrt{3}, AB>AD$, đường chéo BD' hợp với mặt phẳng $(ADD'A')$ góc $30°$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{\sqrt{39}}{3}a^3$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{39}a^3$.

Câu 55. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 56. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết thể tích của khối lăng trụ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC là:

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 57. Một khối lăng trụ tam giác có các cạnh đáy bằng $13, 14, 15$ cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$ và có chiều dài bằng 8. Khi đó thể tích khối lăng trụ là.

A. 340. **B.** 336. **C.** $274\sqrt{3}$. **D.** $124\sqrt{3}$.

Câu 58. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là đều cạnh $AB=2a\sqrt{2}$. Biết $AC'=8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45^0. Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 59. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA'=b$ và AA' tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{3}{4}a^2b$. **B.** $\frac{3}{8}a^2b$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{8}a^2b$. **D.** $\frac{1}{8}a^2b$.

Câu 60. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30 (đơn vị thể tích). Thể tích của khối tứ diện $AB'C'C$ là:

A. 5 (đơn vị thể tích). **B.** 10 (đơn vị thể tích).
C. 12,5 (đơn vị thể tích). **D.** 7,5 (đơn vị thể tích).

Câu 61. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC=2a$, $\widehat{BAD}=120^0$. Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm cạnh $A'B'$, góc giữa mặt phẳng $(AC'D')$ và mặt đáy lăng trụ bằng 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=6\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=3\sqrt{3}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

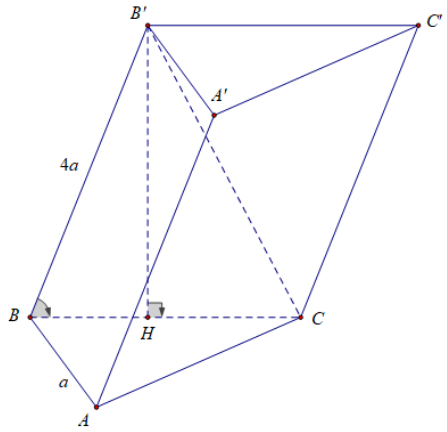
DẠNG 3: KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN (CÓ MỘT MẶT BÊN VUÔNG GÓC VỚI ĐÁY)

Câu 1. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của B' trên BC. Từ giả thiết suy ra: $B'H\perp(ABC)$.

$S_{BB'C}=\frac{1}{2}BB'.BC.\sin\widehat{B'BC}=\frac{1}{2}4a.a.\sin 30°=a^2$.

Mặt khác: $S_{BB'C}=\frac{1}{2}B'H.BC\Rightarrow B'H=\frac{2S_{BB'C}}{BC}=\frac{2a^2}{a}=2a$.

$V_{LT}=B'H.S_{ABC}=2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

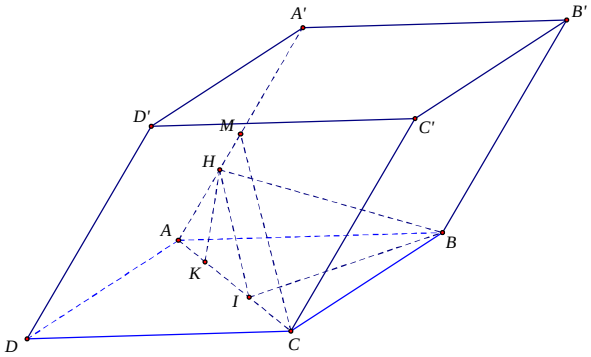
$V_{A.CC'B'}=\frac{1}{2}V_{A.CC'B'B}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}V_{LT}=\frac{1}{3}V_{LT}=\frac{1}{3}.\frac{a^3\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 2. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{6}$, $AD=\sqrt{3}$, $A'C=3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan\alpha=\frac{3}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng?

A. $V=6$. **B.** $V=8$. **C.** $V=12$. **D.** $V=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Từ B kẻ $BI\perp AC\Rightarrow BI\perp(AA'C'C)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Từ I kẻ $IH \perp AA' \Rightarrow \widehat{\left((AA'C'C),(AA'B'B)\right)} = \widehat{BHI}$.

Theo giải thiết ta có $AC = 3 \Rightarrow BI = \dfrac{AB.BC}{AC} = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông BIH có $\tan\widehat{BHI} = \dfrac{BI}{IH} \Leftrightarrow IH = \dfrac{BI}{\tan\widehat{BHI}} \Leftrightarrow IH = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Xét tam giác vuông ABC có $AI.AC = AB^2 \Rightarrow AI = \dfrac{AB^2}{AC} = 2$.

Gọi M là trung điểm cả AA', do tam giác $AA'C$ cân tại C nên $CM \perp AA' \Rightarrow CM \,//\, IH$.

Do $\dfrac{AI}{AC} = \dfrac{AH}{AM} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{AH}{AM} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{AH}{AA'} = \dfrac{1}{3}$.

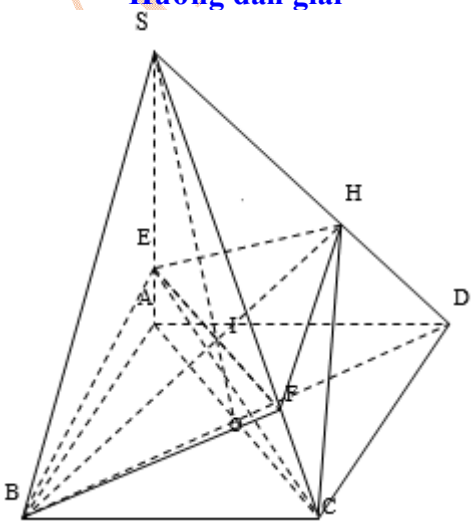
Trong tam giác vuông AHI kẻ đường cao HK ta có $HK = \dfrac{4\sqrt{2}}{9} \Rightarrow$ chiều cao của lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $h = 3HK = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.h = \sqrt{6}\sqrt{3}\dfrac{4\sqrt{2}}{3} = 8$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H là điểm trên cạnh SD sao cho $5SH = 3SD$, mặt phẳng (α) qua B, H và song song với đường thẳng AC cắt hai cạnh SA, SC lần lượt tại E, F. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}$.

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $\dfrac{3}{20}$. **C.** $\dfrac{6}{35}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải



Chọn B

- Đặt $V_{S.ABCD} = V$
- Trong tam giác SOD ta có:

$\dfrac{IS}{IO}.\dfrac{BO}{BD}.\dfrac{HD}{HS} = 1 \Rightarrow \dfrac{IS}{IO} = 3 \Rightarrow \dfrac{SI}{SO} = \dfrac{SE}{SA} = \dfrac{SF}{SC} = \dfrac{3}{4}$.

- Ta có: $\dfrac{V_{S.HBC}}{V_{S.DBC}} = \dfrac{SH}{SD} = \dfrac{3}{5} \Rightarrow V_{S.HBC} = \dfrac{3V}{10}$.

- Mặt khác: $\dfrac{V_{C.FHB}}{V_{C.SHB}} = \dfrac{CF}{CS} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow V_{C.FHB} = \dfrac{3V}{40}$.

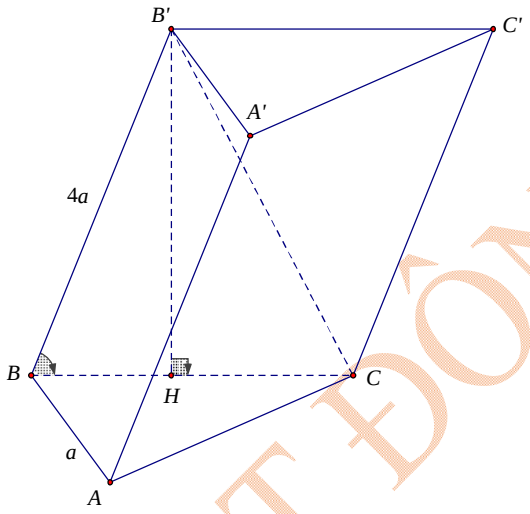
- Mà: $V_{C.BEHF}=2V_{C.FHB}=\dfrac{6V}{40}\Rightarrow\dfrac{V_{C.BEHF}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{3}{20}$.

Câu 4. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $\widehat{B'BC}=30°$. Thể tích khối chóp $A.CC'B'$ là:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của B' trên BC. Từ giả thiết suy ra: $B'H\perp(ABC)$.

$S_{BB'C}=\dfrac{1}{2}BB'.BC.\sin\widehat{B'BC}=\dfrac{1}{2}4a.a.\sin 30°=a^2$.

Mặt khác: $S_{BB'C}=\dfrac{1}{2}B'H.BC\Rightarrow B'H=\dfrac{2S_{BB'C}}{BC}=\dfrac{2a^2}{a}=2a$.

$V_{LT}=B'H.S_{ABC}=2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

$V_{A.CC'B'}=\dfrac{1}{2}V_{A.CC'B'B}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3}V_{LT}=\dfrac{1}{3}V_{LT}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

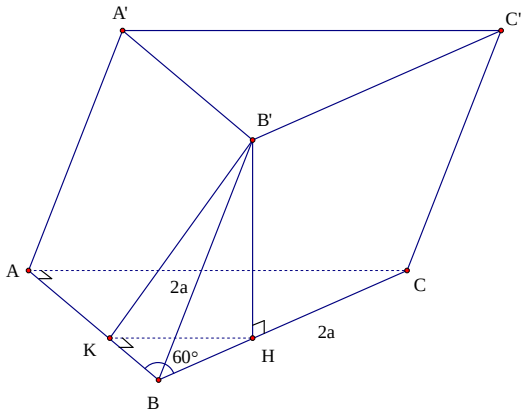
Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60°$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{3\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Do ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $\widehat{ABC}=60^\circ$ nên $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B' lên $BC \Rightarrow H$ thuộc đoạn BC (do $\widehat{B'BC}$ nhọn)

$\Rightarrow B'H \perp (ABC)$ (do $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC)).

Kẻ HK song song AC $(K \in AB) \Rightarrow HK \perp AB$ (do ABC là tam giác vuông tại A).

$\Rightarrow \left[\widehat{(ABB'A'),(ABC)}\right] = \widehat{B'KH} = 45^\circ \Rightarrow B'H = KH$ (1)

Ta có $\Delta BB'H$ vuông tại $H \Rightarrow BH = \sqrt{4a^2 - B'H^2}$ (2)

Mặt khác HK song song $AC \Rightarrow \dfrac{BH}{BC} = \dfrac{HK}{AC} \Rightarrow BH = \dfrac{HK.2a}{a\sqrt{3}}$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra $\sqrt{4a^2 - B'H^2} = \dfrac{B'H.2a}{a\sqrt{3}} \Rightarrow B'H = a\sqrt{\dfrac{12}{7}}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.B'H = \dfrac{1}{2}AB.AC.B'H = \dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

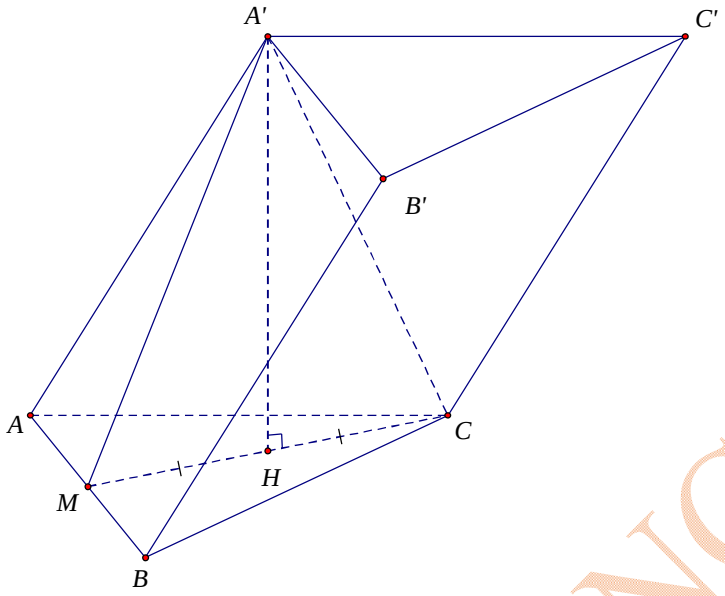
Câu 6. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^\circ$. Điểm M là trung điểm cạnh AB, tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{72\sqrt{2}a^3}{7}$. **B.** $\dfrac{24\sqrt{3}a^3}{7}$. **C.** $\dfrac{72\sqrt{3}a^3}{7}$. **D.** $\dfrac{24\sqrt{2}a^3}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là trung điểm của MC.

Ta có $\begin{cases} A'H \perp MC \\ (A'MC) \perp (ABC) \\ (A'MC) \cap (ABC) = MC \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

Tam giác $MA'C$ đều cạnh $2a\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} MC = 2a\sqrt{3} \\ A'H = 3a \end{cases}$

Đặt $AC = x > 0$, tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30^\circ \Rightarrow \begin{cases} BC = 2x \\ AB = x\sqrt{3} \end{cases}$

Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến ta có

$$CM^2 = \frac{CA^2 + CB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} \Leftrightarrow 12a^2 = \frac{x^2 + 4x^2}{2} - \frac{3x^2}{4} \Leftrightarrow x = \frac{4a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}.$$

Suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2} . \frac{12a}{\sqrt{7}} . \frac{4a\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{24a^2\sqrt{3}}{7}$.

Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = \frac{72a^3\sqrt{3}}{7}$.

DẠNG 4: KHỐI LĂNG TRỤ XIÊN KHÁC

Câu 7. Cho hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng $3a^3$. Tính chiều cao h của lăng trụ đã cho.

A. $h = 9a$. **B.** $h = \frac{a}{3}$. **C.** $h = a$. **D.** $h = 3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.h \Leftrightarrow h = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a$.

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = B^2h$. **B.** $V = Bh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **D.** $V = \pi Bh$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Các cạnh bên tạo với đáy một góc 60°. Đỉnh A' cách đều các đỉnh A, B, C, D. Trong các số dưới đây, số nào ghi giá trị thể tích của hình lăng trụ nói trên?

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Từ giả thiết A' cách đều các đỉnh A, B, C ta suy ra hình chiếu của A' trên mặt phẳng $ABCD$ là O hay $A'O$ là đường cao của khối lăng trụ.

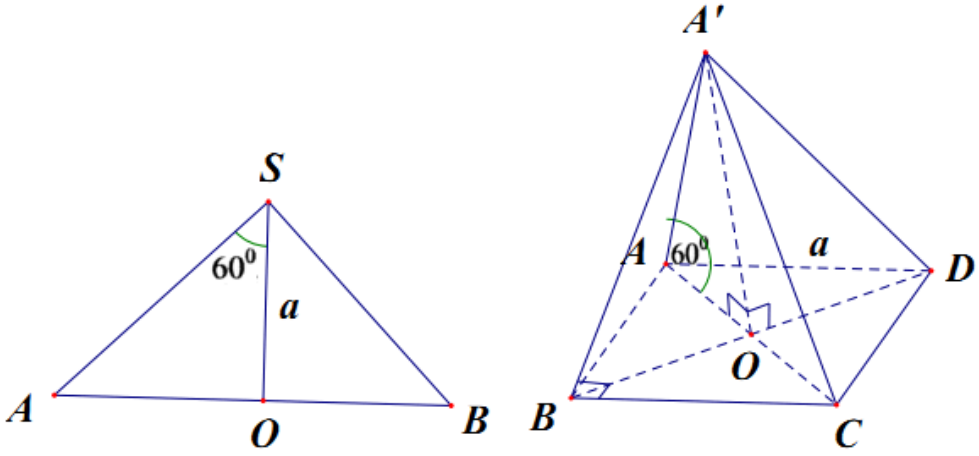
Trong tam giác $A'OA$ vuông tại A và $\widehat{A'OA} = 60^\circ$, ta có:

$A'O = OA.\tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ACDD} = a^2$.

Thể tích của khối lăng trụ là $V = B.h = S_{ABCD}.A'O = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.



Câu 10. Tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích mặt đáy bằng $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ và chiều cao bằng $\sqrt{6}\,\text{cm}$.

A. $V = 9\sqrt{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V = 12\sqrt{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $V = \frac{9\sqrt{2}}{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V = 3\sqrt{2}\left(\text{cm}^3\right)$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

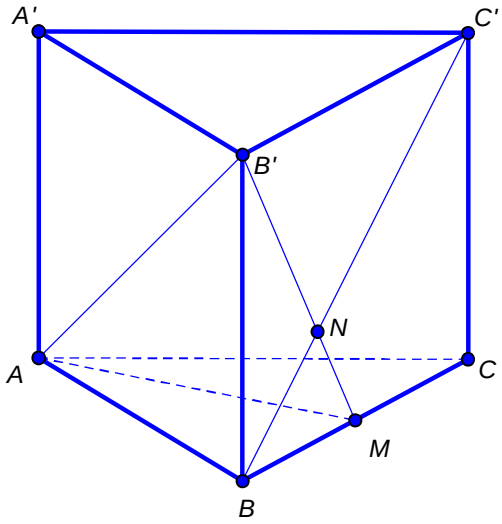
Thể tích khối lăng trụ: $V = S.h = 3\sqrt{3}.\sqrt{6} = 9\sqrt{2}\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 11. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB' = 3\text{cm}$ và đường thẳng AB' vuông góc với đường thẳng BC'. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{27\sqrt{6}}{16}\text{cm}^3$. **B.** $2\sqrt{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{6}}{4}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{9}{2}\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC. Suy ra $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp BC'$.

Mà $BC' \perp AB' \Rightarrow B'M \perp BC'$.

Đặt $AB = a$, $AA' = b$. Ta có $\tan \widehat{B'BC'} = \cot \widehat{BB'M} \Rightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{2b}{a} \Rightarrow b = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

Mà $AB' = 3 \Rightarrow \sqrt{AB^2 + AA'^2} = 3 \Rightarrow \sqrt{a^2 + \dfrac{a^2}{2}} = 3 \Rightarrow a = \sqrt{6}$.

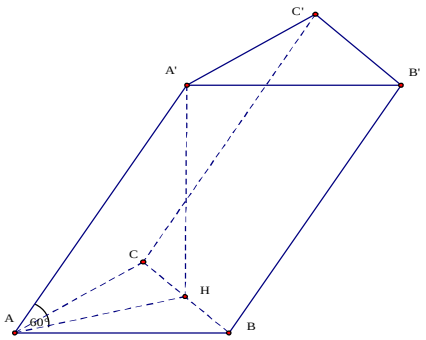
Thể tích khối lăng trụ là $V = AA'.S_{ABC} = \sqrt{3}.\sqrt{6}^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = \dfrac{9}{2}\text{cm}^3$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh BC. Góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm cạnh BC. Theo đề ra: $A'H \perp (ABC)$.

$AH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $(đvdt)$.

Ta có: $\begin{cases} \widehat{(AA',(ABC))} = \widehat{A'AH} \\ \widehat{(AA',(ABC))} = \widehat{(BB',(ABC))} = 60° \end{cases} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 60°$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét $\Delta A'AH$ vuông tại H : $A'H = AH.\tan 60° = \frac{3}{2}a$.

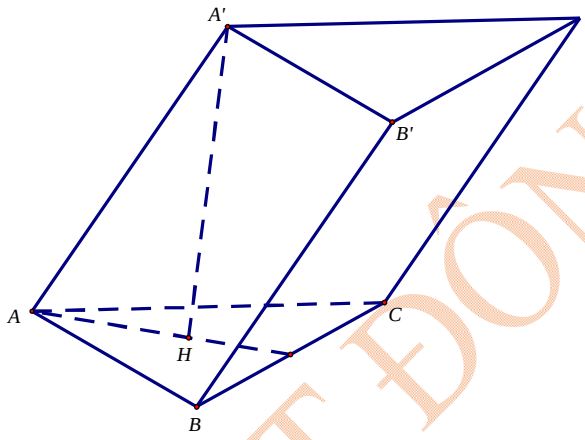
Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ $(đvtt)$.

Câu 13. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, biết $A'A = A'B = A'C = a$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$?

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Theo giả thiết ta có ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $A'A = A'B = A'C = a$ nên $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh $a \Rightarrow A'H \perp (ABC)$ hay $A'H$ là đường cao của khối chóp $A'.ABC$.

Xét tam giác vuông $A'HA$ ta có $A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}a.a.\sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 12, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ bằng 2. Tính thể tích V của khối hộp.

A. $V = 12$. **B.** $V = 8$. **C.** $V = 24$. **D.** $V = 72$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V = S_{ABCD}.d\left(A',(ABCD)\right) = S_{ABCD}.d\left((A'B'C'D'),(ABCD)\right) = 12.2 = 24$.

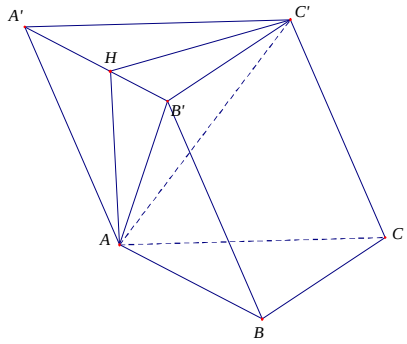
Câu 15. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = 2a\sqrt{2}$. Biết $AC' = 8a$ và tạo với mặt đáy một góc $45°$. Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} + V_{ABCC'B'} \Leftrightarrow V_{ABCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'}$.

Mặt khác $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$ nên $\Leftrightarrow V_{ABCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = 2V_{A.A'B'C'}$.

Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ khi đó góc giữa AC' và mặt phẳng đáy $(A'B'C')$ là góc $\widehat{AC'H} = 45°$.

Xét tam giác vuông AHC' có $AC' = 8a$ và $\widehat{AC'H} = 45°$ nên $AH = 4a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $A.A'B'C'$ là $V_{A.A'B'C'} = \frac{1}{3}S_{A'B'C'}.AH = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}\left(2a\sqrt{2}\right)^2.\sin 60°.4a\sqrt{2} = \frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$

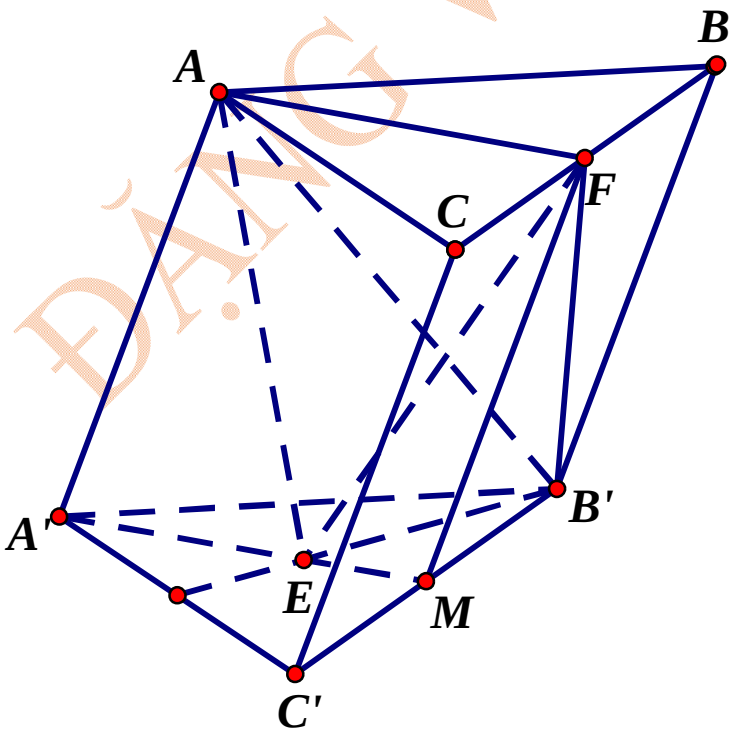
Vậy thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ là $\Leftrightarrow V_{ABCC'B'} = 2V_{A.A'B'C'} = \frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC. Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

M là trung điểm của $B'C'$ khi đó $S_{EAF}=\frac{1}{2}S_{AA'MF}$ và $d\left(B',\left(AA'MF\right)\right)=d\left(B',\left(AEF\right)\right)$.

Vì $V_{B'.AA'MF}=V_{ABF.A'B'M}-V_{B'.ABF}=V_{ABF.A'B'M}-\frac{1}{3}V_{ABF.A'B'M}=\frac{2}{3}V_{ABF.A'B'M}$

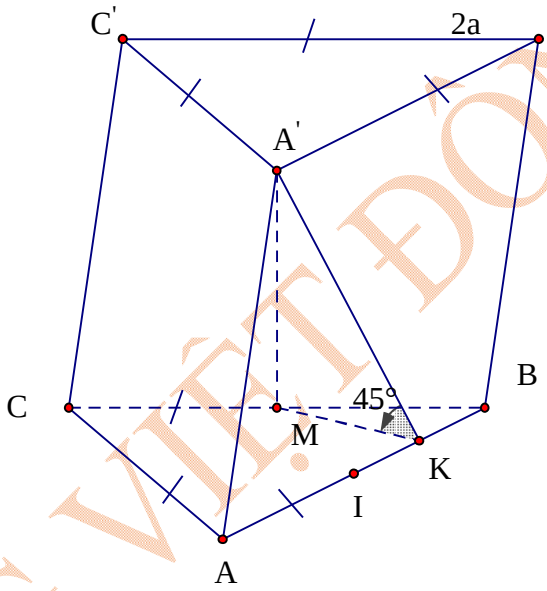
Suy ra $V_{B'EAF}=\frac{1}{2}V_{B'.AA'MF}=\frac{1}{2}.\frac{2}{3}.V_{ABF.A'B'M}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{6}.V_{ABC.A'B'C'}$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là trung điểm cạnh BC. Biết góc giữa hai mặt phẳng $\left(ABA'\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng $45°$. Tính thể tích V của khối chóp $A.BCC'B'$.

A. $\frac{3}{2}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có : $V_{ABC.A'B'C'}=V_{A.A'B'C'}+V_{A.BCC'B'}=V_{A'.ABC}+V_{A'.BCC'B'}$.

Mà $V_{A'.BCC'B'}=V_{A.BCC'B'}\Rightarrow V_{A.A'B'C'}=V_{A'.ABC}$.

Gọi M là trung điểm của BC, I là trung điểm của AB và K là trung điểm của IB. Khi đó : $A'M\perp\left(ABC\right)$.

Mặt khác : $\left.\begin{matrix}MK\,//\,CI\\CI\perp AB\end{matrix}\right\}\Rightarrow MK\perp AB$.

$MK\perp AB$, $A'M\perp AB\Rightarrow A'K\perp AB$.

Góc giữa hai mặt phẳng $\left(ABA'\right)$ và $\left(ABC\right)$ chính là góc giữa $A'K$ và KM và bằng $\widehat{A'KM}=45°$ nên tam giác $A'KM$ vuông cân tại M.

Trong tam giác ABC : $MK=\frac{1}{2}CI=\frac{1}{2}.\frac{2a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông cân $A'KM$: $A'M=MK=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'}$.

$\Rightarrow V_{A'.BCC'B'}=V_{ABC.A'B'C'}-\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{2}{3}.S_{\Delta ABC}.A'M=\frac{2}{3}.a^2\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=a^3$.

Câu 18. Cho khối lăng trụ có thể tích V, diện tích đáy là B và chiều cao h. Tìm khẳng định **đúng**?

A. $V=3Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\sqrt{Bh}$. **D.** $V=Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

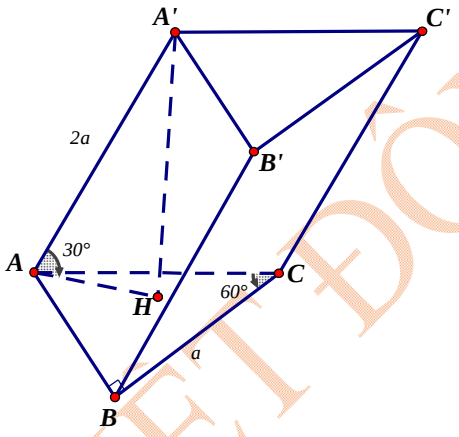
Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ ta có $V=Bh$

Câu 19. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $\widehat{ACB}=60^\circ$, $BC=a$, $AA'=2a$. Cạnh bên tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 30°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Trong tam giác ABC vuông tại B ta có: $\tan 60^\circ=\frac{AB}{BC}\Rightarrow AB=BC.\sqrt{3}=a\sqrt{3}$

Diện tích đáy: $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{a^2.\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC). Góc giữa cạnh bên AA' và đáy là $\widehat{A'AH}=30^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'HA$ ta có: $A'H=AA'.\sin 30^\circ=2a.\frac{1}{2}=a$

Thể tích lăng trụ là: $V=A'H.S_{ABC}=a.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3.\sqrt{3}}{2}$

Câu 20. Cho (H) là khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, đáy là hình vuông cạnh a. Thể tích của (H) bằng.

A. $4a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$V=B.h=3a.a^2=3a^3$.

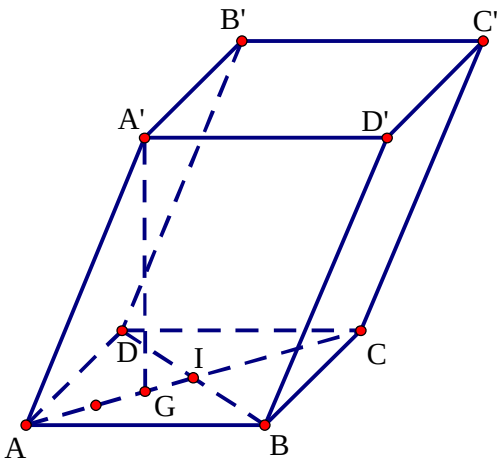
Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng a và $\widehat{ABC}=120^\circ$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng 60°, điểm A' cách đều các điểm A,B,D. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có điểm A' cách đều các đỉnh A, B, D cho nên điểm A' sẽ nằm trên trục đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABD.

Ta có $\widehat{ABC}=120°$ nên $\widehat{ABD}=60° \Rightarrow$ tam giác ABD là tam giác đều

Vậy ta có $A'G \perp (ABD)$ với G là trọng tâm tâm tam giác ABD.

Dễ thấy $\measuredangle(A'A,(ABCD)) = \measuredangle(A'A,GA) = \widehat{A'AG} = 60°$.

Tam giác ABD đều, AI là trung tuyến ($I = AC \cap BD$) $\Rightarrow AI = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $AG = \dfrac{2}{3}AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $A'G = \dfrac{AG}{\cot 60°} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{3}}{\dfrac{1}{\sqrt{3}}} = a.$.

Thể tích khối lăng trụ $V = A'G.S_{ABCD} = A'G.2S_{ABD} = a.2.\dfrac{1}{2}.a.a.\sin 60° = a^3\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

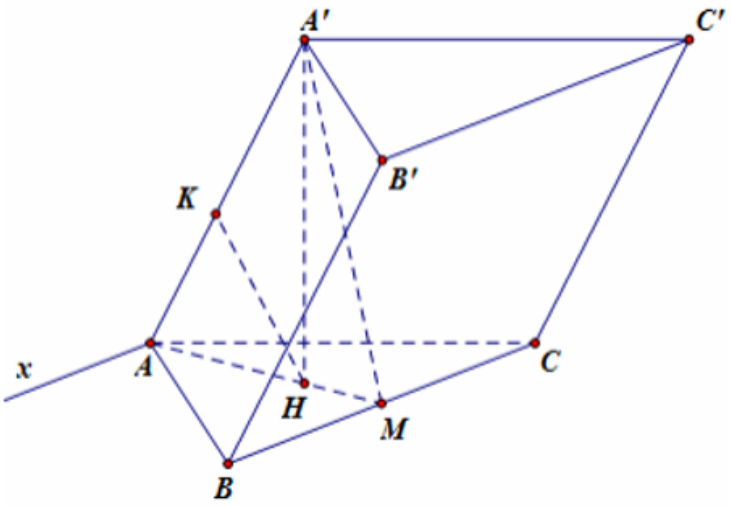
Câu 22. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC

Suy ra $A'H \perp (ABC)$. Qua A kẻ đường thẳng Ax song song với BC. Ta có $Ax // BC$

$\Rightarrow d(A'A, BC) = d(BC, (A'Ax))$

$= d(M, (A'Ax)) = \frac{3}{2} d(H, (A'Ax))$

Kẻ $HK \perp AA'$ ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'H \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp HK$

Mà $HK \perp AA' \Rightarrow HK \perp (A'Ax) \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

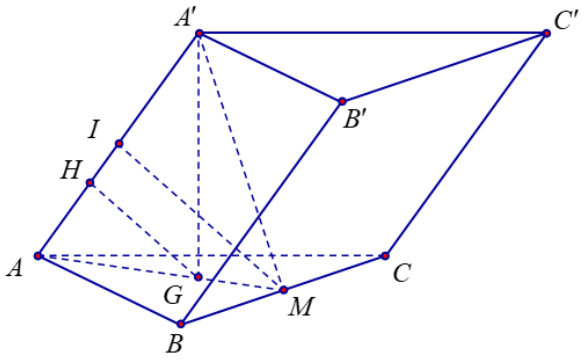
Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HA'^2} \Rightarrow HA' = \frac{a}{3}$ mà $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = A'H.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 23. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $A'G \perp (ABC)$ nên $A'G \perp BC$; $BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (MAA')$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Kẻ $MI \perp AA'$; $BC \perp IM$ nên $d(AA'; BC) = IM = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

Kẻ $GH \perp AA'$, ta có $\dfrac{AG}{AM} = \dfrac{GH}{IM} = \dfrac{2}{3} \Leftrightarrow GH = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

$$\frac{1}{HG^2} = \frac{1}{A'G^2} + \frac{1}{AG^2} \Leftrightarrow A'G = \frac{AG.HG}{\sqrt{AG^2 - HG^2}} = \frac{\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\dfrac{a^2}{3} - \dfrac{a^2}{12}}} = \frac{a}{3}$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'G.S_{ABC} = \frac{a}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}.$$

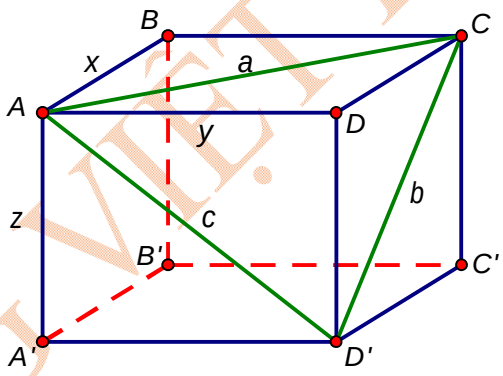
Câu 24. Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật bằng $a,\ b,\ c$. Thể tích của khối hộp đó là

A. $V = abc.$ **B.** $V = a + b + c.$

C. $V = \sqrt{\dfrac{\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}{8}}.$ **D.** $V = \dfrac{\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}{8}.$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử hình hộp chữ nhật có ba kích thước: x, y, z.

Theo yêu cầu bài toán ta có $\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ y^2+z^2=c^2 \\ x^2+z^2=b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=a^2-x^2 \\ y^2+z^2=c^2 \\ z^2=b^2-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2=a^2-x^2 \\ a^2-x^2+b^2-x^2=c^2 \\ z^2=b^2-x^2 \end{cases}$

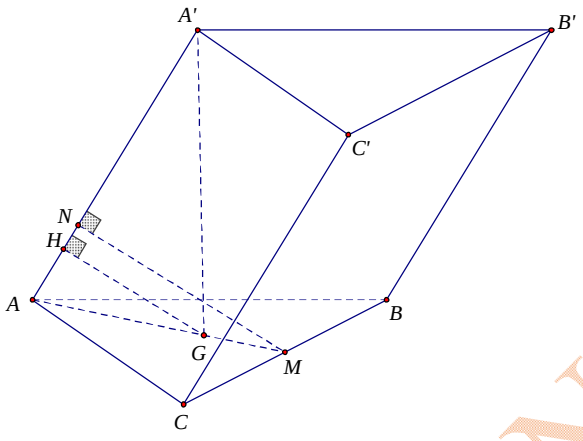
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = \dfrac{a^2-b^2+c^2}{2} \\ x^2 = \dfrac{a^2+b^2-c^2}{2} \\ z^2 = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2} \end{cases} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{\left(a^2+c^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)\left(b^2+c^2-a^2\right)}{8}}$$

Câu 25. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm của ΔABC, M là trung điểm của BC.

$\Rightarrow A'G \perp (ABC)$.

Trong $(AA'M)$ dựng $MN \perp AA'$, ta có: $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'G) \Rightarrow BC \perp MN$.

$\Rightarrow d(AA', BC) = MN = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là hình chiếu của G lên AA'.

Ta có: $GH // MN \Rightarrow \frac{GH}{MN} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow GH = \frac{2}{3}MN = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác $AA'G$ vuông tại G, ta có:

$$\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GA^2} + \frac{1}{GA'^2} \Rightarrow \frac{1}{GA'^2} = \frac{1}{GH^2} - \frac{1}{GA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{27}{3a^2}. \Rightarrow GA' = \frac{a}{3}.$$

Vậy thể tích của khối lăng trụ là: $V = S_{ABC}.A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 26.-2017]Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác đều cạnh x. Hình chiếu của đỉnh A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm ΔABC, cạnh $AA' = 2x$. Khi đó thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{x^3\sqrt{11}}{12}$. **B.** $\frac{x^3\sqrt{39}}{8}$. **C.** $\frac{x^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{x^3\sqrt{11}}{4}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC). Do ΔABC đều nên H là trọng tâm tam giác ΔABC.

Ta có $AM = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông $\Delta AA'H$, có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \frac{x\sqrt{33}}{3}$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}x^2.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$ $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}.\frac{x\sqrt{33}}{3} = \frac{x^3\sqrt{11}}{4}$.

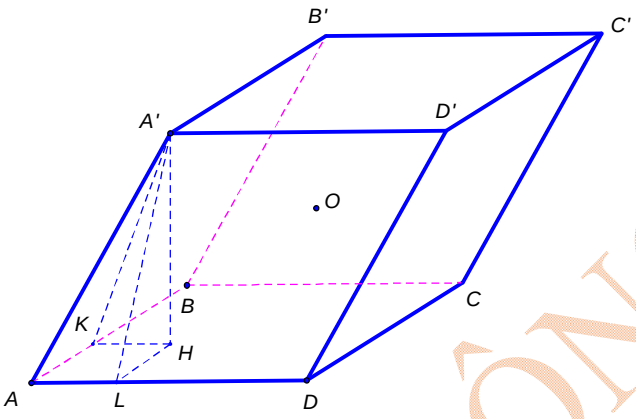
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 27. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}, AD=\sqrt{7}$ và cạnh bên bằng 1. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc $45°$ và $60°$. Thể tích khối hộp bằng

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $7\sqrt{7}$ **C.** 7 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABCD)$ và K, L là hình chiếu của H trên AB, AD.

Ta có các góc $\widehat{A'KH}=45°$ và $\widehat{A'LH}=60°$.

Đặt $A'H=x$ suy ra $HK=x; HL=\dfrac{x\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $AA'^2=AH^2+A'H^2=x^2+\dfrac{x^2}{3}+x^2\Rightarrow\dfrac{7x^2}{3}=1\Rightarrow x=\sqrt{\dfrac{3}{7}}$.

Thể tích khối hộp bằng $V=B.h=AB.AD.A'H=\sqrt{3}\sqrt{7}.\sqrt{\dfrac{3}{7}}=3$.

Câu 28. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=\dfrac{1}{6}Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có thể tích khối lăng trụ $V=Bh$.

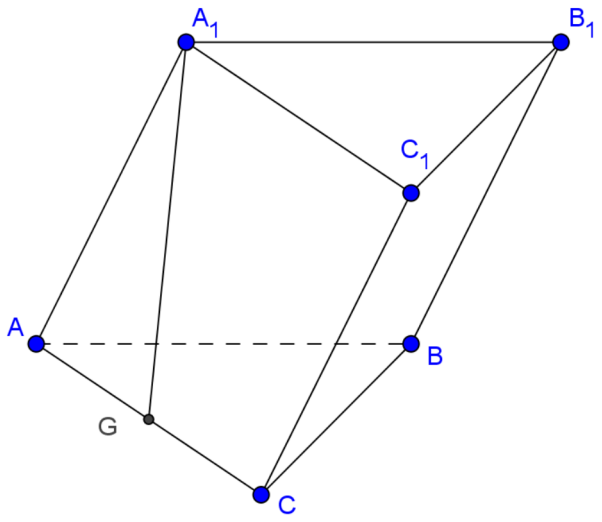
Câu 29. Cho lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, cạnh $AC=5a$. Hình chiếu vuông góc của A_1 lên mặt phẳng ABC là trung điểm của cạnh AC, góc giữa mặt phẳng (AA_1B_1B) với (AA_1C_1C) bằng 30°, cạnh bên của lăng trụ tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của lăng trụ $ABC.A_1B_1C_1$?

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}.a^3}{8}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}.a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



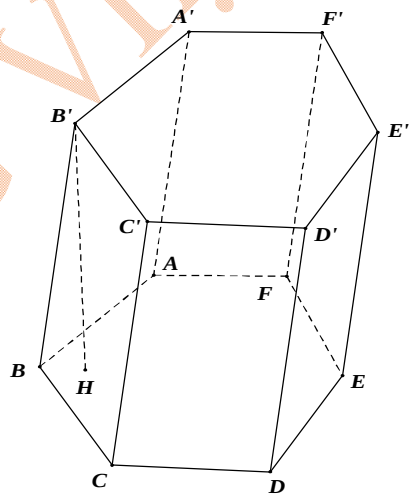
Gọi G là trung điểm của $AC \Rightarrow A_1G \perp (ABC) \Rightarrow \widehat{A_1AG} = 60^O \Rightarrow A_1G = AG.\tan 60^0 = \frac{5\sqrt{3}}{2}a$. Ta có $BC \perp (AA_1C_1C)$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ có tất cả các cạnh đều bằng a, đáy là lục giác đều, góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $V = \frac{9}{4}a^3$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $V = \frac{3}{2}a^3$. **D.** $V = \frac{27}{8}a^3$.

Hướng dẫn giải

ChọnA



Ta có $ABCDEF$ là lục giác đều nên góc ở đỉnh bằng $120°$.

ABC là tam giác cân tại B, DEF là tam giác cân tại E.

$S_{ABC} = S_{DEF} = \frac{1}{2}a.a.\sin 120° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2.AB.BC.\cos B} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2.a.a.\left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3}$.

$S_{ACDF} = AC.AF = a\sqrt{3}.a = a^2\sqrt{3}$.

$S_{ABCDEF} = S_{ABC} + S_{ACDF} + S_{DEF} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + a^2\sqrt{3} + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\widehat{B'BH}=60^\circ \Rightarrow B'H=BB'.\sin 60^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V=\dfrac{9a^3}{4}$.

Câu 31. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác đều cạnh a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° Hình chiếu của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của cạnh BC. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABC) \Rightarrow A'H\perp BC$.

Dễ thấy $AH\perp BC$ (Vì ΔABC đều).

$\Rightarrow \left(\widehat{A'A;(ABC)}\right)=\left(\widehat{A'A;AH}\right)=\widehat{A'AH}$ (1).

Vì ΔABC đều $\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong $\Delta A'AH$ vuông, ta có $A'H=AH.\tan 30^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{a}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'H.S_{\Delta ABC}=\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 32. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, cạnh $AC=2\sqrt{2}$. Biết AC' tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° và $AC'=4$. Tính thể tích V của khối đa diện $ABCB'C'$.

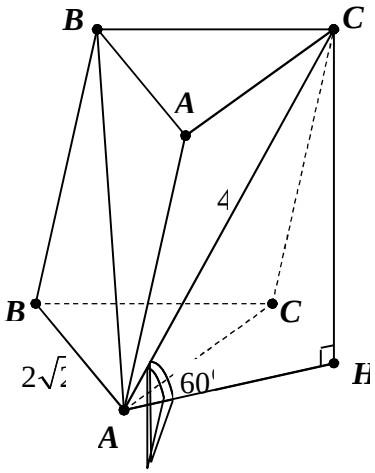
A. $V=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{16}{3}$. **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phân tích: Tính thể tích của khối đa diện $ABCB'C'$ bằng thể tích khối của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ trừ đi thể tích của khối chóp $A.A'B'C'$.

Giả sử đường cao của lăng trụ là $C'H$.



Khi đó góc giữa AC' mặt phẳng (ABC) là góc $\widehat{C'AH}=60^\circ$.

Ta có:

$\sin 60^\circ = \dfrac{C'H}{AC'} \Rightarrow C'H = 2\sqrt{3}; S_{\Delta ABC} = 4$

$V_{ABC.A'B'C'} = C'H.S_{\Delta ABC} = 2\sqrt{3}.\dfrac{1}{2}.\left(2\sqrt{2}\right)^2 = 8\sqrt{3}$.

$V_{A.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}C'H.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

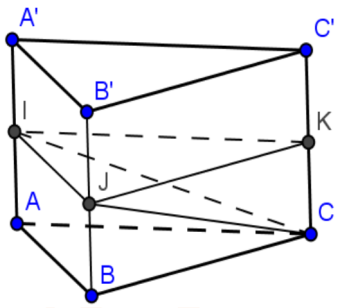
$V_{ABB'C'C} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A.A'B'C'} = 8\sqrt{3} - \dfrac{8\sqrt{3}}{3} = \dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm của AA', BB', CC'. Tính thể tích V của tứ diện $CIJK$.

A. $V = \dfrac{15}{2}$. **B.** $V = 12$. **C.** $V = 6$. **D.** $V = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Nhận thấy:

$(IJK) \| (ABC) \| (A'B'C') \Rightarrow \dfrac{d\left(C,(IJK)\right)}{d\left(C,(A'B'C')\right)} = \dfrac{CK}{CC'} = \dfrac{1}{2}$.

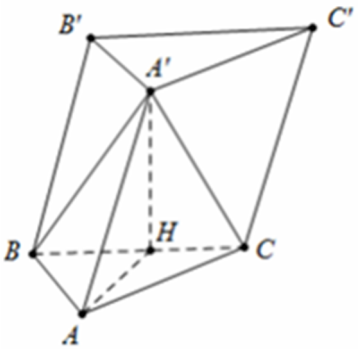
$V_{CIJK} = \dfrac{1}{3}d\left(C,(IJK)\right).S_{IJK} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.d\left(C,(A'B'C')\right).S_{A'B'C'} = \dfrac{1}{6}.30 = 5$.

Câu 34. Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều, a là độ dài cạnh đáy. Góc giữa cạnh bên và đáy là 30°. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt (ABC) trùng với trung điểm của BC. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

$\Rightarrow \widehat{A'AH} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \dfrac{A'H}{AH} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Cạnh $AH=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow A'H=\dfrac{a}{2}$

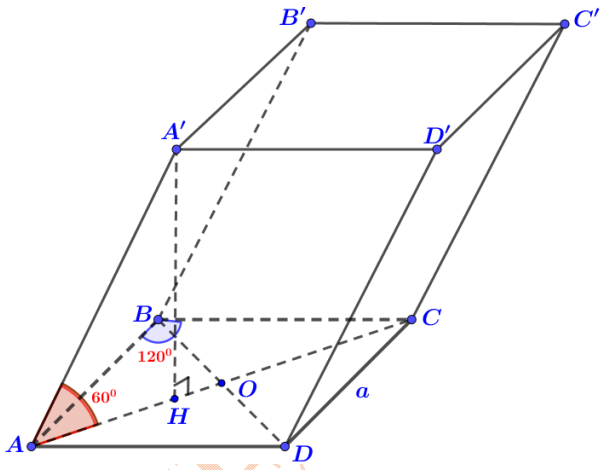
$\Rightarrow V=A'H.S_{ABC}=\dfrac{a}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}.$

Câu 35. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, tâm O và $\widehat{ABC}=120°$. Góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy bằng $60°$. Đỉnh A' cách đều các điểm A, B, D. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}.$ **C.** $V=\dfrac{3a^3}{2}.$ **D.** $V=a^3\sqrt{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do $AB=AD=a$ và $\widehat{BAD}=60°\Rightarrow \Delta ABD$ đều cạnh a.

Mặt khác: $A'A=A'B=A'D$. Suy ra $A'.ABD$ là chóp đều nên A' có hình chiếu vuông góc là tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

$\Rightarrow AH$ là hình chiếu vuông góc của AA' lên đáy $(ABCD)\Rightarrow \widehat{(AA',(ABCD))}=\widehat{A'AH}=60°$.

$S_{ABCD}=2S_{ABD}=2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^2.$

Tam giác ABD đều cạnh a nên $AO=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\Rightarrow AH=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a.$

Tam giác $A'AH$ vuông tại H nên: $A'H=AH\tan 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a.\sqrt{3}=a.$

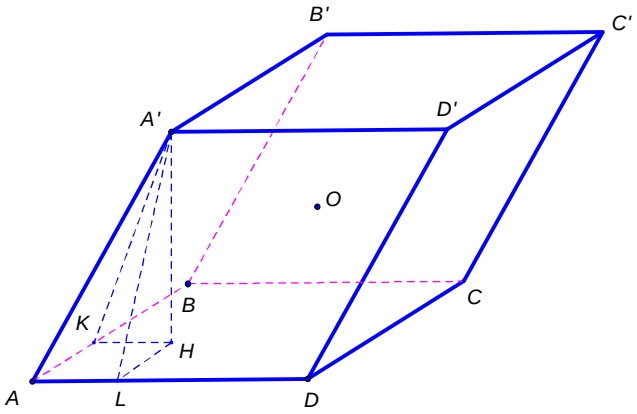
Vậy, thể tích khối lăng trụ là: $V=A'H.S_{ABCD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3.$

Câu 36. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}, AD=\sqrt{7}$ và cạnh bên bằng 1. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ lần lượt tạo với đáy các góc $45°$ và $60°$. Thể tích khối hộp bằng

A. $3\sqrt{3}$ **B.** $7\sqrt{7}$ **C.** 7 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABCD)$ và K, L là hình chiếu của H trên AB, AD.

Ta có các góc $\widehat{A'KH} = 45°$ và $\widehat{A'LH} = 60°$.

Đặt $A'H = x$ suy ra $HK = x; HL = \dfrac{x\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $AA'^2 = AH^2 + A'H^2 = x^2 + \dfrac{x^2}{3} + x^2 \Rightarrow \dfrac{7x^2}{3} = 1 \Rightarrow x = \sqrt{\dfrac{3}{7}}$.

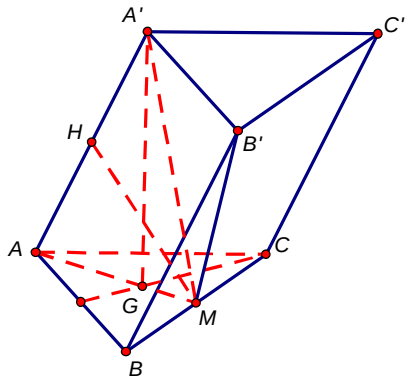
Thể tích khối hộp bằng $V = B.h = AB.AD.A'H = \sqrt{3}\sqrt{7}.\sqrt{\dfrac{3}{7}} = 3$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCA'B'C'$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AA'M)$.

Gọi MH là đường cao của tam giác $A'AM$ thì $MH \perp A'A$ và $HM \perp BC$ nên HM là khoảng cách AA' và BC.

Ta có $A'A.HM = A'G.AM \Leftrightarrow \dfrac{a\sqrt{3}}{4}.A'A = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}\sqrt{A'A^2 - \dfrac{a^2}{3}}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow A'A^2 = 4\left(A'A^2 - \frac{a^2}{3}\right) \Leftrightarrow 3A'A^2 = \frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow A'A^2 = \frac{4a^2}{9} \Leftrightarrow A'A = \frac{2a}{3}.$

Đường cao của lăng trụ là $A'G = \sqrt{\frac{4a^2}{9} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a}{3}.$

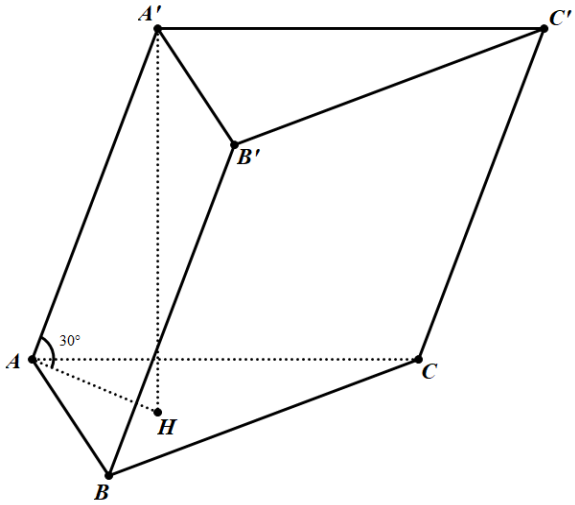
Thể tích $V_{LT} = \frac{a}{3}.\frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Câu 38. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên $AA' = a$, góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng $30°$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Kẻ $A'H \perp (ABC)$, $H \in (ABC)$. Khi đó góc giữa AA' và mặt phẳng đáy bằng góc giữa AA' và AH bằng $\widehat{A'AH} = 30°$.

Trong $\Delta A'AH$ vuông tại H, có $A'H = A'A.\sin\widehat{A'AH} = a.\sin 30° \Leftrightarrow A'H = \frac{a}{2}.$

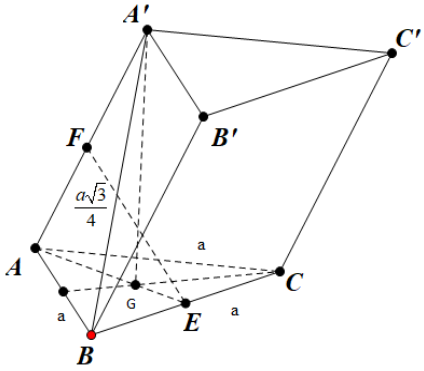
Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2} \Leftrightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$

Câu 39. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$ **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$ **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Vì $A'G \perp (ABC)$ và tam giác ABC đều nên $A'ABC$ là hình chóp đều. Kẻ $EF \perp AA'$ và $BC \perp (AA'E)$ nên $d(AA', BC) = EF = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Đặt $A'G = h$

Ta có $A'A = \sqrt{h^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}$.

Tam giác $A'AG$ đồng dạng với tam giác EAF nên

$$\frac{A'A}{EA} = \frac{AG}{FA} = \frac{A'G}{FE} \Rightarrow A'G.EA = A'A.FE \Leftrightarrow h.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}.\frac{a\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow h = \frac{a}{3}.$$

Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = AG.S_{ABC} = \dfrac{a}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Đặt $A'H = x \Rightarrow H'B = x$.

Ta có K là trọng tâm tam giác $AA'B'$

Suy ra $KB = \dfrac{2}{3}A'B = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^2 + \dfrac{a^2}{4}}$; $KA = \dfrac{2}{3}AH' = \dfrac{2}{3}\sqrt{x^2 + a^2}$.

ΔKAB vuông tại K nên

$$KB^2 + KA^2 = AB^2 \Leftrightarrow \frac{4}{9}\left(2x^2 + \frac{5a^2}{4}\right) = a^2 \Leftrightarrow 8x^2 + 5a^2 = 9a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Vậy $V = S_{ABC}.A'H = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $3a$, hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Cạnh AA' hợp với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng.

A. $\dfrac{9a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{27a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{27a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi AI là đường cao, H là tâm của tam giác $ABC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

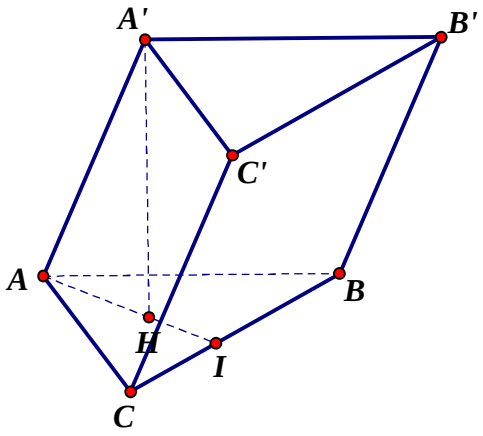
Vì $\begin{cases} AA' \cap (ABC) = A \\ A'H \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa AA' và (ABC) là $\widehat{A'AH} \Rightarrow \widehat{A'AH} = 45°$.

Ta có: $AI = \dfrac{3a\sqrt{3}}{2}, AH = \dfrac{2}{3}AI = a\sqrt{3}$, $S_{ABC} = \dfrac{(3a)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{9a^2\sqrt{3}}{4}$.

$A'H = AH.\tan 45° = AH = a\sqrt{3}$.

Thể tích của lăng trụ là:

$V = A'H.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\dfrac{9a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{27a^3}{4}$.



.

Câu 47. Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a, đường cao bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

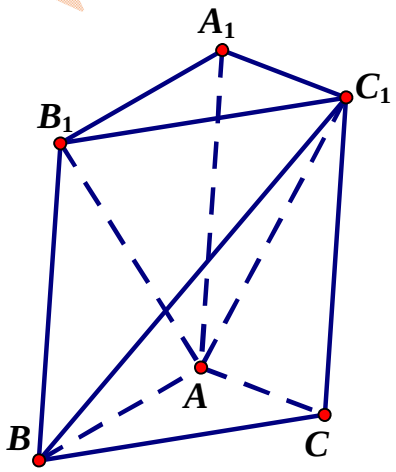
Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ ta có $V = Bh = a^2.a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 48. Cho lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ có diện tích mặt bên ABB_1A_1 bằng 4; khoảng cách giữa cạnh CC_1 và mặt phẳng (ABB_1A_1) bằng 7. Tính thể tích khối lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$.

A. 14 **B.** $\dfrac{28}{3}$ **C.** $\dfrac{14}{3}$ **D.** 28

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi thể tích lăng trụ $ABCA_1B_1C_1$ là V.

Ta chia khối lăng trụ thành $ABCA_1B_1C_1$ theo mặt phẳng (ABC_1) được hai khối: khối chóp tam giác $C_1.ABC$ và khối chóp tứ giác $C_1.ABB_1A_1$

Ta có $V_{C_1.ABC} = \dfrac{1}{3}V \Rightarrow V_{C_1.ABB_1A_1} = \dfrac{2}{3}V$

Mà $V_{C_1.ABB_1A_1} = \dfrac{1}{3}.S_{ABB_1A_1}.\mathrm{d}\left(A;(ABB_1A_1)\right) = \dfrac{1}{3}.4.7 = \dfrac{28}{3}$. Vậy $V = \dfrac{28}{3}.\dfrac{3}{2} = 14$

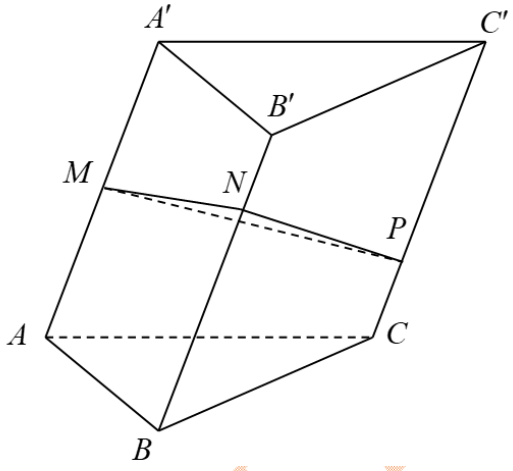
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 49. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'}=\frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'}=\frac{2}{3}$ và mặt phẳng (MNP) chia lăng trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Khi đó tỉ số $\frac{CP}{CC'}$ là

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Áp dụng công thức : $\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'}+\frac{BN}{BB'}+\frac{CP}{CC'}\right)$.

Ta có : $V_{ABC.MNP}=V_{ABC.A'B'C'}$ nên $\frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'}+\frac{BN}{BB'}+\frac{CP}{CC'}\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{3}\left(\frac{\frac{1}{2}AA'}{AA'}+\frac{\frac{2}{3}BB'}{BB'}+\frac{CP}{CC'}\right)=\frac{1}{2}$

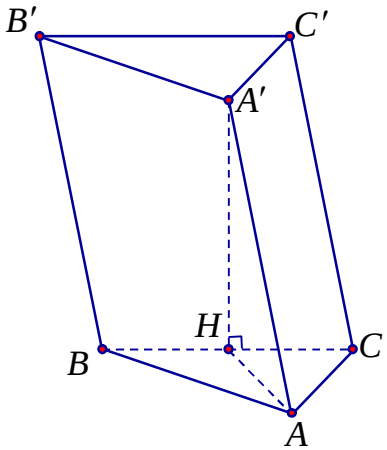
$\Leftrightarrow\frac{CP}{CC'}=\frac{1}{3}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $AA'=\frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm BC. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. **D.** $V=a^3\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm BC.

Theo giả thiết, $A'H$ là đường cao hình lăng trụ và $A'H=\sqrt{AA'^2-AH^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

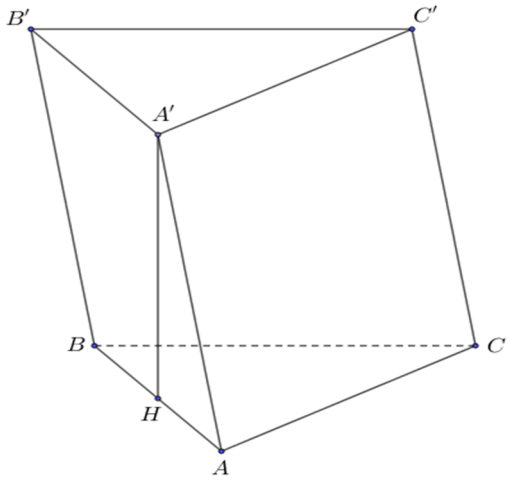
Vậy, thể tích khối lăng trụ là $V=S_{\Delta ABC}.A'H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 51. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh bằng a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB. Góc giữa cạnh bên của lăng trụ và mặt phẳng đáy bằng 30°. Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho theo a.

A. $\dfrac{3a^3}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3}{4}$ **C.** $\dfrac{a^3}{24}$ **D.** $\dfrac{a^3}{8}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có AH là hình chiếu của $A'A$ trên $(ABC)\Rightarrow \widehat{A'AH}=30^o\Rightarrow A'H=\dfrac{a}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

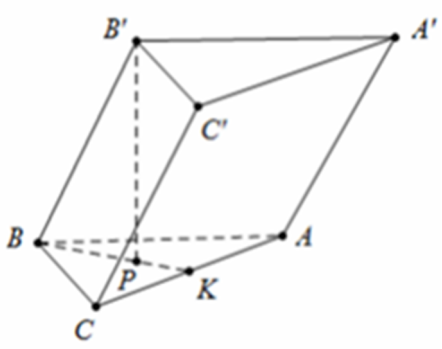
$V=A'H.S_{ABC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 52. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân ở C. Cạnh $BB'=a$ và tạo với đáy một góc bằng $60°$. Hình chiếu vuông góc hạ từ B' lên đáy trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

A. $\dfrac{9\sqrt{3}a^3}{80}$. **B.** $\dfrac{9a^3}{80}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{80}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{80}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi P là trọng tâm của $\Delta ABC\Rightarrow B'P\perp(ABC)$

$\Rightarrow \widehat{\left(BB',\left(ABC\right)\right)}=\widehat{\left(B'BP\right)}\Rightarrow \widehat{B'BP}=60^\circ$

$\Rightarrow \begin{cases}\sin 60^\circ=\dfrac{B'P}{BB'}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \cos 60^\circ=\dfrac{BP}{BB'}=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow \begin{cases}B'P=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\\ BP=\dfrac{a}{2}\end{cases}$

Gọi $K=BP\cap AC\Rightarrow BK=\dfrac{3}{2}BP=\dfrac{3a}{4}$

$\Rightarrow BC^2+\left(\dfrac{1}{2}BC\right)^2=\left(\dfrac{3a}{4}\right)^2\Rightarrow BC=\dfrac{3a\sqrt{5}}{10}$

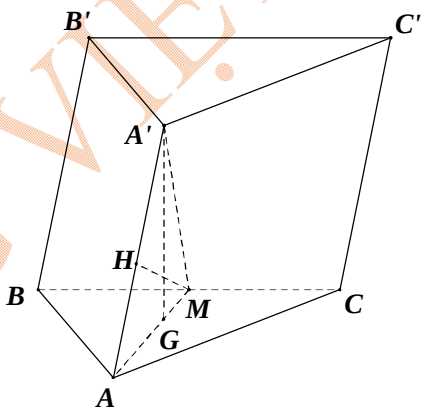
$\Rightarrow V=B'P.S_{ABC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{2}.\left(\dfrac{3a\sqrt{5}}{10}\right)^2=\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{80}.$

Câu 53. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Do ΔABC đều trọng tâm G và $A'G\perp\left(ABC\right)$ nên $A'.ABC$ là hình chóp đều.

Gọi M là trung điểm của BC, khi đó $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AG=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của M trên AA'. Khi đó do $BC\perp\left(AA'M\right)\Rightarrow BC\perp HM$ nên HM là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC. Do đó $HM=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Đặt $AA'=A'B=A'C=x$, khi đó $A'G=\sqrt{x^2-\dfrac{a^2}{3}}$.

Do $2S_{\Delta AA'M}=A'G.AM=MH.AA'\Rightarrow \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{x^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}.x\Rightarrow x=\dfrac{2a}{3}$.

Do $S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $A'G=\dfrac{a}{3}\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=A'G.S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

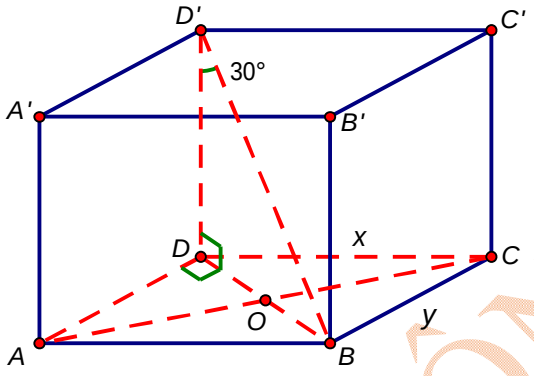
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 54. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\widehat{BCD}=60°, AC=a\sqrt{7}, BD=a\sqrt{3}, AB>AD$, đường chéo BD' hợp với mặt phẳng $(ADD'A')$ góc $30°$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{\sqrt{39}}{3}a^3$. **B.** $2\sqrt{3}a^3$. **C.** $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{39}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



- Đặt $x=CD; y=BC \quad (x>y)$
- Áp dụng định lý hàm cos và phân giác trong tam giác BCD

$3a^2=x^2+y^2-xy$ và $x^2+y^2=5a^2$

$\Rightarrow x=2a; \quad y=a$

- Với $x=2y=2a$ và $\widehat{C}=60 \rightarrow BD\perp AD \rightarrow \widehat{BD';(ADD'A')}=30 \rightarrow DD'=3a$
- $S_{ABCD}=xy.\sin 60=a^2\sqrt{3}$
- Vậy V hình hộp = $a^3 3\sqrt{3}$

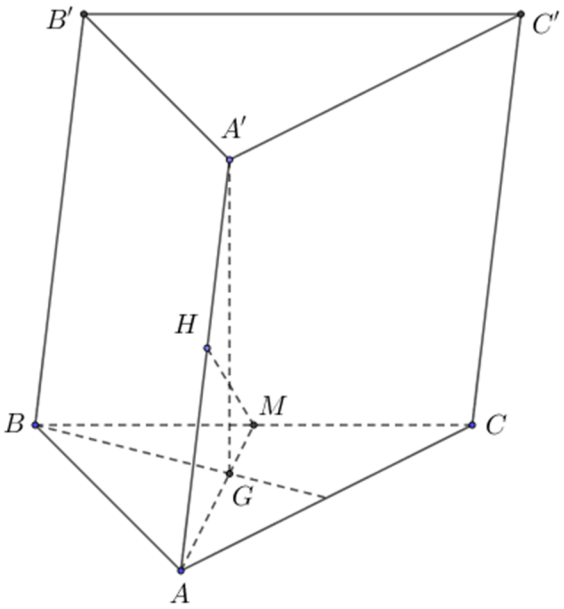
Câu 55. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi M là trung điểm của BC. Vẽ $MH \perp AA'$ $(H \in BC)$.

Ta có $AM \perp BC$, $A'G \perp BC \Rightarrow BC \perp (A'AG) \Rightarrow BC \perp MH \Rightarrow d(AA', BC) = MH$.

$AH = \sqrt{AM^2 - MH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{3a^2}{16}} = \frac{3a}{4}$.

Ta có $\frac{MH}{AH} = \frac{A'G}{AG} = \tan\widehat{GAH} \Rightarrow A'G = \frac{MH.AG}{AH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{3a}{4}} = \frac{a}{3}$.

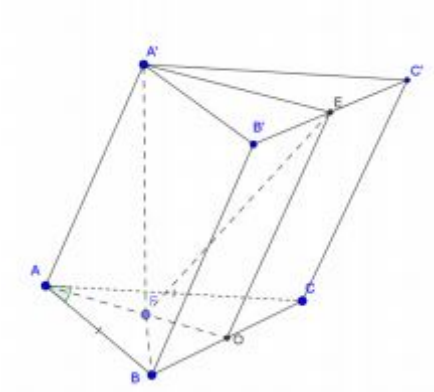
Vậy $V = S_{ABC}.A'G = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 56. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết thể tích của khối lăng trụ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC là:

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Phương pháp: Dựng hình vẽ như giả thiết bài toán.
+ phương pháp phổ biến nhất để tìm khoảng cách giữa 2 đường thẳng: tìm một mặt phẳng chứa 1 đường thẳng và song song với đường thẳng còn lại.

Cách giải: Gọi F là trọng tâm tam giác ABC. Suy ra $A'F$ là đường cao của hình lăng trụ

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}a.a.\sin 60^0=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

Suy ra $A'F=a$.

AA' song song với mặt phẳng $(BCC'B')$ nên khoảng cách giữa AA' và BC chính là khoảng cách giữa AA' và $(BCC'B')$ và cũng bằng khoảng cách từ A đến mặt phẳng này.

BC vuông góc với (FOE). Dựng FK vuông góc với OE nên $EF=d\left(F,(BCC')\right)$.

Tính $AA'=\sqrt{(A'F)^2+(AF)^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}a=OE$.

Xét hình bình hành $AOEA'$: $d\left(A,(ABCD)\right)=$ khoảng cách hình chiếu của A lên OE.

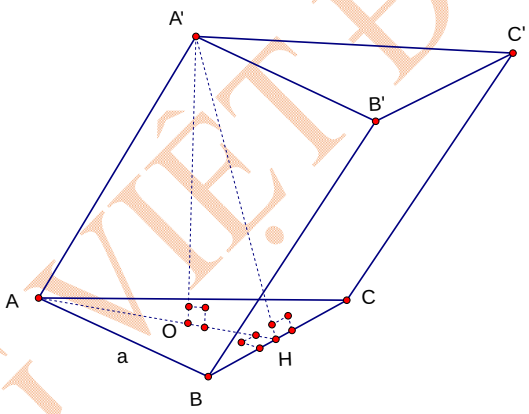
$S_{AOEA}=AO.A'F=OE.d=\frac{3}{4}a$.

Câu 57. Một khối lăng trụ tam giác có các cạnh đáy bằng $13,14,15$ cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$ và có chiều dài bằng 8. Khi đó thể tích khối lăng trụ là.

A. 340. **B.** 336. **C.** $274\sqrt{3}$. **D.** $124\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $S_{\Delta ABC}=\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}=84$.

Gọi O là hình chiếu của A' trên (ABC).

$\Delta A'AO$ vuông tại O cho ta: $A'O=AA'.\sin 30°=4$.

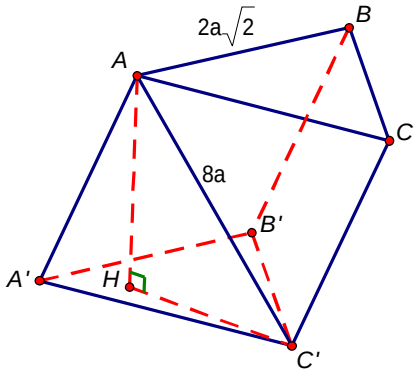
Vậy: $V_{ABC.A'B'C'}=84.4=336$.

Câu 58. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là đều cạnh $AB=2a\sqrt{2}$. Biết $AC'=8a$ và tạo với mặt đáy một góc 45^0. Thể tích khối đa diện $ABCC'B'$ bằng

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{16a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A lên $mp(A'B'C')$

$\Rightarrow \widehat{HC'A} = 45^0$

$\Rightarrow \Delta AHC'$ vuông cân tại H.

$\Rightarrow AH = \dfrac{AC'}{\sqrt{2}} = \dfrac{8a}{\sqrt{2}} = 4a\sqrt{2}.$

NX: $V_{A.BCC'B'} = \dfrac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{2}{3}AH.S_{ABC} = \dfrac{2}{3}.4a\sqrt{2}.\dfrac{\left(2a\sqrt{2}\right)^2.\sqrt{3}}{4} = \dfrac{16a^3\sqrt{6}}{3}.$

Gọi H là hình chiếu của A lên $mp(A'B'C')$

$\Rightarrow \widehat{HC'A} = 45^0$

$\Rightarrow \Delta AHC'$ vuông cân tại H.

$\Rightarrow AH = \dfrac{AC'}{\sqrt{2}} = \dfrac{8a}{\sqrt{2}} = 4a\sqrt{2}.$

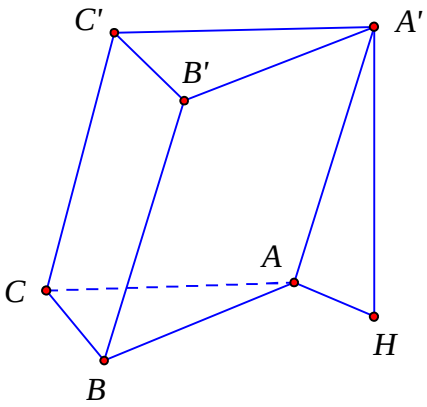
NX: $V_{A.BCC'B'} = \dfrac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{2}{3}AH.S_{ABC} = \dfrac{2}{3}.4a\sqrt{2}.\dfrac{\left(2a\sqrt{2}\right)^2.\sqrt{3}}{4} = \dfrac{16a^3\sqrt{6}}{3}.$

Câu 59. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $AA' = b$ và AA' tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\dfrac{3}{4}a^2b$. **B.** $\dfrac{3}{8}a^2b$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^2b$. **D.** $\dfrac{1}{8}a^2b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Kẻ $A'H \perp (ABC)$ tại H

Suy ra góc giữa AA' và đáy bằng $\widehat{A'AH} = 60°$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow \sin 60^\circ = \dfrac{A'H}{A'A} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = \dfrac{\sqrt{3}}{2} A'A = \dfrac{b\sqrt{3}}{2}$.

Do đó $V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = \dfrac{b\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{2}a^2 \sin 60^\circ = \dfrac{3a^2 b}{8}$.

Câu 60. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30 (đơn vị thể tích). Thể tích của khối tứ diện $AB'C'C$ là:

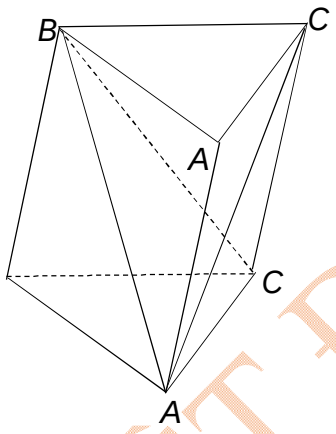
A. 5 (đơn vị thể tích). **B.** 10 (đơn vị thể tích).

C. 12,5 (đơn vị thể tích). **D.** 7,5 (đơn vị thể tích).

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có.



.

Khi đó ta có thể so sánh trực tiếp cũng được, tuy nhiên ở đây ta có thể suy luận nhanh như sau: Khối $B'ABC$ có chung đường cao kẻ từ đỉnh B' đến đáy (ABC) và chung đáy ABC với hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Do vậy $\dfrac{V_{B'ABC}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \dfrac{1}{3}$.

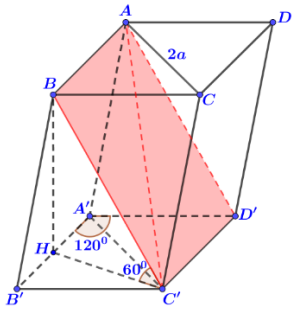
Tương tự ta có $\dfrac{V_{A.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \dfrac{1}{3}$, khi đó $V_{A.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{A.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}.30 = 10$.

Câu 61. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy $ABCD$ là hình thoi, $AC = 2a$, $\widehat{BAD} = 120^0$. Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là trung điểm cạnh $A'B'$, góc giữa mặt phẳng $(AC'D')$ và mặt đáy lăng trụ bằng 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = \sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 6\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 2\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm $A'B'$, suy ra $BH \perp (A'B'C'D')$.

Vì $A'B'C'D'$ là hình thoi và $\widehat{B'A'D'} = 120^o \Rightarrow \Delta A'B'C'$ là tam giác đều cạnh $2a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $\begin{cases} (AC'D') \cap (A'B'C'D') = C'D' \\ HC' \perp C'D' \\ BC' \perp C'D' \end{cases} \Rightarrow \widehat{((AC'D'),(A'B'C'D'))} = \widehat{BC'H} = 60^o$.

Có $\Delta A'B'C'$ đều cạnh $2a$ nên $C'H = \frac{\sqrt{3}}{2}.2a = \sqrt{3}a$.

Xét tam giác BHC' vuông tại H có: $\tan 60^o = \frac{BH}{C'H} \Rightarrow BH = C'H \tan 60^o = 3a$.

$S_{A'B'C'D'} = 2S_{A'B'C'} = 2.\frac{\sqrt{3}}{4}.(2a)^2 = 2\sqrt{3}a^2$.

Vậy, $V_{ABCD.A'B'C'D'} = BH.S_{A'B'C'} = 3a.2\sqrt{3}a^2 = 6\sqrt{3}a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: KHỐI LẬP PHƯƠNG

Câu 1. Độ dài đường chéo của một hình lập phương bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lập phương.

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=8a^3$. **D.** $V=3\sqrt{3}a^3$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh BB', $C'D'$, DA sao cho $BM=C'N=DP=\dfrac{a}{3}$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'B'$ tại E. Tính độ dài đoạn thẳng $A'E$.

A. $A'E=5a/3$. **B.** $A'E=3a/4$. **C.** $A'E=5a/4$. **D.** $A'E=4a/3$..

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là.

A. $2a^3$. **B.** $2\sqrt{2}a^3$. **C.** a^3. **D.** $8a^3$.

Câu 4. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm BC, CD, DD', $D'A'$, $A'B'$, BB'. Biết diện tích đa giác $MNPQRS$ là $4\sqrt{3}$, thể tích khối lập phương trên gần số nào sau đây?

A. $12,3$. **B.** $12,4$. **C.** $12,1$. **D.** $12,2$.

Câu 5. Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=2\sqrt{2}a^3$. **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=64a^3$.

Câu 6. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng a là :

A. $V=\dfrac{1}{2}a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 7. Tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng a.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 8. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 10 cm là

A. $V=\dfrac{1000}{3}\text{ cm}^3$. **B.** $V=100\text{ cm}^3$. **C.** $V=1000\text{ cm}^3$. **D.** $V=500\text{ cm}^3$.

Câu 9. Cho hình lập phương có thể tích bằng 8. Diện tích toàn phần của hình lập phương là

A. 36. **B.** 48. **C.** 16. **D.** 24.

Câu 10. Diện tích toàn phần của một khối lập phương là 150 cm^2. Tính thể tích của khối lập phương.

A. 125 cm^3. **B.** 100 cm^3. **C.** 25 cm^3. **D.** 75 cm^3.

Câu 11. Gọi V_1 là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_2 là thể tích khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V_1=4V_2$. **B.** $V_1=6V_2$. **C.** $V_1=2V_2$. **D.** $V_1=8V_2$.

Câu 12. Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng $12a^3$. Tính theo a thể tích khối lập phương đó.

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\sqrt{8}a^3$.

Câu 13. Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là:

A. 3. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 14. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, Biết tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 150.

A. $V=25$. **B.** $V=100$. **C.** $V=125$. **D.** $V=75$.

Câu 15. Khối lập phương có đường chéo bằng $2a$ thì có thể tích là.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. a^3. **B.** $2\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{8}{3\sqrt{3}}a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 16. Cho (H) là khối lập phương có độ dài cạnh bằng $3(cm)$. Thể tích của (H) bằng.

A. $27(cm^3)$. **B.** $3(cm^3)$. **C.** $9(cm^3)$. **D.** $27(cm^2)$.

Câu 17. Một hộp đựng thực phẩm có dạng hình lập phương và có diện tích toàn phần bằng $150\ \text{cm}^2$. Thể tích của khối hộp là:

A. $125\ \text{dm}^3$. **B.** $125\ \text{cm}^3$. **C.** $\frac{125}{3}\text{dm}^3$. **D.** $\frac{125}{3}\ \text{cm}^3$.

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM = C'N = DP = \frac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A. $S = \frac{11\sqrt{3}a^2}{18}$. **B.** $S = \frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$. **C.** $S = \frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$. **D.** $S = \frac{17\sqrt{3}a^2}{18}$.

Câu 19. Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là:

A. $2a^3$. **B.** $27a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. I là trung điểm BB'. Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn bằng.

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{7}{17}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 22. Cho hình lập phương có cạnh bằng 1. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. 6π. **B.** 3π. **C.** 12π. **D.** π.

Câu 23. Tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 96. Thể tích của khối lập phương đó là:

A. 64 **B.** 48 **C.** 84 **D.** 91

Câu 24. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AD' = 2a$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = 2\sqrt{2}a^3$. **C.** $V = 8a^3$. **D.** $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 25. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng ?

A. $V = 6V_1$. **B.** $V = 4V_1$. **C.** $V = 3V_1$. **D.** $V = 2V_1$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V = 3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 2\sqrt{2}a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 8a^3$.

Câu 27. Diện tích toàn phần của một hình hộp chữ nhật là $S = 8a^2$. Đáy của nó là hình vuông cạnh a. Tính thể tích V của khối hộp theo a.

A. $V = \frac{7}{4}a^3$. **B.** $V = 3a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = \frac{3}{2}a^3$.

Câu 28. Thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với diện tích tứ giác $ACC'A'$ bằng $4\sqrt{2}$ là.

A. $V = 4$. **B.** $V = 6$. **C.** $V = 7$. **D.** $V = 8$.

Câu 29. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng $96cm^2$ cm^2. Thể tích của khối lập phương đó là:

A. $48cm^3$. **B.** $91cm^3$. **C.** $64cm^3$. **D.** $84cm^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 30. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AD'=3a$.

A. $\frac{27}{2\sqrt{2}}a^3$ **B.** $3\sqrt{3}.a^3$ **C.** $2\sqrt{2}.a^3$ **D.** a^3

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính thể tích V của hình lập phương biết rằng khoảng cách từ trung điểm I của AB đến mặt phẳng $(A'B'CD)$ bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 32. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng ?

A. $V=2V_1$. **B.** $V=3V_1$. **C.** $V=6V_1$. **D.** $V=4V_1$.

Câu 33. Một hình lập phương có cạnh $4\,\text{cm}$. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh $1\,\text{cm}$. Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 16. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 96.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, một mặt phẳng (α) cắt các cạnh AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P, Q. Biết $AM=\frac{1}{3}a$, $CP=\frac{2}{5}a$. Thể tích khối đa diện $ABCD.MNPQ$ là:

A. $\frac{11}{30}a^3$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{11}{15}a^3$.

Câu 35. Tính theo a thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC'=a$.

A. $V=3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3}{27}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Câu 36. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2.

A. 4. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 37. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 38. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Câu 39. Một khối lập phương có độ dài cạnh bằng 5, thể tích khối lập phương đã cho bằng

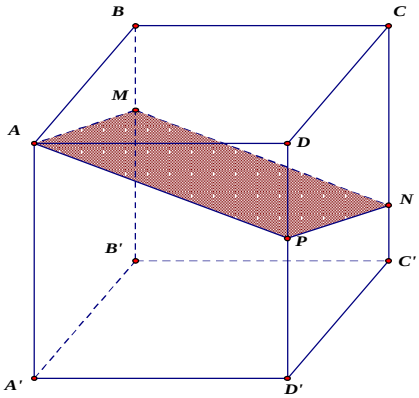
A. 25. **B.** 81. **C.** 125. **D.** 243.

Câu 40. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$, biết diện tích mặt chéo ACC_1A_1 bằng $4\sqrt{2}a^2$.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=16a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 41. Người ta cần cắt một khối lập phương thành hai khối đa diện bởi một mặt phẳng đi qua A (như hình vẽ) sao cho phần thể tích của khối đa diện chứa điểm B bằng một nửa thể tích của khối đa diện còn lại.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tính tỉ số $k=\dfrac{CN}{CC'}$.

A. $k=\dfrac{3}{4}$. **B.** $k=\dfrac{1}{2}$. **C.** $k=\dfrac{2}{3}$. **D.** $k=\dfrac{1}{3}$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\dfrac{4a\sqrt{3}}{2}$.

Tính theo a thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=3\sqrt{3}\,a^3$. **C.** $V=8\sqrt{3}\,a^3$. **D.** $V=216a^2$.

Câu 43. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 150. Thể tích của khối lập phương đó là.

A. 200. **B.** 100. **C.** 625. **D.** 125.

Câu 44. Tính theo a thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC'=a.$.

A. $V=\dfrac{a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: KHỐI LẬP PHƯƠNG

Câu 1. Độ dài đường chéo của một hình lập phương bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lập phương.

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=8a^3$. **D.** $V=3\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$A'C=3a\Leftrightarrow\sqrt{AA'^2+AB^2+AC^2}=3a\Leftrightarrow 3.AB^2=9a^2$.

$\Leftrightarrow AB=a\sqrt{3}$.

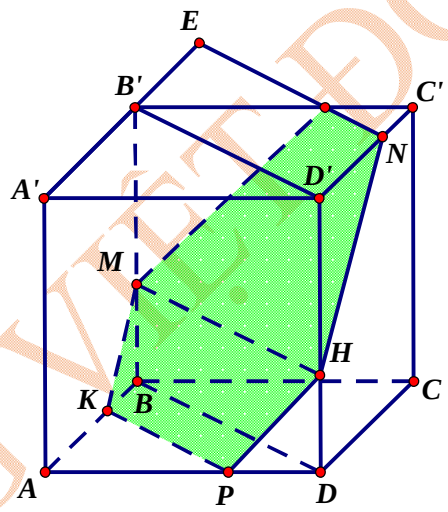
Vậy $V=\left(a\sqrt{3}\right)^3=3\sqrt{3}a^3$..

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M, N, P theo thứ tự đó thuộc các cạnh BB', $C'D'$, DA sao cho $BM=C'N=DP=\dfrac{a}{3}$. Mặt phẳng (MNP) cắt đường thẳng $A'B'$ tại E. Tính độ dài đoạn thẳng $A'E$.

A. $A'E=5a/3$. **B.** $A'E=3a/4$. **C.** $A'E=5a/4$. **D.** $A'E=4a/3$..

Hướng dẫn giải

Chọn A



Lấy H, K thuộc đoạn DD', AB sao cho $DH=BK=\dfrac{a}{3}$.

Nhận xét $KP//BD$ và $MH//BD$ nên $KP//MH$, suy ra 4 điểm M,K,P,H đồng phẳng.

Tương tự: $MK//AB'$, $DC'//AB'$; $DC'//HN$ nên $MK//HN$ suy ra 4 điểm M,K,H,N đồng phẳng.

Vậy mặt phẳng (MNP) chứa các điểm H, K đồng thời mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng (BDC'). Suy ra mặt phẳng (MNP) song song với $B'D'$.

Xét mặt phẳng $(A'B'C'D')$, qua N kẻ $NE//B'D'$ cắt $A'B'$ tại E là điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

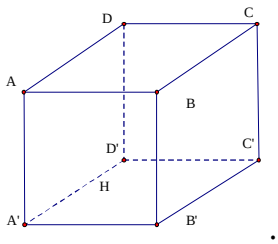
Ta có $B'EDN$ là hình bình hành nên $B'E=\dfrac{2a}{3}$ suy ra $A'E=A'B'+B'E=\dfrac{5a}{3}$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là.

A. $2a^3$. **B.** $2\sqrt{2}a^3$. **C.** a^3. **D.** $8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng x, $(x>0)$.

Ta có: $S_{ACC'A'} = AA'.AC = x.x\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left(a\sqrt{2}\right)^3 = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm BC, CD, DD', $D'A'$, $A'B'$, BB'. Biết diện tích đa giác $MNPQRS$ là $4\sqrt{3}$, thể tích khối lập phương trên gần số nào sau đây?

A. $12,3$. **B.** $12,4$. **C.** $12,1$. **D.** $12,2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thiết diện $MNPQRS$ là một lục giác đều. Đặt cạnh của khối lập phương là a, $a>0$.

Nên cạnh của lục giác đều bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích lục giác đều bằng 6 lần diện tích tam giác đều cạnh $\frac{a\sqrt{2}}{2}$:

$$4\sqrt{3} = 6.\frac{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow \frac{a^2}{2} = \frac{8}{3} \Leftrightarrow a = \frac{4\sqrt{3}}{3};\ V = a^3 = \left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^3 = 12,31.$$

Câu 5. Một khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = 2\sqrt{2}a^3$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 64a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

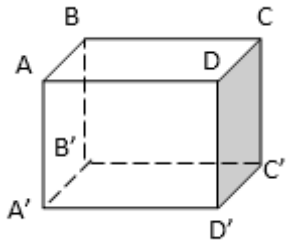
Gọi cạnh của khối lập phương là $x>0$. Ta có công thức $x\sqrt{3} = a\sqrt{6} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$. Vậy thể tích khối lập phương là $V = \left(a\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 6. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng a là :

A. $V = \frac{1}{2}a^3$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



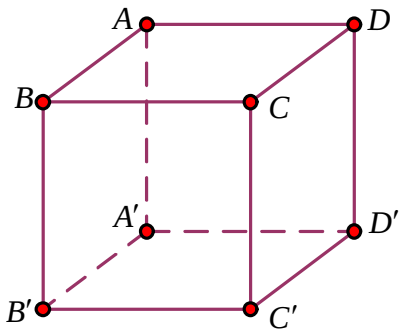
$V = AA'.AB.AD = a^3$.

Câu 7. Tính thể tích của khối lập phương có cạnh bằng a.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AA'.AD=a^3$.

Câu 8. Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 10 cm là

A. $V=\dfrac{1000}{3}\text{ cm}^3$. **B.** $V=100\text{ cm}^3$. **C.** $V=1000\text{ cm}^3$. **D.** $V=500\text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có thể **tích khối lập phương có cạnh bằng** 10 cm **là** $V=10^3=1000\text{ cm}^3$**.**

Câu 9. Cho hình lập phương có thể tích bằng 8. Diện tích toàn phần của hình lập phương là

A. 36. **B.** 48. **C.** 16. **D.** 24.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử hình lập phương có cạnh a. Ta có $a^3=8\Leftrightarrow a=2$.

Diện tích toàn phần của hình lập phương là $6a^2=24$.

Câu 10. Diện tích toàn phần của một khối lập phương là 150 cm^2. Tính thể tích của khối lập phương.

A. 125 cm^3. **B.** 100 cm^3. **C.** 25 cm^3. **D.** 75 cm^3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi cạnh của khối lập phương là a. Ta có diện tích toàn phần của hình lập phương là $6a^2=150$ $\Leftrightarrow a^2=25\Leftrightarrow a=5$.

Vậy thể tích khối lập phương là $V=a^3=5^3=125\text{ cm}^3$.

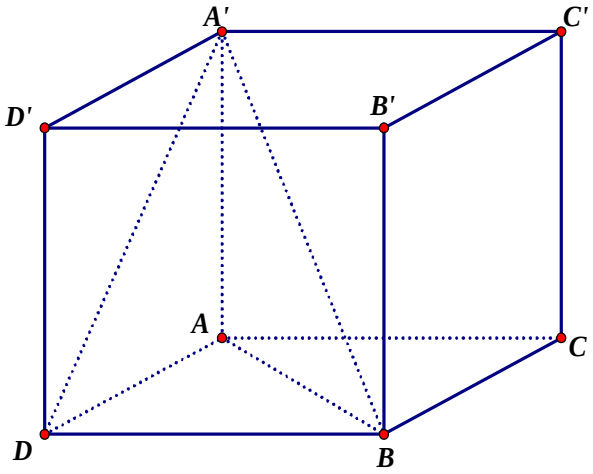
Câu 11. Gọi V_1 là thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_2 là thể tích khối tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $V_1=4V_2$. **B.** $V_1=6V_2$. **C.** $V_1=2V_2$. **D.** $V_1=8V_2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Cách 1: Giả sử cạnh của hình lập phương là a, ta có $V_1 = a^3$ và $V_2 = \frac{1}{3}AA'.S_{ABD} = \frac{1}{6}a^3$ suy ra $V_1 = 6V_2$.

Cách 2: Ta có $V_2 = \frac{1}{3}AA'.S_{ABD} = \frac{1}{3}AA'.\frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{6}AA'.S_{ABCD} = \frac{1}{6}V_1 \Rightarrow V_1 = 6V_2$.

Cách 3: Ta có $V_{A'ABD} = \frac{1}{3}V_{ABD.A'B'D'} = \frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow V_1 = 6V_2$.

Câu 12. Cho hình lập phương có tổng diện tích các mặt bằng $12a^3$. Tính theo a thể tích khối lập phương đó.

A. $\sqrt{2}a^3$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\sqrt{8}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Khối lập phương có 6 mặt là hình vuông bằng nhau.

Từ giả thiết suy ra diện tích một mặt là $\frac{12a^2}{6} = 2a^2$.

Cạnh của khối lập phương là $\sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối lập phương là: $V = \left(a\sqrt{2}\right)^3 = \sqrt{8}a^3$.

Câu 13. Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là:

A. 3. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là: $V = \left(\sqrt{3}\right)^3 = 3\sqrt{3}$.

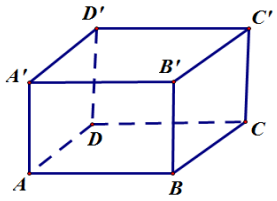
Câu 14. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, Biết tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 150.

A. $V = 25$. **B.** $V = 100$. **C.** $V = 125$. **D.** $V = 75$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi a là cạnh hình lập phương ta có: $6a^2=150\Leftrightarrow a^2=25\Leftrightarrow a=5$.

Khi đó thể tích hình lập phương là : $V=a^3=5^3=125$.

Câu 15. Khối lập phương có đường chéo bằng $2a$ thì có thể tích là.

A. a^3. **B.** $2\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{8}{3\sqrt{3}}a^3$. **D.** $8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cạnh của khối lập phương bằng $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. Vậy thể tích của nó là: $V=\left(\frac{2a}{\sqrt{3}}\right)^3=\frac{8}{3\sqrt{3}}a^3$ (đvtt).

Câu 16. Cho (H) là khối lập phương có độ dài cạnh bằng $3(cm)$. Thể tích của (H) bằng.

A. $27(cm^3)$. **B.** $3(cm^3)$. **C.** $9(cm^3)$. **D.** $27(cm^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V=3^3(cm^3)$.

Câu 17. Một hộp đựng thực phẩm có dạng hình lập phương và có diện tích toàn phần bằng $150\ \text{cm}^2$. Thể tích của khối hộp là:

A. $125\ \text{dm}^3$. **B.** $125\ \text{cm}^3$. **C.** $\frac{125}{3}\text{dm}^3$. **D.** $\frac{125}{3}\ \text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích toàn phần hình lập phương là $S=6a^2=150\Rightarrow a=5$.

Suy ra thể tích $V=125cm^3$.

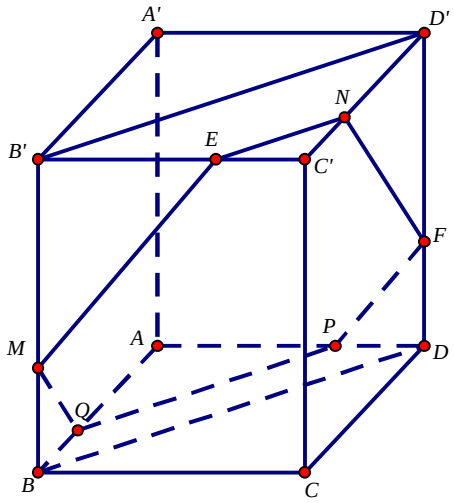
Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm M,N,P theo thứ tự đó thuộc các cạnh $BB', C'D', DA$ sao cho $BM=C'N=DP=\frac{a}{3}$. Tìm diện tích thiết diện S của hình lập phương khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A. $S=\frac{11\sqrt{3}a^2}{18}$. **B.** $S=\frac{5\sqrt{3}a^2}{18}$. **C.** $S=\frac{13\sqrt{3}a^2}{18}$. **D.** $S=\frac{17\sqrt{3}a^2}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\frac{BM}{C'N}=\frac{MB'}{ND'}=\frac{BB'}{C'D'}=1$, do đó theo định lý ta-let trong không gian thì BC', MN, $B'D'$ lần lượt cùng song song với một mặt phẳng. Mà $B'D'//(BC'D)$ và $BC'\subset(BC'D)$ nên ta có $MN//(BC'D)$. Chứng minh tương tự ta có $NP//(BC'D)$. Do đó $(MNP)//(BC'D)$.

Qua P, kẻ $PQ//BD, Q\in AB$. Qua N, kẻ $NF//C'D, F\in D'D$.

Qua M, kẻ $ME//BC', E\in B'C'$.

Khi đó ta có thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) với hình lập phương là lục giác $MENFPQ$.

Dễ thấy $EN=PF=MQ=\frac{a\sqrt{2}}{3}$, $NF=PQ=ME=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$ và tam giác $BC'D$ là tam giác đều vì $BC'=BD=DC'=a\sqrt{2}$. Do đó $\widehat{ENF}=\widehat{NFP}=\widehat{FPQ}=\widehat{PQM}=\widehat{QME}=\widehat{MEN}=60°$

Suy ra: $EF^2=EN^2+NF^2-2.EN.NF.\cos 60°=\frac{2}{3}a^2\Rightarrow EF=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Tương tự thì $FQ=QE=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Ta có $S_{MENFPQ}=3.S_{ENF}+S_{EFQ}=3.\frac{1}{2}.\frac{2a\sqrt{2}}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{2a^2}{3}=\frac{5\sqrt{3}}{18}a^2$.

Câu 19. Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là:

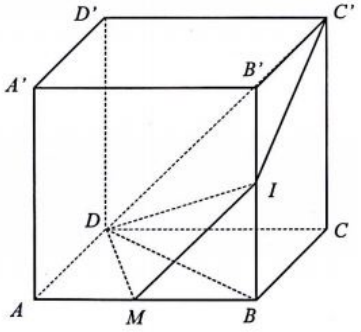
A. $2a^3$. **B.** $27a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ là: $V=(3a)^3=27a^3$.

Câu 20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. I là trung điểm BB'. Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần có tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn bằng.



A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{7}{17}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Coi như khối lập phương có cạnh bằng 1.

Để giải bài toán này, ta phải xác định đúng thiết diện cắt bởi mặt phẳng (DIC').

Lấy M là trung điểm AB thì IM là đường trung bình tam giác ABB' nên $IM//AB'//DC'$.

Suy ra bốn điểm I,M,C',D cùng thuộc một mặt phẳng $(C'ID)$.

Thiết diện cắt bởi mặt phẳng (DIC') là tứ giác $C'DMI$.

Phần có thể tích nhỏ hơn là khối đa diện $C'IBMDC$.

Để thuận tiện tính toán ta chia khối trên thành 2 phần là tứ diện $IMBD$ và hình chóp $DIBCC'$.

$V_{IMBD}=\frac{1}{3}.IB.S_{BDM}=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.IB.DA.MB=\frac{1}{6}.\frac{1}{2}.1.\frac{1}{2}=\frac{1}{24}$.

$V_{D.IBCC'}=\frac{1}{3}.DC.S_{IBCC'}=\frac{1}{3}.DC.\frac{1}{2}.(IB+CC').BC=\frac{1}{2}.1.\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}+1\right).1.\frac{1}{4}$.

Suy ra thể tích khối có thể tích nhỏ hơn là $V_n=V_{IMBD}+V_{DIBCC'}=\frac{1}{24}+\frac{1}{4}=\frac{7}{24}$.

Thể tích phần lớn hơn là $V_l=V_{ABCD.A'B'C'D'}-V_n=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$.

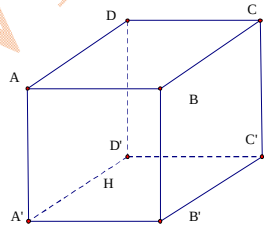
Vậy tỉ lệ cần tìm là $V_n:V_l=7:17$.

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử hình lập phương có cạnh bằng x $(x>0)$.

Ta có $S_{ACC'A'}=AA'.AC=x.x\sqrt{2}=2\sqrt{2}a^2\Leftrightarrow x=a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=\left(a\sqrt{2}\right)^3=2a^3\sqrt{2}$.

Câu 22. Cho hình lập phương có cạnh bằng 1. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. 6π. **B.** 3π. **C.** 12π. **D.** π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường chéo hình lập phương bằng $\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là: $R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng: $S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3\pi$.

Câu 23. Tổng diện tích các mặt của hình lập phương bằng 96. Thể tích của khối lập phương đó là:

A. 64 **B.** 48 **C.** 84 **D.** 91

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử hình lập phương có cạnh là a .

Ta có $S_{tp} = 6a^2 = 96 \Rightarrow a = 4$.

Vậy thể tích của khối lập phương đó là $V = a^3 = 64$.

Câu 24. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AD' = 2a$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = 2\sqrt{2}a^3$. **C.** $V = 8a^3$. **D.** $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi x là cạnh của hlp => $AD' = x\sqrt{2} = 2a \Rightarrow x = a\sqrt{2} \Rightarrow V = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 25. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng ?

A. $V = 6V_1$. **B.** $V = 4V_1$. **C.** $V = 3V_1$. **D.** $V = 2V_1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V = S_{ABCD}.AA'$; $V_1 = \frac{1}{3}.S_{ABD}.AA'$.

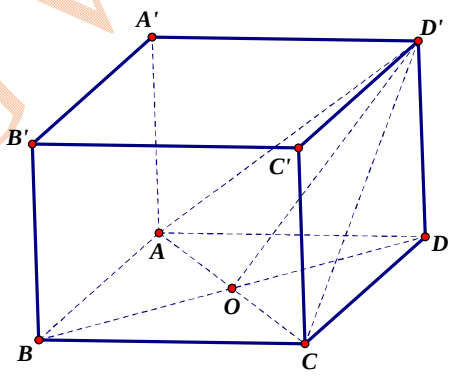
Mà $S_{ABD} = \frac{1}{2}S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V}{V_1} = \frac{2.S_{ABD}.AA'}{\frac{1}{3}S_{ABD}.AA'} = 6$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V = 3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 2\sqrt{2}a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử cạnh của hình lập phương có độ dài là x .

Ta có $AC = x\sqrt{2}$, $OD' = \sqrt{OD^2 + A'A^2} = \frac{x\sqrt{6}}{2}$

Diện tích tam giác ACD' là $S_{ACD'} = \frac{1}{2}OD'.AC = \frac{1}{2}x\sqrt{2}.\frac{x\sqrt{6}}{2} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó, ta có $a^2\sqrt{3} = \frac{x^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow a^2 = \frac{x^2}{2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy $V = x^3 = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 27. Diện tích toàn phần của một hình hộp chữ nhật là $S = 8a^2$. Đáy của nó là hình vuông cạnh a . Tính thể tích V của khối hộp theo a .

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\frac{7}{4}a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{3}{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi chiều cao của hình hộp chữ nhật là b.

$S_{tp}=S_{2\ đáy}+S_{4\ mat\ bên}=2a^2+4ab=8a^2$.

$\Leftrightarrow b=\frac{3}{2}a$.

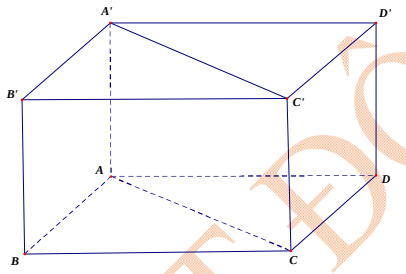
Vậy thể tích của khối hộp: $V=S_{đáy}.b=a^2\cdot\frac{3}{2}a=\frac{3}{2}a^3$.

Câu 28. Thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với diện tích tứ giác $ACC'A'$ bằng $4\sqrt{2}$ là.

A. $V=4$. **B.** $V=6$. **C.** $V=7$. **D.** $V=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đặt $BC=x$. Khi đó $AC=x\sqrt{2}$, $AA'=x$.

Mà $S_{AA'C'C}=x^2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\Leftrightarrow x=2$.

Vậy $V=2^3=8$.

Câu 29. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng $96cm^2$ cm^2. Thể tích của khối lập phương đó là:

A. $48cm^3$. **B.** $91cm^3$. **C.** $64cm^3$. **D.** $84cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi a là độ dài cạnh của hình lập phương.

Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương là: $6a^2=96\Leftrightarrow a^2=16\Rightarrow a=4$cm.

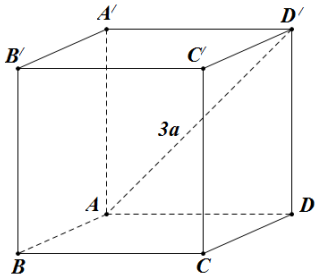
Thể tích của khối lập phương đó là: $V=4^3=64\,\text{cm}^3$.

Câu 30. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $AD'=3a$.

A. $\frac{27}{2\sqrt{2}}a^3$ **B.** $3\sqrt{3}.a^3$ **C.** $2\sqrt{2}.a^3$ **D.** a^3

Hướng dẫn giải

Chọn A

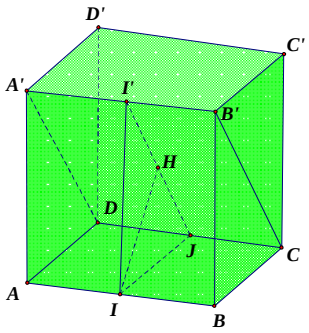


Vì $\Delta ADD'$ vuông tại D nên $\left(AD'\right)^2=AD^2+\left(DD'\right)^2\Leftrightarrow 2AD^2=9a^2\Leftrightarrow AD=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là khối lập phương nên $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AD^3 = \dfrac{27a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính thể tích V của hình lập.



phương biết rằng khoảng cách từ trung điểm I của AB đến mặt phẳng $(A'B'CD)$ bằng $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

A. $V = \dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V = a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi các điểm như hình vẽ bên trong đó $IH \perp I'J$. Đặt cạnh $AB = x$ suy ra

$IH = \dfrac{x}{\sqrt{2}} = \dfrac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = a$. Vậy $V = a^3$.

Câu 32. Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích của tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây là đúng ?

A. $V = 2V_1$. **B.** $V = 3V_1$. **C.** $V = 6V_1$. **D.** $V = 4V_1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $V = S_{ABCD}.AA'$; $V_1 = \dfrac{1}{3}.S_{ABD}.AA'$.

Mà $S_{ABD} = \dfrac{1}{2}S_{ABCD} \Rightarrow \dfrac{V}{V_1} = \dfrac{2.S_{ABD}.AA'}{\dfrac{1}{3}S_{ABD}.AA'} = 6 \Rightarrow V = 6V_1$.

Câu 33. Một hình lập phương có cạnh 4cm. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh 1cm. Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 16. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 96.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mỗi mặt có 4 hình được sơn một mặt. Vậy, có: $6.4 = 24$ (hình).

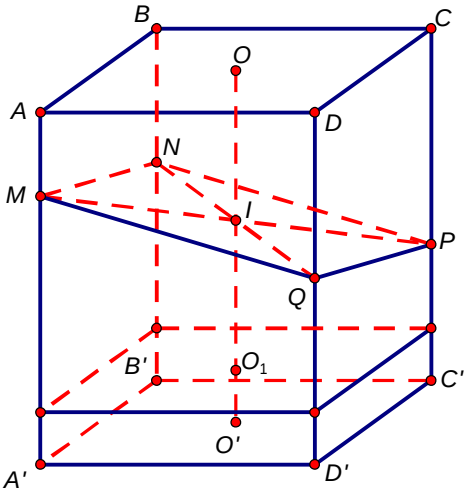
Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, một mặt phẳng (α) cắt các cạnh AA', BB', CC', DD' lần lượt tại M, N, P, Q. Biết $AM = \dfrac{1}{3}a$, $CP = \dfrac{2}{5}a$. Thể tích khối đa diện $ABCD.MNPQ$ là:

A. $\dfrac{11}{30}a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{11}{15}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành có tâm là I thuộc đoạn OO'.

Ta có: $OI = \dfrac{AM + CP}{2} = \dfrac{11}{30}a < \dfrac{a}{2}$

Gọi O_1 là điểm đối xứng O qua I thì:

$OO_1 = 2OI = \dfrac{11}{15}a < a$. Vậy O_1 nằm trong đoạn OO'.

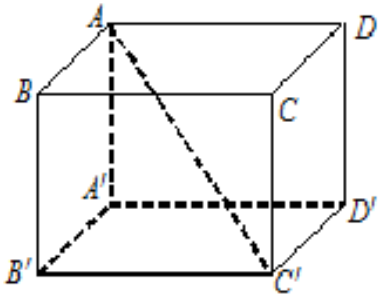
Vẽ mặt phẳng qua O_1 song song với $(ABCD)$ cắt các cạnh $AA'; BB'; CC'; DD'$ lần lượt tại A_1, B_1, C_1, D_1. Khi đó I là tâm của hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ Vậy $V_{ABCD.MNPQ} = V_{MNPQ.A_1B_1C_1D_1} = \dfrac{1}{2}V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = \dfrac{1}{2}a^2 OO_1 = \dfrac{11}{30}a^3$.

Câu 35. Tính theo a thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = a$.

A. $V = 3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{27}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D



Ta có $AC' = AB\sqrt{3} \Rightarrow AB = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối lập phương là: $V = AB^3 = \left(\dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)^3 = \dfrac{a^3}{3\sqrt{3}} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 36. Thể tích của khối lập phương có cạnh bằng 2.

