

NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

I. NGUYÊN HÀM

1. Nguyên hàm

Định nghĩa: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K (K là khoảng, đoạn hay nửa khoảng). Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.

Kí hiệu: $\int f(x)dx = F(x) + C$.

Định lí:

- 1) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C , hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .
- 2) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$, với C là một hằng số.

Do đó $F(x) + C, C \in \mathbb{R}$ là họ tất cả các nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

2. Tính chất của nguyên hàm

- $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$ và $\int f'(x)dx = f(x) + C$; $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$
- Nếu $F(x)$ có đạo hàm thì: $\int d(F(x)) = F(x) + C$
- $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ với k là hằng số khác 0.
- $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- **Công thức đổi biến số:** Cho $y = f(u)$ và $u = g(x)$.

Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du = F(u) + C$

3. Sự tồn tại của nguyên hàm

Định lí: Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K .

BẢNG NGUYÊN HÀM CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

1. $\int 0dx = C$	2. $\int dx = x + C$	
3. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + C (\alpha \neq -1)$	16. $\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	
4. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	17. $\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$	
5. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	18. $\int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln ax+b + C$	
6. $\int e^x dx = e^x + C$	19. $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} e^{ax+b} + C$	
7. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	20. $\int a^{kx+b} dx = \frac{1}{k} \frac{a^{kx+b}}{\ln a} + C$	
8. $\int \cos x dx = \sin x + C$	21. $\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$	
9. $\int \sin x dx = -\cos x + C$	22. $\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$	
10. $\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	23. $\int \tan(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \ln \cos(ax+b) + C$	
11. $\int \cot x dx = \ln \sin x + C$	24. $\int \cot(ax+b) dx = \frac{1}{a} \ln \sin(ax+b) + C$	
12. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	25. $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$	
13. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	26. $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$	
14. $\int (1 + \tan^2 x) dx = \tan x + C$	27. $\int (1 + \tan^2(ax+b)) dx = \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C$	
15. $\int (1 + \cot^2 x) dx = -\cot x + C$	28. $\int (1 + \cot^2(ax+b)) dx = -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C$	

BẢNG NGUYÊN HÀM MỞ RỘNG

$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$	$\int \arcsin \frac{x}{a} dx = x \arcsin \frac{x}{a} + \sqrt{a^2 - x^2} + C$
$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{a+x}{a-x} \right + C$	$\int \arccos \frac{x}{a} dx = x \arccos \frac{x}{a} - \sqrt{a^2 - x^2} + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C$	$\int \arctan \frac{x}{a} dx = x \arctan \frac{x}{a} - \frac{a}{2} \ln(a^2 + x^2) + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$	$\int \operatorname{arccot} \frac{x}{a} dx = x \operatorname{arccot} \frac{x}{a} + \frac{a}{2} \ln(a^2 + x^2) + C$
$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arccos} \left \frac{x}{a} \right + C$	$\int \frac{dx}{\sin(ax+b)} = \frac{1}{a} \ln \left \tan \frac{ax+b}{2} \right + C$
$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + a^2}} = -\frac{1}{a} \ln \left \frac{a + \sqrt{x^2 + a^2}}{x} \right + C$	$\int \frac{dx}{\sin(ax+b)} = \frac{1}{a} \ln \left \tan \frac{ax+b}{2} \right + C$
$\int \ln(ax+b) dx = \left(x + \frac{b}{a}\right) \ln(ax+b) - x + C$	$\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{e^{ax} (a \cos bx + b \sin bx)}{a^2 + b^2} + C$
$\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$	$\int e^{ax} \sin bx dx = \frac{e^{ax} (a \sin bx - b \cos bx)}{a^2 + b^2} + C$

CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH NGUYÊN HÀM

1. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN

a. Đổi biến dạng 1:

Nếu $\int f(x) = F(x) + C$ và với $u = \varphi(t)$ là hàm số có đạo hàm thì : $\int f(u)du = F(u) + C$

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- Bước 1: Chọn $x = \varphi(t)$, trong đó $\varphi(t)$ là hàm số mà ta chọn thích hợp.
- Bước 2: Lấy vi phân hai vế : $dx = \varphi'(t)dt$
- Bước 3: Biến đổi : $f(x)dx = f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt = g(t)dt$
- Bước 4: Khi đó tính : $\int f(x)dx = \int g(t)dt = G(t) + C$.

* Các dấu hiệu đổi biến thường gặp :

Dấu hiệu	Cách chọn
$\sqrt{a^2 - x^2}$	Đặt $x = a \sin t$; với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. hoặc $x = a \cos t$; với $t \in [0; \pi]$.
$\sqrt{x^2 - a^2}$	Đặt $x = \frac{ a }{\sin t}$; với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\}$ hoặc $x = \frac{ a }{\cos t}$ với $t \in [0; \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$.
$\sqrt{a^2 + x^2}$	Đặt $x = a \tan t$; với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. hoặc $x = a \cot t$ với $t \in (0; \pi)$.
$\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ hoặc $\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$	Đặt $x = a \cos 2t$
$\sqrt{(x-a)(b-x)}$	Đặt $x = a + (b-a)\sin^2 t$
$\frac{1}{a^2 + x^2}$	Đặt $x = a \tan t$; với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

b. Đổi biến dạng 2:

Nếu hàm số $f(x)$ liên tục thì đặt $x = \varphi(t)$. Trong đó $\varphi(t)$ cùng với đạo hàm của nó ($\varphi'(t)$) là những hàm số liên tục) thì ta được :

$$\int f(x)dx = \int f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt = \int g(t)dt = G(t) + C.$$

PHƯƠNG PHÁP CHUNG.

- Bước 1: Chọn $t = \varphi(x)$. Với $\varphi(x)$ là hàm số mà ta chọn thích hợp.
- Bước 2: Tính vi phân hai vế: $dt = \varphi'(t)dt$.
- Bước 3: Biểu thị: $f(x)dx = f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt = g(t)dt$.
- Bước 4: Khi đó: $I = \int f(x)dx = \int g(t)dt = G(t) + C$

* Các dấu hiệu đổi biến thường gặp :

Dấu hiệu	Cách chọn
Hàm số mẫu số có	t là mẫu số
Hàm số: $f(x; \sqrt{\varphi(x)})$	$t = \sqrt{\varphi(x)}$
Hàm $f(x) = \frac{a.\sin x + b.\cos x}{c.\sin x + d.\cos x + e}$	$t = \tan \frac{x}{2}; \left(\cos \frac{x}{2} \neq 0 \right)$
Hàm $f(x) = \frac{1}{\sqrt{(x+a)(x+b)}}$	Với: $x+a > 0$ và $x+b > 0$. Đặt: $t = \sqrt{x+a} + \sqrt{x+b}$ Với $x+a < 0$ và $x+b < 0$. Đặt: $t = \sqrt{x-a} + \sqrt{-x-b}$

2. NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

Nếu $u(x)$, $v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên K :

$$\int u(x).v'(x)dx = u(x).v(x) - \int v(x).u'(x)dx$$

Hay $\int u dv = uv - \int v du$ (với $du = u'(x)dx$, $dv = v'(x)dx$)

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- Bước 1: Ta biến đổi tích phân ban đầu về dạng :

$$I = \int f(x)dx = \int f_1(x).f_2(x)dx$$

- Bước 2: Đặt: $\begin{cases} u = f_1(x) \\ dv = f_2(x) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} du = f_1'(x)dx \\ v = \int f_2(x)dx \end{cases}$

- Bước 3: Khi đó: $\int u.dv = u.v - \int v.du$

Dạng I: $I = \int P(x) \begin{cases} \sin x \\ \cos x \\ e^x \end{cases} . dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = P(x) \\ dv = \begin{Bmatrix} \sin x \\ \cos x \\ e^x \end{Bmatrix} . dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' . du = P'(x) dx \\ v = \begin{Bmatrix} -\cos x \\ \sin x \\ e^x \end{Bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I = P(x) \begin{Bmatrix} -\cos x \\ \sin x \\ e^x \end{Bmatrix} - \int \begin{Bmatrix} -\cos x \\ \sin x \\ e^x \end{Bmatrix} . P'(x) dx$$

Dạng II: $I = \int P(x) . \ln x dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = P(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \int P(x) dx = Q(x) \end{cases} \quad \text{Vậy } I = \ln x . Q(x) = \int Q(x) . \frac{1}{x} dx$$

Dạng III $I = \int e^x \begin{Bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{Bmatrix} dx$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = e^x \\ dv = \begin{Bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{Bmatrix} . dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = \begin{Bmatrix} -\cos x \\ \sin x \end{Bmatrix} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } I = e^x \begin{Bmatrix} -\cos x \\ \sin x \end{Bmatrix} - \int \begin{Bmatrix} -\cos x \\ \sin x \end{Bmatrix} e^x dx .$$

Bằng phương pháp tương tự tính được $\int \begin{Bmatrix} -\cos x \\ \sin x \end{Bmatrix} e^x dx$ sau đó thay vào I ra kết quả.

TÍCH PHÂN

1. CÔNG THỨC TÍNH TÍCH PHÂN

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

* *Nhận xét*: Tích phân của hàm số f từ a đến b có thể kí hiệu bởi $\int_a^b f(x)dx$ hay $\int_a^b f(t)dt$. Tích phân đó chỉ phụ thuộc vào f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào cách ghi biến số.

2. TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN

Giả sử cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K . a, b, c là ba số bất kỳ thuộc K . Khi đó ta có :

$$1. \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$2. \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$$

$$3. \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

$$4. \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx.$$

$$5. \int_a^b kf(x)dx = k \cdot \int_a^b f(x)dx.$$

$$6. \text{ Nếu } f(x) \geq 0, \forall x \in [a; b] \text{ thì : } \int_a^b f(x)dx \geq 0 \forall x \in [a; b]$$

$$7. \text{ Nếu } \forall x \in [a; b]: f(x) \geq g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx.$$

$$8. \text{ Nếu } \forall x \in [a; b] \text{ Nếu } M \leq f(x) \leq N \text{ thì } M(b-a) \leq \int_a^b f(x)dx \leq N(b-a).$$

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

1. ĐỔI BIẾN

a. Phương pháp đổi biến số dạng 1.

Định lí. Nếu 1) Hàm $x = u(t)$ có đạo hàm liên tục trên $[\alpha; \beta]$.

2) Hàm hợp $f(u(t))$ được xác định trên $[\alpha; \beta]$.

3) $u(\alpha) = a, u(\beta) = b$.

$$\text{Khi đó: } I = \int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(u(t))u'(t)dt.$$

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- **Bước 1:** Đặt $x = u(t)$
- **Bước 2:** Tính vi phân hai vế : $x = u(t) \Rightarrow dx = u'(t)dt$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x=b \\ x=a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=\beta \\ t=\alpha \end{cases}$$

- **Bước 3:** Chuyển tích phân đã cho sang tích phân theo biến t

$$\text{Vậy: } I = \int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f[u(t)]u'(t)dt = \int_\alpha^\beta g(t)dt = G(t) \Big|_\alpha^\beta = G(\beta) - G(\alpha)$$

b. Phương pháp đổi biến dạng 2

Định lí: Nếu hàm số $u = u(x)$ đơn điệu và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ sao cho $f(x)dx = g(u(x))u'(x)dx = g(u)du$ thì:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du.$$

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- **Bước 1:** Đặt $u = u(x) \Rightarrow du = u'(x)dx$
- **Bước 2:** Đổi cận : $\begin{cases} x=b \\ x=a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=u(b) \\ u=u(a) \end{cases}$
- **Bước 3:** Chuyển tích phân đã cho sang tích phân theo u

$$\text{Vậy: } I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b g[u(x)]u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du$$

II. TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

Định lí . Nếu $u(x)$ và $v(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$ thì:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = (u(x)v(x)) \Big|_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)dx \quad \text{Hay} \quad \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- **Bước 1:** Viết $f(x)dx$ dưới dạng $u dv = uv' dx$ bằng cách chọn một phần thích hợp của $f(x)$ làm $u(x)$ và phần còn lại $dv = v'(x)dx$
- **Bước 2:** Tính $du = u' dx$ và $v = \int dv = \int v'(x)dx$
- **Bước 3:** Tính $\int v u'(x)dx$ và $uv \Big|_a^b$

Cách đặt u và dv trong phương pháp tích phân từng phần.

Đặt u theo thứ tự ưu tiên: <u>Lỗc-đa-mũ-lượng</u>	$\int_a^b P(x)e^x dx$	$\int_a^b P(x) \ln x dx$	$\int_a^b P(x) \cos x dx$	$\int_a^b e^x \cos x dx$
u	$P(x)$	$\ln x$	$P(x)$	e^x
dv	$e^x dx$	$P(x) dx$	$\cos x dx$	$\cos x dx$

Chú ý: Nên chọn u là phần của $f(x)$ mà khi lấy đạo hàm thì đơn giản, chọn $dv = v' dx$ là phần của $f(x) dx$ là vi phân một hàm số đã biết hoặc có nguyên hàm dễ tìm.

TÍCH PHÂN CÁC HÀM SỐ SƠ CẤP CƠ BẢN

1. Tích phân hàm hữu tỉ

Dạng 1: $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{adx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln |ax+b| \Big|_{\alpha}^{\beta}$ (với $a \neq 0$)

Chú ý: Nếu $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{(ax+b)^k} = \frac{1}{a} \int_{\alpha}^{\beta} (ax+b)^{-k} \cdot adx = \frac{1}{a(1-k)} \cdot (ax+b)^{-k+1} \Big|_{\alpha}^{\beta}$

Dạng 2: $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{ax^2+bx+c}$ ($a \neq 0$) ($ax^2+bx+c \neq 0$ với mọi $x \in [\alpha; \beta]$)

Xét $\Delta = b^2 - 4ac$.

+ Nếu $\Delta > 0$: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\frac{1}{ax^2+bx+c} = \frac{1}{a(x-x_1)(x-x_2)} = \frac{1}{a(x_1-x_2)} \left(\frac{1}{x-x_1} - \frac{1}{x-x_2} \right)$ thì :

$I = \frac{1}{a(x_1-x_2)} \int_{\alpha}^{\beta} \left(\frac{1}{x-x_1} - \frac{1}{x-x_2} \right) dx = \frac{1}{a(x_1-x_2)} \left[\ln |x-x_1| - \ln |x-x_2| \right] \Big|_{\alpha}^{\beta} = \frac{1}{a(x_1-x_2)} \ln \left| \frac{x-x_1}{x-x_2} \right| \Big|_{\alpha}^{\beta}$

+ Nếu $\Delta = 0$: $\frac{1}{ax^2+bx+c} = \frac{1}{a(x-x_0)^2}$ ($x_0 = \frac{-b}{2a}$) thì $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \frac{1}{a} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{(x-x_0)^2} = -\frac{1}{a(x-x_0)} \Big|_{\alpha}^{\beta}$

+ Nếu $\Delta < 0$ thì $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{ax^2+bx+c} = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{-\Delta}}{2a} \right)^2 \right]}$

Đặt $x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2a} \tan t \Rightarrow dx = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{-\Delta}}{a^2} (1 + \tan^2 t) dt$

Dạng 3: $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{mx+n}{ax^2+bx+c} dx$, ($a \neq 0$).

(trong đó $f(x) = \frac{mx+n}{ax^2+bx+c}$ liên tục trên đoạn $[\alpha; \beta]$)

+) Bằng phương pháp đồng nhất hệ số, ta tìm A và B sao cho:

$$\frac{mx+n}{ax^2+bx+c} = \frac{A(ax^2+bx+c)'}{ax^2+bx+c} + \frac{B}{ax^2+bx+c} = \frac{A(2ax+b)}{ax^2+bx+c} + \frac{B}{ax^2+bx+c}$$

+) Ta có $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{mx+n}{ax^2+bx+c} dx = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{A(2ax+b)}{ax^2+bx+c} dx + \int_{\alpha}^{\beta} \frac{B}{ax^2+bx+c} dx$

Tích phân $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{A(2ax+b)}{ax^2+bx+c} dx = A \ln|ax^2+bx+c| \Big|_{\alpha}^{\beta}$

Tích phân $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{dx}{ax^2+bx+c}$ thuộc dạng 2.

