Câu 1: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Hình đa diện nào sau đây không có tâm đối xứng?

A. Hình bát diện đều. **B.** Hình tứ diện đều. **C.** Hình lập phương. **D.** Hình hộp chữ nhật.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này?

A. $24\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $22\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $26\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $20\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh, ta có: $S_{xq}=2\pi R.l=2\pi.3.4=24\pi\left(\text{cm}^2\right)$

Câu 3: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Hình chóp có đáy là hình thoi thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Hình chóp có đáy là hình tứ giác thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình chóp có đáy là hình tam giác thì luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải:

Chọn D

Điều kiện để một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp là đa giác đáy là đa giác nội tiếp đường tròn. Do đó: Đáy là tam giác thì luôn có tâm đường tròn ngoại tiếp.

Câu 4: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V=4\pi$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=8\pi$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ $V=\pi r^2h=\pi.2^2.2=8\pi$.

Câu 5: (THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018) Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

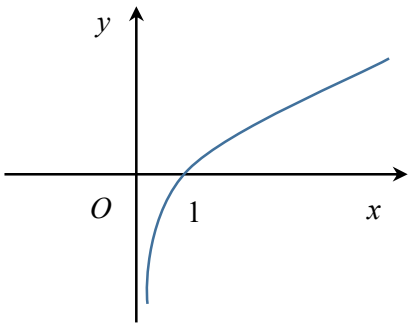
A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn C

$S_{xq}=\pi rl$.

Câu 6: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Đồ thị sau đây của hàm số nào?



A. $y=2^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$. **C.** $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y=\log_2 x$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị đã cho có tiệm cận đứng là trục tung nên là đồ thị của hàm số logarit.

Hàm số tương ứng đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên có cơ số $a>1$.

Câu 7: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=4$. **D.** $V=4\pi$.

Lời giải

Chọn D

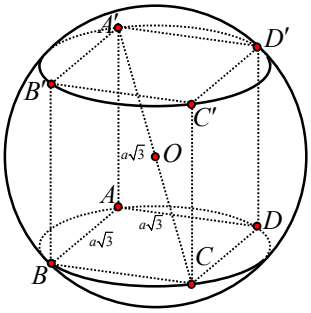
Thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2.4=4\pi$.

Câu 8: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$

A. $6a$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $3a$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình lập phương

Ta có các tứ giác $AA'C'C$, $ABC'D'$ và $BB'D'D$ là các hình chữ nhật

$$\Rightarrow\begin{cases}OA=OC=OA'=OC'\\OB=OD=OB'=OD'\Rightarrow O\text{ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.}\\OA=OB=OC'=OD'\end{cases}$$

Khi đó đường kính $d=AC'=a\sqrt{3}.\sqrt{3}=3a$.

Câu 9: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Nếu cạnh của hình lập phương tăng lên gấp 2 lần thì thể tích của hình lập phương đó sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích của hình lập phương cạnh a là a^3.

Do đó khi tăng cạnh hình lập phương lên 2 lần thì thể tích là $8a^3$.

Câu 10: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho đường thẳng l cắt và không vuông góc với Δ quay quanh Δ thì ta được

A. Hình nón tròn xoay. **B.** Mặt nón tròn xoay.

C. Khối nón tròn xoay. **D.** Mặt trụ tròn xoay.

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa.

Câu 11: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Khối trụ tròn xoay có đường kính đáy là $2a$, chiều cao là $h = 2a$ có thể tích là:

A. $V = \pi a^3$. **B.** $V = 2\pi a^2 h$. **C.** $V = 2\pi a^2$. **D.** $V = 2\pi a^3$.

Lời giải:

Chọn D

Ta có $V = Sh = \pi r^2 h = \pi a^2 .2a = 2\pi a^3$. s

Câu 12: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Thể tích của một khối cầu có bán kính R là

A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V = 4\pi R^3$.

Lời giải

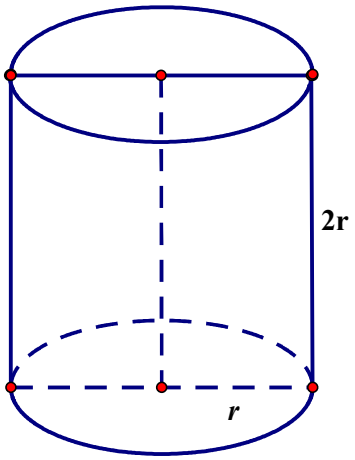
Chọn A

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ đó là

A. $6\pi r^2$. **B.** $2\pi r^2$. **C.** $8\pi r^2$. **D.** $4\pi r^2$.

Lời giải

Chọn A



Do thiết diện qua trục là hình vuông nên $h = l = 2r$.

Ta có $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi r.2r + 2\pi r^2 = 6\pi r^2$.

Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S = \pi R^2$. **B.** $S = \frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $S = \frac{3}{4}\pi R^2$. **D.** $S = 4\pi R^2$.

Lời giải

Chọn D

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Câu 3: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Trong các hình đa diện sau, hình nào **không** nội tiếp được trong một mặt cầu?

A. Hình tứ diện. **B.** Hình hộp chữ nhật.

C. Hình chóp ngũ giác đều. **D.** Hình chóp có đáy là hình thang vuông.

Lời giải

Chọn D

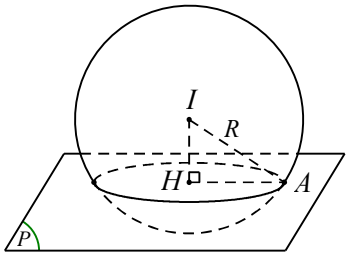
Vì hình thang vuông không nội tiếp được trong một đường tròn nên hình chóp có đáy là hình thang vuông không nội tiếp được trong một mặt cầu.

Câu 4: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

A. a. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{10}$. **D.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Bán kính hình cầu đã cho là $R = a\sqrt{3}$.

Khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) là $d = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a$.

Câu 5: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

A. $50\ \text{m}^2$. **B.** $50\pi\ \text{m}^2$. **C.** $100\pi\ \text{m}^2$. **D.** $100\ \text{m}^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có chu vi đáy $C = 2\pi R = 5$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 5.20 = 100\ \text{m}^2$.

Câu 6: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A. $V = 800\pi\ \text{cm}^3$. **B.** $V = 1600\pi\ \text{cm}^3$. **C.** $V = \dfrac{1600\pi}{3}\ \text{cm}^3$. **D.** $V = \dfrac{800\pi}{3}\ \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính đáy của hình nón: $R = \sqrt{l^2 - h^2} = 10$ cm.

Vậy thể tích khối nón tương ứng là: $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.100.24 = \dfrac{800\pi}{3}$.

Câu 7: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt cầu có diện tích bằng $\dfrac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu $S_C = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 4\pi R^2 = \dfrac{8\pi a^2}{3} \Leftrightarrow R = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 8: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi\ (\text{cm}^2)$. Bán kính R của khối cầu bằng:

A. $R = 6\ (\text{cm})$. **B.** $R = \sqrt{6}\ (\text{cm})$. **C.** $R = 3\ (\text{cm})$. **D.** $R = 3\sqrt{2}\ (\text{cm})$.

Lời giải

Chọn D

* Ta có diện tích của mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 72\pi \Leftrightarrow R^2 = 18 \Rightarrow R = 3\sqrt{2}$.

Câu 9: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình có đáy là hình tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải

Chọn D

Một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi đáy của nó là một đa giác nội tiếp được đường tròn.

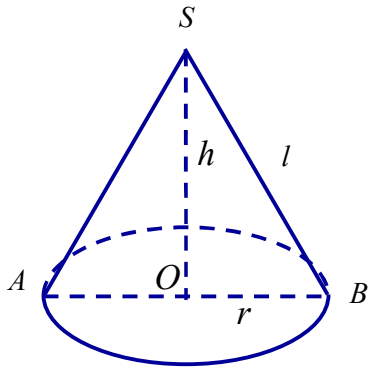
Như vậy đáy là hình bình hành, hình tứ giác, hình thang bất kỳ chưa chắc đã nội tiếp được một mặt cầu nên đáp án A, B,C (loại).

Câu 10: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r, chiều cao h và đường sinh l.
Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$. **C.** $h^2=r^2+l^2$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Lời giải

Chọn C



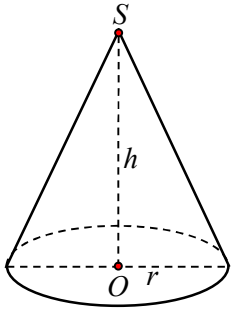
Ta có tam giác SOB vuông tại O nên: $h^2+r^2=l^2\Rightarrow h^2=l^2-r^2$.

Câu 11: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=4\pi$. **C.** $V=16\pi\sqrt{3}$. **D.** $V=12\pi$.

Lời giải

Chọn B



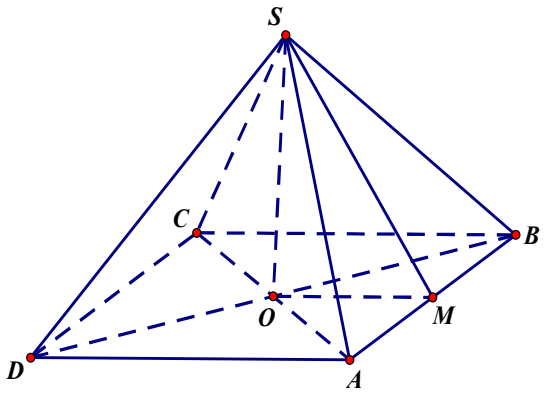
Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=4\pi$.

Câu 12: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O=AC\cap BD$ và M là trung điểm AB. Hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ có bán kính đáy là $R=OM=\frac{a}{2}$ và có chiều cao là $h=SO$.

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}Bh$ trong đó $B=\pi R^2=\frac{\pi a^2}{4}$.

Diện tích tam giác SAB là $2a^2$ nên $\frac{1}{2}SM.AB=2a^2\Leftrightarrow SM=4a$.

Trong tam giác vuông SOM ta có $SO=\sqrt{SM^2-OM^2}=\sqrt{16a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{3a\sqrt{7}}{2}$ hay $h=\frac{3a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón $V=\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$.

Câu 13: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay tam giác ABC (kể cả các điểm trong) quanh cạnh AC ta được

A. Khối nón. **B.** Mặt nón. **C.** Khối trụ. **D.** Khối cầu

Lời giải

Chọn A

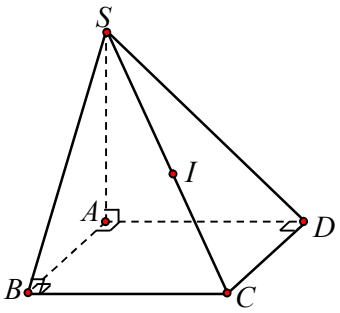
Câu 14: (THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. I là trung điểm SC. **B.** I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD.

C. I là giao điểm của AC và BD. **D.** I là trung điểm SA.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm SC.

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow$ tam giác SAC vuông tại $A \Rightarrow IA = IC = IS$ (1)

Lại có: AB, AD là hình chiếu vuông góc của SB, SD lên mặt phẳng $(ABCD)$

Mà $BC \perp AB$, $CD \perp AD$ nên $BC \perp SB$, $CD \perp SD$ (định lí ba đường vuông góc)

$\Rightarrow$ các tam giác SBC và SAD vuông tại B và $D \Rightarrow \begin{cases} IB = IC = IS \\ IC = ID = IS \end{cases}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

Vậy tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là trung điểm SC.

Câu 15: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 4a$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $8\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $4\pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = \pi rl = \pi.a\sqrt{3}.4a = 4\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 16: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

A. $2\pi R^2$. **B.** πR^2. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $2\pi R$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Câu 17: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Nếu điểm M trong không gian luôn nhìn đoạn thẳng AB cố định dưới một góc vuông thì M thuộc

A. Một mặt cầu cố định. **B.** Một khối cầu cố định.

C. Một đường tròn cố định. **D.** Một hình tròn cố định.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết.

Câu 18: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. πa^2. **B.** $2a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh: $S = 2\pi R.h = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 19: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
C. Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải

Chọn D

Hình tứ diện có 4 đỉnh và 4 mặt.

Câu 20: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Một hình trụ có bán kính đáy là r. Gọi O, O' là tâm của hai đáy với $OO'=2r$. Mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O'. Phát biểu nào dưới đây là **sai?**

A. Diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.

B. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần hình trụ.

C. Thể tích khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích khối trụ.

D. Thể tích khối cầu băng $\frac{3}{4}$ thể tích khối trụ.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O' nên bán kính mặt cầu cũng là r.

$V_c=\frac{4}{3}\pi r^3$, $V_t=2\pi r^3$. Do đó $V_c=\frac{2}{3}V_t \Rightarrow$ Khẳng định C sai.

Câu 21: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay tam giác đó quanh cạnh góc vuông AB, đường gấp khúc BCA tạo thành hình tròn xoay nào trong bốn hình sau đây.

A. Hình nón. **B.** Hình trụ. **C.** Hình cầu. **D.** Mặt nón.

Lời giải

Chọn A

Khi quay tam giác đó quanh cạnh góc vuông AB, đường gấp khúc BCA tạo thành hình tròn xoay là hình nón.

Câu 22: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Tính bán kính r của khối cầu có thể tích là $V=36\pi(\text{cm}^3)$.

A. $r=3(\text{cm})$. **B.** $r=6(\text{cm})$. **C.** $r=4(\text{cm})$. **D.** $r=9(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow r^3=\frac{3V}{4\pi} \Rightarrow r^3=27 \Rightarrow r=3$. Vậy $r=3(\text{cm})$.

Câu 23: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích mỗi mặt đáy bằng $S=9\pi(\text{cm}^2)$. Tính diện tích xung quanh hình trụ đó.

A. $S_{xq}=36\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $S_{xq}=18\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $S_{xq}=72\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $S_{xq}=9\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện qua trục là một hình vuông nên $h=2r$.

Diện tích đáy $S=9\pi\left(\text{cm}^2\right)\Leftrightarrow r^2\pi=9\pi\Leftrightarrow r=3\left(\text{cm}\right)\Rightarrow h=6\left(\text{cm}\right)$.

Vậy diện tích xung quanh $S_{xq}=2r\pi h=36\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 24: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Một hình cầu có bán kính bằng $2\,(\text{m})$. Hỏi diện tích của mặt cầu bằng bao nhiêu ?

A. $4\pi\,(\text{m}^2)$. **B.** $16\pi\,(\text{m}^2)$. **C.** $8\pi\,(\text{m}^2)$. **D.** $\pi\,(\text{m}^2)$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=16\pi\,(\text{m}^2)$.

Câu 25: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Một hồ bơi hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng $50\,(\text{m})$. Lượng nước trong hồ cao $1,5\,(\text{m})$. Thể tích nước trong hồ là

A. $1875\left(\text{m}^3\right)$. **B.** $2500\left(\text{m}^3\right)$. **C.** $1250\left(\text{m}^3\right)$. **D.** $3750\left(\text{m}^3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích nước trong hồ là $V=1,5.50^2=3750\left(\text{m}^3\right)$.

Câu 26: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Tính thể tích V của khối nón có bán kính hình tròn đáy $R=30\,(\text{cm})$, chiều cao $h=20\,(\text{cm})$.

A. $V=18000\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $V=6000\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $V=1800\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $V=600\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}\pi.30^2.20=6000\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 27: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là

A. $l=h$. **B.** $R=h$. **C.** $l^2=h^2+R^2$. **D.** $R^2=h^2+l^2$.

Lời giải

Chọn A

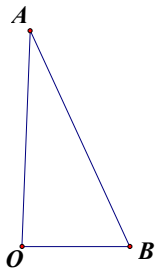
Trong hình trụ ta luôn có $l=h$.

Câu 28: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Cho tam giác AOB vuông tại O, có $\widehat{OAB}=30^\circ$ và $AB=a$. Quay tam giác AOB quanh trục AO ta được một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{2}$. **B.** $S_{xq}=\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{4}$. **D.** $S_{xq}=2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



$S_{xq}=\pi Rl$ trong đó $R=OB$, $l=AB$. Trong tam giác vuông OAB ta có $OB=AB.\sin 30°$ hay $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a}{2}$. Vậy $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{2}$.

Câu 29: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Khinh khí cầu của Mông–gôn–fie (Montgolfier) (người Pháp) nhà phát minh ra khinh khí cầu dùng khí nóng. Coi khinh khí cầu này là một mặt cầu có đường kính 11m thì diện tích của mặt khinh khí cầu là bao nhiêu ? (lấy $\pi\approx\dfrac{22}{7}$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $380,29\left(\text{m}^2\right)$. **B.** $697,19\left(\text{m}^2\right)$. **C.** $190,14\left(\text{m}^2\right)$. **D.** $95,07\left(\text{m}^2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính của khi khí cầu là $R=\dfrac{11}{2}(\text{m})$.

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=121\pi\approx 380.29\left(\text{m}^2\right)$.

Câu 30: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π.

A. 9π. **B.** 36π. **C.** $\dfrac{\pi}{9}$. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

• $S_C=4\pi R^2=36\pi\Rightarrow R^2=9\Rightarrow R=3$.

$\Rightarrow V_C=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

Câu 31: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là tam giác cân.

B. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là hình tròn.

C. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.

D. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó.

Lời giải

Chọn B

Hình nón có các đường sinh bằng nhau nên khi cắt bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là tam giác cân. Vậy **A** đúng.

Mỗi mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu, khối cầu đều là một mặt phẳng đối xứng của mặt cầu, khối cầu đó. Vậy **C** đúng.

Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó. Vậy **D** đúng.

Vậy chọn **B**.

Câu 32: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

A. $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)$. **D.** $2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có diện tích toàn phần của hình trụ là:

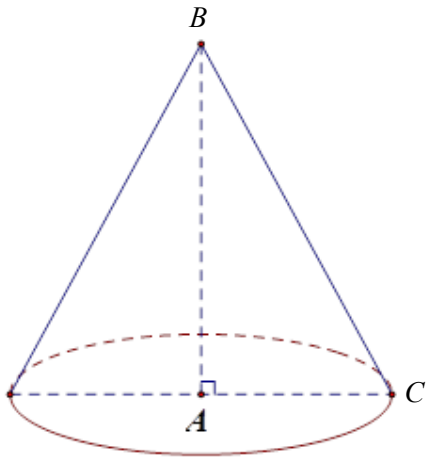
$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi a^2\sqrt{3} + 2\pi a^2 = 2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)$.

Câu 33: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB.

A. $l = a$. **B**. $l = 2a$. **C**. $l = \sqrt{3}a$. **D**. $l = \sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông tại A, $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$ nên $BC = 2a$.

Độ dài đường sinh l của hình nón có được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AB là $l = BC = 2a$.

Câu 34: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Thể tích khối trụ ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

Hình trụ ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao $h = 2a$ và bán kính đáy $R = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương là: $V = \pi R^2 h = \pi\left(a\sqrt{2}\right)^2.2a = 4\pi a^3$.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $S=24\pi$. **B.** $S=8\sqrt{3}\pi$. **C.** $S=16\sqrt{3}\pi$. **D.** $S=4\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi rl=4\sqrt{3}\pi$.

Câu 2: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính R. Biết $SO=h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $\sqrt{h^2-R^2}$. **B.** $\sqrt{h^2+R^2}$. **C.** $2\sqrt{h^2-R^2}$. **D.** $2\sqrt{h^2+R^2}$.

Lời giải

Chọn B

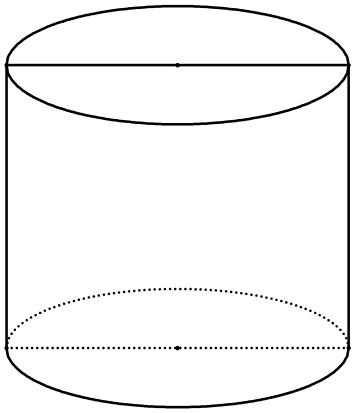
Ta có đường sinh $l=\sqrt{h^2+R^2}$.

Câu 3: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Cho một khối trụ có diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π. Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10.

A. 160π. **B.** 400π. **C.** 40π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn A



Ta có: khoảng cách giữa hai đáy bằng 10 nên $h=l=10$.

Diện tích xung quanh $S_{xq}=80\pi \Leftrightarrow 2\pi rl=80\pi \Leftrightarrow r=4$.

Vậy thể tích của khối trụ bằng $V=\pi.4^2.10=160\pi$.

Câu 4: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Chỉ ra khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Khối lăng trụ có đáy có diện tích đáy là B, đường cao của lăng trụ là h, khi đó thể tích khối lăng trụ là $V=Bh$.

B. Diện tích xung quanh của mặt nón có bán kính đường tròn đáy r và đường sinh l là $S=\pi rl$.

C. Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V=4\pi R^3$.

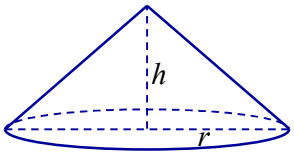
D. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đường tròn đáy r và chiều cao của trụ l là $S_{tp}=2\pi r\left(l+r\right)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

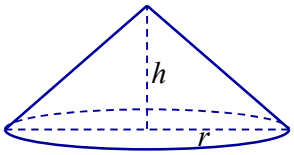
Câu 5: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$, chiều cao $h=\sqrt{3}$ (hình vẽ). Thể tích của khối nón là



A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.2^2.\sqrt{3}=\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 6: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hình có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải

Chọn B

Trong các đáp án chỉ có đáp án B có đáy là hình thang cân mới có đường tròn ngoại tiếp đáy, suy ra có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 7: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Một hình nón có bán kính mặt đáy bằng $3\,\text{cm}$, độ dài đường sinh bằng $5\,\text{cm}$. Tính thể tích V của khối nón được giới hạn bởi hình nón.

A. $V=12\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $V=16\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $V=75\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $V=45\pi\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Hình nón có bán kính mặt đáy $r=3\,\text{cm}$, độ dài đường sinh $l=5\,\text{cm}$ nên độ dài đường cao $h=4\,\text{cm}$. Vậy $V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 8: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $AD=2a$. Thể tích của khối trụ tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. $4\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $2a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối trụ tròn xoay ta có

$V=\pi r^2h=\pi\left(2a\right)^2.a=4\pi a^3$.

Câu 9: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Gọi S, V lần lượt là diện tích mặt cầu và thể tích của khối có bán kính R. Nếu coi S, V là các hàm số của biến R thì V là một nguyên hàm của S trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Khối nón có chiều cao h, bán kính đáy R thì có thể tích bằng $\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

C. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$.

D. Khối trụ có chiều cao h, đường kính đáy R thì có thể tích bằng $\pi R^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Khối trụ có chiều cao h, đường kính đáy R thì có thể tích bằng $\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 h = \frac{\pi R^2 h}{4}$.

Câu 10: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Một hình nón tròn xoay có đường cao h, bán kính đáy r và đường sinh l. Biểu thức nào sau đây dùng để tính diện tích xung quanh của hình nón?

A. $S_{xq} = \pi rl$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi rh$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rh$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 11: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018)** Cho khối cầu có bán kính R. Thể tích của khối cầu đó là

A. $V = 4\pi R^3$ **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn B

- Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 12: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018)** Cho một hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 6π. **B.** 18π. **C.** 15π. **D.** 9π.

Lời giải

Chọn B

$V = \pi R^2 h = \pi.3^2.2 = 18\pi$.

Câu 13: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R, chiều cao h là

A. $S_{xq} = \pi Rh$. **B.** $S_{xq} = 3\pi Rh$. **C.** $S_{xq} = 4\pi Rh$. **D.** $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Lời giải

Chọn D

Câu 14: **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

A. 2. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2=16\pi \Rightarrow R=2$.

Câu 15: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=2\pi r^2$. **D.** $S_{xq}=4\pi r^2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 16: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi r^2 l$. **C.** $S_{xq}=2\pi rl$. **D.** $S_{xq}=4\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là $S_{xq}=2\pi rl$

Câu 17: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $N(2;-1;-3)$. **B.** $P(5;-2;-1)$. **C.** $Q(-1;0;-5)$. **D.** $M(-2;1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét N,P,Q thuộc đường thẳng d.

Tọa độ điểm M không thuộc đường thẳng d.

Câu 18: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Một khối cầu có thể tích bằng $\dfrac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

A. $R=2$. **B.** $R=32$. **C.** $R=4$. **D.** $R=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích khối cầu có bán kính R là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{32\pi}{3}\Leftrightarrow R=2$.

Câu 19: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình lập phương.

B. Tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình hộp.

C. Tồn tại một mặt nón tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình chóp tứ giác đều.

D. Tồn tại một mặt cầu chứa tất cả các đỉnh của một hình tứ diện đều.

Lời giải

Chọn B

Mặt tròn xoay có tính chất đối xứng, hình hộp không có tính đối xứng. Do đó không tồn tại một mặt trụ tròn xoay chứa tất cả các cạnh bên của một hình hộp.

Câu 20: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Tính diện tích xung quanh S của hình trụ có bán kính bằng 3 và chiều cao bằng 4.

A. $S=12\pi$. **B.** $S=42\pi$. **C.** $S=36\pi$. **D.** $S=24\pi$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ $S=2\pi rh=24\pi$.

Câu 21: (THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018) Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $24\left(\text{cm}^2\right)$, chiều cao bằng $3\ \left(\text{cm}\right)$ thì có thể tích bằng

A. $72\ \left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $126\ \left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $24\ \left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $8\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ $V=B.h\ =24.3=72\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 22: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

A. $V=4\pi R^2$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $V=\pi R^3$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 23: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Cho khối nón có bán kính $r=\sqrt{5}$ và chiều cao $h=3$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V=9\pi\sqrt{5}$. **B.** $V=3\pi\sqrt{5}$. **C.** $V=\pi\sqrt{5}$. **D.** $V=5\pi$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích V của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi 5.3=5\pi$.

Câu 24: Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R công thức thể tích của khối trụ đó là.

A. πRh^2. **B.** πR^2h. **C.** $\frac{1}{3}\pi Rh^2$. **D.** $\frac{1}{3}\pi R^2h$.

Câu 25: (THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R công thức thể tích của khối trụ đó là.

A. πRh^2. **B.** πR^2h. **C.** $\frac{1}{3}\pi Rh^2$. **D.** $\frac{1}{3}\pi R^2h$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V_{trụ}=B.h=\pi R^2h$.

Câu 26: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Một hình trụ có chiều cao bằng 6 cm và diện tích đáy bằng $4\,\text{cm}^2$. Thể tích của khối trụ bằng

A. $8\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $12\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $24\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $72\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

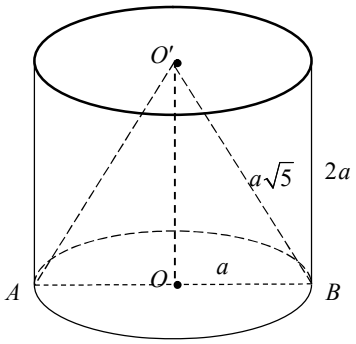
Chọn C

Câu 27: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Một hình nón có đáy trùng với một đáy của hình trụ và đỉnh trùng với tâm của đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Độ dài đường sinh của hình nón là

A. $a\sqrt{5}$. **B.** a. **C.** a. **D.** $3a$.

Lời giải

Chọn A



Độ dài đường sinh của hình nón là $l = O'B = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$.

Câu 28: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

A. $r = 4a$. **B.** $r = 6a$. **C.** $r = 4\pi$. **D.** $r = 8a$.

Lời giải

Chọn A

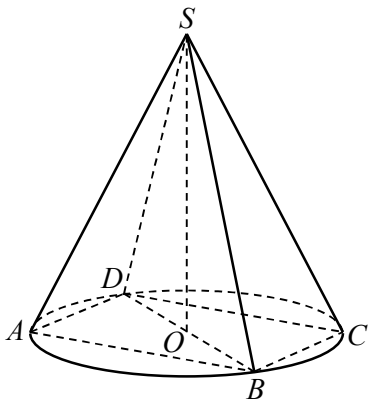
Theo giả thiết ta có $S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow r = \dfrac{S_{xq}}{2\pi l} = \dfrac{16\pi a^2}{2\pi.2a} = 4a$.

Câu 29: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ là

A. $S = 2\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $S = 4\pi a^2$. **C.** $S = \sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S = \sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Hình nón có đường sinh $l = SA = 4a$ và bán kính đáy $r = OB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 30: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình trụ có diện tích xung quang bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ bằng

A. $4a$. **B.** $8a$. **C.** $2a$. **D.** $6a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S_{xq} = 2\pi Rl \Rightarrow l = \dfrac{S_{xq}}{2\pi R} = \dfrac{8\pi a^2}{2\pi a} = 4a$.

Câu 31: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Thể tích khối nón có chiều cao h, bán kính đường tròn đáy r là

A. $V = \dfrac{1}{2}\pi r^2 h$. **B.** $V = \pi r^2 h$. **C.** $V = \dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Câu 32: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 4$ bằng

A. $V = 64\pi$. **B.** $V = 48\pi$. **C.** $V = 36\pi$. **D.** $V = \dfrac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D

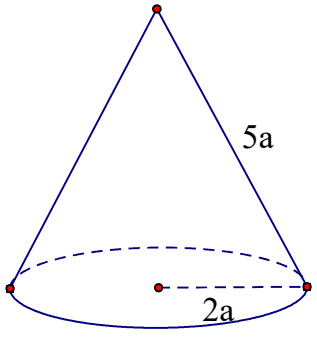
Thể tích của khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.4^3 = \dfrac{256\pi}{3}$.

Câu 33: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S = 10\pi a^2$. **B.** $S = 14\pi a^2$. **C.** $S = 36\pi a^2$. **D.** $S = 20\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Diện tích xung quanh của hình nón (N) là $S = \pi rl = \pi.2a.5a = 10\pi a^2$.

Câu 34: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A. $2a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** a. **D.** $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn C

$S_{xq}=2\pi rl \Rightarrow l=\frac{S_{xq}}{2\pi r}=\frac{2\pi a^2}{2\pi a}=a$.

Câu 35: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là

A. $V=\pi R^2 h$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi Rh$. **C.** $V=\frac{1}{3}2\pi Rh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Câu 36: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V=108\pi$. **B.** $V=54\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=18\pi$.

Lời giải

Chọn D

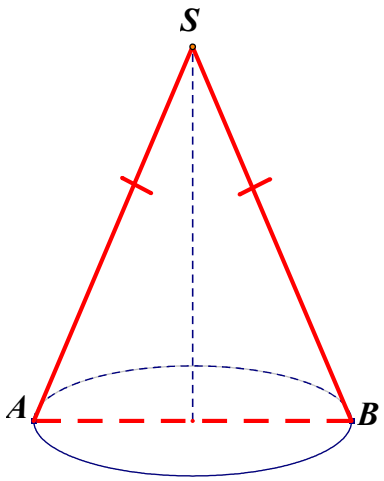
Ta có $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h=\frac{1}{3}\pi.3^2.6=18\pi$.

Câu 1: **(SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là:

A. một hình chữ nhật. **B.** một tam giác cân. **C.** một đường elip. **D.** một đường tròn.

Lời giải

Chọn B



Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân.

Câu 2: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Gọi R, S, V lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $S=\pi R^2$. **C.** $3V=S.R.$ **D.** $S=4\pi R^2$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Một hình trụ có bán kính đáy $r=5\text{cm}$, chiều cao $h=7\text{cm}$. Tính diện tích xung quang của hình trụ.

A. $S=35\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S=\frac{70}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S=\frac{35}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính diện tích xung quanh ta có $S_{xq}=2\pi rh=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 4: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Gọi r là bán kính đường tròn đáy và l là độ dài đường sinh của hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $2\pi r^2 l$. **B.** πrl. **C.** $2\pi rl$. **D.** $\frac{1}{3}\pi rl$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 5: **(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018)** Thể tích khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là.

A. $V=\frac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 6: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5(\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $35\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $70\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $120\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $60\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq}=2\pi rh=2\pi 5.7=70\pi\ (\text{cm}^2)$.

Câu 7: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 8: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

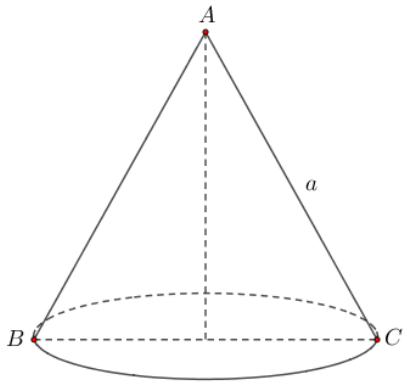
A. $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$. **B.** $\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $2\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$.

Câu 9: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\pi a^2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $l=AB=a$, $r=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $S_{xq}=\pi rl=\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 10: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$. **B.** $\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $2\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Diện tích toàn phần của hình trụ = Diện tích xung quanh + 2 lần diện tích đáy.

Suy ra $S_{tp}=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi.a.a\sqrt{3}+2\pi a^2=2\pi.a.^2\left(\sqrt{3}+1\right)$.

Câu 11: Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Tính thể tích của khối trụ?

A. 18π. **B.** 10π. **C.** 12π. **D.** 40π.

Câu 12: Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r. Tính thể tích của khối nón.

A. $2\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **D.** $\pi r^2 h$.

Câu 13: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** π.

Câu 14: Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Tính thể tích của khối trụ?

A. 18π. **B.** 10π. **C.** 12π. **D.** 40π.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\pi R = 4\pi \Leftrightarrow R = 2$.

Thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = \pi.2^2.3 = 12\pi$.

Câu 15: Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r. Tính thể tích của khối nón.

A. $2\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **D.** $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn B

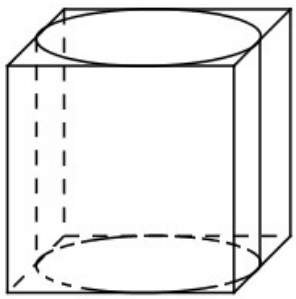
Ta có thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 16: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** π.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết ta suy ra hình trụ có bán kính đáy $R = \frac{1}{2}$ và chiều cao $h = 1$.

Vậy thể tích hình trụ là: $V = \pi R^2 h = \frac{\pi}{4}$.

Câu 17: Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

A. tăng 2 lần. **B.** tăng 16 lần.

C. giảm 16 lần. **D.** giảm 2 lần.

Câu 18: Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

A. tăng 2 lần. **B.** tăng 16 lần. **C.** giảm 16 lần. **D.** giảm 2 lần.

Lời giải

Chọn A

Thể tích ban đầu của khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Do đó, khi tăng bán kính đáy của hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần thì thể tích của khối nón tương ứng là $V_2 = \frac{1}{3}\pi (4R)^2 \frac{h}{8} = \frac{1}{3}\pi .2.R^2 h = 2V_1$.

Vậy thể tích của khối nón đó tăng 2 lần.

Câu 19: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $\frac{2}{3}a$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-3z-4=0$, Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.

Câu 21: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $\frac{2}{3}a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rl = 3\pi a^2 \Rightarrow h = l = \frac{3\pi a^2}{2\pi a} \Rightarrow h = \frac{3}{2}a$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-3z-4=0$, Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-3}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng qua $A(-1;-3;2)$ vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y-3z-4=0$ nên có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;-3)$, có phương trình: $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-2}{-3}$

Câu 23: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ và $AD=3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 48π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Câu 24: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ và $AD=3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 48π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào giả thiết ta có khối trụ có chiều cao $h=4$ và bán kính đáy $R=3$ nên có thể tích:

$$V=\pi.h.R^2=\pi.4.3^2=36\pi.$$

Câu 25: Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. πaR^2. **B.** $2\pi aR^2$. **C.** $\frac{1}{3}\pi aR^2$. **D.** aR^2.

Câu 26: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

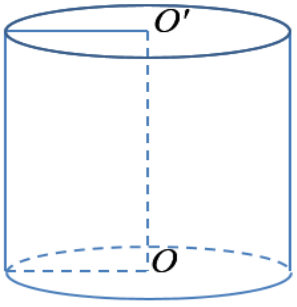
A. $S=2\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\pi a$. **D.** $S=\frac{\pi a^2}{3}$.

Câu 27: Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. πaR^2. **B.** $2\pi aR^2$. **C.** $\frac{1}{3}\pi aR^2$. **D.** aR^2.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V=\pi aR^2$.

Câu 28: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S=2\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\pi a$. **D.** $S=\frac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\pi R = 2\pi a \Rightarrow R = a$.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là $S_{xq} = \pi Rl = 2a^2\pi$.

Câu 29: Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng V và chiều cao bằng h là

A. $r = \sqrt{\dfrac{3V}{\pi h}}$. **B.** $r = \sqrt{\dfrac{3V}{2\pi h}}$. **C.** $r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}$. **D.** $r = \sqrt{\dfrac{2V}{\pi h}}$.

Câu 30: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB.

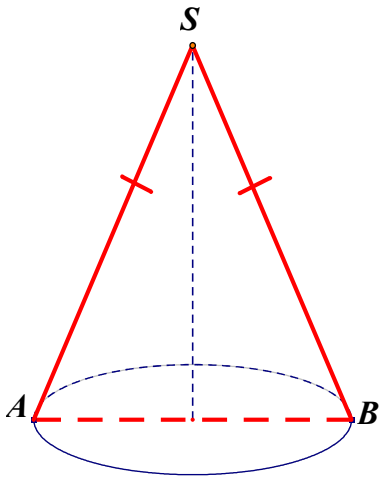
A. $12\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $6a^2\sqrt{3}$. **D.** $2\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 31: Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng V và chiều cao bằng h là

A. $r = \sqrt{\dfrac{3V}{\pi h}}$. **B.** $r = \sqrt{\dfrac{3V}{2\pi h}}$. **C.** $r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}$. **D.** $r = \sqrt{\dfrac{2V}{\pi h}}$.

Lời giải

Chọn A



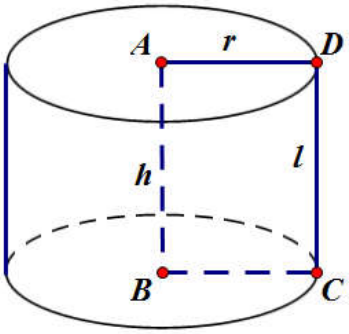
Ta có: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h \Leftrightarrow r^2 = \dfrac{3V}{\pi h} \Leftrightarrow r = \sqrt{\dfrac{3V}{\pi h}}$.

Câu 32: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB.

A. $12\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $6a^2\sqrt{3}$. **D.** $2\pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB ta thu được khối nón có các thông số:

$$l = h = AB = a,\ r = AD = a\sqrt{3}$$

Diện tích xung quanh khối trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB=3$, $AC=4$, $AA'=5$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. 30. **B.** 60. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB=3$, $AC=4$, $AA'=5$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. 30. **B.** 60. **C.** 10. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V=AA'.S_{ABC}=AA'.\frac{1}{2}.AB.AC=5.\frac{1}{2}.3.4=30$.

Câu 35: Thể tích khối nón có chiều cao bằng h, đường sinh bằng l là:

A. $\frac{1}{3}\pi l^2h$. **B.** $\frac{1}{3}\pi\left(l^2-h^2\right)h$. **C.** $\pi l\sqrt{l^2-h^2}$. **D.** $\pi\left(l^2-h^2\right)h$.

Câu 36: Thể tích khối nón có chiều cao bằng h, đường sinh bằng l là:

A. $\frac{1}{3}\pi l^2h$. **B.** $\frac{1}{3}\pi\left(l^2-h^2\right)h$. **C.** $\pi l\sqrt{l^2-h^2}$. **D.** $\pi\left(l^2-h^2\right)h$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có : $r=\sqrt{l^2-h^2}$. Vậy $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(l^2-h^2\right)h$.

Câu 37: Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì diện tích bằng

A. 4π. **B.** 16π. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** 2π.

Câu 38: Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì diện tích bằng

A. 4π. **B.** 16π. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=4\pi$.

Câu 39: Khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ thì có đường sinh bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 40: Khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ thì có đường sinh bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{2^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=4$.

Câu 41: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $18\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Câu 42: Cho hình trụ bán kính đáy $r=5\,(\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

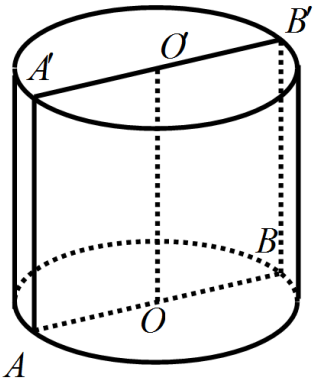
A. $35\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $70\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $120\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $60\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 43: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $18\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Thiết diện qua trục là hình vuông nên $AB=AA'=2R=4a$.

Nên thể tích khối trụ: $V=B.h=\pi R^2.AA'=\pi.4a^2.4a=16\pi a^3$.

Câu 44: Cho hình trụ bán kính đáy $r=5\,(\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. $35\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $70\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $120\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $60\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.5.7=70\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 45: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S=2\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\pi a$. **D.** $S=\dfrac{\pi a^2}{3}$.

Câu 46: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Câu 47: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S=2\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\pi a$. **D.** $S=\dfrac{\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\pi R=2\pi a\Rightarrow R=a$.

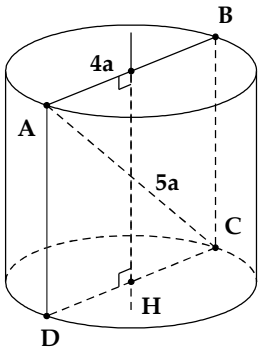
Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là: $S_{xq}=\pi Rl=2a^2\pi$.

Câu 48: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có

+ Bán kính đường tròn đáy là: $r=\dfrac{AB}{2}=2a$.

+ Chiều cao khối trụ: $h=AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{(5a)^2-(4a)^2}=3a$.

+ Thể tích khối trụ: $V=\pi.r^2.h=\pi.(2a)^2.3a=12\pi a^3$.

Câu 49: Khối cầu bán kính $R=2a$ có thể tích là:

A. $\dfrac{32\pi a^3}{3}$. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $\dfrac{8\pi a^3}{3}$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 50: Khối cầu bán kính $R=2a$ có thể tích là:

A. $\dfrac{32\pi a^3}{3}$. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $\dfrac{8\pi a^3}{3}$. **D.** $16\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích khối cầu là $S=\dfrac{4}{3}\pi.R^3=\dfrac{4}{3}\pi.8a^3=\dfrac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 51: Tính thể tích V của khối nón có diện tích hình tròn đáy là S và chiều cao là h.

A. $V=\dfrac{4}{3}Sh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Sh^2$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}Sh$.

Câu 52: Tính thể tích V của khối nón có diện tích hình tròn đáy là S và chiều cao là h.

A. $V=\dfrac{4}{3}Sh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Sh^2$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}Sh$.

Lời giải

Chọn D

Câu 53: Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ lần lượt có giá trị là

A. $2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2$. **B.** $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$.

C. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\pi R^2$. **D.** $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2+R^2$.

Câu 54: Cho một hình trụ có bán kính đáy bằng R và có chiều cao bằng $R\sqrt{3}$. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình trụ lần lượt có giá trị là

A. $2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2$.

B. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$.

C. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\pi R^2$.

D. $2\sqrt{3}\pi R^2$ và $2\sqrt{3}\pi R^2+R^2$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq}=2\pi R.R\sqrt{3}=2\sqrt{3}\pi R^2$ (đvdt).

Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp}=S_{xq}+2.S_{\text{day}}=2\sqrt{3}\pi R^2+2\left(\pi R^2\right)=2\left(\sqrt{3}+1\right)\pi R^2$ (đvdt).

Câu 55: Khi quay một hình chữ nhật và các điểm trong của nó quanh trục là một đường trung bình của hình chữ nhật đó, ta nhận được hình gì.

A. Khối chóp. **B.** Khối nón. **C.** Khối cầu. **D.** Khối trụ.

Câu 56: Khi quay một hình chữ nhật và các điểm trong của nó quanh trục là một đường trung bình của hình chữ nhật đó, ta nhận được hình gì.

A. Khối chóp. **B.** Khối nón. **C.** Khối cầu. **D.** Khối trụ.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 57: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=2$ và đường sinh $l=3$ bằng:

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 4π. **D.** 24π.

Câu 58: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=2$ và đường sinh $l=3$ bằng:

A. 12π. **B.** 6π. **C.** 4π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_{xq}=2\pi Rl=2\pi.2.3=12\pi$.

Câu 59: Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 30π. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 30π. **B.** 75π. **C.** 15π. **D.** 45π.

Câu 60: Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng 5 và diện tích xung quanh bằng 30π. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 30π. **B.** 75π. **C.** 15π. **D.** 45π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq}=2\pi rl=30\pi$ nên $r=3$. Từ đó suy ra $V=\pi r^2h=45\pi$.

Câu 61: Cho khối cầu có thể tích $V=4\pi a^3$ ($a>0$). Tính theo a bán kính R của khối cầu.

A. $R=a\sqrt[3]{3}$. **B.** $R=a\sqrt[3]{2}$. **C.** $R=a\sqrt[3]{4}$. **D.** $R=a$.

Câu 62: Cho khối cầu có thể tích $V=4\pi a^3$ ($a>0$). Tính theo a bán kính R của khối cầu.

A. $R=a\sqrt[3]{3}$. **B.** $R=a\sqrt[3]{2}$. **C.** $R=a\sqrt[3]{4}$. **D.** $R=a$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối cầu $V = 4\pi a^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow R^3 = 3a^3 \Leftrightarrow R = a\sqrt[3]{3}$.

Câu 63: Cho hình nón có diện tích xung quanh là S_{xq} và bán kính đáy là r. Công thức nào dưới đây dùng để tính đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \frac{S_{xq}}{2\pi r}$. **B.** $l = \frac{2S_{xq}}{\pi r}$. **C.** $l = 2\pi S_{xq} r$. **D.** $l = \frac{S_{xq}}{\pi r}$.

Câu 64: Cho hình nón có diện tích xung quanh là S_{xq} và bán kính đáy là r. Công thức nào dưới đây dùng để tính đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \frac{S_{xq}}{2\pi r}$. **B.** $l = \frac{2S_{xq}}{\pi r}$. **C.** $l = 2\pi S_{xq} r$. **D.** $l = \frac{S_{xq}}{\pi r}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = \pi rl \Leftrightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r}$.

Câu 65: Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3}R^2 l$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^2 l$. **C.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3 l$. **D.** $V = \pi R^2 l$.

Câu 66: Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3}R^2 l$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^2 l$. **C.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3 l$. **D.** $V = \pi R^2 l$.

Lời giải

Chọn D

Câu 67: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 3$ và đường sinh $l = 6$ bằng

A. 54π. **B.** 18π. **C.** 108π. **D.** 36π.

Câu 68: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 3$ và đường sinh $l = 6$ bằng

A. 54π. **B.** 18π. **C.** 108π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.3.6 = 36\pi$.

Câu 69: Tính thể tích của khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 và đường kính đường tròn đáy bằng 16.

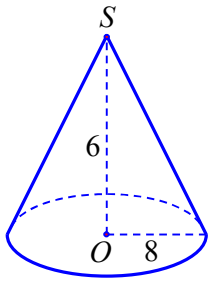
A. 144π. **B.** 160π. **C.** 128π. **D.** 120π.

Câu 70: Tính thể tích của khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 và đường kính đường tròn đáy bằng 16.

A. 144π. **B.** 160π. **C.** 128π. **D.** 120π.

Lời giải

Chọn C



Bán kính đáy $R=\dfrac{16}{2}=8$

Thể tích khối nón $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2 h=128\pi$.

Câu 71: Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

A. $V=4\pi R^3$. **B.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V=\pi R^3$.

Câu 72: Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

A. $V=4\pi R^3$. **B.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V=\pi R^3$.

Lời giải

Chọn B

Câu 73: Một hình nón tròn xoay có độ dài đường cao là h và bán kính đường tròn đáy là r. Thể tích khối nón tròn xoay được giới hạn bởi hình nón đó là

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $V=\pi r^2 h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V=\dfrac{2}{3}\pi rh$.

Câu 74: Một hình nón tròn xoay có độ dài đường cao là h và bán kính đường tròn đáy là r. Thể tích khối nón tròn xoay được giới hạn bởi hình nón đó là

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **B.** $V=\pi r^2 h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V=\dfrac{2}{3}\pi rh$.

Lời giải

Chọn A

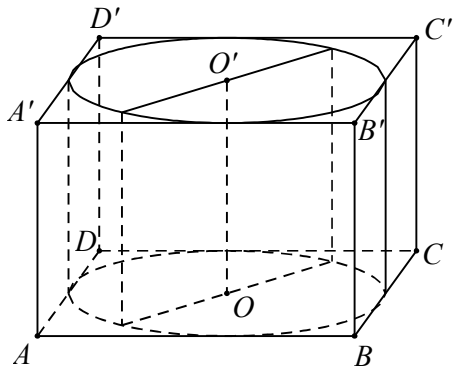
Công thức thể tích khối nón.

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S = S_1 + S_2$ $\left(\text{cm}^2\right)$.

A. $S = 4\left(2400 + \pi\right)$. **B.** $S = 2400\left(4 + \pi\right)$. **C.** $S = 2400\left(4 + 3\pi\right)$. **D.** $S = 4\left(2400 + 3\pi\right)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $S_1 = 6.40^2 = 9600$.

Bán kính đường tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương là: $r = 20$ cm; hình trụ có đường sinh $h = 40$ cm

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_2 = 2.\pi.20^2 + 2\pi.20.40 = 2400\pi$.

Vậy: $S = S_1 + S_2 = 9600 + 2400\pi = 2400\left(4 + \pi\right)$.

Câu 2: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho tam giác SAB vuông tại A, $\widehat{ABS} = 60°$, đường phân giác trong của $\widehat{ABS}$ cắt SA tại điểm I. Vẽ nửa đường tròn tâm I bán kính IA (như hình vẽ). Cho ΔSAB và nửa đường tròn trên cùng quay quanh SA tạo nên các khối cầu và khối nón có thể tích tương ứng V_1, V_2. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $4V_1 = 9V_2$ **B.** $9V_1 = 4V_2$

C. $V_1 = 3V_2$ **D.** $2V_1 = 3V_2$

Lời giải

Chọn B

Đặt $AB = x \Rightarrow \begin{cases} IA = x\tan 30° \\ SA = x\tan 60° \end{cases}$.

Khối cầu: $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi IA^3 = \frac{4}{3}\pi\left(x\tan 30°\right)^3$.

Khối nón $V_2 = \frac{1}{3}\pi AB^2 SA = \frac{1}{3}\pi x^2.\left(x\tan 60°\right)$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{9}$ hay $9V_1 = 4V_2$.

Câu 3: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng b. Tính thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ.

A. $\frac{1}{18\sqrt{3}}\sqrt{\left(4a^2+3b^2\right)^3}$.

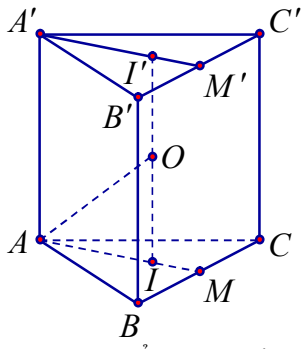
B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{\left(4a^2+3b^2\right)^3}$.

C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{\left(4a^2+b^2\right)^3}$.

D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}}\sqrt{\left(4a^2+3b^2\right)^3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I, I' lần lượt là tâm hai đáy, O là trung điểm của II'. Khi đó ta có O là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Ta có: $AI=\frac{a\sqrt{3}}{3}, IO=\frac{b}{2}$ suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là

$R=\sqrt{\frac{a^2}{3}+\frac{b^2}{4}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}\sqrt{4a^2+3b^2}$

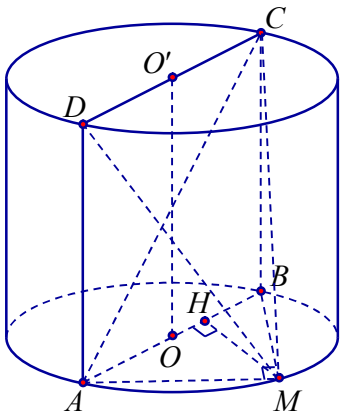
Vậy $V_{(O;R)}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{\left(4a^2+3b^2\right)^3}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\sqrt{3}(\text{cm})$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O. Gọi M là điểm thuộc cung $\overset{\frown}{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\overset{\frown}{ABM}=60°$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là:

A. $V=3\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V=4\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $V=6\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V=7\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: ΔMAB vuông tại M có $\hat{B}=60°$ nên $MB=\sqrt{3}; MA=3$.

Gọi H là hình chiếu của M lên AB, suy ra $MH \perp (ACD)$ và $MH = \dfrac{MB.MA}{AB} = \dfrac{3}{2}$.

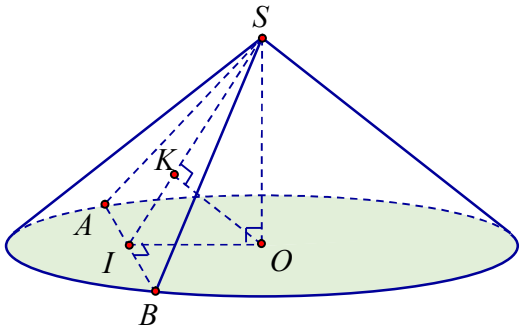
Vậy $V_{M.ACD} = \dfrac{1}{3}MH.S_{ACD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{2}.6 = 3(\text{cm}^3)$.

Câu 5: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20(\text{cm})$, bán kính đáy $r = 25(\text{cm})$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(\text{cm})$. Tính diện tích của thiết diện đó.

A. $S = 500(\text{cm}^2)$. **B.** $S = 400(\text{cm}^2)$. **C.** $S = 300(\text{cm}^2)$. **D.** $S = 406(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn A



Theo bài ra ta có $AO = r = 25$; $SO = h = 20$; $OK = 12$ (Hình vẽ).

Lại có $\dfrac{1}{OK^2} = \dfrac{1}{OI^2} + \dfrac{1}{OS^2} \Rightarrow OI = 15(\text{cm})$

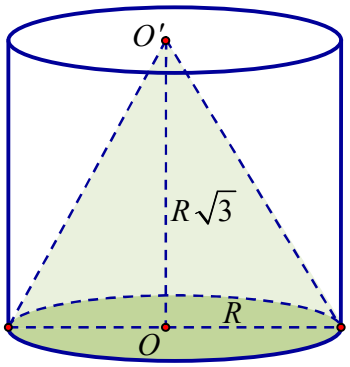
$AB = 2AI = \sqrt{25^2 - 15^2} = 40(\text{cm})$; $SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = 25(\text{cm}) \Rightarrow S_{\Delta SAB} = \dfrac{1}{2}.25.40 = 500(\text{cm}^2)$.

(THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $R\sqrt{3}$ và bán kính đáy R. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có diện tích xung quanh của hình trụ là $S_1 = 2\pi Rh = 2\pi R.R\sqrt{3} = 2\pi R^2\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2 = \pi Rl = \pi R.\sqrt{\left(R\sqrt{3}\right)^2 + R^2} = 2\pi R^2$.

Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2\pi R^2\sqrt{3}}{2\pi R^2}=\sqrt{3}.$

Câu 6: **(THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Bất kì một hình hộp nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
B. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
C. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.
D. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải

Chọn A

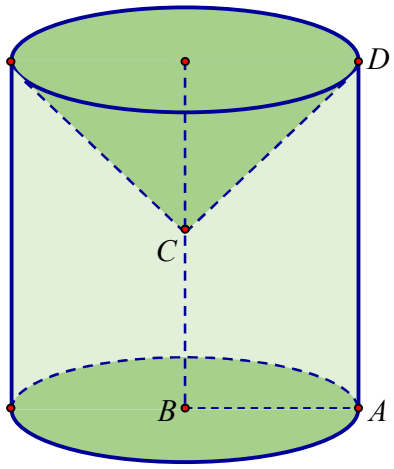
Điều kiện cần để một hình hộp có một mặt cầu ngoại tiếp là đáy của hình hộp là đa giác nội tiếp.

Câu 7: **(THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB=BC=\frac{AD}{2}=a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành

A. $V=\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\pi a^3$. **D.** $\frac{7\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi V_1 là thể tích khối nón có đường sinh là CD , bán kính $R=AB=a$, chiều cao $h=a$

$V_1=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi a^2.a=\frac{a^3}{3}\pi$.

Gọi V_2 là thể tích khối trụ có đường sinh là $AD=2a$, bán kính $R=AB=a$, chiều cao $h'=2a$.

$V_2=\pi R^2h'=\pi.a^2.2a=2a^3\pi$.

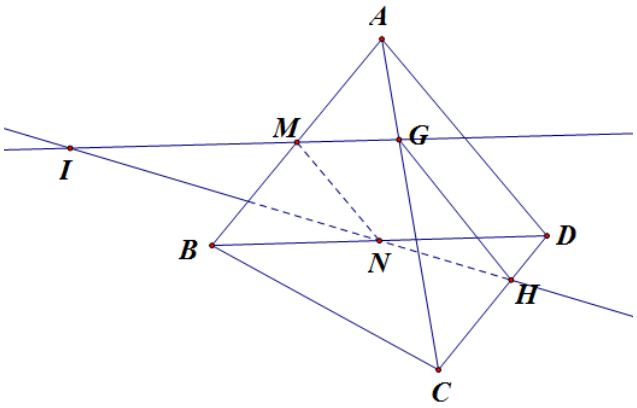
Thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành là : $V=V_2-V_1=2a^3\pi-\frac{a^3\pi}{3}=\frac{5a^3\pi}{3}$.

Câu 8: **(THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Cho hình tứ diện $ABCD$ có M , N lần lượt là trung điểm của AB , BD. Các điểm G , H lần lượt trên cạnh AC , CD sao cho NH cắt MG tại I . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A , C , I thẳng hàng **B.** B , C , I thẳng hàng.
C. N , G , H thẳng hàng. **D.** B , G , H thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B



Do NH cắt MG tại I nên bốn điểm M,N,H,G cùng thuộc mặt phẳng (α). Xét ba mặt phẳng (ABC), (BCD), (α) phân biệt, đồng thời $\begin{cases}(\alpha)\cap(ABC)=MG\\(\alpha)\cap(BCD)=NH\\(ABC)\cap(BCD)=BC\end{cases}$ mà $MG\cap NH=I$

Suy ra MG, NH, BC đồng quy tại I nên B, C, I thẳng hàng.

Câu 9: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Khối cầu có bán kính $R=6$ có thể tích bằng bao nhiêu?

A. 72π. **B.** 48π. **C.** 288π. **D.** 144π.

Hướng dẫn giải

Chọn **C**

Ta có thể tích khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi R^3=288\pi$

Câu 10: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Diện tích xung quanh S của hình nón đó là

A. $S=\frac{1}{2}\pi a^2$. **B.** $S=4\pi a^2$. **C.** $S=2\pi a^2$. **D.** $\frac{1}{2018}\le x\le 2018$

Lời giải

Chọn B

Vì thiết diện là tam giác đều nên $l=2r$ và $h=r\sqrt{3}$

Ta có $V=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3\Leftrightarrow\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3\Leftrightarrow r=a\Rightarrow l=2a$

Vậy $S=\pi rl=2\pi a^2$.

Câu 11: **[2H2- 4] (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Có tấm bìa hình tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng .Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ.**

** **

Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích xung quanh của hình trụ là lớn nhất?

**A. B. C. D. **

Lời giải

Chọn D

▯ ▯

Do ▯ vuông cân tại ▯ và có cạnh huyền ▯ , suy ra ▯

Gọi ▯ là trung điểm ▯ thì ▯

Đặt ▯ ▯ ▯

Ta có ▯ ▯

Gọi ▯ là bán kính của hình trụ

Ta có chu vi của đáy hình trụ là ▯ ▯ và đường sinh của hình trụ là ▯ .

Diện tích xung quanh của hình trụ là ▯ ▯ ▯

Đẳng thức xảy ra khi ▯ .Khi đó diện tích của hình chữ nhật ▯ là

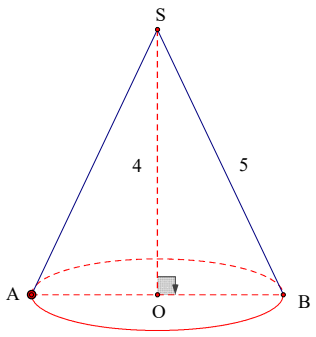
▯

Câu 12: (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Cho một khối nón có chiều cao bằng 4 cm, độ dài đường sinh 5 cm. Tính thể tích khối nón này.

A. 15π cm^3. **B.** 12π cm^3. **C.** 36π cm^3. **D.** 45π cm^3.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết ta có: $h = SO = 4$ cm, $l = SB = 5$ cm $\Rightarrow R = 3$ cm.

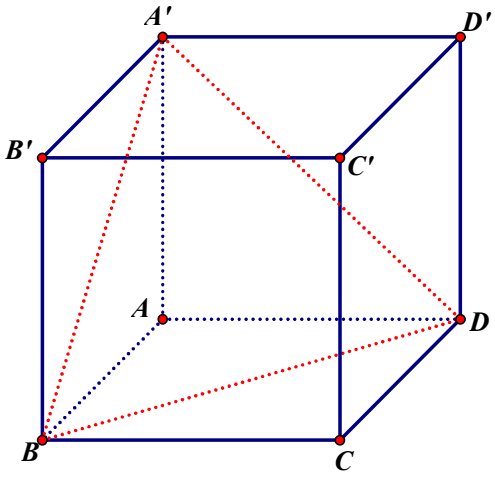
Vậy thể tích khối nón cần tìm là : $V_{nón} = \frac{1}{3}h.\pi R^2 = 12\pi$ cm^3.

Câu 13: (Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng $3a$. Quay đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'BD$ quanh một đường kính của đường tròn ta có một mặt cầu, tính diện tích mặt cầu đó.

A. $27\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $25\pi a^2$. **D.** $21\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác $A'BD$ là tam giác đều, cạnh bằng $3a\sqrt{2}$.

Quay đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'BD$ quanh một đường kính của đường tròn, ta được mặt cầu có bán kính bằng: $\frac{\sqrt{3}}{3}.3a\sqrt{2}=a\sqrt{6}$.

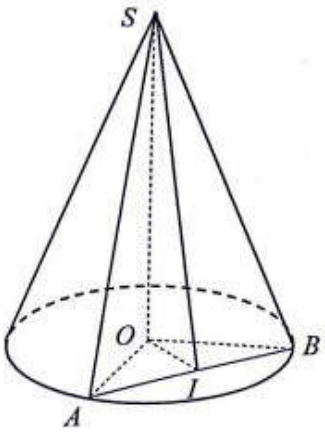
Diện tích mặt cầu được tạo ra: $S=4\pi R^2=4\pi.6a^2=24\pi a^2$.

Câu 14: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Một hình nón có đường sinh bằng a và góc ở đỉnh bằng $90°$. Cắt hình nón bằng một mặp phẳng (α) sao cho góc giữa (α) và mặt đáy hình nón bằng $60°$. Khi đó diện tích thiết diện là

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^2$. **B.** $\frac{3}{2}a^2$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. **D.** $\frac{2}{3}a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi S là đỉnh hình nón, O là tâm đường tròn đáy; I là trung điểm AB, Góc tạo bởi mp thiết diện và đáy là góc $\widehat{SIO}$.

+ Trong tam giác vuông SOA có $OA=OS=\frac{a\sqrt{2}}{2}$;

+ Trong tam giác vuông SOI có $SI=\frac{SO}{\sin 60°}=\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; $OI=\frac{SO}{\tan 60°}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$;

$AI=\sqrt{OA^2-OI^2}=\frac{a}{\sqrt{3}}$; $AB=\frac{2a}{\sqrt{3}}$;

$$S_{td}=\frac{1}{2}AB.SI=\frac{\sqrt{2}a^2}{3}.$$

Câu 15: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10 cm . Biết thể tích khối trụ bằng 90π cm^3 . Tính diện tích xung quanh của khối trụ.

A. 81π cm^2 . **B.** 60π cm^2 . **C.** 78π cm^2 . **D.** 36π cm^2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $h=l=10$ cm .

$V=90\pi \Leftrightarrow \pi r^2.h=90\pi \Leftrightarrow r^2=9 \Leftrightarrow r=3$ cm

Vậy $S_{xq}=2\pi rl=60\pi$ cm^2 .

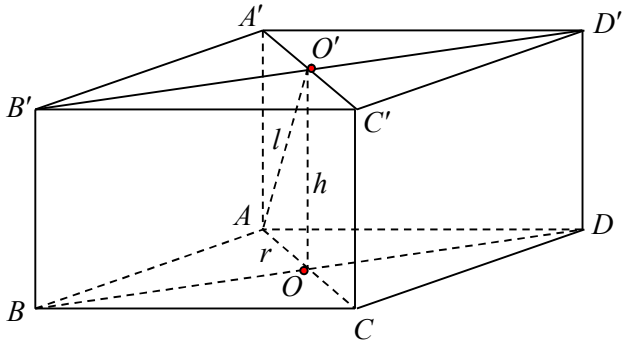
Câu 16: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Một hình nón có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón đó. Tính S .

A. $S=\pi\frac{\sqrt{3}}{3}a^2$. **B.** $S=\pi\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$. **C.** $S=\pi\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. **D.** $S=\pi\frac{\sqrt{6}}{2}a^2$.

Lời giải

Chọn **C**

.



Ta có $r=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $h=OO'=AA'=a$, $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

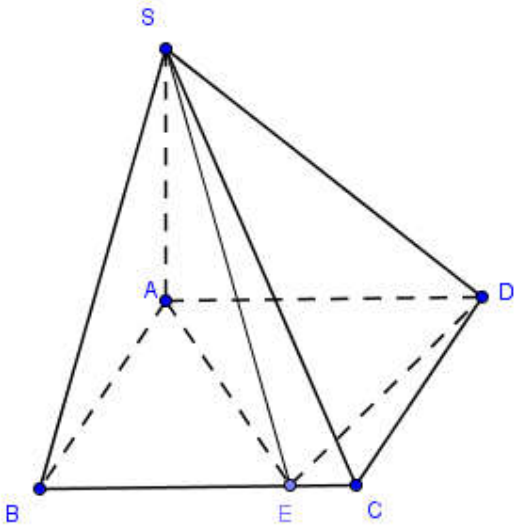
$S=\pi rl=\pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2}=\pi\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Câu 17: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $SA=a$, $AD=5a$, $AB=2a$. Điểm E thuộc cạnh BC sao cho $CE=a$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SAED$.

A. $\frac{\sqrt{26}a}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{26}a}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{26}a}{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{26}a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AE^2 = AB^2 + BE^2 = 4a^2 + (4a)^2 = 20a^2$, $DE^2 = DC^2 + CE^2 = 4a^2 + a^2 = 5a^2$.

Do đó $AE^2 + DE^2 = AD^2 = 25a^2$, suy ra tam giác AED suy ra tam giác AED vuông ở E. Suy ra $ED \perp (SAE) \Rightarrow ED \perp SE$. Vậy A và E đều nhìn SD dưới một góc vuông. Do đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SAED$ có bán kính là $R = \frac{SD}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{26}}{2}$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho mặt cầu (S_1) có bán kính R_1, mặt cầu (S_2) có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số diện tích của mặt cầu (S_2) và (S_1).

A. 2. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$S_{S_1} = 4\pi R_1^2$; $S_{S_2} = 4\pi R_2^2 = 16\pi R_1^2$.

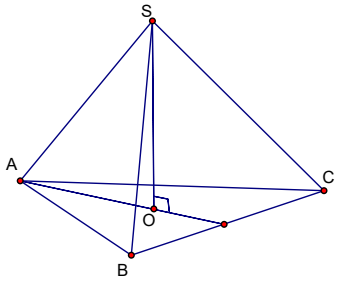
Vậy $\frac{S_{S_2}}{S_{S_1}} = 4$.

Câu 19: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



$r = AO = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

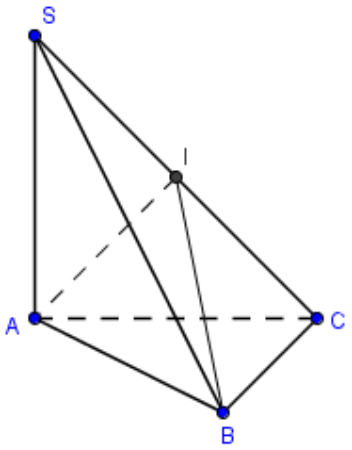
$S_{xq} = \pi rl = \pi r.SA = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{3}a^2$.

Câu 20: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **B.** $R = \dfrac{5\sqrt{2}}{3}$. **C.** $R = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$. **D.** $R = \dfrac{5\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$ nên $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$. Vậy hai điểm A, B cùng nhìn cạnh SC dưới một góc vuông. Điều đó chứng tỏ SC là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Do đó bán kính

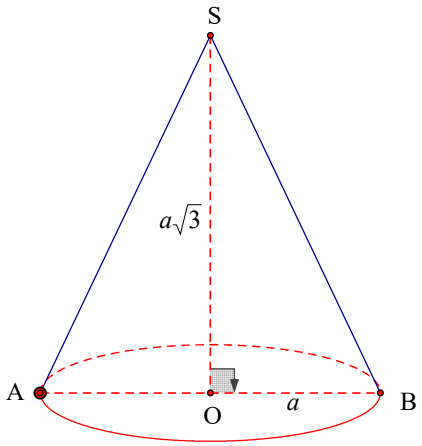
$$R = \frac{SC}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{5^2 + 3^2 + 4^2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 21: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình nón tròn xoay có đường cao là $a\sqrt{3}$, đường kính đáy là $2a$. Tìm diện tích xung quanh của hình nón đã cho.

A. $2\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết ta có: $h = SO = a\sqrt{3}$, $R = \dfrac{AB}{2} = a \Rightarrow l = SB = 2a$.

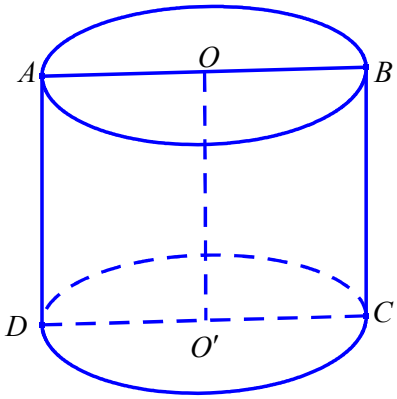
Vậy diện tích xung quanh hình nón cần tìm là: $S_{xq} = \pi Rl = 2\pi a^2$

Câu 22: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Một hình trụ có bán kính đáy là $2(\text{cm})$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích khối trụ đó.

A. $4\pi(\text{cm}^3)$. **B.** $8\pi(\text{cm}^3)$. **C.** $16\pi(\text{cm}^3)$. **D.** $32\pi(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn C



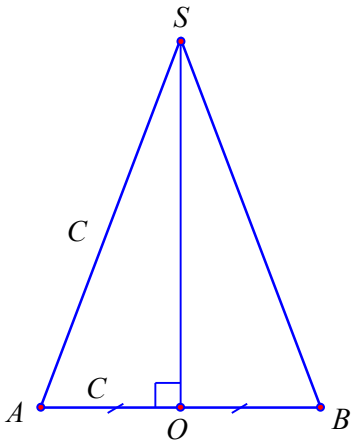
Giả sử $ABCD$ là thiết diện qua trục của hình trụ (hình vẽ). Theo giả thiết $ABCD$ là hình vuông nên chiều cao của hình trụ $h = OO' = 2r = 4(\text{cm})$.

Vậy thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi.2^2.4 = 16\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 23: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tính thể tích V của khối nón có đáy là hình tròn bán kính bằng 2, diện tích xung quanh của nón là 12π.

A. $V = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. **B.** $V = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{9}$. **C.** $V = 16\sqrt{2}\pi$. **D.** $V = \dfrac{4\sqrt{2}\pi}{3}$.

Lời giải



Chọn A

Hình nón có đường sinh l, bán kính đáy r và đường cao h.

Ta có diện tích xung của nón $S_{xq} = \pi rl = 12\pi \Leftrightarrow l = 6 = SA$.

Tam giác vuông SAO có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 4\sqrt{2} = h$.

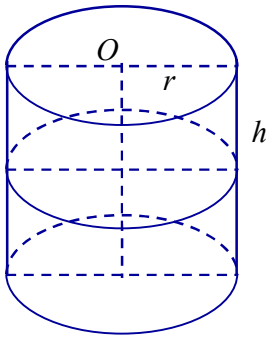
Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}h.\pi \mathrm{r}^2 = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Câu 24: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cắt một khối trụ cho trước thành hai phần thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu $32\pi\,\mathrm{dm}^2$. Biết chiều cao của khối trụ ban đầu là $7\,\mathrm{dm}$, tính tổng diện tích toàn phần S của hai khối trụ mới.

A. $S = 120\pi\left(\mathrm{dm}^2\right)$. **B.** $S = 144\pi\left(\mathrm{dm}^2\right)$. **C.** $S = 288\pi\left(\mathrm{dm}^2\right)$. **D.** $S = 256\pi\left(\mathrm{dm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao khối trụ ban đầu (T).

h_1, h_2 lần lượt là chiều cao của hai khối trụ mới (T_1), (T_2).

Diện tích toàn phần khối trụ (T) là: $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$.

Diện tích toàn phần khối trụ (T_1) là: $S_1 = 2\pi rh_1 + 2\pi r^2$.

Diện tích toàn phần khối trụ (T_2) là: $S_2 = 2\pi rh_2 + 2\pi r^2$.

$\Rightarrow S_1 + S_2 = 2\pi r\left(h_1 + h_2\right) + 4\pi r^2$.

Theo đề bài ta có: $S_1 + S_2 - S = 32\pi$

$\Leftrightarrow 2\pi r^2 = 32\pi \Leftrightarrow r = 4$

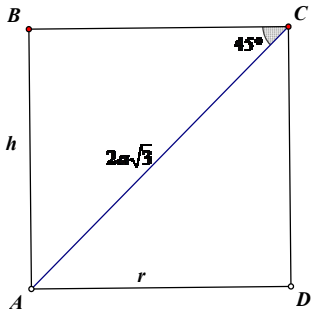
Vậy $S_1+S_2=2\pi rh+4\pi r^2=2\pi.4.7+4\pi.16=120\pi\left(\text{dm}^2\right)$.

Câu 25: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB. Biết $AC=2\sqrt{3}a$ và góc $\widehat{ACB}=45°$. Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ (T) là

A. $12\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $24\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Theo đề bài suy ra $ABCD$ là hình vuông và $AB=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=a\sqrt{6}$.

Hình trụ sinh ra có bán kính $r=AD=a\sqrt{6}$ và độ dài đường sinh $l=CD=a\sqrt{6}$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=S_{xq}+2S_{đ}=2\pi\left(a\sqrt{6}\right)^2+2\pi\left(a\sqrt{6}\right)^2=24\pi a^2$.

Câu 26: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Thể tích của khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ là

A. $\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi R,l,h lần lượt là bán kính đáy, độ dài đường sinh, chiều cao của hình nón.

$S_{xq}=2\pi a^2\Leftrightarrow\pi Rl=2\pi a^2\Leftrightarrow Rl=2a^2\Leftrightarrow R=\dfrac{2a^2}{l}=\dfrac{2a^2}{2a}=a$.

$h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

$V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h\Leftrightarrow V=\dfrac{1}{3}\pi a^2a\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$.

Câu 27: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $9a^2\pi$. **B.** $\dfrac{9\pi a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{13\pi a^2}{6}$. **D.** $\dfrac{27\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Do mặt phẳng cắt hình trụ đi qua trục của nó nên ta có:

Đường sinh $l=3a$ và bán kính đáy $r=\dfrac{3a}{2}$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp}=2\pi r\left(r+l\right)=\dfrac{27\pi a^2}{2}$.

Câu 28: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=6\text{cm}$, $AC=8\text{cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC. Khi đó, tỷ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\dfrac{16}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{9}{16}$.

Lời giải

Chọn B

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB ta có:

$h=AB$, $r=AC\Rightarrow V_1=\dfrac{1}{3}\pi.r^2.h=\dfrac{1}{3}\pi.8^2.6=128\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta có:

$h=AC$, $r=AB\Rightarrow V_2=\dfrac{1}{3}\pi.r^2.h=\dfrac{1}{3}\pi.6^2.8=96\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

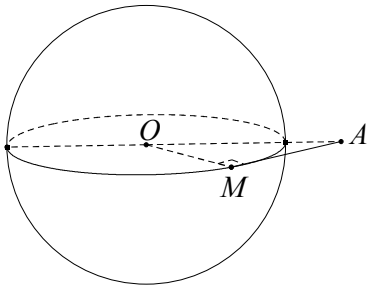
Vậy $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{128}{96}=\dfrac{4}{3}$.

Câu 29: **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho mặt cầu $S\left(O;R\right)$ và điểm A cố định nằm ngoài mặt cầu với $OA=d$. Qua A kẻ đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu $S\left(O;R\right)$ tại M. Công thức nào sau đây được dùng để tính độ dài đoạn thẳng AM ?

A. $\sqrt{2R^2-d^2}$. **B.** $\sqrt{R^2-2d^2}$. **C.** $\sqrt{R^2+d^2}$. **D.** $\sqrt{d^2-R^2}$.

Lời giải

Chọn D



Vì Δ tiếp xúc với mặt cầu $S\left(O;R\right)$ tại M nên Δ tiếp xúc với một đường tròn lớn của mặt cầu $S\left(O;R\right)$ tại M. Do đó ΔOMA vuông tại M, suy ra $AM=\sqrt{OA^2-OM^2}=\sqrt{d^2-R^2}$.

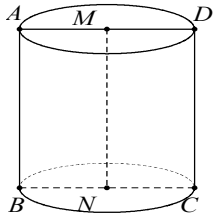
Câu 30: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình

chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp}=\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $S_{tp}=4\pi$. **C.** $S_{tp}=6\pi$. **D.** $S_{tp}=3\pi$.

Lời giải:

Chọn B



Ta có $S_{xq}=2\pi rl=2.\pi.1.1=2\pi$

$S_d=2.\pi.r^2=2.\pi.1=2\pi$

Suy ra $S_{tp}=S_{sq}+S_d=2\pi+2\pi=4\pi$.

Câu 31: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Một hình chóp bất kì luôn có duy nhất một mặt cầu ngoại tiếp.

B. Cho 2 cạnh của một tam giác vuông quay quanh cạnh còn lại thì ta được một hình nón tròn xoay.

C. Cho đường thẳng l cắt Δ và quay quanh Δ thì ta được một mặt nón tròn xoay.

D. Cho đường thẳng l song song với Δ và quay quanh Δ thì ta được một mặt trụ tròn xoay.

Lời giải

Chọn B

➢Một hình chóp bất kì chưa chắc tồn tại một mặt cầu ngoại tiếp chẳng hạn hình chóp tứ giác có đáy là hình bình hành nên phương án A sai.

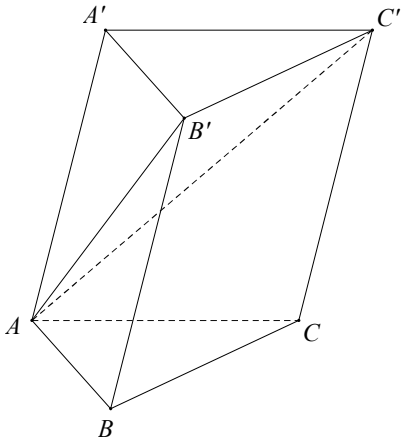
➢Hai đường thẳng L, Δ nằm trong một mặt phẳng và quay mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng đó quanh một đường thẳng còn lại mới tạo ra một mặt tròn xoay nên phương án C, D sai.

Câu 32: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. Tính thể tích khối chóp $A.BCC'B'$ theo V.

A. $\dfrac{2}{3}V$. **B.** $\dfrac{2}{5}V$. **C.** $\dfrac{1}{2}V$. **D.** $\dfrac{1}{3}V$.

Lời giải:

Chọn A



Ta có $V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}V$.

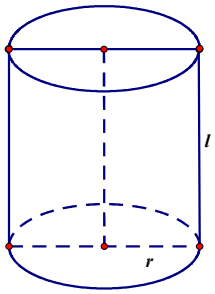
Suy ra $V_{A.BCC'B'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}=V-\frac{V}{3}=\frac{2V}{3}$.

Câu 33: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. $S=8\pi a^2$. **B.** $S=24\pi a^2$. **C.** $S=16\pi a^2$. **D.** $S=4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Theo đề ta có $h=l=2r=4a\Leftrightarrow\begin{cases}l=4a\\r=2a\end{cases}$.

Vậy diện tích xung quanh của trụ là $S=2\pi rl=2\pi.2a.4a=16\pi a^2$.

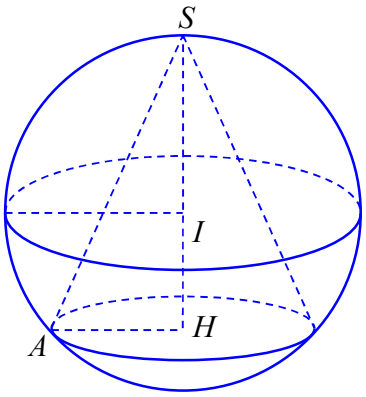
Câu 34: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy và bằng 2. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình nón đó là:

A. $R=\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $R=2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi các điểm như hình vẽ bên.



Trong đó H là tâm đường tròn đáy (C) suy ra $SH\perp(C)$, và $HA=1$.

Điểm I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón (N).

Trong tam giác vuông IHA ta có $IH=\sqrt{R^2-1}$.

Khi đó: $SH=SI+IH=R+\sqrt{R^2-1}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{3}-R>0\\R^2-1=R^2-2\sqrt{3}R+3\end{cases}\Leftrightarrow R=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35:

(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = \pi rl \Leftrightarrow 3\pi a^2 = \pi al \Leftrightarrow l = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$.

