

Câu 1 (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{-2x+1}$.

Câu 2 (1 điểm). Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = f(x) = \ln x + \frac{2}{x} + x$ trên đoạn $[1; e]$.

Câu 3 (1 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn: $(1-2i)z + \frac{1-3i}{1+i} = 2-i$. Tìm phần thực, phần ảo của $w = z + \frac{1}{z+2i}$.

b) Giải bất phương trình $\log_{2016} \left[\log_2 \left(x + \sqrt{x^2 - 2x} \right) \right] > 0$.

Câu 4 (1 điểm). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x+3}$, $x-2y+3=0$.

Câu 5 (1 điểm). Trong không gian mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 4 = 0$ và $A(0; 2; -1)$ và $B\left(\frac{1}{2}; 0; -3\right)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) và tìm điểm C trên giao tuyến của $(P); (Q)$ sao cho $\triangle ABC$ vuông tại C ?

Câu 6 (1 điểm)

a) Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\tan \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức

$$M = \sin \alpha + \cos^2 \alpha + \sin \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right) - \sin \left(\frac{5\pi}{2} - 2\alpha \right)$$

b) Trong trò chơi chiếc nón kì diệu có tất cả 10 ô: 1 ô 10 điểm, 1 ô 20 điểm, 1 ô 30 điểm, 1 ô 40 điểm, 2 ô 50 điểm, 2 ô mất điểm, 1 ô gấp đôi, 1 ô phần thưởng. Khi một người quay chiếc nón thì vị trí kim chỉ có thể dừng ở một trong các ô trên với khả năng như nhau. Tính xác suất để người chơi là thầy **NBT** sau hai lần quay liên tiếp được 100 điểm.

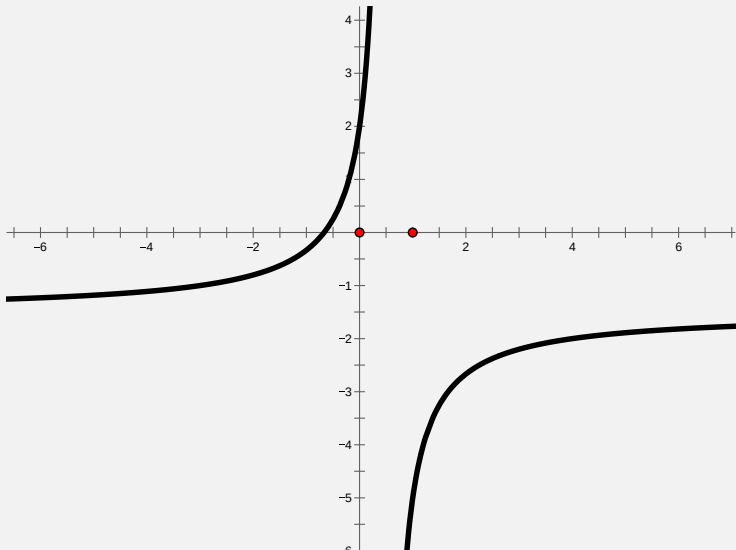
Câu 7 (1 điểm). Cho hình chóp $S.ACBD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, AD = a$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$, cạnh AC cắt MD tại H . Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.MHCB$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC .

Câu 8 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có góc ABC nhọn, đỉnh $A(-1; 0)$. Gọi H, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BD, BC, CD . Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH là $(C): x^2 + y^2 - x + 2y = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D biết E có hoành độ nguyên, C thuộc đường thẳng $x - y - 3 = 0$ và có hoành độ dương.