A. 4. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

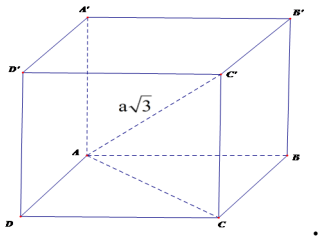
Khối lập phương có cạnh bằng a có thể tích $V=a^3$.
Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 2 là $V=8$.

Câu 37. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $AC'=a\sqrt{3}$.
Theo đề cho $ABCD.A'B'C'D'$ là khối lập phương.
Suy ra cạnh lập phương là $\frac{A'C}{\sqrt{3}}=a\Rightarrow V=a^3$.

Câu 38. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=3\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có đường chéo hình lập phương $AC'=\sqrt{3}a$ suy ra cạnh của lập phương bằng a..
Vậy thể tích bằng: $V=a^3$.

Câu 39. Một khối lập phương có độ dài cạnh bằng 5, thể tích khối lập phương đã cho bằng

A. 25. **B.** 81. **C.** 125. **D.** 243.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy y' đổi dấu hai lần. Tuy nhiên tại $x=0$ thì $V=5^3=125$.

Câu 40. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$, biết diện tích mặt chéo ACC_1A_1 bằng $4\sqrt{2}a^2$.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=8a^3$. **C.** $V=16a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Hướng dẫn giải

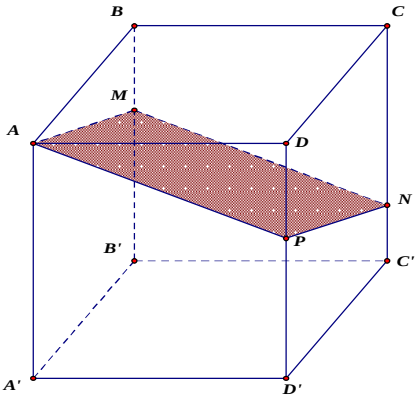
Chọn B

Gọi $AB=x\Rightarrow AC=x\sqrt{2}\Rightarrow S_{ACC_1A_1}=x^2\sqrt{2}=4a^2\sqrt{2}\Rightarrow x=2a$.

$V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 41. Người ta cần cắt một khối lập phương thành hai khối đa diện bởi một mặt phẳng đi qua A (như hình vẽ) sao cho phần thể tích của khối đa diện chứa điểm B bằng một nửa thể tích của khối đa diện còn lại.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

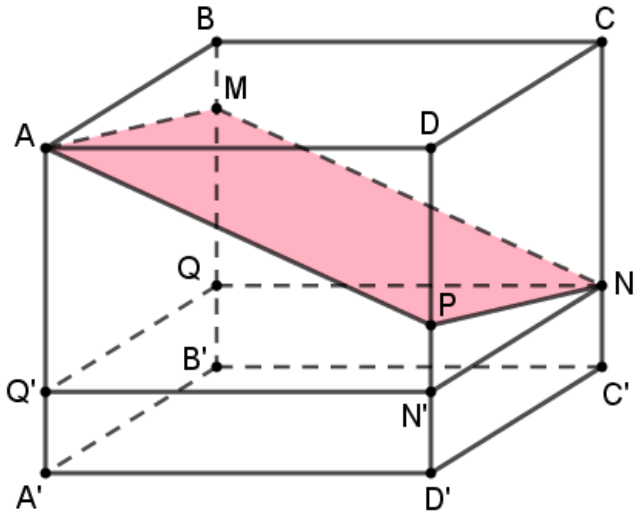


Tính tỉ số $k=\dfrac{CN}{CC'}$.

A. $k=\dfrac{3}{4}$. **B.** $k=\dfrac{1}{2}$. **C.** $k=\dfrac{2}{3}$. **D.** $k=\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi V là thể tích khối lập phương ; V_1 là thể tích khối đa diện chứa điểm B (gọi là khối (H)).

Ta có $V_1=\dfrac{1}{3}V$.

Dựng khối hộp chữ nhật $ABCD.Q'QNN'$ có thể tích V_2.

Ta nhận thấy có thể ghép $x=b$ khối $x=a$ lại với nhau thì được khối hộp chữ nhật $ABCD.Q'QNN'$.

Do đó $V_2=2V_1=\dfrac{2}{3}V\Leftrightarrow\dfrac{V_2}{V}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow\dfrac{CN}{CC'}=\dfrac{2}{3}$.

Vậy $k=\dfrac{2}{3}$.

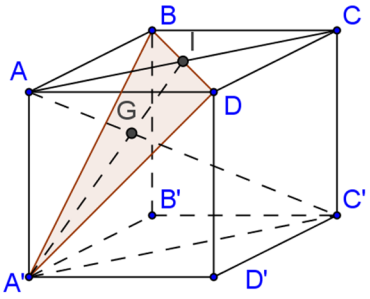
Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\dfrac{4a\sqrt{3}}{2}$.

Tính theo a thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=3\sqrt{3}\,a^3$. **C.** $V=8\sqrt{3}\,a^3$. **D.** $V=216a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là giao điểm của AC và BD.

Trong mặt phẳng $(ACC'A')$; AC' cắt $A'I$ tại G.

Do AI song song AC' và $AI=\frac{1}{2}AC'$ nên $IG=\frac{1}{2}GA$.

Suy ra G là trọng tâm tam giác $A'BD$, mà tam giác $A'BD$ đều (có các cạnh là các đường chéo của những hình vuông bằng nhau) nên $GA'=GB=GD$ và $AA'=AB=AD$ suy ra $AG\perp(A'BD)$.

Do đó khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BD)$ là $C'G$.

Mặt khác $C'G=\frac{2}{3}AC'=\frac{2}{3}AB\sqrt{3}=\frac{4a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow AB=2a$. Vậy $V=8a^3$.

Câu 43. Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 150. Thể tích của khối lập phương đó là.

A. 200. **B.** 100. **C.** 625. **D.** 125.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi cạnh hình lập phương là a. Ta có $6a^2=150\Leftrightarrow a=5$.

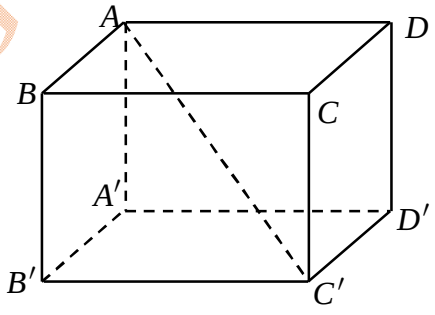
Thể tích khối lập phương là $V=a^3=125$.

Câu 44. Tính theo a thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC'=a$..

A. $V=\frac{a^3}{27}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $AC'=AB\sqrt{3}\Rightarrow AB=\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối lập phương là: $V=AB^3=\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^3=\frac{a^3}{3\sqrt{3}}=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 6: KHỐI HỘP CHỮ NHẬT

Câu 1: Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

A. $V=50$. **B.** $V=150$. **C.** $V=60$. **D.** $V=180$.

Câu 2: Cho một cây nến hình lăng trụ lục gác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15cm và 5cm . Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

A. 1500 ml. **B.** $600\sqrt{6}$ ml. **C.** 1800 ml. **D.** $750\sqrt{3}$ ml.

Câu 3: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA'=3a$ và đường chéo $AC'=5a$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Câu 4: Kí hiệu V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$; V_1 là thể tích khối tứ diện $BDA'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V}=3$. **D.** $\frac{V_1}{V}=\frac{2}{3}$.

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu?

A. 8. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $16\sqrt{2}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Câu 6: Tính thể tích V của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$.

A. $V=abc$ **B.** $V=\frac{abc}{3}$ **C.** $V=\frac{abc}{2}$ **D.** $V=\frac{abc}{6}$

Câu 7: Nếu độ dài các cạnh của khối hộp chữ nhật tăng lên 3 lần thì thể tích của khối hộp chữ nhật sẽ tăng lên.

A. 9 lần. **B.** 81 lần. **C.** 3 lần. **D.** 27 lần.

Câu 8: Tính thể tích V của khối hộp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B.

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{6}Bh$.

Câu 9: Tìm $V_{\max}$ là giá trị lớn nhất của thể tích các khối hộp chữ nhật có đường chéo bằng $3\sqrt{2}cm$ và diện tích toàn phần bằng $18cm^2$.

A. $V_{\max}=6cm^3$. **B.** $V_{\max}=5cm^3$. **C.** $V_{\max}=4cm^3$. **D.** $V_{\max}=3cm^3$.

Câu 10: Nếu kích thước của hình hộp chữ nhật được tăng lên hoặc giảm đi lần lượt là k_1,k_2,k_3 lần nhưng thể tích vẫn không thay đổi thì.

A. $k_1+k_2+k_3=1$. **B.** $k_1k_2k_3=1$.

C. $k_1+k_2+k_3=k_1k_2k_3$. **D.** $k_1k_2+k_2k_3+k_3k_1=1$.

Câu 11: Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3$, $AD=4$, $AA'=5$.

A. 12. **B.** 20. **C.** 60. **D.** 10.

Câu 12: Khối hộp chữ nhật có 3 cạnh xuất phát từ một đỉnh lần lượt có độ dài a,b,c. Thể tích khối hộp chữ nhật là.

A. $V=\frac{4}{3}abc$. **B.** $V=\frac{1}{3}abc$. **C.** $V=abc$. **D.** $V=\frac{1}{6}abc$.

Câu 13: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AB=a$, $AD=2a$, $AA'=3a$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$..

A. $6a^3$. **B.** $6a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** $2a^3$.

Câu 14: Một hình hộp chữ nhật có diện tích ba mặt bằng $20cm^2$, $28cm^2$, $35cm^2$. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật đó.

A. $V=160cm^3$. **B.** $V=165cm^3$. **C.** $V=140cm^3$. **D.** $V=190cm^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 15: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ lần lượt là $2a^2$, $3a^2$, $6a^2$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $36a^6$. **B.** $6a^2$. **C.** $36a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 16: Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Nếu dung tích của cái hộp đó là 4800 cm^3 thì cạnh tấm bìa có độ dài là.

A. 36 cm. **B.** 44 cm. **C.** 42 cm. **D.** 38 cm.

Câu 17: Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước là a, b, c bằng:

A. $\frac{1}{6}abc$ **B.** abc **C.** $(abc)^2$ **D.** $\frac{1}{3}abc$

Câu 18: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm của tam giác BCD'. Thể tích V của khối chóp $G.ABC'$ là

A. $V=\frac{1}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{6}$. **C.** $V=\frac{1}{12}$. **D.** $V=\frac{1}{18}$.

Câu 19: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Chọn khẳng định **sai** ?

A. $AC'=BD'$.

B. $ABCD$ là hình chữ nhật.

C. Các khối chóp $A'.ABC$ và $C'.BCD$ có cùng thể tích.

D. Nếu V' là thể tích của khối chóp $A'.ABCD$ thì ta có $V=4V'$.

Câu 20: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $AA'=3a$ và đường chéo $AC'=5a$. Tính thể tích khối hộp này.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=12a^3$.

Câu 21: Một hồ bơi hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh $50m$. Lượng nước trong hồ cao $1,5m$. Vậy thể tích nước trong hồ là:

A. $2500cm^3$. **B.** $3750cm^3$. **C.** $27cm^3$. **D.** $900cm^3$.

Câu 22: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD}=60°$, AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc $30°$. Thể tích của khối hộp là

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 23: Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là $3m$; $1,2m$; $1,8m$ (người ta chỉ xây hai mặt thành bể như hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài $20cm$, chiều rộng $10cm$, chiều cao $5cm$. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bể đó và thể tích thực của bể chứa bao nhiêu lít nước ? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể).

A. 730 viên, 5740 lít. **B.** 730 viên, 5742 lít.

C. 738 viên, 5740 lít. **D.** 738 viên, 5742 lít.

Câu 24: Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật là a, b, c. Thể tích của khối hộp đó là

A. $V=a+b+c$. **B.** $V=\sqrt{\frac{\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}{8}}$.

C. $V=\frac{\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}{8}$. **D.** $V=abc$.

Câu 25: Tính thể tích V của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3cm; AD=6cm$ và độ dài đường chéo $A'C=9cm$.

A. $V=102cm^3$. **B.** $V=81cm^3$. **C.** $V=108cm^3$. **D.** $V=90cm^3$.

Câu 26: Cho khối hộp có diện tích đáy là S, chiều cao là h. Khi đó thể tích khối hộp là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{1}{3}S^2.h$. **B.** $S^2.h$. **C.** $\frac{1}{3}S.h$. **D.** $S.h$.

Câu 27: Nếu kích thước của hình hộp chữ nhật được tăng lên hoặc giảm đi lần lượt là k_1, k_2, k_3 lần nhưng thể tích vẫn không thay đổi thì

A. $k_1k_2k_3=1$. **B.** $k_1k_2+k_2k_3+k_3k_1=1$.

C. $k_1+k_2+k_3=k_1k_2k_3$. **D.** $k_1+k_2+k_3=1$.

Câu 28: Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x:y=1:3$ và thể tích của hộp bằng 18 (dm^3). Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x+y+z$ bằng

A. $\frac{19}{2}$. **B.** 26. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** 10.

Câu 29: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2$ cm, $AD=3$ cm, $AA'=7$ cm. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 42 cm^3. **B.** 24 cm^3. **C.** 36 cm^3. **D.** 12 cm^3.

Câu 30: Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, diện tích của $ABCD$ và $ABC'D'$ lần lượt bằng $2a^2$ và $a^2\sqrt{5}$. Thể tích khối chữ nhật bằng.

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{5}$.

Câu 31: Nếu một khối hộp chữ nhật có độ dài các đường chéo của các mặt lần lượt là $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$ thì thể tích khối hộp chữ nhật đó bằng.

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 32: Ba kích thước của một hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2 và thể tích của khối hộp đó bằng 1728. Khi đó ba kích thước của nó là

A. $2;4;8$. **B.** $8;16;32$. **C.** $2\sqrt{3};4\sqrt{3};8\sqrt{3}$. **D.** $6;12;24$.

Câu 33: Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật biết rằng ba mặt của hình này có diện tích là $20\,cm^2$, $10\,cm^2$, $8\,cm^2$.

A. $200\,cm^3$. **B.** $1600\,cm^3$. **C.** $80\,cm^3$. **D.** $40\,cm^3$.

Câu 34: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V=AB.AC.AD$. **B.** $V=\frac{1}{3}AB.BC.AA'$.

C. $V=AB.AC.AA'$. **D.** $V=AB.BC.AA'$.

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $B'D'=a\sqrt{5}$, $AA'=A'B'=\frac{A'D'}{2}$. Tính theo a thể tích V của khối hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=\frac{3\sqrt{10}}{5}a^3$. **B.** $V=2a^3$. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 36: Diện tích toàn phần của khối lập phương bằng $96\,cm^2$. Khi đó thể tích khối lập phương là

A. $48\sqrt{6}$. **B.** $24\sqrt[3]{3}$. **C.** 64. **D.** 24.

Câu 37: Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật lần lượt bằng $20cm^2$, $28\ cm^2$, $35cm^2$. Thể tích của hình hộp đó bằng:

A. 165 cm^3. **B.** 190 cm^3. **C.** 140 cm^3. **D.** 160 cm^3.

Câu 38: Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước là a, b, c bằng:

A. $\frac{1}{6}abc$ **B.** abc **C.** $(abc)^2$ **D.** $\frac{1}{3}abc$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 39: Tính thể tích V của khối chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng $AB=a$, $AD=2a$, $AC'=a\sqrt{14}$.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=a^3\sqrt{5}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{14}}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 40: Cần xẻ một khúc gỗ hình trụ có đường kính $d=40\ cm$ và chiều dài $h=3\ m$ thành một cái xà hình hộp chữ nhật có cùng chiều dài. Lượng gỗ bỏ đi tối thiểu xấp xỉ là

A. $0,14\ m^3$. **B.** $0,4\ m^3$. **C.** $1,4\ m^3$. **D.** $0,014\ m^3$.

Câu 41: Nếu tăng kích thước của một khối hộp chữ nhật lên 3 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần **B.** 3 lần **C.** 27 lần **D.** 9 lần

Câu 42: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BCD')$ bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích hình hộp theo a.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{21}}{7}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 43: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD=2AB$, cạnh $A'C$ hợp với đáy một góc $45°$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật đó biết $BD'=\sqrt{10}a$?

A. $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{10}}{3}$. **C.** $2\sqrt{5}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

Câu 44: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

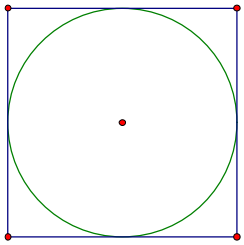
A. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\dfrac{1}{3}B.h$.

B. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\dfrac{1}{3}B.h$.

C. Thể tích của khối hộp bằng tích của diện tích đáy và chiều cao của nó.

D. Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

Câu 45: Một quả bóng có bán kính $10(cm)$ được đặt khít vào một hộp cứng dạng hình hộp (như hình vẽ thể hiện mặt trực diện). Tính thể tích khối hộp đó.



A. $4000(cm^3)$. **B.** $8000(cm^3)$. **C.** $4000(cm^3)$. **D.** $800(cm^3)$.

Câu 46: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2018. Biết M,N,P lần lượt nằm trên các cạnh AA',DD',CC' sao cho $A'M=MA, DN=3ND', CP=2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng

A. $\dfrac{5045}{9}$. **B.** $\dfrac{5045}{12}$. **C.** $\dfrac{7063}{6}$. **D.** $\dfrac{5045}{6}$.

Câu 47: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $ABB'A'$ và $ADD'A'$ lần lượt bằng S_1, S_2 và S_3. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $V=\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{S_1S_2S_3}{2}}$. **B.** $V=S_1\sqrt{\dfrac{S_2S_3}{2}}$. **C.** $V=\sqrt{S_1S_2S_3}$. **D.** $V=S_2S_3\sqrt{\dfrac{S_1}{2}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 48: Một công ty sữa cần sản xuất các hộp đựng sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, chứa được thể tích thực là 180ml. Chiều cao của hình hộp bằng bao nhiêu để nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất?

A. $\sqrt[3]{180^2}\ (cm)$. **B.** $\sqrt[3]{360}\ (cm)$. **C.** $\sqrt[3]{720}\ (cm)$. **D.** $\sqrt[3]{180}\ (cm)$.

Câu 49: Một hình hộp chữ nhật có kích thước a (cm) $\times$ b (cm) $\times$ c (cm), trong đó a, b, c là các số nguyên và $1 \le a \le b \le c$. Gọi V (cm^3) và S (cm^2) lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của hình hộp. Biết $V = S$, tìm số các bộ ba số (a,b,c)?

A. 10 **B.** 12 **C.** 21 **D.** 4

Câu 50: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}abc$. **B.** $3abc$. **C.** abc. **D.** $\frac{1}{2}abc$.

Câu 51: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB = 4$, $AD = 5$, $AA_1 = 3$. Nối sáu tâm của sáu mặt của hình hộp trên tạo nên một khối tám mặt. Thể tích của khối tám mặt đó bằng ?

A. 30. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 60.

Câu 52: Cho (H) là khối hộp chữ nhật có độ dài cạnh bằng $a, 2a, 3a$. Thể tích của (H) bằng.

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Câu 53: Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a, góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 54: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông có thể tích là V. Để diện tích toàn phần của lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ bằng:

A. $\sqrt[3]{V}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$. **C.** $\sqrt{V}$. **D.** $\sqrt[3]{V^2}$.

Câu 55: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $2a^2$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^2$. **D.** $6a^3$.

Câu 56: Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$.

A. 10. **B.** 60. **C.** 12. **D.** 20.

Câu 57: Một khối hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông. Biết tổng diện tích tất cả các mặt của khối hộp đó là 32. Thể tích lớn nhất của khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là :

A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{80\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{70\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{56\sqrt{3}}{9}$.

Câu 58: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = b$, $AA' = c$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{1}{2}abc$. **B.** $V = \frac{1}{6}abc$. **C.** $V = \frac{1}{3}abc$. **D.** $V = abc$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 6: KHỐI HỘP CHỮ NHẬT

Câu 1: Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

A. $V=50$. **B.** $V=150$. **C.** $V=60$. **D.** $V=180$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

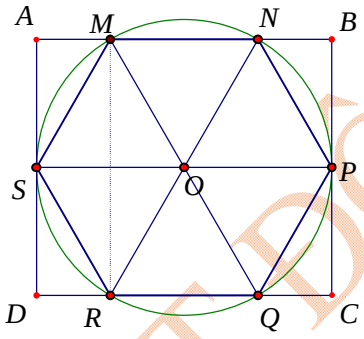
Thể tích $V=S.h=6^2.5=180$.

Câu 2: Cho một cây nến hình lăng trụ lục gác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15cm và 5cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

A. 1500 ml. **B.** $600\sqrt{6}$ ml. **C.** 1800 ml. **D.** $750\sqrt{3}$ ml.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $AB=5\sqrt{3}\ cm,\ AD=10\ cm$

$S_{ABCD}=50\sqrt{3}$

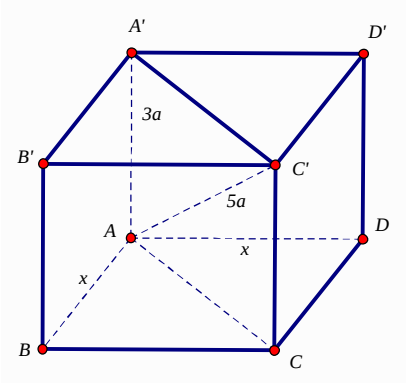
$V=S_{ABCD}.h=750\sqrt{3}$

Câu 3: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA'=3a$ và đường chéo $AC'=5a$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $AB=x,\left(x>0\right)$

Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AC=x\sqrt{2}$

Lại có $ACC'A'$ là hình chữ nhật nên

$AC'^2=AC^2+AA'^2\Leftrightarrow 25a^2=\left(x\sqrt{2}\right)^2+\left(3a\right)^2\Rightarrow x=2a\sqrt{2}$

Vậy $V=AB.AD.AA'=24a^3$.

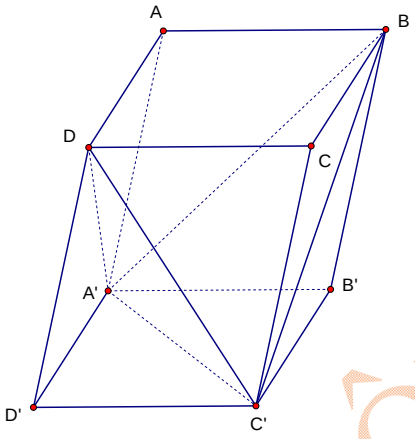
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 4: Kí hiệu V là thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$; V_1 là thể tích khối tứ diện $BDA'C'$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V}=3$. **D.** $\frac{V_1}{V}=\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$V=6V_2$, với $V_2=V_{BA'C'B'}=V_{BADA'}=V_{A'DC'D'}=V_{DBCC'}$.

$V_1+V_{BA'C'B'}+V_{BADA'}+V_{A'DC'D'}+V_{DBCC'}=V$.

Suy ra $V_1=\frac{2}{6}V\Rightarrow\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$.

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất là bao nhiêu?

A. 8. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $16\sqrt{2}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi chiều dài 3 cạnh của hình hộp chữ nhật lần lượt là: a, b, $c>0$

Ta có $AC'^2=a^2+b^2+c^2=36; S=2ab+2bc+2ca=36\Rightarrow(a+b+c)^2=72\Rightarrow a+b+c=6\sqrt{2}$

$\frac{a+b+c}{3}\geq\sqrt[3]{abc}\Rightarrow abc\leq\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3=\left(\frac{6\sqrt{2}}{3}\right)^3=16\sqrt{2}$. Vậy $V_{Max}=16\sqrt{2}$

Câu 6: Tính thể tích V của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$.

A. $V=abc$ **B.** $V=\frac{abc}{3}$ **C.** $V=\frac{abc}{2}$ **D.** $V=\frac{abc}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng và có đáy là hình chữ nhật.

Vậy $V=h.S=AA'.AB.AD=abc$.

Câu 7: Nếu độ dài các cạnh của khối hộp chữ nhật tăng lên 3 lần thì thể tích của khối hộp chữ nhật sẽ tăng lên.

A. 9 lần. **B.** 81 lần. **C.** 3 lần. **D.** 27 lần.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 8: Tính thể tích V của khối hộp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B.

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{6}Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 9: Tìm $V_{\max}$ là giá trị lớn nhất của thể tích các khối hộp chữ nhật có đường chéo bằng $3\sqrt{2}cm$ và diện tích toàn phần bằng $18cm^2$.

A. $V_{\max}=6cm^3$. **B.** $V_{\max}=5cm^3$. **C.** $V_{\max}=4cm^3$. **D.** $V_{\max}=3cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt a,b,c là kích thước của hình hộp thì ta có hệ $\begin{cases}a^2+b^2+c^2=18\\ab+bc+ac=9\end{cases}$.

Suy ra $a+b+c=6$. Cần tìm GTLN của $V=abc$.

Ta có $b+c=6-a\Rightarrow bc=9-a(b+c)=9-a(6-a)$.

Do $(b+c)^2\ge 4bc\Rightarrow(6-a)^2\ge 4\left[9-a(6-a)\right]\Leftrightarrow 0<a\le 4$.

Tương tự $0<b,c\le 4$.

Ta lại có $V=a\left[9-a(6-a)\right]$. Khảo sát hàm số này tìm được GTLN của V là 4.

Câu 10: Nếu kích thước của hình hộp chữ nhật được tăng lên hoặc giảm đi lần lượt là k_1,k_2,k_3 lần nhưng thể tích vẫn không thay đổi thì.

A. $k_1+k_2+k_3=1$. **B.** $k_1k_2k_3=1$.

C. $k_1+k_2+k_3=k_1k_2k_3$. **D.** $k_1k_2+k_2k_3+k_3k_1=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi a,b,c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật lúc chưa thay đổi.

Sau khi kích thước của hình hộp chữ nhật được tăng lên hoặc giảm đi lần lượt là k_1,k_2,k_3 thì ba kích thước của nó là k_1a,k_2b,k_3c.

Theo giả thiết $k_1a.k_2b.k_3c=a.b.c\Rightarrow k_1.k_2.k_3=1$.

Câu 11: Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3$, $AD=4$, $AA'=5$.

A. 12. **B.** 20. **C.** 60. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $V=AB.AD.AA'=60$.

Câu 12: Khối hộp chữ nhật có 3 cạnh xuất phát từ một đỉnh lần lượt có độ dài a,b,c. Thể tích khối hộp chữ nhật là.

A. $V=\frac{4}{3}abc$. **B.** $V=\frac{1}{3}abc$. **C.** $V=abc$. **D.** $V=\frac{1}{6}abc$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 13: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AB=a$, $AD=2a$, $AA'=3a$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$..

A. $6a^3$. **B.** $6a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AD.AA'=a.2a.3a=6a^3$ (đvtt).

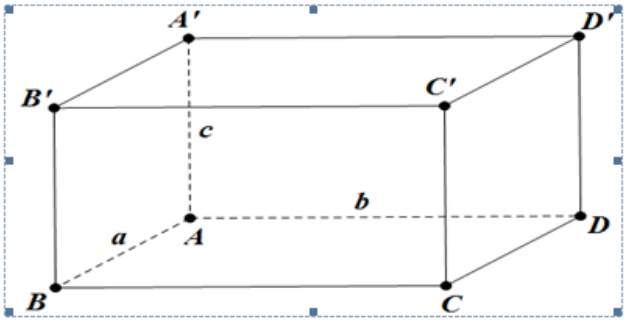
Câu 14: Một hình hộp chữ nhật có diện tích ba mặt bằng $20cm^2$, $28cm^2$, $35cm^2$. Tính thể tích của hình hộp chữ nhật đó.

A. $V=160cm^3$. **B.** $V=165cm^3$. **C.** $V=140cm^3$. **D.** $V=190cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Giải sử a,b,c là ba kích thước của hình hộp.

Ta có: $\begin{cases} a.b = 20 \\ a.c = 28 \\ b.c = 35 \end{cases} \Rightarrow (abc)^2 = 19600$.

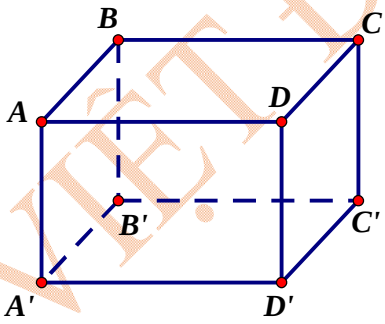
Vậy thể tích hình hộp chữ nhật bằng: $abc = 140cm^3$.

Câu 15: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ lần lượt là $2a^2$, $3a^2$, $6a^2$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $36a^6$. **B.** $6a^2$. **C.** $36a^3$. **D.** $6a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có

$S_{ABCD} = 2a^2 \Rightarrow AB.BC = 2a^2 \quad (1)$

$S_{BCC'B'} = 3a^2 \Rightarrow BC.BB' = 3a^2 \quad (2)$

$S_{CDD'C'} = 6a^2 \Rightarrow CD.CC' = 6a^2 \Rightarrow AB.BB' = 6a^2 \quad (3)$

Nhân vế theo vế $(1),(2),(3)$ ta được $(AB.BC.BB')^2 = 36a^6 \Rightarrow AB.BC.BB' = 6a^3$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.BC.BB' = 6a^3$.

Câu 16: Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông cạnh 12 cm rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp. Nếu dung tích của cái hộp đó là 4800 cm^3 thì cạnh tấm bìa có độ dài là.

A. 36 cm. **B.** 44 cm. **C.** 42 cm. **D.** 38 cm.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi x là độ dài cạnh hình vuông $(x > 0)$ (đơn vị cm).

Vậy thể tích hình hộp chữ nhật được tạo thành là.

$(x-24)^2.12 = 4800 \Leftrightarrow x - 24 = 20 \Leftrightarrow x = 44$.

Câu 17: Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước là a, b, c bằng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{1}{6}abc$ **B.** abc **C.** $(abc)^2$ **D.** $\frac{1}{3}abc$

Hướng dẫn giải

Chọn B

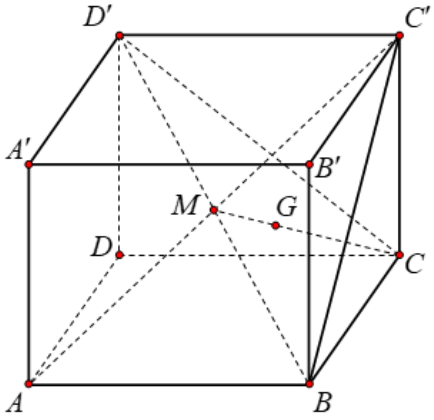
Ta có công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật là $V = abc$.

Câu 18: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm của tam giác BCD'. Thể tích V của khối chóp $G.ABC'$ là

A. $V = \frac{1}{3}$. **B.** $V = \frac{1}{6}$. **C.** $V = \frac{1}{12}$. **D.** $V = \frac{1}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BD' theo tính chất trọng tâm của G ta có $GM = \frac{1}{3}CM$

$\Rightarrow V_{G.ABC'} = \frac{1}{3}V_{C.ABC'} = \frac{1}{3}V_{A.BCC'} = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}.AB.\frac{1}{2}CB.CC' = \frac{1}{18}AB.BC.CC' = \frac{1}{18}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{18}$.

Câu 19: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Chọn khẳng định **sai** ?

A. $AC' = BD'$.

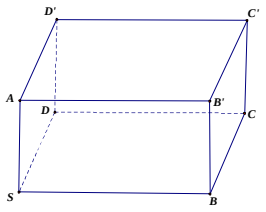
B. $ABCD$ là hình chữ nhật.

C. Các khối chóp $A'.ABC$ và $C'.BCD$ có cùng thể tích.

D. Nếu V' là thể tích của khối chóp $A'.ABCD$ thì ta có $V = 4V'$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $V' = \frac{1}{3}h.S_{day} = \frac{1}{3}.V$. Nên Nếu V' là thể tích của khối chóp $A'.ABCD$ thì ta có $V = 4V'$ sai.

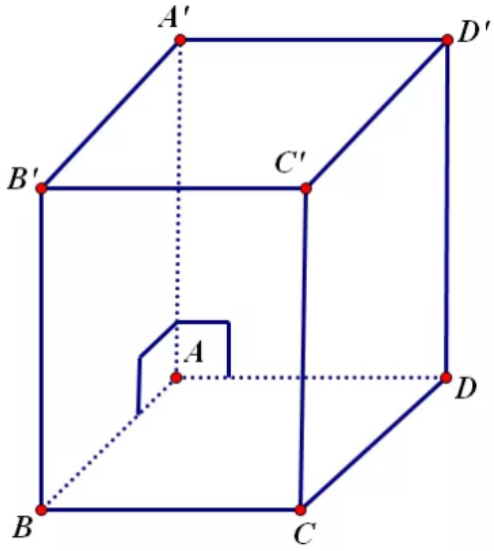
Câu 20: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Tính thể tích khối hộp này.

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = 24a^3$. **D.** $V = 12a^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $A'C' = \sqrt{AC'^2 - AA'^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a$.

suy ra $AC = 4a = \sqrt{2}.AB \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}.a$.

$V_{ABCD.A''B'C'D'} = S_{ABCD}.AA' = \left(2\sqrt{2}a\right)^2.3a = 24a^3$.

Câu 21: Một hồ bơi hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh $50m$. Lượng nước trong hồ cao $1,5m$. Vậy thể tích nước trong hồ là:

A. $2500cm^3$. **B.** $3750cm^3$. **C.** $27cm^3$. **D.** $900cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

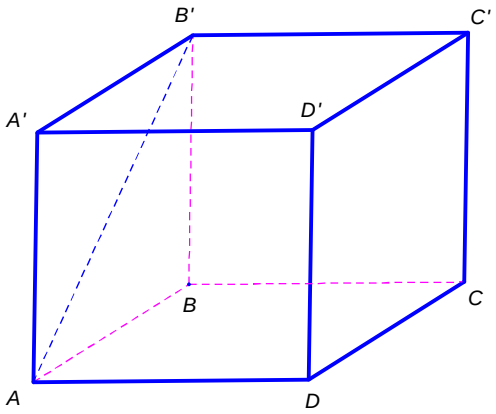
Thể tích nước trong hồ $V = 50.50.1,5 - 3750m^3 = 3750cm^3$.

Câu 22: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60°$, AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc $30°$. Thể tích của khối hộp là

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Góc giữa AB' và $(ABCD)$ bằng $\widehat{B'AB}$. Suy ra $BB' = AB.\tan\widehat{B'AB} = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối hộp đứng bằng $V = BB'.S_{ABCD} = a\sqrt{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 23: Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là $3m$; $1,2m$; $1,8m$ (người ta chỉ xây hai mặt

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

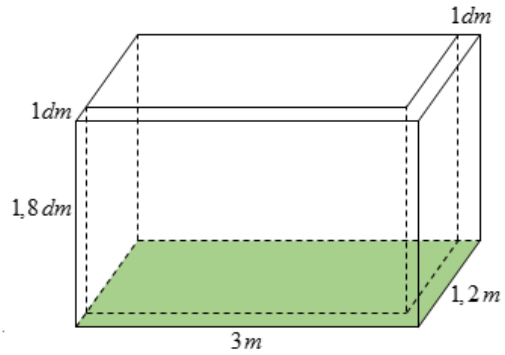
thành bể như hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài $20cm$, chiều rộng $10cm$, chiều cao $5cm$. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bể đó và thể tích thực của bể chứa bao nhiêu lít nước ? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể).

A. 730 viên, 5740 lít. **B.** 730 viên, 5742 lít.

C. 738 viên, 5740 lít. **D.** 738 viên, 5742 lít.

Hướng dẫn giải

Chọn D



.

Thể tích của bể là $V=18.11.29=5742(l)$.

Thể tích của 1 viên gạch là $1dm^3$, thể tích cần xây dựng là $(30+11).18=738dm^3$, suy ra số viên ít nhất cần dùng là 738 viên.

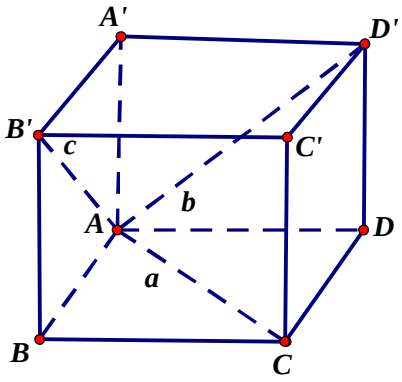
Câu 24: Các đường chéo của các mặt của một hình hộp chữ nhật là a, b, c. Thể tích của khối hộp đó là

A. $V=a+b+c$. **B.** $V=\sqrt{\dfrac{\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}{8}}$.

C. $V=\dfrac{\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}{8}$. **D.** $V=abc$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $AB=x,\ AC=y,\ AA'=z$

Ta có $\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ z^2+x^2=c^2 \\ y^2+z^2=b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2} \\ y^2=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2} \\ z^2=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2}} \\ y=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2}} \\ z=\sqrt{\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2}} \end{cases}$

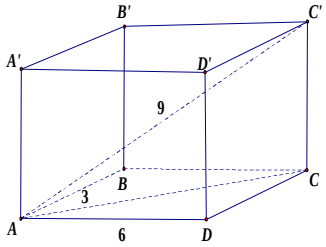
Vậy thể tích hình hộp là $V=\sqrt{\frac{\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(c^2+a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}{8}}$.

Câu 25: Tính thể tích V của hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3cm; AD=6cm$ và độ dài đường chéo $A'C=9cm$.

A. $V=102cm^3$. **B.** $V=81cm^3$. **C.** $V=108cm^3$. **D.** $V=90cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Diện tích đáy $S_{ABCD}=AB.AD=3.6=18cm^2$.

Tam giác ADC vuông tại D nên.

$AC^2=AD^2+DC^2=6^2+3^2=45$.

Tam giác ACC' vuông tại C nên.

$AC'^2=AC^2+CC'^2\Leftrightarrow 9^2=45+CC'^2$.

$\Leftrightarrow CC'^2=36\Leftrightarrow CC'=6cm$.

Vậy $V=AB.AD.CC'=3.6.6=108cm^3$.

Câu 26: Cho khối hộp có diện tích đáy là S, chiều cao là h. Khi đó thể tích khối hộp là:

A. $\frac{1}{3}S^2.h$. **B.** $S^2.h$. **C.** $\frac{1}{3}S.h$. **D.** $S.h$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Công thức tính thể tích hình hộp là $V=S.h$.

Câu 27: Nếu kích thước của hình hộp chữ nhật được tăng lên hoặc giảm đi lần lượt là k_1, k_2, k_3 lần nhưng thể tích vẫn không thay đổi thì

A. $k_1k_2k_3=1$. **B.** $k_1k_2+k_2k_3+k_3k_1=1$.

C. $k_1+k_2+k_3=k_1k_2k_3$. **D.** $k_1+k_2+k_3=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật lúc chưa thay đổi.

Sau khi kích thước của hình hộp chữ nhật được tăng lên hoặc giảm đi lần lượt là k_1, k_2, k_3 thì ba kích thước của nó là k_1a, k_2b, k_3c.

Theo giả thiết $k_1a.k_2b.k_3c=a.b.c\Rightarrow k_1.k_2.k_3=1$.

Câu 28: Một xưởng sản xuất những thùng bằng kẽm hình hộp chữ nhật không có nắp và có các kích thước x,y,z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x:y=1:3$ và thể tích của hộp bằng 18 (dm^3). Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x+y+z$ bằng

A. $\frac{19}{2}$. **B.** 26. **C.** $\frac{26}{3}$. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=3x$, ta có

$xyz=18\Rightarrow z=\frac{6}{x^2}$. $S_{tp}=S_{đáy}+S_{xq}=xy+2\left(xz+yz\right)=x.3x+2\left(x.\frac{6}{x^2}+3x.\frac{6}{x^2}\right)=3x^2+\frac{48}{x}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét hàm $f(x)=3x^2+\frac{48}{x}$ trên $(0;+\infty)$, ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x=2$.

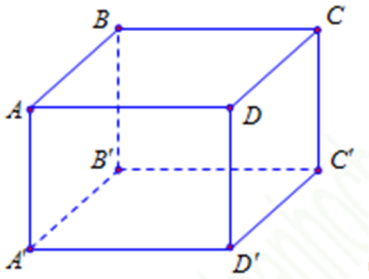
Khi $x=2\Rightarrow y=6,\ z=\frac{3}{2}\Rightarrow x+y+z=\frac{19}{2}$(dm)

Câu 29: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2$ cm, $AD=3$ cm, $AA'=7$ cm. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. 42 cm^3. **B.** 24 cm^3. **C.** 36 cm^3. **D.** 12 cm^3.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có thể tích khối hộp là:

$V=AB.AD.AA'=2.3.7=42$ cm^3.

Câu 30: Khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, diện tích của $ABCD$ và $ABC'D'$ lần lượt bằng $2a^2$ và $a^2\sqrt{5}$. Thể tích khối chữ nhật bằng.

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Diện tích $ABCD$ bằng $2a^2$ nên $BC=2a$. Diện tích của $ABC'D'$ bằng $a^2\sqrt{5}$ nên $BC'=a\sqrt{5}$.

$CC'=\sqrt{BC'^2-BC^2}=a$. Vậy thể tích khối chữ nhật bằng $AB.BC.CC'=2a^3$..

Câu 31: Nếu một khối hộp chữ nhật có độ dài các đường chéo của các mặt lần lượt là $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{13}$ thì thể tích khối hộp chữ nhật đó bằng.

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi các kích thước của hình hộp chữ nhật lần lượt là a,b,c. Ta có hệ: $\begin{cases}a^2+b^2=5\\b^2+c^2=10\\c^2+a^2=13\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\\c=3\end{cases}$.

Thể tích khối hộp là $V=a.b.c=6$.

Câu 32: Ba kích thước của một hình hộp chữ nhật lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2 và thể tích của khối hộp đó bằng 1728. Khi đó ba kích thước của nó là

A. 2;4;8. **B.** 8;16;32. **C.** $2\sqrt{3};4\sqrt{3};8\sqrt{3}$. **D.** 6;12;24.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi ba cạnh hình hộp lần lượt có độ dài là $a;2a;4a$

Thể tích khối hộp là $V=8a^3=1728\Rightarrow a=6$.

Câu 33: Tính thể tích của một hình hộp chữ nhật biết rằng ba mặt của hình này có diện tích là $20\,cm^2$, $10\,cm^2$, $8\,cm^2$.

A. $200\,cm^3$. **B.** $1600\,cm^3$. **C.** $80\,cm^3$. **D.** $40\,cm^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử hình chữ nhật có ba kích thước là a, b, c. Ta có $\begin{cases} a.b = 20 \\ a.c = 10 \\ b.c = 8 \end{cases} \Rightarrow a^2.b^2.c^2 = 1600 \Rightarrow a.b.c = 40$.

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật là $40\,\text{cm}^3$.

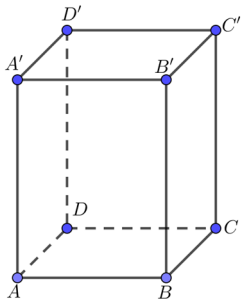
Câu 34: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = AB.AC.AD$. **B.** $V = \frac{1}{3}AB.BC.AA'$.

C. $V = AB.AC.AA'$. **D.** $V = AB.BC.AA'$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $V = S.h$.

Trong đó $S = S_{ABCD} = AB.AD = AB.BC$ và $h = AA'$.

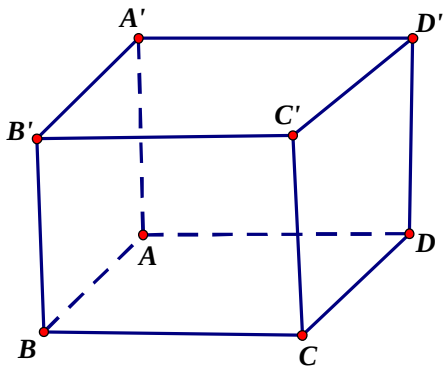
Vậy $V = AB.BC.AA'$ là mệnh đề đúng.

Câu 35: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $B'D' = a\sqrt{5}$, $AA' = A'B' = \frac{A'D'}{2}$. Tính theo a thể tích V của khối hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V = \frac{3\sqrt{10}}{5}a^3$. **B.** $V = 2a^3$. **C.** $V = 3a^3$. **D.** $V = a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $AA' = x > 0$.

Ta có: $B'D' = a\sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{A'B'^2 + A'D'^2} = a\sqrt{5} \Leftrightarrow x^2 + 4x^2 = 5a^2 \Leftrightarrow x = a$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.A'B'.A'D' = a.a.2a = 2a^3$.

Câu 36: Diện tích toàn phần của khối lập phương bằng $96\,\text{cm}^2$. Khi đó thể tích khối lập phương là

A. $48\sqrt{6}$. **B.** $24\sqrt[3]{3}$. **C.** 64. **D.** 24.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

Gọi cạnh của lập phương là x cm $(x>0)$

Khi đó diện tích toàn phần của khối lập phương là $6x^2=96 \Leftrightarrow x^2=16 \Leftrightarrow x=4$ (Do $x>0$).

Thể tích khối lập phương là $V=x^3=4^3=64\,\text{cm}^3$.

Câu 37: Diện tích ba mặt của hình hộp chữ nhật lần lượt bằng $20cm^2$, $28\ cm^2$, $35cm^2$. Thể tích của hình hộp đó bằng:

A. $165\ cm^3$. **B.** $190\ cm^3$. **C.** $140\ cm^3$. **D.** $160\ cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Công thức thể tích hình hộp theo diện tích 3 mặt.

$V=\sqrt{S_1.S_2.S_3}=\sqrt{20.28.35}=140$.

Câu 38: Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước là a, b, c bằng:

A. $\frac{1}{6}abc$ **B.** abc **C.** $(abc)^2$ **D.** $\frac{1}{3}abc$

Hướng dẫn giải

Chọn B

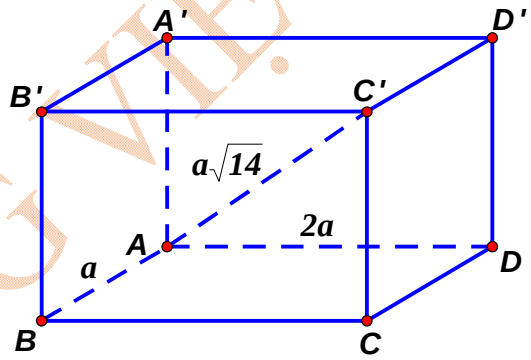
Ta có công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật là $V=abc$.

Câu 39: Tính thể tích V của khối chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết rằng $AB=a$, $AD=2a$, $AC'=a\sqrt{14}$.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=a^3\sqrt{5}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{14}}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $AC'^2=AB^2+AD^2+AA'^2 \Leftrightarrow AA'=\sqrt{AC'^2-AB^2-AD^2}$

$\Leftrightarrow AA'=\sqrt{14a^2-4a^2-a^2}=3a$.

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V=AB.AD.AA'=6a^3$.

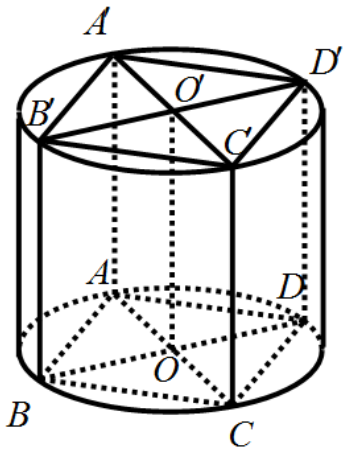
Câu 40: Cần xẻ một khúc gỗ hình trụ có đường kính $d=40\ cm$ và chiều dài $h=3\ m$ thành một cái xà hình hộp chữ nhật có cùng chiều dài. Lượng gỗ bỏ đi tối thiểu xấp xỉ là

A. $0,14\ m^3$. **B.** $0,4\ m^3$. **C.** $1,4\ m^3$. **D.** $0,014\ m^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Lượng gỗ bỏ đi tối thiểu $\Leftrightarrow$ thể tích cái xà lớn nhất
$\Leftrightarrow$ diện tích đáy của cái xà lớn nhất.
$\Leftrightarrow$ đáy là hình vuông nội tiếp đường tròn đáy.
Hình vuông này có đường chéo bằng đường kính đường tròn đáy.

$V_{tru}=\pi R^2h=\pi\left(\frac{0,4}{2}\right)^2.3;\ S_{hh}=\frac{1}{2}(0,4)^2.$

$V_{hh}=S_{hh}.h=\frac{1}{2}(0,4)^2.3;\ V_{go\ bo\ di}=V_{tru}-V_{hh}\approx 0,14m^3.$

Câu 41: Nếu tăng kích thước của một khối hộp chữ nhật lên 3 lần thì thể tích của nó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần **B.** 3 lần **C.** 27 lần **D.** 9 lần

Hướng dẫn giải

Chọn C

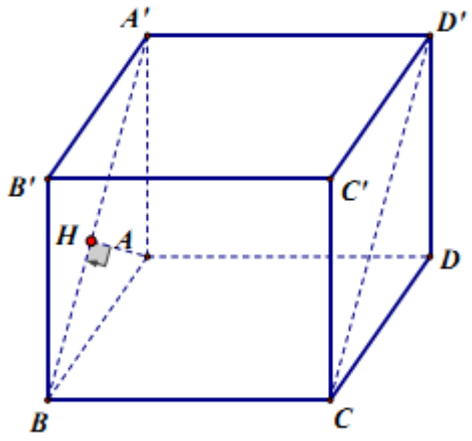
Gọi a, b, c $(a>0,\ b>0,\ c>0)$ là kích thước ban đầu của khối hộp chữ nhật.
Khi tăng kích thước kích thước lên 3 lần ta được độ dài ba cạnh là $3a$, $3b$, $3c$.
Gọi V và V' lần lượt là kích thước ban đầu của khối hộp chữ nhật và kích thước sau khi tăng lên 3 lần; khi đó: $V'=3a.3b.3c=27abc=27V$.

Câu 42: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BCD')$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích hình hộp theo a.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{21}}{7}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh $A'B$.

$\Rightarrow AH \perp A'BCD' \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi $AA' = x > 0$. Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác $AA'B$

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \dfrac{4}{3a^2} = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{a^2} \Leftrightarrow x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.AB.AD = a\sqrt{3}.a.a = a^3\sqrt{3}$.

Câu 43: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AD = 2AB$, cạnh $A'C$ hợp với đáy một góc $45°$. Tính thể tích khối hộp chữ nhật đó biết $BD' = \sqrt{10}a$?

A. $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{10}}{3}$. **C.** $2\sqrt{5}a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $AB = x \Rightarrow AD = 2x$ suy ra $BD = AC = x\sqrt{5}$.

Vì AC là hình chiếu của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $\widehat{(A'C,(ABCD))} = \widehat{(A'C,AC)} = \widehat{A'CA} = 45°$.

$\Rightarrow$ tam giác $A'AC$ vuông cân tại $A \Rightarrow AA' = AC = x\sqrt{5}$.

Tam giác BDD' vuông tại D, có $BD'^2 = DD'^2 + BD^2 \Leftrightarrow 10a^2 = 10x^2 \Leftrightarrow x = a$.

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = AA'.S_{ABCD} = a\sqrt{5}.2a^2 = 2\sqrt{5}a^3$.

Câu 44: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \dfrac{1}{3}B.h$.

B. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \dfrac{1}{3}B.h$.

C. Thể tích của khối hộp bằng tích của diện tích đáy và chiều cao của nó.

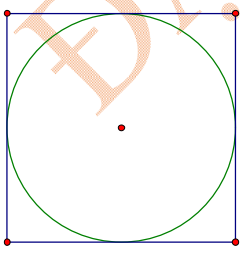
D. Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phân tích: A sai do $V = \dfrac{1}{3}B.h$.

Câu 45: Một quả bóng có bán kính $10(cm)$ được đặt khít vào một hộp cứng dạng hình hộp (như hình vẽ thể hiện mặt trực diện). Tính thể tích khối hộp đó.



A. $4000(cm^3)$. **B.** $8000(cm^3)$. **C.** $4000(cm^3)$. **D.** $800(cm^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hộp là hình lập phương có độ dài cạnh bằng đường kính quả bóng nên $V = 20^3 = 8000cm^3$.

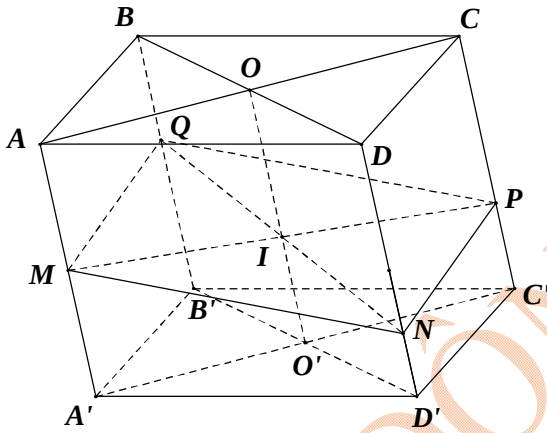
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 46: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2018. Biết M,N,P lần lượt nằm trên các cạnh AA',DD',CC' sao cho $A'M=MA, DN=3ND', CP=2PC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng

A. $\frac{5045}{9}$. **B.** $\frac{5045}{12}$. **C.** $\frac{7063}{6}$. **D.** $\frac{5045}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là giao của AC,BD; O' là giao của $A'C',B'D'$.

Gọi I là giao của MP,OO'; Q là giao của IN và BB'.

Do đó thiết diện của khối hộp chữ nhật và (MNP).

Ta tính thể tích phần phía trên.

Ta có: $V_{ADC.A'D'C'}=V_{ABC.A'B'C'}=1009$.

$V_{ADC.MNP}=\frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'}+\frac{DN}{DD'}+\frac{CP}{CC'}\right).V_{ADC.A'D'C'}=\frac{23207}{36}$.

Do $\frac{AM}{AA'}+\frac{CP}{CC'}=2\frac{OI}{OO'}=\frac{DN}{DD'}+\frac{BQ}{BB'}\Rightarrow\frac{BQ}{BB'}=\frac{5}{12}$.

Do đó $V_{ABC.MQP}=\frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'}+\frac{BQ}{BB'}+\frac{CP}{CC'}\right).V_{ABC.A'B'C'}=\frac{19171}{36}$.

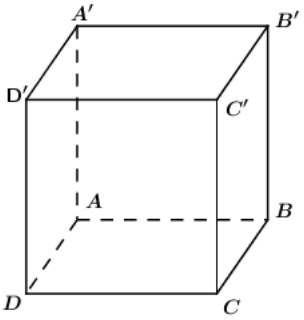
Vậy thể tích phần trên là $V_1=\frac{7063}{6}>1009$ nên thể tích phần nhỏ hơn là $\frac{5045}{6}$.

Câu 47: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $ABB'A'$ và $ADD'A'$ lần lượt bằng S_1, S_2 và S_3. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $V=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{S_1S_2S_3}{2}}$. **B.** $V=S_1\sqrt{\frac{S_2S_3}{2}}$. **C.** $V=\sqrt{S_1S_2S_3}$. **D.** $V=S_2S_3\sqrt{\frac{S_1}{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $S_1=AD.AB$; $S_2=AA'.AB$; $S_3=AA'.AD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Rightarrow V = AB.AD.AA' = \sqrt{AB.AD}.\sqrt{AB.AA'}.\sqrt{AD.AA'} = \sqrt{S_1.S_2.S_3}\ .$$

Người làm:Khải Nguyễn.

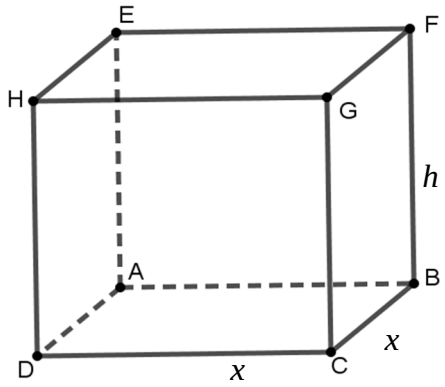
Người phản biện:Binh Hai.

Câu 48: Một công ty sữa cần sản xuất các hộp đựng sữa dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, chứa được thể tích thực là 180ml. Chiều cao của hình hộp bằng bao nhiêu để nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất?

A. $\sqrt[3]{180^2}\ (cm)$. **B.** $\sqrt[3]{360}\ (cm)$. **C.** $\sqrt[3]{720}\ (cm)$. **D.** $\sqrt[3]{180}\ (cm)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi x là độ dài cạnh đáy, h là chiều cao của hình hộp.

Theo bài ra ta có: $x^2h = 180 \Rightarrow h = \dfrac{180}{x^2}$.

Nguyên liệu sản xuất vỏ hộp là ít nhất khi diện tích toàn phần S nhỏ nhất.

$$S = 2x^2 + 4xh = 2x^2 + 4x.\frac{180}{x^2}$$

$$S = 2x^2 + \frac{720}{x} = 2x^2 + \frac{360}{x} + \frac{360}{x} \geq 3\sqrt[3]{2x^2\left(\frac{360}{x}\right)\left(\frac{360}{x}\right)} = 3\sqrt[3]{2.360^2}\ .$$

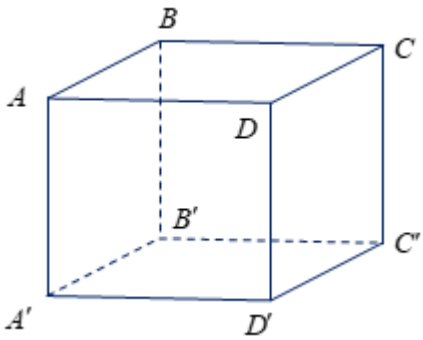
Dấu bằng xảy ra khi: $2x^2 = \dfrac{360}{x} \Leftrightarrow x^3 = 180 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{180}$. Khi đó $h = \sqrt[3]{180}$.

Câu 49: Một hình hộp chữ nhật có kích thước a (cm) × b (cm) × c (cm), trong đó a, b, c là các số nguyên và $1 \leq a \leq b \leq c$. Gọi V (cm^3) và S (cm^2) lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của hình hộp. Biết $V = S$, tìm số các bộ ba số (a,b,c)?

A. 10 **B.** 12 **C.** 21 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn.B



$V = a.b.c$

$S = 2(ab + bc + ca)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $V=S$ suy ra $2(ab+bc+ca)=a.b.c \Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\le\frac{1}{a}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a}\Rightarrow\frac{3}{a}\ge\frac{1}{2}\Rightarrow a\le 6$ (do $1\le a\le b\le c$).

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{2}\Rightarrow 2<a\le 6$.

+ Với $a=3$ ta có $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{6}\Leftrightarrow(b-6)(c-6)=36$.

Suy ra $(b,c)\in\{(7;42),(8;24),(9;18),(10;15),(12;12)\}$ $\Rightarrow$ có 5 cách chọn thỏa mãn.

+ Với $a=4$ ta có $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow(b-4)(c-4)=16$.

Suy ra $(b,c)\in\{(5;20),(6;12),(8;8)\}$ $\Rightarrow$ có 3 cách chọn thỏa mãn.

+ Với $a=5$ ta có $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{3}{10}\Rightarrow\frac{3}{10}\le\frac{2}{b}\Rightarrow b\le\frac{20}{3}\Rightarrow\begin{cases}b=5\\c=10\end{cases},\begin{cases}b=6\\c=\frac{15}{2}\notin\mathbb{Z}\end{cases}$.

Suy ra có 1 cách chọn thỏa mãn.

+ Với $a=6$ ta có $\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{3}\Rightarrow b=c=6$. Suy ra có 1 cách chọn.

Vậy tổng cộng có 10 cách chọn.

Câu 50: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=b$, $AA'=c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}abc$. **B.** $3abc$. **C.** abc. **D.** $\frac{1}{2}abc$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V=abc$.

Câu 51: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có $AB=4$, $AD=5$, $AA_1=3$. Nối sáu tâm của sáu mặt của hình hộp trên tạo nên một khối tám mặt. Thể tích của khối tám mặt đó bằng ?

A. 30. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 60.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích khối tám mặt bằng hai lần thể tích khối chóp $G.IHFE$ (hình vẽ bên).

Đáy $IHFE$ là hình thoi có hai đường chéo $\begin{cases}IF=AD=5\\HE=AB=4\end{cases}$

$\Rightarrow S_{IHFE}=\frac{1}{2}IF.HE=10$. Hình chóp $G.IHFE$ có độ dài đường cao $h=\frac{AA_1}{2}=\frac{3}{2}$.

Vậy thể tích khối tám mặt cần tìm là: $V=2.\frac{1}{3}h.S=2.\frac{1}{3}.\frac{3}{2}.10=10$.

Câu 52: Cho (H) là khối hộp chữ nhật có độ dài cạnh bằng $a,2a,3a$. Thể tích của (H) bằng.

A. $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$V=abc=a.2a.3a=6a^3$.

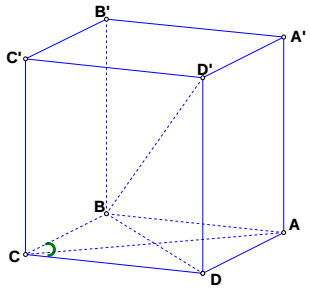
Câu 53: Một hình hộp đứng có đáy là hình thoi cạnh a, góc nhọn 60° và đường chéo lớn của đáy bằng đường chéo nhỏ của hình hộp. Thể tích của khối hộp đó là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp đứng có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BCD} = 60^o$.

Khi đó ΔBCD là tam giác đều cạnh a, suy ra $BD = a$, $AC = a\sqrt{3}$

Theo đề bài thì $BD' = AC = a\sqrt{3} \Rightarrow DD' = \sqrt{BD'^2 - BD^2} = a\sqrt{2}$

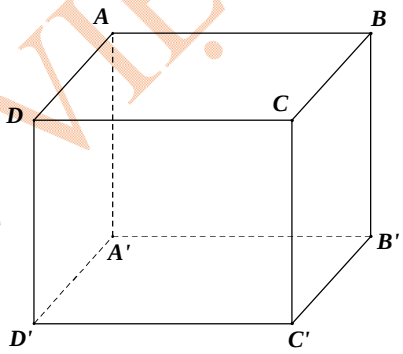
Vậy thể tích khối hộp là $V = S_{ABCD}.DD' = a.a.\sin 60^o.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 54: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông có thể tích là V. Để diện tích toàn phần của lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ bằng:

A. $\sqrt[3]{V}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{V}{2}}$. **C.** $\sqrt{V}$. **D.** $\sqrt[3]{V^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi cạnh đáy của lăng trụ là $x, x > 0$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = AA'.x^2 \Rightarrow AA' = \frac{V}{x^2}$.

Các mặt bên của khối lăng trụ là các hình chữ nhật bằng nhau.

Diện tích toàn phần của lăng trụ là: $S_{tp} = 2x^2 + 4x.AA' = 2x^2 + \frac{4V}{x}$.

Ta có: $S_{tp} = 2x^2 + \frac{2V}{x} + \frac{2V}{x} \ge 3\sqrt[3]{8V^2} = 6\sqrt[3]{V^2}$. Do đó diện tích toàn phần của lăng trụ nhỏ nhất là $6\sqrt[3]{V^2}$ khi $2x^2 = \frac{2V}{x} \Rightarrow x^3 = V \Rightarrow x = \sqrt[3]{V}$.

Câu 55: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $2a^2$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^2$. **D.** $6a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.AA' = a.2a.3a = 6a^3$ (đvtt).

Câu 56: Tính thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3$, $AD = 4$, $AA' = 5$.

A. 10. **B.** 60. **C.** 12. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn B

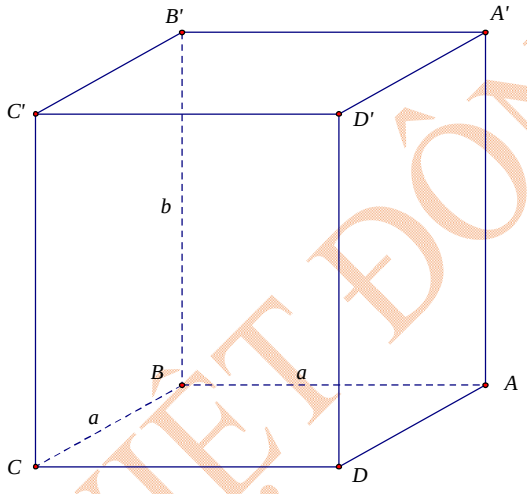
Ta có $V = AB.AD.AA' = 60$.

Câu 57: Một khối hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông. Biết tổng diện tích tất cả các mặt của khối hộp đó là 32. Thể tích lớn nhất của khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là :

A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{80\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{70\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{56\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử khối hộp chữ nhật có các kích thước như hình vẽ $(a,b>0)$.

Thể tích khối hôp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ là : $V = a^2b$.

Theo giả thiết ta có : $32 = 4ab + 2a^2 = 2ab + 2ab + 2a^2 \underset{Cauchy}{\geq} 3\sqrt[3]{8a^4b^2} \Rightarrow a^2b \leq \frac{64\sqrt{3}}{9}$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $2ab = a^2 \Leftrightarrow a = 2b$.

Vậy $V_{\max} = \frac{64\sqrt{3}}{9}$.

Câu 58: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{1}{2}abc$. **B.** $V = \frac{1}{6}abc$. **C.** $V = \frac{1}{3}abc$. **D.** $V = abc$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{2}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{2}abc$

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 7: KHỐI HÌNH HỘP KHÁC

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BCD}=120^\circ$ và $AA'=\dfrac{7a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=9a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 3. Cắt khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bởi các mặt phẳng $(AB'D')$, $(CB'D')$, $(B'AC)$, $(D'AC)$ ta được khối đa diện có thể tích lớn nhất là

A. $A'C'BD$. **B.** $ACB'D'$. **C.** $AC'B'D'$. **D.** $A'CB'D'$.

Câu 4. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $AA'=3a$ và đường chéo $AC'=5a$. Thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $V=24a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=8a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Câu 5. Cho hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ có các cạnh đều bằng $2a$, với $a>0; a\in\mathbb{R}$. Biết $\widehat{QMN}=60^\circ$, $\widehat{M'MQ}=\widehat{M'MN}=120^\circ$. Tính thể tích V của khối hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ theo a.

A. $V=4\sqrt{2}.a^3$. **B.** $V=8.a^3$. **C.** $V=2\sqrt{2}.a^3$. **D.** $V=\sqrt{2}.a^3$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD=3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{4}$.

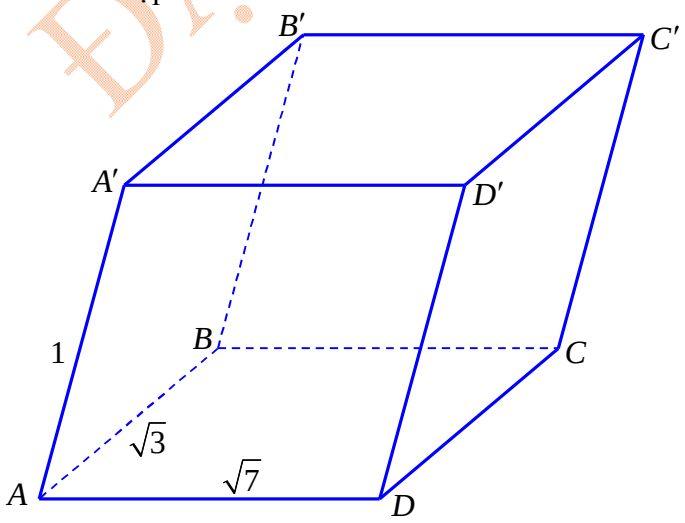
Câu 7. Ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập như hình vẽ.
Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập

A. $S_{tp}=30a^2$. **B.** $S_{tp}=12a^2$. **C.** $S_{tp}=22a^2$. **D.** $S_{tp}=20a^2$.

Câu 8. Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình thoi có góc nhọn bằng α, cạnh a. Diện tích xung quanh của hình hộp đó bằng S. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $\dfrac{1}{6}a.S\sin\alpha$. **B.** $\dfrac{1}{2}a.S\sin\alpha$. **C.** $\dfrac{1}{8}a.S\sin\alpha$. **D.** $\dfrac{1}{4}a.S\sin\alpha$.

Câu 9. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}$; $AD=\sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ cùng tạo với đáy góc 45°, cạnh bên của hình hộp bằng 1 (hình vẽ). Thể tích khối hộp là:



A. $7\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** 5.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 10. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA'=3a$ và đường chéo $AC'=5a$. Thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $V=8a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=12a^3$.

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Xét đa diện lồi H có các đỉnh là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp đó. Tính thể tích của H.

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Câu 12. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD}=60°$, AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc $30°$. Thể tích của khối hộp là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

DẠNG 8: KHỐI LĂNG TRỤ KHÁC

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng a. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3}{2}a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=9a^3$. **D.** $V=a^3$.

Câu 14. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

A. $V=6$ **B.** $V=8$ **C.** $V=4$ **D.** $V=12$

Câu 15. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 24 (cm^2), chiều cao bằng 3 (cm) thì có thể tích bằng

A. 72 (cm^3). **B.** 126 (cm^3). **C.** 24 (cm^3). **D.** 8 (cm^3).

Câu 16. Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình thoi có góc nhọn bằng α, cạnh a. Diện tích xung quanh của hình hộp đó bằng S. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $\frac{1}{2}a.S\sin\alpha$. **B.** $\frac{1}{8}a.S\sin\alpha$. **C.** $\frac{1}{4}a.S\sin\alpha$. **D.** $\frac{1}{6}a.S\sin\alpha$.

DẠNG 9: KHỐI DA DIỆN CẮT RA TỪ KHỐI LĂNG TRỤ

Câu 17. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AA' và BB'. Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCIJC'$ bằng

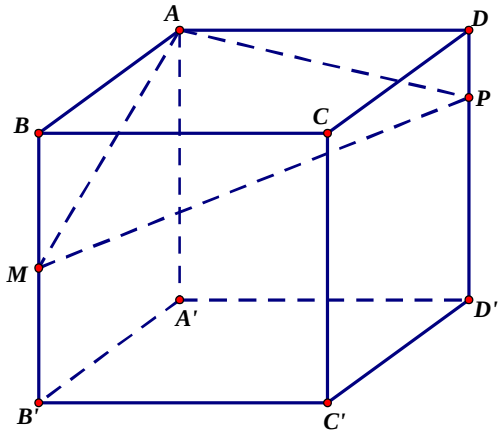
A. $\frac{3}{4}V$. **B.** $\frac{5}{6}V$. **C.** $\frac{2}{3}V$. **D.** $\frac{4}{5}V$.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{6}$

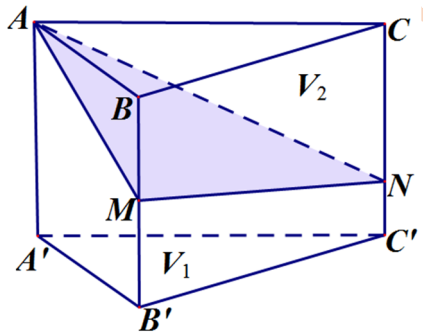
Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP=\frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $V=3a^3$. **B.** $V=\dfrac{9a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{11a^3}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 20. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB', N là điểm trên cạnh CC' sao cho $CN=3NC'$. Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.



A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{4}{3}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{7}{5}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\dfrac{AM}{AA'}=\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{BN}{BB'}=\dfrac{CP}{CC'}=\dfrac{2}{3}$. Tính thể tích V' của đa diện $ABC.MNP$

A. $V'=\dfrac{11}{18}a^3$. **B.** $V'=\dfrac{11}{27}a^3$. **C.** $V'=\dfrac{9}{16}a^3$. **D.** $V'=\dfrac{11}{3}a^3$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh cạnh bằng a. Tính thể tích khối $A'BCC'B'$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 23. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a, thể tích khối chóp $A.A'B'C'D'$ là:

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 24. Hình lập phương $ABCDA'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 25. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm AA'; N,P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BB', CC' sao cho $BN=2B'N$, $CP=3C'P$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

A. $\frac{40360}{27}$. **B.** $\frac{4036}{3}$. **C.** $\frac{23207}{18}$. **D.** $\frac{32288}{27}$.

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là V. Tính thể tích của tứ diện $ACB'D'$ theo V.

A. $\frac{V}{5}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

Câu 27. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh B' và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=2$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{2}$.

Câu 28. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{2V}{3}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{3V}{4}$.

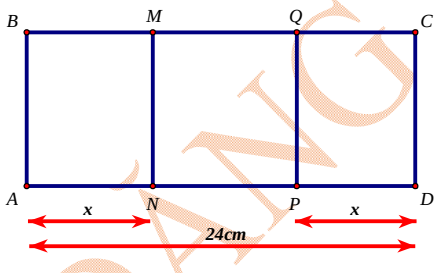
Câu 29. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi M là điểm bất kỳ trên đường thẳng CC'. Tính thể tích khối chóp $M.ABB'A'$ theo V.

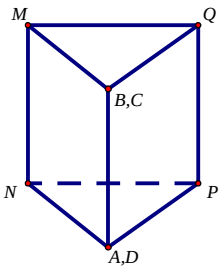
A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{2V}{9}$. **C.** $\frac{2V}{3}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'}=\frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'}=\frac{CP}{CC'}=\frac{2}{3}$. Thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng.

A. $\frac{2}{3}V$. **B.** $\frac{11}{18}V$. **C.** $\frac{20}{27}V$. **D.** $\frac{9}{16}V$.

Câu 31. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=24cm$. Ta gấp tấm nhôm theo hai cạnh MN và QP vào phía trong đến khi AB và CD trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?





A. $x=9$. **B.** $x=8$. **C.** $x=10$. **D.** $x=6$.

Câu 32. Người ta gọt một khối lập phương gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết các cạnh của khối lập phương bằng a. Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó:

A. $\frac{a^3}{4}$ **B.** $\frac{a^3}{6}$ **C.** $\frac{a^3}{12}$ **D.** $\frac{a^3}{8}$

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Thể tích của tứ diện $OA'BC$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{24}$.

Câu 34. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V=36\ \text{cm}^3$. Mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'BC)$ chia khối lăng trụ thành 4 khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện có chứa một mặt là hình bình hành $BCC'B'$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $15\ \text{cm}^3$. **B.** $9\ \text{cm}^3$. **C.** $12\ \text{cm}^3$. **D.** $18\ \text{cm}^3$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA'$, $NB' = 2NB$, $PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = 2$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2}{3}$.

Câu 36. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số thể tích giữa khối đa diện $A'B'C'BC$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{6}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

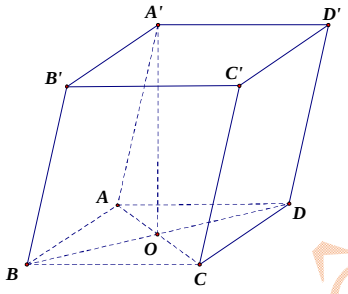
DẠNG 7: KHỐI HÌNH HỘP KHÁC

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BCD}=120^\circ$ và $AA'=\dfrac{7a}{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $V=9a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O=AC\cap BD$. Từ giả thiết suy ra $A'O\perp(ABCD)$.

Cũng từ giả thiết, suy ra ABC là tam giác đều nên:

$S_{\square ABCD}=2S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Đường cao khối hộp: $A'O=\sqrt{AA'^2-AO^2}=\sqrt{AA'^2-\left(\dfrac{AC}{2}\right)^2}=2a\sqrt{3}$.

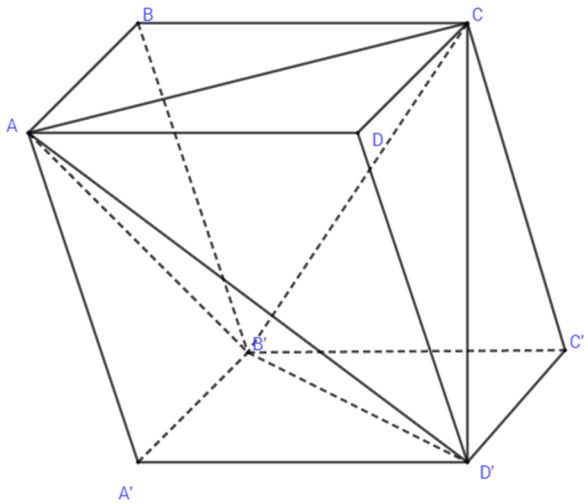
Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=S_{\square ABCD}.A'O=3a^3$ (đvtt).

Câu 3. Cắt khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bởi các mặt phẳng $(AB'D')$, $(CB'D')$, $(B'AC)$, $(D'AC)$ ta được khối đa diện có thể tích lớn nhất là

A. $A'C'BD$. **B.** $ACB'D'$. **C.** $AC'B'D'$. **D.** $A'CB'D'$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Khi cắt khối hộp bởi các mặt phẳng trên ta được 5 khối tứ diện $AA'B'D'$, $B'ABC$, $CC'B'D'$, $D'DAC$, $AB'D'C$. Gọi V là thể tích của khối hộp.

$V_{AA'B'D'}=V_{B'ABC}=V_{CC'B'D'}=V_{D'ADC}=\dfrac{1}{6}V$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

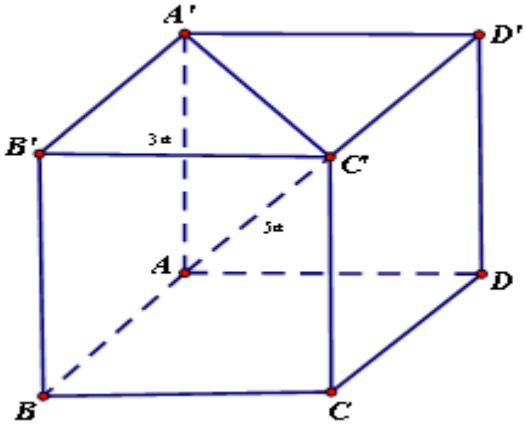
Suy ra $V_{ACB'D'}=\frac{1}{3}V$ nên tứ diện $ACB'D'$ có thể tích lớn nhất.

Câu 4. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên bằng $AA'=3a$ và đường chéo $AC'=5a$. Thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $V=24a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=8a^3$. **D.** $V=4a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$\Delta AA'C'$ vuông tại A', ta có: $A'C'=\sqrt{(5a)^2-(3a)^2}=4a$

Vì $A'B'C'D'$ là hình vuông nên $A'B'=\frac{A'C'}{\sqrt{2}}=2a\sqrt{2}$

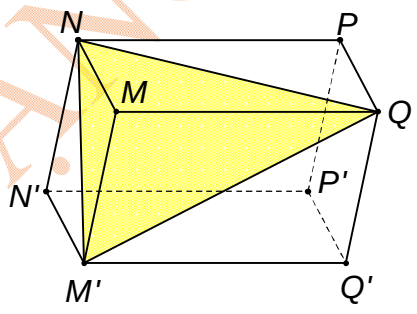
Thể tích là: $V=AA'.S_{A'B'C'D'}=3a.\left(2a\sqrt{2}\right)^2=24a^3$.

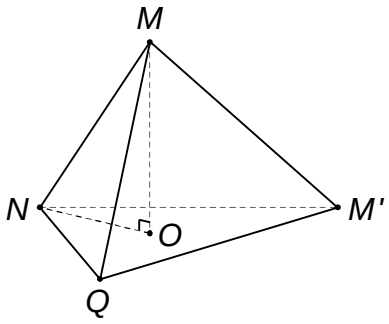
Câu 5. Cho hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ có các cạnh đều bằng $2a$, với $a>0;a\in\mathbb{R}$. Biết $\widehat{QMN}=60°$, $\widehat{M'MQ}=\widehat{M'MN}=120°$. Tính thể tích V của khối hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ theo a.

A. $V=4\sqrt{2}.a^3$. **B.** $V=8.a^3$. **C.** $V=2\sqrt{2}.a^3$. **D.** $V=\sqrt{2}.a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A





Do hình chóp $M.NQM'$ có 3 cạnh bên cùng bằng $2a$ nên chân đường cao của hình chóp $M.NQM'$ là tâm O của đường tròn ngoại tiếp mặt đáy NQM'.

Như thế $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=6.V_{M.NQM'}=2S_{\Delta NQM'}.OM$.

Từ giả thiết ta có ΔMNQ đều, suy ra $NQ=2a$.

Dùng định lý côsin cho $\Delta M'MN$ và $\Delta M'MQ$ ta tính được.

$$M'N=M'Q=2a\sqrt{3}.$$

Dùng Hêrông cho $\Delta NQM'$ ta tính được $S_{\Delta NPM'}=a^2\sqrt{11}$..

Từ đó bán kính đường tròn ngoại tiếp $\Delta NQM'$ là $ON = \dfrac{NQ.QM'.NM'}{4S_{\Delta NQM'}} = \dfrac{6a}{\sqrt{11}}$.

Xét tam giác OMN, ta có $OM = \sqrt{MN^2 - ON^2} = \dfrac{2a\sqrt{22}}{11}$.

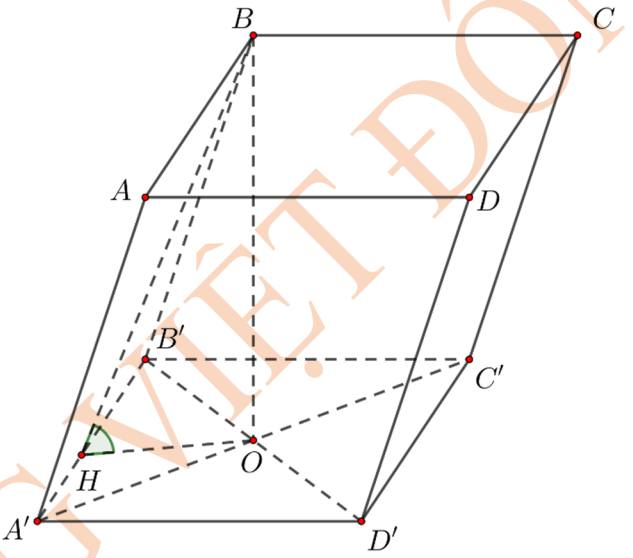
Vậy $V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = 2.a^2\sqrt{11}.\dfrac{2a\sqrt{22}}{11} = 4a^3\sqrt{2}$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Do $(DCC'D')//(ABB'A')$ và $(ABCD)//(A'B'C'D')$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ cũng bằng góc giữa hai mặt phẳng nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C'D')$ và $(ABB'A')$ và bằng góc $\widehat{OHB}$ với H là hình chiếu của O lên $A'B'$.

Trong $\Delta A'B'D'$ có $OA'^2 = A'D'^2 - OD'^2 = 3a^2 - \dfrac{9a^2}{4} = \dfrac{3a^2}{4} \Rightarrow OA' = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'C' = a\sqrt{3}$.

Ta có $OH.A'B' = OA'.OB' \Rightarrow OH = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{3a}{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{3a}{4}$.

$\cos\alpha = \dfrac{OH}{BH} = \dfrac{\sqrt{21}}{7} \Rightarrow BH = \dfrac{7}{\sqrt{21}}.\dfrac{3a}{4} = \dfrac{a\sqrt{21}}{4}$.

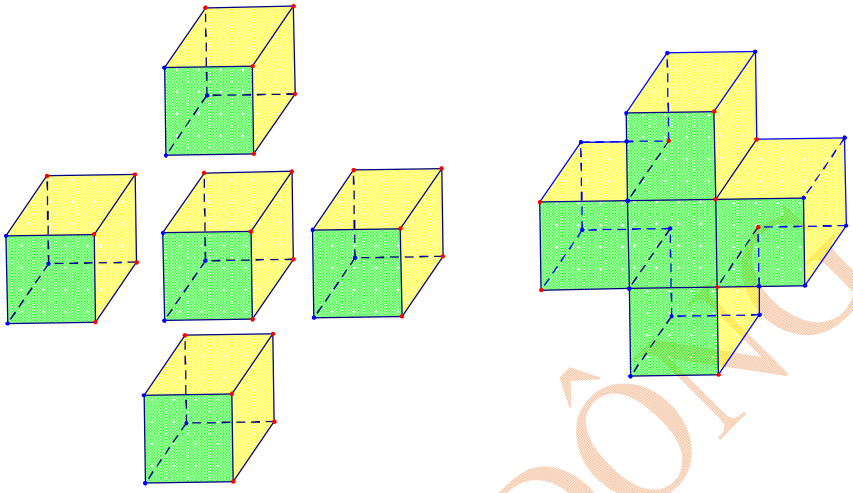
$BO = \sqrt{BH^2 - OH^2} = \sqrt{\dfrac{21a^2}{16} - \dfrac{9a^2}{16}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{ABCD} = \dfrac{1}{2}AC.BD = \dfrac{1}{2}a\sqrt{3}.3a = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{9a^3}{4}$.

Câu 7. Ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập như hình vẽ.
Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập

A. $S_{tp}=30a^2$. **B.** $S_{tp}=12a^2$. **C.** $S_{tp}=22a^2$. **D.** $S_{tp}=20a^2$.



Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích mỗi mặt khối lập phương: $S_1=a^2$.

Diện tích toàn phần các khối lập phương: $S_2=6a^2$.

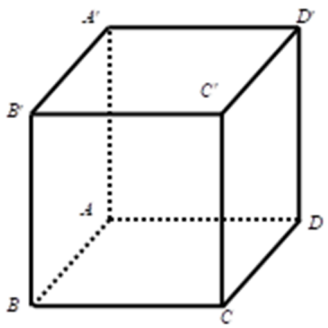
Diện tích toàn phần khối chữ thập: $S=5S_2-8S_1=22a^2$.

Câu 8. Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình thoi có góc nhọn bằng α, cạnh a. Diện tích xung quanh của hình hộp đó bằng S. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $\frac{1}{6}a.S\sin\alpha$. **B.** $\frac{1}{2}a.S\sin\alpha$. **C.** $\frac{1}{8}a.S\sin\alpha$. **D.** $\frac{1}{4}a.S\sin\alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



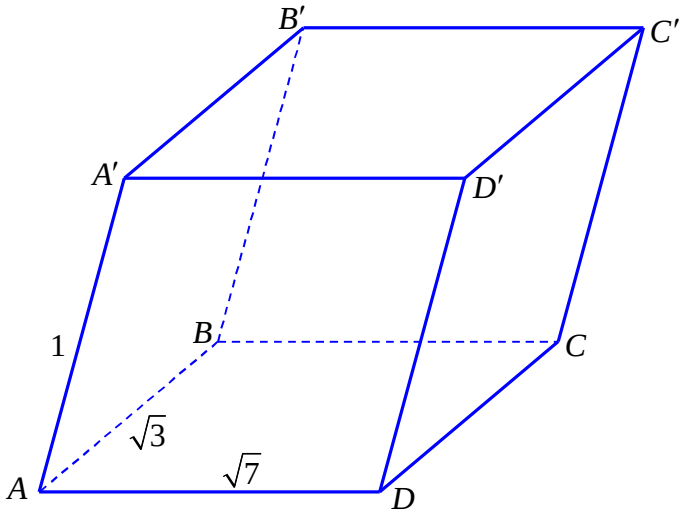
Ta có: $S=4AB.AA'\Rightarrow AA'=\frac{S}{4a}$

Và $S_{ABCD}=2S_{ABC}=2.\frac{1}{2}AB.BC.\sin\alpha=a^2\sin\alpha$

Vậy: $V=S_{ABCD}.AA'=\frac{1}{4}a.S\sin\alpha$

Câu 9. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}$; $AD=\sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ cùng tạo với đáy góc $45°$, cạnh bên của hình hộp bằng 1 (hình vẽ). Thể tích khối hộp là:

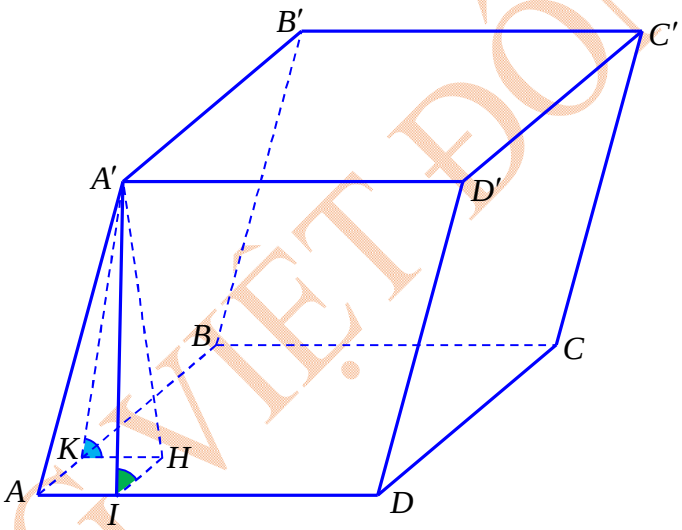
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $7\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $(ABCD)$;

kẻ $HK \perp AB$, $HI \perp AD$ thì $\left(\widehat{(ABB'A'),(ABCD)}\right) = \widehat{HKA'}$ và $\left(\widehat{(ADD'A'),(ABCD)}\right) = \widehat{HIA'}$

Theo giả thiết, ta có $\widehat{HKA'} = \widehat{HIA'} = 45° \Rightarrow \Delta HKA' = \Delta HIA' \Rightarrow HI = HK$

$\Rightarrow$ tứ giác $AIHK$ là hình vuông cạnh a, $(a > 0) \Rightarrow AH = a\sqrt{2}$

Tam giác $A'HK$ vuông cân tại H có $HK = HA' = a$

Tam giác AHA' vuông tại H có $AA'^2 = AH^2 + A'H^2$

$\Leftrightarrow a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'H = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

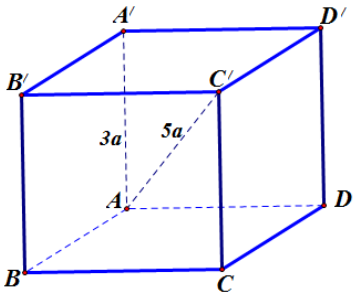
Khi đó $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.A'H \Leftrightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \sqrt{7}.\sqrt{3}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = \sqrt{7}$.

Câu 10. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA' = 3a$ và đường chéo $AC' = 5a$. Thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A. $V = 8a^3$. **B.** $V = 4a^3$. **C.** $V = 24a^3$. **D.** $V = 12a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Trong $\Delta AA'C$ vuông tại A', ta có : $A'C' = \sqrt{AC'^2 - AA'^2} = \sqrt{(5a)^2 - (3a)^2} = 4a \Rightarrow AC = 4a$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $\Rightarrow AC^2 = 2AB^2 \Leftrightarrow AB = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2}$.

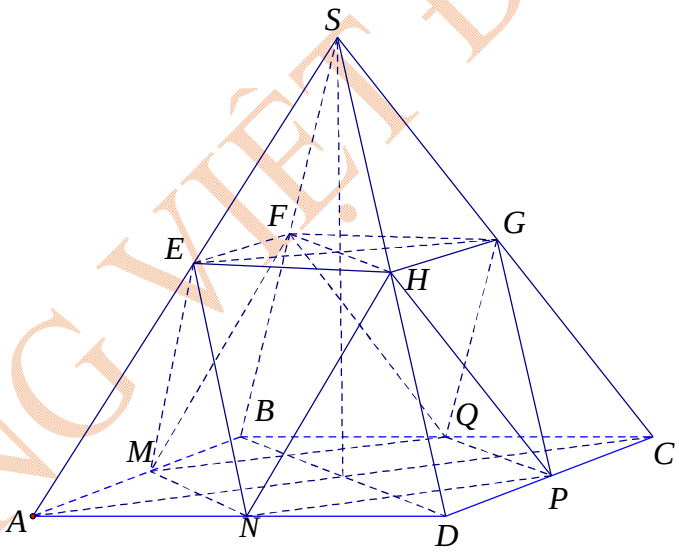
Vậy $V = \dfrac{1}{3}.3a.\left(2a\sqrt{2}\right)^2 = 8a^3$.

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Xét đa diện lồi H có các đỉnh là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp đó. Tính thể tích của H.

A. 4. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, có thể tích $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.1.2 = \dfrac{2}{3}$.

Gọi M; N; P; Q; E; F; G; H là trung điểm tất cả các cạnh của hình chóp (hình vẽ). khi đó $V_{MNPQEFGH} = V_{S.ABCD} - \left(V_{S.EFGH} + V_{F.MBQ} + V_{G.QCP} + V_{H.PDN} + V_{E.MAN}\right)$, với $V_{S.EFGH} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}.1 = \dfrac{1}{12}$.

Các khối chóp còn lại cùng chiều cao và diện tích đáy bằng nhau nên thể tích của chúng bằng $V_{E.MAN} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.1 = \dfrac{1}{24}$. Vậy thể tích cần tính $V_{MNPQEFGH} = \dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{12} - \dfrac{4}{24} = \dfrac{5}{12}$.

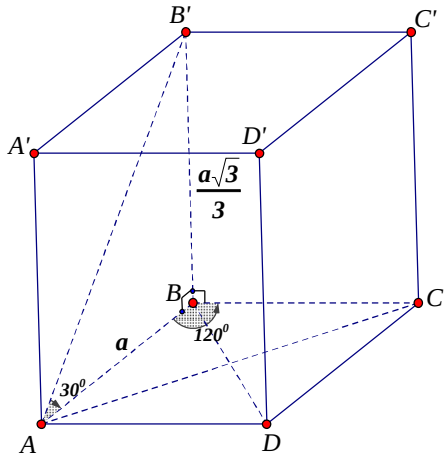
Câu 12. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60°$, AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc $30°$. Thể tích của khối hộp là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp đứng nên các cạnh bên vuông góc với hai mặt đáy và cạnh bên là chiều cao của hình hộp.

Đáy $ABCD$ là hình thoi với $\widehat{BAD}=60°$ nên $AB=BC=CD=DA=BD=a, AC=a\sqrt{3}$.

Diện tích mặt đáy $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC.BD=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ (đvdt).

Góc hợp bởi AB' với đáy $(ABCD)$ là $\widehat{B'AB}=30°\Rightarrow BB'=AB.\tan 30°=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích khối hộp là $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^3}{2}$ (đvtt).

DẠNG 8: KHỐI LĂNG TRỤ KHÁC

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng a. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{3}{2}a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=9a^3$. **D.** $V=a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo đề ta có: diện tích đáy $B=3a^2$ và chiều cao của lăng trụ $h=a$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V=B.h=3a^2.a=3a^3$.

Câu 14. Thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 3 và độ dài đường cao bằng 4 là

A. $V=6$ **B.** $V=8$ **C.** $V=4$ **D.** $V=12$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích khối lăng trụ là $V=B.h=3.4=12$.

Câu 15. Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $24\ (\text{cm}^2)$, chiều cao bằng $3\ (\text{cm})$ thì có thể tích bằng

A. $72\ (\text{cm}^3)$. **B.** $126\ (\text{cm}^3)$. **C.** $24\ (\text{cm}^3)$. **D.** $8\ (\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ $V=B.h=24.3=72\ (\text{cm}^3)$.

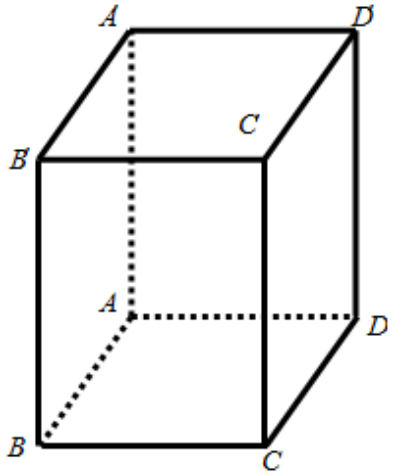
Câu 16. Hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là một hình thoi có góc nhọn bằng α, cạnh a. Diện tích xung quanh của hình hộp đó bằng S. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$?

A. $\frac{1}{2}a.S\sin\alpha$. **B.** $\frac{1}{8}a.S\sin\alpha$. **C.** $\frac{1}{4}a.S\sin\alpha$. **D.** $\frac{1}{6}a.S\sin\alpha$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C



Ta có: $S = 4AB.AA' \Rightarrow AA' = \dfrac{S}{4a}$.

Và $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2.\dfrac{1}{2}AB.BC.\sin\alpha = a^2\sin\alpha$.

Vậy: $V = S_{ABCD}.AA' = \dfrac{1}{4}a.S\sin\alpha$.

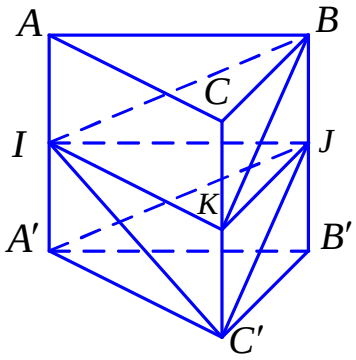
DẠNG 9: KHỐI DA DIỆN CẮT RA TỪ KHỐI LĂNG TRỤ

Câu 17. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi I, J lần lượt là trung điểm hai cạnh AA' và BB'. Khi đó thể tích của khối đa diện $ABCIJC'$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}V$. **B.** $\dfrac{5}{6}V$. **C.** $\dfrac{2}{3}V$. **D.** $\dfrac{4}{5}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi K là trung điểm của CC' thì hiển nhiên thể tích của khối lăng trụ $ABCIJK$ bằng $V_{ABCIJK} = \dfrac{V}{2}$.

Thể tích của khối chóp tam giác $C'.IJK$ bằng $V_{C'.IJK} = \dfrac{1}{3}V$.

Do đó thể tích của $V_{ABCIJC'} = V_{ABCIJK} + V_{C'.IJK} = \dfrac{V}{2} + \dfrac{V}{3} = \dfrac{5V}{6} = \dfrac{5}{6}V$.

Trình bày lại

Gọi K là trung điểm của CC' thì $V_{ABCIJK} = V_{A'B'C'IJK} = \dfrac{V}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Thể tích của khối chóp tam giác $C'.IJK$ bằng $V_{C'.IJK}=\frac{1}{3}V_{A'B'C'IJK}=\frac{V}{6}$.

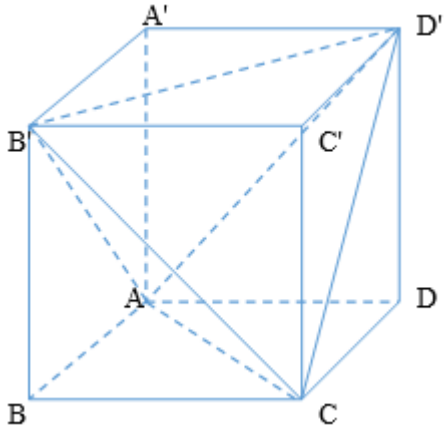
Do đó thể tích của $V_{ABCIJC'}=V_{ABCIJK}+V_{C'.IJK}=\frac{V}{2}+\frac{V}{6}=\frac{2V}{3}$.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ và khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



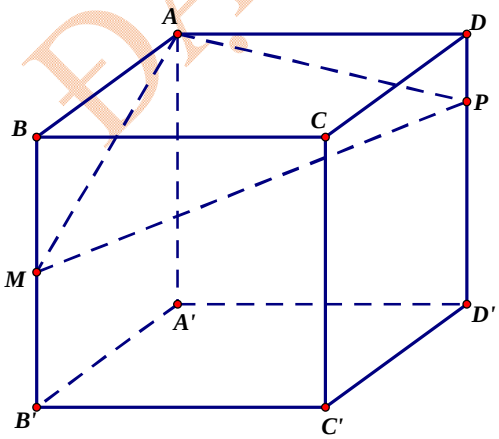
Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AD.AA'$,

$V_{ACB'D'}=V_{ABCD.A'B'C'D'}-4.V_{B'.ABC}=AB.AD.AA'-4.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AB.BC.BB'=AB.AD.AA'-\frac{2}{3}.AB.AD.AA'$

$=\frac{1}{3}AB.AD.AA'$.

Suy ra $\frac{V_{ACB'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\frac{\frac{1}{3}AB.AD.AA'}{AB.AD.AA'}=\frac{1}{3}$.

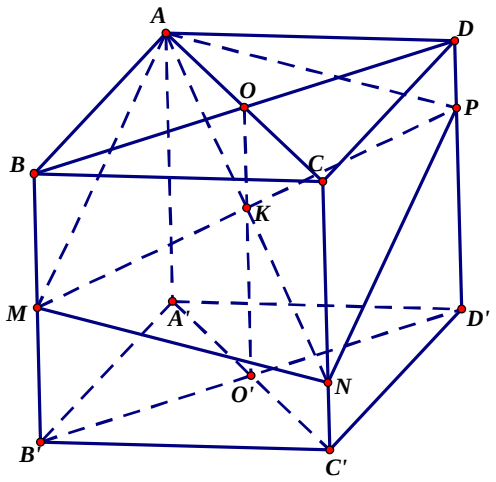
Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP=\frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng



A. $V=3a^3$. **B.** $V=\frac{9a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{11a^3}{3}$. **D.** $V=2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=(2a)^3=8a^3$.

Gọi O, O' lần lượt là tâm hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, gọi $K=OO'\cap MP$, khi đó $N=AK\cap CC'$.

Ta có $OK=\frac{1}{2}(DP+BM)=\frac{1}{2}\left(a+\frac{a}{2}\right)=\frac{3a}{4}$. Do đó $CN=2OK=\frac{3a}{2}$.

Diện tích hình thang $BMNC$ là

$$S_{BMNC}=\frac{1}{2}(BM+CN).BC=\frac{1}{2}\left(a+\frac{3a}{2}\right).2a=\frac{5a^2}{2}.$$

Thể tích khối chóp $A.BMNC$ là

$$V_{A.BMNC}=\frac{1}{3}.S_{BMNC}.AB=\frac{1}{3}.\frac{5a^2}{2}.2a=\frac{5a^3}{3}.$$

Diện tích hình thang $DPNC$ là

$$S_{DPNC}=\frac{1}{2}(DP+CN).CD=\frac{1}{2}\left(\frac{a}{2}+\frac{3a}{2}\right).2a=2a^2.$$

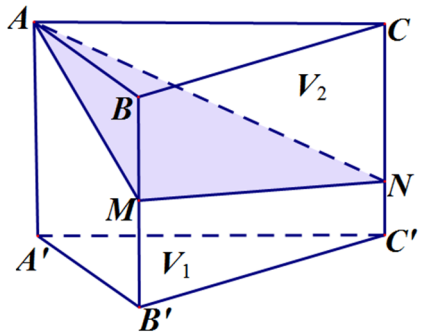
Thể tích khối chóp $A.DPNC$ là

$$V_{A.DPNC}=\frac{1}{3}.S_{DPNC}.AD=\frac{1}{3}.2a^2.2a=\frac{4a^3}{3}.$$

Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

$$V=V_{A.BMNC}+V_{A.DPNC}=\frac{5a^3}{3}+\frac{4a^3}{3}=3a^3.$$

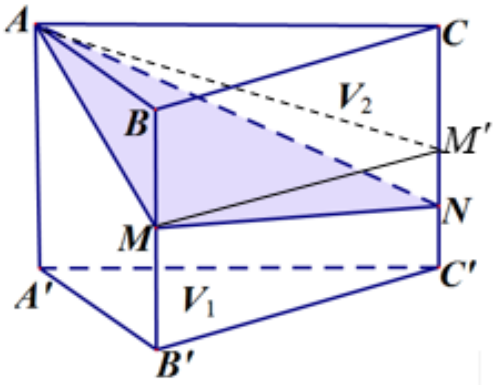
Câu 20. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB', N là điểm trên cạnh CC' sao cho $CN=3NC'$. Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M' là trung điểm của CC', ta có:

$dt_{BCM'M}=\frac{1}{2}dt_{BCC'B'}$, $dt_{M'MN}=\frac{1}{4}dt_{BCM'M}=\frac{1}{8}dt_{BCC'B'}\Rightarrow dt_{BMNC}=\frac{5}{8}dt_{BCC'B'}$

$\Rightarrow \frac{V_2}{V_{A.BCB'C'}}=\frac{\frac{1}{3}d\left(A,(BCB'C')\right).dt_{BCNM}}{\frac{1}{3}d\left(A,(BCB'C')\right).dt_{BCB'C'}}=\frac{5}{8}$.

$\frac{V_{A.A'B'C'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{\frac{1}{3}d\left(A;(A'B'C')\right).dt_{A'B'C'}}{d\left(A;(A'B'C')\right).dt_{A'B'C'}}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{V_{A.BCC'B'}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{V_2}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{5}{8}.\frac{2}{3}=\frac{5}{12}$.

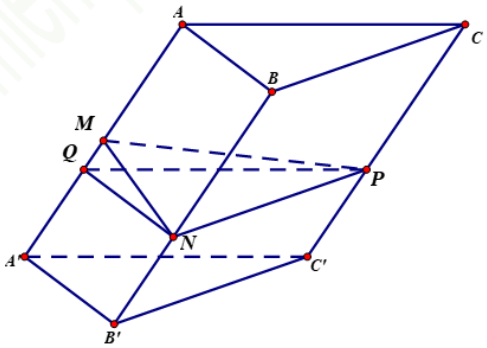
Do $V_{ABC.A'B'C'}=V_1+V_2\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{7}{5}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $6a^3$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'}=\frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'}=\frac{CP}{CC'}=\frac{2}{3}$. Tính thể tích V' của đa diện $ABC.MNP$

A. $V'=\frac{11}{18}a^3$. **B.** $V'=\frac{11}{27}a^3$. **C.** $V'=\frac{9}{16}a^3$. **D.** $V'=\frac{11}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Lấy điểm $Q\in AA'$ sao cho $PQ//AC$.

Ta có $MQ=AQ-AM=\frac{1}{6}AA'$.

Dễ thấy $V_{ABC.MNP}=\frac{2}{3}.V_{ABC.A'B'C'}$, $V_{M.QNP}=\frac{1}{12}.V_{ABC.A'B'C'}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

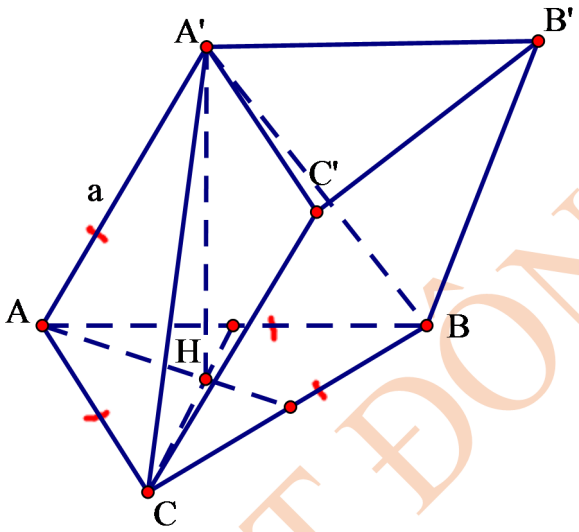
Vậy $V' = V_{ABC.MNP} - V_{M.QNP} = \frac{11}{18}V = \frac{11}{3}a^3$.

Câu 22. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'.ABC$ là tứ diện đều cạnh cạnh bằng a. Tính thể tích khối $A'BCC'B'$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ **C.** $V = \frac{a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D



Ta có $V_{A'BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC}$

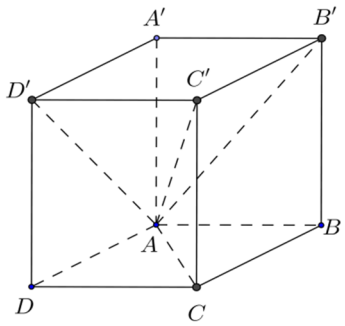
$\Rightarrow V_{A'BCC'B'} = \frac{2}{3}.V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}.S_{ABC}.A'H = \frac{2}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 23. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a, thể tích khối chóp $A.A'B'C'D'$ là:

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $V_{A.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}AA'.S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{a^3}{3}$.

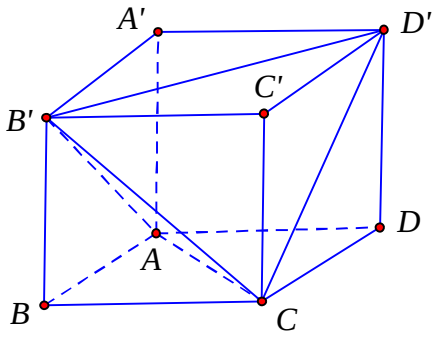
Câu 24. Hình lập phương $ABCDA'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $V_{ACB'D'} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - \left(V_{B'.ABC} + V_{C.B'C'D'} + V_{D'.ACD} + V_{A.A'B'D'}\right)$.

Mà $V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$ và $V_{B'.ABC} = V_{C.B'C'D'} = V_{D'.ACD} = V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3}.A'A.S_{A'B'D'} = \frac{1}{3}.a.\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{6}a^3$.

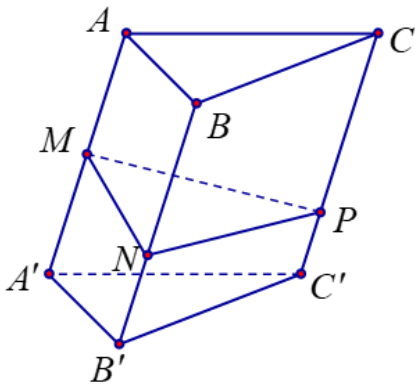
Do đó $V_{ACB'D'} = a^3 - \frac{4}{6}a^3 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 25. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm AA'; N, P lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BB', CC' sao cho $BN = 2B'N$, $CP = 3C'P$. Tính thể tích khối đa diện $ABC.MNP$.

A. $\frac{40360}{27}$. **B.** $\frac{4036}{3}$. **C.** $\frac{23207}{18}$. **D.** $\frac{32288}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



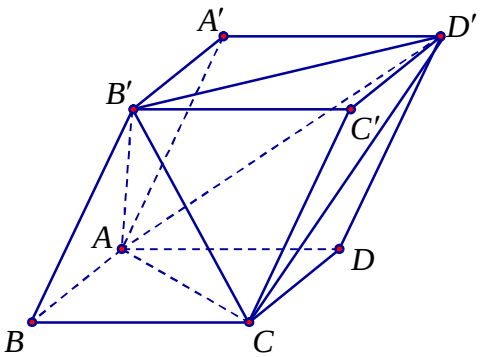
Ta có $\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}} = \frac{1}{3}\left(\frac{AM}{AA'} + \frac{BN}{BB'} + \frac{CP}{CC'}\right) = \frac{23}{36}$. Vậy $V_{ABC.MNP} = \frac{23207}{18}$.