Vậy độ dài đường sinh của hình nón đã cho là $l = 3a$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho hai điểm A, B phân biệt. Tập hợp tâm những mặt cầu đi qua hai điểm A và B là

A. Mặt phẳng song song với đường thẳng AB. **B.** Trung điểm của đường thẳng AB.

C. Đường thẳng trung trực của đoạn thẳng AB. **D.** Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Lời giải

Chọn D

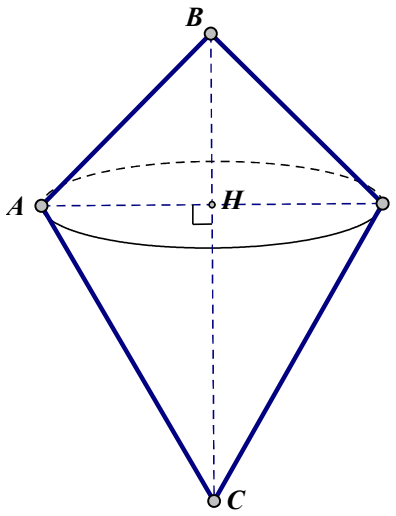
Gọi I là tâm của mặt cầu khi đó $IA = IB$ suy ra I thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Câu 2: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45°$, $\widehat{ACB} = 30°$, $AB = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

A. $V = \dfrac{\pi\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)}{2}$. **B.** $V = \dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{24}$. **C.** $V = \dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{8}$. **D.** $V = \dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\dfrac{AB}{\sin 30°} = \dfrac{AC}{\sin 45°} = \dfrac{BC}{\sin 105°} \Rightarrow \begin{cases} AC = 1 \\ BC = \sqrt{2}\sin\dfrac{5\pi}{12} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2} \end{cases}$.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A. Ta có $AH.BC = AB.AC.\sin 105° \Rightarrow AH = \dfrac{1}{2}$.

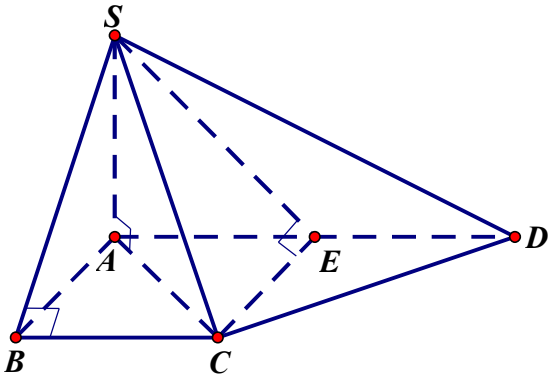
Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \dfrac{1}{3}\pi.AH^2.BC = \dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{24}$.

Câu 3: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B. Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E.

A. $\dfrac{a\sqrt{30}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn D



* Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \widehat{SAC} = 90°$.

* Do $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SC \Rightarrow \widehat{SBC} = 90°$.

* Do $CE // AB \Rightarrow CE \perp (SAD) \Rightarrow CE \perp SE \Rightarrow \widehat{SEC} = 90°$.

Suy ra các điểm A, B, E cùng nhìn đoạn SC dưới một góc vuông nên mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là mặt cầu đường kính SC.

Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E là: $R = \dfrac{SC}{2}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A ta có: $AC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SC = AC\sqrt{2} = 2a$

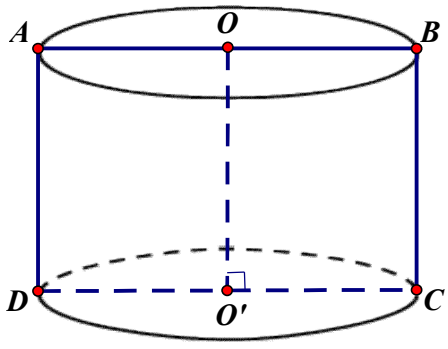
$\Rightarrow R = \dfrac{SC}{2} = a$.

Câu 4: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

A. $S = 4\pi a^2$. **B.** $S = \dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S = \dfrac{3\pi a^2}{2}$. **D.** $S = \pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



* Theo hình vẽ, do $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên ta có: $h = l = OO' = AD = a$, $r = OA = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$.

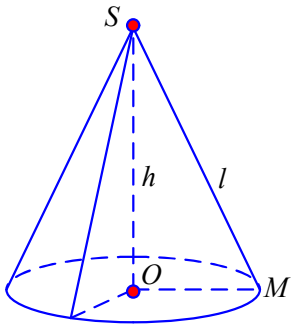
* Diện tích toàn phần S của hình trụ là: $S = 2\pi r(l + r) = 2\pi \dfrac{a}{2}.\dfrac{3a}{2} = \dfrac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 5: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h = 15$ cm và đường sinh $l = 25$ cm. Thể tích V của khối nón là:

A. $V=4500\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V=2000\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $V=1500\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V=6000\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn B



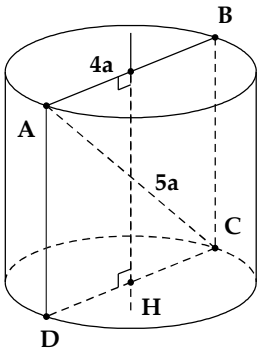
Ta có bán kính đáy $r=OM=\sqrt{l^2-h^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20\left(\text{cm}\right)$. Suy ra thể tích V của khối nón là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.20^2.15=2000\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 6: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có

+ Bán kính đường tròn đáy là: $r=\frac{AB}{2}=2a$.

+ Chiều cao khối trụ: $h=AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{\left(5a\right)^2-\left(4a\right)^2}=3a$.

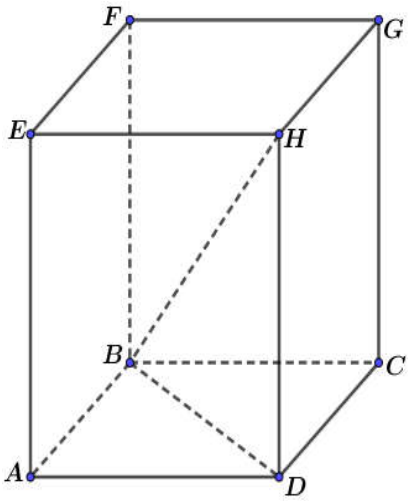
+ Thể tích khối trụ: $V=\pi.r^2.h=\pi.(2a)^2.3a=12\pi a^3$.

Câu 7: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt cầu bán kính R ngoại tiếp một hình hộp chữ nhật có các kích thước a, $2a$, $3a$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=2\sqrt{3}R$. **B.** $a=\frac{\sqrt{3}R}{3}$. **C.** $a=2R$. **D.** $a=\frac{\sqrt{14}R}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi hình hộp chữ nhật đã cho là $ABCD.EFGH$. Mặt cầu bán kính ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ nhận đường chéo BH là đường kính.

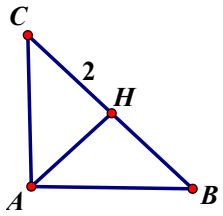
Do đó bán kính $R=\frac{BH}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+4a^2+9a^2}=\frac{a\sqrt{14}}{2}\Rightarrow a=\frac{2R}{\sqrt{14}}=\frac{R\sqrt{14}}{7}$.

Câu 8: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018). Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. **B.** $\frac{4}{3}\pi$. **C.** $\frac{2}{3}\pi$. **D.** $\frac{1}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $AB=AC=\sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB thì $AH\perp BC$ và $AH=1$.

Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là

$V=2.\frac{1}{3}HB.\pi AH^2=\frac{2\pi}{3}$.

Câu 9: (THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho khối trụ (T) có chiều cao bằng 2 và thể tích bằng 8π. Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T).

A. $S_{xq}=32\pi$. **B.** $S_{xq}=8\pi$. **C.** $S_{xq}=16\pi$. **D.** $S_{xq}=4\pi$.

Lời giải

Chọn B

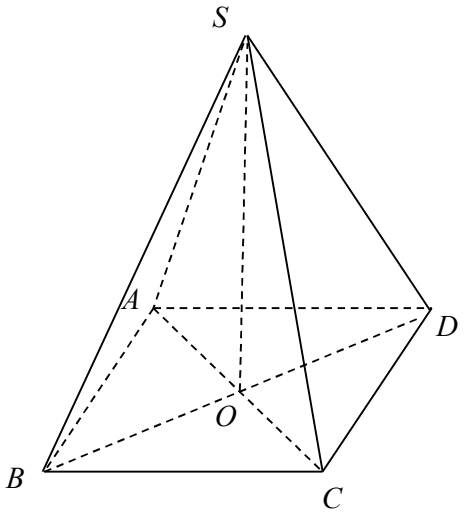
* Ta có thể tích khối trụ $V=\pi r^2h=8\pi\Rightarrow r^2=\frac{8}{h}=4\Rightarrow r=2$.

* Vậy diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.2.2=8\pi$.

Câu 10: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $BD=2a$. Tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** πa^3. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải



Chọn A

Vì tam giác SAC vuông cân tại S $\Rightarrow OS=OA=OC\ (1)$.

Mặt khác ta có đáy $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow OA=OC=OB=OD=\frac{BD}{2}=a\ (2)$.

Từ (1) và (2), suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$. Do đó $R=OA=a$.

Thể tích khối cầu: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi a^3$.

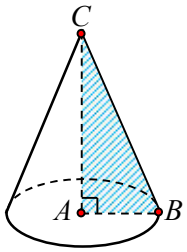
Câu 11: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tam giác ABC có $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $V=12\pi$. **B.** $V=11\pi$. **C.** $V=10\pi$. **D.** $V=13\pi$.

A. $V=12\pi$. **B.** $V=36\pi$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=48\pi$. (nên đổi)

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB^2+AC^2=BC^2$ $\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A

Do đó, khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta được một hình nón có: $h=AC$, $r=AB$

Vậy thể tích khối nón tạo thành có thể tích $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=12\pi$.

Câu 12: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 4, diện tích xung quanh bằng 48π. Thể tích của hình trụ đó bằng

A. 24π. **B.** 96π. **C.** 32π. **D.** 72π.

Lời giải

Chọn B

Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Theo giả thiết ta có $S_{xq}=48\pi \Leftrightarrow 2\pi R.h=48\pi \Leftrightarrow h=\dfrac{48\pi}{2\pi R}=\dfrac{48\pi}{2\pi.4}=6$.

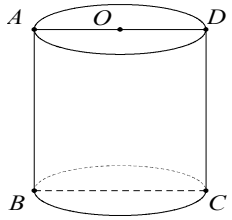
Vậy thể tích của hình trụ đó là $V=\pi R^2.h=\pi.4^2.6=96\pi$.

Câu 13: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng:

A. πa^3. **B.** $5\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Gọi thiết diện qua trục là $ABCD$.

Theo đề ra $2\left(AB+AD\right)=10a\Rightarrow \left(AB+AD\right)=5a$.

Bán kính đáy $AO=a\Rightarrow AD=2a\Rightarrow AB=3a.$

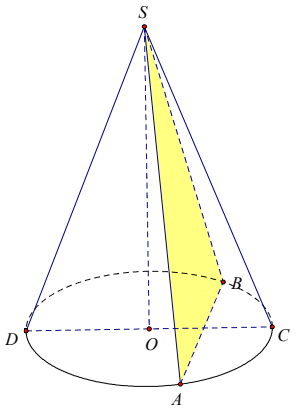
Thể tích khối trụ là: $V=Sh=\pi r^2.h=\pi.a^2.3a=3\pi a^3$.

Câu 14: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, bán kính, $R=3\,\text{cm}$, góc ở đỉnh hình nón là $\varphi=120°$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB, trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác SAB bằng

A. $3\sqrt{3}\ \text{cm}^2$. **B.** $6\sqrt{3}\ \text{cm}^2$. **C.** $6\ \text{cm}^2$. **D.** $3\ \text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn A



Theo đề bài ta có góc ở đỉnh hình nón là $\varphi=120°$ và khi cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB nên mặt phẳng không chứa trục của hình nón.

Do góc ở đỉnh hình nón là $\varphi=120°$ nên $\widehat{OSC}=60°$.

Xét tam giác vuông SOC ta có $\tan\widehat{OSC}=\dfrac{OC}{SO}\Rightarrow SO=\dfrac{OC}{\tan\widehat{OSC}}=\dfrac{3}{\tan 60^\circ}=\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SOA ta có $SA=\sqrt{SO^2+OA^2}=2\sqrt{3}$.

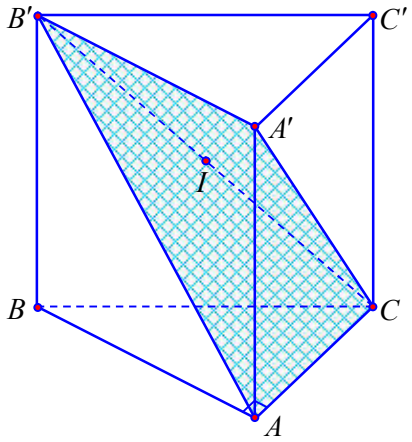
Do tam giác SAB đều nên $S_{\Delta SAB}=\dfrac{1}{2}\left(2\sqrt{3}\right)^2.\sin 60^\circ=3\sqrt{3}\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 15: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=AC=a$, $AA'=\sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện $AB'A'C$ là

A. πa^3. **B.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm cạnh CB'

Ta có

Tam giác ACB' vuông tại A (vì $AC\perp AB$ và $AC\perp AA'$ nên $AC\perp AB'$)

$\Rightarrow IA=IC=IB'=\dfrac{1}{2}CB'$

Tam giác $A'B'C$ vuông tại A (vì $A'B'\perp A'C'$ và $A'B'\perp AA'$ nên $A'C\perp A'B'$)

$\Rightarrow IA'=IC=IB'=\dfrac{1}{2}CB'$

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'A'C$, bán kính $R=\dfrac{1}{2}CB'=\dfrac{1}{2}\sqrt{BB'^2+BC^2}$

Mà $BC=a\sqrt{2}$ (vì tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=AC=a$) $\Rightarrow R=a$

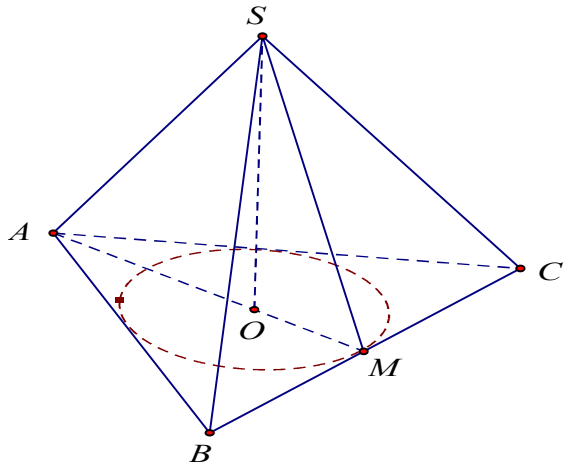
Khi đó thể tích khối cầu ngoại tiếp khối tứ diện $AB'A'C$ là $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 16: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC.

Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có: $SO \perp (ABC)$ tại O.

Suy ra, O là tâm đường tròn nội tiếp và cũng là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi a là độ dài cạnh của tam giác ABC.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

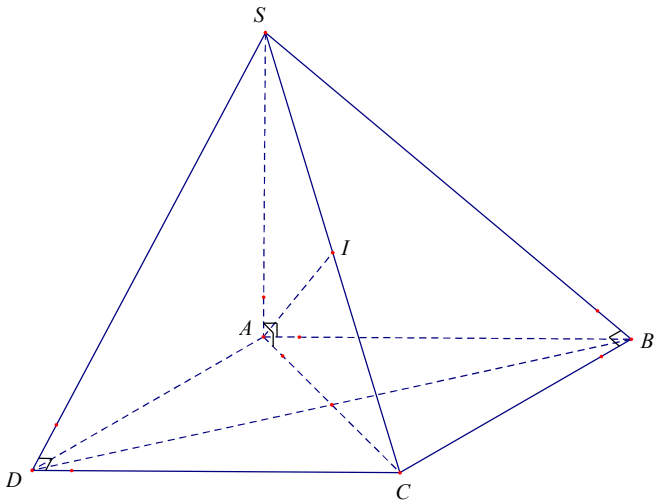
Do $OM = \frac{1}{2}OA$ nên ta có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}.\pi.OM^2.SO}{\frac{1}{3}.\pi.OA^2.SO} = \frac{OM^2}{OA^2} = \left(\frac{OM}{OA}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

Câu 17: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $8\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta chứng minh được các tam giác SBC, SAC và SCD là các tam giác vuông lần lượt tại B, A, D.

Suy ra các điểm B, A, D nhìn cạnh SC dưới một góc vuông.

Gọi I là trung điểm $SC \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

$$R = AI = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a.$$

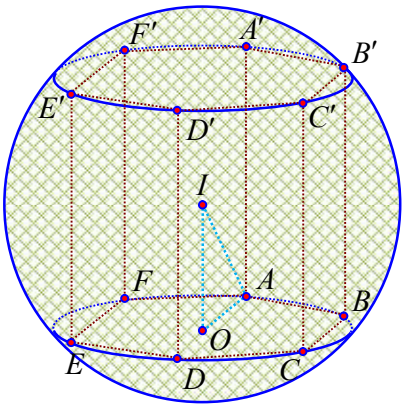
Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.a^3 = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 18: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $16\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O, O' là tâm lục giác đều $ABCDEF$ và $A'B'C'D'E'F'$

Ta có

❍ $OA = OB = OC = OD = OE = OF = a\sqrt{2}$

❍ OO' là trục của mặt phẳng $(ABCDEF)$ và $(A'B'C'D'E'F')$

Trong mặt phẳng (AA', OO'), dựng đường trung trực d của cạnh AA' thì d cắt OO' tại I

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, bán kính $R = IA$.

Xét tam giác OIA vuông tại O có: $IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = 2a$

Khi đó diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là: $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Câu 19: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60 cm, diện tích đáy 900π cm^2. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp).

A. Chiều dài 60π cm, chiều rộng 60 cm. **B.** Chiều dài 900 cm, chiều rộng 60 cm.

C. Chiều dài 180 cm, chiều rộng 60 cm. **D.** Chiều dài 30π cm, chiều rộng 60 cm.

Lời giải

Chọn A

Gọi R là bán kính mặt đáy. Ta có: $S_{đáy} = \pi R^2 \Rightarrow 900\pi = \pi R^2 \Leftrightarrow R^2 = 900 \Leftrightarrow R = 30$.

Suy ra chu vi đáy là $2\pi R = 60\pi$.

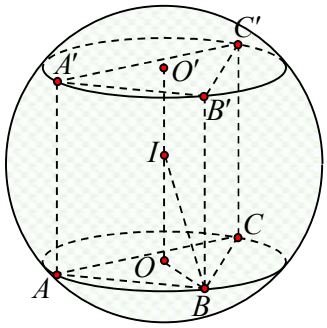
Vậy cần miếng kim loại hình chữ nhật có chiều dài 60π cm, chiều rộng 60 cm để làm thân nồi đó.

Câu 20: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh bằng nhau và bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $S=\dfrac{28\pi a^2}{9}$. **B.** $S=\dfrac{7\pi a^2}{9}$. **C.** $S=\dfrac{28\pi a^2}{3}$. **D.** $S=\dfrac{7\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O, O' làn lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$

Ta có OO' là trục của mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$

Trong mặt phẳng (AA',OO'), dựng đường trung trực d của cạnh AA'

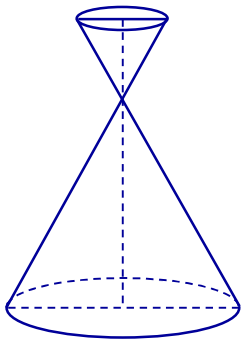
Khi đó d cắt OO' tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, bán kính $R=IB=\sqrt{OI^2+OB^2}$

Mặt khác ΔABC đều cạnh $2a$, có O là trọng tâm nên $OB=\dfrac{2}{3}.\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

Suy ra $R=\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là $S=4\pi R^2=\dfrac{28\pi a^2}{3}$.

Câu 21: **(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh khép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón hợp với đáy một góc $60°$.

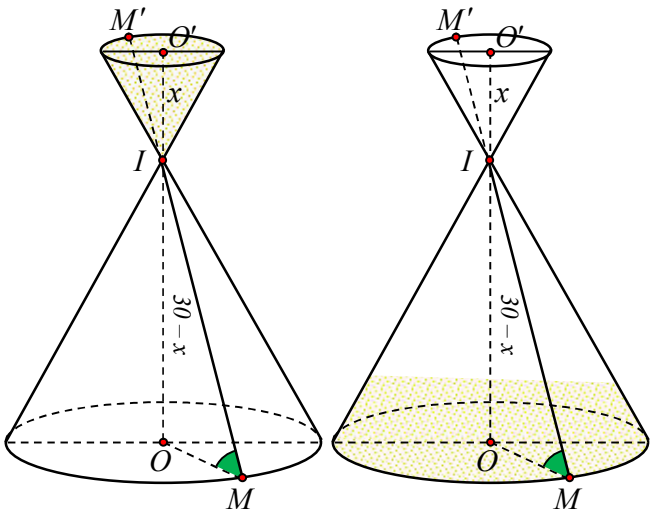


Biết rằng chiều cao của đồng hồ là $30\,\text{cm}$ và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\,\text{cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần bên dưới là bao nhiêu?

A. $\dfrac{1}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{27}$. **C.** $\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{1}{64}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi x là chiều cao của hình nón phía trên; $30-x$ là chiều cao đáy dưới

Điều kiện: $0<x<15$.

❍ Tam giác OIM vuông tại O có $\widehat{IMO}=60°$, $OM=OI.\cot 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}(30-x)$

❍ Tam giác $O'IM'$ vuông tại O' có $\widehat{IM'O'}=60°$, $O'M'=O'I.\cot 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

Theo giả thiết ta có pt:

$$\frac{\pi}{3}\left(OI.OM^2+O'I.O'M'^2\right)=1000\pi \Leftrightarrow 3x^2-90x+600=0 \Rightarrow x=10 \text{ (vì } x<15)$$

Khi đó

❍ Thể tích phần trên $V_1=\dfrac{1}{9}\pi x^3=\dfrac{1000\pi}{9}$

❍ Thể tích phần dưới $V_2=\dfrac{1}{9}\pi(30-x)^3=\dfrac{8000\pi}{9}$

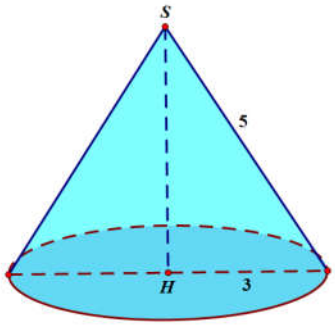
Vậy: tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần bên dưới là $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{8}$.

Câu 22: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3 cm và độ dài đường sinh 5 cm.

A. $12\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $15\pi\ (\text{cm}^3)$. **C.** $36\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $45\pi\ (\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SH=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Vậy thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.4.\pi.9=12\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 23: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Tập hợp tâm các mặt cầu luôn đi qua hai điểm cố định A và B cho trước là

A. một đường thẳng. **B.** một mặt phẳng. **C.** một điểm. **D.** một đoạn thẳng.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là tâm mặt cầu đi qua hai điểm A và B.

Ta có $IA=IB\Rightarrow I$ là điểm thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Vậy tập hợp tâm các mặt cầu luôn đi qua hai điểm cố định A và B cho trước là một mặt phẳng.

Câu 24: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và khoảng cách giữa hai đáy bằng $r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là tâm mặt đáy này và đáy trùng với mặt đáy kia của hình trụ. Tính tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đường sinh của hình nón: $l=\sqrt{r^2+3r^2}=2r$.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_1=\pi rl=2\pi r^2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_2=2\pi rh=2\pi r^2\sqrt{3}$.

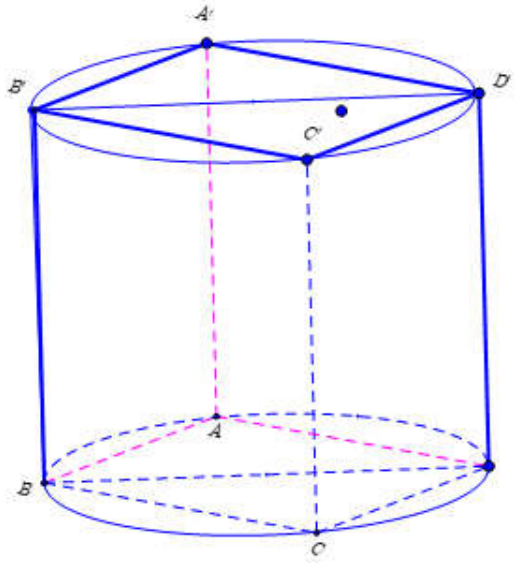
Vậy tỉ số cần tìm là $\sqrt{3}$.

Câu 25: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Tính theo a thể tích V của khối trụ đó.

A. $V=\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3}{4}$. **C.** $V=\pi a^3$. **D.** $V=2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Bán kính khối trụ bằng $R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

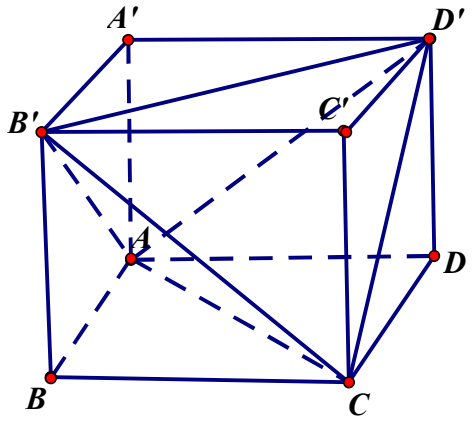
Thể tích khối trụ bằng $V=\pi R^2.h=\pi\dfrac{a^2}{2}.a=\dfrac{\pi a^3}{2}$.

Câu 26: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tỉ số thể tích của khối hộp đó và khối tứ diện $ACB'D'$.

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D



Gọi $V=V_{ABCD.A'B'C'D'}$, ta có $V_{ACB'D'}=V-V_{AA'B'D'}-V_{CADD'}-V_{ACBB'}=V-\dfrac{1}{6}V-\dfrac{1}{6}V-\dfrac{1}{6}V=\dfrac{1}{2}V$.

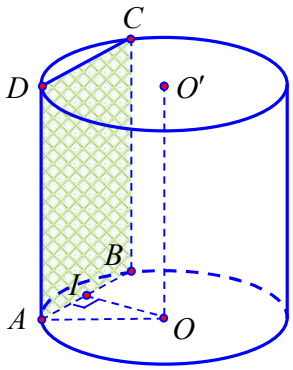
Nên $V_{ABCD.A'B'C'D'}=2V_{ACB'D'}$.

Câu 27: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. $S=56$. **B.** $S=28$. **C.** $S=7\sqrt{34}$. **D.** $S=14\sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $ABCD$ là thiết diện qua trục của hình trụ và I là trung điểm cạnh AB.

Ta có:

Tam giác OAI vuông tại I có: $OI=3$; $OA=5\Rightarrow IA=4\Rightarrow AB=2.IA=8$.

Khi đó $S_{ABCD} = AB.AD$, với $AD = OO' = 7 \Rightarrow S_{ABCD} = 56$.

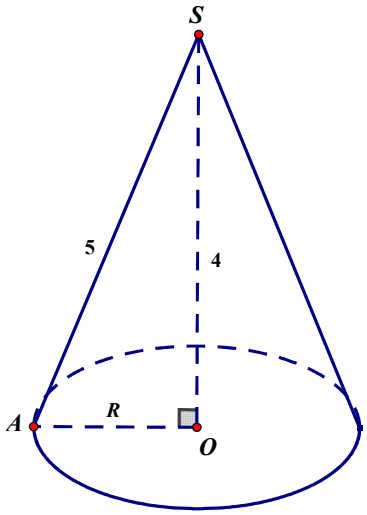
Câu 28: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn C

Giả sử khối nón đề cho có hình vẽ như sau:



Bán kính đường tròn đáy là: $R = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

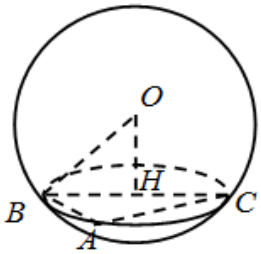
Vậy thể tích khối nón cần tìm là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.SO = \frac{1}{3}\pi.9.4 = 12\pi$.

Câu 29: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\frac{7\sqrt{21}\pi}{2}$. **B.** ABD. **C.** $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$. **D.** $\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Gọi H là hình chiếu của O trên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Vì ΔABC vuông tại A nên H là trung điểm của BC.

Vì khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1 nên $OH = 1$.

ΔOHB vuông tại H có: $OB = \sqrt{OH^2 + BH^2} = \sqrt{1^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$.

Vậy mặt cầu (S) có bán kính $R = OB = \dfrac{\sqrt{29}}{2}$.

Do đó thể tích khối cầu (S) là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{29}}{2}\right)^3 = \dfrac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 30: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tính thể tích khối trụ biết bán kính đáy $r = 4\ (\text{cm})$ và chiều cao $h = 2\ (\text{cm})$.

A. $\dfrac{32\pi}{3}\ (\text{cm}^3)$. **B.** $32\pi\ (\text{cm}^3)$. **C.** $8\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $16\pi\ (\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính thể tích của khối trụ ta có $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.2 = 32\pi\ (\text{cm}^3)$.

Câu 31: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón có chiều cao $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq} = \pi a^2$. **B.** $S_{xq} = 2\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2}{2}$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi l là đường sinh của hình nón ta có $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.

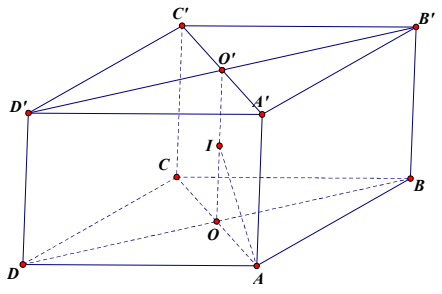
Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón ta có: $S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$

Câu 32: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA' = 3a$ nội tiếp mặt cầu (S). Tính diện tích mặt cầu .

A. $13\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $56\pi a^2$. **D.** $\dfrac{7}{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi OO' là đường cao của hình hộp và I là trung điểm của OO'. Ta có I cách đều các đỉnh của hình hộp chữ nhật. Vậy I là tâm mặt cầu (S).

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{\dfrac{9a^2}{4} + a^2} = \dfrac{a\sqrt{13}}{2}$.

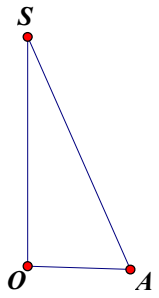
Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 13\pi a^2$.

Câu 33: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối nón có bán kính đáy $r = 1(cm)$ và góc ở đỉnh $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $\sqrt{2}\pi\left(cm^2\right)$. **C.** $\sqrt{3}\pi\left(cm^2\right)$. **D.** $2\pi\left(cm^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi SO và SA lần lượt là đường cao và đường sinh của hình nón. Ta có $\widehat{ASO}=30°$.

Trong tam giác SAO ta có: $\sin\widehat{ASO}=\dfrac{OA}{SA}\Leftrightarrow\sin 60°=\dfrac{r}{l}\Leftrightarrow l=\dfrac{r}{\sin 30°}\Leftrightarrow l=2r=2$.

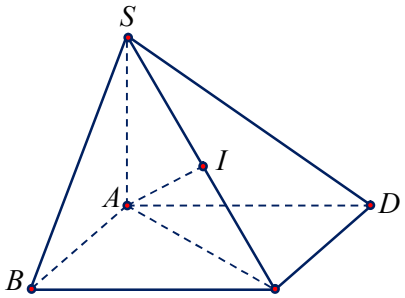
$S_{xq}=\pi rl=2\pi\,(\text{cm}^2)$.

Câu 34: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $SA\perp\left(ABCD\right)$ nên $SA\perp AC$ hay ΔSAC vuông tại A và $SA\perp BC$, $SA\perp CD$.

+ $BC\perp AB$ nên $BC\perp SB$ hay ΔSBC vuông tại B;

+ $CD\perp AD$ nên $CD\perp SD$ hay ΔSCD vuông tại D;

Khi đó ΔSAC, ΔSBC, ΔSCD cùng nhìn cạnh huyền SC dưới một góc vuông nên các đỉnh S, A, B, C, D cùng nằm trên mặt cầu đường kính SC.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

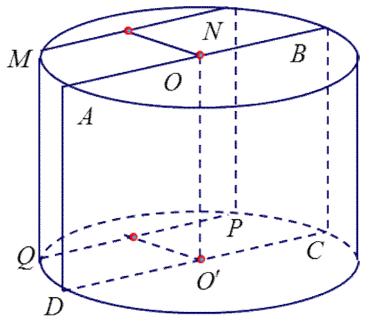
$$R=\frac{1}{2}SC=\frac{1}{2}\sqrt{SA^2+AC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4a^2+2a^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 35: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ song song với trục và cách trục một khoảng $\dfrac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng $\left(P\right)$.

A. $2\sqrt{3}a^2$. **B.** a^2. **C.** $4a^2$. **D.** πa^2.

Lời giải

Chọn A



$h = OO' = 2a$, $r = \dfrac{AB}{2} = a$.

$MN = 2\sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{4}} = a\sqrt{3}$, $NP = 2a$.

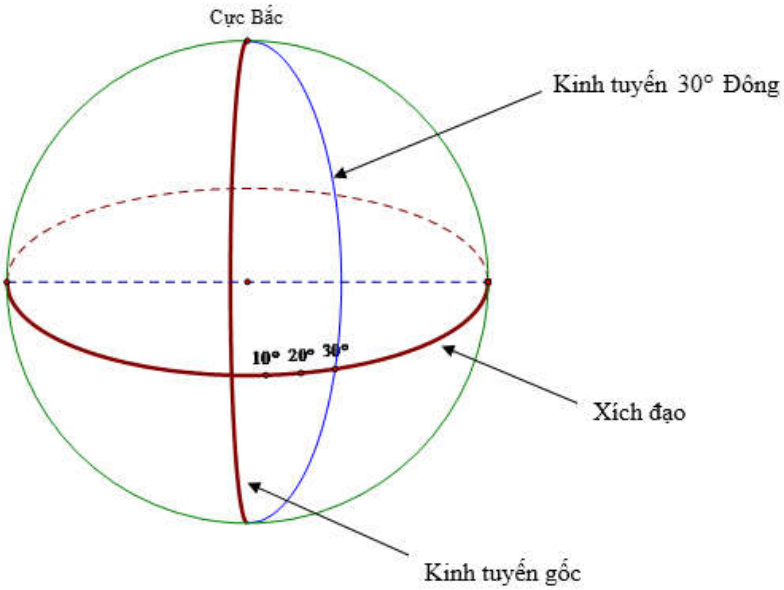
Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) là $S = a\sqrt{3}.2a = 2\sqrt{3}a^2$.

Câu 36: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho quả địa cầu có độ dài đường kinh tuyến $30°$ Đông là 40π (cm). Độ dài đường xích đạo là:

A. $40\sqrt{3}\pi$ (cm). **B.** 40π (cm). **C.** 80π (cm). **D.** $\dfrac{80\pi}{\sqrt{3}}$ (cm).

Lời giải

Chọn C



Đường xích đạo là đường vĩ tuyến lớn nhất. Độ dài đường xích đạo gấp hai lần đường kinh tuyến $30°$ Đông.

Vậy độ dài đường xích đạo là: $2.40\pi = 80\pi$ (cm).

Câu 37: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Trong mặt phẳng cho góc xOy. Một mặt phẳng (P) thay đổi và vuông góc với đường phân giác trong của góc $\widehat{xOy}$ cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B. Trong (P) lấy điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 90°$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. Điểm M chạy trên một mặt cầu. **B.** Điểm M chạy trên một mặt nón.

C. Điểm M chạy trên một mặt trụ. **D.** Điểm M chạy trên một đường tròn.

Lời giải

Chọn B

+) Xét mặt phẳng (P) tại một vị trí cụ thể thì tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB, chứa trong mặt phẳng (P).

+) Gọi Ot là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$. Khi mặt phẳng (P) thay đổi, luôn vuông góc Ot thì tập hợp các điểm M là mặt nón đỉnh O, trục Ot với Ox, Oy là các đường sinh.

Câu 38: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Tính thể tích V của khối nón tròn xoay có chiều cao h và đáy là hình tròn bán kính r.

A. $V=\pi rh$. **B.** $V=\frac{2}{3}\pi rh$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn B

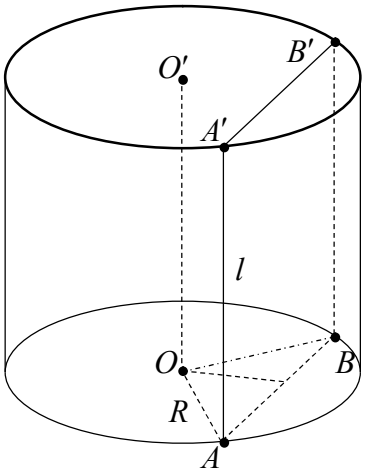
Ta có $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 39: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π, thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung $120°$. Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi R, h, l lần lượt là bán kính, chiều cao, đường sinh của hình trụ.

Ta có $S_{xq}=4\pi \Leftrightarrow 2\pi.R.l=4\pi \Leftrightarrow R.l=2$.

Giả sử AB là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung $120°$.

Ta có $ABB'A'$ là hình chữ nhật có $AA'=h=l$.

Xét tam giác OAB cân tại O, $OA=OB=R$, $\widehat{AOB}=120° \Rightarrow AB=R\sqrt{3}$.

$S_{ABB'A'}=AB.AA'=R\sqrt{3}.l=R.l\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

Câu 40: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 12π. **B.** 9π. **C.** 30π. **D.** 15π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi rl=\pi.3.5=15\pi$.

Câu 41: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB. Biết $AC=2a\sqrt{2}$, $\widehat{ACB}=45^\circ$. Diện tích toàn phần của hình trụ (T) là:

A. $S_{TP}=16\pi a^2$. **B.** $S_{TP}=10\pi a^2$. **C.** $S_{TP}=12\pi a^2$. **D.** $S_{TP}=8\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình chữ nhật $ABCD$ có $AC=2a\sqrt{2}$, $\widehat{ACB}=45^\circ$ nên $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$.

Khi đó hình trụ (T) có chiều cao là $h=2a$, bán kính đáy $R=2a$.

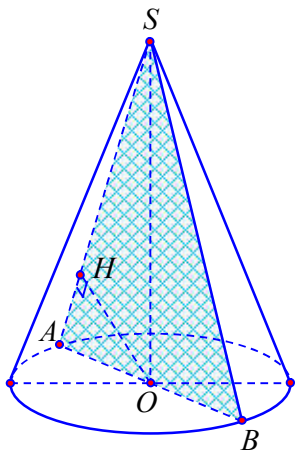
Vậy $S_{TP}=2\pi Rh+2\pi R^2=16\pi a^2$.

Câu 42: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều bằng:

A. 16π. **B.** 8π. **C.** 20π. **D.** 12π.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Giả sử thiết diện qua trục là tam giác đều SAB và OH là khoảng cách từ tâm mặt đáy đến đường sinh SA.

Ta có : $OH=\sqrt{3}$, $OA=\dfrac{OH}{\sin 60^\circ}\Leftrightarrow OA=2\Rightarrow AB=4$ và $\ell=AB=4$.

Khi đó diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp}=\pi r\ell+\pi r^2=12\pi$.

Câu 43: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Một hình trụ tròn xoay có bán kính đáy $R=1$. Trên hai đường tròn đáy (O) và (O') lần lượt lấy hai điểm A và B sao cho $AB=2$ và góc giữa AB và trục OO' bằng 30°. Xét hai khẳng định:

(I): Khoảng cách giữa OO' và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(II): Thể tích khối trụ là $V=\pi\sqrt{3}$.

A. Cả (I) và (II) đều đúng. **B.** Chỉ (I) đúng.

C. Chỉ (II) đúng. **D.** Cả (I) và (II) đều sai.

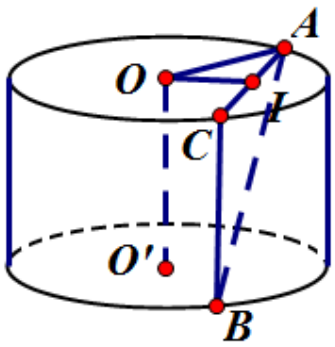
Hướng dẫn giải

Chọn A

* Gọi C là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng chứa (O), I là trung điểm của AC, Ta có:

$$(AB;OO')=(AB;CB)=\widehat{ABC}=30^\circ \Rightarrow h=OO'=CB=AB.\cos 30^\circ=\sqrt{3}$$

* Thể tích khối trụ là: $V=\pi R^2h=\pi\sqrt{3}$. Vậy khẳng định (II) đúng.



* Khoảng cách giữa AB và trục OO' là: $d(AB;OO')=d(OO';(ABC))=OI=\sqrt{OA^2-AI^2}$.

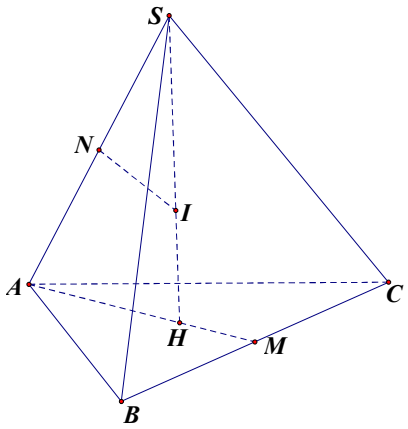
$AC=AB.\sin 30^\circ=1 \Rightarrow AI=\frac{1}{2}\Rightarrow OI=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow d(AB;OO')=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy khẳng định (I) đúng.

Câu 44: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mỗi cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{3a}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC, khi đó $SH \perp (ABC)$ và là trục đường tròn ngoại tiếp mặt đáy.

Gọi N là trung điểm SA, mặt phẳng trung trực của cạnh SA cắt SH tại I. Khi đó $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Bán kính mặt cầu là $R = SI = \dfrac{SN.SA}{SH} = \dfrac{\frac{1}{2}SA^2}{\sqrt{SA^2 - AH^2}} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 45: ----------**HẾT**----------**(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

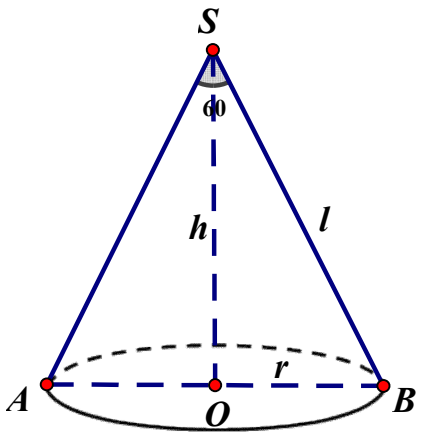
A. $V = \dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = \pi a^3$. **C.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $V = 3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

* ΔSAB là tam giác đều nên ta có $l = AB = 2r$, $h = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = r\sqrt{3}$ mà $Sxq = \pi rl = 6\pi a^2$

$\Leftrightarrow 2\pi r^2 = 6\pi a^2 \Leftrightarrow r = a\sqrt{3}$, $h = 3a$.



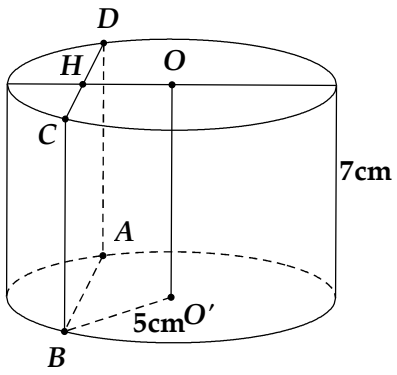
* Thể tích của khối nón đã cho là : $V = \dfrac{\pi r^2 h}{3} = 3\pi a^3$.

Câu 46: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5cm và khoảng cách giữa hai đáy là 7cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. 55cm^2. **B.** 56cm^2. **C.** 53cm^2. **D.** 46cm^2.

Lời giải

Chọn B



Gọi thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$, H là trung điểm CD.

Ta có: $\begin{cases} OH \perp CD \\ OH \perp BC \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABCD) \Rightarrow d\left(OO';(ABCD)\right) = d\left(O;(ABCD)\right) = OH = 3cm$.

$\Rightarrow HC = HD = \sqrt{OC^2 - OH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{cm}$.

$\Rightarrow AB = CD = 8\text{cm}$.

$\Rightarrow S_{ABCD} = AB.BC = 8.7 = 56\text{cm}^2$.

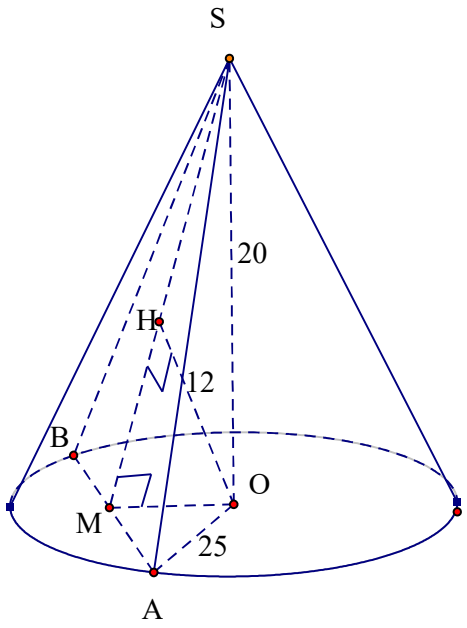
Câu 47: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20\text{cm}$, bán kính đáy $r = 25\text{cm}$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh của hình nón cách tâm của đáy 12cm. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp (α).

A. $S = 400\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S = 406\ \left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S = 300\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S = 500\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình vẽ sau :



Ta có: $d\left(O,(\alpha)\right)=OH=12$.

Diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mp (α) là: $S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}SM.AB=SM.MA$.

Trong tam giác SMO vuông tại O: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OM^2}\Leftrightarrow\frac{1}{12^2}=\frac{1}{20^2}+\frac{1}{OM^2}\Leftrightarrow OM=15$.

Suy ra $SM=\sqrt{SO^2+OM^2}=\sqrt{20^2+15^2}=25$.

Mặt khác ta có: M là trung điểm của AB và $OM\perp AB$.

Xét tam giác MOA vuông tại M: $MA=\sqrt{OA^2-OM^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20$.

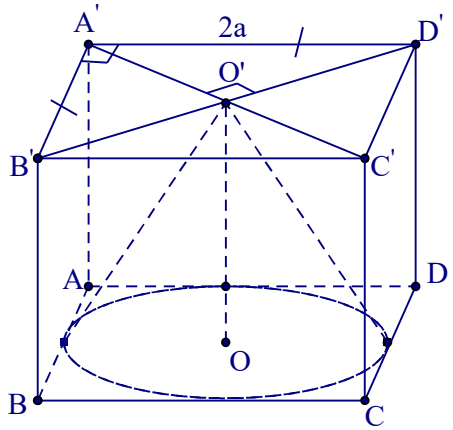
Vậy $S_{\Delta SAB}=SM.MA=25.20=500\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 48: **(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi a^3$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $V=2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Khối nón tròn xoay có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ nên có $r=\dfrac{BC}{2}=a$; $h=SO=BB'=2a$

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=\dfrac{2}{3}\pi a^3$.

Câu 49: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Một khối nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi\left(\text{cm}^2\right)$ và bán kính đáy $\dfrac{1}{2}\left(\text{cm}\right)$. Khi đó độ dài đường sinh là

A. $2\left(\text{cm}\right)$. **B.** $3\left(\text{cm}\right)$. **C.** $1\left(\text{cm}\right)$. **D.** $4\left(\text{cm}\right)$.

Lời giải

Chọn C

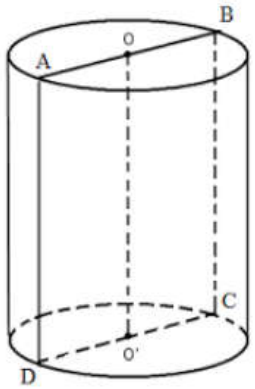
Ta có: $S_{xq}=\pi Rl\Rightarrow l=\dfrac{S_{xq}}{\pi R}=\dfrac{2\pi}{\pi.\dfrac{1}{2}}=4$.

Câu 50: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ?

A. $4\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $16\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật, có độ dài một cạnh là $2a$, có diện tích là $8a^2$, suy ra chiều cao của hình trụ là $h=\dfrac{8a^2}{2a}=4a$.

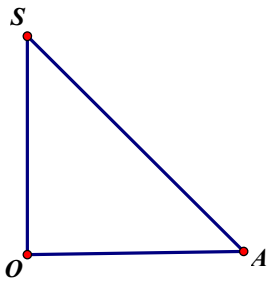
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq}=2\pi rh=2.\pi.a.4a=8\pi a^2$.

Câu 51: **(THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA=3$ cm, $SA=5$ cm, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là:

A. $12\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $15\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $\dfrac{80\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $36\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn A



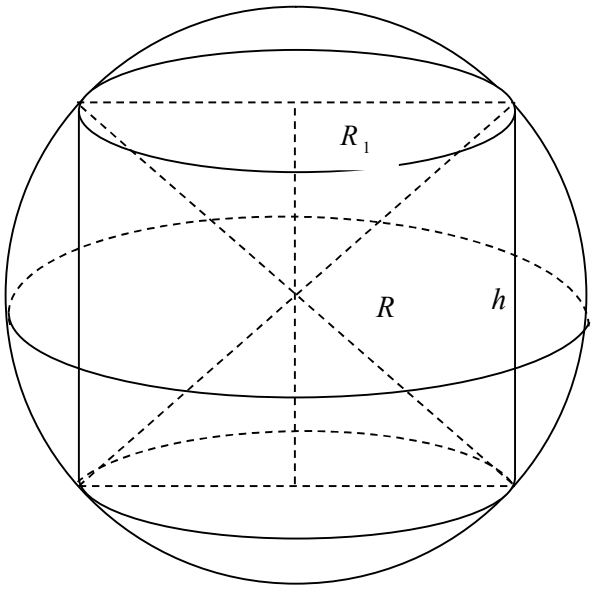
$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=4;\ V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi\ \left(\text{cm}^3\right).$

Câu 52: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $2\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $2\sqrt{2}\pi R^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi h là chiều cao, R_1 là bán kính đáy của hình trụ. Vì hình trụ nội tiếp trong mặt cầu bán kính R nên ta có: $h^2+h^2=\left(2R\right)^2\ \Rightarrow\ h=R\sqrt{2}$, $R_1=\frac{R\sqrt{2}}{2}$.

$\Rightarrow\ S_{xq}=2\pi.R_1.h=2\pi.\frac{R\sqrt{2}}{2}.R\sqrt{2}=2\pi R^2$.

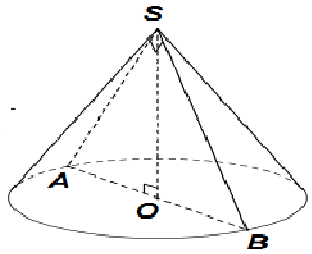
Câu 53: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Thiết diện qua trục của hình nón $\left(N\right)$ là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích toàn phần của hình nón $\left(N\right)$?

A. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(2+\sqrt{2}\right)}{2}$. **B.** $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.

C. $S_{tp}=\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)$. **D.** $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(1+2\sqrt{2}\right)}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ).
Theo giả thiết ta có tam giác SAB vuông cân tại S và $SA=SB=a$.

Do đó $AB=\sqrt{SA^2+SB^2}=a\sqrt{2}$ và $SO=OA=\frac{1}{2}AB=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq}=\pi.OA.SA=\pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích đáy $S=\frac{\pi a^2}{2}$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón (N) là: $S_{tp}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}+\frac{\pi a^2}{2}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.

Câu 54: **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Thiết diện qua trục của một hình nón (N) là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông bằng a, diện tích toàn phần của hình nón (N) bằng:

A. $\frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi\left(1+\sqrt{2}\right)a^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)a^2}{2}$. **D.** $\frac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{tp}=\pi Rl+\pi R^2$, trong đó $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $l=a$ nên

$S_{tp}=\pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a+\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{\pi\left(1+\sqrt{2}\right)a^2}{2}$.

Câu 55: **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho Hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N) là:

A. 12π. **B.** 20π. **C.** 36π. **D.** 60π.

Lời giải

Chọn A

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl\ 15\pi=\pi.3.l\Leftrightarrow l=5$.

Chiều cao của khối nón là $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$.

Câu 56: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Hình trụ bán kính đáy r. Gọi O và O' là tâm của hai đường tròn đáy với $OO' = 2r$. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O'. Gọi V_C và V_T lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó $\frac{V_C}{V_T}$ là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích của khối cầu là $V_C = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Thể tích của khối trụ là $V_T = \pi r^2 l = 2\pi r^3$.

Khi đó $\frac{V_C}{V_T} = \frac{2}{3}$.

Câu 57: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

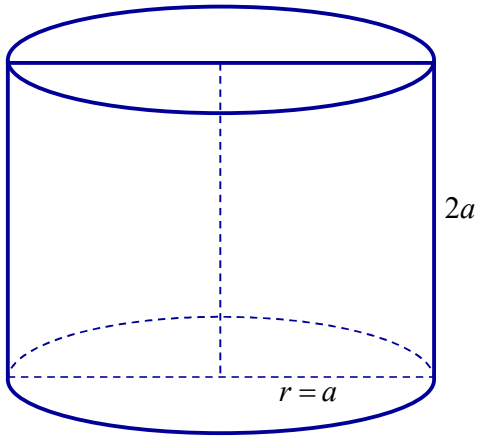
A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông nên độ dài đường sinh của hình trụ là $l = 2a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S = 2\pi rl = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

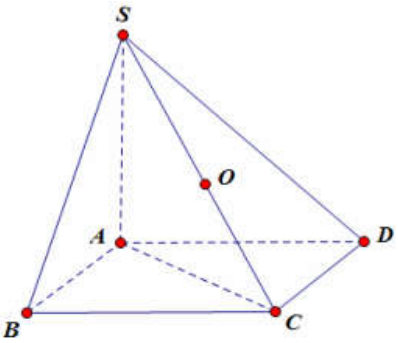


Câu 58: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Ta chứng minh được:

- $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.
- $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D.
- $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A.

Gọi O là trung điểm cạnh SC. Khi đó: $OA = OC = OD = OB = OS = \frac{1}{2}SC$.

Do đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu là: $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + 2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\frac{3a^2}{2} = 6\pi a^2$.

Câu 59: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 60π. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V = 288\pi$. **B.** $V = 96\pi$. **C.** $V = 432\sqrt{6}\pi$. **D.** $V = 144\sqrt{6}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

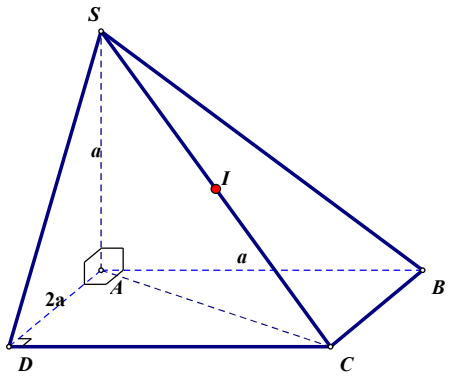
Lại có $\begin{cases} R = 6 \\ S_{xq} = 60\pi = \pi Rl = \pi R\sqrt{h^2 + R^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 6 \\ h = 8 \end{cases} \Rightarrow V = 96\pi$.

Câu 60: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $SA = AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy $\widehat{SAC}=\widehat{SBC}=\widehat{SDC}=90°$. Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đường kính là cạnh $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=a\sqrt{6}$. Vậy bán kính $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

----------HẾT----------

Câu 61: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Một hộp sữa có dạng hình trụ và có thể tích bằng 2825cm^3. Biết chiều cao của hộp sữa bằng 25cm. Diện tích toàn phần của hộp sữa đó gần với số nào sau đây nhất?

A. 1168cm^2. **B.** 1172cm^2. **C.** 1164cm^2. **D.** 1182cm^2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi bán kính đáy của hình trụ là R. Khi đó theo bài ra ta có:

$$V=2825\Leftrightarrow \pi R^2.25=2825\Leftrightarrow R^2=\frac{113}{\pi}\Leftrightarrow R=\sqrt{\frac{113}{\pi}}.$$

Vậy diện tích toàn phần của hộp sữa là:

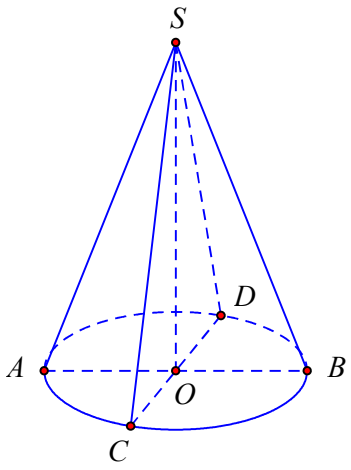
$$S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=2\pi.\sqrt{\frac{113}{\pi}}.25+2\pi\left(\sqrt{\frac{113}{\pi}}\right)^2\approx 1168\text{cm}^2.$$

Câu 62: (THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018) Thiết diện qua trục của một khối nón (N) là một tam giác vuông cân và có diện tích bằng a^2. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{4\pi a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử thiết diện qua trục của (N) là ΔSCD.

Ta có ΔSCD vuông cân tại S và có diện tích bằng a^2

$\Rightarrow \frac{1}{2}SC^2 = a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = OC = \frac{SC}{\sqrt{2}} = a.$

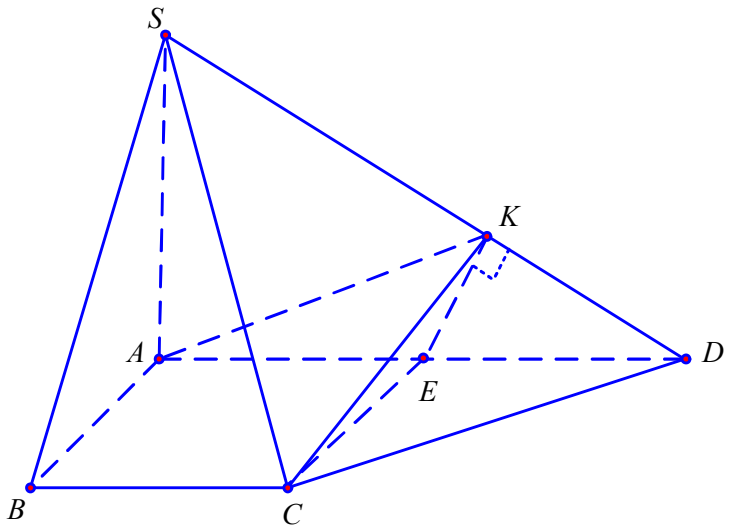
Do đó $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi .OC^2 .SO = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 63: **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Kẻ $EK \perp SD$ tại K. Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K là:

A. $R = \frac{1}{2}a$. **B.** $R = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $R = a$. **D.** $R = \frac{\sqrt{6}}{2}a$.

Lời giải

Chọn C



Vì E là trung điểm của AD, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và $AB = BC = a$, $AD = 2a$ nên $AB = BC = CE = AE = ED = a$ và $CE // AB$. Khi đó $CE \perp AD$, $CE \perp SA$ (do

$SA \perp (ABCD)$) nên $CE \perp SE$ hay $\widehat{SEC} = 90°$ và $CE \perp SD$. Mặt khác $EK \perp SD$ do đó $SD \perp (CEK)$ suy ra $CK \perp SD$ hay $\widehat{SCK} = 90°$.

Ta có $CB \perp AB$, $CB \perp SA$ nên $CB \perp SB$ hay $\widehat{SBC} = 90°$. Ta cũng có $CA \perp SA$ nên $\widehat{SAC} = 90°$

Vậy các góc $\widehat{SEC}$, $\widehat{SCK}$, $\widehat{SBC}$, $\widehat{SAC}$ cùng nhìn cạnh SC dưới một góc không đổi $90°$ nên các điểm S, A, B, C, E, K nằm trên mặt cầu tâm I là trung điểm của SC bán kính $R = \dfrac{SC}{2}$.

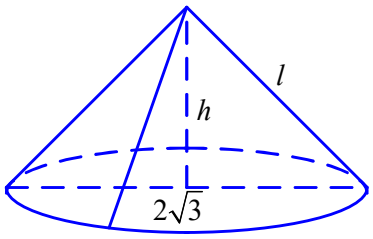
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$; $SC = \sqrt{AC^2 + SA^2} = 2a$ suy ra $R = a$.

Câu 64: **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền là $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón này bằng

A. 3π. **B.** $3\pi\sqrt{2}$. **C.** $\pi\sqrt{3}$. **D.** $3\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2.h$: Trong đó đường sinh $2l^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 \Rightarrow l = \sqrt{6} \Rightarrow$

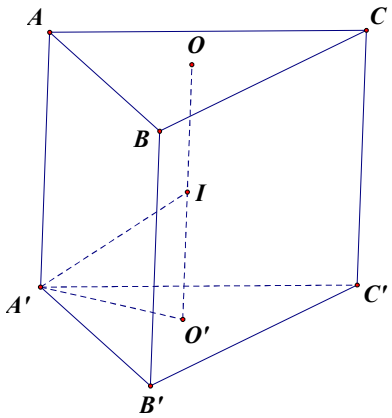
$h = \sqrt{6-3} = \sqrt{3}$, $r = \sqrt{3}$ suy ra $V = \dfrac{1}{3}\pi.3.\sqrt{3} = \pi\sqrt{3}$.

Câu 65: **(THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **B.** $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **C.** $V = \dfrac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **D.** $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$.

Lời giải

Chọn B



Dựng trục OO' của hai đáy và gọi I là trung điểm của OO'. Khi đó I là tâm của mặt cầu và bán kính mặt cầu $R = IA'$.

Trong tam giác vuông $IO'A'$ ta có $R = \sqrt{O'A'^2 + O'I^2}$ với $O'A' = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $O'I = 2a$ ta có $R = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 66: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Một hình trụ có bán kính đáy bằng với chiều cao của nó. Biết thể tích của khối trụ đó bằng 8π, tính chiều cao h của hình trụ.

A. $h = \sqrt[3]{4}$. **B.** $h = 2$. **C.** $h = 2\sqrt{2}$. **D.** $h = \sqrt[3]{32}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi r và h lần lượt là bán kính và chiều cao của hình trụ. Theo đề bài ta có $h = r$.

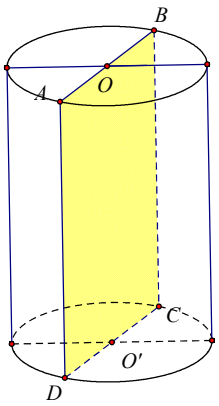
Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2.h = \pi h^3$. Theo đề bài thể tích của khối trụ là 8π nên ta có phương trình $8\pi = \pi h^3 \Leftrightarrow h = 2$.

Câu 67: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối trụ.

A. $S_{tp} = \dfrac{27\pi a^2}{2}$. **B.** $S_{tp} = \dfrac{13a^2\pi}{6}$. **C.** $S_{tp} = a^2\pi\sqrt{3}$. **D.** $S_{tp} = \dfrac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Theo đề bài ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$ nên ta có $r=\dfrac{3a}{2}$ và $h=3a$.

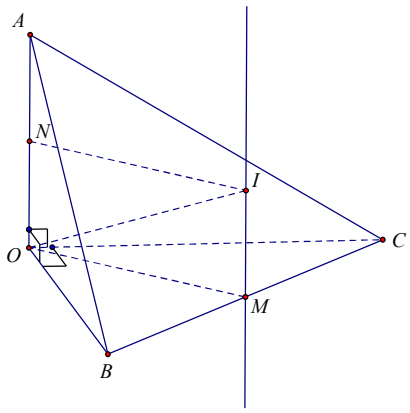
Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi r^2+2\pi rh=2\pi\left(\dfrac{3a}{2}\right)^2+2\pi\dfrac{3a}{2}3a=\dfrac{27\pi a^2}{2}$.

Câu 68: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC từng đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=6$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. $R=4\sqrt{2}$. **B.** $R=2$. **C.** $R=3$. **D.** $R=3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC, do tam giác OBC vuông tại O nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC.

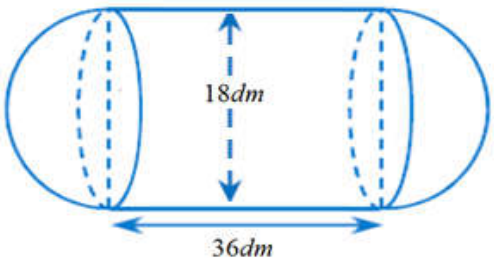
Qua M dựng đường thẳng d song song với OA khi đó d là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC.Gọi Δ là đường trung trực của cạnh OA và I là giao điểm của Δ và d. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Ta có $OM=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\sqrt{OB^2+OC^2}=3\sqrt{2}$; $ON=IM=\dfrac{1}{2}OA=3$.

Tam giác OMI vuông tại M nên $IM=\sqrt{OM^2+IM^2}=\sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2+3^2}=3\sqrt{3}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $R=3\sqrt{3}$.

Câu 69: (THPT Trần Hưng Đạo-TP HCM năm 2017-2018) Một cái bồn gồm hai nửa hình cầu đường kính 18 dm, và một hình trụ có chiều cao 36 dm (như hình vẽ). Tính thể tích V của cái bồn đó.





A. $V=9216\pi$ dm^3. **B.** $V=\dfrac{1024\pi}{9}$ dm^3. **C.** $V=\dfrac{16\pi}{243}$. dm^3. **D.** $V=3888\pi$ dm^3.

Chọn D

Ta có:

Thể tích khối trụ: $V_1 = \pi.r^2.h = \pi.9^2.36 = 2916\pi$ dm^3.

Thể tích khối cầu: $V_2 = \frac{4}{3}.\pi.r^3 = \frac{4}{3}.\pi.9^3 = 972\pi$ dm^3.

Suy ra thể tích $V = V_1 + V_2 = 3888\pi$ dm^3.

Câu 70: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 2 là

A. 48π. **B.** $2\pi\sqrt{3}$. **C.** $8\pi\sqrt{3}$. **D.** 12π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a có tâm là giao điểm các đường chéo của hình lập phương, có bán kính $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 2 có bán kính $R = \sqrt{3}$.

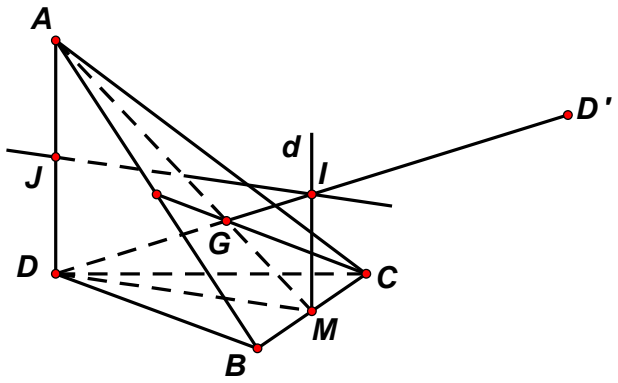
Vậy diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 12\pi$.

Câu 71: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Cho bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt cầu và DA, DB, DC đôi một vuông góc, G là trọng tâm tam giác ABC, D' là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DD'} = 3\overrightarrow{DG}$. Một đường kính của mặt cầu đó là

A. AB. **B.** AC. **C.** DD'. **D.** BC.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC.

Dựng d qua M và vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Khi đó $d \,//\, AD$

Gọi J là trung điểm AD. Dựng mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AD cắt d tại I, khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có:

$\overrightarrow{ID} = \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{IM}$ (1).

$\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{MG} = \overrightarrow{IM} + \frac{1}{3}\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{IM} + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}\right)$

$= \overrightarrow{IM} + \frac{1}{3}\overrightarrow{MD} - \frac{1}{3}.2\overrightarrow{IM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IM} + \frac{1}{3}\overrightarrow{MD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IM} + \frac{1}{3}\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IJ}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{IG} \quad (2)$.

Từ (1), (2) suy ra: $\overrightarrow{ID} = 3\overrightarrow{IG}$ hay ba điểm D, I, G thẳng hàng.

Mặt khác: $IM // AD$ (cùng vuông góc với mặt phẳng đáy)

$\Rightarrow \frac{DG}{GI} = \frac{AG}{GM} = 2 \Rightarrow \overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{GI} \Leftrightarrow \overrightarrow{DG} = 2\left(\overrightarrow{DI} - \overrightarrow{DG}\right) \Leftrightarrow 3\overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{DI} \Leftrightarrow \overrightarrow{DD'} = 2\overrightarrow{DI}$

$\Rightarrow I$ là trung điểm của DD'.

Câu 72: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Một hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính theo a diện tích xung quanh của hình trụ.

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D

Vì hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông nên có chiều cao $h = 2a$.

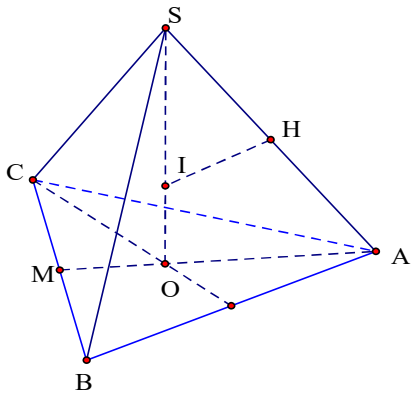
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 73: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a, cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{3a\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của SA. Trong mặt phẳng (SAO) kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với SA cắt SO tại I. Khi đó $IS = IA = IB = IC$.

Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$

Do $\Delta SHI \backsim \Delta SOA$ ta có: $\frac{SI}{SA} = \frac{SH}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SH.SA}{SO} = \frac{3\sqrt{6}a}{8}$.

Câu 74: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S, O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng là

A. $S_{xq}=\pi a^2,\ V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$.

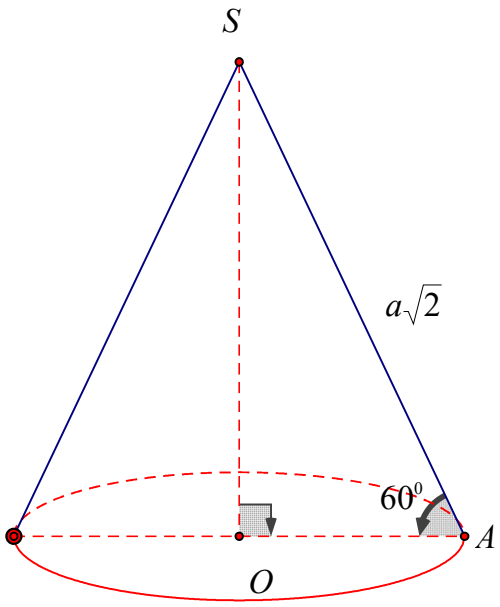
B. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{2},\ V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{2},\ V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$.

D. $S_{xq}=\pi a^2,\ V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Dựa vào hình vẽ ta có: góc giữa đường sinh và mặt đáy là $\widehat{SAO}=60°$.

Tam giác SAO vuông tại O:

$R=OA=SA.\cos\widehat{SAO}=a\sqrt{2}.\cos 60°=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$h=SO=SA.\sin\widehat{SAO}=a\sqrt{2}.\sin 60°=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $S_{xq}=\pi Rl=\pi a^2$ và $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 75: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Khi quay một tam giác đều cạnh bằng a (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó theo a.

A. $\dfrac{\pi a^3}{4}$.

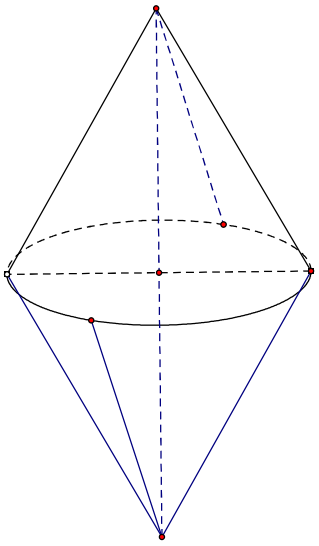
B. $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\dfrac{3\pi a^3}{4}$.

D. $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn A



Khối tròn xoay có được là hai khối nón giống nhau úp hai đáy lại với nhau.

Mỗi khối nón có đường cao $h=\frac{a}{2}$, bán kính đường tròn đáy $r=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay là $V=2.\frac{1}{3}.h.\pi.r^2=\frac{2}{3}\frac{a}{2}\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 76: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng 1 thì thể tích bằng:

A. $\frac{1}{3}\pi$. **B.** π^2. **C.** 2π. **D.** π.

Lời giải

Chọn D

$V=\pi r^2h=\pi.1^2.1=\pi$.

Câu 77: (THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018) Một cái cốc hình trụ cao 15 cm đựng được $0,5$ lít nước. Hỏi bán kính đường tròn đáy của cái cốc xấp xỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng thập phân thứ hai)?

A. $3,26$ cm. **B.** $3,27$ cm. **C.** $3,25$ cm. **D.** $3,28$ cm.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $0,5$ lít $=0,5$ dm^3 $=500$ cm^3.

Gọi R là bán kính đường tròn đáy, ta có: $\pi R^2.h=500\Leftrightarrow R=\sqrt{\frac{500}{\pi h}}=\sqrt{\frac{500}{15\pi}}=3,26$ cm.

Câu 78: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho hình nón có đường sinh $l=5$, bán kính đáy $r=3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là:

A. $S_{tp}=15\pi$. **B.** $S_{tp}=20\pi$. **C.** $S_{tp}=22\pi$. **D.** $S_{tp}=24\pi$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính diện tích toàn phần của hình nón ta có

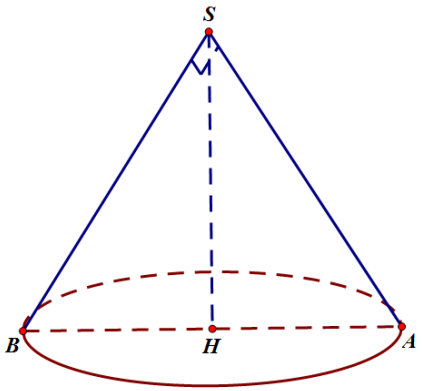
$S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=15\pi+9\pi=24\pi$.

Câu 79: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng:

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Theo bài ra ta có $AH=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lại có ΔSAB vuông cân tại S nên $SH=\dfrac{AB}{2}=AH=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

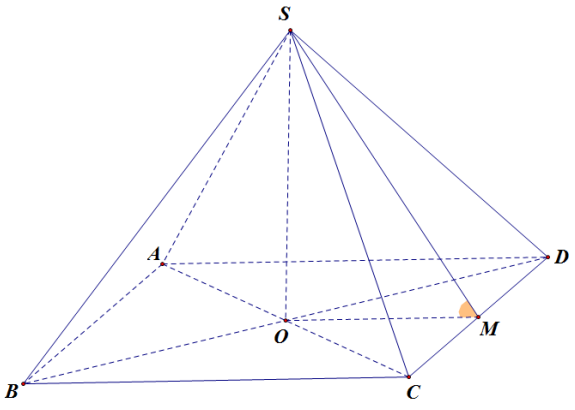
Thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}SH.\pi.AH^2=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 80: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, đường cao bằng $\dfrac{3a}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng:

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $75°$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$; M là trung điểm của CD.

Góc giữa mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SMO}$.

Ta có $OM=\dfrac{1}{2}AD=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

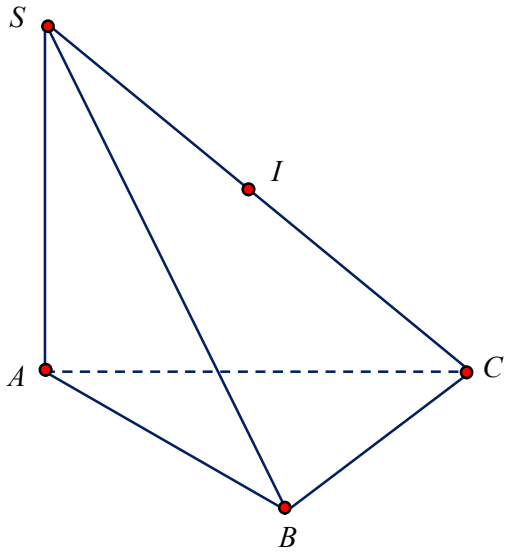
Xét tam giác SOM vuông tại O, ta có $\tan\widehat{SMO}=\dfrac{SO}{OM}=\dfrac{\frac{3}{2}a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SMO}=60°$.

Câu 81: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA=BC=a$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

A. $3a$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm cạnh SC.

$SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp AC\Rightarrow\Delta SAC$ vuông tại A. Suy ra: $IA=IC=IS$.

$SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$ và $BC\perp AB$ (do ΔABC vuông tại B).

Suy ra: $BC\perp(SAB)$ nên $BC\perp SB\Rightarrow\Delta SBC$ vuông tại B. Do đó $IB=IC=IS$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

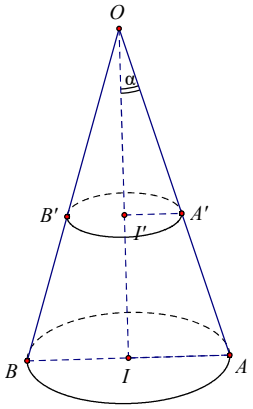
Khi đó $R=IS=\dfrac{1}{2}SC=\dfrac{1}{2}\sqrt{SA^2+AC^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{SA^2+AB^2+BC^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{4a^2+a^2+a^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 82: **(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón N_1 có chiều cao bằng 40 cm. Người ta cắt hình nón N_1 bằng một mặt phẳng song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ N_2 có thể tích bằng $\dfrac{1}{8}$ thể tích N_1. Tính chiều cao h của hình nón N_2?

A. 40 cm. **B.** 10 cm. **C.** 20 cm. **D.** 5 cm.

Lời giải

Chọn C



Gọi R_1, R_2, h_1, h lần lượt là bán kính và chiều cao của các khối nón N_1, N_2. Gọi V_1, V_2 thể tích của các khối nón N_1, N_2 và gọi 2α là góc ở đỉnh của hình nón.

Ta có: $V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2 h_1$; $V_2 = \frac{1}{3}\pi R_2^2 h$.

Theo đề bài ta có $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{3}\pi R_2^2 h}{\frac{1}{3}\pi R_1^2 h_1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{R_2^2 h}{R_1^2 h_1} = \frac{1}{8}$.

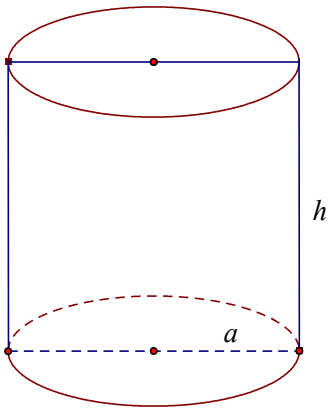
Mặt khác ta lại có $R_1 = h_1 \tan\alpha$, $R_2 = h\tan\alpha \Rightarrow \frac{h^3 \tan^2\alpha}{h_1^3 \tan^2\alpha} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{h}{h_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow h = \frac{1}{2}h_1 \Rightarrow h = 20$.

Câu 83: **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng a và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.

A. $2\pi a^3$. **B.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** πa^3.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi B là diện tích đường tròn đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

Vì thiết diện đi qua trục là hình vuông nên ta có $h = 2a$.

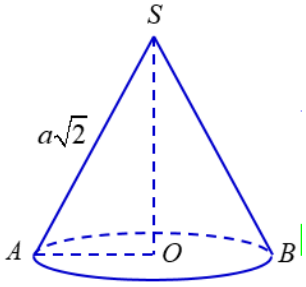
Vậy thể tích của khối trụ là: $V = B.h = \pi a^2.2a = 2\pi a^3$.

Câu 84: **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Tam giác SAB vuông cân tại S nên $\widehat{ASO}=45°$.

Suy ra tam giác SAO vuông cân tại O.

Khi đó: $AO=\frac{SA}{\sqrt{2}}=a$.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S=\pi.OA.SA=\pi.a.a\sqrt{2}=\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 85: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$. **B.** $20\pi\sqrt{5}$. **C.** $\frac{20\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu (S): $4\pi R^2=20\pi\Leftrightarrow R=\sqrt{5}$.

Thể tích khối cầu (S) là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{5}\right)^3=\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.

Câu 86: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a thì có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

A. $2\pi a^2$. **B.** $\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** πa^2.

Lời giải

Chọn B

Gọi r là bán kính đường tròn đáy thì $r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $l=a$. $S_{xq}=2\pi rl=2\pi\frac{a\sqrt{2}}{2}.a=\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 87: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π. Khi đó hình nón có bán kính hình tròn đáy bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là:

$S_{xq}=\pi Rl=\pi.R.4=8\pi\Rightarrow R=2$.

Vậy bán kính hình tròn đáy là $R=2$.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Một khối trụ có thể tích bằng 25π. Nếu chiều cao khối trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 25π. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

A. $r=10$. **B.** $r=5$. **C.** $r=2$. **D.** $r=15$.

Lời giải

Chọn B

Khối trụ ban đầu có: $V=25\pi \Leftrightarrow \pi r^2 h=25\pi \Leftrightarrow r^2 h=25 \quad (1)$.

Khối trụ lúc sau có: $S_{xq}=25\pi \Leftrightarrow \pi r(5h)=25\pi \Leftrightarrow rh=5 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $r=5$.

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{2}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S=16\pi$. **B.** $S=8\sqrt{2}\pi$. **C.** $S=16\sqrt{2}\pi$. **D.** $S=4\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn D

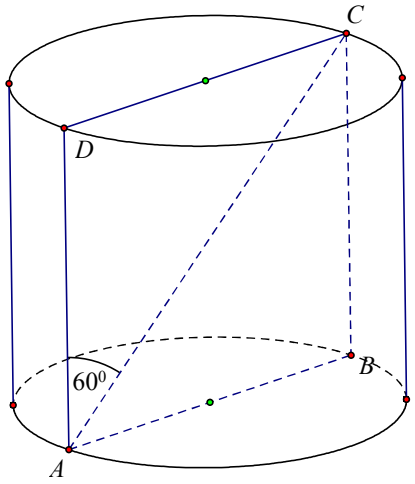
Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón ta có $S=\pi rl=4\sqrt{2}\pi$.

Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD=a\sqrt{2}$, $\widehat{DAC}=60^\circ$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên tam giác ADC vuông tại D và $BD=AC=a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông ADC có

$$\Leftrightarrow DC=AC\sin\widehat{DAC} \Leftrightarrow DC=a\sqrt{2}.\sin 60^\circ \Leftrightarrow DC=\frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Suy ra bán kính mặt đáy của hình trụ là $r=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

$$\cos\widehat{DAC}=\frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AD=AC\cos\widehat{DAC} \Leftrightarrow AD=a\sqrt{2}\cos 60^\circ \Leftrightarrow AD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Chiều cao của hình trụ là $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

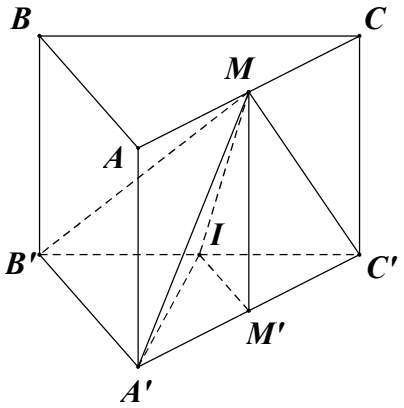
Thể tích khối trụ là $V=\pi\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 4: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $5\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của cạnh $B'C'$. Khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$.