Câu 9 (1 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} xy \left[(8xy + 9x)^2 + 27(x^2 - 1) \right] = 9y(1 - 3y) + \frac{1535}{4} \\ x^3 - y^3 + xy = \frac{-57}{4} \end{cases}$$

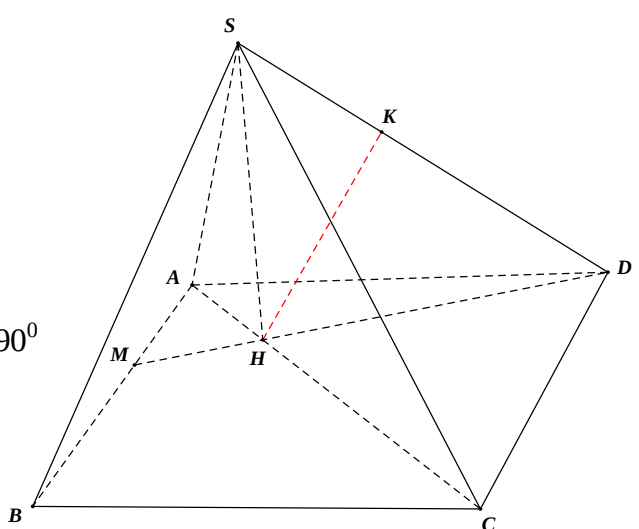
Câu 10 (1 điểm). Cho các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x + y = z - 1$. Tìm GTNN của biểu thức sau

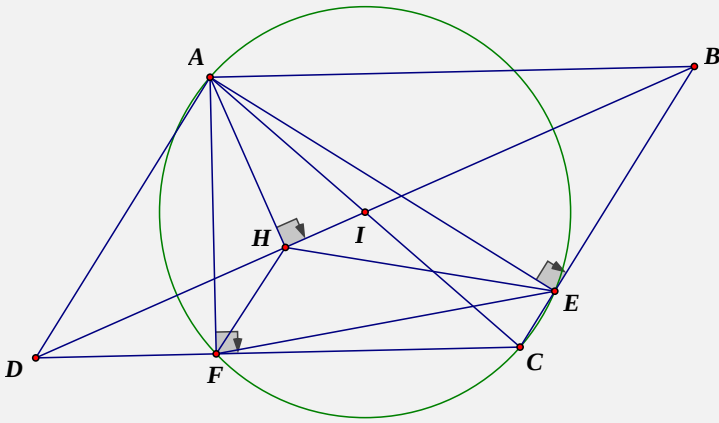
$$A = \frac{x^3}{x + yz} + \frac{y^3}{y + xz} + \frac{z^3}{z + xy} + \frac{14}{(z+1)\sqrt{(x+1)(y+1)}}.$$

Câu	Đáp án	Điểm												
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{-2x+1}$	$\sum 1,0$												
	TXĐ: $D = R \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ $y' = \frac{7}{(1-2x)^2} > 0 \forall x \in D$	0,25												
	Hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2} \right), \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$ Hàm số nhận $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng, $y = -\frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>f</td><td>$-\frac{3}{2}$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\frac{3}{2}$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	f	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	0,25
	x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$										
$f'(x)$	+		+											
f	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$											
Đồ thị: 	0,25													
2	Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = f(x) = \ln x + \frac{2}{x} + x$ trên đoạn $[1; e]$	$\sum 1,0$												