Câu 26. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thể tích là V. Tính thể tích của tứ diện $ACB'D'$ theo V.

A. $\frac{V}{5}$. **B.** $\frac{V}{3}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có ngay kết quả sau $V_{ACB'D'} = V - \left(V_{B'.ABC} + V_{C.B'C'D'} + V_{D'.ACD} + V_{A.A'B'D'}\right)$.

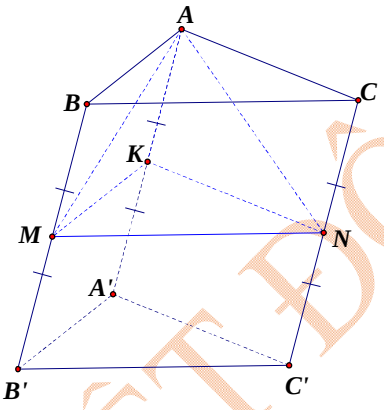
Lưu ý $V_{B'.ABC} = V_{C.B'C'D'} = V_{D'.ACD} = V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}.\frac{V}{2} \Rightarrow V_{ACB'D'} = V - 4.\frac{V}{6} = \frac{V}{3}$.

Câu 27. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng (AMN) chia khối lăng trụ thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích của khối đa diện chứa đỉnh B' và V_2 là thể tích khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi K là trung điểm của AA' và V, $V_{ABC.KMN}$, $V_{A.MNK}$ lần lượt là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ khối lăng trụ $ABC.KMN$ và thể tích khối chóp $A.MNK$. Khi đó $V_2 = V_{ABC.KMN} - V_{A.MNK}$.

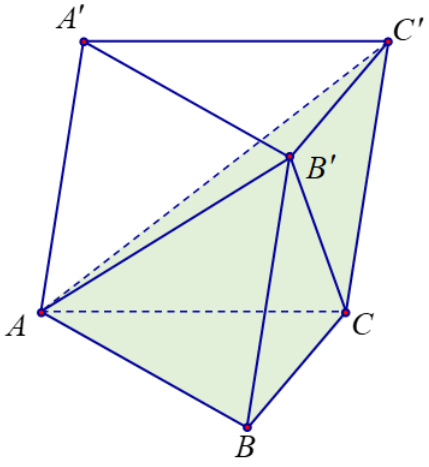
Lại có $V_{ABC.KMN} = \frac{1}{2}V$; $V_{A.MNK} = \frac{1}{3}V_{ABC.KMN} = \frac{1}{6}V$ suy ra $V_2 = \frac{1}{2}V - \frac{1}{6}V = \frac{1}{3}V$ từ đó ta có $V_1 = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$. Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

Câu 28. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{2V}{3}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{3V}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



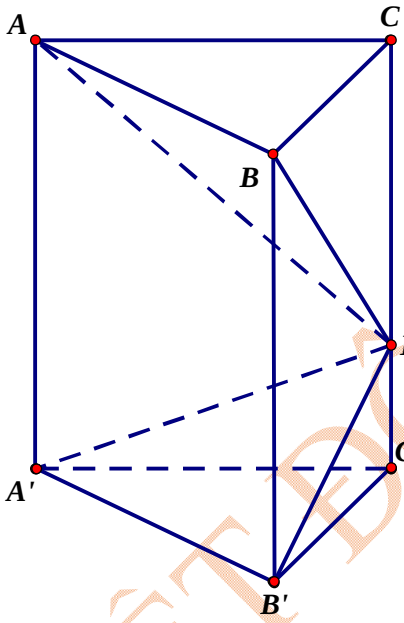
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $V_{ABCB'C'}=V_{B'ABC}+V_{C'B'AC}=\frac{V}{3}+\frac{V}{3}=\frac{2V}{3}$

Câu 29. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Gọi M là điểm bất kỳ trên đường thẳng CC'. Tính thể tích khối chóp $M.ABB'A'$ theo V.

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{2V}{9}$. **C.** $\frac{2V}{3}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C

Gọi h_1, h_2 lần lượt là đường cao của hai hình chóp $M.ABC$, $M.A'B'C'$ thì $h_1+h_2=h$ là đường cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Ta có:

$V=V_{M.ABC}+V_{M.ABB'A'}+V_{M.A'B'C'}$

$=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.h_1+V_{M.ABB'A'}+\frac{1}{3}.S_{\Delta A'B'C'}.h_2 \quad =\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}\left(h_1+h_2\right)+V_{M.ABB'A'}=\frac{1}{3}V+V_{M.ABB'A'}$

Suy ra $V_{M.ABB'A'}=\frac{2V}{3}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $\frac{AM}{AA'}=\frac{1}{2}$, $\frac{BN}{BB'}=\frac{CP}{CC'}=\frac{2}{3}$. Thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng.

A. $\frac{2}{3}V$. **B.** $\frac{11}{18}V$. **C.** $\frac{20}{27}V$. **D.** $\frac{9}{16}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Có $V_{A'.B'C'CB}=\frac{2}{3}V=V_{M.B'C'CB}$.

Đặt: $V_1=V_{M.NPCB}=\frac{1}{3}d\left(M,\left(CC'B'B\right)\right).S_{NPCB}$.

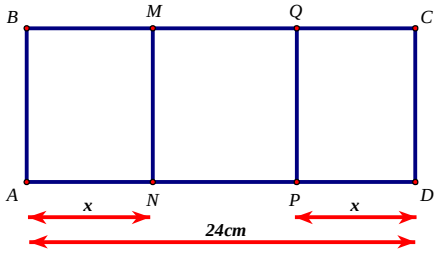
$=\frac{1}{3}d\left(M,\left(CC'B'B\right)\right).\frac{2}{3}S_{CC'B'B}=\frac{2}{3}.\frac{1}{3}d\left(M,\left(CC'B'B\right)\right).S_{CC'B'B}=\frac{2}{3}V_{M.CC'B'B}=\frac{2}{3}.\frac{2}{3}.V=\frac{4}{9}V$.

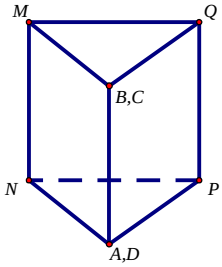
$V_2=V_{M.ABC}=\frac{1}{3}d\left(M,\left(ABC\right)\right).S_{ABC} \quad =\frac{1}{3}.\frac{1}{2}d\left(A',\left(ABC\right)\right).S_{ABC}=\frac{1}{6}V$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $V_{ABC.MNP} = V_1 + V_2 = \frac{4}{9}V + \frac{1}{6}V = \frac{11}{18}V$.

Câu 31. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 24cm$. Ta gấp tấm nhôm theo hai cạnh MN và QP vào phía trong đến khi AB và CD trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?

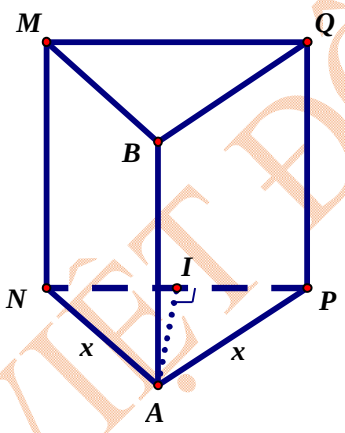




A. $x = 9$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 10$. **D.** $x = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



• Gọi I là trung điểm $NP \Rightarrow IA$ đường cao của ΔANP cân tại $A \Rightarrow AI = \sqrt{x^2 - (12-x)^2}$ $= \sqrt{24(x-6)} \Rightarrow$ diện tích đáy $S_{ANP} = \frac{1}{2}.NP.AI = \frac{1}{2}.(12-x).\sqrt{24(x-6)}$, với $6 \le x \le 12 \Rightarrow$ thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ANP}.MN = \frac{a}{2}.(12-x).\sqrt{24(x-6)}$ (đặt $MN = a$: hằng số dương).

• Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{1}{2}.(12-x).\sqrt{24(x-6)}, (6 \le x \le 12)$:

+ $y' = \frac{1}{2}\left[-\sqrt{24(x-6)} + \frac{12(12-x)}{\sqrt{24(x-6)}}\right] = 6.\frac{-3x+24}{\sqrt{24(x-6)}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 8 \in (6;12)$.

+ Tính giá trị: $y(8) = 8\sqrt{3}$, $y(6) = 0$, $y(12) = 0$.

• Thể tích khối trụ lớn nhất khi $x = 8$.

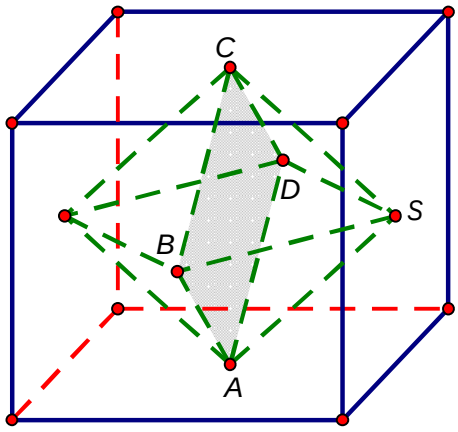
Câu 32. Người ta gọt một khối lập phương gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết các cạnh của khối lập phương bằng a. Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó:

A. $\frac{a^3}{4}$ **B.** $\frac{a^3}{6}$ **C.** $\frac{a^3}{12}$ **D.** $\frac{a^3}{8}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựng được hình như hình bên
+ Thấy được thể tích khối cần tính bằng 2 lần thể tích của hình chóp S.ABCD
+ Nhiệm vụ bây giờ đi tìm thể tích của S.ABCD
+ ABCD là hình vuông có tâm O đồng thời chính là hình chiếu của S lên mặt đáy

$SO=\frac{a}{2}$; BD = cạnh của hình lập phương $=a$. Suy ra các cạnh của hình vuông $ABCD=\frac{\sqrt{2}}{2}a$

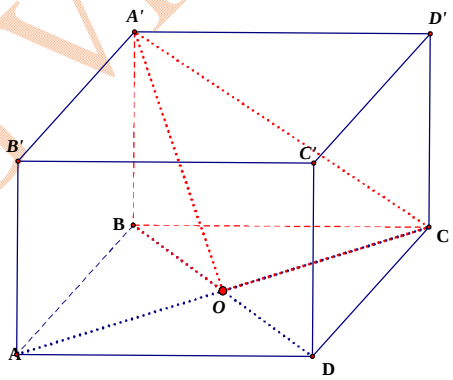
$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)a^3=\frac{a^3}{12}$. $V_{\text{khối đa diện}}=2.V_{S.ABCD}=\frac{a^3}{6}$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Thể tích của tứ diện $OA'BC$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$V_{O.A'BC}=V_{A'.OBC}=\frac{1}{6}AA'.OB.OC=\frac{1}{6}.a.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3}{12}$

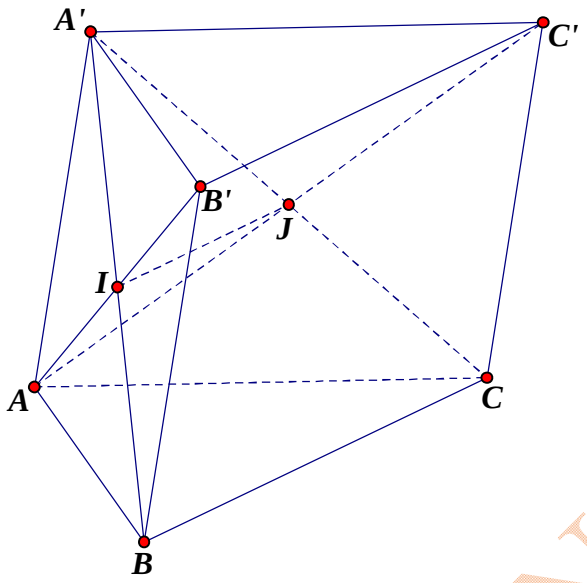
Câu 34. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích $V=36\ \text{cm}^3$. Mặt phẳng $(AB'C')$ và $(A'BC)$ chia khối lăng trụ thành 4 khối đa diện. Tính thể tích khối đa diện có chứa một mặt là hình bình hành $BCC'B'$.

A. $15\ \text{cm}^3$. **B.** $9\ \text{cm}^3$. **C.** $12\ \text{cm}^3$. **D.** $18\ \text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi $I = AB' \cap A'B$, $J = A'C \cap AC'$.

Ta có $V_{IJBB'C'C} = V_{A.BB'C'C} - V_{A.BCIJ}$.

Mặt khác $V_{A.A'B'C'} + V_{A.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} \Leftrightarrow V_{A.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V = 24$.

Ta lại có $\frac{V_{A.IJA'}}{V_{A.A'B'C'}} = \frac{AI}{AB'}.\frac{AJ}{AC'} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{A.IJA'} = \frac{1}{4}.\frac{1}{3}.36 = 3$.

$V_{A.IJBC} = V_{A'.ABC} - V_{A.IJA'} = \frac{1}{3}.36 - 3 = 9$.

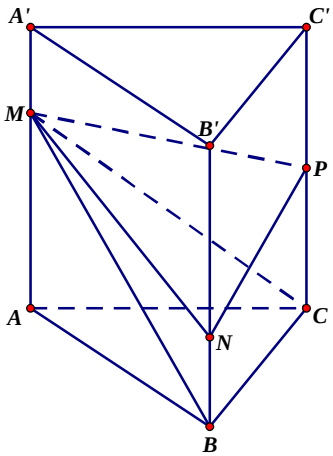
Vậy $V_{IJBB'C'C} = 24 - 9 = 15 \ \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 35. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC' sao cho $AM = 2MA'$, $NB' = 2NB$, $PC = PC'$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Ta có $V_1 = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$V_{M.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.d\left(M,(ABC)\right)=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}S_{ABC}.d\left(A',(ABC)\right)=\frac{2}{9}V$.

$V_{M.A'B'C'}=\frac{1}{3}S_{A'B'C'}.d\left(M,(A'B'C')\right)=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}S_{A'B'C'}.d\left(M,(A'B'C')\right)=\frac{1}{9}V$.

Do $BCC'B'$ là hình bình hành và $NB'=2NB$, $PC=PC'$ nên $S_{B'C'PN}=\frac{7}{5}S_{BCPN}$.

Suy ra $V_{M.B'C'PN}=\frac{7}{5}V_{M.BCPN}$, Từ đó $V=V_{M.ABC}+V_{M.BCPN}+V_{M.A'B'C'}+V_{M.B'C'PN}$

$\Leftrightarrow V=\frac{2}{9}V+V_{M.BCPN}+\frac{1}{9}V+\frac{7}{5}V_{M.BCPN}\Leftrightarrow V_{M.BCPN}=\frac{5}{18}V$.

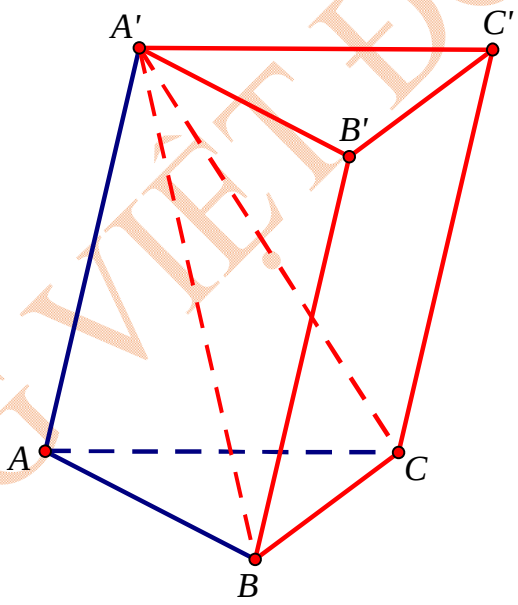
Như vậy $V_1=\frac{2}{9}V+\frac{5}{18}V=\frac{1}{2}V\Rightarrow V_2=\frac{1}{2}V$. Bởi vậy: $\frac{V_1}{V_2}=1$.

Câu 36. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số thể tích giữa khối đa diện $A'B'C'BC$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có: $V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.d\left(A',(ABC)\right)$, $V_{A'B'C'.ABC}=S_{\Delta ABC}.d\left(A',(ABC)\right)$.

$\Rightarrow V_{A'.ABC}=\frac{1}{3}V_{A'B'C'.ABC}$.

Ta có: $V_{A'.ABC}+V_{A'B'C'BC}=V_{A'B'C'.ABC}\Rightarrow V_{A'B'C'BC}=\frac{2}{3}V_{A'B'C'.ABC}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: TÍNH TOÁN ĐỘ DÀI HÌNH HỌC (ĐƠN THUẦN)

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a. Khoảng cách giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC) là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$, mặt bên tạo với đáy một góc $60°$.

Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3a}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của cạnh AB. Góc tạo bởi SC và $(ABCD)$ bằng 45°. Tính theo a tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB.

A. $d=\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{5}}{13}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $d=\frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 4. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích của hình chóp là $\frac{4}{3}a^3$. Hỏi cạnh hình vuông mặt đáy bằng bao nhiêu?

A. a. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng a^3. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

A. $d=\frac{6a\sqrt{195}}{65}$. **B.** $d=\frac{4a\sqrt{195}}{65}$. **C.** $d=\frac{4a\sqrt{195}}{195}$. **D.** $d=\frac{8a\sqrt{195}}{195}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 7. Cho một khối lập phương biết rằng khi tăng độ dài cạnh của khối lập phương thêm $2\,cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $152\,cm^3$. Hỏi cạnh của khối lập phương đã cho bằng:

A. $5\,cm$. **B.** $6\,cm$. **C.** $3\,cm$. **D.** $4\,cm$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với cạnh $AB=2a$, $AD=a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB, SC tạo với đáy một góc bằng $45°$. Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a$. Biết rằng thể tích của khối $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $3\sqrt{3}a$. **D.** $2a$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA=7a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G, I, J thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, SAD và trung điểm của CD. Diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (GIJ) bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{31\sqrt{33}a^2}{45}$ **B.** $\frac{3\sqrt{33}a^2}{8}$ **C.** $\frac{93a^2}{40}$ **D.** $\frac{23a^2}{60}$

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\frac{3a}{5}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của AD. Tính khoảng cách giữa hai đường SD và HK theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\frac{3a}{5}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

Câu 14. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng a^3. Tính độ dài $A'C$.

A. $A'C=a\sqrt{2}$. **B.** $A'C=2a$. **C.** $A'C=a\sqrt{3}$. **D.** $A'C=a$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB=AC=a$; tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E,F là hai điểm lần lượt nằm trên các đoạn thẳng BC và AC sao cho $\frac{EC}{EB}=\frac{1}{3};\frac{CF}{CA}=\frac{1}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABEF$ và khoảng cách d giữa SA và EF..

A. $V=\frac{7\sqrt{3}a^3}{192};d=\frac{a\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\frac{7\sqrt{3}a^3}{192};d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $V=\frac{7\sqrt{6}a^3}{192};d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\frac{7\sqrt{6}a^3}{192};d=\frac{a\sqrt{6}}{8}$.

Câu 16. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O cạnh a và $AC=a$. Từ trung điểm H của AB, dựng $SH\perp(ABCD)$ với $SH=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{66}}{23}$. **B.** $\frac{10a\sqrt{5}}{27}$. **C.** $\frac{8a\sqrt{3}}{15}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Tính theo a khoảng cách giữa đường thẳng SM và AC.

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 18. Cho biết thể tích của một khối hộp chữ nhật là V, đáy là hình vuông cạnh a. Khi đó diện tích toàn phần của hình hộp bằng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $2\left(\frac{2V}{a}+a^2\right)$. **B.** $4\left(\frac{V}{a^2}+a\right)$. **C.** $2\left(\frac{V}{a^2}+a\right)$. **D.** $2\left(\frac{V}{a}+a^2\right)$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=2a,\ BC=a$. Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là:

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$. Biết $\widehat{BAD}=120^\circ$ và hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45°. Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $h=a\sqrt{3}$. **B.** $h=\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $h=2a\sqrt{2}$. **D.** $h=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết thể tích của khối lăng trụ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là.

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC, R là bán kính mặt cầu có tâm G và tiếp xúc với mặt phẳng (SAB). Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $R=d\left[G,(SAB)\right]$. **B.** $3\sqrt{13}R=2SH$.

C. $\frac{R^2}{S_{\Delta ABC}}=\frac{4\sqrt{3}}{39}$. **D.** $\frac{R}{a}=\sqrt{13}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết các mặt bên của hình chóp cùng tạo với đáy các góc bằng nhau và thể tích của khối chóp bằng $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính khoảng cách giữa SA và CD.

A. $3\sqrt{2}a$ **B.** $\sqrt{5}a$ **C.** $\sqrt{2}a$ **D.** $\sqrt{3}a$

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Tam giác SAB vuông cân tại A và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $SB=4\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Tính khoảng cách l từ điểm M đến mặt phẳng (SBC).

A. $l=\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $l=2$ **C.** $l=2\sqrt{2}$ **D.** $l=\sqrt{2}$

Câu 25. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA=3a;\ BC=4a,\ (SBC)\perp(ABC)$. Biết $SB=6a;\ \widehat{SBC}=60^\circ$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC).

A. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$. **B.** $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$. **C.** $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$. **D.** $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên bằng SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh $AB=2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD}=120^{\circ}$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45°. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).

A. $h=3a$. **B.** $h=\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 28. Cho lăng trụ tứ giác đều có chiều cao bằng a, thể tích bằng $4a^3$. Tính độ dài cạnh đáy.

A. $2a$. **B.** a. **C.** $4a$. **D.** $3a$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R=a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

A. $\dfrac{12}{5}a$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{3}{2}a$. **D.** $\dfrac{9}{4}a$.

Câu 30. Cho hình tứ diện $EFGH$ có EF vuông góc với EG, EG vuông góc với EH, EH vuông góc với EF; biết $EF=6a$, $EG=8a$, $EH=12a$, với $a>0, a\in\mathbb{R}$. Gọi I, J tương ứng là trung điểm của hai cạnh FG, FH. Tính khoảng cách d từ điểm F đến mặt phẳng (EIJ) theo a.

A. $d=\dfrac{24\sqrt{29}.a}{29}$. **B.** $d=\dfrac{12\sqrt{29}.a}{29}$. **C.** $d=\dfrac{6\sqrt{29}.a}{29}$. **D.** $d=\dfrac{8\sqrt{29}.a}{29}$.

Câu 31. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều. Biết rằng diện tích tứ giác $BCC'B'$ bằng $2a^2$. Tính chiều cao của hình lăng trụ.

A. $h=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$ **B.** $h=\dfrac{3a}{4}$ **C.** $h=a$ **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$

Câu 32. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy ABC bằng $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$ và góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng 60^0. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB' và BC'.

A. $d=\dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $d=\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$. **C.** $d=\dfrac{4a}{3}$. **D.** $d=\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) là $2a$ và thể tích bằng a^3. Nếu ABC là tam giác vuông cân thì độ dài cạnh huyền của nó là

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

DẠNG 2: TÍNH KHOẢNG CÁCH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THỂ TÍCH

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\dfrac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA.

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Khối chóp tam giác đều có thể tích $V=2a^3$, cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$ thì chiều cao khối chóp bằng.

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{2}$. Tính cạnh bên SA.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$, $AD=a\sqrt{3}$, các tam giác ABC, ACD, ABD là các tam giác vuông tại đỉnh A. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BCD).

A. $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{66}}{11}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Biết $V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ và $d(AB,CD)=a$. Khi đó độ dài MN là

A. $MN=a$ hoặc $MN=a\sqrt{2}$. **B.** $MN=a\sqrt{2}$ hoặc $MN=a\sqrt{3}$.

C. $MN=\frac{a}{2}$ hoặc $MN=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $MN=a\sqrt{2}$ hoặc $MN=a\sqrt{6}$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=4, AC=BD=5, AD=BC=6$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{6}}{7}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{42}}{7}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC}=30^o$; SBC là tam giác đều và nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3}{16}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là.

A. $\frac{a\sqrt{39}}{29}$. **B.** $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{a\sqrt{39}}{16}$. **D.** $\frac{a\sqrt{39}}{39}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{11a}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{66}}{6}$. **C.** $\frac{6a}{11}$. **D.** $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 42. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết thể tích của khối lăng trụ là $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC.

A. $\frac{4a}{3}$. **B.** $\frac{3a}{4}$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có $AB=a$, $AC=2a$, $AA_1=2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC}=120°$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CC_1, BB_1. Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (A_1BK).

A. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $a\sqrt{15}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD}$ bằng 120^0. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc gữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $h=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h=a\sqrt{3}$. **C.** $h=2a\sqrt{2}$. **D.** $h=\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 45. Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích là V và diện tích của mỗi mặt của nó là S. Khi đó tổng khoảng cách từ một điểm bất kì bên trong khối đa diện đó đến các mặt của nó bằng.

A. $\dfrac{V}{3S}$. **B.** $\dfrac{3V}{S}$. **C.** $\dfrac{nV}{S}$. **D.** $\dfrac{V}{nS}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=4$, $AC=BD=5$, $AD=BC=6$. Tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\dfrac{3\sqrt{6}}{7}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{42}}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD.

A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{a}{2}$.

Câu 49. Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, biết thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=\dfrac{4a^3}{3}$. Tính khoảng cách h giữa AB và $B'C'$.

A. $h=\dfrac{2a}{3}$. **B.** $h=\dfrac{a}{3}$. **C.** $h=\dfrac{8a}{3}$. **D.** $h=\dfrac{3a}{8}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{CSB}=60^0$, $\widehat{ASC}=90^0$, $SA=SB=SC=a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

A. $d=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d=a\sqrt{6}$. **C.** $d=\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $d=2a\sqrt{6}$.

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$, đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=4a$. **B.** $h=\dfrac{3a}{4}$. **C.** $h=\dfrac{4a}{3}$. **D.** $h=\dfrac{a}{4}$.

Câu 52. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có thể tích bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$, mặt bên tạo với đáy một góc $60°$. Khi đó khoảng cách từ A đến mặt (SBC) là.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3a}{4}$.

Câu 53. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích $V=2a^3$ và đáy ABC là tam giác vuông cân tại A biết $AB=a$. Tính h là khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC).

A. $h=3a$. **B.** $h=12a$. **C.** $h=6a$. **D.** $h=\frac{3}{2}a$.

Câu 55. Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm AC và BD. Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ bằng 60°. Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 57. Khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết $SB=2a$, $BC=a$ và thể tích khối chóp là $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ A đến (SBC) là.

A. $\frac{3a}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $6a$.

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc mặt đáy, thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính độ dài đoạn SA.

A. $\frac{a}{4}$. **B.** $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Câu 59. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD.

A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Câu 60. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $3a$. **D.** a.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a.

A. $\frac{3a}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, thể tích khối chóp là a^3. Tính chiều cao h của hình chóp.

A. $h=a$. **B.** $h=2a$. **C.** $h=4a$. **D.** $h=3a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 63. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm của DD'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{a}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Câu 64. Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng a. Khoảng cách giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 65. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a$, $AA'=BD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là điểm H nằm trên đoạn thẳng $B'D'$ sao cho $B'D'=3B'H$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ **D.** $a\sqrt{6}$

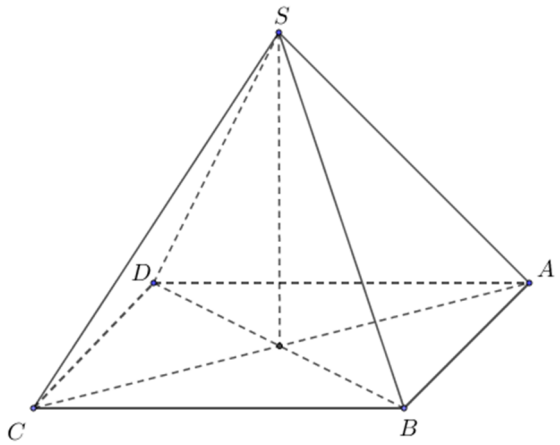
Câu 66. Cho khối lăng trụ (H) có thể tích là $4a^3$, đáy là tam giác vuông cân có độ dài cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Độ dài chiều cao khối lăng trụ (H) bằng.

A. $4a$. **B.** $6a$. **C.** $2a$. **D.** $8a$.

Câu 67. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h=\frac{8}{3}a$. **B.** $h=\frac{3}{4}a$. **C.** $h=\frac{2}{3}a$. **D.** $h=\frac{4}{3}a$.

Câu 68. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $\widehat{BAD}=60°$, cạnh đáy bằng a, thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. Biết hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với giao điểm hai đường chéo của hình thoi (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng



A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a}{4}$.

Câu 69. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết $OA=a$, $OB=2a$, $OC=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{19}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{17}}{\sqrt{19}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm BC .Biết $\widehat{BAD} = 120^\circ$, $\widehat{SMA} = 45^\circ$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 71. Cho tứ diện đều có cạnh bằng 3. M là một điểm thuộc miền trong của khối tứ diện tương ứng. Tính giá trị lớn nhất của tích các khoảng cách từ điểm M đến bốn mặt của tứ diện đã cho.

A. $\frac{9}{64}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$ **D.** 36

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = \frac{a}{\sqrt{3}}$. **B.** $h = \frac{a}{3}$. **C.** $h = 3a$. **D.** $h = a$.

Câu 73. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB, góc giữa mặt phẳng $(A'CD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $60°$. Thể tích của khối chóp $B'.ABCD$ là $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC theo a.

A. $\frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt[3]{3}}$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt[3]{3}}$.

Câu 74. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh C, đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc $60°$ và $AB = AA' = a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BB', CC', BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và NP bằng.

A. $\frac{a\sqrt{5}}{15}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính chiều cao của tứ diện $SACD$ xuất phát từ đỉnh C.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy, mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng $60°$, M là trung điểm của BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 77. Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S. Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm bất kì bên trong khối đa diện đó đến các mặt của nó bằng

A. $\frac{V}{nS}$. **B.** $\frac{3V}{S}$. **C.** $\frac{V}{3S}$. **D.** $\frac{nV}{S}$.

Câu 78. Cho khối 12 mặt đều (H) có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S. Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm nằm trong (H) đến các mặt của nó bằng.

A. $\frac{3V}{S}$. **B.** $\frac{V}{12S}$. **C.** $\frac{3V}{4S}$. **D.** $\frac{V}{4S}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{5}$. **D.** $\dfrac{3a}{5}$.

Câu 80. Nếu có một khối chóp có thể tích và diện tích mặt đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

A. $2a$. **B.** a. **C.** $3a$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Câu 81. Cho tứ diện $MNPQ$ có thể tích bằng x^3. Hai cạnh đối $MN=PQ=2x$ và MN,PQ tạo với nhau góc 30°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và PQ.

A. $d(MN,PQ)=x$. **B.** $d(MN,PQ)=x\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $d(MN,PQ)=x\sqrt{3}$. **D.** $d(MN,PQ)=3x$.

Câu 82. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và có thể tích bằng $\dfrac{3a^3}{4}$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và $A'C$.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{15}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{5}}{15}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: TÍNH TOÁN ĐỘ DÀI HÌNH HỌC (ĐƠN THUẦN)

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a. Khoảng cách giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC) là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

$d\left(AD,(SBC)\right)=d\left(A,(SBC)\right)=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}$.

Gọi O là tâm của đáy, ta có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$, $S_{\Delta SBC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow d\left(AD,(SBC)\right)=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

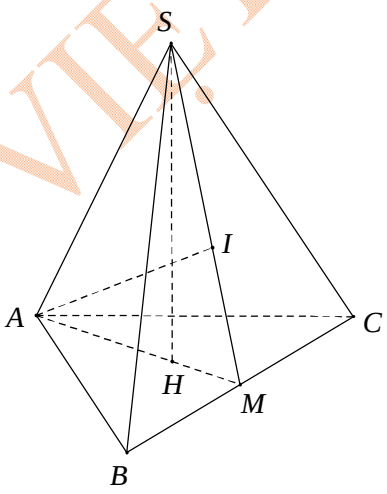
Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$, mặt bên tạo với đáy một góc $60°$.

Khi đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3a}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, ta có $SH\perp(ABC)$.

Gọi M là trung điểm của BC, ta có $BC\perp(SAM)$.

Do đó, ta có góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng $\widehat{SMH}=60°$.

Đặt $AB=x\Rightarrow HM=\frac{x\sqrt{3}}{6}$; $SH=HM\tan 60°=\frac{x}{2}$. Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $V=\frac{1}{3}\frac{x^2\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{x}{2}=\frac{x^3\sqrt{3}}{24}\Rightarrow\frac{x^3\sqrt{3}}{24}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}\Rightarrow x=a$.

Kẻ $AI\perp SM$ $(I\in SM)\Rightarrow AI\perp(SBC)\Rightarrow AI=d\left(A,(SBC)\right)$; $SM=\sqrt{\frac{a^2}{12}+\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

$AI=\frac{SH.AH}{SM}=\frac{3a}{4}$.

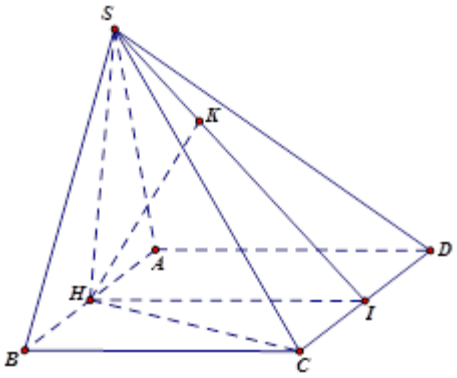
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của cạnh AB. Góc tạo bởi SC và $(ABCD)$ bằng 45°. Tính theo a tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB.

A. $d=\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{5}}{13}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $d=\frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Xác định được đúng góc giữa SC và $(ABCD)$ là $SCH=45^\circ$.

Tính được $HC=\frac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow SH=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Vì $AB//(SCD), H\in AB$ nên $d(AB;SD)=d(AB,(SCD))=d(H,(SCD))$.

Gọi I là trung điểm của CD. Trong (SHI), dựng $HK\perp SI$ tại K.

Chứng minh được $HK\perp(SCD)\Rightarrow d(H;(SCD))=HK$.

Xét tam giác SHI vuông tại H, HK đường cao:

$$\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HI^2}=\frac{4}{5a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{9}{5a^2}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

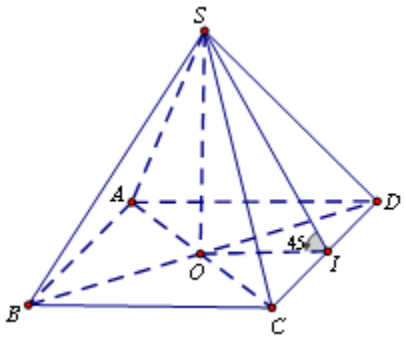
Vậy $d(AB;SD)=HK=\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 4. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích của hình chóp là $\frac{4}{3}a^3$. Hỏi cạnh hình vuông mặt đáy bằng bao nhiêu?

A. a. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, I là trung điểm CD.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên SO là đường cao của hình chóp.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có : $\begin{cases}(SCD)\cap(ABCD)=CD\\ SI\perp CD(SCD\text{cân})\\ OI\perp CD(\Delta OCD\text{cân})\end{cases}\Rightarrow\left(\widehat{(SCD);(ABCD)}\right)=\widehat{SIO}=45^0$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng a^3. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

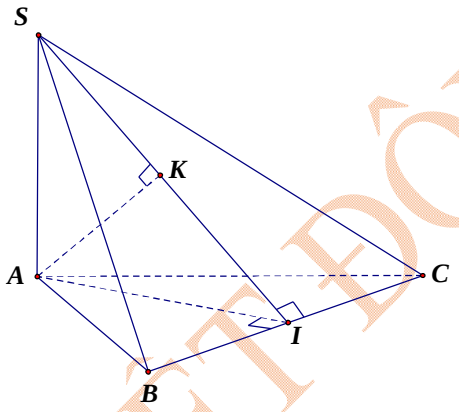
A. $d=\dfrac{6a\sqrt{195}}{65}$. **B.** $d=\dfrac{4a\sqrt{195}}{65}$. **C.** $d=\dfrac{4a\sqrt{195}}{195}$. **D.** $d=\dfrac{8a\sqrt{195}}{195}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi các điểm như hình vẽ.

Ta có $AI\perp BC, SA\perp BC$ suy ra $BC\perp AK\Rightarrow AK=d\left(A,(SBC)\right)$.



Ta có: $V=a^3, S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow SA=4a\sqrt{3}$.

Mà $AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông SAI ta có $\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{AS^2}+\dfrac{1}{AI^2}$.

Vậy $d=AK=\sqrt{\dfrac{AS^2.AI^2}{AS^2+AI^2}}=\dfrac{4a\sqrt{195}}{65}$.

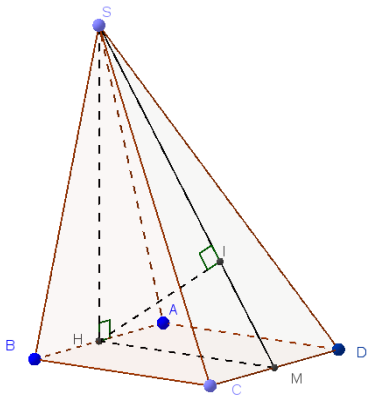
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là.

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{21}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



.

Gọi H, M lần lượt là trung điểm AB, CD. Ta có: $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ là đường cao hình chóp.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của H lên SM suy ra $HI \perp (SCD)$.

Vì $AB//(SCD) \Rightarrow d(A,(SCD)) = d(H,(SCD)) = HI$.

$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 7. Cho một khối lập phương biết rằng khi tăng độ dài cạnh của khối lập phương thêm $2\,cm$ thì thể tích của nó tăng thêm $152\,cm^3$. Hỏi cạnh của khối lập phương đã cho bằng:

A. $5\,cm$. **B.** $6\,cm$. **C.** $3\,cm$. **D.** $4\,cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $a(cm)$ là độ dài cạnh của khối lập phương, với $a > 0$.

Khi đó thể tích của nó là $V = a^3(cm^3)$.

Sau khi tăng độ dài cạnh thêm $2\,cm$, thì thể tích mới là: $V' = (a+2)^3(cm^3)$.

Từ giả thiết, ta có $V' - V = 152 \Leftrightarrow (a+2)^3 - a^3 = 152$.

$\Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 144 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -6(L) \\ a = 4(tm) \end{array}\right.$..

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với cạnh $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của AB, SC tạo với đáy một góc bằng $45°$. Tính khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

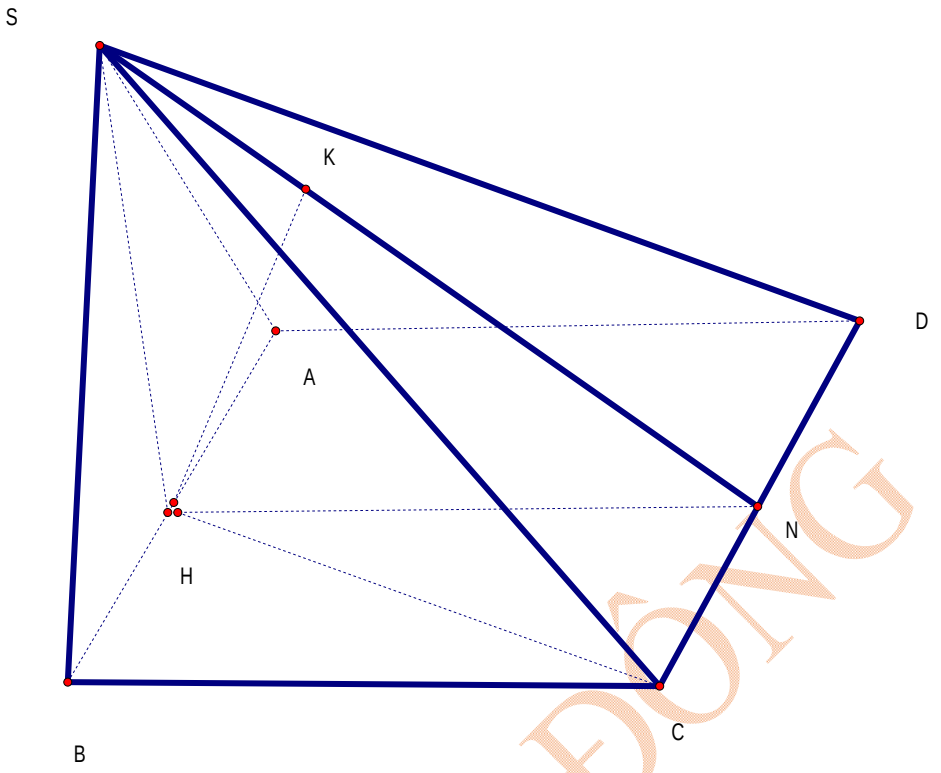
Chọn D

Gọi N là trung là trung điểm của CD. Gọi K là hình chiếu của H lên SN.

Ta có $CD \perp (SHN) \Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H;SCD) = d(A;SCD) = HK$.

Theo giả thiết tam giác ΔSHC vuông cân tại H. Do đó $HS = HC = a\sqrt{2}$; $HN = a$.

Trong tam giác ΔSHN ta có : $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HN^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

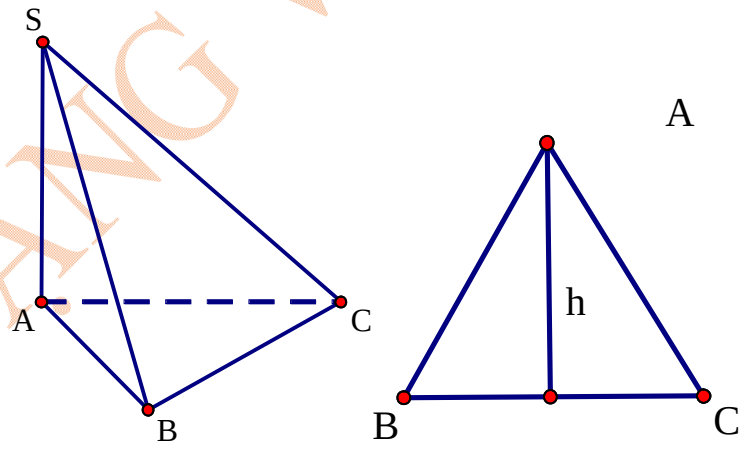


Câu 9. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $3\sqrt{3}a$. **D.** $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tam giác ABC là tam giác đều cạnh x nên đường cao $h = BC.\sin 60° = x\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{3V_{S.ABC}}{SA} = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{a} = 3\sqrt{3}a^2$.

$\Rightarrow \dfrac{1}{2}.h.BC = 3\sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x\dfrac{\sqrt{3}}{2}.x = 3\sqrt{3}a^2 \Leftrightarrow x^2 = 12a^2 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{3}a$.

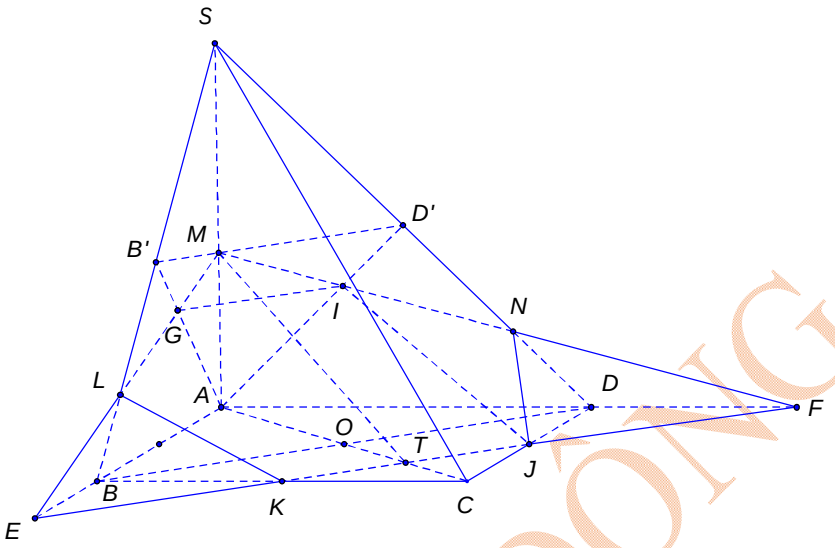
Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA = 7a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi G, I, J thứ tự là trọng tâm các tam giác SAB, SAD và trung điểm của CD. Diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (GIJ) bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{31\sqrt{33}a^2}{45}$ **B.** $\frac{3\sqrt{33}a^2}{8}$ **C.** $\frac{93a^2}{40}$ **D.** $\frac{23a^2}{60}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có GI // $B'D'$ nên GI // BD .

Suy ra (GIJ) cắt $(ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng d đi qua J và song song với BD.

Trong $(ABCD)$ có d cắt BC tại K, cắt AD tại F, cắt AB tại E.

Do J là trung điểm của CD nên K là trung điểm của BC và $\frac{EB}{EA}=\frac{FD}{FA}=\frac{1}{3}$.

Trong (SAB): đường thẳng EG cắt SA tại M, cắt SB tại L.

Định lí mê nê la uyt cho tam giác $B'AB$ và cát tuyến $\overline{G,L,E}$ ta được $\frac{LB'}{LB}=\frac{2}{3}$.

Định lí mê nê la uyt cho tam giác $B'AS$ và cát tuyến $\overline{G,L,M}$ ta được $\frac{MS}{MA}=\frac{4}{3}$.

Tương tự ta có FI đi qua M và cắt SD tại N thỏa mãn $\frac{DN}{DS}=\frac{1}{5}$.

Định lí mê nê la uyt cho tam giác MAF và cát tuyến $\overline{D,N,S}$ ta được $\frac{MN}{NF}=\frac{8}{7}$.

Thiết diện cần tìm là $MNJKL$.

Gọi $S=S_{MEF}$. Ta có $\frac{S_{FNJ}}{S_{FME}}=\frac{FN}{FM}\cdot\frac{FJ}{FE}=\frac{7}{45}\Rightarrow S_{FNJ}=\frac{7}{45}S$.

Tương tự suy ra $S_{ELK}=\frac{7}{45}S$. Do đó $S_{MNJKL}=\frac{31}{45}S$.

Gọi $T=AC\cap KJ\ \Rightarrow AT=\frac{3}{4}AC=\frac{3\sqrt{2}a}{4}$. Suy ra $MT=\sqrt{AM^2+AT^2}=\frac{9a}{2\sqrt{2}}$.

Suy ra $S_{MEF}=\frac{1}{2}MT.EF=\frac{1}{2}\cdot\frac{9a}{2\sqrt{2}}\cdot\frac{3a\sqrt{2}}{2}=\frac{27a^2}{8}$.

Vậy diện tích thiết diện bằng $\frac{93}{40}a^2$.

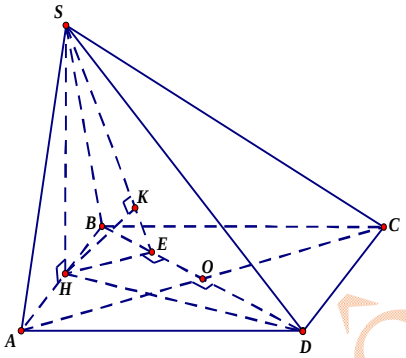
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\frac{3a}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



+ Gọi H là trung điểm AB, ta có $SH\perp(ABCD)$.

+ Gọi $O=AC\cap BD$, E là trung điểm BO;khi đó $HE\perp BO$.

+ Lại có $SH\perp BO$ $(SH\perp(ABCD))$nên $BO\perp(SHE)\Rightarrow(SHE)\perp(SBD)$.

Hạ $HK\perp SE\Rightarrow HK\perp(SBD)\Rightarrow d(H,(SBD))=HK$.

+ Xét ΔAHD: $HD=\sqrt{AH^2+AD^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

+ Xét ΔSHD: $SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=a\sqrt{3}$.

$HK=\frac{1}{2}AO=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

+ Xét ΔSHK: $HK=\frac{HE.HS}{\sqrt{HE^2+HS^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Vậy chiều cao của khối chóp $H.SBD$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

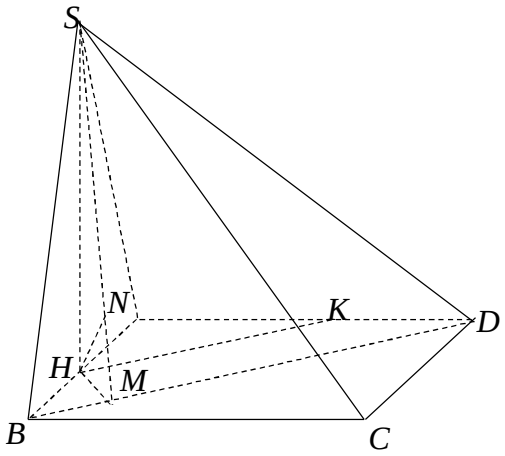
Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của AD.Tính khoảng cách giữa hai đường SD và HK theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **D.** $\frac{3a}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\sqrt{SD^2-HA^2-AD^2}=a\sqrt{3}$; $AO=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow HM=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

$HK//BD\Rightarrow KH//(SBD)\Rightarrow d\left(HK,(SBD)\right)=d\left(H,(SBD)\right)$

Kẻ $HM\perp BD$, $HN\perp SM$ tại M. Khi đó $d\left(H,(SBD)\right)=HN$.

Mà $\dfrac{1}{HN^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{1}{NH^2}\Rightarrow HN=\dfrac{a\sqrt{3}}{5}\Rightarrow d\left(HK,SD\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\dfrac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

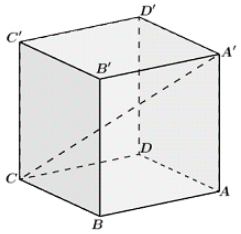
Ta có: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(S;(ABC)\right).S_{\Delta ABC}\Rightarrow d\left(S;(ABC)\right)=\dfrac{3V}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{3V}{\dfrac{1}{2}AB.AC}=\dfrac{3.\dfrac{a^3}{2}}{\dfrac{1}{2}a.a\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 14. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng a^3. Tính độ dài $A'C$.

A. $A'C=a\sqrt{2}$. **B.** $A'C=2a$. **C.** $A'C=a\sqrt{3}$. **D.** $A'C=a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $A'C=\sqrt{AB^2+AD^2+AA'^2}$.

Mà $AB=AD=AA',V=AB.AD.AA'=a^3$.

$AB=a,AD=a,AA'=a$. Suy ra $A'C=a\sqrt{3}$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB=AC=a$; tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E,F là hai điểm lần lượt nằm trên các đoạn

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

thẳng BC và AC sao cho $\frac{EC}{EB}=\frac{1}{3};\frac{CF}{CA}=\frac{1}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABEF$ và khoảng cách d giữa SA và EF..

A. $V=\frac{7\sqrt{3}a^3}{192};d=\frac{a\sqrt{6}}{8}$.

B. $V=\frac{7\sqrt{3}a^3}{192};d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $V=\frac{7\sqrt{6}a^3}{192};d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $V=\frac{7\sqrt{6}a^3}{192};d=\frac{a\sqrt{6}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dễ thấy $KB=\frac{a}{2\sqrt{2}}\Rightarrow EF\perp BC\Rightarrow S_{EFC}=\frac{a^2}{16}\Rightarrow S_{BAFE}=\frac{7a^2}{16}$ lại có

$SH=\frac{a\sqrt{6}}{4}\Rightarrow V_{SABEF}=\frac{7a^3\sqrt{6}}{192}$.

Gọi M là trung điểm của BC.

$\Rightarrow AM//EF\Rightarrow d(SA,EF)=d(EF,(SAM))=d(F,(SAM))=(H,(SAM))=HJ$

Với H là chân fđường cao của hình chóp $S.ABC$.

Ta có $HJ=\frac{a\sqrt{6}}{8}$.

Câu 16. Cho hình thoi $ABCD$ tâm O cạnh a và $AC=a$. Từ trung điểm H của AB, dựng $SH\perp(ABCD)$ với $SH=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{66}}{23}$.

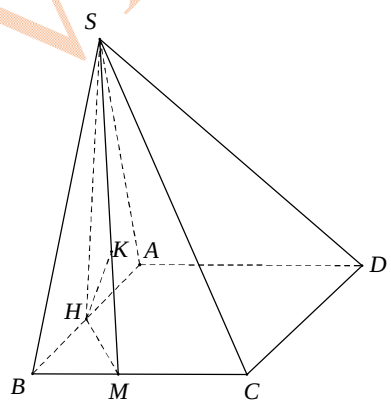
B. $\frac{10a\sqrt{5}}{27}$.

C. $\frac{8a\sqrt{3}}{15}$.

D. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Dựng $HM\perp BC(M\in BC)$; $SH\perp BC\Rightarrow(SHM)\perp(SBC)$; $(SHM)\cap(SBC)=SM$.

Trong mặt phẳng (SHM), dựng $HK\perp SM$ $(K\in SM)\Rightarrow HK\perp(SBC)\Rightarrow HK=d(H,(SBC))$.

Ta có: $d(A,(SBC))=2d(H,(SBC))$.

$HM=BH\sin 60°=\frac{a\sqrt{3}}{4}$; $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HM^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{16}{3a^2}=\frac{19}{3a^2}\Rightarrow HK=\frac{\sqrt{57}a}{19}$.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $2HK=\frac{a\sqrt{57}a}{19}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, tam giác SAB đều, góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ bằng 60°. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh S

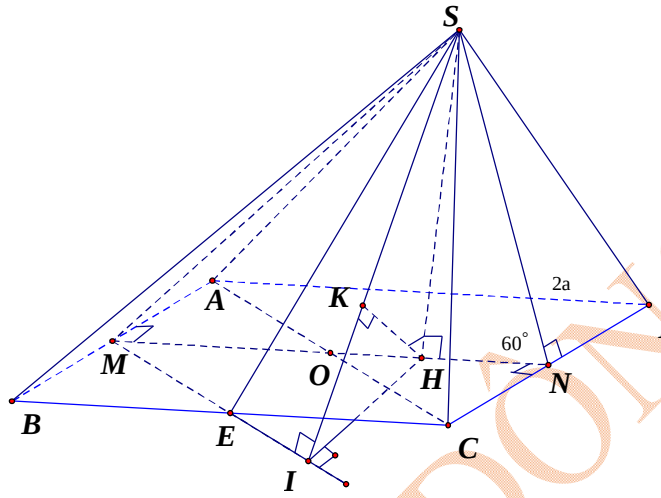
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

trên mặt phẳng $(ABCD)$ nằm trong hình vuông $ABCD$. Tính theo a khoảng cách giữa đường thẳng SM và AC.

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi N, E lần lượt là trung điểm của CD, BC. Ta có: ΔSAB đều nên $SM \perp AB$ mà $AB//CD$ $SM \perp CD$ và $MN \perp CD$ do đó $SN \perp CD$ hay góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SNM} = 60^\circ$.

Trong mặt phẳng (SNM) từ S kẻ $SH \perp MN, H \in MN$ ta có $SH \perp CD$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ từ H kẻ $HI \perp ME, I \in ME$, từ H kẻ $HK \perp SI, K \in SI$ ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp ME$ nên $ME \perp (SIH) \Rightarrow ME \perp HK$ mà $HK \perp SI$ do đó $HK \perp (SIH)$ hay $d(H,(SME)) = HK$.

Xét ΔSAB đều cạnh $2a$ nên $SM = a\sqrt{3}$.

Xét ΔSMN có $SM^2 = MN^2 + SN^2 - 2.SN.MN.\cos\widehat{SNM} \Leftrightarrow 3a^2 = 4a^2 + SN^2 - 2a.SN$.

$\Leftrightarrow SN^2 - 2a.SN + a^2 = 0 \Leftrightarrow SN = a \Rightarrow HN = SN.\cos\widehat{SNM} = \frac{a}{2}$ và $SH = SN.\sin\widehat{SNM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó: $MH = \frac{3a}{2}$ và $MO = a$ nên $d(O,(SME)) = \frac{MO}{MH} d(H,(SME)) = \frac{2}{3} d(H,(SME))$

Lại có: $ME//AC$ nên $AC//(SME) \Rightarrow d(SM,AC) = d(AC,(SME)) = d(O,(SME)) = \frac{2}{3}HK$.

Xét ΔMHI vuông tại I có $\widehat{HMI} = 45^\circ$ nên ΔMHI vuông cân tại I do đó $MI = HI = \frac{MH}{\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Xét ΔSHI có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HI^2} + \frac{1}{SH^2} \Leftrightarrow HK = \frac{HI.SH}{\sqrt{HI^2 + SH^2}} = \frac{\frac{3a\sqrt{2}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\frac{9a^2}{8} + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

Vậy $\Rightarrow d(SM,AC) = d(O,(SME)) = \frac{2}{3}HK = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 18. Cho biết thể tích của một khối hộp chữ nhật là V, đáy là hình vuông cạnh a. Khi đó diện tích toàn phần của hình hộp bằng.

A. $2\left(\frac{2V}{a}+a^2\right)$. **B.** $4\left(\frac{V}{a^2}+a\right)$. **C.** $2\left(\frac{V}{a^2}+a\right)$. **D.** $2\left(\frac{V}{a}+a^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đáy là hình vuông cạnh a nên diện tích đáy là a^2..

Đường cao là: $\frac{V}{a^2}$..

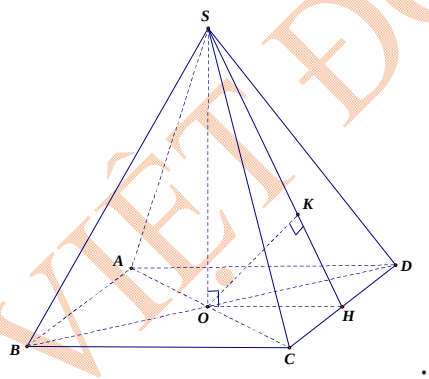
Diện tích toàn phần là: $2.a^2+4.a.\frac{V}{a^2}=2a^2+4\frac{V}{a}=2\left(a^2+2\frac{V}{a}\right)$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=2a$, $BC=a$. Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) là:

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases}SO\perp AC\\SO\perp BD\end{cases}\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

$AO=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{AB^2+BC^2}}{2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

$SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{2a^2-\frac{5a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm $CD\Rightarrow\begin{cases}CD\perp OH\\CD\perp SO\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SOH)$.

Kẻ $OK\perp SH$ tại K:

$\Rightarrow OK\perp(SCD)$

$$\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right)=2d\left(O,(SCD)\right)=2OK=2\frac{SO.OH}{\sqrt{SO^2+OH^2}}=2.\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{2}}{\sqrt{\frac{3a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$. Biết $\widehat{BAD}=120°$ và hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $45°$. Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $h=a\sqrt{3}$. **B.** $h=\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $h=2a\sqrt{2}$. **D.** $h=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

ChọnD

Dựng $AH\perp BC$ và $AK\perp SH$.

Ta có $AK=d\left(A;(SBC)\right)$.

Vì $\widehat{BAD}=120^{o}$ nên ΔACBđều,.

Suy ra $AH=\dfrac{2a\sqrt{3}\sqrt{3}}{2}=3a$.

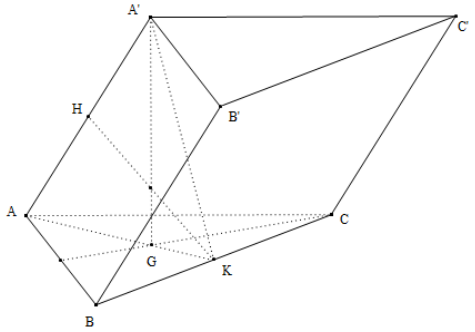
Mặt khác, vì góc giữa (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° nên $\widehat{SAH}=45^{o}$ nên $AK=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Biết thể tích của khối lăng trụ là $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là.

A. $\dfrac{2a}{3}$. **B.** $\dfrac{4a}{3}$. **C.** $\dfrac{3a}{4}$. **D.** $\dfrac{3a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



G là trọng tâm tam giác ABC.

Gọi K là trung điểm BC. Ta có $\left.\begin{matrix}BC\perp AK\\ BC\perp A'G\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp\left(AA'K\right)$.

Dựng $KH\perp AA'$, vì $KH\subset\left(AA'K\right)\perp BC\Rightarrow KH\perp BC$. Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC là KH.

Vì thể tích khối lăng trụ $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ nên $A'G=\dfrac{V}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}=a$.

Tam giác $AA'G$ vuông tại G nên $AA'=\sqrt{A'G^2+AG^2}=\sqrt{a^2+\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Trong tam giác $AA'K$ ta có $A'G.AK=KH.AA'\Rightarrow KH=\dfrac{A'G.AK}{AA'}=\dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a}=\dfrac{3a}{4}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC, R là bán kính mặt cầu có tâm G và tiếp xúc với mặt phẳng (SAB). Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $R = d\left[G,(SAB)\right]$.

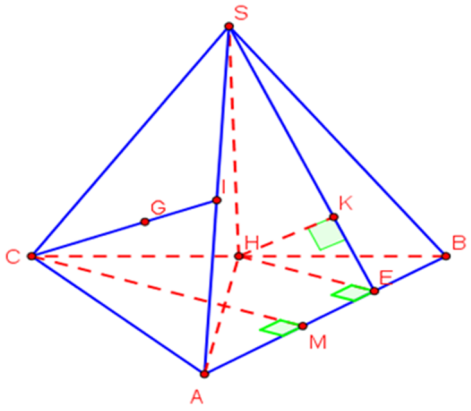
B. $3\sqrt{13}R = 2SH$.

C. $\dfrac{R^2}{S_{\Delta ABC}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{39}$.

D. $\dfrac{R}{a} = \sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $60^0 = \widehat{SA,(ABC)} = \widehat{SA,HA} = \widehat{SAH}$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông SHA, ta có $SH = AH.\tan\widehat{SAH} = \dfrac{3a}{2}$.

Vì mặt cầu có tâm G và tiếp xúc với (SAB) nên bán kính mặt cầu $R = d\left[G,(SAB)\right]$.

Ta có $d\left[G,(SAB)\right] = \dfrac{1}{3}d\left[C,(SAB)\right] = \dfrac{2}{3}d\left[H,(SAB)\right]$.

Gọi M, E lần lượt là trung điểm AB và MB.

Suy ra $\begin{cases} CM \perp AB \\ CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ và $\begin{cases} HE \perp AB \\ HE = \dfrac{1}{2}CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{4} \end{cases}$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H trên SE, suy ra $HK \perp SE$. (1)

Ta có $\begin{cases} HE \perp AB \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHE) \Rightarrow AB \perp HK$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $HK \perp (SAB)$ nên $d\left[H,(SAB)\right] = HK$.

Trong tam giác vuông SHE, ta có $HK = \dfrac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \dfrac{3a}{2\sqrt{13}}$.

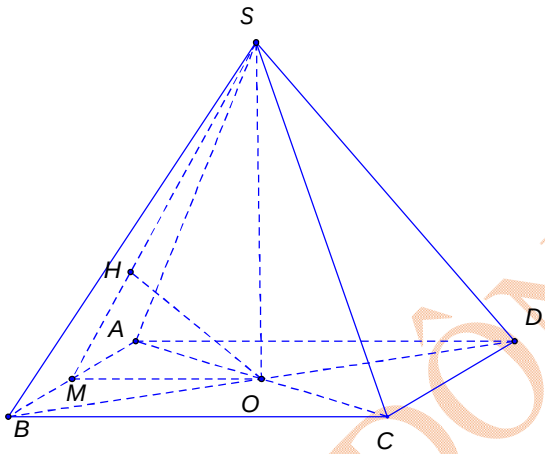
Vậy $R = \dfrac{2}{3}HK = \dfrac{a}{\sqrt{13}}$. **Chọn D.**

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết các mặt bên của hình chóp cùng tạo với đáy các góc bằng nhau và thể tích của khối chóp bằng $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính khoảng cách giữa SA và CD.

A. $3\sqrt{2}a$ **B.** $\sqrt{5}a$ **C.** $\sqrt{2}a$ **D.** $\sqrt{3}a$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Do các mặt bên tạo với đáy các góc bằng nhau nên hình chiếu của S trên mặt đáy cách đều 4 cạnh của hình vuông $ABCD$. Suy ra SO vuông góc với đáy (O là tâm $ABCD$).

Suy ra $SO=\frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}}=\sqrt{3}a$.

Ta có

$CD\,//\,AB\Rightarrow CD\,//\,(SAB)\Rightarrow d(CD;SA)=d(CD;(SAB))=d(C;(SAB))=2d(O;(SAB))$.

Kẻ OM vuông góc AB tại M và $OH\perp SM$ tại H.

Suy ra $OH=d(O;(SAB))$. Lại có $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OM^2}\Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(SA;BC)=a\sqrt{3}$.

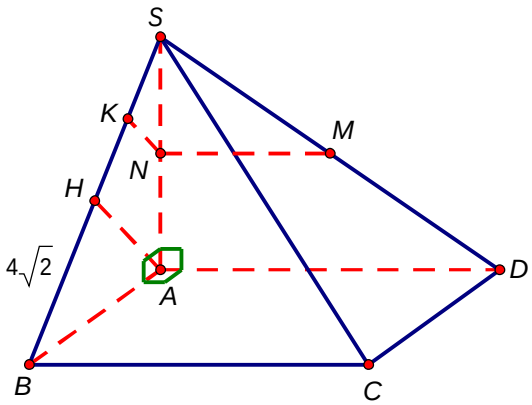
Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Tam giác SAB vuông cân tại A và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và $SB=4\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Tính khoảng cách l từ điểm M đến mặt phẳng (SBC).

A. $l=\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $l=2$ **C.** $l=2\sqrt{2}$ **D.** $l=\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Theo giả thiết, ta có $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD),(SAB)\cap(ABCD)=AB\\ SA\perp AB\end{cases}\Rightarrow SA\perp(ABCD)$.

Gọi N,H,K lần lượt là trung điểm các cạnh SA,SB và đoạn SH.

Ta có $\begin{cases}BC\perp SA\\ BC\perp AB\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AH$.

Mà $AH\perp SB$ ($\triangle ABC$ cân tại A có AH là trung tuyến).

Suy ra $AH\perp(SBC)$, do đó $KN\perp(SBC)$ (vì $KN\parallel AH$, đường trung bình).

Mặt khác $MN\parallel BC\Rightarrow MN\parallel(SBC)$.

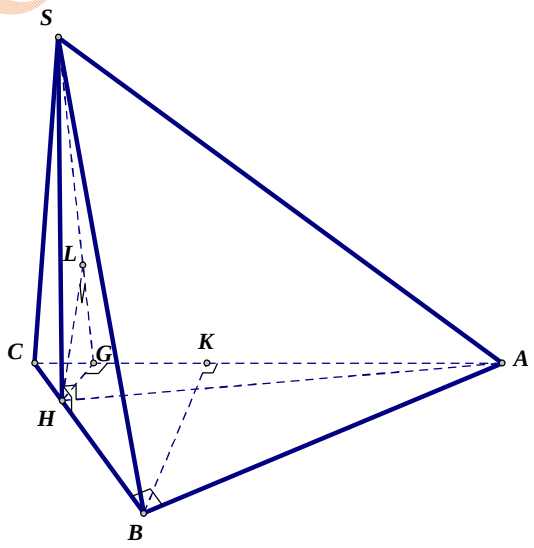
Nên $d(M,(SBC))=d(N,(SBC))=NK=\frac{1}{2}AH=2\sqrt{2}$.

Câu 25. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA=3a$; $BC=4a$, $(SBC)\perp(ABC)$. Biết $SB=6a$; $\widehat{SBC}=60°$. Tính khoảng cách từ B đến (SAC).

A. $\frac{16a\sqrt{57}}{57}$. **B.** $\frac{19a\sqrt{57}}{57}$. **C.** $\frac{6a\sqrt{57}}{19}$. **D.** $\frac{17a\sqrt{57}}{57}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của S lên BC. Gọi $K;G$ lần lượt là hình chiếu của $B;H$ lên CA.

Gọi L là hình chiếu của H lên SG. Lúc đó $SH\perp(ABC)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\frac{d\left(B,(SAC)\right)}{d\left(H,(SAC)\right)}=\frac{BC}{HC}\Rightarrow d\left(B,(SAC)\right)=\frac{BC}{HC}HL$.

Xét ΔSHG vuông tại H, ta có: $HL=\frac{SH.HG}{SG}=\frac{SH.HG}{\sqrt{SH^2+HG^2}}$.

Xét ΔABC vuông tại B, ta có: $BK=\frac{BC.BA}{\sqrt{BC^2+BA^2}}=\frac{4a.3a}{\sqrt{16a^2+9a^2}}=\frac{12a}{5}$.

Xét ΔSHB vuông tại H, ta có.

$\cos 60^\circ=\frac{BH}{SB}\Rightarrow BH=6a.\frac{1}{2}=3a$ và $\sin 60^\circ=\frac{SH}{SB}\Rightarrow SH=\frac{\sqrt{3}}{2}6a=3\sqrt{3}a$.

Khi đó $CH=BC-BH=a$; $\frac{HG}{BK}=\frac{CH}{CB}\Rightarrow HG=\frac{12a}{5}\frac{a}{4a}=\frac{3}{5}a$.

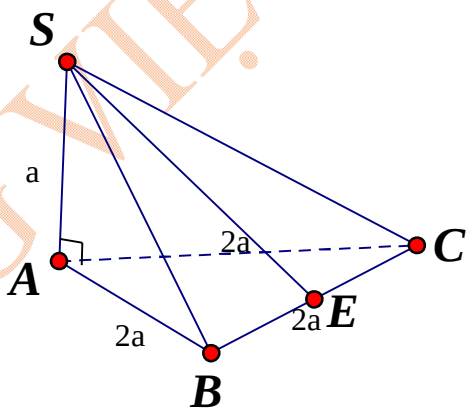
Vậy $d\left(B,(SAC)\right)=\frac{BC}{HC}.\frac{SH.HG}{\sqrt{SH^2+HG^2}}=\frac{4a}{a}.\frac{3\sqrt{3}a.\frac{3a}{5}}{\sqrt{27a^2+\frac{9}{25}a^2}}=\frac{6\sqrt{57}}{19}a$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên bằng SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC)?

A. $d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $SB=SC=a\sqrt{5}$; $SE=\sqrt{5a^2-a^2}=2a$.

Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}a^2$.

Diện tích của tam giác SBC là $S'=\frac{1}{2}SE.BC=\frac{1}{2}.2a.2a=2a^2$.

Thể tích hình chóp S.ABC là $V=\frac{1}{3}a.\sqrt{3}a^2=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Mặt khác $V=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3=\frac{1}{3}d\left(A;(SBC)\right).S'\Rightarrow d\left(A;(SBC)\right)=\frac{\sqrt{3}a^3}{2a^2}=\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

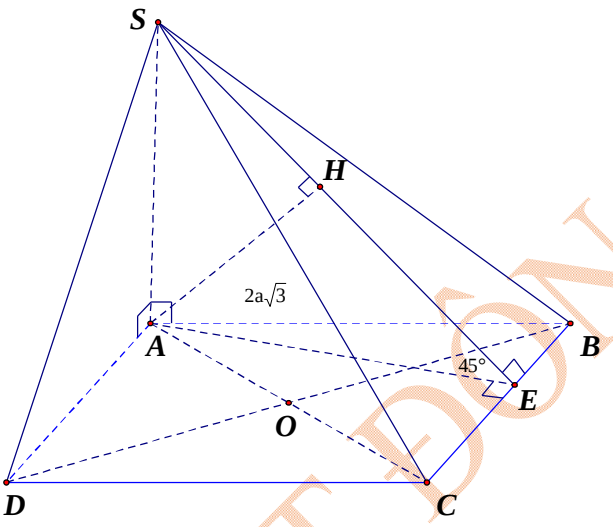
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh $AB=2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD}=120^\circ$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45°. Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).

A. $h=3a$. **B.** $h=\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Trong mặt phẳng $(ABCD)$ từ A kẻ $AE\perp BC, E\in BC$ (*).

Lại có hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy nên $SA\perp(ABCD)$ do đó $SA\perp BC$ (**).

Từ (*) và (**) ta có: $(SAE)\perp BC$, trong mặt phẳng (SAE) từ A kẻ $AH\perp SE, H\in SE$ mà $(SAE)\perp BC$ nên $AH\perp BC$ do đó $AH\perp(SBC)\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=AH$.

Ta lại có: $d\left(O,(SBC)\right)=\dfrac{1}{2}d\left(A,(SBC)\right)=\dfrac{1}{2}AH$.

Xét tam giác ABC có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}.AB.BC.\sin\widehat{ABC}=\dfrac{1}{2}AE.BC\Rightarrow AE=AB\sin\widehat{ABC}=3a$.

Mặt khác góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° nên $\widehat{SEA}=45^\circ$. Khi đó:

$SA=AE.\tan\widehat{SEA}=3a$.

Xét tam giác SAE có:

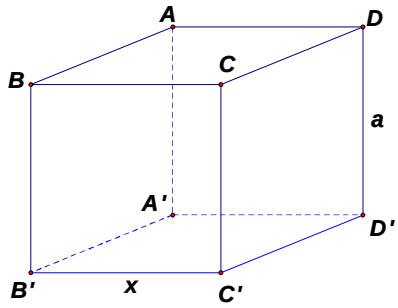
$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AE^2}\Leftrightarrow AH=\frac{SA.AE}{\sqrt{SA^2+AE^2}}=\frac{9a^2}{3a\sqrt{2}}=\frac{3a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow d\left(O,(SBC)\right)=\frac{1}{2}AH=\frac{3a\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 28. Cho lăng trụ tứ giác đều có chiều cao bằng a, thể tích bằng $4a^3$. Tính độ dài cạnh đáy.

A. $2a$. **B.** a. **C.** $4a$. **D.** $3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi cạnh đáy của lăng trụ là x, $x>0$.

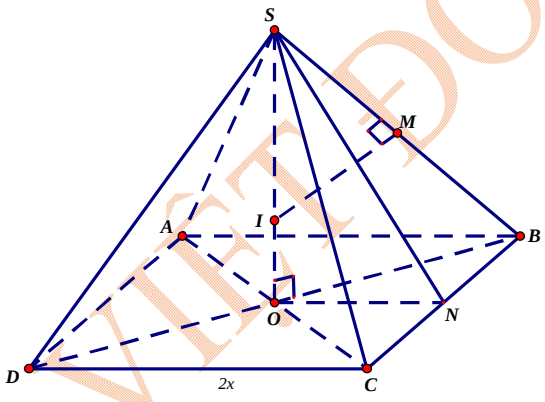
Thể tích của lăng trụ là $V=B.h=x^2.a=4a^3$. Suy ra $x=2a$.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R=a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

A. $\frac{12}{5}a$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $\frac{9}{4}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm cạnh BC suy ra $\left((SBC),(ABCD)\right)=\widehat{SNO}=60°$.

Gọi M là trung điểm cạnh SB, dựng $MI\perp SB$ $(I\in SO)$ suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

Đặt $DC=2x$. Khi đó, $SO=x\sqrt{3}$, $SB=x\sqrt{5}$.

Tam giác SMI đồng dạng với tam giác SOB suy ra

$$SI=\frac{SM.SB}{SO}=\frac{SB^2}{2SO}=\frac{5x\sqrt{3}}{6}=a\sqrt{3}\Rightarrow x=\frac{6a}{5}.$$

Vậy độ dài cạnh đáy là $2x=\frac{12a}{5}$.

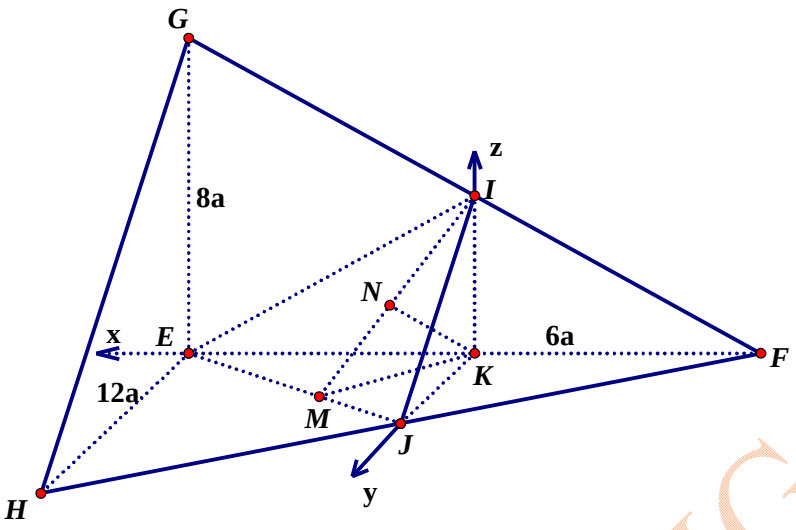
Câu 30. Cho hình tứ diện $EFGH$ có EF vuông góc với EG, EG vuông góc với EH, EH vuông góc với EF; biết $EF=6a$, $EG=8a$, $EH=12a$, với $a>0, a\in\mathbb{R}$. Gọi I, J tương ứng là trung điểm của hai cạnh FG, FH. Tính khoảng cách d từ điểm F đến mặt phẳng (EIJ) theo a.

A. $d=\frac{24\sqrt{29}.a}{29}$. **B.** $d=\frac{12\sqrt{29}.a}{29}$. **C.** $d=\frac{6\sqrt{29}.a}{29}$. **D.** $d=\frac{8\sqrt{29}.a}{29}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



.

Cách 1: Vì EF vuông góc với EG, EG vuông góc với EH nên $EG \perp (EFH)$. Gọi K là trung điểm của EF suy ra $IK \perp (EFH)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của K trên EJ và IM ta có $d\left(K,(EIJ)\right) = KN$. Ta có: $d = \left(F,(EIJ)\right) = 2d\left(K,(EIJ)\right) = 2KN$.

Trong tam giác EKJ vuông tại K và tam giác IKM vuông tại K ta có:

$$\frac{1}{KN^2} = \frac{1}{KM^2} + \frac{1}{KI^2} = \frac{1}{KJ^2} + \frac{1}{KE^2} + \frac{1}{KI^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{36a^2} = \frac{29}{144a^2} \Rightarrow KN = \frac{12\sqrt{29}}{29}a.$$

Vậy $d = \frac{24\sqrt{29}.a}{29}$..

Cách 2: Vì EF vuông góc với EG, EG vuông góc với EH nên $EG \perp (EFH)$. Gọi K là trung điểm của EF suy ra $IK \perp (EFH)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ta có:

$K(0;0;0), I(0;0;4a), E(3a;0;0), J(0;6a;0)$.

Phương trình mặt phẳng $(EIJ): \frac{x}{3a} + \frac{y}{6a} + \frac{z}{4a} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3z - 12a = 0$.

$$d = \left(F,(EIJ)\right) = 2d\left(K,(EIJ)\right) = 2\frac{12a}{\sqrt{4+9+16}} = \frac{24a}{\sqrt{29}} = \frac{24\sqrt{29}a}{29}.$$

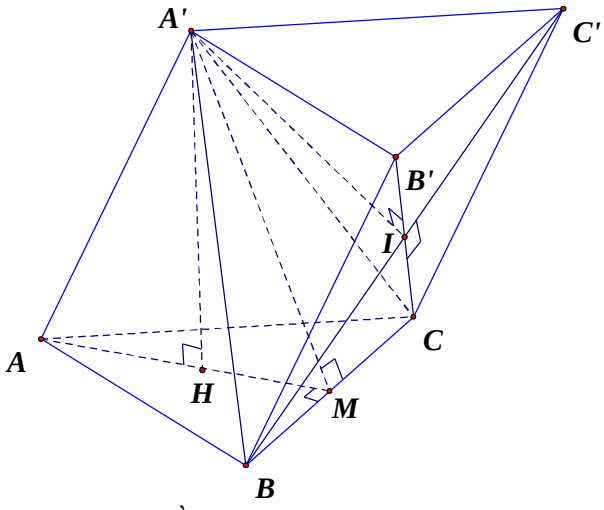
Câu 31. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều. Biết rằng diện tích tứ giác $BCC'B'$ bằng $2a^2$. Tính chiều cao của hình lăng trụ.

A. $h = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ **B.** $h = \frac{3a}{4}$ **C.** $h = a$ **D.** $h = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi cạnh của tam giác ABC là x, chiều cao của hình lăng trụ là h.

Gọi I là giao điểm của BC' và $B'C$.

Ta có: $A'B = A'C = A'B' = A'C' = BB' = CC' = BC = B'C' = x$ nên $A'I \perp B'C; A'I \perp BC'$

$\Rightarrow A'I \perp (BCC'B')$ do đó tứ giác $BCC'B'$ là hình vuông nên $x.x = 2a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}$

Trong tam giác ABC có $AM = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3}AM = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Do đó: $h = A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{3}} = \frac{x\sqrt{6}}{3} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

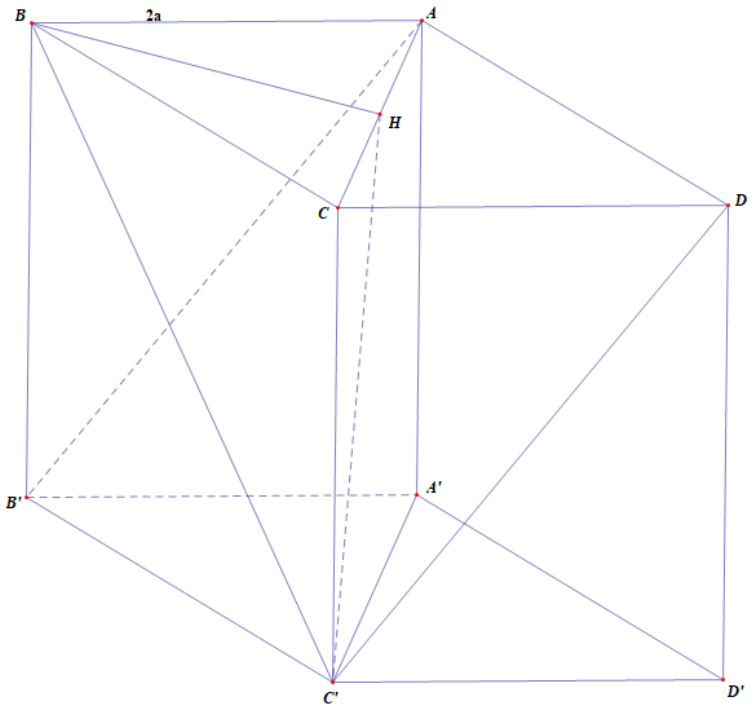
Câu 32. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy ABC bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng 60^0. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB' và BC'.

A. $d = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $d = \frac{2\sqrt{2}a}{3}$. **C.** $d = \frac{4a}{3}$. **D.** $d = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{AB.BC.CA}{4R}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow R=\dfrac{AB}{\sqrt{3}}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow AB=2a$.

Dựng hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ suy ra $AB'\parallel DC'$ nên $\left(\widehat{AB',BC'}\right)=\left(\widehat{DC',BC'}\right)=60^0$.

TH1: $\widehat{BC'D}=120^0$. Xét tam giác BDC' có $\sin 60^0=\dfrac{BH}{BC'}\Rightarrow BC'=2a=BC$ (Loại)

TH2: $\widehat{BC'D}=60^0$ suy ra $BC'=2BH=2a\sqrt{3}\Rightarrow BB'=2\sqrt{2}a>BC$.

$V_{C'.BCD}=\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$

$d=d\left(AB',BC'\right)=d\left(AB',\left(BC'D\right)\right)=d\left(A,\left(BC'D\right)\right)=d\left(C,\left(BC'D\right)\right)=\dfrac{3V_{C'.BCD}}{S_{\Delta BC'D}}$

$=\dfrac{3.\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}}{3\sqrt{3}a^2}=\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABC$ có khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) là $2a$ và thể tích bằng a^3. Nếu ABC là tam giác vuông cân thì độ dài cạnh huyền của nó là

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Không mất tính tổng quát, giả sử tam giác ABC vuông cân tại A.

Đặt $x=AB$, ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{x^2}{2}$ và $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH=\dfrac{ax^2}{3}$. Vậy

$$V_{S.ABC}=a^3\Leftrightarrow\frac{ax^2}{3}=a^3\Leftrightarrow x=a\sqrt{3}.$$

Độ dài cạnh huyền là $BC=AB\sqrt{2}=a\sqrt{6}$.

DẠNG 2: TÍNH KHOẢNG CÁCH BẰNG PHƯƠNG PHÁP THỂ TÍCH

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính cạnh bên SA.

A. $2a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đáy là tam giác đều cạnh a nên diện tích $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

SA là đường cao nên $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}\Rightarrow SA=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{3a^3}{4}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}=a\sqrt{3}$.

Câu 35. Khối chóp tam giác đều có thể tích $V=2a^3$, cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$ thì chiều cao khối chóp bằng.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V=\frac{1}{3}.B.h\Rightarrow h=\frac{3V}{B}=\frac{3.2a^3}{\frac{\left(2a\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích của khối chóp đó bằng $\frac{a^3}{2}$. Tính cạnh bên SA.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $SA=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{3a^3}{2}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}=2a\sqrt{3}$.

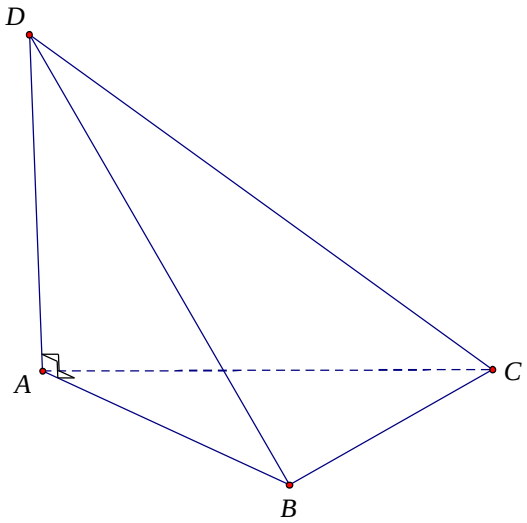
Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$, $AD=a\sqrt{3}$, các tam giác ABC, ACD, ABD là các tam giác vuông tại đỉnh A. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (BCD).

A. $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{66}}{11}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $d=\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Do các tam giác ABC, ACD, ABD vuông tại A nên nếu D là đỉnh hình chóp thì AD là đường cao của hình chóp. Khi đó thể tích khối chóp $D.ABC$ là:

$V_{D.ABC}=\frac{1}{3}.DA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.\frac{1}{2}.a\sqrt{2}.a=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Ta lại có $V_{ABCD}=V_{D.ABC}=\frac{1}{3}.d\left(A,\left(BCD\right)\right).S_{BCD}\Rightarrow d\left(A,\left(BCD\right)\right)=\frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}}$.

Ta có $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$, $AD=a\sqrt{3}$ nên $BC=a\sqrt{3}$, $BC=2a$, $CD=a\sqrt{5}$.

Theo công thức Hê rông, ta có $S_{BCD}=\frac{\sqrt{11}}{2}a^2$.

Vậy $d\left(A,\left(BCD\right)\right)=\frac{3.\frac{a^3\sqrt{6}}{6}}{\frac{\sqrt{11}}{2}a^2}=\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Biết $V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ và $d\left(AB,CD\right)=a$. Khi đó độ dài MN là

A. $MN=a$ hoặc $MN=a\sqrt{2}$.

B. $MN=a\sqrt{2}$ hoặc $MN=a\sqrt{3}$.

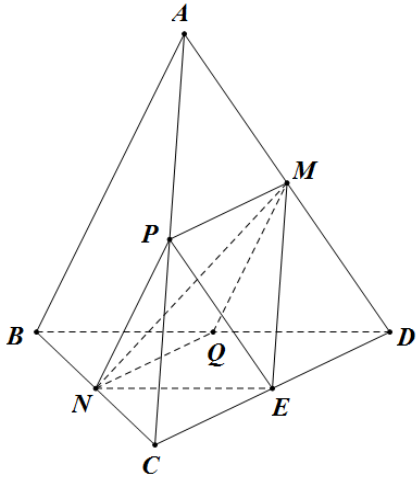
C. $MN=\frac{a}{2}$ hoặc $MN=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $MN=a\sqrt{2}$ hoặc $MN=a\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi P, Q, E lần lượt là trung điểm của AC, BD, CD. Ta có tứ giác $MQNP$ là hình thoi cạnh $\frac{a}{2}$. Ta chứng minh được $V_{CDMQNP}=\frac{1}{2}V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Mặt khác: $V_{C.PNE}=V_{D.QME}=\frac{1}{8}V_{ABCD}=\frac{a^3\sqrt{3}}{96}\Rightarrow V_{E.MQNP}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}-2.\frac{a^3\sqrt{3}}{96}=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Vì AB, CD chéo nhau và $d\left(AB,CD\right)=a$ nên $d\left(CD,\left(MQNP\right)\right)=\frac{a}{2}$ (thật vậy, gọi Δ là đường vuông góc chung của AB, CD thì $\Delta\perp\left(MQNP\right)$ vì $\Delta\perp NP$, $\Delta\perp NQ$).

Suy ra $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}=V_{E.MQNP}=\frac{1}{3}d\left(CD,\left(MQNP\right)\right).S_{MQNP}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.S_{MQNP}$.

$\Rightarrow S_{MQNP}=\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

$\Leftrightarrow MQ.NQ.\sin\widehat{NQP}=\frac{a^2\sqrt{3}}{8}\Rightarrow\sin\widehat{NQP}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\widehat{NQP}=60^0\Rightarrow MN=\frac{a}{2}\\ \widehat{NQP}=120^0\Rightarrow MN=\frac{a\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$.

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=4$, $AC=BD=5$, $AD=BC=6$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(BCD\right)$.

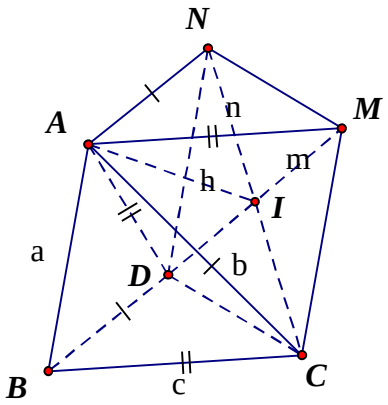
A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{6}}{7}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{42}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xây dựng bài toán tổng quát

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Từ giả thiết ta có: MNDC là hình thoi; các tam giác CAN, DAM là các tam giác cân, suy ra: $AI \perp NC, AI \perp DM \Rightarrow AI \perp (CDMN)$

Ta có: $V_{ABCD} = \frac{1}{2}V_{A.MNDC} = \frac{1}{2}.4V_{A.IMN} = 2V_{A.IMN} = \frac{1}{3}IA.IM.IN = \frac{1}{3}h.m.n$

Từ $\begin{cases} h^2+m^2=c^2 \\ h^2+n^2=b^2 \\ m^2+n^2=a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2=\frac{-a^2+b^2+c^2}{2} \\ n^2=\frac{a^2+b^2-c^2}{2} \\ h^2=\frac{a^2-b^2+c^2}{2} \end{cases}$

Suy ra: $V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{\left(-a^2+b^2+c^2\right)\left(a^2-b^2+c^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)}$

$= \frac{1}{6\sqrt{2}}\sqrt{\left(-4^2+5^2+6^2\right)\left(4^2-5^2+6^2\right)\left(4^2+5^2-6^2\right)} = \frac{15\sqrt{6}}{4}.$

Ta có $p = \frac{BC+CD+DB}{2} = \frac{4+5+6}{2} = \frac{15}{2}$

$\Rightarrow S_{\Delta BCD} = \sqrt{p(p-4)(p-5)(p-6)} = \frac{15\sqrt{7}}{4}$

Ta có $d\left(A,(BCD)\right) = \frac{3V_{A.BCD}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{3.\frac{15\sqrt{6}}{4}}{\frac{15\sqrt{7}}{4}} = \frac{3\sqrt{42}}{7}.$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $\widehat{ABC} = 30^o$; SBC là tam giác đều và nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3}{16}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là.

A. $\frac{a\sqrt{39}}{29}$. **B.** $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{a\sqrt{39}}{16}$. **D.** $\frac{a\sqrt{39}}{39}$.

Hướng dẫn giải

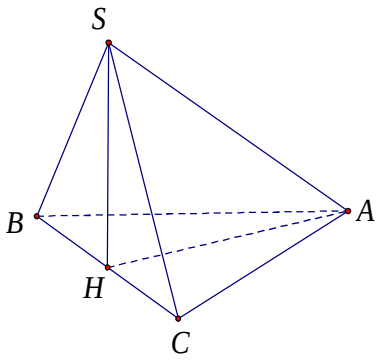
Chọn B

Ta có $d\left(C(SAB)\right) = \frac{3V}{S_{SAB}}$. Giả sử $BC = a$ thì $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

H là trung điểm BC thì $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}, AH=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{a}{2}$..

Tam giác SAB cân tại S nên có đường cao $h=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{13}}{4}$.

$S_{SAB}=\dfrac{1}{2}\dfrac{a\sqrt{13}}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{39}}{16}$ suy ra $d\left(C\left(SAB\right)\right)=\dfrac{3V}{S_{SAB}}=\dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

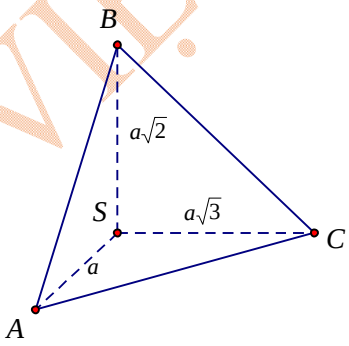


.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SA=a\sqrt{3}$ .Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng $\left(ABC\right)$.

A. $\dfrac{11a}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{66}}{6}$. **C.** $\dfrac{6a}{11}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{66}}{11}$.

Hướng dẫn giải



Chọn D

- Thể tích khối chóp: $V=\dfrac{1}{6}SA.SB.SC=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.
- $AB=\sqrt{SA^2+SB^2}=a\sqrt{3}$; $AC=\sqrt{SA^2+SC^2}=2a$; $BC=\sqrt{SB^2+SC^2}=a\sqrt{5}$;
- $S_{ABC}=\sqrt{p\left(p-AB\right)\left(p-AC\right)\left(p-BC\right)}=\dfrac{a^2\sqrt{11}}{2}$, với $p=\dfrac{AB+AC+BC}{2}$.
- Suy ra: $d\left(S,\left(ABC\right)\right)=\dfrac{3V}{S_{ABC}}=\dfrac{a\sqrt{66}}{11}$.

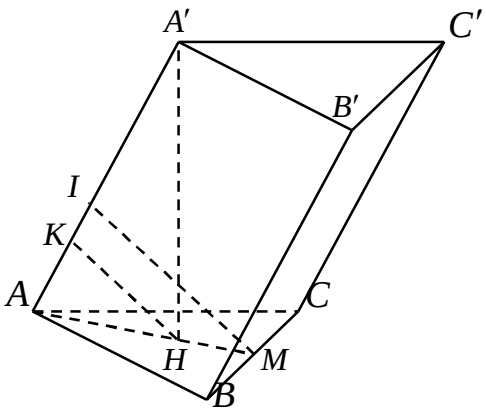
Câu 42. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết thể tích của khối lăng trụ là $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC.

A. $\dfrac{4a}{3}$. **B.** $\dfrac{3a}{4}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trọng tâm của ΔABC, M là trung điểm BC.
Kẻ $MI \perp AA'$ tại I.
Kẻ $HK \perp AA'$ tại K.
Ta có $A'H \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp BC$ mà $BC \perp AM$
$\Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp MI$.
Suy ra MI là đoạn vuông góc chung của AA' và BC.

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow A'H = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{ABC}} = a$$

$$AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{A'H^2} = \frac{3}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow HK = \frac{a}{2}$$

$$d(AA', BC) = MI = \frac{3}{2}HK = \frac{3a}{4}.$$

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA_1 = 2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC} = 120°$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CC_1, BB_1. Tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (A_1BK).

A. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $a\sqrt{15}$. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $IK = B_1C_1 = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos 120^0} = a\sqrt{7}$
Kẻ $AH \perp B_1C_1$ khi đó AH là đường cao của tứ diện A_1BIK

Vì $A_1H.B_1C_1 = A_1B_1.A_1C_1.\sin 120^0 \Rightarrow A_1H = \frac{a\sqrt{21}}{7}$

$$S_{\Delta IKB} = \frac{1}{2}IK.KB = \frac{1}{2}a^2\sqrt{35} \Rightarrow V_{A_1.IBK} = \frac{1}{6}a^3\sqrt{15}(dvtt)$$

Mặt khác áp dụng định lý Pitago và công thức Hê-rông ta tính đc $S_{\Delta A_1BK} = 3a\sqrt{3}(dvdt)$

Do đó $d(I,(A_1BK)) = \frac{3V_{A_1IBK}}{S_{\Delta A_1BK}} = \frac{a\sqrt{5}}{6}$.

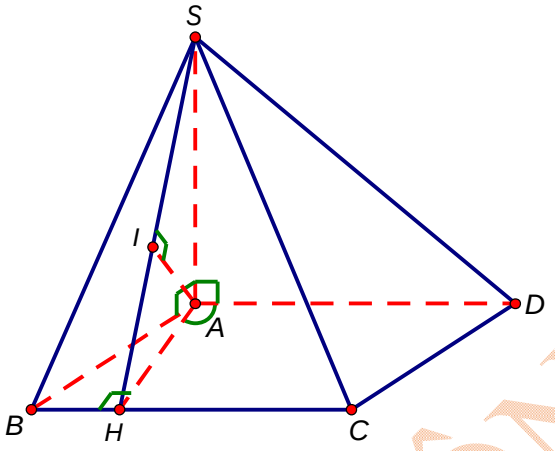
Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng $2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{BAD}$ bằng 120^0. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc gữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $h=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h=a\sqrt{3}$. **C.** $h=2a\sqrt{2}$. **D.** $h=\dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC.

Xét tam giác ABH : $\sin\angle B=\dfrac{AH}{AB}\Rightarrow AH=2a\sqrt{3}.\sin 60^0=3a$.

$\cos\angle B=\dfrac{BH}{AB}\Rightarrow BH=2a\sqrt{3}.\cos 60^0=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SAH vuông tại A: $\tan\angle SHA=\dfrac{SA}{AH}\Rightarrow SA=3a\tan 45^0=3a$.

Trong tam giác SAH vuông tại A, kẻ $AI\perp SH$ tại I. Ta có $AI\perp(SBC)$ nên AI là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Xét tam giác SAH, ta có: $\dfrac{1}{AI^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{(3a)^2}+\dfrac{1}{(3a)^2}=\dfrac{2}{9a^2}$.

$\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=AI=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 45. Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích là V và diện tích của mỗi mặt của nó là S. Khi đó tổng khoảng cách từ một điểm bất kì bên trong khối đa diện đó đến các mặt của nó bằng.

A. $\dfrac{V}{3S}$. **B.** $\dfrac{3V}{S}$. **C.** $\dfrac{nV}{S}$. **D.** $\dfrac{V}{nS}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

M là một điểm bất kì nằm trong khối đa điện. Gọi V_1, V_2,…, V_n lần lượt là thể tích của hình chóp có đỉnh là M, mặt đáy là mặt của khối đa diện đều. h_1, h_2,…, h_n lần lượt là đường cao hình chóp ứng với V_1, V_2,…, V_n. Khi đó $V=V_1+V_2+...+V_n$.

Ta có $h_1=\dfrac{3V_1}{S}$, $h_2=\dfrac{3V_2}{S},\ldots,h_n=\dfrac{3V_n}{S}$

Vậy $h_1+h_2+...+h_n=\dfrac{3(V_1+V_2+...+V_n)}{S}=\dfrac{3V}{S}$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{2}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi h là khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC).

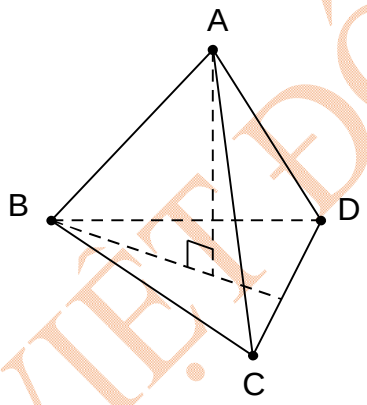
Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}h.S_{ABC}=\frac{1}{6}AB.AC.h \Leftrightarrow h=\frac{6V}{AB.AC}=\frac{6.\frac{a^3}{2}}{a.a\sqrt{2}}=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=4$, $AC=BD=5$, $AD=BC=6$. Tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD).

A. $\frac{3\sqrt{6}}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{42}}{7}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



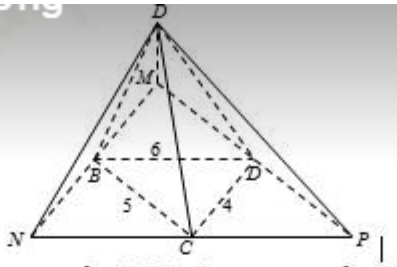
Thể tích khối tứ diện gần đều: $V_{ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(a^2+b^2-c^2\right)\left(b^2+c^2-a^2\right)\left(a^2+c^2-b^2\right)}=\frac{15\sqrt{6}}{4}$.

Diện tích tam giác BCD: $S_{BCD}=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\frac{15\sqrt{7}}{4}$.

Ta có $d\left(A,(BCD)\right)=\frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}}=\frac{3\sqrt{42}}{7}$.

Cách tự luận:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựng M, N, P sao cho B là trung điểm MN, C là trung điểm NP, D là trung điểm MP.
Khi đó
$MN // CD$ và $MN = 2CD = 2AB \Rightarrow \Delta AMN$ vuông tại A.
$NP // BD$ và $NP = 2BD = 2AC \Rightarrow \Delta ANP$ vuông tại A.
$MP // BC$ và $MP = 2BC = 2AD \Rightarrow \Delta AMP$ vuông tại A.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} AM^2 + AN^2 = MN^2 = 64 \\ AN^2 + AP^2 = NP^2 = 100 \\ AM^2 + AP^2 = MP^2 = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM^2 = 54 \\ AN^2 = 10 \\ AP^2 = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM = 3\sqrt{6} \\ AN = \sqrt{10} \\ AP = 3\sqrt{10} \end{cases}.$$

Ta có $V_{A.MNP} = \frac{1}{6} AM.AN.AP = 15\sqrt{6} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{4} V_{A.MNP} = \frac{15\sqrt{6}}{4}$.

Diện tích tam giác BCD: $S_{BCD} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{15\sqrt{7}}{4}$.

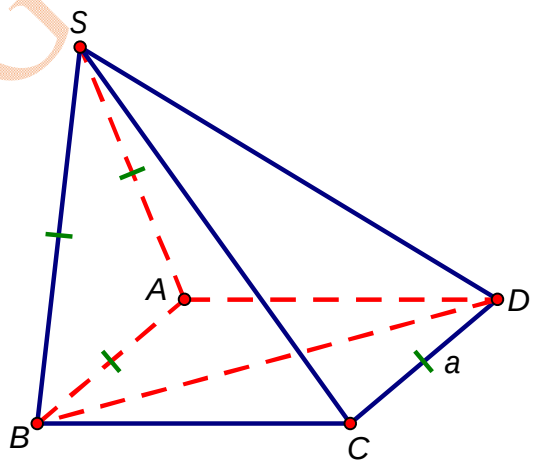
Ta có $d(A,(BCD)) = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{3\sqrt{42}}{7}$.

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD.

A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì đáy $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow V_{SABD} = V_{SBCD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{2}$.

Ta có:Vì tam giác SAB đều cạnh $a \Rightarrow S_{SAB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vì $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB)$ nên

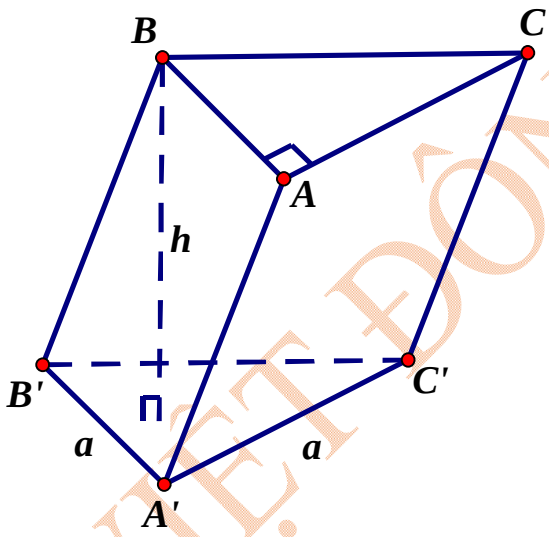
$$d\left(CD,SA\right)=d\left(CD,\left(SAB\right)\right)=d\left(D,\left(SAB\right)\right)=\frac{3V_{SABD}}{S_{SBD}}=\frac{3.\frac{a^3}{2}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}=2\sqrt{3}a.$$

Câu 49. Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, biết thể tích của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=\frac{4a^3}{3}$ .Tính khoảng cách h giữa AB và $B'C'$.

A. $h=\frac{2a}{3}$. **B.** $h=\frac{a}{3}$. **C.** $h=\frac{8a}{3}$. **D.** $h=\frac{3a}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $AB\,||\left(A'B'C'\right)\Rightarrow d\left(AB,B'C'\right)=d\left(AB,\left(A'B'C'\right)\right)=d\left(B,\left(A'B'C'\right)\right)$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{a^2}{2}$.

$V=S_{\Delta ABC}.h\Leftrightarrow h=\frac{V}{S_{\Delta ABC}}=\frac{\frac{4a^3}{3}}{\frac{a^2}{2}}=\frac{8a}{3}$.

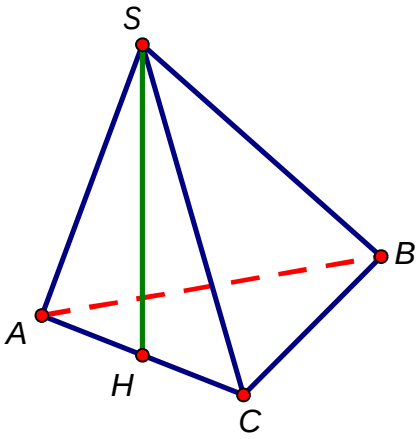
Câu 50. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{CSB}=60^0$, $\widehat{ASC}=90^0$, $SA=SB=SC=a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$.

A. $d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $d=a\sqrt{6}$. **C.** $d=\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $d=2a\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



+ Ta có: ΔSAB, ΔSBC là các đều cạnh a nên $AB = BC = a$

+ Ta có: ΔSAC vuông cân tại S nên $AC = a\sqrt{2}$

+ Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2$ nên ΔABC vuông tại B có $S_{ABC} = \dfrac{a^2}{2}$

+ Gọi H là trung điểm của AC. Ta có: $HA = HB = HC$ và $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$ và $SH = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

+ Vậy $d\left[A;(SBC)\right] = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \dfrac{SH.S_{ABC}}{S_{SBC}} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a^2}{2}}{\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 51. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$, đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h = 4a$. **B.** $h = \dfrac{3a}{4}$. **C.** $h = \dfrac{4a}{3}$. **D.** $h = \dfrac{a}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $V = \dfrac{1}{3}S_{ABC}.h \Rightarrow h = \dfrac{3V}{S_{ABC}} = \dfrac{3.\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}}{\left(a\sqrt{3}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}} = \dfrac{4a}{3}$.

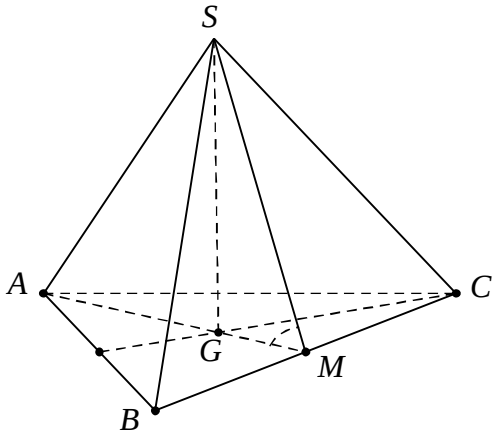
Câu 52. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có thể tích bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$, mặt bên tạo với đáy một góc $60°$. Khi đó khoảng cách từ A đến mặt (SBC) là.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3a}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi x là độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

Gọi M,G là trung điểm của BC và trọng tâm tam giác ABC.

Khi đó $SG = GM.\tan 60° = \frac{1}{3}.\frac{x\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \frac{x}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}.\frac{x^2\sqrt{3}}{4}.\frac{x}{2} = \frac{x^3\sqrt{3}}{24}$.

Theo bài ta có $\frac{x^3\sqrt{3}}{24} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24} \Leftrightarrow x = a$.

Suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{\Delta GBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12.\cos 60°} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

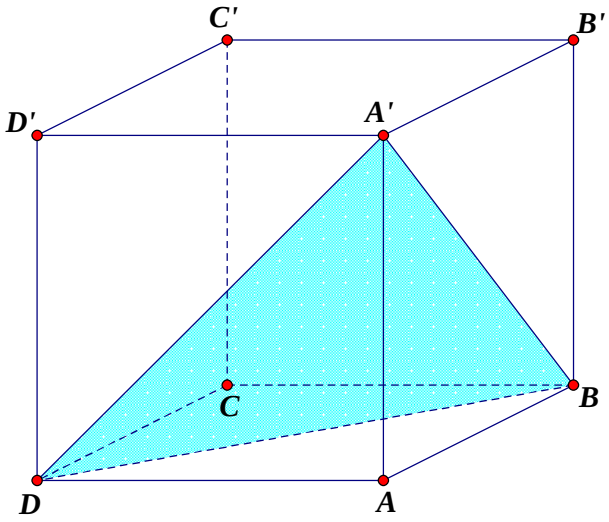
Suy ra $d\left(A;(SBC)\right) = \frac{3V}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3.\frac{a^3\sqrt{3}}{24}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{6}} = \frac{3}{4}a$.

Câu 53. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $V_{A.A'BD}=\frac{1}{3}.S_{A'BD}.d\left(A,\left(A'BD\right)\right)=V_{A'.ABD}\Rightarrow d\left(A,\left(A'BD\right)\right)=\frac{3.V_{A'.ABD}}{S_{A'BD}}$.

$V_{A'.ABD}=\frac{1}{3}.S_{ABD}.AA'=\frac{1}{6}$.

$\Delta A'BD$ là tam giác đều cạnh $\sqrt{2}$ nên $S_{A'BD}=\frac{\left(\sqrt{2}\right)^2.\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

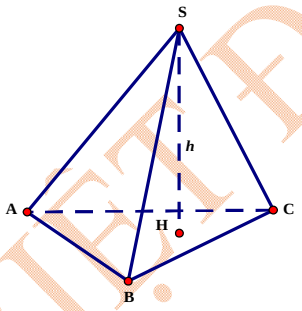
Vậy $d\left(A,\left(A'BD\right)\right)=\frac{3.\frac{1}{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 54. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích $V=2a^3$ và đáy ABC là tam giác vuông cân tại A biết $AB=a$. Tính h là khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC).