Gọi M' là trung điểm của cạnh $A'C'$. Khi đó $MM'\perp(A'B'C')$.

Do $MA'=MC'=a\sqrt{2}$ nên $\Delta MA'C'$ vuông tại M. Do đó M' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$. Bán kính mặt cầu là $r=IB'=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

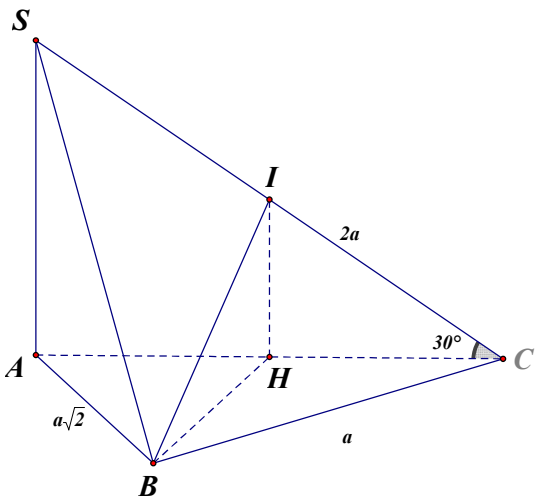
Do đó diện tích mặt cầu là $S=4\pi r^2=5\pi a^2$.

Câu 5: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB=a\sqrt{2}$, $BC=a$, $SC=2a$ và $\widehat{SCA}=30°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

A. $R=a\sqrt{3}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R=a$. **D.** $R=\dfrac{a}{2}$. d

Lời giải

Chọn C



Ta có:

- $AC = SC.\cos 30^\circ = a\sqrt{3}$.
- $AB^2 + BC^2 = 2a^2 + a^2 = 3a^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác vuông ở B.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AC, SC. Khi đó ta có:

- H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.
- $IH \perp (ABC)$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$. Suy ra $R = \frac{1}{2}SC = a$.

Vậy $R = a$.

Câu 6: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Một khối trụ có thể tích bằng 16π. Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 16π. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

A. $r = 1$. **B.** $r = 4$. **C.** $r = 3$. **D.** $r = 8$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2 h = 16\pi \Rightarrow h = \frac{16}{r^2}$.

Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy, suy ra:

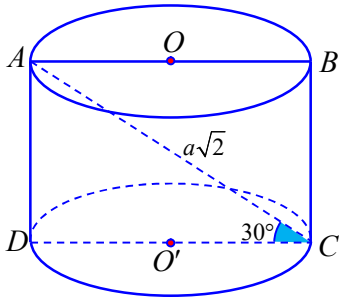
Diện tích xung quanh: $S = 2\pi r.\frac{2.16}{r^2} = 16\pi \Rightarrow r = \frac{2.2.16}{16} = 4$.

Câu 7: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $AC = a\sqrt{2}$, $\widehat{DCA} = 30^\circ$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. **C.** $n = 8$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác ADC vuông tại D có:

➲ $DC = AC.\cos 30° \Leftrightarrow DC = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

➲ $AD = AC.\sin 30° \Leftrightarrow AD = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó hình trụ đã cho có $h = AD$, $r = \dfrac{1}{2}DC$.

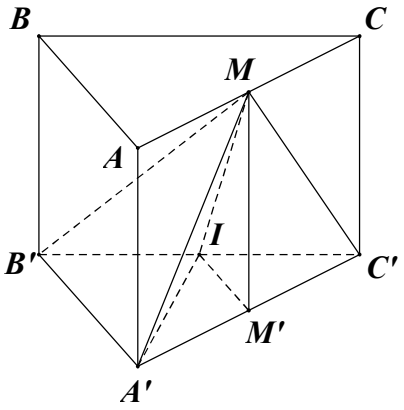
Vậy thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \dfrac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$.

Câu 8: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của cạnh $B'C'$. Khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$.

Gọi M' là trung điểm của cạnh $A'C'$. Khi đó $MM' \perp (A'B'C')$.

Do $MA' = MC' = a\sqrt{2}$ nên $\Delta MA'C'$ vuông tại M. Do đó M' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$. Bán kính mặt cầu là $r = IB' = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. Do đó thể tích khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$.

Câu 9: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho khối cầu (S) có thể tích bằng 36π (cm^3). Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. 64π (cm^2). **B.** 18π (cm^2). **C.** 36π (cm^2). **D.** 27π (cm^2).

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối cầu bằng $36\pi \Rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$.

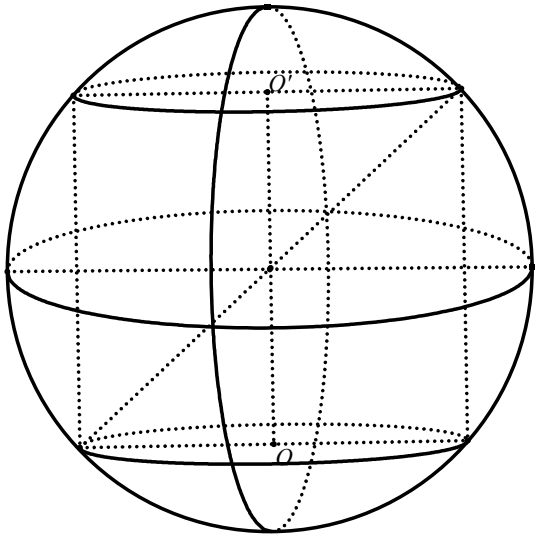
Vậy diện tích mặt cầu (S) là: $S = 4\pi r^2 = 4\pi.3^2 = 36\pi$ (cm^2).

Câu 10: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Một hình trụ có trục OO' chứa tâm của một mặt cầu bán kính R, các đường tròn đáy của hình trụ đều thuộc mặt cầu trên, đường cao của hình trụ đúng bằng R. Tính thể tích V của khối trụ?

A. $V = \frac{3\pi R^3}{4}$. **B.** $V = \pi R^3$. **C.** $V = \frac{\pi R^3}{4}$. **D.** $V = \frac{\pi R^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Đường kính đáy của khối trụ $2r = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3} \Rightarrow r = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

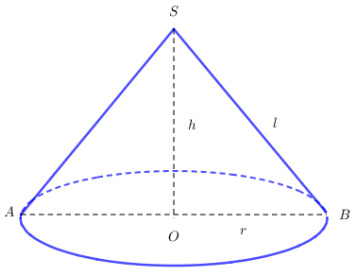
Thể tích của khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi\left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 R = \frac{3\pi R^3}{4}$.

Câu 11: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Một hình nón có đường cao $h = 4\,\text{cm}$, bán kính đáy $r = 5\,\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $5\pi\sqrt{41}$. **B.** 15π. **C.** $4\pi\sqrt{41}$. **D.** 20π.

Lời giải

Chọn A



Hình nón có đường sinh $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$.

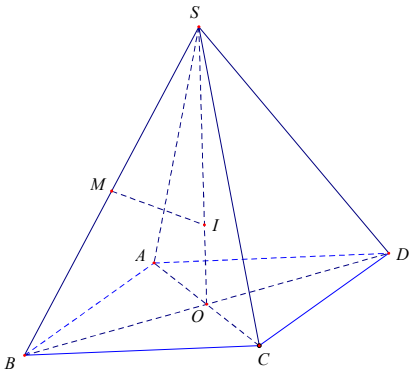
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=5\pi\sqrt{41}$.

Câu 12: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên hợp với đáy một góc bằng $60°$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính thể tích V của khối cầu (S).

A. $V=\dfrac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{6}\pi a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **D.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}\pi a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$ hay SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy.

Trong mặt phẳng (SBO) kẻ đường trung trực Δ của cạnh SB và gọi $I=\Delta\cap SO$ khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Theo giả thiết ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều và góc giữa cạnh bên với mặt phẳng đáy bằng $60°$ nên $\widehat{SBO}=60°$.

Ta có $\Delta SMI\sim\Delta SOB$ nên $\dfrac{SM}{SO}=\dfrac{SI}{SB}\Leftrightarrow SI=\dfrac{SM.SB}{SO}$.

Với $SO=OB\tan 60°\Leftrightarrow SO=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$; $SB=OB\cos 60°\Leftrightarrow SB=a\sqrt{2}$; $SM=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $SI=\dfrac{SM.SB}{SO}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

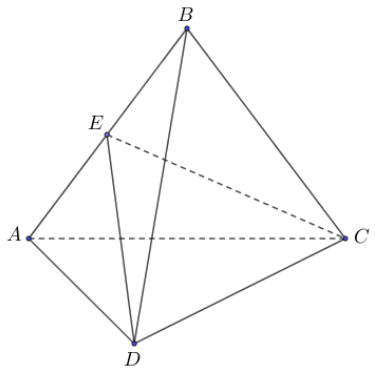
Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^3=\dfrac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

Câu 13: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Khi quay tứ diện đều $ABCD$ quanh trục AB có bao nhiêu khối nón khác nhau được tạo thành?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B



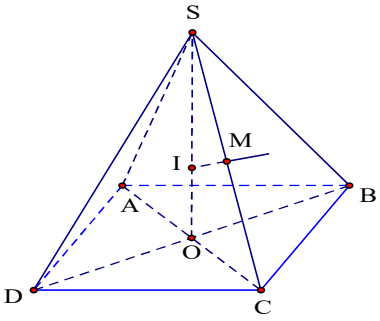
Gọi E là trung điểm AB thì $AB \perp (DEC) \Rightarrow$ Có 2 khối nón được tạo thành.

Câu 14: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$ và cạnh bên $a\sqrt{6}$.Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $18\pi a^2$. **B.** $18a^2$. **C.** $9a^2$. **D.** $9\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi 463,51 là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của SC. Trong mặt phẳng (SOC) dựng đường thẳng qua M và vuông góc với SC cắt SO tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính $r = SI$.

Xét tam giác vuông ABC ta có: $AC = 2\sqrt{2}a$.

Xét tam giác vuông SOC ta có: $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = 2a$.

Xét $\Delta SMI \backsim \Delta SOC$ ta có: $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SC} \Rightarrow SI = \frac{SM.SC}{SO} = \frac{3a}{2}$.

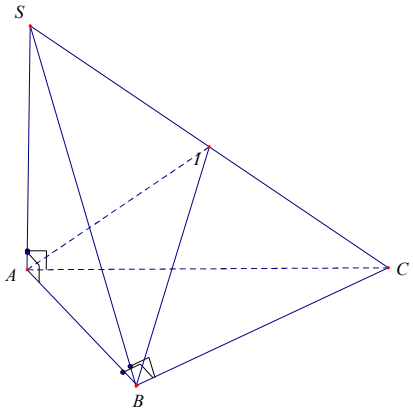
Vậy diện tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi\left(\frac{3a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2$.

Câu 15: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a\sqrt{3}$.Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = a$. **B.** $R = 3a$. **C.** $R = 4a$. **D.** $R = 2a$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA \perp (ABC)$ nên tam giác SAC vuông tại $A \Rightarrow$ điểm A thuộc mặt cầu tâm I đường kính SC (1).

Mặt khác ta lại có:

$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại $B \Rightarrow$ điểm B thuộc mặt cầu tâm I đường kính SC (2).

Từ (1) và (2) ta có bốn điểm A, B, S, C cùng thuộc mặt cầu tâm I đường kính BC.

Xét tam giác vuông ABC ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 2a$.

Xét tam giác vuông SAC có $SC^2 = SA^2 + AC^2 = 16a^2 \Rightarrow SC = 4a$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = \dfrac{BC}{2} = 2a$.

Câu 16: **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho phương trình

$$2^{-\left||m^3|-3m^2+1\right|}.\log_{81}\left(\left||x^3|-3x^2+1\right|+2\right)+2^{-\left||x^3|-3x^2+1\right|-2}.\log_3\left(\frac{1}{\left||m^3|-3m^2+1\right|+2}\right)=0$$

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị m nguyên để phương trình đã cho có số nghiệm thuộc đoạn $[6;8]$. Tính tổng bình phương tất cả các phần tử của tập S.

A. 20. **B.** 28. **C.** 14. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{-\left||m^3|-3m^2+1\right|}.\log_{81}\left(\left||x^3|-3x^2+1\right|+2\right)+2^{-\left||x^3|-3x^2+1\right|-2}.\log_3\left(\frac{1}{\left||m^3|-3m^2+1\right|+2}\right)=0$

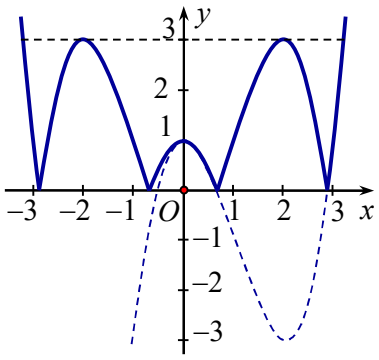
$\Leftrightarrow 2^{\left||x^3|-3x^2+1\right|+2}.\log_3\left(\left||x^3|-3x^2+1\right|+2\right)=2^{\left||m^3|-3m^2+1\right|+2}.\log_3\left(\left||m^3|-3m^2+1\right|+2\right)$.

Xét hàm số $f(t)=2^t.\log_3 t$ với $t \geq 2$; Ta có $f'(t)=2^t \ln 2.\log_3 t + 2^t.\dfrac{1}{t\ln 3} > 0 \forall t \geq 2$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Do đó phương trình tương đương với $\left||m^3|-3m^2+1\right| = \left||x^3|-3x^2+1\right| \quad (1)$.

Vẽ đồ thị hàm số $g(x)=x^3-3x^2+1$ từ đó suy ra đồ thị $|g(x)|$ và đồ thị của $|g(|x|)|$ như hình vẽ.



Từ đồ thị suy ra (1) có $6,7,8$ nghiệm $\Leftrightarrow 0<\left|g\left(|m|\right)\right|<3$.

Từ đồ thị suy ra các giá trị nguyên của m là -3, -1, 0, 1, 3.

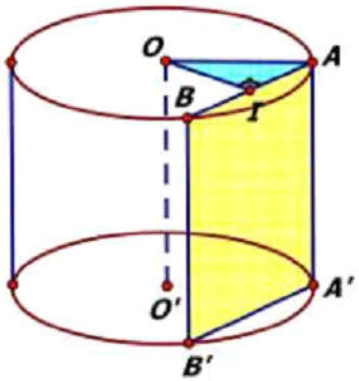
Vậy $S=20$.

Câu 17: **(THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Một hình trụ có đường cao $10\left(\text{cm}\right)$ và bán kính đáy bằng $5\left(\text{cm}\right)$.Gọi (P) là mặt phẳng song song với trục của hình trụ và cách trục $4\left(\text{cm}\right)$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ khi cắt bởi (P).

A. $60\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $40\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $30\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $80\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn A



$AA'=10$ cm.

$OA=5$ cm.

$OI=4$ cm.

$AB=2AI=2\sqrt{25-16}=6$ cm.

Câu 18: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi\left(\text{cm}^2\right)$ thì có bán kính là

A. $3\,\text{cm}$. **B.** $\sqrt{5}\,\text{cm}$. **C.** $4\,\text{cm}$. **D.** $5\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S=4\pi R^2=100\pi\left(\text{cm}^2\right)\Leftrightarrow R=5\left(\text{cm}\right)$.

Câu 19: **(THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **D.** $V=3\pi a^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh a là $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao khối trụ bằng chiều cao khối lăng trụ bằng h.

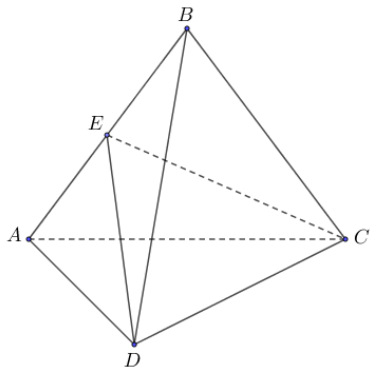
Thể tích khối trụ là $V=\pi R^2 h \Rightarrow V=\pi\left(\dfrac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 h=\dfrac{\pi a^2 h}{3}$.

Câu 20: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện đều $ABCD$. Khi quay tứ diện đó quanh trục AB có bao nhiêu hình nón khác nhau được tạo thành?

A. Một. **B.** Hai. **C.** Không có hình nón nào. **D.** Ba.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm AB thì $AB\perp(DEC)\Rightarrow$ Có 2 hình nón được tạo thành.

Câu 21: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng hai lần bán kính đáy, diện tích đáy của hình nón bằng 12π. Thể tích của khối nón bằng

A. $16\sqrt{3}\pi$. **B.** 24π. **C.** $8\sqrt{3}\pi$. **D.** $9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S=\pi R^2=12\pi \Leftrightarrow R=2\sqrt{3} \Rightarrow l=2R=4\sqrt{3}$ nên $h=\sqrt{l^2-R_2}=\sqrt{48-12}=6$.

Vậy thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2 h=24\pi$.

Câu 22: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt cầu (S) tâm I. Một mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $3(\text{cm})$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua ba điểm A, B, C biết $AB=6(\text{cm})$, $BC=8(\text{cm})$, $CA=10(\text{cm})$. Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. $68\pi\ \text{cm}^2$. **B.** $20\pi\ \text{cm}^2$. **C.** $136\pi\ \text{cm}^2$. **D.** $300\pi\ \text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi S là diện tích tam giác ABC và R bán kính đường tròn đi qua ba điểm A, B, C.

$S=\sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)}=24$

$R = \dfrac{6.8.10}{4.24} = 5$

Khi đó bán kính mặt cầu $r = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

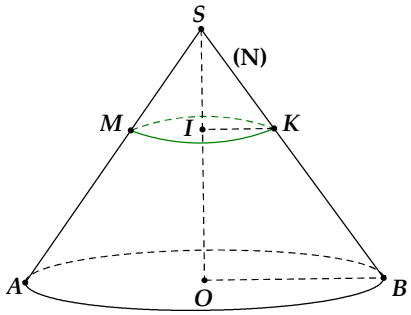
Diện tích của mặt cầu (S) bằng $S = 4\pi r^2 = 4.\pi.\left(\sqrt{34}\right)^2 = 136\pi \text{cm}^2$.

Câu 23: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $8\,\text{cm}$, bán kính đáy bằng $6\,\text{cm}$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng $4\,\text{cm}$. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V = \dfrac{768}{125}\pi \text{cm}^3$. **B.** $V = \dfrac{786}{125}\pi \text{cm}^3$. **C.** $V = \dfrac{2304}{125}\pi \text{cm}^3$. **D.** $V = \dfrac{2358}{125}\pi \text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A



Đường sinh của hình nón lớn là $l = SB = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\,\text{cm}$.

Gọi l_2, r_2, h_2 lần lượt là đường sinh, bán kính đáy và chiều cao của hình nón (N).

$l_2 = SK = 4\,\text{cm}$

Ta có: ΔSOB và ΔSIK đồng dạng nên: $\dfrac{SI}{SO} = \dfrac{IK}{OB} = \dfrac{SK}{SB} = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$.

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h} = \frac{r_2}{r} = \frac{l_2}{l} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} h_2 = \dfrac{2}{5}h = \dfrac{16}{5} \\ r_2 = \dfrac{2}{5}.r = \dfrac{12}{5} \end{cases}.$$

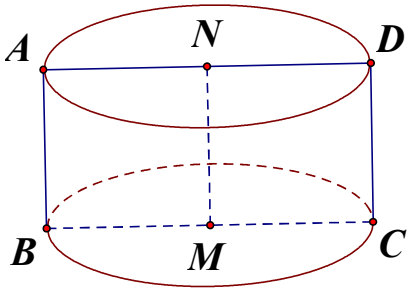
Thể tích khối nón (N) là $V_{(N)} = \dfrac{1}{3}.\pi.r_2^2.h_2 = \dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{12}{5}\right)^2.\dfrac{16}{5} = \dfrac{768}{125}\pi \text{cm}^3$.

Câu 24: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD. Khi quay hình chữ nhật trên (kể cả các điểm bên trong của nó) quanh đường thẳng MN ta nhận được một khối tròn xoay (T). Tính thể tích của (T) theo a.

A. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** πa^3. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



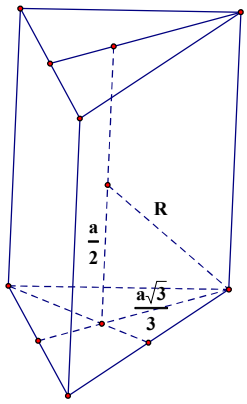
Thể tích khối tròn xoay (T) là $V=\pi a^2.a=\pi a^3$.

Câu 25: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp một hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng a.

A. $\frac{7\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{7\pi a^2}{6}$. **C.** $\frac{7\pi a^2}{5}$. **D.** $\frac{3\pi a^2}{7}$.

Lời giải

Chọn A



Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều là tâm của hình lăng trụ tam giác đều đó.

Khi đó, bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

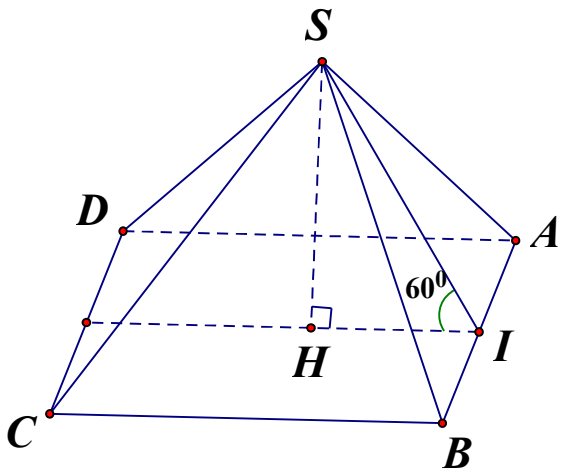
Diện tích mặt cầu: $S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2=\frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 26: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của AB và H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Tam giác SAB đều cạnh a nên $SI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\sin 60^\circ=\dfrac{3a}{4}$.

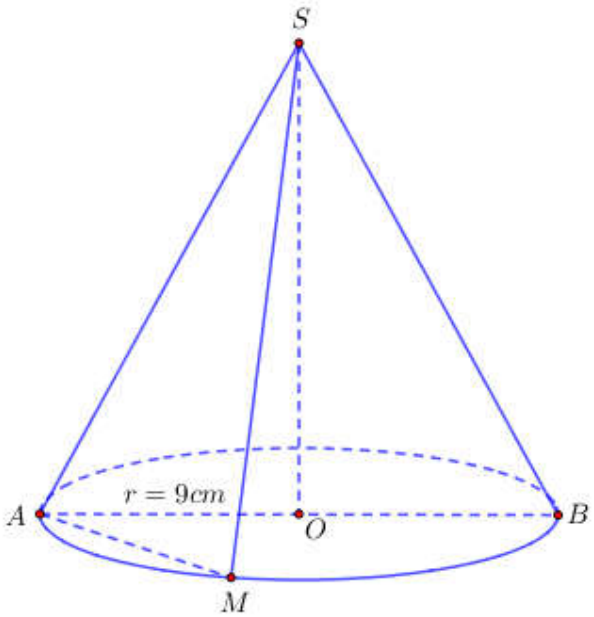
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{4}.a^2=\dfrac{1}{4}a^3$.

Câu 27: **(THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018)** Cho một khối nón có bán kính đáy là 9cm, góc giữa đường sinh và mặt đáy là 30°. Tính diện tích thiết diện của khối nón cắt bởi mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc với nhau.

A. $27\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $162\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $\dfrac{27}{2}\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $54\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc là SA và AM cắt khối nón theo thiết diện là tam giác SAM.

Góc giữa đường sinh và mặt đáy là $\widehat{SAO}=30^\circ$.

Ta có $SM = SA = \dfrac{r}{\cos 30^\circ} = \dfrac{9}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 6\sqrt{3}$.

Vì $SA \perp AM$ nên tam giác SAM vuông tại S.

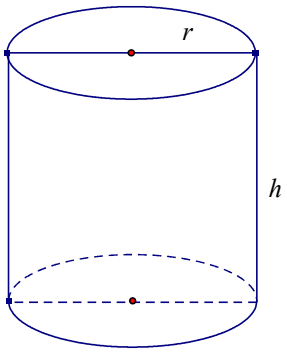
Do đó diện tích tam giác SAM là $S = \dfrac{1}{2} SA.SM = 54\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 28: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình trụ có bán kính bằng a. Một mặt phẳng đi qua các tâm của hai đáy và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Thể tích của hình trụ bằng

A. $2a^3$. **B.** πa^3. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Bán kính của hình trụ là $r = a$.

Chiều cao của hình trụ là $h = 2r = 2a$.

Vậy thể tích của hình trụ là $V = \pi r^2.h = \pi a^2.2a = 2\pi a^3$.

Câu 29: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho khối nón có bán kính đáy R, độ dài đường sinh l. Thể tích khối nón là

A. $\dfrac{1}{3}\pi R^2 l$. **B.** $\pi R^2 l$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi R^2\sqrt{l^2 - R^2}$. **D.** $\pi R^2\sqrt{l^2 - R^2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường cao khối nón $h = \sqrt{l^2 - R^2}$

Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}Sh = \dfrac{1}{3}\pi R^2\sqrt{l^2 - R^2}$.

Câu 30: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh cạnh AD biết $AB = 3$, $AD = 4$ là

A. 48π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 72π.

Lời giải

Chọn B

Ta có $r = 3$, $h = 4$ nên thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh cạnh AD là $V = \pi r^2 h = \pi.3^2.4 = 36\pi$.

Câu 31: **(THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón (N) có bán kính đường tròn đáy $R = 2$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq}=4\pi$. **B.** $S_{xq}=8\pi$. **C.** $S_{xq}=16\pi$. **D.** $S_{xq}=8$.

Lời giải

Chọn B

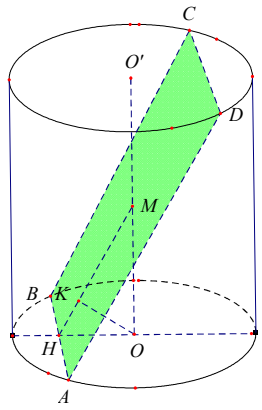
Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S=\pi.R.l=8\pi$.

Câu 32: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $2R$ và bán kính đáy R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc $30°$. Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{2R}{3}$. **D.** $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của OO'. Gọi A, B là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường tròn (O) và H là hình chiếu của O trên $AB \Rightarrow AB\perp(MHO)$.

Trong mặt phẳng (MHO) kẻ $OK\perp MH$, $(K\in MH)$ khi đó góc giữa OO' và mặt phẳng (α) là góc $\widehat{OMK}=30°$.

Xét tam giác vuông MHO ta có $HO=OM\tan 30°=R\tan 30°=\frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông AHO ta có $AH=\sqrt{OA^2-OH^2}=\sqrt{R^2-\frac{R^2}{3}}=\frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

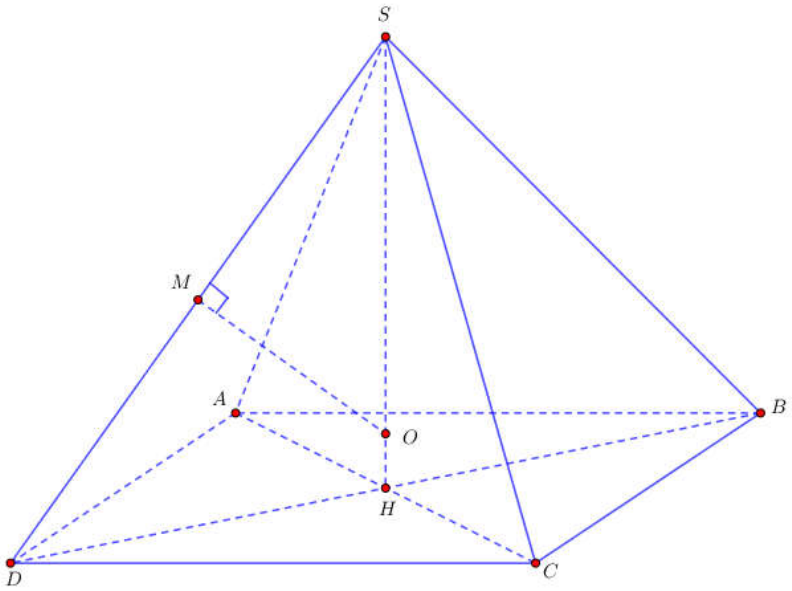
Do H là trung điểm của AB nên $AB=\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 33: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $AB=2$ và $SA=3\sqrt{2}$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{33}}{4}$. **B.** $\frac{7}{4}$. **C.** 2. **D.** $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là tâm đáy thì SH là trục của hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của SD, trong mp (SDH) kẻ đường trung trực của đoạn SD cắt SH tại O thì $OS = OA = OB = OC = OD$ nên O chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Bán kính mặt cầu là $R = SO$.

Ta có $\Delta SMO \# \Delta SHD \Rightarrow \frac{SO}{SD} = \frac{SM}{SH} \Rightarrow R = SO = \frac{SD.SM}{SH} = \frac{SD^2}{2SH}$.

Với $SH^2 = SD^2 - HD^2 = 18 - 2 = 16 \Rightarrow SH = 4$.

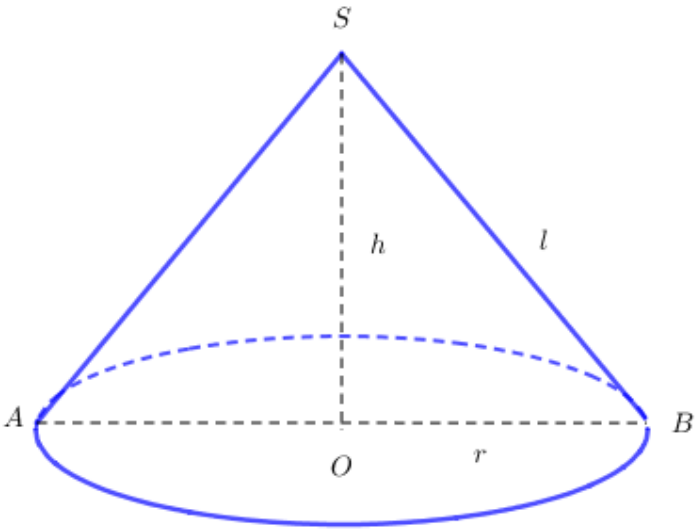
Vậy $R = \frac{SD^2}{2SH} = \frac{9}{4}$.

Câu 34: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Hình nón có đường sinh $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+a^2}=2a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=2\pi a^2$.

Câu 35: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lập phương có cạnh bằng 1. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. 3π. **B.** 12π. **C.** π. **D.** 6π.

Lời giải

Chọn A

Đường chéo hình lập phương bằng $\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

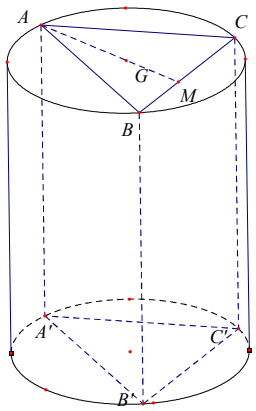
Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng $S=4\pi R^2=4\pi\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=3\pi$.

Câu 36: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a, chiều cao là h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

A. $V=\dfrac{\pi a^2h}{9}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^2h}{3}$. **C.** $V=3\pi a^2h$. **D.** $V=\pi a^2h$.

Lời giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Do ABC là tam giác đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $AG=\frac{2}{3}AM=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

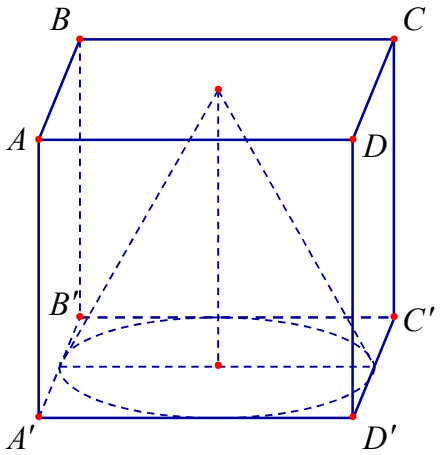
Vậy thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ là $V=\pi R^2h=\frac{\pi a^2h}{3}$.

Câu 37: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối nón đó có dạng bằng $\frac{\pi a^2}{4}\left(\sqrt{b}+c\right)$ với b và c là hai số nguyên dương và $b>1$. Tính bc.

A. $bc=5$. **B.** $bc=8$. **C.** $bc=15$. **D.** $bc=7$.

Lời giải

Chọn A



Ta có bán kính hình nón $r=\frac{a}{2}$, đường cao $h=a$, đường sinh $l=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích toàn phần $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=\pi\frac{a^2\sqrt{5}}{4}+\pi\frac{a^2}{4}=\frac{\pi a^2}{4}\left(\sqrt{5}+1\right)\Rightarrow b=5,c=1$.

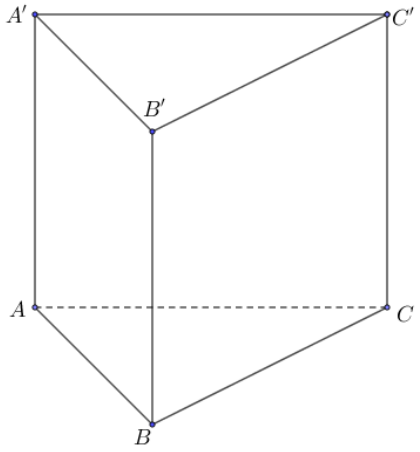
Vậy $bc=5$.

Câu 38: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích toàn phần của lăng trụ là

A. $S=3a^2\sqrt{3}$. **B.** $S=\frac{7a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $S=\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S=\frac{13a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích đáy $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, diện tích một mặt bên $S_{ABB'A'}=a^2\sqrt{3}$.

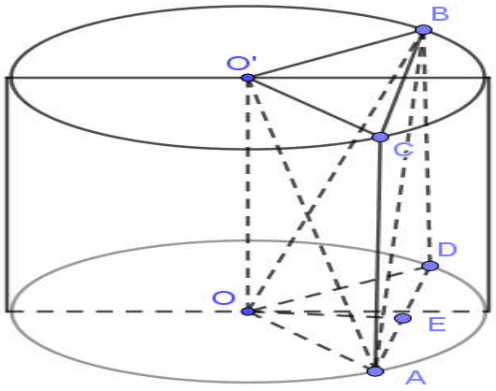
Vậy diện tích toàn phần của lăng trụ $S=2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}+3.a^2\sqrt{3}=\frac{7a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a, trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Thể tích tứ diện $OO'AB$ là

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng hình chữ nhật $ADBC$, ta có: $AD=a\sqrt{3}$, $OA=OD=a$, $OE=\frac{a}{2}$.

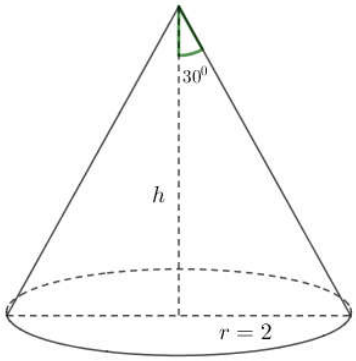
$V_{OO'AB}=\frac{1}{3}V_{OAD.O'CB}=\frac{1}{3}.S_{OAD}OO'=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AD.OE.OO'=\frac{1}{6}.a\sqrt{3}.\frac{a}{2}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 40: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 (cm), góc ở đỉnh bằng $60°$. Thể tích khối nón là

A. $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{9}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $V=8\pi\sqrt{3}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn D



Ta có bán kính đáy $r=2$, đường cao $h=\dfrac{r}{\tan 30^\circ}\Rightarrow h=2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=\dfrac{1}{3}\pi.4.2\sqrt{3}=\dfrac{8\pi\sqrt{3}}{3}\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 41: **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là trung điểm của OO' và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$; V_2 là thể tích khối trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khi đó

Ta có $V_1=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\dfrac{a}{2}=\dfrac{\pi a^3}{12}$; $V_2=\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.a=\dfrac{\pi a^3}{4}$ suy ra $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 42: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. $3a$. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** a.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rh$

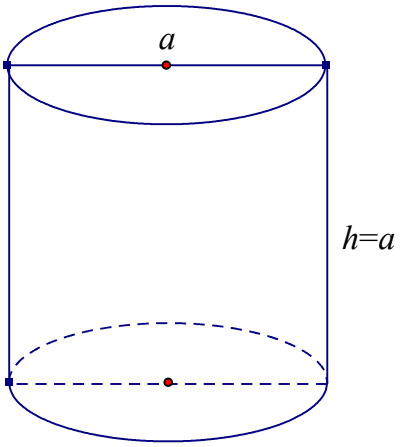
Theo đề bài ta có $4\pi a^2=2\pi Rh\Leftrightarrow h=2a$.

Câu 43: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018)** Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh bằng a. Thể tích khối trụ đó bằng

A. πa^3. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Bán kính của đường tròn đáy là $r=\frac{a}{2}$.

Chiều cao của hình trụ là $h=a$.

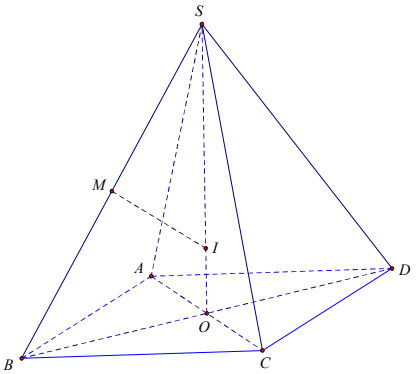
Thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2 h=\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2.a=\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 44: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3$, $AD=4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $V=\frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. **C.** $V=\frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$. **D.** $V=\frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$. Do các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc $60°$ nên $SO\perp(ABCD)$ hay SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Gọi M là trung điểm của cạnh SB, trong mặt phẳng (SBC) kẻ đường thẳng qua M và vuông góc với SB cắt SO tại I khi đó ta có $IA=IB=IC=ID=IS$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Theo giả thiết ta có $AB=3$, $AD=4$ nên $BO=\frac{5}{2}$. Mà góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$ hay $\widehat{SBO}=60°\Rightarrow SB=\frac{BO}{\cos 60°}=5$, $\Rightarrow SO=\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\Delta SMI \sim \Delta SOB$ nên $SI = \dfrac{SM.SB}{SO} = \dfrac{5.\dfrac{5}{2}}{\dfrac{5\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

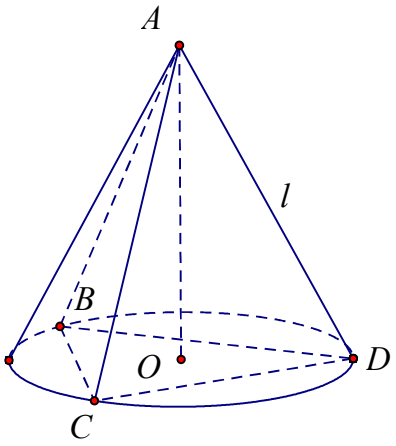
Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \dfrac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 45: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi a^2$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Gọi tứ diện đều cạnh a là $ABCD$, O là tâm đường tròn đáy của hình nón.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi.BO.AD = \pi.\left(\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right).a = \dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$.

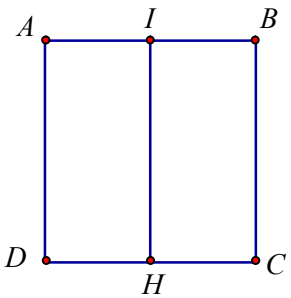
Câu 46: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Cho hình trụ có bán kính đáy là $R = a$, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ lần lượt là

A. $8\pi a^2$, $4\pi a^3$. **B.** $6\pi a^2$, $6\pi a^3$. **C.** $16\pi a^2$, $16\pi a^3$. **D.** $6\pi a^2$, $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ thiết diện:



Theo giả thiết hình trụ có bán kính đáy là $R=a$ suy ra $IB=R=a$. Vì mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$ nên $h=BC=\dfrac{8a^2}{2a}=4a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ lần lượt là

$S_{xq}=2\pi Rh=8\pi a^2$, $V=\pi R^2h=4\pi a^3$.

Câu 47: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình nón có chiều cao bằng 3 (cm), góc giữa trục và đường sinh bằng $60°$. Thể tích khối nón bằng

A. $V=9\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V=54\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $V=18\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V=27\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính của hình nón. Khi đó, ta có $\tan 60°=\dfrac{R}{3}\Rightarrow R=3.\tan 60°=3\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón bằng $V=\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot R^2\cdot h=\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot\left(3\sqrt{3}\right)^2\cdot 3=27\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

(Thiếu vẽ hình)

Câu 48: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\dfrac{64}{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{128}{3}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{256}{3}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{32}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi R là bán kính đường tròn. Theo giả thiết, ta có $S=\pi R^2=16\pi a^2\Rightarrow R=4a$.

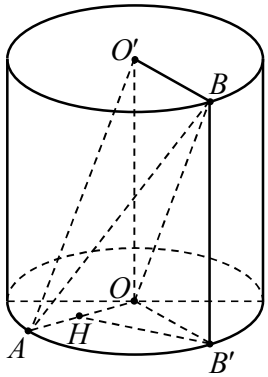
Khi quay miếng bìa hình tròn quanh một trong những đường kính của nó thì ta được một khối cầu. Thể tích khối cầu này là $V=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(4a\right)^3=\dfrac{256}{3}\pi a^3$.

Câu 49: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình trụ (T) có đáy là các đường tròn tâm O và O', bán kính bằng 1, chiều cao hình trụ bằng 2. Các điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho góc $(OA,O'B)=60°$. Tính diện tích toàn phần của tứ diện $OAO'B$.

A. $S=\dfrac{4+\sqrt{19}}{2}$. **B.** $S=\dfrac{4+\sqrt{19}}{4}$. **C.** $S=\dfrac{3+\sqrt{19}}{2}$. **D.** $S=\dfrac{1+2\sqrt{19}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi B' là hình chiếu của B trên mặt phẳng chứa đường tròn (O), khi đó $(OA,O'B)=(OA,OB')=60°$. Suy ra $\widehat{AOB'}=60°$ hoặc $\widehat{AOB'}=120°$.

Gọi H là là hình chiếu của B' trên OA. Trong cả hai trường hợp, ta đề có $HB'=\frac{\sqrt{3}}{2}$, (Vẽ hình)

$BH=\sqrt{HB'^2+BB'^2}=\sqrt{\frac{3}{4}+4}=\frac{\sqrt{19}}{2}$.

Gọi S là diện tích toàn phần của tứ diện $OAO'B$ thì

$S=S_{\Delta AOO'}+S_{\Delta AO'B}+S_{\Delta AOB}+S_{BOO'}=2\left(S_{\Delta AOO'}+S_{\Delta AOB}\right)=2\left(\frac{1}{2}OA.OO'+\frac{1}{2}OA.BH\right)$

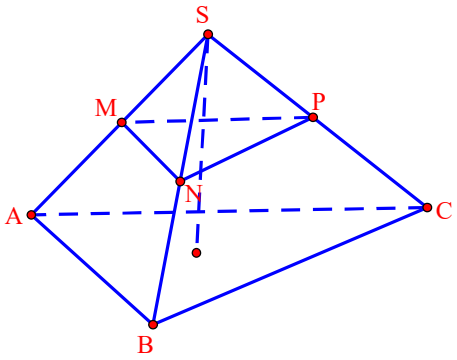
$=2\left(\frac{1}{2}.1.2+\frac{1}{2}.1.\frac{\sqrt{19}}{2}\right)=\frac{4+\sqrt{19}}{2}$.

Câu 50: **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC. Dựng một hình trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP, một đáy thuộc mặt phẳng (ABC). Biết diện tích xung quanh của hình trụ bằng tổng diện tích hai đáy. Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Tam giác MNP có cạnh là $\frac{a}{2}$.

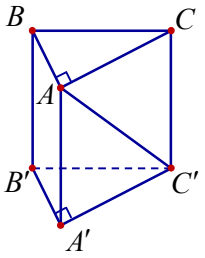
Đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP sẽ có bán kính $R=\frac{2}{3}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Gọi h là chiều cao lăng trụ. Vì $S_{xq}=2S_d$ nên $2\pi R.h=2.\pi R^2\Leftrightarrow h=R\Leftrightarrow h=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Hình chóp có diện tích tam giác ABC là $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ và chiều cao là $2h=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $V_{SABC}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot a^2\cdot\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^3}{12}$.

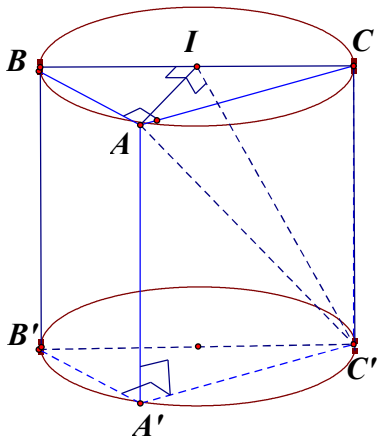
Câu 51: **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $30°$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. πa^3. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi bán kính của hình trụ là R.

Ta có: $CC' \perp (ABC) \Rightarrow CC' \perp AI$.

Lại có tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AI \perp BC$ do đó $AI \perp (BCC'B')$ hay góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{IC'A}$.

Xét tam giác AIC' ta có: $IC' = \dfrac{AI}{\tan \widehat{IC'A}} = R\sqrt{3}$.

Xét tam giác CIC' ta có: $IC'^2 = IC^2 + CC'^2 \Leftrightarrow 3R^2 = R^2 + 4a^2 \Rightarrow R = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = \pi R^2.h = 4\pi a^3$.

Câu 52: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $R = h$. **B.** $R = 2h$. **C.** $h = 2R$. **D.** $h = \sqrt{2}R$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S_{tp} = 2S_{xq} \Leftrightarrow 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2.2\pi Rh \Leftrightarrow R = h$.

Câu 53: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Hình nón có đường kính đáy bằng 8, chiều cao bằng 3 thì diện tích xung quanh bằng

A. 12π. **B.** 15π. **C.** 24π. **D.** 20π.

Lời giải

Chọn D

Ta có đường kính đáy bằng 8 nên bán kính đáy là $r=4 \Rightarrow$ đường sinh $l=\sqrt{3^2+4^2}=5$

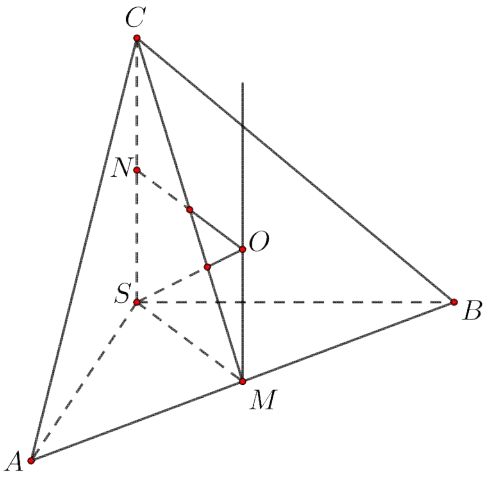
Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón ta có $S_{xq}=\pi rl=20\pi$.

Câu 54: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có $SA=6$, $SB=8$, $SC=10$ và SA, SB, SC đôi một vuông góc.

A. $S=100\pi$. **B.** $S=400\pi$. **C.** $S=200\pi$. **D.** $S=150\pi$.

Lời giải

Chọn C



Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SO=\frac{1}{2}\sqrt{SA^2+SB^2+SC^2}=5\sqrt{2}$.

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=200\pi$.

Câu 55: **(THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là 12 cm. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

A. $8\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $16\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $32\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $64\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $x\ \left(\text{cm}\right)$, $x>0$ là bán kính đáy của hình trụ.

Chiều cao của hình trụ là $\frac{12-4x}{2}=6-2x\ \left(\text{cm}\right)$.

Thể tích khối trụ $V=\pi x^2.\left(6-2x\right)=\pi x.x.\left(6-2x\right)\le\pi\left(\frac{x+x+6-2x}{3}\right)^3=8\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Do đó khối trụ có thể tích lớn nhất bằng $8\pi\left(\text{cm}^3\right)$ khi $x=2\left(\text{cm}\right)$.

Câu 56: **(THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, diện tích toàn phần bằng $8\pi a^2$. Chiều cao của hình trụ bằng

A. $4a$. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $8a$.

Lời giải

Chọn B

Gọi h là chiều cao của hình trụ

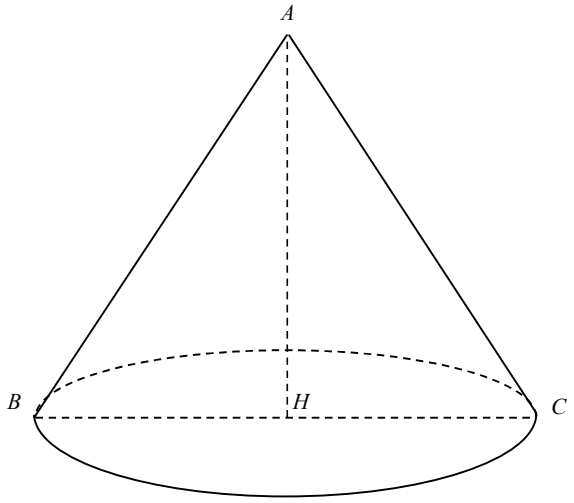
Ta có $S_{tp}=2\pi ah+2\pi a^2\Rightarrow 8\pi a^2=2\pi ah+2\pi a^2\Rightarrow h=3a$.

Câu 57: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Diện tích xung quanh của hình nón được sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh a xung quang đường cao AH là

A. πa^2. **B.** $\frac{\pi a^2}{2}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Hình nón được sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh a xung quang đường cao AH có bán kính đáy là HC và có độ dài đường sinh là AC.

$S_{xq} = \pi rl = \pi.HC.AC = \pi.\frac{a}{2}.a = \frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 58: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{3x+1}{x-1}$. **B.** $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$.

C. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$. **D.** $y = \frac{x^2+x+1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A

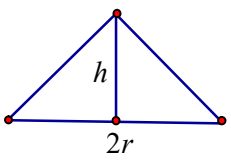
Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có tiệm cận ngang.

Câu 59: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



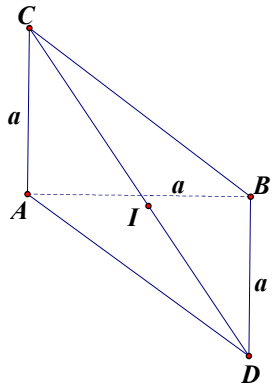
Khối nón có $2r = a\sqrt{6} \Leftrightarrow r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và $h = r$ suy ra thể tích $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 60: **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến Δ. Trên đường Δ lấy hai điểm A, B với $AB=a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C và trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC, BD cùng vuông góc với Δ và $AC=BD=AB$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) vuông góc với nhau theo giao tuyến AB mà $CA\perp AB\Rightarrow CA\perp(ABD)$ suy ra $CA\perp AD$.

Tương tự, ta cũng có $DB\perp BC$.

Hai điểm A, B cùng nhìn đoạn CD dưới một góc vuông nên bốn điểm A, B, C, D nằm trên mặt cầu đường kính CD, tâm I là trung điểm CD.

Xét tam giác vuông ACD, ta có $CD=\sqrt{AC^2+AD^2}=\sqrt{a^2+2a^2}=a\sqrt{3}$.

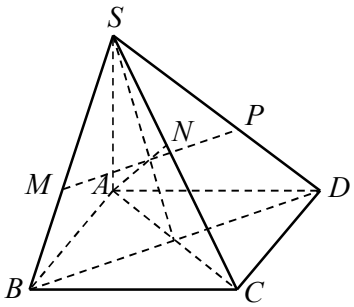
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 61: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V=\frac{125\pi}{6}$. **B.** $V=\frac{32\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{108\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết mặt phẳng (α) vuông góc với SC nên ta có $AN \perp SC$, $AP \perp SC$, $AM \perp SC$.

Mặt khác $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MC$.

Tương tự ta cũng chứng minh được $AP \perp PC$.

Từ đó ba điểm M, N, P cùng nhìn AC dưới góc vuông nên bốn điểm C, M, N, P nằm trên mặt cầu đường kính $AC = 4$. Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$ là $V = \dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 62: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $\widehat{ACB} = 30°$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $V = 5\pi$. **B.** $V = 9\pi$. **C.** $V = 3\pi$. **D.** $V = 2\pi$.

Lời giải

Chọn C

Xét tam giác vuông ABC ta có $AC = \dfrac{AB}{\tan 30°} = 3$.

Thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC là $V = \dfrac{1}{3}\pi AB^2.AC = 3\pi$.

Câu 63: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho?

A. $a\sqrt{5}$. **B.** $3a\sqrt{2}$. **C.** $3a$. **D.** $5a$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi Rl$, nên ta có:

$l = \dfrac{S_{xq}}{\pi R} = \dfrac{5\pi a^2}{\pi a} = 5a$.

Câu 64: **(THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

A. $S_{xq} = \dfrac{9\pi}{2}$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{9\sqrt{2}\pi}{4}$. **C.** $S_{xq} = 9\pi$. **D.** $S_{xq} = \dfrac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Hình nón có bán kính đáy là $r = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

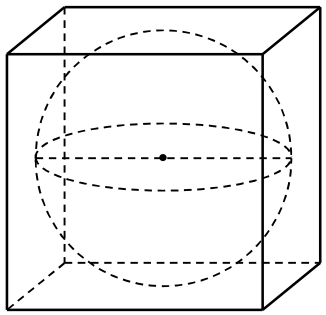
Độ dài đường sinh của hình nón là $l = SA = 3$. Do đó $S_{xq} = \pi rl = \dfrac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Câu 65: **(THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó bằng

A. $V = \dfrac{16\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{64\pi a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{32\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



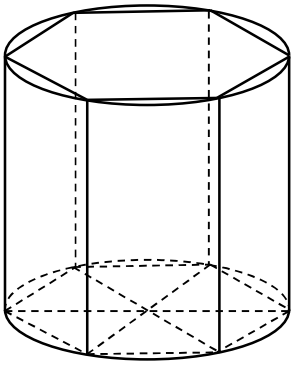
Khối lập phương có thể tích $64a^3$ nên cạnh bằng $4a$. Khối cầu nội tiếp hình lập phương có bán kính $R=\frac{4a}{2}=2a$ nên thể tích khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(2a\right)^3=\frac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 66: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $V=27\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=81\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=24\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=36\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq}=2\pi rl=2\pi r.2r=36\pi a^2\Rightarrow r=3a$

Lăng trụ lục giác đều có đường cao $h=l=6a$

Lục giác đều nội tiếp đường tròn có cạnh bằng bán kính của đường tròn

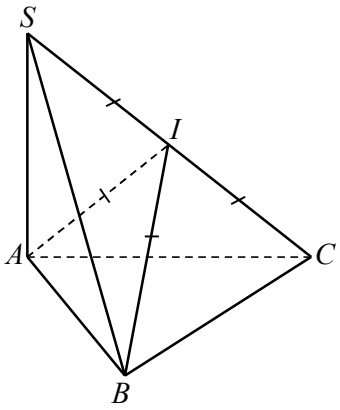
Suy ra diện tích lục giác đều $S=6.\frac{\left(3a\right)^2\sqrt{3}}{4}=\frac{27a^2\sqrt{3}}{2}$. Vậy thể tích $V=S.h=81\sqrt{3}a^3$.

Câu 67: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. 6π. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** 12π. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của SC. Tam giác SAC vuông tại $A \Rightarrow IA = IS = IC = \frac{1}{2}SC$ (1).

Dễ dàng chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B

$\Rightarrow IB = IS = IC = \frac{1}{2}SC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $IA = IB = IC = IS = \frac{1}{2}SC$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

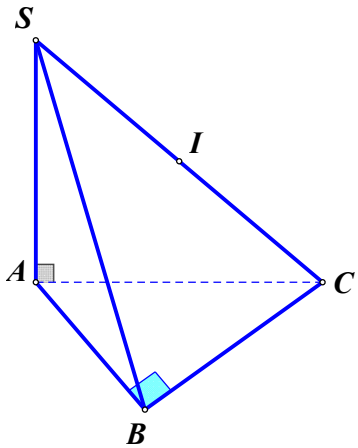
Vậy diện tích mặt cầu cần tìm là $S = 4\pi R^2 = 6\pi$.

Câu 68: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)**. Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔABC vuông tại B, $BA = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{5}}{4}$. **C.** $R = 2a\sqrt{5}$. **D.** $R = a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A



Tâm của mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ là trung điểm I của SC.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$.

Khi đó $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

Vậy $R = SI = \dfrac{SC}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 69: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả bóng tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao của hình trụ bằng 3 lần đường kính của quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Giá trị biểu thức $2018^{\frac{S_1}{S_2}}$ bằng

A. 2018. **B.** 1. **C.** 2018^{π}. **D.** $2018^{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử bán kính quả bóng là r. Tổng diện tích ba quả bóng là $S_1 = 3.4\pi r^2 = 12\pi r^2$.

Hình trụ có chiều cao $h = 6r$, bán kính đường tròn đáy là r.

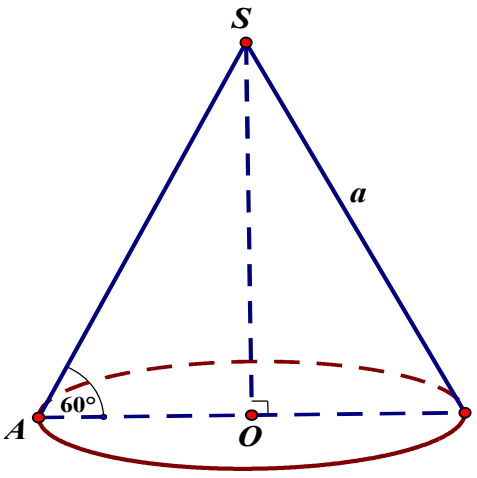
Do đó $S_2 = 2\pi rh = 12\pi r^2$. Vậy $2018^{\frac{S_1}{S_2}} = 2018$.

Câu 70: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Cho khối nón đỉnh S só độ dài đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là $60°$. Thể tích khối nón là

A. $V = \dfrac{3\pi a^3}{8}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V = \dfrac{\pi a^3}{8}$. **D.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\dfrac{r}{a} = \cos 60° = \dfrac{1}{2} \Rightarrow r = \dfrac{a}{2}$ và $\dfrac{h}{a} = \sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

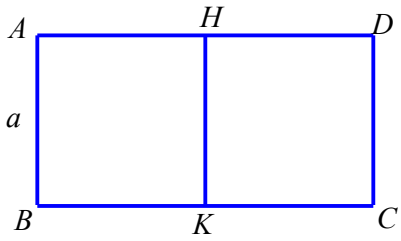
Vậy $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi \dfrac{a^2}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 71: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó quanh trục HK, ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ là:

A. $S_{tp} = 8\pi$. **B.** $S_{tp} = 8a^2\pi$. **C.** $S_{tp} = 4a^2\pi$. **D.** $S_{tp} = 4\pi$.

Lời giải

Chọn C



Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục HK ta được hình trụ có đường cao là $h = AB = a$, bán kính đường tròn đáy là $R = BK = \frac{1}{2}BC = a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 4\pi a^2$.

Câu 72: **(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^2. **B.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi chu vi đáy là P .bTa có: $P = 2\pi R \Leftrightarrow 4\pi a = 2\pi R \Leftrightarrow R = 2a$

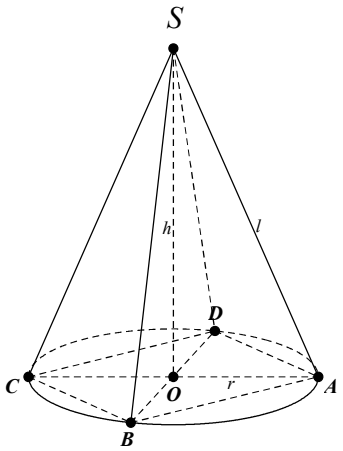
Khi đó thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 h = \pi(2a)^2 .a = 4\pi a^3$.

Câu 73: **(THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xp} = 2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh của khối nón (N).

A. $V = \frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V = 2\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: Diện tích xung quanh $S_{xp} = 2\pi a^2 \Rightarrow \pi rl = 2\pi a^2 \Rightarrow l = 2a \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = a\sqrt{3}$.

Đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) có bán kính đáy bằng $a \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Vậy: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}h = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 74: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018)** Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $4\pi a^2$.

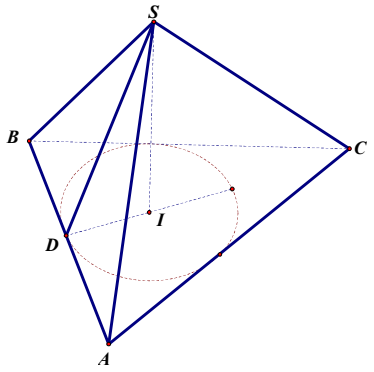
Lời giải

Chọn A

Hình nón có bán kính đáy bằng a nên đường kính bằng $2a$. Do đó hình nón này có góc ở đỉnh bằng $60°$ thì độ dài đường sinh là $l = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón bằng $S_{xq} = \pi rl = \pi.a.2a = 2\pi a^2$.

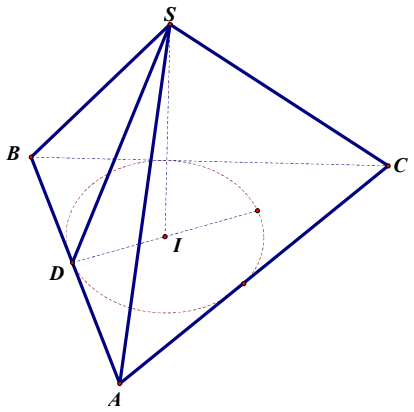
Câu 75: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Biết rằng $AB = BC = 10a$, $AC = 12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.



A. $V = 3\pi a^3$. **B.** $V = 9\pi a^3$. **C.** $V = 27\pi a^3$. **D.** $V = 12\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Hạ $ID \perp AB$, khi đó góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) chính là $\widehat{SDI} = 45°$ nên $ID = SI = r = h$.

Lại có $S_{\Delta ABC} = p.r \Rightarrow r = \dfrac{S_{\Delta ABC}}{p}$.

Tính được $p = 16a$, $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 48a^2$.

Suy ra $r = 3a$. Vậy $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi(3a)^3 = 9\pi a^3$.

Câu 1: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$ và $\widehat{ASB}=90°$, $\widehat{BSC}=60°$, $\widehat{CSA}=120°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$ là .

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Xét tam giác SAB theo định lí cosin ta có :

$AB^2=SA^2+SB^2-2SA.SB\cos\widehat{ASB}=a^2+a^2-2a.a.\cos 90°=2a^2\Rightarrow AB=a\sqrt{2}$

Xét tam giác SAC theo định lí cosin ta có :

$AC^2=SA^2+SC^2-2SA.SC\cos\widehat{ASC}=a^2+a^2-2a.a.\cos 120°=3a^2\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$

Xét tam giác SBC theo định lí cosin ta có :

$BC^2=SC^2+SB^2-2SC.SB\cos\widehat{ASB}=a^2+a^2-2a.a.\cos 60°=a^2\Rightarrow BC=a$

Ta có $AB^2+BC^2=AC^2$ nên ΔABC vuông tại B.

Gọi O là trung điểm của AC. Ta có O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

Vì $SA=SB=SC$ và $OA=OB=OC$ nên SO là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$\Rightarrow SO\perp(ABC)$ tại O.

Dựng mặt phẳng trung trực của SC cắt SO tại $I\Rightarrow I$ là tâm mặt cấu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

Xét $\Delta SEI\sim SOC\ (g-g)\Rightarrow\frac{SI}{SC}=\frac{SE}{SO}\ (1)$

Với $SE=\frac{a}{2}$, $SC=a$

Mặt khác ΔSOC vuôn tại O áp dụng định lí pitago $\Rightarrow SO^2=SB^2-BO^2=\frac{a^2}{4}\Rightarrow SO=\frac{a}{2}$

Thay vào $(1)\Rightarrow SI=a$ vậy bán kính cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ là a

$\Rightarrow$ diện tích của mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ là $4\pi a^2$.

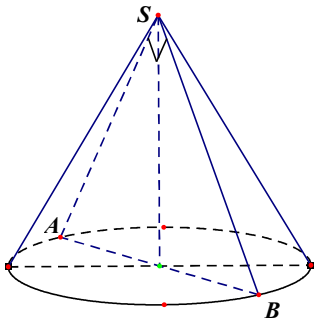
Chú ý: Sau khi chứng minh $SO\perp(ABC)$ tại O thì ta có $R=\frac{SA^2}{2.SO}=\frac{a^2}{2.\frac{AC}{2}}=a$.

Câu 2: (THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018) Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{6}$. **D.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi S là đỉnh hình nón, thiết diện qua trục là tam giác SAB.

Ta có $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = a$, suy ra $l = SA = a$; $r = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

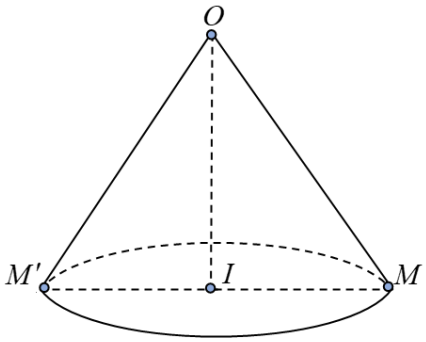
Vậy $S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 3: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I, góc $\widehat{IOM} = 45°$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Khi đó, diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay đó bằng

A. $\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** πa^2. **C.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Dựa vào hình vẽ ta thấy đường gấp khúc quay quanh OI sẽ tạo hình nón tròn xoay có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $IM = a$ và $h = IO = a$ và độ dài đường sinh bằng $l = a\sqrt{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón bằng: $S_{xq} = \pi rl = \pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\dfrac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\dfrac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3R^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{2R^2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình chữ nhật $ABCD$ với $BC=\dfrac{3R}{2}$.

Gọi H là trung điểm AB, ta có $AH=\dfrac{R}{2}\Rightarrow AB=2HB=2\sqrt{R^2-AH^2}=R\sqrt{3}$.

Vậy diện tích thiết diện là: $S=AB.CD=R\sqrt{3}.\dfrac{3R}{2}=\dfrac{3R^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\dfrac{1}{3}$. Biết thể tích khối trụ bằng 4π. Bán kính đáy của hình trụ là

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi bán kính của hình trụ là R.

$V=4\pi\Leftrightarrow h.\pi R^2=4\pi\Leftrightarrow h=\dfrac{4}{R^2}\ (1)$.

$S_{XQ}=\dfrac{1}{3}S_{TP}\Leftrightarrow 2\pi Rh=\dfrac{1}{3}2\pi R(R+h)\Leftrightarrow 3h=R+h\Leftrightarrow h=\dfrac{R}{2}\ (2)$.

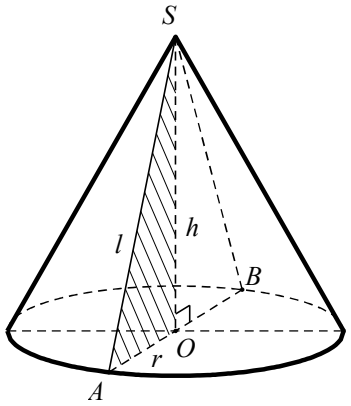
Từ (1) và (2) suy ra: $\dfrac{4}{R^2}=\dfrac{R}{2}\Rightarrow R=2$

Câu 6: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cắt hình nón S bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng:

A. $\dfrac{\pi a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: ΔSAB vuông cân tại S nên $\begin{cases} r = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \\ h = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

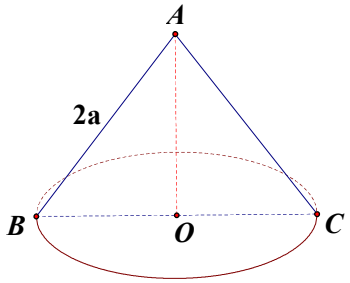
$\Rightarrow V = \dfrac{1}{3}h\pi r^2 = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 7: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung điểm của BC là điểm O, $AB = 2a$. Quay tam giác ABC quanh trục OA. Diện tích xung quanh của hình nón tạo ra bằng:

A. $\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi a^2$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải

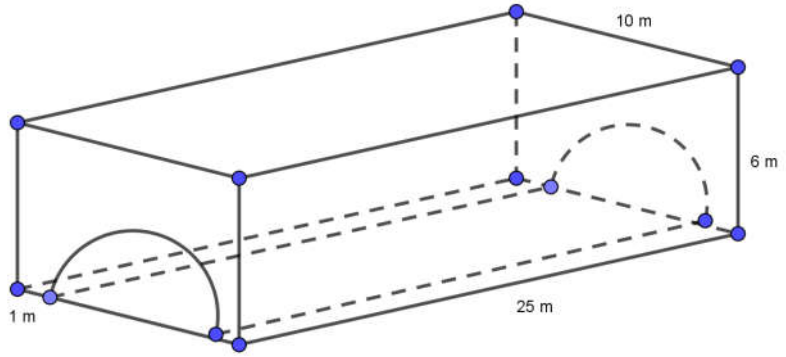
Chọn D



Ta có $BC = 2a\sqrt{2}$ suy ra bán kính đáy hình nón là $r = \dfrac{1}{2}BC = a\sqrt{2}$.

Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi a\sqrt{2}(2a) = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 8: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Viện Hải dương học dự định làm một bể cá bằng kính phục vụ khách tham quan (*như hình vẽ*), biết rằng mặt cắt dành cho lối đi là nửa hình tròn



Tổng diện tích mặt kính của bể cá gần nhất với số nào sau đây?

A. $872\,m^2$. **B.** $914\,m^2$. **C.** $984\,m^2$. **D.** $949\,m^2$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt kính bằng

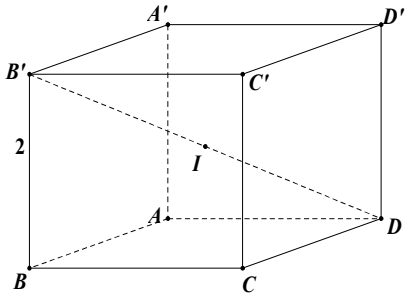
$S = 25.10 + 2.25.6 + 2.10.6 - \pi.4^2 + \pi.4.25 \approx 934\,cm^2$.

Câu 9: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Cho hình lập phương có cạnh bằng 2. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. 6π. **B.** $4\sqrt{3}\pi$. **C.** 8π. **D.** 12π.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có:

Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có bán kính bằng $R = \dfrac{B'D}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

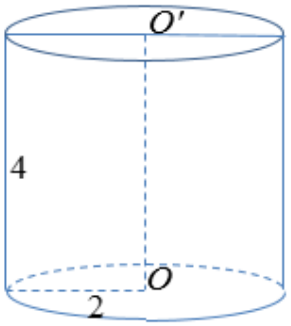
Diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\sqrt{3}\right)^2 = 12\pi$.

Câu 10: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2 cm. Một mặt phẳng qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. $8\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $16\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $\dfrac{16\pi}{3}\,\text{cm}^3$. **D.** $16\,\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Cạnh thiết diện gấp đôi bán kính đáy $\Rightarrow h = 2R = 4\,\text{cm}$.

Vậy thể tích khối trụ là: $V = \pi R^2 h = 16\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 11: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Hình trụ có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

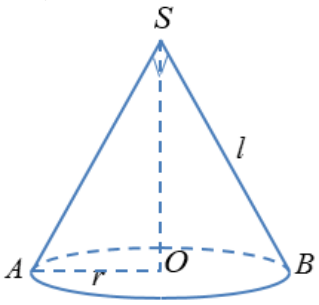
Các mặt phẳng chứa trục của hình trụ và vuông góc mặt phẳng đáy đều là mặt phẳng đối xứng của hình trụ.

Câu 12: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Cho hình nón đỉnh S biết rằng nếu cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. **B.** $S_{xq}=\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có ΔSAB vuông cân tại $S \Rightarrow \begin{cases} l=SA=SB=a \\ r=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

Vậy $S_{xq}=\pi rl=\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a=\dfrac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$.

Câu 13: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 15π. **B.** 12π. **C.** 9π. **D.** 30π.

Câu 14: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trong (P), xét đường tròn (C) đường kính BC. Tính bán kính của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 15: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 15π. **B.** 12π. **C.** 9π. **D.** 30π.

Lời giải

Chọn A

Gọi l là đường sinh của hình nón thì $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

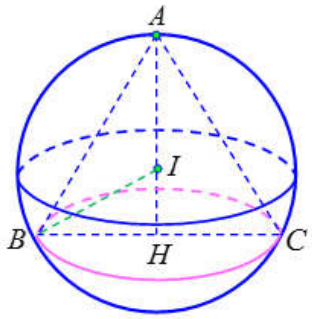
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=\pi 3.5=15\pi$.

Câu 16: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trong (P), xét đường tròn (C) đường kính BC. Tính bán kính của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A.

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi (S) là mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A; H là đường cao tam giác đều ABC; I là trọng tâm của tam giác ABC thì I cũng là tâm của mặt cấu (S).

Ta có $IH=\frac{1}{3}AH=\frac{a\sqrt{3}}{6}$, bán kính của đường tròn (C) là $R=\frac{BC}{2}=\frac{a}{2}$

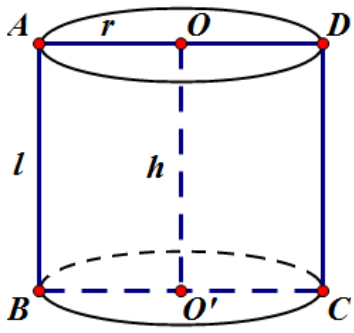
$\Rightarrow$ Bán kính của mặt cầu (S) là $r=IB=\sqrt{BH^2+IH^2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Tính diện tích toàn phần của một hình trụ, biết thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông có diện tích bằng 36.

A. 54π. B. 50π. C. 18π. D. 36π.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $ABCD$ là hình vuông có diện tích bằng 36 nên $S_{ABCD}=AB^2=36$

$\Rightarrow AB=BC=\sqrt{36}=6\Rightarrow h=l=AB=6,\ r=\frac{BC}{2}=3$.

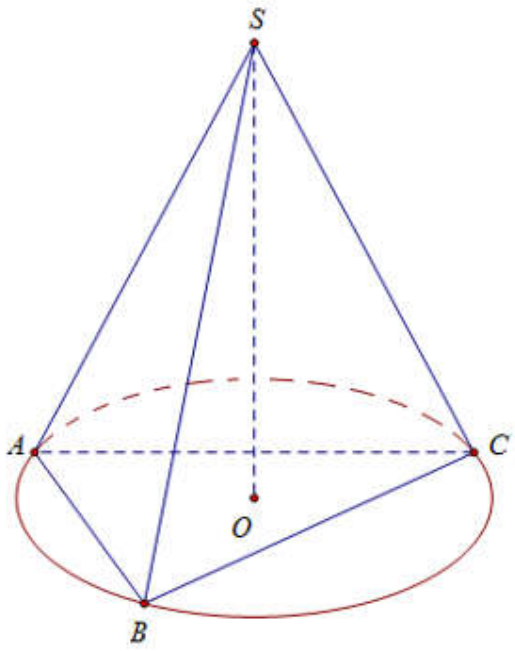
Diện tích toàn phần của một hình trụ là $Stp=h.2\pi r+2\pi r^2=2\pi r(h+r)=54\pi.$

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=4$, $AB=BC=CA=3$. Tính thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

A. 3π. **B.** $\sqrt{13}\pi$. C. 4π. D. $2\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn B



Đường cao hình chóp là đường cao hình nón: $h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{13}$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC: $R = OA = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón cần tìm: $V = \frac{1}{3}h\pi R^2 = \sqrt{13}\pi$.

Câu 19: Một hình trụ có diện tích toàn phần là $10\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đó là

A. $3a$. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** $6a$.

Câu 20: Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường chéo của mặt bên và đáy của lăng trụ là $60°$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

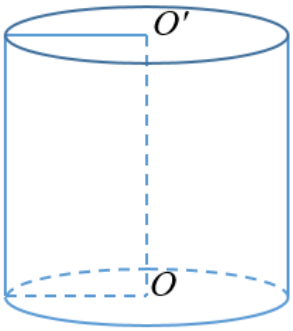
A. $\frac{13}{3}\pi a^2$. **B.** $\frac{5}{3}\pi a^2$. **C.** $\frac{13}{9}\pi a^2$. **D.** $\frac{5}{9}\pi a^2$.

Câu 21: Một hình trụ có diện tích toàn phần là $10\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đó là

A. $3a$. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** $6a$.

Lời giải

Chọn B



Gọi r, h lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình trụ.

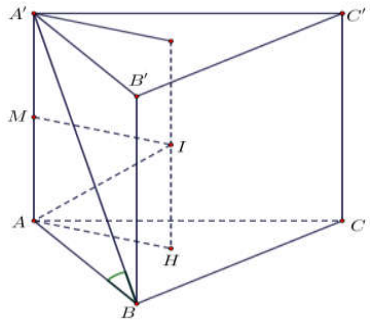
Ta có: $S_{tp} = 2r\pi.h + 2\pi r^2 = 2a\pi.h + 2\pi a^2 = 10\pi a^2 \Leftrightarrow 2a\pi.h = 8\pi a^2 \Leftrightarrow h = 4a$.

Câu 22: Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường chéo của mặt bên và đáy của lăng trụ là $60°$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $\frac{13}{3}\pi a^2$. **B.** $\frac{5}{3}\pi a^2$. **C.** $\frac{13}{9}\pi a^2$. **D.** $\frac{5}{9}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là tâm ΔABC thì $AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $\left(\widehat{A'B,(ABC)}\right) = \left(\widehat{A'B,AB}\right) = \widehat{A'BA} = 60° \Rightarrow AA' = AB.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm AA' thì $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AA' cắt trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Ta có $R^2 = IA^2 = IM^2 + AM^2 = AH^2 + AM^2 = \frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{3} = \frac{13a^2}{12}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $S = 4\pi R^2 = 4\pi\frac{13a^2}{12} = \frac{13}{3}\pi a^2$.

Câu 23: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 26$ cm, nếu cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục ta được một tam giác đều. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

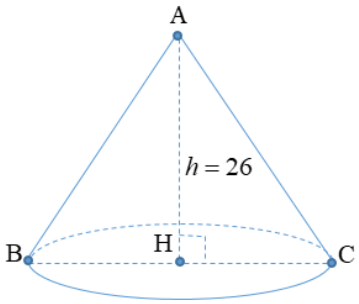
A. $S_{xq} = 353,953\ \text{cm}^2$. **B.** $S_{xq} = 796,394\ \text{cm}^2$. **C.** $S_{xq} = 1415,811\ \text{cm}^2$. **D.** $S_{xq} = 707,906\ \text{cm}^2$

Câu 24: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 26$ cm, nếu cắt hình nón bởi mặt phẳng qua trục ta được một tam giác đều. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

A. $S_{xq} = 353,953\ \text{cm}^2$. **B.** $S_{xq} = 796,394\ \text{cm}^2$. **C.** $S_{xq} = 1415,811\ \text{cm}^2$. **D.** $S_{xq} = 707,906\ \text{cm}^2$

Lời giải

Chọn C



Nhận xét: Thiết diện qua trục là tam giác đều ABC có $AH = 26 \Rightarrow AB = \dfrac{52\sqrt{3}}{3}$; $HB = \dfrac{52\sqrt{3}}{6}$.

Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi.HB.AB = \pi.\dfrac{52\sqrt{3}}{6}.\dfrac{52\sqrt{3}}{3} = 1415.811 \text{ cm}^2$.

Câu 25: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng.

A. $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $4\pi a^3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 26: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

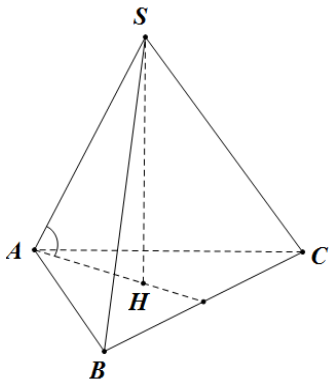
A. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **C.** πa^3. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Câu 27: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng.

A. $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $4\pi a^3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $AH = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$; ΔSAH vuông cân $\Rightarrow SH = AH = a\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là: $R = \dfrac{SA^2}{2SH} = \dfrac{6a^2}{2a\sqrt{3}} = a\sqrt{3}$.

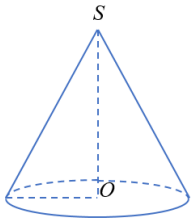
Vậy $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(a\sqrt{3}\right)^3=4\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 28: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **C.** πa^3. **D.** $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$ nên đường sinh $l=a\sqrt{2}$ và đường kính đường tròn đáy bằng $2a$, bán kính $r=a$.

Chiều cao $h=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2-a^2}=a$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.a.a=\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 29: Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón (N) bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **C.** πa^3. **D.** $\frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $x+2y-3z+1=0$ và $2x-3y+z+1=0$ có phương trình là

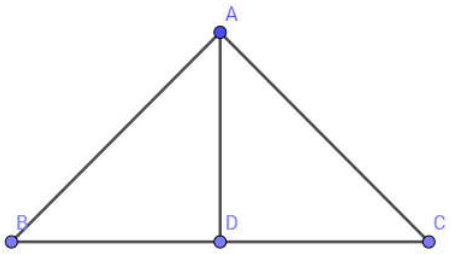
A. $x+y+z-2=0$. **B.** $2x+y+z-1=0$. **C.** $x+y+z+2=0$. **D.** $x-y+z-6=0$.

Câu 31: Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón (N) bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **C.** πa^3. **D.** $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$ nên đáy của hình nón là đường tròn có đường kính $2a$, chiều cao của hình nón bằng a nên thể tích của khối nón bằng: $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(-1;-2;5)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $x+2y-3z+1=0$ và $2x-3y+z+1=0$ có phương trình là

A. $x+y+z-2=0$. **B.** $2x+y+z-1=0$. **C.** $x+y+z+2=0$. **D.** $x-y+z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng $x+2y-3z+1=0$ và $2x-3y+z+1=0$ có véctơ pháp tuyến vuông góc với hai véctơ pháp tuyến hai mặt phẳng trên

$\vec{n}=-\frac{1}{7}\left[\vec{n_1},\vec{n_2}\right]=-\frac{1}{7}(-7;-7;-7)=(1;1;1)$.

Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là $x+1+y+2+z-5=0 \Leftrightarrow x+y+z-2=0$.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông cân tại A, $AD=2a$, $AB=a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng.

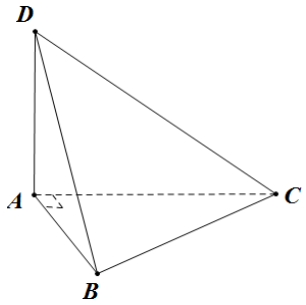
A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông cân tại A, $AD=2a$, $AB=a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng.