	Ta có : $f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + 1 = \frac{x-2+x^2}{x^2}$	0,25
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -2$	0,25
	Tính : $f(1) = 3; f(e) = 1 + \frac{2}{e} + e$	0,25
	Vậy : $\max_{[1;e]} f(x) = f(e) = 1 + \frac{2}{e} + e$; $\min_{[1;e]} f(x) = f(1) = 3$	0,25
3	a) Cho số phức z thỏa mãn: $(1-2i)z + \frac{1-3i}{1+i} = 2-i$. Tìm phần thực, phần ảo của $w = z + \frac{1}{z+2i}$ b) Giải bất phương trình $\log_{2016} \left[\log_2 \left(x + \sqrt{x^2 - 2x} \right) \right] > 0$.	$\sum 1,0$
a)	Ta có $(1-2i)z + \frac{1-3i}{1+i} = 2-i$ $\Leftrightarrow (1-2i)z - 1 - 2i = 2-i \Leftrightarrow (1-2i)z = 3+i$ $\Leftrightarrow z = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i$	0,25
	Khi đó, ta có: $w = z + \frac{2}{z+2i} = \frac{1}{5} + \frac{7}{5}i + \frac{2}{\frac{1}{5} - \frac{7}{5}i + 2i} = \frac{6}{5} - \frac{8}{5}i$ Vậy phần thực: 6/5; phần ảo: -8/5	0,25
b)	Ta có $\begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ x + \sqrt{x^2 - 2x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$ $\log_2 \left(x + \sqrt{x^2 - 2x} \right) > 0 \Leftrightarrow x + \sqrt{x^2 - 2x} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x} > 1 - x \Leftrightarrow x \geq 2$ =>TXĐ: $x \geq 2$ Ta có: $\log_{2016} \left[\log_2 \left(x + \sqrt{x^2 - 2x} \right) \right] > 0 \Leftrightarrow \log_2 \left(x + \sqrt{2x^2 - x} \right) > 1$	0,25
	$\Leftrightarrow x + \sqrt{2x^2 - x} > 2$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x} > 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x < 0 \\ \begin{cases} 2 - x > 0 \\ x^2 - 2x > 4 - 4x + x^2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ \begin{cases} x < 2 \\ 2x > 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x > 2$	0,25
	Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x+3}, x-2y+3=0$	$\sum 1,0$
	Xét phương trình $\sqrt{x+3} = \frac{x+3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25
	Vậy diện tích cần tìm là $S = \int_{-3}^1 \left \sqrt{x+3} - \frac{x+3}{2} \right dx = \left \int_{-3}^1 \left(\sqrt{x+3} - \frac{x+3}{2} \right) dx \right $	0,25

4	$= \left \left(\frac{2}{3} \sqrt{(x+3)^3} - \frac{x^2}{4} - \frac{3}{2}x \right) \right _{-3}^1$	0,25
	$= \frac{4}{3} (\text{đvdt})$	0,25
5	Trong không gian mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - z - 4 = 0$ và $A(0; 2; -1)$ và $B\left(\frac{1}{2}; 0; -3\right)$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) và tìm điểm C trên giao tuyến của $(P); (Q)$ sao cho ΔABC vuông tại C ?	$\Sigma 1,0$
	Gọi $\vec{n}_Q$ là 1 VTPT của mặt phẳng (Q) và $\vec{n}_P = (2; -1; -1)$ là 1 VTPT của $(P) \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_Q \perp \vec{AB} \\ \vec{n}_Q \perp \vec{n}_P \end{cases}$ $\Rightarrow \vec{n}_Q$ cùng phương $[\vec{n}_P, \vec{AB}]$ Có $\vec{n}_P = (2; -1; -1)$ và $\vec{AB} = \left(\frac{1}{2}; -2; -2\right) \Rightarrow [\vec{n}_P, \vec{AB}] = \left(0; \frac{7}{2}; \frac{-7}{2}\right)$ nên $\vec{n}_Q = (0; 1; -1)$ là 1 VTPT của (Q) .	0,25
	Mà $A(0; 2; -1) \in (Q) \Rightarrow$ phương trình $(Q): y - z - 3 = 0$	0,25
	$M\left(0; \frac{-1}{2}; \frac{-7}{2}\right) \in d = (P) \cap (Q)$. Gọi $\vec{u}_d$ là 1 VTCP của $d \Rightarrow \vec{u}_d$ cùng phương $[\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$ Lại có $[\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (0; 2; 2)$ nên $\vec{u}_d = (0; 1; 1)$ là 1 VTCP của d $\Rightarrow \text{phương trình } d: \begin{cases} x = 0 \\ y = t - \frac{1}{2} (t \in \mathbb{R}) \\ z = t - \frac{7}{2} \end{cases}$	0,25
	Có $C \in d \Rightarrow C\left(0; c - \frac{1}{2}; c - \frac{7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \vec{AC} = \left(0; c - \frac{5}{2}; c - \frac{5}{2}\right) \\ \vec{BC} = \left(\frac{-1}{2}; c - \frac{1}{2}; c - \frac{1}{2}\right) \end{cases}$. Mà ΔABC vuông tại C $\Rightarrow \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow \left(c - \frac{5}{2}\right)\left(c - \frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{5}{2} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C(0; 2; -1) \\ C(0; 0; -3) \end{cases}$	0,25
6	a) Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ và $\tan \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức $M = \sin \alpha + \cos^2 \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{2} - 2\alpha\right)$	$\Sigma 1,0$
	b) Trong trò chơi chiếc nón kì diệu có tất cả 10 ô: 1 ô 10 điểm, 1 ô 20 điểm, 1 ô 30 điểm, 1 ô 40 điểm, 2 ô 50 điểm, 2 ô mất điểm, 1 ô gấp đôi, 1 ô phần thưởng. Khi một người quay chiếc	