A. $h=3a$. **B.** $h=12a$. **C.** $h=6a$. **D.** $h=\frac{3}{2}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



.

Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{a^2}{2}$.

Ta có $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH\Rightarrow h=SH=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{3.2a^3}{\frac{a^2}{2}}=12a$.

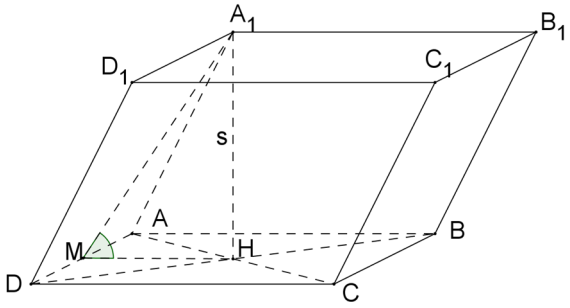
Câu 55. Cho lăng trụ $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A_1 trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với giao điểm AC và BD. Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ bằng 60°. Tính khoảng cách từ điểm B_1 đến mặt phẳng (A_1BD) theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là giao điểm của AC và BD và là trung điểm của đoạn thẳng AD.

Góc giữa hai mặt phẳng (ADD_1A_1) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{A_1MH}$, suy ra $\widehat{A_1MH}=60^\circ$.

$A_1H=MH.\tan\widehat{A_1MH}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$V_{A_1B_1BD}=\dfrac{1}{6}V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1}=\dfrac{1}{6}A_1H.S_{ABCD}=\dfrac{a^3}{2}$.

$d\left(B_1;(A_1BD)\right)=\dfrac{3V_{A_1B_1BD}}{S_{A_1BD}}=\dfrac{\frac{3a^3}{2}}{a^2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 56. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\dfrac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lại có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(S,(ABC)\right).S_{ABC}\Leftrightarrow d\left(S,(ABC)\right)=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{ABC}}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 57. Khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết $SB=2a$, $BC=a$ và thể tích khối chóp là $\dfrac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ A đến (SBC) là.

A. $\dfrac{3a}{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $6a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$BC\perp(SAB)$ nên $BC\perp SB$. Tam giác SBC vuông tại B.

nên $S_{SBC}=\dfrac{1}{2}a.2a=a^2$.

$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}d\left(A,(SBC)\right).S_{\Delta SBC}$

$\Rightarrow\dfrac{a^3}{3}=\dfrac{1}{3}d\left(A,(SBC)\right).a^2\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=a$.

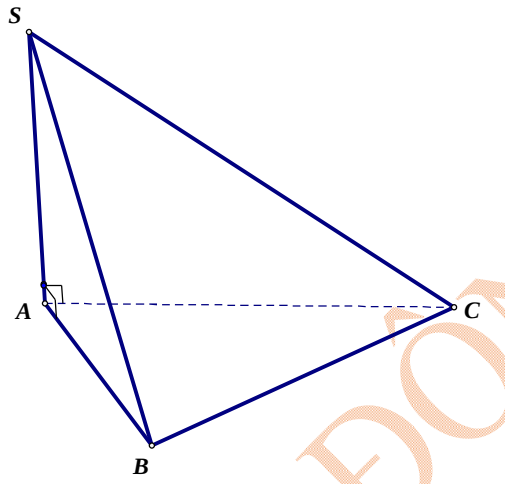
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc mặt đáy, thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{4}$. Tính độ dài đoạn SA.

A. $\frac{a}{4}$. **B.** $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



☑ Đặt $V=\frac{1}{3}.SA.(2a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{3}.a^2.SA=\frac{a^3}{4}\Rightarrow SA=\frac{\sqrt{3}}{4}a.$.

Câu 59. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng a^3. Mặt bên SAB là tam giác đều cạnh a và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính theo a khoảng cách giữa SA và CD.

A. $2\sqrt{3}a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

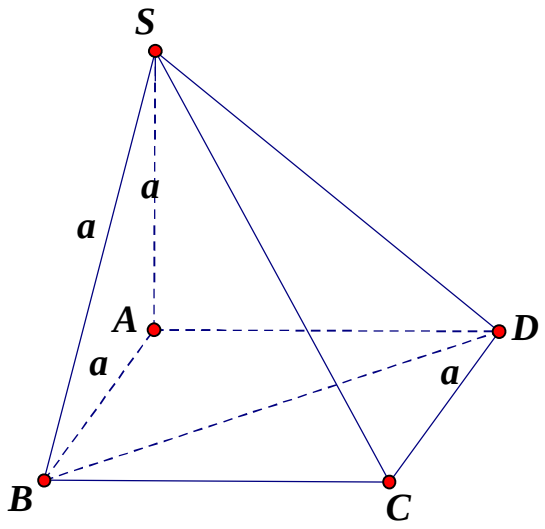
Vì đáy $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow V_{SABD}=V_{SBCD}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{a^3}{2}$.

Ta có:Vì tam giác SAB đều cạnh $a\Rightarrow S_{SAB}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vì $CD//AB\Rightarrow CD//(SAB)$ nên.

$$d(CD,SA)=d(CD,(SAB))=d(D,(SAB))=\frac{3V_{SABD}}{S_{SBD}}=\frac{3.\frac{a^3}{2}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}=2\sqrt{3}a.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Câu 60. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $3a$. **D.** a.

Hướng dẫn giải

Chọn C

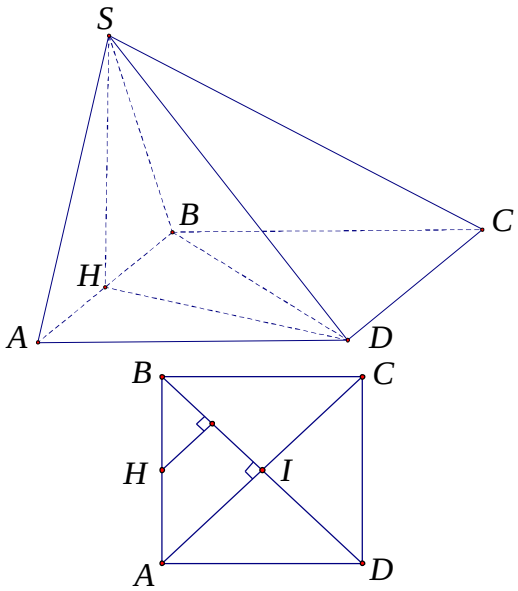
Ta có $AB//CD$ nên $d(SB,CD)=d\left(C,(SAB)\right)=\frac{3V_{SABC}}{S_{\Delta SAB}}=\frac{3.\frac{1}{2}.2a^3}{a^2}=3a$.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a.

A. $\frac{3a}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có ΔSHD vuông tại $H \Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{17}}{2}\right)^2 - \left[a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right]} = a\sqrt{3}$.

Cách 1. $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3 \Rightarrow V_{H.SBD} = \frac{1}{2}V_{A.SBD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Tam giác SHB vuông tại $H \Rightarrow SB = \sqrt{SH^2 + HB^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Tam giác SBD có $SB = \frac{a\sqrt{13}}{2}, BD = a\sqrt{2}, SD = \frac{a\sqrt{17}}{2} \Rightarrow S_{SBD} = \frac{5a^2}{4}$.

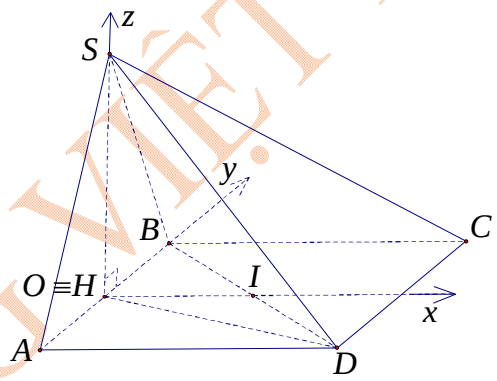
$\Rightarrow d\left(H,(SBD)\right) = \frac{3V_{S.HBD}}{S_{SBD}} = \frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Cách 2. Ta có $d\left(H,BD\right) = \frac{1}{2}d\left(A,BD\right) = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Chiều cao của chóp $H.SBD$ là

$$d\left(H,(SBD)\right) = \frac{SH.d\left(H,BD\right)}{\sqrt{SH^2 + \left[d\left(H,BD\right)\right]^2}} = \frac{a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{3a^2 + \frac{a^2}{8}}} = \frac{a\sqrt{3}}{5}.$$

Cách 3. Gọi I là trung điểm BD. Chọn hệ trục $Oxyz$ với $O \equiv H, Ox \equiv HI, Oy \equiv HB, Oz \equiv HS$.



Ta có $H\left(0;0;0\right)$, $B\left(0;\frac{a}{2};0\right)$, $S\left(0;0;a\sqrt{3}\right)$, $I\left(\frac{a}{2};0;0\right)$.

Vì $\left(SBD\right) \equiv \left(SBI\right)$

$\Rightarrow \left(SBD\right): \frac{2x}{a} + \frac{2y}{a} + \frac{z}{a\sqrt{3}} = 1 \Leftrightarrow 2x + 2y + \frac{\sqrt{3}}{3}z - a = 0$.

Suy ra $d\left(H,(SBD)\right) = \frac{\left|2.0 + 2.0 + \frac{\sqrt{3}}{3}.0 - a\right|}{\sqrt{4 + 4 + \frac{1}{3}}} = \frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, thể tích khối chóp là a^3. Tính chiều cao h của hình chóp.

A. $h = a$. **B.** $h = 2a$. **C.** $h = 4a$. **D.** $h = 3a$.

Hướng dẫn giải

ChọnD

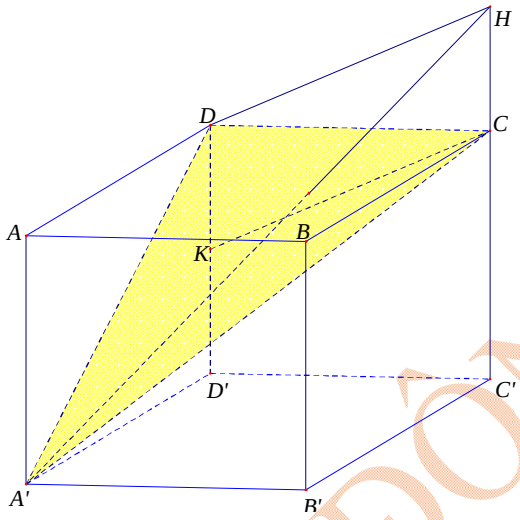
Thể tích $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}h \Leftrightarrow a^3 = \frac{1}{3}a^2h \Leftrightarrow h = 3a$.

Câu 63. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm của DD'. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CK và $A'D$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\frac{a}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Từ D kẻ $DH // CK$ $(H \in CC')$.

Khi đó $d(CK, A'D) = d(CK, (A'DH)) = d(C, (A'DH)) = \frac{3V_{CAHD}}{S_{ADH}}$.

Ta có $V_{A'CDH} = \frac{1}{3}A'D.'S_{DHC} = \frac{a^3}{12}$.

Mà $A'D = a$, $DH = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $A'H = \frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Xét tam giác $A'DH$ có $\cos DA'H = \frac{A'D^2 + A'H^2 - DH^2}{2A'D.A'H} = \frac{5}{\sqrt{34}} \Rightarrow \sin DA'H = \frac{3}{\sqrt{34}}$

$\Rightarrow S_{\Delta A'DH} = \frac{1}{2}A'D.A'H = \frac{3a^2}{4}$.

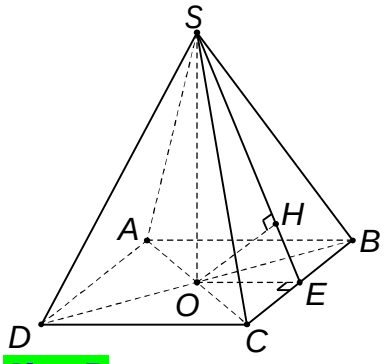
Vậy $d(C, (A'DH)) = \frac{\frac{3a^3}{12}}{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{3}$.

Câu 64. Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng a. Khoảng cách giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC) là

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Chọn D

$d\left(AD,(SBC)\right)=d\left(A,(SBC)\right)=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}$

Gọi O là tâm của mặt đáy, ta có $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{3}\cdot a^2\cdot\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Ngoài ra, $S_{\Delta SBC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow d\left(AD,(SBC)\right)=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Cách 2:

Gọi $O=AC\cap BD$, E là trung điểm BC và $OH\perp SE$ tại $H\in SE$ thì $OH\perp(SBC)$

Do đó $d\left(AD,(SBC)\right)=2d\left(O,(SBC)\right)=2OH=2\dfrac{SO.OE}{SE}$

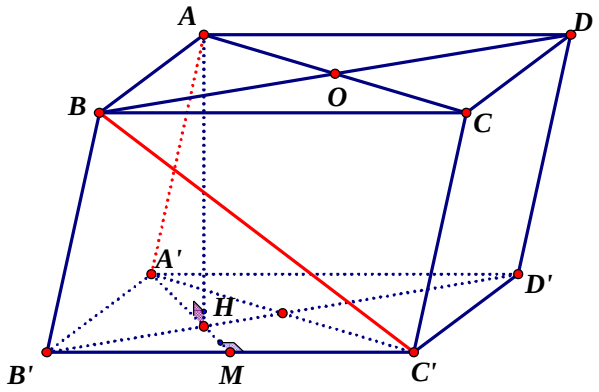
Cũng tính được $SO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, thay vào tính được $d\left(AD,(SBC)\right)=2\dfrac{SO.OE}{SE}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Câu 65. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a$, $AA'=BD=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là điểm H nằm trên đoạn thẳng $B'D'$ sao cho $B'D'=3B'H$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ **D.** $a\sqrt{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



$BD=a\sqrt{3}\Rightarrow BO=DO=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\Delta ABC$ đều.

$\Rightarrow A'M=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $A'H=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ với M là trung điểm $B'C'$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$AH=\sqrt{AA'^2-A'H^2}=\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Ta có $d\left(AA',BC'\right)=d\left(\left(ADDA'\right),\left(BCC'B'\right)\right)=d\left(A',\left(BB'C'\right)\right)=d$

$V_{B.A'B'C'}=\dfrac{1}{3}S_{A'B'C'}.AH=\dfrac{1}{3}a^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}.\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Mặt khác $V_{B.A'B'C'}=V_{A'.BB'C'}=\dfrac{1}{3}S_{BB'C'}.d\left(A',\left(BB'C'\right)\right)$.

Xét $\Delta AHD'$ vuông tại H ta có $AD'=\sqrt{AH^2+HD^2}=2a$.

Nửa chu vi $\Delta BB'C'$ là $p=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}a$.

Suy ra $d=\dfrac{3V_{A'.BB'C'}}{S_{BB'C'}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 66. Cho khối lăng trụ (H) có thể tích là $4a^3$, đáy là tam giác vuông cân có độ dài cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Độ dài chiều cao khối lăng trụ (H) bằng.

A. $4a$. **B.** $6a$. **C.** $2a$. **D.** $8a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

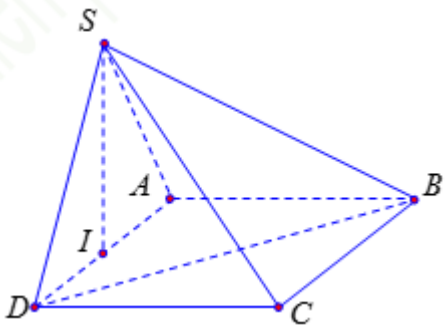
$V=B.h=\dfrac{1}{2}(\sqrt{2}a)^2h=4a^3\Rightarrow h=\dfrac{4a^3}{a^2}=4a$.

Câu 67. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $h=\dfrac{8}{3}a$. **B.** $h=\dfrac{3}{4}a$. **C.** $h=\dfrac{2}{3}a$. **D.** $h=\dfrac{4}{3}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ là SI với I là trung điểm của AD.

Suy ra thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4}{3}a^3\Leftrightarrow\dfrac{1}{3}2a^2.SI=\dfrac{4}{3}a^3\Leftrightarrow SI=2a$.

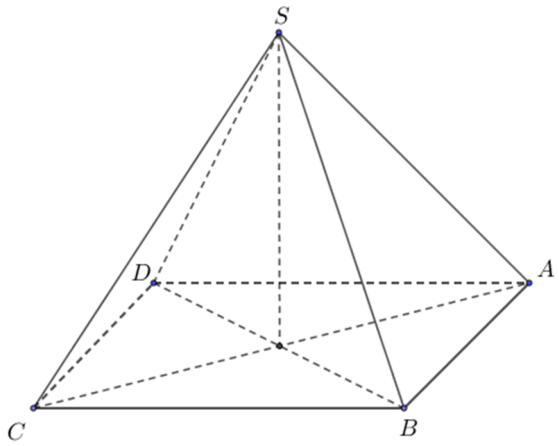
Xét tam giác SCD vuông tại D có:

$SD=\sqrt{SI^2+ID^2}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$ nên $S_{\Delta SCD}=\dfrac{1}{2}SD.CD=\dfrac{1}{2}.\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2}=\dfrac{3a^2}{2}$.

Thấy ngay $V_{S.ABCD}=2V_{S.BCD}=2V_{B.SCD}\Leftrightarrow\dfrac{4}{3}a^3=2.\dfrac{1}{3}S_{\Delta SCD}.h\Leftrightarrow h=\dfrac{4}{3}a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

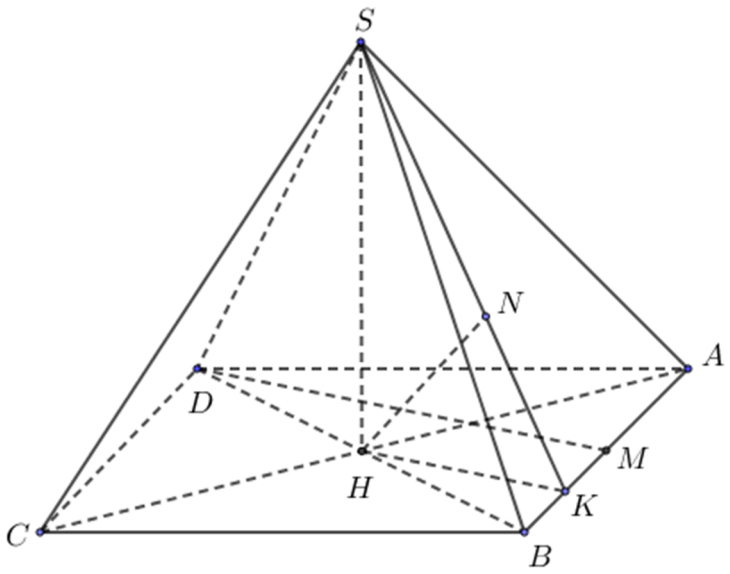
Câu 68. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, $\widehat{BAD}=60°$, cạnh đáy bằng a, thể tích bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. Biết hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng đáy trùng với giao điểm hai đường chéo của hình thoi (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng



A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$S_{ABCD}=2S_{ABD}=AB.AD\sin\hat{A}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Độ dài đường cao $SH=\frac{3V}{S_{ABCD}}=\frac{3.\frac{a^3\sqrt{2}}{4}}{\frac{a^3\sqrt{3}}{2}}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$

Gọi M là trung điểm AB, K là trung điểm của BM

Ta có $DM\perp AB\Rightarrow DM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK\ //\ DM$ và $HK=\frac{DM}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $AB\perp(SHK)\Rightarrow(SAB)\perp(SHK)$, $(SAB)\cap(SHK)=SK$

Vẽ $HN\perp SK$ tại $N\Rightarrow HN\perp(SAB)\Rightarrow d(H,(SAB))=HN$.

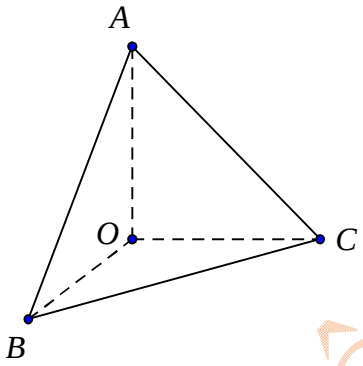
$HN=\frac{HK.HS}{\sqrt{HK^2+HS^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$, $d(C,(SAB))=2d(H,(SAB))=2HN=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 69. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc. Biết $OA=a$, $OB=2a$, $OC=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC).

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{19}}$. **C.** $\frac{a\sqrt{17}}{\sqrt{19}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Tính được $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=a\sqrt{5}$, $AC=\sqrt{OA^2+OC^2}=2a$, $BC=\sqrt{OB^2+OC^2}=a\sqrt{7}$.

$S_{ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}=\frac{\sqrt{19}}{2}$ (với $p=\frac{AB+AC+BC}{2}$)

Gọi $h=d(O;(ABC))$. Ta có $V_{OABC}=\frac{1}{3}h.S_{ABC}\Rightarrow h=\frac{3V_{OABC}}{S_{ABC}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $SA\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm BC. Biết $\widehat{BAD}=120^\circ$, $\widehat{SMA}=45^\circ$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét $\Delta ABC: AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $d(D;(SBC))=d(A;(SBC))=AK=\frac{a\sqrt{6}}{4}$ với AK vuông góc với SM.

Cách giải khác : $d(\mathrm{D},(\mathrm{SBC}))=\frac{3V_{S.BCD}}{S_{\Delta SBC}}$.

Câu 71. Cho tứ diện đều có cạnh bằng 3. M là một điểm thuộc miền trong của khối tứ diện tương ứng. Tính giá trị lớn nhất của tích các khoảng cách từ điểm M đến bốn mặt của tứ diện đã cho.

A. $\frac{9}{64}$ **B.** $\sqrt{6}$ **C.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$ **D.** 36

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi r_1, r_2, r_3, r_4 là khoảng cánh từ điểm M đến bốn mặt của tứ diện.

Gọi S là diện tích một mặt của tứ diện $\Rightarrow S=\frac{9\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đường cao của tứ diện là $h=\sqrt{3^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{6}$.

Thể tích của tứ diện là $V=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}.\frac{9\sqrt{3}}{4}.\sqrt{6}=\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

Mặt khác, ta có $V=\frac{1}{3}.S.\left(r_1+r_2+r_3+r_4\right)=\frac{9\sqrt{2}}{4}\Rightarrow r_1+r_2+r_3+r_4=3.\frac{9\sqrt{2}}{4}.\frac{4}{9\sqrt{3}}=\sqrt{6}$.

Lại có $\sqrt{6}=r_1+r_2+r_3+r_4\ge 4\sqrt[4]{r_1.r_2.r_3.r_4}\Leftrightarrow r_1.r_2.r_3.r_4\le\frac{9}{64}$.

Câu 72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\frac{a}{\sqrt{3}}$. **B.** $h=\frac{a}{3}$. **C.** $h=3a$. **D.** $h=a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích mặt đáy : $S=\left(a\sqrt{3}\right)^2=3a^2$.

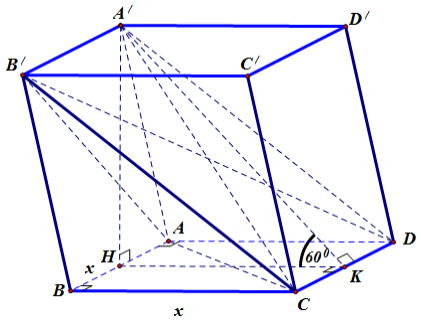
Ta có : $V=\frac{1}{3}S.h\Rightarrow h=\frac{3V}{S}=\frac{3a^3}{3a^2}=a$.

Câu 73. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB, góc giữa mặt phẳng $(A'CD)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $60°$. Thể tích của khối chóp $B'.ABCD$ là $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$. Tính độ dài đoạn thẳng AC theo a.

A. $\frac{2\sqrt{2}a}{\sqrt[3]{3}}$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt[3]{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $AB=x$. Dựng $HK\perp CD$.

Vì $A'H\perp(ABCD)\Rightarrow A'H\perp CD\Rightarrow CD\perp(A'HK)\Rightarrow A'K\perp CD$.

$\Rightarrow\left((A'CD);(ABCD)\right)=\left(\widehat{KA';KH}\right)=\widehat{A'KH}$ (1).

Vì $\Delta A'HK$ vuông tại H nên $A'H=x.\tan 60^\circ=x\sqrt{3}$.

Nhận thấy $V=3.V_{B'.ABCD}\Leftrightarrow A'H.S_{ABCD}=3.\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}\Leftrightarrow x\sqrt{3}.x^2=3.\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}\Leftrightarrow x=2a$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AC=x\sqrt{2}=2a\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 74. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh C, đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc $60°$ và $AB = AA' = a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BB', CC', BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và NP bằng.

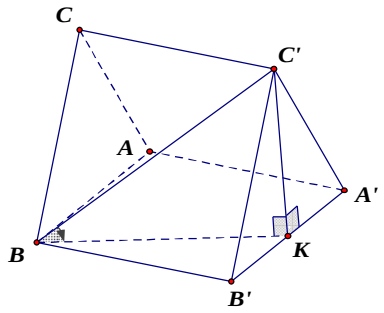
A. $\frac{a\sqrt{5}}{15}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

Ta có: $KC' \perp (AA'BB')$, $BK = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow KC' = \frac{a\sqrt{15}}{2} \Rightarrow S_{\Delta A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

$V_{LT} = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$.



.

Câu 75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính chiều cao của tứ diện $SACD$ xuất phát từ đỉnh C.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi H là trung điểm của AB.

Có : $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow SH \perp (ABCD)$.

Vì : $BC // (SAD)$. Nên : $d[C,(SAD)] = d[B,(SAD)] = 2d[H,(SAD)]$.

Có : $\begin{cases} SH \perp AD \\ HA \perp AD \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAH) \Leftrightarrow \begin{cases} (SAD) \perp (SAH) \\ (SAD) \cap (SAH) = SA \\ HI \perp SA \end{cases} \Rightarrow d[H,(SAD)] = HI$.

Có : $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HA^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2}$. Vậy : $HI = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow d[C,(SAD)] = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

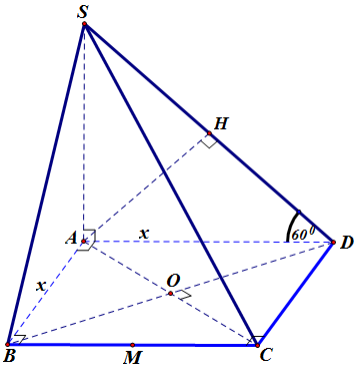
Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với đáy, mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc bằng $60°$, M là trung điểm của BC. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đặt $AD = x\ (x > 0)$. Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

$\Rightarrow \widehat{((SCD),(ABCD))} = \widehat{SDA} = 60°$

Trong ΔSAD, có $SA = x\tan 60° = x\sqrt{3}$.

Theo giả thiết $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

$\Leftrightarrow \dfrac{x^3.\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a^3.\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = a$.

Ta có $d(M;(SCD)) = \dfrac{1}{2}d(B;(SCD)) = \dfrac{1}{2}d(A;(SCD))$ (1)

Vẽ $AH \perp SD$. Ta có $CD \perp AH$ (vì $CD \perp (SAD)$)

Do đó $AH \perp (SCD) \Rightarrow AH = d(A;(SCD))$.

Từ (1) và (2) suy ra $d(M;(SCD)) = \dfrac{1}{2}AH$

Trong ΔSAD có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Vậy $d(M;(SCD)) = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

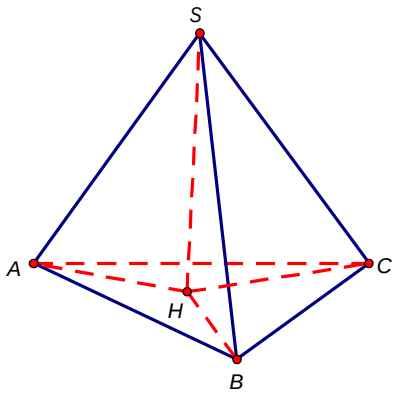
Câu 77. Cho khối đa diện đều n mặt có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S. Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm bất kì bên trong khối đa diện đó đến các mặt của nó bằng

A. $\dfrac{V}{nS}$. **B.** $\dfrac{3V}{S}$. **C.** $\dfrac{V}{3S}$. **D.** $\dfrac{nV}{S}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét trong trường hợp khối tứ diện đều.
Các trường hợp khác hoàn toàn tương tự.

$V_{H.ABC}=\frac{1}{3}h_1.S;\ V_{H.SBC}=\frac{1}{3}h_2.S;\ V_{H.SAB}=\frac{1}{3}h_3.S;\ V_{H.SAC}=\frac{1}{3}h_4.S$

$h_1=\frac{3V_1}{S};h_2=\frac{3V_2}{S};h_3=\frac{3V_3}{S};h_4=\frac{3V_4}{S}$

$\Rightarrow h_1+h_2+h_3+h_4=\frac{3(V_1+V_2+V_3+V_4)}{S}=\frac{3V}{S}$

Câu 78. Cho khối 12 mặt đều (H) có thể tích V và diện tích mỗi mặt của nó bằng S. Khi đó, tổng các khoảng cách từ một điểm nằm trong (H) đến các mặt của nó bằng.

A. $\frac{3V}{S}$. **B.** $\frac{V}{12S}$. **C.** $\frac{3V}{4S}$. **D.** $\frac{V}{4S}$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

Gọi h là tổng khoảng cách từ một điểm nằm trong (H) đến các mặt của nó.

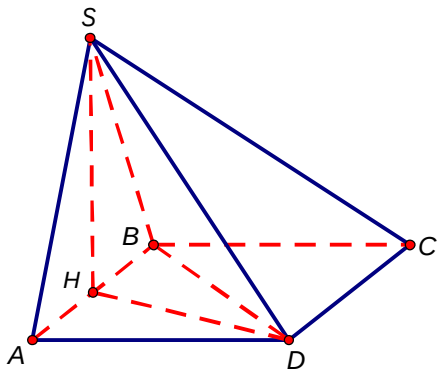
Ta có $V=\frac{1}{3}h.S_{xq}=\frac{1}{3}h.12S\Rightarrow h=\frac{V}{4S}$.

Câu 79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S lên mặt $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Tính chiều cao của khối chóp $H.SBD$ theo a.

A. $\frac{\sqrt{3}a}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. **D.** $\frac{3a}{5}$.

Hướng dẫn giải

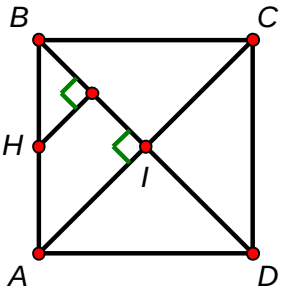
Chọn A



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có ΔSHD vuông tại H

$$\Rightarrow SH=\sqrt{SD^2-HD^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{17}}{2}\right)^2-\left(a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)}=a\sqrt{3}.$$



Cách 1. Ta có $d\left(H,BD\right)=\frac{1}{2}d\left(A,BD\right)=\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Chiều cao của chóp $H.SBD$

là $d\left(H,\left(SBD\right)\right)=\frac{SH.d\left(H,BD\right)}{\sqrt{SH^2+\left[d\left(H,BD\right)\right]^2}}=\frac{a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{3a^2+\frac{a^2}{8}}}=\frac{a^2\sqrt{6}.2\sqrt{2}}{4.5a}=\frac{a\sqrt{3}}{5}.$

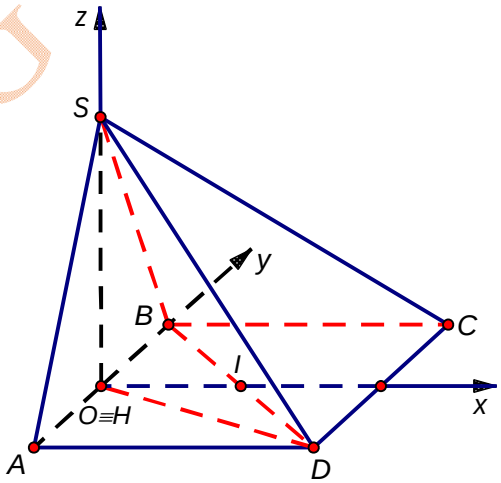
Cách 2. $S.ABCD=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3\Rightarrow V_{H.SBD}=\frac{1}{2}V_{A.SBD}=\frac{1}{2}V_{S.ABC}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{3}}{12}a^3.$

Tam giác ΔSHB vuông tại $H\Rightarrow SB=\sqrt{SH^2+HB^2}=\sqrt{3a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{13}}{2}.$

Tam giác ΔSBD có $SB=\frac{a\sqrt{13}}{2};BD=a\sqrt{2};SD=\frac{a\sqrt{17}}{2}\Rightarrow S_{\Delta SBD}=\frac{5a^2}{4}.$

$\Rightarrow d\left(H,\left(SBD\right)\right)=\frac{3V_{S.HBD}}{S_{\Delta SBD}}=\frac{a\sqrt{3}}{5}.$

Cách 3



Gọi I là trung điểm BD. Chọn hệ trục $Oxyz$ với $O\equiv H;\ Ox\equiv HI;\ Oy\equiv HB;\ Oz\equiv HS.$

Ta có $H\left(0;0;0\right);\ B\left(0;\frac{a}{2};0\right);\ S\left(0;0;a\sqrt{3}\right);\ I\left(\frac{a}{2};0;0\right)$

Vì $\left(SBD\right)\equiv\left(SBI\right)$

$\Rightarrow \left(SBD\right):\frac{2x}{a}+\frac{2y}{a}+\frac{z}{a\sqrt{3}}=1\Leftrightarrow 2x+2y+\frac{\sqrt{3}}{3}z-a=0.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra $d\left(H,\left(SBD\right)\right)=\dfrac{\left|2.0+2.0+\dfrac{\sqrt{3}}{3}.0-a\right|}{\sqrt{4+4+\dfrac{1}{3}}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 80. Nếu có một khối chóp có thể tích và diện tích mặt đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

A. $2a$. **B.** a. **C.** $3a$. **D.** $\dfrac{a}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}Bh\Rightarrow h=\dfrac{3V}{B}=\dfrac{3a^3}{a^2}=3a$.

Câu 81. Cho tứ diện $MNPQ$ có thể tích bằng x^3. Hai cạnh đối $MN=PQ=2x$ và MN,PQ tạo với nhau góc $30°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và PQ.

A. $d\left(MN,PQ\right)=x$. **B.** $d\left(MN,PQ\right)=x\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $d\left(MN,PQ\right)=x\sqrt{3}$. **D.** $d\left(MN,PQ\right)=3x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$V_{MNPQ}=\dfrac{1}{6}MN.PQ.d\left(MN,PQ\right).\cos\left(MN,PQ\right)=\dfrac{1}{6}2x.2x.d\left(MN,PQ\right).\cos30°=x^3$.

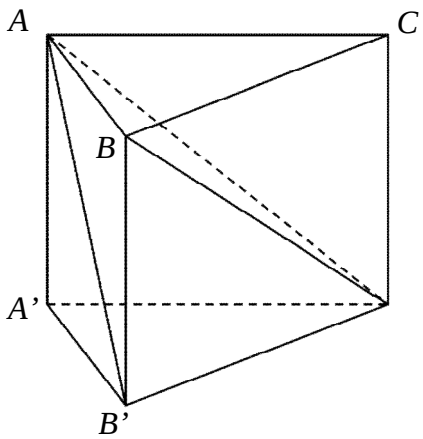
$\Rightarrow d\left(MN,PQ\right)=x\sqrt{3}$.

Câu 82. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và có thể tích bằng $\dfrac{3a^3}{4}$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và $A'C$.

A. $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{15}$. **B.** $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{5}}{15}$. **D.** $d=\dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $AB//A'B'$ nên $AB//\left(A'B'C\right)$ chứa $A'C$.

Vậy $d\left(AB,A'C\right)=d\left(AB,\left(A'B'C\right)\right)=d\left(B,\left(A'B'C\right)\right)=\dfrac{3V_{BA'B'C}}{S_{A'B'C}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Trong đó, $V_{BA'B'C}=\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^3}{4}$.

$h=\frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{ABC}}=a\sqrt{3}\Rightarrow AC'=BC'=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}=2a$.

Theo công thức Hê-rông cho $\Delta ABC'$ có $AB=a$, $AC'=2a$, $BC'=2a$ ta có $S_{ABC'}=\frac{a^2\sqrt{15}}{4}$.

Vậy $d\left(AB,A'C\right)=\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: CỰC TRỊ KHỐI CHÓP

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=a^3\sqrt{6}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $AC'=\sqrt{18}$. Gọi S là diện tích toàn phần của hình hộp đã cho. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S.

A. $S_{\max}=36\sqrt{3}$. **B.** $S_{\max}=18\sqrt{3}$. **C.** $S_{\max}=18$. **D.** $S_{\max}=36$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SC=6$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{40}{3}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{80}{3}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{20}{3}$. **D.** $V_{\max}=24$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và có $SA=SB=SC=1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{1}{6}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{1}{12}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Tìm thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{130}{3}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{128}{3}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{125}{3}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{250}{3}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh bằng 1; SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SC=1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{2\sqrt{3}}{27}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{4\sqrt{3}}{27}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành với $AD=4a$. Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{8a^3}{3}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}a^3$. **C.** $V_{\max}=8a^3$. **D.** $V_{\max}=4\sqrt{6}\,a^3$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $AB=2$. Cạnh bên $SA=1$ và vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{1}{3}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{1}{4}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{1}{12}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Biết $SC=1$, tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{2\sqrt{3}}{27}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{3}}{27}$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB=1$. Các cạnh bên $SA=SB=SC=2$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{5}{8}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{5}{4}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{2}{3}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{4}{3}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=y$ $(y>0)$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM=x$ $(0<x<a)$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2+y^2=a^2$.

A. $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{5}$

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=4$, $SC=6$ và mặt bên (SAD) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{40}{3}$. **B.** $V_{\max}=40$. **C.** $V_{\max}=80$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{80}{3}$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$ $\left(0<x<\sqrt{3}\right)$, tất cả các cạnh còn lại đều bằng 1. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{1}{4}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{1}{8}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{1}{12}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{1}{16}$.

Câu 14: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=3\sqrt{2}$. **B.** $x=\sqrt{6}$. **C.** $x=2\sqrt{3}$. **D.** $x=\sqrt{14}$.

Câu 15: Trên ba tia Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi, lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$. Giả sử A cố định còn B, C thay đổi nhưng luôn luôn thỏa $OA=OB+OC$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối tứ diện $OABC$.

A. $V_{\max}=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{a^3}{24}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{a^3}{32}$.

Câu 16: Cho tứ diện $SABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau, độ dài các cạnh $BC=a$, $SB=b$, $SC=c$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ khối tứ diện đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{abc\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{abc\sqrt{2}}{8}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{abc\sqrt{2}}{12}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{abc\sqrt{2}}{24}$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Trên SB, SD lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $\dfrac{SM}{SB}=m>0$, $\dfrac{SN}{SD}=n>0$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AMN$ biết $2m^2+3n^2=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V_{\max}=\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{72}$. **C.** $ABCD$ **D.** $V_{\max}=\dfrac{a^3}{48}$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=x\left(0<x<\sqrt{3}\right)$, tất cả các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 1. Với giá trị nào của x thì thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất?

A. $x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC), tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^0$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $AB=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **B.** $AB=a\sqrt{3}$. **C.** $AB=2a$. **D.** $AB=3a\sqrt{5}$.

Câu 21: Cho tam giác OAB đều cạnh a. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM=x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và d. Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $x=a\sqrt{2}$. **B.** $x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $x=\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. **D.** $x=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22: Cho tam giác ABC vuông cân tại B, $AC=2$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy các điểm M, N khác phía so với mặt phẳng (ABC) sao cho $AM.AN=1$. Tính thể tích nhỏ nhất $V_{\min}$ của khối tứ diện $MNBC$.

A. $V_{\min}=\dfrac{1}{3}$. **B.** $V_{\min}=\dfrac{1}{6}$. **C.** $V_{\min}=\dfrac{1}{12}$. **D.** $V_{\min}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $SA=AB=2$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AHK$.

A. $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=1$, $SB=2$, $SC=3$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của SG cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại M, N, P. Tính giá trị nhỏ nhất $T_{\min}$ của biểu thức $T=\dfrac{1}{SM^2}+\dfrac{1}{SN^2}+\dfrac{1}{SP^2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $T_{\min}=\frac{2}{7}$. **B.** $T_{\min}=\frac{3}{7}$. **C.** $T_{\min}=\frac{18}{7}$. **D.** $T_{\min}=6$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, thể tích là V. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN=2NB$; mặt phẳng (α) di động qua các điểm M, N và cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại hai điểm phân biệt K, Q. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.MNKQ$.

A. $V_{\max}=\frac{V}{2}$. **B.** $V_{\max}=\frac{V}{3}$. **C.** $V_{\max}=\frac{3V}{4}$. **D.** $V_{\max}=\frac{2V}{3}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là điểm thuộc đoạn SO sao cho $SI=\frac{1}{3}SO$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua B và I. (α) cắt các cạnh SA, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Gọi m, n lần lượt là GTLN, GTNN của $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$. Tính $\frac{m}{n}$.

A. 2. **B.** $\frac{7}{5}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** $\frac{8}{5}$.

Câu 27: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^0$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $AB=2a\sqrt{2}$. **B.** $AB=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $AB=3a$. **D.** $AB=3a\sqrt{2}$.

Câu 28: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a, góc hợp bởi đường cao SH của hình chóp và mặt bên bằng α. Tìm α để thể tích $S.ABCD$ là lớn nhất.

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 75^0

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=b$ và vuông góc với $(ABCD)$. Điểm M thay đổi trên cạnh CD, H là hình chiếu vuông góc của S trên BM. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABH$ theo a, b.

A. $\frac{a^2b}{12}$. **B.** $\frac{a^2b}{24}$. **C.** $\frac{a^2b}{8}$. **D.** $\frac{a^2b}{18}$.

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và O là tâm của đáy. Mặt phẳng (P) thay đổi chứa SO và cắt các đoạn thẳng AB, AC lần lượt tại các điểm M, N (M, N khác A). Khi góc tạo bởi đường thẳng SA và mặt phẳng (P) có số đo lớn nhất, hãy tính AM^2+AN^2

A. a^2. **B.** $\frac{3a^2}{4}$ **C.** $\frac{369a^2}{400}$. **D.** $\frac{8a^2}{9}$.

Câu 31: Cho khối chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $SA=SB=SC=a$. Đặt $x=SD$ $\left(0<x<a\sqrt{3}\right)$. Tìm x theo a để tích $AC.SD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $x=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $x=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $x=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 32: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi K là trung điểm của SC. Mặt phẳng (P) qua AK và cắt các cạnh SB , SD lần lượt tại M và N. Đặt $V_1 = V_{S.AMKN}$, $V = V_{S.ABCD}$. Tìm $S = \max\frac{V_1}{V} + \min\frac{V_1}{V}$

A. $S = \frac{1}{2}$ **B.** $S = \frac{1}{4}$ **C.** $S = \frac{17}{24}$ **D.** $S = \frac{3}{4}$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 1$, cạnh bên $SA = 1$ và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Kí hiệu M là điểm di động trên đoạn CD và N là điểm di động trên đoạn CB sao cho $\widehat{MAN} = 45°$. Thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.AMN$ là ?

A. $\frac{\sqrt{2}+1}{9}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}+1}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}-1}{9}$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3a, AC = a$. Mặt phẳng $(DBC),(DAC),(DAB)$ lần lượt tạo với mặt phẳng (ABC) các góc $90°, \alpha, \beta$ trong đó $\alpha + \beta = 90°$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{13}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{10}$. **D.** $\frac{3a^3}{8}$.

Câu 35: Cho khối chóp tứ giác đều S.ABCD mà khoảng cách từ đỉnh A đến mp(SCD) bằng $2a$. Gọi α là góc giữa mặt bên hình chóp với đáy của hình chóp đó. Với giá trị nào của α thì thể tích của khối chóp S.ABCD đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $\alpha = \arcsin\sqrt{\frac{2}{3}}$. **B.** $\alpha = 45^0$. **C.** $\alpha = \arccos\sqrt{\frac{2}{3}}$. **D.** $\alpha = 60^0$.

Câu 36: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a . Lấy các điểm M, N nằm trên cạnh BC ; P, Q lần lượt nằm trên cạnh AC, AB sao cho $MNPQ$ là hình chữ nhật. Hình hộp chữ nhật $MNPQ.M'N'P'Q'$ nội tiếp trong lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có thể tích lớn nhất là :

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\frac{a^3}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 37: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$, các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = \sqrt{6}$. **B.** $x = \sqrt{14}$. **C.** $x = 3\sqrt{2}$. **D.** $x = 2\sqrt{3}$.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = BD = CD = 1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 39: Cho tứ diện đều ABCD có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thuộc các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (DMN) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đặt $AM = x; AN = y$. Tìm x, y để diện tích toàn phần của tứ diện DAMN nhỏ nhất.

A. $x = y = \frac{2}{3}$ **B.** $x = y = \frac{1}{3}$ **C.** $x = y = \frac{7}{4}$ **D.** $x = \frac{1}{2}; y = \frac{2}{3}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 40: Trong mặt phẳng (α) cho đường tròn (T) đường kính $AB = 2R$. Gọi C là một điểm di động trên (T). Trên đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (α) lấy điểm S sao cho $SA = R$. Hạ $AH \perp SB$ và $AK \perp SC$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích tứ diện $SAHK$.

A. $V_{\max} = \dfrac{R^3\sqrt{5}}{75}$. **B.** $V_{\max} = \dfrac{R^3\sqrt{5}}{25}$. **C.** $V_{\max} = \dfrac{R^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $V_{\max} = \dfrac{R^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = DC = 6$ và đôi một vuông góc với nhau. Điểm M thay đổi trong tam giác ABC. Các đường thẳng đi qua M song song DA, DB, DC theo thứ tự cắt các mặt phẳng $(DBC), (DCA), (DAB)$ lần lượt tại $A_1; B_1; C_1$. Tìm thể tích lớn nhất của khối tự diện $MA_1B_1C_1$ khi M thay đổi.

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{2}{3}$ **C.** 1 **D.** $\dfrac{4}{3}$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. M và N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh BC và DC sao cho $\widehat{MAN} = 45^0$. Tính tỉ số giữa giá trị lớn nhất với giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $-2 + 2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{1+\sqrt{2}}{6}$. **D.** $2\sqrt{2} - 1$.

Câu 43: Gọi V là thể tích nhỏ nhất của khối chóp tứ giác đều trong số các khối chóp tứ giác đều có khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau gồm một đường thẳng chứa một đường chéo của đáy và đường thẳng chứa một cạnh bên hình chóp bằng $\sqrt{3}$. Khi đó V bằng bao nhiêu?

A. $V = 3$. **B.** $V = 9$. **C.** $V = 9\sqrt{3}$. **D.** $V = 27$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Mặt phẳng (α) qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\dfrac{V_1}{V}$?

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

Câu 45: Cho tứ diện đều ABCD có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (DMN) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi S là diện tích toàn phần của tứ diện DAMN. Tìm giá trị nhỏ nhất của S?

A. $\dfrac{\sqrt{3}(4+\sqrt{2})}{9}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}+2}{4}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}(1+\sqrt{2})}{9}$.

Câu 46: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = a$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm D di động trên (Q) sao cho tam giác DBC nhọn và hai mặt phẳng (DAB) và (DAC) lần lượt hợp với mặt phẳng (ABC) hai góc phụ nhau. Thể tích lớn nhất của khối chóp $D.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.. **B.** $\dfrac{3a^3}{8}$.. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{10}$.. **D.** $\dfrac{3a^3}{13}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a; $SA = SB = SC = a$. Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 48: Cho tứ diện $OABC$ vuông tại O, gọi α,β,γ lần lượt là góc tạo bởi các mặt phẳng (OAB), (OBC), (OAC) với mặt phẳng (ABC). Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\tan^2\alpha+\tan^2\beta+\tan^2\gamma+\cot^2\alpha+\cot^2\beta+\cot^2\gamma$

A. 6. **B.** $\frac{15}{2}$ **C.** 10. **D.** $\frac{27}{2}$.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V. Điểm M di động trong tam giác ABC. Qua M kẻ các đường thẳng song song với DA, BD, DC lần lượt cắt các mặt $(DBC),(DCA),(DAB)$ tại A',B',C'. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{27}$. **B.** $\frac{V}{9}$. **C.** $\frac{V}{18}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân $(AD//BC)$, $BC=2a$, $AB=AD=DC=a,(a>0)$. Mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Biết SD vuông góc với AC.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm M thuộc đoạn thẳng OD (M khác O và D) và song song với đường thẳng SD và AC. Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) biết $MD=x$. Tìm x để diện tích thiết diện lớn nhất.

A. $x=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $x=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $x=\frac{a\sqrt{3}}{8}$. **D.** $x=a\sqrt{3}$.

Câu 51: Cho hình chóp tam giác $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a$. M là một điểm thuộc cạnh AB. Kẻ $SH\perp CM$ tại H. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $S.AHC$ là

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=2a, CD=2b$ và các cạnh còn lại đều có độ dài bằng 1. Giá trị lớn nhất của diện tích toàn phần tứ diện $ABCD$ là

A. $\frac{(ab)^3}{12}$. **B.** $\frac{(ab)^3}{6}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 53: Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD}=60^0, AB=2a$. Gọi H là trung điểm AB, trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại H lấy điểm S thay đổi khác H. Biết rằng góc giữa SC và (SAD) có số đo lớn nhất khi $SH=a.\sqrt[4]{\frac{m}{n}}$ (với m,n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Khi đó tổng $m+n$ bằng:

A. 7 **B.** 25 **C.** 23 **D.** 5

Câu 54: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành, AD=4a, các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) khi thể tích của chóp S.ABCD lớn nhất bằng:

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **B.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$ **C.** $\sqrt{\frac{2}{5}}$ **D.** $\sqrt{\frac{3}{5}}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích là V, $ABCD$ là hình bình hành có tâm O. Gọi I là trung điểm của SO, (P) là mặt phẳng qua I sao cho (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P, Q. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích của khối chóp $S.MNPQ$.

A. $\frac{V}{4}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{12}$. **D.** $\frac{V}{8}$.

Câu 56: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi S là diện tích hình chiếu của tứ diện lên các mặt phẳng khác nhau. Khi đó S lớn nhất bằng?

A. $S = a^2$. **B.** $S = \frac{a^2}{2}$. **C.** $S = \frac{a^2}{4}$. **D.** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và đường cao $SA = 2a$. $MNPQ$ là thiết diện song song với đáy, $M \in SA$ và $AM = x$. Xét hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MNPQ$ và đường sinh MA. Giá trị của x để thể tích khối trụ lớn nhất là

A. $x = \frac{a}{3}$. **B.** $x = \frac{2a}{3}$. **C.** $x = \frac{a}{2}$. **D.** $x = \frac{3a}{4}$.

Câu 58: Cho tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R và thỏa mãn điều kiện $AB = CD$, $BC = AD$, $AC = BD$. M là một điểm thay đổi trong không gian.
Đặt $P = MA + MB + MC + MD$, giá trị nhỏ nhất của P là:

A. $P_{\min} = 2R\sqrt{3}$. **B.** $P_{\min} = 4R$. **C.** $P_{\min} = 3R$. **D.** $P_{\min} = \frac{16R}{3}$.

Câu 59: AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng x, y chéo nhau, A thuộc x, B thuộc y. Đặt độ dài $AB = d$. M là điểm thay đổi thuộc x, N là điểm thay đổi thuộc y. Đặt $AM = m$, $BN = n$ $(m \ge 0, n \ge 0)$. Giả sử luôn có: $m^2 + n^2 = k > 0$, k không đổi. Với giá trị nào của m, n thì độ dài MN nhỏ nhất?

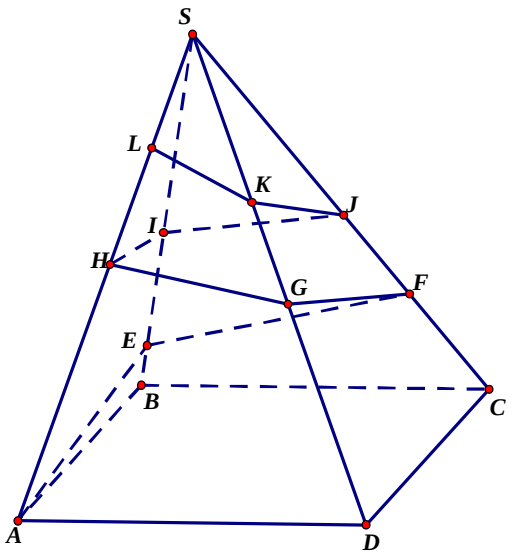
A. $m = n = \sqrt{k}$ **B.** $m = \sqrt{\frac{k}{2}}, n = \sqrt{k}$. **C.** $m = n = \sqrt{\frac{k}{2}}$. **D.** $m = \sqrt{k}, n = \sqrt{\frac{k}{2}}$.

Câu 60: Cho hình chóp có đáy là tam giác vuông cân tại B, BA=BC=2a, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm E của AB, SE=2a. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của EC, SC, điểm M di động trên tia đối của tia BA sao cho $\widehat{ECM} = \alpha$ $(\alpha < 90^0)$ và H là hình chiếu vuông góc của S trên MC. Khi thể tích của khối tứ diện EHIJ đạt giá trị lớn nhất. Thì thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện EHIJ là?

A. $V = \frac{11\pi a^3\sqrt{11}}{48}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3\sqrt{10}}{6}$. **C.** $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{10}}{16}$. **D.** $V = \frac{11\pi a^3\sqrt{11}}{24}$.

Câu 61: Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng $200\,\text{m}$, góc $\widehat{ASB} = 15°$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40\,\text{m}$ (tham khảo hình vẽ)

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hỏi khi đó cần dung ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí?

A. $40\sqrt{67}+40$ mét. **B.** $20\sqrt{111}+40$ mét. **C.** $40\sqrt{31}+40$ mét. **D.** $40\sqrt{111}+40$ mét.

Câu 62: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Một mặt phẳng (Q) thay đổi luôn song song với mặt (BCD) cắt các cạnh AB, AC, AD thứ tự tại M, N, P. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MNPG$ nhỏ nhất là:

A. $\frac{a}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}-1}{3}a$ **C.** $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{6}a$ **D.** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3}a$

Câu 63: Cho tứ diện $ABCD$ có $CA=CB=CD=a$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CB, AD. Gọi G là trung điểm của IJ. Một mặt phẳng (α) thay đổi đi qua G sao cho mặt phẳng (α) cắt các cạnh CA, CB, CD lần lượt tại các điểm K, E, F. Tìm theo a giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$\frac{1}{CK^2}+\frac{1}{CE^2}+\frac{1}{CF^2}.$$

A. $\frac{4}{a^2}$. **B.** $\frac{16}{3a^2}$. **C.** $\frac{16}{a^2}$. **D.** $\frac{4}{3a^2}$.

Câu 64: Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều.Thể tích của hình lăng trụ là V. Để diện tích toàn phần của hình lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ là:

A. $\sqrt[3]{4V}$. **B.** $\sqrt[3]{V}$. **C.** $\sqrt[3]{2V}$. **D.** $\sqrt[3]{6V}$.

Câu 65: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A, $SA\perp(ABC)$ và $SA=h$ không đổi; hai điểm B, C thay đổi sao cho $AB+AC=h$. Gọi I, J là các điểm lần lượt di động trên các cạnh SB và SC. Tính chu vi ngắn nhất của tam giác AIJ.

A. h. **B.** $h\sqrt{2}$. **C.** $h\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}h$.

Câu 66: Cho tứ diện $SABC$ và G là trọng tâm của tứ diện. Một mp (α) quay quanh AG, cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại M và N (M, N không trùng S). Gọi V là thể tích tứ diện $SABC$, V_1 là thể tích tứ diện $SAMN$ và gọi m, n lần lượt là GTLN và GTNN của $\frac{V_1}{V}$. Hãy tính $m+n$.

A. $m+n=1$. **B.** $m+n=\frac{17}{18}$. **C.** $m+n=\frac{18}{19}$. **D.** $m+n=\frac{19}{20}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 67: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ nhỏ nhất khi $\cos\alpha = \sqrt{\frac{a}{b}}$ với $a;b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P = 2018a - 2019b$.

A. $P = -2020$. **B.** $P = -2022$. **C.** $P = -4039$. **D.** $P = -8077$.

Câu 68: Gọi V là thể tích của khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng b. Tìm giá trị lớn nhất của V?

A. $\frac{4b^3}{9\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{b^3}{3\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{b^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{2b^3\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang cân $(AD//BC)$ và $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a(a > 0)$. Mặt bên SBC là tam giác đều. Biết SD vuông góc với AC. Mặt phẳng (α) qua điểm M thuộc đoạn BD (M khác B, D) và song song với hai đường thẳng SD và AC. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) có diện tích lớn nhất là.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** a^2.

Câu 70: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Câu 71: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh bên bằng 1, các mặt bên là các tam giác có góc ở đỉnh S bằng 45^0. Cho A' là trung điểm SA, C' thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SC}{SC'} = \frac{3}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua A', C' cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại B', D'. Số nào gần với giá trị nhỏ nhất của chu vi tứ giác A'B'C'D' .

A. 1.79 **B.** 3.3 **C.** 2.05 **D.** 1.3

Câu 72: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có mặt bên SAB là tam giác đều cạnh bằng a nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đáy là hình thang vuông tại A và B, và $AD + BC = 2b$, với a, b là các số dương cho trước không đổi, C, D là 2 điểm thay đổi. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của diện tích toàn phần của hình chóp $S.ABCD$ (diện tích toàn phần bằng tổng diện tích tất cả các mặt của hình chóp). Khi đó giá trị $\frac{4m}{a}$ có dạng: $\sqrt{x}.a + y.b + \sqrt{z.a^2 + t.b^2}$, với x, y, z, t là các số nguyên dương. Tính tổng $x + y + z + t$

A. 16. **B.** 18. **C.** 14 **D.** 13.

Câu 73: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$. Đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh B, $SB = a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SCB) và (ABC). Xác định giá trị của $\sin\alpha$ để thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất.

A. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sin\alpha = 1$. **D.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 74: Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M, N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC và BD sao cho $2\dfrac{BC}{BM}+3\dfrac{BD}{BN}=10$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABMN$ và $ABCD$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{5}{8}$. **C.** $\dfrac{2}{7}$. **D.** $\dfrac{6}{25}$.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, các tam giác SBC và SCD đều là các tam giác vuông cân đỉnh S. Tìm thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 76: Cho tam giác ABC đều cạnh a. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A (M khác A). Gọi H, O lần lượt là trực tâm tam giác MBC và ABC. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $OHBC$ bằng:

A. $\dfrac{a^3}{121}$. **B.** $\dfrac{a^3}{144}$. **C.** $\dfrac{a^3}{145}$. **D.** $\dfrac{a^3}{112}$.

Câu 77: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn $BC=2a$, $AD=a$, $AB=b$. Mặt bên (SAD) là tam giác đều. Mặt phẳng (α) qua điểm M trên cạnh AB và song song với các cạnh SA, BC. (α) cắt CD, SC, SB lần lượt tại N, P, Q. Đặt $x=AM$ $(0<x<b)$. Giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 78: Cho ba nửa đường thẳng Dx, Dy, Dz đôi một vuông góc. Trên Dx, Dy, Dz lần lượt lấy ba điểm A, B, C sao cho $A, B, C \neq D$ và $S_{\Delta ABC}=s$ ($s>0$, s không đổi). Giá trị lớn nhất của diện tích toàn phần của tứ diện $ABCD$ là

A. $\sqrt{3}.s$. **B.** $3s$. **C.** $\left(\sqrt{3}+1\right).s$. **D.** $2\sqrt{3}.s$.

Câu 79: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh C và $SA\perp(ABC), SC=a$. Tìm số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SCB) và (ABC) để thể tích khối chóp S.ABC lớn nhất..

A. $\arccos\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\arccos\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ **C.** $\arctan\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ **D.** $arc\cot\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

Câu 80: Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh $AB=2a$, D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BD=2AD$. Gọi I là trung điểm của SD. Một đường thẳng d thay đổi đi qua điểm I cắt các cạnh SA, SB tại M, N. Khi đường thẳng d thay đổi thì thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.CMN$ bằng $\left(\dfrac{m}{n}\right)^3\dfrac{a^3}{\sqrt{m}}$, với $(m,n)=1, m,n\in\mathbb{N}$. Tính $m+n$

A. $m+n=4$. **B.** $m+n=6$. **C.** $m+n=7$. **D.** $m+n=5$.

Câu 81: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có diện tích tam giác SAC bằng $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Tìm giá trị lớn nhất của khoảng cách từ A đến (SBC).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 82: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành, $AD = 4a(a > 0)$, các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD lớn nhất thì cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ **B.** $\frac{2}{\sqrt{10}}$ **C.** $\frac{1}{2\sqrt{10}}$ **D.** $\frac{2}{3\sqrt{10}}$.

Câu 83: Cho tam giác OAB đều cạnh a. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM = x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và d. Thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 84: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng cạnh bên và bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (SMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đặt $AM = x, AN = y(0 \le x; y \le 1)$. Gọi M, m là các giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác SMN. Tổng $F = M + m$ là:

A. $\frac{4\sqrt{6}+9\sqrt{2}}{36}$. **B.** $\frac{4\sqrt{6}+9\sqrt{2}}{18}$. **C.** $\frac{4\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{18}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 85: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB.AC.AD = 3a^2$, O là một điểm bất kỳ thuộc miền trong của tam giác BCD. Từ O kẻ các đường thẳng lần lượt song song với AB, AC, AD cắt các mặt phẳng $(ACD), (ABD), (ABC)$ lần lượt tại M, N, P. Giá trị lớn nhất của tích $OM.ON.OP$

A. $\frac{3a^3}{8}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{9}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 86: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Mặt phẳng (α) qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Câu 87: Gọi v là thể tích nhỏ nhất của khối chóp tứ giác đều trong số các khối chóp tứ giác đều có khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau gồm một đường thẳng chứa một đường chéo của đáy và đường thẳng chứa một cạnh bên hình chóp bằng $\sqrt{3}$.Khi đó v bằng bao nhiêu?

A. $V = 3$. **B.** $V = 9$. **C.** $V = 9\sqrt{3}$. **D.** $V = 27$.

Câu 88: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành, AD=4a (a>0), các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$. Khi thể tích của khối chóp S.ABCD đạt giá trị lớn nhất thì cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là

A. $-\frac{2}{\sqrt{10}}$ **B.** $\frac{2}{\sqrt{10}}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $-\frac{1}{5}$

Câu 89: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Hai điểm M, N di động trên các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (DMN) vuông góc với mặt phẳng (ABC).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi S_1 là diện tích lớn nhất của tam giác AMN. S_2 là diện tích nhỏ nhất của tam giác AMN. Tính $T=\frac{S_1}{S_2}$.

A. $T=\frac{11}{9}$. **B.** $T=\frac{9}{8}$. **C.** $T=\frac{8}{7}$. **D.** $T=\frac{9}{7}$.

Câu 90: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. M và N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh BC và DC sao cho $\widehat{MAN}=45^0$. Tìm theo a giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 91: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích là V, $ABCD$ là hình bình hành có tâm O. Gọi I là trung điểm của SO, (P) là mặt phẳng qua I sao cho (P) cắt các cạnh SA,SB,SC,SD lần lượt tại các điểm M,N,P,Q. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích của khối chóp $S.MNPQ$.

A. $\frac{V}{4}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{12}$. **D.** $\frac{V}{8}$.

Câu 92: Cho $OABC$ là tứ diện vuông có $OA=a,OB=b,OC=c$ và chiều cao $OH=h$. Tìm giá trị lớn nhất của $\frac{h}{a+b+c}$.

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 93: Cho $OABC$ là tứ diện vuông có $OA=a,OB=b,OC=c$ và chiều cao $OH=h$, $S_{\Delta OAB}=S_1,S_{\Delta OBC}=S_2,S_{\Delta OCA}=S_3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{S_1+S_2+S_3}{h^2}$.

A. 9. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Câu 94: Cho tứ diện $S\,ABC$ và M là một điểm di động, nằm bên trong tam giác ΔABC. Qua M kẻ các đường thẳng song song với SA, SB, SC cắt các mặt phẳng tương ứng (SBC), (SAC), (SAB) lần lượt tại A', B', C'. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $T=\frac{MA'}{SA}+\frac{MB'}{SB}+\frac{MC'}{SC}+\frac{MA'}{SA}.\frac{MB'}{SB}.\frac{MC'}{SC}$ là

A. $\frac{9}{8}$. **B.** $\frac{28}{27}$. **C.** $\frac{62}{27}$. **D.** $\frac{13}{8}$.

Câu 95: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại A lấy điểm S (S không trùng với A) và trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $SA^2+AM^2=a^2$. Tính giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối chóp $S.ABCM$ khi S và M thay đổi.

A. $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V_0=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 96: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD=2a$; $SD=a\sqrt{3}$, góc giữa SD và AC là φ với $\sin\varphi=\frac{2}{3}$. Gọi M là điểm thay đổi trên CD, gọi (α)

là mặt phẳng đi qua M, song song với AC và SD. Xác định và tính diện tích thiết diện khi (α) cắt hình chóp $S.ABCD$. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của diện tích thiết diện đó.

A. $S_{\max}=\dfrac{3a^2}{5}$. **B.** $S_{\max}=\dfrac{2a^2\sqrt{3}}{5}$. **C.** $S_{\max}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{5}$. **D.** $S_{\max}=\dfrac{4a^2}{5}$.

Câu 97: Cho tứ diện đều có cạnh bằng a. M là một điểm thuộc miền trong của khối tứ diện tương ứng. Tính giá trị lớn nhất của tích các khoảng cách từ điểm M đến bốn mặt của tứ diện đã cho.

A. $\dfrac{a^4}{521}$. **B.** $\dfrac{a^4}{576}$. **C.** $\dfrac{a^4\sqrt{6}}{81}$. **D.** $\dfrac{a^4\sqrt{6}}{324}$.

Câu 98: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$ $\left(0<a<\sqrt{2}\right)$, các cạnh còn lại của hình chóp đều bằng 1. Khi $V_{S.ABC}$ đạt giá trị lớn nhất thì giá trị biểu thức $P=4a^4+a^2-2$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{15}{2};8\right)$. **B.** $\left(\dfrac{33}{4};\dfrac{35}{4}\right)$. **C.** $\left(9;\dfrac{37}{4}\right)$. **D.** $\left(8;\dfrac{33}{4}\right)$.

Câu 99: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=BD=CD=1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 100: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và có $SA=SB=SC=1$. Tính thể thích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{1}{6}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{1}{12}$ **D.** $V_{\max}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 101: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi S là diện tích hình chiếu của tứ diện lên các mặt phẳng khác nhau. Khi đó S lớn nhất bằng?

A. $S=a^2$. **B.** $S=\dfrac{a^2}{2}$. **C.** $S=\dfrac{a^2}{4}$. **D.** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 102: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng a và thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của $\cos\alpha$ bằng:

A. $\cos\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 103: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a, góc hợp bởi đường cao SH của hình chóp và mặt bên bằng α. Tìm α để thể tích $S.ABCD$ là lớn nhất.

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 75^0

Câu 104: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S lên đường thẳng BM. Khi điểm M di động trên cạnh CD, thể tích khối chóp $S.ABH$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 105: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a, mặt bên tạo với đáy một góc bằng φ. Biết rằng khi $\varphi=\varphi_0$ thì thể tích của khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Chọn khẳng định đúng.

A. $\varphi_0\in\left(40^0;55^0\right)$. **B.** $\varphi_0\in\left(0^0;39^0\right)$. **C.** $\varphi_0\in\left(58^0;79^0\right)$. **D.** $\varphi_0\in\left(72^0;90^0\right)$.

Câu 106: Cho hình tứ diện $SABC$ có độ dài các cạnh $SA=BC=x$, $SB=AC=y$, $SC=AB=z$ thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=27$. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $SABC$.

A. $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Câu 107: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, $SA=2$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Tính tổng $T=\dfrac{1}{AN^2}+\dfrac{1}{AM^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $T=2$. **B.** $T=\dfrac{5}{4}$. **C.** $T=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$. **D.** $T=\dfrac{13}{9}$.

Câu 108: Cho tam giác ABC đều cạnh a ,trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy điểm M bất kỳ khác A . Gọi H là trực tâm tam giác MBC , biết rằng đường thẳng (Δ) vuông góc với mặt phẳng MBC tại H luôn cắt đường thẳng d tại N .Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích toàn phần tứ diện $MNBC$

A. $\dfrac{a^2(2\sqrt{2}+\sqrt{5})}{2}$. **B.** . $\dfrac{a^2(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{2}$ **C.** $\dfrac{a^2(2+\sqrt{5})}{2}$. **D.** $\dfrac{a^2(5+\sqrt{2})}{2}$.

Câu 109: Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA=BC=x$, $SB=AC=y$, $SC=AB=z$ thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=12$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=1$, $SB=2$, $SC=3$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của SG cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại M, N, P. Tính giá trị nhỏ nhất $T_{\min}$ của biểu thức $T=\dfrac{1}{SM^2}+\dfrac{1}{SN^2}+\dfrac{1}{SP^2}$.

A. $T_{\min}=\dfrac{2}{7}$. **B.** $T_{\min}=\dfrac{3}{7}$. **C.** $T_{\min}=\dfrac{18}{7}$. **D.** $T_{\min}=6$.

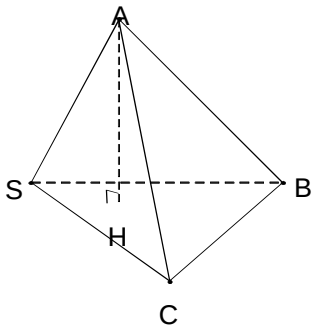
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: CỰC TRỊ KHỐI CHÓP

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=a\sqrt{2}$, $SC=a\sqrt{3}$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=a^3\sqrt{6}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải



Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng $(SBC)\Rightarrow AH\perp(SBC)$.

Ta có $AH\le AS$.

Dấu "=" xảy ra khi $AS\perp(SBC)$.

- $S_{\Delta SBC}=\dfrac{1}{2}SB.SC.\sin\widehat{BSC}\le\dfrac{1}{2}SB.SC$.

Dấu "=" xảy ra khi $SB\perp SC$.

Khi đó $V=\dfrac{1}{3}S_{\Delta SBC}.AH\le\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}SB\cdot SC\right)AS=\dfrac{1}{6}SA.SB.SC.$

Dấu "=" xảy ra khi $SA,\ SB,\ SC$ đôi một vuông góc với nhau.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp là $V_{\max}=\dfrac{1}{6}SA.SB.SC=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Chọn D

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đường chéo $AC'=\sqrt{18}$. Gọi S là diện tích toàn phần của hình hộp đã cho. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S.

A. $S_{\max}=36\sqrt{3}$. **B.** $S_{\max}=18\sqrt{3}$. **C.** $S_{\max}=18$. **D.** $S_{\max}=36$.

Hướng dẫn giải

Gọi $a,\ b,\ c$ là ba kích thước của hình hộp chữ nhật. Khi đó $S_{tp}=2(ab+bc+ca)$.

Theo giả thiết ta có $a^2+b^2+c^2=AC'^2=18$.

Từ bất đẳng thức $a^2+b^2+c^2\ge ab+bc+ca$, suy ra $S_{tp}=2(ab+bc+ca)\le 2.18=36$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c=\sqrt{6}$.

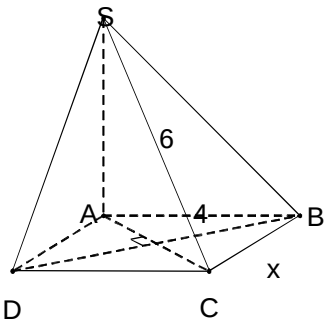
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SC=6$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\frac{40}{3}$. **B.** $V_{\max}=\frac{80}{3}$. **C.** $V_{\max}=\frac{20}{3}$. **D.** $V_{\max}=24$.

Hướng dẫn giải



Đặt cạnh $BC=x>0$. Tam giác vuông ABC, có $AC^2=16+x^2$.

Tam giác vuông SAC, có $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=\sqrt{20-x^2}$.

Diện tích hình chữ nhật $S_{ABCD}=AB.BC=4x$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{4}{3}x\sqrt{20-x^2}$.

Áp dụng BĐT Côsi, ta có $x.\sqrt{20-x^2}\le\frac{x^2+\left(\sqrt{20-x^2}\right)^2}{2}=10$. Suy ra $V_{S.ABCD}\le\frac{4}{3}.10=\frac{40}{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\sqrt{20-x^2}\Leftrightarrow x=\sqrt{10}$. Vậy $V_{\max}=\frac{40}{3}$.

Cách 2. Xét hàm số $f(x)=\frac{4}{3}x\sqrt{20-x^2}$ trên $\left(0;2\sqrt{5}\right)$.

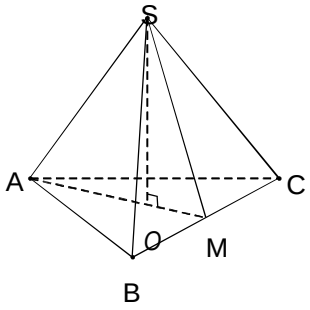
Chọn A

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và có $SA=SB=SC=1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\frac{1}{6}$. **B.** $V_{\max}=\frac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V_{\max}=\frac{\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V_{\max}=\frac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC. Vì $S.ABC$ là hình chóp đều $\Rightarrow SO\perp(ABC)$.

Đặt $AB=x>0$. Diện tích tam giác đều $S_{\Delta ABC}=\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi M là trung điểm $BC\Rightarrow AM=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}\Rightarrow OA=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{x\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác vuông SOA, có $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{1-\dfrac{x^2}{3}}$.

Khi đó $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SO=\dfrac{1}{3}.\dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{\sqrt{3-x^2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{1}{12}.x^2\sqrt{3-x^2}$

Xét hàm $f(x)=\dfrac{1}{12}.x^2\sqrt{3-x^2}$ trên $(0;\sqrt{3})$, ta được $\max\limits_{(0;\sqrt{3})}f(x)=f(\sqrt{2})=\dfrac{1}{6}$.

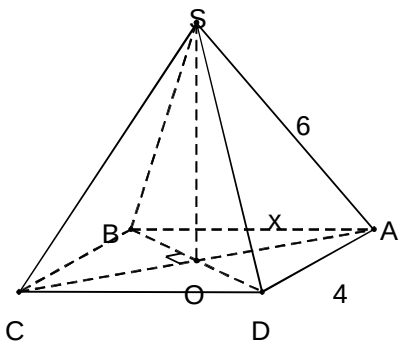
Cách 2. Ta có $x^2\sqrt{3-x^2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^2.x^2.(6-2x^2)}\le\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\dfrac{x^2+x^2+6-2x^2}{3}\right)^3}=2.$

Chọn A

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Tìm thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{130}{3}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{128}{3}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{125}{3}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{250}{3}$.

Hướng dẫn giải



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $SA = SB = SC = SD$ suy ra hình chiếu của S trên mặt đáy trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Đặt $AB = x > 0$. Tam giác vuông ABC, có

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{x^2 + 16}$.

Tam giác vuông SOA, có $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{SA^2 - \frac{AC^2}{4}} = \frac{\sqrt{128 - x^2}}{2}$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.4x.\frac{\sqrt{128 - x^2}}{2} = \frac{1}{3}.\left(2x\sqrt{128 - x^2}\right) \le \frac{1}{3}.\left(x^2 + 128 - x^2\right) = \frac{128}{3}$.

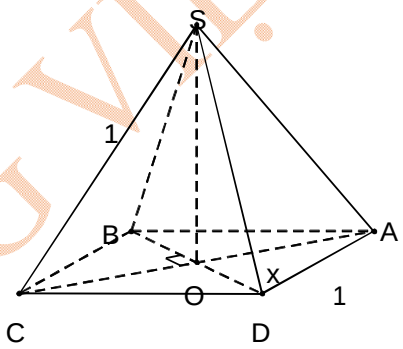
Dấu "=" xảy ra $x = \sqrt{128 - x^2} \Leftrightarrow x = 8$. Suy ra $V_{S.ABCD} \le \frac{128}{3}$.

Chọn B

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, cạnh bằng 1; SO vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SC = 1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{27}$. **D.** $V_{\max} = \frac{4\sqrt{3}}{27}$.

Hướng dẫn giải



Đặt $OA = OC = x$.

Tam giác vuông AOD, có $OD = \sqrt{AD^2 - OA^2} = \sqrt{1 - x^2}$. Suy ra $BD = 2\sqrt{1 - x^2}$.

Diện tích hình thoi $S_{ABCD} = OA.BD = 2x\sqrt{1 - x^2}$.

Tam giác vuông SOC, có $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{1 - x^2}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.2x\sqrt{1 - x^2}.\sqrt{1 - x^2} = \frac{2}{3}x\left(1 - x^2\right)$.

Xét hàm $f(x) = x\left(1 - x^2\right)$ trên $(0;1)$, ta được $\max\limits_{(0;1)} f(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2}{3\sqrt{3}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra $V_{\max}=\frac{4\sqrt{3}}{27}$.

Cách 2. Áp dụng BDT Côsi, ta có

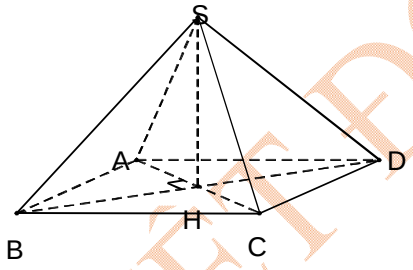
$$\frac{2x\left(1-x^2\right)}{3}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{2x^2\left(1-x^2\right)\left(1-x^2\right)}}{3}\le\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\left(\frac{2x^2+1-x^2+1-x^2}{3}\right)^3}=\frac{4\sqrt{3}}{27}.$$

Chọn D

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành với $AD=4a$. Các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\frac{8a^3}{3}$. **B.** $V_{\max}=\frac{4\sqrt{6}}{3}a^3$. **C.** $V_{\max}=8a^3$. **D.** $V_{\max}=4\sqrt{6}\,a^3$.

Hướng dẫn giải



Do $SA=SB=SC=SD=a\sqrt{6}$ nên hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đáy, do đó tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi $H=AC\cap BD$, suy ra $SH\perp(ABCD)$.

Đặt $AB=x>0$. Ta có $AC=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{x^2+16a^2}$.

Tam giác vuông SHA, có $SH=\sqrt{SA^2-\frac{AC^2}{4}}=\frac{\sqrt{8a^2-x^2}}{2}$.

Khi đó $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}AB.AD.SH$

$$=\frac{1}{3}.x.4a.\frac{\sqrt{8a^2-x^2}}{2}=\frac{a}{3}\left(2x\sqrt{8a^2-x^2}\right)\le\frac{a}{3}\left(x^2+8a^2-x^2\right)=\frac{8a^3}{3}.$$

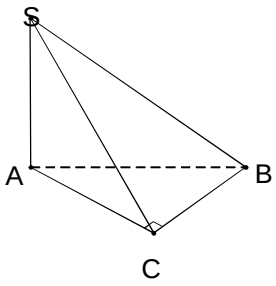
Chọn A

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $AB=2$. Cạnh bên $SA=1$ và vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\frac{1}{3}$. **B.** $V_{\max}=\frac{1}{4}$. **C.** $V_{\max}=\frac{1}{12}$. **D.** $V_{\max}=\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt $AC = x > 0$. Suy ra $CB = \sqrt{AB^2 - CA^2} = \sqrt{4 - x^2}$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC.CB = \frac{x\sqrt{4-x^2}}{2}$.

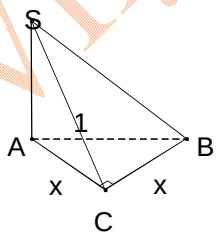
Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{6}\left(x\sqrt{4-x^2}\right) \le \frac{1}{6}\left(\frac{x^2+4-x^2}{2}\right) = \frac{1}{3}$.

Chọn A

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại C, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Biết $SC = 1$, tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V_{\max} = \frac{2\sqrt{3}}{27}$. **D.** $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{27}$.

Hướng dẫn giải



Giả sử $CA = CB = x > 0$. Suy ra $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{1 - x^2}$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} CA.CB = \frac{1}{2} x^2$.

Khi đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{6} x^2\sqrt{1-x^2}$.

Xét hàm $f(x) = \frac{1}{6} x^2\sqrt{1-x^2}$ trên $(0;1)$, ta được $\max\limits_{(0;1)} f(x) = f\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{27}$.

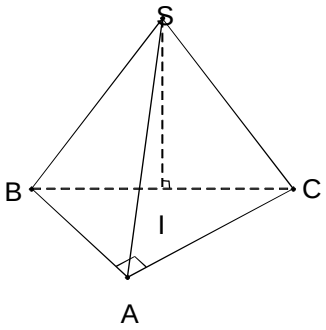
Cách 2. Ta có $x^2\sqrt{1-x^2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{x^2.x^2.\left(2-2x^2\right)} \le \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\frac{x^2+x^2+2-2x^2}{3}\right)^3} = \frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Chọn D

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB=1$. Các cạnh bên $SA=SB=SC=2$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\frac{5}{8}$. **B.** $V_{\max}=\frac{5}{4}$. **C.** $V_{\max}=\frac{2}{3}$. **D.** $V_{\max}=\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải



Gọi I là trung điểm của BC. Suy ra $IA=IB=IC\Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Theo giả thiết, ta có $SA=SB=SC$ suy ra I là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow SI\perp(ABC)$.

Đặt $AC=x>0$. Suy ra $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{x^2+1}$.

Tam giác vuông SBI, có $SI=\sqrt{SB^2-BI^2}=\frac{\sqrt{15-x^2}}{2}$.

Diện tích tam giác vuông $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{x}{2}$.

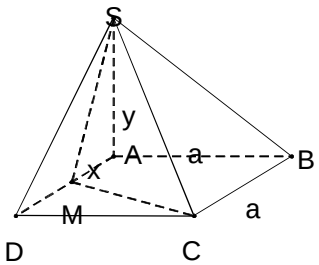
Khi đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SI=\frac{1}{3}.\frac{x}{2}.\frac{\sqrt{15-x^2}}{2}=\frac{1}{12}\left(x\sqrt{15-x^2}\right)\le\frac{1}{12}.\frac{x^2+15-x^2}{2}=\frac{5}{8}$.

Chọn A

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=y$ $(y>0)$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Trên cạnh AD lấy điểm M và đặt $AM=x$ $(0<x<a)$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.ABCM$, biết $x^2+y^2=a^2$.

A. $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$

Hướng dẫn giải



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Từ $x^2+y^2=a^2 \Rightarrow y=\sqrt{a^2-x^2}$.

Diện tích mặt đáy $S_{ABCM}=\left(\frac{BC+AM}{2}\right).AB=\left(\frac{a+x}{2}\right)a.$

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCM}=\frac{1}{3}S_{ABCM}.SA=\frac{1}{3}.\left(\frac{a+x}{2}.a\right)\sqrt{a^2-x^2}=\frac{a}{6}(a+x)\sqrt{a^2-x^2}.$

Xét hàm $f(x)=(a+x)\sqrt{a^2-x^2}$ trên $(0;a)$, ta được $\max\limits_{(0;a)} f(x)=f\left(\frac{a}{2}\right)=\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}$.

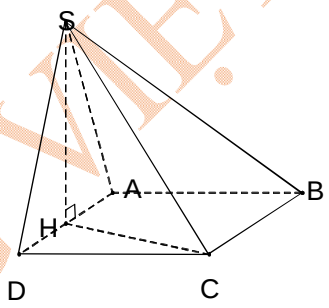
Suy ra $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Chọn B

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=4$, $SC=6$ và mặt bên (SAD) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\frac{40}{3}$. **B.** $V_{\max}=40$. **C.** $V_{\max}=80$. **D.** $V_{\max}=\frac{80}{3}$.

Hướng dẫn giải



Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp AD$. Mà $(SAD)\perp(ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Giả sử $AD=x>0$. Suy ra $HC=\sqrt{HD^2+CD^2}=\sqrt{\frac{x^2}{4}+16}$.

Tam giác vuông SHC, có $SH=\sqrt{SC^2-HC^2}=\sqrt{20-\frac{x^2}{4}}$.

Khi đó $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{1}{3}AB.AD.SH$

$=\frac{1}{3}.4.x\sqrt{20-\frac{x^2}{4}}=\frac{1}{3}\left(2x\sqrt{80-x^2}\right)\le\frac{1}{3}\left(x^2+80-x^2\right)=\frac{80}{3}$.

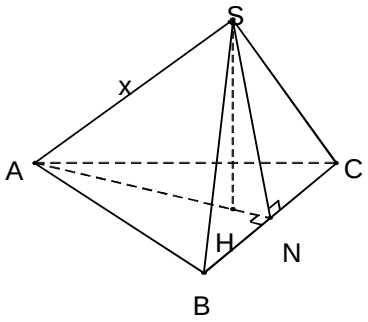
Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$ $\left(0<x<\sqrt{3}\right)$, tất cả các cạnh còn lại đều bằng 1. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\frac{1}{4}$. **B.** $V_{\max}=\frac{1}{8}$. **C.** $V_{\max}=\frac{1}{12}$. **D.** $V_{\max}=\frac{1}{16}$.

Hướng dẫn giải



Ta có tam giác ABC và SBC là những tam giác đều cạnh bằng 1.

Gọi N là trung điểm BC. Trong tam giác SAN, kẻ $SH\perp AN$. (1)

Ta có

- SN là đường cao của tam giác đều $SBC\Rightarrow SN=\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- $\begin{cases}BC\perp AN\\BC\perp SN\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAN)\Rightarrow BC\perp SH$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $SH\perp(ABC)$. Diện tích tam giác đều ABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Khi đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH\le\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SN=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{8}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow H\equiv N$.

Chọn B

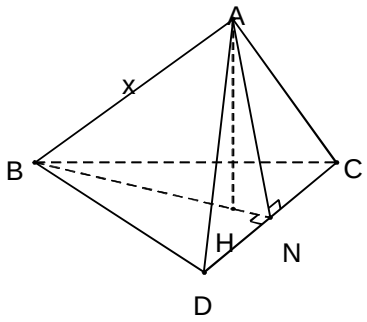
Câu 14: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=3\sqrt{2}$. **B.** $x=\sqrt{6}$. **C.** $x=2\sqrt{3}$. **D.** $x=\sqrt{14}$.

Hướng dẫn giải

Hình vẽ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Cách làm tương tự như bài trên.

Tam giác BCD đều cạnh bằng $2\sqrt{3} \to BN = 3.$

V_{ABCD} lớn nhất $H \Leftrightarrow N$. Khi đó ANB vuông.

Trong tam giác vuông cân ANB, có $AB = BN\sqrt{2} = 3.\sqrt{2}.$

Chọn A

Câu 15: Trên ba tia Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi, lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $OA = a, OB = b, OC = c.$ Giả sử A cố định còn B, C thay đổi nhưng luôn luôn thỏa $OA = OB + OC.$ Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối tứ diện $OABC.$

A. $V_{\max} = \frac{a^3}{6}.$ **B.** $V_{\max} = \frac{a^3}{8}.$ **C.** $V_{\max} = \frac{a^3}{24}.$ **D.** $V_{\max} = \frac{a^3}{32}.$

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết ta có $a = b + c.$

Do OA, OB, OC vuông góc từng đôi nên $V_{OABC} = \frac{1}{6}abc = \frac{1}{6}a.(bc) \le \frac{1}{6}a.\left(\frac{b+c}{2}\right)^2 = \frac{a^3}{24}.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow b = c = \frac{a}{2}.$

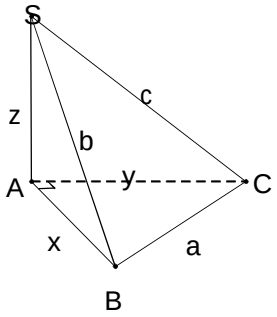
Chọn C

Câu 16: Cho tứ diện $SABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau, độ dài các cạnh $BC = a, SB = b, SC = c$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ khối tứ diện đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{4}.$ **B.** $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{8}.$ **C.** $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{12}.$ **D.** $V_{\max} = \frac{abc\sqrt{2}}{24}.$

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt $AB=x,\ AC=y,\ AS=z.$ Ta có $\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ x^2+z^2=b^2 \\ y^2+z^2=c^2 \end{cases}.$

Khi đó $V=\dfrac{xyz}{6}\Rightarrow V^2=\dfrac{(2xy)(2yz)(2zx)}{288}$

$\le\dfrac{\left(x^2+y^2\right)\left(y^2+z^2\right)\left(z^2+x^2\right)}{288}=\dfrac{a^2b^2c^2}{288}\Rightarrow V\le\dfrac{abc\sqrt{2}}{24}.$

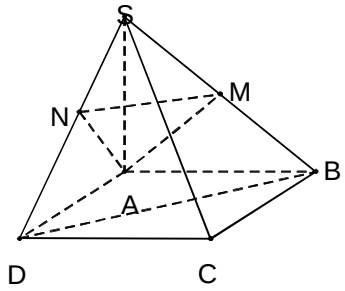
Dấu "=" xảy ra khi $x=y=z\Rightarrow a=b=c.$

Chọn D

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình vuông cạnh $a,$ cạnh bên $SA=a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD).$ Trên $SB,\ SD$ lần lượt lấy hai điểm $M,\ N$ sao cho $\dfrac{SM}{SB}=m>0,\ \dfrac{SN}{SD}=n>0.$ Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AMN$ biết $2m^2+3n^2=1.$

A. $V_{\max}=\dfrac{a^3}{6}.$ **B.** $V_{\max}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{72}.$ **C.** $ABCD$ **D.** $V_{\max}=\dfrac{a^3}{48}.$

Hướng dẫn giải



Thể tích khối chóp $S.ABD$ là $V_{S.ABD}=\dfrac{a^3}{6}.$

Ta có $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SD}=mn\Rightarrow V_{S.AMN}=mn.V_{S.ABD}=\dfrac{mna^3}{6}.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mặt khác $mn=\dfrac{\sqrt{2}.m.\sqrt{3}.n}{\sqrt{6}}\le\dfrac{2m^2+3n^2}{2\sqrt{6}}=\dfrac{1}{2\sqrt{6}}$.

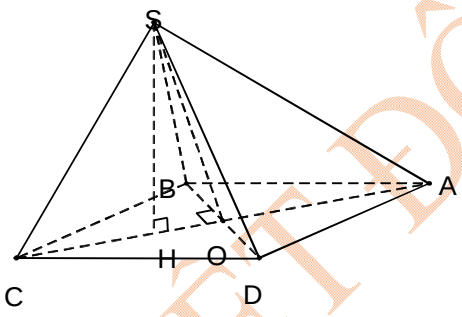
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{2}m=\sqrt{3}n\\2m^2+3n^2=1\end{cases}\Rightarrow m=\dfrac{1}{2};n=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. Suy ra $V_{S.AMN}\le\dfrac{a^3\sqrt{6}}{72}$.

Chọn B

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=x\left(0<x<\sqrt{3}\right)$, tất cả các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 1. Với giá trị nào của x thì thể tích khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất?

A. $x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải



Gọi O là tâm của hình thoi $ABCD\Rightarrow OA=OC.\ (1)$

Theo bài ra, ta có $\Delta SBD=\Delta CBD\Rightarrow OS=OC.\ (2)$

Từ (1) và (2), ta có $OS=OA=OC=\dfrac{1}{2}AC\Rightarrow\Delta SAC$ vuông tại $S\Rightarrow AC=\sqrt{x^2+1}$.

Suy ra $OA=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2}$ và $OB=\sqrt{AB^2-OA^2}=\dfrac{\sqrt{3-x^2}}{2}$.

Diện tích hình thoi $S_{ABCD}=2.OA.OB=\dfrac{\sqrt{\left(x^2+1\right)\left(3-x^2\right)}}{2}$.

Ta có $SB=SC=SD=1$, suy ra hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt đáy là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $BCD\longrightarrow H\in AC$.

Trong tam giác vuông SAC, ta có $SH=\dfrac{SA.SC}{\sqrt{SA^2+SC^2}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

Khi đó $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\dfrac{\sqrt{\left(x^2+1\right)\left(3-x^2\right)}}{2}.\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{1}{6}x\sqrt{3-x^2}\le\dfrac{1}{6}.\left(\dfrac{x^2+3-x^2}{2}\right)=\dfrac{1}{4}$.

Suy ra $V_{S.ABCD}\le\dfrac{1}{4}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\sqrt{3-x^2}\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

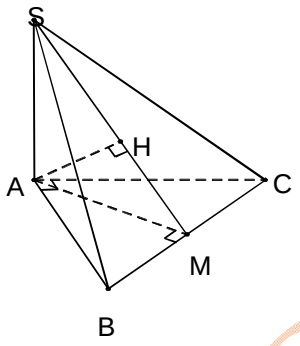
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 3. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC), tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $\cos\alpha=\frac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải



Gọi M là trung điểm của BC, kẻ $AH\perp SM$ $(H\in SM)$. (1)

Tam giác ABC cân suy ra $BC\perp AM$. Mà $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$.

Suy ra $BC\perp(SAM)\Rightarrow AH\perp BC$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $AH\perp(SBC)$ nên $d\left[A,(SBC)\right]=AH=3$.

Tam giác vuông AMH, có $AM=\frac{3}{\sin\alpha}$.

Tam giác vuông SAM, có $SA=AM.\tan\alpha=\frac{3}{\cos\alpha}$.

Tam giác vuông cân ABC, $BC=2AM$.

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BC.AM=AM^2=\frac{9}{\sin^2\alpha}=\frac{9}{1-\cos^2\alpha}$.

Khi đó $V=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{9}{(1-\cos^2\alpha).\cos\alpha}$.

Xét hàm $f(x)=(1-\cos^2 x).\cos x$, ta được $f(x)\le\frac{2}{3\sqrt{3}}$. Suy ra $V\ge\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn B

Cách 2. Đặt $AB=AC=x;\ SA=y$. Khi đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}x^2y$.

Vì AB, AC, AS đôi một vuông góc nên $\frac{1}{9}=\frac{1}{d^2\left[A,(SBC)\right]}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{x^4y^2}}$.

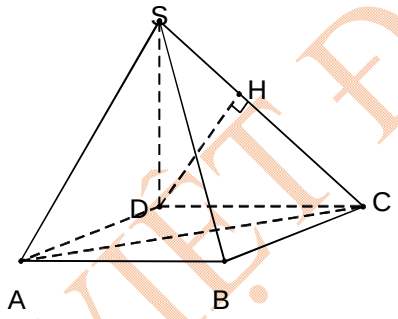
Suy ra $x^2y\ge 81\sqrt{3}\Rightarrow V_{SABC}=\frac{1}{6}x^2y\ge\frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=y=3\sqrt{3}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^0$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $AB=\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **B.** $AB=a\sqrt{3}$. **C.** $AB=2a$. **D.** $AB=3a\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải



Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình vuông.

Ta có $\begin{cases}AB\perp AD\\ \widehat{SAB}=90^0\rightarrow AB\perp SA\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SAD)\Rightarrow AB\perp SD$.

Tương tự, ta cũng có $BC\perp SD$. Từ đó suy ra $SD\perp(ABDC)$.

Kẻ $DH\perp SC\ (H\in SC)\longrightarrow DH\perp(SBC)$.

Khi đó $d\left[A,(SBC)\right]=d\left[D,(SBC)\right]=DH$.

Đặt $AB=x>0$. Trong tam giác vuông SDC, có

$\frac{1}{DH^2}=\frac{1}{SD^2}+\frac{1}{DC^2}\Leftrightarrow\frac{1}{\left(a\sqrt{2}\right)^2}=\frac{1}{SD^2}+\frac{1}{x^2}$. Suy ra $SD=\frac{ax\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-2a^2}}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{6}.\frac{ax^3\sqrt{2}}{\sqrt{x^2-2a^2}}=\frac{a\sqrt{2}}{6}.\frac{x^3}{\sqrt{x^2-2a^2}}$.

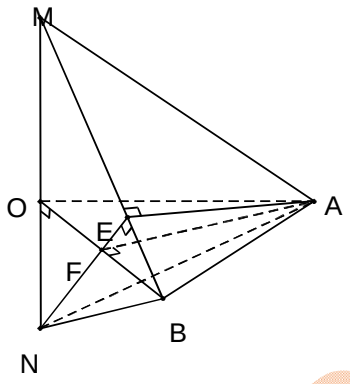
Xét hàm $f(x)=\frac{x^3}{\sqrt{x^2-2a^2}}$ trên $\left(a\sqrt{2};+\infty\right)$, ta được $\min\limits_{\left(a\sqrt{2};+\infty\right)}f(x)=f\left(a\sqrt{3}\right)=3\sqrt{3}a^2$.

Chọn B

Câu 21: Cho tam giác OAB đều cạnh a. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM = x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và d. Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $x = a\sqrt{2}$. **B.** $x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $x = \frac{a\sqrt{6}}{12}$. **D.** $x = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải



Do tam giác OAB đều cạnh $a \Rightarrow F$ là trung điểm $OB \Rightarrow OF = \frac{a}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AF \perp OB \\ AF \perp MO \end{cases} \Rightarrow AF \perp (MOB) \Rightarrow AF \perp MB$.

Mặt khác, $MB \perp AE$. Suy ra $MB \perp (AEF) \Rightarrow MB \perp EF$.

Suy ra $\Delta OBM \backsim \Delta ONF$ nên

$\frac{OB}{OM} = \frac{ON}{OF} \Rightarrow ON = \frac{OB.OF}{OM} = \frac{a^2}{2x}$.

Ta có $V_{ABMN} = V_{ABOM} + V_{ABON} = \frac{1}{3} S_{\Delta OAB} (OM + ON) = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}\left(x + \frac{a^2}{2x}\right) \geq \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{a^2}{2x} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

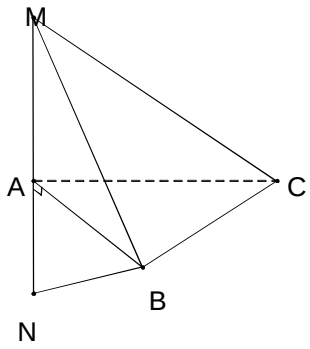
Chọn B

Câu 22: Cho tam giác ABC vuông cân tại B, $AC = 2$. Trên đường thẳng qua A vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy các điểm M, N khác phía so với mặt phẳng (ABC) sao cho $AM.AN = 1$. Tính thể tích nhỏ nhất $V_{\min}$ của khối tứ diện $MNBC$.

A. $V_{\min} = \frac{1}{3}$. **B.** $V_{\min} = \frac{1}{6}$. **C.** $V_{\min} = \frac{1}{12}$. **D.** $V_{\min} = \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt $AM = x,\ AN = y$ suy ra $AM.AN = x.y = 1$. Tam giác vuông ABC, có $AB = BC = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Diện tích tam giác vuông $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AB^2}{2} = 1$.

Ta có $V_{MNBC} = V_{M.ABC} + V_{N.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.(AM + AN) = \dfrac{1}{3}(x + y) \xrightarrow{\text{Cosi}} \geq \dfrac{1}{3}.2\sqrt{xy} = \dfrac{2}{3}$.

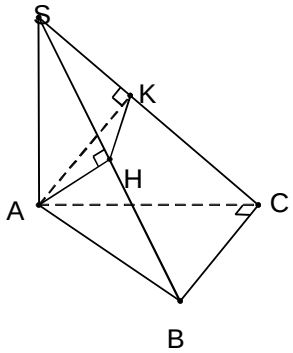
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = y = 1$.

Chọn D

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, $SA = AB = 2$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.AHK$.

A. $V_{\max} = \dfrac{\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V_{\max} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V_{\max} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V_{\max} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải



Đặt $AC = x\ (0 < x < 2)$.

Tam giác vuông ABC, có $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4 - x^2}$.

Tam giác SAB cân tại A, có đường cao AH suy ra H là trung điểm của SB nên $\dfrac{SH}{SB} = \dfrac{1}{2}$.

Tam giác vuông SAC, có $SA^2 = SK.SC \Rightarrow \dfrac{SK}{SC} = \dfrac{SA^2}{SC^2} = \dfrac{4}{4 + x^2}$.

Ta có $\frac{V_{S.AHK}}{V_{S.ABC}}=\frac{SH}{SB}.\frac{SK}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{4}{x^2+4}=\frac{2}{x^2+4}$

$\Rightarrow V_{S.AHK}=\frac{2}{x^2+4}.V_{S.ABC}=\frac{2}{x^2+4}.\left(\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA\right)=\frac{2}{3}.\frac{x\sqrt{4-x^2}}{x^2+4}.$

Xét hàm $f(x)=\frac{2}{3}.\frac{x\sqrt{4-x^2}}{x^2+4}$ trên $(0;2)$, ta được $\max\limits_{(0;2)} f(x)=f\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)=\frac{\sqrt{2}}{6}.$

Chọn A

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=1,\ SB=2,\ SC=3$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của SG cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại M, N, P. Tính giá trị nhỏ nhất $T_{\min}$ của biểu thức $T=\frac{1}{SM^2}+\frac{1}{SN^2}+\frac{1}{SP^2}$.

A. $T_{\min}=\frac{2}{7}.$ **B.** $T_{\min}=\frac{3}{7}.$ **C.** $T_{\min}=\frac{18}{7}.$ **D.** $T_{\min}=6.$

Hướng dẫn giải

Do G là trọng tâm $\Delta ABC\Rightarrow \overrightarrow{SG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$

$\Rightarrow \frac{SG}{SI}.\overrightarrow{SI}=\frac{1}{3}\left(\frac{SA}{SM}\overrightarrow{SM}+\frac{SB}{SN}\overrightarrow{SN}+\frac{SC}{SP}\overrightarrow{SP}\right)\Leftrightarrow \overrightarrow{SI}=\frac{1}{6}\left(\frac{SA}{SM}\overrightarrow{SM}+\frac{SB}{SN}\overrightarrow{SN}+\frac{SC}{SP}\overrightarrow{SP}\right).$

Do I, M, N, P đồng phẳng nên $\frac{1}{6}\left(\frac{SA}{SM}+\frac{SB}{SN}+\frac{SC}{SP}\right)=1\Leftrightarrow \frac{SA}{SM}+\frac{SB}{SN}+\frac{SC}{SP}=6.$

Áp dụng BĐT bunhiacopxki, ta có

$$\left(\frac{1}{SM^2}+\frac{1}{SN^2}+\frac{1}{SP^2}\right)\left(SA^2+SB^2+SC^2\right)\ge\left(\frac{SA}{SM}+\frac{SB}{SN}+\frac{SC}{SP}\right)^2$$

Suy ra $T\ge\frac{36}{SA^2+SB^2+SC^2}=\frac{18}{7}.$

Chọn C

Cách trắc nghiệm. Do đúng với mọi hình chóp nên ta sẽ chọn trường hợp đặc biệt SA, SB, SC đôi một vuông góc và tọa độ hóa như sau: $S\equiv O(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Suy ra $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)\Rightarrow I\left(\frac{1}{6};\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right).$

Khi đó mặt phẳng (α) cắt SA, SB, SC lần lượt tại $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$

$\Rightarrow (\alpha):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ và $T=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}.$

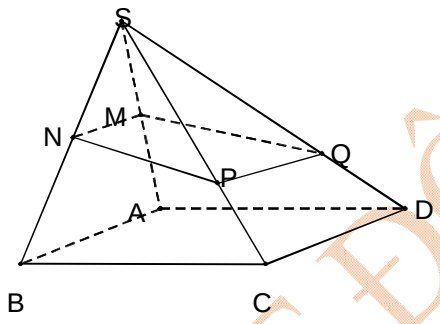
Vì $I\left(\frac{1}{6};\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)\in(\alpha)\Rightarrow(\alpha):\frac{1}{6}.\frac{1}{a}+\frac{1}{3}.\frac{1}{b}+\frac{1}{2}.\frac{1}{c}=1.$

Ta có $1^2=\left(\frac{1}{6}.\frac{1}{a}+\frac{1}{3}.\frac{1}{b}+\frac{1}{2}.\frac{1}{c}\right)^2\le\left(\frac{1}{6^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^2}\right).\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\Rightarrow T\ge\frac{18}{7}.$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, thể tích là V. Gọi M là trung điểm của cạnh SA, N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN=2NB$; mặt phẳng (α) di động qua các điểm M, N và cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại hai điểm phân biệt K, Q. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp $S.MNKQ$.

A. $V_{\max}=\frac{V}{2}.$ **B.** $V_{\max}=\frac{V}{3}.$ **C.** $V_{\max}=\frac{3V}{4}.$ **D.** $V_{\max}=\frac{2V}{3}.$

Hướng dẫn giải



Gọi $a=\frac{SK}{SC}\ (0\le a\le 1).$

Vì mặt phẳng (α) di động đi qua các điểm M, N và cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại hai điểm phân biệt K, Q nên ta có đẳng thức $\frac{SA}{SM}+\frac{SC}{SK}=\frac{SB}{SN}+\frac{SD}{SQ}\Leftrightarrow 2+\frac{1}{a}=\frac{3}{2}+\frac{SD}{SQ}\Rightarrow\frac{SQ}{SD}=\frac{2a}{2+a}.$

Ta có $\frac{V_{S.MNKQ}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SK}{SC}+\frac{SM}{SA}.\frac{SK}{SC}.\frac{SQ}{SD}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{4a}{3}-\frac{2}{a+2}\right)=\frac{2a}{3}-\frac{1}{a+2}.$

Xét hàm $f(a)=\frac{2a}{3}-\frac{1}{a+2}.$ trên đoạn $[0;1]$, ta được $\max\limits_{[0;1]}f(a)=f(1)=\frac{1}{3}.$

Chọn B

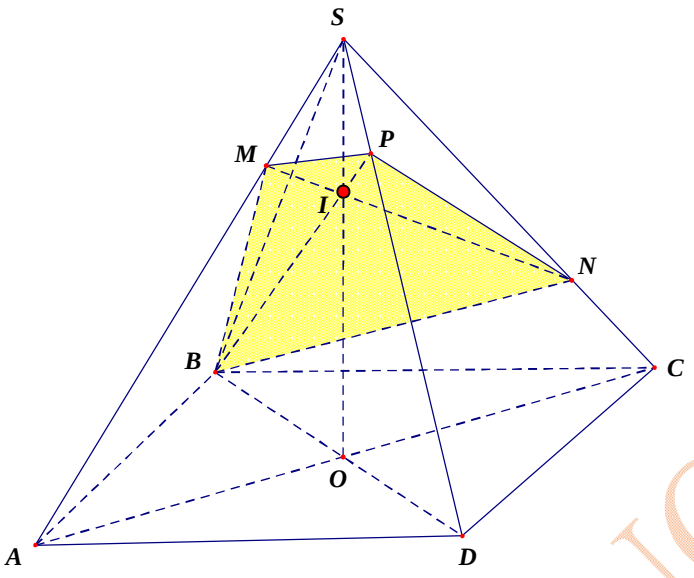
Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I là điểm thuộc đoạn SO sao cho $SI=\frac{1}{3}SO$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua B và I. (α) cắt các cạnh SA, SC, SD lần lượt tại M, N, P. Gọi m, n lần lượt là GTLN, GTNN của $\frac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}}$. Tính $\frac{m}{n}$.

A. 2. **B.** $\frac{7}{5}.$ **C.** $\frac{9}{5}.$ **D.** $\frac{8}{5}.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



+) Đặt $\begin{cases} \dfrac{SA}{SM} = x \\ \dfrac{SC}{SN} = y \end{cases}, (x, y \ge 1)$.

+) Có $\dfrac{SB}{SB} + \dfrac{SD}{SP} = 2\dfrac{SO}{SI} = 2.3 = 6 \Rightarrow \dfrac{SD}{SP} = 5$.

+) Có $x + y = 2\dfrac{SO}{SI} = 6 \Leftrightarrow y = 6 - x$, $1 \le x \le 5$.

+) $\dfrac{V_{S.BMPN}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{x+1+y+5}{4.x.1.y.5} = \dfrac{12}{20xy} = \dfrac{3}{5xy} = \dfrac{3}{5x(6-x)} = \dfrac{3}{5(6x-x^2)}$.

+) Xét $f(x) = \dfrac{3}{5(6x-x^2)}$, với $1 \le x \le 5$.

+) Có $f'(x) = \dfrac{3}{5}.\dfrac{2x-6}{(6x-x^2)^2}$.

+) $\begin{cases} f'(x) = 0 \\ 1 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$

+) $f(1) = \dfrac{3}{25}$; $f(3) = \dfrac{1}{15}$; $f(5) = \dfrac{3}{25} \Rightarrow \begin{cases} m = \dfrac{3}{25} \\ n = \dfrac{1}{15} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{m}{n} = \dfrac{9}{5}$.

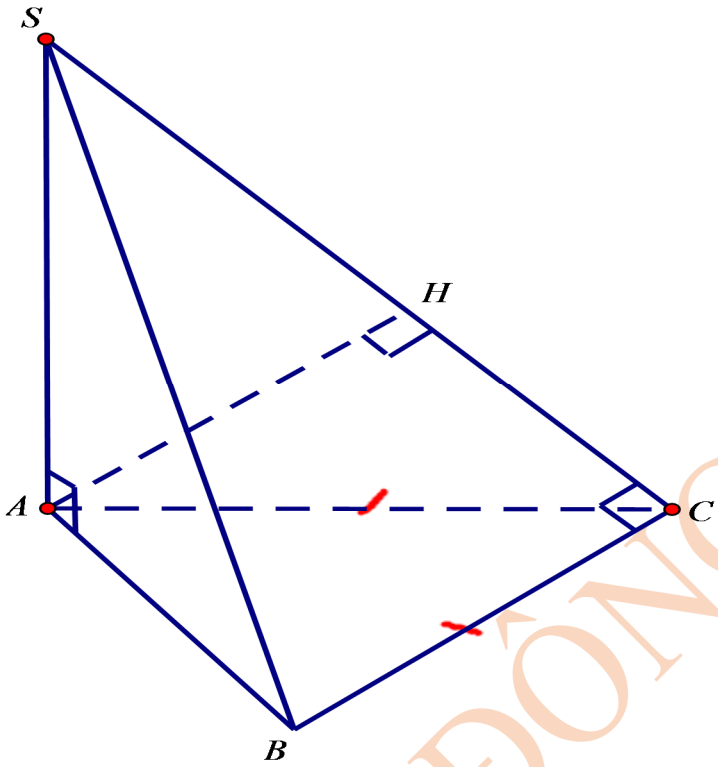
Câu 27: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^0$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $AB = 2a\sqrt{2}$. **B.** $AB = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $AB = 3a$. **D.** $AB = 3a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (ASC)$.