A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC: $r=\frac{BC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$: $R=\sqrt{\left(\frac{AD}{2}\right)^2+r^2}=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 35: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{8\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 36: Gọi (T) là một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có chiều cao bằng đường kính đáy. Thể tích khối trụ (T) bằng:

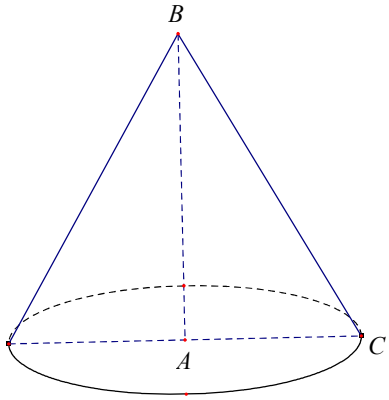
A. π. **B.** 3π. **C.** 4π. **D.** 2π.

Câu 37: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = 2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{8\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB ta được một hình nón có bán kính đáy $r = 2a$ và chiều cao là $h = 2a$.

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón ta có

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi(2a)^2 2a = \frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 38: Gọi (T) là một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có chiều cao bằng đường kính đáy. Thể tích khối trụ (T) bằng:

A. π. **B.** 3π. **C.** 4π. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh \Leftrightarrow 4\pi = 2\pi r.2r \Leftrightarrow r = 1$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi 1^2.2.1 = 2\pi$.

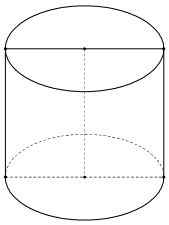
Câu 39: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 40: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB = a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

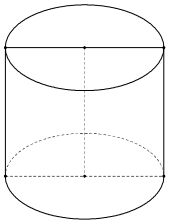
Câu 41: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng



A. $2\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Lời giải

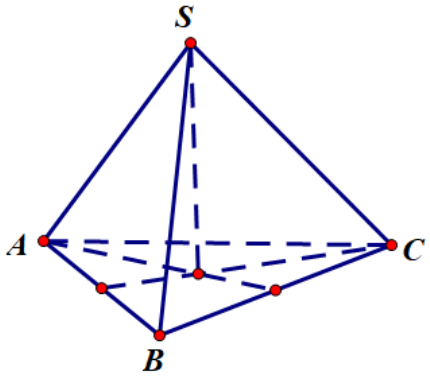
Chọn C



Dựa vào hình vẽ ta có bán kính và chiều cao của hình trụ lần lượt là a và $2a$.

Do đó, $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

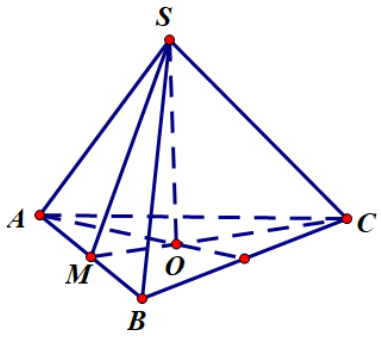
Câu 42: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB = a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng



A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm AB và gọi O là tâm của tam giác ABC ta có:

$\begin{cases} AB \perp CM \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SCM) \Rightarrow AB \perp SM$ và $AB \perp CM$

Do đó góc giữa (SAB) và (ABC) là $\widehat{SMO} = 60°$.

Mặt khác tam giác ABC đều cạnh a nên $CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $OM = \dfrac{1}{3}CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

$SO = OM.\tan 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \dfrac{a}{2}$.

Hình nón đã cho có chiều cao $h = SO = \dfrac{a}{2}$, bán kính đáy $R = OA = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, độ dài đường sinh $l = \sqrt{h^2 + R^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

Vậy diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq} = \pi.R.l = \pi.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a\sqrt{21}}{6} = \dfrac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$

Câu 43: **[2Đ2-2]**Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

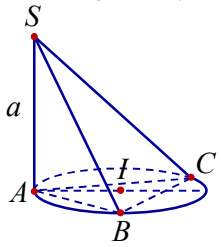
A. Tập giá trị của hàm số $y = \ln\left(x^2 + 1\right)$ là $[0; +\infty)$.

B. Hàm số $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

C. $\left[\ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)\right]' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

D. Hàm số $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$ không phải là hàm chẵn cũng không phải là hàm lẻ.

Câu 44: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a$. Đáy ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.



A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

B. $\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$.

C. $a\sqrt{5}$.

D. $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 45: **[2Đ2-2]**Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Tập giá trị của hàm số $y = \ln\left(x^2 + 1\right)$ là $[0; +\infty)$.

B. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

C. $\left[\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\right]'=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$.

D. Hàm số $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ không phải là hàm chẵn cũng không phải là hàm lẻ.

Lời giải

Chọn D

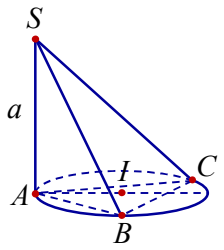
Xét hàm số (2) có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Mặt khác ta có:

$$f(-x)=\ln\left(-x+\sqrt{x^2+1}\right)=\ln\left(\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\right)=-\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=-f(x),\ \forall x\in\mathbb{R}$$

Vậy hàm số $f(x)$ là hàm số lẻ.

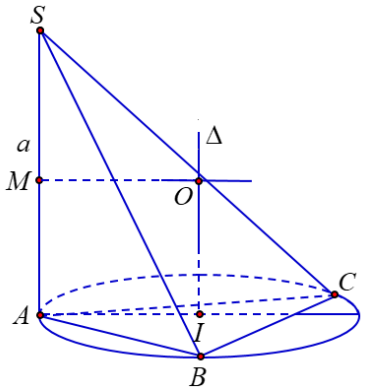
Câu 46: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Đáy ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.



A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi Δ là đường thẳng qua I và $\Delta\perp(ABC)$.

Gọi M là trung điểm của SA, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng SA cắt Δ tại O.

Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính $R=OA$.

$$OA=\sqrt{AI^2+OI^2}=\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{17}}{2}.$$

Câu 47: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ và $BC=2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho $BP=1$, $QD=3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. 10π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 6π.

Câu 48: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính là

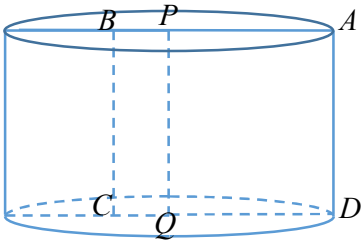
A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 49: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ và $BC=2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho $BP=1$, $QD=3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. 10π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 6π.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} BP=1 \\ QD=3QC \end{cases} \Rightarrow PA=QD=3$.

Khi đó khối trụ thu được có bán kính đáy $r=PA=QD=3$ và đường sinh $l=AD=2$.

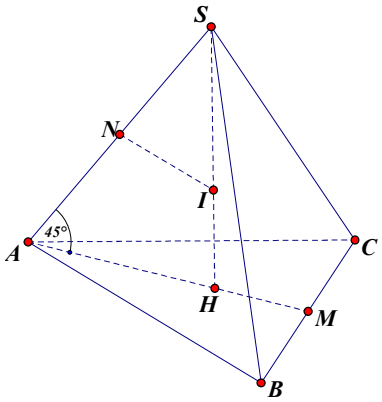
Nên diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi.r.l=2\pi.3.2=12\pi$.

Câu 50: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên hình chiếu của S trên mặt đáy (ABC) là trọng tâm H của tam giác đều ABC.

Suy ra, góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy là góc $\widehat{SAH}$. Theo giả thuyết $\widehat{SAH}=45^\circ$ nên $SA=AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Cách 1: Đây là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp loại 2 nên có $R_{mc}=\dfrac{SA^2}{2SH}=\dfrac{\dfrac{a^3}{3}}{2\dfrac{a\sqrt{3}}{6}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Cách 2: Gọi N là trung điểm SA. Trong (SAH), đường trung trực cạnh SA cắt SH tại I.

Suy ra $IS=IA=IB=IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.

Ta có : $SN.SA=SI.SH \Rightarrow$ bán kính mặt cầu $R=SI=\dfrac{SA^2}{2SH}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 51: Cho hình lập phương (H) có cạnh bằng a. Hình trụ có hai đường tròn đáy nội tiếp hai đáy của (H) có diện tích xung quanh là:

A. $\dfrac{\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **D.** πa^2.

Câu 52: Mặt phẳng trung trực của đường cao của một khối nón chia nó ra thành hai phần. Tỉ số thể tích của chúng là:

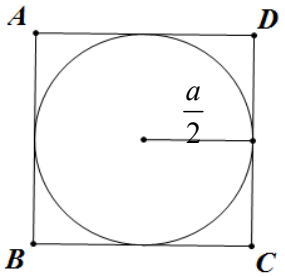
A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Câu 53: Cho hình lập phương (H) có cạnh bằng a. Hình trụ có hai đường tròn đáy nội tiếp hai đáy của (H) có diện tích xung quanh là:

A. $\dfrac{\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **D.** πa^2.

Lời giải

Chọn D



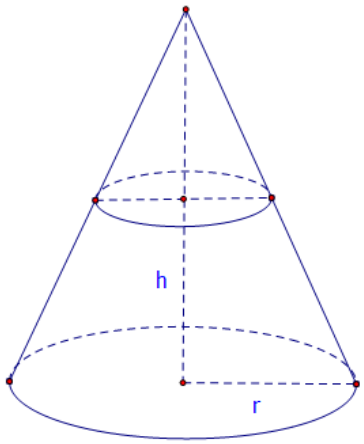
Ta có $V=2\pi rl=2\pi\dfrac{a}{2}a=\pi a^2$.

Câu 54: Mặt phẳng trung trực của đường cao của một khối nón chia nó ra thành hai phần. Tỉ số thể tích của chúng là:

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi r là bán kính đáy của khối nón và h là chiều cao của khối nón, khi đó khối nón có thể tích là $V=\frac{1}{3}\pi r^2.h$

Cắt khối nón bằng mặt phẳng trung trực của đường cao thì ta được hai phần, trong đó có một phần là khối nón có thể tích là: $V_2=\frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{r}{2}\right)^2.\frac{h}{2}=\frac{1}{8}.\left(\frac{1}{3}\pi r^2.h\right)=\frac{1}{8}V$.

Vậy tỉ số thể tích của hai phần sau khi bị cắt là: $\frac{V_1}{V-V_1}=\frac{1}{7}$.

Câu 55: Cho hình nón có đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là α, diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $\pi a^2\sin\alpha$. **B.** $2\pi a\cos\alpha$. **C.** $\pi a^2\cos\alpha$. **D.** $2\pi a\sin\alpha$.

Câu 56: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Hinh nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là:

A. $S=\frac{3}{2}\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{7}+1\right)}{4}$. **D.** $S=\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Câu 57: Cho hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh 3, 4, 5. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt. Thể tích khối 8 mặt đó là:

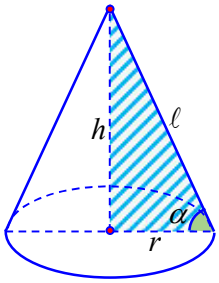
A. 10. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** 12. **D.** $\frac{75}{12}$.

Câu 58: Cho hình nón có đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là α, diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $\pi a^2\sin\alpha$. **B.** $2\pi a\cos\alpha$. **C.** $\pi a^2\cos\alpha$. **D.** $2\pi a\sin\alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $\ell = a$; $r = \ell \cos\alpha = a\cos\alpha$.

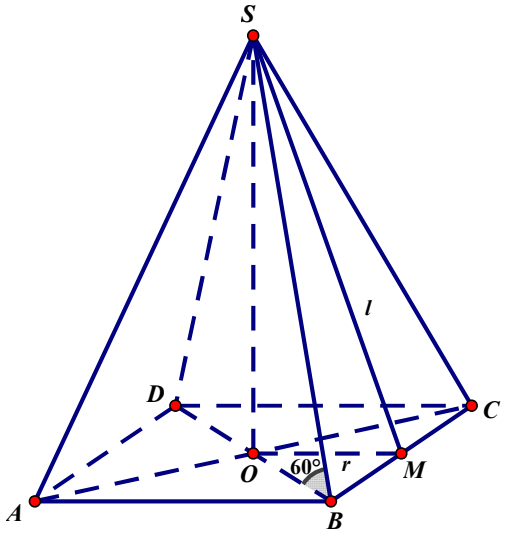
Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r\ell = \pi a^2 \cos\alpha$.

Câu 59: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là:

A. $S = \frac{3}{2}\pi a^2$. **B.** $S = \pi a^2$. **C.** $S = \frac{\pi a^2\left(\sqrt{7}+1\right)}{4}$. **D.** $S = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là tâm của đáy $ABCD$, M là trung điểm của BC.

Hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ là hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác SOM quanh SO. Ta có:

$$SO = OB.\tan 60° = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$OM = \frac{a}{2} = r.$$

$$SM^2 = SO^2 + OM^2 = \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow l = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là:

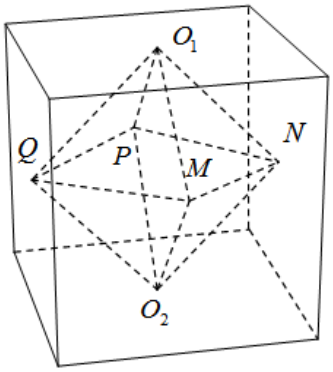
$$S_{xq} = \pi rl = \frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{7}}{2}\pi = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}.$$

Câu 60: Cho hình hộp chữ nhật có độ dài các cạnh 3, 4, 5. Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt. Thể tích khối 8 mặt đó là:

A. 10. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** 12. **D.** $\frac{75}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Nối tâm 6 mặt của hình hộp chữ nhật ta được khối 8 mặt (khối bát diện).

$$V_{O_1O_2MNPQ} = 2V_{O_1.MNPQ} = 2.\frac{1}{3}.d\left(O_1,(MNPQ)\right).S_{MNPQ} = 2.\frac{1}{3}.\frac{5}{2}.\frac{1}{2}.3.4 = 10.$$

Câu 61: Cho hai khối nón (N_1), (N_2). Chiều cao khối nón (N_2) bằng hai lần chiều cao khối nón (N_1) và đường sinh khối nón (N_2) bằng hai lần đường sinh khối nón (N_1). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối nón (N_1), (N_2). Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 62: Cho hai khối nón (N_1), (N_2). Chiều cao khối nón (N_2) bằng hai lần chiều cao khối nón (N_1) và đường sinh khối nón (N_2) bằng hai lần đường sinh khối nón (N_1). Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích hai khối nón (N_1), (N_2). Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{8}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi r_1, l_1 lần lượt là bán kính và đường sinh của khối nón (N_1), khi đó bán kính và đường sinh khối nón (N_2) lần lượt là $r_2 = 2r_1$, $l_2 = 2r_1$.

Ta có $V_1 = \frac{1}{3}r_1^2 h_1 = \frac{1}{3}r_1^2\sqrt{l_1^2 - r_1^2}$.

$V_2 = \frac{1}{3}r_2^2 h_2 = \frac{1}{3}(2r_1)^2\sqrt{(2l_1)^2 - (2r_1)^2} = \frac{1}{3}8r_1^2\sqrt{l_1^2 - r_1^2}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}r_1^2\sqrt{l_1^2 - r_1^2}}{\frac{1}{3}8r_1^2\sqrt{l_1^2 - r_1^2}} = \frac{1}{8}$

Câu 63: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác có một góc bằng 120^0, thiết diện qua đỉnh S cắt mặt phẳng đáy theo dây cung $AB = 4a$ và là một tam giác vuông. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

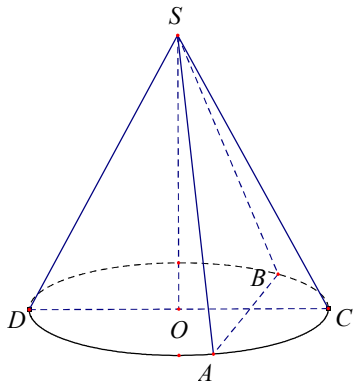
A. $\pi\sqrt{3}a^2$. **B.** $\pi 8\sqrt{3}a^2$. **C.** $\pi 2\sqrt{3}a^2$. **D.** $\pi 4\sqrt{3}a^2$.

Câu 64: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O. Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác có một góc bằng 120^0, thiết diện qua đỉnh S cắt mặt phẳng đáy theo dây cung $AB = 4a$ và là một tam giác vuông. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\pi\sqrt{3}a^2$. **B.** $\pi 8\sqrt{3}a^2$. **C.** $\pi 2\sqrt{3}a^2$. **D.** $\pi 4\sqrt{3}a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Theo đề bài ta có tam giác SAB vuông cân tại S, $AB = 4a$ nên $SB = 2a\sqrt{2}$.

Mặt khác tam giác SDC cân tại S và có góc $\widehat{CSD} = 120°$ nên $\widehat{CSO} = 60°$.

Xét tam giác vuông SOC có $\sin\widehat{CSO} = \frac{OC}{SC} \Leftrightarrow OC = SC.\sin\widehat{CSO} \Rightarrow OC = a\sqrt{6}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi a\sqrt{6}.2a\sqrt{2} = 4\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 65: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{16\pi a^2}{3}$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 66: Cho hình nón đỉnh S, góc ở đỉnh bằng $120°$, đáy là hình tròn $(O;3R)$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua S và tạo với đáy góc $60°$. Diện tích thiết diện là

A. $2\sqrt{2}R^2$. **B.** $4\sqrt{2}R^2$. **C.** $6\sqrt{2}R^2$. **D.** $8\sqrt{2}R^2$.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, $SA\perp(ABC)$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$. Tính góc giữa SB và mặt phẳng (ABC).

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 75°.

Câu 68: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|2x^4-4x^2+1\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt. Tìm S?

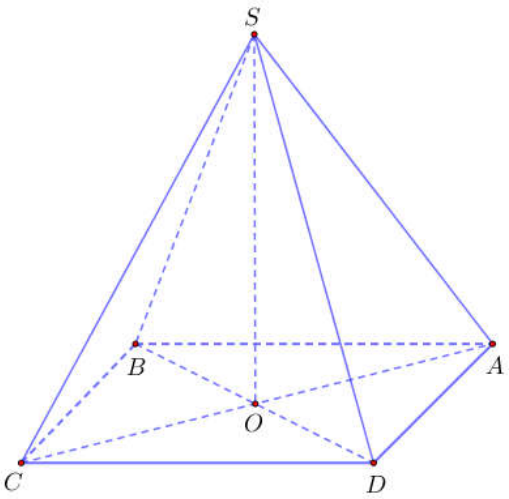
A. $S=(-1;1)$. **B.** $S=(1;2)$. **C.** $S=(0;2)$. **D.** $S=(0;1)$.

Câu 69: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{16\pi a^2}{3}$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SAO}=45^\circ \Rightarrow SO=OA=\frac{AC}{2}=\frac{AB\sqrt{2}}{2}=a$.

$\Rightarrow OA=OB=OC=OD=OS$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

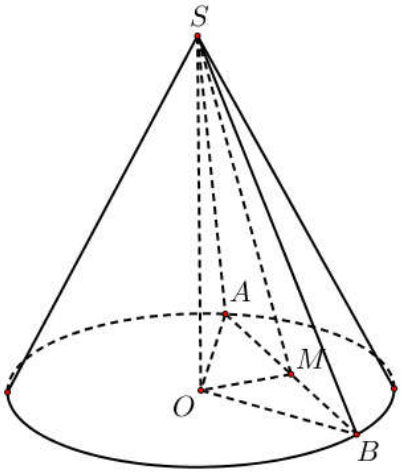
$R=OA=a$. Vậy $S=4\pi R^2=4\pi a^2$.

Câu 70: Cho hình nón đỉnh S, góc ở đỉnh bằng $120°$, đáy là hình tròn $(O;3R)$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua S và tạo với đáy góc $60°$. Diện tích thiết diện là

A. $2\sqrt{2}R^2$. **B.** $4\sqrt{2}R^2$. **C.** $6\sqrt{2}R^2$. **D.** $8\sqrt{2}R^2$.

Lời giải

Chọn B



Thiết diện là tam giác SAB, gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow OM \perp AB$

$\Rightarrow \left(\widehat{(SAB),(OAB)}\right) = \left(\widehat{OM,SM}\right) = \widehat{SMO} = 60°$.

Góc ở đỉnh hình nón bằng $120° \Rightarrow \widehat{OSA} = 60°$, $SO = \dfrac{OA}{\tan 60°} = \dfrac{3R}{\sqrt{3}} = R\sqrt{3}$.

Ta có $SM = \dfrac{SO}{\sin 60°} = \dfrac{R\sqrt{3}}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = 2R$, $OM = \dfrac{SM}{2} = R$, $AM = \sqrt{OA^2 - OM^2} = 2\sqrt{2}R$.

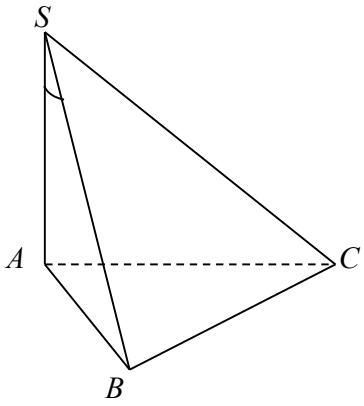
Vậy $S_{SAB} = SM.AM = 2R.2\sqrt{2}R = 4\sqrt{2}R^2$.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, $SA \perp (ABC)$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{a^3}{6}$. Tính góc giữa SB và mặt phẳng (ABC).

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $75°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.\dfrac{1}{2}.AB.BC = \dfrac{1}{3}.SA.\dfrac{1}{2}.a.a = \dfrac{a^3}{6} \Leftrightarrow SA = a$.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC).

Suy ra: $\left(\widehat{SB,(ABC)}\right) = \widehat{SBA}$.

Xét tam giác vuông SAB có $SA = a$ và $AB = a$, suy ra $\widehat{SBA} = 45°$.

Câu 72: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|2x^4 - 4x^2 + 1\right| = m$ có 8 nghiệm phân biệt. Tìm S?

A. $S=(-1;1)$. **B.** $S=(1;2)$. **C.** $S=(0;2)$. **D.** $S=(0;1)$.

Lời giải

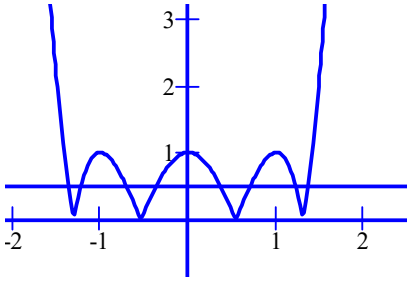
Chọn D

Xét hàm số: $y=2x^4-4x^2+1$. $y'=8x^3-8x$, $y'=0 \Leftrightarrow 8x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra đồ thị hàm số $y=\left|2x^4-4x^2+1\right|$



Nghiệm của phương trình $\left|2x^4-4x^2+1\right|=m$ chính là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồthị hàm số $y=\left|2x^4-4x^2+1\right|$. Dựa vào đồ thị ta có khi $0<m<1$ thì phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 73: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a. Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng $45°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình nón.

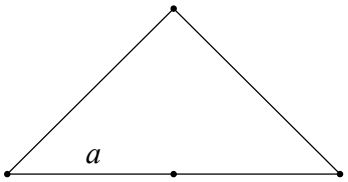
A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{8}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 74: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a. Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng $45°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{8}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết, suy ra góc ở đỉnh của hình nón là $90°$. Do đó khối cầu ngoại tiếp hình nón có tâm là tâm của đường tròn đáy hình nón.

Vậy bán kính khối cầu là $r=a$. Vậy thể tích khối cầu là $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 75: Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a. A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

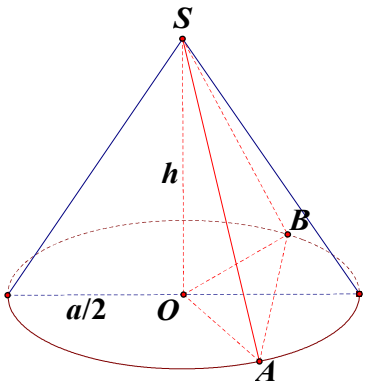
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{a^3}{96}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 76: Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a. A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{a^3}{96}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $V_{S.OAB}=\frac{1}{3}S_{\Delta AOB}.SO$. Lại có $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB}$.

Mặt khác $OA=OB=\frac{a}{2}$, $SO=h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất khi $\sin\widehat{AOB}=1\Rightarrow OA\perp OB$.

Khi đó $V_{\max}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 77: Xét hình trụ (T) có bán kính R, chiều cao h thoả mãn $R=2h\sqrt{3}$. (N) là hình nón có bán kính đáy R và chiều cao gấp đôi chiều cao của (T). Gọi (S_1) và (S_2) lần lượt là diện tích xung quanh của (T) và (N), khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 78: Xét hình trụ (T) có bán kính R, chiều cao h thoả mãn $R=2h\sqrt{3}$. (N) là hình nón có bán kính đáy R và chiều cao gấp đôi chiều cao của (T). Gọi (S_1) và (S_2) lần lượt là diện tích xung quanh của (T) và (N), khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_1 = 2\pi.R.h = \dfrac{2\pi R^2}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\pi R^2}{\sqrt{3}}$.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_2 = \pi.R.l = \pi.R.\sqrt{h^2 + R^2} = \pi.R.\sqrt{\dfrac{R^2}{3} + R^2} = \dfrac{2\pi R^2}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 79: Trong không gian, cho hai điểm phân biệt A, B và số thực dương k. Tập hợp các điểm M sao cho diện tích tam giác MAB bằng k là:

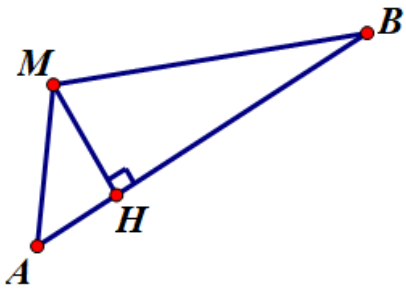
A. Một đường thẳng. **B.** Một mặt nón. **C.** Một mặt trụ. **D.** Một mặt cầu.

Câu 80: Trong không gian, cho hai điểm phân biệt A, B và số thực dương k. Tập hợp các điểm M sao cho diện tích tam giác MAB bằng k là:

A. Một đường thẳng. **B.** Một mặt nón. **C.** Một mặt trụ. **D.** Một mặt cầu.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $S_{AMB} = k \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}.d\left(M, AB\right).AB = k \Leftrightarrow d\left(M, AB\right) = \dfrac{2k}{AB}$:không đổi nên tập hợp các điểm M sao cho diện tích tam giác MAB bằng k là một mặt trụ có trục là đường thẳng AB, có bán kính $r = \dfrac{2k}{AB}$.

Câu 81: Cạnh bên của một hình nón bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng $120°$. Diện tích toàn phần của hình nón là

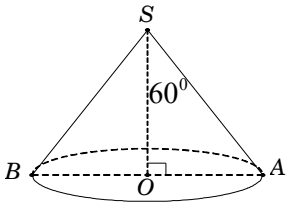
A. $\pi^2\left(3+\sqrt{3}\right)$. **B.** $2\pi a^2\left(3+\sqrt{3}\right)$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $\pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$.

Câu 82: Cạnh bên của một hình nón bằng $2a$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng $120°$. Diện tích toàn phần của hình nón là

A. $\pi^2\left(3+\sqrt{3}\right)$. **B.** $2\pi a^2\left(3+\sqrt{3}\right)$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $\pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi S là đỉnh, O là tâm của đáy, thiết diện qua trục là SAB.

Theo giả thiết, ta có $SA=2a$ và $\widehat{ASO}=60°$.

Trong tam giác SAO vuông tại O, ta có $OA=SA.\sin 60°=a\sqrt{3}$.

Vậy diện tích toàn phần:

$S_{tp}=\pi R\ell+\pi R^2=\pi.OA.SA+\pi\left(OA\right)^2=\pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$ (đvdt).

Câu 83: Xác định thể tích khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh m.

A. $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 84: Xác định thể tích khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh m.

A. $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính đáy của khối nón là $\frac{m}{2}$; đường cao của khối nón là $\frac{m\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi\frac{m^2}{4}.\frac{m\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 85: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;3;1\right)$lên mặt phẳng $\left(\alpha\right):x-2y+z=0$.

A. $\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. **B.** $\left(5;4;3\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(1;3;5\right)$.

Câu 86: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;3;1\right)$lên mặt phẳng $\left(\alpha\right):x-2y+z=0$.

A. $\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. **B.** $\left(5;4;3\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(1;3;5\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của M lên $\left(\alpha\right)$. Ta có $\overrightarrow{MH}=\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\left(1;-2;1\right)$.

$\left(MH\right):\begin{cases}x=2+1\\y=3-2t\\z=1+t\end{cases}$.

$H=M\cap\left(\alpha\right)\Rightarrow$ tọa độ H là nghiệm hệ

$\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=1+t\\x-2y+z=0\end{cases}\Rightarrow 2+t-6+4t+1+t=0\Rightarrow 6t=3\Rightarrow t=\frac{1}{2}$

Vậy $H\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 87: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

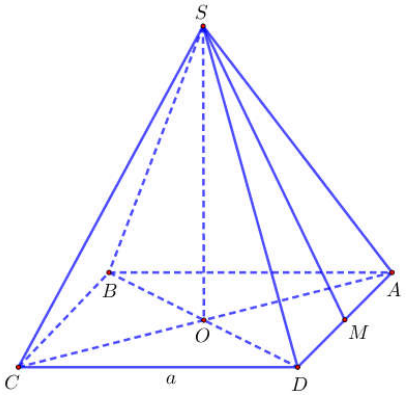
A. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$.

Câu 88: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $S_{SAD} = SM.AM \Rightarrow SM = \frac{a^2}{\frac{a}{2}} = 2a$, $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

Đường tròn đáy nội tiếp hình vuông có bán kính $r = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối nón cần tìm $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{4}.\frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

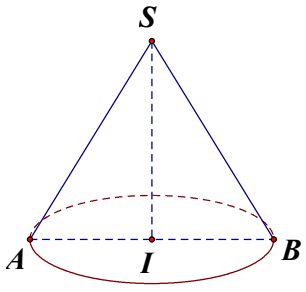
Câu 89: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh $2a$. Đường cao của hình nón là:

A. $h = 2a$. **B.** $h = a$. **C.** $h = a\sqrt{3}$. **D.** $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 90: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh $2a$. Đường cao của hình nón là:

A. $h = 2a$. **B.** $h = a$. **C.** $h = a\sqrt{3}$. **D.** $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Chọn C

Xét tam giác đều SAB có: $SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy đường cao của hình nón là: $h = SI = a\sqrt{3}$.

Câu 91: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. 6π. **B.** 10π. **C.** 8π. **D.** 12π.

Câu 92: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh $2a$.

A. $R=a$. **B.** $R=2a\sqrt{3}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $R=\sqrt{3}a$.

Câu 93: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Câu 94: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. 6π. **B.** 10π. **C.** 8π. **D.** 12π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên: $l=2R$.

$S_{xq}=2\pi Rl=4\pi \Leftrightarrow 2\pi R.2R=4\pi \Leftrightarrow R=1$.

$S_{đ}=\pi R^2=\pi$.

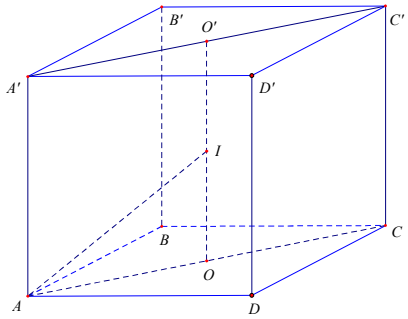
$S_{tp}=S_{xq}+2S_{đ}=6\pi$.

Câu 95: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh $2a$.

A. $R=a$. **B.** $R=2a\sqrt{3}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $R=\sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ và gọi I là trung điểm của OO' khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Theo đề bài ta có $OO'=2a\Rightarrow OI=a$; $AO=\dfrac{1}{2}AC=a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông AOI có $IA=\sqrt{AO^2+IO^2}=\sqrt{a^2+2a^2}=a\sqrt{3}$.

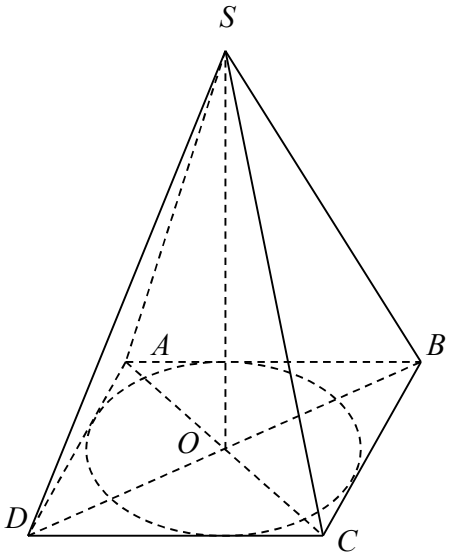
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $R=a\sqrt{3}$.

Câu 96: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2-\left(a\right)^2}=a$.

Gọi R là bán kính đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ suy ra $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a=\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Câu 97: Một khối trụ có hai đáy hình tròn $\left(I;r\right)$ và $\left(I';r\right)$. Mặt phẳng $\left(\beta\right)$ đi qua I và I' đồng thời cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông có cạnh bằng 18. Tính thể tích khối trụ đã cho.

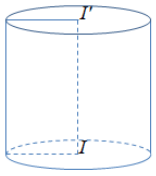
A. $V=1458$. **B.** $V=486$. **C.** 486π. **D.** $V=1458\pi$.

Câu 98: Một khối trụ có hai đáy hình tròn $\left(I;r\right)$ và $\left(I';r\right)$. Mặt phẳng $\left(\beta\right)$ đi qua I và I' đồng thời cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông có cạnh bằng 18. Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $V=1458$. **B.** $V=486$. **C.** 486π. **D.** $V=1458\pi$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $h=18, r=\dfrac{18}{2}=9$ suy ra $V=S.h=\pi.r^2.h=\pi.9^2.18=1458\pi$.

Câu 99: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và diện tích xung quanh $S=6\pi$. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V=3\pi$. **B.** $V=9\pi$. **C.** $V=18\pi$. **D.** $V=6\pi$.

Câu 100: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và diện tích xung quanh $S=6\pi$. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V=3\pi$. **B.** $V=9\pi$. **C.** $V=18\pi$. **D.** $V=6\pi$.

Lời giải

Chọn B

$S_{xq}=2\pi rl \Leftrightarrow 6\pi=2\pi.3.l \Leftrightarrow l=1 \Rightarrow h=1$.

Thể tích khối trụ là $V=\pi r^2 h=\pi.3^2.1=9\pi$.

Câu 101: Cho hình nón có bán kính đáy bằng $4a$ và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

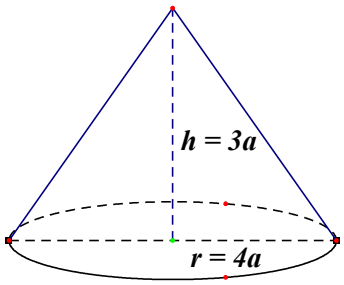
A. $18\pi a^2$. **B.** $20\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $15\pi a^2$.

Câu 102: Cho hình nón có bán kính đáy bằng $4a$ và chiều cao bằng $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $18\pi a^2$. **B.** $20\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $15\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{16a^2+9a^2}=5a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $s_{xq}=\pi rl=\pi 4a.5a=20\pi a^2$.

Câu 103: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 104: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Biết thể tích khối chóp bằng $\frac{a^3}{3}$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

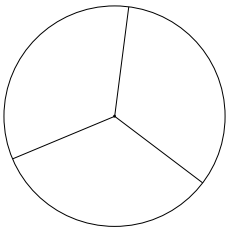
Lời giải.

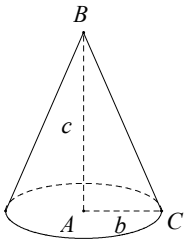
Chọn D

Ta có $d\left(S,(ABC)\right)=\frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}}=\frac{3.\frac{a^3}{3}}{\frac{1}{2}.a.a\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 105: Người ta cắt hết một miếng tôn hình tròn ra làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quấn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón.

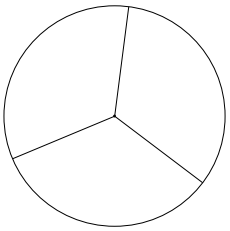
A. $2\varphi = 60^\circ$. **B.** $2\varphi = 2\arcsin\frac{1}{2}$. **C.** $2\varphi = 2\arcsin\frac{1}{3}$. **D.** $2\varphi = 120^\circ$.

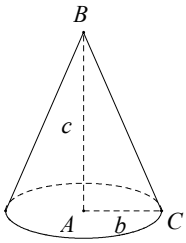




Câu 106: Người ta cắt hết một miếng tôn hình tròn ra làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quấn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón.

A. $2\varphi = 60^\circ$. **B.** $2\varphi = 2\arcsin\frac{1}{2}$. **C.** $2\varphi = 2\arcsin\frac{1}{3}$. **D.** $2\varphi = 120^\circ$.





Lời giải

Chọn C

Chu vi đường tròn lớn: $2\pi R$.

Chu vi hình nón: $\frac{1}{3}.2\pi R$ nên bán kính của hình nón là: $\frac{R}{3}$.

$\sin\varphi = \frac{r}{l} = \frac{\frac{R}{3}}{R} = \frac{1}{3}$ nên $\varphi = \arcsin\frac{1}{3} \Rightarrow 2\varphi = 2\arcsin\frac{1}{3}$.

Câu 107: Một khối hộp chữ nhật nội tiếp trong một khối trụ. Ba kích thước của khối hộp chữ nhật là a, b, c. Thể tích khối trụ là

A. $\frac{1}{4}\pi\left(c^2 + a^2\right)b$.

B. $\frac{1}{4}\pi\left(a^2 + b^2\right)c$ hoặc $\frac{1}{4}\pi\left(b^2 + c^2\right)a$ hoặc $\frac{1}{4}\pi\left(c^2 + a^2\right)b$.

C. $\frac{1}{4}\pi\left(a^2 + b^2\right)c$.

D. $\frac{1}{4}\pi\left(b^2 + c^2\right)a$.

Câu 108: Cho hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân. Biết diện tích thiết diện đó là $8\,\text{cm}^2$. Tính diện tích toàn phần của hình nón nói trên.

A. $8\pi\sqrt{2}\,\text{cm}^2$. **B.** $16\pi\sqrt{2}\,\text{cm}^2$. **C.** $12\pi\sqrt{2}\,\text{cm}^2$. **D.** $4\pi\sqrt{2}\left(2+\sqrt{2}\right)\text{cm}^2$.

Câu 109: Một khối hộp chữ nhật nội tiếp trong một khối trụ. Ba kích thước của khối hộp chữ nhật là a, b, c. Thể tích khối trụ là

A. $\frac{1}{4}\pi\left(c^2+a^2\right)b$.

B. $\frac{1}{4}\pi\left(a^2+b^2\right)c$ hoặc $\frac{1}{4}\pi\left(b^2+c^2\right)a$ hoặc $\frac{1}{4}\pi\left(c^2+a^2\right)b$.

C. $\frac{1}{4}\pi\left(a^2+b^2\right)c$.

D. $\frac{1}{4}\pi\left(b^2+c^2\right)a$.

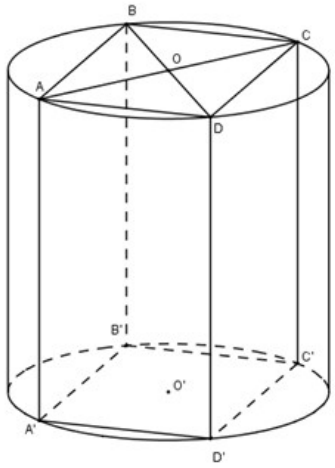
Lời giải

Chọn B

Khối hộp nội tiếp khối trụ thì ta thấy một kích thước của khối hộp sẽ bằng chiều cao của khối trụ và hai kích thước còn lại sẽ là hai cạnh của đáy

Gọi h là chiều cao của khối hộp ta có $h=a$ hoặc $h=b$ hoặc $h=c$

$\Leftrightarrow$ Thể tích sẽ có giá trị $\frac{1}{4}\pi\left(a^2+b^2\right)c$ hoặc $\frac{1}{4}\pi\left(b^2+c^2\right)a$ hoặc $\frac{1}{4}\pi\left(c^2+a^2\right)b$.

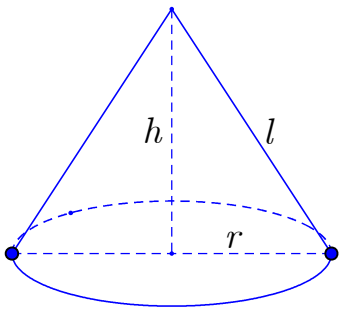


Câu 110: Cho hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân. Biết diện tích thiết diện đó là $8\,\text{cm}^2$. Tính diện tích toàn phần của hình nón nói trên.

A. $8\pi\sqrt{2}\,\text{cm}^2$. **B.** $16\pi\sqrt{2}\,\text{cm}^2$. **C.** $12\pi\sqrt{2}\,\text{cm}^2$. **D.** $4\pi\sqrt{2}\left(2+\sqrt{2}\right)\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn D



Ta có diện tích thiết diện bằng $\frac{1}{2}l^2=8\Rightarrow l=4\Rightarrow h=r=2\sqrt{2}$.

Diện tích toàn phần của hình nón bằng

$S_{tp}=S_{xq}+S_d=\pi rl+\pi r^2=2\sqrt{2}\pi\left(2\sqrt{2}+4\right)=4\sqrt{2}\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$.

Câu 111: [2H2- 1] Cho hình chữ nhật có cạnh , . Gọi lần lượt là trung điểm của hai cạnh và . Khi quay hình chữ nhật đó xung quanh ta được một hình trụ tròn xoay. Thể tích của khối trụ tròn xoay được giới hạn bởi hình trụ tròn xoay đó là.

A. ▯ . **B.** ▯ . **C.** ▯ . **D.** ▯ .

Câu 112: [2H2- 1] Cho hình chữ nhật ▯ **có cạnh** ▯ **,** ▯ **. Gọi** ▯ **lần lượt là trung điểm của hai cạnh** ▯ **và** ▯ **. Khi quay hình chữ nhật đó xung quanh** ▯ **ta được một hình trụ tròn xoay. Thể tích của khối trụ tròn xoay được giới hạn bởi hình trụ tròn xoay đó là.**

A. ▯ . **B.** ▯ . **C.** ▯ . **D.** ▯ .

Lời giải

Chọn A

Ta có thể tích của khối trụ là: ▯ ▯ ▯ .

Câu 113: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông và diện tích toàn phần bằng $64\pi a^2$. Bán kính đáy của hình trụ bằng.

A. $r=\dfrac{8\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $r=\dfrac{4\sqrt{6}a}{3}$. **C.** $r=2a$. **D.** $r=4a$.

Câu 114: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông và diện tích toàn phần bằng $64\pi a^2$. Bán kính đáy của hình trụ bằng.

A. $r=\dfrac{8\sqrt{6}a}{3}$. **B.** $r=\dfrac{4\sqrt{6}a}{3}$. **C.** $r=2a$. **D.** $r=4a$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông nên chiều cao của hình trụ là $h=2r$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi rh+2\pi r^2=4\pi r^2+2\pi r^2=6\pi r^2=64\pi a^2$.

Do đó: $r=\sqrt{\dfrac{64\pi a^2}{6\pi}}=\dfrac{4\sqrt{6}a}{3}$.

Câu 115: Cho hình trụ có đường cao $h=5\,\text{cm}$, bán kính đáy $r=3\,\text{cm}$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục $2\,\text{cm}$. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P).

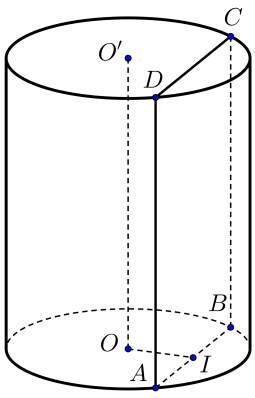
A. $S=5\sqrt{5}\,\text{cm}^2$. **B.** $S=10\sqrt{5}\,\text{cm}^2$. **C.** $S=3\sqrt{5}\,\text{cm}^2$. **D.** $S=6\sqrt{5}\,\text{cm}^2$.

Câu 116: Cho hình trụ có đường cao $h=5\,\text{cm}$, bán kính đáy $r=3\,\text{cm}$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục $2\,\text{cm}$. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P).

A. $S=5\sqrt{5}\,\text{cm}^2$. **B.** $S=10\sqrt{5}\,\text{cm}^2$. **C.** $S=3\sqrt{5}\,\text{cm}^2$. **D.** $S=6\sqrt{5}\,\text{cm}^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$.

Gọi I là trung điểm AB, suy ra $d\left(OO',\left(P\right)\right)=OI=2\,\text{cm}$.

Xét tam giác AOI vuông tại I: $AI=\sqrt{r^2-OI^2}=\sqrt{5}\,\text{cm}\Rightarrow AB=2AI=2\sqrt{5}\,\text{cm}$.

$S_{ABCD}=AB.AD=10\sqrt{5}\,\text{cm}^2$.

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Quả bóng đá được dùng thi đấu tại các giải bóng đá Việt Nam tổ chức có chu vi của thiết diện qua tâm là $68.5(\text{cm})$. Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích $49.83\ (\text{cm}^2)$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng da để làm quả bóng trên?

A. ≈ 40 (miếng da). **B.** ≈ 20 (miếng da). **C.** ≈ 35 (miếng da). **D.** ≈ 30 (miếng da).

Lời giải

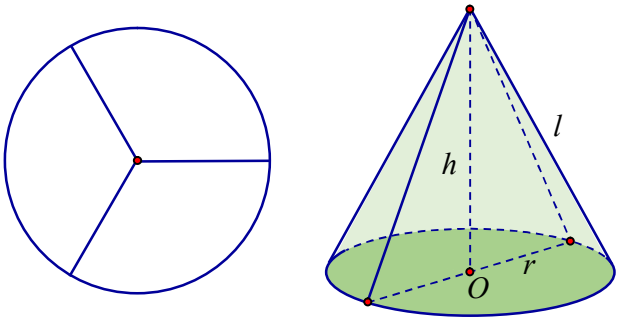
Chọn D

Vì thiết diện qua tâm là đường tròn có chu vi là $68.5(\text{cm})$, nên giả sử bán kính mặt cầu là R ta có: $2\pi R = 68.5 \Rightarrow R = \dfrac{68.5}{2\pi}$

Diện tích mặt cầu: $S_{xq} = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\dfrac{68.5}{2\pi}\right)^2 \approx 1493.59\ (\text{cm}^2)$.

Vì mỗi miếng da có diện tích $49.83\ (\text{cm}^2)$ nên để phủ kín được mặt của quả bóng thì số miếng da cần là $\dfrac{1493.59}{49.83} \approx 29.97$. Vậy phải cần ≈ 30 (miếng da).

Câu 2: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính $60\,\text{cm}$ thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



A. $V = \dfrac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít. **B.** $V = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. **C.** $V = \dfrac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. **D.** $V = \dfrac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Lời giải

Chọn B

Đổi $60\,\text{cm} = 6\,\text{dm}$.

Đường sinh của hình nón tạo thành là $l = 6\,\text{dm}$.

Chu vi đường tròn ban đầu là $C = 2\pi R = 16\pi$.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón tạo thành.

Chu vi đường tròn đáy của hình nón tạo thành là $2\pi.r = \dfrac{2\pi.6}{3} = 4\pi\,\text{dm} \Rightarrow r = \dfrac{4\pi}{2\pi} = 2\,\text{dm}$.

Đường cao của khối nón tạo thành là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$.

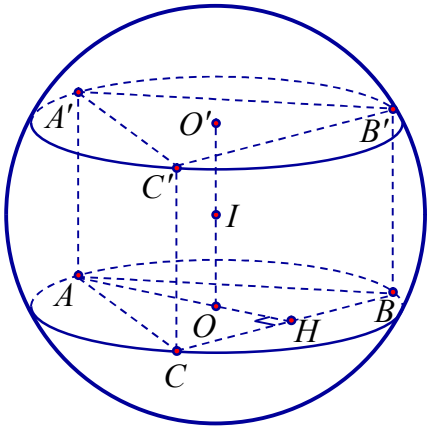
Thể tích của mỗi cái phễu là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.2^2.4\sqrt{2} = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}\,\text{dm}^3 = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 3: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a. Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $S=\dfrac{49\pi a^2}{144}$. **B.** $S=\dfrac{7a^2}{3}$. **C.** $S=\dfrac{7\pi a^2}{3}$. **D.** $S=\dfrac{49a^2}{144}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi mặt cầu đi qua 6 đỉnh của lăng trụ là (S) tâm I, bán kính R.

Do $IA=IB=IC=IA'=IB'=IC'=R \Rightarrow$ hình chiếu của I trên các mặt (ABC), $(A'B'C')$ lần lượt là tâm O của ΔABC và tâm O' của $\Delta A'B'C'$.

Mà $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều $\Rightarrow I$ là trung điểm của $OO' \Rightarrow OI=\dfrac{OO'}{2}=\dfrac{AA'}{2}=\dfrac{a}{2}$.

Do O là tâm tam giác đều ABC cạnh $a \Rightarrow AO=\dfrac{2}{3}AH=\dfrac{2}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác vuông OAI có: $R=IA=\sqrt{IO^2+OA^2}=\sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

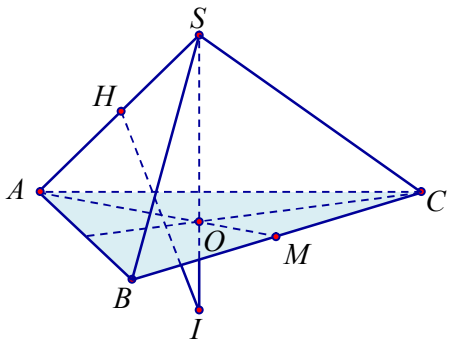
Diện tích của mặt cầu là: $S=4\pi R^2=4\pi.\dfrac{21a^2}{36}=\dfrac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h=1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó là:

A. $S=9\pi$. **B.** $S=6\pi$. **C.** $S=5\pi$. **D.** $S=27\pi$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của ΔABC suy ra $SO\perp(ABC)$ và $SO=h=1$; $OA=\dfrac{2}{3}\cdot\sqrt{6}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAO, ta có $SA=\sqrt{SO^2+OA^2}=\sqrt{1+2}=\sqrt{3}$.

Trong mặt phẳng (SAO) kẻ trung trực của đoạn SA cắt SO tại I, suy ra $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi H là trung điểm của SA, ta có ΔSHI đồng dạng với ΔSOA nên

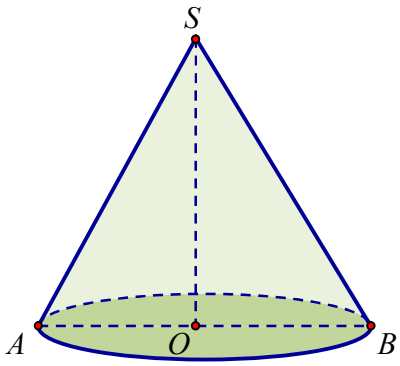
$R = IS = \dfrac{SH.SA}{SO} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}}{1} = \dfrac{3}{2}$. Vậy diện tích mặt cầu $S_{mc} = 4\pi R^2 = 9\pi$.

Câu 5: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V = 3\pi a^3$. **D.** $V = \pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



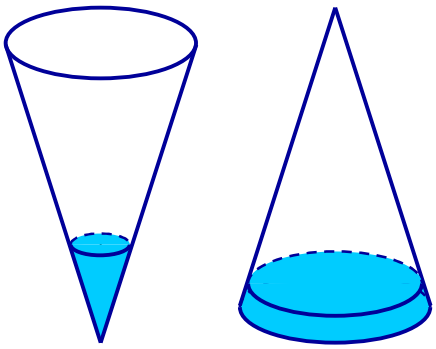
Thể tích $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.OA^2.SO.$

Ta có $\widehat{ASB} = 60° \Rightarrow \widehat{ASO} = 30° \Rightarrow \tan 30° = \dfrac{OA}{SO} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow SO = OA\sqrt{3}.$

Lại có $S_{xq} = \pi Rl = \pi.OA.SA = \pi.OA\sqrt{OA^2 + SO^2} = 6\pi a^2$

$\Rightarrow OA\sqrt{OA^2 + 3OA^2} = 6a^2 \Rightarrow 2OA^2 = 6a^2 \Rightarrow OA = a\sqrt{3} \Rightarrow SO = 3a \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi.3a^2.3a = 3\pi a^3.$

Câu 6: (THPT Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\dfrac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước xấp xỉ bằng bao nhiêu ? Biết rằng chiều cao của phễu là $15\,\text{cm}$.



A. $0,5\ (\text{cm})$. **B.** $0,3\ (\text{cm})$. **C.** $0,188\ (\text{cm})$. **D.** $0,216\ (\text{cm})$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $R,\ h$ lần lượt là bán kính và chiều cao của phễu. Ta có $h = SO = 15$

Gọi $h_1,\ R_1$ lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối nước lúc ban đầu.

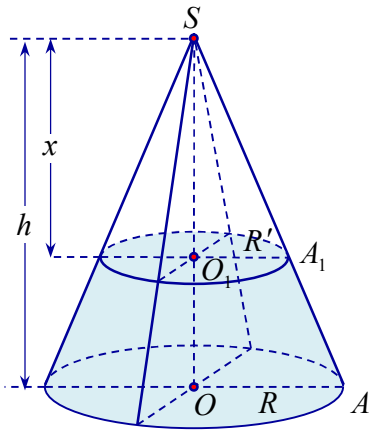
Ta có $\begin{cases} h_1 = SH = \dfrac{h}{3} \\ \dfrac{h_1}{h} = \dfrac{R_1}{R} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_1 = 5 \\ R_1 = \dfrac{R}{3} \end{cases}$

Thể tích khối nước $V_n = \dfrac{1}{3}\pi R_1^2 h_1 = \dfrac{\pi R^2 h}{81}$

Khi quay ngược phễu, nước trong phễu được biểu diễn như hình vẽ.

Đặt $SO_1 = x > 0$, $O_1A_1 = R'$ thì chiều cao cột nước mới trong phễu là $h - x\ (1)$ và

$\dfrac{R'}{R} = \dfrac{x}{h} \Rightarrow R' = \dfrac{xR}{h}$



Gọi V_1 là thể tích khối nón có chiều cao h, bán kính đáy R. Ta có $V_1 = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h$

Gọi V_2 là thể tích khối nón có chiều cao x, bán kính đáy R'. Ta có $V_2 = \dfrac{1}{3}\pi R'^2 x = \dfrac{\pi R^2 x^3}{3h^2}$

Vì $V_1 - V_2 = V_n$ nên $\dfrac{1}{3}\pi R^2 h - \dfrac{\pi R^2 x^3}{3h^2} = \dfrac{1}{81}\pi R^2 h \Rightarrow x = \dfrac{\sqrt[3]{26}}{3}h$

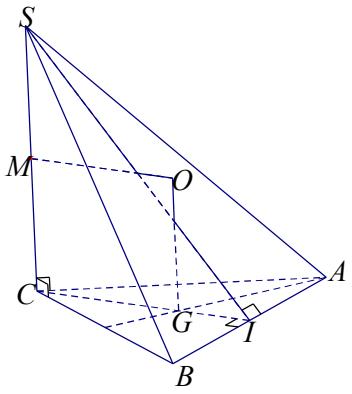
Thay vào (1) ta được chiều cao cột nước mới trong phễu là $h\left(1 - \dfrac{\sqrt[3]{26}}{3}\right) \approx 0{,}188$.

Câu 7: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SC = 2a$, SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC đều cạnh $3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = a$. **B.** $R = 2a$. **C.** $R = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$. **D.** $R = a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm ΔABC, I là trung điểm cạnh AB.

Kẻ đường thẳng d qua G và song song với $SC \Rightarrow d \perp (ABC)$.

Trong (SCI), kẻ đường trung trực của cạnh SC, cắt d tại O.

Khi đó, O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R = OC = \sqrt{CG^2 + OG^2}$ với

$CG = \frac{2}{3}CI = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$; $OG = MC = \frac{1}{2}SC = a$.

Vậy, $R = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.

Câu 8: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết thể tích của hình chóp bằng $\frac{a^3}{6}$. Bán kính r mặt cầu nội tiếp của tứ diện là

A. $r = \frac{a}{3+\sqrt{3}}$. **B.** $r = 2a$. **C.** $r = \frac{2a}{3\left(3+2\sqrt{3}\right)}$. **D.** $r = \frac{a}{3\left(3+2\sqrt{3}\right)}$.

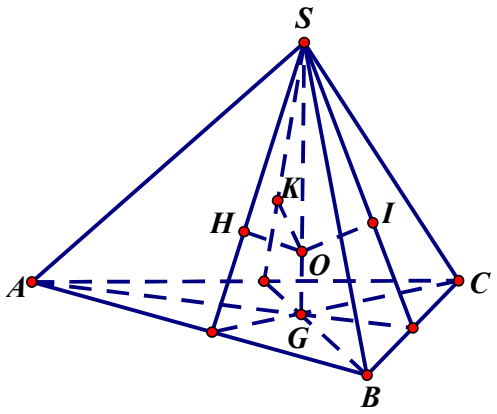
Lời giải

Chọn A

Do $SA = SB = SC$ nên các tam giác SAB, SBC, SCA vuông cân tại S, do SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một nên ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6}SA.SB.SC = \frac{SA^3}{6} = \frac{a^3}{6} \Rightarrow SA = SB = SC = a \Rightarrow AB = BC = CA = a\sqrt{2}.$$

Gọi O là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp.



Gọi G, H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của O lên (ABC), (SAB), (SBC), (SCA) ta có $OG=OH=OI=OK=r$ và $V_{S.ABC}=V_{O.ABC}+V_{O.SAB}+V_{O.SBC}+V_{O.SCA}=\frac{r}{3}\left(3S_{\Delta SAB}+S_{\Delta ABC}\right)$

$=\frac{a^2r}{6}\left(3+\sqrt{3}\right)=\frac{a^3}{6}\Rightarrow r=\frac{a}{3+\sqrt{3}}$.

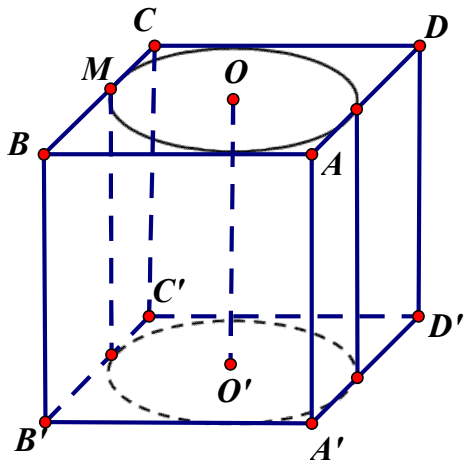
Câu 9: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Một khối gỗ hình lập phương có thể tích V_1. Một người thợ mộc muốn gọt giũa khối gỗ đó thành một khối trụ có thể tích V_2. Tính tỷ số lớn nhất $k=\frac{V_2}{V_1}$?

A. $k=\frac{1}{4}$. **B.** $k=\frac{\pi}{2}$. **C.** $k=\frac{\pi}{4}$. **D.** $k=\frac{\pi}{3}$.

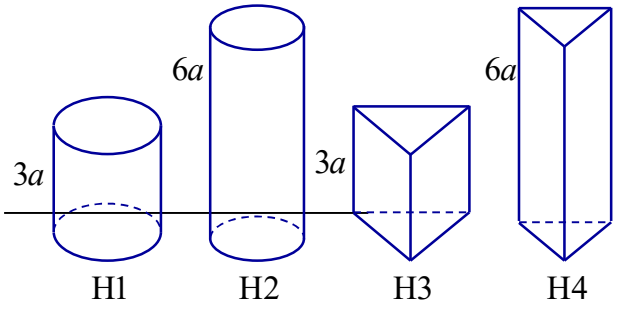
Lời giải

Chọn C

Để $k=\frac{V_2}{V_1}$ lớn nhất $\Leftrightarrow V_2$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ hình trụ nội tiếp hình lập phương cạnh $a\Leftrightarrow$ hình trụ có bán kính đáy là $r=OM=\frac{AB}{2}=\frac{a}{2}$, chiều cao là $h=OO'=AA'=a$. Ta có thể tích khối lập phương là $V_1=a^3$, thể tích khối trụ lớn nhất là $V_2=\pi r^2h=\frac{\pi a^3}{4}\Rightarrow$ tỷ số lớn nhất là $k=\frac{V_2}{V_1}=\frac{\pi}{4}$.



Câu 10: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Cho một tấm bìa hình chữ nhật có kích thước $3a$, $6a$. Người ta muốn tạo tấm bìa đó thành bốn hình không đáy như hình vẽ, trong đó có hai hình trụ lần lượt có chiều cao $3a$, $6a$ và hai hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao lần lượt $3a$, $6a$.



Trong 4 hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất là

A. H1, H4. **B.** H2, H3. **C.** H1, H3. **D.** H2, H4.

Lời giải

Chọn A

Gọi các hình H1, H2, H3, H4 lần lượt theo thứ tự có thể tích V_1, V_2, V_3, V_4.

Ta có: $V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi\left(\frac{6a}{2\pi}\right)^2 .3a = \frac{27}{\pi}a^3$. (Vì $2\pi r_1 = 6a \Rightarrow r_1 = \frac{6a}{2\pi}$).

$V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi\left(\frac{3a}{2\pi}\right) .6a = \frac{27}{2\pi}a^3$.(Vì $2\pi r_2 = 3a \Rightarrow r_2 = \frac{3a}{2\pi}$).

$V_3 = h.B = 3a.\left(\frac{1}{2}.2a.\frac{\sqrt{3}}{2}.2a\right) = 3\sqrt{3}a^3$. (Đáy là tam giác đều cạnh $6a:3 = 2a$).

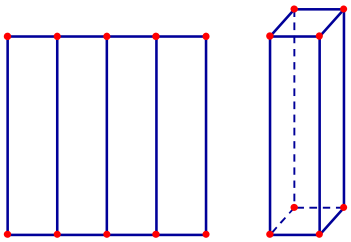
$V_4 = h.B = 6a.\left(\frac{1}{2}.a.\frac{\sqrt{3}}{2}.a\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.(Đáy là tam giác đều cạnh $3a:3 = a$).

Ta có: $V_1 > V_3 > V_2 > V_4$.

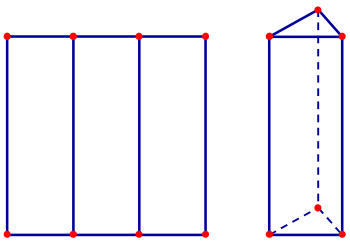
Câu 11: **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh a, người ta gấp thành hình lăng trụ theo hai cách sau:

- *Cách 1*. Gấp thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V_1 (Hình 1)

- *Cách 2*. Gấp thành 3 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tam giác đều có thể tích là V_2 (Hình 2)



Hình 1.



Hình 2.

Tính tỉ số: $k=\dfrac{V_1}{V_2}$

A. $k=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $k=\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$. **C.** $k=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $k=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi cạnh hình vuông là a.

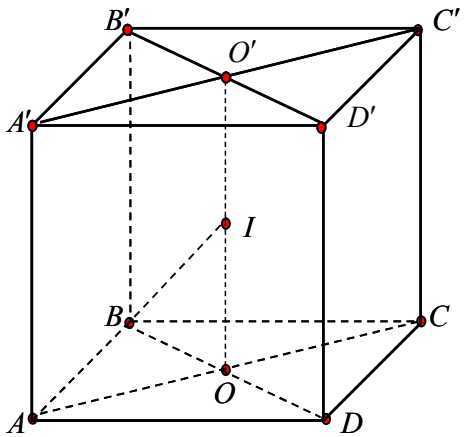
Khi đó $V_1=\left(\dfrac{a}{4}\right)^2.a=\dfrac{a^3}{16}$ và $V_2=\left(\dfrac{a}{3}\right)^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$. Suy ra $k=\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 12: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 10-năm 2017-2018)** Một hình lập phương có cạnh bằng $2a$ vừa nội tiếp hình trụ (T), vừa nội tiếp mặt cầu (C), hai đáy của hình lập phương nằm trên hai đáy của hình trụ. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{(C)}}{V_{(T)}}$ giữa khối cầu và khối trụ giới hạn bởi (C) và (T).

A. $\dfrac{V_{(C)}}{V_{(T)}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{V_{(C)}}{V_{(T)}}=\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{V_{(C)}}{V_{(T)}}=\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{V_{(C)}}{V_{(T)}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Xét khối trụ (T) có $\begin{cases}R_{(T)}=OD=\dfrac{1}{2}BD=a\sqrt{2}\\ h_{(T)}=OO'=2a\end{cases}\Rightarrow V_{(T)}=\pi R_{(T)}^2.h_{(T)}=4\pi a^3$.

Xét khối cầu (C) có $R_{(C)}=IB=\sqrt{IO^2+OB^2}=\sqrt{a^2+2a^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow V_{(C)}=\dfrac{4}{3}\pi R_{(C)}^3=4\sqrt{3}\pi a^3$.

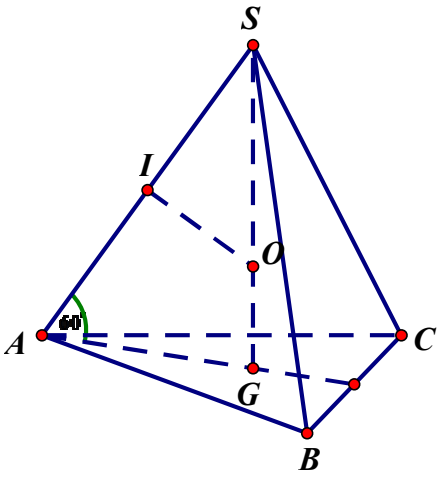
Do đó $\frac{V_{(C)}}{V_{(T)}}=\sqrt{3}$.

Câu 13: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{4a}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

Chọn A



+) Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$ và SG là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

+) Gọi I là trung điểm SA, đường trung trực của SA qua I và cắt SG tại O

$\Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và bán kính mặt cầu $R=SO$.

+) Ta có: $\widehat{(SA,(ABC))}=\widehat{SAG}=60°$, $AG=\frac{2}{3}AH=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$SG=\tan 60°.AG=\frac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3}=a$; $SA=\frac{SG}{\sin 60°}=\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Ta có: $\Delta SIO \sim \Delta SGA \Rightarrow \frac{SI}{SO}=\frac{SG}{SA} \Rightarrow SO=\frac{SI.SA}{SG} \Rightarrow SO=\frac{\frac{a}{\sqrt{3}}.\frac{2a}{\sqrt{3}}}{a}=\frac{2a}{3}$.

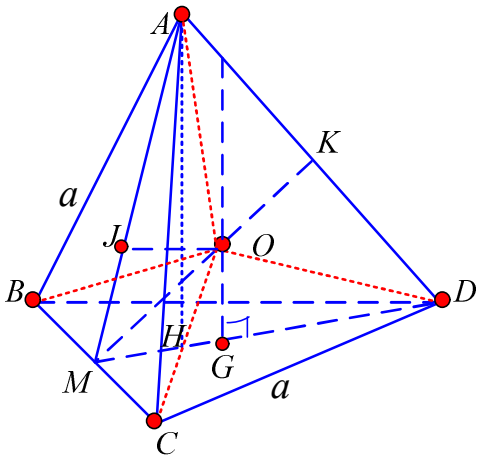
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho $R=SO=\frac{2a}{3}$.

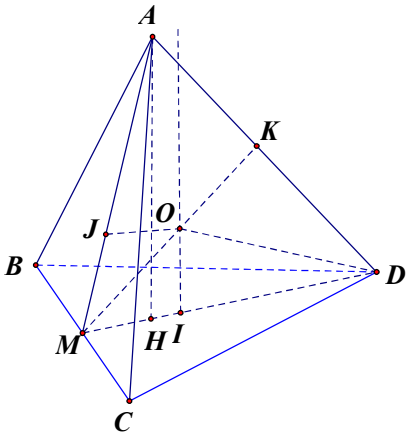
Câu 14: **(Trường BDVH218LTT-khoa 1-năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là các tam giác đều cạnh a, $AD=\frac{4}{3}a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{55}}{11}a$. **B.** $\frac{\sqrt{57}}{11}a$. **C.** $\frac{\sqrt{59}}{11}a$. **D.** $\frac{\sqrt{61}}{11}a$.

Lời giải

Chọn A





Gọi M là trung điểm của BC suy ra $BC \perp AM$, $BC \perp DM$, $AM = DM$ (do ABC và DBC là các tam giác đều). Do đó $BC \perp (AMD)$. (AMD) là mặt phẳng trung trực của BC.

Dựng $AH \perp MD$ thì $AH \perp (BCD)$, $d \perp (BCD)$ tại G là trọng tâm của tam giác DBC nên d là trục của đáy BCD. Gọi O là giao của d và MK (O cũng chính là giao điểm của hai trục của hai đáy DBC và ABC). Mặt khác (AMD) là mặt phẳng trung trực của BC nên $OB = OC = OA = OD$ hay O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

$AM = DM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $DK = \dfrac{1}{2}AD = \dfrac{2}{3}a$,

$MK^2 = MD^2 - DK^2 = \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{2}{3}a\right)^2 \Rightarrow MK = \dfrac{a\sqrt{11}}{6}$

Ta có $\tan \widehat{KMD} = \dfrac{DK}{MK} = \dfrac{OG}{MG} \Rightarrow OG = \dfrac{DK.\mathrm{MG}}{MK} = \dfrac{2a\sqrt{33}}{33}$; $r = OD = \sqrt{OG^2 + GD^2}$ với $GD = \dfrac{2}{3}MD = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ suy ra $r = \dfrac{a\sqrt{55}}{11}$.

Câu 15: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính $50\,\mathrm{cm}$. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là:

A. $10\sqrt{2}(\mathrm{cm})$. **B.** $50\sqrt{2}(\mathrm{cm})$. **C.** $20(\mathrm{cm})$. **D.** $25(\mathrm{cm})$.

Lời giải.

Chọn D

Ta có diện tích miếng tôn là $S = \pi.2500\ (\mathrm{cm}^2)$.

Diện tích toàn phần của hình nón là: $S_{tp} = \pi R^2 + \pi.R.l$.

Thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có: $\pi R^2 + \pi.R.l = 2500\pi \Leftrightarrow R^2 + R.l = 2500 = A \Leftrightarrow l = \dfrac{A}{R} - R$.

Thể tích khối nón là:

$V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h \Leftrightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.\sqrt{l^2 - R^2} \Leftrightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.\sqrt{\left(\dfrac{A}{R} - R\right)^2 - R^2}$

$\Leftrightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.\sqrt{\dfrac{A^2}{R^2} - 2A} \Leftrightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi.\sqrt{A^2.R^2 - 2A.R^4} \Leftrightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi.\sqrt{\dfrac{A^3}{8} - 2A\left(R^2 - \dfrac{A}{4}\right)^2}$

$\Leftrightarrow V \le \frac{1}{3}\pi.\frac{A}{2}\sqrt{\frac{A}{2}}$. Dấu bằng xảy ra khi $R = \sqrt{\frac{A}{4}} = 25$, vậy V đạt GTLN khi $R = 25$.

Câu 16: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$ là:

A. 0. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Đặt $2^x = 3^y = 6^{-z} = t$ với $t > 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = t \\ 3^y = t \\ 6^{-z} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 t \\ y = \log_3 t \\ z = -\log_6 t \end{cases}.$$

Mặt khác: $\log_6 t = \frac{1}{\log_t 6} = \frac{1}{\log_t 3 + \log_t 2} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 t} + \frac{1}{\log_2 t}} = \frac{\log_3 t.\log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t}$.

$M = xy + yz + xz = \log_3 t.\log_2 t - \log_3 t.\log_6 t - \log_6 t.\log_2 t = \log_3 t.\log_2 t - (\log_3 t + \log_2 t).\log_6 t$

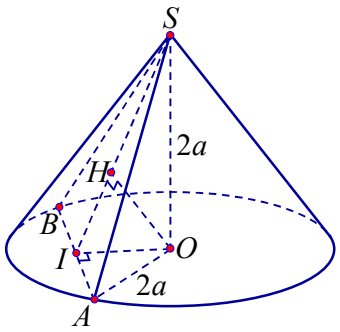
$= \log_3 t.\log_2 t - (\log_3 t + \log_2 t).\frac{\log_3 t.\log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t} = 0.$

Câu 17: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

A. $\frac{a}{\sqrt{5}}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của AB; đường tròn đáy có tâm O, bán kính R.

Kẻ $OH \perp SI$. Ta có $AB \perp SO$ và $AB \perp OI$. Suy ra $AB \perp OH$.

Khi đó $OH \perp (P)$. Do đó $d(O,(P)) = OH$.

Ta có $OI = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$.

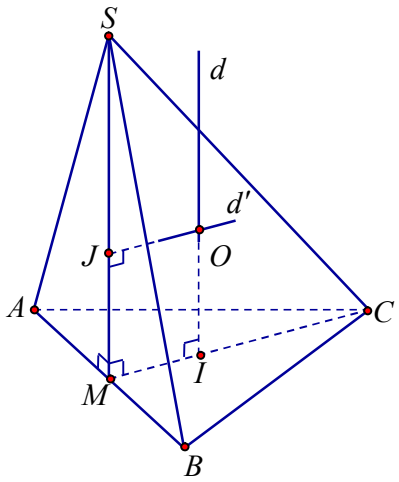
Suy ra $OH = \frac{SO.OI}{\sqrt{SO^2 + OI^2}} = \frac{2a.a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh 1, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. **B.** $V=\dfrac{5\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **D.** $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của AB.Vì ΔSAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SM\perp(ABC)$. Gọi I là trọng tâm ΔABC.Vì ΔABC đều nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Dựng đường thẳng d đi qua I và vuông góc với $mp(ABC)$.

Gọi J là tâm là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB. Dựng đường thẳng d' đi qua J và vuông góc với $mp(SAB)$.

Gọi O là giao điểm của d và d'. Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ với $r=OC$.

Do ΔSAB và ΔABC là những tam giác đều cạnh bằng 1 nên ta có:

$JM=\dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$; $IC=\dfrac{2}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Xét ΔOIC vuông tại I ta có: $OC=\sqrt{IC^2+IO^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{15}}{6}$.

Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho là:

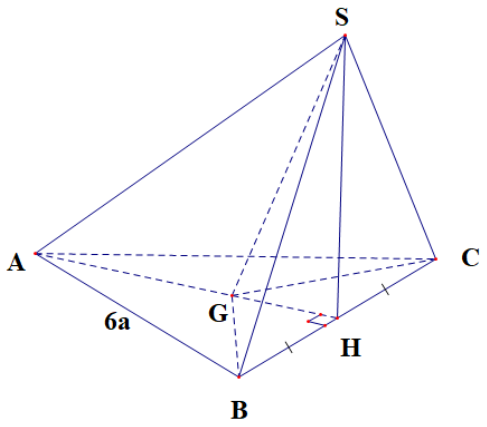
$V=\dfrac{4}{3}\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3\pi=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Câu 19: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $6a$, tam giác SBC vuông tại S và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V=96\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $V=32\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{9}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của cạnh BC.
Vì ΔABC đều nên $AH \perp BC$.
Vì $(SBC) \perp (ABC)$ và $(SBC) \cap (ABC) = BC$ nên $AH \perp (SBC)$.
Do H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC nên AH là trục đường tròn ngoại tiếp ΔSBC
Vì ΔABC đều nên trọng tâm G chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác.
Vậy ta có $GA = GB = GC$. Mà $G \in AH$ nên $GS = GB = GC$.
Suy ra $GS = GA = GB = GC$. Vậy G là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

Bán kính: $R = GA = \frac{2}{3}.6a.\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}a$.

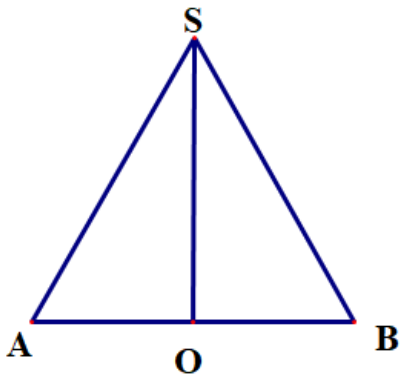
Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là: $V = \frac{4}{3}.\pi\left(2\sqrt{3}a\right)^3 = 32\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 20: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng $60°$. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 2. Tính thể tích khối nón (N).

A. $V = 3\sqrt{3}\pi$. **B.** $V = 4\sqrt{3}\pi$. **C.** $V = 3\pi$. **D.** $V = 6\pi$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác SAB đều vì có $SA = SB$ và $\widehat{ASB} = 60°$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB là: $r = \frac{2}{3}SO = 2 \Leftrightarrow SO = 3$.

Mà $SO = SA.\sin 60° \Rightarrow SA = \frac{SO}{\sin 60°} = \frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$.

Vậy bán kính đường tròn đáy của khối nón là: $R=\frac{AB}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}\pi.\left(\sqrt{3}\right)^2.3=3\pi$.

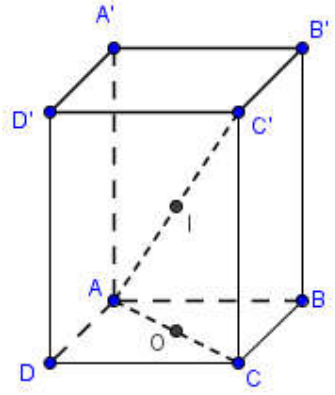
Câu 21: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=6$, $AD=8$, $AC'=12$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

A. $S_{xq}=20\sqrt{11}\pi.$ **B.** $S_{xq}=10\sqrt{11}\pi.$

C. $S_{xq}=10\left(2\sqrt{11}+5\right)\pi.$ **D.** $S_{xq}=5\left(4\sqrt{11}+5\right)\pi.$

Lời giải

Chọn A



Bán kính đường tròn đáy $R=\frac{AC}{2}=\frac{1}{2}.\sqrt{AB^2+AD^2}=\frac{\sqrt{6^2+8^2}}{2}=5.$

Đường sinh của hình trụ $l=CC'=\sqrt{AC'^2-AC^2}=\sqrt{12^2-10^2}=2\sqrt{11}.$

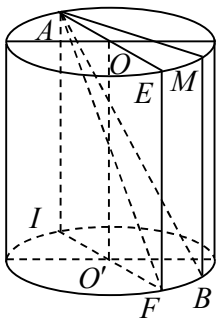
Vậy S_{xq} của hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rl=2\pi.5.2\sqrt{11}=20\sqrt{11}\pi.$

Câu 22: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho khối trụ có bán kính đáy R và có chiều cao $h=2R$. Hai đáy của khối trụ là hai đường tròn có tâm lần lượt là O và O'. Trên đường tròn (O) ta lấy điểm A cố định. Trên đường tròn (O') ta lấy điểm B thay đổi. Hỏi độ dài đoạn AB lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $AB_{\max}=2R\sqrt{2}$. **B.** $AB_{\max}=4R\sqrt{2}$. **C.** $AB_{\max}=4R$. **D.** $AB_{\max}=R\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $AEFI$ là thiết diện đi qua trục của khối trụ.

Với mỗi điểm B thay đổi trên đường tròn (O'), gọi BM là đường sinh của trụ, M thuộc đường tròn (O), khi đó:

$AB^2 = AM^2 + MB^2 = AM^2 + 4R^2 \le AE^2 + 4R^2$. (Dây cung luôn bé hơn hoặc bằng đường kính)

Suy ra $AB_{\max}^2 = AE^2 + 4R^2 = 8R^2$.

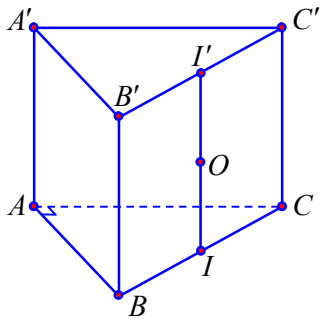
Vậy $AB_{\max} = 2R\sqrt{2}$ khi và chỉ khi $AM = AE$ hay M trùng E, B trùng F.

Câu 23: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Cho khối lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, $AA' = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ đó.

A. $R = 2a\sqrt{2}$. **B.** $R = a$. **C.** $R = a\sqrt{2}$. **D.** $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



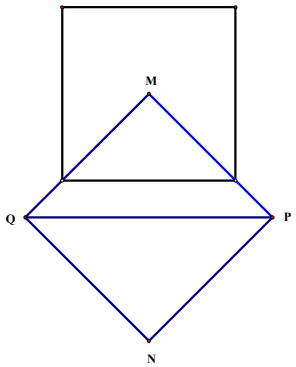
Ta có tam giác ABC vuông tại A nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trung điểm I của BC. Gọi trung điểm của $B'C'$ là I' thì tâm mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thuộc đường thẳng II'.

Xét hình chữ nhật $BCC'B'$ có tâm của hình chữ nhật là trung điểm O của II'.

Tam giác ICO có $OC = \sqrt{IO^2 + IC^2}$

Mà $II' = AA' = 2a$, $BC = 2a$, nên bán kính $R = OC = a\sqrt{2}$.

Câu 24: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018)** Cho hai hình vuông có cạnh đều bằng 5 được xếp lên nhau sao cho đỉnh M của hình vuông này là tâm của hình vuông kia, đường chéo MN vuông góc với cạnh PQ tạo thành hình phẳng (H) (như hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quanh hình (H) quanh trục MN.



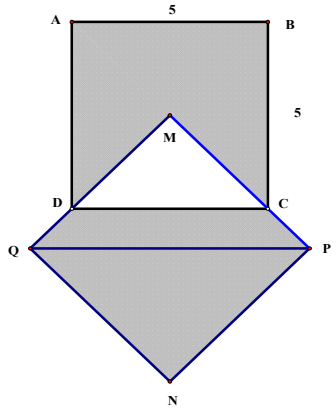
A. $V = \dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **B.** $V = \dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

C. $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. **D.** $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Khi quay hình phẳng (H) quanh trục MN ta được khối tròn xoay, có: phần trên là khối trụ còn phần dưới là khối nón cụt tạo bởi hình thang $CDQP$ và khối nón tạo bởi tam giác NPQ; các khối này có chung đường kính đáy PQ.