Tích tích phân $I = \int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ với $P(x)$ và $Q(x)$ là đa thức của x .

- Nếu bậc của $P(x)$ lớn hơn hoặc bằng bậc của $Q(x)$ thì dùng phép chia đa thức.
- Nếu bậc của $P(x)$ nhỏ hơn bậc của $Q(x)$ thì xét các trường hợp:

+ Khi $Q(x)$ chỉ có nghiệm đơn $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ thì đặt

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_1}{x-\alpha_1} + \frac{A_2}{x-\alpha_2} + \dots + \frac{A_n}{x-\alpha_n}.$$

+ Khi $Q(x)$ có nghiệm đơn và vô nghiệm $Q(x) = (x-\alpha)(x^2+px+q)$, $\Delta = p^2-4q < 0$ thì đặt

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x-\alpha} + \frac{Bx+C}{x^2+px+q}.$$

+ Khi $Q(x)$ có nghiệm bội

$Q(x) = (x-\alpha)(x-\beta)^2$ với $\alpha \neq \beta$ thì đặt:

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A}{x-\alpha} + \frac{B}{x-\beta} + \frac{C}{(x-\beta)^2}.$$

$Q(x) = (x-\alpha)^2(x-\beta)^3$ với $\alpha \neq \beta$ thì đặt:

$$\frac{P(x)}{(x-\alpha)^2(x-\beta)^3} = \frac{A}{(x-\alpha)^2} + \frac{B}{(x-\alpha)} + \frac{C}{(x-\beta)^3} + \frac{D}{(x-\beta)^2} + \frac{E}{x-\beta}.$$

2. Tích phân hàm vô tỉ

$\int_a^b R(x, f(x)) dx$ trong đó $R(x, f(x))$ có dạng:

+) $R\left(x, \sqrt{\frac{a-x}{a+x}}\right)$. Đặt $x = a \cos 2t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

+) $R\left(x, \sqrt{a^2-x^2}\right)$. Đặt $x = |a| \sin t$ hoặc $x = |a| \cos t$

+) $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$. Đặt $t = \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}$

$$+) R(x, f(x)) = \frac{1}{(ax+b)\sqrt{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}}$$

Với $(\alpha x^2 + \beta x + \gamma)' = k(ax+b)$. Đặt $t = \sqrt{\alpha x^2 + \beta x + \gamma}$ hoặc $t = \frac{1}{ax+b}$

$$+) R(x, \sqrt{a^2 + x^2}). \text{ Đặt } x = |a| \tan t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$+) R(x, \sqrt{x^2 - a^2}). \text{ Đặt } x = \frac{|a|}{\cos x}, t \in [0; \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$$

$$+) R(\sqrt[n_1]{x}; \sqrt[n_2]{x}; \dots; \sqrt[n_k]{x}) \text{ Gọi } k = \text{BSCNN}(n_1; n_2; \dots; n_k). \text{ Đặt } x = t^k$$

a. Tích phân dạng : $I = \int_a^b \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx \quad (a \neq 0)$

$$\text{Từ : } f(x) = ax^2 + bx + c = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{b}{2a} = u \\ \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} = K \end{cases} \Leftrightarrow du = dx$$

Khi đó ta có :

* Nếu $\Delta < 0, a > 0 \Rightarrow f(x) = a(u^2 + k^2) \Leftrightarrow \sqrt{f(x)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{u^2 + k^2} \quad (1)$

* Nếu : $\Delta = 0 \Rightarrow f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \sqrt{f(x)} = \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right| = \sqrt{a} \cdot |u| \end{cases} \quad (2)$

* Nếu : $\Delta > 0$.

+ Với $a > 0$: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) \Leftrightarrow \sqrt{f(x)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{(x - x_1)(x - x_2)} \quad (3)$

+ Với $a < 0$: $f(x) = -a(x_1 - x)(x_2 - x) \Leftrightarrow \sqrt{f(x)} = \sqrt{-a} \cdot \sqrt{(x_1 - x)(x_2 - x)} \quad (4)$

Căn cứ vào phân tích trên , ta có một số cách giải sau :

 **Phương pháp :**

* Trường hợp : $\Delta < 0, a > 0 \Rightarrow f(x) = a(u^2 + k^2) \Leftrightarrow \sqrt{f(x)} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{u^2 + k^2}$

Khi đó đặt : $\sqrt{ax^2 + bx + c} = t - \sqrt{a} \cdot x$

$$\Rightarrow \begin{cases} bx + c = t^2 - 2\sqrt{a}x \\ x = \alpha \rightarrow t = t_0, x = \beta \rightarrow t = t_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{t^2 - c}{b + 2\sqrt{a}}; dx = \frac{2}{(b + 2\sqrt{a})} t dt \\ t - \sqrt{a} \cdot x = t - \sqrt{a} \cdot \frac{t^2 - c}{b + 2\sqrt{a}} \end{cases}$$

* Trường hợp : $\Delta = 0 \Rightarrow f(x) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \sqrt{f(x)} = \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right| = \sqrt{a} \cdot |u| \end{cases}$

$$\text{Khi đó : } I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|} dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\left| x + \frac{b}{2a} \right|} dx = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left(x + \frac{b}{2a} \right) \Big|_{\alpha}^{\beta} : x + \frac{b}{2a} > 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left(x + \frac{b}{2a} \right) \Big|_{\alpha}^{\beta} : x + \frac{b}{2a} < 0 \end{cases}$$

* Trường hợp : $\Delta > 0, a > 0$

$$\text{- Đặt : } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a(x - x_1)(x - x_2)} = \begin{cases} (x - x_1)t \\ (x - x_2)t \end{cases}$$

* Trường hợp : $\Delta > 0, a < 0$

$$\text{- Đặt : } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{a(x_1 - x)(x_2 - x)} = \begin{cases} (x_1 - x)t \\ (x_2 - x)t \end{cases}$$

b. Tích phân dạng : $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{mx + n}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx \quad (a \neq 0)$

 **Phương pháp :**

+ **Bước 1:** Phân tích $f(x) = \frac{mx + n}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \frac{Ad(\sqrt{ax^2 + bx + c})}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} + \frac{B}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} \quad (1)$

+ **Bước 2:** Quy đồng mẫu số, sau đó đồng nhất hệ số hai tử số để suy ra hệ hai ẩn số A, B

+ **Bước 3:** Giải hệ tìm A, B thay vào (1)

+ **Bước 4 :** Tính $I = 2A \left(\sqrt{ax^2 + bx + c} \right) \Big|_{\alpha}^{\beta} + B \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx \quad (2)$

Trong đó $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx \quad (a \neq 0)$ đã biết cách tính ở trên.

c. Tích phân dạng : $I = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{(mx + n)\sqrt{ax^2 + bx + c}} dx \quad (a \neq 0)$

 **Phương pháp :**

+ **Bước 1:** Phân tích : $\frac{1}{(mx + n)\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \frac{1}{m \left(x + \frac{n}{m} \right) \sqrt{ax^2 + bx + c}} \cdot (1)$

+ **Bước 2:** Đặt : $\frac{1}{y} = x + \frac{n}{m} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{x + t} \left(t = \frac{n}{m} \right) \rightarrow dy = -\frac{1}{x + t} dx \\ x = \frac{1}{y} - t \Rightarrow ax^2 + bx + c = a \left(\frac{1}{y} - t \right)^2 + b \left(\frac{1}{y} - t \right) + c \end{cases}$

+ **Bước 3:** Thay tất cả vào (1) thì I có dạng : $I = \pm \int_{\alpha'}^{\beta'} \frac{dy}{\sqrt{Ly^2 + My + N}}$.

Tích phân này chúng ta đã biết cách tính.

d. Tích phân dạng : $I = \int_{\alpha}^{\beta} R(x; y) dx = \int_{\alpha}^{\beta} R\left(x; \sqrt[m]{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}}\right) dx$

(Trong đó : $R(x; y)$ là hàm số hữu tỷ đối với hai biến số x, y và $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ là các hằng số đã biết)

✎ **Phương pháp :**

+ **Bước 1:** Đặt : $t = \sqrt[m]{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}}$ (1)

+ **Bước 2:** Tính x theo t bằng cách nâng lũy thừa bậc m hai vế của (1) ta có dạng $x = \varphi(t)$

+ **Bước 3:** Tính vi phân hai vế : $dx = \varphi'(t)dt$ và đổi cận

+ **Bước 4:** Tính : $\int_{\alpha}^{\beta} R\left(x; \sqrt[m]{\frac{\alpha x + \beta}{\gamma x + \delta}}\right) dx = \int_{\alpha'}^{\beta'} R(\varphi(t); t) \varphi'(t) dt$

3. Tích phân hàm lượng giác

Một số công thức lượng giác

a. Công thức cộng:

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cdot \cos b \mp \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cdot \cos b \pm \sin b \cdot \cos a \quad \tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \cdot \tan b}$$

b. Công thức nhân:

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a = \frac{1 - \tan^2 a}{1 + \tan^2 a}$$

$$\sin 2a = 2\sin a \cdot \cos a = \frac{2\tan a}{1 + \tan^2 a} \quad ; \quad \tan 2a = \frac{2\tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\cos 3a = 4\cos^3 a - 3\cos a \quad ; \quad \sin 3a = 3\sin a - 4\sin^3 a$$

c. Công thức hạ bậc:

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2} \quad ; \quad \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2} \quad ; \quad \tan^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a}$$

$$\sin^3 a = \frac{3\sin a - \sin 3a}{4} \quad ; \quad \cos^3 a = \frac{\cos 3a + 3\cos a}{4}$$

d. Công thức tính theo t : $t = \tan \frac{a}{2}$

$$\sin a = \frac{2t}{1+t^2} \quad \cos a = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad \tan a = \frac{2t}{1-t^2}$$

e. Công thức biến đổi tích thành tổng:

$$\cos \alpha . \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha + \beta) + \cos (\alpha - \beta)]$$

$$\sin \alpha . \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos (\alpha - \beta) - \cos (\alpha + \beta)]$$

$$\sin \alpha . \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin (\alpha + \beta) + \sin (\alpha - \beta)]$$

f. Công thức biến đổi tổng thành tích:

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} . \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} . \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} . \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} . \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$ $\tan \alpha - \tan \beta = \frac{\sin (\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$	Hệ quả: $\cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$ $\cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2} \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right)$ Công thức thường dùng: $\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha = \frac{3 + \cos 4\alpha}{4}$ $\cos^6 \alpha + \sin^6 \alpha = \frac{5 + 3 \cos 4\alpha}{8}$
--	---

Một số dạng tích phân lượng giác

- Nếu gặp $I = \int_a^b f(\sin x) . \cos x dx$. Đặt $t = \sin x$.
- Nếu gặp dạng $I = \int_a^b f(\cos x) . \sin x dx$. Đặt $t = \cos x$.
- Nếu gặp dạng $I = \int_a^b f(\tan x) \frac{dx}{\cos^2 x}$. Đặt $t = \tan x$.
- Nếu gặp dạng $I = \int_a^b f(\cot x) \frac{dx}{\sin^2 x}$. Đặt $t = \cot x$.

I. Dạng 1: $I_1 = \int (\sin x)^n dx$; $I_2 = \int (\cos x)^n dx$

2. Phương pháp

2.1. Nếu n chẵn thì sử dụng công thức hạ bậc

2.2. Nếu $n = 3$ thì sử dụng công thức hạ bậc hoặc biến đổi theo 2.3.

2.3. Nếu $3 \leq n$ lẻ ($n = 2p + 1$) thì thực hiện biến đổi:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int (\sin x)^n dx = \int (\sin x)^{2p+1} dx = \int (\sin x)^{2p} \sin x dx = -\int (1 - \cos^2 x)^p d(\cos x) \\ &= -\int \left[C_p^0 - C_p^1 \cos^2 x + \dots + (-1)^k C_p^k (\cos^2 x)^k + \dots + (-1)^p C_p^p (\cos^2 x)^p \right] d(\cos x) \\ &= -\left[C_p^0 \cos x - \frac{1}{3} C_p^1 \cos^3 x + \dots + \frac{(-1)^k}{2k+1} C_p^k (\cos x)^{2k+1} + \dots + \frac{(-1)^p}{2p+1} C_p^p (\cos x)^{2p+1} \right] + C \\ I_2 &= \int (\cos x)^n dx = \int (\cos x)^{2p+1} dx = \int (\cos x)^{2p} \cos x dx = \int (1 - \sin^2 x)^p d(\sin x) \end{aligned}$$

$$= \int \left[C_p^0 - C_p^1 \sin^2 x + \dots + (-1)^k C_p^k (\sin^2 x)^k + \dots + (-1)^p C_p^p (\sin^2 x)^p \right] d(\sin x)$$

$$= \left[C_p^0 \sin x - \frac{1}{3} C_p^1 \sin^3 x + \dots + \frac{(-1)^k}{2k+1} C_p^k (\sin x)^{2k+1} + \dots + \frac{(-1)^p}{2p+1} C_p^p (\sin x)^{2p+1} \right] + C$$

II. Dạng 2: $J = \int \sin^m x \cos^n x dx$ Với $(m, n \in \mathbb{N}^*)$

1. Phương pháp:

1.1. Trường hợp 1: m, n là các số nguyên

a. Nếu m chẵn, n chẵn thì sử dụng công thức hạ bậc, biến đổi tích thành tổng.

b. Nếu m chẵn, n lẻ thì biến đổi:

$$I = \int (\sin x)^m (\cos x)^{2p+1} dx = \int (\sin x)^m (\cos x)^{2p} \cos x dx = \int (\sin x)^m (1 - \sin^2 x)^p d(\sin x)$$

$$= \int (\sin x)^m \left[C_p^0 - C_p^1 \sin^2 x + \dots + (-1)^k C_p^k (\sin^2 x)^k + \dots + (-1)^p C_p^p (\sin^2 x)^p \right] d(\sin x) =$$

$$\left[C_p^0 \frac{(\sin x)^{m+1}}{m+1} - C_p^1 \frac{(\sin x)^{m+3}}{m+3} + \dots + (-1)^k C_p^k \frac{(\sin x)^{2k+1+m}}{2k+1+m} + \dots + (-1)^p C_p^p \frac{(\sin x)^{2p+1+m}}{2p+1+m} \right] + C$$

c. Nếu m chẵn,

n lẻ ($n = 2p + 1$) thì biến đổi:

$$I = \int (\sin x)^{2p+1} (\cos x)^n dx = \int (\cos x)^n (\sin x)^{2p} \sin x dx = - \int (\cos x)^n (1 - \cos^2 x)^p d(\cos x)$$

$$= - \int (\cos x)^n \left[C_p^0 - C_p^1 \cos^2 x + \dots + (-1)^k C_p^k (\cos^2 x)^k + \dots + (-1)^p C_p^p (\cos^2 x)^p \right] d(\cos x)$$

$$= - \left[C_p^0 \frac{(\cos x)^{n+1}}{n+1} - C_p^1 \frac{(\cos x)^{n+3}}{n+3} + \dots + (-1)^k C_p^k \frac{(\cos x)^{2k+1+n}}{2k+1+n} + \dots + (-1)^p C_p^p \frac{(\cos x)^{2p+1+n}}{2p+1+n} \right] + C$$

d. Nếu

m, n lẻ thì sử dụng biến đổi 1.2 hoặc 1.3 cho số mũ lẻ bé hơn.

1.2. Nếu m, n là các số hữu tỉ thì biến đổi và đặt $u = \sin x$

$$B = \int \sin^m x \cos^n x dx = \int (\sin x)^m (\cos^2 x)^{\frac{n-1}{2}} \cos x dx = \int u^m (1-u^2)^{\frac{n-1}{2}} du (*)$$

• Tích phân (*) tính được $\Leftrightarrow 1$ trong 3 số $\frac{m+1}{2}; \frac{n-1}{2}; \frac{m+k}{2}$ nguyên

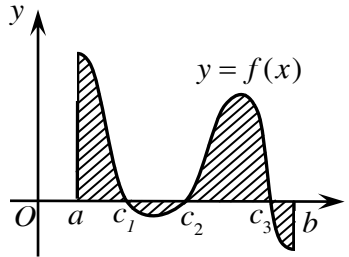
III. Dạng 3: $I_1 = \int (\tan x)^n dx; I_2 = \int (\cot x)^n dx$ ($n \in \mathbb{N}$).