Kẻ $AH \perp SC \Rightarrow AH = a\sqrt{3}$. Đặt $AC = x, SC = y \Rightarrow CH = \frac{x^2}{y}$.

$V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} AH.S_{\Delta BCS}$ đạt GTNN khi và chỉ khi $S_{\Delta BCS} = \frac{1}{2}xy$ đạt GTNN.

Do $BC \perp (SAC) \Rightarrow BC \perp SA$ mà $SA \perp AB$ (theo giả thiết) nên $SA \perp (ABC)$. Suy ra ΔSAC vuông tại A.

Trong ΔAHC có $AC^2 - CH^2 = AH^2 \Leftrightarrow x^2 - \frac{x^4}{y^2} = 3a^2 \Leftrightarrow y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 3a^2}} \Rightarrow xy = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 3a^2}}$

Xét hàm $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 3a^2}} \left(x > a\sqrt{3}\right)$. Có $f'(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{x^2 - 3a^2}} - \frac{x^4}{\left(\sqrt{x^2 - 3a^2}\right)^3} \left(x > a\sqrt{3}\right)$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{9a^2}{2} \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

x	$a\sqrt{3}$		$\frac{3\sqrt{2}a}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		↘	$\frac{9a\sqrt{3}}{2}$	↗	

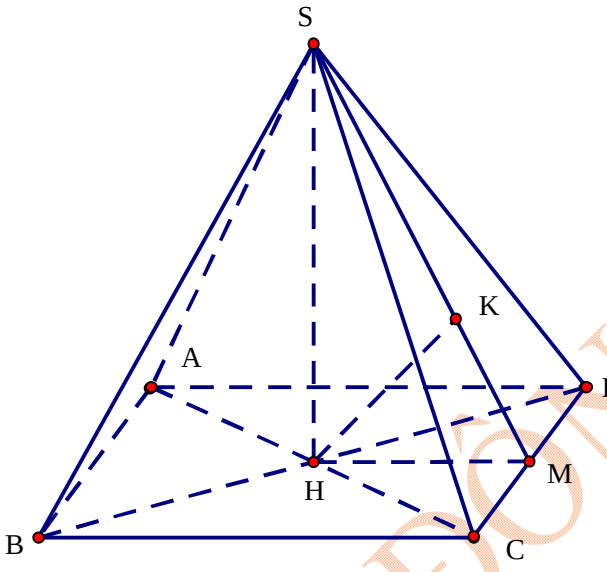
Vậy: $Min(xy) = \frac{9a\sqrt{3}}{2}$ khi $AB = x\sqrt{2} = 3a$

Câu 28: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a, góc hợp bởi đường cao SH của hình chóp và mặt bên bằng α. Tìm α để thể tích $S.ABCD$ là lớn nhất.

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 75^0

Hướng dẫn giải

Chọn B



Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên H là giao điểm của AC và BD

Gọi M là trung điểm của CD ta có $CD \perp (SHM)$ nên $(SHM) \perp (SCD)$ mà $(SHM) \cap (SCD) = SM$ nên từ H dựng $HK \perp SM$ tại K thì $HK \perp (SCD)$

Hay SK là hình chiếu của SH lên mặt phẳng (SCD) suy ra $(SH,(SCD)) = \widehat{(SH,SK)} = \widehat{HSK}$ do tam giác SHK vuông tại K theo giả thiết ta có $\widehat{HSM} = \alpha$ với $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Đặt $SH = h \Rightarrow HC^2 = a^2 - h^2 \Rightarrow HM = \sqrt{\frac{a^2-h^2}{2}}$ và $BC = \sqrt{2(a^2-h^2)}$

Tam giác SHM vuông tại H : $\tan\alpha = \frac{HM}{SH} = \frac{\sqrt{a^2-h^2}}{\sqrt{2}h} \Leftrightarrow 2h^2\tan^2\alpha = a^2 - h^2$

$\Leftrightarrow h^2(1+2\tan^2\alpha) = a^2 \Rightarrow h = \frac{a}{\sqrt{1+2\tan^2\alpha}}$

$BC^2 = 2(a^2-h^2) = 4h^2\tan^2\alpha = \frac{4a^2\tan^2\alpha}{1+2\tan^2\alpha} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}BC^2.SH = \frac{1}{3}\frac{4a^3\tan^2\alpha}{\sqrt{(1+2\tan^2\alpha)^3}}$

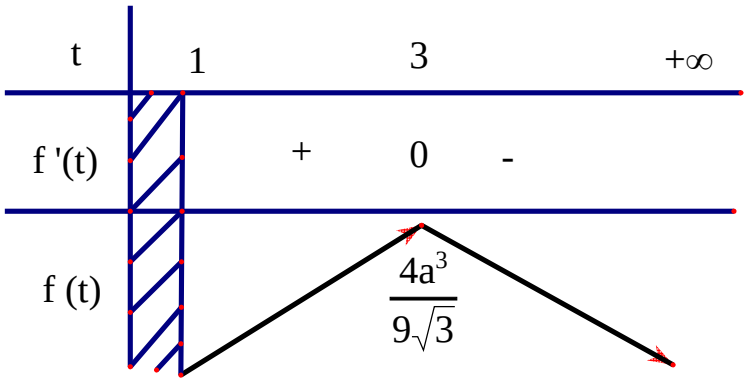
Đặt $t = 1+2\tan^2\alpha$ Với $t \in (1;+\infty) \Rightarrow \tan^2\alpha = \frac{t-1}{2}$

Xét hàm số $f(t) = \frac{2a^3}{3}.\frac{t-1}{t\sqrt{t}}$ trên $D = (1;+\infty)$

$f'(t) = \frac{a^3}{3}.\frac{\left(t\sqrt{t} - \frac{3}{2}\sqrt{t}(t-1)\right)}{t^3} = \frac{a^3}{3}.\frac{(3-t)}{2t^2\sqrt{t}}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3$

Bảng biến thiên



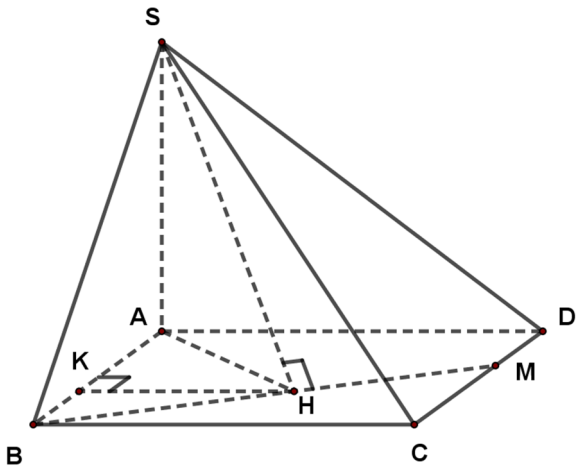
Vậy $\max f(t)=\frac{4a^3}{9\sqrt{3}}$ khi $t=3\Rightarrow \tan\alpha=1$ do $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ hay $\alpha=45^0$.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=b$ và vuông góc với $(ABCD)$. Điểm M thay đổi trên cạnh CD, H là hình chiếu vuông góc của S trên BM. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABH$ theo a, b.

A. $\frac{a^2b}{12}$. **B.** $\frac{a^2b}{24}$. **C.** $\frac{a^2b}{8}$. **D.** $\frac{a^2b}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Cách 1.

Do $\begin{cases}BH\perp SH\\BH\perp SA\end{cases}\Rightarrow BH\perp(SAH)\Rightarrow BH\perp AH$, nên H thuộc đường tròn đường kính AB.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên cạnh AB. Dễ dàng suy ra được

Thể tích $V_{S.ABH}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABH}=\frac{1}{3}b.S_{\Delta ABH}=\frac{ab.HK}{6}$.

Do đó để thể tích lớn nhất thì HK lớn nhất. HK lớn nhất khi H là điểm chính giữa cung $\overset{\frown}{AB}$, tức là H trùng với tâm hình vuông $ABCD$ hay M trùng với D. Khi đó $HK=\frac{a}{2}$.

Vậy $V_{\max}=\frac{a^2b}{12}$.

Cách 2.

Do $\begin{cases}BH\perp SH\\BH\perp SA\end{cases}\Rightarrow BH\perp(SAH)\Rightarrow BH\perp AH$

$V_{S.ABH}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABH}=\frac{b}{6}HA.HB\le\frac{b}{6}.\frac{HA^2+HB^2}{2}=\frac{b.AB^2}{12}=\frac{a^2b}{12}$

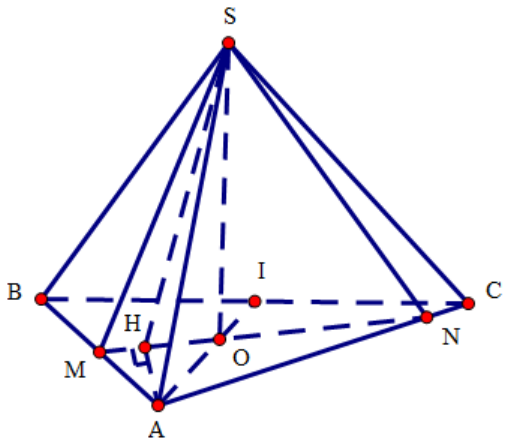
Vậy $V_{\max}=\frac{a^2b}{12}$ khi $HA=HB\Leftrightarrow H$ trùng với tâm đáy, hay $M\equiv D$

Câu 30: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và O là tâm của đáy. Mặt phẳng (P) thay đổi chứa SO và cắt các đoạn thẳng AB, AC lần lượt tại các điểm M, N (M, N khác A). Khi góc tạo bởi đường thẳng SA và mặt phẳng (P) có số đo lớn nhất, hãy tính AM^2+AN^2

A. a^2. **B.** $\frac{3a^2}{4}$ **C.** $\frac{369a^2}{400}$. **D.** $\frac{8a^2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A trên MN, ta có $AH\perp MN, AH\perp SO\Rightarrow AH\perp(SMN)$

$\Rightarrow H$ là hình chiếu của A trên mặt phẳng (SMN)

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SMN) là góc $\widehat{HSA}$

Do góc $0^0<\widehat{HSA}<90^0$ nên $\widehat{HSA}$ lớn nhất khi $\sin\widehat{HSA}$ lớn nhất

Ta có $\sin\widehat{HSA}=\frac{AH}{SA}\le\frac{OA}{SA}\le\frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}\le\frac{1}{2}$

Vậy $\sin\widehat{HSA}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$ khi $H\equiv O$

Hay góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất khi $MN\perp AO$

Khi đó đường thẳng MN đi qua O và song song với BC

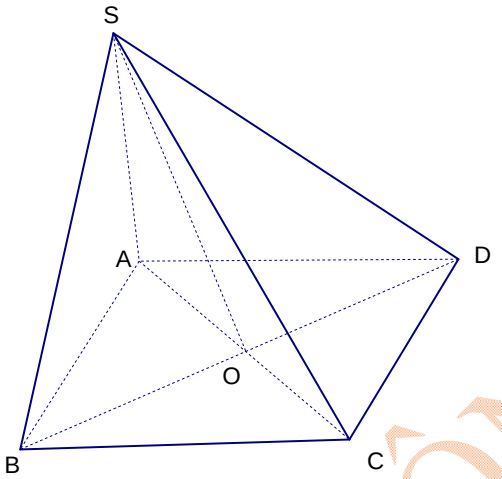
$\Rightarrow AM=AN=\frac{2}{3}a\Rightarrow AM^2+AN^2=\frac{8a^2}{9}$

Câu 31: Cho khối chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $SA=SB=SC=a$. Đặt $x=SD$ $\left(0<x<a\sqrt{3}\right)$. Tìm x theo a để tích $AC.SD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $x=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $x=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $x=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $ABCD$ là hình thoi cạnh a nên $\Delta SOC=\Delta BOC\Rightarrow OS=OB=OD\Rightarrow$ tam giác SBD vuông tại S.

Suy ra $BD=\sqrt{a^2+x^2}\Rightarrow OB=\frac{\sqrt{a^2+x^2}}{2}$;

$AC=2OC=2\sqrt{BC^2-OB^2}=\sqrt{3a^2-x^2}$. Do đó $AC.SD=x\sqrt{3a^2-x^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – Si, ta có $x\sqrt{3a^2-x^2}\le\frac{x^2+3a^2-x^2}{2}=\frac{3a^2}{2}\Rightarrow AC.SD\le\frac{3a^2}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=\sqrt{3a^2-x^2}\Leftrightarrow x^2=3a^2-x^2\Leftrightarrow x=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $x=\frac{a\sqrt{6}}{2}$ thì tích $AC.SD$ đạt giá trị lớn nhất.

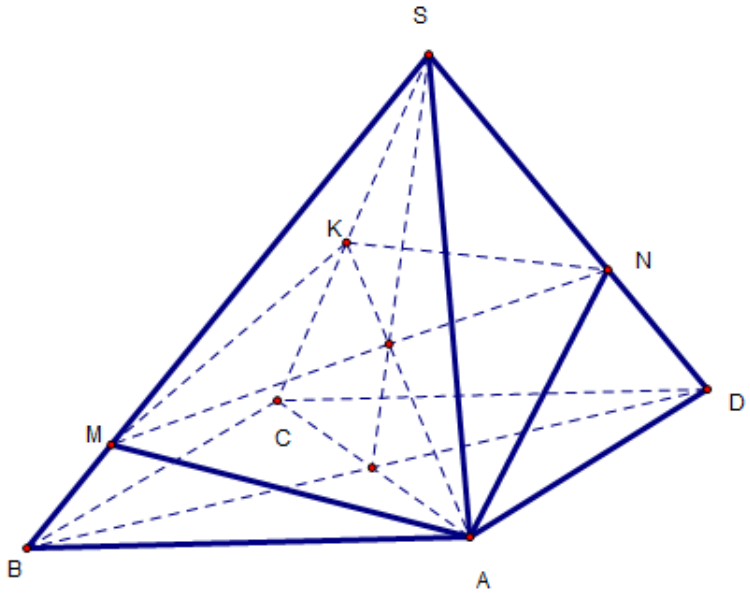
Câu 32: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi K là trung điểm của SC. Mặt phẳng (P) qua AK và cắt các cạnh SB , SD lần lượt tại M và N. Đặt $V_1=V_{S.AMKN}$, $V=V_{S.ABCD}$. Tìm $S=\max\frac{V_1}{V}+\min\frac{V_1}{V}$

A. $S=\frac{1}{2}$ **B.** $S=\frac{1}{4}$ **C.** $S=\frac{17}{24}$ **D.** $S=\frac{3}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt x = $\frac{SM}{SB}$, y= $\frac{SN}{SD}$. Tính $\frac{V_1}{V}$ theo x và y.

Ta có $\frac{V_{S.AMK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB}.\frac{SK}{SC} = \frac{1}{2}x \Rightarrow V_{S.AMK} = \frac{x}{4}V$. Tương tự ta có $V_{S.ANK} = \frac{y}{4}V$

Suy ra $\frac{V_1}{V} = \frac{x+y}{4}(1)$

Lại có Do $V_1 = V_{S.AMN} + V_{S.MNK}$ và $V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \frac{1}{2}V$. Mà

$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD} = xy \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{xy}{2}V$

$\frac{V_{S.MNK}}{V_{S.BDC}} = \frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}.\frac{SK}{SC} = \frac{xy}{2} \Rightarrow V_{S.MNK} = \frac{xy}{4}V$

Error!

Suy ra $\frac{V_1}{V} = \frac{3xy}{4}(2)$

Từ (1) và (2) suy ra $y = \frac{x}{3x-1}$. Do x>0; y> 0 nên x> $\frac{1}{3}$

Vì $y \le 1 \Rightarrow \frac{x}{3x-1} \le 1 \Rightarrow x \ge \frac{1}{2}$. Vậy ta có $x \in \left[\frac{1}{2};1\right]$

Xét hàm số f(x) = $\frac{V_1}{V} = \frac{3xy}{4} = \frac{3x^2}{4(3x-1)}$ với $x \in \left[\frac{1}{2};1\right]$. Có f'(x) = $\frac{3x(3x-2)}{4(3x-1)^2}$.

BBT:

x	$\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$		1
f'(x)		-	0	+	
f(x)	$\frac{3}{8}$	↘	$\frac{1}{3}$	↗	$\frac{3}{8}$

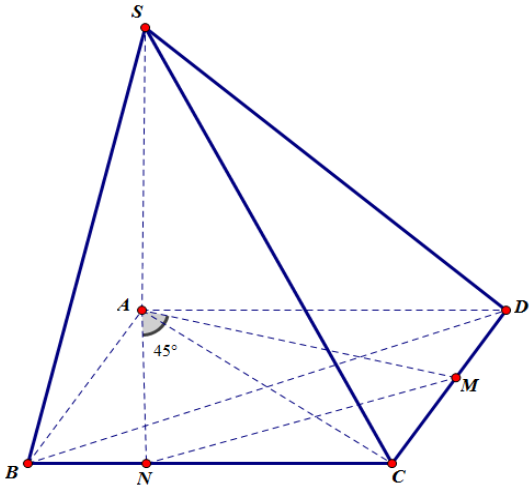
Từ BBT suy ra $\min\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3};\max\frac{V_1}{V}=\frac{3}{8}\Rightarrow S=\frac{1}{3}+\frac{3}{8}=\frac{17}{24}$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB=1$, cạnh bên $SA=1$ và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Kí hiệu M là điểm di động trên đoạn CD và N là điểm di động trên đoạn CB sao cho $\widehat{MAN}=45°$. Thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.AMN$ là ?

A. $\frac{\sqrt{2}+1}{9}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}+1}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}-1}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $DM=x, BN=y$ ta có

$\tan 45°=\tan\left(\widehat{DAM}+\widehat{BAN}\right)=\frac{\tan\widehat{DAM}+\tan\widehat{BAN}}{1-\tan\widehat{DAM}.\tan\widehat{BAN}}=\frac{x+y}{1-xy}$. Suy ra $y=\frac{1-x}{1+x}$.

và $AM=\sqrt{AD^2+DM^2}=\sqrt{x^2+1}$, $AN=\sqrt{AB^2+BN^2}=\sqrt{1+y^2}=\sqrt{\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^2+1}=\frac{\sqrt{2(x^2+1)}}{x+1}$.

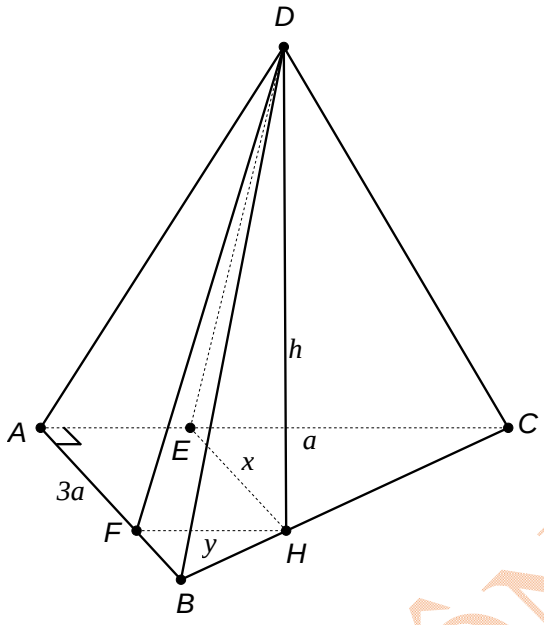
Vì vậy $V=\frac{1}{3}SA.S_{AMN}=\frac{1}{6}SA.AM.AN\sin 45°=f(x)=\frac{x^2+1}{6(x+1)}\geq f\left(\sqrt{2}-1\right)=\frac{\sqrt{2}-1}{3}$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=3a, AC=a$. Mặt phẳng $(DBC),(DAC),(DAB)$ lần lượt tạo với mặt phẳng (ABC) các góc $90°,\alpha,\beta$ trong đó $\alpha+\beta=90°$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{13}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{10}$. **D.** $\frac{3a^3}{8}$.

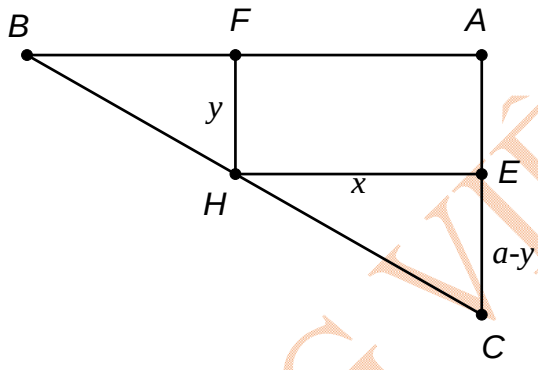
Hướng dẫn giải

Chọn A



Kẻ $DH \perp BC$ tại H.

Do $(DBC) \perp (ABC) \Rightarrow DH \perp (ABC)$.



Kẻ $HE \perp AC$ tại E; $HF \perp AB$ tại F. Suy ra

Suy ra $\begin{cases} \alpha = ((DAC),(BCD)) = \widehat{DEH} \\ \beta = ((DAB),(BCD)) = \widehat{DFH} \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} \tan\alpha = \dfrac{DH}{HE} \\ \cot\beta = \dfrac{HF}{DH} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{h}{x} = \dfrac{y}{h} \Rightarrow h = \sqrt{xy}$

Mà $\dfrac{x}{3a} = \dfrac{a-y}{a} \Rightarrow x = 3(a-y) \Rightarrow h = \sqrt{xy} = \sqrt{3}\sqrt{y(a-y)} \le \sqrt{3}\dfrac{y+a-y}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

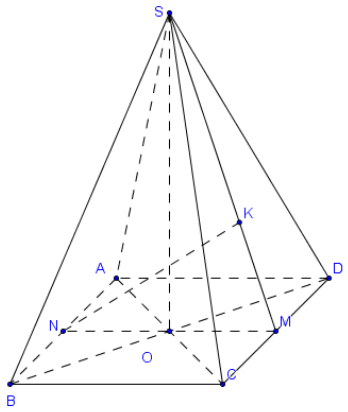
$\Rightarrow h_{\max} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $V_{\max} = \dfrac{1}{3}h_{\max}.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{3a^2}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 35: Cho khối chóp tứ giác đều S.ABCD mà khoảng cách từ đỉnh A đến mp(SCD) bằng $2a$. Gọi α là góc giữa mặt bên hình chóp với đáy của hình chóp đó. Với giá trị nào của α thì thể tích của khối chóp S.ABCD đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $\alpha = \arcsin\sqrt{\dfrac{2}{3}}$. **B.** $\alpha = 45^0$. **C.** $\alpha = \arccos\sqrt{\dfrac{2}{3}}$. **D.** $\alpha = 60^0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải



Chọn A

Gọi O là tâm hình vuông ABCD thì SO vuông góc với (ABCD) và SO là chiều cao của khối chóp S.ABCD.

Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Suy ra CD $\perp$ (SMN).

Gọi K là hình chiếu của N lên SM. Suy ra MK $\perp$ (SCD) nên $NK = d\left(N,(SCD)\right)$.

Từ AB || CD suy ra AB || (SCD). Do đó $NK = d\left(A,(SCD)\right) = 2a$.

Ta lại có $\begin{cases} CD \perp MN \\ CD \perp SM \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SCD),(ABCD)}\right) = \alpha$.

Do đó $MN = \dfrac{NK}{\sin\alpha} = \dfrac{2a}{\sin\alpha} \Rightarrow SO = OM.\tan\alpha = \dfrac{a}{\cos\alpha}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \dfrac{1}{3}MN^2.SO = \dfrac{1}{3}.\dfrac{4a^2}{\sin^2\alpha}.\dfrac{a}{\cos\alpha} = \dfrac{4a^3}{3\sin^2\alpha\cos\alpha}$.

Vì vậy $V_{S.ABCD}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $f(\alpha) = \sin^2\alpha\cos\alpha$ lớn nhất, với $0^0 < \alpha < 90^0$.

Đặt $t = \cos\alpha, 0 < t < 1$ thì $V_{S.ABCD}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $f(t) = \left(1-t^2\right)t = t - t^3$ lớn nhất với $0 < t < 1$.

Dựa vào bảng biến thiên thì $V_{S.ABCD}$ nhỏ nhất

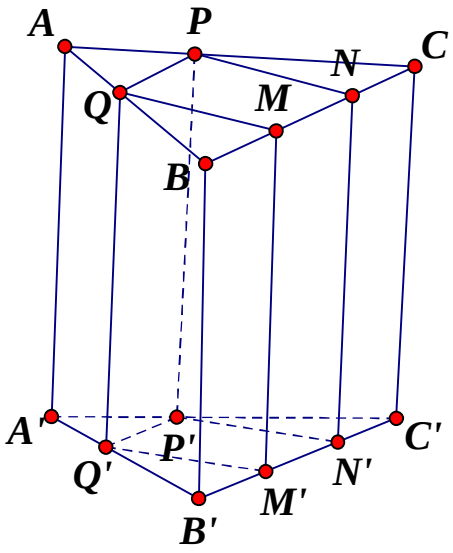
$\Leftrightarrow t = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \sin\alpha = \sqrt{\dfrac{2}{3}} \Leftrightarrow \alpha = \arcsin\sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Câu 36: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a. Lấy các điểm M, N nằm trên cạnh BC; P, Q lần lượt nằm trên cạnh AC, AB sao cho $MNPQ$ là hình chữ nhật. Hình hộp chữ nhật $MNPQ.M'N'P'Q'$ nội tiếp trong lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có thể tích lớn nhất là :

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{a^3}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi độ dài đoạn MN là x với $(0<x<a)$ thì $MQ=\dfrac{(a-x)\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của hình hộp chữ nhật $MNPQ.M'N'P'Q'$ là $V=\dfrac{ax(a-x)\sqrt{3}}{2}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{a\sqrt{3}x(a-x)}{2}$ có $f'(x)=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}(a-2x)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{a}{2}$

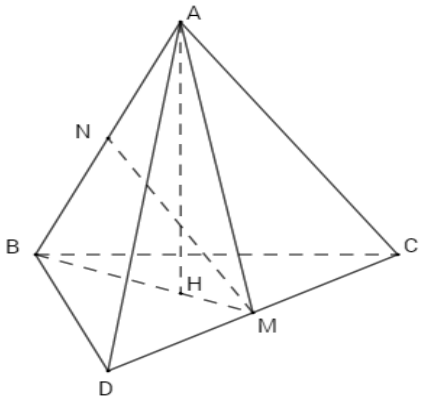
Vậy thể tích lớn nhất của hình hộp chữ nhật $MNPQ.M'N'P'Q'$ là $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 37: Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$, các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\sqrt{6}$. **B.** $x=\sqrt{14}$. **C.** $x=3\sqrt{2}$. **D.** $x=2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và AB; H là hình chiếu vuông góc của A lên BM.

Ta có: $\begin{cases}CD\perp BM\\CD\perp AM\end{cases}\Rightarrow CD\perp(ABM)\Rightarrow(ABM)\perp(BCD)$.

Mà $AH\perp BM; BM=(ABM)\cap(BCD)$; $AH\perp(BCD)$.

Do ACD và BCD là hai tam giác đều cạnh $2\sqrt{3}\Rightarrow AM=BM=2\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tam giác AMN vuông tại N, có: $MN=\sqrt{AM^2-AN^2}=\sqrt{9-\frac{x^2}{4}}$.

Mặt khác ta lại có:

$S_{BCD}=\frac{\sqrt{3}}{4}\left(2\sqrt{3}\right)^2=3\sqrt{3}$.

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}AH.S_{BCD}=\frac{1}{3}\frac{x\sqrt{36-x^2}}{6}.3\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}x\sqrt{36-x^2}$.

Ta có: $V_{ABCD}=\frac{1}{3}AH.S_{BCD}=\frac{\sqrt{3}}{6}x\sqrt{36-x^2}\le\frac{\sqrt{3}}{6}.\frac{x^2+36-x^2}{2}=3\sqrt{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=\sqrt{36-x^2}\Rightarrow x=3\sqrt{2}$.

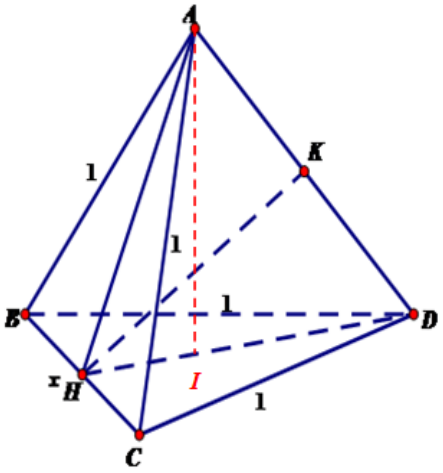
Vậy V_{ABCD} lớn nhất bằng $3\sqrt{3}$ khi $x=3\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=BD=CD=1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi H,K lần lượt là trung điểm của BC và AD.

Theo giả thiết: ΔABC cân tại A và ΔDBC cân tại D

$BC\perp AH,\ BC\perp DH\Rightarrow BC\perp(ADH)\Rightarrow BC\perp HK$

Và $AH=DH\Rightarrow AD\perp HK$ Do đó: $d(AD;BC)=HK$

Đặt $BC=x\ (0<x<2)$.

$AH=DH=\sqrt{DC^2-HC^2}=\sqrt{1-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}$

Gọi I là hình chiếu của A lên $HD\Rightarrow AI\perp(BCD)$

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{\Delta BCD}.AI\le\frac{1}{3}.\frac{1}{2}BC.DH.AH;(\text{vì } AI\le AH)\Rightarrow V_{ABCD}\le\frac{1}{6}x.\frac{1}{4}\left(4-x^2\right)$

Xét hàm số $f(x)=x\left(4-x^2\right)=-x^3+4x\ trên\ (0;2)$; $f'(x)=-3x^2+4$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow V_{\max}\Leftrightarrow\begin{cases}I\equiv H\\ x=\frac{2\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AH\perp(BCD)\\ DH=\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}\end{cases}$

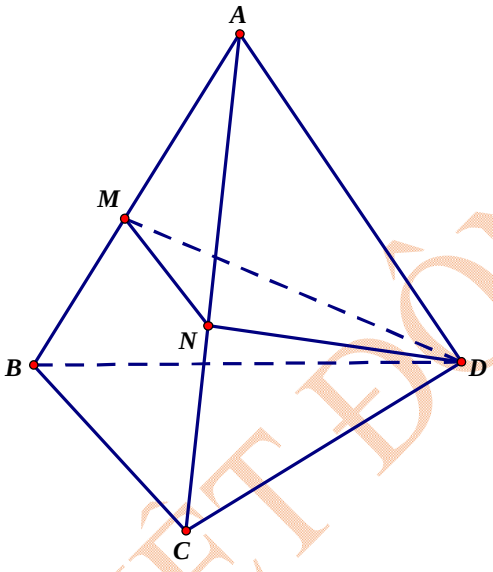
ΔAHD vuông cân tại H $\Rightarrow HK = DH\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 39: Cho tứ diện đều ABCD có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thuộc các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (DMN) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đặt $AM = x; AN = y$. Tìm x, y để diện tích toàn phần của tứ diện DAMN nhỏ nhất.

A. $x = y = \dfrac{2}{3}$ **B.** $x = y = \dfrac{1}{3}$ **C.** $x = y = \dfrac{7}{4}$ **D.** $x = \dfrac{1}{2}; y = \dfrac{2}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



+ Ta có $S_{\Delta AMN} = S_{\Delta AHM} + S_{\Delta AHN} \leftrightarrow xy = \dfrac{x+y}{3}(0 \le x \le 1)$

+ Theo bất đẳng thức cô si $3xy = x + y \ge 2\sqrt{xy} \Leftrightarrow xy \ge \dfrac{4}{9}$

+ Ta có $S_{\Delta AMN} = \dfrac{1}{2}AN.AM\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}xy}{4}$

$S_{\Delta AMD} = \dfrac{1}{2}AD.AM\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}x}{4}$

$S_{\Delta AND} = \dfrac{1}{2}AD.AN\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}y}{4}$

+ Ta có $DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}; MN^2 = x^2 + y^2 - xy = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{2}{3}}\sqrt{(x+y)^2 - 3xy}$

Vậy $S_{tp} = \dfrac{\sqrt{3}xy}{4} + \dfrac{\sqrt{3}}{4}(x+y) + \sqrt{\dfrac{1}{6}}\sqrt{(x+y)^2 - 3xy} = \sqrt{3}xy + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{3(xy)^2 - 3xy}.$

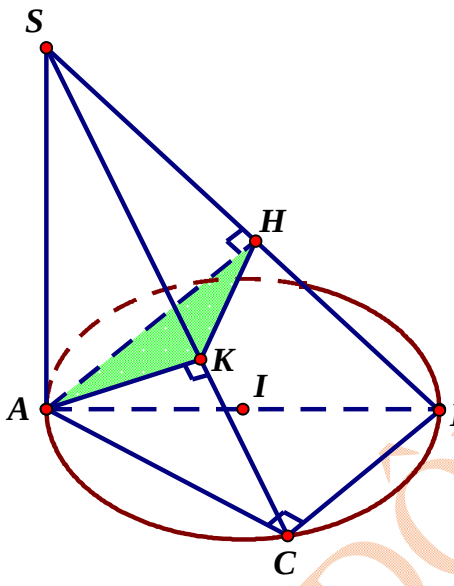
Đặt $1 \ge t = xy \ge \dfrac{4}{9}$ Ta thu được giá trị nhỏ nhất của diện tích toàn phần đạt được khi $t = xy = \dfrac{4}{9}$, tức là $x = y = \dfrac{2}{3}$

Câu 40: Trong mặt phẳng (α) cho đường tròn (T) đường kính $AB = 2R$. Gọi C là một điểm di động trên (T). Trên đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (α) lấy điểm S sao cho $SA = R$. Hạ $AH \perp SB$ và $AK \perp SC$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích tứ diện $SAHK$.

A. $V_{\max}=\dfrac{R^3\sqrt{5}}{75}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{R^3\sqrt{5}}{25}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{R^3\sqrt{3}}{27}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{R^3\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do $SH\perp(AHK)$ nên tứ diện $SAHK$ có chiều cao SH không đổi. Do đó thể tích V_{SAHK} đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi diện tích S_{AHK} đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $BC\perp(SAC)\Rightarrow BC\perp AK$. Mà $AK\perp SC\Rightarrow AK\perp(SBC)\Rightarrow AK\perp KH$.

Do điểm K luôn nhìn đoạn thẳng AH cố định dưới một góc vuông nên ΔAHK có diện tích lớn nhất khi K là điểm chính giữa nửa cung tròn đường kính AH (có hai vị trí của K).

Ta có: $SB^2=SA^2+AB^2=R^2+4R^2=5R^2\Rightarrow SB=R\sqrt{5}$.

Xét ΔSAB vuông tại A có: $SA^2=SH.SB\Rightarrow SH=\dfrac{SA^2}{SB}=\dfrac{R^2}{R\sqrt{5}}=\dfrac{R\sqrt{5}}{5}$

Và: $AH.SB=SA.AB\Rightarrow AH=\dfrac{SA.AB}{SB}=\dfrac{R.2R}{R\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}R}{5}$.

Diện tích lớn nhất của ΔAHK là: $S_{\max}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{AH}{2}.AH=\dfrac{AH^2}{4}=\dfrac{R^2}{5}$.

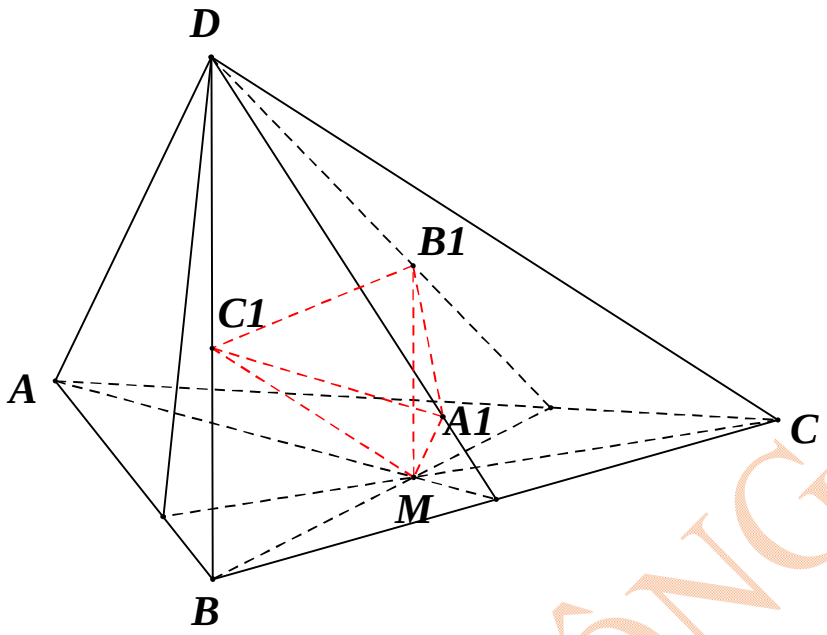
Vậy: $V_{\max}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{\max}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{R\sqrt{5}}{5}.\dfrac{R^2}{5}=\dfrac{R^3\sqrt{5}}{75}$.

Câu 41: Cho tứ diện $ABCD$ có $DA=DB=DC=6$ và đôi một vuông góc với nhau. Điểm M thay đổi trong tam giác ABC. Các đường thẳng đi qua M song song DA,DB,DC theo thứ tự cắt các mặt phẳng $(DBC),(DCA),(DAB)$ lần lượt tại $A_1;B_1;C_1$. Tìm thể tích lớn nhất của khối tự diện $MA_1B_1C_1$ khi M thay đổi.

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{2}{3}$ **C.** 1 **D.** $\dfrac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\frac{V_{MBCD}}{V_{ABCD}}=\frac{d\left(M,(BCD)\right)}{d\left(A,(BCD)\right)}=\frac{MA_1}{AD}=\frac{MA_1}{6}$. Tương tự $\frac{V_{MADC}}{V_{ABCD}}=\frac{MB_1}{6};\frac{V_{MABD}}{V_{ABCD}}=\frac{MC_1}{6}$

Suy ra $MA_1+MB_1+MC_1=6$. Mặt khác $MA_1;MB_1;MC_1$ đôi một vuông góc nên

$$V_{MA_1B_1C_1}=\frac{1}{6}MA_1.MB_1.MC_1\le\frac{1}{6}\left(\frac{MA_1+MB_1+MC_1}{3}\right)^3=\frac{4}{3}$$

Dấu "=" xảy ra khi M là trọng tâm tam giác ABC.

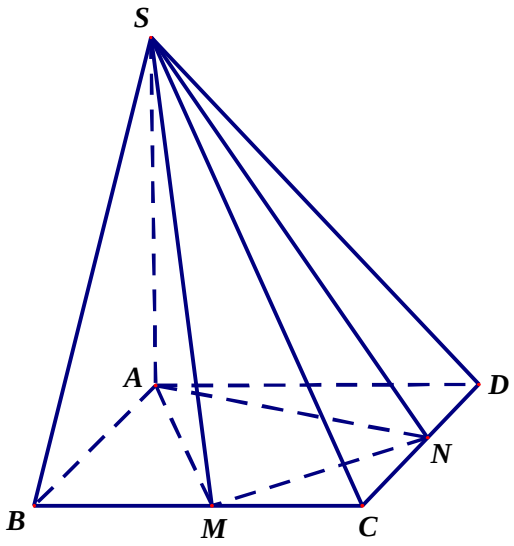
Bình luận: ***Bài này hoàn toàn có thể làm mạnh giả thiết bằng cách chỉ cần cho tứ diện*** $ABCD$ ***có thể tích bằng*** 36***. Kết quả bài toán không thay đổi.***

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. M và N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh BC và DC sao cho $\widehat{MAN}=45^0$. Tính tỉ số giữa giá trị lớn nhất với giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $-2+2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{1+\sqrt{2}}{6}$. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $V_{S.AMN}=\frac{1}{3}SA.S_{AMN}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.S_{AMN}$.

Do M,N là 2 điểm di động và SA cố định nên thể tích của khối chóp $SAMN$ phụ thuộc vào diện tích tam giác AMN.

Ta có các cách tính diện tích tam giác AMN như sau:

Cách 1.

Đặt $BM=x,DN=y;x,y\in[0;a]$.

Tam giác CMN vuông tại C nên

$MN^2=CM^2+CN^2$ hay $MN^2=(a-x)^2+(a-y)^2$.

Áp dụng định lý hàm số cosin cho tam giác AMN ta có

$MN^2=AM^2+AN^2-2AM.AN\cos\widehat{MAN}\Rightarrow MN^2=2a^2+x^2+y^2-\sqrt{2(a^2+x^2)(a^2+y^2)}$

Suy ra $(a-x)^2+(a-y)^2=2a^2+x^2+y^2-\sqrt{2(a^2+x^2)(a^2+y^2)}$

$\Leftrightarrow(ax+ay)^2=(a^2-xy)^2\Leftrightarrow ax+ay=a^2-xy\Leftrightarrow y=\frac{a^2-ax}{a+x}$.

Diện tích tam giác AMN là

$S_{AMN}=S_{ABCD}-S_{ABM}-S_{ADN}-S_{CMN}=\frac{1}{2}(a^2-xy)=\frac{a}{2}.\frac{a^2+x^2}{x+a}$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{x^2+a^2}{x+a}$ trên đoạn $[0;a]$.

Ta có $f'(x)=\frac{x^2+2ax-a^2}{(x+a)^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=(\sqrt{2}-1)a$.

Ta lại có $f(0)=f(a)=a;f\left((\sqrt{2}-1)a\right)=2(\sqrt{2}-1)a$.

Suy ra $\max\limits_{[0;a]}f(x)=a;\min\limits_{[0;a]}f(x)=2(\sqrt{2}-1)a\Rightarrow a^2(\sqrt{2}-1)\le S_{\triangle AMN}\le\frac{a^2}{2}$

Vậy tỉ số giữa giá trị lớn nhất với giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

Cách 2:

Đặt $\widehat{DAN}=\varphi\Rightarrow\widehat{MAB}=45^\circ-\varphi$

Ta có:

$AM=\frac{a}{\cos(45^0-\varphi)},\ AN=\frac{a}{\cos\varphi}$

$\Rightarrow S_{\triangle AMN}=\frac{1}{2}AM.AN.\sin 45^0=\frac{1}{2}\frac{a^2}{\cos\varphi.\cos(45^0-\varphi)}\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}\frac{2a^2}{\cos 45^0+\cos(45^0-2\varphi)}=\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{a^2}{\frac{\sqrt{2}}{2}+\cos(45^0-2\varphi)}$

Mặt khác: $0\le\cos(45^0-2\varphi)\le 1\Rightarrow\frac{a^2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}=a^2(\sqrt{2}-1)\le S_{\triangle AMN}\le\frac{a^2}{2}$

Cách 3:

Đặt $\begin{cases}BM=x\\BN=y\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AM^2=x^2+a^2\\AN^2=y^2+a^2\end{cases}\Rightarrow MN^2=(a-x)^2+(a-y)^2$

Theo định lý cosin ta có :

$MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM.AN.\cos 45^0 \Leftrightarrow a^2 - xy = a(x+y)$

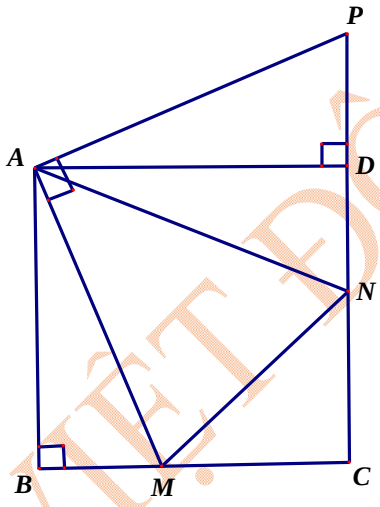
$\Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}AM.AN.\sin 45^0 = \frac{a^2 - xy}{2}$

Đặt : $\sqrt{xy} = t \geq 0 \Rightarrow a^2 - t^2 \geq 2at \Leftrightarrow t \in \left[0;(\sqrt{2}-1)a\right]$

$\Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{a^2 - t^2}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} S_{\triangle AMN_{\max}} = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow t = 0 \\ S_{\triangle AMN_{\min}} = a^2(\sqrt{2}-1) \Leftrightarrow t = a(\sqrt{2}-1) \end{cases}$

Cách 4. (Hình học thuần túy)



Dựng đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng DC tại P, khi đó ta chứng minh được $\Delta AMN = \Delta ANP \Rightarrow MN = NP$ và $BM + CN = MN \Rightarrow MN + NC + CM = 2a$ Vì

$MN \leq MC + CN$ và $MN = \sqrt{MC^2 + CN^2} \geq \sqrt{\frac{1}{2}}\left(MC + CN\right)$ từ đó suy ra $2\left(\sqrt{2}-1\right)a \leq MN \leq a$

Câu 43: Gọi V là thể tích nhỏ nhất của khối chóp tứ giác đều trong số các khối chóp tứ giác đều có khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau gồm một đường thẳng chứa một đường chéo của đáy và đường thẳng chứa một cạnh bên hình chóp bằng $\sqrt{3}$.Khi đó V bằng bao nhiêu?

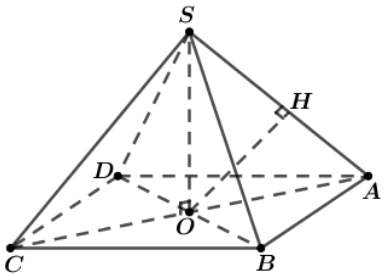
A. $V = 3$. **B.** $V = 9$. **C.** $V = 9\sqrt{3}$. **D.** $V = 27$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đặt $AB = x$, $SO = h$. Với O là tâm của hình vuông $ABCD$ $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$. Qua O kẻ đường thẳng OH vuông góc với SA với $H \in SA$.

Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp OH$.



Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của SA và BD.

Theo bài ra, ta có $d = d(SA,BD) = OH \longrightarrow OH = \sqrt{3}$.

Tam giác SAO vuông tại O, có đường cao OH suy ra $\frac{1}{3} = \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{2}{x^2}$.

Lại có $\frac{1}{3} = \frac{1}{h^2} + \frac{2}{x^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} \underset{AM-GM}{\geq} 3\sqrt[3]{\frac{1}{h^2}.\frac{1}{x^4}} \Leftrightarrow hx^2 \geq 27$.

Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}hx^2\ge 9\Rightarrow V=9$

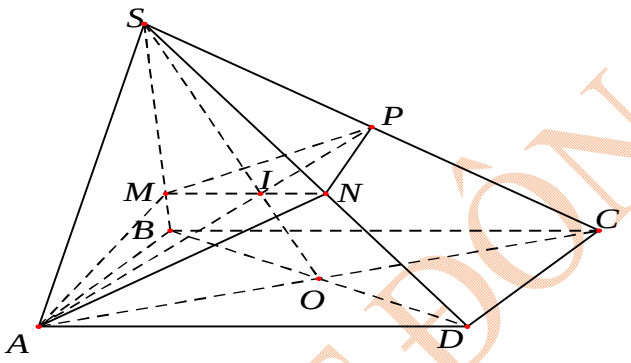
Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Mặt phẳng (α) qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1



Đặt $a=\frac{SM}{SB}$, $b=\frac{SN}{SD}$, $(0<a;b\le 1)$.

Ta có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMP}+V_{S.ANP}}{V}=\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}}+\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SP}{SC}+\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{1}{4}(a+b)$ (1)

Lại có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMN}+V_{S.PMN}}{V}=\frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ABD}}+\frac{V_{S.PMN}}{2V_{S.CBD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}+\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{3}{4}ab$ (2).

Suy ra $\frac{1}{4}(a+b)=\frac{3}{4}ab\Leftrightarrow a+b=3ab\Rightarrow b=\frac{a}{3a-1}$. Từ điều kiện $(0<b\le 1)$, ta có $\frac{a}{3a-1}\le 1$, hay $a\ge\frac{1}{2}$.

Thay vào (2) ta được tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V}=\frac{3}{4}.\frac{a^2}{3a-1}$.

Đặt $f(a)=\frac{3}{4}.\frac{a^2}{3a-1};a\in\left[\frac{1}{2};1\right]$, ta có $f'(a)=\frac{3}{4}.\frac{3a^2-2a}{(3a-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0(L)\\a=\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

$f\left(\frac{1}{2}\right)=f(1)=\frac{3}{8};f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$, do đó $Min\frac{V_1}{V}=\underset{a\in\left[\frac{1}{2};1\right]}{Min}f(a)=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$.

Cách 2 : Từ giả thiết và cách dựng thiết diện ta có :

$a=\frac{SA}{SA}=1;b=\frac{SB}{SM};c=\frac{SC}{SP}=2;d=\frac{SD}{SN}\Rightarrow a+c=b+d=3$

Khi đó $\frac{V_1}{V}=\frac{a+b+c+d}{4a.b.c.d}=\frac{6}{4.1.2.bd}=\frac{3}{4b.d}\ge\frac{3}{4\left(\frac{b+d}{2}\right)^2}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{V_1}{V}\ge\frac{1}{3}$

$\Rightarrow Min\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$

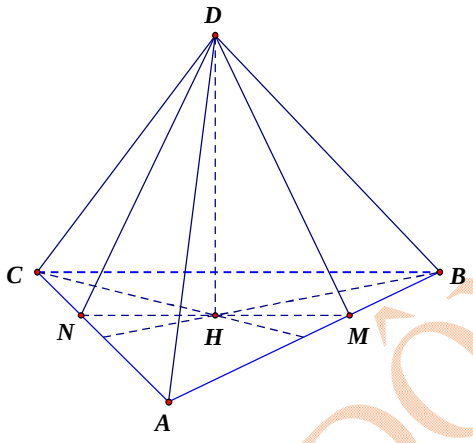
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 45: Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (DMN) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi S là diện tích toàn phần của tứ diện $DAMN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của S ?

A. $\frac{\sqrt{3}(4+\sqrt{2})}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}+2}{4}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{2})}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Kẻ $DH \perp MN$, do $(DMN) \perp (ABC)$ suy ra $DH \perp (ABC)$.

Mà $ABCD$ là tứ diện đều, nên suy ra H là trọng tâm của tam giác đều ABC.

Diện tích toàn phần của tứ diện $DAMN$:

$$S = S_{AMD} + S_{AND} + S_{DMN} + S_{AMN} = \frac{1}{2} AD.AM.\sin 60^0 + \frac{1}{2} AD.AN.\sin 60^0$$

$$+ \frac{1}{2} DH.MN + \frac{1}{2} AM.AN.\sin 60^0 = \sqrt{3}xy + \frac{\sqrt{6}}{6}\sqrt{3xy(3xy-1)}$$

Mặt khác: $S_{AMN} = \frac{1}{2}.AM.AN.\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{4}xy$;

$$S_{AMN} = S_{AMH} + S_{ANH} = \frac{1}{2} AM.AH.\sin 30^0 + \frac{1}{2} AN.AH.\sin 30^0 = \frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{3}(x+y).$$

Suy ra $\frac{\sqrt{3}}{4}xy = \frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{3}(x+y) \Rightarrow x+y = 3xy$; $0 \le x, y \le 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $S = \sqrt{3}xy + \frac{\sqrt{6}}{6}\sqrt{3xy(3xy-1)}$; $x+y = 3xy, (0 \le x; y \le 1)$

Từ $3xy = x+y \ge 2\sqrt{xy} \Rightarrow \sqrt{xy} \ge \frac{2}{3} \Rightarrow xy \ge \frac{4}{9}$.

$$\Rightarrow 3xy - 1 \ge 3.\frac{4}{9} - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow S = \sqrt{3}xy + \frac{\sqrt{6}}{6}\sqrt{3xy(3xy-1)} \ge \frac{4}{9}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{6}\sqrt{3.\frac{4}{9}.\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}(4+\sqrt{2})}{9}$$

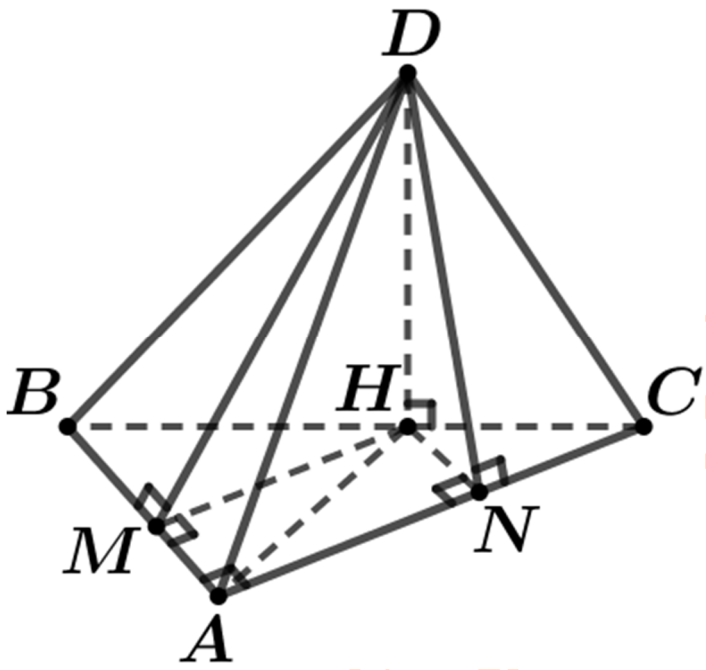
Suy ra $\min S = \frac{\sqrt{3}(4+\sqrt{2})}{9}$, khi $x = y = \frac{2}{3}$.

Câu 46: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = a$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Điểm D di động trên (Q) sao cho tam giác DBC nhọn và hai mặt phẳng (DAB) và (DAC) lần lượt hợp với mặt phẳng (ABC) hai góc phụ nhau. Thể tích lớn nhất của khối chóp $D.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{10}$. **D.** $\frac{3a^3}{13}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A



Kẻ $DH \perp BC$ với $H \in BC$. Suy ra $DH \perp (ABC)$. Vì diện tích tam giác ABC không đổi nên thể tích khối chóp $D.ABC$ lớn nhất khi DH lớn nhất.

Kẻ $HM \perp AB$ với $M \in AB$, $HN \perp AC$ với $N \in AC$.

Khi đó theo giả thiết, ta có $\widehat{(DAB),(ABC)} = \widehat{DMH} = \alpha$ và $\widehat{(DAC),(ABC)} = \widehat{DNH} = 90° - \alpha$.

Ta có $S_{AHC} + S_{AHB} = S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.DH\cot(90-\alpha).a + \frac{1}{2}.DH\cot\alpha.3a = \frac{3a^2}{2}$

$\Rightarrow DH = \frac{3a}{\tan\alpha + 3\cot\alpha}$

Đặt $\tan\alpha = x \Rightarrow DH = \frac{3ax}{x^2+3}$

Xét $f(x) = \frac{x}{x^2+3}$ trên $(0;+\infty)$, được $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x) = f\left(\sqrt{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Khi đó $DH_{\max} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

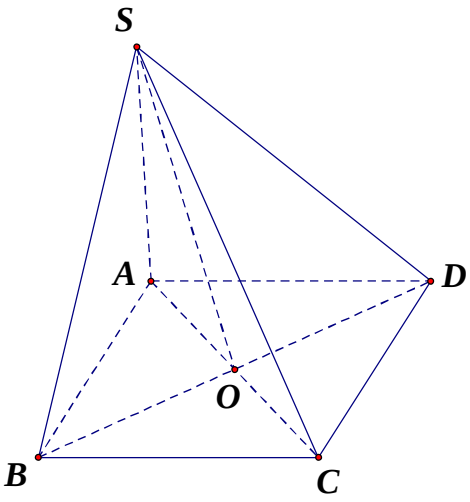
Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng a; $SA = SB = SC = a$. Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1.



Gọi O là giao điểm của AC và BD. Theo giả thiết suy ra SAC là tam giác cân tại S nên $SO \perp AC$, đáy $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$.

Xét tam giác SOC và BOA ta thấy $SC = BA = a; OC = OA; \widehat{SOC} = \widehat{BOA} = 90^0$

Suy ra $\Delta SOC = \Delta BOA \Rightarrow SO = BO \Rightarrow \Delta BSD$ vuông tại S.

Đặt $SD = x, (x > 0)$, suy ra $BD = \sqrt{a^2 + x^2}$; $OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + x^2}$;

$$AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}\left(a^2 + x^2\right)} = \frac{1}{2}\sqrt{3a^2 - x^2}$$

Ta có: $\left.\begin{matrix} AO \perp SO \\ AO \perp BD \end{matrix}\right\} \Rightarrow AO \perp (SBD).$

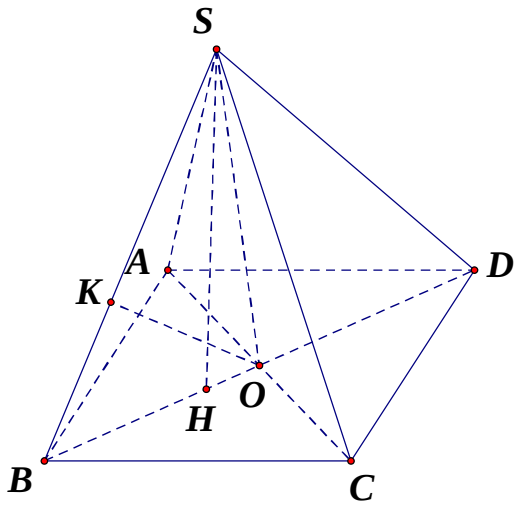
$$V_{S.ABCD} = 2.V_{S.ABD} = 2.\frac{1}{3}AO.S_{\Delta SBD} = \frac{2}{3}.\frac{1}{2}\sqrt{3a^2 - x^2}.\frac{1}{2}a.x = \frac{1}{6}ax\sqrt{3a^2 - x^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức $ab \le \frac{a^2 + b^2}{2}; \forall a, b \in \mathbb{R}$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b$ ta có:

$V_{S.ABCD} \le \frac{a}{6}.\frac{x^2 + \left(3a^2 - x^2\right)}{2} = \frac{a^3}{4}$; dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy GTLN của $V_{S.ABCD}$ bằng $\frac{a^3}{4}$ khi $x = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

Cách 2



Đặt $BO = x, (x > 0)$, dựng $SH \perp (ABCD) \Rightarrow H \in BD.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}$

Ta có $S_{ABCD}=2x\sqrt{a^2-x^2}$

Kẻ $OK\perp SB$ tại K, $SO=BO=a$.

Khi đó $SH.BO=OK.SB\Rightarrow SH=\frac{a\sqrt{x^2-\frac{a^2}{4}}}{x}$.

Suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}a.\sqrt{a^2-x^2}.\sqrt{x^2-\frac{a^2}{4}}\le\frac{2a}{3}.\frac{a^2-x^2+x^2-\frac{a^2}{4}}{2}=\frac{a^3}{4}$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $a^2-x^2=x^2-\frac{a^2}{4}\Leftrightarrow x^2=\frac{5a^2}{8}\Rightarrow x=\frac{a\sqrt{10}}{4}$

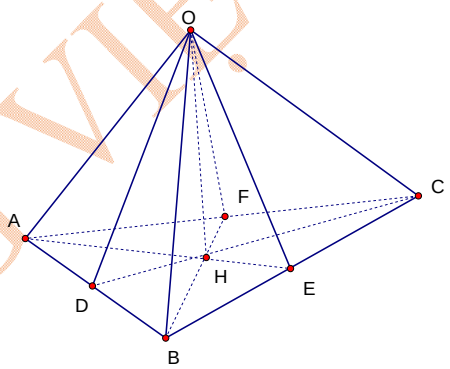
Vậy GTLN của $V_{S.ABCD}$ bằng $\frac{a^3}{4}$ khi $x=\frac{a\sqrt{10}}{4}$.

Câu 48: Cho tứ diện $OABC$ vuông tại O, gọi α,β,γ lần lượt là góc tạo bởi các mặt phẳng (OAB), (OBC), (OAC) với mặt phẳng (ABC). Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\tan^2\alpha+\tan^2\beta+\tan^2\gamma+\cot^2\alpha+\cot^2\beta+\cot^2\gamma$

A. 6. **B.** $\frac{15}{2}$ **C.** 10. **D.** $\frac{27}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của O lên (ABC) ta có $OH\perp(ABC)$ và H là trực tâm tam giác ABC.

Gọi AE,BF,CD là các đường cao trong tam giác ABC.

Ta có $\widehat{ODC}=\alpha,\widehat{OEA}=\beta,\widehat{OFB}=\gamma$.

Ta có : $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

Đặt $\cos^2\alpha=a,\cos^2\beta=b,\cos^2\gamma=c\Rightarrow a+b+c=1$.

$\tan^2\alpha=\frac{1}{a}-1,\tan^2\beta=\frac{1}{b}-1,\tan^2\gamma=\frac{1}{c}-1;\cot^2\alpha=\frac{a}{1-a};\cot^2\beta=\frac{b}{1-b},\cot^2\gamma=\frac{c}{1-c}$

$M=(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})-3+\frac{a}{1-a}+\frac{b}{1-b}+\frac{c}{1-c}=(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})+(\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1-b}+\frac{1}{1-c})-6.$

Hay $M\ge\frac{9}{a+b+c}+\frac{9}{3-(a+b+c)}-6=\frac{15}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c=\frac{1}{3}$ hay $\cos\alpha=\cos\beta=\cos\gamma=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

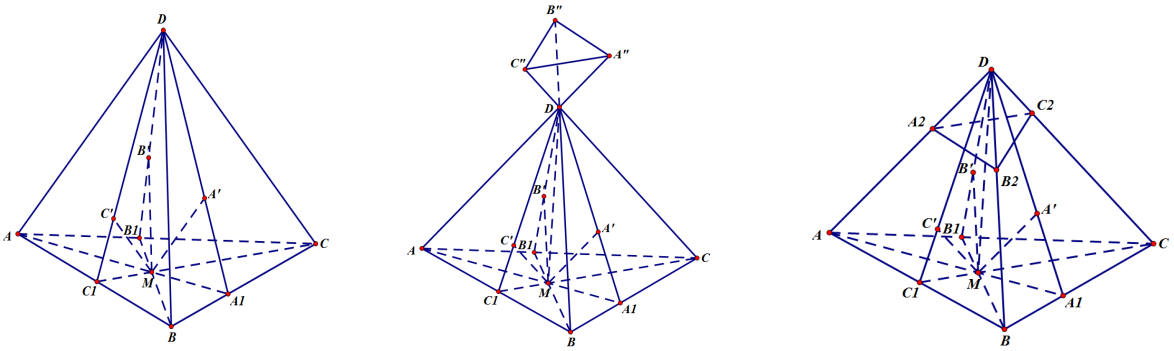
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng V. Điểm M di động trong tam giác ABC. Qua M kẻ các đường thẳng song song với DA, BD, DC lần lượt cắt các mặt $(DBC),(DCA),(DAB)$ tại A', B', C'. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{27}$. **B.** $\frac{V}{9}$. **C.** $\frac{V}{18}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $A_1 = AM \cap BC, B_1 = BM \cap CA, C_1 = CM \cap AB$ thì

$$\frac{MA'}{DA}+\frac{MB'}{DB}+\frac{MC'}{DC}=\frac{MA_1}{AA_1}+\frac{MB_1}{BB_1}+\frac{MC_1}{CC_1}=1$$

Phép tịnh tiến theo véc tơ $\overrightarrow{MD}$ biến $M \to D, A' \to A'', B' \to B'', C' \to C''$, biến tứ diện $MA'B'C'$ thành tứ diện $DA''B''C''$

Phép đối xứng tâm D biến $A'' \to A_2, B'' \to B_2, C'' \to C_2$, biến tứ diện $DA''B''C''$ thành tứ diện $DA_2B_2C_2$. Do đó $MA' = DA_2, MB' = DB_2, MC' = DC_2$

Ta có $1=\frac{MA'}{DA}+\frac{MB'}{DB}+\frac{MC'}{DC}=\frac{DA_2}{DA}+\frac{DB_2}{DB}+\frac{DC_2}{DC}\ge 3\sqrt[3]{\frac{DA_2}{DA}\cdot\frac{DB_2}{DB}\cdot\frac{DC_2}{DC}}=3\sqrt[3]{\frac{V(DA_2B_2C_2)}{V(DABC)}}$

$\Rightarrow V(DA_2B_2C_2) \le \frac{V}{27} \Rightarrow V(MA'B'C') \le \frac{V}{27}$

$MaxV(MA'B'C')=\frac{V}{27}$ khi $\frac{DA_2}{DA}=\frac{DB_2}{DB}=\frac{DC_2}{DC}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{MA_1}{AA_1}=\frac{MB_1}{BB_1}=\frac{MC_1}{CC_1}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow M$ là trọng tâm tam giác ABC.

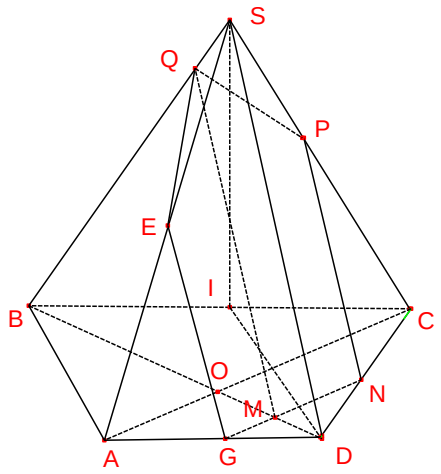
Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân $(AD//BC)$, $BC = 2a$, $AB = AD = DC = a, (a > 0)$. Mặt bên SBC là tam giác đều. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Biết SD vuông góc với AC.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm M thuộc đoạn thẳng OD (M khác O và D) và song song với đường thẳng SD và AC. Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) biết $MD = x$. Tìm x để diện tích thiết diện lớn nhất.

A. $x=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $x=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $x=\frac{a\sqrt{3}}{8}$. **D.** $x=a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của BC nên tứ giác ADCI là hình thoi cạnh a nên IA = IB = IC = a thì tam giác ABC vuông tại A, suy ra AC vuông góc DI

$AC \perp ID\left(ID//AB\right), AC \perp SD \Rightarrow AC \perp \left(SID\right)$

$\Rightarrow AC \perp SI$

Do $AC \perp SI, BC \perp SI \Rightarrow SI \perp \left(ABCD\right) \Rightarrow (ABCD) \perp \left(SBC\right)$

Ta có: $SD = \sqrt{SI^2 + ID^2} = 2a$

Từ M kẻ hai đường thẳng lần lượt song song với SD, AC chúng cắt theo thứ tự SB tại Q và AB tại G, AC tại N. Từ G kẻ đường thẳng song song SD, cắt SA tại E,từ N kẻ đường thẳng song song với SD cắt SC tại P. Ta được thiết diện là ngũ giác GNPQE.

Ta có $BD = a\sqrt{3}$ nên tính được $EG = NP = 2\left(a - x\sqrt{3}\right), QM = 2\left(a - \dfrac{x}{\sqrt{3}}\right), GN = 3x$

Tứ giác EGMQ và MNPQ là hai hình thang vuông đường cao lần lượt là GM và NM nên

$S_{MNPQE} = 4x\left(3a - 2\sqrt{3}x\right)$

Max $S_{MNPQE} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ tại $x = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

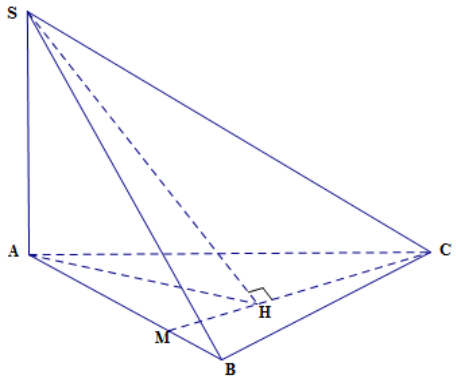
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 51: Cho hình chóp tam giác $SABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. M là một điểm thuộc cạnh AB. Kẻ $SH \perp CM$ tại H. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $S.AHC$ là

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $V_{S.AHC} = \frac{1}{3} SA.S_{\Delta AHC}$.

Do $SA = a$ không đổi nên $V_{S.AHC}$ lớn nhất khi và chỉ khi $S_{\Delta AHC}$ lớn nhất.

Mà $S_{\Delta AHC}$ lớn nhất $\Leftrightarrow \Delta AHC$ vuông cân tại H

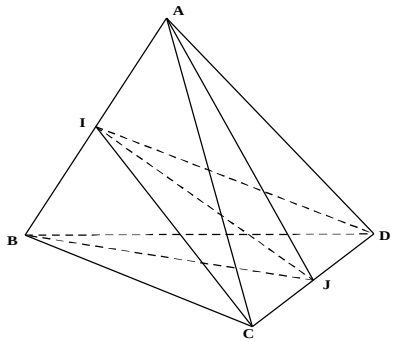
$\Rightarrow V_{Max} = \frac{1}{3} a.\frac{a^2}{4} = \frac{a^3}{12}$

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a$, $CD = 2b$ và các cạnh còn lại đều có độ dài bằng 1. Giá trị lớn nhất của diện tích toàn phần tứ diện $ABCD$ là

A. $\frac{(ab)^3}{12}$. **B.** $\frac{(ab)^3}{6}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Ta có

Hai tam giác cân ACD và BCD bằng nhau.

Hai tam giác cân ABC và ABD bằng nhau.

$CI \perp AB$ và $DI \perp AB$ và $IC = ID = \sqrt{1-a^2}$.

$JA \perp CD$ và $JB \perp CD$ và $JA = JB = \sqrt{1-b^2}$.

Khi đó $S_{tp} = 2S_{\Delta ABC} + 2S_{\Delta BCD} = a\sqrt{1-a^2} + b\sqrt{1-b^2} \le \frac{a^2+1-a^2}{2} + \frac{b^2+1-b^2}{2} = 1.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

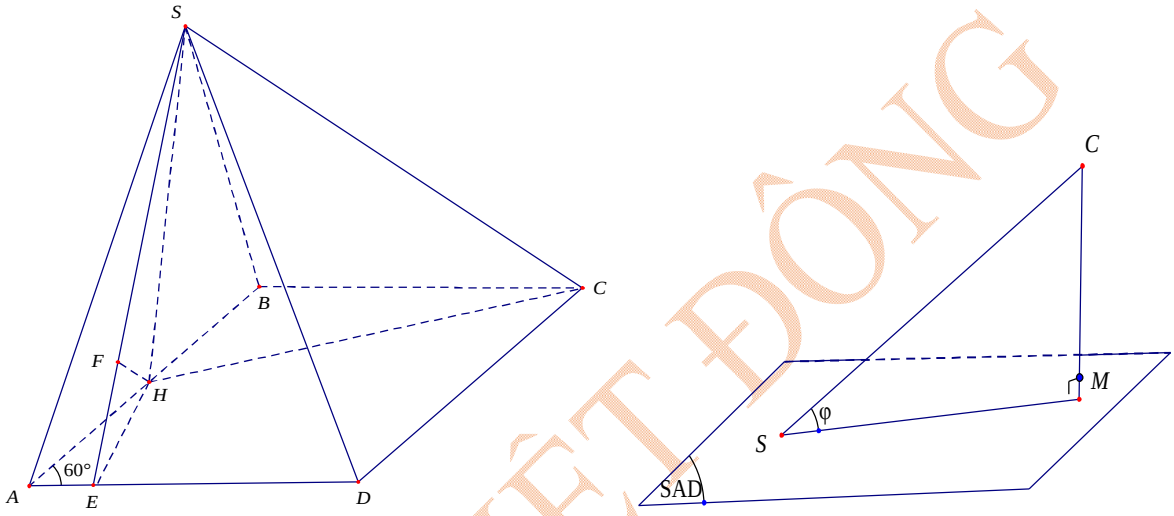
Dấu $=$ xảy ra $\Leftrightarrow a=b=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 53: Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD}=60^0, AB=2a$. Gọi H là trung điểm AB, trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại H lấy điểm S thay đổi khác H. Biết rằng góc giữa SC và (SAD) có số đo lớn nhất khi $SH=a.\sqrt[4]{\dfrac{m}{n}}$ (với m,n là các số tự nhiên và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản). Khi đó tổng $m+n$ bằng:

A. 7 **B.** 25 **C.** 23 **D.** 5

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là hình chiếu của C lên (SAD) và φ là góc giữa SC và (SAD).

Ta có $\sin\varphi=\dfrac{CM}{SC}=\dfrac{d\left(C;(SAD)\right)}{SC}$. Vì

$BC//(SAD)\Rightarrow d\left(C;(SAD)\right)=d\left(B;(SAD)\right)=2d\left(H;(SAD)\right)$

Gọi E là hình chiếu của H trên AD, Gọi F là hình chiếu của H trên SE ta có $d\left(H;(SAD)\right)=HF$

Khi đó $\sin\varphi=\dfrac{2HF}{SC}$. Đặt $SH=x(x>0)$ vì tam giác SHC vuông tại H nên

$SC=\sqrt{SH^2+CH^2}=\sqrt{SH^2+BC^2+BH^2-2BC.BH.\cos\widehat{CBH}}=\sqrt{x^2+7a^2}$

Tam giác vuông EHA có $\sin\widehat{HAE}=\dfrac{HE}{AH}\Rightarrow HE=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Do HF là đường cao của tam giác vuông HSE nên $\dfrac{1}{HF^2}=\dfrac{1}{HE^2}+\dfrac{1}{HS^2}=\dfrac{4}{3a^2}+\dfrac{1}{x^2}\Rightarrow HF=\dfrac{ax\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2+4x^2}}$. Khi đó

$\sin\varphi=\dfrac{2HF}{SC}=\dfrac{2\sqrt{3}ax}{\sqrt{(4x^2+3a^2)(x^2+7a^2)}}=\dfrac{2\sqrt{3}ax}{\sqrt{(4x^4+21a^4)+31a^2x^2}}$.

$\Rightarrow\sin\varphi\le\dfrac{2\sqrt{3}ax}{\sqrt{4\sqrt{21}.a^2x^2+31.a^2x^2}}\Rightarrow\sin\varphi\le\sqrt{\dfrac{12}{4\sqrt{21}+31}}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $x=\sqrt[4]{\dfrac{21}{4}}.a$.

Vậy φ lớn nhất khi và chỉ khi $\sin\varphi$ lớn nhất khi và chỉ khi $SH=\sqrt[4]{\dfrac{21}{4}}.a\Rightarrow m=21,n=4$

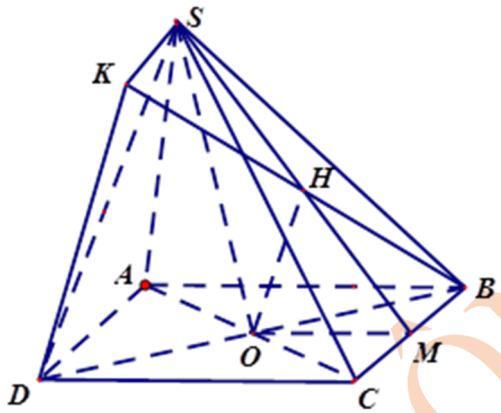
Khi đó $m+n=21+4=25$

Câu 54: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành, AD=4a, các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) khi thể tích của chóp S.ABCD lớn nhất bằng:

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$ **B.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$ **C.** $\sqrt{\frac{2}{5}}$ **D.** $\sqrt{\frac{3}{5}}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi O là hình chiếu của S trên (ABCD)

Do SA=SB=SC=SD nên OA=OB=OC=OD $\Rightarrow$ ◊ABCD là hình chữ nhật

Đặt $DC = x\ (x > 0) \Rightarrow AC = \sqrt{x^2 + 16a^2} \Rightarrow OA = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 16a^2}$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{6a^2 - \frac{1}{4}\left(x^2 + 16a^2\right)} = \sqrt{2a^2 - \frac{x^2}{4}}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.\sqrt{2a^2 - \frac{x^2}{4}}.4a.x = \frac{1}{3}.8a.\sqrt{2a^2 - \frac{x^2}{4}}.\frac{x}{2} \le \frac{1}{3}.8a\,\frac{2a^2 - \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{4}}{2} = \frac{8a^3}{3}.$$

Vậy thể tích S.ABCD đạt giá trị lớn nhất khi $\frac{x^2}{4} = 2a^2 - \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = 2a$

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của O,D trên (SBC)

Do SO=OM nên H là trung điểm SM

Do OD=OB nên H là trung điểm KB $\Rightarrow \Delta SKC$ là hình chiếu của ΔSDC trên (SBC)

$$x = 2a \Rightarrow \begin{cases} SO = a \\ OM = a \end{cases} \Rightarrow SM = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\Delta SKC} = \frac{1}{2}S_{\Delta SBC} = \frac{1}{4}.a\sqrt{2}.4a = a^2\sqrt{2}$$

Gọi N là trung điểm DC $\Rightarrow SN = \sqrt{6a^2 - a^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2}.a\sqrt{5}.2a = a^2.\sqrt{5}$

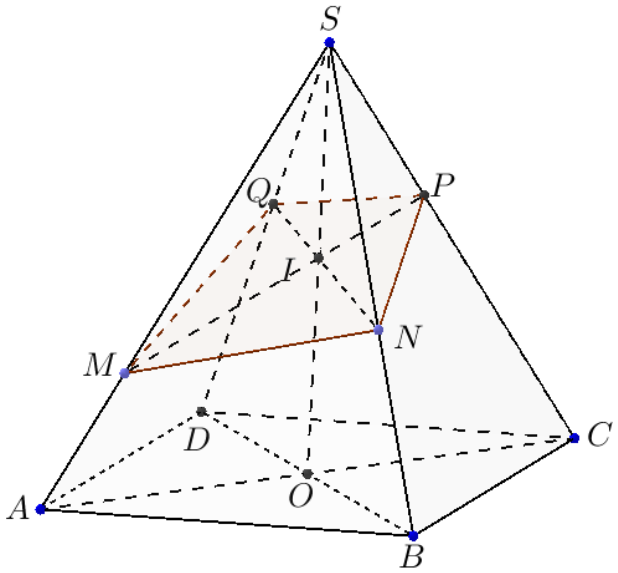
Theo công thức hình chiếu ta có $\Rightarrow S_{\Delta SKC} = S_{\Delta SDC}.\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{2}{5}}$

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích là V, $ABCD$ là hình bình hành có tâm O. Gọi I là trung điểm của SO, (P) là mặt phẳng qua I sao cho (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P, Q. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích của khối chóp $S.MNPQ$.

A. $\frac{V}{4}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{12}$. **D.** $\frac{V}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đặt $a=\frac{SA}{SM},b=\frac{SB}{SN},c=\frac{SC}{SP},d=\frac{SD}{SQ}$

$V_{SABD}=V_{SBCD}=V_0=\frac{1}{2}V$

$V_{SMNQ}=V_1,\ V_{SNPQ}=V_2$

Ta có kết quả: $a+c=b+d=2\frac{SO}{SI}=4$

$\frac{V_0}{V_1}=a.b.d\ ;\ \frac{V_0}{V_2}=c.b.d$

$\Rightarrow \frac{V_0}{V_1}+\frac{V_0}{V_2}=b.d\left(a+c\right)=4b\left(4-b\right)\le 16$ với $0<b\le 3$

Mặt khác: $\frac{V_0}{V_1}+\frac{V_0}{V_2}\ge 2\sqrt{\frac{V_0}{V_1}.\frac{V_0}{V_2}}=\frac{V}{\sqrt{V_1.V_2}}\ge\frac{2V}{V_1+V_2}=\frac{2V}{V_{S.MNPQ}}$

Do đó: $\frac{2V}{V_{S.MNPQ}}\le 16\Rightarrow V_{S.MNPQ}\ge\frac{V}{8}$

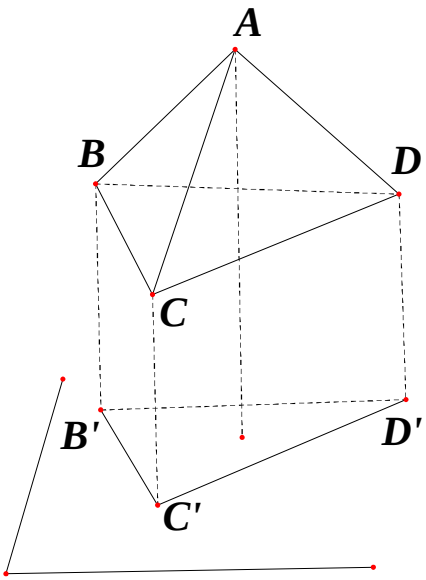
Câu 56: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi S là diện tích hình chiếu của tứ diện lên các mặt phẳng khác nhau. Khi đó S lớn nhất bằng?

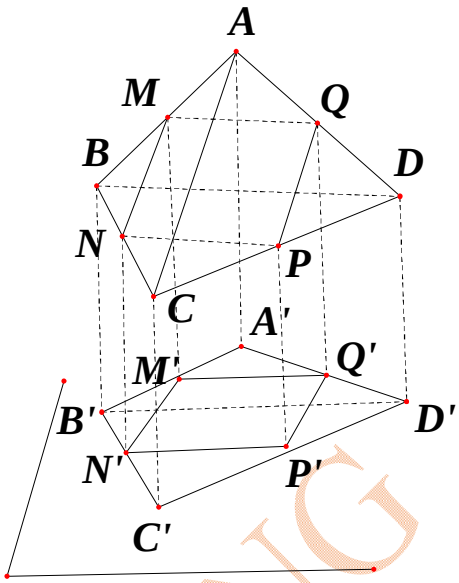
A. $S=a^2$. **B.** $S=\frac{a^2}{2}$. **C.** $S=\frac{a^2}{4}$. **D.** $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG





Nếu hình chiếu là tam giác, giả sử là tam giác $B'C'D'$, khi đó $S_{B'C'D'} \le S_{BCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Nếu hình chiếu là tứ giác, giả sử là $A'B'C'D'$. Gọi $M, N, P, Q, M', N', P', Q'$ lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, CD, DA, A'B', B'C', C'D', D'A'$, khi đó

$S_{A'B'C'D'} = 2S_{M'N'P'Q'} \le 2S_{MNPQ} = \dfrac{a^2}{2}$.

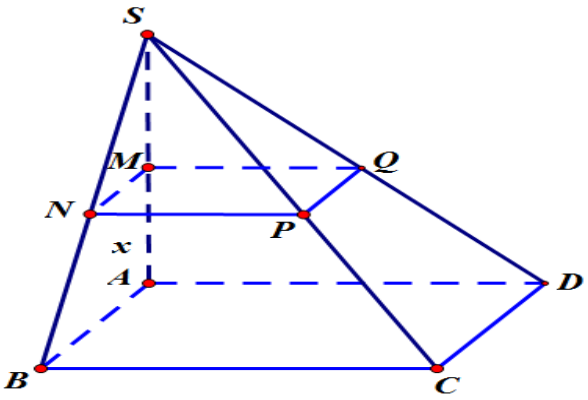
Vậy $S = \dfrac{a^2}{2}$.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và đường cao $SA = 2a$. $MNPQ$ là thiết diện song song với đáy, $M \in SA$ và $AM = x$. Xét hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MNPQ$ và đường sinh MA. Giá trị của x để thể tích khối trụ lớn nhất là

A. $x = \dfrac{a}{3}$. **B.** $x = \dfrac{2a}{3}$. **C.** $x = \dfrac{a}{2}$. **D.** $x = \dfrac{3a}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $MNPQ$ là thiết diện song song với đáy do đó $MNPQ$ đồng dạng với đáy. Suy ra $MNPQ$ là hình vuông.

Theo định lý talét ta có: $\dfrac{MN}{AB} = \dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2a - x}{2a} \Rightarrow MN = \dfrac{2a - x}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đường tròn đáy trụ (T) là đường tròn (C) ngoại tiếp hình vuông $MNPQ$ nên ta có bán kính đáy của trụ là $R=\frac{MN}{\sqrt{2}}=\frac{2a-x}{2\sqrt{2}}$.

Khi đó ta có thể tích khối trụ là: $V=\pi R^2h=\pi\left(\frac{2a-x}{2\sqrt{2}}\right)^2x=\frac{1}{8}\pi(2a-x)^2x$

Theo bất đẳng thức cauchy ta có

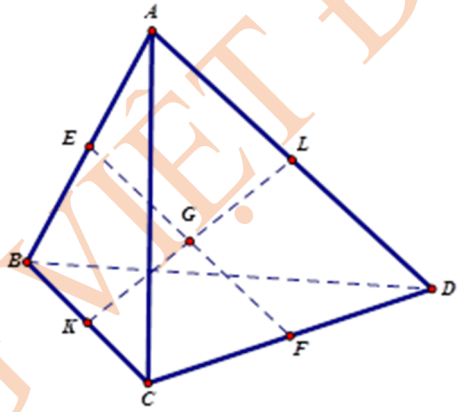
$$V=\frac{1}{8}\pi(2a-x)^2x=\frac{1}{16}\pi(2a-x)(2a-x)2x\le\frac{1}{16}\pi\left(\frac{2a-x+2a-x+2x}{3}\right)^3=\frac{4\pi a^3}{27}$$

$$\Rightarrow V\le\frac{4\pi a^3}{27}$$

$$V=\frac{4\pi a^3}{27}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(0;2a)\\2a-x=2x\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{2a}{3}$$

Vậy $V_{Max}=\frac{4\pi a^3}{27}\Leftrightarrow x=\frac{2a}{3}$

Câu 58: Cho tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R và thỏa mãn điều kiện $AB=CD$, $BC=AD$, $AC=BD$. M là một điểm thay đổi trong không gian.
Đặt $P=MA+MB+MC+MD$, giá trị nhỏ nhất của P là:



A. $P_{\min}=2R\sqrt{3}$. **B.** $P_{\min}=4R$. **C.** $P_{\min}=3R$. **D.** $P_{\min}=\frac{16R}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi G là trọng tâm của tứ diện; E, F, K, L lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD, BC, AD.
Ta có tam giác ACD bằng tam giác BCD nên $AF=BF$ suy ra $EF\perp AB$, tương tự ta chứng minh được $EF\perp CD$ và đường thẳng PQ vuông góc với cả hai đường thẳng BC, AD. Từ đó suy $GA=GB=GC=GD=R$.

Ta có $MA+MB+MC+MD=\frac{MA.GA+MB.GB+MC.GC+MD.GD}{GA}$

$$\ge\frac{\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{MD}.\overrightarrow{GD}}{GA}$$

$$=\frac{\overrightarrow{MG}.\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}\right)+4.GA^2}{GA}=4GA=4R.$$

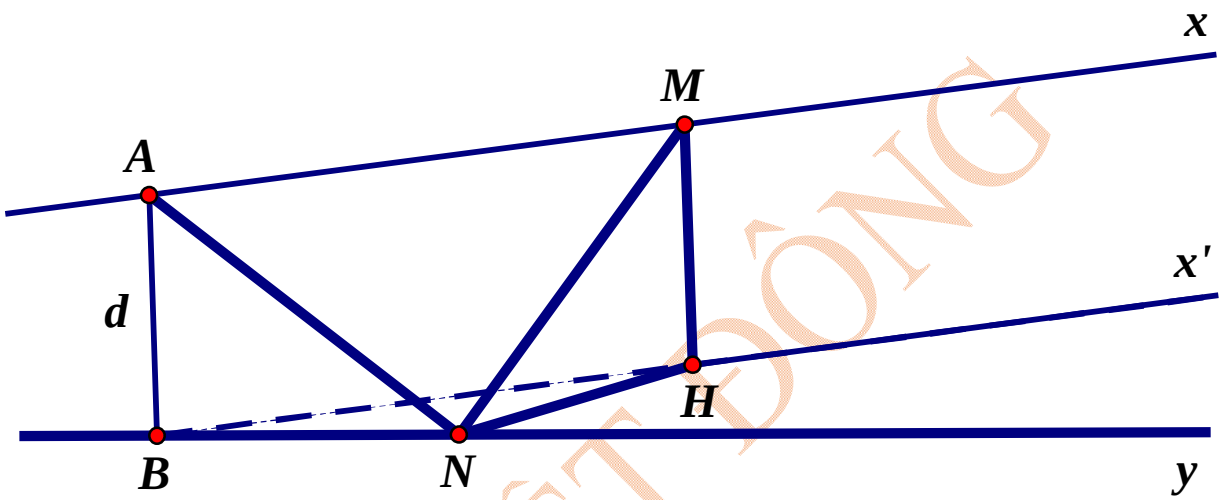
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M trùng với điểm G.
Vậy $P_{\min}=4R$.

Câu 59: AB là đường vuông góc chung của hai đường thẳng x, y chéo nhau, A thuộc x, B thuộc y. Đặt độ dài $AB=d$. M là điểm thay đổi thuộc x, N là điểm thay đổi thuộc y. Đặt $AM=m$, $BN=n$ $(m\ge 0, n\ge 0)$. Giả sử luôn có: $m^2+n^2=k>0$, k không đổi. Với giá trị nào của m, n thì độ dài MN nhỏ nhất?

A. $m=n=\sqrt{k}$ **B.** $m=\sqrt{\frac{k}{2}}, n=\sqrt{k}$. **C.** $m=n=\sqrt{\frac{k}{2}}$. **D.** $m=\sqrt{k}, n=\sqrt{\frac{k}{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Kẻ $Bx' // Ax$ và $MH // AB$.

$\Rightarrow MH \perp (Byx')$.

$\Rightarrow MH \perp (Byx')$.

Gọi α là góc giữa x và y.

Ta có : $MN^2=MH^2+HN^2=d^2+n^2+m^2-2m.n\cos\alpha=d^2+k-2m.n\cos\alpha$

Vì d, k, α không đổi và $k=m^2+n^2\ge 2m.n$ nên MN nhỏ nhất

$\Leftrightarrow m.n$ lớn nhất $\Leftrightarrow m=n=\sqrt{\frac{k}{2}}$.

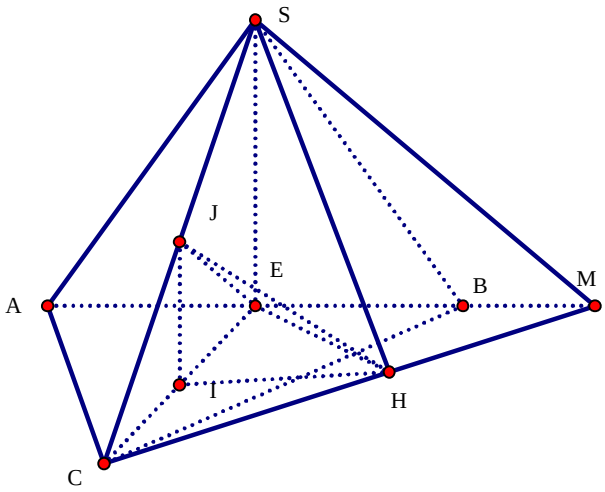
Câu 60: Cho hình chóp có đáy là tam giác vuông cân tại B, BA=BC=2a, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm E của AB, SE=2a. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của EC, SC, điểm M di động trên tia đối của tia BA sao cho $\widehat{ECM}=\alpha$ $(\alpha<90^0)$ và H là hình chiếu vuông góc của S trên MC. Khi thể tích của khối tứ diện EHIJ đạt giá trị lớn nhất. Thì thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện EHIJ là?

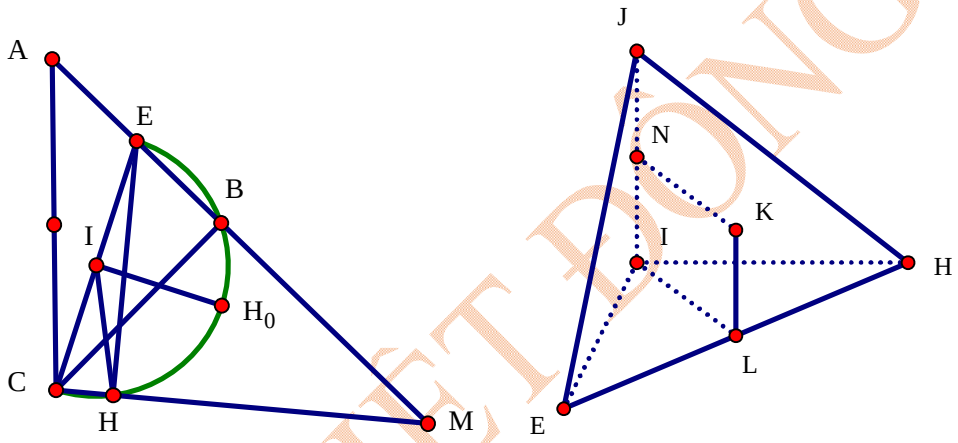
A. $V=\frac{11\pi a^3\sqrt{11}}{48}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{10}}{6}$. **C.** $V=\frac{3\pi a^3\sqrt{10}}{16}$. **D.** $V=\frac{11\pi a^3\sqrt{11}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG





Có I, J lần lượt là trung điểm của EC, SC. Nên IJ là đường trung bình ΔSCE

Suy ra IJ//SE, $SE \perp (ABC)$. Suy ra $IJ \perp (ABC)$, và $IJ = \frac{SE}{2} = a$

Có $SH \perp MC$, mà EH là hình chiếu của SH. Suy ra $EH \perp MC$

Có $CE = \sqrt{CB^2 + EB^2} = a\sqrt{5}$ không đổi. Suy ra H thuộc đường tròn (I) đường kính CE

Gọi V_1 là thể tích khối tứ diện J.EIH. Tứ diện J.EIH có chiều cao IJ

Có $V_1 = \frac{1}{3} IJ.dt(EIH)$, IJ không đổi

Có ΔECH vuông tại H, I là trung điểm CE. Suy ra $IH = IC = IE$

Nên $dt(EIH) = \frac{1}{2} dt(CEH)$

Có $dt(CEH) = \frac{1}{2} d(H;CE).CE$, có CE không đổi

$V_1 = \frac{1}{6} IJ.CE.d(H;CE)$ đạt GTLN

$\Leftrightarrow d(H;CE)$ đạt GTLN, mà H thuộc đường tròn (I) đường kính CE

$\Leftrightarrow$ H là điểm chính giữa của cung CE trong đường tròn (I)

$\Leftrightarrow \alpha = 45^0$

Gọi V_2 là thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp J.EHI

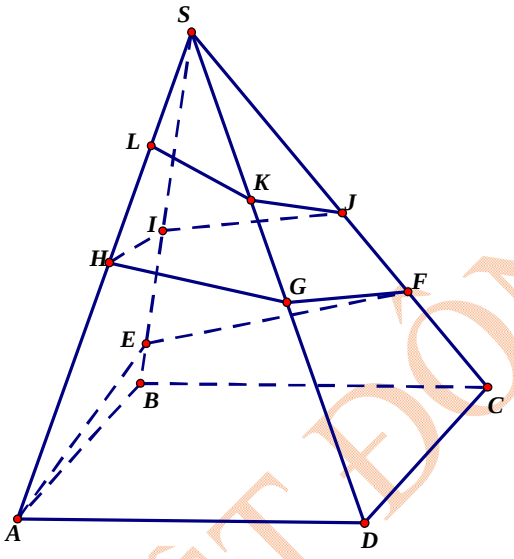
Khối chóp J.IEH có IJ, IE,IH đôi một vuông góc. Nên

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$V_2 = \frac{4}{3}\pi R^3,\ R = \sqrt{\left(\frac{IJ}{2}\right)^2 + \left(\frac{EH}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{11}}{4},\ EH = \frac{CE}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

$V_3 = \frac{4}{3}\pi \frac{a^3 11\sqrt{11}}{4^3} = \frac{11\pi a^3\sqrt{11}}{48}.$

Câu 61: Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng $200\,\text{m}$, góc $\widehat{ASB} = 15°$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40\,\text{m}$ (tham khảo hình vẽ)



Hỏi khi đó cần dung ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí?

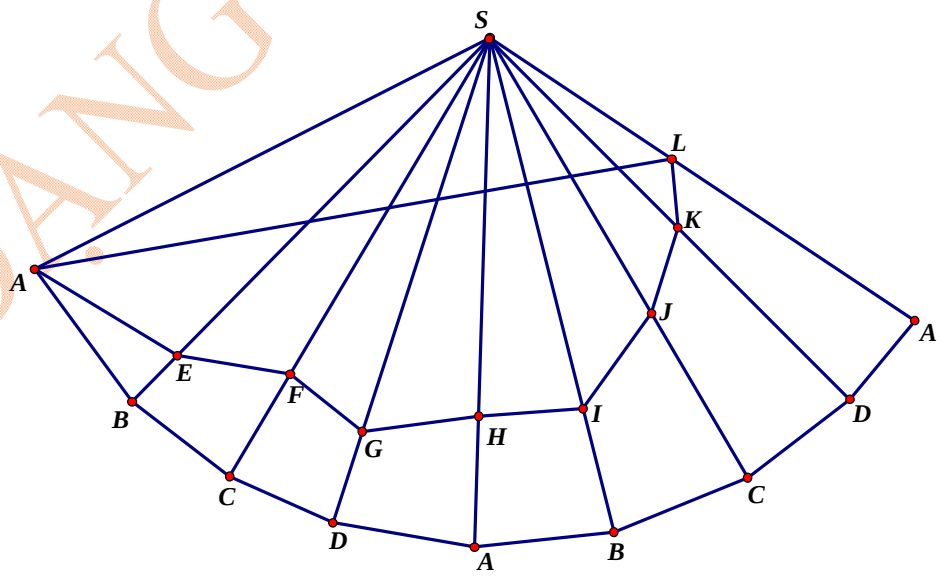
A. $40\sqrt{67}+40$ mét. **B.** $20\sqrt{111}+40$ mét. **C.** $40\sqrt{31}+40$ mét. **D.** $40\sqrt{111}+40$ mét.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta sử dụng phương pháp trải đa diện

Cắt hình chóp theo cạnh bên SA rồi trải ra mặt phẳng hai lần, ta có hình vẽ sau



Từ đó suy ra chiều dài dây đèn led ngắn nhất là bằng $AL + LS$.

Từ giả thiết về hình chóp đều $S.ABCD$ ta có $\widehat{ASL} = 120°$.

Ta có $AL^2 = SA^2 + SL^2 - 2SA.SL.\cos\widehat{ASL} = 200^2 + 40^2 - 2.200.40.\cos 120° = 49600$.

Nên $AL = \sqrt{49600} = 40\sqrt{31}$.

Vậy, chiều dài dây đèn led cần ít nhất là $40\sqrt{31}+40$ mét.

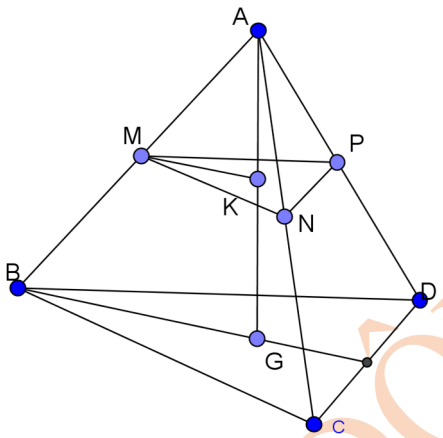
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 62: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Một mặt phẳng (Q) thay đổi luôn song song với mặt (BCD) cắt các cạnh AB, AC, AD thứ tự tại M, N, P. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MNPG$ nhỏ nhất là:

A. $\frac{a}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}-1}{3}a$ **C.** $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{6}a$ **D.** $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{3}a$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi K là tâm tam giác đều MNP. Đặt $KG = x, AG = h$. Khi đó $AK = h - x$.

Suy ra $\frac{MK}{BG} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow MK = \frac{h-x}{h}.BG = \frac{(h-x)a}{\sqrt{3}h}$

Ta có $MG = \sqrt{GK^2 + MK^2} = \sqrt{x^2 + \frac{(h-x)^2 a^2}{3h^2}}$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp MNPG có công thức $r = \frac{MG^2}{2.GK} = \frac{x^2 + \frac{(h-x)^2 a^2}{3h^2}}{2x}$

Ta có $h = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow r = \frac{x^2 + \frac{(h-x)^2 a^2}{3h^2}}{2x} = \frac{2x^2 + (h-x)^2}{4x} = \frac{1}{4}\left(3x + \frac{h^2}{x} - 2h\right)$

Suy ra r nhỏ nhất khi $x = \frac{h}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. Khi đó $Min\, r = \frac{\left(3\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)}{6}a$

Câu 63: Cho tứ diện $ABCD$ có $CA = CB = CD = a$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của CB, AD. Gọi G là trung điểm của IJ. Một mặt phẳng (α) thay đổi đi qua G sao cho mặt phẳng (α) cắt các cạnh CA, CB, CD lần lượt tại các điểm K, E, F. Tìm theo a giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

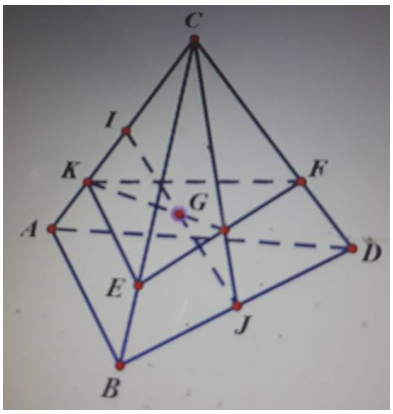
$$\frac{1}{CK^2} + \frac{1}{CE^2} + \frac{1}{CF^2}.$$

A. $\frac{4}{a^2}$. **B.** $\frac{16}{3a^2}$. **C.** $\frac{16}{a^2}$. **D.** $\frac{4}{3a^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi G là trọng tâm tứ diện $CABD$ ta có $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$

$$\overrightarrow{CG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{CA}{CK}\overrightarrow{CK}+\frac{CB}{CE}\overrightarrow{CE}+\frac{CD}{CF}\overrightarrow{CF}\right)$$

Đặt $x=CK,\ y=CE,\ z=CF\quad (x,y,z>0)$

$$\Rightarrow\frac{4}{a}\overrightarrow{CG}=\frac{1}{x}\overrightarrow{CK}+\frac{1}{y}\overrightarrow{CE}+\frac{1}{z}\overrightarrow{CF}$$

$$\Rightarrow\left(\frac{4}{a}-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z}\right)\overrightarrow{A_1G}=\frac{1}{x}\overrightarrow{GK}+\frac{1}{y}\overrightarrow{GE}+\frac{1}{z}\overrightarrow{GF}=\alpha\overrightarrow{GE}+\beta\overrightarrow{GF}$$

(do 3 vectơ $\overrightarrow{GK},\overrightarrow{GE},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng)

Nếu $\frac{4}{a}-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z}\neq 0$ thì 3 vectơ $\overrightarrow{CG},\overrightarrow{GE},\overrightarrow{GF}$ đồng phẳng (vô lí)

Vậy $\frac{4}{a}-\frac{1}{x}-\frac{1}{y}-\frac{1}{z}=0\Rightarrow\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{4}{a}$

Ta có $a^2+b^2+c^2\geq\frac{(a+b+c)^2}{3}$ nên

$$\frac{1}{CK^2}+\frac{1}{CE^2}+\frac{1}{CF^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}\geq\frac{1}{3}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2=\frac{16}{3a^2}$$

Câu 64: Cho một hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều.Thể tích của hình lăng trụ là V. Để diện tích toàn phần của hình lăng trụ nhỏ nhất thì cạnh đáy của lăng trụ là:

A. $\sqrt[3]{4V}$. **B.** $\sqrt[3]{V}$. **C.** $\sqrt[3]{2V}$. **D.** $\sqrt[3]{6V}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi cạnh đáy của lăng trụ là a, chiều cao lăng trụ là h.

Theo bài ra ta có $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.h\Rightarrow h=\frac{4V}{a^2\sqrt{3}}$

Diện tích toàn phần của lăng trụ là $S_{tp}=S_{xq}+S_{2\ đáy}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+\frac{4\sqrt{3}V}{a}$

Áp dụng bất đẳng thức AM - GM ta có $S_{tp}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+\frac{2\sqrt{3}V}{a}+\frac{2\sqrt{3}V}{a}\geq 3\sqrt[3]{\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.\frac{2\sqrt{3}V}{a}.\frac{2\sqrt{3}V}{a}}$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}V}{a}$ hay $a=\sqrt[3]{4V}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 65: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC vuông tại A, $SA \perp (ABC)$ và $SA = h$ không đổi; hai điểm B, C thay đổi sao cho $AB + AC = h$. Gọi I, J là các điểm lần lượt di động trên các cạnh SB và SC. Tính chu vi ngắn nhất của tam giác AIJ.

A. h. **B.** $h\sqrt{2}$. **C.** $h\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}h$.

Hướng dẫn giải

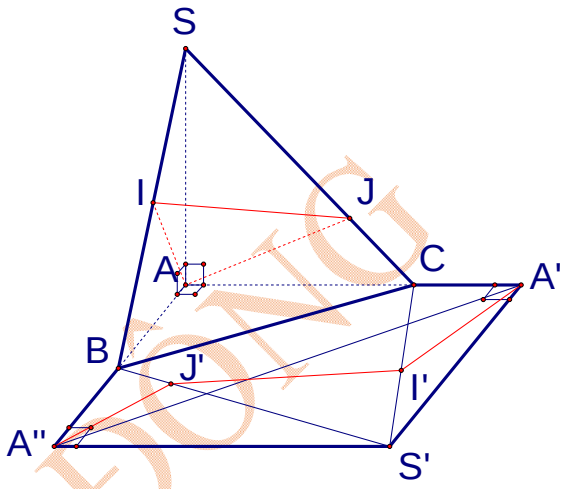
Chọn B

Trên tia AC và tia AB lần lượt lấy các điểm A', A'' sao cho $AA' = AA'' = SA = h$.

Gọi S' là đỉnh thứ 4 của hình bình hành $AA'S'A''$. Khi đó $AA'S'A''$ là hình vuông cạnh bằng h.

Dễ thấy $\Delta SAB = \Delta S'A'C$, $\Delta SAC = \Delta S'A''B$ và $\Delta SBC = \Delta S'CB\ (c-c-c)$.

Như vậy mặt xung quanh của hình chóp đã được trải ra trên mặt phẳng chứa đáy.



Gọi I', J' lần lượt thuộc các đoạn $S'C$ và $S'B$ sao cho $S'I' = SI$, $S'J' = SJ$.

Khi đó chu vi tam giác AIJ bằng độ dài đường gấp khúc $A'I' + I'J' + J'A''$.

Ta có $A'I' + I'J' + J'A'' \geq A'A'' = h\sqrt{2}$. Dấu bằng xảy ra khi A', I', J', A'' thẳng hàng.

Vậy chu vi tam giác AIJ nhỏ nhất bằng $h\sqrt{2}$.

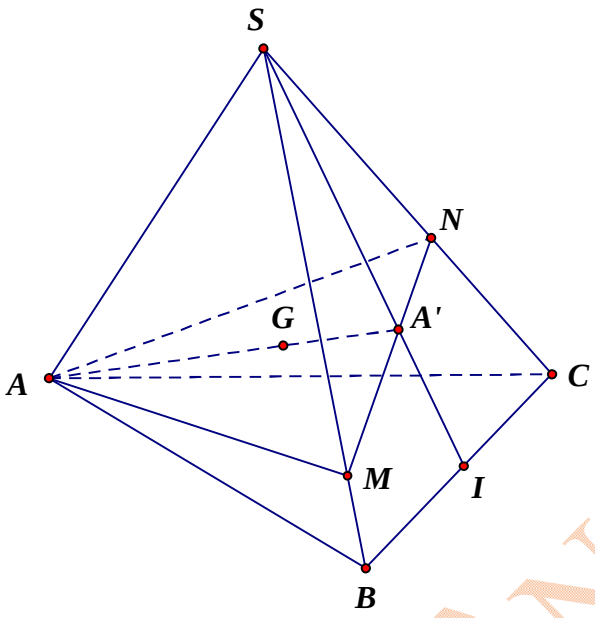
Câu 66: Cho tứ diện $SABC$ và G là trọng tâm của tứ diện. Một mp (α) quay quanh AG, cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại M và N (M, N không trùng S). Gọi V là thể tích tứ diện $SABC$, V_1 là thể tích tứ diện $SAMN$ và gọi m, n lần lượt là GTLN và GTNN của $\frac{V_1}{V}$. Hãy tính $m+n$.

A. $m+n=1$. **B.** $m+n=\frac{17}{18}$. **C.** $m+n=\frac{18}{19}$. **D.** $m+n=\frac{19}{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



+)Gọi A' là trọng tâm $\triangle SBC$, I là trung điểm BC Ta có A, G, A' thẳng hàng, S, A', I thẳng hàng

+)Đặt $\frac{SM}{SB}=x, \frac{SN}{SC}=y,$ với $0<x,y\le 1$

+)Ta có: $\frac{V_1}{V}=\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SC}=xy$

+)Mặt khác: $\frac{SB}{SM}+\frac{SC}{SN}=2\frac{SI}{SA'}\Leftrightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=3\Rightarrow y=\frac{x}{3x-1}$

+)Vì $0<y\le 1$ nên ta có : $\frac{1}{2}\le x\le 1.$

+) Khi đó: $\frac{V_1}{V}=xy=\frac{x^2}{3x-1}$. Xét $f(x)=\frac{x^2}{3x-1}, \frac{1}{2}\le x\le 1$

$f'(x)=\frac{3x^2-2x}{(3x-1)^2}, f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$

+) Bảng biến thiên:

x	$1/2$		$2/3$		1
$f'(x)$			0	$+$	
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$4/9$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$

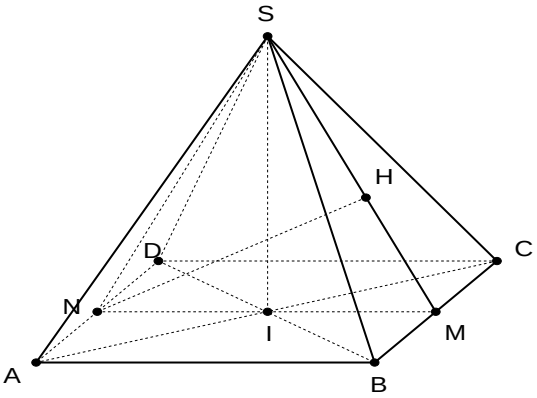
+) Từ bảng biến thiên suy ra: $m=\frac{1}{2}, n=\frac{4}{9}\Rightarrow m+n=\frac{17}{18}.$

Câu 67: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng 2, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ nhỏ nhất khi $\cos\alpha=\sqrt{\frac{a}{b}}$ với $a;b\in\mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $P=2018a-2019b$.