Ta có $MN=PQ=\sqrt{MQ^2+QN^2}=5\sqrt{2}$

Chiều cao của hình nón cụt $CDQP$ là $h=\dfrac{MN}{2}-\dfrac{CD}{2}=\dfrac{5\sqrt{2}-5}{2}$

Thể tích khối trụ $V_t=\pi.\left(\dfrac{CD}{2}\right)^2.PS=\pi.\left(\dfrac{5}{2}\right)^2.5=\dfrac{125\pi}{4}$.

Thể tích khối nón cụt tạo bởi hình thang $CDQP$ là

$$V_1=\frac{1}{3}\pi\left[\left(\frac{PQ}{2}\right)^2+\left(\frac{CD}{2}\right)^2+\frac{PQ}{2}.\frac{CD}{2}\right].h$$

$$\frac{1}{3}\pi\left[\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5\sqrt{2}}{2}.\frac{5}{2}\right].\frac{5\sqrt{2}-5}{2}=\frac{125\pi\left(2\sqrt{2}-1\right)}{24}$$

Thể tích khối nón tạo bởi tam giác NPQ là

$$V_2=\frac{\pi}{3}.\left(\frac{PQ}{2}\right)^2.\frac{MN}{2}=\frac{\pi}{3}.\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2.\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{125\pi\sqrt{2}}{12}.$$

Vậy thể tích V của vật thể tròn xoay khi quanh hình (H) quanh trục MN là

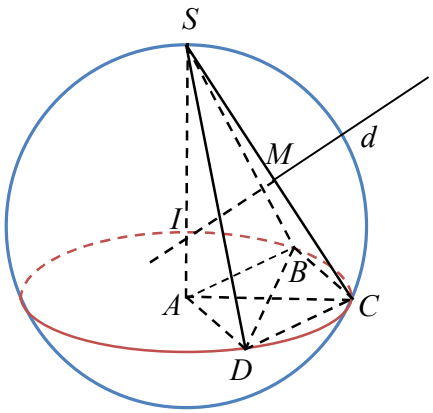
$$V=V_t+V_1+V_2=\frac{125\pi}{4}+\frac{125\pi\left(2\sqrt{2}-1\right)}{24}+\frac{125\pi\sqrt{2}}{12}=\frac{125\pi\left(5+4\sqrt{2}\right)}{24}.$$

Câu 25: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $\widehat{BAD}=120°$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA=3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.BCD$.

A. $R=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{5}a}{3}$. **C.** $R=\dfrac{5a}{3}$. **D.** $R=\dfrac{4a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Xét hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD}=120^\circ$ nên $AD=AC=AB$, suy ra A là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy BCD.

Theo giả thiết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ nên đường thẳng SA là trục của đáy BCD.

Gọi M là trung điểm SD, trong mặt phẳng (SAD) kẻ đường thẳng d vuông góc với SD tại M, d cắt SA tại I. Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.BCD$.

Lúc đó $R=IS$.

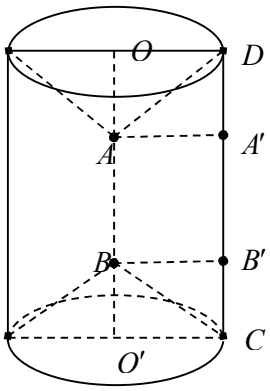
Ta có $\Delta ISM\backsim\Delta DSA\Rightarrow\dfrac{IS}{DS}=\dfrac{SM}{SA}\Rightarrow IS=\dfrac{SM.DS}{SA}=\dfrac{\frac{a\sqrt{10}}{2}.a\sqrt{10}}{3a}=\dfrac{5a}{3}$.

Câu 26: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB=1$, đáy lớn $CD=3$, cạnh bên $BC=DA=\sqrt{2}$. Cho hình thang đó quay quanh AB thì được vật tròn xoay có thể tích bằng

A. $\dfrac{4}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{5}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{2}{3}\pi$. **D.** $\dfrac{7}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn D



Gọi V là thể tích vật tròn xoay cần tìm. V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón đỉnh A, và đỉnh B, V_T là thể tích khối trụ trục $O'O$ như hình vẽ.

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên cạnh CD.

Suy ra $\Delta AA'D=\Delta BB'C$ (cạnh huyền – góc nhọn).

Suy ra $2A'D=CD-A'B'=3-1=2$. Suy ra $A'D=B'C=1$.

Mặt khác $O'C=\sqrt{BC^2-BO'^2}=1$

Ta có $AO=BO'=1$ và $OD=O'C=1$ nên ta có $V_1=V_2$.

Thể tích vật tròn xoay cần tìm là

$$V=V_T-2V_1=\pi.R^2CD-2.\frac{1}{3}\pi R^2.AO=\pi R^2\left(CD-\frac{2}{3}AO\right).$$

$$V=\pi.1^2.\left(3-\frac{2}{3}\right)=\frac{7}{3}\pi.$$

Câu 27: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^2h}{4}$.

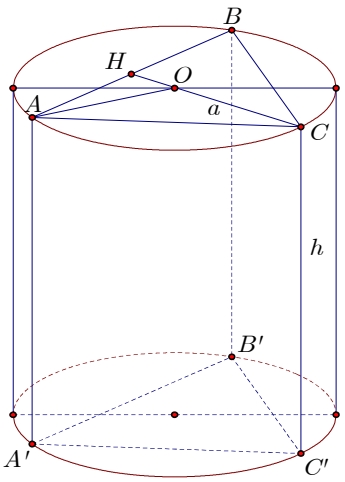
B. $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$.

C. $V=\dfrac{\pi}{3}\left(h^2+\dfrac{4a^2}{3}\right)\sqrt{\dfrac{h^2}{4}+\dfrac{a^2}{3}}$.

D. $V=\dfrac{3\sqrt{3}\pi a^2h}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có tam giác đều ABC có đường cao $CH=\dfrac{3}{2}CO=\dfrac{3}{2}a$ nên cạnh $AC=\dfrac{2CH}{\sqrt{3}}=a\sqrt{3}$.

Suy ra $S_{\Delta ABC}=\dfrac{\left(a\sqrt{3}\right)^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Lại có $CC'=h$. Vậy thể tích khối lăng trụ cần tìm là $V=S_{\Delta ABC}.CC'=\dfrac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$.

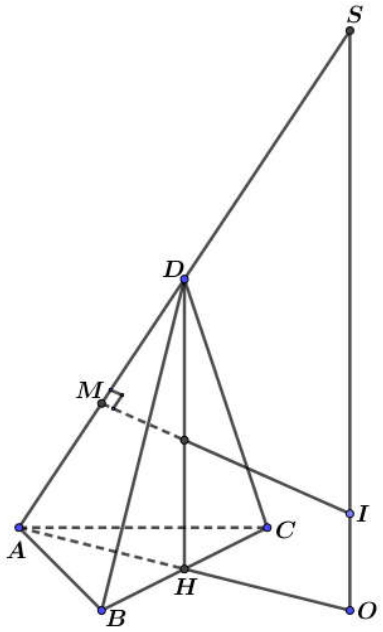
Câu 28: **(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với $\widehat{BAC}=120°$, $AB=AC=a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm

BC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V=\dfrac{a^3}{16}$.

A. $R=\dfrac{\sqrt{91}a}{8}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{13}}{4}$. **C.** $R=\dfrac{13a}{2}$. **D.** $R=6a$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm BC.

Có $AB=a,\ \widehat{BAH}=60^\circ \Rightarrow AH=\dfrac{a}{2};\ BH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BC=a\sqrt{3}$.

$V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}DH.S_{ABC} \Leftrightarrow \dfrac{a^3}{16}=\dfrac{1}{3}DH.\dfrac{1}{2}a^2\dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow DH=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $DA=\sqrt{AH^2+DH^2}=\dfrac{a\sqrt{7}}{4}$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì bán kính đường tròn đó là $R=AO=\dfrac{BC}{2\sin A}=a$. Vậy H là trung điểm AO.

Kẻ trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, đường thẳng này cắt AD tại S với D là trung điểm SA. Vậy $SO=2DH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SA=2DA=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$ và $SM=\dfrac{3}{4}SA=\dfrac{3a\sqrt{7}}{8}$.

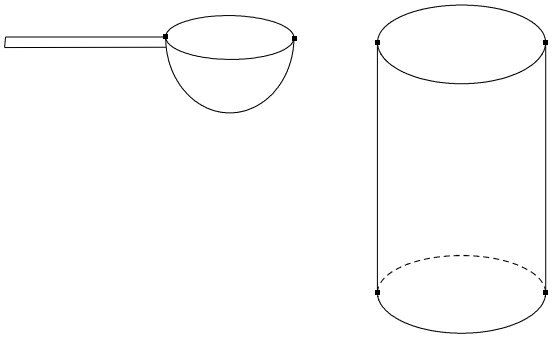
Từ trung điểm M của đoạn AD kẻ đường vuông góc với AD, cắt SO tại I.

Dễ dàng có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Hai tam giác vuông SAO và SIM đồng dạng nên $\dfrac{MI}{OA}=\dfrac{SM}{SO}\Rightarrow MI=a.\dfrac{3\sqrt{7}a}{8.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{a\sqrt{21}}{4}$.

Bán kính mặt cầu bằng $R_{ABCD}=ID=\sqrt{MI^2+MD^2}=\dfrac{a\sqrt{91}}{8}$.

Câu 29: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Một người dùng một cái ca hình bán cầu (Một nửa hình cầu) có bán kính là $3(\text{cm})$ để múc nước đổ vào một cái thùng hình trụ chiều cao $10(\text{cm})$ và bán kính đáy bằng $6(\text{cm})$. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy)



A. 10 lần. **B.** 24 lần. **C.** 12 lần. **D.** 20 lần.

Lời giải

Chọn D

Thể tích nước cần múc bằng thể tích của trụ: $V=\pi R^2h=\pi 6^2 10=360\pi(\text{cm}^3)$.

Thể tích của mỗi ca nước bằng một nửa thể tích khối cầu bán kính $3(\text{cm})$, nên thể tích nước mỗi lần múc là $V'=\frac{1}{2}\frac{4}{3}\pi.3^3=18\pi(\text{cm}^3)$.

Suy ra số lần cần múc để đổ đầy thùng nước là: $\frac{360\pi}{18\pi}=20$ (lần).

Câu 30: **(SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=\frac{x+3}{x+2}$ có đồ thị (C). Tính tổng tất cả các giá trị của m để đường thẳng $d: y=2x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B và cắt tiệm cận đứng của (C) tại điểm M sao cho $MA^2+MB^2=25$.

A. 10. **B.** 9. **C.** -2. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$$\frac{x+3}{x+2}=2x+m\Leftrightarrow 2x^2+(3+m)x+2m-3=0\ (1),\ (x\neq -2).$$

Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=(3+m)^2-4.2.(2m-3)>0\\ 2.(-2)^2+(3+m).(-2)+2m-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-10m+33>0\\ -1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow(m-5)^2+8>0,\forall m.$$

Khi đó, gọi $A(x_1;2x_1+m)$; $B(x_2;2x_2+m)$ và $M(-2;m-4)$.

Ta có $MA^2+MB^2=25\Leftrightarrow(x_1+2)^2+4(x_1+2)^2+(x_2+2)^2+4(x_2+2)^2=25$

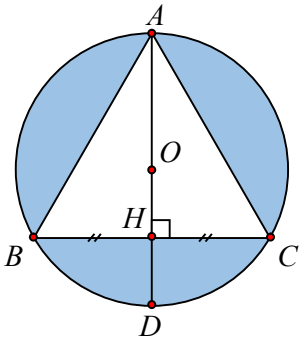
$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2+4(x_1+x_2)=5\ (*)$.

Theo Vi-ét, ta có $x_1+x_2=-\dfrac{3+m}{2}$; $x_1x_2=\dfrac{2m-3}{2}$.

Thế vào $(*)$ được: $\dfrac{m^2+6m+9}{4}-4m-8=0\Leftrightarrow m^2-10m-23=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=5+4\sqrt{3} \\ m=5-4\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Vậy $\left(5+4\sqrt{3}\right)+\left(5-4\sqrt{3}\right)=10$.

Câu 31: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tam giác ABC đều cạnh 3 và nội tiếp trong đường tròn tâm O, AD là đường kính của đường tròn tâm O. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho phần tô đậm (hình vẽ dưới đây) quay quanh đường thẳng AD bằng



A. $V=\dfrac{9\sqrt{3}}{8}\pi$. **B.** $\dfrac{23\sqrt{3}\pi}{8}$. **C.** $V=\dfrac{23\sqrt{3}}{24}\pi$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{3}\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi V_1 là thể tích của khối cầu có được bằng cách quay hình tròn tâm (O) quanh trục AD.

Gọi V_2 là thể tích của khối nón có được bằng cách quay tam giác AHC quanh trục AD.

Thể tích cần tìm là $V=V_1-V_2$.

Đường tròn tâm O có bán kính $R=OA=\sqrt{3}$. Ta có $V_1=\dfrac{4}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^3=4\sqrt{3}\pi$.

Khối nón có bán kính đáy $r=\dfrac{3}{2}$, chiều cao $h=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$, do đó $V_2=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3\sqrt{3}}{2}.\left(\dfrac{3}{2}\right)^2\pi=\dfrac{9\sqrt{3}\pi}{8}$

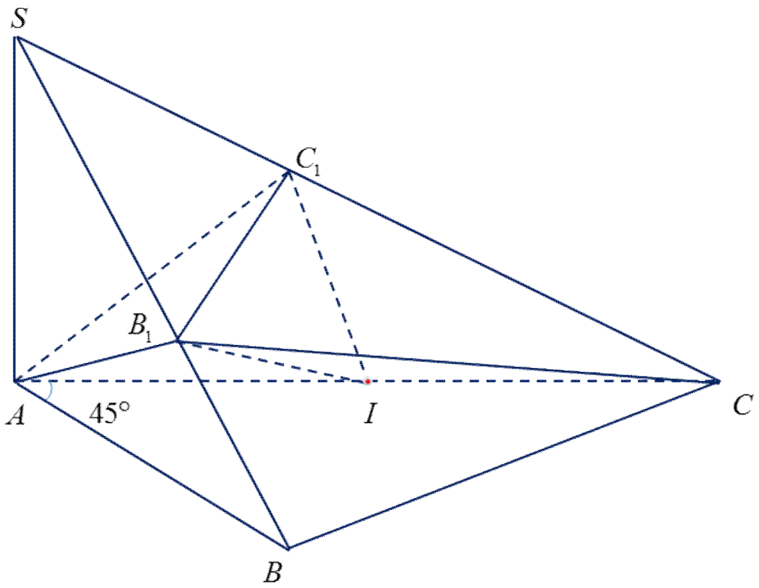
Thể tích cần tìm là $V=V_1-V_2=\dfrac{23\sqrt{3}\pi}{8}$.

Câu 32: **(THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC), $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC}=45°$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC. Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$.

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\pi a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC^2 = a^2 + 2a^2 - 2.a.a\sqrt{2}.\cos 45° = a^2 \Rightarrow BC = a$.

Suy ra tam giác ABC vuông tại B.

$\left.\begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB_1$.

$\left.\begin{matrix} AB_1 \perp CB \\ AB_1 \perp SB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB_1 \perp (SBC) \Rightarrow AB_1 \perp CB_1$.

Gọi I là trung điểm AC, suy ra $IC = IA = IB$.

Tam giác AB_1C vuông tại B_1 suy ra $IC = IA = IB_1$.

Tam giác AC_1C vuông tại C_1 suy ra $IC = IA = IC_1$.

Do đó hình chóp $A.BCC_1B_1$ nội tiếp mặt cầu tâm I, bán kính $r = IA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$ là $V = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \dfrac{a^3\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 33: **(THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Một kỹ sư thiết kế một cây cột ăng-ten độc đáo gồm các khối cầu kim loại xếp chồng lên nhau sao cho khối cầu ở trên có bán kính bằng một nửa khối cầu ở dưới. Biết khối cầu dưới cùng có bán kính bằng 2 m. Chiều cao của cây cột ăng-ten

A. Không quá 6 mét. **B.** Cao hơn 10 mét. **C.** Không quá 8 mét. **D.** Cao hơn 16 mét.

Lời giải

Chọn C

Giả sử cột ăngten gồm có n khối cầu kim loại xếp chồng lên nhau.

Khi đó khối cầu dưới cùng có chiều cao $h_1 = 2R_1 = 2.2 = 4$ (mét).

Khối thứ 2 (tính từ dưới lên) có chiều cao $h_2 = 2R_2 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^1 h_1 = 2$ (mét).

Khối thứ 3 (tính từ dưới lên) có chiều cao $h_3 = 2R_3 = \dfrac{1}{2}h_2 = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 h_1 = 1$ (mét).

...

Khối thứ n (tính từ dưới lên) có chiều cao $h_n = 2R_{n-1} = \frac{1}{2}h_{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} h_1$ (mét).

Suy ra chiều cao h của cột ăngten là:

$$h = h_1 + h_2 + h_3 + ... + h_n = h_1 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 h_1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 h_1 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 h_1 ... + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} h_1 \text{ (mét).}$$

Đây chính là tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu tiên $h_1 = 4$, công bội $q = \frac{1}{2}$.

Vậy chiều cao của ăngten có thể đạt được là:

$$S = h_1 + h_2 + h_3 + ... + h_n = h_1 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 h_1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 h_1 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 h_1 ... + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} h_1 \text{ (mét).}$$

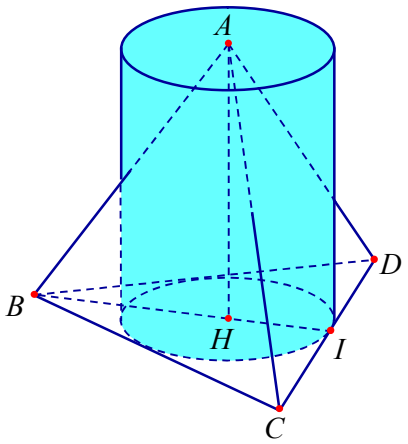
$$= \frac{h_1\left[1-q^n\right]}{1-q} = \frac{h_1\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{4\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]}{1-\left(\frac{1}{2}\right)} = 8\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right] < 8 \text{ (mét)}$$

(Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$. **B.** $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. **C.** $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác BCD đều cạnh 4 có diện tích: $S_{BCD} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Áp dụng công thức tính nhanh thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{16}{3}\sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ Độ dài đường cao khối tứ diện: $h = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Bán kính đáy đường tròn nội tiếp tam giác BCD: $r = \frac{S}{p} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

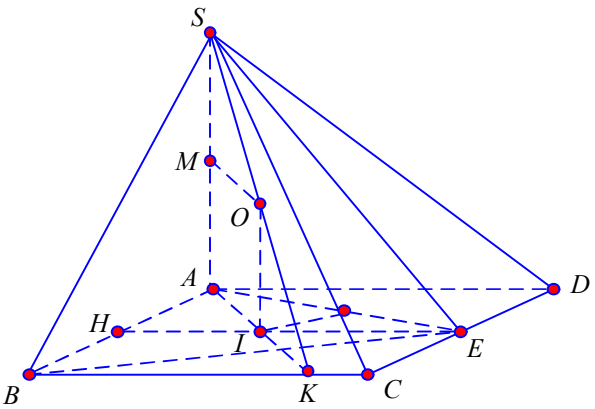
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.\frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA=a$. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Mặt cầu đi qua bốn điểm S, A, B, E có bán kính là

A. $\frac{a\sqrt{41}}{8}$. **B.** $\frac{a\sqrt{41}}{24}$. **C.** $\frac{a\sqrt{41}}{16}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

Chọn A



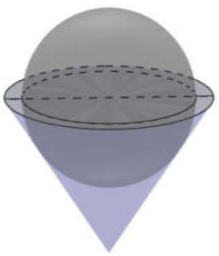
Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB, SA. Gọi I là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔABE, d là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABE suy ra $d//SA$, $AI\cap BC=K$ suy ra $d\cap SK=O$ thì O là giao của mặt phẳng trung trực của cạnh bên SA và trục d của đáy ABE nên O là trung điểm của SK và là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABE$. Do đó tứ giác $MOIA$ là hình chữ nhật nên $IA=MO$.

Ta có $AE=BE=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$ nên trong ΔABE ta có $S_{\Delta ABE}=\frac{1}{2}a^2=\frac{AB.AE.BE}{4R}$ với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác. Suy ra $R=\frac{AB.AE.BE}{2a^2}=\frac{5a}{8}=IA$.

Xét ΔSMO vuông tại M ta có:

$r=SO=\sqrt{SM^2+MO^2}=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+IA^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{25a^2}{64}}=\frac{a\sqrt{41}}{8}$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABE$.

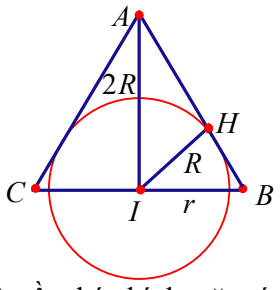
Câu 2: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Một bình đựng nước dạng hình nón (không có đáy), đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu không thấm nước, có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là V. Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu chìm trong nước (hình bên). Tính thể tích nước còn lại trong bình.



A. $\frac{1}{6}V$. **B.** $\frac{1}{3}V$. **C.** V. **D.** $\frac{1}{\pi}V$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử R, r lần lượt là bán kính mặt cầu, bán kính mặt nón.

Xét ΔAHI vuông tại H ta có: $\sin\widehat{HAI}=\dfrac{R}{2R}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\widehat{HAI}=30^\circ$

Xét ΔABI vuông tại I ta có: $\tan 30^\circ=\dfrac{r}{2R}\Rightarrow r=\dfrac{2\sqrt{3}R}{3}$

Thể tích nước tràn ra ngoài là $V=\dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{3}.\pi R^3=\dfrac{2\pi R^3}{3}$

Thể tích khối nón là $V_1=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{2\sqrt{3}R}{3}\right)^2.2R=\dfrac{8\pi R^3}{9}$

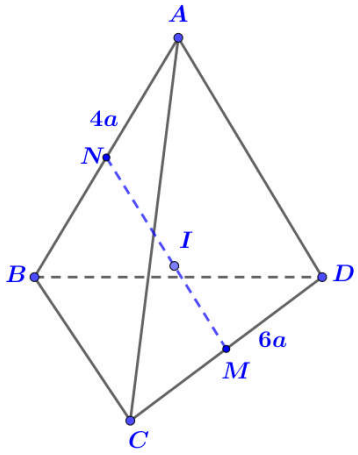
Thể tích nước còn lại là $V_2=\dfrac{8\pi R^3}{9}-\dfrac{2\pi R^3}{3}=\dfrac{2\pi R^3}{9}\Rightarrow V_2=\dfrac{1}{3}V$.

Câu 3: **(THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=4a$, $CD=6a$, các cạnh còn lại có độ dài $a\sqrt{22}$. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{79}}{3}$. **B.** $R=\dfrac{5a}{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{85}}{3}$. **D.** $R=3a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm CD và AB.

Ta có: $\begin{cases}AB\perp CN\\AB\perp DN\end{cases}\Rightarrow AB\perp MN$; tương tự $CD\perp MN$. Suy ra MN là đường trung trực và là đoạn vuông góc chung của AB và CD.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ thì I thuộc MN.

Xét tam giác ANC vuông tại N có: $CN=\sqrt{AC^2-NA^2}=\sqrt{22a^2-4a^2}=3\sqrt{2}a$.

Xét tam giác CMN vuông tại M có: $MN=\sqrt{CN^2-CM^2}=\sqrt{18a^2-9a^2}=3a$.

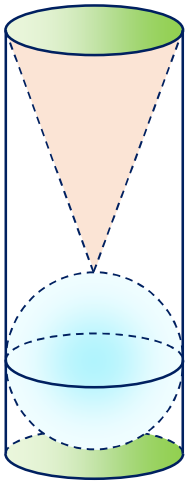
Lại có:

$$\begin{cases} IM+IN=3a \\ IM^2+MC^2=IN^2+NA^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IM+IN=3a \\ IM^2-IN^2=NA^2-MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IM+IN=3a \\ (IM+IN)(IM-IN)=-5a^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IM+IN=3a \\ IM-IN=-\dfrac{5}{3}a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IM=\dfrac{2}{3}a \\ IN=\dfrac{7}{3}a \end{cases}.$$

Vậy bán kính cần tìm là $R=\sqrt{IM^2+MC^2}=\sqrt{\dfrac{4}{9}a^2+9a^2}=\dfrac{\sqrt{85}}{3}a$.

Câu 4: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy ; một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



A. $\dfrac{5}{9}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi bán kính đường tròn đáy của hình trụ là R.

Theo giả thiết và hình vẽ thì:

- Hình trụ có bán kính đường tròn đáy là R, chiều cao là $6R$.
- Mặt cầu có bán kính là R.
- Hình nón có bán kính đường tròn đáy là R, chiều cao là $4R$.

Thể tích lượng nước ban đầu V bằng thể tích khối trụ nên $V=\pi R^2.6R=6\pi R^3$.

Thể tích lượng nước tràn ra V_1 bằng tổng thể tích khối nón và khối cầu nên $V_1=\dfrac{1}{3}\pi R^2.4R+\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{8\pi R^3}{3}$.

Thể tích lượng nước còn lại trong cốc là $V_2=V-V_1=6\pi R^3-\dfrac{8\pi R^3}{3}=\dfrac{10\pi R^3}{3}$.

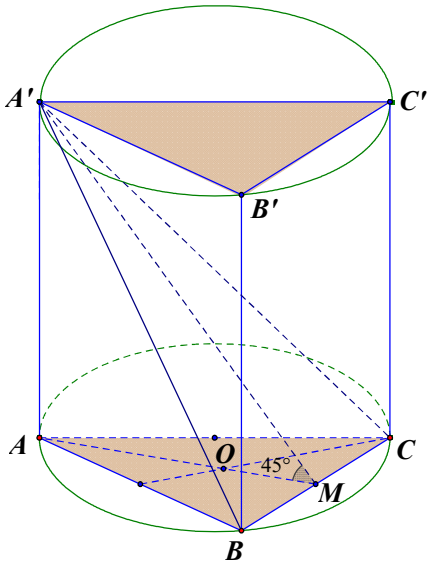
Do đó tỉ số thể tích của lượng nước còn lại và lượng nước ban đầu là: $\dfrac{V_2}{V}=\dfrac{\dfrac{10\pi R^3}{3}}{6\pi R^3}=\dfrac{5}{9}$.

Câu 5: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $45°$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC. Khi đó ta có $BC \perp AM$, $BC \perp A'M$

Suy ra: $((A'BC),(ABC)) = \widehat{A'MA} = 45° \Rightarrow A'A = AM$. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC.

Đặt $BC = x$, $x > 0$. Ta có $AM = A'A = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'M = \frac{x\sqrt{6}}{2}$.

Nên $S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2}.A'M.BC = \frac{x^2\sqrt{6}}{4} = a^2\sqrt{6} \Rightarrow x = 2a$.

Khi đó: $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và $A'A = a\sqrt{3}$.

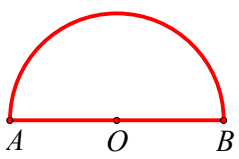
Suy ra diện tích xung quang khối trụ là: $S_{xq} = 2\pi.OA.A'A = 2\pi.\frac{2a\sqrt{3}}{3}.a\sqrt{3} = 4\pi a^2$.

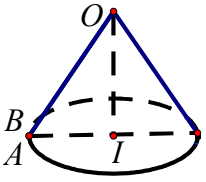
Câu 6: (THPT Kiến An-Hải Phòng năm 2017-2018) Cho nửa hình tròn tâm O, đường kính AB. Người ta ghép hai bán kính OA, OB lại tạo thành mặt xung quanh của hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón đó.

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C





Gọi R, r lần lượt là bán kính của nửa hình tròn tâm O và hình nón.

Hình nón có đường sinh $l = OA = R$ và chu vi đường tròn đáy bằng nửa chu vi hình tròn tâm O, đường kính AB. Do đó $2\pi r = \pi R \Leftrightarrow r = \dfrac{R}{2}$.

Gọi I là tâm đường tròn đáy của hình nón.

Xét ΔOAI vuông tại I có : $\sin \widehat{AOI} = \dfrac{AI}{OA} = \dfrac{\frac{R}{2}}{R} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AOI} = 30°$.

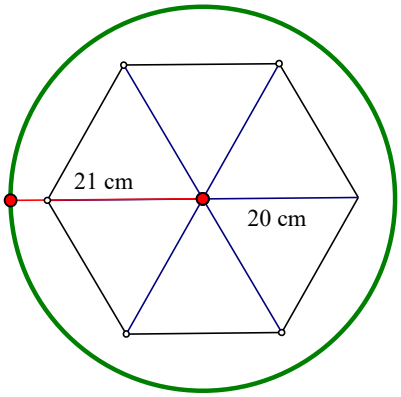
Do đó góc ở đỉnh của hình nón bằng $60°$.

Câu 7: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 10 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh 20 cm; sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa vào xung quanh) mỗi cột là một khối trụ có đường kính đáy bằng 42 cm. Chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 4 m. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50 kg thì tương đương với 64000 cm^3 xi măng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bao xi măng loại 50 kg để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột?

A. 22 bao. **B.** 17 bao. **C.** 18 bao. **D.** 25 bao.

Lời giải

Chọn C



Thể tích 10 cây cột cần hoàn thiện là: $V = 10 \times 400 \times \left(\pi 21^2 - 6\dfrac{20^2\sqrt{3}}{4} \right) = 1384847,503 \ \left(\text{cm}^3\right)$.

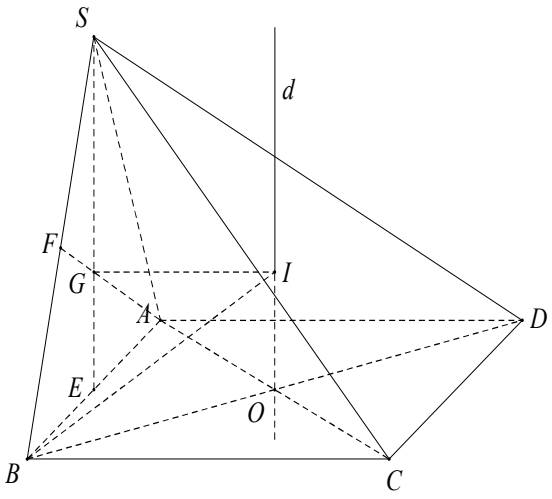
Số bao xi măng cần dùng là: $\dfrac{1384847,503 \times \frac{80}{100}}{64000} \approx 17,3106$

Câu 8: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = 3$, $AD = 2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $V = \dfrac{20\pi}{3}$. **C.** $V = \dfrac{16\pi}{3}$. **D.** $V = \dfrac{10\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E là trung điểm AB

Dễ thấy $SE \perp (ABCD)$.

Dựng trục d qua O và song song với SE.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Đường thẳng đi qua G vuông góc với mặt phẳng (ABC) cắt d tại I. I là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có $SE = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SG = \dfrac{2}{3}SE = \sqrt{3}$.

$GI = EO = \dfrac{1}{2}AD = 1$.

$R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \sqrt{4} = 2$.

Suy ra thể tích khối cầu ngoại tiếp là:

$V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.8 = \dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 9: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp sữa hình trụ có thể tích V (không đổi) được làm từ một tấm tôn có diện tích đủ lớn. Nếu hộp sữa chỉ kín một đáy thì để tốn ít vật liệu nhất, hệ thức giữa bán kính đáy R và đường cao h bằng

A. $h = R$. **B.** $h = \sqrt{2}R$. **C.** $h = \sqrt{3}R$. **D.** $h = 2R$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích hộp sữa là $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi R^2}$.

Ta có diện tích của tấm tôn để làm hộp sữa là $S = S_{xq} + S_{đáy} = 2\pi Rh + \pi R^2 = \dfrac{2V}{R} + \pi R^2$.

Vậy $S = \dfrac{V}{R} + \dfrac{V}{R} + \pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{V^2}{R^2}.\pi R^2} = 3\sqrt[3]{\pi V^2}$.

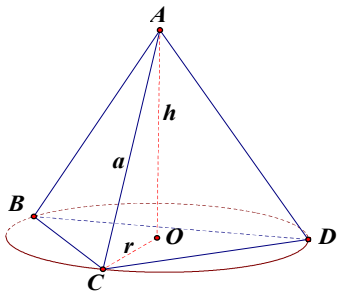
Vậy $S_{\min} = 3\sqrt[3]{\pi V^2}$ khi $\dfrac{V}{R} = \pi R^2 \Leftrightarrow h = \dfrac{V}{\pi R^2} = R$.

Câu 10: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{27}$. **C.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{9}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi là O tâm của tam giác đều BCD. Ta có $AO=h$, $OC=r\Rightarrow r=\dfrac{2}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $h^2=a^2-r^2=a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2=\dfrac{2a^2}{3}\Rightarrow h=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Vậy thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi\dfrac{a^2}{3}\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

Câu 11: **(THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018)**. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\dfrac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{9}$.

Lời giải

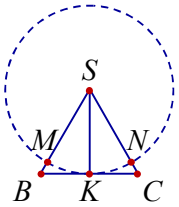
Chọn B

Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên khối trụ có chiều cao bằng $2r$.

Ta có: $S_{tp}=4\pi\Leftrightarrow 2\pi r^2+2\pi rl=4\pi\Leftrightarrow 6\pi r^2=4\pi\Rightarrow r=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

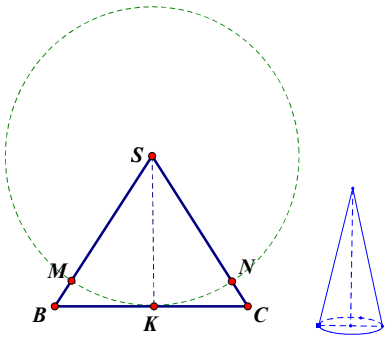
Tính thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h=2\pi r^3=2\pi\dfrac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

Câu 12: **(THPT Đức Thọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Một tấm tôn hình tam giác đều SBC có độ dài cạnh bằng 3. K là trung điểm BC. Người ta dùng compa có tâm là S, bán kính SK vạch một cung tròn MN. Lấy phần hình quạt gò thành hình nón không có mặt đáy với đỉnh là S, cung MN thành đường tròn đáy của hình nón (hình vẽ). Tính thể tích khối nón trên.



A. $\dfrac{\pi\sqrt{105}}{64}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{32}$. **C.** $\dfrac{3\pi\sqrt{3}}{32}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{141}}{64}$.

Lời giải



Chọn A

Ta có $SK = SB\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích phần hình quạt là $S_{quat} = \dfrac{1}{6}\pi SK^2 = \dfrac{1}{6}\pi\dfrac{27}{4} = \dfrac{9\pi}{8}$.

Gọi r là bán kính đáy của hình nón. Suy ra $2\pi r = \dfrac{1}{6}2\pi SK \Rightarrow r = \dfrac{SK}{6} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của khối nón bằng $h = \sqrt{SK^2 - r^2} = \dfrac{\sqrt{105}}{4}$.

Thể tích bằng $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{3}{16}\cdot\dfrac{\sqrt{105}}{4} = \dfrac{\pi\sqrt{105}}{64}$.

Câu 13: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a, (S) là mặt cầu tiếp xúc với sáu cạnh của tứ diện $ABCD$. M là một điểm thay đổi trên (S). Tính tổng $T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$.

A. $\dfrac{3a^2}{8}$. **B.** a^2. **C.** $4a^2$. **D.** $2a^2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là tâm mặt cầu (S), theo giả thiết thì I là tâm của tứ diện đều $ABCD$.Gọi O là tâm tam giác BCD thì $AI = \dfrac{3}{4}AO = \dfrac{3}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3} = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$; $R = \sqrt{AI^2 - \dfrac{AB^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Ta có $T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MD}^2$

$= \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID}\right)^2$

$= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}\right) + 4IA^2$

$= 4\left(R^2 + IA^2\right)$

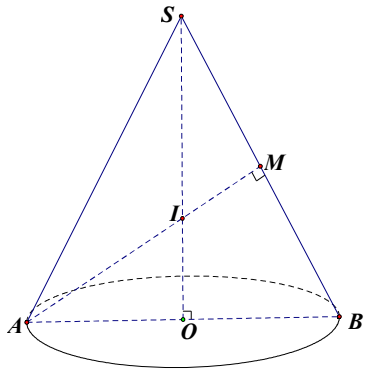
$= 2a^2$.

Câu 14: **(THPT Thăng Long-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu nội tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C



Giả sử cạnh của tam giác đều SAB bằng 1.

Gọi thiết diện qua trục hình nón là tam giác đều SAB.

Gọi I là trọng tâm tam giác đều SAB, khi đó I là tâm mặt cầu nội tiếp hình nón cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là $R = SI = \frac{2}{3}SO = \frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là $r = IO = \frac{1}{3}SO = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình nón là $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$.

Thể tích mặt cầu nội tiếp hình nón là $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\sqrt{3}}{54}\pi$.

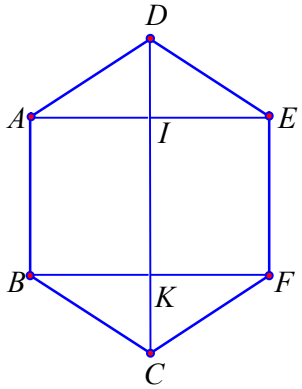
Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 8$.

Câu 15: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho hình thang cân $ABCD$; $AB // CD$; $AB = 2$; $CD = 4$. Khi quay hình thang quanh trục CD thu được một khối tròn xoay có thể tích bằng 6π. Diện tích hình thang $ABCD$ bằng:

A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



Gọi I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên đáy lớn CD và E, F là hai điểm đối xứng với A, B qua trục CD.

Khi đó khối tròn xoay thu được gồm: một khối trụ bán kính AI, đường sinh AB và hai khối nón bằng nhau có bán kính đáy AI và chiều cao DI.

Ta có $DI=\frac{1}{2}AB=1$.

Thể tích khối tròn xoay tạo được là: $V=\pi AI^2.AB+2.\frac{1}{3}\pi AI^2.AI=6\pi \Leftrightarrow AI=\frac{3}{2}$.

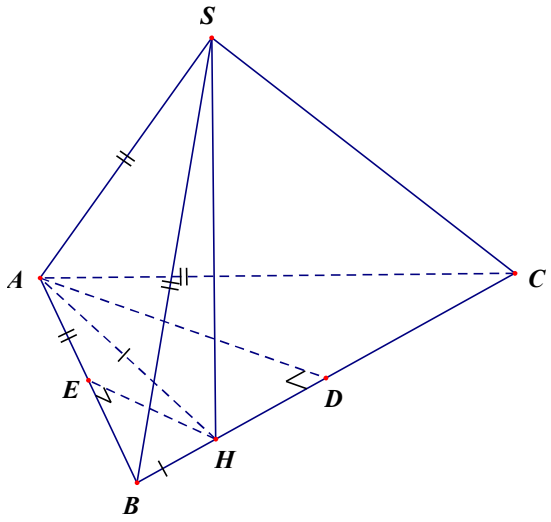
Vậy diện tích hình thang $ABCD$ bằng: $\frac{1}{2}(AB+CD)AI=\frac{9}{2}$.

Câu 16: **(THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, mặt bên (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=SB=AB=AC=a$; $SC=a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $BC=x$ $(x>0)$.

Kẻ $SH\perp BC$, $(H\in BC)\Rightarrow SH\perp(ABC)$.

Mà $SA=SB\Rightarrow HA=HB$.

Gọi E là trung điểm AB.

Ta có ΔBHE đồng dạng ΔBAD, suy ra $\frac{BH}{BA}=\frac{BE}{BD}\Rightarrow BH=\frac{BA.BE}{BD}=\frac{a^2}{x}\Rightarrow CH=x-\frac{a^2}{x}$.

Trong tam giác vuông SBH có: $SH^2=SB^2-HB^2=a^2-\frac{a^4}{x^2}$.

Trong tam giác vuông SHC có: $SC^2=SH^2+HC^2\Rightarrow 2a^2=a^2-\frac{a^4}{x^2}+\left(x-\frac{a^2}{x}\right)^2\Rightarrow x=a\sqrt{3}$.

Do $SB=a;SC=a\sqrt{2};BC=a\sqrt{3}\Rightarrow\Delta SBC$ vuông tại S.

Mặt khác $\left.\begin{array}{l} AD \perp BC \\ AD \perp SH \end{array}\right\} \Rightarrow AD \perp (SBC)$.

Suy ra AD là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC.

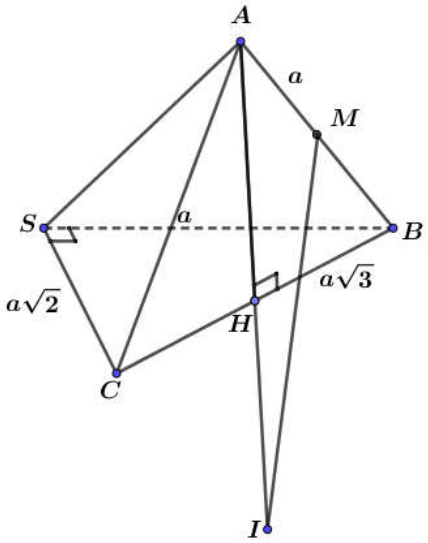
Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, suy ra $IA = IB = IC = IS$. Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $AD = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$, suy ra $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AD.BC = \frac{1}{2}.\frac{a}{2}.a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $IA = \frac{AB.BC.AC}{4S_{\Delta ABC}} = \frac{a.a.a\sqrt{3}}{a^2\sqrt{3}} = a$.

Vậy diện tích mặt cầu là: $S_{mc} = 4\pi.IA^2 = 4\pi a^2$.

Cách khác



Do $AS = AB = AC$ nên A thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC.

Do $(ABC) \perp (SBC)$ nên hạ $AH \perp BC$ thì $AH \perp (SBC)$.

Vậy AH là trục đường tròn ngoại tiếp đáy (SBC), nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC.

Suy ra H là trung điểm BC và ΔSBC vuông tại S, suy ra $BC = a\sqrt{3}$ và $AH = \frac{a}{2}$.

Kẻ trung trực MI của đoạn AB thì I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp $SABC$ và bán kính của nó bằng $R = \frac{AB^2}{2AH} = a$.

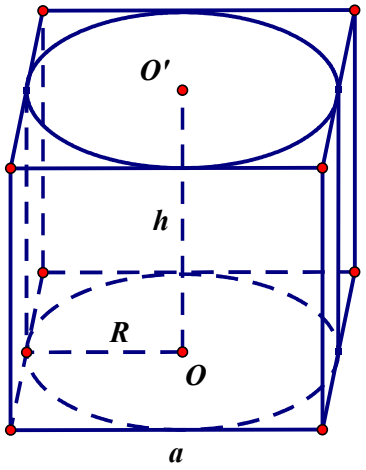
Vậy diện tích mặt cầu là: $S_{mc} = 4\pi.IA^2 = 4\pi a^2$.

Câu 17: **(THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018)** Cần đẽo thanh gỗ hình hộp có đáy là hình vuông thành hình trụ có cùng chiều cao. Tỉ lệ thể tích gỗ cần phải đẽo đi ít nhất (tính gần đúng) là

A. 30%. **B.** 50%. **C.** 21%. **D.** 11%.

Lời giải

Chọn C



Để gỗ bị đẽo ít nhất thì hình hộp đó phải là hình hộp đứng.

Gọi h là chiều cao của hình hộp chữ nhật và R là bán kính đáy của hình trụ.

Do hình hộp chữ nhật và hình trụ có cùng chiều cao nên thể tích gỗ đẽo đi ít nhất khi và chỉ khi diện tích đáy của hình trụ lớn nhất (thể tích khối trụ lớn nhất). Suy ra $R=\frac{a}{2}$.

Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của khối hộp và thể tích của khối trụ có đáy lớn nhất.

Ta có: $V_1=a^2.h$ và $V_2=\pi R^2.h=\pi.\frac{a^2}{4}.h$.

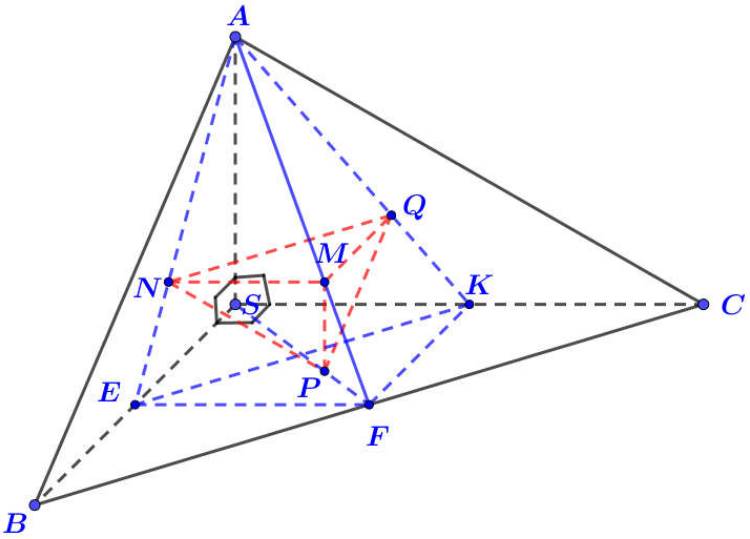
Suy ra: $\frac{V_2}{V_1}=\frac{\pi.\frac{a^2}{4}.h}{a^2.h}=\frac{\pi}{4}\approx 78,54\%$. Vậy thể tích gỗ ít nhất cần đẽo đi là khoảng $21,46\%$.

Câu 18: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc; $SA=a$, $SB=2a$, $SC=3a$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, SAB, SBC, SCA. Tính thể tích khối tứ diện $MNPQ$ theo a.

A. $\frac{2a^3}{9}$. **B.** $\frac{a^3}{9}$. **C.** $\frac{2a^3}{27}$. **D.** $\frac{a^3}{27}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E, F, K lần lượt là trung điểm SB, BC, CS.

Ta có: $V_{S.ABC}=\frac{1}{6}.SA.SB.SC=a^3$.

Gọi h là chiều cao từ đỉnh P của $MNPQ$ thì $h=\frac{1}{3}SA$.

Mặt khác do $MN=\frac{2}{3}EF$; $MQ=\frac{2}{3}FK\Rightarrow S_{MNQ}=\frac{4}{9}S_{EFK}=\frac{4}{9}.\frac{1}{4}S_{SBC}=\frac{1}{9}S_{SBC}$.

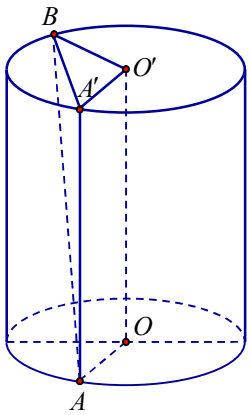
$V_{MNPQ}=\frac{1}{3}.h.S_{MNQ}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}SA.\frac{1}{9}S_{SBC}=\frac{V_{S.ABC}}{27}=\frac{a^3}{27}$.

Câu 19: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn (O), (O') bán kính bằng a, chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A, B tương ứng nằm trên hai đường tròn (O), (O') sao cho $AB=a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$ **D.** $\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $OO'=2a$, $A'B=\sqrt{AB^2-AA'^2}=\sqrt{6a^2-4a^2}=a\sqrt{2}$.

Do đó $A'B^2=O'B^2+O'A'^2=2a^2$ nên tam giác $O'A'B$ vuông cân tại O' hay $O'A'\perp O'B\Rightarrow OA\perp O'B$.

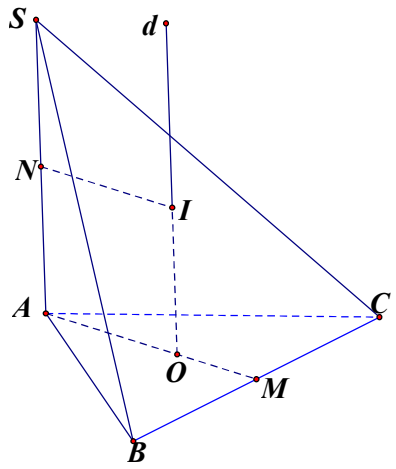
Khi đó $V_{OO'AB}=\frac{1}{6}OA.O'B.d(OA,O'B).\sin(OA,O'B)=\frac{1}{6}a.a.2a.\sin 90°=\frac{a^3}{3}$.

Câu 20: ----------HẾT----------**(THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC=2a\sqrt{2}$, $\cos\widehat{ACB}=\frac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S=\frac{65\pi a^2}{4}$. **B.** $S=13\pi a^2$. **C.** $S=\frac{97\pi a^2}{4}$. **D.** $S=4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và SA; O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Do ABC cân tại A nên $O \in AM$.

Qua O dựng Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC $(\Delta \,//\, SA)$.

Trong (SAM), kẻ đường thẳng qua N vuông góc với SA cắt Δ tại I. Khi đó

$IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

ΔAMC có $\cos \widehat{ACM} = \dfrac{MC}{AC} \Rightarrow AB = AC = 3a\sqrt{2}$.

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2} CA.CB.\sin \widehat{ACB} = \dfrac{1}{2} 3a\sqrt{2}.2a\sqrt{2}.\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2} = 4a^2\sqrt{2}$.

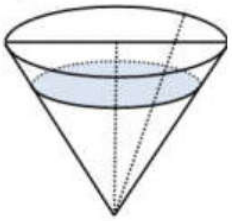
Mà $S_{ABC} = \dfrac{AB.AC.BC}{4.OA} \Rightarrow OA = \dfrac{9}{4}a$.

Tứ giác $NAOI$ là hình chữ nhật nên $AI = \sqrt{NA^2 + AO^2} = \dfrac{\sqrt{97}a}{4}$.

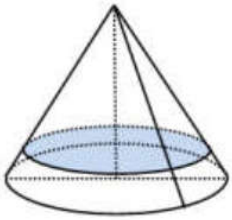
Suy ra bán kính mặt cầu $R = \dfrac{\sqrt{97}a}{4}$.

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \dfrac{97\pi a^2}{4}$.

Câu 21: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (Hình 1). Nếu bịt kín miệng phễu và lật ngược phễu lên (Hình 2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng giá trị nào sau đấy.



Hình H1

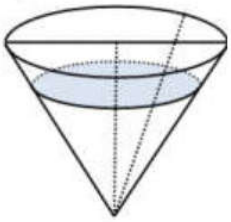


Hình H2

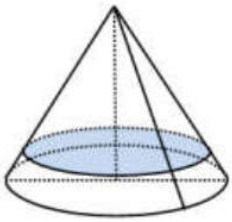
A. $\sqrt[3]{7}$. **B.** 1. **C.** $\left(20-10\sqrt[3]{7}\right)$. **D** $\left(20\sqrt[3]{7}-10\right)$.

Lời giải

Chọn C



Hình H1



Hình H2

Xét trường hợp 1 lúc nước được đổ vào phêu:

Gọi Vp là thể tích của phễu ta có $V_p = \frac{1}{3}\pi r_p^2 h_p$

Gọi Vn là thể tích của nước ta có $V_n = \frac{1}{3}\pi r_n^2 h_n$

Xét tỉ số

$$\frac{V_n}{V_p} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_n^2 h_n}{\frac{1}{3}\pi r_p^2 h_p} = \frac{r_n^2 h_n}{r_p^2 h_p} = \left(\frac{h_n}{h_p}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

Xét trường hợp 2 lúc lật ngược phễu:

Gọi chiều cao từ đỉnh chóp đến phần diện tích mặt nước phía trên của chóp là x.

Gọi Vp là thể tích của phễu ta có $V_p = \frac{1}{3}\pi r_p^2 h_p$

Gọi Vr là thể tích của phần rỗng ta có $V_r = \frac{1}{3}\pi r_r^2 h_r$

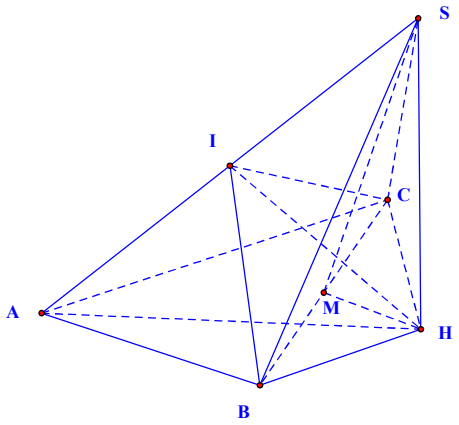
Xét tỉ số $\frac{V_r}{V_p} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_r^2 h_r}{\frac{1}{3}\pi r_p^2 h_p} = \frac{r_r^2 h_r}{r_p^2 h_p} = \left(\frac{h_r}{h_p}\right)^3 = \left(\frac{20-x}{20}\right)^3 = \frac{7}{8} \Rightarrow x = \left(20 - 10\sqrt[3]{7}\right)$.

Câu 22: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt bên (SAB), (SCA) lần lượt là các tam giác vuông tại B, C. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

A. $R = a\sqrt{2}$. **B.** $R = a$. **C.** $R = \frac{3a}{2}$. **D.** $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) thì SH là đường cao của hình chóp.

Mặt khác thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$ nên ta có $\frac{1}{3}\frac{1}{2}AB.SH = \frac{2}{3}a^3 \Leftrightarrow SH = 2a$.

Dễ thấy năm điểm A, B, H, C, S cùng thuộc mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Mặt khác A, B, H, C cùng thuộc một mặt phẳng nên tứ giác $ABHC$ nội tiếp đường tròn.

Mà $\widehat{BAC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BHC} = 90^0 \Rightarrow HM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SM = \sqrt{HM^2 + SH^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}$.

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta có:

$$SM^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \Rightarrow \frac{SB^2 + SC^2}{2} = SM^2 + \frac{BC^2}{4} = \frac{13a^2}{2}. (1)$$

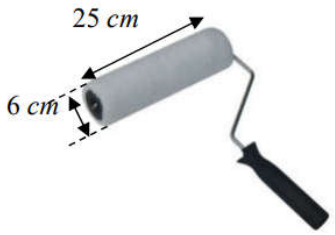
$$R^2 = CI^2 = \frac{CA^2 + SC^2}{2} - \frac{SA^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{4a^2 + SC^2}{2} - R^2. (2)$$

$$R^2 = BI^2 = \frac{BA^2 + SB^2}{2} - \frac{SA^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{a^2 + SB^2}{2} - R^2. (3)$$

Từ(1), (2), (3) ta có $4R^2 = \frac{a^2 + SB^2}{2} + \frac{4a^2 + SC^2}{2} = \frac{5a^2}{2} + \frac{SB^2 + SC^2}{2} = \frac{5a^2}{2} + \frac{13a^2}{2} = 9a^2$.

$\Rightarrow R = \frac{3a}{2}$.

Câu 23: **(SGD Bắc Ninh năm 2017-2018)** Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 6 cm, chiều dài lăn là 25 cm (như hình dưới đây). Sau khi lăn trọn 10 vòng thì trục lăn tạo nên bức tường phẳng một diện tích là:



A. $1500\pi\ (\text{cm}^2)$. **B.** $150\pi\ (\text{cm}^2)$. **C.** $3000\pi\ (\text{cm}^2)$. **D.** $300\pi\ (\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = \pi.6.25 = 150\pi$.

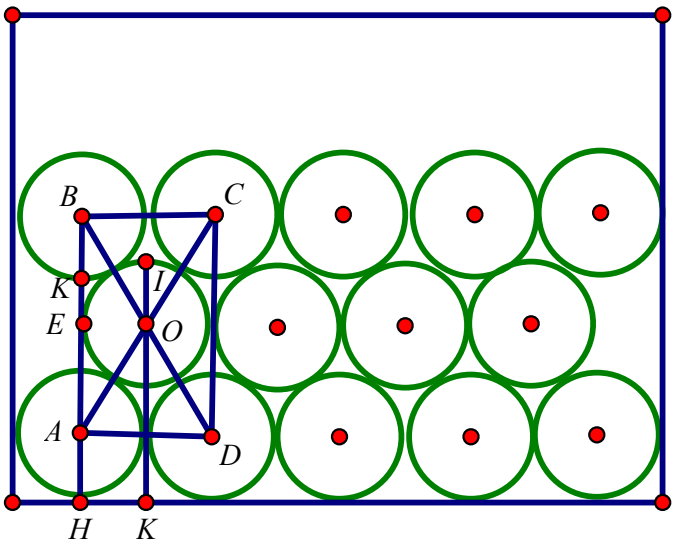
Khi lăn sơn quay một vòng sẽ quét được một diện tích bằng diện tích xung quanh của hình trụ.
Do đó trục lăn quay 10 vòng sẽ quét được diện tích là $S=10.S_{xq}=1500\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 24: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Một hộp đựng phấn hình hộp chữ nhật có chiều dài $30cm$, chiều rộng $5cm$ và chiều cao $6cm$. Người ta xếp thẳng đứng vào đó các viên phấn giống nhau, mỗi viên phấn là một một khối trụ có chiều cao $h=6cm$ và bán kính đáy $r=\dfrac{1}{2}cm$. Hỏi có thể xếp được tối đa bao nhiêu viên phấn?

A. 150 viên. **B.** 153 viên. **C.** 151 viên. **D.** 154 viên.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vì nếu xếp toàn bộ các hàng 5 viên thì chỉ xếp được 30 hàng nên số viên phẩn xếp được là $5.30=150$ (viên).
Còn nếu xếp toàn bộ các hàng 4 viên thì cũng chỉ xếp được 30 hàng nên số viên phẩn xếp được là $4.30=120$ (viên).
Do đó để xếp được nhiều nhất ta xếp tối đa các viên phấn vào một cạnh chiều rộng của hộp thì được 5 viên, để xếp nhiều nhất có thể thì hàng tiếp theo ta xếp xen kẽ 4 viên, rồi lại xen kẽ hàng tiếp theo 5 viên như trên hình vẽ (xét góc nhìn từ phía trên hộp xuống).

Khi đó ta có: $AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=\sqrt{2^2-1}=\sqrt{3}$ nên $HK=AB+AH-BK=\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$.

Ta qui ước xếp hàng 5 viên và hàng 4 viên liên tiếp từ đầu là một cặp.
Do đó ta xếp 16 cặp trước thì diện tích khoảng trống còn lại sau khi xếp 16 cặp này là:
$30-16.\sqrt{3}\approx 2,287$.

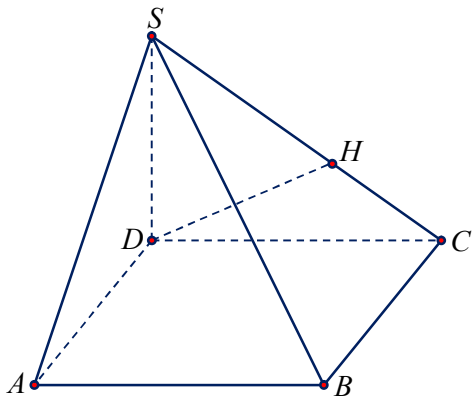
Vì $KI=OK+OI=HE+OI=\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\approx 2,23<2,287$ nên khoảng trống còn lại sau khi xếp 16 cặp vừa đủ xếp cặp 17.
Vậy số phấn nhiều nhất là $17.9=153$ (viên).

Câu 25: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B. Biết $AB=BC=a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90°$ hay A, C nhìn SB dưới một góc vuông.

Suy ra S, A, B, C cùng nội tiếp mặt cầu đường kính SB.

Gọi D là hình chiếu của S trên $(ABCD)$.

Ta có $\begin{cases} AB\perp SA \\ AB\perp SD \end{cases}\Rightarrow AB\perp AD$ và $\begin{cases} BC\perp SC \\ BC\perp SD \end{cases}\Rightarrow BC\perp CD$.

Tam giác ABC vuông cân tại B suy ra $ABCD$ là hình vuông.

Trong ΔSCH, kẻ $DH\perp SC$ $(H\in SC)$.

Ta có $BC\perp SD$ và $BC\perp SC$ nên $BC\perp DH$. Suy ra $DH\perp(SBC)$ hay $d\left(D,(SBC)\right)=DH$.

Ta có $AD\,//\,(SBC)$ suy ra $d\left(A,(SBC)\right)=d\left(D,(SBC)\right)=DH=a\sqrt{2}$.

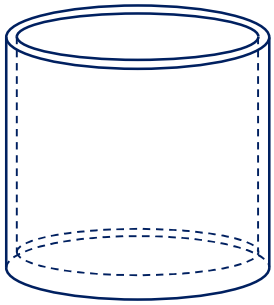
$\dfrac{1}{DH^2}=\dfrac{1}{DC^2}+\dfrac{1}{SD^2}\Rightarrow SD=a\sqrt{6}$; $SC=\sqrt{SD^2+CD^2}=\sqrt{6a^2+3a^2}=3a$;

$SB=\sqrt{SC^2+BC^2}=\sqrt{9a^2+3a^2}=2a\sqrt{3}$.

Khi đó bán kính mặt cầu ngoài tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $R=\dfrac{SB}{2}=a\sqrt{3}$.

Vậy diện tích mặt cầu bằng $S=4\pi R^2=12\pi a^2$.

Câu 26: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày $1,5$ cm, thành xung quanh cốc dày $0,2$ cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là 480π cm^3 thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh ?



A. $75,66\pi$ cm^3. **B.** $80,16\pi$ cm^3. **C.** $85,66\pi$ cm^3. **D.** $70,16\pi$ cm^3.

Lời giải

Chọn A

Gọi bán kính và chiều cao hình trụ bên trong lần lượt là r và h.

Ta có: $V_1 = \pi r^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi r^2} = \dfrac{480}{r^2}$.

Thể tích hình trụ bên ngoài là: $V_2 = \pi(r+0,2)^2.(h+1,5) = \pi(r+0,2)^2.\left(\dfrac{480}{r^2}+1,5\right)$.

Thể tích thủy tinh là: $V = \pi(r+0,2)^2.\left(\dfrac{480}{r^2}+1,5\right) - 480\pi$.

Xét $f(r) = \pi(r+0,2)^2.\left(\dfrac{480}{r^2}+1,5\right)$, $r>0$.

Khi đó $f'(r) = 2\pi(r+0,2)\left(\dfrac{480}{r^2}+1,5\right) + \pi(r+0,2)^2.\left(-\dfrac{960}{r^3}\right)$

$f'(r) = 0 \Leftrightarrow 2\left(\dfrac{480}{r^2}+1,5\right) = (r+0,2).\dfrac{960}{r^3} \Leftrightarrow 3 = \dfrac{192}{r^3} \Leftrightarrow r = 4$.

r	0		4		$+\infty$
$f'(r)$		$-$	0	$+$	
$f(r)$	$+\infty$	$\searrow$	$\dfrac{27783}{50}\pi$	$\nearrow$	$+\infty$

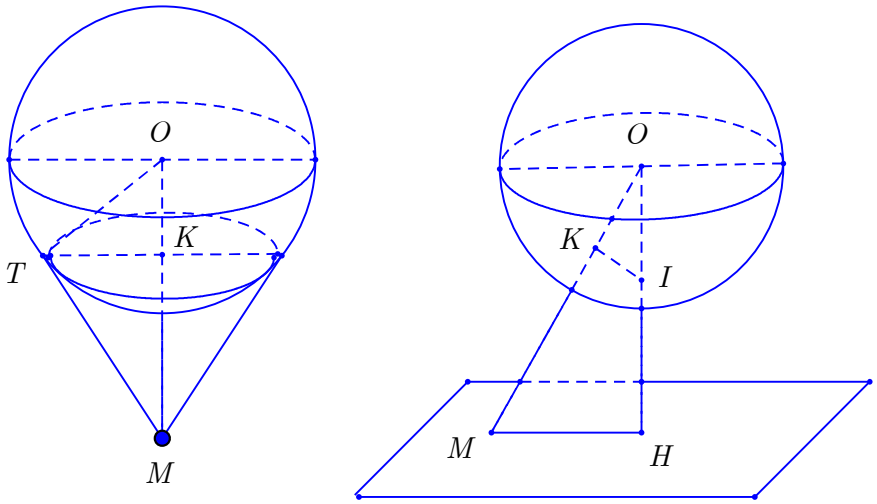
Vậy thể tích thủy tinh người ta cần ít nhất là $\dfrac{27783}{50}\pi - 480\pi \approx 75,66\pi\ (\text{cm}^3)$.

Câu 27: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính bằng 2 và mặt phẳng (P). Khoảng cách từ O đến (P) bằng 4. Từ điểm M thay đổi trên (P) kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC tới (S) với A, B, C là các tiếp điểm. Biết mặt phẳng (ABC) luôn đi qua một điểm I cố định. Tính độ dài OI.

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D



Gọi K là giao của mặt phẳng (ABC) và OM.

Gọi H là hình chiếu của O trên (P). Trong mặt phẳng (OMH) kẻ $KI \perp OM\,(I \in OH)$ tại K.

Ta có (ABC) là mặt phẳng qua K và vuông góc với OM nên $KI \subset (ABC)$.

Ta có $OT^2 = OK.OM = OI.OH \Rightarrow OI = \dfrac{OT^2}{OH} = 1$,

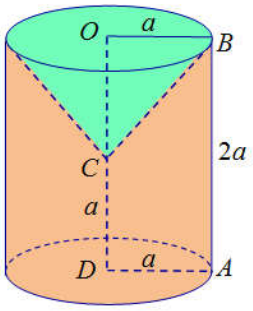
Mặt khác I thuộc đoạn thẳng OH nên I cố định.

Câu 28: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AD = CD = a$, $AB = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD. Thể tích khối tròn xoay thu được là:

A. $\dfrac{5\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{7\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn A



Gọi (T) là khối trụ có đường cao là $2a$, bán kính đường tròn đáy là a và (N) là khối nón có đường cao là a, bán kính đường tròn đáy là a.

Ta có:

Thể tích khối trụ (T) là: $V_1 = \pi.a^2.2a = 2\pi.a^3$.

Thể tích khối nón (N) là: $V_2 = \dfrac{1}{3}\pi.a^2.a = \dfrac{\pi.a^3}{3}$.

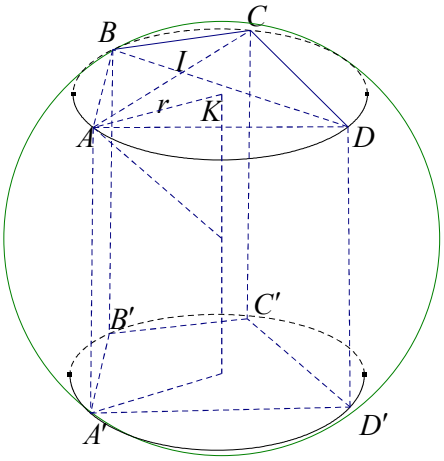
Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V = V_1 - V_2 = 2\pi.a^3 - \dfrac{\pi.a^3}{3} = \dfrac{5\pi a^3}{3}$.

Câu 29: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đứng có chiều cao bằng h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA.IC = IB.ID = h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $2h$. **B.** $\frac{h\sqrt{5}}{2}$. **C.** h. **D.** $\frac{h\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Do lăng trụ nội tiếp mặt cầu nên gọi $(K;r)$ là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$. Khi đó $IA.IC = IB.ID = r^2 - IK^2$ (theo phương tích của đường tròn). Suy ra $r^2 - IK^2 = h^2 \Rightarrow r^2 = h^2 + IK^2$.

Gọi (O,R) là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ ta có $R^2 = OA^2 + OK^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} = \frac{5}{4}h^2 + IK^2 \geq \frac{5}{4}h^2 \Rightarrow R \geq \frac{h\sqrt{5}}{2}$. Vậy $R_{\min} = \frac{h\sqrt{5}}{2}$ khi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

Câu 30: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cần phải thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đậy để đựng nước sạch có dung tích $V(\text{cm}^3)$. Hỏi bán kính $R(\text{cm})$ của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{2\pi}}$. **B.** $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. **C.** $R = \sqrt[3]{\frac{V}{4\pi}}$. **D.** $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Lời giải

Chọn D

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của thùng phải ít nhất.

Ta có $V = \pi R^2 h \Leftrightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi R.\frac{V}{\pi R^2} + 2\pi R^2 = \frac{2V}{R} + 2\pi R^2$

$= \frac{V}{R} + \frac{V}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

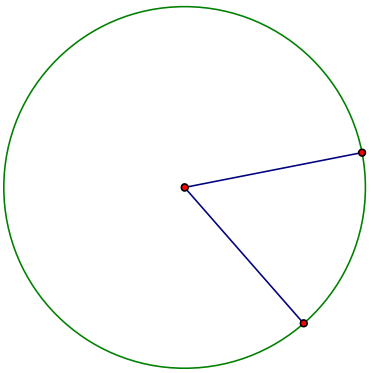
Vậy $(S_{tp})_{\min} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ khi $\frac{V}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

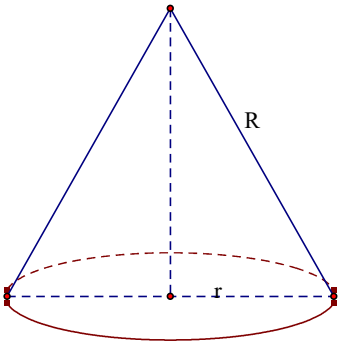
Câu 31: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Với một đĩa phẳng hình tròn bằng thép bán kính R, phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành một hình nón. Gọi độ dài cung tròn của hình quạt còn lại là x. Tìm x để thể tích khối nón tạo thành nhận giá trị lớn nhất.

A. $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$. **B.** $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{2}}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$. **D.** $x=\dfrac{\pi R\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A





Chu vi đường tròn đĩa là: $C=2\pi R$.

Chu vi đường tròn đáy của hình nón là: $C'=x$

Bán kính đường tròn đáy hình nón là: $r=\dfrac{x}{2\pi}$.

Chiều cao của hình nón là: $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\dfrac{x^2}{4\pi^2}}$.

Thể tích khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}.\pi r^2.h=\dfrac{1}{3}.\pi\dfrac{x^2}{4\pi^2}.\sqrt{R^2-\dfrac{x^2}{4\pi^2}}$.

$$\Rightarrow V'=\frac{1}{6\pi}x\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4\pi^2}}-\frac{1}{3}\pi\frac{x^2}{4\pi^2}\frac{\frac{1}{4\pi^2}x}{\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4\pi^2}}}=\frac{1}{12\pi^2}x\sqrt{4\pi^2R^2-x^2}-\frac{1}{24\pi^2}\frac{x^3}{\sqrt{4\pi^2R^2-x^2}}.$$

$$V'=0\Leftrightarrow\frac{1}{12\pi^2}x\left(4\pi^2R^2-x^2\right)=\frac{1}{24\pi^2}x^3\Leftrightarrow 2\left(4\pi^2R^2-x^2\right)=x^2\Leftrightarrow x^2=\frac{8\pi^2R^2}{3}$$

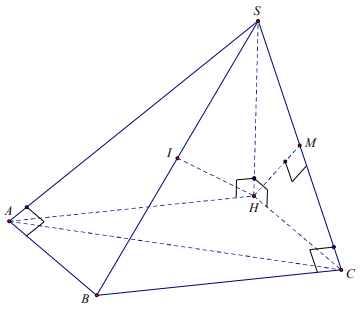
$$\Rightarrow x=\frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 32: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a.

A. $S=4\pi a^2$. **B.** $S=8\pi a^2$. **C.** $S=12\pi a^2$. **D.** $S=16\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng ABC. Khi đó 5 điểm A, B, C, H, S cùng thuộc mặt cầu tâm I là trung điểm của SB.

Do A, B, C, H cùng thuộc một mặt phẳng nên $ABHC$ là tứ giác nội tiếp. Theo giả thiết ABC là tam giác vuông cân tại B nên $ABHC$ là hình vuông $\Rightarrow d\left(A,\left(SBC\right)\right)=d\left(H,\left(SBC\right)\right)$.

Trong mặt phẳng $\left(SHC\right)$ kẻ $HM\perp SC$, $\left(M\in SC\right)$ khi đó $d\left(H,\left(SBC\right)\right)=HM=a\sqrt{2}$.

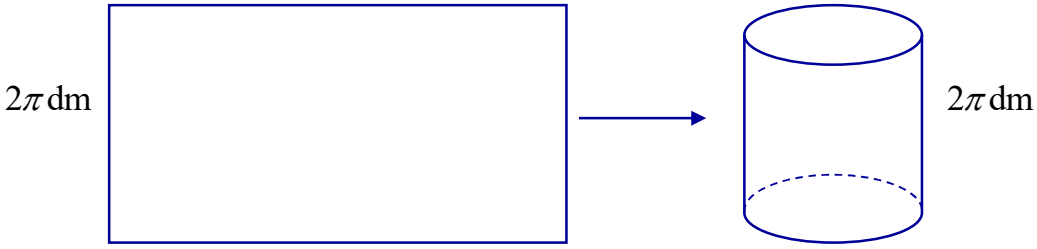
Xét tam giác vuông SHC ta có

$$\frac{1}{HM^2}=\frac{1}{HC^2}+\frac{1}{SH^2}\Leftrightarrow SH^2=\frac{HM^2.HC^2}{HM^2-HC^2}=6a^2\Rightarrow SH=a\sqrt{6}.$$

Xét tam giác vuông SHB ta có $SB^2=SH^2+HB^2=6a^2+6a^2=12a^2\Rightarrow SB=2a\sqrt{3}$.

Do I là trung điểm của SB nên $IH=\frac{1}{2}SB=a\sqrt{3}$

Câu 33: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là $S=4\pi\left(a\sqrt{3}\right)^2=12\pi a^2$. **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018)** Một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài $10,2\,\text{dm}$, chiều rộng $2\pi\,\text{dm}$ được uốn lại thành mặt xung quanh của một chiếc thùng đựng nước có chiều cao $2\pi\,\text{dm}$ (như hình vẽ). Biết rằng chỗ ghép mất $2\,\text{cm}$. Hỏi thùng đựng được bao nhiêu lít nước?



A. 50 lít. **B.** 100 lít. **C.** 20,4 lít. **D.** 20 lít.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì chỗ ghép mất $2\,\text{cm}$ nên chu vi đáy chiếc thùng là $10,2-0,2=10\left(\text{dm}\right)$.

Gọi $r\left(\text{dm}\right)$ là bán kính đáy, ta có $2\pi r=10\Leftrightarrow r=\frac{5}{\pi}\left(\text{dm}\right)$.

Thể tích chiếc thùng: $V=\pi r^2h=\pi.\left(\frac{5}{\pi}\right)^2.2\pi=50\left(\text{dm}^3\right)$.

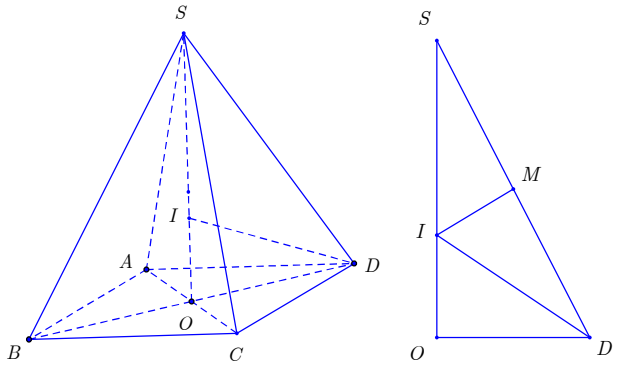
Vậy thùng đựng được 50 lít nước.

Câu 34: **(THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018)** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 9, tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $V=144$. **B.** $V=576\sqrt{2}$. **C.** $V=576$. **D.** $V=144\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là tâm mặt cầu và $S.ABCD$ là hình chóp nội tiếp mặt cầu.

Gọi x là độ dài cạnh SO.

Gọi M là trung điểm của SD.

Ta có $SI.SO = SM.SD = \frac{1}{2}SD^2 \Rightarrow SD^2 = 2SI.SO = 18x$.

Suy ra $OD^2 = 18x - x^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}x.2.OD^2 = \frac{2}{3}x\left(18x - x^2\right) = \frac{2}{3}x^2\left(18 - x\right)$.

Ta có $x^2\left(18 - x\right) = 4\frac{x}{2}.\frac{x}{2}.\left(18 - x\right) \le 4\left(\frac{18}{3}\right)^3 = 864$.

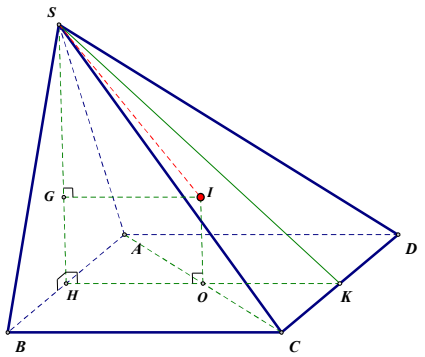
Vậy thể tích của khối chóp cần tìm là $V = 576$.

Câu 35: **(THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$. **B.** $\frac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$. **D.** $\frac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $AH \perp \left(ABCD\right)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ΔSAB và O là tâm hình vuông $ABCD$.

Từ G kẻ $GI // HO$ suy ra GI là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔSAB và từ O kẻ $OI // SH$ thì OI là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Ta có hai đường này cùng nằm trong mặt phẳng và cắt nhau tại I.

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

Suy ra thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$ là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.

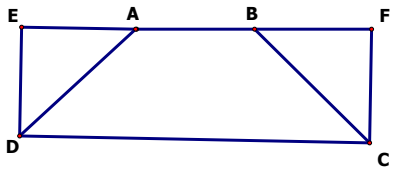
----------**HẾT**----------

Câu 36: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Một hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $BC = AD = \sqrt{2}$. Cho hình thang $ABCD$ quay quanh AB ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $V = 3\pi$. **B.** $V = \dfrac{8}{3}\pi$. **C.** $V = \dfrac{7}{3}\pi$. **D.** $V = 2\pi$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E, F là hai điểm sao cho $CDEF$ là hình chữ nhật và E, A, B, F thẳng hàng.

Ta có $EA = AB = BF = 1$, $AD = BC = \sqrt{2}$, $CD = 3$, $DE = CF = 1$.

Gọi V là thể tích cần tìm, V_1 là thể tích khối trụ có được khi cho hình chữ nhật $CDEF$ quay quanh EF, V_2 là thể tích của khối nón có được khi cho tam giác AED quay quanh AE, V_3 là thể tích của khối nón có được khi cho tam giác BFC quay quanh BF.

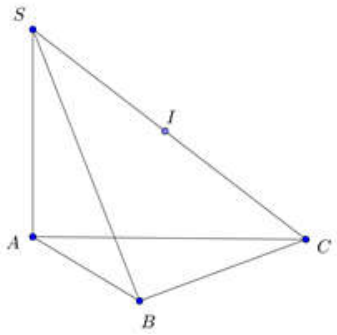
$V = V_1 - V_2 - V_3 = \pi DE^2.CD - \dfrac{1}{3}\pi DE^2.AE - \dfrac{1}{3}\pi CF^2.BF = 3\pi - \dfrac{1}{3}\pi - \dfrac{1}{3}\pi = \dfrac{7}{3}\pi$.

Câu 37: **(THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, $AB = 3$, $BC = 4$. Hai mặt phẳng (SAB), (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $V = \dfrac{5\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Hai mặt phẳng (SAB), (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SA \perp (ABC)$.

Ta cũng có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$.

Suy ra SAC và SBC là hai tam giác vuông tại A và B.

Gọi I là trung điểm của SC thì $\begin{cases} IA = IC = IS \\ IB = IC = IS \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = IS \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $\widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{SCA} = 45°$.

Ta lần lượt tính được: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5$; $SA = AC = 5$; $SC = AC\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$.

Suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R = \dfrac{SC}{2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

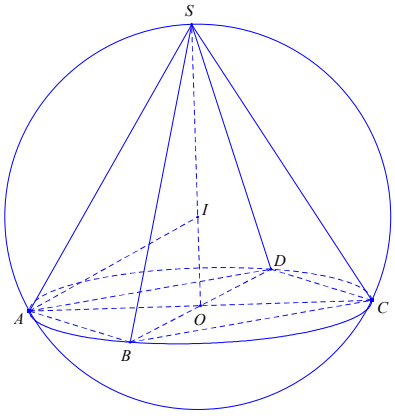
Vậy thể tích khối cầu (S) là $V = \dfrac{4}{3}.\pi.\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38: **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $576\sqrt{2}$. **B.** 576. **C.** $144\sqrt{2}$. **D.** 144.

Lời giải

Chọn B



Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và bán kính $R = 9$.

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, $\left(0<a\le 9\sqrt{2}\right)$

Ta có $OA=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow OI=\sqrt{IA^2-OA^2}=\sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}$.

Mặt khác ta lại có $SO=SI+IO=9+\sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}a^2\left(9+\sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}\right)=3a^2+\dfrac{1}{3}a^2\sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}$.

Đặt $a^2=t$, do $0<a\le 9\sqrt{2}$ nên $0<t\le 162$

Xét hàm số $f\left(t\right)=3t+\dfrac{1}{3}t\left(9+\sqrt{81-\dfrac{t}{2}}\right)$, với $0<t\le 162$ ta có $f'\left(t\right)=3+\dfrac{324-3t}{12\sqrt{81-\dfrac{t}{2}}}$;

$f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{81-\dfrac{t}{2}}=\dfrac{t}{12}-9\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 108\\81-\dfrac{t}{2}=\left(\dfrac{t}{12}-9\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 108\\\left[\begin{array}{l}t=0\\t=144\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow t=144$.

Ta có bảng biến thiên

t	0		144		162
$f'(t)$		+	0	−	
$f(t)$		↗	576	↘	

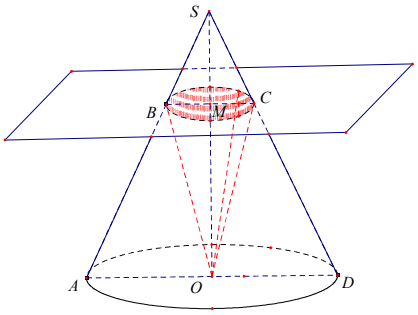
Từ bảng biến thiên ta có $V_{\max}=576$ khi $t=144$ hay $a=12$.

Câu 39: **(THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón $\left(N\right)$ có đường cao $SO=h$ và bán kính đáy bằng R, gọi M là điểm trên đoạn SO, đặt $OM=x$, $0<x<h$. $\left(C\right)$ là thiết diện của mặt phẳng $\left(P\right)$ vuông góc với trục SO tại M, với hình nón $\left(N\right)$. Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là $\left(C\right)$ lớn nhất.

A. $\dfrac{h}{2}$. **B.** $\dfrac{h\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{h\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{h}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có BM là bán kính đường tròn (C).