- $\int (1 + \tan^2 x) dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int d(\tan x) = \tan x + C$
- $\int (1 + \cot^2 x) dx = - \int \frac{dx}{\sin^2 x} = - \int d(\cot x) = -\cot x + C$
- $\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = - \int \frac{d(\cos x)}{\cos x} = -\ln |\cos x| + C$
- $\int \cot x dx = \int \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = \ln |\sin x| + C$

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

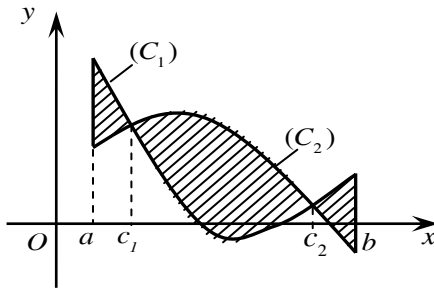
1. Diện tích hình phẳng

- a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định: $S = \int_a^b |f(x)| dx$



$$(H) \begin{cases} y = f(x) \\ y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases} \quad \boxed{S = \int_a^b |f(x)| dx}$$

- b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được xác định: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$



$$(H) \begin{cases} (C_1): y = f_1(x) \\ (C_2): y = f_2(x) \\ x = a \\ x = b \end{cases} \quad \boxed{S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx}$$

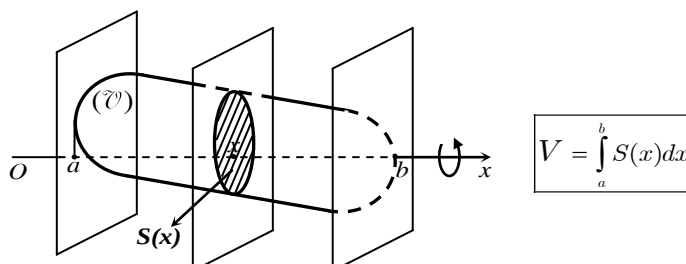
- Trên $[a; b]$ hàm số $f(x)$ không đổi dấu thì: $\int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$
- Nhớ vững cách tính tích phân của hàm số chứa giá trị tuyệt đối
- Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$,

$x = h(y)$ và hai đường thẳng $y = c$, $y = d$ được xác định: $S = \int_c^d |g(y) - h(y)| dy$

2. Thể tích vật thể và thể tích khối tròn xoay

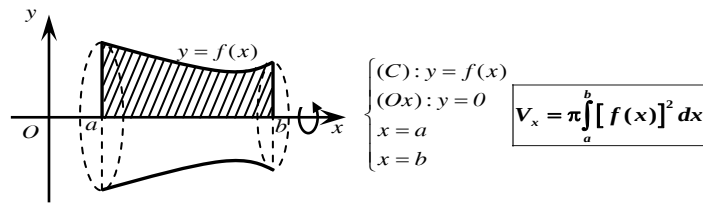
- a) Thể tích vật thể:

Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b ; $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$.

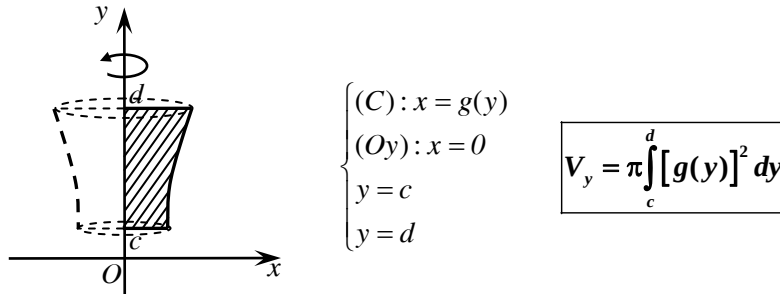


- b) Thể tích khối tròn xoay:

- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :



- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y = c$, $y = d$ quanh trục Oy :



- Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :
- $$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$

BÀI TẬP TÌM NGUYÊN HÀM BẰNG CÁCH DÙNG BẢNG NGUYÊN HÀM VÀ CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP	
1. $\int (7x - 3)dx$	16. $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$
2. $\int \frac{5 - x + \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$	17. $\int \frac{x}{(x+2)^2} dx$
3. $\int (\frac{3}{x} - 2x)dx$	18. $\int \frac{4\sin^3 x}{1 + \cos x} dx$
4. $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 1} dx$	19. $\int \frac{x^3}{x + 2} dx$
5. $\int \frac{5x^4 + 3x - 3}{x^2} dx$	20. $\int \frac{3xdx}{x^2 - 5x + 4}$
6. $\int \frac{(x^2 - 2)^2}{x^2} dx$	21. $\int (\tan x - \cot x)^2 dx$
7. $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + x \right) dx$	22. $\int \frac{2^{x-3} - 1}{e^x} dx$
8. $\int (2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x^2} - 2)dx$	23. $\int \frac{2x+1}{(x-1)(x+1)} dx$
9. $\int \frac{x-4}{\sqrt[3]{x}} dx$	24. $\int e^{2x-3} dx$
10. $\int \frac{3x^2 - \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x} dx$	25. $\int e^x \left(4 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx$
11. $\int \sin 2x dx$	26. $\int 2^{3x+1} dx$
12. $\int \sin 2x \cdot \cos 3x dx$	27. $\int \frac{\cos^3 x}{1 + \sin x} dx$
13. $\int \sin(2x+1)dx$	28. $\int \cos^3 x \sin x dx$
14. $\int 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx$	29. $\int \tan^2 x dx$
15. $\int \frac{dx}{(3-2x)^5}$	30. $\int \frac{e^{3x+1}}{4^x} dx$

BÀI TẬP TÌM NGUYÊN HÀM BẰNG PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN

1. $\int (3x - 2)^{10} dx$	21. $\int \frac{3x^2}{\sqrt{5 + 2x^3}} dx$
2. $\int \sqrt{5 - 3x} dx$	22. $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
3. $\int \sqrt{x^2 + 1} \cdot x dx$	23. $\int \frac{x dx}{x^2 + 2014}$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{5x + 3}}$	24. $\int \frac{dx}{(3 - 2x)^5}$
5. $\int (x^3 + 5)^4 x^2 dx$	25. $\int (2x^2 + 1)^7 x dx$
6. $\int x \sqrt{x - 1} \cdot dx$	26. $\int \sin^{2014} x \cos x dx$
7. $\int x \cdot e^{x^2 + 1} dx$	27. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$
8. $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$	28. $\int \cot g x dx$
9. $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} \cdot dx$	29. $\int \frac{tg x dx}{\cos^2 x}$
10. $\int x^3 \sqrt{x^2 + 1} \cdot dx$	30. $\int tg x dx$
11. $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$	31. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^2}}$
12. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x})^2}$	32. $\int \frac{dx}{e^{2x} + 5}$
13. $\int \frac{dx}{e^x + 1}$	33. $\int x^2 \sqrt{1 - x^2} \cdot dx$
14. $\int \frac{dx}{x^2 + x + 1}$	34. $\int \frac{xe^x + 1}{x(e^x + \ln x)} dx$

15. $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt{e^x - 3}}$	35. $\int \frac{dx}{\sin x}$
16. $\int \sqrt{1-x^2} .dx$	36. $\int \frac{dx}{\cos x}$
17. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$	37. $\int \frac{1}{\tan x} dx$
18. $\int \frac{dx}{1+x^2}$	38. $\int \frac{1}{\cot x} dx$
19. $\int \frac{e^{tgx}}{\cos^2 x} dx$	39. $\int \frac{(\sin x + \cos x) dx}{\sqrt{\sin x - \cos x}}$
20. $\int e^{4\cos x} \sin x dx$	40. $\int \sin^3 x dx$

**BÀI TẬP TÌM NGUYÊN HÀM BẰNG PHƯƠNG PHÁP
NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN**

1. $\int x \cdot \sin x dx$	21. $\int \sqrt{x} \ln x dx$
2. $\int x \cos x dx$	22. $\int \ln x dx$
3. $\int (x+1) \sin x dx$	23. $\int \ln^2 x dx$
4. $\int x \sin 2x dx$	24. $\int x^2 \ln x dx$
5. $\int x \cos 2x dx$	25. $\int \sin \sqrt{x} dx$
6. $\int x \cdot e^x dx$	26. $\int \frac{\ln x dx}{\sqrt{x}}$
7. $\int x \ln x dx$	27. $\int \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx$
8. $\int x^2 \cos x dx$	28. $\int x \ln(1+x^2) dx$
9. $\int (x^2 + 5) \sin x dx$	29. $\int 2^x x dx$

10. $\int x \sin^2 x dx$	30. $\int \ln(x^2 + 1) dx$
11. $\int x^3 e^{-x^2} dx$	31. $\int (2x + 3) \ln x dx$
12. $\int x^2 \cos 2x dx$	32. $\int \frac{x \cdot \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$
13. $\int (x^2 + 2x + 3) \cos x dx$	33. $\int (1 + \tan x + \tan^2 x) e^x dx$
14. $\int e^x \cdot \cos x dx$	34. $\int \cos(\ln x) dx$
15. $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$	35. $\int 2x \ln(1 + x) dx$
16. $\int x \tan^2 x dx$	36. $\int x \cdot \ln \frac{1-x}{1+x} dx$
17. $\int (2x + 3) e^x dx$	37. $\int x^2 \ln 2x dx$
18. $\int x^2 e^x dx$	38. $\int \cos x \cdot \ln(1 + \cos x) dx$
19. $\int e^{\sqrt{x}} dx$	39. $\int e^{2x} \cos x dx$
20. $\int e^x \sin x dx$	40. $\int \frac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x} dx$

CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

1. TÍNH TÍCH PHÂN BẰNG CÁCH SỬ DỤNG CÁC NGUYÊN HÀM CƠ BẢN VÀ CÁC TÍNH CHẤT CỦA TÍCH PHÂN

Ví dụ 1: Tính tích phân $I = \int_1^{\sqrt{2}} (x^3 + 2x + 1)dx$

Giải:

$$I = \int_1^{\sqrt{2}} (x^3 + 2x + 1)dx = \left(\frac{x^4}{4} + x^2 + x \right) \Big|_1^{\sqrt{2}} = (1 + 2 + \sqrt{2}) - \left(\frac{1}{4} + 1 + 1 \right) = \frac{3}{4} + \sqrt{2}$$

Ví dụ 2: Tính tích phân $I = \int_{-\frac{1}{3}}^1 e^{3x+1}dx$

Giải:

$$I = \int_{-\frac{1}{3}}^1 e^{3x+1}dx = \left(\frac{e^{3x+1}}{3} \right) \Big|_{-\frac{1}{3}}^1 = \frac{1}{3}(e^4 - e^0)$$

Ví dụ 3: Tính tích phân $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \right) dx$.

Giải:

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} \right) dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{-d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = -(\ln |\sin x + \cos x|) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \ln \sqrt{2}$$

Ví dụ 4: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x}$.

Giải:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 + \cos x} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos^2 \frac{x}{2}} = \tan \frac{x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

TÍNH TÍCH PHÂN BẰNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI SƠ CẤP

1. $I = \int_0^1 (2x^2 + x + 1)dx$	16. $I = \int_0^1 e^{2x+1} dx$
2. $I = \int_{-1}^1 (7x^3 - 2x - \frac{2}{5})dx$	17. $I = \int_0^1 (e^x + x)dx$
3. $I = \int_0^1 (e^x + x^2 + 1)dx$	18. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x}{2 \cos 3x + 1} dx$
4. $I = \int_1^2 \frac{x^3 + x^2 - 2x - 2}{x^3} dx$	19. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x dx$
5. $I = \int_0^1 (x^3 + x\sqrt{x})dx$	20. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin^4 x + \cos^4 x)dx$
6. $I = \int_{-1}^2 x^3 - 2x^2 - x + 2 dx$	21. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^6 x + \cos^6 x)dx$
7. $I = \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{3}{x^3} + 4 \right) dx$	22. $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (\tan x - \cot x)^2 dx$
8. $I = \int_1^e \frac{5x^3 + x\sqrt{x} - 2x + 1}{x} dx$	23. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$
9. $I = \int_2^{\sqrt{8}} \left(3 + 4x - \frac{2}{3\sqrt{x^2}} \right) dx$	24. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^4 x} dx$
10. $I = \int_1^{e^2} \frac{2\sqrt{x} + 11 - 7x + \sqrt[3]{x}}{3x} dx$	25. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^6 x} dx$
11. $I = \int_1^2 (\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)dx$	26. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x (\sin^4 x + \cos^4 x) dx$
12. $I = \int_1^{\pi} \sin x dx$	27. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \sin 2x dx$
13. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$	28. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{4}{\sin^2 2x} dx$
14. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$	29. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}} (\tan x - 2 \cot x)^2 dx$

15. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cot x dx$	30. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} dx$
LUYỆN TẬP DÙNG VI PHÂN 1	
1/ $I = \int_{-2}^1 \frac{dx}{(11+5x)^2}$	6. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos 2x dx$
2. $I = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{e^{-x} + 1} dx$	7. $I = \int_1^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{3} \right) dx$
3. $I = \int_0^1 x^3 (1+x^4)^3 dx$	8. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x dx$
4. $I = \int_1^{\frac{22}{3}} \sqrt[3]{3x+5} dx$	9. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx$
5. $I = \int_0^3 (x-1)^2 (2+x)^{2015} dx$	10. $I = \int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$

LUYỆN TẬP DÙNG VI PHÂN 2	
1. $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x dx$	6. $I = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$
2. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x + 2}}{\cos^2 x} dx$	7. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x} \sin 2x dx$
3. $I = \int_1^3 x(2-x^2)^{2015} dx$	8. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2 \sin^2 x}{1 + \sin 2x} dx$
4. $I = \int_0^1 x^3 \sqrt{2-x^2} dx$	9. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cdot \ln(\cos x) dx$
5. $I = \int_0^1 \frac{x}{4-x^2} dx$	10. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\tan x} \cdot dx}{\cos^2 x}$

2. PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ

a. Phương pháp đổi biến số dạng 1.

Định lý. Nếu 1) Hàm $X = u(t)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[\alpha; \beta]$,

2) Hàm hợp $f(u(t))$ được xác định trên $[\alpha; \beta]$,

3) $u(\alpha) = a, u(\beta) = b$,

$$\text{thì } I = \int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(u(t))u'(t)dt.$$

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- **Bước 1:** Đặt $x = u(t)$
- **Bước 2:** Tính vi phân hai vế: $x = u(t) \Rightarrow dx = u'(t)dt$
Đổi cận: $\begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \beta \\ t = \alpha \end{cases}$
- **Bước 3:** Chuyển tích phân đã cho sang tích phân theo biến t

$$\text{Vậy: } I = \int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f[u(t)]u'(t)dt = \int_{\alpha}^{\beta} g(t)dt = G(t) \Big|_{\alpha}^{\beta} = G(\beta) - G(\alpha)$$

* Các dấu hiệu đổi biến thường gặp :

Dấu hiệu	Cách chọn
$\sqrt{a^2 - x^2}$	Đặt $x = a \sin t$; với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. hoặc $x = a \cos t$; với $t \in [0; \pi]$.
$\sqrt{x^2 - a^2}$	Đặt $x = \frac{ a }{\sin t}$; với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \setminus \{0\}$. hoặc $x = \frac{ a }{\cos t}$; với $t \in [0; \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$.
$\sqrt{a^2 + x^2}$	Đặt $x = a \tan t$; với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. hoặc $x = a \cot t$; với $t \in (0; \pi)$.
$\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ hoặc $\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$	Đặt $x = a \cos 2t$
$\sqrt{(x-a)(b-x)}$	Đặt $x = a + (b-a)\sin^2 t$

$\frac{1}{a^2 + x^2}$	Đặt $x = atant$; với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
-----------------------	--

Ví dụ 1: $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$

Giải:

Đặt $x = \sin t$ với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \cos t dt$

Đổi cận:

x	0	1
t	0	$\frac{\pi}{2}$

Do đó: $f(x)dx = \sqrt{1-x^2} dx = \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt = \cos^2 t dt = \frac{1}{2}(1 + \cos 2t) dt$

Vậy: $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \cos 2t) dt}{2} = \frac{1}{2} \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi-1}{4}$

Ví dụ 2: Tính $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$

Giải:

Đặt $x = \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = \cos t dt$

Đổi cận:

x	0	1
t	0	$\frac{\pi}{2}$

Khi đó: $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t \sqrt{1-\sin^2 t} \cdot \cos t dt = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 t \cos^2 t dt = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 2t dt$
 $= \frac{1}{8} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 4t) dt = \frac{1}{8} \left(t - \frac{1}{4} \sin 4t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{16}$

Ví dụ 3: Tính $I = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^8} dx$.