A. $P=-2020$. **B.** $P=-2022$. **C.** $P=-4039$. **D.** $P=-8077$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M,N lần lượt là trung điểm BC và AD, H là hình chiếu vuông góc của N trên SM, I là giao điểm của AC và BD. Ta có: $SI \perp (ABCD)$, $BC \perp (SMN) \Rightarrow \widehat{SMN} = \alpha$.

Do AD song song với mặt phẳng (SBC) nên $d(A;(SBC)) = d(N;(SBC)) = NH = 2$.

$MN = \dfrac{NH}{\sin\alpha} = \dfrac{2}{\sin\alpha} \Rightarrow S_{ABCD} = MN^2 = \dfrac{4}{\sin^2\alpha}$.

$SI = MI.\tan\alpha = \dfrac{1}{\sin\alpha}.\tan\alpha = \dfrac{1}{\cos\alpha}$.

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \dfrac{4}{3\sin^2\alpha.\cos\alpha}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\sin^4\alpha.2\cos^2\alpha = \sin^2\alpha.\sin^2\alpha.2\cos^2\alpha \le \left(\frac{\sin^2\alpha+\sin^2\alpha+2\cos^2\alpha}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$\Rightarrow \sin^2\alpha.\cos\alpha \le \dfrac{2}{3\sqrt{3}}$.

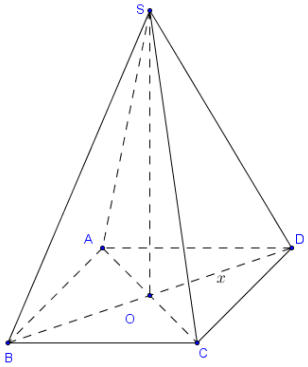
$(V_{S.ABCD})_{\min} \Leftrightarrow (\sin^2\alpha.\cos\alpha)_{\max}$

$\Leftrightarrow \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha \Leftrightarrow \cos\alpha = \sqrt{\dfrac{1}{3}} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow P = 2018a - 2019b = -4039$.

Câu 68: Gọi V là thể tích của khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng b. Tìm giá trị lớn nhất của V?

A. $\dfrac{4b^3}{9\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{b^3}{3\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{b^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{2b^3\sqrt{2}}{9\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A

Giả sử hình chóp đều S.ABCD có O là tâm hình vuông ABC**D.** Suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Đặt $OD = x \Rightarrow SO = \sqrt{b^2 - x^2}, 0 < x < b$.

Do đó thể tích S.ABCD là $V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}x^2\sqrt{b^2-x^2}$.

Đặt $t=\sqrt{b^2-x^2}, 0<t<b$ thì $V_{S.ABCD}=\frac{2}{3}\left(b^2-t^2\right)t=\frac{2}{3}f\left(t\right)$ với $f\left(t\right)=b^2t-t^3$.

Cách 1. Dùng bất đẳng thức Cosi (Cô Lưu Thêm)

Ta có $V=\frac{2}{3}x^2\sqrt{b^2-x^2}=\frac{2}{3}\sqrt{x^4\left(b^2-x^2\right)}\le\frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{\left(\frac{x^2+x^2+2b^2-2x^2}{3}\right)^3}=\frac{4b^3}{9\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{\max}=\frac{4b^3}{9\sqrt{3}}$.

Cách 2. Dùng hàm số

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		$-\frac{b}{\sqrt{3}}$		0		$\frac{b}{\sqrt{3}}$		b	$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	$-$	
$f(t)$					0	↗	$\frac{2b^3}{3\sqrt{3}}$	↘	0	

Dựa vào bảng biến thiên thì $V_{S.ABCD}$ nhỏ nhất $V_{\max}=\frac{2}{3}\underset{(0;b)}{\text{Max}}\,f\left(t\right)=\frac{2}{3}.\frac{2b^3}{3\sqrt{3}}=\frac{4b^3}{9\sqrt{3}}$ (ddvtt).

Phương án B là đoán tam giác SOD vuông cân.

Phương án C là đoán góc giữa cạnh bên với đáy bằng 60^0.

Phương án D là do nhầm lẫn $x=\frac{b}{\sqrt{3}}$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình thang cân $(AD//BC)$ và $BC=2a$, $AB=AD=DC=a(a>0)$. Mặt bên SBC là tam giác đều. Biết SD vuông góc với AC. Mặt phẳng (α) qua điểm M thuộc đoạn BD (M khác B, D) và song song với hai đường thẳng SD và AC. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (α) có diện tích lớn nhất là.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** a^2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dễ thấy đáy $ABCD$ là nữa hình lục giác đều cạnh a.

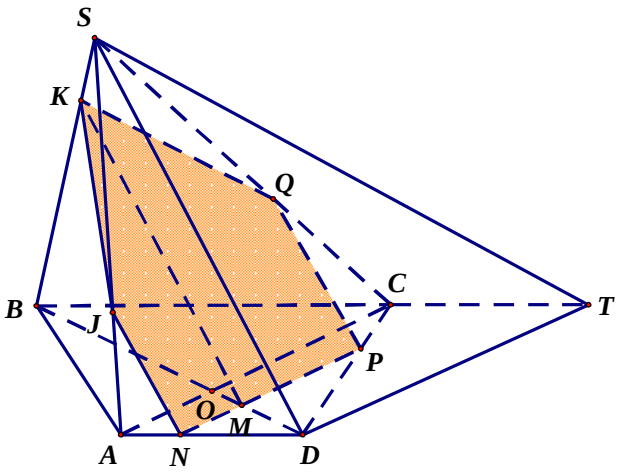
Kẻ DT song song AC (T thuộc BC). Suy ra $CT=AD=a$ và DT vuông góc SD.

Ta có: $DT=AC=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác SCT có $SC=2a, CT=a,\ \widehat{SCT}=120^0\Rightarrow ST=a\sqrt{7}$

Xét tam giác vuông SDT có $DT=a\sqrt{3}$, $ST=a\sqrt{7}\Rightarrow SD=2a$

TH1: M thuộc đoạn OD



Qua M kẻ đường thẳng song song với AC cắt AD, DC lần lượt tại N,P. Qua M,N,P kẻ các đường thẳng song song với SD cắt SB,SA,SC lần lượt tại K,J,Q. Thiết diện là ngũ giác $NPQKJ$.

Ta có: NJ,MK,PQ cùng vuông góc với NP.

$$dt\left(NPQKJ\right)=dt\left(NMKJ\right)+dt\left(MPQK\right)=\frac{1}{2}(NJ+MK)MN+\frac{1}{2}(MK+PQ)MP$$

$$=\frac{1}{2}(NJ+MK).NP \text{ (do } NJ=PQ\text{).}$$

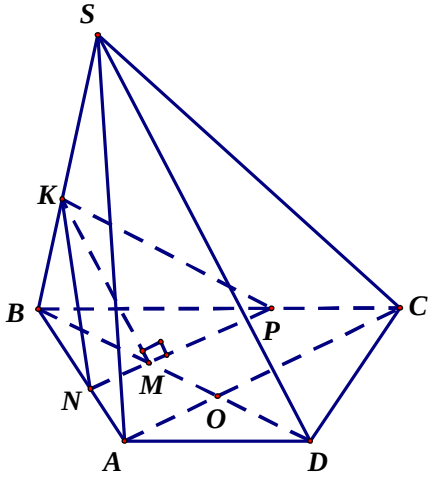
Đặt $MD=x$, $0<x<\dfrac{a\sqrt{3}}{3}=OD$ Ta có: $\dfrac{NP}{AC}=\dfrac{MD}{OD}\Rightarrow NP=\dfrac{AC.MD}{OD}=\dfrac{x.a\sqrt{3}}{\frac{a}{\sqrt{3}}}=3x$

$$\frac{NJ}{SD}=\frac{AN}{AD}=\frac{OM}{OD}\Rightarrow NJ=\frac{SD.OM}{OD}=\frac{2a.\left(\frac{a}{\sqrt{3}}-x\right)}{\frac{a}{\sqrt{3}}}=2(a-x\sqrt{3})$$

$$\frac{KM}{SD}=\frac{BM}{BD}\Rightarrow KM=\frac{SD.BM}{BD}=\frac{2a.\left(a\sqrt{3}-x\right)}{a\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}(a\sqrt{3}-x)$$

Suy ra: $dt\left(NPQKJ\right)=\dfrac{1}{2}\left(2(a-x\sqrt{3})+\dfrac{2}{\sqrt{3}}(a\sqrt{3}-x)\right)3x=2(3a-2\sqrt{3}x)x$

TH2: M thuộc đoạn OB



Qua M kẻ đường thẳng song song với AC cắt AB,BC lần lượt tại N,P.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Qua M cắt SB, SA, SC lần lượt tại K. Thiết diện là tam giác NPK.

Ta có: MK vuông góc với NP nên $S_{NPK}=\frac{1}{2}MK.NP$

Đặt $MD=x$ nên $x\in\left[\frac{a\sqrt{3}}{3};a\sqrt{3}\right)$

Ta có:

$$\frac{NP}{AC}=\frac{MB}{BO}\Rightarrow NP=\frac{AC.MB}{BD}=\frac{a\sqrt{3}\left(a\sqrt{3}-x\right)}{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}=\frac{3\left(a\sqrt{3}-x\right)}{2}$$

$$\frac{KM}{SD}=\frac{BM}{BD}\Rightarrow KM=\frac{SD.BM}{BD}=\frac{2a.\left(a\sqrt{3}-x\right)}{a\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}(a\sqrt{3}-x)$$

Suy ra: $dt\left(NPK\right)=\frac{3}{2}(\sqrt{3}a-x)^2$

Vậy diện tích thiết diện

$$\text{S}(x)=f\left(x\right)=\begin{cases}2(3a-2\sqrt{3}x)x & \text{khi } x\in\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)\\ \frac{3}{2}(\sqrt{3}a-x)^2 & \text{khi } x\in\left[\frac{a\sqrt{3}}{3};a\sqrt{3}\right)\end{cases}$$

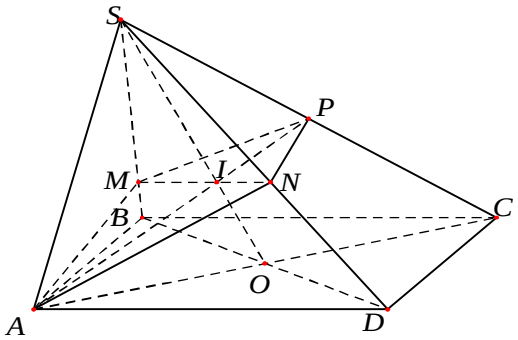
Từ bảng biến thiên ta có diện tích thiết diện lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$ khi $x=\frac{\sqrt{3}}{4}a$

Câu 70: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Một mặt phẳng qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $x=\frac{SM}{SB}$, $y=\frac{SN}{SD}$, $\left(0<x,y\le 1\right)$.

Ta có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMP}+V_{S.ANP}}{V}=\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}}+\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SP}{SC}+\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{1}{4}\left(x+y\right)$ (1)

Lại có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMN}+V_{S.PMN}}{V}=\frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ABD}}+\frac{V_{S.PMN}}{2V_{S.CBD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}+\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{3}{4}xy$ (2).

Suy ra $\frac{1}{4}(x+y)=\frac{3}{4}xy\Rightarrow x+y=3xy\Rightarrow y=\frac{x}{3x-1}$. Từ điều kiện $0<y\le 1$, ta có $\frac{x}{3x-1}\le 1$, hay $x\ge\frac{1}{2}$. Thay vào (2) ta được tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V}=\frac{3}{4}.\frac{x^2}{3x-1}$.

Đặt $f(x)=\frac{3}{4}.\frac{x^2}{3x-1}, x\in\left[\frac{1}{2};1\right]$, ta có $f'(x)=\frac{3}{4}.\frac{3x^2-2x}{(3x-1)^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0 & (L)\\ x=\frac{2}{3} & (N)\end{array}\right.$.

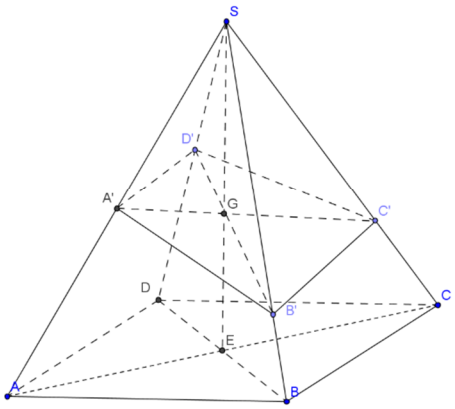
$f\left(\frac{1}{2}\right)=f(1)=\frac{3}{8}$, $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$, do đó $\min\frac{V_1}{V}=\min\limits_{x\in\left[\frac{1}{2};1\right]}f(x)=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$.

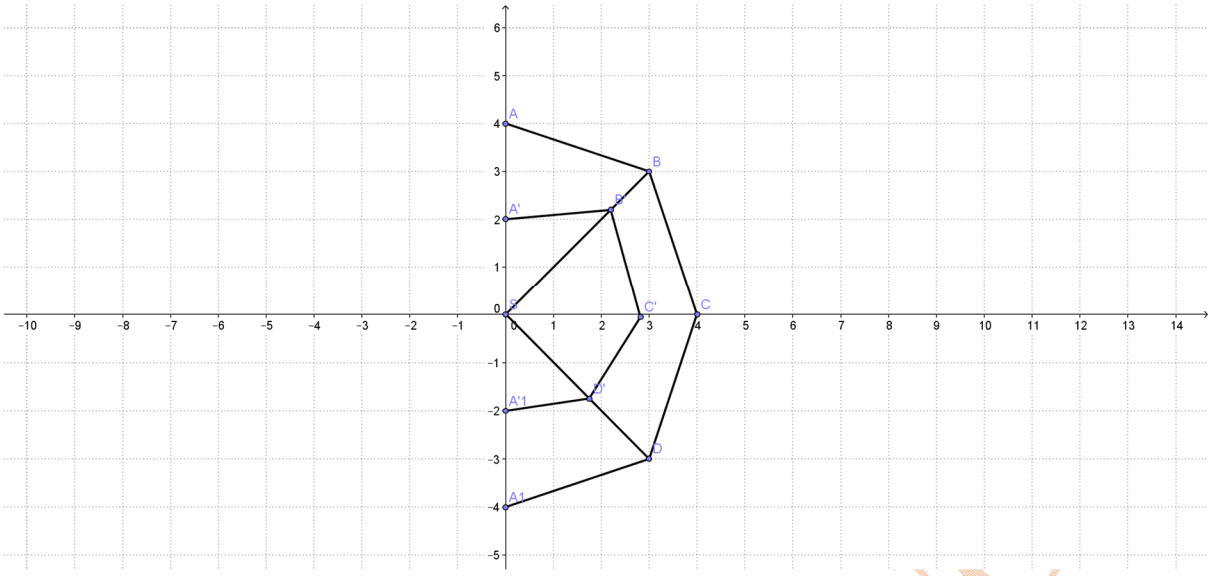
Câu 71: Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh bên bằng 1, các mặt bên là các tam giác có góc ở đỉnh S bằng 45^0. Cho A' là trung điểm SA, C' thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SC}{SC'}=\frac{3}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua A', C' cắt các cạnh SB, SD lần lượt tại B', D'. Số nào gần với giá trị nhỏ nhất của chu vi tứ giác A'B'C'D'.

A. 1.79 **B.** 3.3 **C.** 2.05 **D.** 1.3

Hướng dẫn giải.

Chọn A





Từ giả thiết của bài toán ta có: $\frac{□□}{□□'}+\frac{□□}{□□'}=\frac{□□}{□□'}+\frac{□□}{□□'}\Rightarrow\frac{□□}{□□'}+\frac{□□}{□□'}=\frac{7}{2}(1)$

Trải phẳng 4 mặt bên của hình chóp và ghép lại sao cho thu được một nủa lục giác đều với cạnh SA tách thành SA và SA' và đặt vào hệ Oxy(hình vẽ)

Khi đó ta có: $□(0;0);□(0;1);□'(0;-1);□'\left(0;\frac{1}{2}\right);□'_1\left(0;-\frac{1}{2}\right);□'\left(\frac{2}{3};0\right)$; và

$□'(□;□);□'(□;-□);□;□\in\left(0;\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

$$(1)\Leftrightarrow\frac{1}{□}+\frac{1}{□}=\frac{7}{\sqrt{2}}\Rightarrow\frac{7}{\sqrt{2}}\geq\frac{4}{□+□}\Rightarrow□+□\geq\frac{4\sqrt{2}}{7}$$

Chu vi cần A'B'C'D' là $□=□'□'+□'□'+□'□'+□'□'_1$

$$\Leftrightarrow□=\sqrt{□^2+\left(□-\frac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(□-\frac{2}{3}\right)^2+□^2}+\sqrt{□^2+\left(□-\frac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{\left(□-\frac{2}{3}\right)^2+□^2}$$

$$\Leftrightarrow□=\left[\sqrt{□^2+\left(□-\frac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{□^2+\left(□-\frac{1}{2}\right)^2}\right]+\left[\sqrt{\left(□-\frac{2}{3}\right)^2+□^2}+\sqrt{\left(□-\frac{2}{3}\right)^2+□^2}\right]$$

$$\Rightarrow□\geq\sqrt{(□+□)^2+(□+□-1)^2}+\sqrt{(□+□)^2+\left(□+□-\frac{4}{3}\right)^2}\geq$$

$$\Rightarrow\min(□)\approx1.79$$

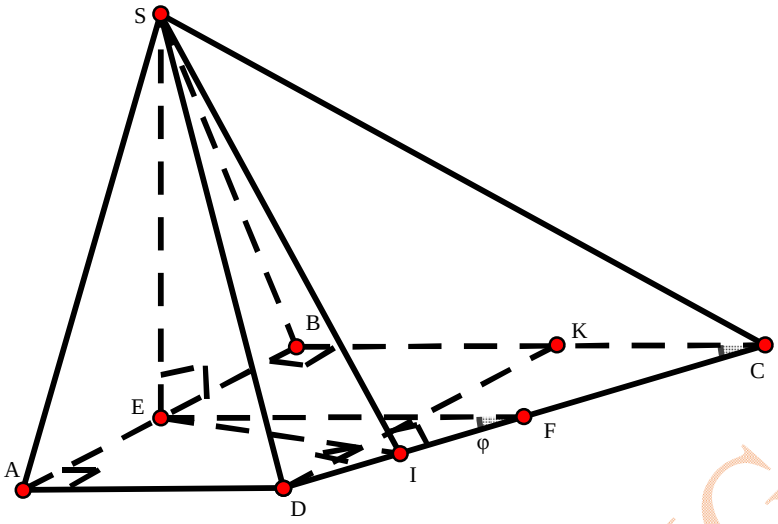
Dấu "=" xảy ra khi $□=□=\frac{2\sqrt{2}}{7}\Rightarrow□'□'\ /\!/\ □□$.

Câu 72: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có mặt bên SAB là tam giác đều cạnh bằng a nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, đáy là hình thang vuông tại A và B, và $AD+BC=2b$, với a,b là các số dương cho trước không đổi, C,D là 2 điểm thay đổi. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của diện tích toàn phần của hình chóp $S.ABCD$ (diện tích toàn phần bằng tổng diện tích tất cả các mặt của hình chóp). Khi đó giá trị $\frac{4m}{a}$ có dạng: $\sqrt{x}.a+y.b+\sqrt{z.a^2+t.b^2}$, với x,y,z,t là các số nguyên dương. Tính tổng $x+y+z+t$

A. 16. **B.** 18. **C.** 14 **D.** 13.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD $\Rightarrow$ Ta có SE là đường cao của hình chóp và EF là đường trung bình của hình thang vuông ABCD

Hạ $EI \perp CD$ ta chứng minh được $CD \perp (SEI) \Rightarrow SI \perp CD$

Ta cũng chứng minh được $SA \perp AD$, $SB \perp BC$

Ta tính được $SE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $EF = b$; $S_{SAB} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $S_{ABCD} = ab$; $S_{SAD} + S_{SBC} = ab$

Và: $S_{SCD} = \frac{1}{2} SI.CD$

Vì tổng $S_{SAB} + S_{ABCD} + S_{SAD} + S_{SBC}$ không đổi nên diện tích toàn phần của hình chóp $S.ABCD$ đạt GTNN $\Leftrightarrow$ S_{SCD} đạt GTNN

Gọi $\widehat{IFE} = \varphi$ thì: $EI = EF.\sin\varphi = b\sin\varphi$. Theo ĐL Pytago ta tính được:

$$SI = \sqrt{SE^2 + EI^2} = \frac{1}{2}\sqrt{3a^2 + 4b^2\sin^2\varphi}$$

Kẻ $DK // AB \Rightarrow DK = AB = a \Rightarrow CD = \frac{a}{\sin\varphi}$

$$\Rightarrow S_{SCD} = \frac{1}{2}.\frac{a}{\sin\varphi}.\frac{1}{2}\sqrt{3a^2 + 4b^2\sin^2\varphi} = \frac{1}{4}a\sqrt{\frac{3a^2}{\sin^2\varphi} + 4b^2} \Rightarrow S_{SCD} \text{ đạt GTNN} \Leftrightarrow$$

$\sin\varphi = 1 \Leftrightarrow \varphi = 90^0$ và GTNN của S_{SCD} bằng: $\frac{1}{4}a\sqrt{3a^2 + 4b^2}$

Vậy $m = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 2ab + \frac{1}{4}a\sqrt{3a^2 + 4b^2} \Rightarrow \frac{4m}{a} = a\sqrt{3} + 8b + \sqrt{3a^2 + 4b^2}$

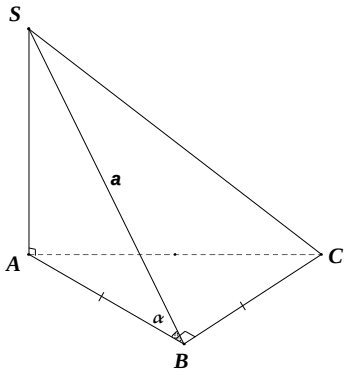
$\Rightarrow x = 3,\ y = 8,\ z = 3,\ t = 4 \Rightarrow x + y + z + t = 18$

Câu 73: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, $SA \perp (ABC)$. Đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh B, $SB = a$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SCB) và (ABC). Xác định giá trị của $\sin\alpha$ để thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất.

A. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\sin\alpha = 1$. **D.** $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có : $\begin{cases}(SBC)\cap(ABC)=BC\\ BC\perp AB\\ BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp SB\Rightarrow((SBC),(ABC))=\alpha=\widehat{SBA}.$

$\Rightarrow AB=a.\cos\alpha=BC;SA=a.\sin\alpha$. Nên $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{6}.SA.AC.BC=\frac{1}{6}a^3.\sin\alpha.\cos^2\alpha.$

Suy ra $V_{S.ABC}$ max $\Leftrightarrow(\sin\alpha.\cos^2\alpha)$max

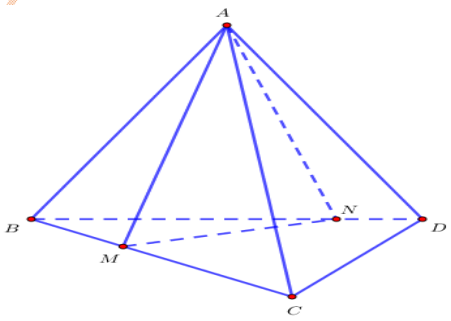
Đặt $x=\sin\alpha(0<x<1)$, khi đó $\sin\alpha.\cos^2\alpha=x(1-x^2)=x-x^3$

Xét hàm số $y=x-x^3$ với $0<x<1$ ta có $y'=1-3x^2$,

lập bảng biến thiên ta có $y_{\max}=y\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{9}=\frac{2\sqrt{3}}{9}.$

Vậy $V_{\max}\Leftrightarrow\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}.$

Câu 74: Cho tứ diện $ABCD$. Hai điểm M,N lần lượt di động trên hai đoạn thẳng BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM}+3\frac{BD}{BN}=10$. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $ABMN$ và $ABCD$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{6}{25}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}d(A;(BMN)).S_{\Delta BMN}}{\frac{1}{3}d(A;(BCD)).S_{\Delta BCD}}=\frac{S_{\Delta BMN}}{S_{\Delta BCD}}.$

Gọi H là hình chiếu của M lên BD và K là hình chiếu của C lên BD, khi đó ta có

$\frac{S_{\Delta BMN}}{S_{\Delta BCD}}=\frac{MH.BN}{CK.BD}=\frac{BM}{BC}.\frac{BN}{BD}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$10 = 2\dfrac{BC}{BM} + 3\dfrac{BD}{BN} \ge 2\sqrt{6.\dfrac{BC}{BM}.\dfrac{BD}{BN}} \Rightarrow \dfrac{BC}{BM}.\dfrac{BD}{BN} \le \dfrac{25}{6} \Rightarrow \dfrac{BM}{BC}.\dfrac{BN}{BD} \ge \dfrac{6}{25}$.

Dấu "=" xẩy ra khi $BM = \dfrac{2}{5}BC, BN = \dfrac{3}{5}BD$

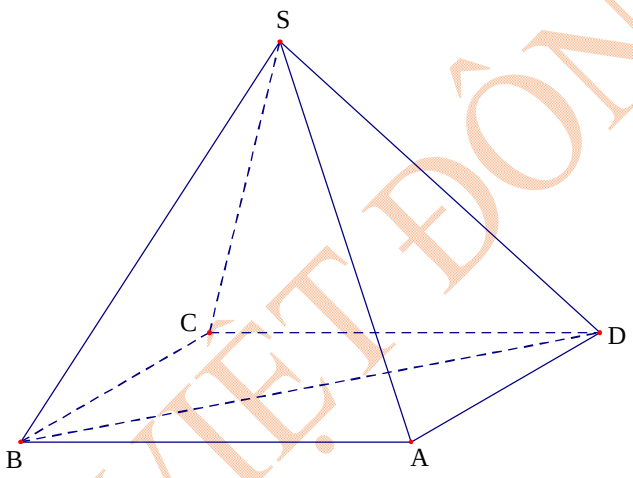
Suy ra $\dfrac{S_{\Delta BMN}}{S_{\Delta BCD}} \ge \dfrac{6}{25}$.

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2}$ nhỏ nhất bằng $\dfrac{6}{25}$.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, các tam giác SBC và SCD đều là các tam giác vuông cân đỉnh S. Tìm thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C

ΔSBC và ΔSCD đều là các tam giác vuông cân đỉnh $S \Rightarrow CS = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}, \widehat{BCS} = \widehat{DCS} = 45^0$

Đặt $\widehat{BCD} = \alpha$

$V_{S.ABCD} = 2V_{S.BCD} = \dfrac{1}{3}CB.CD.CS\sqrt{1 + 2\cos\widehat{BCS}.\cos\widehat{DCS}.\cos\widehat{BCD} - \cos^2\widehat{BCS} - \cos^2\widehat{DCS} - \cos^2\widehat{BCD}}$

$= \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}\sqrt{\cos\alpha - \cos^2\alpha}$

$= \dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}\sqrt{\dfrac{1}{4} - \left(\dfrac{1}{2} - \cos\alpha\right)^2} \le \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$ khi và chỉ khi $\cos\widehat{BCD} = \dfrac{1}{2}$.

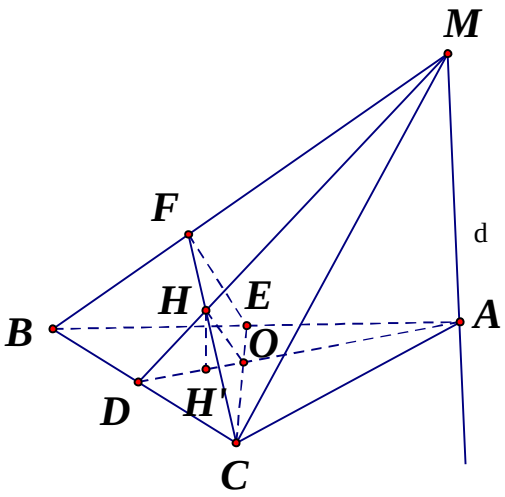
Câu 76: Cho tam giác ABC đều cạnh a. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A (M khác A). Gọi H, O lần lượt là trực tâm tam giác MBC và ABC. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $OHBC$ bằng:

A. $\dfrac{a^3}{121}$. **B.** $\dfrac{a^3}{144}$. **C.** $\dfrac{a^3}{145}$. **D.** $\dfrac{a^3}{112}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $CE \perp (MAB) \Rightarrow MB \perp (CEF) \Rightarrow MB \perp OH$

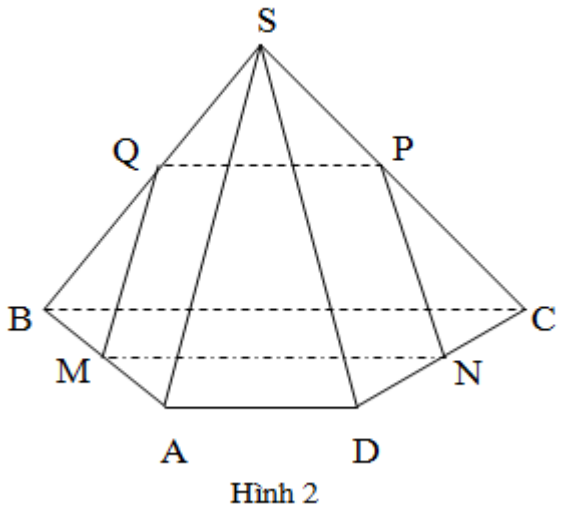
Tương tự $MC \perp OH \Rightarrow OH \perp (MBC) \Rightarrow \widehat{DHO} = 90^0$. Kẻ $HH' \perp (OBC) \Rightarrow H'$ thuộc DO. Ta có $S_{OBC} = \dfrac{\sqrt{3}a^2}{12}$ nên thể tích $OHBC$ lớn nhất khi HH' lớn nhất; H chạy trên đường tròn đường kính OD nên HH' lớn nhất khi $HH' = \dfrac{1}{2}DO$, khi đó $HH' = \dfrac{1}{6}AD \Rightarrow HH' = \dfrac{\sqrt{3}a}{12}$ và $V_{H.OBC} = \dfrac{1}{3}HH'.S_{OBC} = \dfrac{a^3}{144}$. Suy ra $V_{\max} = \dfrac{a^3}{144}$.

Câu 77: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang, đáy lớn $BC = 2a$, $AD = a$, $AB = b$. Mặt bên (SAD) là tam giác đều. Mặt phẳng (α) qua điểm M trên cạnh AB và song song với các cạnh SA, BC. (α) cắt CD, SC, SB lần lượt tại N, P, Q. Đặt $x = AM$ $(0 < x < b)$. Giá trị lớn nhất của diện tích thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Hình 2

$(\alpha) \| SA$ vµ BC nªn $(\alpha) \| (SAD) \Rightarrow MQ \| SA, NP \| SD$

Ta có $MN \| PQ \| AD \| BC$

Theo ĐL Talét trong hình thang ABCD: $\dfrac{BM}{BA} = \dfrac{CN}{CD}$ (1)

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Theo ĐL Talét trong $\Delta SAB: \dfrac{BM}{BA}=\dfrac{BQ}{BS}=\dfrac{MQ}{SA}$ (2)

Theo ĐL Talét trong $\Delta SCD: \dfrac{CN}{CD}=\dfrac{CP}{CS}=\dfrac{PN}{SD}$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra $MQ=NP=\dfrac{b-x}{b}a;\ PQ=\dfrac{x}{b}2a;\ MN=a+\dfrac{x}{b}a$

$\Rightarrow$ Thiết diện là hình thang cân và

$$S_{td}=\frac{1}{2}(MN+PQ)\sqrt{MQ^2-\left(\frac{MN-PQ}{2}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{ab+ax}{b}+\frac{2ax}{b}\right)\sqrt{\frac{a^2(b-x)^2}{b^2}-\frac{a^2(b-x)^2}{4b^2}}=\frac{1}{2}.\frac{a(b+3x)}{b}.\frac{a\sqrt{3}(b-x)}{2b}$$

$$=\frac{a^2\sqrt{3}}{12b^2}(3x+b)(3b-3x)\le\frac{a^2\sqrt{3}}{12b^2}\left(\frac{3x+b+3b-3x}{2}\right)^2=\frac{a\sqrt{3}}{3}$$

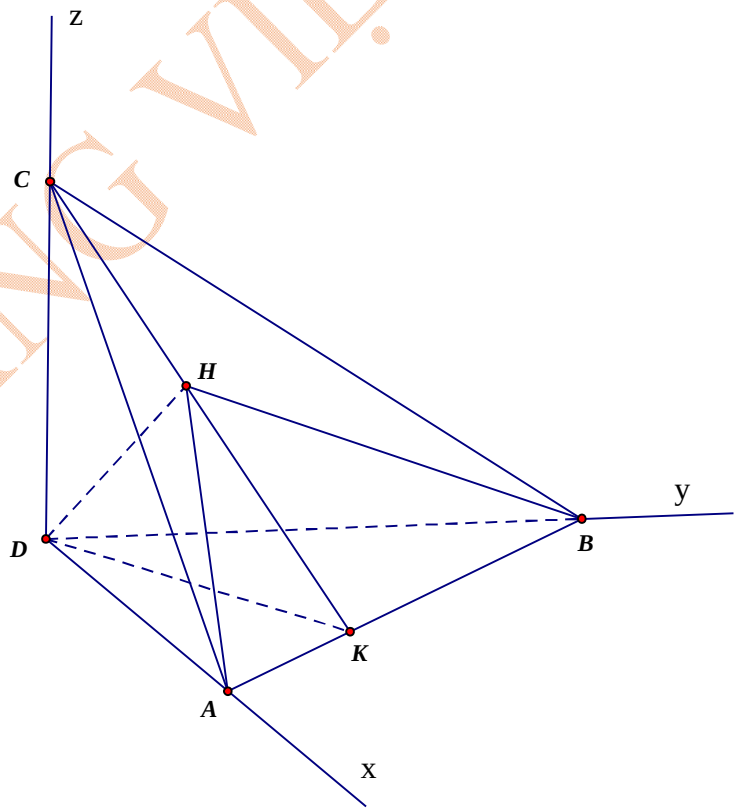
Vậy diện tích lớn nhất của thiết diện là $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{3}$ khi $x=\dfrac{b}{3}$.

Câu 78: Cho ba nửa đường thẳng Dx, Dy, Dz đôi một vuông góc. Trên Dx, Dy, Dz lần lượt lấy ba điểm A, B, C sao cho $A, B, C \neq D$ và $S_{\Delta ABC}=s$ ($s>0$, s không đổi). Giá trị lớn nhất của diện tích toàn phần của tứ diện $ABCD$ là

A. $\sqrt{3}.s$. **B.** $3s$. **C.** $\left(\sqrt{3}+1\right).s$. **D.** $2\sqrt{3}.s$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên (ABC), trên (ABC) gọi $K=CH\cap AB$

Dễ dàng chứng minh được $AB\perp(CDH)\Rightarrow CH\perp AB$ tại K và $DK\perp AB$.

Trong tam giác CDK vuông tại D, có DH là đường cao nên $HK.CK=DK^2$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra

$$AB^2.HK.CK = DK^2.AB^2 \Rightarrow \frac{1}{2}HK.AB.\frac{1}{2}CK.AB = \left(\frac{1}{2}DK.AB\right)^2 \Rightarrow S_{\Delta HAB}.S_{\Delta ABC} = S^2_{\Delta DAB}$$

Chứng minh tương tự có $S_{\Delta HBC}.S_{\Delta ABC} = S^2_{\Delta DBC}$ và $S_{\Delta HAC}.S_{\Delta ABC} = S^2_{\Delta DAC}$

Từ đó $\left(S_{\Delta HAB} + S_{\Delta HBC} + S_{\Delta HAC}\right).S_{\Delta ABC} = S^2_{\Delta DAB} + S^2_{\Delta DBC} + S^2_{\Delta DAC}$

Suy ra $S^2_{\Delta DAB} + S^2_{\Delta DBC} + S^2_{\Delta DAC} = S^2_{\Delta ABC} = s^2$

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$\left(S_{\Delta DAB} + S_{\Delta DBC} + S_{\Delta DAC}\right)^2 \le (1+1+1).\left(S^2_{\Delta DAB} + S^2_{\Delta DBC} + S^2_{\Delta DAC}\right) = 3s^2$

Do đó $S_{\Delta DAB} + S_{\Delta DBC} + S_{\Delta DAC} \le \sqrt{3}.s$

Suy ra $S_{tp} = S_{\Delta DAB} + S_{\Delta DBC} + S_{\Delta DAC} + S_{\Delta ABC} \le \left(\sqrt{3}+1\right).s$

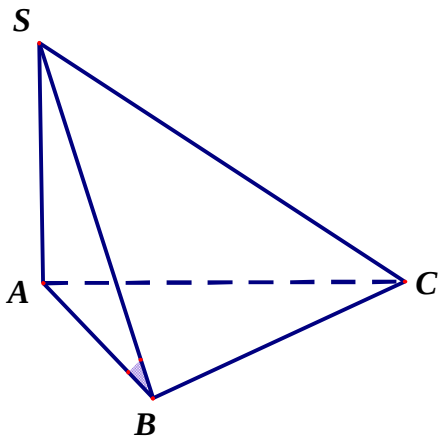
Dấu bằng khi $S_{\Delta DAB} = S_{\Delta DBC} = S_{\Delta DAC} \Rightarrow DA = DB = DC$

Câu 79: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh C và $SA \perp (ABC), SC = a$ .Tìm số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SCB) và (ABC) để thể tích khối chóp S.ABC lớn nhất.

A. $\arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$ **B.** $\arccos\frac{\sqrt{6}}{2}$ **C.** $\arctan\frac{\sqrt{6}}{3}$ **D.** $arc\cot\frac{\sqrt{6}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $\left.\begin{matrix} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \widehat{SCA} = \alpha \ (0 < \alpha < 90^0)$

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có:

$SA = SC\sin\widehat{SCA} = a\sin\alpha; AC = SC.\cos\widehat{SCA} = a\cos\alpha$

Do đó :

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}AC^2.SA = \frac{1}{6}a^2\cos^2\alpha.a\sin\alpha = \frac{1}{6}a^3\cos^2\alpha.\sin\alpha$$

Xét hàm số $f(\alpha) = \cos^2\alpha.\sin\alpha$ trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, ta có :

$$f'(\alpha) = 3\cos^3\alpha - 2\cos\alpha = \cos\alpha(\sqrt{3}\cos\alpha - \sqrt{2})(\sqrt{3}\cos\alpha + \sqrt{2})$$

Vì $\alpha \in \left(0;\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos\alpha > 0, \sqrt{3}\cos\alpha + \sqrt{2} > 0$.

Do đó : $f'(\alpha) = 0 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow \alpha = \arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Bảng biến thiên :

α	0		$\arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$		$\frac{\pi}{2}$
$f'(\alpha)$		$+$	0	$-$	
$f(\alpha)$	0	↗	f_{max}	↘	0

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi $\alpha = \arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$.

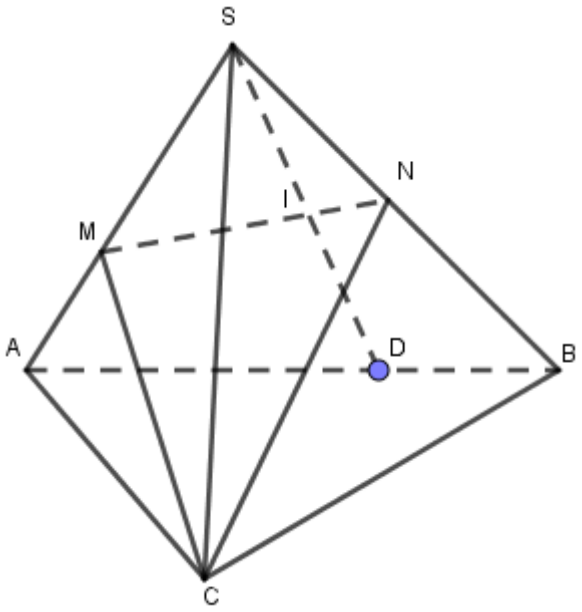
Câu 80: Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh $AB = 2a$, D là điểm thuộc cạnh AB sao cho $BD = 2AD$. Gọi I là trung điểm của SD. Một đường thẳng d thay đổi đi qua điểm I cắt các cạnh SA, SB tại M, N.

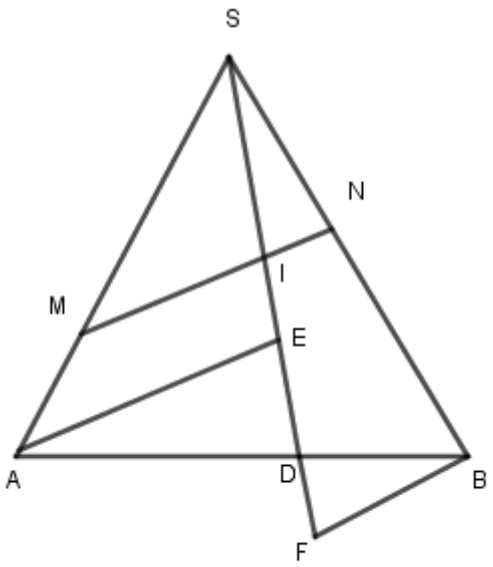
Khi đường thẳng d thay đổi thì thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.CMN$ bằng $\left(\frac{m}{n}\right)^3 \frac{a^3}{\sqrt{m}}$, với $(m,n)=1, m,n \in \mathbb{N}$. Tính $m+n$

A. $m+n=4$. **B.** $m+n=6$. **C.** $m+n=7$. **D.** $m+n=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D





Trong tam giác SAB kẻ AE, BF lần lượt song song với MN

Ta có $\frac{SM}{SA} = \frac{SI}{SE}, \frac{SN}{SB} = \frac{SI}{SF}, ED = 2FD$

Suy ra $\frac{SA}{SM} + 2\frac{SB}{SN} = 3\frac{SD}{SI} = 6$

Đặt $\frac{SB}{SN} = x > 1$

$\frac{SA}{SM} = 6 - 2x, x < 3$

Từ đó $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{6-2x}; \frac{SN}{SB} = \frac{1}{x}$

$\Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{1}{6x-2x^2} V_{S.ABC}$

Vì $6x-2x^2$ đạt giá trị lớn nhất khi $x=\frac{3}{2}$ nên $\min V_{S.MNC}=\frac{2}{9}V_{S.ABC}=\frac{2}{9}\frac{(2a)^3\sqrt{2}}{12}=\left(\frac{2}{3}\right)^3\frac{a^3}{\sqrt{2}}$

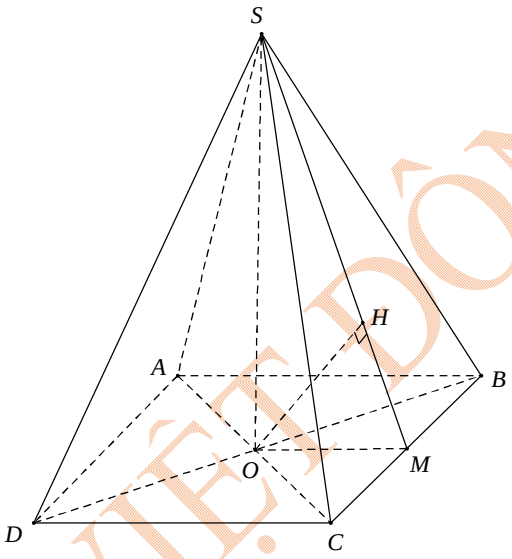
Vậy $m=2,n=3\Rightarrow m+n=5$

Câu 81: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có diện tích tam giác SAC bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Tìm giá trị lớn nhất của khoảng cách từ A đến (SBC).

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi $O=AC\cap BD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của BC, ta có $\begin{cases}SO\perp BC\\OM\perp BC\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SOM)$

$\Rightarrow(SBC)\perp(SOM);(SBC)\cap(SOM)=SM$

OH Trong mặt phẳng (SOM), kẻ $OH\perp SM$ $(H\in SM)$ thì $OH\perp(SBC)$.

$d(A,(SBC))=2d(O,(SBC))=2OH$.

Gọi cạnh hình vuông là $x\ (x>0)$. Ta có $AC=x\sqrt{2}$.

$S_{\Delta SAC}=\frac{1}{2}SO.AC=\frac{1}{2}SO.x\sqrt{2}\Rightarrow SO=\frac{2S_{\Delta SAC}}{AC}=\frac{\sqrt{2}}{x\sqrt{2}}=\frac{1}{x}$.

Tam giác SOM vuông tại O có đường cao OH nên

$$OH=\frac{SO.OM}{SM}=\frac{\frac{1}{x}.\frac{x}{2}}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{x^2}{4}}}=\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{x^2}+\frac{x^2}{4}}}.$$

Mà $\frac{1}{x^2}+\frac{x^2}{4}\ge 2\sqrt{\frac{1}{x^2}.\frac{x^2}{4}}=1$ nên $OH\le\frac{1}{2}\Rightarrow d(O;(SBC))\le 1$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{1}{x^2}=\frac{x^2}{4}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$. Vậy giá trị lớn nhất của OH bằng 1 khi $x=\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 82: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành, $AD = 4a(a > 0)$, các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích của khối chóp S.ABCD lớn nhất thì cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ **B.** $\frac{2}{\sqrt{10}}$ **C.** $\frac{1}{2\sqrt{10}}$ **D.** $\frac{2}{3\sqrt{10}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi O là giao điểm của AC và BD do ΔSAC, ΔSBD cân tại S nên $SO \perp AC,\ SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$. Từ giả thiết suy ra $OA = OB = OC = OD \Rightarrow$ ABCD là hình chữ nhật.

Đặt $AB = x, x > 0 \Rightarrow AC = \sqrt{16a^2 + x^2}$

$\Rightarrow AO = \frac{\sqrt{16a^2 + x^2}}{2} \Rightarrow SO = \frac{\sqrt{8a^2 - x^2}}{2} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}4a.x.\frac{\sqrt{8a^2 - x^2}}{2}$

$\le \frac{a}{3}.\left(x^2 + 8a^2 - x^2\right) = \frac{8a^3}{3} \Rightarrow V_{ABCD}\ \max = \frac{8a^3}{3}$ khi $x = 2a$. Suy ra, SO=a.

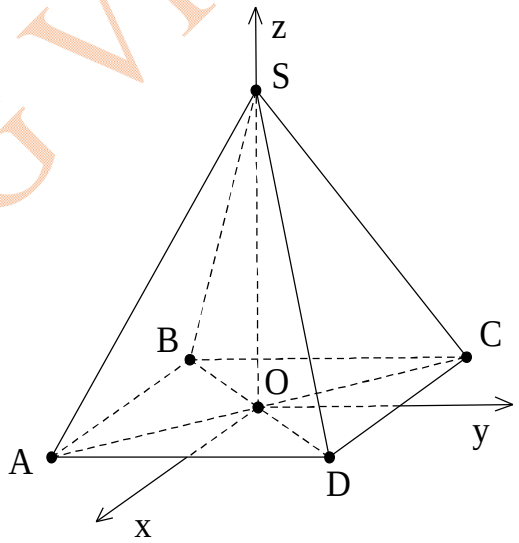
Chọn hệ tọa độ sao cho $O(0;0;0),\ S(0;0;a),\ B(-a;-2a;0),\ C(-a;2a;0),\ D(a;2a;0)$

Tìm được vtpt của mp(SBC) là $\overrightarrow{n_{SBC}}(1;0;-1)$,

vtpt của mp(SCD) là $\overrightarrow{n_{SCD}}(0;1;2)$.

$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{2}{\sqrt{10}}$, với φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD).

Vậy cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{2}{\sqrt{10}}$.



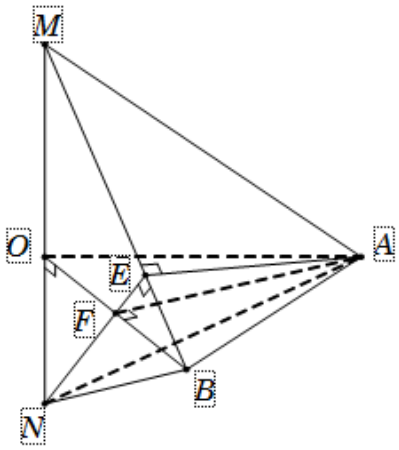
Câu 83: Cho tam giác OAB đều cạnh a. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM = x$. Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và d. Thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Do tam giác OAB đều cạnh $a \Rightarrow F$ là trung điểm $OB \Rightarrow OF = \frac{a}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AF \perp OB \\ AF \perp MO \end{cases} \Rightarrow AF \perp (MOB) \Rightarrow AF \perp MB.$

Mặt khác, $MB \perp AE$ Suy ra $MB \perp (AEF) \Rightarrow MB \perp EF$.

Suy ra $\Delta OBM \backsim \Delta ONF$ nên $\frac{OB}{ON} = \frac{OM}{OF} \Rightarrow ON = \frac{OB.OF}{OM} = \frac{a^2}{2x}$.

Ta có $V_{ABMN} = V_{ABOM} + V_{ABON}$

$= \frac{1}{3} S_{\Delta OAB}(OM + ON) = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.(x + \frac{a^2}{2x}) = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}\left(x + \frac{a^2}{2x}\right) \ge \frac{a^2\sqrt{3}}{12}.2\sqrt{x.\frac{a^2}{2x}} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}.$

Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{a^2}{2x} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 84: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng cạnh bên và bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (SMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đặt $AM = x, AN = y (0 \le x; y \le 1)$. Gọi M, m là các giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác SMN. Tổng $F = M + m$ là:

A. $\frac{4\sqrt{6}+9\sqrt{2}}{36}$. **B.** $\frac{4\sqrt{6}+9\sqrt{2}}{18}$. **C.** $\frac{4\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{18}$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó có $SH \perp (ABC); SH = \frac{\sqrt{6}}{3}$

Do mặt phẳng $(SMN) \perp (ABC) \Rightarrow SH \subset (SMN)$

Vậy $S(SMN) = \frac{1}{2} SH.MN = \frac{\sqrt{6}}{6} MN$.

Gọi K là trung điểm BC khi đó có $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} = 2\frac{AK}{AH} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \Leftrightarrow x + y = 3xy$

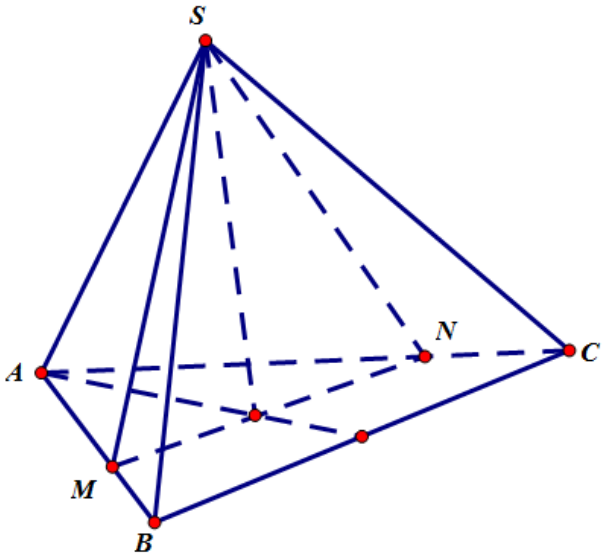
Lại có $MN^2 = x^2 + y^2 - xy = (x+y)^2 - 3xy = 9(xy)^2 - 3xy$

Do $x + y = 3xy \Leftrightarrow 2\sqrt{xy} \le 3.xy \Leftrightarrow xy \ge \frac{4}{9}$. Vì $x; y \le 1 \Rightarrow (x-1)(y-1) \ge 0 \Leftrightarrow xy \le \frac{1}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét hàm số $f(t)=9t^2-3t(\frac{4}{9}\le t\le\frac{1}{2})$ ta có $\begin{cases}\min f(t)=\frac{4}{9}\\ \max f(t)=\frac{3}{4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\min MN=\frac{2}{3}\\ \max MN=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$

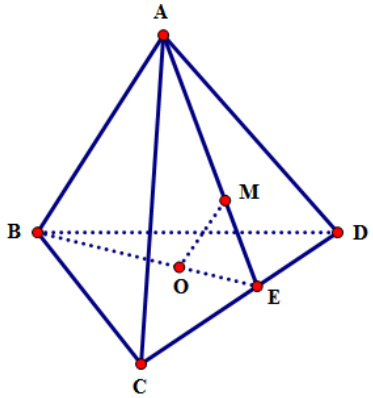
Vậy $\begin{cases}\min S(SMN)=\frac{2\sqrt{6}}{9}\\ \max S(SMN)=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Rightarrow F=\frac{4\sqrt{6}+9\sqrt{2}}{18}$



Câu 85: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB.AC.AD=3a^2$, O là một điểm bất kỳ thuộc miền trong của tam giác BCD. Từ O kẻ các đường thẳng lần lượt song song với AB,AC,AD cắt các mặt phẳng $(ACD),(ABD),(ABC)$ lần lượt tại M,N,P. Giá trị lớn nhất của tích $OM.ON.OP$

A. $\frac{3a^3}{8}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{9}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải



Gọi $BO\cap CD=E$. Trong (ABE) kẻ đường thẳng qua O song song với AB cắt AE tại M

Tương tự với N,P.

Ta có $\frac{OM}{AB}=\frac{OE}{BE}=\frac{S_{\Delta OCD}}{S_{\Delta BCD}}$.

Tương tự: $\frac{ON}{AC}=\frac{S_{\Delta OBD}}{S_{\Delta BCD}},\frac{OP}{AD}=\frac{S_{\Delta OBC}}{S_{\Delta BCD}}$

$\Rightarrow\frac{OM}{AB}+\frac{ON}{AC}+\frac{OP}{AD}=1$

$\frac{OM}{AB}+\frac{ON}{AC}+\frac{OP}{AD}\ge 3\sqrt[3]{\frac{OM.ON.OP}{AB.AC.AD}}\Rightarrow OM.ON.OP\le\frac{AB.AC.AD}{27}=\frac{a^3}{9}$

$\max(OM.ON.OP)=\frac{a^3}{9}$ khi $\frac{OM}{AB}=\frac{ON}{AC}=\frac{OP}{AD}=\frac{1}{3}$ hay O là trọng tâm tam giác BCD.

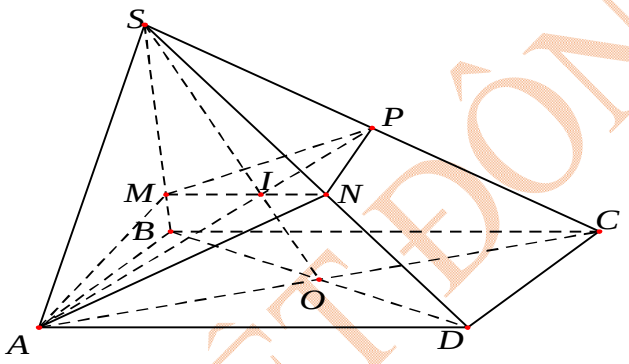
Câu 86: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Điểm P là trung điểm của SC. Mặt phẳng (α) qua AP cắt hai cạnh SB và SD lần lượt tại M và N. Gọi V_1 là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỷ số $\frac{V_1}{V}$?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1



Đặt $a=\frac{SM}{SB}$, $b=\frac{SN}{SD}$, $(0<a;b\le 1)$.

Ta có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMP}+V_{S.ANP}}{V}=\frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}}+\frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SP}{SC}+\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{1}{4}(a+b)$ (1)

Lại có $\frac{V_1}{V}=\frac{V_{S.AMN}+V_{S.PMN}}{V}=\frac{V_{S.AMN}}{2V_{S.ABD}}+\frac{V_{S.PMN}}{2V_{S.CBD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}+\frac{SM}{SB}.\frac{SN}{SD}.\frac{SP}{SC}\right)=\frac{3}{4}ab$ (2).

Suy ra $\frac{1}{4}(a+b)=\frac{3}{4}ab\Leftrightarrow a+b=3ab\Rightarrow b=\frac{a}{3a-1}$. Từ điều kiện $(0<b\le 1)$, ta có $\frac{a}{3a-1}\le 1$, hay $a\ge\frac{1}{2}$.

Thay vào (2) ta được tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V}=\frac{3}{4}.\frac{a^2}{3a-1}$.

Đặt $f(a)=\frac{3}{4}.\frac{a^2}{3a-1};a\in\left[\frac{1}{2};1\right]$, ta có $f'(a)=\frac{3}{4}.\frac{3a^2-2a}{(3a-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0(L)\\a=\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

$f\left(\frac{1}{2}\right)=f(1)=\frac{3}{8};f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$, do đó $Min\frac{V_1}{V}=\underset{a\in\left[\frac{1}{2};1\right]}{Min}f(a)=f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}$.

Cách 2 : (Tham khảo ý kiến Cô Lưu Thêm)

Từ giả thiết và cách dựng thiết diện ta có :

$a=\frac{SA}{SA}=1;b=\frac{SB}{SM};c=\frac{SC}{SP}=2;d=\frac{SD}{SN}\Rightarrow a+c=b+d=3$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi đó $\frac{V_1}{V}=\frac{a+b+c+d}{4a.b.c.d}=\frac{6}{4.1.2.bd}=\frac{3}{4b.d}\ge\frac{3}{4\left(\frac{b+d}{2}\right)^2}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{V_1}{V}\ge\frac{1}{3}$

$\Rightarrow Min\frac{V_1}{V}=\frac{1}{3}$

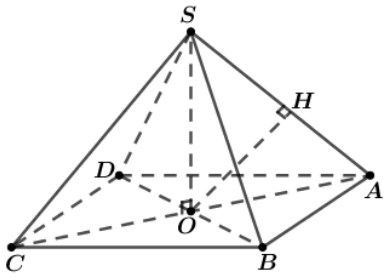
Câu 87: Gọi V là thể tích nhỏ nhất của khối chóp tứ giác đều trong số các khối chóp tứ giác đều có khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau gồm một đường thẳng chứa một đường chéo của đáy và đường thẳng chứa một cạnh bên hình chóp bằng $\sqrt{3}$.Khi đó V bằng bao nhiêu?

A. $V=3$. **B.** $V=9$. **C.** $V=9\sqrt{3}$. **D.** $V=27$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đặt $AB=x$, $SO=h$. Với O là tâm của hình vuông $ABCD$ $\Rightarrow SO\perp(ABCD)$. Qua O kẻ đường thẳng OH vuông góc với SA với $H\in SA$.



Ta có $\begin{cases}BD\perp AC\\BD\perp SO\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAC)\Rightarrow BD\perp OH$.

Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của SA và BD.

Theo bài ra, ta có $d=d(SA,BD)=OH\longrightarrow OH=\sqrt{3}$.

Tam giác SAO vuông tại O, có đường cao OH suy ra

$\frac{1}{3}=\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OA^2}=\frac{1}{h^2}+\frac{2}{x^2}$.

Lại có $\frac{1}{3}=\frac{1}{h^2}+\frac{2}{x^2}=\frac{1}{h^2}+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^2}\underset{AM-GM}{\ge}3\sqrt[3]{\frac{1}{h^2}.\frac{1}{x^4}}\Leftrightarrow hx^2\ge27$.

Vậy $V_{ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}hx^2\ge9\Rightarrow V=9$

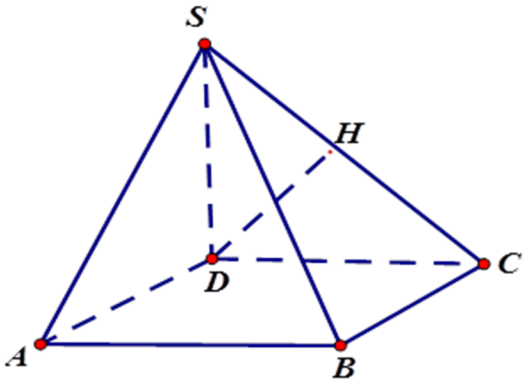
Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$. Xác định độ dài cạnh AB để thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **D.** $3a\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựng hình vuông ABCD , cạnh bằng x , ta có $SD \perp (ABCD)$; đặt $SD = h$.

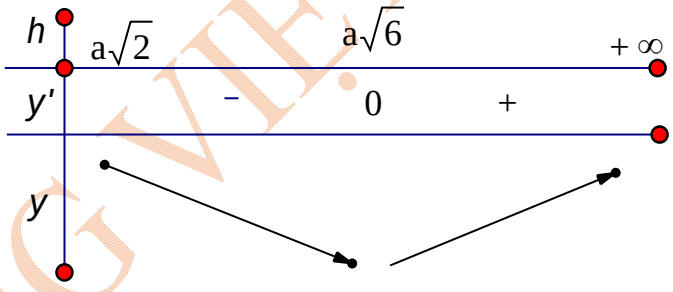
Dựng $DH \perp SC \Rightarrow DH \perp (SBC)$ Ta có $d(A;(SBC)) = d(D;(SBC)) = DH = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} + \frac{1}{h^2} = \frac{1}{2a^2} (*)$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{6} h.x^2 = \frac{a^2}{3} . \frac{h^3}{h^2 - 2a^2}$$

Xét $f(h) = \frac{h^3}{h^2 - 2a^2}; (h > a\sqrt{2})$

$$f'(h) = \frac{h^2 (h^2 - 6a^2)}{3(h^2 - 2a^2)^2}$$



Vậy $f(h)$ nhỏ nhất khi $h = a\sqrt{6} \xrightarrow{(*)} x = a\sqrt{3}$

Câu 88: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành, AD=4a (a>0), các cạnh bên của hình chóp bằng nhau và bằng $a\sqrt{6}$. Khi thể tích của khối chóp S.ABCD đạt giá trị lớn nhất thì cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) là

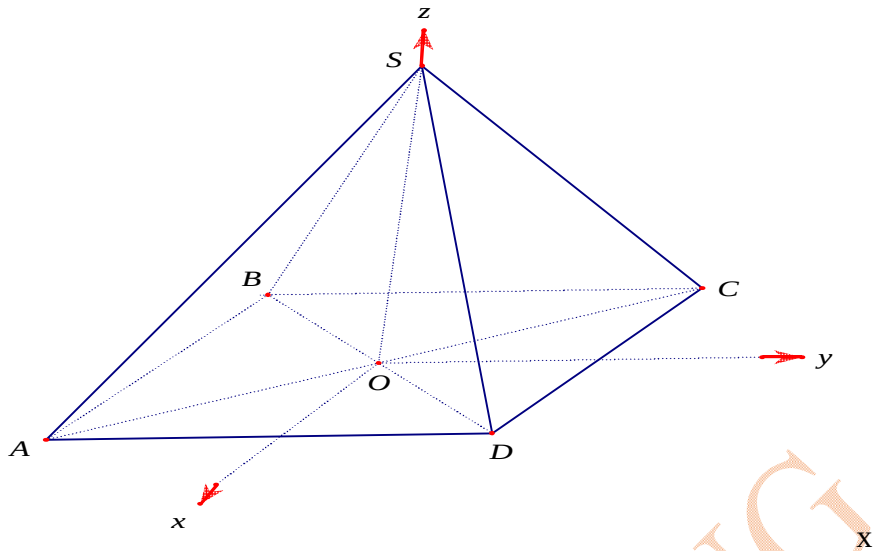
A. $-\frac{2}{\sqrt{10}}$ **B.** $\frac{2}{\sqrt{10}}$ **C.** $\frac{1}{5}$ **D.** $-\frac{1}{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựng hình

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi O là giao điểm của AC và BD, Do ΔSAC và ΔSBD cân tại S nên

$$\begin{cases} SO \perp AC \\ SO \perp BD \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

Từ giả thiết $\Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật

Đặt AB = x (x > 0) $\Rightarrow AC = \sqrt{16a^2 + x^2} \Rightarrow AO = \frac{1}{2}\sqrt{16a^2 + x^2} \Rightarrow SO = \frac{\sqrt{8a^2 - x^2}}{2}$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}4a.x.\frac{\sqrt{8a^2 - x^2}}{2} = \frac{a}{3}.2x.\sqrt{8a^2 - x^2}$$

Áp dụng bđt cosi ta được $V_{S.ABCD} \le \frac{a}{3}(x^2 + 8a^2 - x^2) = \frac{8a^3}{3}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD}$ Max khi $x = 2a \Rightarrow SO = a$

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta được O(0; 0; 0), S(0; 0; a), B(-a; -2a; 0), C(-a; 2a; 0), D(a; 2a; 0)

VTPT của mp(SBC) là $\overrightarrow{n_{SBC}} = (1;0;-1)$

VTPT của mp(SCD) là $\overrightarrow{n_{SCD}} = (0;1;2) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{2}{\sqrt{10}}$

Câu 89: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Hai điểm M, N di động trên các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (DMN) vuông góc với mặt phẳng (ABC).

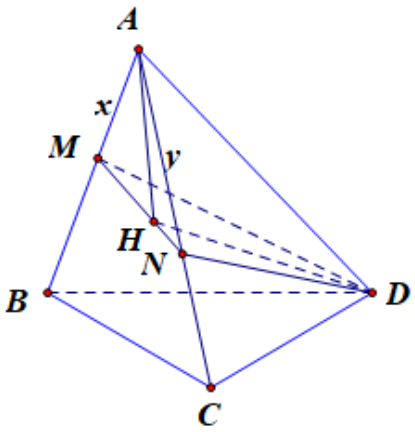
Gọi S_1 là diện tích lớn nhất của tam giác AMN. S_2 là diện tích nhỏ nhất của tam giác AMN. Tính $T = \frac{S_1}{S_2}$.

A. $T = \frac{11}{9}$. **B.** $T = \frac{9}{8}$. **C.** $T = \frac{8}{7}$. **D.** $T = \frac{9}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $(ABC)\cap(DMN)=MN$ và $(ABC)\perp(DMN)$ nên kẻ $DH\perp MN$ thì $DH\perp(ABC)$.

Do $DA=DB=DC\Rightarrow HA=HB=HC$, $\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC.

Đặt $AM=x, AN=y$ $(0\le x,y\le 1)$, ta có $S_{\Delta AMN}=\frac{1}{2}AM.AN.\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}xy$ (1).

Mặt khác, $S_{\Delta AMN}=S_{\Delta AMH}+S_{\Delta ANH}=\frac{1}{2}AH.AM.\sin 30^\circ+\frac{1}{2}AH.AN.\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{12}(x+y)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x+y=3xy$.

Đặt $xy=t\Rightarrow x+y=3t\Rightarrow x,y$ là nghiệm của phương trình $X^2-3tX+t=0$ $(*)$.

Cần tìm t để phương trình (*) có 2 nghiệm X_1, X_2 thoả mãn $0\le X_1\le X_2\le 1$.

$(*)\Leftrightarrow(3X-1)t=X^2\Leftrightarrow t=\frac{X^2}{3X-1}$ (do $X=\frac{1}{3}$ không phải là nghiệm của (*)).

Xét hàm số $f(X)=\frac{X^2}{3X-1}$ trên $[0;1]\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$ có bảng biến thiên như sau:

X	0		$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		1
$f'(X)$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(X)$	0	$\searrow$	$\|\|$ $-\infty$ $+\infty$	$\searrow$	$\frac{4}{9}$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\frac{4}{9}\le t\le\frac{1}{2}$.

$S_{AMN}=\frac{\sqrt{3}}{4}xy=\frac{\sqrt{3}}{4}t\le\frac{\sqrt{3}}{8}\Rightarrow S_1=\frac{\sqrt{3}}{8}$, đạt khi $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\ y=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=1\\ y=\frac{1}{2}\end{cases}$.

$S_{AMN}=\frac{\sqrt{3}}{4}xy=\frac{\sqrt{3}}{4}t\ge\frac{\sqrt{3}}{9}\Rightarrow S_2=\frac{\sqrt{3}}{9}$, đạt khi $x=y=\frac{2}{3}$.

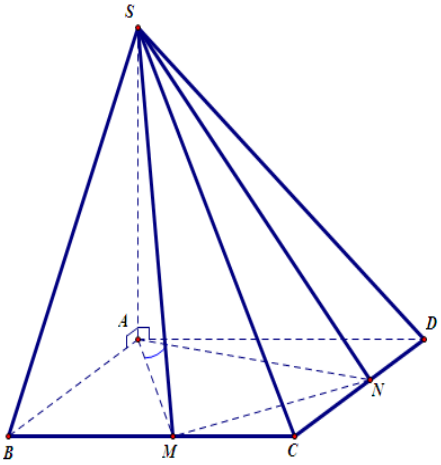
Vậy $T=\frac{S_1}{S_2}=\frac{9}{8}$. Đáp án **B.**

Câu 90: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. M và N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh BC và DC sao cho $\widehat{MAN}=45^0$. Tìm theo a giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $V_{S.AMN}=\frac{1}{3}SA.S_{AMN}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.S_{AMN}$.

Đặt $BM=x, DN=y; x,y\in[0;a]$.

Tam giác CMN vuông tại C nên

$$MN^2=CM^2+CN^2 \text{ hay}$$
$$MN^2=(a-x)^2+(a-y)^2.$$

Áp dụng định lý hàm số cosin cho tam giác AMN ta có

$MN^2=AM^2+AN^2-2AM.AN\cos\widehat{MAN}$

$\Rightarrow MN^2=2a^2+x^2+y^2-\sqrt{2(a^2+x^2)(a^2+y^2)}$

Suy ra $(a-x)^2+(a-y)^2=2a^2+x^2+y^2-\sqrt{2(a^2+x^2)(a^2+y^2)}$

$\Leftrightarrow (ax+ay)^2=(a^2-xy)^2\Leftrightarrow ax+ay=a^2-xy\Leftrightarrow y=\frac{a^2-ax}{a+x}$.

Diện tích tam giác AMN là

$$S_{AMN}=S_{ABCD}-S_{ABM}-S_{ADN}-S_{CMN}=\frac{1}{2}(a^2-xy)=\frac{a}{2}.\frac{a^2+x^2}{x+a}.$$

Xét hàm số $f(x)=\frac{x^2+a^2}{x+a}$ trên đoạn $[0;a]$.

Ta có $f'(x)=\frac{x^2+2ax-a^2}{(x+a)^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=(\sqrt{2}-1)a$.

Ta lại có $f(0)=f(a)=a; f\left((\sqrt{2}-1)a\right)=2(\sqrt{2}-1)a$.

Suy ra $\max\limits_{[0;a]}f(x)=a.$

Vậy thể tích khối chóp $S.AMN$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

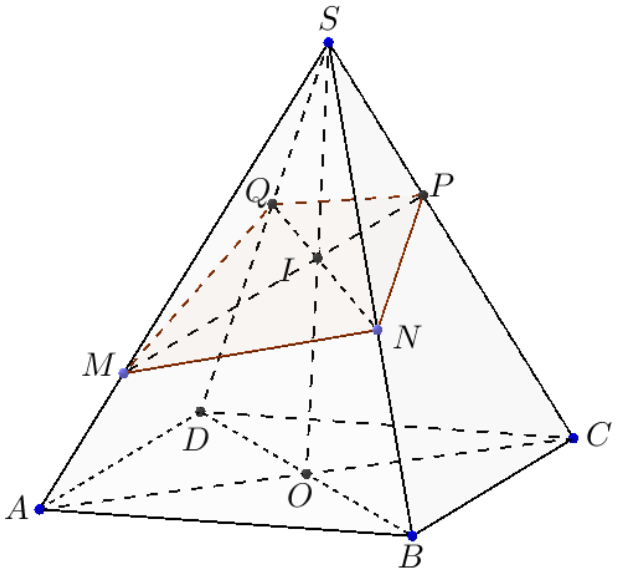
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 91: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích là V, $ABCD$ là hình bình hành có tâm O. Gọi I là trung điểm của SO, (P) là mặt phẳng qua I sao cho (P) cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P, Q. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích của khối chóp $S.MNPQ$.

A. $\frac{V}{4}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{12}$. **D.** $\frac{V}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đặt $a=\frac{SA}{SM}, b=\frac{SB}{SN}, c=\frac{SC}{SP}, d=\frac{SD}{SQ}$

$V_{SABD}=V_{SBCD}=V_0=\frac{1}{2}V$

$V_{SMNQ}=V_1$, $V_{SNPQ}=V_2$

Ta có kết quả: $a+c=b+d=2\frac{SO}{SI}=4$

$\frac{V_0}{V_1}=a.b.d$; $\frac{V_0}{V_2}=c.b.d$

$\Rightarrow \frac{V_0}{V_1}+\frac{V_0}{V_2}=b.d(a+c)=4b(4-b)\le 16$ với $0<b\le 3$

Mặt khác: $\frac{V_0}{V_1}+\frac{V_0}{V_2}\ge 2\sqrt{\frac{V_0}{V_1}.\frac{V_0}{V_2}}=\frac{V}{\sqrt{V_1.V_2}}\ge\frac{2V}{V_1+V_2}=\frac{2V}{V_{S.MNPQ}}$

Do đó: $\frac{2V}{V_{S.MNPQ}}\le 16 \Rightarrow V_{S.MNPQ}\ge\frac{V}{8}$

Câu 92: Cho $OABC$ là tứ diện vuông có $OA=a, OB=b, OC=c$ và chiều cao $OH=h$. Tìm giá trị lớn nhất của $\frac{h}{a+b+c}$.

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{a^2b^2c^2}}$, $(a+b+c)^2\ge 9\sqrt[3]{a^2b^2c^2}$

$\Rightarrow \dfrac{(a+b+c)^2}{h^2} \ge 27 \Rightarrow \dfrac{h}{a+b+c} \le \dfrac{1}{3\sqrt{3}}$.

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c$.

Câu 93: Cho $OABC$ là tứ diện vuông có $OA=a, OB=b, OC=c$ và chiều cao $OH=h$, $S_{\Delta OAB}=S_1, S_{\Delta OBC}=S_2, S_{\Delta OCA}=S_3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $\dfrac{S_1+S_2+S_3}{h^2}$.

A. 9. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{9}{2}$. **D.** $\dfrac{2}{9}$.

Hướng dẫn giải Ta có $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}$, $S_1+S_2+S_3=\dfrac{1}{2}(ab+bc+ca)$

Vậy $\dfrac{S_1+S_2+S_3}{h^2}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)(ab+bc+ca) \ge \dfrac{1}{2}.3\sqrt[3]{\dfrac{1}{a^2b^2c^2}}.3\sqrt[3]{a^2b^2c^2}=\dfrac{9}{2}$.

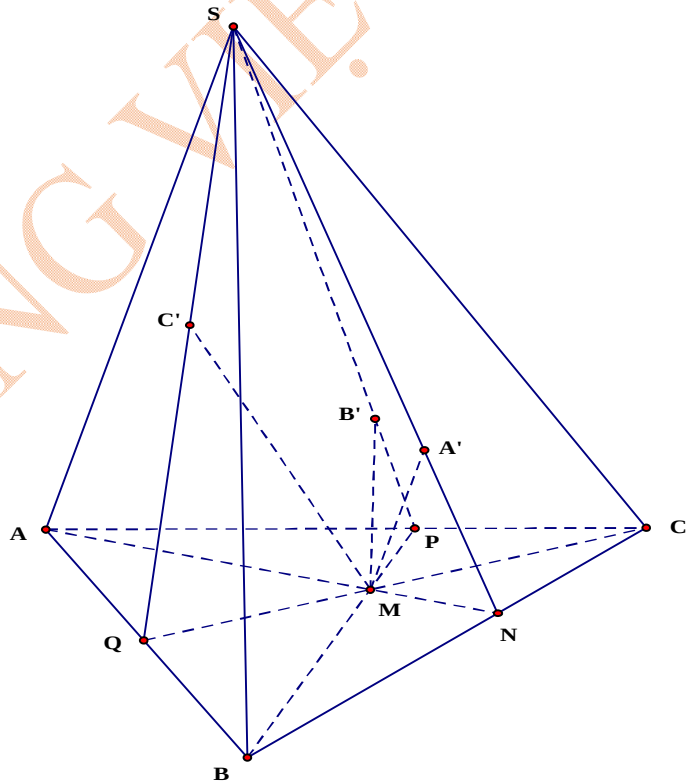
Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c$.

Câu 94: Cho tứ diện $S.ABC$ và M là một điểm di động, nằm bên trong tam giác ΔABC. Qua M kẻ các đường thẳng song song với SA, SB, SC cắt các mặt phẳng tương ứng $(SBC), (SAC), (SAB)$ lần lượt tại A', B', C'. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $T=\dfrac{MA'}{SA}+\dfrac{MB'}{SB}+\dfrac{MC'}{SC}+\dfrac{MA'}{SA}.\dfrac{MB'}{SB}.\dfrac{MC'}{SC}$ là

A. $\dfrac{9}{8}$. **B.** $\dfrac{28}{27}$. **C.** $\dfrac{62}{27}$. **D.** $\dfrac{13}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Trong (ABC) gọi $N=AM\cap BC; P=BM\cap AC; Q=CM\cap AB$.

Trong (SAN) kẻ $MA'//SA; A'\in SN$.

Trong (SBP) kẻ $MB'//SB; B'\in SP$.

Trong (SCQ) kẻ $MC'//SC; C'\in SQ$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Theo đinh lý Thales ta có: $\frac{MA'}{SA}+\frac{MB'}{SB}+\frac{MC'}{SC}=\frac{NM}{NA}+\frac{PM}{PB}+\frac{QM}{QC}=\frac{S_{\Delta MBC}}{S_{\Delta ABC}}+\frac{S_{\Delta MAC}}{S_{\Delta BAC}}+\frac{S_{\Delta MAB}}{S_{\Delta CAB}}=1$

Theo Bất đẳng thức AM-GM lại có $1=\frac{MA'}{SA}+\frac{MB'}{SB}+\frac{MC'}{SC}\ge 3\sqrt[3]{\frac{MA'}{SA}.\frac{MB'}{SB}.\frac{MC'}{SC}}$

$\Leftrightarrow \frac{MA'}{SA}.\frac{MB'}{SB}.\frac{MC'}{SC}\le\frac{1}{27}\Rightarrow T\le 1+\frac{1}{27}=\frac{28}{27}$. Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow \frac{MA'}{SA}=\frac{MB'}{SB}=\frac{MC'}{SC}=\frac{1}{3}$.

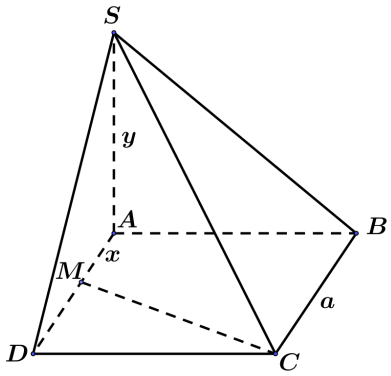
Khi đó M là trọng tâm tam giác ABC. Vậy giá trị lớn nhất của T là $\frac{28}{27}$.

Câu 95: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Trên đường thẳng vuông góc với $(ABCD)$ tại A lấy điểm S (S không trùng với A) và trên cạnh AD lấy điểm M sao cho $SA^2+AM^2=a^2$. Tính giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối chóp $S.ABCM$ khi S và M thay đổi.

A. $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $V_0=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $AM=x, SA=y\ (0\le x\le a, y>0)$.

Ta có $V_{S.ABCM}=\frac{1}{3}S_{ABCM}.SA=\frac{1}{6}(a+x)ay$.

Do $SA^2+AM^2=a^2$ hay $x^2+y^2=a^2\Rightarrow y=\sqrt{a^2-x^2}$.

Khi đó $V_{S.ABCM}=\frac{a}{6}(a+x)\sqrt{a^2-x^2}=\frac{a}{6}\sqrt{(a+x)^3(a-x)}$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho bốn số $(a+x),(a+x),(a+x),(3a-3x)$, ta có

$(a+x)^3(3a-3x)\le\left[\frac{3(a+x)+3a-3x}{4}\right]^4=\left(\frac{3}{2}\right)^4.a^4\Rightarrow(a+x)^3(a-x)\le\frac{27}{16}a^4$.

Suy ra $V_{S.ABCM}\le\frac{a}{6}\frac{3\sqrt{3}a^2}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

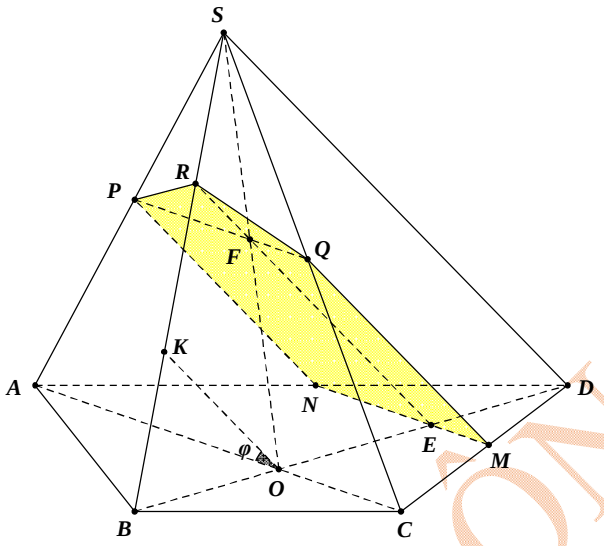
Vậy $V_{\max}=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$, đạt được khi $a+x=3a-3x\Leftrightarrow x=\frac{a}{2}$; $y=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 96: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD=2a$; $SD=a\sqrt{3}$, góc giữa SD và AC là φ với $\sin\varphi=\frac{2}{3}$. Gọi M là điểm thay đổi trên CD, gọi (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với AC và SD. Xác định và tính diện tích thiết diện khi (α) cắt hình chóp $S.ABCD$. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của diện tích thiết diện đó.

A. $S_{\max}=\dfrac{3a^2}{5}$. **B.** $S_{\max}=\dfrac{2a^2\sqrt{3}}{5}$. **C.** $S_{\max}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{5}$. **D.** $S_{\max}=\dfrac{4a^2}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



- Kẻ $MN//AC\ (N\in AB);\ NP//SD\ (P\in SA);\ MQ//SD\ (Q\in SC)$.

Gọi $O=AC\cap BD;\ E=MN\cap BD;\ F=PQ\cap SO;\ R=EF\cap SD.$

Khi đó thiết diện cần tìm là ngũ giác $MNPRQ$, trong đó tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

- Nhận thấy $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính $AD=2a$

$$\Rightarrow\begin{cases}\widehat{ACD}=90^\circ\\ BC=CD=a\end{cases}\Rightarrow AC=a\sqrt{3}\ \text{ và }\ \frac{OB}{OD}=\frac{BC}{AD}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{BO}{BD}=\frac{1}{3}.$$

- Đặt $x=\dfrac{DM}{DC}\ (0<x<1)$. Khi đó $MN=x.AC,\ MQ=(1-x).SD$.

Suy ra $S_{MNPQ}=MN.MQ.\sin\varphi=x(1-x).SD.AC.\sin\varphi$

- Dựng $OK//SD\ \ (K\in SB)\Rightarrow\dfrac{OK}{SD}=\dfrac{BO}{BD}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow OK=\dfrac{1}{3}SD$.

Lại có: $\dfrac{FR}{OK}=\dfrac{SF}{SO}=\dfrac{DE}{DO}=\dfrac{DM}{DC}=x\Rightarrow FR=x.OK=\dfrac{x}{3}SD$

Do góc giữa RE và PQ bằng φ nên

$$S_{PRQ}=\frac{1}{2}PQ.RF.\sin\varphi=\frac{1}{2}MN.RF.\sin\varphi=\frac{x^2}{6}SD.AC.\sin\varphi$$

Vậy $S_{MNPRQ}=S_{MNPQ}+S_{PRQ}=x\left(1-\dfrac{5x}{6}\right).SD.AC.\sin\varphi\quad(*)$.

Áp dụng bất đẳng thức *Cauchy*, ta có

$$\frac{5x}{6}\left(1-\frac{5x}{6}\right)\le\frac{1}{4}\left(\frac{5x}{6}+1-\frac{5x}{6}\right)^2=\frac{1}{4}\Rightarrow x\left(1-\frac{5x}{6}\right)\le\frac{3}{10}$$

Từ $(*)$ suy ra $S_{MNPRQ}\le\dfrac{3}{10}.SD.AC.\sin\varphi=\dfrac{3}{10}.a\sqrt{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{2}{3}=\dfrac{3a^2}{5}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{5x}{6}=1-\dfrac{5x}{6}\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{5}$.

Vậy $S_{\max}=\dfrac{3a^2}{5}$

Câu 97: Cho tứ diện đều có cạnh bằng a. M là một điểm thuộc miền trong của khối tứ diện tương ứng. Tính giá trị lớn nhất của tích các khoảng cách từ điểm M đến bốn mặt của tứ diện đã cho.

A. $\frac{a^4}{521}$. **B.** $\frac{a^4}{576}$. **C.** $\frac{a^4\sqrt{6}}{81}$. **D.** $\frac{a^4\sqrt{6}}{324}$.

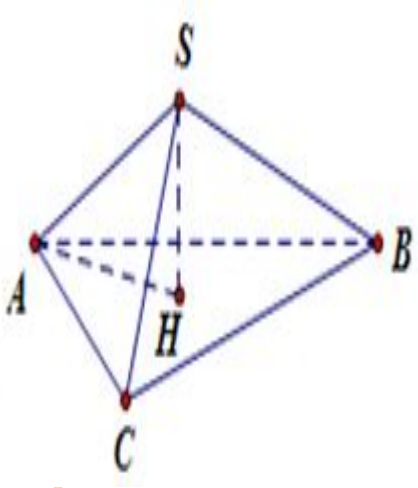
Hướng dẫn giải

Gọi r_1, r_2, r_3, r_4 là khoảng cánh từ điểm M đến bốn mặt của tứ diện.

Gọi S là diện tích một mặt của tứ diện

Thể tích của tứ diện là

$V=\frac{1}{3}.S.h=\frac{1}{3}.S.\left(r_1+r_2+r_3+r_4\right)\Leftrightarrow r_1+r_2+r_3+r_4=h$.



Đường cao của tứ diện là $h=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra $\frac{a\sqrt{6}}{3}=r_1+r_2+r_3+r_4\geq 4\sqrt[4]{r_1.r_2.r_3.r_4}\Leftrightarrow r_1.r_2.r_3.r_4\leq\frac{a^4}{576}$.

Dấu "=" xảy ra khi $r_1=r_2=r_3=r_4=\frac{h}{4}=\frac{a\sqrt{6}}{12}$

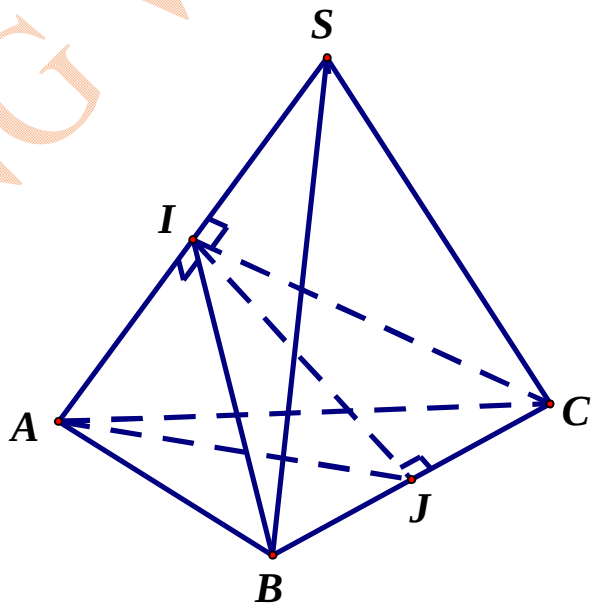
Khi đó M là trọng tâm của tứ diện.

Câu 98: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$ $\left(0<a<\sqrt{2}\right)$, các cạnh còn lại của hình chóp đều bằng 1. Khi $V_{S.ABC}$ đạt giá trị lớn nhất thì giá trị biểu thức $P=4a^4+a^2-2$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{15}{2};8\right)$. **B.** $\left(\frac{33}{4};\frac{35}{4}\right)$. **C.** $\left(9;\frac{37}{4}\right)$. **D.** $\left(8;\frac{33}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I,J lần lượt là trung điểm của SA và BC.

ΔSAC cân tại $C\Rightarrow SA\perp IC$

ΔSAB cân tại $B\Rightarrow SA\perp IB\Rightarrow SA\perp(IBC)$.

ΔIAB vuông tại I, $IA=\frac{1}{2}SA=\frac{a}{2}, AB=1\Rightarrow IB=\sqrt{AB^2-IA^2}=\frac{\sqrt{4-a^2}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ΔIJB vuông tại J, $JB=\frac{1}{2}\Rightarrow IJ=\sqrt{IB^2-BJ^2}=\frac{\sqrt{3-a^2}}{2}$.

$S_{\Delta IBC}=\frac{1}{2}\text{IJ}.BC=\frac{\sqrt{3-a^2}}{4}$

$V_{S.ABC}=V_{S.IBC}+V_{A.IBC}=\frac{1}{3}\text{SI}.S_{\Delta IBC}+\frac{1}{3}\text{AI}.S_{\Delta IBC}=\frac{1}{3}(\text{SI}+\text{AI}).S_{\Delta IBC}=\frac{1}{3}\text{SA}.S_{\Delta IBC}=\frac{a\sqrt{3-a^2}}{12}$

$=\frac{1}{12}.\sqrt{a^2(3-a^2)}\le\frac{1}{12}.\frac{a^2+3-a^2}{2}=\frac{1}{8}$

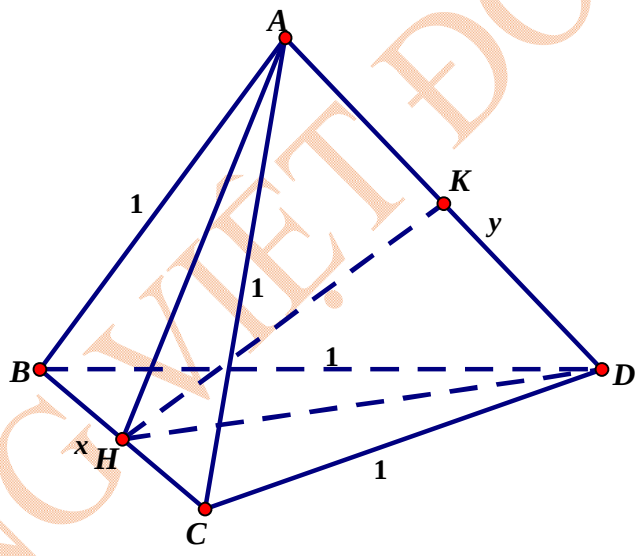
Dấu "=" xảy ra khi $a^2=3-a^2\Leftrightarrow a=\frac{\sqrt{6}}{2}\Rightarrow P=\frac{17}{2}$. Chọn đáp án **B.**

Câu 99: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=BD=CD=1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



- Đặt $BC=x$, $AD=y$ $(x,y>0)$.

- Gọi H,K lần lượt là trung điểm của BC và AD. Do các tam giác ABC và DBC cân tại A và D nên $AH\perp BC, DH\perp BC\Rightarrow BC\perp(ADH)\Rightarrow BC\perp HK$.

Lại do các tam giác ABC và DBC bằng nhau nên $AH=DH\Rightarrow HK\perp AD$ hay $HK=d(AD,BC)$.

- Ta có : $AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}=\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}\Rightarrow HK=\sqrt{AH^2-AK^2}=\frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{2}$

$\Rightarrow S_{\Delta HAD}=\frac{1}{2}HK.AD\Rightarrow V_{ABCD}=\frac{1}{3}.BC.S_{\Delta HAD}=\frac{1}{3}.BC.\frac{1}{2}.HK.AD=\frac{1}{12}x.y.\sqrt{4-x^2-y^2}$.

Áp dụng BĐT ***Côsi*** ta có :

$V_{ABCD}=\frac{1}{12}xy\sqrt{4-x^2-y^2}=\frac{1}{12}\sqrt{x^2.y^2.(4-x^2-y^2)}\le\frac{1}{12}\sqrt{\left(\frac{x^2+y^2+4-x^2-y^2}{3}\right)^3}=\frac{2\sqrt{3}}{27}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2=y^2=4-x^2-y^2\Leftrightarrow x=y=\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Do đó $V_{\max}=\frac{2\sqrt{3}}{27}\Leftrightarrow x=y=\frac{2}{\sqrt{3}}$. Khi đó : $HK=\frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

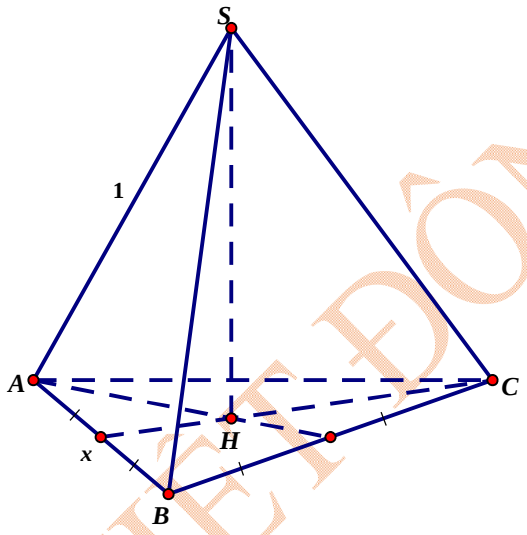
Vậy $d\left(AD,BC\right)=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 100: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và có $SA=SB=SC=1$. Tính thể thích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max}=\frac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V_{\max}=\frac{1}{6}$. **C.** $V_{\max}=\frac{1}{12}$ **D.** $V_{\max}=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



- Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC, theo giả thiết suy ra $SH\perp\left(ABC\right)$.

- Đặt $AB=x\Rightarrow AH=\frac{x\sqrt{3}}{3}\Rightarrow SH=\sqrt{1-\frac{3x^2}{9}}=\frac{\sqrt{9-3x^2}}{3}$; $S_{\Delta ABC}=\frac{x^2\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{9-3x^2}}{3}.\frac{x^2\sqrt{3}}{4}=\frac{1}{12}.x^2.\sqrt{3-x^2}$.

Áp dụng BĐT ***Côsi*** ta được:

$V_{S.ABC}=\frac{1}{12\sqrt{2}}\sqrt{x^2.x^2.\left(6-2x^2\right)}\le\frac{1}{12\sqrt{2}}\sqrt{\left(\frac{x^2+x^2+6-2x^2}{3}\right)^3}=\frac{1}{6}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

Vậy $V_{\max}=\frac{1}{6}\Leftrightarrow AB=\sqrt{2}$.

.

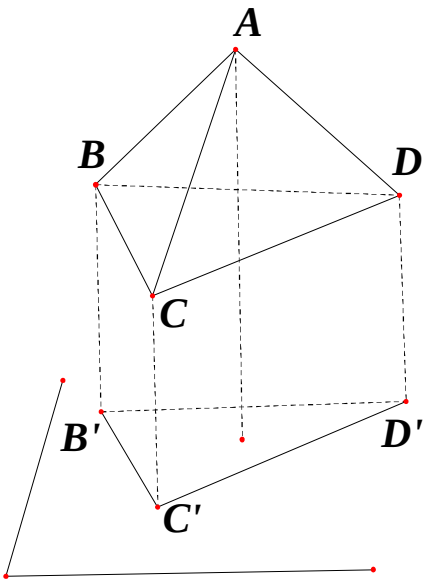
Câu 101: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi S là diện tích hình chiếu của tứ diện lên các mặt phẳng khác nhau. Khi đó S lớn nhất bằng?

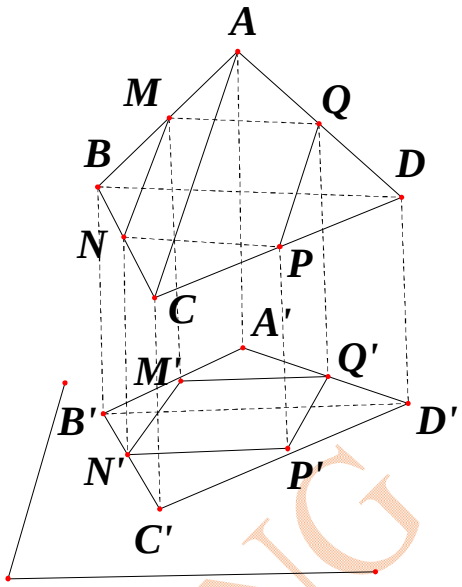
A. $S=a^2$. **B.** $S=\frac{a^2}{2}$. **C.** $S=\frac{a^2}{4}$. **D.** $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG





Nếu hình chiếu là tam giác, giả sử là tam giác $B'C'D'$, khi đó $S_{B'C'D'} \le S_{BCD} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Nếu hình chiếu là tứ giác, giả sử là $A'B'C'D'$. Gọi M,N,P,Q,M',N',P',Q' lần lượt là trung điểm các cạnh $AB,BC,CD,DA,A'B',B'C',C'D',D'A'$, khi đó

$S_{A'B'C'D'} = 2S_{M'N'P'Q'} \le 2S_{MNPQ} = \dfrac{a^2}{2}$.

Vậy $S = \dfrac{a^2}{2}$.

Câu 102: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng a và thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của $\cos\alpha$ bằng:

A. $\cos\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

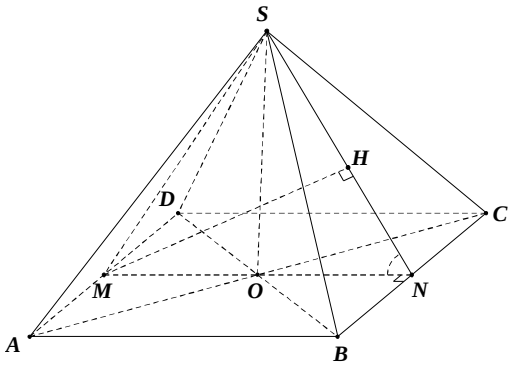
Chọn B

Do $AD//BC$ mà $BC \subset (SBC) \Rightarrow AD//(SBC) \Rightarrow d(AD;SC) = d(AD;(SBC)) = d(M;(SBC))$.

Trong tam giác SMN kẻ $MH \perp SN, H \in SN$, ta có:

$\begin{cases} MH \perp BC \ (\text{do BC} \perp (SBN)) \\ MH \perp SN \end{cases} \Rightarrow MH \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(M;(SBC)) = MH = a$



Tam giác vuông HMN có

$MN = \dfrac{a}{\sin\alpha} = AB \Rightarrow S_{ABCD} = AB^2 = \dfrac{a^2}{\sin^2\alpha}$

Tam giác vuông SON có

$SO = ON.\tan\alpha = \dfrac{1}{2}MN.\tan\alpha = \dfrac{a}{2\sin\alpha}.\tan\alpha$

Khi đó $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2\sin\alpha}.\tan\alpha.\dfrac{a^2}{\sin^2\alpha} = \dfrac{a^3}{6}.\dfrac{1}{\sin^2\alpha.\cos\alpha}$

Đặt $t = \cos\alpha$ với $0 < t < 1$. Ta có : $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3}{6}.\dfrac{1}{t(1-t^2)}$, $0 < t < 1$

$V_{S.ABCD}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow f(t)=t(1-t^2)=t-t^3$ lớn nhất trên khoảng $(0;1)$.

Ta có $f'(t)=1-3t^2; f'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

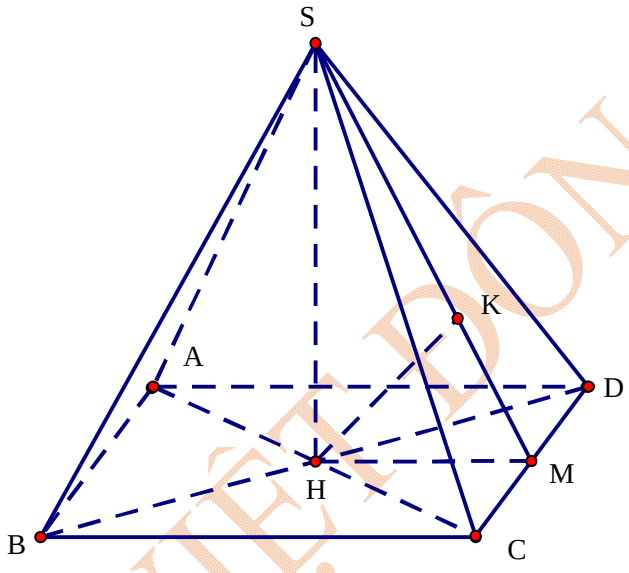
Lập BBT ta có $f(t)$ lớn nhất $\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow \cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 103: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a, góc hợp bởi đường cao SH của hình chóp và mặt bên bằng α. Tìm α để thể tích $S.ABCD$ là lớn nhất.

A. 30^0 **B.** 45^0 **C.** 60^0 **D.** 75^0

Hướng dẫn giải

Chọn B



Do hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên H là giao điểm của AC và BD

Gọi M là trung điểm của CD ta có $CD\perp(SHM)$ nên $(SHM)\perp(SCD)$ mà $(SHM)\cap(SCD)=SM$ nên từ H dựng $HK\perp SM$ tại K thì $HK\perp(SCD)$

Hay SK là hình chiếu của SH lên mặt phẳng (SCD) suy ra $(SH,(SCD))=\widehat{(SH,SK)}=\widehat{HSK}$ do tam giác SHK vuông tại K theo giả thiết ta có $\widehat{HSM}=\alpha$ với $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$

Đặt $SH=h\Rightarrow HC^2=a^2-h^2\Rightarrow HM=\sqrt{\dfrac{a^2-h^2}{2}}$ và $BC=\sqrt{2(a^2-h^2)}$

Tam giác SHM vuông tại H: $\tan\alpha=\dfrac{HM}{SH}=\dfrac{\sqrt{a^2-h^2}}{\sqrt{2}h}\Leftrightarrow 2h^2\tan^2\alpha=a^2-h^2$

$\Leftrightarrow h^2(1+2\tan^2\alpha)=a^2\Rightarrow h=\dfrac{a}{\sqrt{1+2\tan^2\alpha}}$

$BC^2=2(a^2-h^2)=4h^2\tan^2\alpha=\dfrac{4a^2\tan^2\alpha}{1+2\tan^2\alpha}\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}BC^2.SH=\dfrac{1}{3}\dfrac{4a^3\tan^2\alpha}{\sqrt{(1+2\tan^2\alpha)^3}}$

Đặt $t=1+2\tan^2\alpha$ Với $t\in(1;+\infty)\Rightarrow\tan^2\alpha=\dfrac{t-1}{2}$

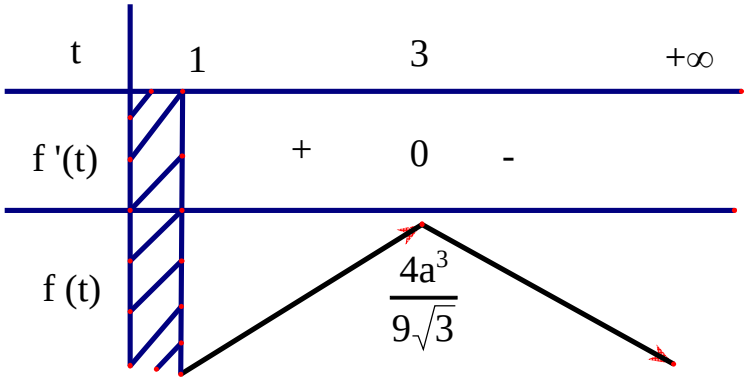
Xét hàm số $f(t)=\dfrac{2a^3}{3}.\dfrac{t-1}{t\sqrt{t}}$ trên $D=(1;+\infty)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$f'(t)=\frac{a^3}{3}.\frac{\left(t\sqrt{t}-\frac{3}{2}\sqrt{t}(t-1)\right)}{t^3}=\frac{a^3}{3}.\frac{(3-t)}{2t^2\sqrt{t}}$$

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=3$

Bảng biến thiên



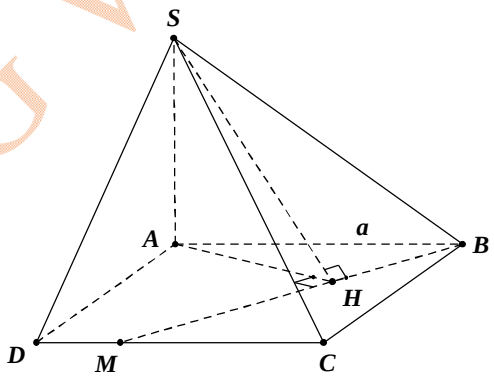
Vậy $\max f(t)=\frac{4a^3}{9\sqrt{3}}$ khi $t=3\Rightarrow \tan\alpha=1$ do $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ hay $\alpha=45^0$.

Câu 104: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là điểm di động trên cạnh CD và H là hình chiếu vuông góc của S lên đường thẳng BM. Khi điểm M di động trên cạnh CD, thể tích khối chóp $S.ABH$ có giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Cách 1

Đặt $CM=x\ (0<\alpha\le a)$, ta có

$$S_{\Delta ABH}=S_{ABCD}-S_{\Delta ADM}-S_{\Delta BCM}=a^2-\frac{1}{2}a(a-x)-\frac{1}{2}ax=\frac{a^2}{2}.$$

Mặt khác $S_{\Delta ABH}=\frac{1}{2}AH.BM$, với $BM=\sqrt{x^2+a^2}$

$$\Rightarrow AH=\frac{2S_{\Delta ABH}}{BM}=\frac{a^2}{\sqrt{x^2+a^2}}\Rightarrow BH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\frac{ax}{\sqrt{x^2+a^2}}.$$

Do đó $V_{S.ABH}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABH}.SA=\frac{a^4x\sqrt{3}}{6\left(x^2+a^2\right)}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Theo bất đẳng thức Cauchy, ta có

$V_{S.ABH}=\dfrac{a^4\sqrt{3}}{6\left(x+\dfrac{a^2}{x}\right)}\le\dfrac{a^4\sqrt{3}}{6.2\sqrt{x.\dfrac{a^2}{x}}}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

$\Rightarrow \max V_{S.ABH}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$, đạt được khi $x=\dfrac{a^2}{x}\Rightarrow x=a\Rightarrow M\equiv D$.

Cách 2

Trong tam giác SBM kẻ đường cao SH, ta có

$\begin{cases}BM\perp SH\\BM\perp SA\end{cases}\Rightarrow BM\perp(SAH)\Rightarrow BM\perp AH$.

Đặt $\widehat{ABM}=\alpha\left(45^0\le\alpha<90^0\right)$, ta có

$AH=AB.\sin\alpha=a\sin\alpha$, $BH=AB.\cos\alpha=a\cos\alpha$.

Thể tích khối chóp $S.ABH$ là:

$V_{S.ABH}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABH}.SA=\dfrac{1}{6}AH.BH.SA=\dfrac{1}{6}a\sin\alpha.a\cos\alpha.a\sqrt{3}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}\sin 2\alpha$.

Ta có $V_{S.ABH}\le\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}\Rightarrow\max V_{S.ABH}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$, đạt được khi $\sin 2\alpha=1\Rightarrow\alpha=45^0$ hay $M\equiv D$.

Cách 3

Ta có $V_{S.ABH}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABH}.SA$.

Mà $SA=a\sqrt{3}$ không đổi nên $V_{S.ABH}$ lớn nhất khi $S_{\Delta ABH}$ lớn nhất.

Lại có $a^2=AB^2=AH^2+BH^2\overset{Cauchy}{\ge}2AH.BH$

$\Rightarrow S_{\Delta ABH}=\dfrac{1}{2}AH.BH\le\dfrac{a^2}{4}\Rightarrow V_{S.ABH}\le\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

$\Rightarrow\max V_{S.ABH}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$, đạt được khi $AH=BH\Rightarrow\widehat{ABH}=45^0\Rightarrow M\equiv D$.

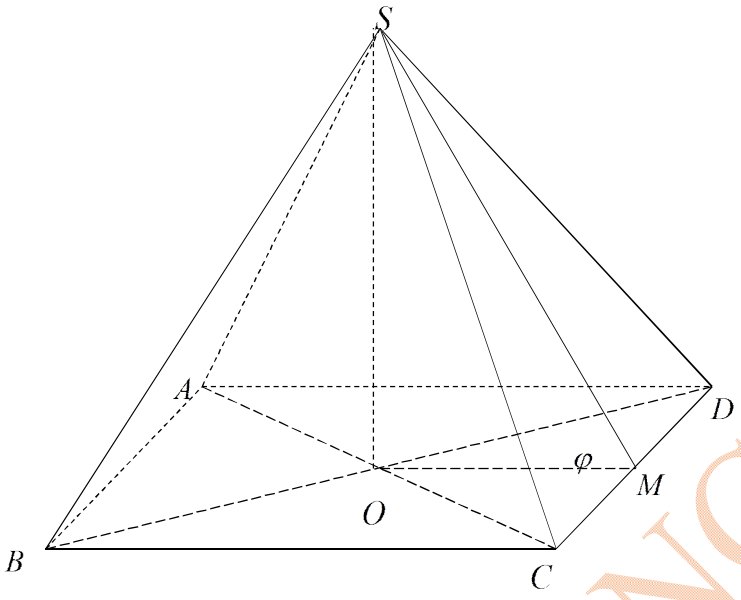
Câu 105: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh bên bằng a, mặt bên tạo với đáy một góc bằng φ. Biết rằng khi $\varphi=\varphi_0$ thì thể tích của khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị lớn nhất. Chọn khẳng định đúng.

A. $\varphi_0\in\left(40^0;55^0\right)$. **B.** $\varphi_0\in\left(0^0;39^0\right)$. **C.** $\varphi_0\in\left(58^0;79^0\right)$. **D.** $\varphi_0\in\left(72^0;90^0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của BC, ta có: $\begin{cases} OM \perp BC \\ SM \perp BC \\ (ABCD) \cap (SBC) = BC \end{cases} \longrightarrow \varphi = \widehat{SMO}$.