	nón thì vị trí kim chỉ có thể dừng ở một trong các ô trên với khả năng như nhau. Tính xác suất để người chơi là thầy NBT sau hai lần quay liên tiếp được 100 điểm.	
	Ta có $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + 3^2 = 10 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{10}$ $\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}}$ (vì $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$) Ta có: $M = \sin \alpha + \cos^2 \alpha + \sin\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{5\pi}{2} - 2\alpha\right)$ $\Rightarrow M = \sin \alpha + \cos^2 \alpha + \cos \alpha - \cos 2\alpha$	0,25
a)	$= \sin \alpha + \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 2\cos^2 \alpha + 1$ $= \sin \alpha + \cos \alpha + \sin^2 \alpha$ $= -\frac{3}{\sqrt{10}} - \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{9}{10} = -\frac{4}{\sqrt{10}} + \frac{9}{10}$	0,25
	Xác suất vào mỗi ô là $\frac{1}{10}$ quay lần 1: xác suất để vào ô 50 điểm là $\frac{2}{10}$	0,25
b)	quay lần 2: xác suất để vào ô 50 điểm là $\frac{2}{10}$ và xác suất để vào ô gấp đôi là $\frac{1}{10}$ Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{2}{10} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{50}$	0,25
	Cho hình chóp $S.ACBD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AB = 2a, AD = a$. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $AM = \frac{a}{2}$, cạnh AC cắt MD tại H. Biết SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SH = a$. Tính thể tích khối chóp $S.MHCB$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC.	$\Sigma 1,0$
7	ta có: $\tan \hat{ADM} = \frac{AM}{AD} = \frac{\frac{a}{2}}{a} = \frac{1}{2}$ $\tan \hat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$ $\hat{ADM} = \hat{BAC}$ Mà: $\hat{HAD} + \hat{HAM} = 90^\circ$ $\hat{DAH} + \hat{HAD} = 90^\circ \Rightarrow \hat{AHD} = 90^\circ$ $\hat{AH} \perp \hat{HD}$ $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2}$ $\Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{5}} = \frac{a}{2\sqrt{5}}$ 	0,25