Giải:

Ta có: $\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^8} dx = \int_0^1 \frac{x^3}{1+(x^4)^2} dx$.

Đặt $x^4 = \tan t$ với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow x^3 dx = \frac{1}{4}(1 + \tan^2 t) dt$.

Đổi cận:

x	0	0
t	0	$\frac{\pi}{4}$

Khi đó: $I = \int_0^1 \frac{x^3}{1+x^8} dx = \int_0^1 \frac{x^3}{1+(x^4)^2} dx = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\tan^2 t}{1+\tan^2 t} dt = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = \frac{1}{4} t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{16} ..$

Ví dụ 4: Tính $I = \int_1^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \frac{x^2+1}{x^4-x^2+1} dx$.

Giải:

Ta có: $\int_1^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \frac{x^2+1}{x^4-x^2+1} dx = \int_1^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \frac{1+\frac{1}{x^2}}{x^2-1+\frac{1}{x^2}} dx = \int_1^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \frac{\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+1} dx$.

Đặt $t = x - \frac{1}{x} \Rightarrow dt = \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$.

Đổi cận:

x	1	$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$
t	0	1

Khi đó: $I = \int_0^1 \frac{dt}{1+t^2}$.

Đặt $t = \tan u \Rightarrow dt = (1 + \tan^2 u) du$.

Đổi cận:

x	0	1
t	0	$\frac{\pi}{4}$

Vậy $I = \int_0^1 \frac{dt}{1+t^2} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\tan^2 u}{1+\tan^2 u} du = \int_0^{\frac{\pi}{4}} du = u \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{4} ..$

Ví dụ 5: Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$

Giải:

Đặt $\sin x = \tan t$ với $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cos x dx = (1 + \tan^2 t) dt$.

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	0	$\frac{\pi}{4}$

Khi đó:
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 t}{1 + \tan^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = \frac{\pi}{4}.$$

b. Phương pháp đổi biến dạng 2

Định lí: Nếu hàm số $u = u(x)$ đơn điệu và có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a; b]$ sao cho

$$f(x)dx = g(u(x))u'(x)dx = g(u)du \text{ thì: } I = \int_a^b f(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du.$$

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- **Bước 1:** Đặt $u = u(x) \Rightarrow du = u'(x)dx$
- **Bước 2:** Đổi cận: $\begin{cases} x = b \\ x = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = u(b) \\ u = u(a) \end{cases}$
- **Bước 3:** Chuyển tích phân đã cho sang tích phân theo biến u

Vậy:
$$I = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b g[u(x)]u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du$$

Ví dụ 1: Tính $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx$.

Giải:

Đặt $t = e^x \Rightarrow dt = e^x dx$

Đổi cận:

x	0	$\ln 2$
t	1	2

Khi đó:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x + 3}{e^{2x} + 3e^x + 2} e^x dx = \int_1^2 \frac{t + 3}{t^2 + 3t + 2} dt = \int_1^2 \left(\frac{2}{t+1} - \frac{1}{t+2} \right) dt = \\ &= 2 \int_1^2 \frac{1}{t+1} dt - \int_1^2 \frac{1}{t+2} dt = 2 \ln|t+1| \Big|_1^2 - \ln|t+2| \Big|_1^2 = 2(\ln 3 - \ln 2) - (\ln 4 - \ln 3) = 2 \ln \frac{3}{2} - \ln \frac{4}{3} = \ln \frac{9}{4} - \ln \frac{4}{3} = \ln \frac{27}{16} \end{aligned}$$

Ví dụ 2: Tính $I = \int_0^1 \frac{\ln(2-x)}{2-x} dx$.

Giải:

$$\text{Đặt } t = \ln(2-x) \Rightarrow dt = \frac{-dx}{2-x}.$$

Đổi cận:

x	1	1
t	ln2	0

$$\text{Khi đó: } I = \int_0^1 \frac{\ln(2-x)}{2-x} dx = - \int_{\ln 2}^0 t dt = \int_0^{\ln 2} t dt = \frac{t^2}{2} \Big|_0^{\ln 2} = \frac{\ln^2 2}{2} ..$$

BÀI TẬP TÍCH PHÂN ĐỔI BIẾN DẠNG 1

Luyện tập 1

1. $I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{\sqrt{1-2x^2}} dx$ KQ: $\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$	6. $I = \int_0^1 \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}} dx$ KQ: $2 - \frac{\pi}{2}$
2. $I = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}} dx$ KQ: $\frac{\pi}{6}$	7. $I = \int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ KQ: $I = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right)$
3. $I = \int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx$ KQ: $\frac{\pi a^4}{16}$	8. $I = \int_{-1}^0 \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx$ KQ: $1 - \frac{\pi}{4}$
4. $I = \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx.$ KQ: $1 - \frac{\pi}{4}$	9. $I = \int_{3\sqrt{2}}^6 \frac{1}{x\sqrt{x^2-9}} dx$ KQ: $\frac{\pi}{36}$
5. $I = \int_0^1 \frac{x}{x^4 + x^2 + 1} dx.$ KQ: $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$	10. $I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$ KQ: $\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$

Luyện tập 2

1. $I = \int_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ KQ: $\frac{\pi}{12}$	11. $I = \int_{-1}^{\sqrt{3}} \sqrt{4-x^2} dx$ KQ: $\pi + \sqrt{3}$
2. $I = \int_0^2 \sqrt{\frac{2-x}{x+2}} dx$ KQ: $\pi - 2$	12. $I = \int_1^3 \frac{dx}{x^2 - 4x + 5}$ KQ: $\frac{\pi}{2}$

3. $I = \int_1^2 x^2 \sqrt{4-x^2} dx$ KQ: $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}$	13. $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-2x\sqrt{1-x^2}} dx$ KQ: $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}-1}{8}$
4. $I = \int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{2}{x\sqrt{4x^2-1}} dx$ KQ: $\frac{8\pi}{3}$	14. $I = \int_{-a}^0 \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} dx$ KQ: $a\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$
5. $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x dx}{\cos^4 x (\tan^2 x - 2 \tan x + 5)}$ KQ: $2 + \ln \frac{2}{3} - \frac{3\pi}{8}$	15. $I = \int_{-1}^0 \frac{1}{x^2 + 2x + 4} dx$ KQ: $\frac{\pi\sqrt{3}}{18}$
6. $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{9+3x^2}}{x^2} dx$ KQ: $2\sqrt{3} - \sqrt{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \ln \frac{2+\sqrt{2}}{3(2-\sqrt{2})}$	16. $I = \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}} dx$ KQ: $\frac{2}{3} - 3\sqrt{3}$
7. $I = \int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$ KQ: $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$	17. $I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$ KQ: 0
8. $I = \int_{-\frac{1}{2}}^1 \sqrt{1-x^2} dx$ KQ: $\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8}$	18. $I = \int_0^2 x\sqrt{2x-x^2} dx$ KQ: $\frac{2}{3}$
9. $I = \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ ($a > 0$) KQ: $\frac{\pi}{6}$	19. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\tan x}{\cos x \sqrt{1+\cos^2 x}} dx$ KQ: $2 - \sqrt{2}$
10. $I = \int_0^a \frac{dx}{a^2+x^2}$ ($a > 0$) KQ: $\frac{\pi}{4a}$	20. $I = \int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx$ KQ: $\frac{3\pi}{16}$

BÀI TẬP TÍCH PHÂN ĐÔI BIẾN DẠNG 2

Luyện tập 1	
1. $I = \int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$ KQ: $\frac{2}{15}$	6. $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$ KQ: $\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$
2. $I = \int_0^3 \frac{2x^2+x-1}{\sqrt{x+1}} dx$ KQ: $\frac{54}{5}$	7. $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x+\sqrt{x^2+1}} dx$ KQ: $\frac{2\sqrt{2}}{15} - \frac{1}{15}$

3. $I = \int_1^e \frac{1}{x(1+\ln x)} dx.$ KQ: $-\ln 2$	8. $I = \int_0^1 x^{15} \cdot \sqrt{1+3x^8} \cdot dx.$ KQ: $\frac{29}{270}$
4. $I = \int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3}}.$ KQ: $-\frac{2}{3}\ln(\sqrt{2}-1)$	9. $I = \int_{\sqrt{7}}^4 \frac{dx}{x\sqrt{x^2+9}}.$ KQ: $\frac{1}{6}\ln\frac{7}{4}$
5. $I = \int_0^1 x^3(x^4+1)^4 dx.$ KQ: $\frac{31}{20}$	10. $I = \int_0^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} dx$ KQ: $-3+6\ln\frac{3}{2}$

Luyện tập 2

1. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan^3 x}{\cos 2x} dx$ KQ: $-\frac{1}{6} - \frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$	11. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{(\cos x - \sin x + 3)^3} dx$ KQ: $-\frac{1}{32}$
2. $I = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x} dx}{e^x - 1 + \sqrt{e^x - 2}}$ KQ: $2\ln 3 - 1$	12. $I = \int_0^1 x^5(1-x^3)^6 dx$ KQ: $\frac{1}{168}$
3. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^4 x}$ KQ: $\frac{8\sqrt{3}-4}{3}$	13. $I = \int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{4+x^2}}$ KQ: $-\frac{3}{2}\left(\frac{8}{5} + 4\sqrt[3]{2}\right)$
4. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{dx}{\sqrt[4]{\sin^3 x \cdot \cos^5 x}}$ KQ: $4(\sqrt[8]{3}-1)$	14. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin x}{\cos 2x} dx$ KQ: $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left \frac{3-2\sqrt{2}}{5-2\sqrt{6}} \right $
5. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x dx}{\cos x \sqrt{1+\cos^2 x}}$ KQ: $\sqrt{3}-\sqrt{2}$	15. $I = \int_1^5 \frac{x^2+1}{x\sqrt{3x+1}} dx$ KQ: $\frac{100}{27}\ln\frac{9}{5}$
6. $I = \int_1^{\sqrt[4]{3}} \frac{1}{x(x^4+1)} dx$ KQ: $\frac{1}{4}\ln\frac{3}{2}$	16. $I = \int_2^5 \frac{\ln(\sqrt{x-1}+1)}{x-1+\sqrt{x-1}} dx$ KQ: $\ln^2 3 - \ln^2 2$
7. $I = \int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}}{1+\sqrt{2x+1}} dx$ KQ: $2+2\ln 2$	17. $I = \int_0^{3\ln 2} \frac{dx}{(\sqrt[3]{e^x}+2)^2}$ KQ: $\frac{3}{4}\ln\frac{3}{2} - \frac{1}{8}$

8. $I = \int_0^4 \frac{x+1}{(1+\sqrt{1+2x})^2} dx$ KQ: $2\ln 2 - \frac{1}{4}$	18. $I = 2 \int_1^2 \sqrt[6]{1-\cos^3 x} \cdot \sin x \cdot \cos^5 x dx$ KQ: $\frac{12}{91}$
9. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{3 - \sin 2x}} dx$ KQ: $\frac{\pi}{12}$	19. $I = \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^6}}$ KQ: $\frac{\pi}{18}$
10. $I = \int_0^{\ln 3} \frac{2e^{3x} - e^{2x}}{e^x \sqrt{4e^x - 3 + 1}} dx$ KQ: $\frac{8 - \ln 5}{3}$	20. $I = \int_0^4 \frac{x+1}{(1+\sqrt{1+2x})^2} dx$ KQ: $2\ln 2 - \frac{1}{4}$

3. TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

Định lý. Nếu $u(x)$ và $v(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[a; b]$ thì:

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx = (u(x)v(x))\Big|_a^b - \int_a^b v(x)u'(x)dx$$

$$\text{Hay } \int_a^b u dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b v du$$

PHƯƠNG PHÁP CHUNG

- Bước 1:** Viết $f(x)dx$ dưới dạng $u dv = uv' dx$ bằng cách chọn một phần thích hợp của $f(x)$ làm $u(x)$ và phần còn lại $dv = v'(x)dx$
- Bước 2:** Tính $du = u' dx$ và $v = \int dv = \int v'(x)dx$
- Bước 3:** Tính $\int_a^b v u'(x)dx$ và $uv\Big|_a^b$

***Cách đặt u và dv trong phương pháp tích phân từng phần.**

Đặt u theo thứ tự ưu tiên: <u>Lôc-đa-mũ-lượng</u>	$\int_a^b P(x)e^x dx$	$\int_a^b P(x)\ln x dx$	$\int_a^b P(x)\cos x dx$	$\int_a^b e^x \cos x dx$
u	$P(x)$	$\ln x$	$P(x)$	e^x
dv	$e^x dx$	$P(x)dx$	$\cos x dx$	$\cos x dx$

Chú ý: Nên chọn u là phần của $f(x)$ mà khi lấy đạo hàm thì đơn giản, chọn $dv = v' dx$ là phần của $f(x)dx$ là vi phân một hàm số đã biết hoặc có nguyên hàm dễ tìm.

Có ba dạng tích phân thường được áp dụng tích phân từng phần:

• **Dạng 1** $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx$ Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x)dx \\ v = \int \begin{bmatrix} \sin ax \\ \cos ax \\ e^{ax} \end{bmatrix} dx \end{cases}$

• **Dạng 2:** $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) \ln(ax) dx$ Đặt $\begin{cases} u = \ln(ax) \\ dv = f(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \int f(x) dx \end{cases}$

• **Dạng 3:** $\int_{\alpha}^{\beta} e^{ax} \begin{bmatrix} \sin bx \\ \cos bx \end{bmatrix} dx$

Đặt $\begin{cases} u = e^{ax} \\ dv = \cos bxdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = ae^{ax} dx \\ v = \frac{1}{b} \sin bx \end{cases}$ Hoặc $\begin{cases} u = e^{ax} \\ dv = \sin bxdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = ae^{ax} dx \\ v = -\frac{1}{b} \cos bx \end{cases}$

Trong trường hợp này, ta phải tính tích phân từng phần hai lần sau đó trở thành tích phân ban đầu. Từ đó suy ra kết quả tích phân cần tính.

Ví dụ 1: Tính $I = \int_0^1 xe^{2x} dx$.

Giải

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} e^{2x} \end{cases}$

Áp dụng công thức tính tích phân từng phần:

$$I = \int_0^1 xe^{2x} dx = \frac{1}{2} xe^{2x} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} \int_0^1 e^{2x} d(2x) = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{4} (e^2 - 1) = \frac{e^2 + 1}{4}$$
 Ví dụ

2: Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos 3x dx$

Giải:

Đặt: $u = e^{2x}, du = 2e^{2x} dx$

$dv = \cos 3x dx, v = \frac{\sin 3x}{3}$

$$I = \left[e^{2x} \frac{\sin 3x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{2}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin 3x dx = -\frac{e^{\pi}}{3} - \frac{2}{3} I_1$$

Tính I_1 Đặt $u = e^{2x} \Rightarrow u' = 2e^{2x}$

$v = \sin 3x, v' = \frac{-\cos 3x}{3}$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin 3x \, dx = \left[-e^{2x} \frac{\cos 3x}{3} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{2}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos 3x \, dx = \frac{1}{3} + I$$

Do đó:

$$I = -\frac{e^\pi}{3} - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{3} + I \right) = -\frac{e^\pi}{3} - \frac{2}{9} - \frac{4}{9} I$$

$$\Rightarrow I = -\frac{3e^\pi + 2}{13}$$

Ví dụ 3: Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin 2x \, dx$.

