

❖ *Ma trận nhận thức*

Các chủ đề cần đánh giá	Tầm quan trọng	Mức độ nhận thức cao nhất	Tổng điểm	Quy về thang điểm 10
1- Khái niệm lũy thừa, lôgarit	15	2	30	1,0
2- Tìm tập xác định và tính đạo hàm, giá trị lớn nhất, nhỏ nhất	25	3	75	2,0
3- Phương trình, BPT mũ và lôgarit	60	4	240	7,0
	100%		345	10,0

❖ *Ma trận đề kiểm tra*

Các chủ đề cần đánh giá	Mức độ nhận thức – Hình thức câu hỏi				Tổng số câu hỏi, tổng số điểm
	1	2	3	4	
	TL	TL	TL	TL	
1- Khái niệm lũy thừa, lôgarit	Câu 1 1,0				1 1,0
2- Tìm tập xác định và tính đạo hàm, giá trị lớn nhất, nhỏ nhất		Câu 2a 1,0	Câu 2b 1,0		2 2,0
3- Phương trình, BPT mũ và lôgarit	Câu 3a 2,0	Câu 3b 2,0	Câu 3c 2,0	Câu 4 1,0	4 7,0
Tỉ lệ %	30%	30%	40%		10,0

❖ *Mô tả nội dung trong mỗi ô*

Câu 1: Rút gọn biểu thức lũy thừa

Câu 2a: Tính đạo hàm của hàm số là tích của một hàm đa thức bậc 2 và hàm mũ e^x

Câu 2b: Tìm GTLN, NN của hàm số là tích của một hàm đa thức bậc 2 và hàm $\ln x$.

Câu 3a: Giải phương trình mũ đơn giản bằng cách đặt ẩn phụ để đưa về phương trình bậc hai.

Câu 3b: Giải phương trình mũ bằng cách chia hai vế cho a^x , rồi đặt ẩn phụ.

Câu 4: Chứng minh bất đẳng thức chứa hàm mũ hoặc giải một phương trình mũ và lôgarit bằng cách đánh giá hai vế.

ĐỀ KIỂM TRA

Câu 1 : (1đ) Cho a, b là những số thực dương. Rút gọn biểu thức : $A = \frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{5}{4}}} - \frac{b^{\frac{-1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{-1}{2}}}$

Câu 2 : (2đ)

a) Tính đạo hàm của hàm số : $y = (x^2 - 2x)e^x$

b) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

Câu 3 : (6đ) Giải các phương trình và bất phương trình sau :

a) $4 \cdot 4^x - 12 \cdot 2^x + 8 = 0$

b) $3 \cdot 4^x - 2 \cdot 6^x = 9^x$

c) $4 \log_4 x - 5 \log_x 4 + 1 \leq 0$

Câu 4 : Học sinh chọn một trong hai câu a) hoặc b)

a) (1đ) Cho $a + b = c$, với $a > 0, b > 0$. Chứng minh rằng : $a^m + b^m < c^m$, nếu $m > 1$.

b) (1đ) Giải phương trình : $2^{x+1} + 2^{3-x} = \frac{8}{\log_2(x^2 - 2x + 3)}$

Gợi ý giải:

Câu 1 : (1đ)
$$A = \frac{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{9}{4}}}{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{5}{4}}} - \frac{b^{-\frac{1}{2}} - b^{\frac{3}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} + b^{-\frac{1}{2}}} = \frac{a^{\frac{1}{4}}(1 - a^2)}{a^{\frac{1}{4}}(1 - a)} - \frac{b^{-\frac{1}{2}}(1 - b^2)}{b^{-\frac{1}{2}}(b + 1)} = 1 + a - (1 - b) = a + b$$

Câu 2 : (2đ)

a) $y = (x^2 - 2x)e^x$; $y' = (2x - 2)e^x + (x^2 - 2x)e^x = (x^2 - 2)e^x$

b) Hàm số $y = x^2 \ln x$ liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$

$y' = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1) = 0$. Trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ $y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$

Ta có: $y\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right) = -\frac{1}{2e} < y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} \ln \frac{1}{2} < y(1) = 0$. Suy ra: $\min_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} y = -\frac{1}{2e}$; $\max_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} y = 0$

Câu 3 : (6đ)

a) $4 \cdot 4^x - 12 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow 4 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$

b) $3 \cdot 4^x - 2 \cdot 6^x = 9^x \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = -\frac{1}{3} \text{ (VN)} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$

c) $4 \log_4 x - 5 \log_x 4 + 1 \leq 0$. ĐK: $x > 0; x \neq 1$

Với điều kiện đó, BPT $\Leftrightarrow 4 \log_4 x - \frac{5}{\log_4 x} + 1 \leq 0$. Đặt $t = \log_4 x$ ($t \neq 0$), BPT trở thành:

$$4t - \frac{5}{t} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{4t^2 + t - 5}{t} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -\frac{5}{4} \\ 0 < t \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4 x \leq -\frac{5}{4} \\ 0 < \log_4 x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{\sqrt{2}}{8} \\ 1 < x \leq 4 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, nghiệm của bất phương trình là: $0 < x \leq \frac{\sqrt{2}}{8}$, $1 < x \leq 4$

Câu 4 :

a) (1đ)

Ta có: $a^m + b^m < c^m \Leftrightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^m + \left(\frac{b}{c}\right)^m < 1$

Do: $\frac{a}{c} < 1$, $\frac{b}{c} < 1$ nên: $m > 1 \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^m < \left(\frac{a}{c}\right)^1 = \frac{a}{c}$ và $\left(\frac{b}{c}\right)^m < \frac{b}{c}$

Suy ra : $\left(\frac{a}{c}\right)^m + \left(\frac{b}{c}\right)^m < \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} = 1$ (đpcm)

b) (1đ) Xét phương trình : $2^{x+1} + 2^{3-x} = \frac{8}{\log_2(x^2 - 2x + 3)}$ (1)

Ta có : $2^{x+1} + 2^{3-x} = 2.2^x + \frac{8}{2^x} \geq 2\sqrt{16} = 8$ (Cô-si) $\Leftrightarrow VT(1) \geq 8, \forall x \in \mathbb{R}$

và : $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2 \Rightarrow \log_2(x^2 - 2x + 3) \geq 1 \Leftrightarrow \frac{8}{\log_2(x^2 - 2x + 3)} \leq 8 \Leftrightarrow VP(1) \leq 8, \forall x \in \mathbb{R}$

Từ đó : (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} VT(1) = 8 \\ VP(1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 3-x \\ x-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$

Vậy : $x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình (1).