Do tam giác $\Delta SBM \backsim \Delta SAO$ nên $\frac{BM}{AO}=\frac{SM}{SO}\Leftrightarrow BM=\frac{AO.SM}{SO}\Leftrightarrow BM=\frac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là:

$$V=\frac{1}{3}\pi BM^2.OM=\frac{1}{3}\pi\left[\frac{R(h-x)}{h}\right]^2 x=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x.$$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x$, $(0<x<h)$ ta có

Ta có $f'(x)=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x)\Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Lập bảng biến thiên ta có

x	0		$\frac{h}{3}$		h
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\frac{4\pi R^2 h}{81}$	↘	

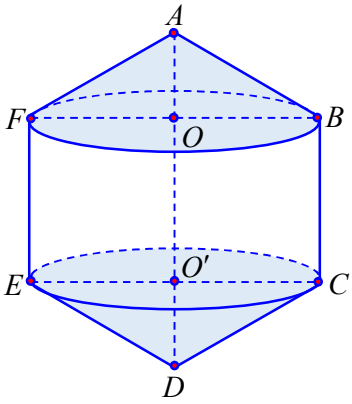
Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x=\frac{h}{3}$.

Câu 40: **(THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 4. Quay lục giác đều đó quanh đường thẳng AD. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra

A. $V=16\pi$. **B.** $V=128\pi$. **C.** $V=32\pi$. **D.** $V=64\pi$.

Lời giải

Chọn D



Quay lục giác đều đó quanh đường thẳng AD ta thu được hai khối nón và một khối trụ.
Trong đó:

❍ Hình nón có đường sinh $\ell = AB = 4$, đường cao $h = OA = \frac{1}{2}(AD - OO') = 2$, bán kính $r = \sqrt{\ell^2 - h^2} = 2\sqrt{3}$.

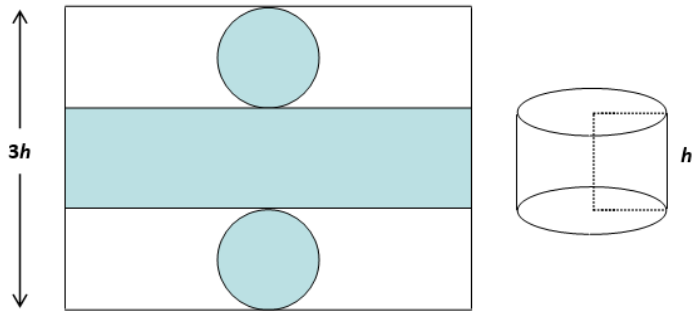
Khi đó thể tích của hai khối nón là $V_{(N)} = \frac{2}{3}\pi r^2 h = 16\pi$.

❍ Hình trụ có đường cao $h' = BC = OO' = 4$, bán kính $r = 2\sqrt{3}$.

Khi đó thể tích khối trụ là $V_{(T)} = \pi r^2 h' = 48\pi$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay lục giác đều đó quanh AD là $V = 64\pi$.

Câu 41: **(THPT Trần Quốc Tuấn năm 2017-2018)** Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật (phần tô đậm) sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu (vừa đủ). Biết thùng đựng dầu có thể tích bằng $50,24$ lít(các mối ghép nối khi gò hàn chiếm diện tích không đáng kể. Lấy $\pi = 3,14$). Tính diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu.



A. $1,8\ (\text{m}^2)$. **B.** $2,2\ (\text{m}^2)$. **C.** $1,5\ (\text{m}^2)$. **D.** $1,2\ (\text{m}^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đổi: $50,24 = 50,24\ (\text{dm}^3) = 0,05024\ (\text{m}^3)$.

Dựa vào hình vẽ ta thấy, bán kính đường tròn đáy của thùng đựng dầu là $R = \frac{1}{2}h$.

Thể tích thùng đựng dầu là: $V = \pi R^2 h \Leftrightarrow 0,05024 = \frac{\pi h^3}{4} \Rightarrow h = 0,4$ (với $\pi = 3,14$).

Diện tích hình chữ nhật ban đầu gấp 3 lần diện tích xung quanh của hình trụ.

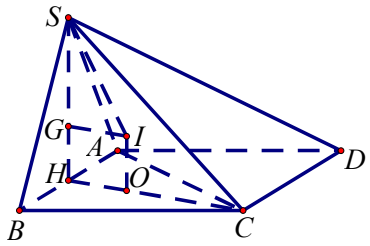
Vậy $S = 3.2\pi Rh = 6.3,14.\dfrac{h^2}{2} = 6.3,14.\dfrac{0,4^2}{2} = 1,5072\left(\text{m}^2\right)$.

Câu 42: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = \dfrac{13\pi a^2}{12}$. **B.** $S = \dfrac{5\pi a^2}{3}$. **C.** $S = \dfrac{13\pi a^2}{36}$. **D.** $S = \dfrac{5\pi a^2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của cạnh AB. Vì ΔSAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Gọi O, G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và SAB.

Ta có $\left.\begin{matrix} CH \perp AB \\ CH \perp SH \end{matrix}\right\} \Rightarrow CH \perp (SAB)$.

Từ O kẻ đường thẳng $\Delta_1 \perp (ABC) \Rightarrow \Delta_1 // SH$.

Trong mặt phẳng $(\Delta_1; SH)$ từ G kẻ đường thẳng $\Delta_2 // CH$ và $\Delta_2 \cap \Delta_1 = I$.

Do $\Delta_2 // CH \Rightarrow \Delta_2 \perp (SAB)$.

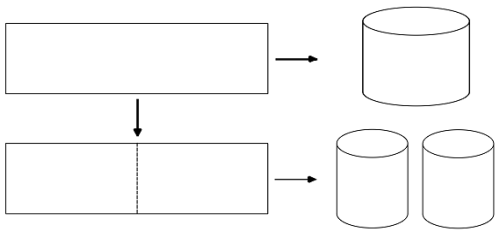
Vì $I \in \Delta_1 \Rightarrow IA = IB = IC$ (1). Vì $I \in \Delta_2 \Rightarrow IA = IB = IS$ (2). Từ (1), (2) có I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Các tam giác ABC và SAB đều cạnh a nên $SG = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $GI = OH = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Bán kính của mặt cầu là $R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{9} + \dfrac{3a^2}{36}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$.

Do đó diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi R^2 = \dfrac{5\pi a^2}{3}$.

Câu 43: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm và 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):



- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=1$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=4$.

Lời giải

Chọn B

Theo cách 1: Ta thu được hình trụ có chiều cao $h=50$, $2\pi R=240 \Rightarrow R=\frac{120}{\pi}$.

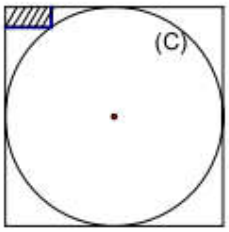
Suy ra $V_1=\pi.\left(\frac{120}{\pi}\right)^2.50\ \text{cm}^3$

Theo cách 1: Ta thu được hai hình trụ có chiều cao $h=50$, $2\pi R=120 \Rightarrow R=\frac{60}{\pi}$.

Suy ra $V_2=2\pi.\left(\frac{60}{\pi}\right)^2.50\ \text{cm}^3$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=2$.

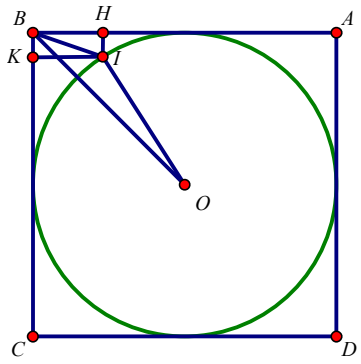
Câu 44: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hình trụ (T) có (C) và (C') là hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương. Biết rằng, trong tam giác cong tạo bởi đường tròn (C) và hình vuông ngoại tiếp của (C) có một hình chữ nhật kích thước $a\times 2a$ (như hình vẽ dưới đây). Tính thể tích V của khối trụ (T) theo a.



A. $\frac{100\pi a^3}{3}$. **B.** $250\pi a^3$. **C.** $\frac{250\pi a^3}{3}$. **D.** $100\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $BK = 2a$, $KI = a$ nên $BI = a\sqrt{5} \Rightarrow \cos\widehat{KBI} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$ và $\sin\widehat{KBI} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Khi đó $\cos\widehat{OBI} = \cos\left(\widehat{KBI} - \widehat{KBO}\right) = \cos\widehat{KBI}.\cos 45° + \sin\widehat{KBI}.\sin 45°$

$= \dfrac{1}{\sqrt{5}}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{2}{\sqrt{5}}.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$.

Kí hiệu $AB = 2x$ thì $OI = x, OB = x\sqrt{2}$.

Ta có $OI^2 = BO^2 + BI^2 - 2.BO.BI.\cos\widehat{OBI} = 2x^2 + 5a^2 - 2.x\sqrt{2}.a\sqrt{5}.\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = 2x^2 + 5a^2 - 6xa$

$\Leftrightarrow x^2 = 2x^2 + 5a^2 - 6xa \Leftrightarrow x^2 - 6xa + 5a^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \\ x = 5a \end{array}\right.$.

Vì $x > a$ nên $x = 5a$ hay $r = OI = 5a$.

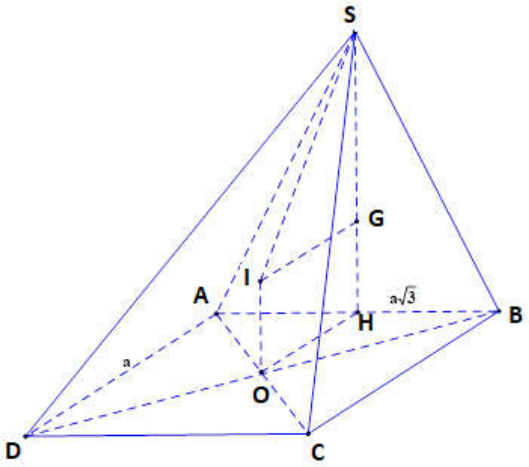
Vậy thể tích khối trụ (T) là $V = \pi(5a)^2.10a = 250\pi a^3$.

Câu 45: **(THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = \sqrt{3}a$, $AD = a$, ΔSAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = 5\pi a^2$. **B.** $S = 10\pi a^2$. **C.** $S = 4\pi a^2$. **D.** $S = 2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$ (vì ΔSAB đều).

Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi O là giao điểm của $AC, BD \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm $\Delta SBC \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SBC.

Qua O dựng đường thẳng $d//SH \Rightarrow d$ là trục của đường tròn (O), qua G dựng đường thẳng $\Delta//OH \Rightarrow \Delta$ là trục của đường tròn (H). $d \cap \Delta = I \Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

Xét tam giác đều SAB có cạnh là $a\sqrt{3} \Rightarrow SH = \dfrac{3a}{2} \Rightarrow SG = a$.

Mặt khác $IG = OH = \dfrac{AD}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông $SIG: IS^2 = SG^2 + IG^2 = a^2 + \dfrac{a^2}{4} = \dfrac{5a^2}{4} \Rightarrow IS = \dfrac{a\sqrt{5}}{4}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$ là: $S = 4\pi R^2 = 5\pi a^2$.

Câu 46: **(THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018)** Cho hình nón (N) có bán kính đáy $r = 20(cm)$, chiều cao $h = 60(cm)$ và một hình trụ (T) nội tiếp hình nón (N) (hình trụ (T) có một đáy thuộc đáy hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích V của hình trụ (T) có diện tích xung quanh lớn nhất?

A. $V = 3000\pi(cm^3)$.

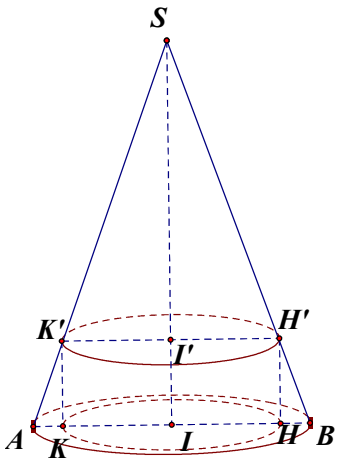
B. $V = \dfrac{32000}{9}\pi(cm^3)$.

C. $V = 3600\pi(cm^3)$.

D. $V = 4000\pi(cm^3)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi độ dài bán kính hình trụ là $x\,cm\,(0 < x < 20)$, chiều cao của hình trụ là h'.

Ta có: $\dfrac{h'}{h} = \dfrac{SI'}{SI} = \dfrac{I'K'}{AI} \Leftrightarrow \dfrac{SI - II'}{SI} = \dfrac{I'K'}{AI} \Leftrightarrow \dfrac{h - h'}{h} = \dfrac{x}{r} \Leftrightarrow \dfrac{60 - h'}{60} = \dfrac{x}{20}$.

$\Leftrightarrow 60 - h' = 3x \Leftrightarrow h' = 60 - 3x$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$S = 2\pi x.h' = 2\pi x(60 - 3x)\ 2\pi\left(60x - 3x^2\right) = 2\pi\left[100 - 3(x - 10)^2\right] \le 200\pi$.

Diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất khi $x = 10$.

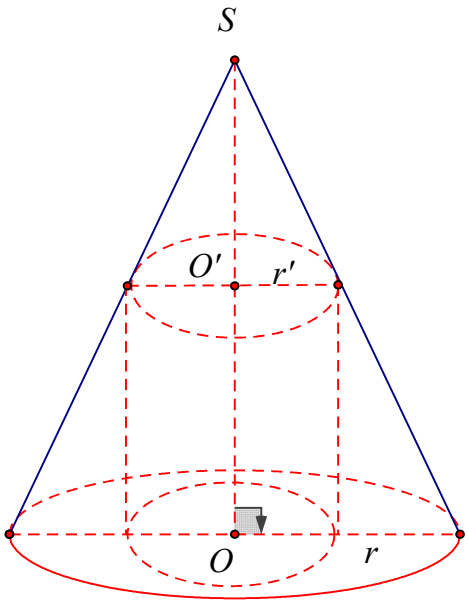
Khi đó thể tích khối trụ là: $V = \pi x^2.h' = \pi.10^2.30 = 3000\pi$.

Câu 47: **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón có chiều cao h. Tính chiều cao x của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón theo h.

A. $x=\frac{h}{2}$. **B.** $x=\frac{h}{3}$. **C.** $x=\frac{2h}{3}$. **D.** $x=\frac{h}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Theo định lí Ta-Let ta có: $\frac{SO'}{SO'+x}=\frac{h-x}{h}=\frac{r'}{r}$, $(0<x<h)$.

Thể tích hình trụ là: $V=\pi r'^2x=\pi\frac{\left[(h-x)r\right]^2}{h^2}.x=\frac{\pi r^2}{h^2}x(h-x)^2$.

Xét $M(x)=x(h-x)^2=4.\frac{h-x}{2}.\frac{h-x}{2}.x\le 4\left(\frac{\frac{h-x}{2}+\frac{h-x}{2}+x}{3}\right)^3=\frac{4h^3}{27}$.

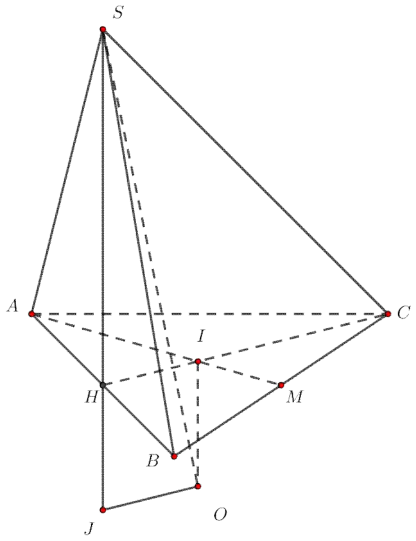
Dấu "=" xảy ra khi $\frac{h-x}{2}=x\Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Câu 48: **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $\widehat{ASB}=120°$.

A. $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **B.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **C.** $V=\frac{5\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{13\sqrt{78}\pi}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm AB, do $(SAB)\perp(ABC)$, tam giác ABC đều và tam giác SAB cân tại S nên $SH\perp(ABC)$ và $CH\perp(SAB)$.

Gọi I và J là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và tam giác SAB.

Dựng đường thẳng $Ix//SH$ và $Jy//CH$ thì $Ix\perp(ABC)$ và $Jy\perp(SAB)$ nên Ix là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và Jy là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB. Khi đó $Ix\cap Jy=O$ thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Ta có $OJ=IH=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. $R_{(SAB)}=SJ=\dfrac{SA.SB.AB}{4.\dfrac{1}{2}.SA.SB.\sin 120^\circ}=\dfrac{AB}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

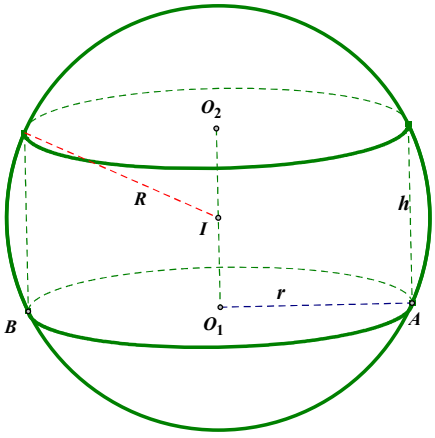
Vậy $R=SO=\sqrt{\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{12}}=\dfrac{\sqrt{15}}{6}$ nên $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3=\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

Câu 49: **(THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình cầu (S) tâm I, bán kính R không đổi. Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp hình cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

A. $h=R\sqrt{2}$. **B.** $h=R$. **C.** $h=\dfrac{R}{2}$. **D.** $h=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $R^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}$.

Mà diện tích xung quanh hình trụ là $S = 2\pi rh = 2\pi h\sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}}$.

Xét hàm số $f(h) = \frac{h}{2}\sqrt{4R^2 - h^2} = \frac{1}{2}\sqrt{h^2(4R^2 - h^2)} \le R^2$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $h = \sqrt{2}R$.

----------HẾT----------

Câu 50: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có chiều cao là h và bán kính mặt cầu nội tiếp là r $(h > 2r > 0)$.

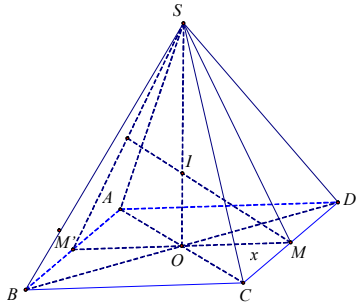
A. $V = \frac{4r^2h^2}{3(h+2r)}$. **B.** $V = \frac{4r^2h^2}{(h+2r)}$. **C.** $V = \frac{4r^2h^2}{3(h-2r)}$. **D.** $V = \frac{3r^2h^2}{4(h-2r)}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M và M' lần lượt là trung điểm các đoạn AB và CD.

Gọi I là giao điểm ba đường phân giác trong tam giác $\Delta SMM'$. Nên I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $\Delta SMM'$. Mặt khác, do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp.



Xét ΔSMO có MI là đường phân giác ta có:

$\frac{SM}{MO} = \frac{SI}{IO} \Rightarrow \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{x} = \frac{h-r}{r}$ (với $x = MO$). $\Rightarrow x^2 = \frac{hr^2}{h-2r} \Rightarrow AB^2 = 4\frac{hr^2}{h-2r}$

Vậy thể tích cần tìm là $V = \frac{1}{3}h.4.x^2 = \frac{4h^2r^2}{3(h-2r)}$.

Câu 51: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng cắt nhau $\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$, $\Delta_2 : \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = -t' \\ z = 2t' \end{cases}$ $(t, t' \in \mathbb{R})$. Viết phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2.

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-3}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{3}$. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Chọn A

$I(1;0;0) = \Delta_1 \cap \Delta_2$.

Δ_1 và Δ_2 có VTCP lần lượt là $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-1)$ và $\overrightarrow{u_2}=(-1;-1;2)$.

Ta có: $\cos\left(\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right)=\dfrac{\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=-\dfrac{5}{6}<0 \Rightarrow \left(\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right)$ là góc tù.

Gọi $x^2+z^2=a^2$ là véc tơ đối của $\overrightarrow{u_2} \Rightarrow \overrightarrow{u'}=(1;1;-2)$.

Khi đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 có VTCP $\overrightarrow{u}=\overrightarrow{u_1}+\overrightarrow{u'}=(2;3;-3)$.

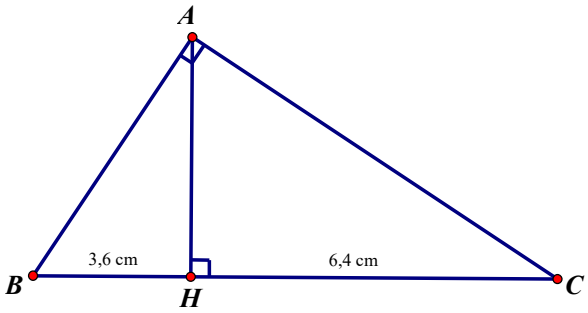
Vậy phương trình đường phân giác của góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 có dạng: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-3}$.

Câu 52: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Cho tam giác ABC vuông tại A, AH vuông góc với BC tại H, $HB=3,6\,\text{cm}$, $HC=6,4\,\text{cm}$. Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $205,89\,\text{cm}^3$. **B.** $617,66\,\text{cm}^3$. **C.** $65,14\,\text{cm}^3$. **D.** $65,54\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AH^2=HB.HC=3,6.6,4=23,04$ nên $AH=4,8\,\text{cm}$.

Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có bán kính đáy $r=HC=6,4\,\text{cm}$, chiều cao $h=AH=4,8\,\text{cm}$.

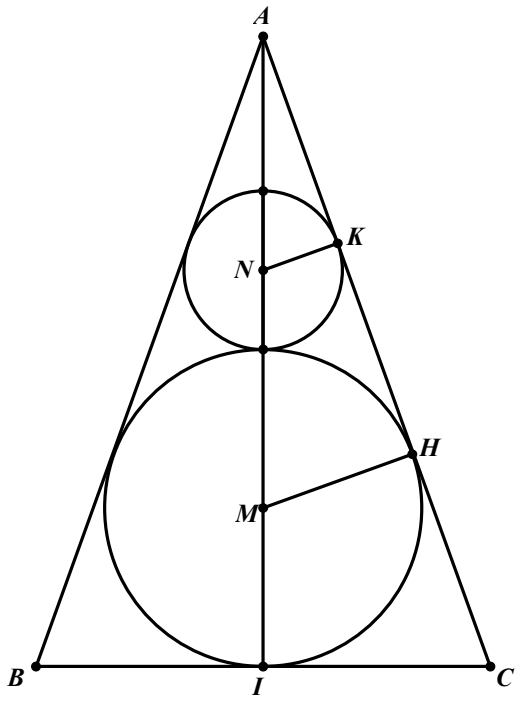
Thể tích của khối nón tạo thành là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=\dfrac{1}{3}.\pi.6,4^2.4,8\approx 205,89\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 53: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Người ta đặt được vào trong một hình nón hai khối cầu có bán kính lần lượt là a và $2a$ sao cho các khối cầu đều tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón, hai khối cầu tiếp xúc với nhau và khối cầu lớn tiếp xúc với đáy của hình nón. Bán kính đáy của hình nón đã cho là

A. $\sqrt{5}a$. **B.** $3a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $\dfrac{8a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi thiết diện qua trục của hình nón là tam giác ABC với A là đỉnh của hình nón và BC là đường kính đáy của hình nón có tâm đáy là I.

Gọi M và N lần lượt là tâm của hai khối cầu có bán kính $2a$ và a. H và K lần lượt là điểm tiếp xúc của AC với hai đường tròn tâm M và N.

Ta có: NK là đường trung bình trong tam giác AMH suy ra N là trung điểm của AM.

$AM = 2MN = 2.3a = 6a \Rightarrow AI = 8a$.

Ta lại có hai tam giác vuông AIC và AHM đồng dạng

suy ra $\dfrac{IC}{HM} = \dfrac{AI}{AH} \Leftrightarrow IC = \dfrac{8a.2a}{\sqrt{36a^2 - 4a^2}} = 2a\sqrt{2}$.

Vậy bán kính hình nón là $R = 2a\sqrt{2}$.

Câu 54: **(THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018)** Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Lời giải

Chọn C

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

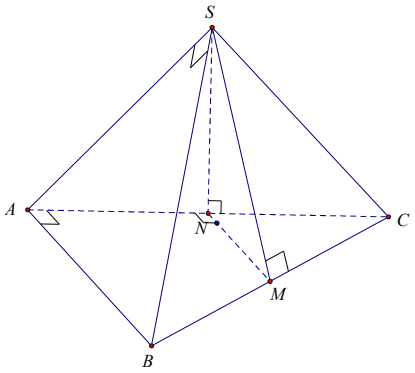
Vậy tất cả có : $6!.A_5^3 = 43200$ cách.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BSC}=120^\circ$, $\widehat{CSA}=60^\circ$, $\widehat{ASB}=90^\circ$ và $SA=SB=SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. I là trung điểm AB.
B. I là trọng tâm tam giác ABC.
C. I là trung điểm AC.
D. I là trung điểm BC.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC).

Đặt $SA=SB=SC=a$.

Theo giả thiết ta có tam giác SAC đều cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại $S \Rightarrow AB=a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SBC ta có

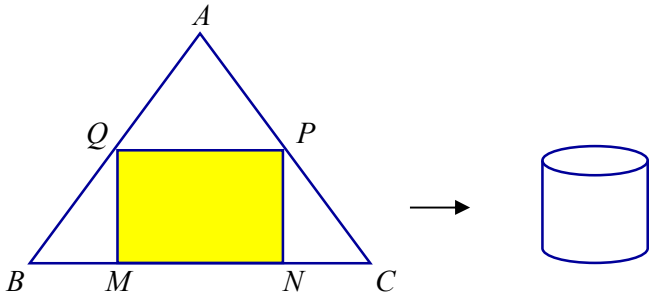
$BC^2=SB^2+SC^2-2SB.SC.\cos\widehat{BSC}=a^2+a^2-2.a.a.\cos120^\circ=a\sqrt{3}$.

Do $AB^2+AC^2=a^2+2a^2=3a^2=BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A.

Hạ $SI\perp(ABC)$. Vì $SA=SB=SC\Rightarrow IA=IB=IC$, nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Suy ra I là trung điểm BC.

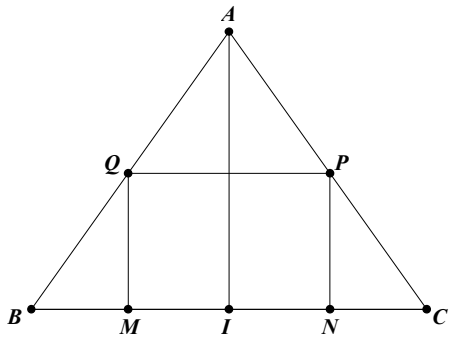
Câu 2: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $90\ (\text{cm})$. Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là



A. $\dfrac{91125}{4\pi}(\text{cm}^3)$. **B.** $\dfrac{91125}{2\pi}(\text{cm}^3)$. **C.** $\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}(\text{cm}^3)$. **D.** $\dfrac{108000\sqrt{3}}{\pi}(\text{cm}^3)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm BC. Suy ra I là trung điểm MN. Đặt $MN=x$, $(0<x<90)$.

Ta có: $\frac{MQ}{AI}=\frac{BM}{BI} \Leftrightarrow MQ=\frac{\sqrt{3}}{2}(90-x)$; gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R=\frac{x}{2\pi}$.

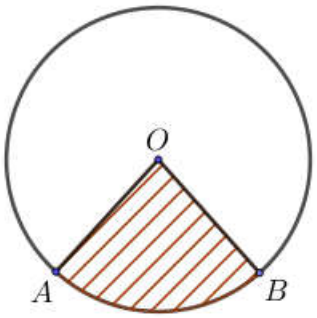
Thể tích của khối trụ là: $V_T=\pi\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2\frac{\sqrt{3}}{2}(90-x)=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-x^3+90x^2\right)$

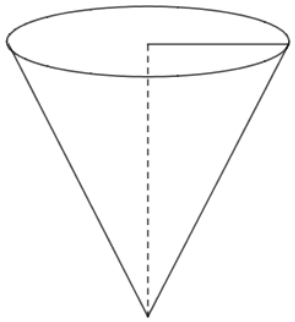
Xét $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-x^3+90x^2\right)$ với $0<x<90$.

$f'(x)=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-3x^2+180x\right)$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=60\end{array}\right.$.

Khi đó suy ra $\max\limits_{x\in(0;90)}f(x)=f(60)=\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}$.

Câu 3: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Bạn Hoàn có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Hoàn phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?





A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ, độ dài cung AB lớn bằng Rx, bán kính hình nón $r=\frac{Rx}{2\pi}$

Đường cao của hình nón $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\frac{R^2x^2}{4\pi^2}}=\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-x^2}$

Thể tích khối nón (phễu) $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.\frac{R^2x^2}{4\pi^2}.\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-x^2}=\frac{R^3}{24\pi^2}\sqrt{x^4\left(4\pi^2-x^2\right)}$

Theo Cauchy ta có $\frac{x^2}{2}.\frac{x^2}{2}.\left(4\pi^2-x^2\right)\le\frac{\left(4\pi^2\right)^3}{27}\Rightarrow V\le\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{x^2}{2}=4\pi^2-x^2\Leftrightarrow x=\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. Vậy thể tích phễu lớn nhất khi $x=\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

Câu 4: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước Mối quan hệ giữa bán kính đáy R và chiều cao h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là

A. $h=3R$. **B.** $R=h$. **C.** $h=2R$. **D.** $R=2h$.

Lời giải

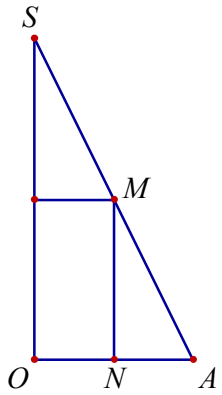
Chọn C

$V=\pi R^2h\Rightarrow h=\frac{V}{\pi R^2}$

$S_{TP}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R.\frac{V}{\pi R^2}=2\pi R^2+\frac{V}{R}+\frac{V}{R}\ge3.\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{V}{R}.\frac{V}{R}}=3.\sqrt[3]{2\pi V^2}$

S_{TP} đạt giá trị nhỏ nhất khi $2\pi R^2=\frac{V}{R}\Leftrightarrow2\pi R^2=\frac{\pi R^2h}{R}\Leftrightarrow2R=h$

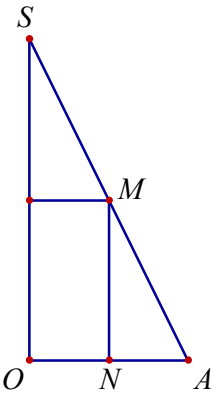
Câu 5: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Cho tam giác SOA vuông tại O có $MN\,//\,SO$ với M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, OA như hình vẽ bên dưới. Đặt $SO=h$ không đổi. Khi quay hình vẽ quanh SO thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O bán kính $R=OA$. Tìm độ dài của MN theo h để thể tích khối trụ là lớn nhất.



A. $MN=\frac{h}{2}$. **B.** $MN=\frac{h}{3}$. **C.** $MN=\frac{h}{4}$. **D.** $MN=\frac{h}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $MN = x, (x > 0)$ và $OA = a, (a > 0)$, a là hằng số.

Ta có $\frac{MN}{SO} = \frac{NA}{OA} \Rightarrow NA = \frac{MN.OA}{SO} \Rightarrow NA = \frac{xa}{h} \Rightarrow ON = a - \frac{xa}{h}$.

Khối trụ thu được có bán kính đáy bằng ON và chiều cao bằng MN.

Thể tích khối trụ là $V = \pi.ON^2.MN = \pi.x.a^2\left(\frac{h-x}{h}\right)^2 = \pi a^2 \frac{1}{2h^2} 2x(h-x)^2 \le \frac{\pi a^2}{2h^2}\left(\frac{2h}{3}\right)^3$.

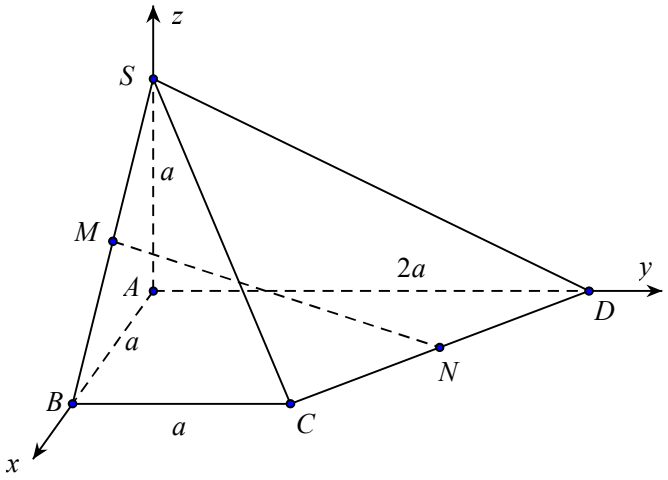
Dấu bằng xảy ra khi $2x = h - x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.

Câu 6: **(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC).

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{\sqrt{55}}{10}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, với $O \equiv A$.

Khi đó ta có: $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $C(a;a;0)$, $D(0;2a;0)$, $S(0;0;a)$.

Khi đó: $M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right)$, $N\left(\frac{a}{2};\frac{3a}{2};0\right)$.

Ta có: $-\frac{1}{a}\overrightarrow{SA}=(0;0;1)=\vec{u}$; $\frac{1}{a}\overrightarrow{SC}=(1;1;-1)=\vec{v}$.

Gọi $\vec{n}$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) ta có $\vec{n}=[\vec{u},\vec{v}]=(-1;-1;0)$.

Lại có: $\frac{2}{a}\overrightarrow{MN}=(0;3;-1)=\vec{w}$.

Gọi α là góc giữa MN và (SAC) ta có: $\sin\alpha=\frac{|\vec{n}.\vec{w}|}{|\vec{n}|.|\vec{w}|}=\frac{3}{2\sqrt{5}}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{\sqrt{55}}{10}$.

Câu 7: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp bóng bàn hình trụ có bán kính R, chứa được 10 quả bóng sao cho các quả bóng tiếp xúc với thành hộp theo một đường tròn và tiếp xúc với nhau. Quả trên cùng va quả dưới cùng tiếp xúc với hai nắp hộp. Tính phần thể tích khối trụ mà thể tích của các quả bóng bàn không chiếm chỗ.

A. 0 . **B.** $\frac{20\pi R^3}{3}$. **C.** $\frac{40\pi R^3}{3}$. **D.** πR^3 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $h=20R$

Suy ra thể tích khối trụ $V_1=20R.R^3.\pi=20\pi R^3$

Thể tích 10 quả bóng $V_2=\frac{4}{3}R^3\pi.10=\frac{40R^3\pi}{3}$

Thể tích bóng không chiếm chỗ là $V_3=20R^3\pi-\frac{40}{3}R^3\pi=\frac{20R^3\pi}{3}$.

Câu 8: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao 3cm và bán kính đáy bằng 12 cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy)

A. 10 lần. **B.** 20 lần. **C.** 24 lần. **D.** 12 lần.

Lời giải

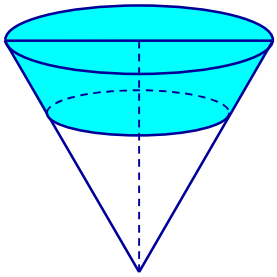
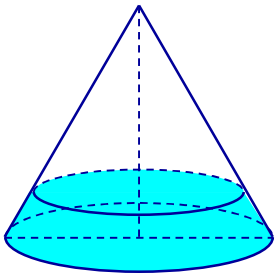
Chọn C

Thể tích hình trụ là $S=\pi.R^2.h=\pi.12^2.3=432.\pi$ cm^3 .

Thể tích mỗi lần múc là $S_1=\frac{1}{2}.\frac{4}{3}.\pi.R^3=\frac{2}{3}.\pi.27=18\pi$ cm^3 .

Số lần múc để đầy thùng nước là $n=\frac{432\pi}{18\pi}=24$ lần.

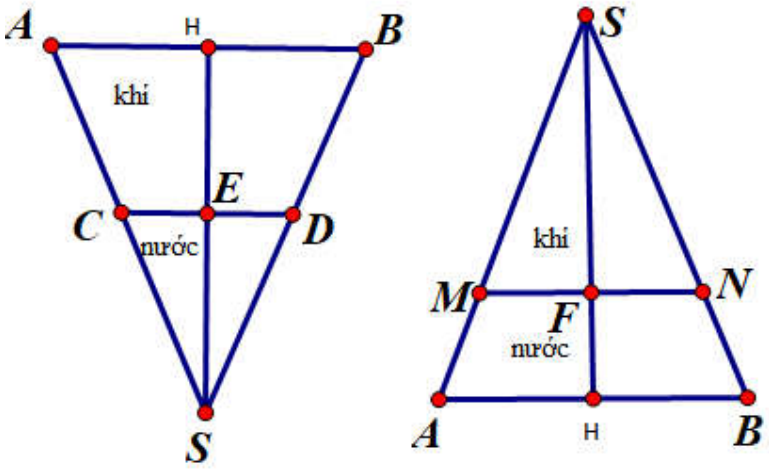
Câu 9: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20cm . Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?

A. $0,87\,\text{cm}$. **B.** $10\,\text{cm}$. **C.** $1,07\,\text{cm}$. **D.** $1,35\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn A



Trước khi lật phễu lên:

Theo bài ra ta có $SE = 10\text{cm}$, $SH = 20\text{cm}$. $\Delta SCD \backsim \Delta SAB \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{SE}{SH} = \dfrac{ED}{HB}$

Suy ra $\dfrac{V_{nuoc}}{V_{pheu}} = \dfrac{ED^2.SE}{HB^2.SH} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow V_{khi} = \dfrac{7}{8}V_{pheu}$.

Sau khi lật phễu lên:

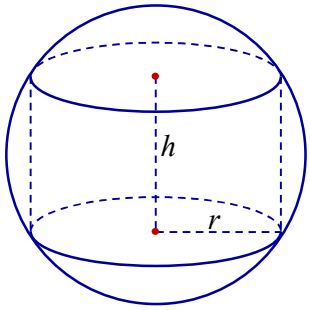
$\Delta SMN \# \Delta SAB \Rightarrow \dfrac{SF}{SH} = \dfrac{FN}{HB}$

Do $V_{khi} = \dfrac{7}{8}V_{pheu} \Leftrightarrow \left(\dfrac{FN}{HB}\right)^2.\dfrac{SF}{SH} = \dfrac{7}{8} \Leftrightarrow \left(\dfrac{SF}{SH}\right)^3 = \dfrac{7}{8} \Leftrightarrow SF = \dfrac{\sqrt[3]{7}}{2}SH$.

Vậy chiều cao của nước sau khi lật phễu là

$FH = SH - SF = SH\left(1 - \dfrac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) = 20.\left(1 - \dfrac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) \approx 0,8706$

Câu 10: **(SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018)** Cho khối cầu (S) tâm I, bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $h=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$. **C.** $h=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=R\sqrt{2}$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có $r^2=R^2-\dfrac{h^2}{4}$.

Thể tích của khối trụ: $V=\pi\left(R^2-\dfrac{h^2}{4}\right)h \Leftrightarrow V=\pi R^2h-\dfrac{\pi h^3}{4}$.

Ta có $V'=\pi R^2-\dfrac{3\pi}{4}h^2, \Rightarrow V'=0 \Leftrightarrow h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	0		$\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
V'		$+$	0	$-$	
V		↗	$V_{\max}$	↘	

Vậy thể tích khối trụ lớn nhất khi $h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$ bằng

A. $\dfrac{2}{3+\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{4}{3+2\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{3}{6+2\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{5}{6+2\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy $O.ABC$ là hình chóp đều, ΔABC đều cạnh $2\sqrt{2}$.

Do đó diện tích toàn phần của tứ diện $OABC$ là $S_{tp}=3S_{\Delta OAB}+S_{\Delta ABC}=6+2\sqrt{3}$.

Mà $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}.OA.OB.OC=\dfrac{4}{3}$.

Ta có bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$ là $r=\dfrac{3V_{OABC}}{S_{tp}}=\dfrac{4}{6+2\sqrt{3}}=\dfrac{2}{3+\sqrt{3}}$.

Câu 12: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ với $c<0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc $60°$. Khi đó giá trị $a+b+c$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;8)$. **D.** $(8;11)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A,B\in(P)$ nên $\begin{cases}b+d=0\\a+d=0\end{cases}$. Suy ra (P) có dạng $ax+ay+cz-a=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;a;c)$.

Mặt phẳng (yOz) có vectơ pháp tuyến là $\vec{i}=(1;0;0)$.

Ta có: $\cos 60^\circ=\dfrac{|\vec{n}.\vec{i}|}{|\vec{n}|.|\vec{i}|}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}=\dfrac{|a|}{\sqrt{2a^2+c^2}.1}\Leftrightarrow 2a^2+c^2=4a^2\Leftrightarrow 2a^2-c^2=0$.

Chọn $a=1$, ta có: $c^2=2\Rightarrow c=-\sqrt{2}$ do $c<0$.

Ta có: $a+b+c=a+a+c=1+1-\sqrt{2}=2-\sqrt{2}\in(0;3)$.

Câu 13: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao $4,2\text{m}$. Trong số các cây đó có hai cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40cm, sau cây cột còn lại phân bổ đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng $26\,\text{cm}$. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng một loại sơn giả đá, biết giá thuê là $380000/1\text{m}^2$ (kể cả vật liệu sơn và thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi=3,14159$).

A. $\approx 11.833.000$. **B.** $\approx 12.521.000$. **C.** $\approx 10.400.000$. **D.** $\approx 15.642.000$.

Lời giải

Chọn A

Cột lớn dạng hình trụ có chiều cao $h=4,2\text{m}$, đáy là đường tròn có bán kính $R_1=0,2\text{m}$ nên mỗi cột lớn có diện tích xung quanh là $S_1=2\pi R_1h=1,68\pi\left(\text{m}^2\right)$.

Cột nhỏ dạng hình trụ có chiều cao $h=4,2\,\text{m}$, đáy là đường tròn có bán kính $R_2=0,13\text{m}$ nên mỗi cột lớn có diện tích xung quanh là $S_2=2\pi R_2h=\dfrac{273}{250}\pi\left(\text{m}^2\right)$.

Diện tích cần sơn cho hai cột lớn và sáu cột nhỏ là $\left(2.1,68+6.\dfrac{273}{250}\right).\pi\ \left(\text{m}^2\right)$.

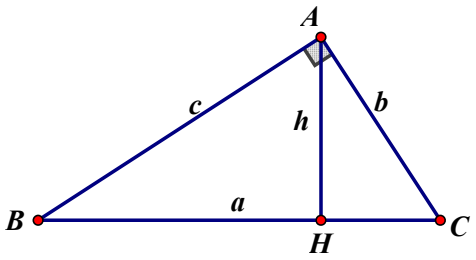
Vậy số tiền cần phải bỏ ra là $380\,000.\left(2.1,68+6.\dfrac{273}{250}\right).\pi\approx 11.833.000$ (đồng).

Câu 14: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Cho tam giác ABC vuông tại A, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $b<c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC, quanh cạnh AC, quanh cạnh AB, ta được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_b>S_c>S_a$. **B.** $S_b>S_a>S_c$. **C.** $S_c>S_a>S_b$. **D.** $S_a>S_c>S_b$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A của tam giác, đặt $AH = h$

Ta có $S_a = \pi.BA.AH + \pi.CA.AH = \pi h(c+b)$

$S_b = \pi.BC.BA + \pi.BA^2 = \pi c(a+c)$

$S_c = \pi.CB.CA + \pi.CA^2 = \pi b(a+b)$

Do $b < c$ nên hiển nhiên $S_c < S_b$.

Do $c < a, h < b$ nên hiển nhiên $S_a < S_c$.

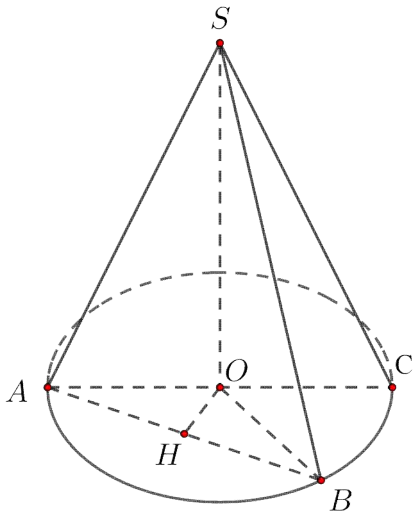
Vậy $S_a < S_c < S_b$.

Câu 15: **(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30°$, $\widehat{SAB} = 60°$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $S_{xq} = 2\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $OH = a$. Đặt $OA = x$ thì $OA = SA.\cos 30° \Rightarrow SA = \dfrac{2x}{\sqrt{3}}$.

Do góc $\widehat{SAB} = 60°$ nên tam giác SAB đều $\Rightarrow AB = SA = \dfrac{2x}{\sqrt{3}} \Rightarrow AH = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$.

Do $AH^2 + OH^2 = OA^2 \Leftrightarrow d\left(B;(P)\right) \le 18\sqrt{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

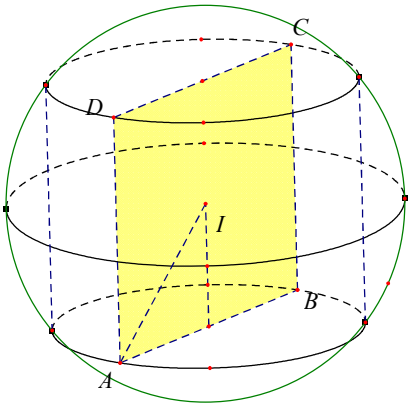
Vậy $OA = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$; $SA = a\sqrt{2}$ nên diện tích xung quanh là $S_{xq} = \pi.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{2} = \pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 16: **(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Xét hình trụ (T) nội tiếp một mặt cầu bán kính R và S là diện tích thiết diện qua trục của (T). Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T) biết S đạt giá trị lớn nhất

A. $S_{xq}=\dfrac{2\pi R^2}{3}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi R^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=2\pi R^2$. **D.** $S_{xq}=\pi R^2$.

Lời giải

Chọn C



Gọi x là bán kính của hình trụ $0<x<R$. Diện tich thiết diện là

$S=2x.2\sqrt{R^2-x^2}=4x\sqrt{R^2-x^2}$.

Vì $4x\sqrt{R^2-x^2}\le 2.\left(x^2+R^2-x^2\right)$ nên $S\le 2R$. Vậy $S_{\max}=2R$ khi $x=\sqrt{R^2-x}\Leftrightarrow x=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi\dfrac{R\sqrt{2}}{2}.2\dfrac{R\sqrt{2}}{2}=2\pi R^2$.

Câu 17: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm. Mặt đáy phẳng dày 1cm, thành cốc dày $0,2\text{cm}$. Đổ vào cốc 120 ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Mặt nước cách mép cốc gần nhất với giá trị bằng

A. $3,67(\text{cm})$. **B.** $3,08(\text{cm})$. **C.** $2,28(\text{cm})$. **D.** $2,62(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của cốc nước là $V=.\pi.(2,8)^2.8=62,72\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Thể tích của 5 viên bi là $V_1=5.\dfrac{4}{3}.\pi.1^3=\dfrac{20}{3}.\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Thể tích còn lại sau khi đổ vào cốc 120 ml nước và thả vào cốc 5 viên bi là $V_2=V-V_1-120=62,72\pi-\dfrac{20}{3}.\pi-120\approx 56,10\left(\text{cm}^3\right)$.

Chiều cao phần còn lại là $h=\dfrac{V_2}{\pi.(2,8)^2}\approx\dfrac{56,10}{\pi.(2,8)^2}\approx 2,28(\text{cm})$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu đi qua điểm $A(1;-1;4)$ và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng tọa độ. Tính $P=a-b+c$.

A. $P=6$. **B.** $P=0$. **C.** $P=3$. **D.** $P=9$.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt cầu tâm I tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ nên

$$d\left(I,(Oyz)\right)=d\left(I,(Ozx)\right)=d\left(I,(Oxy)\right) \Leftrightarrow |a|=|b|=|c| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b=c \\ a=b=-c \\ a=-b=c \\ a=-b=-c \end{array}\right.$$

Nhận thấy chỉ có trường hợp $a=-b=c$ thì phương trình $AI=d\left(I,(Oxy)\right)$ có nghiệm, các trường hợp còn lại vô nghiệm.

Thật vậy:

Với $a=-b=c$ thì $I(a;-a;a)$

$AI=d\left(I,(Oyx)\right) \Leftrightarrow (a-1)^2+(a-1)^2+(a-4)^2=a^2 \Leftrightarrow a^2-6a+9=0 \Leftrightarrow a=3$

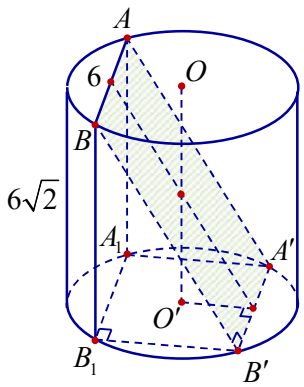
Khi đó $P=a-b+c=9$.

Câu 19: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2}$ cm. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song AB, $A'B'$ mà $AB=A'B'=6$ cm, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng $60\,\text{cm}^2$. Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. 5 cm. **B.** $3\sqrt{2}$ cm. **C.** 4 cm. **D.** $5\sqrt{2}$ cm.

Lời giải

Chọn C



Gọi O, O' là tâm các đáy hình trụ (hình vẽ).

Vì $AB=A'B'$ nên $(ABB'A')$ đi qua trung điểm của đoạn OO' và $ABB'A'$ là hình chữ nhật.

Ta có $S_{ABB'A'}=AB.AA' \Leftrightarrow 60=6.AA' \Rightarrow AA'=10(\text{cm})$.

Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt đáy chứa A' và B'

$\Rightarrow A'B'B_1A_1$ là hình chữ nhật có $A'B'=6(\text{cm})$,

$B_1B'=\sqrt{BB'^2-BB_1^2}=\sqrt{10^2-\left(6\sqrt{2}\right)^2}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ, ta có $2R=A'B_1=\sqrt{B_1B'^2+A'B'^2}=8 \Rightarrow R=4(\text{cm})$.

Câu 20: **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=BB'=a$, $\widehat{BAC}=120°$. Gọi I là trung điểm của CC'. Tính cos của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và $(AB'I)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có: ΔABC là hình chiếu của $\Delta AB'I$ lên mặt phẳng (ABC).

Do đó: $\cos\left((ABC),(AB'I)\right)=\frac{S_{ABC}}{S_{AB'I}}$.

Ta có: $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC.\cos A=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $BC=a\sqrt{3}$

Ta có: $AB'=a\sqrt{2}$; $AI=\frac{a\sqrt{5}}{2}$; $B'I=\frac{a\sqrt{13}}{2}$; $p=\frac{a\sqrt{2}+\frac{a\sqrt{5}}{2}+\frac{a\sqrt{13}}{2}}{2}$

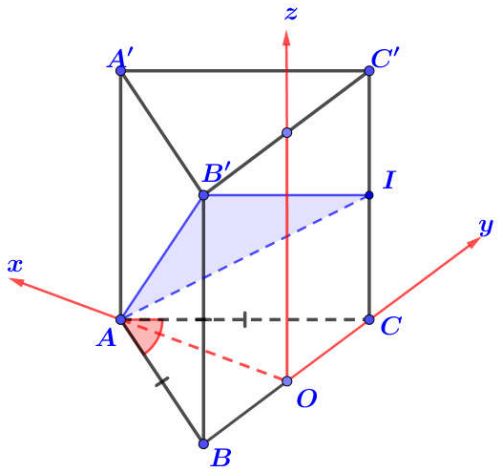
$S_{AB'I}=\sqrt{p(p-AB')(p-AI)(p-B'I)}=\frac{a\sqrt{10}}{4}$.

Vậy $\cos\left((ABC),(AB'I)\right)=\frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}{\frac{a\sqrt{10}}{4}}=\frac{\sqrt{30}}{10}$.

Cách 2 : Gọi O là trung điểm BC.

Ta có: $BC^2=AB^2+AC^2-2AB.AC\cos 120^\circ=a^2+a^2-2a.a\cos 120^\circ=3a^2\Rightarrow BC=a\sqrt{3}$.

Tam giác AOB vuông tại O có: $AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{a^2-\frac{3}{4}a^2}=\frac{a}{2}$.



Chọn hệ trục $O.xyz$ (như hình vẽ).

Ta có: $A\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $B'\left(0;-\frac{\sqrt{3}}{2}a;a\right)$, $I\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2}a;\frac{a}{2}\right)$.

Mặt phẳng (ABC) có một VTPT $\vec{k}=(0;0;1)$.

$\overrightarrow{AB'}=\left(-\frac{a}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}a;a\right)$, $\overrightarrow{AI}=\left(-\frac{a}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}a;\frac{a}{2}\right)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AI}\right]=\left(-\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2;-\frac{1}{4}a^2;-\frac{\sqrt{3}}{2}a^2\right)=-\frac{1}{4}a^2\left(3\sqrt{3};1;2\sqrt{3}\right).$

Mặt phẳng $(AB'I)$ có một VTPT $\vec{n}=\left(3\sqrt{3};1;2\sqrt{3}\right)$.

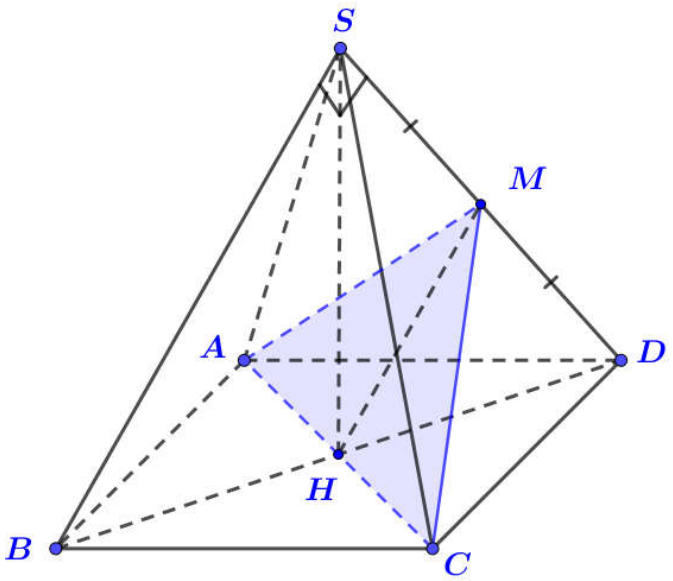
$\cos\left((ABC),(AB'I)\right)=\left|\cos\left(\vec{k},\vec{n}\right)\right|=\frac{\left|\vec{k}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{k}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{\sqrt{30}}{10}.$

Câu 21: **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích $V=\frac{\sqrt{2}}{6}$. Gọi M là trung điểm cạnh SD. Nếu $SB\perp SD$ thì khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (MAC) bằng bao nhiêu?

A. $d=\frac{1}{2}$. **B.** $d=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là tâm hình vuông $ABCD\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Đặt $AB=a(a>0)$.

$S_{ABCD}=a^2$; $BD=a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD vuông tại S nên $SH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3=\frac{\sqrt{2}}{6}\Rightarrow a=1.$

$V_{MACD}=\frac{1}{4}V_{S.ABCD}=\frac{\sqrt{2}}{24}$; $HM=\frac{1}{2}SB=\frac{1}{2}$ (Vì $SB=AB=1$).

$S_{MAC}=\frac{1}{2}MH.AC=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}.$

Ta có: $d\left(B,(MAC)\right)=d\left(D,(MAC)\right)$.

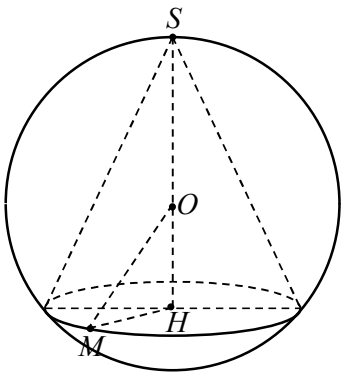
Lại có: $V_{MACD}=\frac{1}{3}.d\left(D,\left(MAC\right)\right).S_{MAC}\Rightarrow d\left(D,\left(MAC\right)\right)=\frac{3V_{MACD}}{S_{MAC}}=\frac{1}{2}.$

Câu 22: **(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Hình nón gọi là nội tiếp mặt cầu nếu đỉnh và đường tròn đáy của hình nón nằm trên mặt cầu. Tìm chiều cao h của hình nón có thể tích lớn nhất nội tiếp mặt cầu có bán kính R cho trước.

A. $h=\frac{3R}{2}.$ **B.** $h=\frac{5R}{2}.$ **C.** $h=\frac{5R}{4}.$ **D.** $\frac{4R}{3}.$

Lời giải

Chọn D



Gọi chiều cao của hình nón là x, $\left(0<x<2R\right)$.Gọi bán kính đáy của hình nón là r ta có

$r^2=OM^2-OH^2=R^2-\left(x-R\right)^2=2Rx-x^2=x\left(2R-x\right).$

Thể tích của hình nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2.x=\frac{1}{3}\pi x^2\left(2R-x\right).$

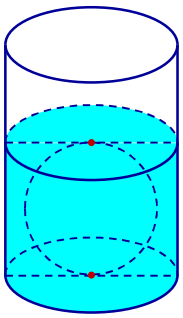
Mặt khác ta lại có $\frac{x}{2}.\frac{x}{2}.\left(2R-x\right)\le\left(\frac{\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+2R-x}{3}\right)^3\Leftrightarrow\frac{x^2}{4}\left(2R-x\right)\le\frac{8R^3}{27}$

Suy ra $V=\frac{1}{3}\pi x^2\left(2R-x\right)\le\frac{32\pi R^3}{27}.$

Vậy $\max V=\frac{32\pi R^3}{27}$, dấu "=" xảy ra khi $\frac{x}{2}=2R-x\Leftrightarrow x=\frac{4R}{3}.$

Chú ý: Ta có thể khảo sát hàm $V=\frac{1}{3}\pi x^2\left(2R-x\right)=f\left(x\right)$ trên $\left(0;2R\right)$ để tìm $\max V$.

Câu 23: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5\text{cm}$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4\,\text{cm}$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5\,\text{cm}$. Bán kính của viên billiards đó bằng

A. $2,7\,\text{cm}$. **B.** $4,2\,\text{cm}$. **C.** $3,6\,\text{cm}$. **D.** $2,6\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi r là bán kính của viên billiards snooker.

Thể tích viên billiards là $V_{bi}=\frac{4}{3}\pi r^3$.

Phần thể tích nước dâng lên sau khi bỏ viên billiards vào là $V=\pi.(5,4)^2.(2r-4,5)$.

Vì thể tích nước dâng lên chính là thể tích của viên billiards nên ta có $V_{bi}=V_n$

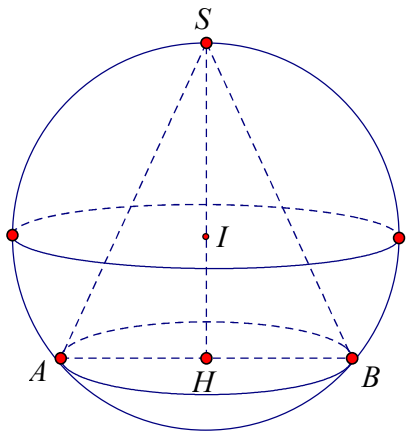
Ta có phương trình $\frac{4}{3}\pi r^3=\pi.(5,4)^2.(2r-4,5)\overset{0<r<4,5}{\Leftrightarrow} r=2,7$.

Câu 24: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho khối cầu tâm I, bán kính R không đổi. Một khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r, nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo bán kính R sao cho khối nón có thể tích lớn nhất.

A. $h=\frac{R}{4}$. **B.** $h=\frac{3R}{4}$. **C.** $h=4R$. **D.** $h=\frac{4R}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của S lên mặt đáy của nón thì SH đi qua tâm I, khi đó thể tích khối nón có điểm I nằm giữa S và H sẽ lớn hơn thể tích của khối nón có S và H nằm cùng phía với nhau so với điểm I.

Ta đặt Đặt $HI=x$; $SH=SI+IH=R+x$; $HA=HB=\sqrt{IA^2-IH^2}=\sqrt{R^2-x^2}$.

Thể tích khối nón là

$$V=\frac{1}{3}\pi HA^2.SH=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-x^2\right)(R+x)=\frac{\pi}{6}(2R-2x)(R+x)^2.$$

Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho 3 số dương $(2R-2x)$, $(R+x)$ và $(R+x)$, ta được

$$V=\frac{\pi}{6}(2R-2x)(R+x)^2=\frac{\pi}{6}(2R-2x)(R+x)(R+x)$$

$$\le\frac{\pi}{6}\left[\frac{(2R-2x)+(R+x)+(R+x)}{3}\right]^3=\frac{\pi}{6}\left(\frac{4R}{3}\right)^3.$$

Dấu bằng xảy ra khi $2R-2x=R+x\Leftrightarrow x=\dfrac{R}{3}$.

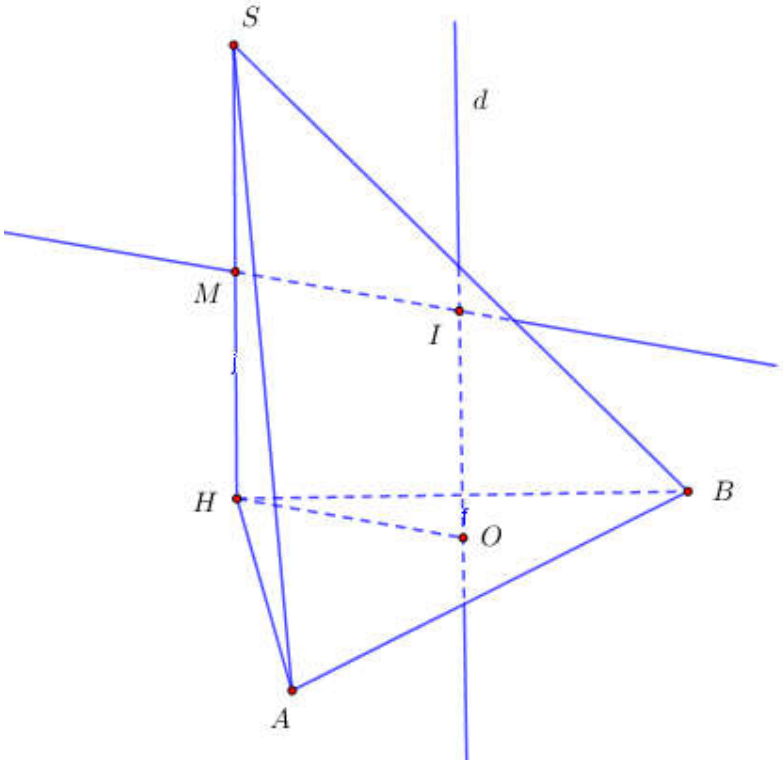
Dấu bằng xảy ra khi $x=\dfrac{R}{3}$. Chiều cao khối nón là $h=SH=R+\dfrac{R}{3}=\dfrac{4R}{3}$.

Câu 25: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc miền trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB}=120^\circ$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$, biết $SH=4\sqrt{3}$.

A. $R=\sqrt{5}$. **B.** $R=3\sqrt{5}$. **C.** $R=\sqrt{15}$. **D.** $R=2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHB và r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AHB.

Áp dụng định lí sin trong tam giác AHB ta có $\dfrac{AB}{\sin\widehat{AHB}}=2r\Rightarrow r=\dfrac{AB}{2\sin\widehat{AHB}}=\sqrt{3}$.

Qua O dựng đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (AHB). Gọi M là trung điểm của SH. Trong mặt phẳng SHO đựng đường trung trực của đoạn SH cắt d tại I.

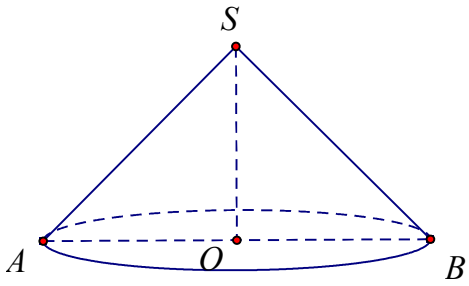
Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$ và có bán kính là $HI=\sqrt{OI^2+HO^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{15}$.

Câu 26: **(THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018)** Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: ΔSAB vuông cân tại S và $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = OB = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

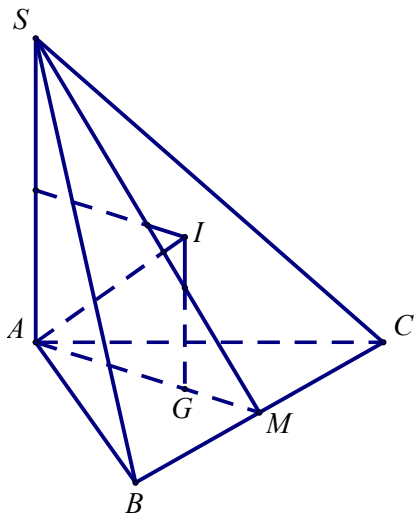
Vậy thể tích của khối nón là $V = \dfrac{1}{3}.\pi.OB^2.SO = \dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 27: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1, SA vuông góc với đáy, góc giữa mặt bên (SBC) và đáy bằng $60°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{4\pi a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{43\pi}{36}$. **C.** $\dfrac{43\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{43\pi}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của BC thì $AM \perp BC$ (1). Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAM)$. Do đó góc giữa (SBC) và (ABC) là góc SMA.

Vậy $\widehat{SMA} = 60°$. Trong tam giác vuông SAM có $SA = AM.\tan\widehat{SMA} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{3}{2}$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Qua G dựng đường thẳng song song với SA, cắt mặt phẳng trung trực của đoạn SA tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $IG = \dfrac{1}{2}SA = \dfrac{3}{4}$.

Trong tam giác vuông AIG có $IA^2 = IG^2 + GA^2 = \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{2}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \dfrac{9}{16} + \dfrac{1}{3} = \dfrac{43}{48}$.

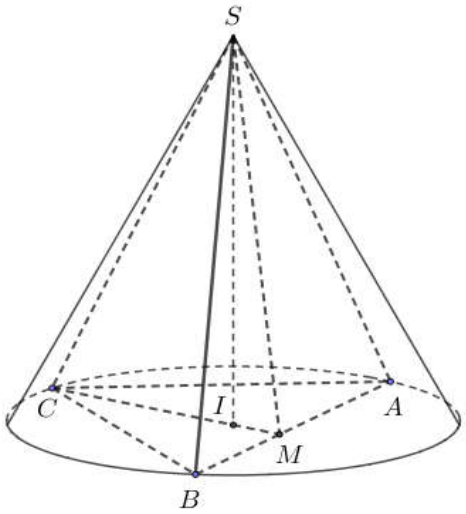
Vậy mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích bằng $4\pi IA^2 = 4\pi\dfrac{43}{48} = \dfrac{43\pi}{12}$.

Câu 28: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm đường tròn $(ABC) \Rightarrow IA = r = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow AB \perp (SMC)$

$\Rightarrow$ Góc giữa mặt bên và mặt đáy là góc $\widehat{SMC} = 60° \Rightarrow SM = 2IM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{6} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$,

$\Rightarrow SA = \sqrt{SM^2 + MA^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{3} + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

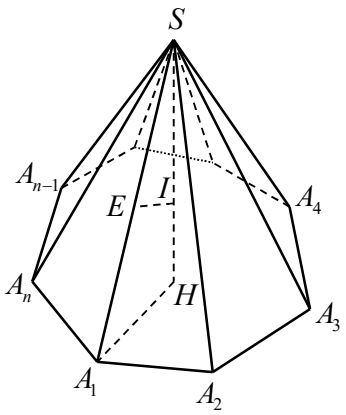
Diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a\sqrt{21}}{6} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$.

Câu 29: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Cho hình chóp đa giác đều có các cạnh bên bằng a và tạo với mặt đáy một góc $30°$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp?

A. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $4\pi a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ký hiệu hình chóp đa giác đều là $S.A_1A_2...A_n$ và H là hình chiếu của S trên $(A_1A_2...A_n)$.

Ta có: $\left(\widehat{SA_1,(A_1A_2...A_n)}\right)=\left(\widehat{SA_1,HA_1}\right)=\widehat{SA_1H}=30°$.

Xét ΔSA_1H vuông tại H ta có: $SH=SA_1.\sin 30°=\frac{a}{2}$, $A_1H=SA_1.\cos 30°=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp. Kẻ $IE\perp SA_1$, ta có: $\Delta SEI\backsim\Delta SHA_1$

Suy ra: $\frac{SE}{SH}=\frac{SI}{SA_1}\Rightarrow SI=\frac{SE.SA_1}{SH}=\frac{SA_1^2}{2SH}=a$.

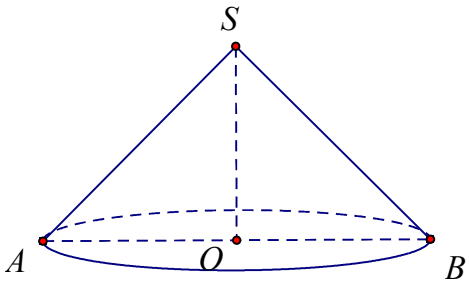
Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp: $V=\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 30: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: ΔSAB vuông cân tại S và $AB=a\sqrt{2}\Rightarrow SO=OB=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}.\pi.OB^2.SO=\frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

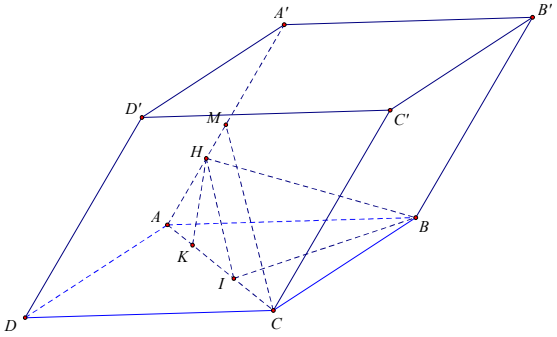
Câu 31: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{6}$, $AD=\sqrt{3}$, $A'C=3$ và mặt

phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan\alpha=\frac{3}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V=8$. **B.** $V=12$. **C.** $V=10$. **D.** $V=6$.

Lời giải

Chọn A



Từ B kẻ $BI\perp AC\Rightarrow BI\perp(AA'C'C)$.

Từ I kẻ $IH\perp AA'\Rightarrow\widehat{((AA'C'C),(AA'B'B))}=\widehat{BHI}$.

Theo giải thiết ta có $AC=3\Rightarrow BI=\frac{AB.BC}{AC}=\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông BIH có $\tan\widehat{BHI}=\frac{BI}{IH}\Leftrightarrow IH=\frac{BI}{\tan\widehat{BHI}}\Leftrightarrow IH=\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Xét tam giác vuông ABC có $AI.AC=AB^2\Rightarrow AI=\frac{AB^2}{AC}=2$.

Gọi M là trung điểm cả AA', do tam giác $AA'C$ cân tại C nên $CM\perp AA'\Rightarrow CM\ //\ IH$.

Do $\frac{AI}{AC}=\frac{AH}{AM}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{AH}{AM}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{AH}{AA'}=\frac{1}{3}$.

Trong tam giác vuông AHI kẻ đường cao HK ta có $HK=\frac{4\sqrt{2}}{9}\Rightarrow$ chiều cao của lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $h=3HK=\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'}=AB.AD.h=\sqrt{6}\sqrt{3}\frac{4\sqrt{2}}{3}=8$.

Câu 32: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=5$ (cm). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π (cm). Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C), điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC là tam giác đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

A. $32\sqrt{3}$ (cm^3). **B.** $60\sqrt{3}$ (cm^3). **C.** $20\sqrt{3}$ (cm^3). **D.** $96\sqrt{3}$ (cm^3).

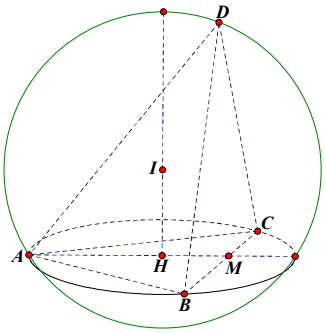
Câu 33: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=5$ (cm). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π (cm). Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C), điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC là tam giác đều. Tính thể tích lớn nhất của

tứ diện $ABCD$.

A. $32\sqrt{3}\ \left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $60\sqrt{3}\ \left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $20\sqrt{3}\ \left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $96\sqrt{3}\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là tâm của mặt cầu (S) và H là hình chiếu của I trên (P). Khi đó H là tâm của đường tròn (C) và là trọng tâm của tam giác ABC.

Đường tròn (C) có chu vi bằng $8\pi\ (\text{cm})$ nên có bán kính $r=4\Rightarrow IH=3$.

Và tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (C) nên có cạnh bằng $4\sqrt{3}$ và có diện tích không đổi. Do đó thể tích của tứ diện $ABCD$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ khoảng cách từ D đến (ABC) là lớn nhất $\Leftrightarrow$ H, I, D thẳng hàng. Khi đó $DH=8$.

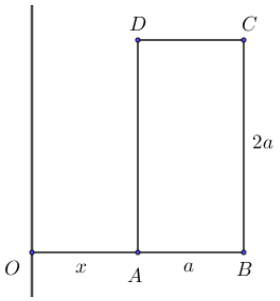
Vậy $V_{\max}=\frac{1}{3}DH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.8.\left(4\sqrt{3}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=32\sqrt{3}$.

Câu 34: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018)** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $BC=2a$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm O sao cho $OA=x$. Gọi d là đường thẳng đi qua O và song song với AD. Tìm x biết thể tích của hình tròn xoay tạo nên khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh d gấp ba lần thể tích hình cầu có bán kính bằng cạnh AB.

A. $x=\frac{a}{2}$. **B.** $x=2a$. **C.** $x=a$. **D.** $x=\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



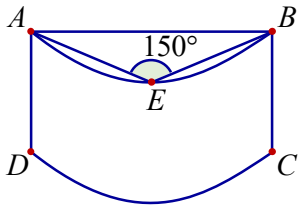
Thể tích khối cầu có bán kính $R=AB=a: V_1=\frac{4}{3}\pi a^3$.

Thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh d.

$V_2=\pi\left(x+a\right)^2 2a-\pi x^2 2a$.

Theo đề ta có $V_2=3V_1\Leftrightarrow\pi\left(x+a\right)^2 2a-\pi x^2 2a=4\pi a^3\Leftrightarrow\left(x+a\right)^2-x^2=2a^2\Leftrightarrow x=\frac{a}{2}$.

Câu 35: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Ông An làm lan can ban công của ngôi nhà bằng một miếng kính cường lực. Miếng kính này là một phần của mặt xung quanh một hình trụ như hình bên dưới.

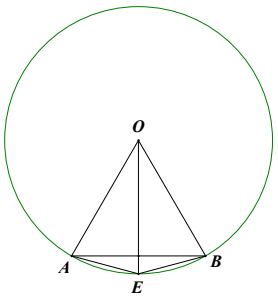


Biết $AB = 4\,\text{m}$, $\overset{\frown}{AEB} = 150°$ (E là điểm chính giữa cung $\overset{\frown}{AB}$) và $DA = 1{,}4\,\text{m}$. Biết giá tiền loại kính này là 500.000 đồng cho mỗi mét vuông. Số tiền (làm tròn đến hàng chục nghìn) mà ông An phải trả là

A. 5.820.000 đồng. **B.** 2.840.000 đồng. **C.** 3.200.000 đồng. **D.** 2.930.000 đồng.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm đường tròn đáy của hình trụ. Do $\overset{\frown}{AEB} = 150° \Rightarrow \overset{\frown}{OEA} = 75° \Rightarrow \overset{\frown}{AOE} = 30°$

$\Rightarrow \overset{\frown}{AOB} = 60°$. Khi đó $r = OA = AB = 4$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.4.1{,}4 = 11{,}2\pi$.

Mặt kính làm lan can có diện tích là $S = \frac{1}{6}S_{xq} = \frac{28\pi}{15}$.

Vậy số tiền ông An phải trả là $500.000.S = \frac{2800.000\pi}{3} \approx 2.930.000$ đồng.

Câu 36: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa 1 lượng nước như nhau, độ cao mực nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Chọn nhận xét đúng về bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình I, II, III.

A. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội 2.

B. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{2}$.

C. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\sqrt{2}$.

D. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của bình I, II, III.

Ta có $V_1 = V_2 \Leftrightarrow \pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2 \Leftrightarrow r_1^2 h_1 = r_2^2 2h_1 \Rightarrow r_2 = \frac{r_1}{\sqrt{2}}$. (1)

$V_2 = V_3 \Leftrightarrow \pi r_2^2 h_2 = \pi r_3^2 h_3 \Leftrightarrow r_2^2 h_2 = r_3^2 2h_2 \Rightarrow r_3 = \frac{r_2}{\sqrt{2}}$. (2)

Từ (1) và (2) ta có r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

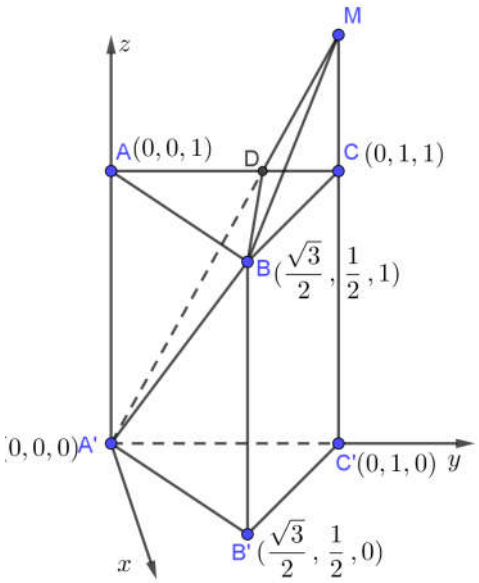
Câu 37: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. M là một điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{30}}{16}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{10}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gắn hệ trục như hình vẽ quy ước $a = 1$ (đơn vị).



Gọi D là giao điểm của $A'M$ và AC.

Vì tam giác $A'B'C'$ là tam giác cân cạnh bằng a nên ta suy ra độ dài các đường trung tuyến là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra tọa độ các điểm như hình vẽ.

Theo giả thiết ta có $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$ vậy $\Rightarrow \Delta ADA' \sim \Delta CDM \Rightarrow \frac{AD}{CD} = 2 \Rightarrow \overrightarrow{DA} = -2\overrightarrow{DC}$

Vậy tọa độ của điểm D là $D\left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$

Ta có mặt phẳng ABC có phương trình $z = 1 \Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = (0; 0; 1)$

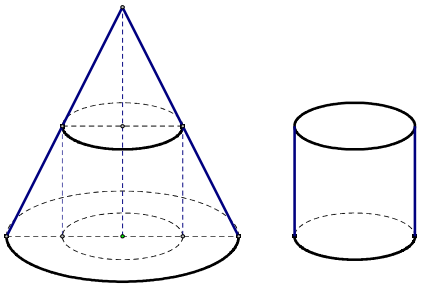
Mặt khác mặt phẳng $(A'MB)$ là mặt phẳng đi qua ba điểm A', D và B.

Ta có: $\overrightarrow{A'D} = \left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$ và $\overrightarrow{A'B} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 1\right) \Rightarrow \vec{n}_{(A'BM)} = \left[\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{A'B}\right] = \left(\frac{1}{6}; \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{-\sqrt{3}}{3}\right)$

Vậy $\Rightarrow$ cô sin góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) là

$$\cos\left(\widehat{(A'M),(ABC)}\right)=\left|\cos\left(\widehat{\vec{n}_{(A'BM)},\vec{n}_{(ABC)}}\right)\right|=\frac{\left|\frac{-\sqrt{3}}{3}\right|}{\sqrt{\frac{1}{36}+\frac{3}{4}+\frac{1}{3}}.\sqrt{1}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 38: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r=2\text{m}$, chiều cao $h=6\text{m}$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V.



A. $V=\frac{32\pi}{9}\left(\text{m}^2\right)$. **B.** $V=\frac{32}{9}\left(\text{m}^2\right)$. **C.** $V=\frac{32\pi}{3}\left(\text{m}^2\right)$. **D.** $V=\frac{32\pi}{9}\left(\text{m}^2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi r_t, h_t lần lượt là bán kính và chiều cao của khối trụ.

Ta có: $\frac{r_t}{2}=\frac{6-h_t}{6}\Rightarrow h_t=6=3r_t$.

Ta lại có: $V=\pi r_t^2.h_t=\pi\left(6r_t^2-3r_t^3\right)$.

Xét hàm số $f\left(r_t\right)=6r_t^2-3r_t^3$, với $r_t\in(0;2)$

có $f'\left(r_t\right)=12r_t-9r_t^2$; $f'\left(r_t\right)=0\Leftrightarrow r_t=\frac{4}{3}$ (vì $r_t>0$).

Bảng biến thiên

r_t	0		$\frac{4}{3}$		2
$f'(r_t)$		$+$	0	$-$	
$f(r_t)$		$\nearrow$	$\frac{32}{9}$	$\searrow$	
	0				0

Dựa vào BBT ta có $f\left(r_t\right)_{\max}=\frac{32}{9}$ đạt tại $r_t=\frac{4}{3}$.

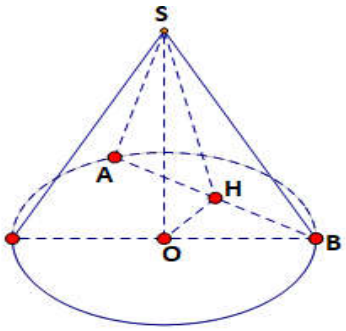
Vậy $V=\frac{32}{9}\pi$.

Câu 39: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

A. $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=18\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq}=9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Theo bài ra ta có tam giác SAB vuông tại S và $OH=3$; và $\widehat{BSO}=60°$.

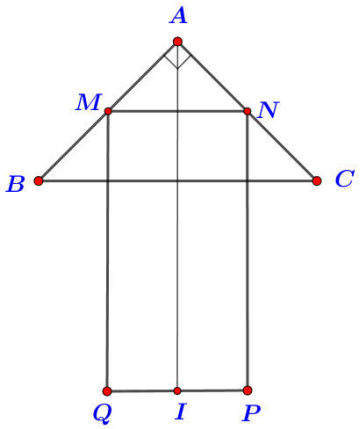
Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón thì đường sinh $l=SB=\dfrac{r}{\sin 60°}\Rightarrow l=\dfrac{2r}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $BH=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{r\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác OBH vuông tại H, ta có $9+\dfrac{6r^2}{9}=r^2\Leftrightarrow r=3\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.3\sqrt{3}.\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=18\pi\sqrt{3}$.

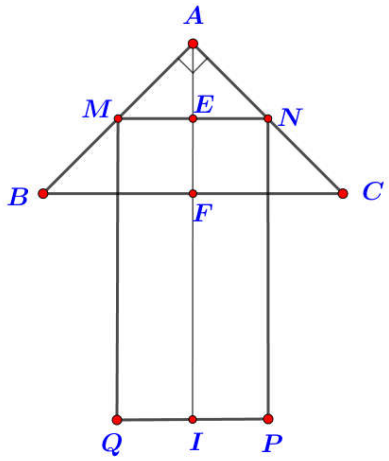
Câu 40: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho tam giác vuông cân ABC có $AB=AC=a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ=2MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục AI, với I là trung điểm PQ.