	$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow HC = a\sqrt{5} - \frac{a}{\sqrt{5}} = \frac{4a}{\sqrt{5}}$	
	$\Rightarrow S_{MHCB} = \frac{1}{2}MB.BC + \frac{1}{2}CH.HM = \frac{1}{2}\left(\frac{3a}{2}.a + \frac{4a}{\sqrt{5}}.\frac{a}{2\sqrt{5}}\right) = \frac{19a^2}{20}$ $V_{S.MHCB} = \frac{1}{3}SH.S_{MHCB} = \frac{1}{3}a.\frac{19a^2}{20} = \frac{19a^3}{60}$	0,25
	Dựng HK vuông góc SD tại K Ta có $\begin{cases} AC \perp HD \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHD) \Rightarrow AC \perp HK$ $\Rightarrow HK$ là đoạn vuông góc chung của AC và SD $\Rightarrow d(AC;SD) = HK$ Ta có: $S_{DADC} = \frac{1}{2}AD.DC = \frac{1}{2}DH.AC$	0,25
	$\Rightarrow DH = \frac{AD.DC}{AC} = \frac{a.2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$ Trong tam giác vuông SHD ta có: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{9}{4a^2}$ $\Rightarrow HK = \frac{2a}{3}$	0,25
	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho hình bình hành ABCD có góc ABC nhọn, đỉnh $A(-1;0)$. Gọi H, E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng BD, BC, CD. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác EFH là $(C): x^2 + y^2 - x + 2y = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D biết E có hoành độ nguyên, C thuộc đường thẳng $x - y - 3 = 0$ và có hoành độ dương.	$\Sigma 1,0$
8	 Ta có $\angle AEC = \angle AFC = 90^\circ$ nên 4 điểm A, F, C, E cùng thuộc đường tròn đường kính AC. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Ta có $\angle FIE = 2\angle FAE = 2(180^\circ - \angle BCD)$. Các tứ giác AHFD, AHEB nội tiếp nên $\angle FHD = \angle FAD$ và $\angle BHE = \angle BAE$. Do đó $\angle FHE = 180^\circ - \angle FHD - \angle BHE = 180^\circ - \angle FAD - \angle BAE = 2\angle FAE = 2(180^\circ - \angle BCD) = \angle FIE$. Vì vậy tứ giác HIEF nội tiếp.	0,25

	Do đó I thuộc đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác HFE. Gọi $C(c; c-3) \in d, (c > 0) \Rightarrow I\left(\frac{c-1}{2}; \frac{c-3}{2}\right)$, do I thuộc (C) nên có phương trình: $\left(\frac{c-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{c-3}{2}\right)^2 - \frac{c-1}{2} + 2 \cdot \frac{c-3}{2} = 0 \Leftrightarrow c = 3 \vee c = 0 \text{ (loại } c = 0 \text{)}. \text{ Suy ra: } C(3; 0) \text{ và } I(1; 0).$	0,25
	Điểm E, F nằm trên đường tròn đường kính AC và đường tròn (C) nên tọa độ thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 - x + 2y = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, y = -2 \\ x = -\frac{3}{5}, y = -\frac{6}{5} \end{cases}.$ Vì E có hoành độ nguyên nên $F\left(-\frac{3}{5}; -\frac{5}{5}\right), E(1; -2)$. Suy ra $AB: x - y + 1 = 0, BC: x - 3y - 3 = 0$	0,25
	Tọa độ B thỏa mãn $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 3y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(-3; -2)$ $\Rightarrow \overline{BA} = (2; 2), \overline{BC} = (6; 2) \Rightarrow \overline{BA} \cdot \overline{BC} = 16 > 0 (t / m).$ Vì $\overline{AB} = \overline{DC} \Rightarrow D(5; 2)$. Vậy $B(-3; -2), C(3; 0), D(5; 2)$.	0,25
	Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy[(8xy+9x)^2 + 27(x^2-1)] = 9y(1-3y) + \frac{1535}{4} \\ x^3 - y^3 + xy = \frac{-57}{4} \end{cases}$	$\sum 1,0$
	Hệ phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} xy[(8xy+9x)^2 + 27x^2] - 27(x^3 - y^3 + xy) = -27(x^3 - y^3) + 9y(1-3y) + \frac{1535}{4} \\ x^3 - y^3 + xy = \frac{-57}{4} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} xy[(8xy+9x)^2 + 27x^2] = -27(x^3 - y^3) + 9y(1-3y) - 1 (*) \\ x^3 - y^3 + xy = \frac{-57}{4} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3(64y^3 + 144y^2 + 108y + 27) = 27y^3 - 27y^2 + 9y - 1 \\ x^3 - y^3 + xy = \frac{-57}{4} \end{cases}$	0,25
9	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3(4y+3)^3 = (3y-1)^3 \\ x^3 - y^3 + xy = \frac{-57}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(4y+3) = 3y-1 \\ x^3 - y^3 + xy = \frac{-57}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4xy + 3(x-y) = -1 \\ x^3 - y^3 + xy = \frac{-57}{4} (*) \end{cases}$	0,25
	Đặt $\begin{cases} x-y=a \\ xy=b \end{cases} \Rightarrow x^3 - y^3 = (x-y)^3 + 3xy(x-y) = a^3 + 3ab.$	0,25