Giải:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin 2x \, dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin x \cos x \, dx$$

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x \, dx$

Đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
t	0	1

Khi đó:

$$I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin x \cos x \, dx = 2 \int_0^1 t e^t \, dt$$

Đặt:

$$\begin{cases} u = t \\ dv = e^t \, dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dt \\ v = e^t \end{cases}$$

Áp dụng công thức tính tích phân từng phần:

$$\int_0^1 t e^t \, dt = t e^t \Big|_0^1 - \int_0^1 e^t \, dt = t e^t \Big|_0^1 - e^t \Big|_0^1 = 1$$

Vậy $I = 2$

Ví dụ 4 : Tính $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \ln(\sin x) \, dx$.

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln(\sin x) \\ dv = \cos x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{\cos x}{\sin x} \, dx \\ v = \sin x \end{cases}.$$

Áp dụng công thức tính tích phân từng phần:

$$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \ln(\sin x) dx = \sin x \ln(\sin x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \ln x \ln(\sin x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} - \sin x \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$$

Ví dụ 5: Tính $I = \int_1^e (4x+1) \ln x dx$.

Đặt:

$$\begin{cases} u = \ln x \\ dv = (4x+1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = 2x^2 + x \end{cases}$$

Áp dụng công thức tích tích phân từng phần:

$$I = \int_1^e (4x+1) \ln x dx = (2x^2 + x) \ln x \Big|_1^e - \int_1^e (2x+1) dx = 2e^2 + e - (x^2 + x) \Big|_1^e = e^2 + 2$$

BÀI TẬP TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

1. $I = \int_0^1 (3x+1)e^{-3x} dx$. KQ: $\frac{2}{3} - \frac{5}{e^3}$	16. $I = \int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx$. KQ: $\ln 2 - \frac{1}{2}$
2. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos x dx$. KQ: $\frac{e^{\frac{\pi}{2}} - 1}{2}$	17. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^3 x} dx$ KQ: $\frac{\pi - 2}{4}$
3. $I = \int_1^{\ln 3} (x^2 - 2x)e^x dx$ KQ: $\ln^2 3 - 8\ln 3 + 12 - e$	18. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin x} \sin 2x dx$ KQ: 2
4. $I = \int_1^2 \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^3} dx$. KQ: $2\ln 2 - \frac{5}{8}\ln 5$	19. $I = \int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$ KQ: $3\ln 2 - \frac{3}{2}\ln 3$
5. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^2 x dx$ KQ: $\frac{\pi^2 + 4}{16}$	20. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{\sin^2 x}$. KQ: $\frac{\pi(9 - 4\sqrt{3})}{36} + \frac{1}{2}\ln \frac{3}{2}$
6. $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx$. KQ: $\frac{4\pi}{3} - \ln \frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$	21. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1) \cos^2 x dx$ KQ: $\frac{\pi^2 - 2\pi - 8}{8}$
7. $I = \int_{\sqrt{2}}^3 \sqrt{x^2 - 1} dx$ KQ: $\frac{5\sqrt{2}}{2} - \ln(\sqrt{2} + 1) + \frac{1}{4}\ln 2$	22. $I = \int_0^2 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx$ KQ: 1

8. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} \cdot e^x dx$ KQ: $e^{\frac{\pi}{2}}$	23. $I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$ KQ: $2 - 3\ln 3$
9. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \ln(1 + \sin x) dx$ KQ: $\frac{\pi}{2} - 1$	24. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos 3x dx$ KQ: $\frac{-3e^{\pi} - 2}{13}$
10. $I = \int_3^8 \frac{\ln x}{\sqrt{x+1}} dx$ KQ: $20\ln 2 - 6\ln 3 - 4$	25. $I = \int_{\frac{1}{2}}^2 (x+1 - \frac{1}{x}) e^{\frac{1}{x}} dx$ KQ: $\frac{3}{2} e^{\frac{5}{2}}$
11. $I = \int_0^1 (x-2) e^{2x} dx$ KQ: $\frac{5-3e^2}{4}$	26. $I = \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sqrt{x} \cos \sqrt{x} dx$ KQ: $\frac{\pi^2 + 8}{2}$
12. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x^2 - 4x + 3) \sin 2x dx$ KQ: $\frac{\pi^2 - 8\pi + 4}{8}$	27. $I = \int_1^e \ln^3 x dx$ KQ: $6 - 2e$
13. $I = \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx$ KQ: $\frac{1}{2}$	28. $I = \int_{-1}^0 x(e^{2x} + \sqrt[3]{x+1}) dx$ KQ: $\frac{-9}{28}$
14. $I = \int_1^e x^3 \ln^2 x dx$ KQ: $\frac{5e^4 - 1}{32}$	29. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} x \tan^2 x dx$ KQ: $\frac{\pi^2}{24} + \pi(1 - \sqrt{3}) - \ln \sqrt{2}$
15. $I = \int_0^1 x^2 \ln(x^2 + 1) dx$ KQ: $\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{4}{9} - \frac{\pi}{6}$	30. $I = \int_1^e \left(\frac{\ln x}{x\sqrt{1 + \ln x}} + \ln^2 x \right) dx$ KQ: $\frac{3e - 2(1 + \sqrt{2})}{3}$

\

BÀI TẬP TÍCH PHÂN HÀM HỮU TỈ

1. $I = \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 5x + 6}$ KQ: $\ln \frac{4}{3}$	16. $I = \int_0^1 \frac{x^3 + x + 1}{x^2 + 1} dx$ KQ: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{3}$
2. $I = \int_0^1 \frac{4x - 9}{x^2 - 5x + 6} dx$ KQ: $3\ln \frac{2}{3} - \ln 2$	17. $I = \int_1^2 \frac{x^{2001}}{(1 + x^2)^{1002}} dx$ KQ: $\frac{1}{2002 \cdot 2^{1001}}$
3. $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^4 - 1} dx$ KQ: $\frac{1}{4} \ln(2 - \sqrt{3}) + \frac{\pi}{12}$	18. $I = \int_1^2 \frac{1 + x^2}{1 + x^4} dx$ KQ: $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}$
4. $I = \int_1^2 \frac{x^2}{x^2 - 7x + 12} dx$ KQ: $1 + 25\ln 2 - 16\ln 3$	19. $I = \int_0^1 \frac{4x + 11}{x^2 + 5x + 6} dx$ KQ: $\frac{1}{2} \ln 2$
5. $I = \int_0^1 \frac{x^2}{(x+1)^3} dx$ KQ: $\frac{3}{8} + \ln 2$	20. $I = \int_3^4 \frac{6x - 9}{x^2 - 4x + 4} dx$ KQ: $-\frac{3}{2} + 3\ln 2$
6. $I = \int_0^1 \frac{dx}{(x+3)(x+2)^2}$ KQ: $-\frac{2}{3} + \ln \frac{8}{9}$	21. $I = \int_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}} dx$ KQ: $\frac{2^{100} - 1}{900}$
7. $I = \int_2^3 \frac{x^2 + x - 1}{(x-1)^3} dx$ KQ: $\frac{15}{8} + \ln 2$	22. $I = \int_0^2 \frac{2x-1}{x^2+4} dx$ KQ: $= 4\ln 2 - \frac{\pi}{2}$
8. $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^3 + x}$ KQ: $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$	23. $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2 + 1}{x^4 + x^2 + 1} dx$
9. $I = \int_0^1 \frac{x^7}{(1+x^2)^5} dx$ KQ: $\frac{1}{2^7}$	24. $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^6(x^2+1)}$ KQ: $\frac{117 - 41\sqrt{3}}{135} + \frac{\pi}{12}$
10. $I = \int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 2x + 2}$ KQ: $\frac{\pi}{2}$	25. $I = \int_1^3 \frac{(2x+1)dx}{x^2 - 2x + 5}$ KQ: $\frac{3\pi}{8} + \ln 2$
11. $I = \int_0^1 \frac{x^3 + x + 1}{x+1} dx$ KQ: $\frac{11}{6} - \ln 2$	26. $I = \int_1^{\sqrt[4]{3}} \frac{dx}{x(x^4+1)}$ KQ: $\frac{1}{4} \ln \frac{3}{2}$

12. $I = \int_0^1 \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} dx$ KQ: $\frac{\pi}{12}$	27. $I = \int_0^1 \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx$ KQ: $\frac{11}{3} - 4\ln 2$
13. $I = \int_0^1 \frac{2-x^4}{1+x^2} dx$ KQ: $\frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}$	28. $I = \int_1^2 \frac{1-x^5}{x(x^5+1)^2} dx$ KQ: $\frac{1}{5}(6\ln 2 - \ln 33) - \frac{31}{165}$
14. $I = \int_1^2 \frac{dx}{x^5 + x^3}$ KQ: $-\frac{3}{2}\ln 2 + \frac{1}{2}\ln 5 + \frac{3}{8}$	29. $I = \int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)^2}$ KQ: $\frac{1}{4} + \frac{\pi}{8}$
15. $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^6(1+x^2)}$ KQ: $\frac{117-41\sqrt{3}}{135} + \frac{\pi}{12}$	30. $I = \int_{-1}^0 \frac{2x^3 - 6x^2 + 9x + 9}{x^2 - 3x + 2} dx$ KQ: $33\ln 2 - 19\ln 3 - 1$

BÀI TẬP TÍCH PHÂN LƯỢNG GIÁC 1

1. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos^4 x} dx.$ KQ: $\frac{4}{3}$	16. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt[3]{\cos x} - \sqrt[3]{\sin x}) dx$ KQ: 0
2. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^3 x dx.$ KQ: $\frac{1}{12}$	17. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{3\sin x + 4\cos x}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x} dx$ KQ: $\frac{\pi\sqrt{3}}{6} + \ln 3$
3. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x} dx.$ KQ: $\ln 2$	18. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan(x - \frac{\pi}{4})}{\cos 2x} dx$ KQ: $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$
4. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x dx.$ KQ: $\frac{2}{3}$	19. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cos^2 2x dx$ KQ: $\frac{\pi}{8}$
5. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos^3 x}{1+\cos^2 x} dx$ KQ: $\frac{-1+\ln 2}{2}$	20. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4\sin x dx}{(\sin x + \cos x)^3}$ KQ: 2
6. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}} dx.$ KQ: $\frac{1}{ a + b }$	21. $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin x \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} dx$ KQ: $2\ln \frac{3}{2}$

7. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^{10} x + \cos^{10} x - \sin^4 x \cos^4 x) dx$ KQ: $\frac{15\pi}{64}$	22. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin 2x}{2\sin^2 x + \cos^2 x} dx$ KQ: $\ln \frac{5}{4}$
8. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x (1 + \cos x)^2 dx$ KQ: $\frac{17}{12}$	23. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^4 x dx$ KQ: $\frac{2}{35}$
9. $I = \int_{-\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} dx$ KQ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$	24. $I = \int_0^{\pi} \sin^{11} x dx$ KQ: $\frac{118}{21}$
10. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ KQ: $\ln 2$	25. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{7 + \cos 2x}} dx$ KQ: $\frac{\pi}{6\sqrt{2}}$
11. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \sin x + \cos x}$ KQ: $\sqrt{2} \left(\arctan \frac{\sqrt{2}}{2} - \arctan \sqrt{2} \right)$	26. $I = \int_0^{\pi/3} \frac{\sin^3 x}{2 + \cos x} dx$ KQ: $I = \frac{5}{2} + 3 \ln \frac{5}{6}$
12. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^6 x}{\sin^4 x} dx$ KQ: $\frac{5\pi}{8} + \frac{23}{12}$	27. $\int_0^{\pi/2} e^{\cos x} \sin 2x dx$ KQ: $2(e - 2)$
13. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{4 - \cos^2 x} dx$ KQ: $\ln \frac{3}{4}$	28. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos 3x dx$ KQ: $\frac{-3e^{\pi} - 2}{13}$
14. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{1 + \tan x}$ KQ: $\frac{\pi}{8} + \frac{\ln 2}{4}$	29. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x}{\cos^2 x} dx$ KQ: $\frac{\pi\sqrt{2}}{4} - \frac{1}{2} \ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$
15. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx$ KQ: $2 - 6 \ln \frac{4}{3}$	

BÀI TẬP TÍCH PHÂN LƯỢNG GIÁC 2

1. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^3 x dx.$ KQ: $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$	11. $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos x \sqrt{1 + \cos^2 x}} dx$ KQ: $\frac{3 - \sqrt{7}}{\sqrt{3}}$
2. $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^4 x}$ KQ: $\frac{8\sqrt{3} - 4}{3}$	12. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} dx$ KQ: $\ln 2$
3. $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{\sin 3x} dx.$ KQ: $\frac{1}{4} \ln(2 - \sqrt{3})$	13. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\sqrt{\sin^4 x + \cos^4 x}} dx$ KQ: $2 - \sqrt{2}$
4. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \cos 2x}{(1 + \sin 2x)^2} dx$ KQ: $\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\pi}{16}$	14. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\cos^6 x + \sin^6 x} dx$ KQ: $\frac{4}{3} \ln 2$
5. $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 4x}{\sqrt{\sin^6 x + \cos^6 x}} dx$ KQ: $\frac{2}{3}$	15. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{(\sin x + \sqrt{3} \cos x)^3} dx$ KQ: $\frac{\sqrt{3}}{6}$
6. $I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x \sqrt{1 - \cos^2 x}}{\cos^2 x} dx$ KQ: $\frac{7\pi}{12} - \sqrt{3} - 1$	16. $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin^2 x - 5 \sin x + 6} dx$ KQ: $\ln \frac{3(6 - \sqrt{3})}{5(4 - \sqrt{3})}$
7. $I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sqrt{\sin^2 x + \frac{1}{2}} dx$ KQ: $\frac{3}{2} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right)$	17. $I = \int_0^1 e^x \sin^2(\pi x) dx$ KQ: $I = \frac{\pi(e - 1)}{2(4\pi + 1)}$
8. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} \right) \cdot e^x dx$ KQ: $e^{\frac{\pi}{2}}$	18. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cdot \cos^3 x}{1 + \cos^2 x} dx$ KQ: $\frac{1}{2}(1 - \ln 2)$
9. $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)} dx$ KQ: 0	19. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{3x} \sin 5x dx$ KQ: $\frac{1}{20} \cdot e^{\frac{3\pi}{2}}$
10. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \sin 2x} dx$ KQ: 1	20. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{6 - 5 \sin x + \sin^2 x} dx$ KQ: $\ln \frac{10}{9}$

NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN TRONG ĐỀ THI

1. $\int_0^1 (2x-1)e^{x-x^2} dx$ (ĐH Dược_81)
2. Với $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ xác định a,b sao cho $\frac{1}{\cos x} = \frac{a \cos x}{1 - \sin x} + \frac{b \cos x}{1 + \sin x}$
3. Tính $I = \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos x}$ $J = \frac{dx}{\cos^3 x}$ (ĐH BK TH_82)
4. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x + 1}{\sin x + 2\cos x + 3} dx$ (Bộ Đề)
5. $\int_0^1 \frac{(3x+1)dx}{(x+3)^3}$ (Bộ Đề)
6. $\int_0^1 \frac{xdx}{(x+1)^3}$ (Bộ Đề)
7. $\int_0^1 \frac{x^2-1}{x^4+1} dx$ (Bộ Đề)
8. $\int_0^{\pi} e^{2x} \sin^2 x dx$ (Bộ Đề)
9. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{\sqrt{2 + \cos 2x}}$ (Bộ Đề)
10. $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 - 2x \cos \alpha + 1}$, ($0 < \alpha < \pi$) (Bộ Đề)
11. $\int_a^{2a} \sqrt{x^2 - a^2} dx$, ($a > 0$) (Bộ Đề)
12. $\int_0^{\pi/2} \frac{4\sin^3 x dx}{1 + \cos x}$ (Bộ Đề)
13. $\int_0^a \sqrt{x^2 + a^2} dx$ (Bộ Đề)
14. $\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx$ (Bộ Đề)
15. $\int_{\pi/8}^{3\pi/8} \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ (Bộ Đề)
16. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$ (Bộ Đề)

$$17. \text{Gpt} \int_0^x (u - x^2) du = \sin x \quad (\text{Bộ Đề})$$

$$18. \int_1^b x \ln^2 x dx \quad (\text{BK}_{94})$$

$$19. \int_0^{\pi/2} x \cos^2 x dx \quad (\text{BK}_{94})$$

$$20. \int_{2/\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} \quad (\text{BK}_{95})$$

$$21. \int_0^{\pi} |\cos x| \sqrt{\sin x} dx \quad (\text{BK}_{98})$$

22. Cho hàm số: $f(x) = \sin x \cdot \sin 2x \cdot \cos 5x$
a. Tìm họ nguyên hàm của $g(x)$.

b. Tính tích phân: $I = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{f(x)}{e^x + 1} dx \quad (\text{BK}_{99})$

$$23. \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 1}} dx \quad (\text{BK}_{00})$$

$$24. \int_0^1 \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} + 1} dx \quad (\text{XD}_{96})$$

$$25. \int_0^{\pi/4} \frac{\cos x + 2\sin x}{4\cos x + 3\sin x} dx \quad (\text{XD}_{98})$$

$$26. \int_0^1 \frac{3dx}{1 + x^3} \quad (\text{XD}_{00})$$

$$27. \int_0^1 \frac{dx}{x^4 + 4x^2 + 3} \quad (\text{ĐH Mỏ}_{95})$$

$$28. \int_{\pi/6}^{\pi/3} \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} dx \quad (\text{ĐH Mỏ}_{00})$$

$$29. \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin x \sin(x + \pi/6)} \quad (\text{ĐH Mỏ}_{00})$$

$$30. \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{6^x + 1} dx \quad (\text{ĐH Mỏ}_{01})$$

$$31. \int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx \quad (\text{ĐH Hàng Hải}_{00})$$

$$32. \int_{\sqrt{3}}^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x} dx}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} \quad (\text{ĐH GT VT}_{95})$$

$$33. \int_0^{\sqrt{3}} x^5 \cdot \sqrt{1+x^2} dx \quad (\text{ĐH GT VT}_{96A})$$

$$34. \int_0^{1/9} \left(5^{3x} + \frac{x}{\sin^2(2x+1)} + \frac{1}{\sqrt[5]{4x-1}} \right) dx \quad (\text{ĐH GT VT}_{97})$$

$$35. \int_0^{7/3} \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx$$

$$\int_{-2}^2 (10^4 - \sin \pi x) dx \quad (\text{ĐH GT VT}_{98})$$

$$36. I = \int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{5-4x}} dx + \int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \arctg x dx \quad (\text{ĐH GT VT}_{99})$$

$$37. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x + \cos x}{4 - \sin^2 x} dx \quad (\text{ĐH GT VT}_{00})$$

$$38. \int_0^{\pi/2} \frac{5 \cos x - 4 \sin x}{(\cos x + \sin x)^3} dx \quad (\text{ĐH GT VT}_{01})$$

$$39. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^4 x}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx \quad (\text{ĐH GTVT HCM}_{99})$$

$$40. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin^2 x}{\cos^6 x} dx \quad (\text{ĐH GTVT HCM}_{00})$$

$$41. \int_{-2}^{-\sqrt{2}} \frac{x^2 + 1}{x \sqrt{x^2 + 1}} dx \quad (\text{HV BCVT}_{97})$$

$$42. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \cos^3 x}{1 + \cos^2 x} dx \quad (\text{HV BCVT}_{98})$$

$$43. \int_{-1}^1 \frac{x^4}{1+2^x} dx \quad (\text{HV BCVT}_{99})$$

$$44. \int_0^{\pi} x \sin x \cos^2 x dx \quad (\text{HV NH}_{98})$$

$$45. I = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \cos^2 2x dx$$

$$J = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^2 2x dx \quad (\text{HV NH HCM}_{98})$$

$$46. \int_0^{\pi/3} \frac{x + \sin x}{\cos^2 x} dx$$

$$\int_0^1 \frac{x^3}{x + \sqrt{x^2 + 1}} dx$$

(HV NH HCM_00)

$$\int_0^1 x \ln(x^2 + 1) dx$$

$$\int_0^4 \frac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} dx$$

$$47. \int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx$$

(ĐH NThương_94)

$$48. \int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 3x + 2)^2}$$

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 3} dx$$

(ĐH NThương_99)

$$49. \int_0^{\pi/4} \frac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 2)^3} dx$$

(ĐH NThương_00A)

$$50. \int_0^1 \frac{x^3 + 2x^2 + 10x + 1}{x^2 + 2x + 9} dx$$

(ĐH NThương_00)

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 3x + 10}{x^2 + 2x + 9} dx$$

$$51. \int_0^{\pi/4} \frac{\sin 4x}{\sin^6 x + \cos^6 x} dx$$

(ĐH NThương_01A)

$$52. I = \int_{-2}^2 \left[\ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \right]^5 dx$$

(ĐH KT_95)

$$53. \int_0^1 x^5 (1 - x^3)^6 dx$$

(ĐH KT_97)

$$54. I = \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^4 x}$$

$$J = \int_0^1 \frac{x^5}{x^2 + 1} dx$$

(ĐH TM_95)

$$55. \int_0^1 x \sqrt{1 - x} dx$$

(ĐH TM_96)

$$56. I = \int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^9}{\sqrt[3]{1 + x^2}} dx$$

$$J = \int_0^{\ln 2} \frac{1 - e^x}{1 + e^x} dx$$

(ĐH TM_97)

$$57. \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x + 5}$$

(ĐH TM_98A)

$$58. \int_1^4 \frac{dx}{x^2(1+x)} \quad (\text{ĐH TM}_{99})$$

$$59. \int_0^{\pi/2} \frac{4\sin x}{(\sin x + \cos x)^3} dx \quad (\text{ĐH TM}_{00})$$

$$60. \int_0^{\pi} \sin^{11} x dx \quad (\text{HV QHQT}_{96})$$

$$61. \int_0^{\pi/4} \sin^2 x \cos^4 x dx \quad (\text{ĐH NN}_{96})$$

$$62. \int_{1/2}^e \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx \quad (\text{ĐH NN}_{97})$$

$$63. \int_0^{\pi/4} \cos^2 x \cos 4x dx \quad (\text{ĐH NN}_{98})$$

$$64. \int_0^{7/3} \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx \quad (\text{ĐH NN}_{99})$$

$$65. \int_0^1 (1-x-x^2)^2 dx \quad (\text{ĐH NN}_{01D})$$

$$66. \int_0^{\pi/2} e^x \cos^2 x dx \quad (\text{ĐH Thuỷ Lợi}_{96})$$

$$67. \int_0^{\pi} \sqrt{1+\cos 2x} dx \quad (\text{ĐH Thuỷ Lợi}_{97})$$

$$68. I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} dx \quad J = \int_1^2 \frac{dx}{x(x^5+1)} \quad (\text{ĐH Thuỷ Lợi}_{99})$$

$$69. \int_0^{\pi/4} \ln(1+\tan x) dx \quad (\text{ĐH Thuỷ Lợi}_{01A})$$

$$70. \int_0^{\pi/2} \frac{3\sin x + 4\cos x}{3\sin^2 x + 4\cos^2 x} dx \quad (\text{ĐH Thuỷ Lợi}_{00})$$

$$\int_0^3 \sqrt{x^3 - 2x^2 + x} dx$$

$$71. \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sin 2x + \cos 2x} dx \quad (\text{ĐH Văn Hóa}_{01D})$$

$$72. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x \cos x}{\sqrt{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}} dx \quad ; a, b \neq 0 \quad (\text{HV TCKT}_{95})$$

$$73. \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad (\text{HV TCKT}_{97})$$

$$74. \int_0^{\pi/4} x(2\cos^2 x - 1) dx \quad (\text{HV TCKT}_{98})$$

$$75. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos x + \sin x}{\sqrt{3 + \sin 2x}} dx \quad \int_0^1 \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} dx \quad (\text{HV TCKT}_{99})$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x + 7\cos x + 6}{4\sin x + 3\cos x + 5} dx \quad \int_0^{\pi} x \cos^4 x \sin^3 x dx$$

$$76. \int_0^1 \frac{x}{x^4 + x^2 + 1} dx \quad (\text{HV TCKT}_{00})$$

$$77. \int_0^{\pi/2} (x^2 + 1) \sin x dx \quad (\text{ĐH Mỏ}_{97})$$

$$78. \int_0^{\pi/2} \frac{4\sin^3 x}{1 + \cos x} dx \quad (\text{ĐH Y HN}_{95})$$

$$79. \int_{-1/2}^1 \sqrt{1-x^2} dx \quad \int_0^1 \frac{dx}{e^{2x} + e^x} \quad (\text{ĐH Y HN}_{98})$$

$$80. \int_{\pi}^{4\pi/3} \frac{dx}{\sin \frac{x}{2}} \quad (\text{ĐH Y HN}_{99})$$

$$81. \int_{\pi/4}^{\pi/3} \text{tg}^4 x dx \quad \int_1^2 \frac{x^2}{x^2 - 7x + 12} dx \quad (\text{ĐH Y HN}_{00})$$

$$82. \int_{\sqrt{2}}^3 \sqrt{x^2 - 1} dx \quad (\text{ĐH Y HN}_{01B})$$

$$83. \int_0^1 \sqrt{x^2 + 1} dx \quad (\text{ĐH Y TB}_{97B})$$

$$84. \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{2 - \cos^2 x} \quad (\text{ĐH Y TB}_{00})$$

$$85. \int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx \quad (\text{ĐH Y HP}_{00})$$

$$86. I = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{x^2 |\sin \pi x|}{1 + 2^x} dx \quad (\text{ĐH Dược}_{96})$$

$$87. \int_0^{\pi/2} \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x} e^x dx \quad (\text{ĐH Dược}_{00})$$

$$88. \int_1^{10} x \lg^2 x dx \quad (\text{ĐH Dược}_{01A})$$

$$89. \int_0^{\ln 3} \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}} \quad \int_0^2 x \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx \quad (\text{HV QY}_{97})$$

$$90. \int_{-2}^3 \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}} \quad \int_{-2}^2 \frac{\sin x}{\sqrt[3]{4 + 5x^4}} dx \quad (\text{HV QY}_{98})$$

$$91. \int_0^{1/2} \frac{dx}{1 + \cos x} \quad (\text{HV QY}_{99})$$

$$92. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) dx \quad (\text{HV KT Mật Mã}_{99})$$

$$\int_0^1 \frac{x^4 + 1}{x^6 + 1} dx \quad \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin^4 x \cos x}$$

$$93. \int_0^1 x \tan^2 x dx \quad (\text{HV KT Mật Mã}_{00})$$

$$94. \int_0^1 \frac{x dx}{(x + 1)^2} \quad (\text{HV KTQS}_{95})$$

$$95. \int_0^{\pi/4} \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos^4 x} dx \quad (\text{HV KTQS}_{96})$$

$$96. \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin^3 x - \sin x}}{\sin^3 x} \cot x dx \quad (\text{HV KTQS}_{97})$$

$$97. \int_{-1}^1 \frac{dx}{1 + x + \sqrt{1 + x^2}} \quad (\text{HV KTQS}_{98})$$

$$98. \int_0^{\pi/2} \cos x \ln(1 + \cos x) dx \quad (\text{HV KTQS}_{99})$$

$$\int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{dx}{(2x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$$

$$99. \int_0^b \frac{a - x^2}{(a + x^2)^2} dx \quad (a, b \text{ là số thực dương cho trước}) \quad (\text{HV KTQS}_{01A})$$

$$100. \int_0^a x^2 \sqrt{x^2 + a^2} dx, a > 0 \quad (\text{ĐH AN}_{96})$$

$$101. \int_0^{\pi} \frac{x \sin x dx}{2 + \cos^2 x} \quad (\text{ĐH AN}_{97})$$

$$102. \int_0^{\pi/2} (\cos^3 x + \sin^3 x) dx \quad \int_0^4 \frac{dx}{\cos^4 x} \quad (\text{ĐH AN}_{98})$$

$$\int_0^1 x e^{2x} dx \quad \int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$$

$$103. \int \frac{dx}{\sqrt{7} x \sqrt{x^2 + 9}} \quad (\text{ĐH AN}_{99})$$

$$104. \int_0^{\pi} 3 \sin^2 x dx \quad \int_0^{2\sqrt{2}} x \sqrt{x^2 + 1} dx \quad (\text{ĐH TD TT}_{00})$$

$$105. \int_1^2 (x \ln x)^2 dx \quad (\text{PV BC TT}_{98})$$

$$106. \int_1^e \frac{\ln \sqrt[3]{2 + \ln^2 x}}{x} dx \quad (\text{PV BC TT}_{98})$$

$$107. \int_0^{\pi/4} \frac{1 + \sin 2x}{\cos^2 x} dx \quad (\text{PV BC TT}_{00})$$

$$108. \int_0^1 \frac{3dx}{1+x^3} \quad (\text{ĐH Luật}_{00})$$

$$109. \int_0^1 (1+x)^2 e^{2x} dx \quad (\text{ĐH CĐ}_{98})$$

$$110. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}} \quad \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin 2x} \quad \int_0^{\pi/2} (2x - 1) \cos^2 x dx \quad (\text{ĐH CĐ}_{99})$$

$$111. \int_0^1 \frac{dx}{e^{2x} + 3} \quad \int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx \quad (\text{ĐH CĐ}_{00})$$

$$112. \int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{\sin x + \cos x} dx \quad \int_0^1 \frac{(1 + e^x)^2}{1 + e^{2x}} dx \quad (\text{ĐH NN I}_{97})$$

$$113. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{1 + \cos x} \quad \int_0^{\pi/2} e^{2x} \sin 3x dx \quad (\text{ĐH NN I}_{98B})$$

$$114. \int_0^1 x(1-x)^{19} dx \quad (\text{ĐH NN I}_{99B})$$

$$115. \int_1^2 \frac{dx}{x(x^3 + 1)} \quad \int_0^{\pi/4} x \tan^2 x dx \quad (\text{ĐH NN I}_{00})$$

$$116. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos^6 x}{\sin^4 x} dx \quad (\text{ĐH NN I}_{01A})$$

117. $\int_1^2 \ln(1+x)dx$ (ĐH Lâm Nghiệp_97)
118. $\int_{-1}^1 \frac{x^4 + \sin x}{x^2 + 1} dx$ (ĐH Lâm Nghiệp_98)
119. $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2 + \sin x + \cos x}$ (ĐH Lâm Nghiệp_00)
120. $\int_0^1 x^2 \cdot \sin x dx$ (ĐH SP HN I_99D)
121. $\int_0^a x^2 \sqrt{a^2 - x^2} dx \quad (a > 0)$ (ĐH SP HN I_00)
122. $\int_0^1 x^3 \sqrt{1 - x^2} dx$ (ĐH SP HN I_01B)
123. $\int_{-1}^2 \frac{xdx}{x^2 + 2}$ (ĐH THợp_93)
124. $\int_0^{\pi} x \sin^3 x dx$ (ĐH THợp_94)
- $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x + \cos x}$
125. $\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$ (ĐH QG_96)
126. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x dx}{1 + \cos^2 x}$ $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ (ĐH QG_97A, B, D)
- $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{4 - x^2}$ $\int_0^1 \frac{xdx}{4 - x^2}$
127. $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1}$ $\int_0^1 x^3 \sqrt{1 + x^2} dx$ $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$ (ĐH QG_98)
128. Tính $I = \int_0^{\pi/6} \frac{\sin^2 x}{\sin x + \sqrt{3} \cos x} dx$; $J = \int_0^{\pi/6} \frac{\cos^2 x}{\sin x + \sqrt{3} \cos x} dx$.
- Từ đó suy ra: $\int_{3\pi/2}^{5\pi/3} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sqrt{3} \sin x} dx$ (ĐH QG HCM_01A)
129. $\int_0^{\pi/4} 5e^x \sin 2x dx$ $\int_0^{\pi/4} \frac{2 \cos x dx}{3 + 2 \sin x}$ (ĐH SP II_97)

130. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$: $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 - 2\cos 2x} \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Tính
 $\int_{-3\pi/2}^{3\pi/2} f(x) dx$ (ĐH SP II _98A)
131. $\int_0^{\pi/2} (\sin^{10} x + \sin^{10} x - \cos^4 x \sin^4 x) dx$ (ĐH SP II _00)
132. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{3x^2 + 2}{x^2 + 1} dx$ $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{x+4} + \sqrt{x+2}}$ (CĐ SP HN_00)
133. $\int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$ $\int_0^{\pi/4} \frac{(\sin x + 2\cos x)}{3\sin x + \cos x} dx$ (CĐ SP HN_00)
134. $\int_0^{\pi} \sin^2 x \cos^2 x dx$ (CĐ SP MGTW_00)
135. $\int_0^{\pi/2} \ln\left(\frac{1+\sin x}{1+\cos x}\right) dx$ $\int_1^4 \frac{dx}{x(1+\sqrt{x})}$ (CĐ SP KT_00)
136. $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} \arcsin x dx$ $\int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{1+2^x} dx$ (CĐ PCCC_00)
137. $\int_{-1}^1 (e^{x^2} \sin x + e^x x^2) dx$ (ĐH TN_00)
138. $\int_0^3 \frac{t^3}{t^2 + 2t + 1} dt$ (ĐH SP Vinh_98)
139. $\int_{1/2}^1 \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$ $\int_0^1 \sqrt{x^2+1} dx$ (ĐH SP Vinh_99)
140. $\int_0^1 \frac{(x^2+x) dx}{\sqrt{x^2+1}}$ (ĐH HD_99)
141. $\int_0^{\pi} \sin^3 x \cos 3x dx$ $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}$ (ĐH HD_00)
142. $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$ (ĐH Huế_98)
143. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^6 x}{\sin^6 x + \cos^6 x} dx$ (ĐH Huế_00)
144. $\int_7^2 \frac{dx}{\sqrt{2+x+1}}$ (ĐH ĐN_97)

$$145. \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx \quad \int_0^{\pi} \frac{\cos x dx}{1+\sin x} \quad (\text{ĐH ĐN}_98)$$

$$146. \int_0^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^4 x} \quad \int_0^2 x \ln x dx \quad (\text{ĐH ĐN}_99)$$

$$147. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx \quad \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{1+2\cos x} \quad (\text{ĐH ĐN}_00)$$

$$148. \int_0^1 \frac{x^2 + x + \arctg x}{1+x^2} dx \quad (\text{ĐH Tnguyên}_00)$$

$$149. \int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+2}} dx \quad \int_0^1 (1+3x)(1+2x+3x^2)^{10} dx \quad (\text{ĐH Quy Nhơn})$$

$$150. \int_1^e \frac{\sqrt{2+\ln x}}{2x} dx \quad \int_1^{\pi^2} \sin \sqrt{x} dx \quad \int_1^e \frac{\sqrt{\ln x}}{x} dx \quad (\text{ĐH Đà Lạt})$$

$$151. \int_0^2 x^2 \sqrt{x^3+1} dx \quad \int_0^3 \frac{x^2+1}{\sqrt{x+1}} dx \quad (\text{ĐH Cần Thơ})$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{\sin x + \cos x} dx \quad \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} dx \quad \int_0^{\pi/4} \frac{\sin 4x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$$

$$\int_1^e \frac{\ln x dx}{x(\ln^2 x + 1)} \quad \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx \quad \int_0^1 \frac{x}{1+\sqrt{x}} dx$$

$$152. \int_0^{\pi/2} \sin 2x(1+\sin^2 x)^3 dx \quad \int_0^{\pi/2} \sin x \cos x(1+\cos x)^2 dx$$

$$\int_0^{\pi/2} (x^2+1)\sin x dx \quad \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^5+2x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx \quad (\text{ĐH Thủy sản NT})$$

$$153. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin x dx}{\cos^2 x + 3} \quad \int_0^{\pi/2} x \cos^2 x dx \quad (\text{ĐH BK HCM})$$

$$\int_0^{\pi/2} \cos^4 2x dx \quad \int_0^1 \frac{x dx}{(2x+1)^3}$$

$$154. \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{9+4\cos^2 x} dx \quad \int_0^1 x \sqrt{1-x} dx \quad (\text{ĐH Y Dược HCM})$$

$$155. \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin^2 x dx}{1+3^x} \quad \int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{1-\sin x} dx \quad (\text{ĐH Ngoại thương})$$

$$\int_1^e x \ln^2 x dx \quad \int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$156. \int_0^{\pi} \frac{x \sin x dx}{1 + \cos^2 x} \quad \int_0^{\pi} \arctg(\cos x) dx \quad (\text{ĐH SP HCM})$$

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin x dx}{\sin x + \cos x} \quad \int_0^1 \frac{4x + 11}{x^2 + 5x + 6} dx \quad \int_0^{\pi} \cos^4 x dx$$

$$157. \int_0^1 \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} dx \quad \int_0^{\pi} x \sin x dx \quad \int_0^{\pi} x^3 \sin x dx \quad (\text{ĐH QG HCM})$$

$$\int_0^{1/2} \frac{x^4}{x^2 - 1} dx \quad \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^4 x}$$

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{1 + \cos^4 x} dx \quad \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{2x + 1}} \quad \int_0^{\pi/4} \sin^4 x dx$$

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \cos^3 x dx \quad \int_0^1 e^x \sin^2(\pi x) dx$$

$$158. \int_0^1 \left[\frac{1}{1 + x^2} - e^x \right] dx \quad \int_0^1 (x - 1)e^{2x} dx \quad (\text{ĐHDL NN Tin Học})$$

$$\int_0^2 |x - 1| dx \quad \int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$$

$$159. \int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx \quad \int_4^5 x(x - 4)^{20} dx \quad \int_0^1 \frac{(1 + e^x)^2}{e^x} dx \quad (\text{DL})$$

$$\int_1^e \frac{1 + \ln^2 x}{x} dx \quad \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx$$

$$160. \int_0^1 \frac{x^3}{x^2 + 1} dx \quad (\text{Dự bị}_2)$$

$$161. \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{\sqrt{(e^x + 1)^3}} dx \quad (\text{Dự bị}_2)$$

$$162. \int_{-1}^0 x(e^{2x} + \sqrt[3]{x + 1}) dx \quad (\text{Dự bị}_2)$$

$$163. \int_0^{\pi/2} \sqrt[6]{1 - \cos^3 x} \cdot \sin x \cdot \cos^5 x dx \quad (\text{Dự bị}_2)$$

$$164. \int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 4}} \quad (\text{Đề chung}_3 \text{A})$$

$$165. \int_0^{\pi/4} \frac{x dx}{1 + \cos 2x} \quad (\text{Dự bị}_3)$$

$$166. \int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx \quad (\text{Dự bị}_3)$$

$$167. \int_0^{\pi/4} \frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x} dx \quad (\text{Đề chung}_3\text{B})$$

$$168. \int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x - 1}} dx \quad (\text{Dự bị}_3)$$

169. Cho hàm số: $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$, tìm a, b biết rằng:

$$f'(0) = -22 \text{ và } \int_0^1 f(x) dx = 5. \quad (\text{Dự bị}_3)$$

$$170. \int_0^2 |x^2 - x| dx \quad (\text{Đề chung}_3\text{D})$$

$$171. \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx \quad (\text{Dự bị}_3)$$

$$172. \int_1^e \frac{x^2 + 1}{x} \ln x dx \quad (\text{Dự bị}_3)$$

$$173. \int_1^2 \frac{x}{1 + \sqrt{x-1}} dx \quad (\text{Đề chung}_4\text{A})$$

$$174. \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x} \cdot \ln x}{x} dx \quad (\text{Đề chung}_4\text{B})$$

$$175. \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx \quad (\text{Đề chung}_4\text{D})$$

$$176. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx \quad (\text{Đề chung}_5\text{A})$$

$$177. \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x \cdot \cos x}{1 + \cos x} dx \quad (\text{Đề chung}_5\text{B})$$

$$178. \int_0^{\pi/2} (e^{\sin x} + \cos x) \cos x dx \quad (\text{Đề chung}_5\text{D})$$

$$179. \int_0^7 \frac{x+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx \quad (\text{Dự bị}_5)$$

$$180. \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \operatorname{tg} x dx \quad (\text{Dự bị}_5)$$

$$181. \int_0^{\pi/2} e^{\cos x} \sin 2x dx \quad (\text{Dự bị}_4)$$

182. $\int_0^2 \frac{x^4 - x^2 + 1}{x^2 + 4} dx$ (Dự bị_05)
183. $\int_0^{\pi/4} (\operatorname{tg} x + e^{\sin x} \cos x) dx$ (Dự bị_05)
184. $\int_1^e x^2 \ln x dx$ (Dự bị_05)
185. $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx$ (Dự bị_05)
186. $\int_2^6 \frac{dx}{2x + 1 + \sqrt{4x + 1}}$ (Dự bị_06)
187. $\int_0^1 (x - 2)e^{2x} dx$ (Đề chung_06D)
188. $\int_0^{\pi/2} (x + 1) \sin 2x dx$ (Dự bị_06)
189. $\int_1^2 (x - 2) \ln x dx$ (Dự bị_06)
190. $\int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}$ (Dự bị_06)
191. $\int_5^{10} \frac{dx}{x - 2\sqrt{x - 1}}$ (Dự bị_06)
192. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{3 - 2 \ln x}{x \sqrt{1 + 2 \ln x}} dx$ (Dự bị_06)
193. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^5 + 2x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$ (CĐ SP_04A)
194. $\int_{-3}^3 (|x + 2| - |x - 2|) dx$ (CĐ GTVT_04)
195. $\int_0^2 \frac{x^4}{\sqrt{x^5 + 1}} dx$ (CĐ KTKT_04A)
196. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x + x^3}$ (Dự bị_04)
197. $\int_{\ln 3}^{\ln 8} \sqrt{e^x + 1} \cdot e^{2x} dx$ (Dự bị_04)
198. $\int_0^{\pi^2} \sqrt{x} \cdot \sin \sqrt{x} dx$ (Dự bị_05)

$$199. \int_0^1 x\sqrt{1-x} dx \quad (\text{Dự bị}_04)$$

$$200. \int_1^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx \quad (\text{Dự bị}_05)$$

$$201. \int_0^{\pi/2} (2x-1)\cos^2 x dx \quad (\text{Dự bị}_05)$$

THI ĐH 2005 -2008

Bài 1. ĐH, CĐ Khối A – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1+3\cos x}} dx \quad \text{KQ: } \frac{34}{27}$$

Bài 2. ĐH, CĐ Khối B – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx \quad \text{KQ: } 2 \ln 2 - 1$$

Bài 3. ĐH, CĐ Khối D – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + \cos x) \cos x dx \quad \text{KQ: } e + \frac{\pi}{4} - 1$$

Bài 4. Tham khảo 2005

$$I = \int_0^7 \frac{x+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx \quad \text{KQ: } \frac{141}{10} \approx 23,1$$

Bài 5. Tham khảo 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x dx \quad \text{KQ: } \ln 2 - \frac{3}{8}$$

Bài 6. Tham khảo 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x + e^{\sin x} \cdot \cos x) dx \quad \text{KQ: } \ln \sqrt{2} + e^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - 1$$

Bài 7. Tham khảo 2005

$$I = \int_1^e x^2 \ln x dx \quad \text{KQ: } \frac{2}{9}e^3 + \frac{1}{9}$$

Bài 8. CĐ Khối A, B – 2005

$$I = \int_0^1 x^3 \cdot \sqrt{x^2 + 3} dx \quad \text{KQ: } \frac{6\sqrt{3} - 8}{5}$$

Bài 9. CD Xây Dựng Số 3 – 2005

$$I = \int_{-1}^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1} + x+3} dx \quad \text{KQ: } 6\ln 3 - 8$$

Bài 10. CD GTVT – 2005

$$I = \int_0^1 x^5 \sqrt{1-x^2} dx \quad \text{KQ: } \frac{8}{105}$$

Bài 11. CD Kinh Tế Kỹ Thuật I – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{3x} \sin 5x dx \quad \text{KQ: } \frac{3 \cdot e^{\frac{3\pi}{2}} + 5}{34}$$

Bài 12. CD Tài Chính Kế Toán IV – 2005

$$I = \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{x^3 + 1} \cdot x^5 dx \quad \text{KQ: } \frac{848}{105}$$

Bài 13. CD Truyền Hình Khôi A – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x} dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{2} \ln 2$$

Bài 14. CDSP Tp.HCM – 2005

$$I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + 2x + 4} \quad \text{KQ: } \frac{\sqrt{3}\pi}{18}$$

Bài 15. CD KT-KT Cần Thơ – 2005

$$I = \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx \quad \text{KQ: } 1 - \frac{2}{e}$$

Bài 16. CDSP Vĩnh Long – 2005

$$I = \int_0^{\frac{7}{3}} \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}} dx \quad \text{KQ: } \frac{46}{15}$$

Bài 17. CD Bến Tre – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 3x}{\sin x + 1} dx \quad \text{KQ: } 2 - 3\ln 2$$

Bài 18. CDSP Sóc Trăng Khối A – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{\sin^2 x + 2 \cos x \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} \quad I = \ln 2$$

$$J = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin^2 x dx}{\sin 2x \cos^2 x} \quad \text{KQ: } J = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

Bài 19. CD Cộng Đồng Vĩnh Long – 2005

$$I = \int_1^e x \ln x dx \quad \text{KQ: } \frac{e^2 + 1}{4}$$

Bài 20. CD Công Nghiệp Hà Nội – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi^2}{4}} \sqrt{x} \sin \sqrt{x} dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi^2}{2} - 4$$

Bài 21. CDSP Hà Nội – 2005

$$I = \int_0^2 \frac{x^3 + 2x^2 + 4x + 9}{x^2 + 4} dx \quad \text{KQ: } 6 + \frac{\pi}{8}$$

Bài 22. CD Tài Chính – 2005

$$I = \int_0^1 \frac{x dx}{(x+1)^3} \quad \text{KQ: } \frac{1}{8}$$

Bài 23. CDSP Vĩnh Phúc – 2005

$$I = \int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}} \quad \text{KQ: } \frac{\pi}{6}$$

Bài 24. CDSP Hà Nội – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^{2004} x}{\sin^{2004} x + \cos^{2004} x} dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi}{4}$$

Bài 25. CDSP Kon Tum – 2005

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} dx \quad \text{KQ: } 2$$

NĂM 2006

Bài 1. ĐH, CĐ Khối A – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} dx \quad \text{KQ: } \frac{2}{3}$$

Bài 2. Tham khảo 2006

$$I = \int_2^6 \frac{dx}{2x+1+\sqrt{4x+1}} \quad \text{KQ: } \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{12}$$

Bài 3. ĐH, CĐ Khối D – 2006

$$I = \int_0^1 (x-2)e^{2x} dx \quad \text{KQ: } \frac{5-3e^2}{2}$$

Bài 4. Tham khảo 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1) \sin 2x dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi}{4} + 1$$

Bài 5. Tham khảo 2006

$$I = \int_1^2 (x-2) \ln x dx \quad \text{KQ: } \frac{5}{4} - \ln 4$$

Bài 6. ĐH, CĐ Khối B – 2006

$$I = \int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} \quad \text{KQ: } \ln \frac{3}{2}$$