Đặt $BC = 2x$, ta có $OM = x$, Trong tam giác vuông SOM có $SO = OM \tan\varphi = x\tan\varphi$.

Trong tam giác vuông SOB có: $SO^2 = SB^2 - OB^2 = a^2 - 2x^2$.

Do vậy ta có phương trình: $a^2 - 2x^2 = x^2\tan^2\varphi \Leftrightarrow x = \dfrac{a}{\sqrt{2+\tan^2\varphi}}$

$$\longrightarrow BC = \frac{2a}{\sqrt{2+\tan^2\varphi}};\ SO = \frac{a\tan\varphi}{\sqrt{2+\tan^2\varphi}}$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\tan\varphi}{\sqrt{2+\tan^2\varphi}}.\frac{4a^2}{2+\tan^2\varphi} = \frac{4a^3\tan\varphi}{3\left(2+\tan^2\varphi\right)\sqrt{2+\tan^2\varphi}} = \frac{4a^3}{3}.\sqrt{\frac{\tan^2\varphi}{\left(2+\tan^2\varphi\right)^3}}$$

Ta có:

$$\frac{\tan^2\varphi}{\left(2+\tan^2\varphi\right)^3} = \frac{\tan^2\varphi}{2+\tan^2\varphi}.\frac{1}{2+\tan^2\varphi}.\frac{1}{2+\tan^2\varphi} \overset{CAUCHY}{\leq} \left[\frac{1}{3}\left(\frac{\tan^2\varphi}{2+\tan^2\varphi}+\frac{1}{2+\tan^2\varphi}+\frac{1}{2+\tan^2\varphi}\right)\right]^3 = \frac{1}{27}$$

Nên $V_{S.ABCD} = \dfrac{4a^3}{3}.\sqrt{\dfrac{\tan^2\varphi}{\left(2+\tan^2\varphi\right)^3}} \leq \dfrac{4a^3}{9\sqrt{3}}$.

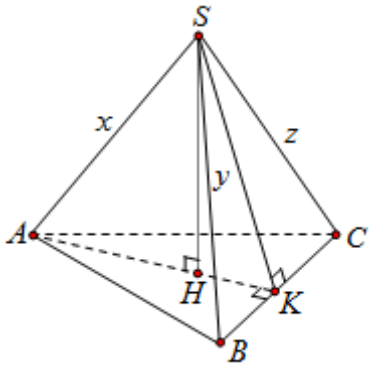
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{\tan^2\varphi}{2+\tan^2\varphi} = \dfrac{1}{2+\tan^2\varphi} \Leftrightarrow \tan^2\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 45^0$.

Câu 106: Cho hình tứ diện $SABC$ có độ dài các cạnh $SA = BC = x$, $SB = AC = y$, $SC = AB = z$ thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 27$. Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $SABC$.

A. $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Thể tích khối tứ diện $V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(y^2+z^2-x^2\right)\left(z^2+x^2-y^2\right)\left(x^2+y^2-z^2\right)}$.

Mà $x^2+y^2+z^2=27$ nên $V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(27-2x^2\right)\left(27-2y^2\right)\left(27-2z^2\right)}$.

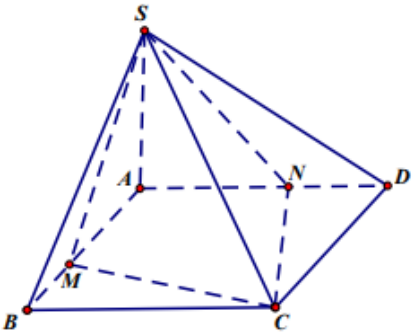
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số dương $\left(27-2x^2\right)$, $\left(27-2y^2\right)$, $\left(27-2z^2\right)$ ta có

$$\left[\frac{\left(27-2x^2\right)+\left(27-2y^2\right)+\left(27-2z^2\right)}{3}\right]^3\geq\left(27-2x^2\right)\left(27-2y^2\right)\left(27-2z^2\right)$$

$$\Leftrightarrow 729\geq\left(27-2x^2\right)\left(27-2y^2\right)\left(27-2z^2\right)\Rightarrow V\leq\frac{\sqrt{2}}{12}.\sqrt{729}\Leftrightarrow V\leq\frac{9\sqrt{2}}{4}.$$

Vậy $V_{\max}=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$, đạt được khi $x=y=z=3$ tức là tứ diện đã cho là tứ diện đều cạnh bằng 3.

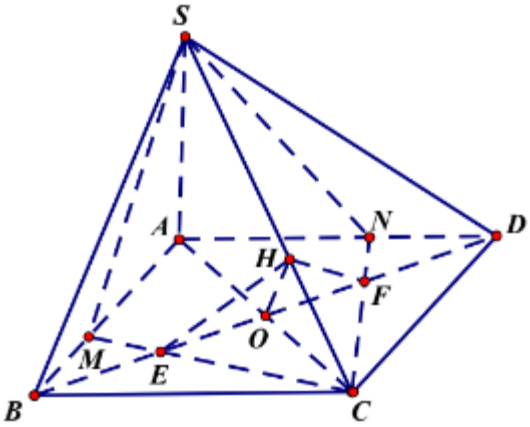
Câu 107: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, $SA=2$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Tính tổng $T=\dfrac{1}{AN^2}+\dfrac{1}{AM^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất.



A. $T=2$. **B.** $T=\dfrac{5}{4}$. **C.** $T=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$. **D.** $T=\dfrac{13}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Cách 1: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $S(0;0;2)$.

Suy ra $C(2;2;0)$. Đặt $AM=x$, $AN=y$, $x,y\in[0;2]$, suy ra $M(x;0;0)$, $N(0;y;0)$.

$\overrightarrow{SM}=(x;0;-2)$, $\overrightarrow{SC}=(2;2;-2)$, $\overrightarrow{SN}=(0;y;-2)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{SM},\overrightarrow{SC}\right]=(4;2x-4;2x)$, $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{SN},\overrightarrow{SC}\right]=(4-2y;-4;-2y)$.

Do $(SMC)\perp(SNC)$ nên $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 4(4-4y)-4(2x-4)-4xy=0\Leftrightarrow xy+2(x+y)=8$.

$\Leftrightarrow y=\dfrac{8-2x}{x+2}$, do $y\le 2$ nên $\dfrac{8-2x}{x+2}\le 2\Leftrightarrow x\ge 1$.

$S_{AMCN}=S_{ABCD}-S_{BMC}-S_{DNC}=4-(2-x)-(2-y)=x+y$.

Do đó $V_{S.AMCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\dfrac{2}{3}(x+y)=\dfrac{2}{3}\left(x+\dfrac{8-2x}{x+2}\right)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+8}{x+2}$.

Xét $f(x)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+8}{x+2}$ với $x\in[1;2]$, $f'(x)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+4x-8}{(x+2)^2}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2+4x-8=0\Leftrightarrow x=-2+2\sqrt{3}$; $x=-2-2\sqrt{3}$ (loại).

Lập BBT ta suy ra $\max\limits_{[0;2]}f(x)=f(1)=f(2)=2$.

Vậy $\max V_{S.AMCN}=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\\\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow T=\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AN^2}=\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{5}{4}$.

Cách 2: Đặt $AM=x$, $AN=y$. Gọi $O=AC\cap DB$; $E=BD\cap CM$; $F=BD\cap CN$.

H là hình chiếu vuông góc của O trên SC, khi đó: $HO=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Ta có: $\begin{cases}SC\perp OH\\SC\perp BD\end{cases}\Rightarrow SC\perp(HBD)\Rightarrow\begin{cases}SC\perp HE\\SC\perp HF\end{cases}$.

Do đó góc giữa (SCM) và (SCN) bằng góc giữa HE và HF. Suy ra $HE\perp HF$.

Mặt khác $V_{S.AMCN}=\dfrac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\dfrac{2}{3}(x+y)$.

Tính OE, OF:

Ta có: $x>0$, $y>0$ và nếu $x\ne 2$, $y\ne 2$ thì gọi K là trung điểm của AM, khi đó:

$\frac{OE}{EB}=\frac{KM}{MB}=\frac{x}{4-2x}\Rightarrow\frac{OE}{x}=\frac{EB}{4-2x}=\frac{OB}{4-x}\Rightarrow OE=\frac{x\sqrt{2}}{4-x}$.

Tương tự: $OF=\frac{y\sqrt{2}}{4-y}$. Mà $OE.OF=OH^2\Leftrightarrow(x+2)(y+2)=12$.

Nếu $x=2$ hoặc $y=2$ thì ta cũng có $OE.OF=OH^2\Leftrightarrow(x+2)(y+2)=12$.

Tóm lại: $(x+2)(y+2)=12$.

Suy ra: $V_{S.AMCN}=\frac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\frac{2}{3}(x+y)=\frac{2}{3}\left[(x+2)+(y+2)-4\right]=\frac{2}{3}\left[(x+2)+\frac{12}{x+2}-4\right]$.

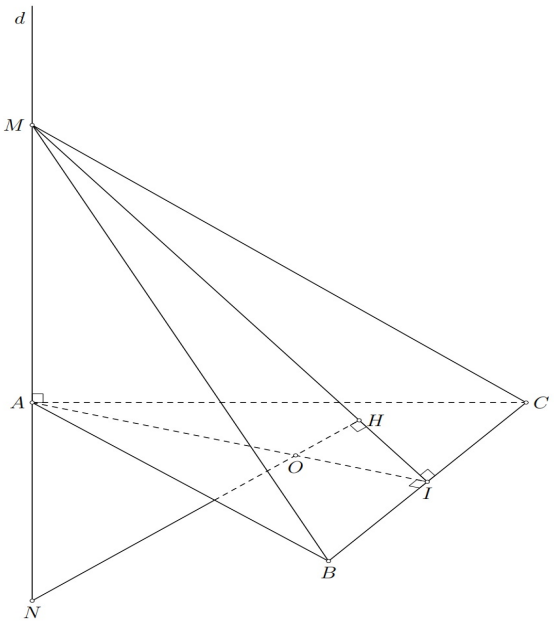
Do đó $\max V_{S.AMCN}=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\\\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow T=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{5}{4}$.

Câu 108: Cho tam giác ABC đều cạnh a ,trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy điểm M bất kỳ khác A. Gọi H là trực tâm tam giác MBC, biết rằng đường thẳng (Δ) vuông góc với mặt phẳng MBC tại H luôn cắt đường thẳng d tại N .Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích toàn phần tứ diện $MNBC$

A. $\frac{a^2(2\sqrt{2}+\sqrt{5})}{2}$. **B.** $\frac{a^2(2\sqrt{5}+\sqrt{2})}{2}$ **C.** $\frac{a^2(2+\sqrt{5})}{2}$. **D.** $\frac{a^2(5+\sqrt{2})}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm BC ta dễ dàng chứng minh được $\begin{cases}BC\perp mp(MAI)\\(\Delta)\subset mp(MAI)\end{cases}$

Gọi $O=(\Delta)\cap AI$, ta có O là trực tâm tam giác MNI

suy ra $AM.AN=AO.AI$ (do $\Delta AMO\sim\Delta AIN$)

$\Rightarrow MN\geq 2\sqrt{AO.AI}$ (BĐT cauchy)

Ta dễ dàng chứng minh được O là trọng tâm tam giác ABC

$\Rightarrow MN\geq a\sqrt{2}$ vì $AO=\frac{a\sqrt{3}}{3};AI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ do tam giác ABC đều cạnh a .

Rõ ràng $MN\perp AB;MI\perp BC;NI\perp BC$ nên

$S_{tp}=\frac{1}{2}(MN.AB+MI.BC+MN.AC+NI.BC)=\frac{1}{2}a(2MN+MI+NI)$ vì ABC đều cạnh a.

Ta có $MI=\sqrt{AM^2+AI^2}=\sqrt{AM^2+\frac{3a^2}{4}}$

Nên theo BĐT Bunhia ta có $MI\ge\frac{AM.\sqrt{2}+\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

Tương tự ta cũng có $NI\ge\frac{AN.\sqrt{2}+\frac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

Do đó $S_{tp}\ge\frac{1}{2}a(2MN+MN\sqrt{\frac{2}{5}}+\frac{3a}{\sqrt{5}})$

Mà $MN\ge a\sqrt{2}$ (cmt) nên $S_{tp}\ge\frac{a^2(2\sqrt{2}+\sqrt{5})}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $AM=AN=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

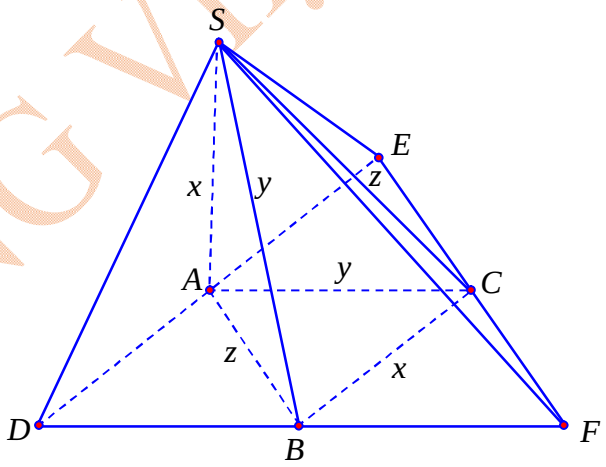
Câu 109: Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA=BC=x$, $SB=AC=y$, $SC=AB=z$ thỏa mãn $x^2+y^2+z^2=12$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1



Trong mặt phẳng (ABC) dựng D, E, F sao cho A, B, C lần lượt là trung điểm của DE, DF, EF. Khi đó ta có $DE=2SA=2x$; $DF=2SB=2y$; $=2SC=2z$. Suy ra SD, SE, SF đôi một vuông góc.

Ta có $V_{S.ABC}=\frac{1}{4}V_{S.DEF}=\frac{1}{4}.\frac{1}{6}.SD.SE.SF$.

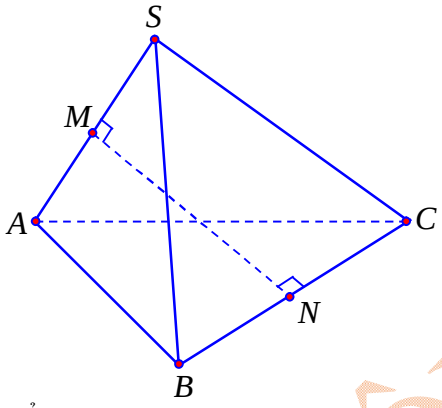
Mặt khác $\begin{cases}SD^2+SE^2=4x^2\\SD^2+SF^2=4y^2\\SE^2+SF^2=4z^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}SD^2=2\left(x^2+y^2-z^2\right)\\SE^2=2\left(x^2+z^2-y^2\right)\\SF^2=2\left(y^2+z^2-x^2\right)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}SD=2\sqrt{6-z^2}\\SE=2\sqrt{6-y^2}\\SF=2\sqrt{6-x^2}\end{cases}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi đó $V_{S.ABCD}=\frac{1}{24}.8.\sqrt{\left(6-x^2\right)\left(6-y^2\right)\left(6-z^2\right)}\le\frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{6-x^2+6-y^2+6-z^2}{3}\right)^3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Vậy $V_{S.ABC}$ đạt giá trị lớn nhất là $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Cách 2



Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC.

Lúc đó MN là đường vuông góc chung của SA và BC.

ΔSMN ta có $MN=\sqrt{SN^2-SM^2}=\sqrt{\frac{y^2+z^2-x^2}{2}}$.

$V=\frac{1}{6}SA.BC.MN.\sin\left(SA,BC\right)=\frac{1}{6}x^2\sqrt{\frac{y^2+z^2-x^2}{2}}.\sqrt{1-\cos^2\left(SA,BC\right)}$

$=\frac{1}{6}x^2\sqrt{\frac{y^2+z^2-x^2}{2}}.\sqrt{1-\frac{\left(y^2-z^2\right)^2}{x^4}}=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(x^2+y^2-z^2\right)\left(y^2+z^2-x^2\right)\left(z^2+x^2-y^2\right)}$

$=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{\left(12-2z^2\right)\left(12-2x^2\right)\left(12-2y^2\right)}=\frac{\sqrt{2}}{12}\sqrt{8\left(6-z^2\right)\left(6-x^2\right)\left(6-y^2\right)}$

$=\frac{1}{3}\sqrt{\left(6-z^2\right)\left(6-x^2\right)\left(6-y^2\right)}\le\frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{6-z^2+6-y^2+6-x^2}{3}\right)^3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=12\\x=y=z\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=2$.

Lúc đó $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 110. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=1$, $SB=2$, $SC=3$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của SG cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại M, N, P. Tính giá trị nhỏ nhất $T_{\min}$ của biểu thức $T=\frac{1}{SM^2}+\frac{1}{SN^2}+\frac{1}{SP^2}$.

A. $T_{\min}=\frac{2}{7}$. **B.** $T_{\min}=\frac{3}{7}$. **C.** $T_{\min}=\frac{18}{7}$. **D.** $T_{\min}=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Do G là trọng tâm $\Delta ABC\longrightarrow\overrightarrow{SG}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}\right)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\longrightarrow \frac{SG}{SI}.\overrightarrow{SI}=\frac{1}{3}\left(\frac{SA}{SM}\overrightarrow{SM}+\frac{SB}{SN}\overrightarrow{SN}+\frac{SC}{SP}\overrightarrow{SP}\right)\Leftrightarrow \overrightarrow{SI}=\frac{1}{6}\left(\frac{SA}{SM}\overrightarrow{SM}+\frac{SB}{SN}\overrightarrow{SN}+\frac{SC}{SP}\overrightarrow{SP}\right).$

Do I, M, N, P đồng phẳng nên $\frac{1}{6}\left(\frac{SA}{SM}+\frac{SB}{SN}+\frac{SC}{SP}\right)=1\leftrightarrow \frac{SA}{SM}+\frac{SB}{SN}+\frac{SC}{SP}=6.$

Áp dụng BĐT bunhiacopxki, ta có

$$\left(\frac{1}{SM^2}+\frac{1}{SN^2}+\frac{1}{SP^2}\right)\left(SA^2+SB^2+SC^2\right)\geq\left(\frac{SA}{SM}+\frac{SB}{SN}+\frac{SC}{SP}\right)^2$$

Suy ra $T\geq\frac{36}{SA^2+SB^2+SC^2}=\frac{18}{7}.$

Cách trắc nghiệm. Do đúng với mọi hình chóp nên ta sẽ chọn trường hợp đặc biệt SA, SB, SC đôi một vuông góc và tọa độ hóa như sau: $S\equiv O(0;0;0)$, $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$ và $C(0;0;3)$. Suy ra $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3};1\right)\longrightarrow I\left(\frac{1}{6};\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right).$

Khi đó mặt phẳng (α) cắt SA, SB, SC lần lượt tại $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$, $P(0;0;c)$

$\longrightarrow(\alpha):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ và $T=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}.$

Vì $I\left(\frac{1}{6};\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)\in(\alpha)\longrightarrow(\alpha):\frac{1}{6}.\frac{1}{a}+\frac{1}{3}.\frac{1}{b}+\frac{1}{2}.\frac{1}{c}=1.$

Ta có $1^2=\left(\frac{1}{6}.\frac{1}{a}+\frac{1}{3}.\frac{1}{b}+\frac{1}{2}.\frac{1}{c}\right)^2\leq\left(\frac{1}{6^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^2}\right).\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\longrightarrow T\geq\frac{18}{7}..$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 2: CỰC TRỊ KHỐI LĂNG TRỤ

Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=x$, $AD=3$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30^0. Tìm x để thể tích khối hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất.

A. $x=\dfrac{3\sqrt{15}}{5}$. **B.** $x=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $x=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật có tổng diện tích các mặt bằng 36 và độ dài đường chéo bằng 6. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối hộp chữ nhật đã cho.

A. $V_{\max}=16\sqrt{2}$. **B.** $V_{\max}=12$. **C.** $V_{\max}=8\sqrt{2}$. **D.** $V_{\max}=6\sqrt{6}$.

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c. Dựng một hình lập phương có cạnh bằng tổng ba kích thước của hình hộp chữ nhật trên. Biết rằng thể tích hình lập phương luôn gấp 32 lần thể tích hình hộp chữ nhật. Gọi S là tỉ số giữa diện tích toàn phần hình lập phương và diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S.

A. $S_{\max}=\dfrac{1}{10}$. **B.** $S_{\max}=\dfrac{16}{5}$. **C.** $S_{\max}=\dfrac{32}{5}$. **D.** $S_{\max}=\dfrac{48}{5}$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng có thể tích V và có đáy là tam giác đều. Khi diện tích toàn phần của hình lăng trụ nhỏ nhất thì độ dài cạnh đáy bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt[3]{4V}$. **B.** $\sqrt[3]{V}$. **C.** $\sqrt[3]{2V}$. **D.** $\sqrt[3]{6V}$.

Câu 5: Cho lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ với độ dài tất cả các cạnh bằng a. Xét tất cả các đoạn thẳng song song với mặt bên $ABB'A'$ và có một đầu E nằm trên đường chéo $A'C$ của mặt bên $AA'C'C$, còn đầu kia F nằm trên đường chéo BC' của mặt bên $BB'C'C$. Hãy tìm độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng này.

A. $\dfrac{2a}{5}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{5}}$ **C.** $\dfrac{a}{5}$. **D.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông. Biết tổng diện tích tất cả các mặt của khối hộp bằng 32. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối hộp đã cho.

A. $V_{\max}=\dfrac{56\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V_{\max}=\dfrac{80\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V_{\max}=\dfrac{70\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V_{\max}=\dfrac{64\sqrt{3}}{9}$.

Câu 7: Cho hình lăng trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Điểm M và N lần lượt thay đổi trên các cạnh BB' và DD' sao cho $(MAC)\perp(NAC)$ và $BM=x$, $DN=y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ACMN$.

A. $\dfrac{a^3}{3\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{a^3}{\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

Câu 8: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối hộp ?

A. 8. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $16\sqrt{2}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật ABCD. A'B'C'D', ABCD là hình vuông cạnh bằng 1, $A'A = 2$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa CD', tạo với mặt phẳng (BDD'B') một góc 30^0 và cắt cạnh BB' tại K. (P) chia khối lăng trụ ACD. A'C'D' thành hai phần, tỉ số phần nhỏ và phần lớn bằng $\frac{a}{b}$ $(a \in N, b \in N, (a;b) = 1)$. Tổng $a + b$ bằng

A. 8 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 9

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. G là trung điểm BD', mặt phẳng (P) thay đổi qua G cắt $AD';CD';D'B'$ tương ứng tại H,I,K. Khi đó giá trị lớn nhất biểu thức

$$T = \frac{1}{D'H.D'I} + \frac{1}{D'I.D'K} + \frac{1}{D'K.D'H}$$

A. $\frac{8}{3a^2}$ **B.** $\frac{16a^2}{3}$ **C.** $\frac{16}{3a^2}$ **D.** $\frac{8a^2}{3}$

Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Lấy các điểm E, F lần lượt trên các đoạn AB, DA' thỏa mãn $\frac{3}{7}.\frac{DA}{DE} + \frac{7}{27}.\frac{DA'}{DF} = 6$. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ và khối tứ diện $BDEF$. Khi đó GTNN của tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{81}$ **B.** $\frac{1}{468}$ **C.** $\frac{1}{486}$ **D.** $\frac{1}{9}$

Câu 12: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng x. Tìm x để góc tạo bởi $B'D$ và $(B'D'C)$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = 1$ **B.** $x = 0,5$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = \sqrt{2}$

Câu 13: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$. có cạnh bên $AA' = a\sqrt{3}$, đáy là hình thoi cạnh $a, \widehat{BAD} = 60^0$. Trên cạnh AB lấy điểm M khác A và B. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (ACD').

Khi thiết diện của hình hộp và mặt phẳng (P) có diện tích lớn nhất thì diện tích của $\Delta ACD'$ là :

A. $\frac{3a^2\sqrt{39}}{8}$ **B.** $\frac{3a^2\sqrt{39}}{4}$ **C.** $\frac{3a^2\sqrt{39}}{2}$ **D.** $\frac{a^2\sqrt{13}}{8}$.

Câu 14: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = a\sqrt{2}, AA' = a\sqrt{3}$. Gọi G là trung điểm của BD', mặt phẳng (P) đi qua G và cắt các tia $AD', CD', D'B'$ tương ứng tại ba điểm phân biệt H,I,K. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{1}{D'H^2} + \frac{1}{D'K^2} + \frac{1}{D'I^2}$.

A. $T = \frac{1}{3a^2}$. **B.** $T = \frac{4}{a^2}$. **C.** $T = \frac{4}{3a^2}$. **D.** $T = \frac{1}{12a^2}$.

Câu 15: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Trên $AB, CC', C'D'$ lần lượt lấy các điểm M,N,P sao cho $AM = C'N = C'P < a$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) với hình lập phương có chu vi bé nhất bằng.

A. $4a\sqrt{2}$. **B.** $3a\sqrt{2}$. **C.** $2\left(1+\sqrt{2}\right)a$. **D.** $3a$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ cắt các đoạn SA, SB, SC, SD tương ứng tại M, N, E, F (M, N, E, F

khác S và không nằm trên $(ABCD)$). Các điểm H, K, P, Q tương ứng là hình chiếu vuông góc của M, N, E, F lên $(ABCD)$. Thể tích lớn nhất của khối đa diện $MNEFHKPQ$ là

A. $\frac{4}{9}V$. **B.** $\frac{2}{9}V$. **C.** $\frac{2}{3}V$. **D.** $\frac{4}{27}V$.

Câu 17: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp chữ nhật lớn nhất là bao nhiêu?

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $6\sqrt{6}$. **C.** $24\sqrt{3}$. **D.** $16\sqrt{2}$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng song song mặt đáy cắt các cạnh $SA;SB;SC;SD$ lần lượt tại M,N,P,Q. Gọi M',N',P',Q' lần lượt là hình chiếu của M,N,P,Q lên mặt đáy. Tìm tỉ số $\frac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa điện $MNPQ.M'N'P'Q'$ lớn nhất.

A. $\frac{SM}{SA}=\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{SM}{SA}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{SM}{SA}=\frac{1}{3}$

Câu 19: Hình hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D', có đường chéo $AC'=d$ hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α, hợp với mặt bên $(BCC'B')$ góc β. Biết d không đổi, $A'D'CB$ là hình vuông và thể tích khối hộp lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $\alpha+\beta$ bằng:

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 120^0. **D.** 75^0.

Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. M thuộc đoạn thẳng $AC':C'M=x.C'A$, N thuộc đoạn thẳng $CD':D'N=2x.CD'$. Giá trị của x để tứ diện $CC'NM$ có thể tích lớn nhất là:

A $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 21: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng a. Trên đường thẳng AA' lấy điểm M, trên đường thẳng BC lấy điểm N sao cho đường thẳng MN cắt đoạn thẳng $D'C'$ tại điểm I. Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN.

A. $\min MN=2a$. **B.** $\min MN=2\sqrt{2}a$.

C. $\min MN=3a$. **D.** $\min MN=2\sqrt{3}a$.

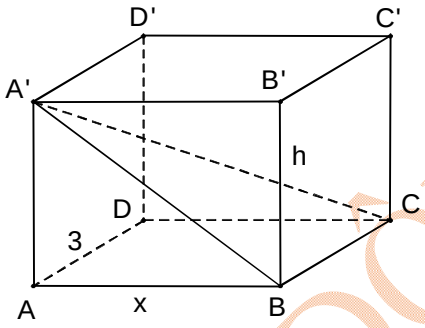
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 2: CỰC TRỊ KHỐI LĂNG TRỤ

Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=x,\ AD=3,$ góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30^0. Tìm x để thể tích khối hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất.

A. $x=\dfrac{3\sqrt{15}}{5}.$ **B.** $x=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}.$ **C.** $x=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}.$ **D.** $x=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}.$

Hướng dẫn giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật suy ra $BC\perp(ABB'A').$

Khi đó $A'B$ là hình chiếu của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABB'A').$

Suy ra $30^0=\widehat{A'C,(ABB'A')}=\widehat{(A'C,A'B)}=\widehat{CA'B}.$

Đặt $BB'=h\ (h>0).$ Tam giác vuông $A'B'B,$ có $A'B=\sqrt{A'B'^2+BB'^2}=\sqrt{x^2+h^2}.$

Tam giác vuông $A'BC,$ có $\tan\widehat{CA'B}=\dfrac{BC}{A'B}\Leftrightarrow\tan 30^0=\dfrac{3}{\sqrt{x^2+h^2}}\Leftrightarrow x^2+h^2=27.$

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=BB'.S_{ABCD}=3xh.$

Áp dụng BĐT Côsi, ta có $3xh\le 3\left(\dfrac{x^2+h^2}{2}\right)=3.\dfrac{27}{2}=\dfrac{81}{2}\Rightarrow V_{\max}=\dfrac{81}{2}.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x=h>0\\x^2+h^2=27\end{cases}\Rightarrow x^2=\dfrac{27}{2}\Rightarrow x=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}.$

Chọn B

Câu 2: Cho hình hộp chữ nhật có tổng diện tích các mặt bằng 36 và độ dài đường chéo bằng 6. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối hộp chữ nhật đã cho.

A. $V_{\max}=16\sqrt{2}.$ **B.** $V_{\max}=12.$ **C.** $V_{\max}=8\sqrt{2}.$ **D.** $V_{\max}=6\sqrt{6}.$

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Giả sử $a,\ b,\ c$ là các kích thước của hình hộp chữ nhật.

Độ dài đường chéo của hình chữ nhật là $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Tổng diện tích các mặt là $2(ab+bc+ca)$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases}2(ab+bc+ca)=36\\ \sqrt{a^2+b^2+c^2}=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}ab+bc+ca=18\\ a^2+b^2+c^2=36\end{cases}$.

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $V=abc$.

- Ta có $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)=72\Rightarrow a+b+c=6\sqrt{2}$.
- Ta có $(b+c)^2\ge 4bc\Leftrightarrow\left(6\sqrt{2}-a\right)^2\ge 4\left[18-a\left(6\sqrt{2}-a\right)\right]\Leftrightarrow 0\le a\le 4\sqrt{2}$.

Khi đó $V=abc=a\left[18-a(b+c)\right]=a\left[18-a\left(6\sqrt{2}-a\right)\right]=a^3-6\sqrt{2}a^2+18a$

Xét hàm số $f(a)=a^3-6\sqrt{2}a^2+18a$ với $a\in\left(0;4\sqrt{2}\right]$, ta được

$\max\limits_{(0;4\sqrt{2}]} f(x)=f\left(\sqrt{2}\right)=f\left(4\sqrt{2}\right)=8\sqrt{2}$.

Chọn C

Nhận xét. Nếu sử dụng $V=abc\le\left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^3=16\sqrt{2}$ thì sai vì dấu "=" không xảy ra.

Câu hỏi tương tự. Cho hình hộp chữ nhật có tổng độ dài tất cả ác cạnh bằng 32 và độ dài đường chéo bằng $2\sqrt{6}$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối hộp chữ nhật đã cho. ĐS: $V_{\max}=16$.

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $a,\ b,\ c$. Dựng một hình lập phương có cạnh bằng tổng ba kích thước của hình hộp chữ nhật trên. Biết rằng thể tích hình lập phương luôn gấp 32 lần thể tích hình hộp chữ nhật. Gọi S là tỉ số giữa diện tích toàn phần hình lập phương và diện tích toàn phần hình hộp chữ nhật. Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S.

A. $S_{\max}=\dfrac{1}{10}$. **B.** $S_{\max}=\dfrac{16}{5}$. **C.** $S_{\max}=\dfrac{32}{5}$. **D.** $S_{\max}=\dfrac{48}{5}$.

Hướng dẫn giải

Theo giả thiết ta có cạnh của hình lập phương bằng $a+b+c$.

- Hình hộp chữ nhật có: $V=abc$ và $S_{tp}=2(ab+ac+bc)$.
- Hình lập phương có: $V'=(a+b+c)^3$ và $S'_{tp}=6(a+b+c)^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra $S=\frac{S_1}{S_2}=3.\frac{(a+b+c)^2}{ab+bc+ca}$.

Ta có $(a+b+c)^3=32abc\Leftrightarrow\frac{(a+b+c)^3}{a^3}=32\frac{bc}{a^2}\Leftrightarrow\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}+1\right)^3=32\left(\frac{b}{a}.\frac{c}{a}\right)$.

Đặt $\begin{cases}\frac{b}{a}=x\\ \frac{c}{a}=y\end{cases}\Rightarrow(x+y+1)^3=32xy\Leftrightarrow xy=\frac{(x+y+1)^3}{32}$.

Khi đó $S=3.\frac{(x+y+1)^2}{x+y+xy}=3.\frac{(x+y+1)^2}{x+y+\frac{(x+y+1)^3}{32}}\xrightarrow{t=x+y+1>1}S=96.\frac{t^2}{t^3+32t-32}$.

Ta có $(x+y+1)^3=32xy\le 8(x+y)^2$

$\Rightarrow t^3\le 8(t-1)^2\Leftrightarrow t^3-8t^2+16t-8\le 0\Leftrightarrow 2\le t\le 3+\sqrt{5}$.

Xét hàm $f(t)=\frac{t^2}{t^3+32t-32}$ trên đoạn $\left[2;3+\sqrt{5}\right]$, ta được $\max\limits_{[2;3+\sqrt{5}]}f(t)=f(4)=\frac{1}{10}$.

Chọn D

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng có thể tích V và có đáy là tam giác đều. Khi diện tích toàn phần của hình lăng trụ nhỏ nhất thì độ dài cạnh đáy bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt[3]{4V}$. **B.** $\sqrt[3]{V}$. **C.** $\sqrt[3]{2V}$. **D.** $\sqrt[3]{6V}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $h>0$ là chiều cao lăng trụ; $a>0$ là độ dài cạnh đáy.

Theo giả thiết ta có $V=S_{\text{day}}.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.h\Rightarrow h=\frac{4V}{a^2\sqrt{3}}$.

Diện tích toàn phần của lăng trụ: $S_{\text{tp}}=S_{2\text{ day}}+S_{\text{xung quanh}}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+3a.\frac{4V}{a^2\sqrt{3}}$.

Áp dụng BĐT Côsi, ta có $S_{\text{toan phan}}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+\frac{4\sqrt{3}V}{a}$

$=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}+\frac{2\sqrt{3}V}{a}+\frac{2\sqrt{3}V}{a}\ge 3\sqrt[3]{\frac{a^2\sqrt{2}}{2}.\frac{2\sqrt{3}V}{a}.\frac{2\sqrt{3}V}{a}}=3\sqrt[3]{6\sqrt{2}V^2}$

Dấu "=" xảy ra khi $\Leftrightarrow\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}V}{a}=\frac{2\sqrt{3}V}{a}\Leftrightarrow a=\sqrt[3]{4V}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

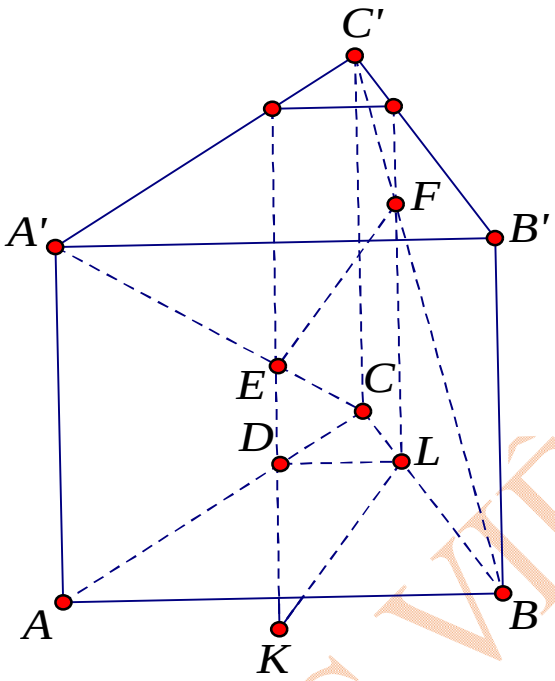
Chọn A

Câu 5: Cho lăng trụ tam giác đều $ABCA'B'C'$ với độ dài tất cả các cạnh bằng a. Xét tất cả các đoạn thẳng song song với mặt bên $ABB'A'$ và có một đầu E nằm trên đường chéo $A'C$ của mặt bên $AA'C'C$, còn đầu kia F nằm trên đường chéo BC' của mặt bên $BB'C'C$. Hãy tìm độ dài ngắn nhất của các đoạn thẳng này.

A. $\frac{2a}{5}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{5}}$ **C.** $\frac{a}{5}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Dựng $mp(P)$ chứa EF và song song $mp(AA'B'B)$ cắt AC và BC tại D và L

Tromg $mp(P)$ từ L kẻ đường thẳng song song với EF, cắt DE tại K.

Đặt $CL = x, (0 < x < a)$.

Khi đó ta có: $EK = FL; CL = LD = CD = x$ và $BL = a - x$

$BB'C'C$ là hình vuông, suy ra ΔFLB vuông cân tại L nên $EK = FL = LB = a - x$ (1)

$AA'C'C$ là hình vuông, suy ra ΔDEC vuông cân tại D nên $ED = DC = x$ (2)

Từ (1) và (2) có: $KD = |ED - EK| = |x - (a - x)| = |2x - a|$.

Suy ra độ dài $EF = KL = \sqrt{KD^2 + DL^2} = \sqrt{x^2 + (2x - a)^2} = \sqrt{(\sqrt{5}x - \frac{2a}{\sqrt{5}})^2 + \frac{a^2}{5}}$

Suy ra EF ngắn nhất bằng $\frac{a}{\sqrt{5}}$ khi $x = \frac{2a}{5}$, tức là $CL = \frac{2}{5}BC$.

Câu 6: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là một hình vuông. Biết tổng diện tích tất cả các mặt của khối hộp bằng 32. Tính thể tích lớn nhất V_{max} của khối hộp đã cho.

A. $V_{max} = \frac{56\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V_{max} = \frac{80\sqrt{3}}{9}$. **C.** $V_{max} = \frac{70\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V_{max} = \frac{64\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Đặt a là độ dài cạnh của hình vuông đáy, b là chiều cao của khối hộp với $a,\ b>0$.

Theo giả thiết ta có $2a^2+4ab=32\Leftrightarrow 2a(a+2b)=32\Leftrightarrow a(a+2b)=16\Leftrightarrow b=\frac{1}{2}\left(\frac{16}{a}-a\right)$.

Do $b>0\Rightarrow \frac{16}{a}-a>0\to a<4$.

Khi đó thể tích của khối hộp $V=a^2.\frac{1}{2}\left(\frac{16}{a}-a\right)=-\frac{1}{2}a^3+8a$.

Xét hàm $f(a)=-\frac{1}{2}a^3+8a$ trên $(0;4)$, ta được $\max\limits_{(0;4)} f(a)=f\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)=\frac{64\sqrt{3}}{9}$.

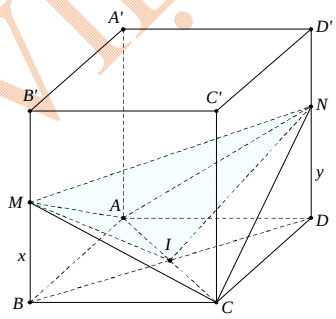
Chọn D

Câu 7: Cho hình lăng trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Điểm M và N lần lượt thay đổi trên các cạnh BB' và DD' sao cho $(MAC)\perp(NAC)$ và $BM=x$, $DN=y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $ACMN$.

A. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a^3}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$V_{ACMN}=V_{AMNI}+V_{CMNI}=\frac{1}{3}AC.S_{IMN}$

$=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.(S_{BDD'B'}-S_{MND'B'}-S_{BIM}-S_{IDN})$

$=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.\left(ab\sqrt{2}-\frac{(2b-x-y)a\sqrt{2}}{2}-\frac{x.a\sqrt{2}}{4}-\frac{y.a\sqrt{2}}{4}\right)$

$=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.\left(\frac{x.a\sqrt{2}}{4}+\frac{y.a\sqrt{2}}{4}\right)=\frac{1}{6}a^2(x+y)$

mp(MAC)$\perp$mp(NAC).

$\Leftrightarrow \widehat{MIN}=1v\Leftrightarrow IM^2+IN^2=MN^2\Leftrightarrow x^2+\frac{a^2}{2}+y^2+\frac{a^2}{2}=2a^2+(x-y)^2\Leftrightarrow xy=\frac{a^2}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Từ đó, $V_{ACMN}=\frac{1}{6}a^2(x+y)\ge\frac{1}{3}a^2\sqrt{xy}=\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$

Cách 2. Tính trực tiếp $V_{ACMN}=\frac{1}{6}AC.IM.IN$ hoặc $V_{ACMN}=\frac{1}{12}AC.S_{BDNM}$ (Đều coi AC là đường cao).

Cách 3. Chứng minh được $\frac{1}{IM^2}+\frac{1}{IN^2}=\frac{1}{IB^2}$ là hằng số, từ đó dùng bất đẳng thức suy ra giá trị nhỏ nhất của $V_{ACMN}=\frac{1}{6}AC.IM.IN$

Câu 8: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối hộp ?

A. 8. **B.** $8\sqrt{2}$. **C.** $16\sqrt{2}$. **D.** $24\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt a,b,c là kích thước của khối hộp thì ta có hệ $\begin{cases}a^2+b^2+c^2=36\\2(ab+bc+ac)=36\end{cases}(1)$.

$(1)\Leftrightarrow\begin{cases}(a+b+c)^2-2(a+b+c)=36\\2(ab+bc+ac)=36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(a+b+c)^2=72\\ab+bc+ca=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=6\sqrt{2}\\ab+bc+ca=18\end{cases}$.

Cần tìm GTLN của $V=abc$.

Cách 1.

Ta có $\begin{cases}b+c=6\sqrt{2}-a\\bc=18-a(b+c)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=6\sqrt{2}-a\\bc=18-a(6\sqrt{2}-a)\end{cases}$

Do $(b+c)^2\ge 4bc$ nên suy ra $\left(6\sqrt{2}-a\right)^2\ge 4\left[18-a\left(6\sqrt{2}-a\right)\right]$

$\Leftrightarrow 3a^2-12\sqrt{2}a\le 0\Rightarrow 0<a\le 4\sqrt{2}.$

Do đó $V=abc=a\left[18-a\left(6\sqrt{2}-a\right)\right]=a^3-6\sqrt{2}a^2+18a$. Lập bảng biến thiên của hàm số $f(a)=a^3-6\sqrt{2}a^2+18a$ trên $\left(0;4\sqrt{2}\right]$ ta tìm được GTLN của V là $8\sqrt{2}$ đạt được khi $a=4\sqrt{2},b=c=\sqrt{2}$ và các hoán vị.

Cách 2.

Đk tạm thời $a,b,c\in(0;6\sqrt{2})$

Ta thấy a,b,c là 3 nghiệm của phương trình $x^3-6\sqrt{2}x^2+18x-V=0(2)$

$(2)\Leftrightarrow x^3-6\sqrt{2}x^2+18x=V$. Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)=x^3-6\sqrt{2}x^2+18x$ và tìm V lớn nhất để phương trình có 3 nghiệm(không nhất thiết phân biệt) thuộc khoảng $(0;6\sqrt{2})$ thì ra đáp số tương tự cách 1.

Sai lầm mắc phải là học sinh dùng bđt Côsi tìm GTLN của V nhưng dấu '=' không xảy ra.

Ta có $AC'^2=a^2+b^2+c^2=36;S=2ab+2bc+2ca=36\Rightarrow(a+b+c)^2=72\Rightarrow a+b+c=6\sqrt{2}$

$\frac{a+b+c}{3}\ge\sqrt[3]{abc}\Rightarrow abc\le\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3=\left(\frac{6\sqrt{2}}{3}\right)^3=16\sqrt{2}$. Vậy $V_{Max}=16\sqrt{2}$

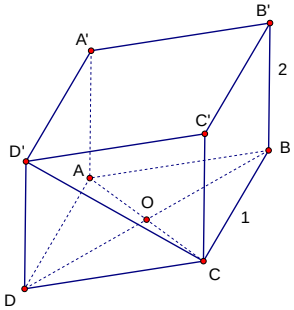
Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D', ABCD là hình vuông cạnh bằng 1, $A'A=2$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa CD', tạo với mặt phẳng (BDD'B') một góc 30^0 và cắt cạnh BB' tại K. (P) chia

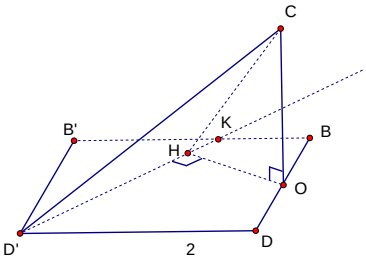
khối lăng trụ ACD.A'C'D' thành hai phần, tỉ số phần nhỏ và phần lớn bằng $\frac{a}{b}\ (a\in N, b\in N, (a;b)=1)$. Tổng $a+b$ bằng

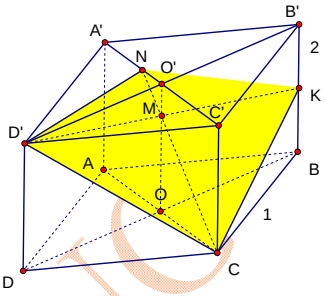
A. 8 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 9

Hướng dẫn giải

Chọn D







Gọi $O=AC\cap BD\Rightarrow CO\perp (B'D'DB)$.

Gọi H là hình chiếu của O trên D'K, suy ra góc giữa (P) và (B'D'DB) là $\widehat{CHO}=30^0$.

$CO=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow OH=CO.\cos 30^0=\frac{\sqrt{6}}{2}$. Gọi I là trung điểm của BB', ta có

$BB'=\sqrt{2}, D'I\perp OI, OI=\frac{\sqrt{6}}{2}\Rightarrow (CD'I)\equiv (P)\Rightarrow H\equiv K\equiv I$.

Xác định thiết diện của (P) và lăng trụ ACD.A'C'D' là tam giác CD'N như hình vẽ.

$MO'=\frac{1}{2}B'K=\frac{1}{4}BB'=\frac{1}{3}MO\Rightarrow NO'=\frac{1}{3}OC=\frac{1}{6}A'C'\Rightarrow C'N=\frac{2}{3}A'C'\Rightarrow S_{NC'D'}=\frac{2}{3}S_{A'C'D'}$

$V_{C.C'ND'}=\frac{1}{3}CC'.S_{NC'D'}=\frac{2}{9}CC'.S_{A'C'D'}=\frac{2}{9}.V_{ACD.A'C'D'}\Rightarrow a+b=9$.

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. G là trung điểm BD', mặt phẳng (P) thay đổi qua G cắt $AD';CD';D'B'$ tương ứng tại H,I,K. Khi đó giá trị lớn nhất biểu thức

$$T=\frac{1}{D'H.D'I}+\frac{1}{D'I.D'K}+\frac{1}{D'K.D'H}$$

A. $\frac{8}{3a^2}$ **B.** $\frac{16a^2}{3}$ **C.** $\frac{16}{3a^2}$ **D.** $\frac{8a^2}{3}$

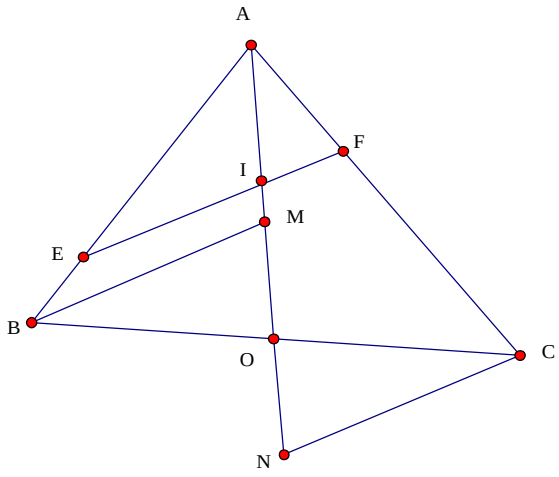
Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì G là trung điểm BD' nên G là trọng tâm của tứ diện $D'ACB'$

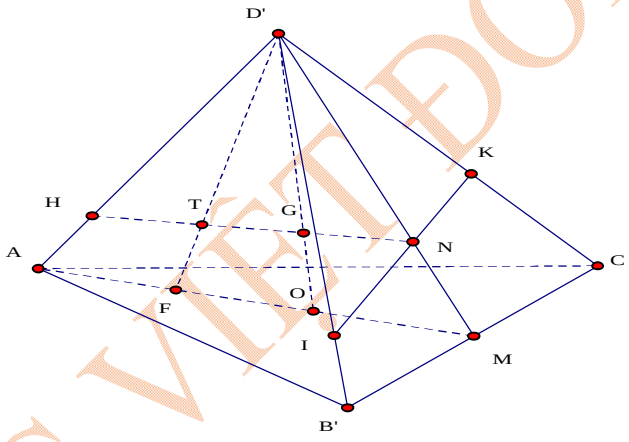
Xét bài toán phụ: Trong tam giác ABC, O là trung điểm của BC; đường thẳng bất kì cắt AB,AO,AC lần lượt tại E,I,F. Khi đó ta có: $\frac{AB}{AE}+\frac{AC}{AF}=2\frac{AO}{AI}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Từ B,C kẻ các đường song song với EF cắt AO lần lượt tại M,N. Suy ra $OM=ON$ và theo Talet ta có:

$$\frac{AB}{AE}+\frac{AC}{AF}=\frac{AM}{AI}+\frac{AN}{AI}=\frac{AO-OM+AO+ON}{AI}=2\frac{AO}{AI}$$



Áp dụng kết quả trên vào bài toán ta được:

$$\frac{D'B'}{D'I}+\frac{D'C}{D'K}+\frac{D'A}{D'H}=2\frac{D'M}{D'N}+2\frac{D'F}{D'T}-\frac{D'O}{D'G}=3\frac{D'O}{D'G}$$

Hay ta có: $\frac{a\sqrt{2}}{4D'I}+\frac{a\sqrt{2}}{4D'K}+\frac{a\sqrt{2}}{4D'H}=1$. Ta chứng minh được $(ab+bc+ca)\le\frac{1}{3}(a+b+c)^2$ nên

$$T=\frac{1}{D'H.D'I}+\frac{1}{D'I.D'K}+\frac{1}{D'K.D'H}\le\frac{1}{3}\left(\frac{1}{D'I}+\frac{1}{D'H}+\frac{1}{D'K}\right)^2=\frac{8}{3a^2}$$

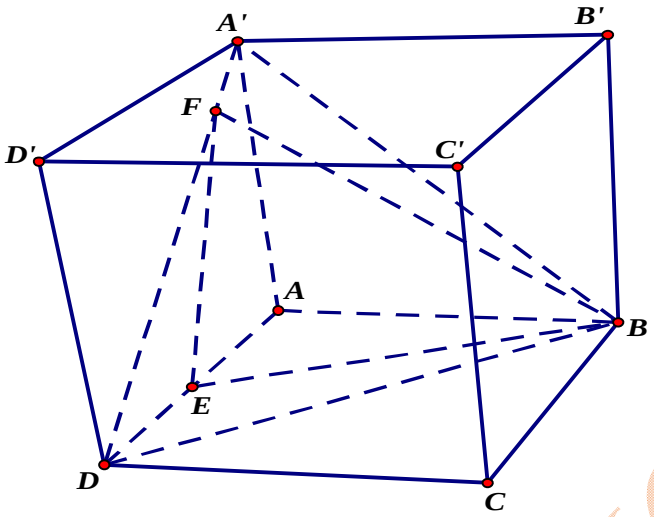
Dấu bằng xảy ra khi (P) đi qua G và song song với mp(ABC).

Câu 11: Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$. Lấy các điểm E,F lần lượt trên các đoạn AB,DA' thỏa mãn $\frac{3}{7}.\frac{DA}{DE}+\frac{7}{27}.\frac{DA'}{DF}=6$. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ và khối tứ diện $BDEF$. Khi đó GTNN của tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng

A. $\frac{1}{81}$ **B.** $\frac{1}{468}$ **C.** $\frac{1}{486}$ **D.** $\frac{1}{9}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có:

$$\frac{V'}{V_{D.ABA'}}=\frac{DE}{DA}.\frac{DF}{DA'}\Rightarrow\frac{6V'}{V}=\frac{DE}{DA}.\frac{DF}{DA'}\Rightarrow\frac{V'}{V}=\frac{1}{6}.\frac{DE}{DA}.\frac{DF}{DA'}$$

Theo bài ra :

$$6=\frac{3}{7}.\frac{DA}{DE}+\frac{7}{27}.\frac{DA'}{DF}\geq 2\sqrt{\frac{3}{7}.\frac{7}{27}.\frac{DA}{DE}.\frac{DA'}{DF}}$$

$$\Rightarrow\frac{DE}{DA}.\frac{DF}{DA'}\geq\frac{1}{81}$$

Dấu "=" khi $\frac{3}{7}\frac{DA}{DE}=\frac{7}{27}\frac{DA'}{DF}$

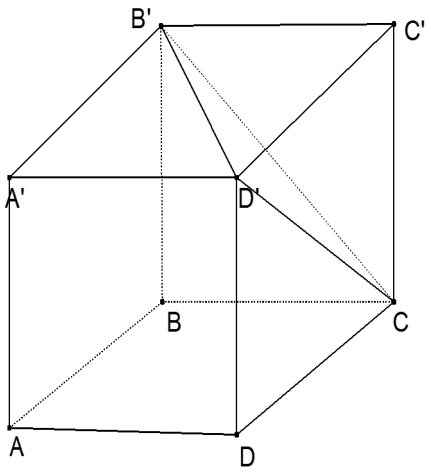
Suy ra: $\frac{V'}{V}=\frac{1}{6}.\frac{DE}{DA}.\frac{DF}{DA'}\geq\frac{1}{6}.\frac{1}{81}=\frac{1}{486}$

Câu 12: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng x. Tìm x để góc tạo bởi $B'D$ và $(B'D'C)$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = 1$ **B.** $x = 0,5$ **C.** $x = 2$ **D.** $x=\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của D lên mặt phẳng (B'D'C) suy ra $\sin(B'D,(B'D'C))=\frac{DH}{B'D}=\frac{DH}{\sqrt{2+x^2}}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mặt khác $DH = d(C';(B'D'C)) = \frac{x}{\sqrt{2x^2+1}}$ (Sử dụng đường cao trong tam diện vuông C'B'D'C).

$$\sin(B'D,(B'D'C)) = \frac{DH}{B'D} = \frac{DH}{\sqrt{2+x^2}} = \frac{x}{\sqrt{(x^2+2)(2x^2+1)}} = \sqrt{\frac{x^2}{2x^4+5x^2+1}}$$

Góc lớn nhất khi $\sin(B'D,(B'D'C))$ lớn nhất. Xét hàm số

$$f(t) = \frac{t}{2t^2+5t+1} \Rightarrow f'(t) = \frac{-2t^2+2}{(2t^2+5t+1)^2}$$

$f(t)$ lớn nhất khi t = 1 suy ra x = 1.

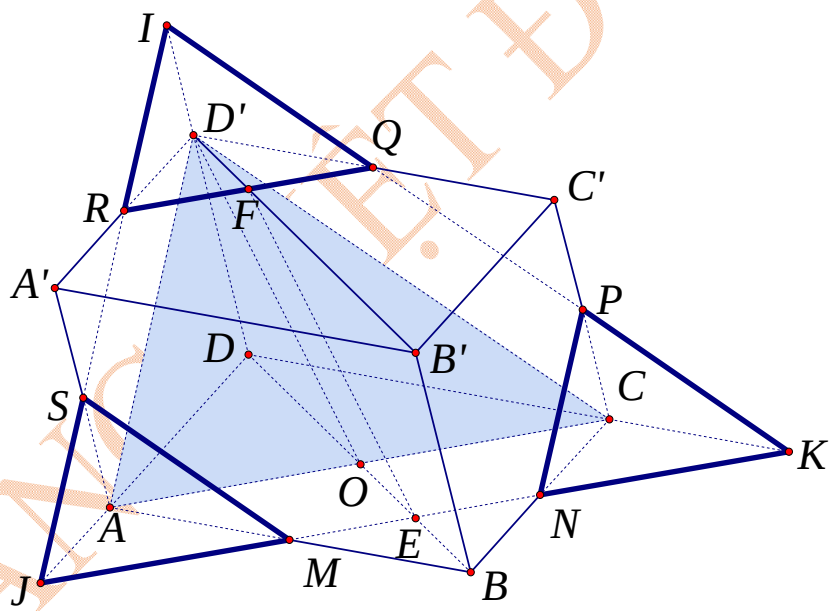
Câu 13: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$. có cạnh bên $AA' = a\sqrt{3}$, đáy là hình thoi cạnh $a, \widehat{BAD} = 60^0$. Trên cạnh AB lấy điểm M khác A và B. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng (ACD').

Khi thiết diện của hình hộp và mặt phẳng (P) có diện tích lớn nhất thì diện tích của $\Delta ACD'$ là :

A. $\frac{3a^2\sqrt{39}}{8}$ **B.** $\frac{3a^2\sqrt{39}}{4}$ **C.** $\frac{3a^2\sqrt{39}}{2}$ **D.** $\frac{a^2\sqrt{13}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Trong mp(*ABCD*), qua *M* vẽ đường thẳng song song với *AC* cắt *DB, BC* lần lượt tại *E, N*.
Trong mp(*BDD'B'*), qua *E* vẽ đường thẳng song song với *D'O* (*O=AC∩BD*) cắt *B'D'* tại *F*.
Trong mp(*A'B'C'D'*), qua *F* vẽ đường thẳng song song với *AC* cắt *A'D', D'C'* lần lượt tại *R, Q*.
Trong mp(*AA'D'D*), qua *R* vẽ đường thẳng song song với *AD'* cắt *AA'* tại *S*.
Trong mp(*CC'D'D*), qua *Q* vẽ đường thẳng song song với *CD'* cắt *CC'* tại *P*.
Thiết diện là lục giác *MNPQRS*Do các mặt đối diên của hình hộp song song nên các cạnh đối của lục giác thiết diên *MNPQRS* song song và 3 cặp cạnh đó lần lượt song song với các cạnh tam giác *ACD'*.

$\Rightarrow$ Các tam giác *JKI, ACD', RQI, JMS, NKP* đồng dạng$\Rightarrow$

$$\frac{MJ}{MN} = \frac{MA}{MB} = \frac{NC}{NB} = \frac{NK}{NM} = \frac{PC}{PC'} = \frac{PK}{PQ} = \frac{QD'}{QC'} = \frac{QI}{QP} \Rightarrow MJ=NK \text{ và } PK=QI$$

$\Rightarrow$ Các tam giác *RQI, JMS, NKP* bằng nhau (gọi diện tích của chúng là S_1 và gọi diện tích các tam giác *JKI, ACD'* lần lượt là S_2, S)

Đặt $\frac{AM}{AB}=k$; ta có điều kiện $0<k<1$ và có:

$\frac{S_1}{S}=\left(\frac{JM}{AC}\right)^2=\left(\frac{AM}{DC}\right)^2=\left(\frac{AM}{AB}\right)^2=k^2 \Rightarrow S_1=k^2S$

$\frac{S_2}{S}=\left(\frac{JK}{AC}\right)^2=\left(\frac{JM+MK}{AC}\right)^2=\left(\frac{JM}{AC}+\frac{MK}{AC}\right)^2=(k+1)^2 \Rightarrow S_2=(k^2+2k+1)S$

$\Rightarrow$ Diện tích thiết diện: $S_{td}=S_2-3S_1$

$S_{td}=2S(-k^2+k+\frac{1}{2})=2S\left[\frac{3}{4}-\left(k-\frac{1}{2}\right)^2\right]\le\frac{3S}{2}$ (dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow k=\frac{1}{2}$)

S lớn nhất $\Leftrightarrow k=\frac{1}{2}\Leftrightarrow M$ là trung điểm của AB

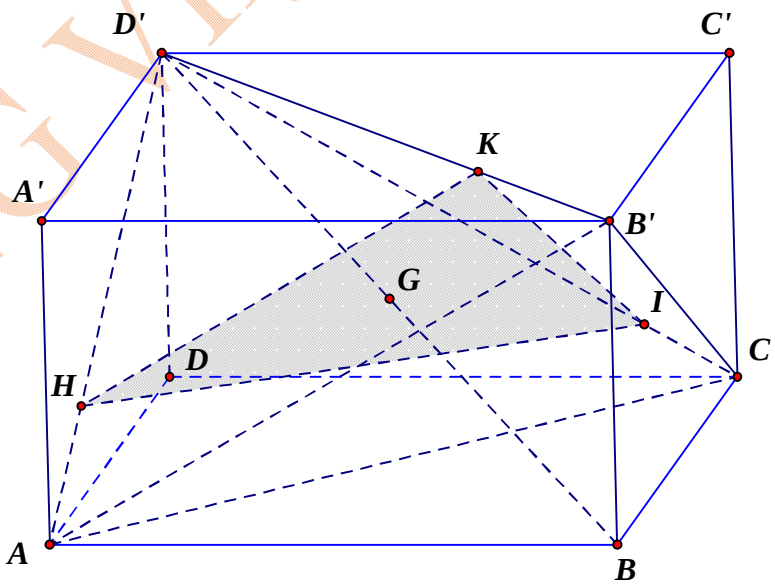
Ta có : $\Delta ACD'$ cân tại $D', \mathrm{AD}^{'}=2a \Rightarrow S_{\Delta ACD'}=\frac{a^2\sqrt{39}}{4}$,

Câu 14: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=a\sqrt{2}, AA'=a\sqrt{3}$. Gọi G là trung điểm của BD', mặt phẳng (P) đi qua G và cắt các tia $AD', CD', D'B'$ tương ứng tại ba điểm phân biệt H, I, K. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\frac{1}{D'H^2}+\frac{1}{D'K^2}+\frac{1}{D'I^2}$.

A. $T=\frac{1}{3a^2}$. **B.** $T=\frac{4}{a^2}$. **C.** $T=\frac{4}{3a^2}$. **D.** $T=\frac{1}{12a^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $\frac{D'H}{D'A}=x, \frac{D'I}{D'C}=y, \frac{D'K}{D'B'}=z$.

ta có $\overrightarrow{D'G}=\frac{1}{2}\overrightarrow{D'B}=\frac{1}{2}\overrightarrow{D'A}+\frac{1}{2}\overrightarrow{D'C}+\frac{1}{2}\overrightarrow{D'D}$

Ta có $\overrightarrow{D'H}=x\overrightarrow{D'A}=x\left(\overrightarrow{D'D}+\overrightarrow{D'A}\right)\Rightarrow\frac{1}{x}\overrightarrow{D'H}=\overrightarrow{D'D}+\overrightarrow{D'A}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\overrightarrow{D'I} = y\overrightarrow{D'C} = y\left(\overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{D'C'}\right) \Rightarrow \frac{1}{y}\overrightarrow{D'I} = \overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{D'C'}$

$\overrightarrow{D'K} = z\overrightarrow{D'A} = z\left(\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{D'C'}\right) \Rightarrow \frac{1}{z}\overrightarrow{D'K} = \overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{D'C'}$

$\Rightarrow \overrightarrow{D'G} = \frac{1}{4x}\overrightarrow{D'H} + \frac{1}{4y}\overrightarrow{D'I} + \frac{1}{4z}\overrightarrow{D'K}$

Do $\overrightarrow{DG}, \overrightarrow{DH}, \overrightarrow{DI}, \overrightarrow{DK}$ không đồng phẳng nên $\frac{1}{4x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{4z} = 1.$

$\Rightarrow \frac{D'A}{D'H} + \frac{D'C}{D'I} + \frac{D'B}{D'K} = 4$

$\Rightarrow 4^2 = \left(\frac{D'A}{D'H} + \frac{D'C}{D'I} + \frac{D'B}{D'K}\right)^2 \le \left(\frac{1}{D'H^2} + \frac{1}{D'I^2} + \frac{1}{D'K^2}\right)\left(D'A^2 + D'C^2 + D'B'^2\right)$

$\Rightarrow T \ge \frac{16}{D'A^2 + D'C^2 + D'B'^2} = \frac{16}{12a^2} = \frac{4}{3a^2}$

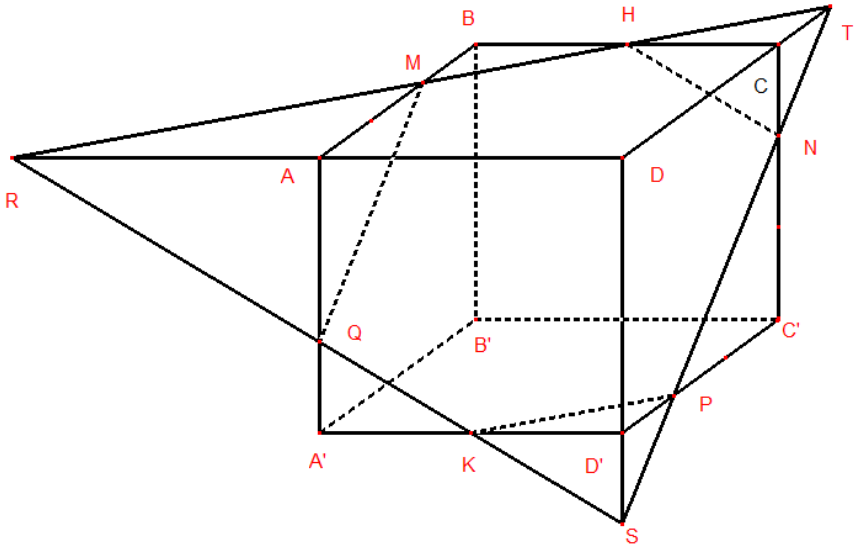
Câu 15: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Trên $AB, CC', C'D'$ lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho $AM = C'N = C'P < a$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) với hình lập phương có chu vi bé nhất bằng.

A. $4a\sqrt{2}$. **B.** $3a\sqrt{2}$. **C.** $2\left(1+\sqrt{2}\right)a$. **D.** $3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

***) Dựng thiết diện:** Kẻ $NP \cap DD' = S; NP \cap CD = T;\ MT \cap BC = H;\ MT \cap AD = R;$ SR giao với AA' và $A'D'$ lần lượt tại Q, K. Khi đó thiết diện là lục giác $MHNPKQ$.



Đặt $C'N = C'P = x,\ (0 < x < a)$ ta có tam giác $C'NP$ vuông cân; suy ra góc $\widehat{PNC'} = \widehat{CNT} = 45^0$ suy ra ΔNCT vuông cân tại C ta được $NC = CT = a - x,$ ta lại có $BM = a - x$ và $BM // CT$ nên H là trung điểm BC từ đó có $BH = CH = \frac{a}{2}$

Chứng minh tương tự ta có $A'K = D'K = \frac{a}{2}.$

Ta tính được $MQ = NP = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$;

$MH = HN = PK = KQ = \sqrt{(a-x)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - 2ax + \frac{5a^2}{4}}$

Chu vi thiết diện là $C_{MHNPKQ} = 2x\sqrt{2} + 4\sqrt{x^2 - 2ax + \frac{5a^2}{4}} = f(x)$.

$f'(x) = 2\sqrt{2} + \frac{4(x-a)}{\sqrt{x^2 - 2ax + \frac{5a^2}{4}}}$; cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{a}{2} \\ x = \frac{3a}{2} \notin (0;a) \end{array}\right.$, ta có bảng biến thiên:

x	0		$\frac{a}{2}$		a
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$2a\sqrt{5}$	↘	$3a\sqrt{2}$	↗	$2(1+\sqrt{2})a$

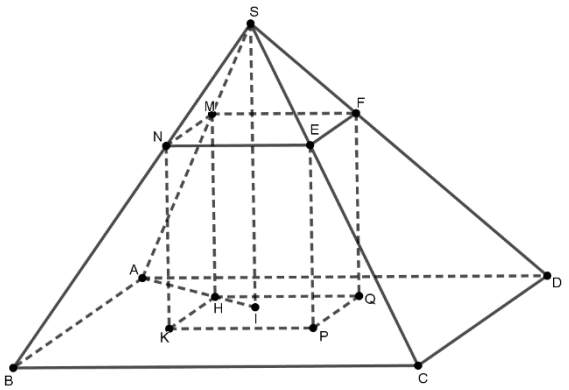
Kết quả là chu vi nhỏ nhất $\min C_{MHNPKQ} = 3a\sqrt{2}$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng V, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) song song với $(ABCD)$ cắt các đoạn SA, SB, SC, SD tương ứng tại M, N, E, F (M, N, E, F khác S và không nằm trên $(ABCD)$). Các điểm H, K, P, Q tương ứng là hình chiếu vuông góc của M, N, E, F lên $(ABCD)$. Thể tích lớn nhất của khối đa diện $MNEFHKPQ$ là

A. $\frac{4}{9}V$. **B.** $\frac{2}{9}V$. **C.** $\frac{2}{3}V$. **D.** $\frac{4}{27}V$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $k = \frac{SM}{SA}$, $(0 < k < 1)$.

Ta có $MNEF$ và $ABCD$ đồng dạng với tỉ số $k = \frac{SM}{SA}$.

Suy ra $S_{MNEF} = k^2 S_{ABCD}$.

Gọi SI là đường cao của $S.ABCD$. Khi đó $\frac{MH}{SI} = \frac{MA}{SA} = \frac{SA - SM}{SA} = 1 - k$.

Ta có

$V_{MNEFHKPQ} = S_{MNEF}.MH = S_{ABCD}.k^2.(1-k).SI = 3V.k^2.(1-k)$

$= \frac{3V}{2}.k.k.(2-2k) \le \frac{3V}{2}.\left(\frac{k+k+2-2k}{3}\right)^3 = \frac{4}{9}V$.

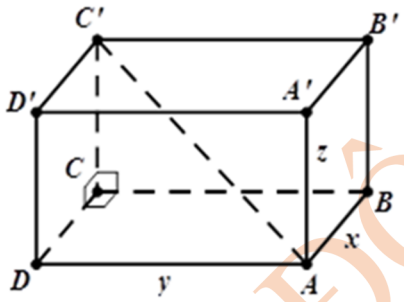
Do đó thể tích lớn nhất của khối đa diện $MNEFHKPQ$ là $\frac{4}{9}V$ khi $k = 2-2k \Leftrightarrow k = \frac{2}{3}$.

Câu 17: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo AC' bằng 6. Hỏi thể tích của khối hộp chữ nhật lớn nhất là bao nhiêu?

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $6\sqrt{6}$. **C.** $24\sqrt{3}$. **D.** $16\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Cách 1.

Gọi x, y, z lần lượt là độ dài của các cạnh AB, AD, AA'.

Diện tích tất cả các mặt là $S_{tp} = 2(xy+yz+zx) = 36 \Leftrightarrow xy+yz+zx = 18, \quad (1)$.

Độ dài đường chéo $AC' = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = 6 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 = 36$.

Suy ra $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx) = 72 \Leftrightarrow x+y+z = 6\sqrt{2}, \quad (2)$.

Từ (2) ta có $y+z = 6\sqrt{2}-x$. Do đó, kết hợp với (1) ta được

$$yz = 18-x(y+z) = 18-x(6\sqrt{2}-x) = x^2-6\sqrt{2}x+18.$$

Ta luôn có $(y+z)^2 \ge 4yz, \ \forall y,z$ nên

$$(6\sqrt{2}-x)^2 \ge 4(x^2-6\sqrt{2}x+18) \Leftrightarrow 3x^2-12\sqrt{2}x \le 0 \Leftrightarrow 0 \le x \le 4\sqrt{2}.$$

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = xyz = x(x^2-6\sqrt{2}x+18) = x^3-6\sqrt{2}x^2+18x$.

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3-6\sqrt{2}x^2+18x$ trên đoạn $[0;4\sqrt{2}]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2-12\sqrt{2}x+18$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2} \in [0;4\sqrt{2}] \\ x = 3\sqrt{2} \in [0;4\sqrt{2}] \end{array}\right.$.

Ta tính được $f(0) = 0;\ f(4\sqrt{2}) = 8\sqrt{2};\ f(\sqrt{2}) = 8\sqrt{2};\ f(3\sqrt{2}) = 0$.

Với $x = \sqrt{2}$ thì $\begin{cases} y+z = 5\sqrt{2} \\ yz = 8 \end{cases}$. Như thế $(x;y;z) \in \{(\sqrt{2};4\sqrt{2};\sqrt{2}),(\sqrt{2};\sqrt{2};4\sqrt{2})\}$.

Với $x = 4\sqrt{2}$ thì $\begin{cases} y+z = 2\sqrt{2} \\ yz = 2 \end{cases}$. Như thế $(x;y;z) = (4\sqrt{2};\sqrt{2};\sqrt{2})$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy thể tích của khối hộp chữ nhật lớn nhất là $8\sqrt{2}$ khi $(x;y;z)=\left(\sqrt{2};4\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ và các hoán vị của nó.

Cách 2.

Gọi x, y, z lần lượt là độ dài của các cạnh AB, AD, AA'.

Diện tích tất cả các mặt là $S_{tp}=2(xy+yz+zx)=36\Leftrightarrow xy+yz+zx=18,\quad (1)$.

Độ dài đường chéo $AC'=\sqrt{x^2+y^2+z^2}=6\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2=36$.

Suy ra $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)=72\Leftrightarrow x+y+z=6\sqrt{2},\quad (2)$.

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V=xyz,\quad (3)$.

Từ (1), (2) và (3) suy ra x, y, z là 3 nghiệm của phương trình

$$X^3-6\sqrt{2}X^2+18X-V=0\Leftrightarrow V=X^3-6\sqrt{2}X^2+18X,\quad (4).$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(X)=X^3-6\sqrt{2}X^2+18X$ trên $\left(0;6\sqrt{2}\right)$ như sau

X	0		$\sqrt{2}$		$3\sqrt{2}$		$6\sqrt{2}$
$f'(X)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(X)$	0	↗	$8\sqrt{2}$	↘	0	↗	$108\sqrt{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị lớn nhất của V để phương trình (4) có 3 nghiệm (không cần phân biệt) trên khoảng $\left(0;6\sqrt{2}\right)$ là $8\sqrt{2}$.

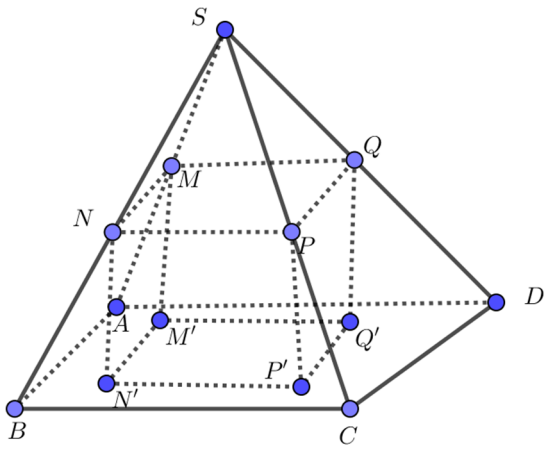
Vậy thể tích của khối hộp chữ nhật lớn nhất là $8\sqrt{2}$ khi $(x;y;z)=\left(\sqrt{2};4\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$ và các hoán vị của nó.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng song song mặt đáy cắt các cạnh $SA;SB;SC;SD$ lần lượt tại M,N,P,Q. Gọi M',N',P',Q' lần lượt là hình chiếu của M,N,P,Q lên mặt đáy. Tìm tỉ số $\dfrac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ lớn nhất.

A. $\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{1}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt $\frac{SM}{SA}=x$. Suy ra $\frac{SN}{SB}=\frac{SP}{SC}=\frac{SQ}{SD}=x$.

Gọi h,h' lần lượt là chiều cao hình chóp và chiều cao khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$.

Do $MN//AB$ nên ta có $\frac{SM}{SA}=\frac{MN}{AB}\Leftrightarrow x=\frac{MN}{AB}\Leftrightarrow MN=x.AB$.

Tương tự ta có $BC=x.NP$

Ta có $S_{MNP}=x^2.S_{ABC}\Leftrightarrow S_{MNPQ}=x^2S_{ABCD}$ (Vì tam giác ΔMNP đồng dạng tam giac ABC)

Mặt khác ta có $\frac{AM}{AS}=\frac{h'}{h}$

$\Leftrightarrow\frac{SA-SM}{SA}=\frac{h'}{h}$

$\Leftrightarrow 1-x=\frac{h'}{h}\Leftrightarrow h'=(1-x)h$

Ta có $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}=h'.S_{MNPQ}=(1-x)h.x^2.S_{ABCD}=(1-x)x^2.h.S_{ABCD}$

Do h,S_{ABCD} không thay đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $(1-x)x^2$ đạt lớn nhất.

Ta có $(1-x)x^2=4.(1-x)\frac{x}{2}\frac{x}{2}\le 4.\frac{\left(1-x+\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\right)^3}{27}=\frac{4}{27}$

Dấu $=$ xảy ra khi và chỉ khi $1-x=\frac{x}{2}\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$.

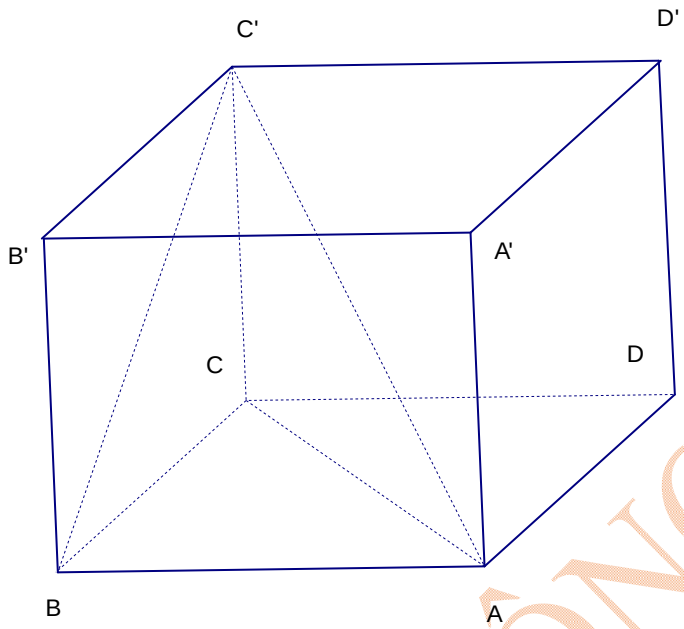
Câu 19: Hình hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có đường chéo $AC'=d$ hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α, hợp với mặt bên $(BCC'B')$ góc β. Biết d không đổi, $A'D'CB$ là hình vuông và thể tích khối hộp lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $\alpha+\beta$ bằng:

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 120^0. **D.** 75^0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\widehat{CAC'}=\alpha$, $\widehat{AC'B}=\beta$, $CC'=AC'\sin\alpha=d\sin\alpha$, $AC=AC'\cos\alpha=d\cos\alpha$

$AB=AC'\sin\beta=d\sin\beta$,

$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=d\sqrt{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}$

Thể tích khối lăng trụ là $V=AB.BC.CC'=d^3\sin\alpha.\sin\beta.\sqrt{\cos^2\alpha-\sin^2\beta}$

Tứ giác $A'D'CB$ là hình chữ nhật để $A'D'CB$ là hình vuông thì $A'C^2=2CB^2$

$\Leftrightarrow 2\left(\cos^2\alpha-\sin^2\beta\right)=1\Rightarrow\sin\beta=\sqrt{\cos^2\alpha-\frac{1}{2}}$

$V=\frac{\sqrt{2}}{2}.d^3.\sin\alpha.\sqrt{\cos^2\alpha-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.d^3.\sqrt{\sin^2\alpha\left(\cos^2\alpha-\frac{1}{2}\right)}$

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có

$V\le\frac{\sqrt{2}}{2}.d^3.\left(\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-\frac{1}{2}}{2}\right)^2=\frac{\sqrt{2}}{32}.d^3$

Đẳng thức xảy ra khi $\sin^2\alpha=\cos^2\alpha-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos 2\alpha=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\alpha=30^0\Rightarrow\beta=30^0$

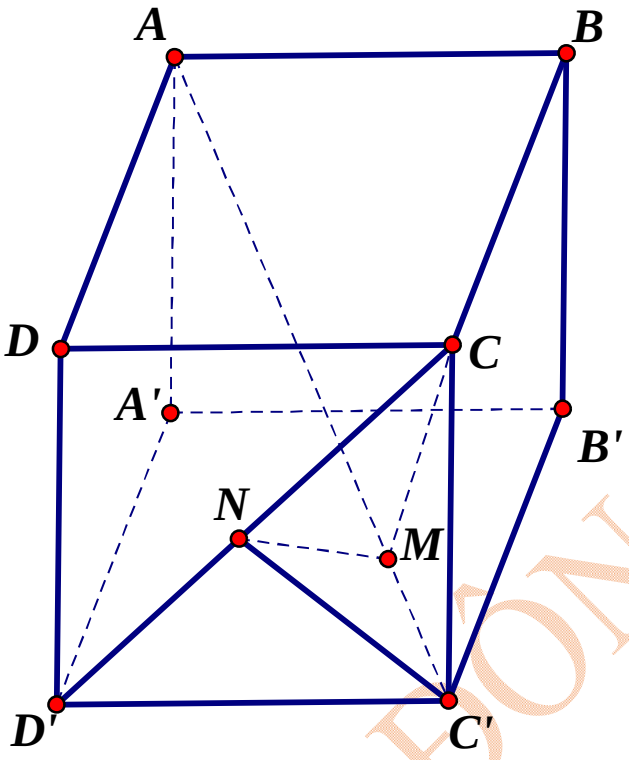
Vậy $\alpha+\beta=60^0$

Câu 20: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. M thuộc đoạn thẳng $AC':C'M=x.C'A$, N thuộc đoạn thẳng $CD':D'N=2x.CD'$. Giá trị của x để tứ diện $CC'NM$ có thể tích lớn nhất là:

A $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Dễ thấy: $0 < x \le \frac{1}{2}$ Ta có.

$CD' = a\sqrt{2} \Rightarrow D'N = 2x.a\sqrt{2} \Rightarrow CN = a\sqrt{2} - 2x.a\sqrt{2} = a\sqrt{2}(1-2x)$

$AC' = a\sqrt{3} \Rightarrow C'M = x.a\sqrt{3}$

$V_{CC'NM} = \frac{1}{6}.C'M.CN.d(C'M,CN).\sin(C'M,CN)$

$= \frac{1}{6}xa\sqrt{3}.a\sqrt{2}(1-2x).d(C'A,CD').\sin(C'A,CD')$

Tứ diện $CC'NM$ có lớn nhất khi $g(x) = \frac{1}{6.2}.a^2\sqrt{6}.2x(1-2x) \le \frac{1}{6.2}.a^2\sqrt{6}.\frac{(2x+1-2x)^2}{4} = \frac{a^2\sqrt{6}}{48}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow 2x = 1-2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$

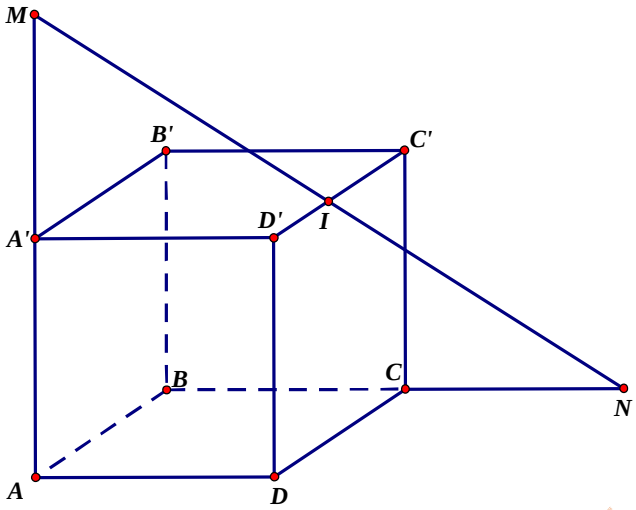
Câu 21: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng a. Trên đường thẳng AA' lấy điểm M, trên đường thẳng BC lấy điểm N sao cho đường thẳng MN cắt đoạn thẳng $D'C'$ tại điểm I. Tính giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN.

A. $\min MN = 2a$.
B. $\min MN = 2\sqrt{2}a$.
C. $\min MN = 3a$.
D. $\min MN = 2\sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AB},\vec{b}=\overrightarrow{AD},\vec{c}=\overrightarrow{AA'}\Rightarrow|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=a$, $\vec{a}.\vec{b}=\vec{b}.\vec{c}=\vec{c}.\vec{a}=0$

$M\in AA'\Rightarrow\overrightarrow{AM}=m\overrightarrow{AA'}=m\vec{c}$

$N\in BC\Rightarrow\overrightarrow{BN}=n\overrightarrow{BC}\Rightarrow\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AB}=n\overrightarrow{AD}\Rightarrow\overrightarrow{AN}=\vec{a}+n\vec{b}$

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AM}=\vec{a}+n\vec{b}-m\vec{c}\Rightarrow MN^2=a^2+n^2a^2+m^2a^2=a^2\left(m^2+n^2+1\right)$

+) Do I là giao của đường thẳng MN với cạnh $D'C'$ nên $\overrightarrow{ID'}=-k\overrightarrow{IC'}(k\ge 0)$

$\Rightarrow\overrightarrow{AD'}-\overrightarrow{AI}=-k\left(\overrightarrow{AC'}-\overrightarrow{AI}\right)\Leftrightarrow\vec{c}+\vec{b}-\overrightarrow{AI}=-k(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}-\overrightarrow{AI})\Leftrightarrow\overrightarrow{AI}=\frac{k}{1+k}\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

$\overrightarrow{MI}=\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{AM}=\frac{k}{1+k}\vec{a}+\vec{b}+(1-m)\vec{c}$

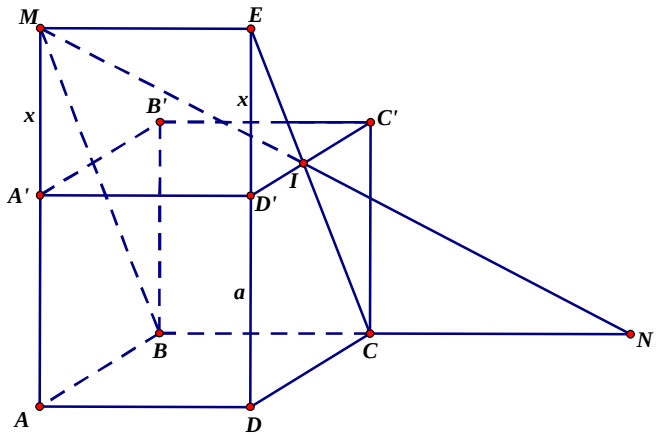
+) Do $I\in MN\Rightarrow\overrightarrow{MI}=t\overrightarrow{MN}\Rightarrow\begin{cases}\frac{k}{k+1}=t\\1=nt\\1-m=-mt\end{cases}\Rightarrow\frac{k}{1+k}=\frac{1}{n}=\frac{1-m}{-m}\Leftrightarrow\begin{cases}mn=m+n\\n=\frac{1+k}{k}>1\\m>0\end{cases}$

Ta có $mn=m+n\ge 2\sqrt{mn}\Rightarrow\sqrt{mn}\ge 2\Leftrightarrow mn\ge 4$

+) Do đó $MN^2=a^2\left(m^2+n^2+1\right)\ge a^2\left(2mn+1\right)\ge 9a^2\Rightarrow MN\ge 3a$.

Vậy $\min MN=3a$ khi $m=n=2$ tức là $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{BC}$.

Cách 2:



Gọi E là hình chiếu của M lên DD', khi đó E,I,C thẳng hàng (vì cùng thuộc hình chiếu vuông góc của MN lên mặt phẳng $(CDD'C')$).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đặt $AM'=x$, do $ME//CN$, $C'D'//CD$ nên $\frac{ME}{CN}=\frac{EI}{IC}=\frac{ED'}{DD'}=\frac{x}{a}$, suy ra $CN=\frac{a^2}{x}$.

Do tam giác MBN vuông tại B nên $MN^2=MB^2+BN^2=AB^2+AM^2+BN^2$

$=a^2+(a+x)^2+\left(a+\frac{a^2}{x}\right)^2=\left(x^2+\frac{a^4}{x^2}\right)+2a\left(x+\frac{a^2}{x}\right)+3a^2$

$\geq 2\sqrt{x^2.\frac{a^4}{x^2}}+2a.2\sqrt{x.\frac{a^2}{x}}+3a^2=9a^2$

Suy ra $MN\geq 3a$.

Vậy $\min MN=3a$ khi $x=a$ tức là $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{BC}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN THỰC TẾ KHỐI ĐA DIỆN

A – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Một người đã cắt tấm bìa các tông và đặt kích thước như hình vẽ. Sau đó bạn ấy gấp theo đường nét đứt thành cái hộp hình hộp chữ nhật. Hình hộp có đáy là hình vuông cạnh $a(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ và diện tích toàn phần bằng 6m^2. Tổng $(a+h)$ bằng bao nhiêu để thể tích hộp là lớn nhất.

A. $a+h=2\text{cm}$. **B.** $a+h=3\text{cm}$. **C.** $a+h=4\text{cm}$. **D.** $a+h=6\text{cm}$.

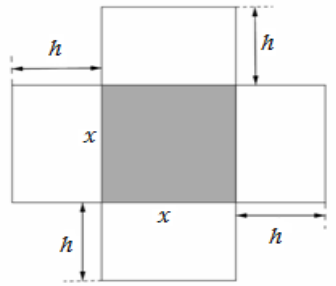
Câu 2: Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^3. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 48 triệu đồng. **B.** 47 triệu đồng. **C.** 96 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

Câu 3: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm^3. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000 đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100.000 đồng/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 68.800 đồng. **B.** 320.000 đồng. **C.** 32.000 đồng. **D.** 83.200 đồng.

Câu 4: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 500cm^3. Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.

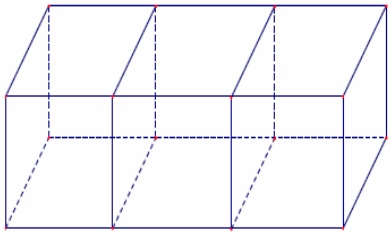


A. $x=5\text{cm}$. **B.** $x=10\text{cm}$. **C.** $x=2\text{cm}$. **D.** $x=3\text{cm}$.

Câu 5: Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $\frac{500}{3}m^3$ Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^3. Nếu biết xác định kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất, chi phí thấp nhất đó là.

A. 80 triệu đồng. **B.** 75 triệu đồng. **C.** 70 triệu đồng. **D.** 85 triệu đồng.

Câu 6: Một người xây nhà xưởng hình hộp chữ nhật có diện tích mặt sàn là 1152m^2 và chiều cao cố định. Người đó xây các bức tường xung quanh và bên trong để ngăn nhà xưởng thành ba phòng hình chữ nhật có kích thước như nhau (không kể trần nhà). Vậy cần phải xây các phòng theo kích thước nào để tiết kiệm chi phí nhất (bỏ qua độ dày các bức tường).



A. $24\text{m}\times 32\text{m}$. **B.** $8\text{m}\times 48\text{m}$. **C.** $12\text{m}\times 32\text{m}$. **D.** $16\text{m}\times 24\text{m}$.

Câu 7: Kim tự tháp Cheops (có dạng hình chóp) là kim tự tháp cao nhất ở Ai Cập. Chiều cao của kim tự tháp này là $144m$, đáy của kim tự tháp là hình vuông có cạnh dài $230m$. Các lối đi và phòng bên trong chiếm 30% thể tích của kim tự tháp. Biết một lần vận chuyển gồm 10 xe, $T=5$ xe chở 6 tấn đá, và khối lượng riêng của đá bằng $2,5.10^3\ kg/m^3$. Số lần vận chuyển đá để xây dựng kim tự tháp là:

A. 740600. **B.** 76040. **C.** 74060. **D.** 7406.

Câu 8: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200\,\text{m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể(làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

A. 36 triệu đồng. **B.** 46 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 51 triệu đồng.

Câu 9: Một hồ bơi hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng $50\,(\text{m})$. Lượng nước trong hồ cao $1,5\,(\text{m})$. Thể tích nước trong hồ là

A. $3750\,(\text{m}^3)$. **B.** $2500\,(\text{m}^3)$. **C.** $1250\,(\text{m}^3)$. **D.** $1875\,(\text{m}^3)$.

Câu 10: Một khối gỗ có dạng là lăng trụ, biết diện tích đáy và chiều cao lần lượt là $0,25\text{m}^2$ và $1,2\,\text{m}$. Mỗi mét khối gỗ này trị giá 5 triệu đồng. Hỏi khối gỗ đó có giá bao nhiêu tiền?

A. 750000 đồng. **B.** 500000 đồng. **C.** 1500000 đồng. **D.** 3000000 đồng.

Câu 11: Một xưởng sản xuất những thùng bằng nhôm hình hộp chữ nhật không nắp và có các kích thước $x,\ y,\ z\ (\text{dm})$. Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x:y=1:3$, thể tích khối hộp bằng 18dm^3. Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x+y+z$ bằng:

A. $\frac{26}{3}\text{dm}$. **B.** 10dm. **C.** $\frac{19}{2}\text{dm}$. **D.** 26dm.

Câu 12: Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288m^3. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2. Nếu ông An biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 90 triệu đồng. **B.** 108 triệu đồng. **C.** 54 triệu đồng. **D.** 168 triệu đồng.

Câu 13: Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài của một cái hộp dạng hình hộp đứng không nắp (nắp trên), có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hộp để lượng vàng phải dùng để mạ là ít nhất, biết lớp mạ ở mọi nơi như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích của hộp là $4\ \text{dm}^3$.

A. 1 dm. **B.** 0,5 dm. **C.** 2 dm. **D.** 1,5 dm.

Câu 14: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}\text{m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Khi đó, kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. Chiều dài 20m chiều rộng 10m chiều cao $\frac{5}{6}\text{m}$. **B.** Chiều dài 10m chiều rộng 5m chiều cao $\frac{10}{3}\text{m}$.

C. Chiều dài 30m chiều rộng 15m chiều cao $\frac{10}{27}\text{m}$. **D.** Một đáp án khác.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 15: Một người cần làm một hình lăng trụ tam giác đều từ tấm nhựa phẳng để có thể tích là $6\sqrt{3}\,\text{cm}^3$. Để ít hao tốn vật liệu nhất thì cần tính độ dài các cạnh của khối lăng trụ tam giác đều này bằng bao nhiêu?

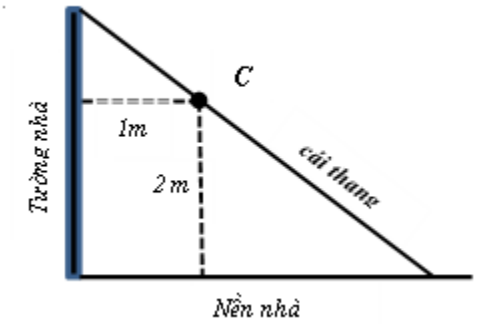
A. Cạnh đáy bằng $4\sqrt{3}\text{cm}$ và cạnh bên bằng $\frac{1}{2}\text{cm}$.

B. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{6}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 1cm.

C. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 2cm.

D. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{2}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 3cm.

Câu 16: Ông An cần sản xuất một cái thang để trèo qua một bức tường nhà. Ông muốn cái thang phải luôn được đặt qua vị trí C, biết rằng điểm C cao $2m$ so với nền nhà và điểm C cách tường nhà $1m$ (như hình vẽ bên).



Giả sử kinh phí để sản xuất thang là 300.000 đồng/1 mét dài. Hỏi ông An cần ít nhất bao nhiêu tiền để sản xuất thang? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

A. 1.249.000 đồng. **B.** 2.350.000 đồng. **C.** 600.000 đồng. **D.** 3.125.000 đồng.

Câu 17: Bên cạnh con đường trước khi vào thành phố người ta xây một ngọn tháp đèn lộng lẫy. Ngọn tháp hình tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên $SA = 600$ mét, $\widehat{ASB} = 15°$. Do có sự cố đường dây điện tại điểm Q (là trung điểm của SA) bị hỏng, người ta tạo ra một con đường từ A đến Q gồm bốn đoạn thẳng: AM, MN, NP, PQ (hình vẽ). Để tiết kiệm kinh phí, kỹ sư đã nghiên cứu và có được chiều dài con đường từ A đến Q ngắn nhất. Tính tỉ số $k = \frac{AM + MN}{NP + PQ}$.

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 18: Người ta muốn làm một cái bình thủy tinh hình lăng trụ đứng có nắp đậy, đáy là tam giác đều để đựng 16 lít nước. Để tiết kiệm chi phí nhất (*xem tấm thủy tinh làm vỏ bình là rất mỏng*) thì cạnh đáy của bình là.

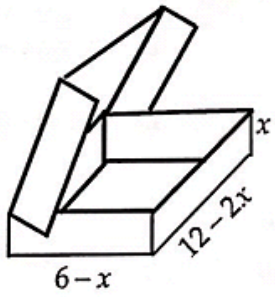
A. $2\sqrt[3]{4}\,m$. **B.** $4\,m$. **C.** $2\sqrt[3]{2}\,dm$. **D.** $4\,dm$.

Câu 19: Kim tự tháp Cheops (có dạng hình chóp) là kim tự tháp cao nhất ở Ai Cập. Chiều cao của kim tự tháp này là $144\,m$, đáy của kim tự tháp là hình vuông có cạnh dài $230\,m$. Các lối đi và phòng bên trong chiếm 30% thể tích của kim tự tháp. Biết một lần vận chuyển gồm 10 xe, mỗi xe chở 6 tấn đá, và khối lượng riêng của đá bằng $2,5.10^3\,kg/m^3$. Số lần vận chuyển đá để xây đủ dựng kim tự tháp là:

A. 740600. **B.** 76040. **C.** 7406. **D.** 74060.

Câu 20: Một hộp đựng chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hộp được dải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới chứa đầy

chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x = x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị là V_0. Tìm V_0.

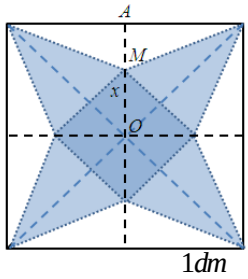


A. 48 đvtt **B.** 16 đvtt **C.** 64 đvtt **D.** $\frac{64}{3}$ đvtt

Câu 21: Tính thể tích khối rubic mini (mỗi mặt của rubic có 9 ô vuông), biết chu vi mỗi ô (ô hình vuông trên một mặt) là 4cm.

A. 27 cm^3. **B.** 1728 cm^3. **C.** 1 cm^3. **D.** 9 cm^3.

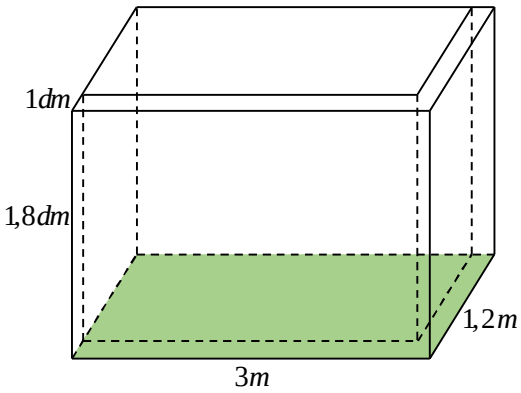
Câu 22: Cắt một miếng giấy hình vuông ở hình 1 và xếp thành một hình chóp tứ giác đều như hình 2. Biết cạnh hình vuông bằng $20cm$, $OM = x(cm)$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất?



A. $x = 9cm$. **B.** $x = 8cm$.

C. $x = 6cm$. **D.** $x = 7cm$.

Câu 23: Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là $3m$; $1,2m$; $1,8m$ (người ta chỉ xây hai mặt thành bể như hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài $20cm$, chiều rộng $10cm$, chiều cao $5cm$. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bể đó và thể tích thực của bể chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể).



A. 738 viên, 5742 lít. **B.** 730 viên, 5742 lít.

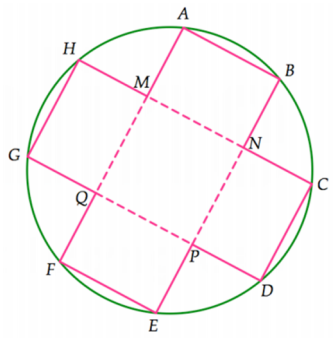
C. 738 viên, 5740 lít. **D.** 730 viên, 5740 lít.

Câu 24: Cho một cây nến hình lăng trụ lục gác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15cm và 5cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

A. 1500 ml. **B.** $600\sqrt{6}$ ml. **C.** 1800 ml. **D.** $750\sqrt{3}$ ml.

Câu 25: Một miếng bìa hình tròn có bán kính là $20cm$. Trên biên của miếng bìa, ta xác định 8 điểm A, B, C, D, E, F, G, H theo thứ tự chia đường tròn thành 8 phần bằng nhau. Cắt bỏ theo các nét liền như hình vẽ để có được hình chữ thập $ABNCDPEFQGHM$ rồi gấp lại theo các nét đứt MN, NP, PQ, QM tạo thành một khối hộp không nắp. Thể tích của khối hộp thu được là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



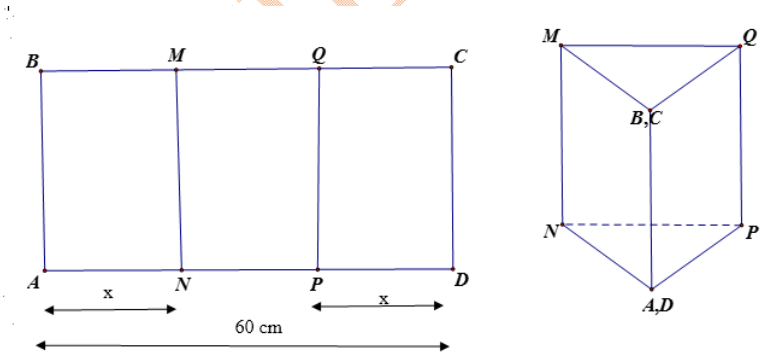
A. $\dfrac{4000\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{4-2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$ **B.** $\dfrac{4000\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^3}{\sqrt{2}}$.

C. $4000\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{4-2\sqrt{2}}$. **D.** $4000\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^3$.

Câu 26: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=60cm$, $AB=40cm$. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng

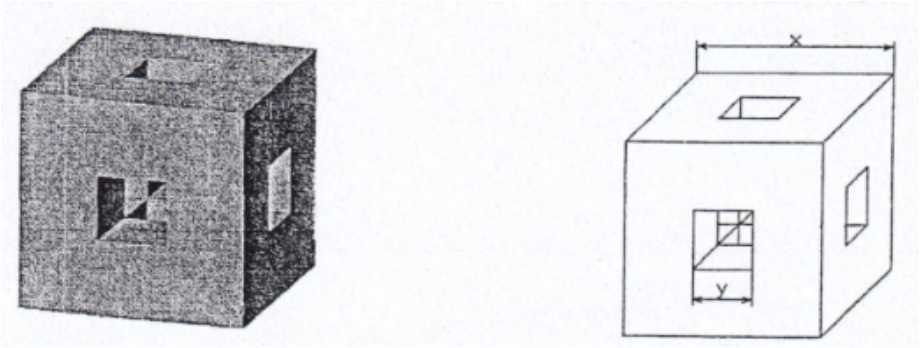
A. $4000\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$ **B.** $2000\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$ **C.** $400\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$ **D.** $4000\sqrt{2}\ \left(cm^3\right)$

Câu 27: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=60cm$. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?



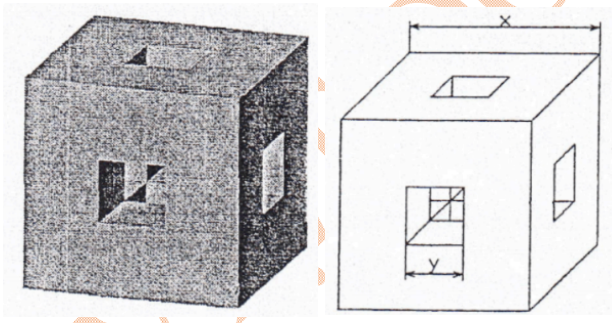
A. $x=20$. **B.** $x=15$. **C.** $x=25$. **D.** $x=30$.

Câu 28: Một khối gỗ hình lập phương có độ dài cạnh bằng $x\left(cm\right)$. Ở chính giữa mỗi mặt của hình lập phương, người ta đục một lỗ hình vuông thông sang mặt đối diện, tâm của lỗ hình vuông là tâm của mặt hình lập phương, các cạnh lỗ hình vuông song song với các cạnh của hình lập phương và có độ dài $y\left(cm\right)$ như hình vẽ bên. Tìm thể tích V của khối gỗ sau khi đục biết rằng $x=80\,cm; y=20\,cm.$



A. $490000\,cm^3$. **B.** $432000\,cm^3$. **C.** $400000\,cm^3$. **D.** $390000\,cm^3$.

Câu 29: Một khối gỗ hình lập phương có độ dài cạnh bằng $x(cm)$.Ở chính giữa mỗi mặt của hình lập phương, người ta đục một lỗ hình vuông thông sang mặt đối diện,tâm của lỗ hình vuông là tâm của mặt hình lập phương,các cạnh lỗ hình vuông song song với cạnh của hình lập phương và có độ dài $y(cm)$(như hình vẽ bên).Tính tỉ số $\frac{S}{V}$,trong đó V của khối gỗ sau khi đục và S là tổng diện tích mặt (trong và ngoài)khối gỗ sau khi đục.



A. $\frac{S}{V}=\frac{6(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$. **B.** $\frac{S}{V}=\frac{3(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$.

C. $\frac{S}{V}=\frac{2(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$. **D.** $\frac{S}{V}=\frac{9(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$.

Câu 30: Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V(m^3)$, hệ số k cho trước (k - tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy). Gọi $x, y, h>0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga. Hãy xác định $x, y, h>0$ xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất. x, y, h lần lượt là

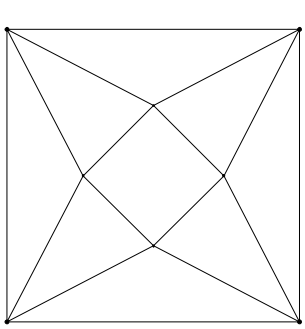
A. $x=2\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

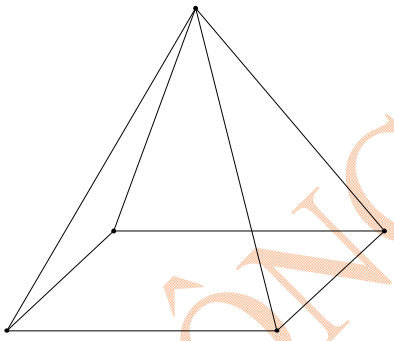
B. $x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=2\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

C. $x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}};y=2\sqrt[3]{\frac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\frac{k(2k+1)V}{4}}$.

D. $x=\sqrt[3]{\dfrac{(2k+1)V}{4k^2}};y=6\sqrt[3]{\dfrac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\dfrac{k(2k+1)V}{4}}.$

Câu 31: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 1m như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt bỏ các tam giác cân bên ngoài của tấm nhôm, phần còn lại gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(m)$, sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Tìm x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất.



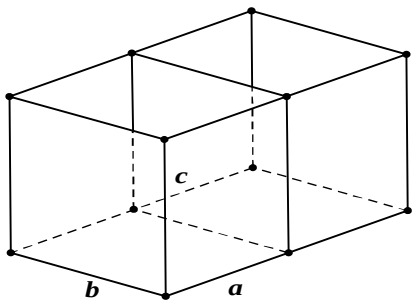


A. $x=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$ **B.** $x=\dfrac{1}{2}$ **C.** $x=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ **D.** $x=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

Câu 32: Một viên đá có dạng khối chóp tứ diện đều và tất cả các cạnh đều bằng a, người ta cưa viên đá theo mặt phẳng song song với mặt đáy của khối chóp để chia viên đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích thiết diện của viên đá bị cưa bởi mặt phẳng nói trên.

A. $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$. **B.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$. **C.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$. **D.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$.

Câu 33: Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích $1,296m^3$. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với ba kích thước a,b,c như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước a,b,c bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dày của kính không đáng kể.



A. $a=3,6m;b=0,6m;c=0,6m$ **B.** $a=2,4m;b=0,9m;c=0,6m$

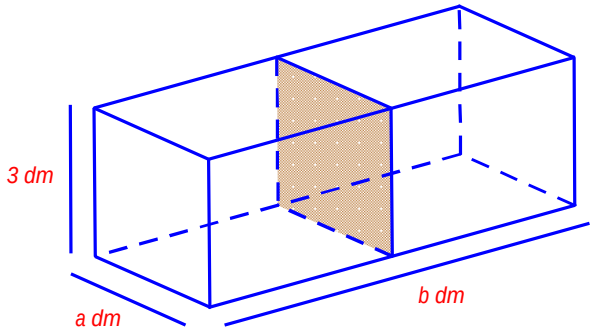
C. $a=1,8m;b=1,2m;c=0,6m$ **D.** $a=1,2m;b=1,2m;c=0,9m$

Câu 34: Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một hồ nước bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng và không nắp, có chiều cao là h và có thể tích là . Hãy tính chiều cao của hồ nước sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. m **B.** $h=2$ m **C.** $h=\dfrac{3}{2}$ m **D.** $h=\dfrac{5}{2}$ m

Câu 35: Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích $72dm^3$ và chiều cao là $3dm$. Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước a, b (đơn vị dm) như hình vẽ.

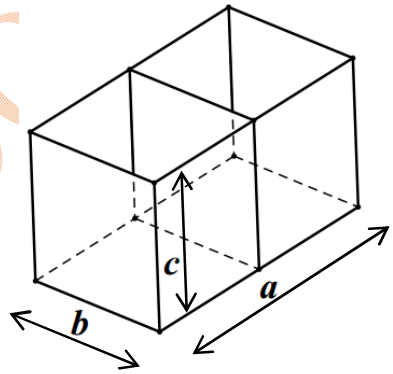
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tính a, b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.

A. $a=\sqrt{24},\ b=\sqrt{24}$. **B.** $a=3,\ b=8$. **C.** $a=3\sqrt{2},\ b=4\sqrt{2}$. **D.** $a=4,\ b=6$.

Câu 36: Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích 1,296 m^3. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước a, b, c như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước a, b, c bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dầy của kính không đáng kể.