	Khi đó (*) trở thành $\begin{cases} 4b + 3a = -1 \\ a^3 + 3ab + b = \frac{-57}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-3a-1}{4} \\ a^3 - \frac{3a(3a+1)}{4} - \frac{3a+1}{4} = \frac{-57}{4} \end{cases} (3)$ Ta có: $(3) \Leftrightarrow 4a^3 - 9a^2 - 3a - 3a - 1 = -57 \Leftrightarrow 4a^3 - 9a^2 - 6a + 56 = 0 \Leftrightarrow a = -2$ Khi đó $b = \frac{(-3) \cdot (-2) - 1}{4} = \frac{5}{4}$.	
	Hay ta được $\begin{cases} x - y = -2 \\ xy = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}, y = \frac{5}{2} \\ x = -\frac{5}{2}, y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y)$ là $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \left(-\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$	0,25
	Cho các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x + y = z - 1$. Tìm GTNN của biểu thức sau: $A = \frac{x^3}{x + yz} + \frac{y^3}{y + xz} + \frac{z^3}{z + xy} + \frac{14}{(z+1)\sqrt{(x+1)(y+1)}}$	$\sum 1,0$
10	Ta có $\sqrt{(x+1)(y+1)} \leq \frac{x+y+2}{2} = \frac{1+z}{2}$ $z + xy = x + y + 1 + xy = (x+1)(y+1) \leq \frac{(x+y+2)^2}{4} = \frac{(1+z)^2}{4}$ $\begin{aligned} \frac{x^3}{x + yz} + \frac{y^3}{y + xz} &= \frac{x^4}{x^2 + xyz} + \frac{y^4}{y^2 + xyz} \geq \frac{(x^2 + y^2)^2}{x^2 + y^2 + 2xyz} \\ &\geq \frac{(x^2 + y^2)^2}{x^2 + y^2 + (x^2 + y^2)z} = \frac{(x^2 + y^2)^2}{(x^2 + y^2)(1+z)} = \frac{x^2 + y^2}{1+z} \\ &\geq \frac{(x+y)^2}{2(1+z)} = \frac{(z-1)^2}{2(z+1)} \end{aligned}$	0,25
	$\Rightarrow A \geq \frac{(z-1)^2}{2(z+1)} + \frac{4z^3}{(z+1)^2} + \frac{28}{(z+1)^2}$ Xét hàm $f(z) = \frac{(z-1)^2}{2(1+z)} + \frac{4z^3}{(z+1)^2} + \frac{28}{(z+1)^2}$ trên $(0; +\infty)$	0,25

$$f(z) = \frac{9z^3 - z^2 - z + 57}{2(z+1)^2}$$

$$f'(z) = \frac{(27z^2 - 2z - 1)(z+1)^2 - 2(z+1)(9z^3 - z^2 - z + 57)}{2(z+1)^4}$$

$$f'(z) = \frac{9z^3 + 27z^2 - z - 115}{2(z+1)^3}$$

$$f'(z) = 0 \Leftrightarrow z = \frac{5}{3}$$

0,25

Bảng biến thiên:

z	0	$\frac{5}{3}$	$+\infty$
f'(z)	-	0	+
f(z)		$\frac{53}{8}$	

$$\text{Vậy } \min A = \frac{53}{8} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{3}; z = \frac{5}{3}$$

0,25