A. $V=\dfrac{11\pi a^3}{6}$. **B.** $V=\dfrac{5\pi a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{11\pi a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{17\pi a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2a\Rightarrow MN=a$, $MQ=2a$.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm MN và BC. Ta có $AF=a$, $EF=\dfrac{a}{2}\Rightarrow IF=\dfrac{3}{2}a$.

Vậy, thể tích cần tìm $V=\dfrac{1}{3}\pi.AF.FB^2+\pi.IF.IQ^2=\dfrac{1}{3}\pi.a.a^2+\pi.\dfrac{3}{2}a.\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=\dfrac{17}{24}\pi a^3$.

Câu 41: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi phép quay trục hoành hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=2$ bằng:

A. $\pi\left(\mathrm{e}-1\right)$. **B.** $\pi\mathrm{e}^2$. **C.** e^2-1. **D.** $\pi\left(\mathrm{e}^2-1\right)$.

Lời giải

Chọn D

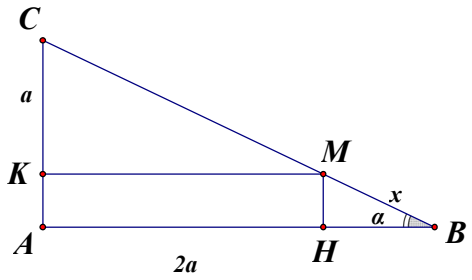
Ta có $\left(1-4x\right)^{18}=\sum_{k=0}^{18}C_{18}^{k}\left(1\right)^{18-k}.\left(-4x\right)^{k}=\sum_{k=0}^{18}C_{18}^{k}\left(-4\right)^{k}.x^{k}$. $V=\pi\int_0^2\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\pi.\mathrm{e}^x\Big|_0^2=\pi\left(\mathrm{e}^2-1\right)$.

Câu 1: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB=2AC$. M là một điểm thay đổi trên cạnh BC. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AC. Gọi V và V' tương ứng là thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi tam giác ABC và hình chữ nhật $MHAK$ khi quay quanh trục AB. Tỉ số $\frac{V'}{V}$ lớn nhất bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử $AC=a$, $AB=2a$, $BM=x$. Ta có:

$BC=a\sqrt{5}$, $\sin\alpha=\frac{AC}{BC}=\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$.

$MH=x\sin\alpha=\frac{x}{\sqrt{5}}$, $HB=x\cos\alpha=\frac{2x}{\sqrt{5}}$, $AH=2a-\frac{2x}{\sqrt{5}}$.

Khi quay tam giác ABC quanh trục AB ta được một khối nón có thể tích là :

$V=\frac{1}{3}\pi AC^2.AB=\frac{2a^3\pi}{3}$.

Khi quay hình chữ nhật $MHAK$ quanh trục AB ta được một khối trụ có thể tích là :

$V'=\pi.MH^2.AH=\pi\frac{x^2}{5}\left(2a-\frac{2x}{\sqrt{5}}\right)$.

Do đó, $\frac{V'}{V}=\frac{3}{5a^2}x^2-\frac{3}{5\sqrt{5}a^3}x^3$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{3}{5a^2}x^2-\frac{3}{5\sqrt{5}a^3}x^3$ trên đoạn $\left[0;a\sqrt{5}\right]$.

Ta có : $f'(x)=\frac{6}{5a^2}x-\frac{9}{5\sqrt{5}a^3}x^2$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{2\sqrt{5}a}{3}\in\left[0;\sqrt{5}\right]\end{array}\right.$.

$f(0)=0$, $f\left(a\sqrt{5}\right)=0$, $f\left(\frac{2a\sqrt{5}}{3}\right)=\frac{4}{9}$.

Suy ra $\max\limits_{\left[0;\sqrt{5}\right]}f(x)=f\left(\frac{2a\sqrt{5}}{3}\right)=\frac{4}{9}$.

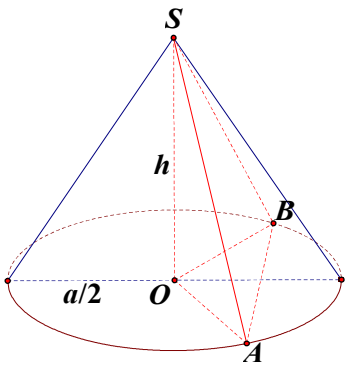
Vậy giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V'}{V}$ bằng $\frac{4}{9}$.

Câu 2: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a. A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{a^3}{96}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $OA = OB = \frac{a}{2}$, $SO = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $S_{AOB} = \frac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB} = \frac{a^2}{8}.\sin\widehat{AOB}$

Ta có $V_{S.OAB} = \frac{1}{3}h.S_{AOB} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}\frac{a^2}{8}.\sin\widehat{AOB} = \frac{a\sqrt{3}}{48}.\sin\widehat{AOB} \le \frac{a\sqrt{3}}{48}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\sin\widehat{AOB} = 1 \Leftrightarrow OA \perp OB$.

Vậy $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2$ m. Trong số các cây đó có 2 cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, 6 cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng loại *sơn giả đá*, biết giá thuê là $380.000/\text{m}^2$ (kể cả vật liệu sơn và phần thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?
(lấy $\pi \approx 3,14159$)

A. $\approx 12.521.000$. **B.** $\approx 15.642.000$. **C.** $\approx 10.400.000$. **D.** $\approx 11.833.000$.

Lời giải

Chọn D

Các cây cột có chiều cao là $h = 4,2$ m.

2 cây cột trước đại sảnh bán kính bằng $R = 0,2$ m.

6 cây cột ở hai bên đại sảnh có bán kính bằng $r = 0,13$ m.

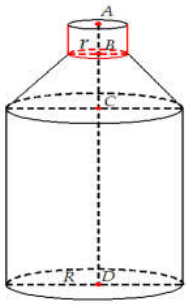
Diện tích xung quanh của 8 cây cột là: $S = 4\pi Rh + 12\pi rh = 4\pi h(R + 3r) \approx 31.13944008$.

Số tiền ít nhất phải chi để sơn hết các cây cột là: $S.380000 \approx 11832987,23$.

Vậy số tiền cần chi là $\approx 11.833.000$ đồng.

Câu 4: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Ông *An* đặt hàng cho một cơ sở sản xuất chai lọ thủy tinh chất lượng cao X để làm loại chai nước có kích thước phần không gian bên trong của chai như hình vẽ, đáy dưới có bán kính $R = 5\,cm$, bán

kính cổ chai $r=2\,cm$, $AB=3\,cm$, $BC=6\,cm$, $CD=16\,cm$. Tính thể tích V phần không gian bên trong của chai nước.



A. $V=490\pi\,cm^3$. **B.** $V=412\pi\,cm^3$. **C.** $V=464\pi\,cm^3$. **D.** $V=494\pi\,cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ bán kính đáy là R chiều cao CD là:

$V_1=\pi R^2.CD=400\pi\,cm^3$.

Thể tích khối nón cụt có chiều cao BC là:

$V_2=\frac{1}{3}BC\left(\pi R^2+\sqrt{\pi R^2.\pi r^2}+\pi r^2\right)=\frac{1}{2}.6\left(\pi.25+\sqrt{\pi.25.\pi.4}+\pi.4\right)=78\pi\,cm^3$.

Thể tích khối trụ bán kính đáy là r chiều cao AB (khối cổ chai) là:

$V_3=\pi r^2.AB=12\pi\,cm^3$.

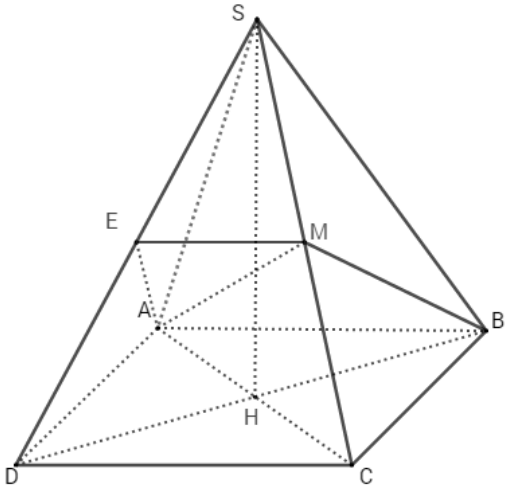
Thể tích phần không gian bên trong của chai nước là: $V=V_1+V_2+V_3=490\pi\,cm^3$.

Câu 5: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng qua AB và trung điểm M của SC cắt hình chóp theo thiết diện có chu vi bằng $7a$. Thể tích của khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi E là trung điểm $SD\Rightarrow ME//AB$ suy ra (ABM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $ABME$.

Gọi độ dài cạnh bên của hình chóp là x. Do chóp $S.ABCD$ là chóp đều nên $\Delta SAD = \Delta SBC \Rightarrow AE = BM$.

Áp dụng hệ thức trung tuyến ta có: $BM^2 = \dfrac{SB^2 + BC^2}{2} - \dfrac{SC^2}{4} = \dfrac{x^2 + 8a^2}{4}$.

Suy ra $AE = BM = \sqrt{\dfrac{x^2 + 8a^2}{4}}$

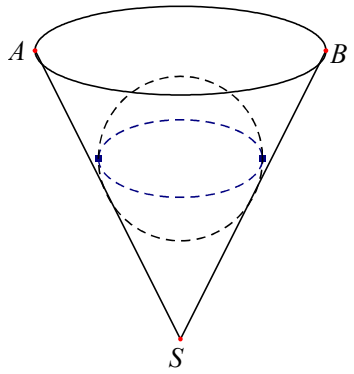
Mặt khác dễ thấy $EM = a$, $AB = 2a$ mà chu vi thiết diện bằng $7a$ nên ta có: $a + 2a + 2\sqrt{\dfrac{x^2 + 8a^2}{4}} = 7a \Rightarrow x = 2a\sqrt{2}$.

Suy ra chiều cao của hình chóp: $SH^2 = SA^2 - \dfrac{AC^2}{4} = 6a^2 \Rightarrow SH = a\sqrt{6}$.

Khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ chiều cao là $SH = a\sqrt{6}$ và bán kính đường tròn đáy là $\dfrac{AC}{2} = a\sqrt{2}$ nên thể tích khối nón là:

$V = \dfrac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2 a\sqrt{6} = \dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 6: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Bạn An có một cốc giấy hình nón có đường kính đáy là 10cm và độ dài đường sinh là 8cm. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $\dfrac{64}{\sqrt{39}}\text{cm}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{39}}{13}\text{cm}$. **C.** $\dfrac{32}{\sqrt{39}}\text{cm}$. **D.** $\dfrac{10\sqrt{39}}{13}\text{cm}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua đỉnh và vuông góc với mặt phẳng đáy của hình nón. Khi đó (P) cắt hình cầu (viên kẹo) theo thiết diện là đường tròn lớn. Viên kẹo có đường kính lớn nhất khi và chỉ khi đường tròn lớn là đường tròn nội tiếp tam giác SAB.

Nửa chu vi tam giác SAB là $p = 13$.

Diện tích tam giác SAB là $S = \dfrac{1}{2}AB.d\left(S, AB\right) = \dfrac{1}{2}.10.\sqrt{8^2 - 5^2} = 5\sqrt{39}$.

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác SAB: $r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{5\sqrt{39}}{13}$, do đó đường kính $2r = \dfrac{10\sqrt{39}}{13}$.

Câu 7: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC=1\text{cm}$; $AB=2\text{cm}$, M là trung điểm của AB. Quay tam giác BMC quanh trục AB ta được khối tròn xoay. Gọi V và S lần lượt là thể tích và diện tích của khối tròn xoay đó. Chọn mệnh đề đúng.

A. $V=\frac{1}{3}\pi;\ S=\pi\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$.

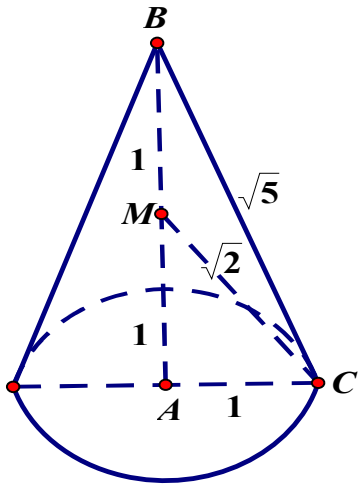
B. $V=\pi;S=\pi\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$.

C. $V=\frac{1}{3}\pi;S=\pi\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)$.

D. $V=\pi;S=\pi\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi (H_1) là hình nón tròn xoay tạo thành khi cho tam giác ABC quay quanh cạnh AB, (H_2) là hình nón tròn xoay tạo thành khi cho tam giác MAB quay quanh cạnh AB.

Khi đó $V=\frac{1}{3}\pi AC^2.AB-\frac{1}{3}\pi AC^2.MA=\frac{1}{3}\pi;\ S=\pi AC.BC-\pi AC.MC=\pi\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$.

Câu 8: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Định - năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC=2a$ Mặt bên (SAB) vuông góc với đáy, $\widehat{ASB}=60^\circ$, $SB=a$. Gọi (S) là mặt cầu tâm B và tiếp xúc với (SAC). Tính bán kính r của mặt cầu (S).

A. $r=2a$.

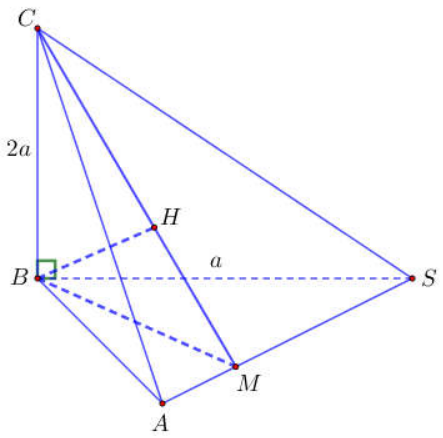
B. $r=2a\sqrt{\frac{3}{19}}$.

C. $r=2a\sqrt{3}$.

D. $r=a\sqrt{\frac{3}{19}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $(SAB)\perp(ABC)$, $(SAB)\cap(ABC)=AB$, $BC\perp AB\Rightarrow BC\perp(SAB)$.

Vẽ $BM\perp SA$ tại $M\Rightarrow SA\perp(BMC)\Rightarrow(SAC)\perp(BMC)$, vẽ $BH\perp MC$ tại H

$\Rightarrow BH\perp(SAC)\Rightarrow r=BH$.

Ta có $BM=\sin 60^{\circ}.SB\Rightarrow BM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $BH=\dfrac{BC.BM}{\sqrt{BC^2+BM^2}}=\dfrac{2a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4a^2+\dfrac{3a^2}{4}}}=2a\sqrt{\dfrac{3}{19}}$.

Vậy bán kính của mặt cầu (S) bằng $2a\sqrt{\dfrac{3}{19}}$.

Câu 9: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4. Một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song $MN,M'N'$ thỏa mãn $MN=M'N'=6$. Biết rằng tứ giác $MNN'M'$ có diện tích bằng 60. Tính chiều cao h của hình trụ.

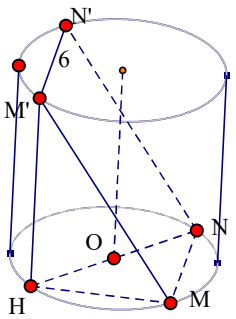
A. $h=4\sqrt{2}$. **B.** $h=4\sqrt{5}$. **C.** $h=6\sqrt{5}$. **D.** $h=6\sqrt{2}$.

Câu 10: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4. Một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song $MN,M'N'$ thỏa mãn $MN=M'N'=6$. Biết rằng tứ giác $MNN'M'$ có diện tích bằng 60. Tính chiều cao h của hình trụ.

A. $h=4\sqrt{2}$. **B.** $h=4\sqrt{5}$. **C.** $h=6\sqrt{5}$. **D.** $h=6\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



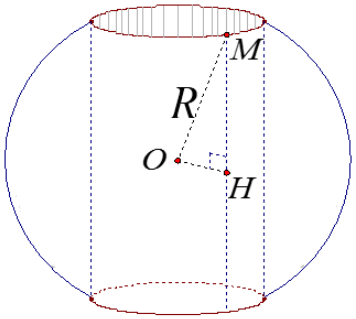
Dựng đường kính NH của đường tròn đáy tâm O. Ta có $\begin{cases}MN\perp MH\\MN\perp HM'\end{cases}\Rightarrow MN\perp MM'$. Suy ra tứ giác $MNN'M'$ là hình chữ nhật. Do đó $MM'=\dfrac{60}{6}=10$.

Mặt khác $HM=\sqrt{NH^2-MN^2}=\sqrt{64-36}=2\sqrt{7}$ suy ra $M'H=\sqrt{M'M^2-MH^2}=6\sqrt{2}$.

Vậy chiều cao của hình trụ là $h=6\sqrt{2}$.

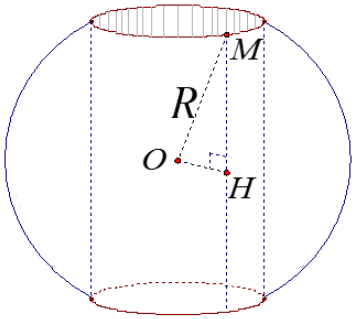
Câu 11: Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R=10\text{cm}$. Sau khi cưa bằng hai chỏm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm khối cầu, một người thợ khoan xuyên tâm khối cầu. Người thợ đã khoan bỏ đi phần hình trụ có trục của nó trùng với trục hình cầu; mặt cắt của hình trụ vuông góc với trục hình trụ là một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}R$. Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến số thập phân thứ ba).

A. $V=2828,441\text{cm}^3$. **B.** $V=2774,570\text{cm}^3$. **C.** $V=2811,293\text{cm}^3$. **D.** $V=2720,699\text{cm}^3$.



Câu 12: Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R=10\text{cm}$. Sau khi cưa bằng hai chỏm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm khối cầu, một người thợ khoan xuyên tâm khối cầu. Người thợ đã khoan bỏ đi phần hình trụ có trục của nó trùng với trục hình cầu; mặt cắt của hình trụ vuông góc với trục hình trụ là một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}R$. Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến số thập phân thứ ba).

A. $V=2828,441\text{cm}^3$. **B.** $V=2774,570\text{cm}^3$. **C.** $V=2811,293\text{cm}^3$. **D.** $V=2720,699\text{cm}^3$.



Lời giải

Chọn D

Thế tích khối cầu ban đầu là $V_1=\frac{4}{3}\pi\text{R}^3$.

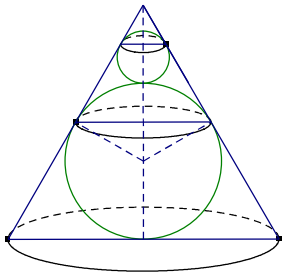
Ta có $MH=\sqrt{R^2-\frac{R^2}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}R$, suy ra chiều cao trụ là $2MH=R\sqrt{3}$.

Thể tích khối trụ bị khoan đi là $V_2=\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2.\sqrt{3}R=\frac{\sqrt{3}}{4}\pi\text{R}^3$.

Thể tích hai chỏm cầu $V_3 = 2\pi \int\limits_{\frac{\sqrt{3}}{2}R}^{R} \left(R^2 - x^2\right)\mathrm{d}x$.

Khi cho $R = 10\text{cm}$ ta có $V = V_1 - V_2 - V_3 \approx 2720,699\text{cm}^3$.

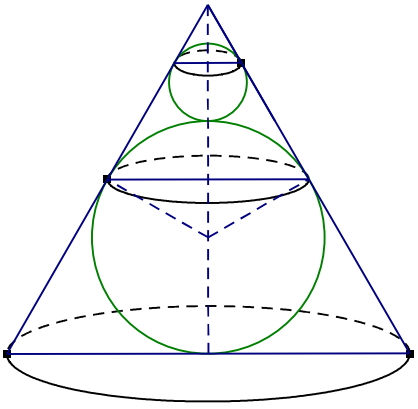
Câu 13: Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của hình nón (hình vẽ).



Biết rằng chiều cao của hình nón bằng $9\,\text{cm}$. Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng

A. $\frac{112\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{40\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{38\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{100\pi}{3}\text{cm}^3$.

Câu 14: Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của hình nón (hình vẽ).



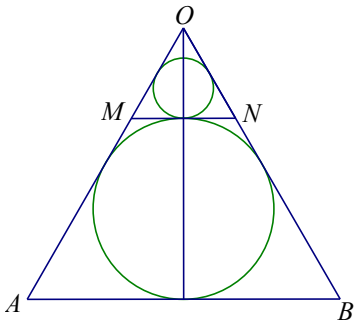
Biết rằng chiều cao của hình nón bằng $9\,\text{cm}$. Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng

A. $\frac{112\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{40\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{38\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{100\pi}{3}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi AB là đường kính mặt nón, O là đỉnh, M, N lần lượt là giao điểm của tiếp tuyến chung của hai mặt cầu và OA, OB (hình vẽ).

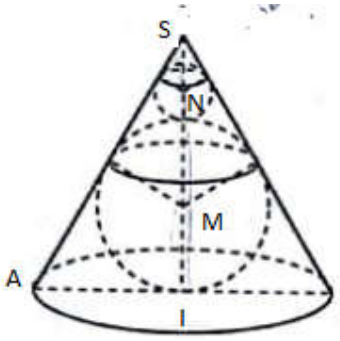


Ta có tam giác OAB đều nên bán kính đường tròn nội tiếp bằng $r=\frac{1}{3}h=3$.

Tương tự, tam giác OMN đều, có chiều cao $h=9-2r=3$ nên có bán kính đường tròn nội tiếp $r'=\frac{1}{3}.3=1$.

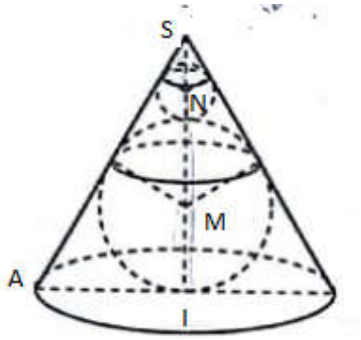
Thể tích hai khối cầu bằng $V=\frac{4}{3}\pi.r^3+\frac{4}{3}\pi.r'^3+=\frac{112\pi}{3}$.

Câu 15: Người ta chế tạo một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên chế tạo ra hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha=60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với mặt đáy của hình nón (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng



A. $\frac{112\pi}{3}$. **B.** $\frac{40\pi}{3}$. **C.** $\frac{38\pi}{3}$. **D.** $\frac{100\pi}{3}$.

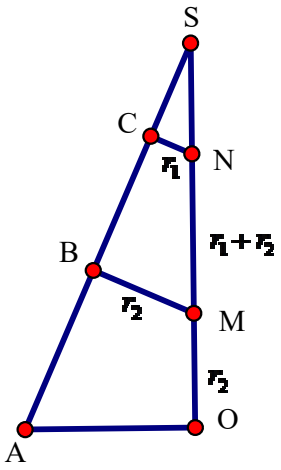
Câu 16: Người ta chế tạo một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên chế tạo ra hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha=60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với mặt đáy của hình nón (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng



A. $\frac{112\pi}{3}$. **B.** $\frac{40\pi}{3}$. **C.** $\frac{38\pi}{3}$. **D.** $\frac{100\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N, r_1 tâm và bán kính của đường tròn nhỏ. M, r_2 là tâm và bán kính của mặt cầu lớn. Do các mặt cầu tiếp xúc với nhau và tiếp xúc với mặt nón nên tam giác SCN vuông tại C, tam giác SBM vuông tại B.

Hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha = 60°$ nên $\widehat{ASO} = 30°$.

Ta có $r_2 = \sin 30°.SM = \frac{1}{2}SM = \frac{1}{2}(SO - r_2) \Rightarrow r_2 = \frac{SO}{3} = 3$;

$r_1 = \frac{1}{2}SN = \sin 30°(SO - r_1 - 2r_2) \Rightarrow r_1 = \frac{SO - 2r_2}{3} = 1$.

Thể tích hai khối cầu lớn, nhỏ trong hình nón là $V = \frac{4}{3}(r_1^3 + r_2^3)\pi = \frac{112}{3}\pi$

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tại thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO'. Thể tích của khối trụ (T) bằng

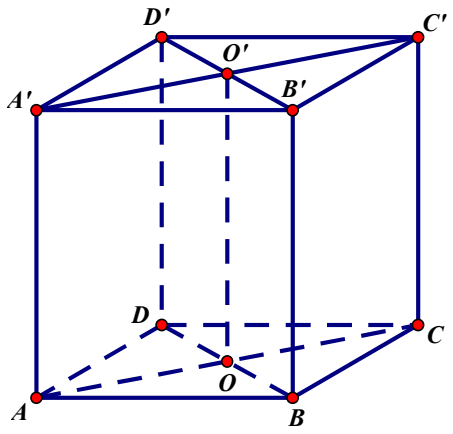
A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{1}{2}\pi a^3$. **C.** $\frac{1}{6}\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 18: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tại thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO'. Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{1}{2}\pi a^3$. **C.** $\frac{1}{6}\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

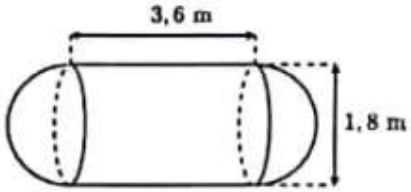


Bán kính hình trụ $r = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chiều cao hình trụ $h = OO' = a$

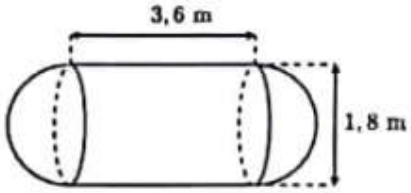
Thể tích khối trụ là $V = h.\pi r^2 = a.\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 19: Một bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu có đường kính $1,8\,m$ và một hình trụ có chiều cao bằng $3,6\,m$ (*như hình vẽ minh hoạ*). Thể tích của bồn chứa gần nhất với kết quả nào sau đây?



A. $12,21\ m^3$. **B.** $3,05\ m^3$. **C.** $24,43\ m^3$. **D.** $9,16\ m^3$.

Câu 20: Một bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu có đường kính $1,8\,m$ và một hình trụ có chiều cao bằng $3,6\,m$ (*như hình vẽ minh hoạ*). Thể tích của bồn chứa gần nhất với kết quả nào sau đây?



A. $12,21\ m^3$. **B.** $3,05\ m^3$. **C.** $24,43\ m^3$. **D.** $9,16\ m^3$.

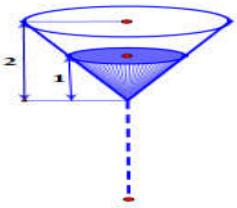
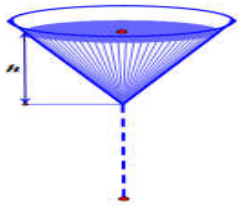
Lời giải

Chọn A

Thể tích bồn chứa bằng thể tích khối trụ có bán kính $R = 0,9\ m$ và khối trụ có $R = 0,9\ m$, chiều cao $h = 3,6\ m$.

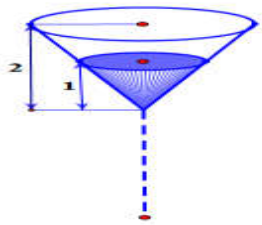
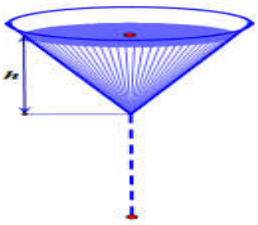
Hay $V = \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi R^2 h = \frac{4}{3}\pi(0,9)^3 + \pi(0,9)^2\,3,6 \approx 12,21\ m^3$.

Câu 21: Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1dm. Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng h với sai số không quá 0,01dm).

A. $h \approx 1,73\,\text{dm}$. **B.** $h \approx 1,89\,\text{dm}$. **C.** $h \approx 1,91\,\text{dm}$. **D.** $h \approx 1,41\,\text{dm}$.

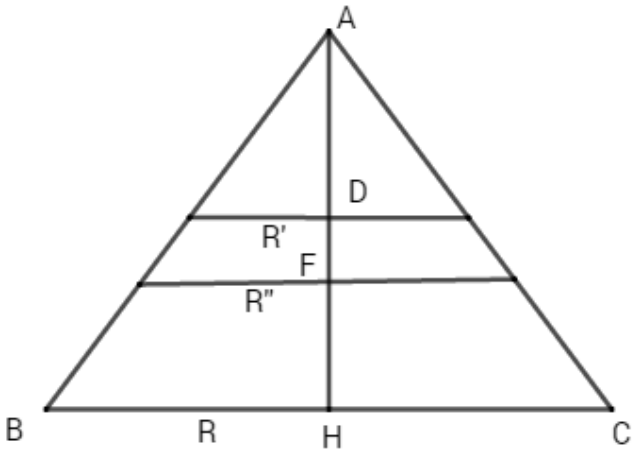
Câu 22: Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 dm (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1dm. Tính chiều cao h của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng h với sai số không quá 0,01dm).

A. $h \approx 1,73\,\text{dm}$. **B.** $h \approx 1,89\,\text{dm}$. **C.** $h \approx 1,91\,\text{dm}$. **D.** $h \approx 1,41\,\text{dm}$.

Lời giải

Chọn C



Có chiều cao hình nón khi đựng đầy nước ở ly thứ nhất: $AH = 2$.
Chiều cao phần nước ở ly thứ nhất sau khi đổ sang ly thứ hai: $AD = 1$.
Chiều cao phần nước ở ly thứ hai sau khi đổ sang ly thứ hai: $AF = h$.

Theo Ta let ta có: $\frac{R'}{R}=\frac{AD}{AH}=\frac{1}{2}$, $\frac{R''}{R}=\frac{AF}{AH}=\frac{h}{2}$ suy ra $R'=\frac{R}{2}$, $R''=\frac{Rh}{2}$.

Thể tích phần nước ban đầu ở ly thứ nhất: $V=2\pi R^2$.

Thể tích phần nước ở ly thứ hai: $V_1=\pi R''^2 h=\frac{\pi R^2 h^3}{4}$.

Thể tích phần nước còn lại ở ly thứ nhất: $V_2=\frac{\pi R^2}{4}$.

Mà: $V=V_1+V_2 \Leftrightarrow \frac{\pi R^2 h^3}{4}+\frac{\pi R^2}{4}=2\pi R^2 \Leftrightarrow \frac{h^3}{4}+\frac{1}{4}=2 \Leftrightarrow h=\sqrt[3]{7}\approx 1{,}91$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{11}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Câu 24: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27\,\text{cm}^3$, với chiều cao h và bán kính đáy r. Giá trị r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất:

A. $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **B.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **C.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **D.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{11}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải

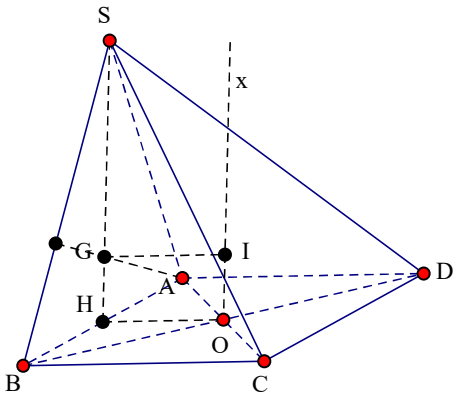
Chọn A

Cách 1: Đây là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp loại 3 nên

$$R_{mc}=\sqrt{R_1^2+R_2^2-\frac{AB^2}{4}}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{21}}{6}$$

(Với R_1 là bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ cạnh a, R_2 là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB đều cạnh a và $AB=(ABCD)\cap(SAB)$).

Cách 2:



Gọi H là trung điểm AB, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy nên $SH\perp(ABCD)$.

Gọi $O = AC \cap BD$, dựng $Ox \perp (ABCD) \Rightarrow Ox // SH$.

Gọi G là trọng tâm tam giác SAB. Dựng $Gy \perp (SAB) \Rightarrow Gy // HO$, $Gy \cap Ox = I$.

Ta có $\begin{cases} I \in Ox \Rightarrow IA = IB = IC \\ I \in Gy \Rightarrow IS = IA = IB \end{cases}$ suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu là $SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \sqrt{SG^2 + HO^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Câu 26: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27\,\text{cm}^3$, với chiều cao h và bán kính đáy r. Giá trị r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất:

A. $r = \sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **B.** $r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **C.** $r = \sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **D.** $r = \sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích cốc hình nón $V = \frac{1}{3}\pi.r^2.h = 27 \Rightarrow h = \frac{81}{\pi.r^2}$, $r > 0$.

Khi đó $l = \sqrt{\left(\frac{81}{\pi.r^2}\right)^2 + r^2}$. Suy ra:

$$S_{xq} = \pi.r.\sqrt{\left(\frac{81}{\pi.r^2}\right)^2 + r^2} = \pi\sqrt{r^2\left(\frac{3^8}{\pi^2.r^4} + r^2\right)} = \pi\sqrt{\frac{3^8}{\pi^2.r^2} + r^4} = \pi\sqrt{f(r)}.$$

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất $\Leftrightarrow$ diện tích xung quanh phải nhỏ nhất $\Leftrightarrow f(r)$ nhỏ nhất.

Ta có: $f(r) = \frac{3^8}{\pi^2.r^2} + r^4 = \frac{3^8}{2\pi^2.r^2} + \frac{3^8}{2\pi^2.r^2} + r^4 \geq 3\sqrt[3]{\frac{(3^8)^2}{4\pi^4}}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{3^8}{2\pi^2.r^2} = r^4 \Leftrightarrow r^6 = \frac{3^8}{2\pi^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Vậy để lượng giấy tiêu thụ ít nhất thì $r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Chú ý: Ta có thể khảo sát hàm $f(r) = \frac{3^8}{\pi^2.r^2} + r^4$, $r > 0$

$f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}} = r_0$.

r	0		r_0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
$f(r)$	$+\infty$	↘	$f(r_0)$	↗	$+\infty$

Câu 27: Cho hình thang vuông tại A và B với $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \pi a^3$. **B.** $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $V = \frac{7\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 28: Cho hình thang vuông tại A và B với $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V=\pi a^3$. **B.** $V=\dfrac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{7\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Khi quay hình thang thì khối tròn xoay tạo thành là hình trụ khuyết gồm hai phần . phần khối trụ và khối nón bên trong.

Phần hình trụ có bán kính đường tròn đáy $R_1=AB=a$.

Thể tích hình trụ $V_T=\pi R_1^2 h=2\pi a^3$.

Phần hình nón có bán kính đáy $R_2=AB=a$.

Thể tích khối nón $V_N=\dfrac{1}{3}\pi R_2^2 h=\dfrac{1}{3}\pi a^3$.

Thể tích khối tròn xoay $V=V_T-V_N=\dfrac{5}{3}\pi a^3$.

Câu 29: Cắt khối nón có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 3 bởi một mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng 1. Diện tích thiết diện là

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 30: Khối cầu (S) có tâm I, đường kính $AB=2R$. Cắt (S) bởi một mặt phẳng vuông góc với đường kính AB ta được thiết diện là hình tròn (C) rồi bỏ đi phần lớn hơn. Tính thể tích phần còn lại theo R, biết hình nón đỉnh I và đáy là hình tròn (C) có góc ở đỉnh bằng 120°.

A. $\dfrac{5\pi R^3}{24}$. **B.** $\dfrac{5\pi R^3}{8}$. **C.** $\dfrac{5\pi R^3}{32}$. **D.** $\dfrac{5\pi R^3}{12}$.

Câu 31: Cắt khối nón có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 3 bởi một mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng 1. Diện tích thiết diện là

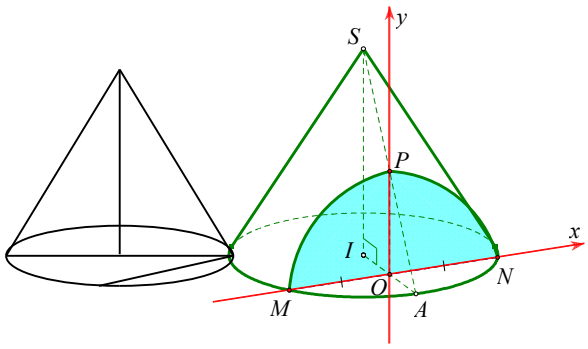
A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Khi cắt khối nón bởi một mặt phẳng song song với trục ta sẽ được thiết diện là một Parabol.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Theo đề bài ta có $IO=1$, $IM=2\Rightarrow OM=ON=\sqrt{3}$.

Ta cũng có $IS=3\Rightarrow OP=\dfrac{3}{2}$. Phương trình của Parabol là $y=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{3}{2}$.

Diện tích của thiết diện được tính theo công thức

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{1}{6}x^3+\frac{3}{2}x\right)\Big|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}.$$

Câu 32: Khối cầu (S) có tâm I, đường kính $AB=2R$. Cắt (S) bởi một mặt phẳng vuông góc với đường kính AB ta được thiết diện là hình tròn (C) rồi bỏ đi phần lớn hơn. Tính thể tích phần còn lại theo R, biết hình nón đỉnh I và đáy là hình tròn (C) có góc ở đỉnh bằng 120°.

A. $\frac{5\pi R^3}{24}$. **B.** $\frac{5\pi R^3}{8}$. **C.** $\frac{5\pi R^3}{32}$. **D.** $\frac{5\pi R^3}{12}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Gọi mặt phẳng vuông góc với đường kính của khối cầu là mặt phẳng (P)

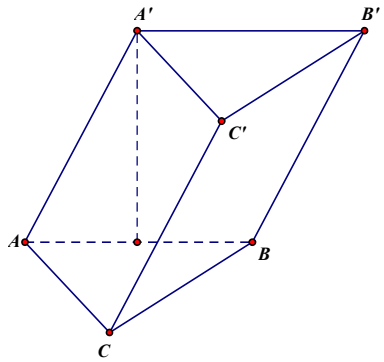
Ta có mặt phẳng (P) cắt khối cầu theo một đường tròn (C). Khi đó đường kính của đường tròn (C) bằng $R\sqrt{3}$. Suy ra khoảng cách từ tâm I đếm mặt phẳng (P) là $\frac{R}{2}$.

Mặt phẳng (P) cách tâm I một khoảng $\frac{R}{2}$ chia khối cầu thành hai phần, phần lớn là phần chứa tâm I còn phần nhỏ là phần không chứa tâm I gọi là chỏm cầu. Khi đó thể tích của chỏm cầu là $V=\left(2R+\frac{R}{2}\right)\left(R-\frac{R}{2}\right)^2\frac{\pi}{3}=\frac{5R}{2}.\frac{R^2}{4}.\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi R^3}{24}$.

Cách 2: Thể tích khối chỏm cầu là thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi bốn đường sau: đồ thị $y=\sqrt{R^2-x^2}$, trục hoành, đường thẳng $x=\frac{R}{2}$; $x=R$ quay quanh trục hoành.

Thể tích này là: $V=\pi\int_{\frac{R}{2}}^{R}\left(\sqrt{R^2-x^2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_{\frac{R}{2}}^{R}\left(R^2-x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(R^2x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{\frac{R}{2}}^{R}=\frac{5\pi R^3}{24}$.

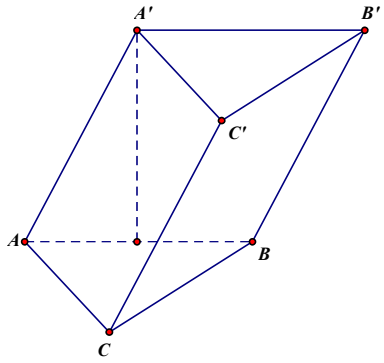
Câu 33: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB. Nếu AC' vuông góc với $A'B$ thì thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là



A. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 34: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A'

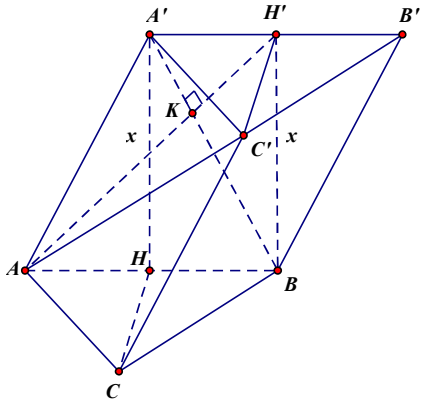
trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AB. Nếu AC' vuông góc với $A'B$ thì thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là



A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Lời giải

Chọn A



• Diện tích đáy là $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

• Gọi H, H' lần lượt là trung điểm của AB, $A'B'$ và $K=AH'\cap A'B$.

Ta có $CH\perp AB;CH\perp A'H\Rightarrow CH\perp(AA'B'B)\Rightarrow C'H'\perp(AA'B'B)\Rightarrow C'H'\perp A'B$.

Ta có $A'B\perp C'H';A'B\perp AC'\Rightarrow A'B\perp(AC'H)\Rightarrow A'B\perp AH'$ (tại K).

Đặt $A'H=x\Rightarrow H'B=x$.

Ta có K là trọng tâm tam giác $AA'B'$

Suy ra $KB=\dfrac{2}{3}A'B=\dfrac{2}{3}\sqrt{x^2+\dfrac{a^2}{4}}$; $KA=\dfrac{2}{3}AH'=\dfrac{2}{3}\sqrt{x^2+a^2}$.

ΔKAB vuông tại K nên

$KB^2+KA^2=AB^2\Leftrightarrow\dfrac{4}{9}\left(2x^2+\dfrac{5a^2}{4}\right)=a^2\Leftrightarrow 8x^2+5a^2=9a^2\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V = S_{ABC}.A'H = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 35: Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

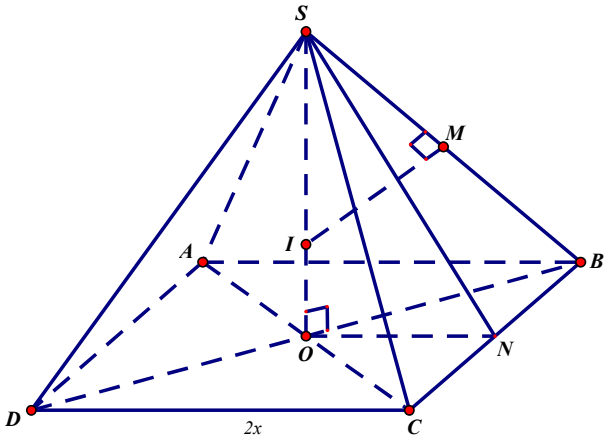
A. $\dfrac{9}{4}a$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{3}{2}a$. **D.** $\dfrac{12}{5}a$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng $60°$. Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

A. $\dfrac{9}{4}a$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{3}{2}a$. **D.** $\dfrac{12}{5}a$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm cạnh BC suy ra $\left((SBC),(ABCD)\right) = \widehat{SNO} = 60°$.

Gọi M là trung điểm cạnh SB, dựng $MI \perp SB$ $(I \in SO)$ suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

Đặt $DC = 2x$. Khi đó, $SO = x\sqrt{3}$, $SB = x\sqrt{5}$.

Tam giác SMI đồng dạng với tam giác SOB suy ra

$SI = \dfrac{SM.SB}{SO} = \dfrac{SB^2}{2SO} = \dfrac{5x\sqrt{3}}{6} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = \dfrac{6a}{5}$.

Vậy độ dài cạnh đáy là $2x = \dfrac{12a}{5}$.

Câu 37: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 8. Biết rằng có một mặt cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón, đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của hình nón. Tính bán kính mặt cầu đó.

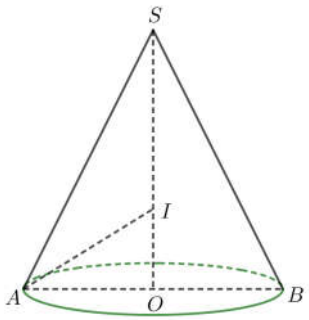
A. 5. **B.** $1,75$. **C.** $4,25$. **D.** 3.

Câu 38: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 8. Biết rằng có một mặt cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón, đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của hình nón. Tính bán kính mặt cầu đó.

A. 5. **B.** $1,75$. **C.** $4,25$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đường phân giác của góc $\widehat{SOA}$ cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu cần tìm, bán kính $r = IO$.

Ta có: $SO = 8$, $OA = 6 \Rightarrow SA = 10$.

$\frac{SI}{IO} = \frac{SA}{OA} \Leftrightarrow \frac{SO - IO}{IO} = \frac{SA}{OA} \Leftrightarrow \frac{8 - r}{r} = \frac{10}{6} \Leftrightarrow r = 3$.

Câu 39: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

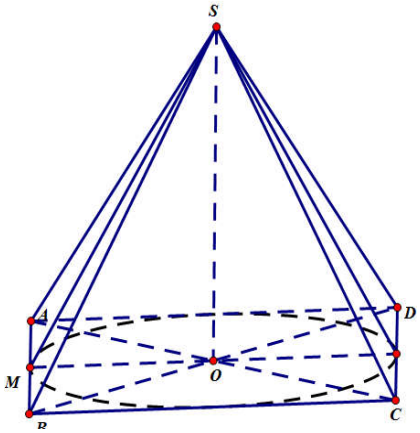
A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^2}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^2}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình bình hành $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Ta có : $OA = \frac{1}{2}AC = a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a$.

Hình nón đỉnh S có chiều cao $h = SO = a$, bán kính đáy $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, có thể tích là :

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 41: Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$; BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (IBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc $60°$. Tính theo a diện tích S của tam giác IBC.

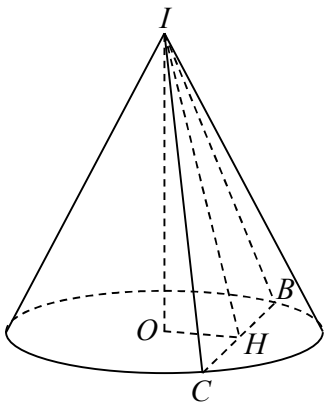
A. $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **B.** $S = \frac{2a^2}{3}$. **C.** $S = \frac{a^2}{3}$. **D.** $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{6}$.

Câu 42: Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$; BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (IBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc $60°$. Tính theo a diện tích S của tam giác IBC.

A. $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **B.** $S = \frac{2a^2}{3}$. **C.** $S = \frac{a^2}{3}$. **D.** $S = \frac{\sqrt{2}a^2}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$ nên bán kính của hình nón là $r = OB = OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, đường sinh $l = IB = IC = a$ và đường cao $h = SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Gọi H là trung điểm BC, khi đó góc hợp bởi mặt phẳng (IBC) và mặt phẳng chứa đường tròn đáy là $\widehat{IHO} = 60°$. Suy ra $IH = \frac{IO}{\sin 60°} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$ và $BC = 2CH = 2\sqrt{IC^2 - IH^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích S của tam giác IBC là $S_{IBC} = \frac{1}{2}.IH.BC = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng $60°$. Tính thể tích của khối trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

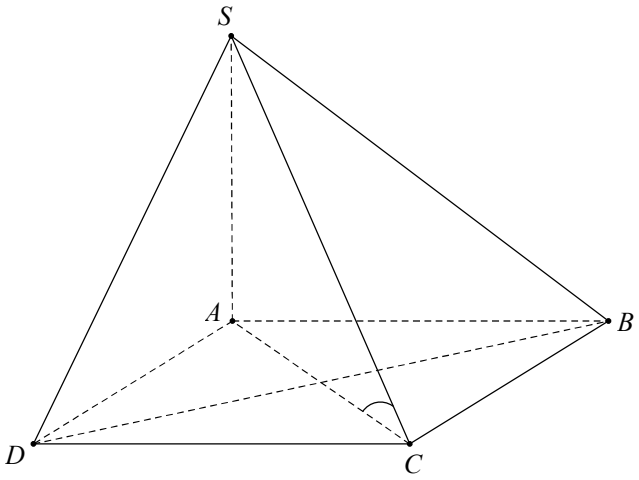
A. $V = 4\sqrt{6}\pi$. **B.** $V = \frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. **C.** $V = 2\sqrt{6}\pi$. **D.** $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng $60°$. Tính thể tích của khối trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=4\sqrt{6}\pi$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{6}\pi$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$AC=2\sqrt{2}$.

Góc giữa SC với đáy là góc $\widehat{SCA}=60°$

Suy ra $SA=AC.\tan 60°=2\sqrt{2}.\sqrt{3}=2\sqrt{6}$.

Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng $\dfrac{AC}{2}=\sqrt{2}$.

$V=Sh=\pi\left(\sqrt{2}\right)^2.2\sqrt{6}=4\sqrt{6}\pi$.

Câu 45: Trong đời sống hàng ngày, ta thường gặp rất nhiều hộp kiểu hình trụ như: hộp sữa, lon nước ngọt,… Cần làm những hộp đó (có nắp) như thế nào để tiết kiệm được nguyên liệu mà thể tích khối hộp tương ứng lại lớn nhất.

A. Hộp hình trụ có đường cao bằng bán kính đáy.

B. Hộp hình trụ có đường cao bằng một nửa bán kính đáy.

C. Hộp hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy.

D. Hộp hình trụ có đường cao bằng hai lần đường kính đáy.

Câu 46: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $144\sqrt{6}$. **B.** 144. **C.** 576. **D.** $576\sqrt{2}$.

Câu 47: Trong đời sống hàng ngày, ta thường gặp rất nhiều hộp kiểu hình trụ như: hộp sữa, lon nước ngọt,… Cần làm những hộp đó (có nắp) như thế nào để tiết kiệm được nguyên liệu mà thể tích khối hộp tương ứng lại lớn nhất.

A. Hộp hình trụ có đường cao bằng bán kính đáy.

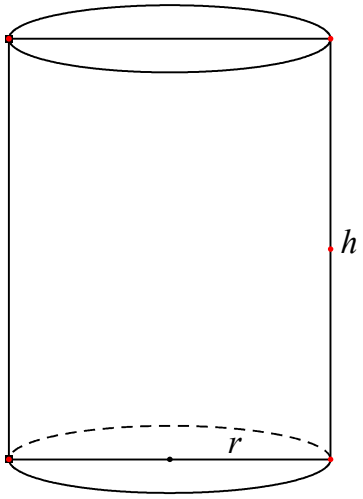
B. Hộp hình trụ có đường cao bằng một nửa bán kính đáy.

C. Hộp hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy.

D. Hộp hình trụ có đường cao bằng hai lần đường kính đáy.

Lời giải

Chọn C



Gọi h, r, S lần lượt là đường cao, bán kính và diện tích toàn phần của hình trụ.

Ta có $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi\left(r^2 + rh\right)$

$= 2\pi\left(r^2 + \frac{rh}{2} + \frac{rh}{2}\right) \geq 2\pi.3\sqrt[3]{r^2.\frac{rh}{2}.\frac{rh}{2}} = 2\pi.3\sqrt[3]{\frac{r^4h^2}{4}} = \frac{6\pi}{\sqrt[3]{4}}\sqrt[3]{\frac{V^2}{\pi^2}}$.

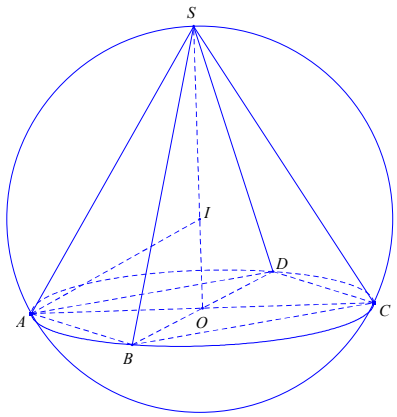
Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h \leq \sqrt{\frac{4S^3}{6^3\pi}}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $r^2 = \frac{rh}{2} \Leftrightarrow h = 2r$.

Câu 48: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $144\sqrt{6}$. **B.** 144. **C.** 576. **D.** $576\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và bán kính $R = 9$.

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a $\left(0 < a \leq 9\sqrt{2}\right)$.

Ta có $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OI = \sqrt{IA^2 - OA^2} = \sqrt{81 - \frac{a^2}{2}}$.

Mặt khác ta lại có $SO = SI + IO = 9 + \sqrt{81 - \frac{a^2}{2}}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}a^2\left(9+\sqrt{81-\frac{a^2}{2}}\right)=3a^2+\frac{1}{3}a^2\sqrt{81-\frac{a^2}{2}}$. Đặt $a^2=t$, do $0<a\le 9\sqrt{2}$ nên $0<t\le 162$. Xét hàm số $f(t)=3t+\frac{1}{3}t\left(\sqrt{81-\frac{t}{2}}\right)$, với $0<t\le 162$ ta có

$$f'(t)=3+\frac{324-3t}{12\sqrt{81-\frac{t}{2}}};$$

Giải phương trình

$$f'(t)=0\Leftrightarrow\sqrt{81-\frac{t}{2}}=\frac{t}{12}-9\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 108\\81-\frac{t}{2}=\left(\frac{t}{12}-9\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 108\\\left[\begin{array}{l}t=0\\t=144\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow t=144.$$

Ta có bảng biến thiên

t	0		144		162
$f'(t)$		+	0	−	
$f(t)$		↗	576	↘	

Từ bảng biến thiên ta có $V_{\max}=576$ khi $t=144$ hay $a=12$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp nội tiếp hình cầu cầu có bán kính bằng 9 là $V=576$.

Câu 49: Cho hình trụ có chiều cao $h=a\sqrt{3}$, bán kính đáy $r=a$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đường tròn đáy. Trên hai đường tròn đáy lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho hai đường thẳng AB và OO' chéo nhau và góc giữa hai đường thẳng AB với OO' bằng $30°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 50: Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của nhà đó. Biết rằng trên bề mặt của quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà mà nó tiếp xúc bằng 1; 2; 4. Tổng độ dài đường kính của hai quả bóng đó bằng.

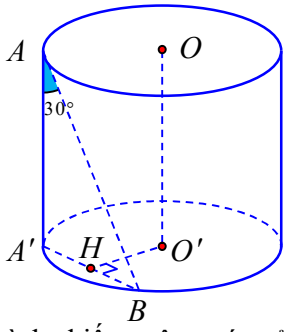
A. 6. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 51: Cho hình trụ có chiều cao $h=a\sqrt{3}$, bán kính đáy $r=a$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đường tròn đáy. Trên hai đường tròn đáy lần lượt lấy hai điểm A, B sao cho hai đường thẳng AB và OO' chéo nhau và góc giữa hai đường thẳng AB với OO' bằng $30°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OO' bằng:

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử $A \in (O)$, $B \in (O')$ và A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng chứa (O').

Ta có $AA' // OO' \Rightarrow (AA', OO') = \widehat{A'AO}$.

Tam giác ABA' vuông tại A' có $A'B = AA'.\tan 30° = a \Rightarrow$ tam giác $O'A'B$ là tam giác đều.

$\Rightarrow O'H = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, với H là trung điểm $A'B$.

Mặt khác $\begin{cases} AA' // OO' \\ AA' \subset (ABA') \end{cases} \Rightarrow d(AB, OO') = d(OO', (ABA')) = d(O', (ABA'))$

Mà $\begin{cases} O'H \perp A'B \\ O'H \perp AA' \end{cases} \Rightarrow O'H \perp (ABA') \Rightarrow O'H = d(O', (ABA')) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

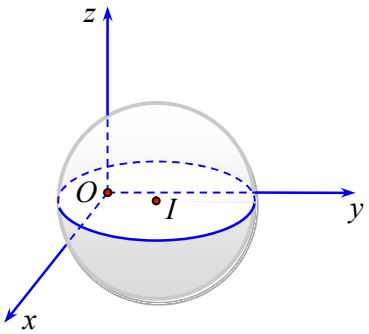
Vậy $d(AB, OO') = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 52: Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của nhà đó. Biết rằng trên bề mặt của quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà mà nó tiếp xúc bằng 1; 2; 4. Tổng độ dài đường kính của hai quả bóng đó bằng.

A. 6. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B



Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ. Mỗi quả bóng xem là mặt cầu tâm $I(a;b;c)$.

Vì mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của nhà nên chúng tiếp xúc với ba mặt phẳng tọa độ $\Leftrightarrow d(I, (xOy)) = d(I, (yOz)) = d(I, (zOx)) = R \Leftrightarrow a = b = c > 0 \Rightarrow I(a;a;a)$.

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm nằm trên quả bóng có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà mà nó tiếp xúc bằng $1;\ 2;\ 4\ \Rightarrow M(1;2;4)$.

M nằm trên quả bóng khi $IM = d\left(I,(xOy)\right) = a$

$\Leftrightarrow (a-1)^2 + (a-2)^2 + (a-4)^2 = a^2 \Leftrightarrow 2a^2 - 14a + 21 = 0\ (*)$.

Vì $(*)$ có biệt thức $\Delta' = 7 > 0$ nên nó có hai nghiệm phân biệt a_1, a_2 và $a_1 + a_2 = 7$.

Khi đó tổng đường kính của hai quả bóng là $2(a_1 + a_2) = 14$.

Câu 53: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{6}\pi a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{3}\pi a^3$.

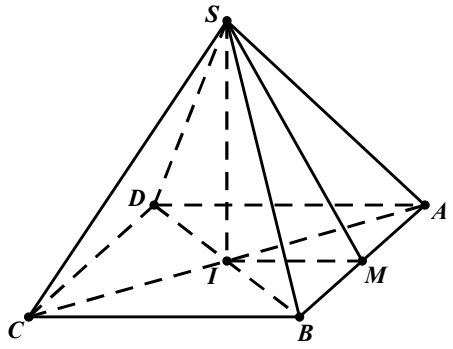
Câu 54: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{6}\pi a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{3}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

+ Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$; M là trung điểm của AB.



+ Diện tích tam giác SAB bằng $2a^2$ nên ta có:

$\frac{1}{2}AB.SM = 2a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.a.SM = 2a^2 \Leftrightarrow SM = 4a$.

+ Tam giác SIM vuông tại I.

Ta có: $SI = \sqrt{SM^2 - IM^2} = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{63}}{2}$.

+ Bán kính đáy của khối nón là $IA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

+ Thể tích khối nón: $V=\frac{1}{3}\left(\pi R^2\right).SI=\frac{1}{3}\left(\pi.\frac{a^2}{2}\right).\frac{a\sqrt{63}}{2}=\frac{\sqrt{7}}{4}\pi a^3$.

Câu 55: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

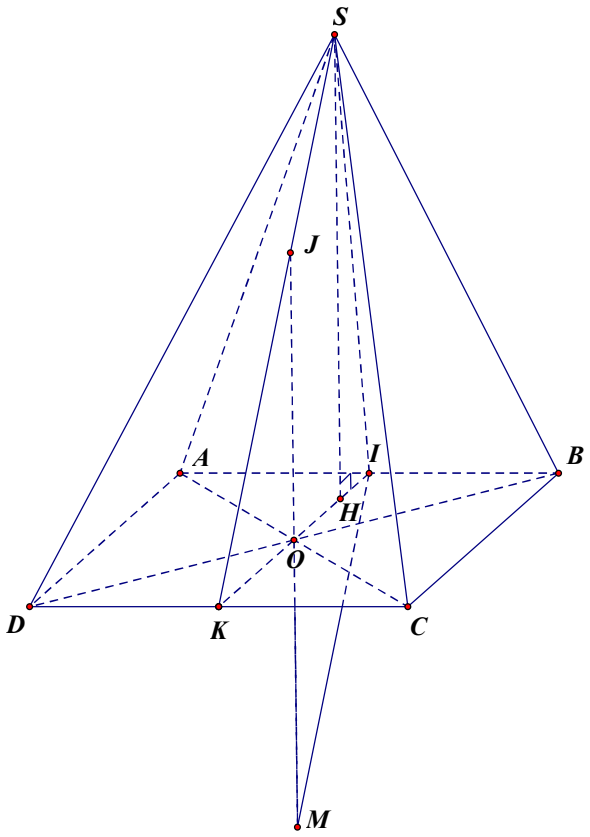
A. $R=\frac{a}{2}$. **B.** $R=a\sqrt{\frac{7}{12}}$. **C.** $R=\frac{a}{\sqrt{3}}$. **D.** $R=a\sqrt{\frac{3}{4}}$.

Câu 56: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\frac{a}{2}$. **B.** $R=a\sqrt{\frac{7}{12}}$. **C.** $R=\frac{a}{\sqrt{3}}$. **D.** $R=a\sqrt{\frac{3}{4}}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB và CD, O là tâm của hình vuông $ABCD$, H là hình chiếu của S trên IK. Ta có:

$\left.\begin{matrix}AB\perp SI\\AB\perp IK\end{matrix}\right\}\Rightarrow AB\perp\left(SIK\right)$

$\left.\begin{matrix}SH\perp AB\\SH\perp IK\end{matrix}\right\}\Rightarrow SH\perp\left(ABCD\right)$.

Qua O dựng đường thẳng song song với SH cắt SK tại J.

Mặt khác ta có:

$SI=\frac{1}{2}AB=\frac{a}{2}$, $SK=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SK^2+SI^2=a^2=HK^2\Rightarrow\Delta SIK$ vuông ở $S\Rightarrow SK\perp\left(SAB\right)$.

Qua I dựng đường thẳng song song với SK cắt OJ tại M. Khi đó, điểm M là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

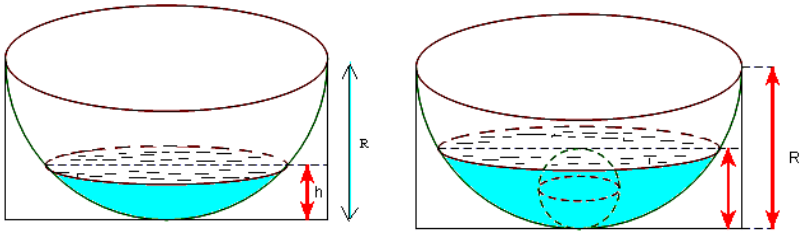
Theo cách dựng ở trên thì tứ giác $IJKM$ là hình bình hành $\Rightarrow MB = JB$.

Lại có: $\tan\widehat{OKJ} = \dfrac{SI}{SK} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow JO = OK.\tan\widehat{OKJ} = \dfrac{a}{2\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow JB^2 = JO^2 + OB^2 = \dfrac{7a^2}{12} \Rightarrow JB = a\sqrt{\dfrac{7}{12}}$.

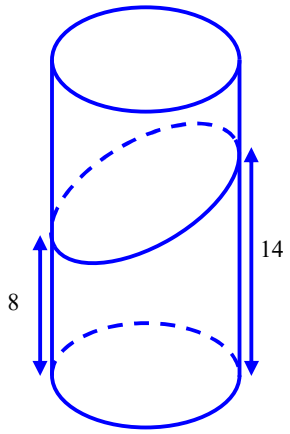
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng $a\sqrt{\dfrac{7}{12}}$.

Câu 57: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R = 10(\text{cm})$. Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao $h = 4(\text{cm})$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính bán kính của viên bi (kết quả làm tròn đến 2 chữ số lẻ thập phân).



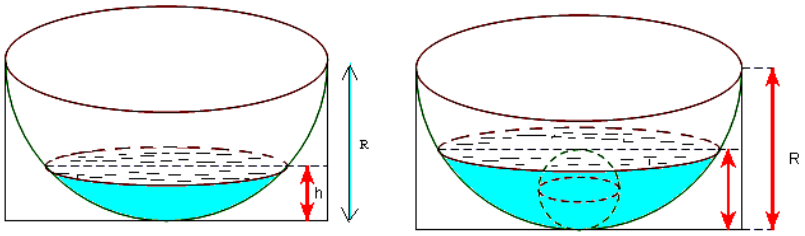
A. $3,24(\text{cm})$. **B.** $2,09(\text{cm})$. **C.** $4,28(\text{cm})$. **D.** $4,03(\text{cm})$.

Câu 58: Cắt một khối trụ cao $18\,\text{cm}$ bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất lần lượt là $8\,\text{cm}$ và $14\,\text{cm}$. Tính tỉ số thể tích của hai khối được chia ra (khối nhỏ chia khối lớn).



A. $\dfrac{2}{11}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{11}$. **D.** $\dfrac{7}{11}$.

Câu 59: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R = 10(\text{cm})$. Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chỏm cầu có chiều cao $h = 4(\text{cm})$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính bán kính của viên bi (kết quả làm tròn đến 2 chữ số lẻ thập phân).



A. $3,24(\text{cm})$. **B.** $2,09(\text{cm})$. **C.** $4,28(\text{cm})$. **D.** $4,03(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn B

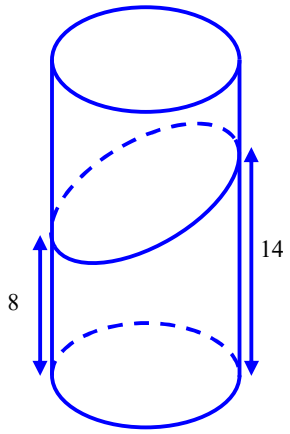
Thể tích phần nước có trong chậu nước là $V=\pi.h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)=\frac{416\pi}{3}$.

Gọi r là bán kính của viên bi. Khi đó chiều cao của mực nước trong chậu là $2r$. $(r<5)$.

Từ giải thiết đề bài, ta có $\frac{416\pi}{3}+\frac{4}{3}\pi.r^3=\pi.(2r)^2.\left(10-\frac{2r}{3}\right)$

$\Leftrightarrow\frac{416}{3}+\frac{4}{3}r^3=40r^2-\frac{8}{3}r^3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}r\approx 2,09\\ r\approx 9,62\end{array}\right.$. Vậy $r\approx 2,09$.

Câu 60: Cắt một khối trụ cao $18\,\text{cm}$ bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất lần lượt là $8\,\text{cm}$ và $14\,\text{cm}$. Tính tỉ số thể tích của hai khối được chia ra (khối nhỏ chia khối lớn).



A. $\frac{2}{11}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{11}$. **D.** $\frac{7}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nhỏ và khối lớn.

Ta có thể tích khối trụ là $V=\pi.R^2.18$ (với R là bán kính khối trụ).

Thể tích $V_2=\frac{\pi.R^2(8+14)}{2}=11\pi R^2$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{V-V_2}{V_2}=\frac{18\pi R^2-11\pi R^2}{11\pi R^2}=\frac{7}{11}$.

Câu 61: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$. **C.** $\frac{2}{\pi}$. **D.** $\frac{2}{2\pi}$.

Câu 62: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt[3]{\pi}}$. **C.** $\frac{2}{\pi}$. **D.** $\frac{2}{2\pi}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\pi r^2h=2\Rightarrow h=\frac{2}{\pi r^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi rh+\pi r^2=2\pi r\frac{2}{\pi r^2}+\pi r^2$

$S_{tp}=\frac{4}{r}+2\pi r^2.\geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{r}.\frac{2}{r}.2\pi r^2}=6\sqrt[3]{\pi}$

$\text{Min}S_{tp}=6\sqrt[3]{\pi}$ khi $\frac{2}{r}=2\pi r^2\Rightarrow r=\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$

Câu 63: Cho tam giác ABC có $AB=3$, $BC=5$, $CA=7$. Tính thể tích khối tròn xoay do tam giác ABC sinh ra khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB.

A. $\frac{75\pi}{4}$. **B.** 50π. **C.** $\frac{125\pi}{8}$. **D.** $\frac{275\pi}{8}$.

Câu 64: Cho hình nón đỉnh N, đáy là hình tròn tâm O, góc ở đỉnh $120°$. Trên đường tròn đáy lấy một điểm A cố định và một điểm M di động. Gọi S là diện tích của tam giác NAM. Có bao nhiêu vị trí của M để S đạt giá trị lớn nhất?

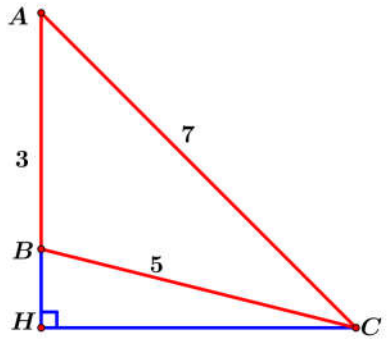
A. Vô số vị trí. **B.** Hai vị trí. **C.** Ba vị trí. **D.** Một vị trí.

Câu 65: Cho tam giác ABC có $AB=3$, $BC=5$, $CA=7$. Tính thể tích khối tròn xoay do tam giác ABC sinh ra khi quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB.

A. $\frac{75\pi}{4}$. **B.** 50π. **C.** $\frac{125\pi}{8}$. **D.** $\frac{275\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $p=\frac{AB+BC+AC}{2}$ khi đó ta có: $S_{\Delta ABC}=\sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}=\frac{15\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ C, khi đó: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CH.AB$ suy ra $CH=\frac{2S_{\Delta ABC}}{AB}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Gọi V là thể tích cần tính.

V_1 là thể tích khối nón khi quay tam giác AHC quanh AH.

V_2 là thể tích khối nón khi quay tam giác BHC quanh AH.

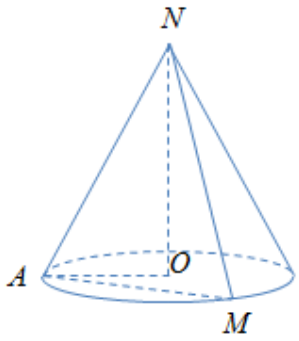
Ta có $V=V_1-V_2=\frac{1}{3}AH.CH^2.\pi-\frac{1}{3}BH.CH^2\pi=\frac{1}{3}CH^2.(AH-BH)\pi=\frac{1}{3}CH^2.AB\pi=\frac{75\pi}{4}$.

Câu 66: Cho hình nón đỉnh N, đáy là hình tròn tâm O, góc ở đỉnh $120°$. Trên đường tròn đáy lấy một điểm A cố định và một điểm M di động. Gọi S là diện tích của tam giác NAM. Có bao nhiêu vị trí của M để S đạt giá trị lớn nhất?

A. Vô số vị trí. **B.** Hai vị trí. **C.** Ba vị trí. **D.** Một vị trí.

Lời giải

Chọn D



Gọi l $(l>0)$ là độ dài đường sinh của hình nón.

Vì góc ở đỉnh bằng $120°$ nên $\widehat{ANO}=60°$. Ta có bán kính đường tròn đáy là $OA=NA.\sin\widehat{ANO}=l.\sin 60°=\frac{l\sqrt{3}}{2}$.

Vì hình nón đã cho có góc ở đỉnh là $120°$ nên $0°\le\widehat{ANM}\le 120°$.

Ta có $S=\frac{1}{2}.NA.NM.\sin\widehat{ANM}=\frac{1}{2}l^2.\sin\widehat{ANM}$.

Diện tích S lớn nhất khi và chỉ khi $\sin\widehat{ANM}$ lớn nhất $\Leftrightarrow\sin\widehat{ANM}=1\Leftrightarrow\widehat{ANM}=90^\circ\Leftrightarrow$ Tam giác ANM vuông cân tại N. Khi đó $AM=l\sqrt{2}$. Mà A cố định nên M nằm trên đường tròn $\left(A;l\sqrt{2}\right)$.

Mặt khác M nằm trên đường tròn đáy $\left(O;\frac{l\sqrt{3}}{2}\right)$ nên M là giao điểm của đường tròn $\left(A;l\sqrt{2}\right)$ và đường tròn đáy. Dễ thấy hai đường tròn này cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Vậy có hai vị trí điểm M.

Câu 67: Cho hình nón đỉnh S. Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và $AB=BC=10a$, $AC=12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối nón đã cho bằng.

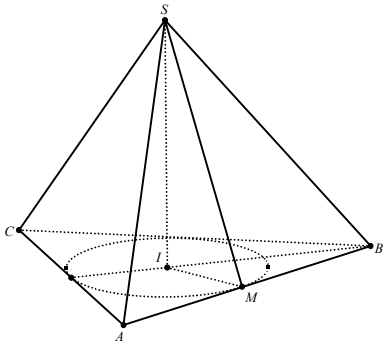
A. $9\pi a^3$. **B.** $27\pi a^3$. **C.** $12\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.

Câu 68: Cho hình nón đỉnh S. Xét hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác ngoại tiếp đường tròn đáy của hình nón và $AB=BC=10a$, $AC=12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $45°$. Thể tích khối nón đã cho bằng.

A. $9\pi a^3$. **B.** $27\pi a^3$. **C.** $12\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\dfrac{AB+AC+BC}{2}=16a$ nên bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là

$r=a\sqrt{\dfrac{(16-10)(16-10)(16-12)}{16}}=3a$.

Gọi I là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác đáy ABC, M là hình chiếu vuông góc của I trên AB khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $\widehat{SMI}=45°$ suy ra ΔSIM vuông cân tại I nên $SI=IM=3a$.

Thể tích khối nón đã cho bằng $V=\dfrac{1}{3}\pi(3a)^2.3a=9\pi a^3$.

Câu 69: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (BCD) và I là trung điểm của AH. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $IBCD$.

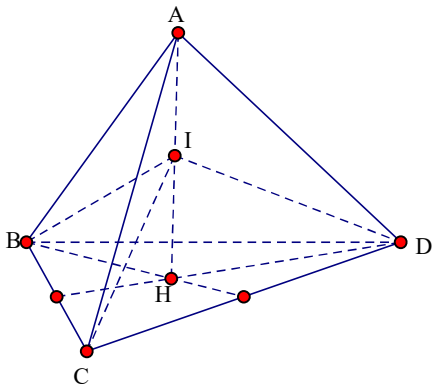
A. $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 70: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (BCD) và I là trung điểm của AH. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $IBCD$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a nên $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

I là trung điểm của AH nên $BI = \sqrt{IH^2 + BH^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do $I \in AH \Rightarrow IB = IC = ID = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $I.BCD$ là hình chóp tam giác đều. Do đó bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $IBCD$ là $R = \frac{IB^2}{2IH} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 1: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Một hình trụ có bán kính đáy $r=5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h=7\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

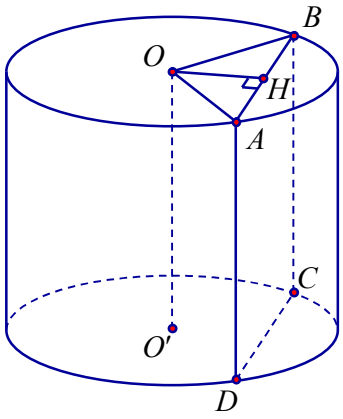
A. $S=56\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S=55\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S=53\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S=46\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi O,O' là tâm của hai đáy của hình trụ và (P) là mặt phẳng song song với trục và cách trục OO' một khoảng 3cm.

Mp(P) cắt hai hình tròn đáy $(O),(O')$ theo hai dây cung lần lượt là AB,CD và cắt mặt xung quanh theo hai đường sinh là AD,BC. Khi đó $ABCD$ là hình chữ nhật.



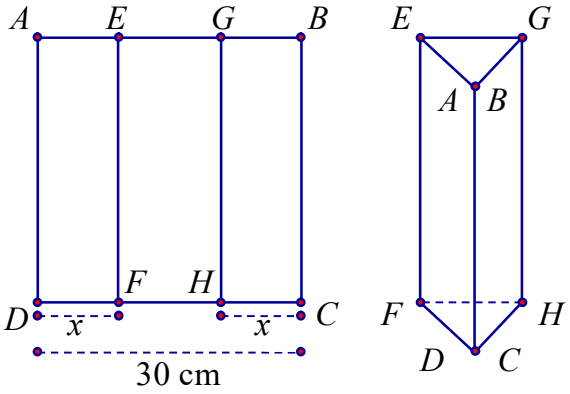
Gọi H là trung điểm của AB. Ta có $OH\perp AB;OH\perp AD\Rightarrow OH\perp(ABCD)$

$\Rightarrow d\left(OO',(P)\right)=d\left(O,(ABCD)\right)=OH=3\text{cm}$.

Khi đó: $AB=2AH=2\sqrt{OA^2-OH^2}=2\sqrt{5^2-3^2}=8$; $AD=OO'=h=7\text{cm}$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $S_{ABCD}=AB.AD=56\left(cm^2\right)$.

Câu 2: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.

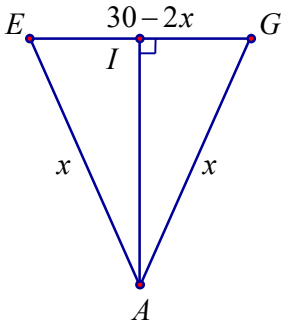


Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là:

A. $x=5\left(\text{cm}\right)$. **B.** $x=9\left(\text{cm}\right)$. **C.** $x=8\left(\text{cm}\right)$. **D.** $x=10\left(\text{cm}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Đường cao lăng trụ là $AD = AB = 30\text{cm}$ không đổi. Để thể tích lăng trụ lớn nhất chỉ cần diện tích đáy lớn nhất.

Gọi I là trung điểm cạnh $EG \Rightarrow AI \perp EG$ trong tam giác AEG.

Khi đó $IG = 15 - x,\ (0 < x < 15)$

Có $AI = \sqrt{x^2 - \left(\dfrac{30-2x}{2}\right)^2} = \sqrt{x^2 - (15-x)^2} = \sqrt{30x - 225}, x \in \left(\dfrac{15}{2}; 15\right)$.

$S_{\Delta AEG} = \dfrac{1}{2} AI.EG = \dfrac{1}{2}(30-2x)\sqrt{30x-225} = \sqrt{15}.\sqrt{(15-x)^2(2x-15)}$

Vậy ta cần tìm $x \in \left(\dfrac{15}{2}; 15\right)$ để $f(x) = (15-x)^2(2x-15)$ lớn nhất.

$f'(x) = -2(15-x)(2x-15) + 2(15-x)^2 = 2(15-x)(30-3x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 15 \\ x = 10 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$\dfrac{15}{2}$		10		15
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	125	↘	0

Vậy thể tích lăng trụ lớn nhất khi $x = 10$.

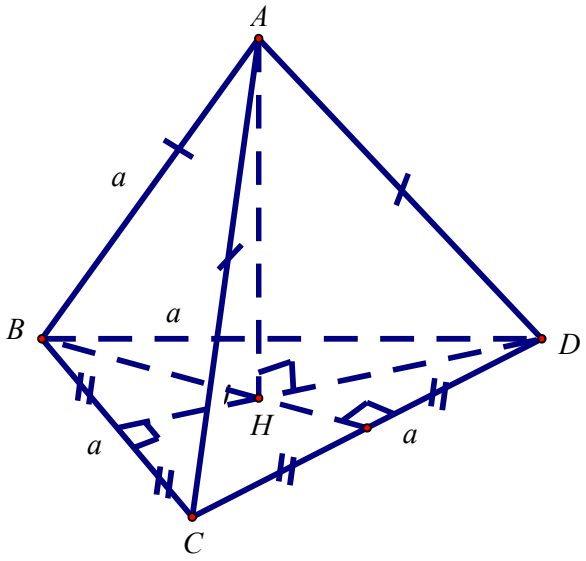
Cách khác (trắc nghiệm): Học sinh có thể thay giá trị của từng đáp án vào hàm số $f(x) = (15-x)^2(2x-15)$ để có kết quả.

Câu 3: **(TT Diệu Hiền-Cần Thơ-tháng 11-năm 2017-2018)** Khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a thì thể tích khối cầu là:

A. $\dfrac{a^3\pi\sqrt{6}}{216}$. **B.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{144}$. **C.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{96}$. **D.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{6}}{124}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trọng tâm tam giác BCD và G là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.
Khi đó bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ là:
$r = d\left(G,(ABC)\right) = d\left(G,(BCD)\right) = d\left(G,(ACD)\right) = d\left(G,(ABD)\right)$.

Ta có: $V_{G.BCD} = \frac{1}{3}.S_{BCD}.d\left(G,(BCD)\right) \Rightarrow d\left(G,(BCD)\right) = \frac{3.V_{G.BCD}}{S_{BCD}}$.

Mà $V_{G.BCD} = V_{G.ABC} = V_{G.ABD} = V_{G.ACD}$ (vì $S_{BCD} = S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ACD}$).

Mặt khác $V_{G.BCD} + V_{G.ABC} + V_{G.ABD} + V_{G.ACD} = V_{ABCD} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4}V_{ABCD}$.

$BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$V_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4}V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

$\Rightarrow r = d\left(G,(BCD)\right) = \frac{3.V_{G.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{3.\frac{a^3\sqrt{2}}{48}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Vậy thể tích khối cầu nội tiếp tứ diện là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{a^3\pi\sqrt{6}}{216}$.

Câu 4: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018)** Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2a$ nằm trong mặt phẳng (P). Gọi I là điểm đối xứng với O qua A. Lấy điểm S sao cho $SI \perp (P)$ và $SI = 2a$. Tính bán kính R mặt cầu đi qua đường tròn đã cho và điểm S.

A. $R = \frac{a\sqrt{65}}{4}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{65}}{16}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{65}}{2}$. **D.** $R = \frac{7a}{4}$.

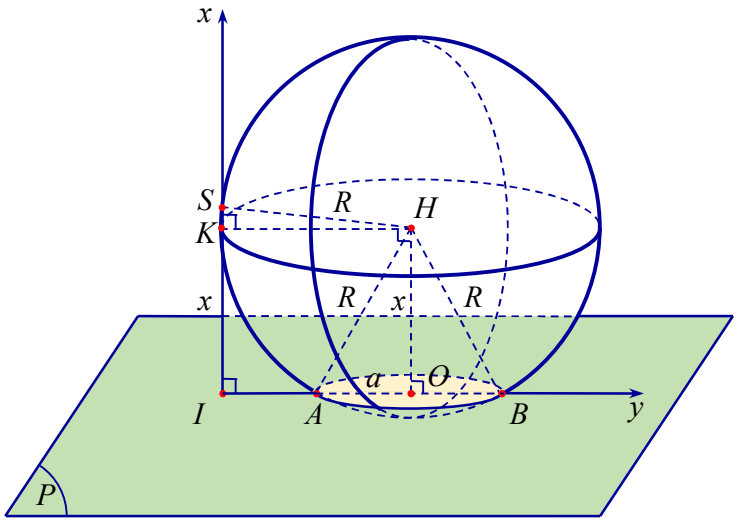
Lời giải

Chọn A

Nhận xét: $\begin{cases} SI \subset (SAB) \\ SI \perp (P) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (P)$.

Mặt khác: (SAB) chứa đường kính của đường tròn tâm O nên (SAB) cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn lớn đi qua ba điểm S, A, B.

Do đó tâm của mặt cầu cũng chính là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB.



Cách 1: Trong mặt phẳng (SAB), chọn hệ trục Oxy sao cho $I(0;0)$; $A(a;0)$; $B(3a;0)$; $S(0;2a)$.