Bài 7. Tham khảo 2006

$$I = \int_5^{10} \frac{dx}{x-2\sqrt{x-1}} \quad \text{KQ: } 2 \ln 2 + 1$$

Bài 8. Tham khảo 2006

$$I = \int_1^{\sqrt{e}} \frac{3-2 \ln x}{x\sqrt{1+2 \ln x}} dx \quad \text{KQ: } \frac{10}{3} \sqrt{2} - \frac{11}{3}$$

Bài 9. CĐ KTKT Công Nghiệp II – 2006

$$I = \int_0^1 x \ln(1+x^2) dx \quad \text{KQ: } \ln 2 - \frac{1}{2}$$

(Đổi biến $t = 1 + x^2$, từng phần)

Bài 10. CĐ Cơ Khí – Luyện Kim – 2006

Nguyễn Chiến: 0973.514.674

$$I = \int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx \quad \text{KQ: } 3 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3$$

Bài 11. CD Nông Lâm – 2006

$$I = \int_0^1 x \sqrt{x^2 + 1} dx \quad \text{KQ: } \frac{2\sqrt{2} - 1}{3}$$

Bài 12. ĐH Hải Phòng – 2006

$$I = \int_0^1 \frac{x}{1+x^2} dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{2} \ln 2$$

Bài 13. CD Y Tế – 2006

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx \quad \text{KQ: } \ln \sqrt{2}$$

Bài 14. CD Tài Chính Kế Toán – 2006

$$I = \int_0^3 x \ln(x^2 + 5) dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{2}(14 \ln 14 - 5 \ln 5 - 9)$$

Bài 15. CD Sư Phạm Hải Dương – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{(\sin x - \cos x + 3)^3} dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{32}$$

Bài 16. Hệ CD – ĐH Hùng Vương – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x-1) \cos x dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi\sqrt{2}}{8} - 1$$

Bài 17. CD KTKT Đông Du – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 + 2 \sin 2x} dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{4} \ln 3$$

Bài 18. CD Sư Phạm Quảng Bình – 2006

$$I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x + 2}} dx \quad \text{KQ: } 2\sqrt{3} - \frac{8}{3}$$

Bài 19. CD Sư Phạm Quảng Ngãi – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \sin^3 x}{1 + \cos x} dx \quad \text{KQ: } 2$$

Bài 20. CD Sư Phạm Trà Vinh – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi}{4} + \ln \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Bài 21. CD Bán Công – Công Nghệ - Tp.HCM – 2006

$$I = \int_{-1}^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1} + x+3} dx \quad \text{KQ: } 6 \ln 3 - 8$$

Bài 22. CD Sư Phạm Tiền Giang – 2006

$$I = \int_1^9 x \sqrt[3]{1-x} dx \quad \text{KQ: } -\frac{468}{7}$$

Bài 23. CD Bến Tre – 2006

$$I = \int_1^e \left(\frac{x^3 + 1}{x} \right) \ln x dx \quad \text{KQ: } \frac{2e^3}{9} + \frac{11}{18}$$

Bài 24.

$$I = \int_0^1 x^2 \sqrt{2+x^3} dx \quad \text{KQ: } \frac{2}{9} (3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})$$

Bài 25.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1) \cos^2 x dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{2} \left(\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{2} + 1 \right)$$

Bài 26.

$$I = \int_0^1 x (e^{2x} + \sqrt[3]{x-1}) dx \quad \text{KQ: } \frac{e^2}{4} - \frac{1}{14}$$

Bài 27. CD KT-KT Công Nghiệp I – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 3x}{2 \cos 3x + 1} dx \quad \text{KQ: Không tồn tại}$$

Bài 28. CD KT-KT Công Nghiệp II – 2006

$$I = \int_0^1 x \ln(1+x^2) dx \quad \text{KQ: } \ln 2 - \frac{1}{2}$$

Bài 29. CD Xây dựng số 2 – 2006

$$I = \int_1^2 \frac{x\sqrt{x-1}}{x-5} dx \quad \text{KQ: } \frac{32}{3} - 10\ln 3$$

Bài 30. CD Xây dựng số 3 – 2006

$$I = \int_0^1 (x + \cos^3 x) \sin x dx \quad \text{KQ: } \frac{5}{4}$$

Bài 31. CD GTVT III – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{5-2\sin x} dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{2} \ln \frac{5}{3}$$

$$J = \int_0^2 (2x+7) \ln(x+1) dx \quad \text{KQ: } 24\ln 3 - 14$$

Bài 32. CD Kinh tế đối ngoại – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \tan^8 x) dx \quad \text{KQ: } \frac{76}{105}$$

Bài 33. CDSP Hưng Yên - Khối A– 2006

$$I = \int_3^4 \frac{4x+3}{x^2-3x+2} dx \quad \text{KQ: } 18\ln 2 - 7\ln 3$$

Bài 34. CDSP Hưng Yên - Khối B– 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin 3x - \sin^3 3x}{1 + \cos 3x} dx \quad \text{KQ: } -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} \ln 2$$

Bài 35. CDSP Hưng Yên - Khối D₁, M– 2006

$$I = \int_1^e \frac{\ln x \sqrt[3]{2+\ln^2 x}}{x} dx \quad \text{KQ: } \frac{3}{8} (3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{2})$$

Bài 36. CD Bán công Hoa Sen – Khối A – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos^4 x - \sin^4 x) dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{2}$$

Bài 37. CD Bán công Hoa Sen – Khối D – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1 + 2 \sin 2x} dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{4} \ln 3$$

Bài 38. CDSP Trung Ương – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \sin 2x dx \quad \text{KQ: } \frac{2}{3}$$

Bài 39. CDSP Hà Nam – Khối A – 2006

$$I = \int_0^1 \frac{x}{(x+3)^2} dx \quad \text{KQ: } \ln \frac{4}{3} - \frac{1}{4}$$

Bài 40. CDSP Hà Nam – Khối M – 2006

$$I = \int_1^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi^2}{4} - 2$$

Bài 41. CDSP Hà Nam – Khối A (DB) – 2006

$$I = \int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)} \quad \text{KQ: } \frac{\pi}{4}$$

Bài 42. CDKT Y Tế I – 2006

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx \quad \text{KQ: } \ln \sqrt{2}$$

Bài 43. CD Tài Chính Hải Quan – 2006

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{\ln(\tan x)}{\sin 2x} dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{16} \ln^2 3$$

Bài 44. CD Kỹ thuật Cao Thắng – 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x (1 + \sin^2 x)^3 dx \quad \text{KQ: } \frac{15}{4}$$

Bài 45. CDKT Tp.HCM Khóa II - 2006

$$I = \int_0^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx \quad \text{KQ: } 4 - 2\sqrt{e}$$

Bài 46. CDCN Thực phẩm Tp.HCM – 2006

$$I = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi}{4}$$

Bài 47. CD Điện lực Tp.HCM – 2006

$$I = \int_0^{\frac{7}{3}} \frac{x+2}{\sqrt[3]{3x+1}} dx \quad \text{KQ: } \frac{46}{15}$$

Bài 48. CD Kinh tế công nghệ Tp.HCM Khối A– 2006

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi}{4} - \ln \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Bài 49. CD Kinh tế công nghệ Tp.HCM Khối D₁ – 2006

$$I = \int_1^2 (4x-1) \ln x dx \quad \text{KQ: } 6 \ln 2 - 2$$

Bài 50. CDSP Hà Nội Khối D₁ – 2006

$$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin x \cdot \sin \left(x + \frac{\pi}{3} \right)} \quad \text{KQ: } \frac{2}{\sqrt{3}} \ln 2.$$

NĂM 2007

Bài 1. ĐH, CD khối A – 2007

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = (e+1)x$, $y = (1+e^x)x$.

$$\text{KQ: } \frac{e}{2} - 1$$

Bài 2. ĐH, CD khối B – 2007

Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$, $y = 0$, $y = e$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình H quanh trục Ox.

$$\text{KQ: } \frac{\pi(5e^3 - 2)}{27}$$

Bài 3. ĐH, CD khối D – 2007

Tính tích phân $I = \int_1^e x^3 \ln^2 x dx$

$$\text{KQ: } \frac{5e^4 - 1}{32}$$

Bài 4. Tham khảo khối A – 2007

$$\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}}{1+\sqrt{2x+1}} dx \quad \text{KQ: } 2 + \ln 2$$

Bài 5. Tham khảo khối B – 2007

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0$ và $y=\frac{x(1-x)}{x^2+1}$. KQ:

$$\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2 - 1$$

Bài 6. Tham khảo khối B – 2007

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=\sqrt{2-x^2}$. KQ:

$$\frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$$

Bài 7. Tham khảo khối D – 2007

$$\int_0^1 \frac{x(x-1)}{x^2-4} dx \quad \text{KQ: } 1 + \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3$$

Bài 8. Tham khảo khối D – 2007

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi^2}{4} - 2$$

Bài 9. CĐSP TW – 2007

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường có phương trình $y=x^2-2$; $y=x$; $x=-1$; $x=0$.

$$\text{KQ: } \frac{7}{6}$$

Bài 10. CĐ GTVT – 2007

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \cos^3 x}{1 + \sin x} dx \quad \text{KQ: } 2$$

Bài 11. CĐDL Công nghệ thông tin Tp.HCM – 2007

$$\int_0^7 \frac{x+2}{\sqrt[3]{x+1}} dx \quad \text{KQ: } \frac{231}{10}$$

Bài 12. CD Khối A – 2007

$$\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2007} dx \quad \text{KQ: } \frac{3^{2008} - 2^{2008}}{2008}$$

Bài 13. CD Cơ khí luyện kim – 2007

$$\int_1^e (x \ln x)^2 dx \quad \text{KQ: } \frac{1}{27}(5e^3 - 2)$$

Bài 14. CDSP Vĩnh Phúc – 2007

$$\int_1^{\frac{\pi}{4}} (x \sin x)^2 dx \quad \text{KQ: } \frac{\pi^3}{384} - \frac{\pi^2}{32} + \frac{1}{4}$$

Bài 15. CD Khối B – 2007

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x$, $y = x + \cos^2 x$, $x = 0$, $x = \pi$.

$$\text{KQ: } \frac{\pi}{2}$$

Bài 16. CD Khối D – 2007

$$\int_{-2}^0 |x + 1| dx \quad \text{KQ: } 1$$

Bài 17. CD Dệt may thời trang Tp.HCM – 2007

$$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2(x^2 + 1)} \quad \text{KQ: } 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{12}$$

Bài 18. CD Hàng hải – 2007

$$\int_1^3 x \sqrt[3]{x^2 - 1} dx \quad \text{KQ: } \frac{14\sqrt{3}}{5}$$

Bài 19. CD Kinh tế kĩ thuật Thái Bình – 2007

$$\int_{-1}^0 x(e^{2x} + \sqrt{x+1}) dx \quad \text{KQ: } \frac{3}{4}e^{-2} - \frac{31}{60}$$

Bài 20. CD Công nghiệp Phúc Yên – 2007

$$\int_0^1 xe^x dx \quad \text{KQ: } 1$$

NĂM 2008

Bài 1) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan^4 x}{\cos x} dx$ - ĐH, CĐ Khối A – 2008 **KQ:** $\frac{1}{2} \ln(2 + \sqrt{3}) - \frac{10}{9\sqrt{3}}$

Bài 2) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) dx}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)}$ - ĐH, CĐ Khối B – 2008 **KQ:** $\frac{4 - 3\sqrt{2}}{4}$

Bài 3) Tính $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx$ - ĐH, CĐ Khối D – 2008 **KQ:** $\frac{3 - 2\ln 2}{16}$

Bài 4) Tính $I = \int_2^3 \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x+2}}$ - Dự bị 1 - khối A-2008 **KQ:** $\frac{3}{4} \left(\frac{12}{5} - 5\sqrt[3]{36} \right)$

Bài 5) Tính $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x dx}{3 + 4\sin x - \cos 2x}$ - Dự bị 2 - khối A-2008 **KQ:** $-\frac{1}{2} + \ln 2$

Bài 6) Tính $I = \int_0^2 \frac{(x+1)dx}{\sqrt{4x+1}}$ - Dự bị 1 - khối B-2008

Bài 7) Tính $I = \int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^2}}$ - Dự bị 2 - khối B-2008

Bài 8) Tính $I = \int_0^1 \left(x.e^{2x} - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} \right) dx$ - Dự bị 1 - khối D-2008

Bài 9) CĐ Khối A, B, D – 2008. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d: y = x$. **KQ:** $\frac{9}{2}$ (đvdt)

NĂM 2009

Bài 1) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 x - 1) \cos^2 x dx$ - ĐHKA-2009

KQ: $\frac{8}{5} - \frac{\pi}{4}$

Bài 2) Tính $I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx$ - ĐHKB-2009

KQ: $\frac{1}{4}(3 + \ln \frac{27}{16})$

Bài 3) Tính $I = \int_1^3 \frac{1}{e^x - 1} dx$ - ĐHKD-2009

KQ: $\ln(e^2 + e + 1) - 2$

NĂM 2010

Bài 1) Tính $I = \int_0^1 \frac{x^2 + e^x + 2x^2 e^x}{1 + 2e^x} dx$ - ĐHKA-2010

KQ: $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + 2e}{3} \right)$

Bài 2) Tính $I = \int_1^e \frac{\ln x dx}{x(2 + \ln x)^2}$ - ĐHKB-2010

KQ: $-\frac{1}{3} + \ln \frac{3}{2}$

Bài 3) Tính $I = I = \int_1^e \left(2x - \frac{3}{x} \right) \ln x dx$ - ĐHKD-2010

KQ: $\frac{e^2}{2} - 1$

NĂM 2011

Bài 1) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x \sin x + (x+1) \cos x}{x \sin x + \cos x} dx$ - ĐHKA-2011

KQ: $\frac{\pi}{4} + \ln \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\pi}{4} + 1 \right) \right)$

Bài 2) Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + x \sin x}{\cos^2 x} dx$ - ĐHKB-2011

KQ: $\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} + \ln(2 - \sqrt{3})$

Bài 3) Tính $I = \int_0^4 \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx$ - ĐHKD-2011

KQ: $\frac{34}{3} + 10 \ln \frac{3}{5}$

NĂM 2012

Bài 1) Tính tích phân $I = \int_1^3 \frac{1 + \ln(x+1)}{x^2} dx$ - KA-2012

KQ: $\frac{2}{3} + \frac{-2}{3} \ln 2 + \ln 3$

Bài 2) Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x^3}{x^4 + 3x^2 + 2} dx$ - ĐHKB-2012

KQ: $\frac{1}{2}(2 \ln 3 - 3 \ln 2)$

Bài 3) Tính tích phân $I = \int_0^{\pi/4} x(1 + \sin 2x)dx$ - ĐHKD-2012 KQ: $\frac{\pi^2}{32} + \frac{1}{4}$

NĂM 2013

Bài 1) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x dx$ - ĐHKA-2013 KQ: $\frac{5}{2} \ln 2 - \frac{3}{2}$

Bài 2) Tính tích phân $I = \int_0^1 x\sqrt{2-x^2} dx$ - ĐHKB-2013 KQ: $\frac{2\sqrt{2}-1}{3}$

Bài 3) Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{(x+1)^2}{x^2+1} dx$ - ĐHKD-2013 KQ: $1 + \ln 2$

NĂM 2014

Bài 1) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ - ĐHKA-2014 KQ: $\frac{1}{6}$

Bài 2) Tính tích phân $\int_1^2 \frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + x} dx$ - ĐHKB-2014 KQ: $1 + \ln 3$

Bài 3) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin 2x dx$ - ĐHKD-2014 KQ: $\frac{3}{4}$

NĂM 2015

Bài 1) THPTQG 2015 Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-3)e^x dx$ KQ: $4 - 3e$

Bài 2) Dự bị THPTQG 2015 Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ KQ: $\frac{8}{3}$

NĂM 2016

THPTQG 2016 Tính tích phân $I = \int_0^3 3x(x + \sqrt{x^2 + 16}) dx$ KQ: 88