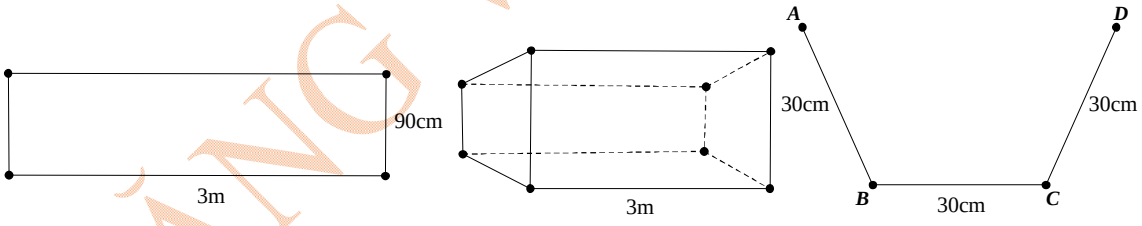
A. $a=3,6m;\ b=0,6m;\ c=0,6m$

B. $a=2,4m;\ b=0,9m;\ c=0,6m$

C. $a=1,8m;\ b=1,2m;\ c=0,6m$

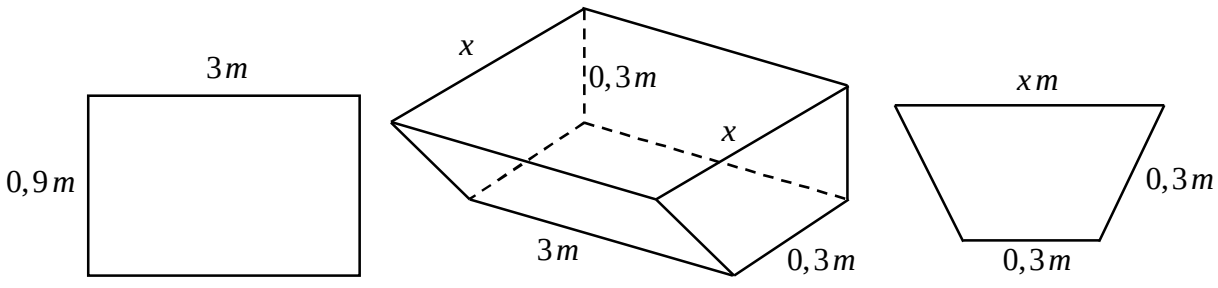
D. $a=1,2m;\ b=1,2m;\ c=0,9m$

Câu 37: Từ một tấm tôn có kích thước 90cmx3m người ta làm một máng xối nước trong đó mặt cắt là hình thang $ABCD$ có hình dưới. Tính thể tích lớn nhất của máng xối.



A. $40500\sqrt{3}cm^3$ **B.** $40500\sqrt{2}cm^3$ **C.** $40500\sqrt{6}cm^3$ **D.** $40500\sqrt{5}cm^3$

Câu 38: Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m\times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (bị cắt bởi mặt phẳng song song với hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm tôn. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



(a) Tấm tôn (b) Máng xối (c) Mặt cắt

A. $x=0,5m$. **B.** $x=0,65m$. **C.** $x=0,4m$. **D.** $x=0,6m$.

Câu 39: Khi xây dựng nhà, chủ nhà cần làm một bể nước bằng gạch có dạng hình hộp có đáy là hình chữ nhật chiều dài $d(m)$ và chiều rộng $r(m)$ với $d=2r$. Chiều cao bể nước là $h(m)$ và thể tích bể là $2m^3$. Hỏi chiều cao bể nước như thế nào thì chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}(m)$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}(m)$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}(m)$. **D.** $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}(m)$.

Câu 40: Một người dự định làm một thùng đựng đồ hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V. Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng

A. $x=V^{\frac{2}{3}}$ **B.** $x=\sqrt[3]{V}$ **C.** $x=V^{\frac{1}{4}}$ **D.** $x=\sqrt{V}$

Câu 41: Nhân ngày quốc tế phụ nữ 8-3 năm 2017, ông A quyết định mua tặng vợ một món quà và đặt nó vào trong một chiếc hộp có thể tích là 32 (đvtt) có đáy hình vuông và không có nắp. Để món quà trở nên thật đặc biệt và xứng đáng với giá trị của nó ông quyết định mạ vàng cho chiếc hộp, biết rằng độ dạy lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là $h;x$. Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của $h;x$ phải là?

A. $x=2;h=4$ **B.** $x=4;h=2$ **C.** $x=4;h=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $x=1;h=2$

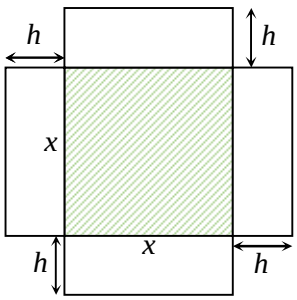
Câu 42: Một ngôi nhà có nền dạng tam giác đều ABC cạnh dài $10(m)$ được đặt song song và cách mặt đất $h(m)$. Nhà có 3 trụ tại A, B, C vuông góc với (ABC). Trên trụ A người ta lấy hai điểm M, N sao cho $AM=x, AN=y$ và góc giữa (MBC) và (NBC) bằng $90°$ để là mái và phần chứa đồ bên dưới. Xác định chiều cao thấp nhất của ngôi nhà.

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 43: Một nhà sản xuất sữa có hai phương án làm hộp sữa. Hộp sữa có dạng khối hộp chữ nhật hoặc hộp sữa có dạng khối trụ. Nhà sản xuất muốn chi phí bao bì càng thấp càng tốt(tức diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất), nhưng vẫn phải chứa được một thể tích xác định là V cho trước. Khi đó diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất trong hai phương án là

A. $\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **B.** $6\sqrt[3]{V^2}$. **C.** $3\sqrt[3]{6V^2}$. **D.** $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Câu 44: Một bác thợ gò hàn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật (không nắp) bằng tôn thể tích $665,5\ dm^3$. Chiếc thùng này có đáy là hình vuông cạnh $x(dm)$, chiều cao $h(dm)$. Để làm chiếc thùng, bác thợ phải cắt một miếng tôn như hình vẽ. Tìm x để bác thợ sử dụng ít nguyên liệu nhất.

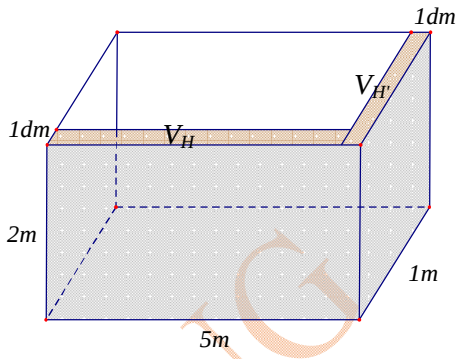


A. $10,5(dm)$. **B.** $12(dm)$. **C.** $11(dm)$. **D.** $9(dm)$.

Câu 45: Một người dự định làm một thùng đựng đồ hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V. Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng

A. $x = V^{\frac{2}{3}}$ **B.** $x = \sqrt[3]{V}$ **C.** $x = V^{\frac{1}{4}}$ **D.** $x = \sqrt{V}$

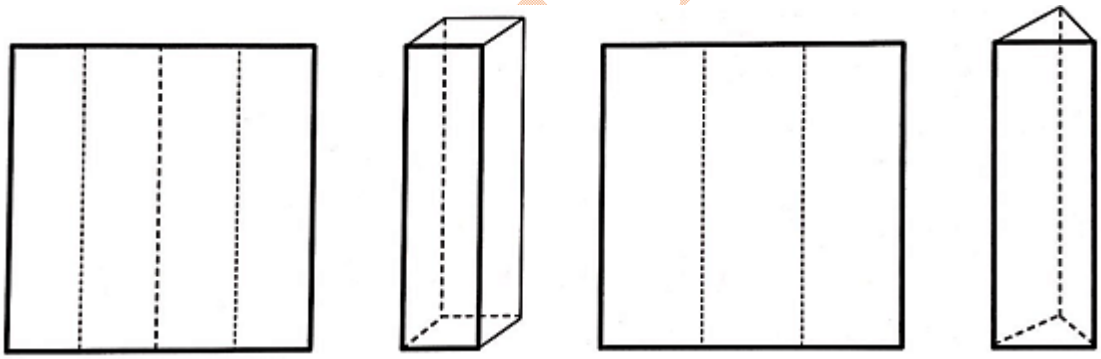
Câu 46: Người ta muốn xây một bồn chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là 5m, 1m, 2m (hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài 20cm, chiều rộng 10cm, chiều cao 5cm. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bồn đó và thể tích thực của bồn chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể)



A. 1180 viên, 8820 lít **B.** 1180 viên, 8800 lít

C. 1182 viên, 8820 lít **D.** 1180 viên, 8800 lít

Câu 47: Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh là a, người ta gấp nó thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều (như hình vẽ). Từ một mảnh giấy hình vuông khác cũng có cạnh là a, người ta gấp nó thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều (như hình vẽ). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của lăng trụ tứ giác đều và lăng trụ tam giác đều. So sánh V_1 và V_2.



A. $V_1 > V_2$ **B.** $V_1 = V_2$ **C.** $V_1 < V_2$ **D.** Không so sánh được

Câu 48: Bên trong một căn nhà bỏ hoang hình lập phương thể tích 1000 m^3 có 3 chú nhện con rất hay cãi vã nên phải sống riêng. Mùa đông đến, vì đói rét nên chúng đành quyết định hợp tác với nhau giăng lưới để bắt mồi. Ba chú nhện tính toán sẽ giăng một mảnh lưới hình tam giác theo cách sau: Mỗi chú nhện sẽ đứng ở mép tường bất kì (có thể mép giữa 2 bức tường, giữa tường với trần, hoặc giữa tường với nền) rồi phóng những sợi tơ làm khung đến vị trí cũng 2 con nhện còn lại rồi sau đó mới phóng tơ dính đan phần lưới bên trong. Nhưng vì vốn đã có hiềm khích từ lâu, nên trước khi bắt đầu, chúng quy định để tránh xô xát, không có bất kì 2 con nhện nào cùng nằm trên một mặt tường, nền hoặc trần nhà. Tính chu vi nhỏ nhất của mảnh lưới được giăng (biết các sợi tơ khung căng và không nhùn).

A. $15\sqrt{6}$ mét **B.** $2\sqrt{30}$ mét **C.** $12\sqrt{10}$ mét **D.** $10\sqrt{2}$ mét

Câu 49: Nhân ngày quốc tế phụ nữ 8-3 năm 2017, ông A quyết định mua tặng vợ một món quà và đặt nó vào trong một chiếc hộp có thể tích là 32 (đvtt) có đáy hình vuông và không có nắp. Để món quà trở nên thật đặc biệt và xứng đáng với giá trị của nó ông quyết định mạ vàng cho chiếc hộp, biết

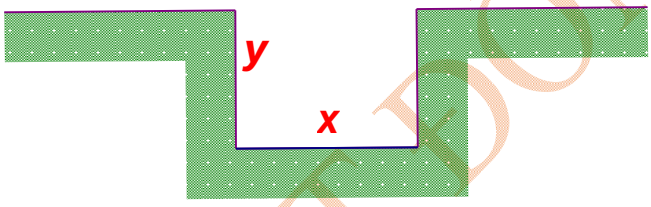
rằng độ dạy lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là $h;x$. Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của $h;x$ phải là?

A. $x=2;h=4$ **B.** $x=4;h=2$ **C.** $x=4;h=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $x=1;h=2$

Câu 50: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là $60cm$, thể tích $96000cm^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 320000 VNĐ. **B.** 32000 VNĐ. **C.** 832000 VNĐ. **D.** 83200 VNĐ.

Câu 51: Trong lĩnh vực thuỷ lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thuỷ động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S, ℓ là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, ℓ - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thuỷ động học nếu với S xác định, ℓ là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thuỷ động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật)



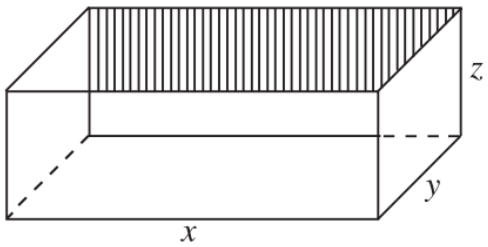
A. $x=\sqrt{4S},y=\sqrt{\frac{S}{4}}$ **B.** $x=\sqrt{4S},y=\sqrt{\frac{S}{2}}$

C. $x=\sqrt{2S},y=\sqrt{\frac{S}{4}}$ **D.** $x=\sqrt{2S},y=\sqrt{\frac{S}{2}}$

Câu 52: Một người thợ gò làm một cái thùng đựng nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp bằng tôn. Biết rằng đường chéo hình hộp bằng $6dm$ và chỉ được sử dụng vừa đủ $36dm^2$ tôn.Với yêu cầu như trên người thợ làm được cái thùng có thể tích lớn nhất là Vdm^3. Giá trị của V gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. $11,3$. **B.** $11,32$. **C.** $11,31$. **D.** $11,33$.

Câu 53: Gọi x,y,z là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của thùng giấy dạng hình hộp chữ nhật không có nắp trên (*hình vẽ*). S là tổng diện tích xung quanh và đáy còn lại. Trong các thùng có cùng diện tích S, tìm tổng $x+y+z$ theo S của chiếc thùng có thể tích lớn nhất.



A. $x+y+z=\frac{\sqrt{3S}}{6}$. **B.** $x+y+z=\frac{5\sqrt{3S}}{6}$.

C. $x+y+z=\dfrac{\sqrt{3S}}{3}$.

D. $x+y+z=\dfrac{5\sqrt{3S}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

B – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Một người đã cắt tấm bìa các tông và đặt kích thước như hình vẽ. Sau đó bạn ấy gấp theo đường nét đứt thành cái hộp hình hộp chữ nhật. Hình hộp có đáy là hình vuông cạnh $a(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ và diện tích toàn phần bằng 6m^2. Tổng $(a+h)$ bằng bao nhiêu để thể tích hộp là lớn nhất.

A. $a+h=2\text{cm}$. **B.** $a+h=3\text{cm}$. **C.** $a+h=4\text{cm}$. **D.** $a+h=6\text{cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Diện tích toàn phần $S_{\text{tp}}=4ah+2a^2=6\Rightarrow h=\dfrac{6-2a^2}{4a}$.

Thể tích khối hộp chữ nhật: $V=a.a.h=a^2.\dfrac{6-2a^2}{4a}=\dfrac{6a-2a^3}{4}$.

Khảo sát hàm $f(a)=\dfrac{6a-2a^3}{4}$ trên $\left(0;\sqrt{3}\right)$, ta được $f(a)$ lớn nhất tại $a=1$.

Với $a=1\to h=1\longrightarrow a+h=2\text{cm}$.

Câu 2: Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^3. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 48 triệu đồng. **B.** 47 triệu đồng. **C.** 96 triệu đồng. **D.** 46 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $x\,(\text{m})$ là chiều rộng của đáy bể, khi đó chiều dài của đáy bể là $2x(\text{m})$ và $h(\text{m})$ là chiều cao bể.

Bể có thể tích bằng $\dfrac{256}{3}\text{m}^3\Rightarrow 2x^2h=\dfrac{256}{3}\Leftrightarrow h=\dfrac{128}{3x^2}$.

Diện tích cần xây là: $S=2\left(xh+2xh\right)+2x^2=6x\dfrac{128}{3x^2}+2x^2=\dfrac{256}{x}+2x^2$.

Xét hàm $S(x)=\dfrac{256}{x}+2x^2,(x>0)\Rightarrow S'(x)=-\dfrac{256}{x^2}+4x=0\Leftrightarrow x=4$.

Lập bảng biến thiên suy ra $S_{\min}=S(4)=96$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	0		4		$+\infty$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$		$\searrow$	96	$\nearrow$	$+\infty$

Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích xây dựng là nhỏ nhất và bằng $S_{\min}=96$.

Vậy giá thuê nhân công thấp nhất là $96.500000=48000000$ đồng.

Chú ý: Có thể sử dụng BĐT Cô si để tìm min, cụ thể

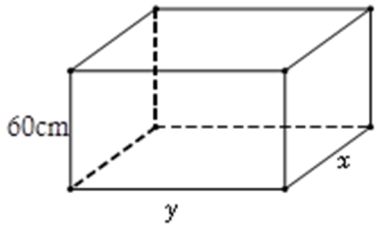
$$S=\frac{256}{x}+2x^2=\frac{128}{x}+\frac{128}{x}+2x^2\geq 3\sqrt[3]{128^2.2}\Leftrightarrow S\geq 96\Rightarrow S_{\min}=96 \text{ khi } \frac{128}{x}=2x^2\Leftrightarrow x=4.$$

Câu 3: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm^3. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70.000 đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100.000 đồng/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 68.800 đồng. **B.** 320.000 đồng. **C.** 32.000 đồng. **D.** 83.200 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi $x(\text{m}),\ y(\text{m})\ (x>0,y>0)$ là chiều dài và chiều rộng của đáy bể.

Theo giả thiết, ta có: $0,6xy=0,096\Rightarrow y=\frac{0,16}{x}$.

Diện tích mặt đáy: $S_{\text{đay}}=xy=x.\frac{0,16}{x}=0,16$

$\longrightarrow$ giá tiền $0,16\times 100.000=16.000$ đồng.

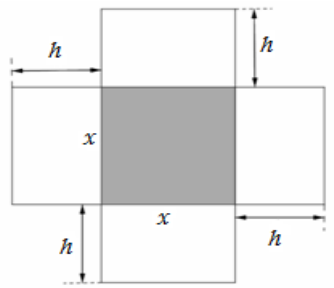
Diện tích xung quanh: $S_{\text{xungquanh}}=2x.0,6+2y.0,6=1,2\left(x+\frac{0,16}{x}\right)$

$\longrightarrow$ giá tiền $1,2\left(x+\frac{0,16}{x}\right).70000=84000\left(x+\frac{0,16}{x}\right)$ đồng.

Suy ra tổng chi phí $f(x)=84000\left(x+\frac{0,16}{x}\right)+16000$

$\overset{\text{Cosi}}{\geq} 84000.2\sqrt{x.\frac{0,16}{x}}+16000=83.200$ đồng.

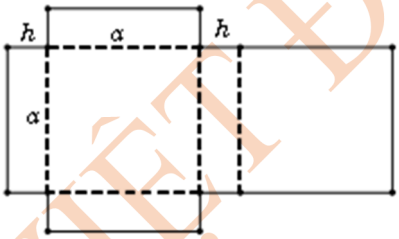
Câu 4: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 500cm^3. Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



A. $x=5\text{cm}$. **B.** $x=10\text{cm}$. **C.** $x=2\text{cm}$. **D.** $x=3\text{cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thể tích khối hộp $V=x.x.h=x^2h=500\Rightarrow h=\frac{500}{x^2}$.

Để chiếc hộp làm ra ít tốn bìa các tông nhất khi và chỉ khi diện tích toàn phần của hộp là nhỏ nhất.

Diện tích toàn phần của hộp (không nắp) $S_{\text{tp}}=S_{\text{đáy}}+S_{\text{xung quanh}}=x.x+4.hx=x^2+4hx$

$x^2+4x.\frac{500}{x^2}=x^2+\frac{2000}{x}=x^2+\frac{1000}{x}+\frac{1000}{x}\overset{\text{Cosi}}{\geq}3\sqrt[3]{1000^2}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2=\frac{1000}{x}=\frac{1000}{x}\Leftrightarrow x^3=1000\Leftrightarrow x=10$.

Chọn B

Cách 2. Xét hàm $f(x)=x^2+\frac{2000}{x}$ với $x>0$.

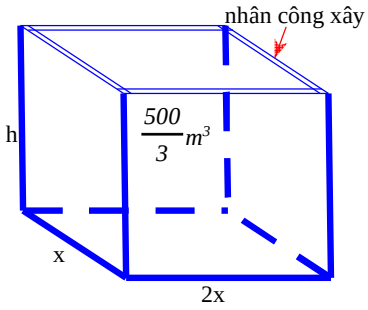
Câu 5: Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích $\frac{500}{3}m^3$ Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^3. Nếu biết xác định kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất, chi phí thấp nhất đó là.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 80 triệu đồng. **B.** 75 triệu đồng. **C.** 70 triệu đồng. **D.** 85 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B



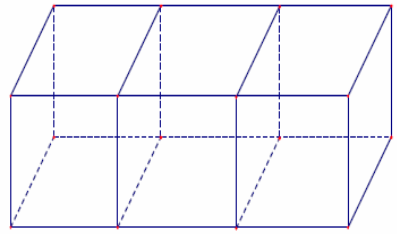
.

Gọi các yếu tố như hình vẽ, diện tích phần phải xây của bể là phần xung quanh và đáy.

$$\begin{cases} V = 2x^2.h = \dfrac{500}{3} \\ S = 2x^2 + 6xh \end{cases} \Rightarrow S = 2x^2 + \frac{500}{x} = 2x^2 + \frac{250}{x} + \frac{250}{x} \overset{co-si}{\geq} 150.$$

Số chi phí thấp nhất là $150 \times 500000 = 75$ triệu.

Câu 6: Một người xây nhà xưởng hình hộp chữ nhật có diện tích mặt sàn là $1152m^2$ và chiều cao cố định. Người đó xây các bức tường xung quanh và bên trong để ngăn nhà xưởng thành ba phòng hình chữ nhật có kích thước như nhau (không kể trần nhà). Vậy cần phải xây các phòng theo kích thước nào để tiết kiệm chi phí nhất (bỏ qua độ dày các bức tường).

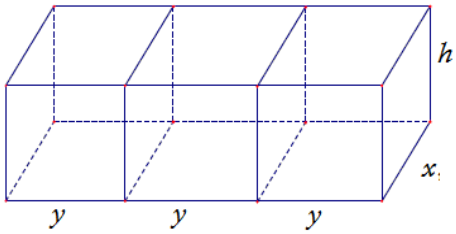


A. $24m \times 32m$. **B.** $8m \times 48m$. **C.** $12m \times 32m$. **D.** $16m \times 24m$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt x, y, h lần lượt là chiều dài, chiều rộng và chiều cao mỗi phòng.



Theo giả thiết, ta có $x.3y = 1152 \longrightarrow y = \dfrac{384}{x}$.

Để tiết kiệm chi phí nhất khi diện tích toàn phần nhỏ nhất.

Ta có $S_{tp}=4xh+6yh+3xy=4xh+6.\frac{384}{x}h+1152=4h\left(x+\frac{576}{x}\right)+1152$.

Vì h không đổi nên S_{tp} nhỏ nhất khi $f(x)=x+\frac{576}{x}$ (với $x>0$) nhỏ nhất.

Khảo sát $f(x)=x+\frac{576}{x}$ với $x>0$, ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x=24\longrightarrow y=16$.

Chọn D

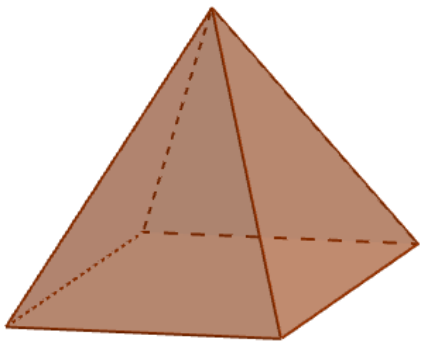
Cách 2. BĐT Côsi $x+\frac{576}{x}\geq 2\sqrt{x.\frac{576}{x}}=48.$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\frac{576}{x}\rightarrow x=24.$

Câu 7: Kim tự tháp Cheops (có dạng hình chóp) là kim tự tháp cao nhất ở Ai Cập. Chiều cao của kim tự tháp này là $144m$, đáy của kim tự tháp là hình vuông có cạnh dài $230m$. Các lối đi và phòng bên trong chiếm 30% thể tích của kim tự tháp. Biết một lần vận chuyển gồm 10 xe, $T=5$ xe chở 6 tấn đá, và khối lượng riêng của đá bằng $2,5.10^3\,kg/m^3$. Số lần vận chuyển đá để xây dựng kim tự tháp là:

A. 740600. **B.** 76040. **C.** 74060. **D.** 7406.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



Thể tích kim tự tháp là $V=\frac{1}{3}c.day^2\times c.cao=2539200m^3$. Thể tích khối đá cần vận chuyển là $0.7V=1777440m^3$.

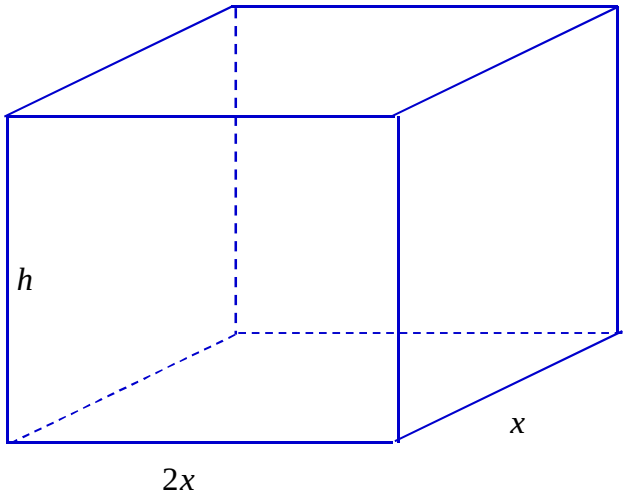
Gọi x là số lần vận chuyển. Để đủ đá xây dựng kim tự tháp thì $\frac{x.10.6000}{2,5.10^3}=1777440\Rightarrow x=74060$.

Câu 8: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200\,m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể(làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

A. 36 triệu đồng. **B.** 46 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 51 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi x Gọi x là chiều rộng của đáy, h là chiều cao của đáy.

Thể tích của khối hộp chữ nhật không nắp bằng $200\,\mathrm{m}^3$ nên ta có

$V = 2x.x.h = 200\,\mathrm{cm}^3 \Rightarrow h = \dfrac{100}{x^2}$.

Diện tích bể nước là $S = 2x^2 + 6xh = 2x^2 + \dfrac{600}{x} = f(x)$.

$f'(x) = 4x - \dfrac{600}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{150}$. Suy ra $\mathrm{Min}\, f(x) = f\left(\sqrt[3]{150}\right)$.

Chi phí thấp nhất để xây bể là $f\left(\sqrt[3]{150}\right).300.000 \approx$ 51 triệu đồng.

Câu 9: Một hồ bơi hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng $50\,(\mathrm{m})$. Lượng nước trong hồ cao $1{,}5\,(\mathrm{m})$. Thể tích nước trong hồ là

A. $3750\,(\mathrm{m}^3)$. **B.** $2500\,(\mathrm{m}^3)$. **C.** $1250\,(\mathrm{m}^3)$. **D.** $1875\,(\mathrm{m}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích nước trong hồ là $V = 1{,}5.50^2 = 3750\,(\mathrm{m}^3)$.

Câu 10: Một khối gỗ có dạng là lăng trụ, biết diện tích đáy và chiều cao lần lượt là $0{,}25\,\mathrm{m}^2$ và $1{,}2\,\mathrm{m}$. Mỗi mét khối gỗ này trị giá 5 triệu đồng. Hỏi khối gỗ đó có giá bao nhiêu tiền?

A. 750000 đồng. **B.** 500000 đồng. **C.** 1500000 đồng. **D.** 3000000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích của khối gỗ là $V = S.h = 0,25.1,2 = \frac{3}{10}\left(m^3\right)$.

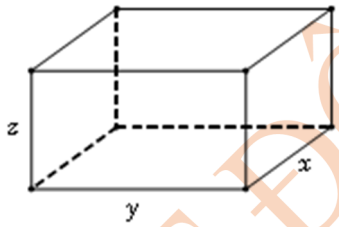
Vậy khối gỗ đó có giá : $V.5000000 = \frac{3}{10}.5000000 = 1500000$.

Câu 11: Một xưởng sản xuất những thùng bằng nhôm hình hộp chữ nhật không nắp và có các kích thước x, y, z (dm). Biết tỉ số hai cạnh đáy là $x:y=1:3$, thể tích khối hộp bằng 18dm^3. Để tốn ít vật liệu nhất thì tổng $x+y+z$ bằng:

A. $\frac{26}{3}\text{dm}$. **B.** 10dm. **C.** $\frac{19}{2}\text{dm}$. **D.** 26dm.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $x:y=1:3 \Rightarrow y=3x.$

Theo giả thiết, ta có $xyz=18 \Rightarrow z=\frac{6}{x^2}$.

Tổng diện tích vật liệu (nhôm) cần dùng là:

$S_{tp} = S_{day} + S_{xungquanh}$ (do hộp không nắp)

$= xy + 2\left(xz+yz\right) = x.3x + 2\left(x.\frac{6}{x^2} + 3x.\frac{6}{x^2}\right) = 3x^2 + \frac{48}{x}.$

Xét hàm $f\left(x\right) = 3x^2 + \frac{48}{x}$ trên $\left(0;+\infty\right)$, ta được $f\left(x\right)$ nhỏ nhất khi $x=2.$

Khi $x=2 \to y=6,\ z=\frac{3}{2} \longrightarrow x+y+z=\frac{19}{2}\text{dm}.$ **Chọn B**

Cách 2. BĐT Côsi $3x^2 + \frac{48}{x} = 3\left(x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x}\right) \ge 3.3\sqrt[3]{x^2.\frac{8}{x}.\frac{8}{x}} = 36.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x^2 = \frac{8}{x} = \frac{8}{x} \to x = 2..$

Câu 12: Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 288m^3. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2. Nếu ông An biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 90 triệu đồng. **B.** 108 triệu đồng. **C.** 54 triệu đồng. **D.** 168 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Theo bài ra ta có để chi phí thuê nhân công là thấp nhất thì ta phải xây dựng bể sao cho tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy là nhỏ nhất.

Gọi ba kích thước của bể là a, $2a$, c. $\left(a(m)>0, c(m)>0\right)$

Ta có diện tích cách mặt cần xây là $S=2a^2+4ac+2ac=2a^2+6ac$.

Thể tích bể $V=a.2a.c=2a^2c=288\Rightarrow c=\dfrac{144}{a^2}$.

Vậy $S=2a^2+6a.\dfrac{144}{a^2}=2a^2+\dfrac{864}{a}=2a^2+\dfrac{432}{a}+\dfrac{432}{a}\geq 3.\sqrt[3]{2a^2.\dfrac{432}{a}.\dfrac{432}{a}}=216$.

Vậy $S_{min}=216\,m^2$

Chi phí thấp nhất là $216\times 500000=108$ triệu đồng.

Câu 13: Người ta muốn mạ vàng cho bề mặt phía ngoài của một cái hộp dạng hình hộp đứng không nắp (nắp trên), có đáy là một hình vuông. Tìm chiều cao của hộp để lượng vàng phải dùng để mạ là ít nhất, biết lớp mạ ở mọi nơi như nhau, giao giữa các mặt là không đáng kể và thể tích của hộp là $4\ \text{dm}^3$.

A. $1\ \text{dm}$. **B.** $0,5\ \text{dm}$. **C.** $2\ \text{dm}$. **D.** $1,5\ \text{dm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $x, y\ (x, y>0)$ lần lượt là độ dài cạnh đáy, chiều cao của hình hộp.

Thể tích khối hộp là $V=x^2y\Leftrightarrow 4=x^2y\Leftrightarrow y=\dfrac{4}{x^2}$.

Diện tích cần mạ vàng $S=x^2+4xy=x^2+\dfrac{16}{x}=x^2+\dfrac{8}{x}+\dfrac{8}{x}\geq 3\sqrt[3]{64}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi chỉ khi $x=\dfrac{8}{x}\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=1$.

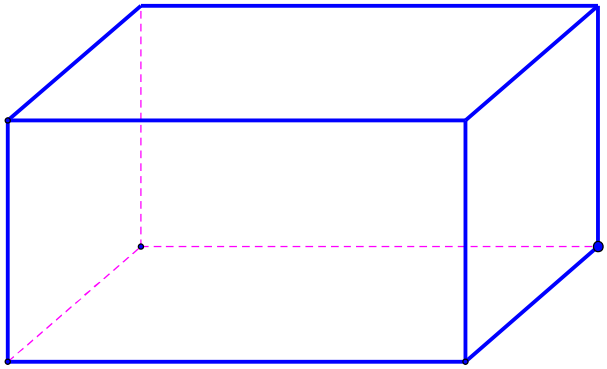
Câu 14: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{500}{3}\text{m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Khi đó, kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. Chiều dài 20m chiều rộng 10m chiều cao $\dfrac{5}{6}\text{m}$. **B.** Chiều dài 10m chiều rộng 5m chiều cao $\dfrac{10}{3}\text{m}$.

C. Chiều dài 30m chiều rộng 15m chiều cao $\dfrac{10}{27}\text{m}$. **D.** Một đáp án khác.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi chiều dài bằng $2x(\text{m}); x>0$, chiều cao bằng $y(\text{m}); y>0$.

Ta có $2x^2y=\dfrac{500}{3}$. Suy ra $y=\dfrac{500}{6x^2}$.

Khi đó diện tích cần xây dựng bằng

$$2x^2+6xy=2x^2+6x.\frac{500}{6x^2}=2x^2+\frac{500}{x}=2x^2+\frac{250}{x}+\frac{250}{x}\ge 3\sqrt[3]{2\times 250^2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $2x^2=\dfrac{250}{x}\Leftrightarrow x=5$.

Vậy chọn

B.

Câu 15: Một người cần làm một hình lăng trụ tam giác đều từ tấm nhựa phẳng để có thể tích là $6\sqrt{3}\,\text{cm}^3$. Để ít hao tốn vật liệu nhất thì cần tính độ dài các cạnh của khối lăng trụ tam giác đều này bằng bao nhiêu?

A. Cạnh đáy bằng $4\sqrt{3}\text{cm}$ và cạnh bên bằng $\dfrac{1}{2}\text{cm}$.

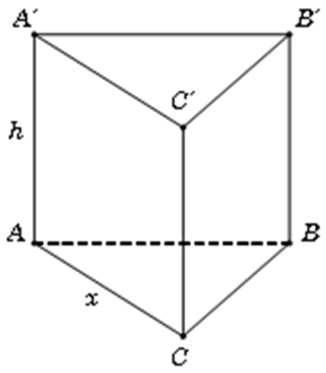
B. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{6}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 1cm.

C. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{3}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 2cm.

D. Cạnh đáy bằng $2\sqrt{2}\text{cm}$ và cạnh bên bằng 3cm.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử hình lăng trụ tam giác đều cần làm là $ABC.A'B'C'$ có độ dài $AB=x,\ AA'=h.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi đó $S_{\Delta ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$ và $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.AA'=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2h.$

Theo giả thiết $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2h=6\sqrt{3}\Rightarrow h=\frac{24}{x^2}.$

Để ít tốn vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là nhỏ nhất.

Gọi S_{tp} là tổng diện tích các mặt của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, ta có

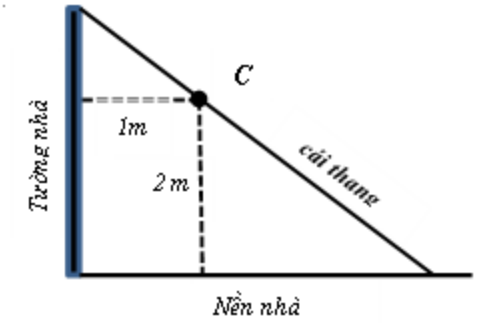
$S_{\text{tp}}=2S_{\Delta ABC}+3S_{ABB'A'}=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+3hx=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+\frac{72}{x}.$

Khảo sát $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+\frac{72}{x}$ trên $(0;+\infty)$, ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x=2\sqrt{3}$.

Với $x=2\sqrt{3}\,\text{cm}\rightarrow h=2\text{cm}.$ **Chọn C**

b Dạng 03: Max-Min diện tích thiết diện

Câu 16: **[2017]** Ông An cần sản xuất một cái thang để trèo qua một bức tường nhà. Ông muốn cái thang phải luôn được đặt qua vị trí C, biết rằng điểm C cao $2m$ so với nền nhà và điểm C cách tường nhà $1m$ (như hình vẽ bên).

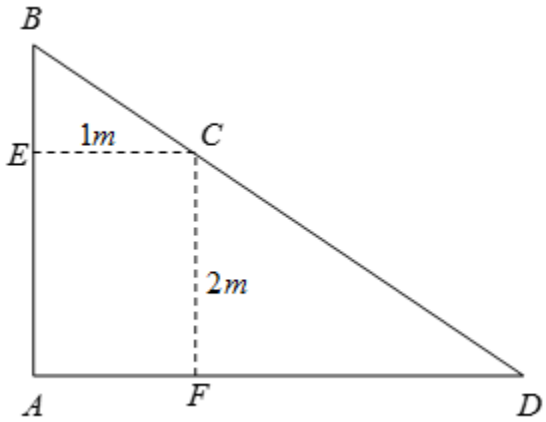


Giả sử kinh phí để sản xuất thang là 300.000 đồng/1 mét dài. Hỏi ông An cần ít nhất bao nhiêu tiền để sản xuất thang? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

A. 1.249.000 đồng. **B.** 2.350.000 đồng. **C.** 600.000 đồng. **D.** 3.125.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $BC = x$.

Ta có : $\Delta BCE \sim \Delta CDF$.

$$\Leftrightarrow \frac{BC}{CD} = \frac{CE}{DF} \Leftrightarrow \frac{x}{CD} = \frac{1}{\sqrt{CD^2 - 4}} \Leftrightarrow x^2\left(CD^2 - 4\right) = CD^2 \Leftrightarrow CD^2 = \frac{4x^2}{x^2 - 1} \Leftrightarrow CD = \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}.$$

Vậy chi phí sản xuất thang là :

$$f\left(x\right) = \left(x + \frac{2x}{\sqrt{x^2 - 1}}\right).3.10^5 \text{ với } x > 1.$$

$$f'\left(x\right) = 3.10^5\left(1 + \frac{2\sqrt{x^2 - 1} - \frac{2x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}}{x^2 - 1}\right) = 3.10^5\left(1 + \frac{-2}{\left(\sqrt{x^2 - 1}\right)^3}\right).$$

$$f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{\left(x^2 - 1\right)^3} = 2 \Leftrightarrow \left(x^2 - 1\right)^3 = 4 \Leftrightarrow x^2 = \sqrt[3]{4} + 1.$$

Hay $x = \sqrt{\sqrt[3]{4} + 1}$.

Khi đó chi phí sản xuất thang là 1.249.000 đồng.

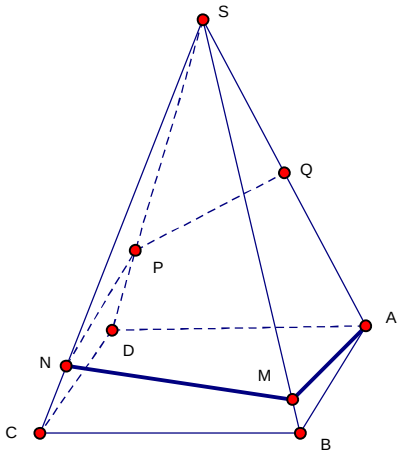
Câu 17: Bên cạnh con đường trước khi vào thành phố người ta xây một ngọn tháp đèn lộng lẫy. Ngọn tháp hình tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên $SA = 600$ mét, $\widehat{ASB} = 15°$. Do có sự cố đường dây điện tại điểm Q (là trung điểm của SA) bị hỏng, người ta tạo ra một con đường từ A đến Q gồm bốn đoạn thẳng: AM, MN, NP, PQ (hình vẽ). Để tiết kiệm kinh phí, kỹ sư đã nghiên cứu và có được chiều dài con đường từ A đến Q ngắn nhất. Tính tỉ số $k = \frac{AM + MN}{NP + PQ}$.

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

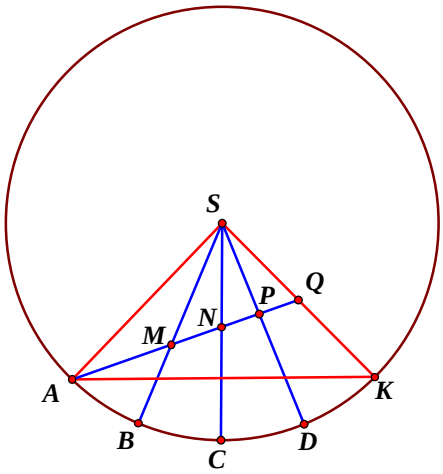
Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Giả sử trải các mặt hình chóp đều trên đường tròn tâm S và bán kính $R = SA$. Ta có $\Delta SAA'$ có $\widehat{ASA'} = 15^o.4 = 60^o \Rightarrow \Delta SAA'$ đều.

Mà đoạn đường AQ ngắn nhất khi A, M, N, P, Q thẳng hàng. Khi đó N là trọng tâm $\Delta SAA'$. Suy ra $k = \dfrac{AM + MN}{NP + PQ} = \dfrac{AN}{NQ} = 2$.

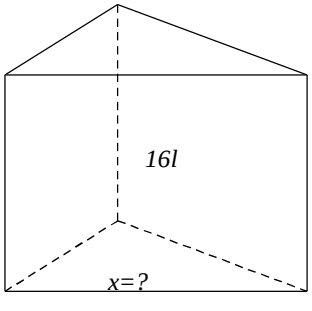


Câu 18: Người ta muốn làm một cái bình thủy tinh hình lăng trụ đứng có nắp đậy, đáy là tam giác đều để đựng 16 lít nước. Để tiết kiệm chi phí nhất (*xem tấm thủy tinh làm vỏ bình là rất mỏng*) thì cạnh đáy của bình là.

A. $2\sqrt[3]{4}\ m$. **B.** $4m$. **C.** $2\sqrt[3]{2}\ dm$. **D.** $4dm$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



.

Gọi x là độ dài cạnh đáy và h là chiều cao của hình lăng trụ đứng $(x,h>0)$.

Khi đó thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V=16=h.x^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}\Rightarrow h=\dfrac{64}{\sqrt{3}x^2}$.

Để tiết kiệm chi phí nhất thì diện tích toàn phần của hình lăng trụ là nhỏ nhất.

Suy ra $S_{tp}=x^2\dfrac{\sqrt{3}}{2}+3xh=x^2\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{192}{\sqrt{3}x}=f(x)$.

Ta có $f'(x)=\sqrt{3}x-\dfrac{192}{\sqrt{3}x^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{3}x^3=72\Leftrightarrow x=4$.

Bảng biến thiên.

x	0		4		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖	↘	$24\sqrt{3}$	↗	$+\infty$

Vậy $\text{Min}f(x)=24\sqrt{3}\,dm^2$ tại $x=4(dm)$.

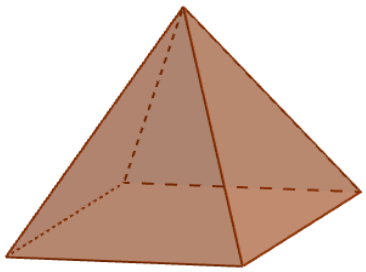
Câu 19: Kim tự tháp Cheops (có dạng hình chóp) là kim tự tháp cao nhất ở Ai Cập. Chiều cao của kim tự tháp này là $144\,m$, đáy của kim tự tháp là hình vuông có cạnh dài $230\,m$. Các lối đi và phòng bên trong chiếm 30% thể tích của kim tự tháp. Biết một lần vận chuyển gồm 10 xe, mỗi xe chở 6 tấn đá, và khối lượng riêng của đá bằng $2,5.10^3\,kg/m^3$. Số lần vận chuyển đá để xây đủ dựng kim tự tháp là:

A. 740600. **B.** 76040. **C.** 7406. **D.** 74060.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi cạnh của hình chóp là $a=230$, chiều cao $h=144$



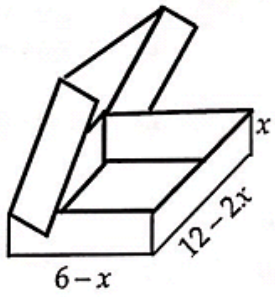
Thể tích kim tự tháp: $V=\dfrac{1}{3}ha^2=2539200m^3$

Thể tích khối đá cần vận chuyển $0.7V=1777440m^3$.

Gọi x là số lần vận chuyển. Để đủ đá xây dựng kim tự tháp thì

Câu 20: Một hộp đựng chocolate bằng kim loại có hình dạng lúc mở nắp như hình vẽ dưới đây. Một phần tư thể tích phía trên của hộp được dải một lớp bơ sữa ngọt, phần còn lại phía dưới chứa đầy chocolate nguyên chất. Với kích thước như hình vẽ, gọi $x=x_0$ là giá trị làm cho hộp kim loại có thể tích lớn nhất, khi đó thể tích chocolate nguyên chất có giá trị là V_0. Tìm V_0.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. 48 đvtt **B.** 16 đvtt **C.** 64 đvtt **D.** $\frac{64}{3}$ đvtt

Hướng dẫn giải

Phân tích: Đây là một dạng bài toán ứng dụng thực thể kết hợp với cả phần tính thể tích khối đa diện ở hình học và phần tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của một đa thức đã học ở chương I phần giải thích.

Trước tiên ta nhận thấy

$V=(6-x)(12-2x)x=2x(x-6)^2$

$=2x\left(x^2-12x+36\right)=2x^3-24x^2+72x$

Xét hàm số $f(x)=2x^3-24x^2+72x$ trên $(0;6)$

$f'(x)=6x^2-48x+72;\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=2\end{array}\right.$

Khi đó $\max\limits_{(0;6)} f(x)=f(2)=64$ đvtt. Đến đây nhiều quý độc gỉ vội vã khoanh C mà không đắn đo gì. Tuy nhiên, nếu vội vã như vậy là bạn đã sai, bởi đề bài yêu cầu tìm thể tích chocolate nguyên chất mà không phải là thể tích hộp do đó ta cần. Tức là $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ thể tích hộp. tức là $\frac{3}{4}.64=48$ đvtt

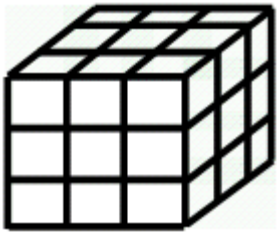
Câu 21: Tính thể tích khối rubic mini (mỗi mặt của rubic có 9 ô vuông), biết chu vi mỗi ô (ô hình vuông trên một mặt) là 4cm.

A. 27 cm^3. **B.** 1728 cm^3. **C.** 1 cm^3. **D.** 9 cm^3.

Hướng dẫn giải

Đây là một bài toán ăn điểm, nhưng nếu đọc không kĩ từng câu chữ trong đề bài các độc giả rất có thể sai

Ta có khối rubic như sau:



Hướng sai 1: Nghĩ rằng mỗi cạnh của ô vuông là 4 nên chiều dài mỗi cạnh của khối rubic là

$a=4.3=12\Rightarrow V=12^3=1728\Rightarrow B$

Hướng sai 2: Nghĩ rằng chu vi mỗi ô vuông là tổng độ dài của cả 12 cạnh nên chiều dài mỗi cạnh là $\frac{1}{3}$, nên độ dài của khối rubik là $a=\frac{1}{3}.3=1\Rightarrow V=1^3=1\Rightarrow C$

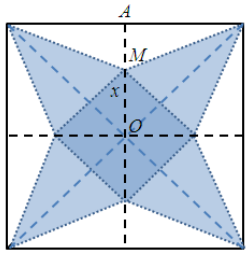
Hướng sai 3: Nhầm công thức thể tích sang công thức tính diện tích nên suy ra ý **D.**

Cách làm đúng: Chu vi của một ô nhỏ là 4 cm nên độ dài mỗi cạnh nhỏ là 1cm, vậy độ dài cạnh của khối rubic là

$a=3.1=3cm\Rightarrow V=3.3.3=27cm^3$.

Chọn A.

Câu 22: Cắt một miếng giấy hình vuông ở hình 1 và xếp thành một hình chóp tứ giác đều như hình 2. Biết cạnh hình vuông bằng $20cm$, $OM=x(cm)$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất?



A. $x=9cm$. **B.** $x=8cm$.

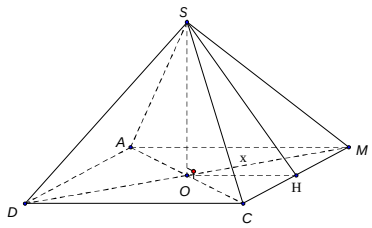
C. $x=6cm$. **D.** $x=7cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $OM=x\Rightarrow AC=2x$, $AM=\sqrt{2}x$.

Suy ra: $OH=\frac{x}{\sqrt{2}}$, $MH=\frac{x}{\sqrt{2}}$, $SH=10\sqrt{2}-\frac{x}{\sqrt{2}}$.



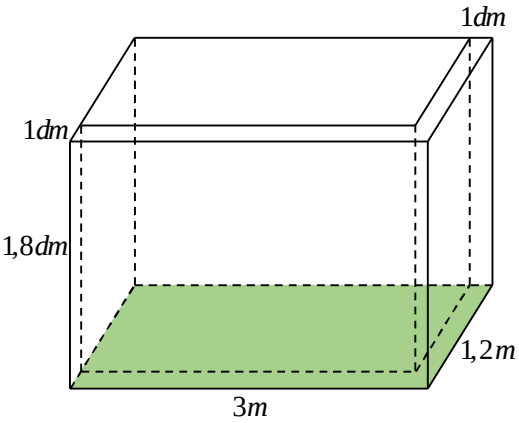
$$SO=\sqrt{SH^2-OH^2}=\sqrt{\left(\frac{10}{\sqrt{2}}-\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2-\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{20(10-x)}$$

$$V=\frac{1}{3}SO.S_{đáy}=\frac{1}{3}\sqrt{20(10-x)}.2x^2=\frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{40-4x}.x^2$$

$$\Leftrightarrow V=\frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{(40-4x).x.x.x}\le\frac{\sqrt{20}}{3}\sqrt{\left(\frac{40-4x+x+x+x+x}{5}\right)^5}=\frac{\sqrt{20}}{3}.2^{\frac{15}{2}}$$

Dấu "=" xảy ra khi $40-4x=x\Leftrightarrow x=8$.

Câu 23: Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là $3m$; $1,2m$; $1,8m$ (người ta chỉ xây hai mặt thành bể như hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài $20cm$, chiều rộng $10cm$, chiều cao $5cm$. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bể đó và thể tích thực của bể chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể).



A. 738 viên, 5742 lít. **B.** 730 viên, 5742 lít.

C. 738 viên, 5740 lít. **D.** 730 viên, 5740 lít.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thể tích của bể là $V = 18.11.29 = 5742(l)$.

Thể tích của 1 viên gạch là $1dm^3$, thể tích cần xây dựng là $(30+11).18 = 738dm^3$, suy ra số viên ít nhất cần dùng là 738 viên.

Câu 24: Cho một cây nến hình lăng trụ lục gác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15cm và 5cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng

A. 1500 ml. **B.** $600\sqrt{6}$ ml. **C.** 1800 ml. **D.** $750\sqrt{3}$ ml.

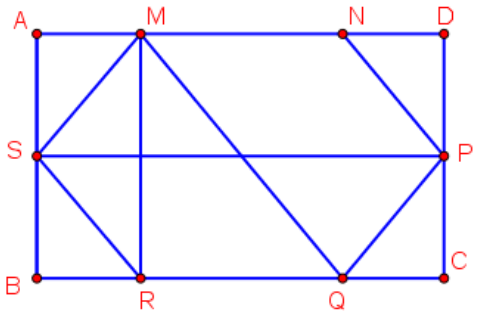
Hướng dẫn giải

Ta có $AB = 10$ cm,AD=$5\sqrt{3}$ cm

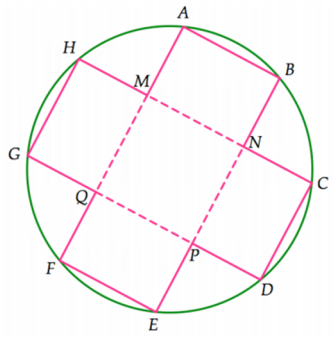
$S_{ABCD} = 50\sqrt{3}$

$V = S_{ABCD}.h = 750\sqrt{3}$

Chọn D



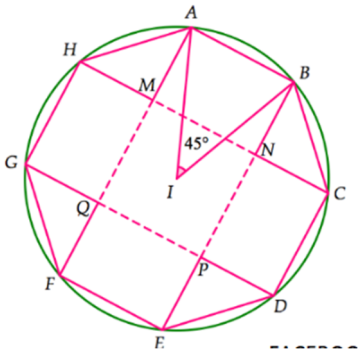
Câu 25: Một miếng bìa hình tròn có bán kính là $20cm$. Trên biên của miếng bìa, ta xác định 8 điểm A, B, C, D, E, F, G, H theo thứ tự chia đường tròn thành 8 phần bằng nhau. Cắt bỏ theo các nét liền như hình vẽ để có được hình chữ thập $ABNCDPEFQGHM$ rồi gấp lại theo các nét đứt MN, NP, PQ, QM tạo thành một khối hộp không nắp. Thể tích của khối hộp thu được là:



A. $\dfrac{4000\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{4-2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$ **B.** $\dfrac{4000\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^3}{\sqrt{2}}$.

C. $4000\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{4-2\sqrt{2}}$. **D.** $4000\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)^3$.

Hướng dẫn giải



Chọn C.

Theo giả thuyết ta có

$$AB = CD = EF = GH = MN = NP = PQ = QM = 2r\sin\frac{2\pi}{8.2}$$

$$= 40\sin\frac{\pi}{8} = 40\sqrt{\frac{1-\cos\frac{\pi}{4}}{2}} = 20\sqrt{2-\sqrt{2}}$$

Và

$$MH = MA = NB = NC = PD = PE = QG = QH = \frac{AH}{\sqrt{2}} = 10\sqrt{4-2\sqrt{2}}$$

Vì vậy $V = MN.MQ.MA = \left(\sqrt{20\sqrt{2-\sqrt{2}}}\right)^2.10\sqrt{4-2\sqrt{2}} = 4000\left(2-\sqrt{2}\right)\sqrt{4-2\sqrt{2}}$

Câu 26: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60cm$, $AB = 40cm$. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng

A. $4000\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$ **B.** $2000\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$ **C.** $400\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$ **D.** $4000\sqrt{2}\ \left(cm^3\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

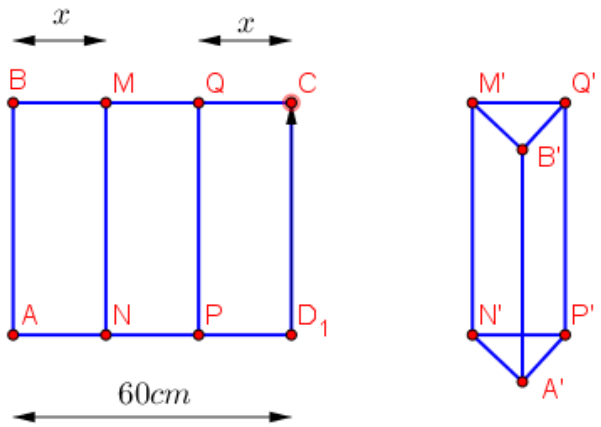
Đáy của lăng trụ là tam giác cân có cạnh bên bằng x, cạnh đáy bằng $60-2x$

Đường cao tam giác đó là

$$AH = \sqrt{x^2 - \left(\frac{60-2x}{2}\right)^2} = \sqrt{60x-900},$$

với H là trung điểm NP

Diện tích đáy là



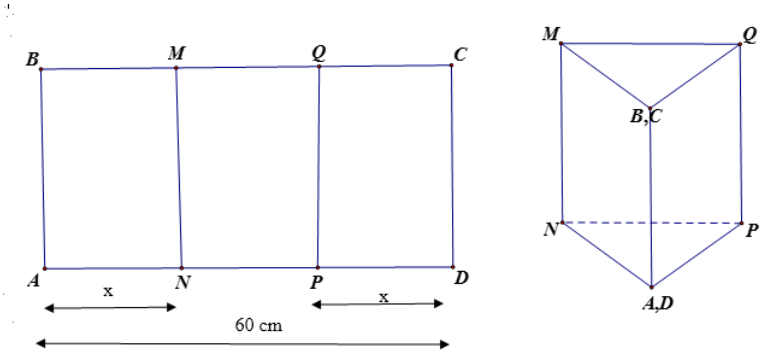
$$S = S_{ANP} = \frac{1}{2}AH.NP = \sqrt{60x-900}.(30-x) = \frac{1}{30}\sqrt{(60x-900)(900-30x)(900-30x)}$$

$$\Rightarrow S \le \frac{1}{30}\sqrt{\left(\frac{900}{3}\right)^3} = 100\sqrt{3}\left(cm^2\right)$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Diện tích đáy lớn nhất là $100\sqrt{3}cm^2$ nên thể tích lớn nhất là $V = 40.100\sqrt{3} = 4000\sqrt{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 27: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60cm$. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?



A. $x = 20$. **B.** $x = 15$. **C.** $x = 25$. **D.** $x = 30$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

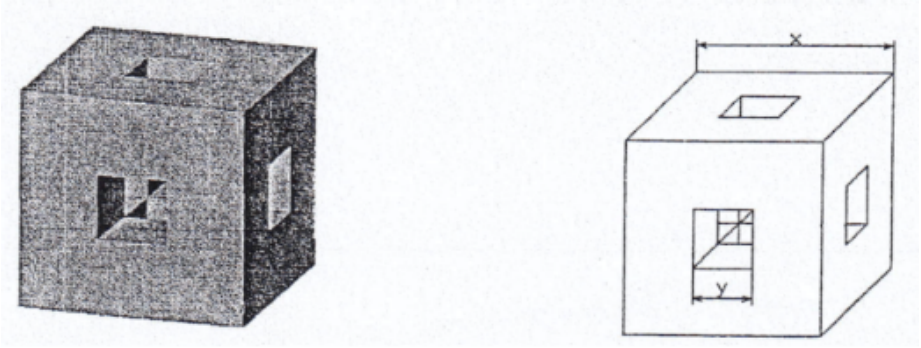
Ta có $PN = 60 - 2x$, gọi H là trung điểm của PN suy ra $AH = \sqrt{60x - 900}$

$S_{\Delta ANP} = \frac{1}{2}.(60 - 2x)\sqrt{60x - 900} = (60 - 2x)\left(\sqrt{15x - 225}\right) = f(x)$, do chiều cao của khối lăng trụ không đổi nên thể tích khối lăng trụ max khi $f(x)$ max.

$$f'(x) = \frac{-45(x - 20)}{\sqrt{15x - 225}} = 0 \Leftrightarrow x = 20, f(20) = 100\sqrt{3}, f(15) = 0$$

$\max f(x) = 100\sqrt{3}$ khi $x = 20$

Câu 28: Một khối gỗ hình lập phương có độ dài cạnh bằng $x(cm)$. Ở chính giữa mỗi mặt của hình lập phương, người ta đục một lỗ hình vuông thông sang mặt đối diện, tâm của lỗ hình vuông là tâm của mặt hình lập phương, các cạnh lỗ hình vuông song song với các cạnh của hình lập phương và có độ dài $y(cm)$ như hình vẽ bên. Tìm thể tích V của khối gỗ sau khi đục biết rằng $x = 80\,cm; y = 20\,cm.$



A. $490000\,cm^3$. **B.** $432000\,cm^3$. **C.** $400000\,cm^3$. **D.** $390000\,cm^3$.

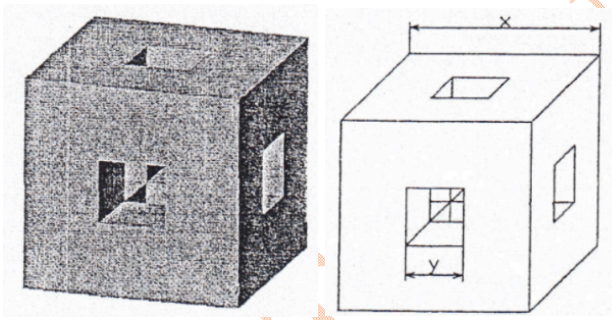
Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích cần tìm bằng thể tích khối lập phương ban đầu trừ đi 6 khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh $y(cm)$, chiều cao $\frac{x-y}{2}(cm)$; rồi trừ đi thể tích khối lập phương có độ dài cạnh bằng $y(cm)$. Vì vậy,

$V = x^3 - 6\left(\frac{x-y}{2}\right)y^2 - y^3 = 80^3 - 6.\frac{80-20}{2}.20^2 - 20^3 = 432000(cm^3).$

Câu 29: Một khối gỗ hình lập phương có độ dài cạnh bằng $x(cm)$.Ở chính giữa mỗi mặt của hình lập phương, người ta đục một lỗ hình vuông thông sang mặt đối diện,tâm của lỗ hình vuông là tâm của mặt hình lập phương,các cạnh lỗ hình vuông song song với cạnh của hình lập phương và có độ dài $y(cm)$(như hình vẽ bên).Tính tỉ số $\frac{S}{V}$,trong đó V của khối gỗ sau khi đục và S là tổng diện tích mặt (trong và ngoài)khối gỗ sau khi đục.



A. $\frac{S}{V} = \frac{6(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$. **B.** $\frac{S}{V} = \frac{3(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$.

C. $\frac{S}{V} = \frac{2(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$. **D.** $\frac{S}{V} = \frac{9(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích hình cần tính bằng thể tích khối lập phương ban đầu trừ đi 6 khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh $y\,cm$,chiều cao $\frac{x-y}{2}\,cm$,rồi trừ đi thể tích khối lập phương có độ dài cạnh bằng $y\,cm$.

Vì vậy: $V = x^3 - 6\left(\frac{x-y}{2}\right)y^2 - y^3 = (x-y)^2(x+2y)$.

Tổng diện tích các mặt của khối gỗ sau khi đục là $V = 6(x^2 - y^2) + 6.4.\frac{y(x-y)}{2} = 6(x-y)(x+3y)$

Vậy $\frac{S}{V} = \frac{6(x+3y)}{(x-y)(x+2y)}$.

Chọn A

Câu 30: Cần phải xây dựng một hố ga, dạng hình hộp chữ nhật có thể tích $V(m^3)$, hệ số k cho trước (k - tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy). Gọi $x, y, h > 0$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga. Hãy xác định $x, y, h > 0$ xây tiết kiệm nguyên vật liệu nhất. x, y, h lần lượt là

A. $x=2\sqrt[3]{\dfrac{(2k+1)V}{4k^2}};y=\sqrt[3]{\dfrac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\dfrac{k(2k+1)V}{4}}.$

B. $x=\sqrt[3]{\dfrac{(2k+1)V}{4k^2}};y=\sqrt[3]{\dfrac{2kV}{(2k+1)^2}};h=2\sqrt[3]{\dfrac{k(2k+1)V}{4}}.$

C. $x=\sqrt[3]{\dfrac{(2k+1)V}{4k^2}};y=2\sqrt[3]{\dfrac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\dfrac{k(2k+1)V}{4}}.$

D. $x=\sqrt[3]{\dfrac{(2k+1)V}{4k^2}};y=6\sqrt[3]{\dfrac{2kV}{(2k+1)^2}};h=\sqrt[3]{\dfrac{k(2k+1)V}{4}}.$

Hướng dẫn giải

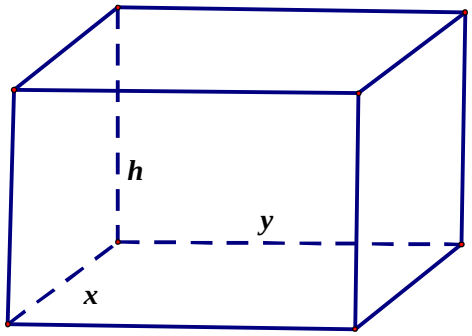
Chọn C.

Gọi $x,y,h(x,y,h>0)$ lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hố ga.

Ta có: $k=\dfrac{h}{x}\Leftrightarrow h=kx$ và $V=xyh\Leftrightarrow y=\dfrac{V}{xh}=\dfrac{V}{kx^2}$.

Nên diện tích toàn phần của hố ga là:

$$S=xy+2yh+2xh=\frac{(2k+1)V}{kx}+2kx^2$$

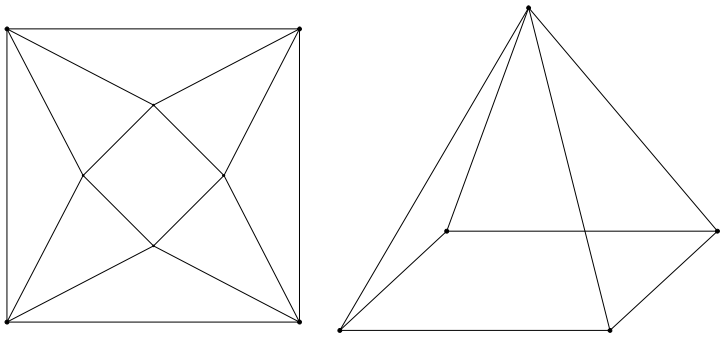


Áp dụng đạo hàm ta có S nhỏ nhất khi

$$x=\sqrt[3]{\frac{(2k+1)V}{4k^2}}$$

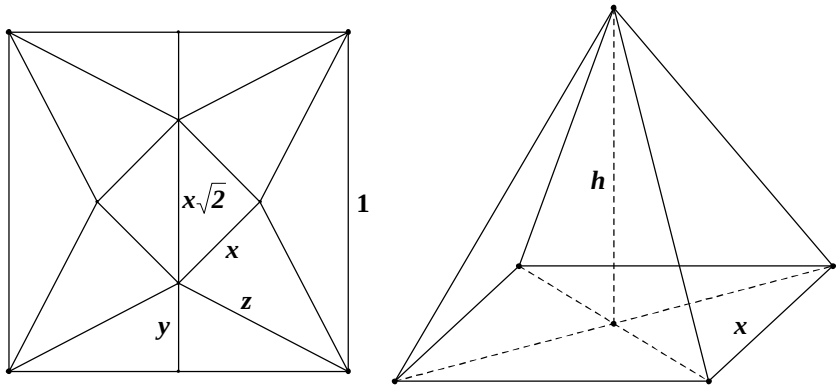
Khi đó $y=2\sqrt[3]{\dfrac{2kV}{(2k+1)^2}},h=\sqrt[3]{\dfrac{k(2k+1)V}{4}}$.

Câu 31: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 1m như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt bỏ các tam giác cân bên ngoài của tấm nhôm, phần còn lại gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(m)$, sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Tìm x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$ **B.** $x=\dfrac{1}{2}$ **C.** $x=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ **D.** $x=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

Hướng dẫn giải



Ta có: $y=\dfrac{1-\sqrt{2}x}{2}\Rightarrow z=\sqrt{\dfrac{1}{4}+y^2}$

Chiều cao của hình chóp: $h=\sqrt{z^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{4}+y^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x}$

$\Rightarrow V_{chop}=\dfrac{1}{3}x^2.\sqrt{\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x}$

V_{chop} lớn nhất khi hàm số $y=x^2\sqrt{\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x}$ đạt GTLN

$y'=\dfrac{-5\sqrt{2}x^2+4x}{4\sqrt{\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}x}}$

$y'=0\Leftrightarrow -5\sqrt{2}x^2+4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}\end{array}\right.$

Chọn A.

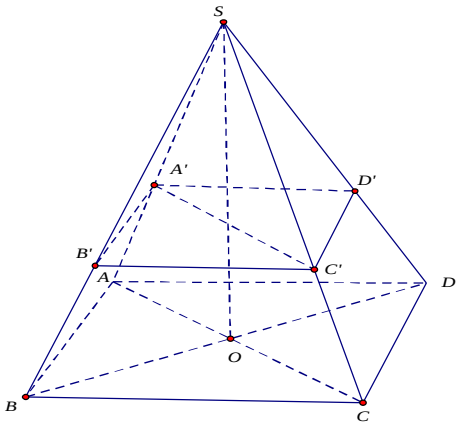
Câu 32: Một viên đá có dạng khối chóp tứ diện đều và tất cả các cạnh đều bằng a, người ta cưa viên đá theo mặt phẳng song song với mặt đáy của khối chóp để chia viên đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích thiết diện của viên đá bị cưa bởi mặt phẳng nói trên.

A. $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$. **B.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$. **C.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$. **D.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

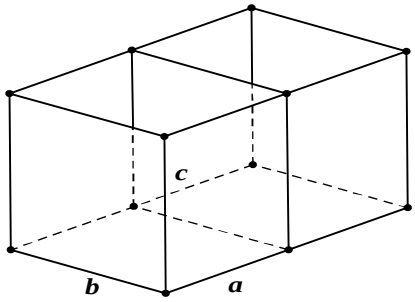
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Từ giả thiết $\Rightarrow V_{S.A'B'C'D'} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{1}{2}V_{S.ABC}$ (Do khối chóp tứ giác đều)

$\Rightarrow \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{2} = \left(\frac{SA'}{SA}\right)^3 \Rightarrow SA' = \frac{SA}{\sqrt[3]{2}} = \frac{a}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow A'B' = SA' = \frac{a}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow S_{td} = A'B'^2 = \frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$.

Câu 33: Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích $1,296m^3$. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với ba kích thước a,b,c như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước a,b,c bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dày của kính không đáng kể.



A. $a = 3,6m; b = 0,6m; c = 0,6m$ **B.** $a = 2,4m; b = 0,9m; c = 0,6m$

C. $a = 1,8m; b = 1,2m; c = 0,6m$ **D.** $a = 1,2m; b = 1,2m; c = 0,9m$

Hướng dẫn giải

Với a là chiều dài của cả 2 ngăn của bể cá. Ta có: $V = abc = 1,296 \ (1)$

$$S = 2\left(\frac{a}{2}c + bc\right) + \frac{a}{2}b + 2\frac{a}{2}c + bc + \frac{a}{2}b = 2ac + 3bc + ab = 2\frac{abc}{b} + 3\frac{abc}{a} + \frac{abc}{c} \geq abc3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{2}{a} = \frac{3}{a} = \frac{1}{c} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2}b \\ c = \frac{b}{2} \end{cases}$

Thay vào $(1): \frac{3}{4}b^3 = 1,296 \Leftrightarrow b^3 = \frac{1,296.4}{3} \Rightarrow b = \frac{6}{5}; a = 1,8; c = 0,6.$

Chọn C.

Câu 34: Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một hồ nước bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng và không nắp, có chiều cao là h và có thể tích là . Hãy tính chiều cao của hồ nước sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. m **B.** $h = 2$ m **C.** $h = \frac{3}{2}$ m **D.** $h = \frac{5}{2}$ m

Hướng dẫn giải

Gọi x, y, h lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hình hộp

Theo đề bài ta có $y=3x$ và $V=hxy\Rightarrow h=\dfrac{V}{xy}=\dfrac{V}{3x^2}$

Để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất ta cần tìm các kích thước sao cho diện tích toàn phần của hồ nước là nhỏ nhất.

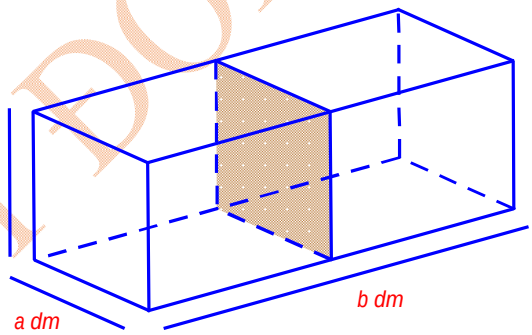
Khi đó ta có: $S_{tp}=2xh+2yh+xy=2x\dfrac{V}{3x^2}+2.3x.\dfrac{V}{3x^2}+x.3\,\mathrm{x}=\dfrac{8V}{3x}+3x^2$

Ta có $S_{tp}=\dfrac{8V}{3x}+3x^2=\dfrac{4V}{3x}+\dfrac{4V}{3x}+3x^2\overset{Cauchy}{\geq}3\sqrt[3]{\dfrac{16V^2}{3}}=36$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\dfrac{4V}{3x}=3x^2\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{4V}{9}}=2\Rightarrow h=\dfrac{V}{3x^2}=\dfrac{3}{2}$.

Vậy chọn **C.**

Câu 35: Người ta muốn thiết kế một bể cá bằng kính không có nắp với thể tích $72dm^3$ và chiều cao là $3dm$. Một vách ngăn (cùng bằng kính) ở giữa, chia bể cá thành hai ngăn, với các kích thước a, b (đơn vị dm) như hình vẽ.



Tính a, b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích của bể.

A. $a=\sqrt{24},\ b=\sqrt{24}$. **B.** $a=3,\ b=8$. **C.** $a=3\sqrt{2},\ b=4\sqrt{2}$. **D.** $a=4,\ b=6$.

Chọn D.

Có: $V=72\Leftrightarrow 3.ab=72\Leftrightarrow a=\dfrac{24}{b}$ (1)

Bể cá tốn ít nguyên liệu nhất nghĩa là diện tích toàn phần nhỏ nhất.

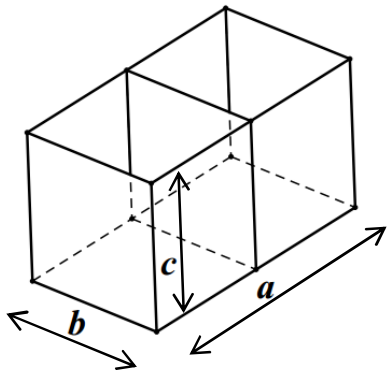
Ta có diện tích toàn phần của bể cá là: $S_{tp}=3.3a+ab+2.b3=\dfrac{216}{b}+6b+24$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi: $S_{tp}=\dfrac{216}{b}+6b+24\geq 2\sqrt{\dfrac{216}{b}.6b}+24=96$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\dfrac{216}{b}=6b\Leftrightarrow b=6\left(b>0\right)$. Từ (1), ta suy ra: $a=4$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 36: Người thợ cần làm một bể cá hai ngăn, không có nắp ở phía trên với thể tích 1,296 m^3. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với 3 kích thước *a, b, c* như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước *a, b, c* bằng bao nhiêu để đỡ tốn kính nhất, giả sử độ dầy của kính không đáng kể.



A. $a=3,6m;\ b=0,6m;\ c=0,6m$

B. $a=2,4m;\ b=0,9m;\ c=0,6m$

C. $a=1,8m;\ b=1,2m;\ c=0,6m$

D. $a=1,2m;\ b=1,2m;\ c=0,9m$

Hướng dẫn giải

Thể tích bể cá là: $V=abc=1,296$

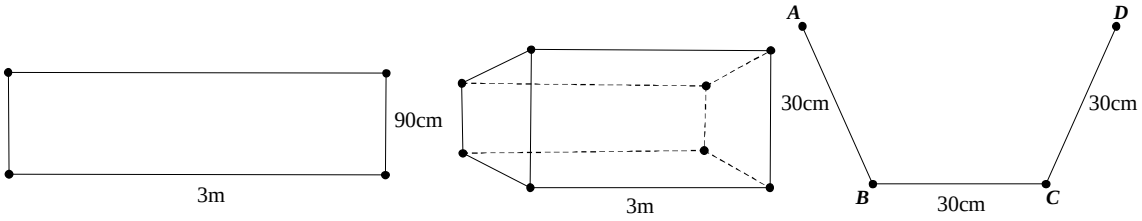
Diện tích tổng các miếng kính là $S=ab+2ac+3bc$ (kể cả miếng ở giữa)

Ta có: $\dfrac{S}{abc}=\underbrace{\dfrac{1}{c}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{a}}_{Cauchy\ cho\ 3\ so\ \frac{1}{c},\frac{2}{b},\frac{3}{a}}\geq 3\sqrt[3]{\dfrac{1}{c}.\dfrac{2}{b}.\dfrac{3}{a}}=\dfrac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt{abc}}=\dfrac{3\sqrt[3]{6}}{\sqrt{1,296}}$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}\dfrac{1}{c}=\dfrac{2}{b}=\dfrac{3}{a}\\ abc=1,296\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1,8\\ b=1,2\\ c=0,6\end{cases}.$

Chọn C.

Câu 37: Từ một tấm tôn có kích thước 90cmx3m người ta làm một máng xối nước trong đó mặt cắt là hình thang *ABCD* có hình dưới. Tính thể tích lớn nhất của máng xối.



A. $40500\sqrt{3}cm^3$ **B.** $40500\sqrt{2}cm^3$ **C.** $40500\sqrt{6}cm^3$ **D.** $40500\sqrt{5}cm^3$

Thể tích máng xối: $V=S_{ABCD}.300\ \ (cm^2)$.

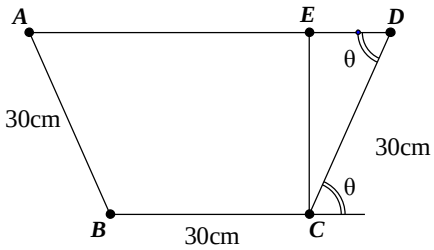
Vậy thể tích lớn nhất khi diện tích hình thang là lớn nhất.

$S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(BC+AD).CE$

$CE=CD\sin\theta=30.\sin\theta$

$AD=BC+2ED=30+60\cos\theta$

$S_{ABCD}=90\sin\theta+\dfrac{90}{2}\sin 2\theta$



Đặt $f(\theta)=90\sin\theta+\dfrac{90}{2}\sin 2\theta$ $,\theta\in[0;\pi]$

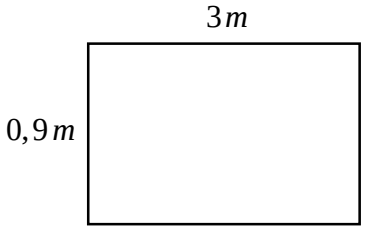
$f'(\theta)=90\cos\theta+\frac{90}{2}.2\cos 2\theta$

$f'(\theta)=0\Leftrightarrow\cos\theta+\cos 2\theta=0\Leftrightarrow 2\cos^2\theta+\cos\theta-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos\theta=\frac{1}{2}\\ \cos\theta=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\theta=\frac{\pi}{3}.\\ \theta=\pi\end{array}\right.$

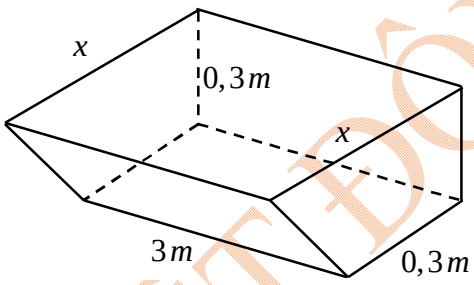
$f(0)=f(\pi)=0;f\left(\frac{\pi}{3}\right)=135\sqrt{3}$. Vậy GTLN của diện tích $ABCD$ là $135\sqrt{3}cm^2$.

Vậy thể tích máng xối lớn nhất bằng $40500\sqrt{3}cm^3$ khi ta cạnh CD tạo với BC góc 60^0.

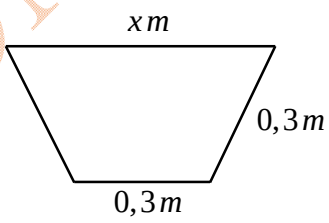
Câu 38: Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước $0,9m\times 3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (bị cắt bởi mặt phẳng song song với hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm tôn. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



(a) Tấm tôn



(b) Máng xối



(c) Mặt cắt

A. $x=0,5m$. **B.** $x=0,65m$. **C.** $x=0,4m$. **D.** $x=0,6m$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

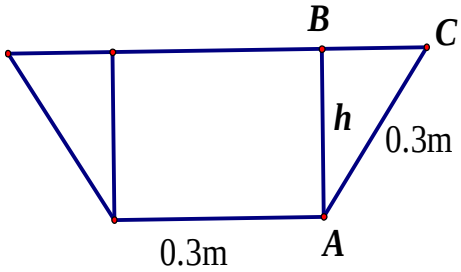
Gọi h là chiều cao của lăng trụ

Vì chiều cao lăng trụ bằng chiều dài tấm tôn nên thể tích máng xối lớn nhất khi diện tích hình thang cân (mặt cắt) lớn nhất

Ta có $S=\frac{h}{2}(x+0,3)$

$BC=\frac{x-0,3}{2}(x>0,3)$

$\Rightarrow h=\sqrt{(0,3)^2-\frac{(x-0,3)^2}{4}}$



ĐK: $(0,3)^2-\frac{(x-0,3)^2}{4}>0;(0,3<x<0,9)$

Khi đó:

$S=\frac{1}{4}(x+0,3)\sqrt{4.(0,3)^2-(x-0,3)^2}$

Xét hàm số

$f(x)=(x+0,3)\sqrt{4.(0,3)^2-(x-0,3)^2};(0,3<x<0,9)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Rightarrow f'(x)=\sqrt{4.(0,3)^2-(x-0,3)^2}+(x+0,3)\frac{-2(x-0,3)}{\sqrt{4.(0,3)^2-(x-0,3)^2}}$$

$$=\frac{4.(0,3)^2-(x-0,3)^2-(x+0,3)(x-0,3)}{\sqrt{4.(0,3)^2-(x-0,3)^2}}=\frac{0,36-2x(x-0,3)}{\sqrt{4.(0,3)^2-(x-0,3)^2}}$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow -x^2+0,3x+0,18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-0,3\\x=0,6\end{array}\right.$$

x	$0,3$		$0,6$		$0,9$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ lớn nhất khi $x=0,6$

Vậy thể tích máng xối lớn nhất khi $x=0,6m$.

Câu 39: Khi xây dựng nhà, chủ nhà cần làm một bể nước bằng gạch có dạng hình hộp có đáy là hình chữ nhật chiều dài $d(m)$ và chiều rộng $r(m)$ với $d=2r$. Chiều cao bể nước là $h(m)$ và thể tích bể là $2m^3$. Hỏi chiều cao bể nước như thế nào thì chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}(m)$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}(m)$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}(m)$. **D.** $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}(m)$.

Hướng dẫn giải

Gọi $x(x>0)$ là chiều rộng của đáy suy ra thể tích bể nước bằng

$$V=2x^2.h=2\Leftrightarrow h=\frac{1}{x^2}$$

Diện tích xung quanh hồ và đáy bể là

$$S=6x.h+2x^2=\frac{6}{x}+2x^2\ (x>0)$$

Xét hàm số $f(x)=\frac{6}{x}+2x^2$ với $x>0$.

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$.

Vậy chiều cao cần xây là $h=\frac{1}{x^2}=\frac{1}{\sqrt[3]{\left(\frac{3}{2}\right)^2}}=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}(m)$.

Câu 40: Một người dự định làm một thùng đựng đồ hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V. Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng

A. $x=V^{\frac{2}{3}}$ **B.** $x=\sqrt[3]{V}$ **C.** $x=V^{\frac{1}{4}}$ **D.** $x=\sqrt{V}$

Hướng dẫn giải

Gọi a là độ dài cạnh đáy, x là độ dài đường cao của thùng đựng đồ $(a,x>0)$

Khi đó, $V=a^2x\Rightarrow a=\sqrt{\frac{V}{x}}\Rightarrow S_{tp}=2a^2+4ax=2\frac{V}{x}+4\sqrt{Vx}$

Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì S_{tp} nhỏ nhất $\Rightarrow 2\frac{V}{x}+4\sqrt{Vx}$ nhỏ nhất.

Cách 1 : Xét hàm số $f(x)=2\frac{V}{x}+4\sqrt{Vx}$ trên $(0;+\infty)$

Ta có $f'(x)=\frac{-2V}{x^2}+\frac{2\sqrt{V}}{\sqrt{x}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2\sqrt{V}=V\sqrt{x}\Leftrightarrow x=V^{\frac{1}{3}}$

x	0		$V^{\frac{1}{3}}$		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	
f(x)		↘	$f(V^{\frac{1}{3}})$	↗	

Từ BBT ta thấy để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng $V^{\frac{1}{3}}$.

Cách 2: ta có $2\frac{V}{x}+4\sqrt{Vx}=2\frac{V}{x}+2\sqrt{Vx}+2\sqrt{Vx}\geq 6\sqrt[3]{V^2}$

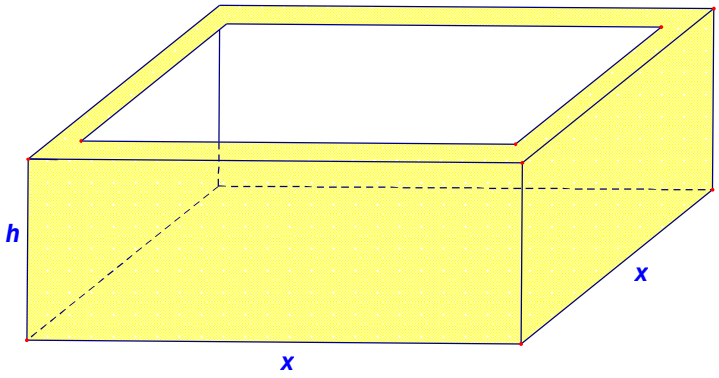
Dấu "=" xảy ra tại $\frac{V}{x}=\sqrt{Vx}\Leftrightarrow x^3=V\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{V}$

Chọn B.

Câu 41: Nhân ngày quốc tế phụ nữ 8-3 năm 2017, ông A quyết định mua tặng vợ một món quà và đặt nó vào trong một chiếc hộp có thể tích là 32 (đvtt) có đáy hình vuông và không có nắp. Để món quà trở nên thật đặc biệt và xứng đáng với giá trị của nó ông quyết định mạ vàng cho chiếc hộp, biết rằng độ dạy lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là $h;x$. Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của $h;x$ phải là?

A. $x=2;h=4$ **B.** $x=4;h=2$ **C.** $x=4;h=\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $x=1;h=2$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\begin{cases} S = 4xh + x^2 \\ V = x^2 h \to h = \dfrac{V}{x^2} = \dfrac{32}{x^2} \end{cases} \Rightarrow S = 4x.\dfrac{32}{x^2} + x^2 = \dfrac{128}{x} + x^2$, để lượng vàng cần dùng là nhỏ nhất thì Diện tích S phải nhỏ nhất ta có

$S = \dfrac{128}{x} + x^2 = f(x) \to f'(x) = 2x - \dfrac{128}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 4$,

Câu 42: Một ngôi nhà có nền dạng tam giác đều ABC cạnh dài $10(m)$ được đặt song song và cách mặt đất $h(m)$. Nhà có 3 trụ tại A, B, C vuông góc với (ABC). Trên trụ A người ta lấy hai điểm M, N sao cho $AM = x, AN = y$ và góc giữa (MBC) và (NBC) bằng $90°$ để là mái và phần chứa đồ bên dưới. Xác định chiều cao thấp nhất của ngôi nhà.

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** 10. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Đáp án B

Để nhà có chiều cao thấp nhất ta phải chọn N nằm trên mặt đất. Chiều cao của nhà là $NM = x + y$.

Gọi I là trung điểm của BC. Ta có ΔABC đều $\Rightarrow AI \perp BC$, vì $MN \perp (ABC) \Rightarrow MN \perp BC$, từ đó suy ra $\Rightarrow BC \perp (MNI) \Rightarrow \begin{cases} MI \perp BC \\ NI \perp BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{MIN} = 90^0$

ΔIMN vuông tại I nhận AI là đường cao nên $\Rightarrow AM.AN = AI^2 \Rightarrow xy = \left(\dfrac{10\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 75$

Theo bất đẳng thức Côsi: $x + y \ge 2\sqrt{xy} = 2.\sqrt{75} = 10\sqrt{3} \Leftrightarrow x = y = 5\sqrt{3}$

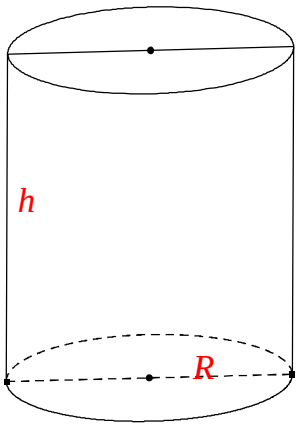
Do đó chiều cao thấp nhất của nhà là $10\sqrt{3}$.

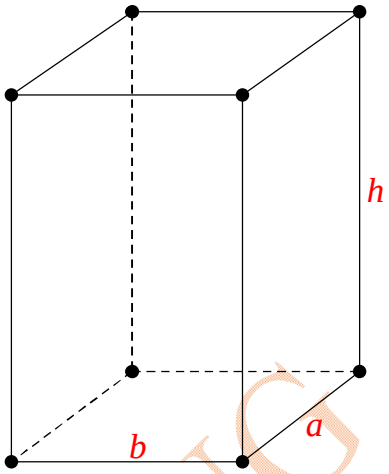
Câu 43: Một nhà sản xuất sữa có hai phương án làm hộp sữa. Hộp sữa có dạng khối hộp chữ nhật hoặc hộp sữa có dạng khối trụ. Nhà sản xuất muốn chi phí bao bì càng thấp càng tốt(tức diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất), nhưng vẫn phải chứa được một thể tích xác định là V cho trước. Khi đó diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất trong hai phương án là

A. $\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **B.** $6\sqrt[3]{V^2}$. **C.** $3\sqrt[3]{6V^2}$. **D.** $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D





Trường hợp 1: Hộp sữa hình trụ

Thể tích không đổi $V=\pi R^2 h \Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}, S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+\dfrac{2V}{R}$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho bộ ba số dương $2\pi R^2, \dfrac{V}{R}, \dfrac{V}{R}$

Ta có $S_{tp}=2\pi R^2+\dfrac{V}{R}+\dfrac{V}{R}\geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2.\dfrac{V}{R}.\dfrac{V}{R}}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ (*)

Trường hợp 2: Hộp sữa hình hộp chữ nhật

Thể tích không đổi

$V=abh\Rightarrow h=\dfrac{V}{ab}; S_{tp}=2ab+2(a+b)h=2ab+2a.\dfrac{V}{ab}+2b.\dfrac{V}{ab}=2\left(ab+\dfrac{V}{b}+\dfrac{V}{a}\right)$

Áp dụng bất đẳng thức Cau chy cho bộ ba số dương $ab; \dfrac{V}{a}; \dfrac{V}{b}$

Ta có $S_{tp}\geq 2.3\sqrt[3]{ab.\dfrac{V}{a}.\dfrac{V}{b}}=6\sqrt[3]{V^2}$ (**)

Xét hai kết quả ta thấy (*) nhỏ hơn

Vậy diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất là $S_{tp}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ (đvdt)

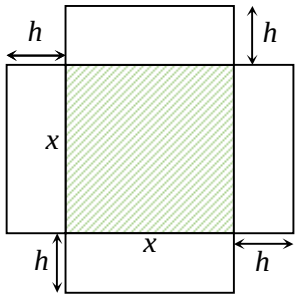
Câu 44: Một bác thợ gò hàn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật (không nắp) bằng tôn thể tích $665,5\ dm^3$. Chiếc thùng này có đáy là hình vuông cạnh $x(dm)$, chiều cao $h(dm)$. Để làm chiếc thùng, bác thợ phải cắt một miếng tôn như hình vẽ. Tìm x để bác thợ sử dụng ít nguyên liệu nhất.

A. $10,5(dm)$. **B.** $12(dm)$. **C.** $11(dm)$. **D.** $9(dm)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có thể tích hình hộp là: $V = x^2h = 665,5 \Rightarrow h = \dfrac{665,5}{x^2}$

Diện tích toàn phần là $S = x^2 + 4xh = x^2 + \dfrac{2662}{x} \Rightarrow S' = 2x - \dfrac{2662}{x^2}$;

$S' = 0 \Leftrightarrow x = 11$

Lập bảng biến thiên ta thấy khi $x = 11$ thì S đạt giá trị nhỏ nhất

Vậy để sử dụng ít nguyên liệu nhất thì bác thợ xây phải cắt một miếng tôn có đáy là hình vuông cạnh $11(dm)$.

Câu 45: Một người dự định làm một thùng đựng đồ hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V. Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng

A. $x = V^{\frac{2}{3}}$ **B.** $x = \sqrt[3]{V}$ **C.** $x = V^{\frac{1}{4}}$ **D.** $x = \sqrt{V}$

Hướng dẫn giải

Gọi a là độ dài cạnh đáy, x là độ dài đường cao của thùng đựng đồ $(a, x > 0)$

Khi đó, $V = a^2x \Rightarrow a = \sqrt{\dfrac{V}{x}} \Rightarrow S_{tp} = 2a^2 + 4ax = 2\dfrac{V}{x} + 4\sqrt{Vx}$

Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì S_{tp} nhỏ nhất $\Rightarrow 2\dfrac{V}{x} + 4\sqrt{Vx}$ nhỏ nhất.

Cách 1 : Xét hàm số $f(x) = 2\dfrac{V}{x} + 4\sqrt{Vx}$ trên $(0; +\infty)$

Ta có $f'(x) = \dfrac{-2V}{x^2} + \dfrac{2\sqrt{V}}{\sqrt{x}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2\sqrt{V} = V\sqrt{x} \Leftrightarrow x = V^{\frac{1}{3}}$

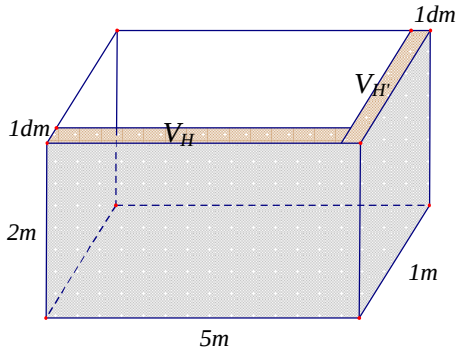
x	0		$V^{\frac{1}{3}}$		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	
f(x)		↘	$f(V^{\frac{1}{3}})$	↗	

Từ BBT ta thấy để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng $V^{\frac{1}{3}}$.

Cách 2: ta có $2\dfrac{V}{x} + 4\sqrt{Vx} = 2\dfrac{V}{x} + 2\sqrt{Vx} + 2\sqrt{Vx} \geq 6\sqrt[3]{V^2}$

Dấu "=" xảy ra tại $\dfrac{V}{x} = \sqrt{Vx} \Leftrightarrow x^3 = V \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{V}$

Câu 46: Người ta muốn xây một bồn chứa nước dạng khối hộp chữ nhật trong một phòng tắm. Biết chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là 5m, 1m, 2m (hình vẽ bên). Biết mỗi viên gạch có chiều dài 20cm, chiều rộng 10cm, chiều cao 5cm. Hỏi người ta sử dụng ít nhất bao nhiêu viên gạch để xây bồn đó và thể tích thực của bồn chứa bao nhiêu lít nước? (Giả sử lượng xi măng và cát không đáng kể)



A. 1180 viên, 8820 lít **B.** 1180 viên, 8800 lít

C. 1182 viên, 8820 lít **D.** 1180 viên, 8800 lít

Hướng dẫn giải

Phân tích:

* Theo mặt trước của bể:

Số viên gạch xếp theo chiều dài của bể mỗi hàng là $x=\frac{500}{20}=25$ viên

Số viên gạch xếp theo chiều cao của bể mỗi hàng là: $\frac{200}{5}=40$. Vậy tính theo chiều cao thì có 40 hàng gạch mỗi hàng 25 viên. Khi đó theo mặt trước của bể. $N=25.40=1000$ viên.

* Theo mặt bên của bể: ta thấy, nếu hàng mặt trước của bể đã được xây viên hoàn chỉnh đoạn nối hai mặt thì ở mặt bên viên gạch còn lại sẽ được cắt đi còn $\frac{1}{2}$ viên. Tức là mặt bên sẽ có

$\frac{1}{2}.40+\frac{100-20}{20}.40=180$ viên.

Vậy tổng số viên gạch là 1180 viên.

Khi đó thể tích bờ tường xây là

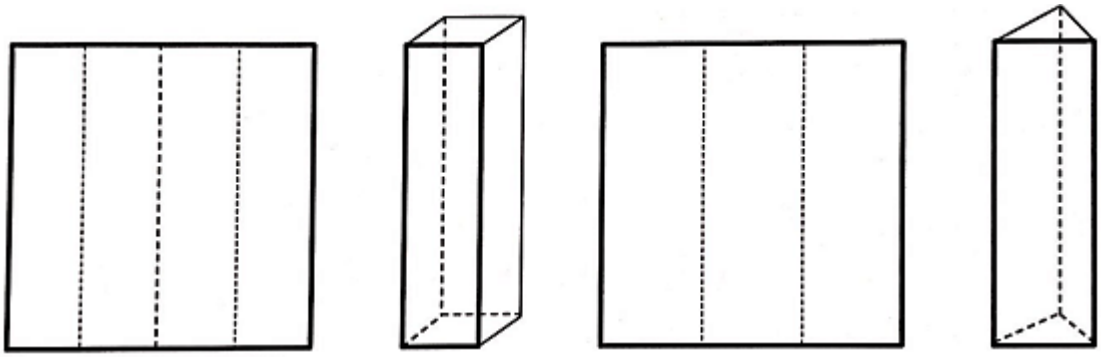
$1180.2.1.0,5=1180$ lít

Vậy thể tích bốn chứa nước là:

$50.10.20-1180=8820$ lít

Câu 47: Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh là a, người ta gấp nó thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều (như hình vẽ). Từ một mảnh giấy hình vuông khác cũng có cạnh là a, người ta gấp nó thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều (như hình vẽ). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của lăng trụ tứ giác đều và lăng trụ tam giác đều. So sánh V_1 và V_2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $V_1 > V_2$ **B.** $V_1 = V_2$ **C.** $V_1 < V_2$ **D.** Không so sánh được

Hướng dẫn giải

Ta có $V_1 = a.\frac{a}{4}.\frac{a}{4} = \frac{a^3}{16}$

và $V_2 = a.\frac{1}{2}.\frac{a}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. Do đó $V_1 > V_2$.

Ta chọn phương án **C.**

Câu 48: Bên trong một căn nhà bỏ hoang hình lập phương thể tích 1000 m^3 có 3 chú nhện con rất hay cãi vã nên phải sống riêng. Mùa đông đến, vì đói rét nên chúng đành quyết định hợp tác với nhau giăng lưới để bắt mồi. Ba chú nhện tính toán sẽ giăng một mảnh lưới hình tam giác theo cách sau: Mỗi chú nhện sẽ đứng ở mép tường bất kì (có thể mép giữa 2 bức tường, giữa tường với trần, hoặc giữa tường với nền) rồi phóng những sợi tơ làm khung đến vị trí cũng 2 con nhện còn lại rồi sau đó mới phóng tơ dính đan phần lưới bên trong. Nhưng vì vốn đã có hiềm khích từ lâu, nên trước khi bắt đầu, chúng quy định để tránh xô xát, không có bất kì 2 con nhện nào cùng nằm trên một mặt tường, nền hoặc trần nhà. Tính chu vi nhỏ nhất của mảnh lưới được giăng (biết các sợi tơ khung căng và không nhùn).

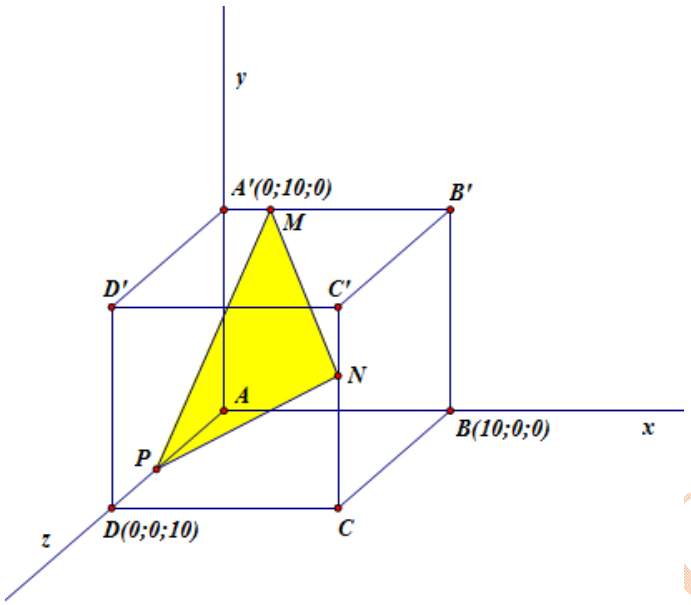
A. $15\sqrt{6}$ mét **B.** $2\sqrt{30}$ mét **C.** $12\sqrt{10}$ mét **D.** $10\sqrt{2}$ mét

Hướng dẫn giải

Chọn A

Bài toán này ta sẽ giải quyết bằng cách ứng dụng phương pháp tọa độ trong không gian.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Không mất tính tổng quát, và dựa vào yêu cầu về vị trí 3 con nhện ta xác định là các điểm M, N, P nằm trên các cạnh $A'B', CC', AD$ như hình vẽ.



Yêu cầu bài toán là cần tìm tọa độ của 3 điểm M,N,P để chu vi tam giác MNP nhỏ nhất.

Đặt $M\left(x;10;0\right),P\left(0;0;z\right),N\left(10;y;10\right)$. Chu vi tam giác MNP là:

$$MN+NP+PQ=\sqrt{\left(x-10\right)^2+\left(y-10\right)^2+10^2}+\sqrt{10^2+y^2+\left(z-10\right)^2}+\sqrt{x^2+10^2+z^2}$$
$$=\sqrt{\left(10-x\right)^2+\left(y-10\right)^2+10^2}+\sqrt{y^2+\left(z-10\right)^2+10^2}+\sqrt{z^2+\left(-x\right)^2+10^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức vecto :

$$\Rightarrow MN+NP+PM\ge\sqrt{\left(10-x+y\right)^2+\left(y+z-20\right)^2+20^2}+\sqrt{z^2+\left(-x\right)^2+10^2}$$
$$\ge\sqrt{\left(10-x+y+z\right)^2+\left(y-10+z-10-x\right)^2+\left(10+10+10\right)^2}$$
$$=\sqrt{2\left(y+z-x-5\right)^2+450+\left(10+10+10\right)^2}\ge15\sqrt{6}$$

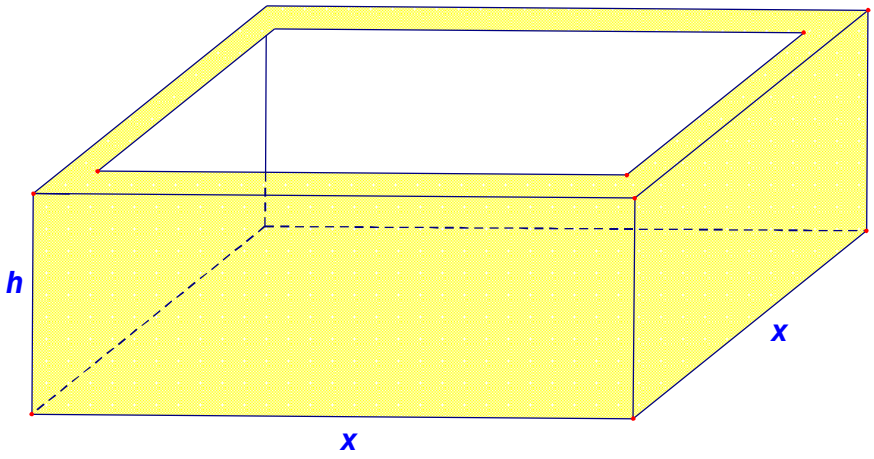
Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}y+z-x=5\\\dfrac{10-x}{y}=\dfrac{y-10}{z-10}=\dfrac{10}{10}\\\dfrac{10-x+y}{z}=\dfrac{y+z-20}{-x}=\dfrac{20}{10}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=z\\2y-x=5\\x+y=10\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=5$

Vậy giá trị cần tìm là $15\sqrt{6}$.

Câu 49: Nhân ngày quốc tế phụ nữ 8-3 năm 2017, ông A quyết định mua tặng vợ một món quà và đặt nó vào trong một chiếc hộp có thể tích là 32 (đvtt) có đáy hình vuông và không có nắp. Để món quà trở nên thật đặc biệt và xứng đáng với giá trị của nó ông quyết định mạ vàng cho chiếc hộp, biết rằng độ dạy lớp mạ tại mọi điểm trên hộp là như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là $h;x$. Để lượng vàng trên hộp là nhỏ nhất thì giá trị của $h;x$ phải là?

A. $x=2;h=4$ **B.** $x=4;h=2$ **C.** $x=4;h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $x=1;h=2$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} S = 4xh + x^2 \\ V = x^2h \to h = \dfrac{V}{x^2} = \dfrac{32}{x^2} \end{cases} \Rightarrow S = 4x.\dfrac{32}{x^2} + x^2 = \dfrac{128}{x} + x^2$, để lượng vàng cần dùng là nhỏ nhất thì Diện tích S phải nhỏ nhất ta có

$$S = \frac{128}{x} + x^2 = f(x) \to f'(x) = 2x - \frac{128}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 4,$$

Câu 50: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là $60cm$, thể tích $96000cm^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 320000 VNĐ. **B.** 32000 VNĐ. **C.** 832000 VNĐ. **D.** 83200 VNĐ.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $x, y(m)\ (x > 0, y > 0)$ là chiều dài và chiều rộng của đáy bể, khi đó theo đề ta suy ra $0,6xy = 0,096 \Leftrightarrow y = \dfrac{0,16}{x}$. Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:

$$f(x) = 2.0,6\left(x + \frac{0,16}{x}\right).70000 + 100000x\frac{0,16}{x} \Leftrightarrow f(x) = 84000\left(x + \frac{0,16}{x}\right) + 16000 \text{ (VNĐ)}$$

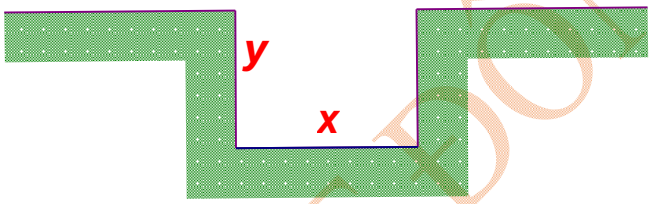
$$f'(x) = 84000\left(1 - \frac{0,16}{x^2}\right),\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	0		$0,4$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(0,4)$	↗	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là $f(0,4)=83200$ VNĐ

Câu 51: Trong lĩnh vực thuỷ lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thuỷ động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S, ℓ là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, ℓ - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thuỷ động học nếu với S xác định, ℓ là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thuỷ động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật)



A. $x=\sqrt{4S}, y=\sqrt{\frac{S}{4}}$ **B.** $x=\sqrt{4S}, y=\sqrt{\frac{S}{2}}$

C. $x=\sqrt{2S}, y=\sqrt{\frac{S}{4}}$ **D.** $x=\sqrt{2S}, y=\sqrt{\frac{S}{2}}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi x, y lần lượt là chiều rộng, chiều cao của mương. Theo bài ra ta có: S = xy;

$\ell = 2y + x = \frac{2S}{x} + x$. Xét hàm số $\ell(x) = \frac{2S}{x} + x$. Ta có $\ell'(x) = \frac{-2S}{x^2} + 1 = \frac{x^2 - 2S}{x^2}$.

$\ell'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2S = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2S}$, khi đó $y = \frac{S}{x} = \sqrt{\frac{S}{2}}$.

Dễ thấy với x, y như trên thì mương có dạng thuỷ động học, vậy các kích thước của mương là $x=\sqrt{2S}$, $y=\sqrt{\frac{S}{2}}$ thì mương có dạng thuỷ động học.

Câu 52: Một người thợ gò làm một cái thùng đựng nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp bằng tôn. Biết rằng đường chéo hình hộp bằng $6dm$ và chỉ được sử dụng vừa đủ $36dm^2$ tôn.Với yêu cầu như trên người thợ làm được cái thùng có thể tích lớn nhất là Vdm^3. Giá trị của V gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

A. $11,3$. **B.** $11,32$. **C.** $11,31$. **D.** $11,33$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hướng dẫn giải.

Chọn C

Gọi kích thước của khối hộp là $x, y, z\ (x, y, z \ge 0)$ theo bài ra ta có

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=36 \\ xy+yz+zx=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=6\sqrt{2} \\ xy+yz+zx=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=6\sqrt{2}-z \\ xy=18-\left(6\sqrt{2}-z\right)z \end{cases}$$

Ta có $\left(6\sqrt{2}-z\right)^2 \ge 72-4\left(6\sqrt{2}-z\right)z \Rightarrow z \in \left[0;4\sqrt{2}\right]$

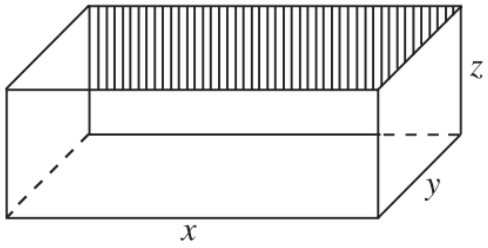
Thể tích: $xyz = z^3-6\sqrt{2}z^2+18z = f(z)$

$f'(z)=3z^2-12\sqrt{2}z+18;\ f'(z)=0 \Leftrightarrow z=\sqrt{2}; z=3\sqrt{2}$

Khi đó $\underset{\left[0;4\sqrt{2}\right]}{Max}\ f(x) = Max\left\{f(0), f(\sqrt{2}), f(3\sqrt{2}), f(4\sqrt{2})\right\} = \left\{f(\sqrt{2}), f(4\sqrt{2})\right\} = 8\sqrt{2} \approx 11,31$

Vậy thể tích lớn nhất của thùng $8\sqrt{2} \approx 11,31$ khi $(x;y;z) = (\sqrt{2};\sqrt{2};4\sqrt{2})$ và các hoán vị của nó.

Câu 53: Gọi x, y, z là chiều dài, chiều rộng và chiều cao của thùng giấy dạng hình hộp chữ nhật không có nắp trên (*hình vẽ*). S là tổng diện tích xung quanh và đáy còn lại. Trong các thùng có cùng diện tích S, tìm tổng $x+y+z$ theo S của chiếc thùng có thể tích lớn nhất.



A. $x+y+z=\dfrac{\sqrt{3S}}{6}$.

B. $x+y+z=\dfrac{5\sqrt{3S}}{6}$.

C. $x+y+z=\dfrac{\sqrt{3S}}{3}$.

D. $x+y+z=\dfrac{5\sqrt{3S}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S = xy+2xz+2yz$

Theo Cauchy $\dfrac{xy+2xz+2yz}{3} \ge \sqrt[3]{4x^2y^2z^2} \Rightarrow \left(\dfrac{S}{3}\right)^3 \ge 4x^2y^2z^2 = 4V^2 \Rightarrow V \le \dfrac{1}{2}\sqrt{\left(\dfrac{S}{3}\right)^3}$

Dấu "=" xảy ra khi $xy=2xz=2yz \Leftrightarrow x=y=2z=\sqrt{\dfrac{S}{3}} \Rightarrow x+y+z=\dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{S}{3}}=\dfrac{5\sqrt{3S}}{6}$