Ta có tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB có tọa độ thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} AE = BE \\ AE = SE \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-a)^2 + y^2 = (x-3a)^2 + y^2 \\ (x-a)^2 + y^2 = x^2 + (y-2a)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2a \\ y = \dfrac{a}{4} \end{cases} \Rightarrow H\left(2a; \dfrac{7a}{4}\right).$$

Khi đó mặt cầu qua ba điểm S, A, B có bán kính $R = AE = \dfrac{a\sqrt{65}}{4}$.

Cách 2: Xét ΔSAB có $AB = 2a$, $SA = \sqrt{SI^2 + IA^2} = a\sqrt{5}$, $SB = \sqrt{SI^2 + IB^2} = a\sqrt{13}$.

$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SI.AB = \frac{SA.SB.AB}{4R} \Rightarrow R = \frac{SA.SB}{2SI} = \frac{a\sqrt{5}a\sqrt{13}}{2.2a} = \frac{a\sqrt{65}}{4}.$$

Cách 3: Gọi mặt cầu tâm H qua đường tròn tâm O và điểm S. Khi đó ta có tứ giác $HOIS$ là hình thang vuông tại O và I.

Ta có $SI = OI = 2a = 2OA$. Gọi $R = HA = HS = HB$ là bán kính mặt cầu cần tìm.

Kẻ $HK \perp SI$ $(K \in SI)$, đặt $HO = x = KI$ $(x > 0) \Rightarrow \begin{cases} HA = \sqrt{HO^2 + OA^2} = \sqrt{x^2 + a^2} \\ HS = \sqrt{HK^2 + SK^2} = \sqrt{(2a-x)^2 + 4a^2} \end{cases}$

Vì $HA = HS$ nên $\sqrt{(2a-x)^2 + 4a^2} = \sqrt{x^2 + a^2} \Rightarrow x = \dfrac{7a}{4}$.

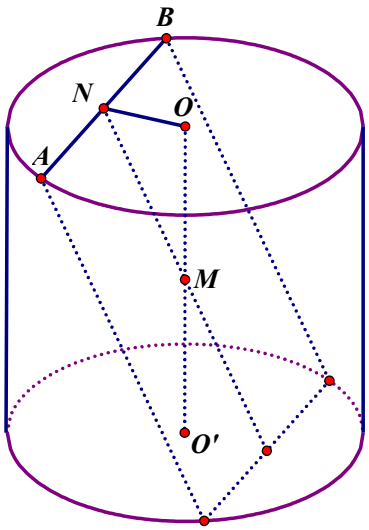
Vậy $R = HA = \sqrt{\left(\dfrac{7a}{4}\right)^2 + a^2} = \dfrac{a\sqrt{65}}{4}$.

Câu 5: ---------- HẾT ----------**(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho hình trụ đứng có hai đáy là hai đường tròn tâm O và tâm O', bán kính bằng a, chiều cao hình trụ bằng $2a$. Mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc $30°$, cắt đường tròn đáy tâm O theo dây cung AB. Độ dài đoạn AB là:

A. a. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{9}a$. **D.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$.

Lời giải:

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OO' và AB.

Ta có $\left(OO';\left(ABM\right)\right)=\left(OO';MN\right)=\widehat{OMN}=30°$.

Tam giác OMN vuông tại O có $ON=\tan\widehat{OMN}.OM \Leftrightarrow ON=\tan 30°.a=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

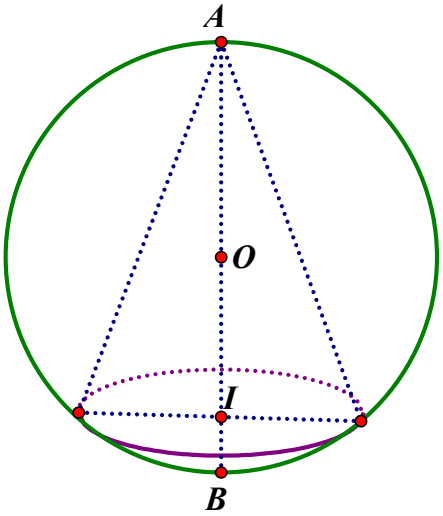
$AB=2NB=2\sqrt{OB^2-ON^2}=2\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{2\sqrt{6}a}{3}$

Câu 6: **(THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018)** Cho mặt cầu đường kính $AB=2R$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ vuông góc AB tại I (I thuộc đoạn AB), cắt mặt cầu theo đường tròn $\left(C\right)$. Tính $h=AI$ theo R để hình nón đỉnh A, đáy là hình tròn $\left(C\right)$ có thể tích lớn nhất?

A. $h=R$. **B.** $h=\frac{R}{3}$. **C.** $h=\frac{4R}{3}$. **D.** $h=\frac{2R}{3}$.

Lời giải:

Chọn C



[phương pháp tự luận]

Gọi O là trung điểm AB, M là điểm bất kì trên đường tròn (C).

Ta có $IM=\sqrt{OM^2-OI^2}=\sqrt{R^2-(h-R)^2}=\sqrt{2Rh-h^2}$.

Thể tích hình nón: $V=\frac{1}{3}.AI.S_{(C)}=\frac{1}{3}.h.\pi.\left(2Rh-h^2\right)$.

Đặt $f(h)=\frac{\pi}{3}\left(2Rh^2-h^3\right)$. ($R$ là tham số). Tập xác định $D=[0;2R]$.

$f'(h)=\frac{\pi}{3}\left(4Rh-3h^2\right)$; $f'(h)=0\Leftrightarrow h=\frac{4R}{3}$.

$f(0)=0$; $f(R)=\frac{\pi}{3}.R^3$; $f\left(\frac{4R}{3}\right)=\frac{32\pi}{81}R^3$. Vậy hàm số $f(h)$ đạt giá trị lớn nhất khi $h=\frac{4R}{3}$.

Hay thể tích hình nón lớn nhất đạt khi $h=\frac{4R}{3}$.

[phương pháp trắc nghiệm]

Thực hiện tương tự phương pháp tự luận, tính được thể tích hình nón:

$V=\frac{1}{3}.AI.S_{(C)}=\frac{1}{3}.h.\pi.\left(2Rh-h^2\right)$.

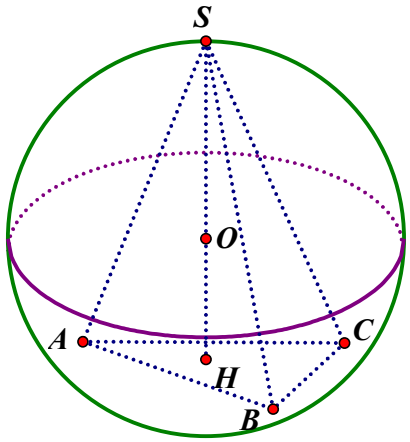
Cho $R=1$, nhập thể tích: $\frac{1}{3}.\pi.X.\left(2X-X^2\right)$. CALC bốn đáp án với $R=1$, được đáp án C cho giá trị lớn nhất.

Câu 7: (THPT Nguyễn Khuyến-TPHCM-năm 2017-2018) Trong tất cả hình chóp tam giác đều nội tiếp mặt cầu bán kính bằng 6, thể tích lớn nhất của khối chóp là:

A. $V_{\max}=32\sqrt{3}$. **B.** $V_{\max}=64\sqrt{3}$. **C.** $V_{\max}=72\sqrt{3}$. **D.** $V_{\max}=81\sqrt{3}$.

Lời giải:

Chọn B



Gọi $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nội tiếp mặt cầu tâm O. Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC).

Giả sử thể tích hình chóp đạt lớn nhất khi H nằm giữa S và O, khi đó, lấy đối xứng A, B, C qua mặt phẳng vuông góc với SH tại O ta được hình chóp $S.A'B'C'$ nội tiếp mặt cầu và có thể tích lớn hơn hình chóp $S.ABC$.

Đặt $OH = x$, $(0 \le x < 6)$.

Có $HB = \sqrt{6^2 - x^2} \Leftrightarrow AC = HB\sqrt{3} = \sqrt{108 - 3x^2}$. Ta được $S_{ABC} = \dfrac{\sqrt{3}.(108 - 3x^2)}{4}$.

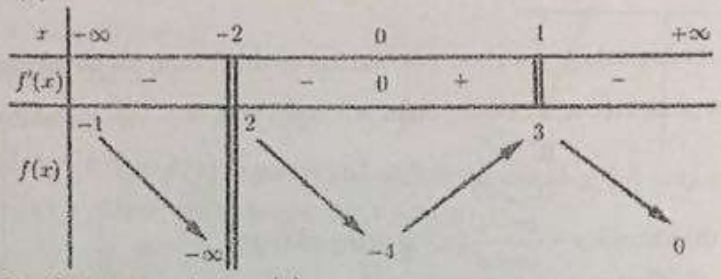
Thể tích hình chóp $V = \dfrac{1}{3}(x + 6).\dfrac{\sqrt{3}.(108 - 3x^2)}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}.(-x^3 - 6x^2 + 36x + 216)$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP. HCM
TRƯỜNG THCS – THPT NGUYỄN KHUYẾN

MÃ ĐỀ 502 - KIỂM TRA ĐỊNH KÌ – LỚP 12 – MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; Ngày 05 tháng 11 năm 2017

Họ và tên học sinh: Nguyễn Thanh Tuyn Lớp: 12A6 44

Câu 1. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây



Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 2 B. 3 C. 1 D. 4

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía đối với trục hoành.

A. $-\frac{1}{4}<m\neq 0$ B. $m>0$ C. $-\frac{1}{4}<m<0$ D. $m<-\frac{1}{4}$

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ đơn điệu và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in(a;b)$ B. $f'(x)\leq 0,\ \forall x\in(a;b)$

C. $f'(x)\neq 0,\ \forall x\in(a;b)$ D. $f'(x)$ không đổi dấu trên khoảng $(a;b)$

Câu 4. Hàm số $y=-2x^3+9x^2-12x+4$ đồng biến trên khoảng nào ?

A. $(0;1)$ B. $(1;2)$ C. $(0;2)$ D. $(1;3)$

Câu 5. Số các giá trị m nguyên để hàm số $y=\frac{(m+1)x+4m+10}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ là

A. 4 B. 6 C. 3 D. 5

Câu 6. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x$. Tích các giá trị cực trị của hàm số là

A. −3 B. −135 C. −120 D. −125

Câu 7. Biết hàm số $y=\frac{x^3}{3}-(m+1)x^2+(m+2)x-1$ đạt cực trị tại $x=1$ (m là tham số thực). Khi đó điểm cực trị của hàm số khác 1 là

A. −1 B. −2 C. 3 D. Đáp số khác

Câu 8. Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x^2+mx+m}$. Số giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận là

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 9. Giá trị tham số m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 + 2m - 1$ tại điểm có hoành độ -1 vuông góc với đường thẳng $x + 4y - 12 = 0$ là

A. $m = -1$ B. $m = -3$ C. $m = -5$ D. Giá trị khác

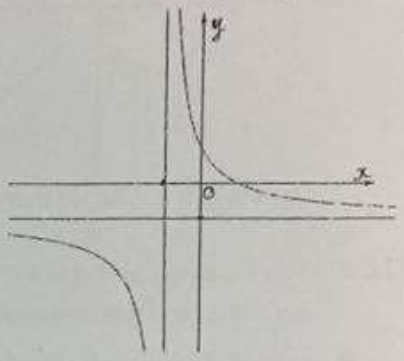
Câu 10. Tìm tất cả giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn 32.

A. $m > 0$ B. $0 < m < 3$ C. $0 < m < 4$ D. $0 < m < 2$

Câu 11. Biết đường thẳng $y = x + m$ (m là tham số thực) luôn cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn AB ngắn nhất là:

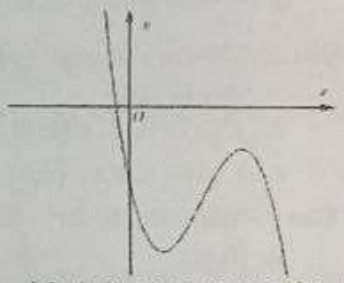
A. $4\sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$
C. $5\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax-1}{cx+d}$ (a,c,d :hằng số thực) như hình vẽ. Khẳng định nào đúng



A. $d > 0, a > 0, c < 0$
B. $d > 0, a < 0, c > 0$
C. $d < 0, a > 0, c < 0$
D. $d < 0, a < 0, c > 0$

Câu 13. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a,b,c,d là các hằng số thực và $a \neq 0$) như hình vẽ. Khẳng định nào đúng



A. $b > 0, c > 0$
B. $b > 0, c < 0$
C. $b < 0, c > 0$
D. $b < 0, c < 0$

Câu 14. Một đường thẳng cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2$ tại 4 điểm phân biệt M, N, P, Q. Biết hai điểm M, N có hoành độ lần lượt là 0 và 1. Tính $S = x_P + x_Q$ với x_P, x_Q là hoành độ điểm P và điểm Q.

A. $S = -1$ B. $S = 1$ C. $S = -2$ D. $S = 2$

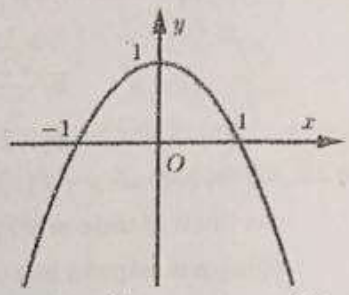
Câu 15. Giả sử tồn tại hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	-3	↗	$+\infty$	↗	2	↘	$-\infty$	↘	1	↗	3

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt là

A. $(-3;1] \cup \{2\}$ B. $(-3;1)$ C. $(-3;1) \cup \{2\}$ D. $(-3;1]$

Câu 16. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng



A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$

B. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$

C. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$

D. $f(x)$ có ba điểm cực trị

Câu 17. Với mỗi số thực x, gọi $f(x)$ là giá trị nhỏ nhất trong các số $g_1(x)=4x+1$, $g_2(x)=x+2$, $g_3(x)=-2x+4$. Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{8}{3}$ D. 3

Câu 18. Cho $0<a\neq 1$. Tính giá trị của $M=\log_{a\sqrt{a}}\left(a\sqrt{a\sqrt{a}}\right)$ là

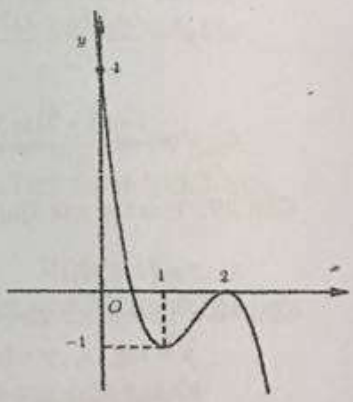
A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{6}{7}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{7}{6}$

Câu 19. Cho $a,b>0$ và $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây không luôn đúng

A. $\log_a b=\log_a 10.\log b$ B. $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$

C. $\log_{a^{\alpha}} b=\frac{1}{\alpha}\log_a b$ D. $\log_a b=\frac{\log b}{\log a}$

Câu 20. Đồ thị hàm số $y=-2x^3+9x^2-12x+4$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $2|x|^3-9x^2+12|x|+m=0$ có 6 nghiệm thực phân biệt



A. $(-1;0)$

B. $(-3;-2)$

C. $(-5;-4)$

D. $(-4;-3)$

Câu 21. Có hai giá trị m_1, m_2 của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x+3}$ tiếp xúc với đường thẳng $y=x+m$. Tìm $T=m_1+m_2$

A. $T=5$ B. $T=6$ C. $T=7$ D. $T=8$

Câu 22. Tìm tất cả giá trị của tham số thực m để trên đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+m-1$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua điểm $I(0;1)$.

A. $m>2$ B. $1<m<2$ C. $m>1$ D. $m<1$

Câu 23. Tìm tất cả giá trị của tham số thực m để phương trình $9^x-4.3^x+m-2=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

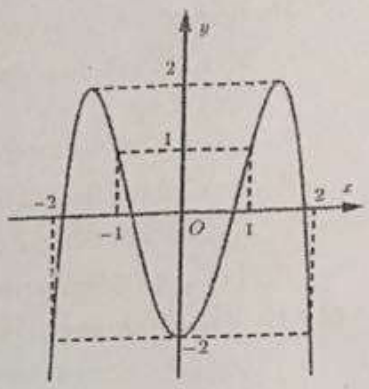
A. $m<6$ B. $2<m<6$ C. $3<m<6$ D. $0<m<6$

Câu 24. Cho $\log_a b = \sqrt{2}$. Giá trị của $M = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$ là

A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $1-\sqrt{2}$ D. $1+\sqrt{2}$

Câu 25. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt trên đoạn $[-2;1]$



A. $-2 < m < 0$ B. $-2 \le m < 1$

C. $-2 < m \le 1$ D. $-2 < m \le 0$

Câu 26. Phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^x \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{8}{x}}} = \frac{9}{16}$ có hai nghiệm x_1 và x_2. Tổng $S = x_1 + x_2$ là

A. 1 B. 4 C. 2 D. 3

Câu 27. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} + 2^{x^2-x-2} = 4^{x^2-x-1} + 1$. Số phần tử của tập S là

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+2}{9^x}$

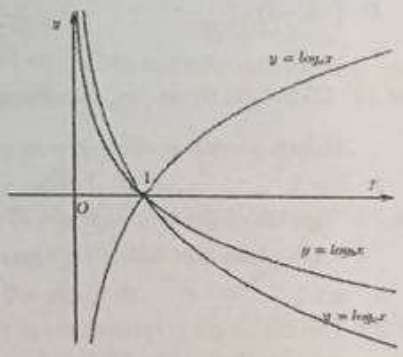
A. $y' = \frac{1+2(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$ B. $y' = \frac{1-2(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$

C. $y' = \frac{1+(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$ D. $y' = \frac{1-(x+2)\ln 3}{3^{2x}}$

Câu 29. Tìm tập xác định S của hàm số $y = \log_x\left(\frac{2x}{3-x}\right)$ là

A. $S = (0;3)\setminus\{1\}$ B. $S = (0;3)$ C. $S = (1;3)$ D. $S = (0;1)$

Câu 30. Cho a,b,c dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $a > c > b$

B. $a > b > c$

C. $c > b > a$

D. $b > c > a$

Câu 31. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-3) < \log_{\frac{1}{2}}(5-2x)$ có nghiệm là $(a;b)$. Tính giá trị của $S = a+b$

A. $S = \frac{7}{2}$ B. $S = \frac{9}{2}$

C. $S = \frac{11}{2}$ D. $S = \frac{13}{2}$

Câu 32. Cho x, y là các số thực thoả $\log_2 x = 3\log_6 y = 3\log(x+y)$. Tìm giá trị $T = x - y$

A. $T = 28$ B. $T = 22$ C. $T = 34$ D. $T = 30$

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^3}{3} + \ln x$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = \frac{1}{x} f'(x)$ là

A. 3 B. 2 C. 1 D. Giá trị khác.

Câu 34. Cho x, y là các số thực thoả $\log_{3x+y}\left(x^2+y^2\right) \le 1$. Khi $3x + y$ đạt giá trị lớn nhất, thì giá trị $k = \frac{x}{y}$ là

A. $k = 1$ B. $k = \frac{1}{2}$ C. $k = 3$ D. $k = \frac{1}{3}$

Câu 35. Cho tứ diện đều $SABC$ cạnh a. Diện tích xung quanh hình nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$ B. πa^2 C. $\sqrt{3}\pi a^2$ D. $2\sqrt{3}\pi a^2$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $6a$, tam giác SBC vuông tại S và mặt phẳng (SBC) vuông góc mặt phẳng (ABC). Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

A. $V = 96\sqrt{3}\pi a^3$ B. $V = 32\sqrt{3}\pi a^3$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$ D. $V = \frac{4\sqrt{3}}{9}\pi a^3$

Câu 37. Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $B'D$ với mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ lần lượt là 30° và 45°. Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\sqrt{2}a^3$ B. $\sqrt{3}a^3$ C. $2a^3$ D. $3a^3$

Câu 38. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 2. Tính thể tích khối nón (N).

A. $V = 3\sqrt{3}\pi$ B. $V = 4\sqrt{3}\pi$ C. 3π D. 6π

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với đáy góc 45°. Tính thể tích V khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \sqrt{2}a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ C. $V = \sqrt{3}a^3$ D. $V = a^3$

Câu 40. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(ACC'A')$ góc 30°. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$ B. $V = \frac{a^3}{8}$ C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$ D. $V = \frac{3}{8}a^3$

Câu 41. Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA, SB, SC vuông góc đôi một và $AB = 5$ cm, $BC = \sqrt{41}$ cm, $AC = \sqrt{34}$ cm. Tìm thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

A. $V = 10\text{cm}^3$ B. $V = 11\text{cm}^3$ C. $V = 12\text{cm}^3$ D. $V = 14\text{cm}^3$

Câu 42. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy a và cạnh bên là $2a$. M thuộc cạnh SA sao cho $2MS = MA$. Tính thể tích V của tứ diện $MABC$

Câu 8:

A. $V=\frac{\sqrt{11}}{12}a^3$ B. $V=\frac{\sqrt{11}}{14}a^3$ C. $V=\frac{\sqrt{11}}{16}a^3$ D. $V=\frac{\sqrt{11}}{18}a^3$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc mặt phẳng (ABC), $SA=5, AB=3, BC=4$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$.

A. $R=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ B. $R=\frac{5\sqrt{2}}{3}$ C. $R=\frac{5\sqrt{3}}{3}$ D. $R=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

Câu 44. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=6, AD=8, AC'=12$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có hai đường tròn đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai hình chữ nhật $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

A. $S_{xq}=20\sqrt{11}\pi$ B. $S_{xq}=10\sqrt{11}\pi$ C. $S_{xq}=10\left(2\sqrt{11}+5\right)\pi$ D. $S_{xq}=5\left(4\sqrt{11}+5\right)\pi$

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm cạnh AC, α là góc tạo bởi đường thẳng $C'M$ và mặt phẳng $(ABB'A')$. Tính giá trị $\sin\alpha$

A. $\sin\alpha=\frac{4}{7}$ B. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{51}}{17}$ C. $\sin\alpha=\frac{2}{5}$ D. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{15}}{10}$

Câu 46. Cho hình trụ đứng có hai đáy là hai đường tròn tâm O và tâm O', bán kính bằng a, chiều cao hình trụ bằng $2a$. Mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc 30°, cắt đường tròn đáy tâm O theo dây cung AB. Độ dài đoạn AB là

A. a B. $\frac{2a}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{9}a$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=a$. M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AD và BC. Biết thể tích của khối $ABCD$ là $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ và $d(AB;CD)=a$ (giả sử $MN>\frac{a}{2}$). Khi đó độ dài đoạn MN là

A. $MN=a\sqrt{3}$ B. $MN=\frac{a\sqrt{6}}{2}$ C. $MN=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ D. $MN=a\sqrt{2}$

Câu 48. Cho hình chóp tam giác đều $SABC$, $\widehat{ASB}=20^\circ, SA=a$, M thuộc cạnh SB, N thuộc cạnh SC, D là trung điểm cạnh SA. Khi $AM+MN+ND$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng diện tích các tam giác SAM, SMN, SND là

A. $\frac{a^2}{4}$ B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{8}$ D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$

Câu 49. Cho mặt cầu đường kính $AB=2R$. Mặt phẳng (P) vuông góc AB tại I (I thuộc đoạn AB), cắt mặt cầu theo đường tròn (C). Tính $h=AI$ theo R để hình nón đỉnh A, đáy là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất.

A. $h=R$ B. $h=\frac{R}{3}$ C. $h=\frac{4R}{3}$ D. $h=\frac{2R}{3}$

Câu 50. Trong tất cả hình chóp tam giác đều nội tiếp mặt cầu bán kính bằng 6, thể tích lớn nhất của khối chóp là

A. $V_{max}=32\sqrt{3}$ B. $V_{max}=64\sqrt{3}$ C. $V_{max}=72\sqrt{3}$ D. $V_{max}=81\sqrt{3}$

---------HẾT---------

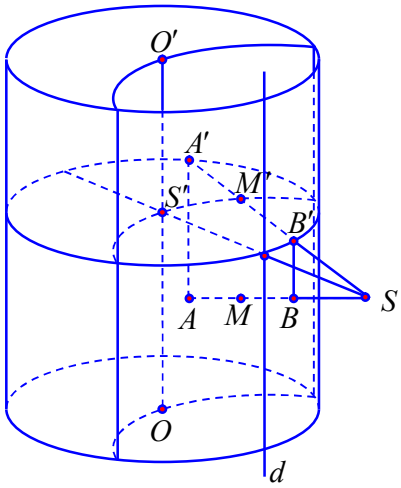
(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Cho mặt trụ (T) và một điểm S cố định nằm bên ngoài (T). Một đường thẳng Δ thay đổi luôn đi qua S và luôn cắt

(T) tại hai điểm A, B (A, B có thể trùng nhau). Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tập hợp các điểm M là

A. Một phần mặt phẳng đi qua S.
B. Một phần mặt cầu đi qua S.
C. Một phần mặt nón có đỉnh là S.
D. Một phần mặt trụ.

Lời giải

Chọn D



Gọi mặt phẳng (P) chứa S và vuông góc với trục OO', cắt OO' tại S', cắt trụ (T) theo giao tuyến là một đường tròn (C) tâm S' song song với đáy. Đường thẳng Δ thay đổi đi qua S và luôn cắt (T) tại hai điểm A, B (A, B có thể trùng nhau), M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Gọi A', B', M' lần lượt là hình chiếu của A, B, M xuống mặt phẳng (P). Ta có A, B đều thuộc đường tròn (C); $AA' // BB' // OO'$, $MM' // OO'$. Vì M là trung điểm của đoạn thẳng AB nên M' cũng là trung điểm của $A'B'$ khi đó $S'M' \perp A'B'$. Mặt khác S, A', B', M' thẳng hàng (cùng nằm trên giao tuyến của mặt phẳng chứa S, AA', BB' vuông góc với mặt phẳng (P)) nên tam giác $SS'M'$ luôn vuông tại M' hay M' thuộc đường tròn đường kính SS'

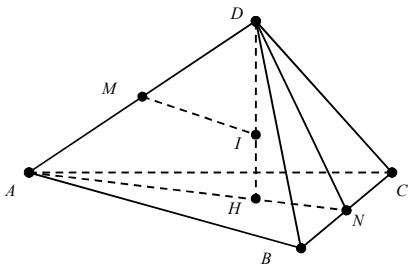
Suy ra M nằm trên một phần mặt trụ đường kính đáy bằng SS' không đổi, có trục song song OO' và đi qua trung điểm của SS'.

Câu 9: **(THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Tính thể tích V của khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 1.

A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{24}$.
B. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{12}$.
C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{8}$.
D. $V = \frac{\sqrt{2}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$. Ta có các tam giác cân IAD, IAB, IAC, IBD, IBC, ICD bằng nhau nên khoảng cách từ I đến các cạnh của tứ diện đều cũng bằng nhau.

Ta được tâm mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện trùng với I.

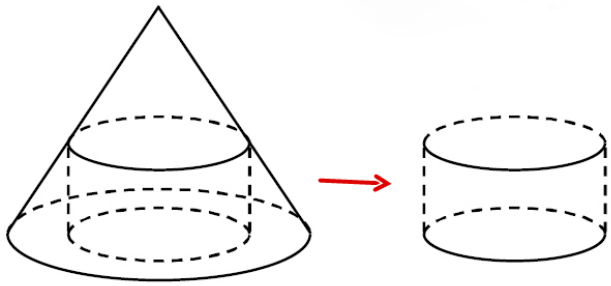
Ta có $HA=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $HD=\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Từ hai tam giác DMI và DHA đồng dang, ta được:

$$\frac{MI}{AH}=\frac{DM}{DH}\Leftrightarrow MI=\frac{AH.DM}{DH}=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Thể tích mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện: $V=\frac{4}{3}\pi.R^3=\frac{\sqrt{2}\pi}{24}$.

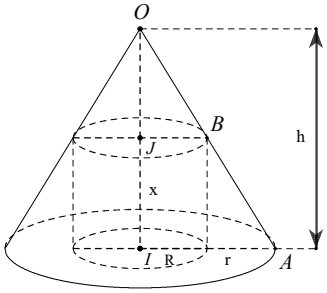
Câu 10: **(THPT Cổ Loa-Hà Nội-lần 1-nawm-2018)** Một khúc gỗ có dạng khối nón có bán kính đáy $r=30$ cm, chiều cao $h=120$ cm. Anh thợ mộc chế tác khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ dạng khối trụ có thể chế tác được. Tính V.



A. $V=0,16\pi\left(\text{m}^3\right)$. **B.** $V=0,024\pi\left(\text{m}^3\right)$. **C.** $V=0,36\pi\left(\text{m}^3\right)$. **D.** $V=0,016\pi\left(\text{m}^3\right)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi x là chiều cao của khúc gỗ hình khối trụ, R khúc gỗ hình khối trụ cần tìm. O là đỉnh của hình nón, I là tâm của đáy hình nón, J là tâm của đáy hình trụ và khác I. OA là một đường sinh của hình nón, B là điểm chung của OA với khối trụ. Ta có $\frac{R}{r}=\frac{h-x}{h}\Rightarrow R=\frac{r\left(h-x\right)}{h}$.

Thể tích khối trụ là $V=\pi x.R^2=\pi x.\dfrac{r^2}{h^2}\left(h-x\right)^2$

Xét hàm số $V\left(x\right)=\pi x.\dfrac{r^2}{h^2}\left(h-x\right)^2$, $0<x<h$.

Ta có $V'\left(x\right)=\pi\dfrac{r^2}{h^2}\left(h-x\right)\left(h-3x\right)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{h}{3}$ hay $x=h$.

Bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{h}{3}$		h
$V'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0
$V\left(x\right)$	0	↗	$\dfrac{4\pi r^2h}{27}$	↘	0

Dựa vào BBT, ta thấy thể tích khối trụ lớn nhất khi chiều cao của khối trụ là $x=\dfrac{h}{3}=40\ \text{cm}$;

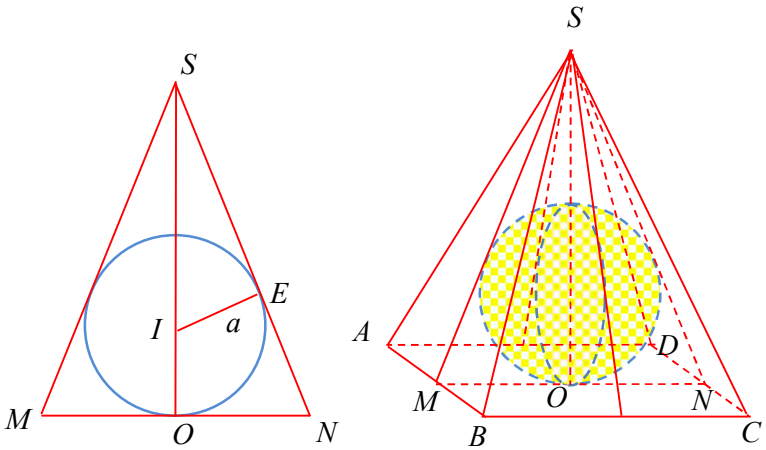
$V_{\max}=\dfrac{4\pi r^2h}{27}=\dfrac{4.\pi.30^2.120}{27}=16000\pi\left(\text{cm}^3\right)=0,016\pi\left(\text{m}^3\right)$.

Câu 11: ----------**HẾT**----------**(THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018)** Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng a, thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất.

A. $V=\dfrac{8a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{10a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{32a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử $SO=x$ ta có: $SI=x-a$; $SE=\sqrt{\left(x-a\right)^2-a^2}=\sqrt{x^2-2ax}$

Xét $\Delta SEI\backsim\Delta SON$ ta có: $\dfrac{SE}{SO}=\dfrac{IE}{NO}\Rightarrow NO=\dfrac{IE.SO}{SE}=\dfrac{ax}{\sqrt{x^2-2ax}}$

Thể tích khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}x.\left(\dfrac{2ax}{\sqrt{x^2-2ax}}\right)^2=\dfrac{4a^2x^2}{3\left(x-2a\right)}$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2}{x-2a}$ $\left(0<2a<x\right)$

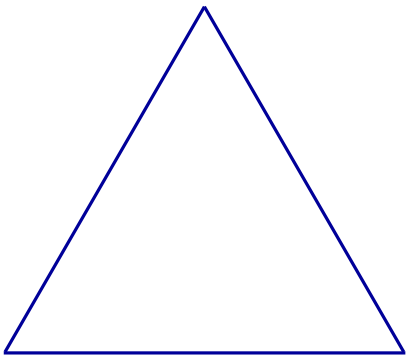
$f'(x)=\dfrac{x^2-4ax}{(x-2a)^2}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=4a$ (do $0<2a<x$)

Bảng biến thiên

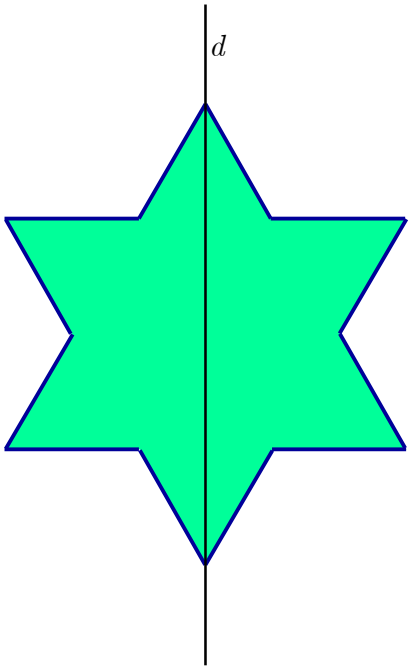
x	$2a$		$4a$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$8a$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích là $V=\dfrac{32a^3}{3}$.

Câu 12: **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018)** Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3 (hình 1). Tiếp đó ta chia mỗi cạnh của tam giác thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bằng hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía bên ngoài ta được hình 2. Khi quay hình 2 xung quanh trục d ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.



Hình 1

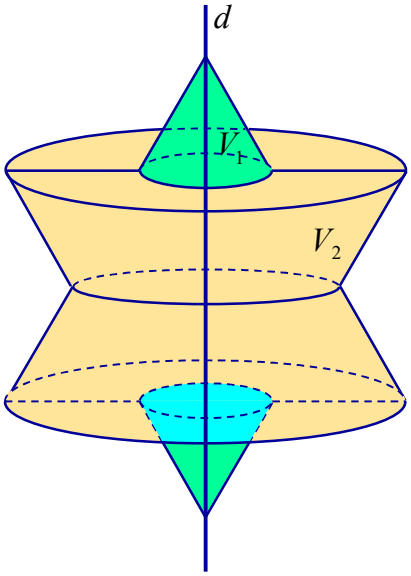


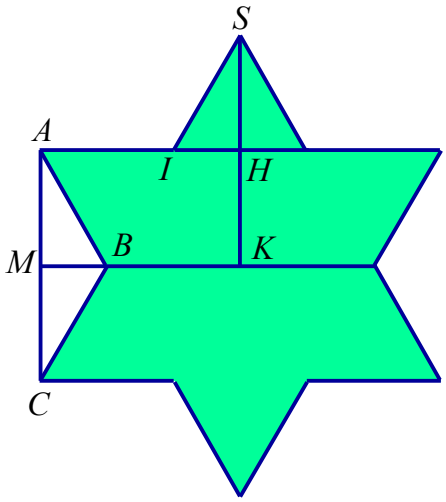
Hình 2

A. $\dfrac{5\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{9\pi\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\dfrac{5\pi\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{5\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A





Ta có thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng 2 lần thể tích nửa trên khi cho hình $SIABK$ quay quanh trục SK.

Tam giác SIH quay quanh trục SK tạo thành khối nón có $r_1 = IH = \frac{1}{2}$; $h_1 = SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối nón này bằng $V_1 = \frac{1}{3}\pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3}\pi.\frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi}{24}$

Hình thang vuông $HABK$ quay quanh trục HK tạo thành hình nón cụt có $R = AH = \frac{3}{2}$;

$r = BK = 1$; $h = HK = SH = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối nón cụt này bằng $V_2 = \frac{\pi h}{3}.\left(R^2 + r^2 + R.r\right) = \frac{\pi}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{9}{4} + 1 + \frac{3}{2}\right) = \frac{19\pi\sqrt{3}}{24}$.

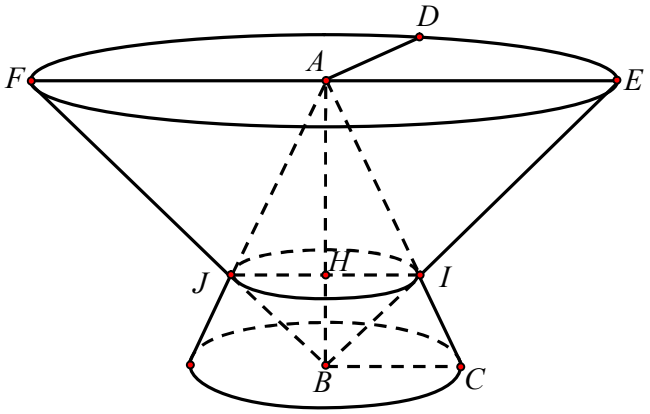
Suy ra thể tích khối tròn xoay đã cho bằng $V = 2\left(V_1 + V_2\right) = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 1: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B. Biết $BC = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 3a$. Quay các tam giác ABC và ABD (Bao gồm cả điểm bên trong 2 tam giác) xung quanh đường thẳng AB ta được 2 khối tròn xoay. Thể tích phần chung của 2 khối tròn xoay đó bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}\pi a^3}{16}$. **B.** $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{16}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Khi quay tam giác ABD quanh AB ta được khối nón đỉnh B có đường cao BA, đáy là đường tròn bán kính $AE = 3$ cm. Gọi $I = AC \cap BE$, $IH \perp AB$ tại H. Phần chung của 2 khối nón khi quay tam giác ABC và tam giác ABD quanh AB là 2 khối nón đỉnh A và đỉnh B có đáy là đường tròn bán kính IH.

Ta có ΔIBC đồng dạng với $\Delta IEA \Rightarrow \frac{IC}{IA} = \frac{BC}{AE} = \frac{1}{3} \Rightarrow IA = 3IC$.

Mặt khác $IH // BC \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{IH}{BC} = \frac{AI}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow IH = \frac{3}{4}BC = \frac{3a}{4}$.

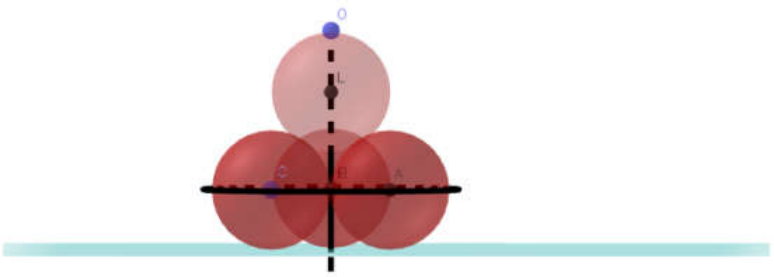
Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối nón đỉnh A và B có đáy là hình tròn tâm H

$V_1 = \frac{1}{3}\pi.IH^2.AH$.

$V_2 = \frac{1}{3}\pi.IH^2.BH$.

$\Rightarrow V = V_1 + V_2 \Rightarrow V = \frac{\pi}{3}.IH^2.AB \Rightarrow V = \frac{\pi}{3}.\frac{9a^2}{16}.a\sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 2: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Có 4 viên bi hình cầu có bán kính bằng 1 cm. Người ta đặt 3 viên bi tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt bàn. Sau đó đai chặt 3 viên bi đó lại và đặt 1 viên bi thứ 4 tiếp xúc với cả 3 viên bi trên như hình vẽ dưới đây

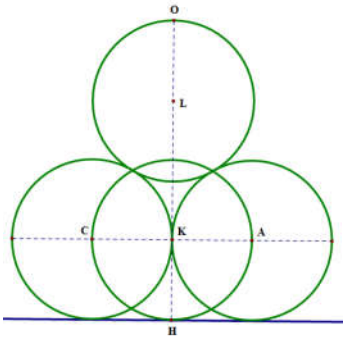


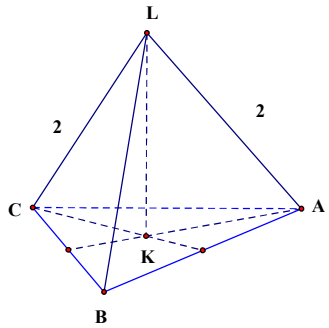
Gọi O là điểm thuộc bề mặt của viên bi thứ tư có khoảng cách đến mặt bàn là lớn nhất. Khoảng cách từ O đến mặt bàn bằng

A. $\dfrac{6+2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\dfrac{3+2\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A





Nhận xét: Tâm A, tâm B, tâm C, tâm L của bốn mặt cầu lập thành 1 tứ diện đều cạnh bằng 2 cm. Tức là, tứ diện $LABC$ đều cạnh bằng 2 cm.

Trong tam giác đều ABC, có $KC=\dfrac{2}{3}.\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

Trong tam giác vuông LKC, có $LK=\sqrt{LC^2-KC^2}=\sqrt{2^2-\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

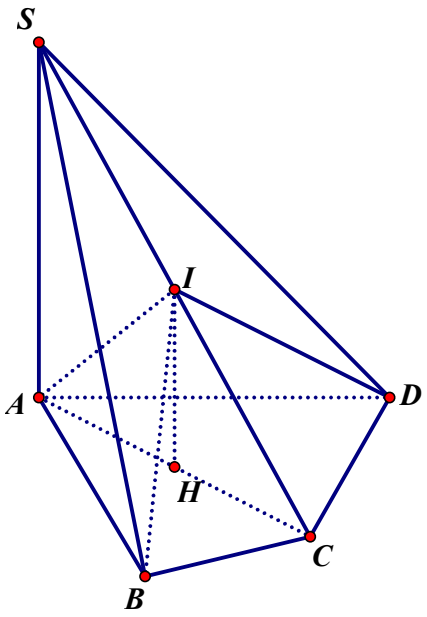
Khoảng cách từ O đến mặt bàn bằng d, với $d=OL+LK+KH=1+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}+1=\dfrac{6+2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 3: [2H2 – 3] (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có $\widehat{ABC}=\widehat{ADC}=90°$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, góc tạo bởi SC và đáy $ABCD$ bằng $60°$, $CD=a$ và tam giác ADC có diện tích bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $S_{mc}=16\pi a^2$. **B.** $S_{mc}=4\pi a^2$. **C.** $S_{mc}=32\pi a^2$. **D.** $S_{mc}=8\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Giả thiết: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$.

Do đó: $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC,AC}\right) = \widehat{SCA} = 60°$.

Xét tam giác ADC vuông tại D, diện tích $S_{\Delta ADC} = \frac{1}{2} AD.DC = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow AD = a\sqrt{3}$.

Khi đó: $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + a^2} = 2a$.

ΔSAC vuông tại A, ta có: $\tan\widehat{SAC} = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC.\tan 60° = 2a\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm SC (1), H là trung điểm AC.

Khi đó $IH // SA \Rightarrow IH \perp (ABCD)$.

Tứ giác $ABCD$ có $\widehat{D} = \widehat{B} = 90°$, H là trung điểm AC nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. Suy ra $IA = IB = IC = ID$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu: $R = \frac{1}{2} SC = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + 12a^2} = 2a$.

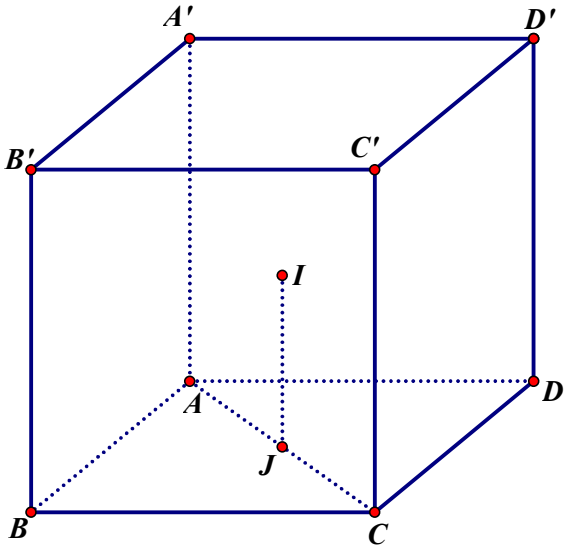
Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Câu 4: [2H2 – 2] **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Trong không gian mặt cầu (S) tiếp xúc với 6 mặt của một hình lập phương cạnh a, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\frac{\pi a^3}{24}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{6}$. **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là tâm hình lập phương, J là tâm của một mặt bất kì.

Ta có bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương: $IJ = \frac{1}{2}a$.

Thể tích khối cầu (S): $V = \frac{4}{3}\pi.IJ^3 = \frac{4}{3}.\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$.

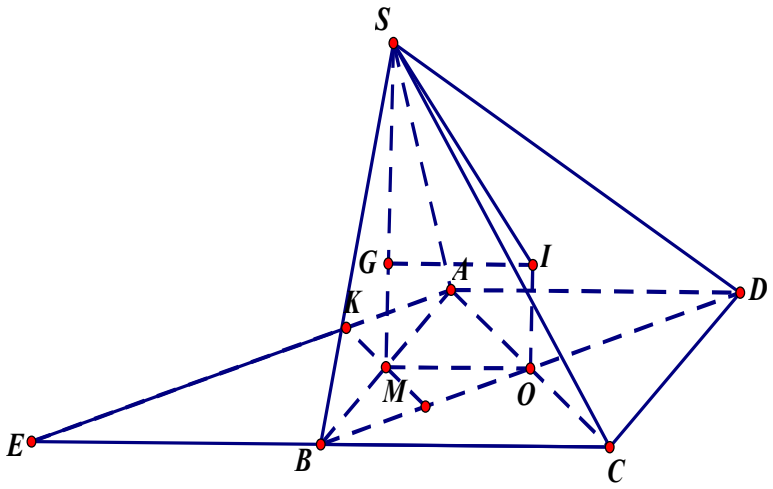
----------HẾT----------

Câu 5: (THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có diện tích $84\pi\left(\text{cm}^2\right)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

A. $\frac{2\sqrt{21}}{7}\left(\text{cm}\right)$. **B.** $\frac{3\sqrt{21}}{7}\left(\text{cm}\right)$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{7}\left(\text{cm}\right)$. **D.** $\frac{6\sqrt{21}}{7}\left(\text{cm}\right)$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm AB và G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SAB, O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có $OM\perp\left(SAB\right)$. Dựng trục của hình vuông $ABCD$ và trục tam giác SAB, khi đó chúng đồng phẳng và cắt nhau tại I tức là OI, GI là các trục hình vuông $ABCD$ và trục tam giác SAB.

Bán kính mặt cầu là $R=SI$. Ta có $4\pi R^2=84\pi\left(\text{cm}^2\right)\Leftrightarrow R=\sqrt{21}\left(\text{cm}\right)$. Đặt $AB=x\ \left(\text{cm}\right)$

Trong tam giác vuông SGI ta có $SI^2=SG^2+GI^2\ \left(1\right)$, ta có $GI=\frac{x}{2}$, $SG=\frac{x\sqrt{3}}{3}$ thay vào $\left(1\right)$ tính được $x=6$.

Dựng hình bình hành $ABDE$. Khoảng cách d giữa BD và SA là $d=d\left(BD,\left(SAE\right)\right)$

$d=d\left(B,\left(SAE\right)\right)=2d\left(M,\left(SAE\right)\right)$. Kẻ $MK\perp AE$ ta có $\left(SAE\right)\perp\left(SMK\right)$.

$d\left(M,\left(SAE\right)\right)=d\left(M,SK\right)=\frac{SM.MK}{\sqrt{SM^2+MK^2}}\ \left(2\right)$. Ta có $SM=\frac{x\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$, $MK=\frac{x\sqrt{2}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

Thay các giá trị vào $\left(2\right)$ tính được $d\left(M,\left(SAE\right)\right)=\frac{3\sqrt{21}}{7}$.

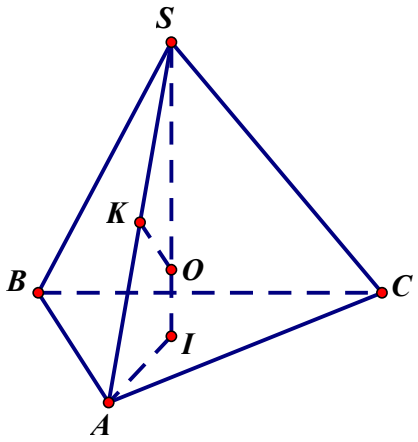
Vậy khoảng cách giữa SA và BD là $\frac{6\sqrt{21}}{7}$.

Câu 6: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=2a$ và tam giác ABC có góc A bằng $120°$ và $BC=2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo a.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC. Do $SA = SB = SC$ nên ta có $SI \perp (ABC)$.

Gọi K là trung điểm của SA. Gọi OK là đường trung trực của SA và $O \in SI$.

Khi đó O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin A$ và $S_{\Delta ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4IA}$.

Suy ra: $\frac{1}{2} AB.AC.\sin 120° = \frac{AB.AC.2a}{4IA} \Leftrightarrow IA = \frac{4a}{4.\sin 120°} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{4a^2}{3}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

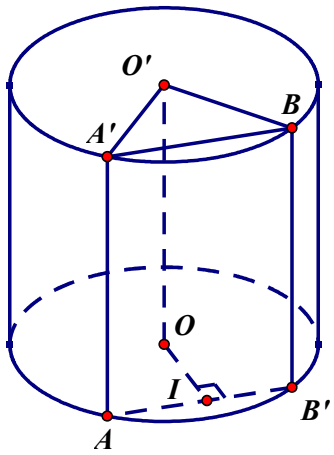
Do $\Delta SKO \# \Delta SIA$ nên $\frac{SK}{SI} = \frac{SO}{SA} \Leftrightarrow SO = \frac{SK.SA}{SI} = \frac{SA^2}{2SI} = \frac{4a^2}{2.\frac{2a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 7: (THPT Lương Thế Vinh-Hà Nội năm 2017-2018) Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha = \sqrt{2}$. **B.** $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\tan\alpha = \frac{1}{2}$. **D.** $\tan\alpha = 1$.

Lời giải

Chọn B



Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O'.

Gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O.

Gọi R là bán kính của đường tròn tâm O, suy ra: $R=2a$. Ta có: $\alpha=\widehat{BAB'}$.

Suy ra: $AB'=2R\tan\alpha$. Gọi I là trung điểm của $AB'\Rightarrow OI\perp AB'$.

Ta có: $OI=\sqrt{OB'^2-IB'^2}=\sqrt{R^2-R^2\tan^2\alpha}=R\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

Và: $S_{\Delta OAB'}=\dfrac{1}{2}OI.AB'=\dfrac{1}{2}R.\sqrt{1-\tan^2\alpha}.2R\tan\alpha=R^2\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

Suy ra: $V_{OO'AB}=\dfrac{1}{3}V_{OAB'.O'A'B}=\dfrac{1}{3}OO'.S_{\Delta OAB'}=\dfrac{1}{3}.2R.R^2\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

Ta có: $V_{OO'AB}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số $f(t)=t.\sqrt{1-t^2}$ với $t\in[-1;1]$ có $f'(t)=\sqrt{1-t^2}+\dfrac{t.(-t)}{\sqrt{1-t^2}}=\dfrac{1-2t^2}{\sqrt{1-t^2}}$ với $t\in(-1;1)$.

Xét $f'(t)=0\Leftrightarrow 1-2t^2=0\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì $0°<\alpha<90°$ nên $\tan\alpha>0\Rightarrow t=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	y_{CT}	$\nearrow$	y_{CD}	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $V_{\max}$ khi $t=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ hay $\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

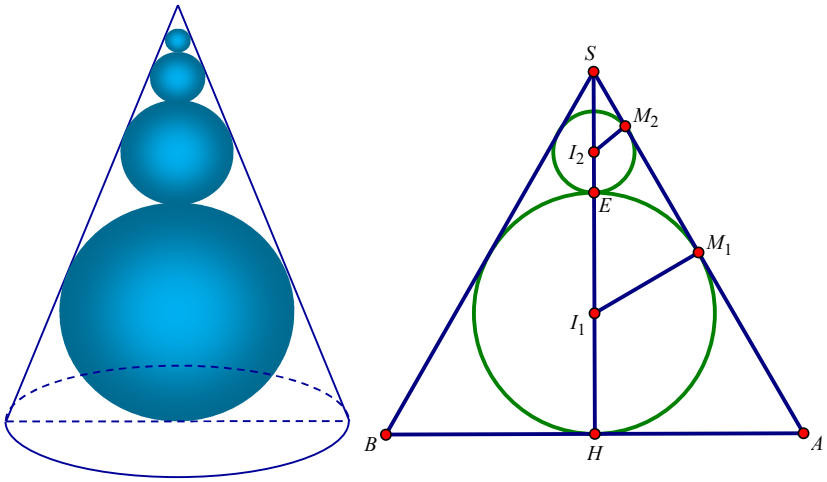
Câu 8: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°, độ dài đường sinh bằng a. Dãy hình cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N);

(S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tính tổng thể tích các khối cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... theo a.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **B.** $\frac{27\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\frac{9\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I_1, I_2 lần lượt là tâm của mặt cầu (S_1) và (S_2).

Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó ta có ΔSAB đều và $R_1 = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Hạ $I_1M_1 \perp SA$, $I_2M_2 \perp SA$.

Xét ΔSI_2M_2 có $\sin 30^\circ = \frac{I_2M_2}{SI_2} \Rightarrow SI_2 = 2I_2M_2$. Khi đó ta có $SH = SI_2 + I_2E + EH$

$\Leftrightarrow 3r_1 = 3r_2 + 2r_1 \Leftrightarrow r_1 = 3r_2$.

Chứng minh tương tự ta có $r_2 = 3r_3, \ldots, r_n = 3r_{n+1}$.

Do đó dãy bán kính r_1, $r_2, \ldots, r_n,$. lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và công bội $q = \frac{1}{3}$.

Suy ra dãy thể tích của các khối cầu (S_1), (S_2), …,(S_n),… lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $V_1 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{54}\pi a^3$ và công bội $q_1 = \frac{1}{27}$.

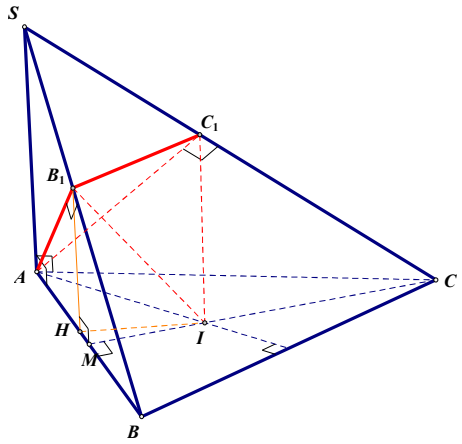
Vậy tổng thể tích của các khối cầu $(S_1),(S_2),\ldots,(S_n),\ldots$ là: $V = \frac{V_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{52}\pi a^3$.

Câu 9: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính theo a bán kính R của mặt cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Đặt $SA=x$, gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, H là hình chiếu của B_1 trên cạnh AB, M là trung điểm của AB.

Ta có $SA^2=SB_1.SB \Rightarrow \dfrac{SB_1}{SB}=\dfrac{SA^2}{SB^2}=\dfrac{x^2}{a^2+x^2}$, tương tự ta cũng có $\dfrac{SC_1}{SC}=\dfrac{SA^2}{SC^2}=\dfrac{x^2}{a^2+x^2}$.

Suy ra $B_1C_1//BC$, $B_1H//SA$ nên $\dfrac{BB_1}{SB}=\dfrac{HB_1}{SA}=\dfrac{BH}{AB}=\dfrac{a^2}{x^2+a^2}$

$\Rightarrow HB_1=\dfrac{xa^2}{x^2+a^2}$, $HB=\dfrac{a.x^2}{x^2+a^2}$.

Ta chỉ cần chứng minh $IA=IB_1=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Giả sử $x>a$ ($x\le a$ ta làm tương tự).

Khi đó $HB=\dfrac{a.x^2}{x^2+a^2}>BM=\dfrac{a}{2}$, suy ra $HM=\dfrac{a.x^2}{x^2+a^2}-\dfrac{a}{2}=\dfrac{a\left(x^2-a^2\right)}{2\left(x^2+a^2\right)}$

$IB_1^2=HI^2+B_1H^2=HM^2+IM^2+B_1H^2=\dfrac{a^2}{3}\Rightarrow IB_1=IA=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

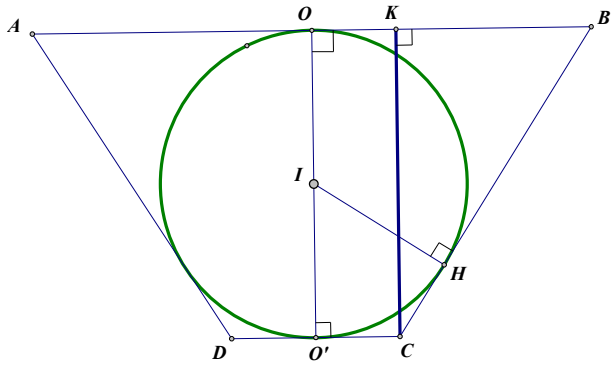
Vậy $IA=IB=IC=IB_1=IC_1=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ là bán kính mặt cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1.

Câu 10: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước vào cốc rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra bằng một nửa lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).

A. $\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $AB = 2a$, $DC = 2b$, $O'O = 2c$. Ta có V_1 là thể tích chiếc cốc, V_2 là thể tích của bi.

Ta có $CK = 2c$, $CB = a + b$, $BK = a - b$. Do tam giác CKB vuông tại K ta có

$CB^2 = CK^2 + BK^2$

$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 4c^2 + a^2 + b^2 - 2ab \Leftrightarrow ab = c^2$.

Mặt khác $V_1 = \dfrac{\pi 2c}{3}\left(a^2 + b^2 + ab\right)$, $V_2 = \dfrac{4\pi}{3}c^3$.

Theo giả thiết lượng nước tràn ra bằng một nửa lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu, suy ra $V_1 = 2V_2 \Leftrightarrow c\left(a^2 + b^2 + ab\right) = 4c^3$

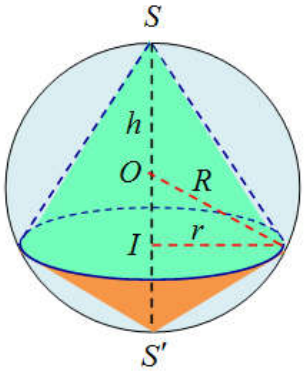
$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab = 4ab \Leftrightarrow \dfrac{a}{b} = \dfrac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$, do $a > b$ nên $\dfrac{a}{b} = \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 11:

(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Cho mặt cầu (S) bán kính R. Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là:

A. $\frac{32\pi R^3}{81}$. **B.** $\frac{32R^3}{81}$. **C.** $\frac{32\pi R^3}{27}$. **D.** $\frac{32R^3}{27}$.

Lời giải



Chọn A

Ta có thể tích khối nón đỉnh S lớn hơn hoặc bằng thể tích khối nón đỉnh S'. Do đó chỉ cần xét khối nón đỉnh S có bán kính đường tròn đáy là r và đường cao là $SI = h$ với $h \ge R$.

Thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) là:

$$V = \frac{1}{3}h.S_{(C)} = \frac{1}{3}h.\pi.r^2 = \frac{1}{3}h.\pi.\left[R^2 - (h-R)^2\right] = \frac{1}{3}\pi\left(-h^3 + 2h^2R\right).$$

Xét hàm số: $f(h) = -h^3 + 2h^2R$ với $h \in [R; 2R)$.

Ta có $f'(h) = -3h^2 + 4hR$.

$f'(h) = 0 \Leftrightarrow -3h^2 + 4hR = 0 \Leftrightarrow h = 0$ (loại) hoặc $h = \frac{4R}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	R		$\frac{4R}{3}$		$2R$
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$	R^3	$\nearrow$	$\frac{32R^3}{27}$	$\searrow$	0

Ta có: $\max f(h) = \frac{32}{27}R^3$ tại $h = \frac{4R}{3}$.

Vậy thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất là $V = \frac{1}{3}\pi\frac{32}{27}R^3 = \frac{32}{81}\pi R^3$ khi $h = \frac{4R}{3}$.

Chú ý: Sau khi tính được $V = \frac{1}{3}\pi\left(-h^3 + 2h^2R\right)$ ta có thể làm như sau:

$$V=\frac{1}{3}\pi\left(-h^3+2h^2R\right)=\frac{1}{3}\pi h^2\left(2R-h\right)=\frac{\pi}{6}.h.h\left(4R-2h\right)\le\frac{\pi}{6}\left(\frac{h+h+4R-2h}{3}\right)^3=\frac{32\pi R^3}{81}.$$

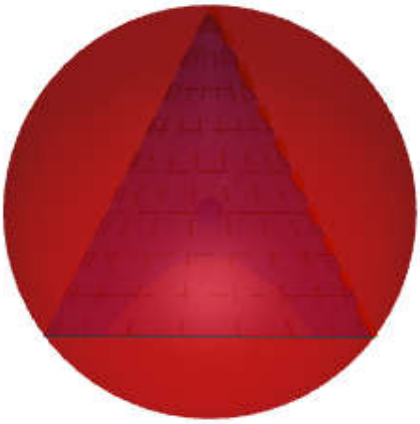
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $h=4R-2h\Leftrightarrow h=\frac{4R}{3}$.

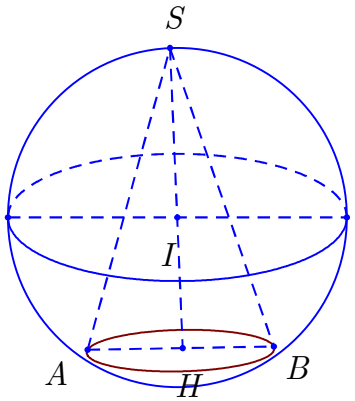
Câu 12: **(THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018)** Cho mặt cầu (S) có bán kính R không đổi, hình nón (H) bất kì nội tiếp mặt cầu (S). Thể tích khối nón (H) là V_1; và thể tích phần còn lại của khối cầu là V_2. Giá trị lớn nhất của $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{81}{32}$. **B.** $\frac{76}{32}$. **C.** $\frac{32}{81}$. **D.** $\frac{32}{76}$.

Lời giải

Chọn D





Gọi I, S là tâm mặt cầu và đỉnh hình nón.

Gọi H là tâm đường tròn đáy của hình nón và AB là một đường kính của đáy.

Ta có $\frac{V_1}{V_2}+1=\frac{V}{V-V_1}$. Do đó để $\frac{V_1}{V_2}$ đạt GTLN thì V_1 đạt GTLN.

TH 1: Xét trường hợp $SI\le R$

Khi đó thể tích của hình nón đạt GTLN khi $SI=R$ Lúc đó $V_1=\frac{\pi R^3}{3}$.

TH 2: $(SI>R)I$ nằm trong tam giác SAB như hình vẽ.

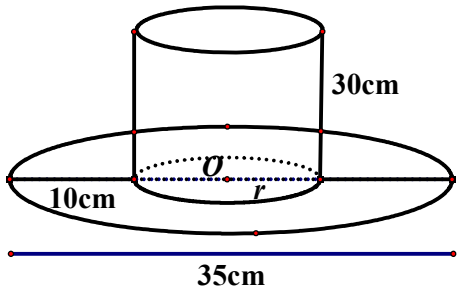
Đặt $IH=x(x>0)$. Ta có

$$V_1=\frac{1}{3}\pi HA^2.SH=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-x^2\right)\left(R+x\right)=\frac{\pi}{6}\left(2R-2x\right)\left(R+x\right)\left(R+x\right)\le\frac{\pi}{6}\left(\frac{4R}{3}\right)^3=\frac{32\pi}{81}R^3.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x=\frac{R}{3}$.

Khi đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{V}{V-V_1}-1=\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3-\frac{32}{81}\pi R^3}-1=\frac{8}{19}$.

Câu 13: **(THPT Đô Lương 4-Nghệ An năm 2017-2018)** Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ dưới đây. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).



A. $750,25\pi\ (\text{cm}^2)$. **B.** $700\pi\ (\text{cm}^2)$. **C.** $756,25\pi\ (\text{cm}^2)$. **D.** $754,25\pi\ (\text{cm}^2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tổng diện tích vải cần để làm nên cái mũ là tổng diện tích xung quanh hình trụ và diện tích hình tròn vành nón.

Ta có $r=\frac{15}{2}\text{cm}\Rightarrow S_{xq}=2\pi rh=2\pi.\frac{15}{2}.30=450\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

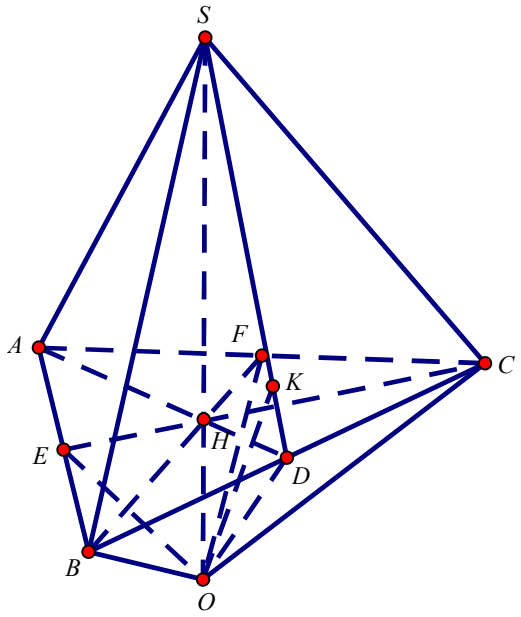
Diện tích vành nón là $\pi\left(\frac{35}{2}\right)^2=\frac{1225\pi}{4}\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 14: Vậy diện tích vải cần dùng là $450\pi+\frac{1225\pi}{4}=\frac{3025}{4}\pi\approx 756,25\pi\left(\text{cm}^2\right)$.**(THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong ΔABC và 2SH=BC, (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0. Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $d(O;AB)=d(O;AC)=d\left(O;(SBC)\right)=1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{256\pi}{81}$. **B.** $\frac{125\pi}{162}$. **C.** $\frac{500\pi}{81}$. **D.** $\frac{343\pi}{48}$

Lời giải

Chọn D



Giả sử E,F là chân đường vuông góc hạ từ O xuống AB,AC. Khi đó ta có

$HE \perp AB, HF \perp AC$. Do $OE = OF = 1$ nên $HE = HF$. Do đó AH là phân giác của góc $\widehat{BAC}$. Khi đó $AH \cap BC = D$ là trung điểm của BC.

Do $BC \perp AD \Rightarrow BC \perp (SAD)$. Kẻ $OK \perp SD$ thì $OK \perp (SBC)$. Do đó $OK = 1$ và $\widehat{SDA} = 60°$.

Đặt $AB = BC = CA = 2a(a > 0)$ thì $SH = a, HD = a.\cot 60° = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Do đó $AD = a\sqrt{3} = 3HD$ nên H là tâm tam giác đều $ABC \Rightarrow S.ABC$ là hình chóp tam giác đều và E,F là trung điểm AB,AC.

Mặt khác trong tam giác SOK có : $SO = \dfrac{OK}{\sin 30°} = 2$. Do ΔDEF đều có $OH \perp (DFE)$ nên $OE = OF = OD = 1 \Rightarrow K \equiv D$.

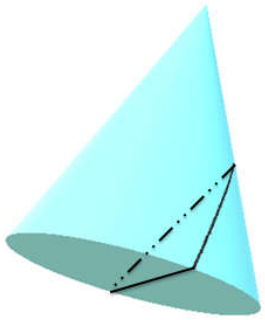
Khi đó ΔDSO vuông tại D và có $DH \perp SO$. Từ đó

$$DH^2 = HS.HO \Leftrightarrow \frac{a^2}{3} = a(2-a) \Leftrightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow AB = 3, SH = \frac{3}{2}.$$

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ thì $R = \dfrac{SA^2}{2SH} = \dfrac{7}{4}$.

$$V_{m/c} = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{7}{4}\right)^3 = \frac{343}{48}\pi.$$

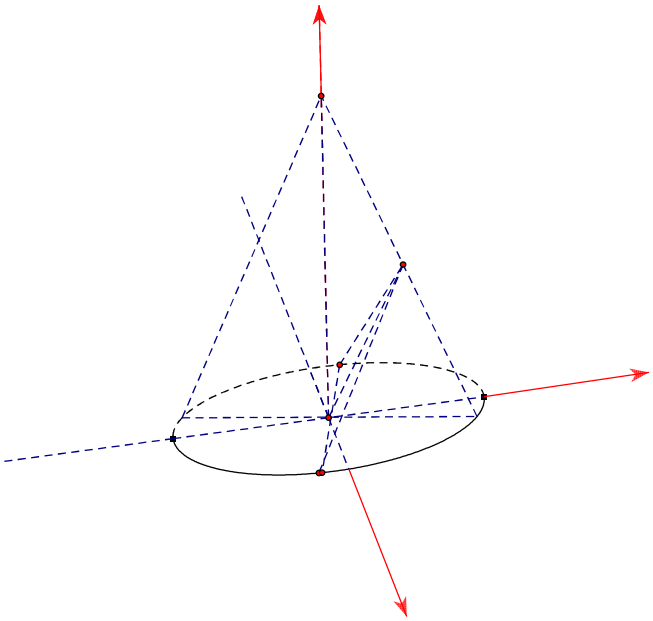
Câu 15: **(THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng R, đường sinh $2R$ bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60^0 tính tỷ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α)?



A. $\frac{2}{\pi}$. **B.** $\frac{1}{2(\pi-1)}$. **C.** $\frac{2}{3\pi}$. **D.** $\frac{3\pi-4}{6\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Không mất tính tổng quát ta giả sử $R=1$.

Khi cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng *R*, đường sinh 2*R* bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60^0 thì ta được thiết diện là một đường parabol có đỉnh là gốc $O(0;0)$ và đỉnh còn lại là $A(1;1)$, do đó thiết diện sẽ có diện tích là $S=\frac{4}{3}$. Xét mặt phẳng đi qua cạnh đáy của thiết diện vuông góc với hình tròn đáy của hình nón cắt hình nón làm đôi.

Gọi đa diện chứa mặt thiết diện đó là (H). Gọi (K) là đa diện chứa đỉnh O của hình nón được sinh bởi khi cắt thiết diện Parabol với đa diện (H).

Khi đó khoảng cách từ O đến mặt thiết diện là $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích của đa diện (K) là $V_K=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{4}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Mặt khác thể tích của nửa khối nón là $\frac{1}{2}\frac{1}{3}.\pi\sqrt{3}=\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$.

Do đó thể tích của đa diện nhỏ tạo bởi thiết diện và khối nón là $V=\frac{\pi\sqrt{3}}{6}-\frac{2\sqrt{3}}{9}=\frac{(3\pi-4)\sqrt{3}}{18}$.

Vậy tỉ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α) là $\frac{\frac{(3\pi-4)\sqrt{3}}{18}}{\frac{\pi\sqrt{3}}{3}}=\frac{3\pi-4}{6\pi}$.

Câu 16: **(THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018)** Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết rằng $AB=CD=a$, $BC=AD=b$, $AC=BD=c$.

A. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

B. $\sqrt{2\left(a^2+b^2+c^2\right)}$.

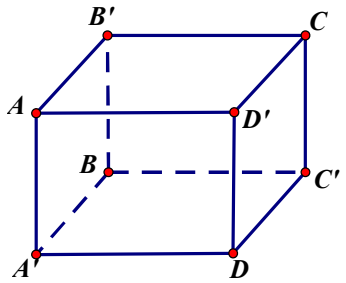
C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Lời giải

Chọn C

Dựng hình hộp $AB'CD'.A'BC'D$



Xét mặt bên $CD'DC'$ là hình bình hành có $CD=AB=C'D'$ nên mặt bên $CD'DC'$ là hình chữ nhật. Tương tự ta có tất cả các mặt bên của hình hộp $AB'CD'.A'BC'D$ đều là các hình chữ nhật.

Do đó $AB'CD'.A'BC'D$ là hình hộp chữ nhật.

Khi đó, mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ cũng chính là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.

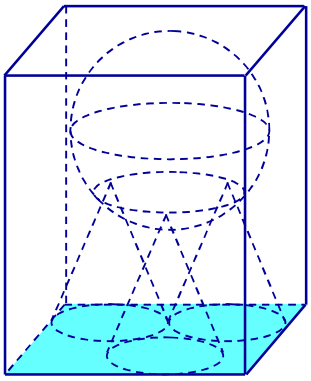
Kí hiệu $AB'=x, AD'=y, AA'=z$ thì ta có $x^2+z^2=a^2$, $x^2+y^2=c^2$, $z^2+y^2=b^2$.

Suy ra $x^2+y^2+z^2=\frac{a^2+b^2+c^2}{2}$.

Do đó: $R=\frac{AC'}{2}=\frac{1}{2\sqrt{2}}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

----------HẾT----------

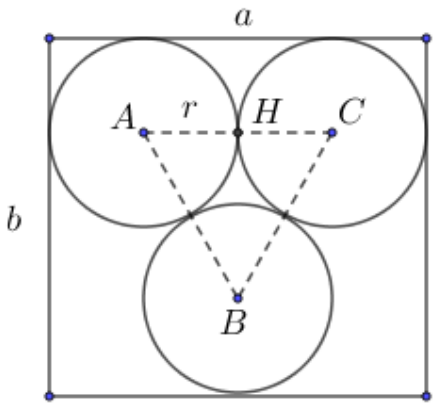
Câu 1: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$. Tính thể tích nước ban đầu ở trong bể.

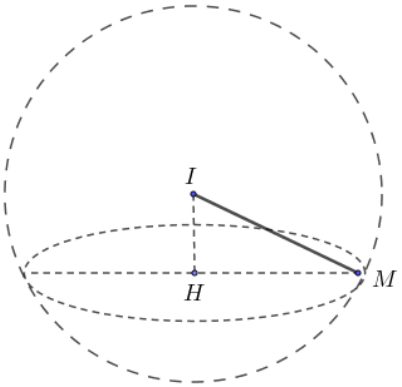


A. $\approx 885,2\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $\approx 1209,2\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $\approx 1106,2\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $\approx 1174,2\left(\text{cm}^3\right)$.

Lời giải

Chọn B





Gọi r, R_{mc} lần lượt là bán kính đáy của khối nón và khối cầu, a,b,c lần lượt là 3 kích thước của hình hộp chữ nhật.

Dễ dàng thấy $a=4r$, ΔABC đều cạnh $2r$ nên $BH=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=r\sqrt{3}\Rightarrow b=r\sqrt{3}+2r$.

$R_{mc}=\frac{4}{3}r\Rightarrow V_{kc}=\frac{4}{3}\pi R_{mc}^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{4}{3}r\right)^3=\left(\frac{4}{3}\right)^4\pi r^3$. $V_{kn}=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi r^3$ (do $h=r$)

Ta có phương trình $3.\frac{1}{3}\pi r^3+\left(\frac{4}{3}\right)^4\pi r^3=\frac{337\pi}{3}\Leftrightarrow r=3\Rightarrow R_{mc}=4$.

Từ đó $a=12$, $b=6+3\sqrt{3}$. Gọi D,E,F lần lượt là 3 đỉnh của hình nón thì ΔDEF đều có cạnh bằng 6 và nội tiếp đường tròn có bán kính $HM=\frac{6}{2\sin 60^\circ}=2\sqrt{3}$.

Từ đó $IH=\sqrt{IM^2-HM^2}=\sqrt{4^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2}=2$, $c=R_{mc}+IH+r=4+2+3=9$.

Vậy thể tích nước ban đầu cũng chính là thể tích khối hộp chữ nhật

$V_{khcn}=abc=12.9.\left(6+3\sqrt{3}\right)\approx 1209,2\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 2: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian cho tam giác ABC đều cạnh bằng 2 cố định, M là điểm thỏa mãn $MA^2+MB^2+2MC^2=12$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R=\sqrt{7}$.

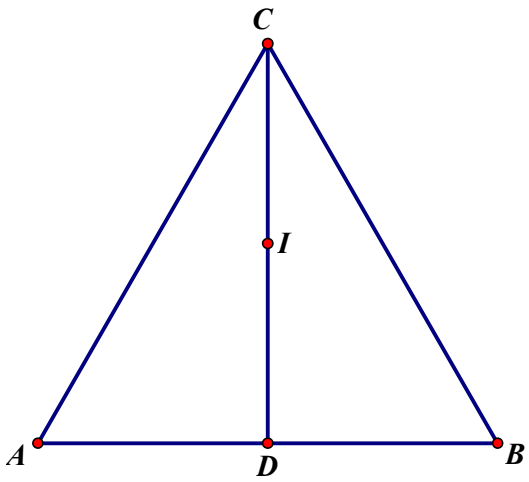
B. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R=\dfrac{2\sqrt{7}}{3}$.

C. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

D. Tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R=\dfrac{2\sqrt{7}}{9}$.

Lời giải

Chọn C



Trước hết, ta xác định điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Gọi D là trung điểm AB, ta có:

$\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{ID}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow \overrightarrow{ID}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

Suy ra I là trung điểm CD.

Từ đó, ta có:

$MA^2+MB^2+2MC^2=12\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+2\overrightarrow{MC}^2=12$

$\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2=12$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{MI}^2+\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}\right)+\overrightarrow{IA}^2+\overrightarrow{IB}^2+2\overrightarrow{IC}^2=12$

$\Leftrightarrow 4MI^2+IA^2+IB^2+2IC^2=12$

$\Leftrightarrow MI^2 = \dfrac{12-\left(IA^2+IB^2+2IC^2\right)}{4}$.

Mặt khác:

$IA^2+IB^2+2IC^2 = 2IA^2+2IC^2 = 2\left(ID^2+AD^2\right)+2IC^2$

$= 4IC^2+2AD^2 = CD^2+\dfrac{AB^2}{2} = CD^2+\dfrac{AB^2}{2} = \left(\dfrac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2+\dfrac{2^2}{2} = 5$.

Nên: $MI^2 = \dfrac{12-\left(IA^2+IB^2+2IC^2\right)}{4} = \dfrac{12-5}{4} = \dfrac{7}{4}$. Suy ra $IM = \sqrt{\dfrac{7}{4}} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

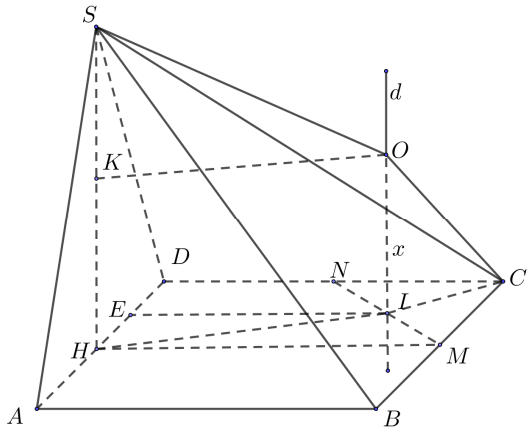
Vậy, tập hợp các điểm M là mặt cầu có bán kính $R = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 3: ----------HẾT----------**(THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$.

A. $R = \dfrac{a\sqrt{29}}{8}$. **B.** $R = \dfrac{a\sqrt{93}}{12}$. **C.** $R = \dfrac{a\sqrt{37}}{6}$. **D.** $R = \dfrac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi:

- H là trung điểm của $AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.
- I là trung điểm của $MN \Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN.
- d là đường thẳng qua I và vuông góc với mặt đáy.
- E là hình chiếu của I lên AD.
- O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$.
- K là hình chiếu của O lên SH.

Đặt $OI = x$.

Ta có: $CI = \dfrac{1}{2}MN = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$; $OC = \sqrt{IC^2+IO^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{8}+x^2}$;

$KO = HI = \sqrt{IE^2+EH^2} = \sqrt{\left(\dfrac{3a}{4}\right)^2+\left(\dfrac{a}{4}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$;

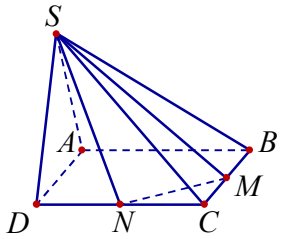
$$SO=\sqrt{SK^2+KO^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}-x\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{10}}{4}\right)^2}=\sqrt{x^2-\sqrt{3}ax+\frac{22a^2}{16}}.$$

Vì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.CMN$ nên $SO=OC$

Suy ra: $\sqrt{\frac{a^2}{8}+x^2}=\sqrt{x^2-\sqrt{3}ax+\frac{22a^2}{16}}\Leftrightarrow\sqrt{3}ax=\frac{5}{4}a^2\Leftrightarrow x=\frac{5\sqrt{3}a}{12}.$

Vậy: $R=OC=\sqrt{\frac{a^2}{8}+\frac{25a^2}{48}}=\frac{\sqrt{93}}{12}a.$

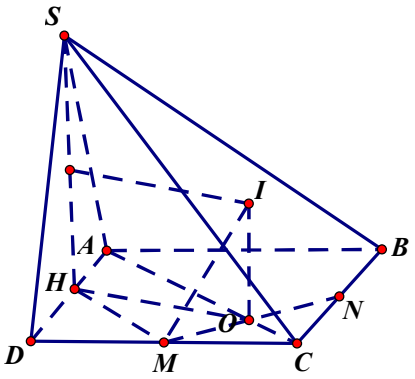
Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD (tham khảo hình vẽ bên). Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.



A. $R=\frac{a\sqrt{93}}{12}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{37}}{6}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{29}}{8}$. **D.** $R=\frac{5a\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

Gọi H là trung điểm của AB nên $SH\perp AB$ mà $SAD\perp(ABCD)$

Suy ra $SH\perp(ABCD)$.

Gọi $CH\cap MN=\{O\}$ suy ra $SH//OI$.

Ta có $MN=\frac{1}{2}BD=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $OM=\frac{1}{2}MN=\frac{a\sqrt{2}}{4}$;

$$HM=\sqrt{HD^2+DM^2}=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Đặt $IO=x$, $IS=IM\Leftrightarrow IS^2=IM^2\Leftrightarrow x^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2=\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}-x\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2$

$$\Leftrightarrow x^2+\frac{a^2}{8}=\frac{3a^2}{4}-a\sqrt{3}x+x^2+\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{8}\Leftrightarrow \frac{3a^2}{4}-a\sqrt{3}x+\frac{a^2}{2}=0\Leftrightarrow x=\frac{5\sqrt{3}a}{12}\Leftrightarrow x=\frac{5\sqrt{3}a}{12}$$

$$R=IM=\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}a}{12}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\frac{a\sqrt{93}}{12}.$$

----------HẾT----------

Câu 1: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = CD = 2$, $AC = BD = 1$, $AD = \sqrt{3}$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho.

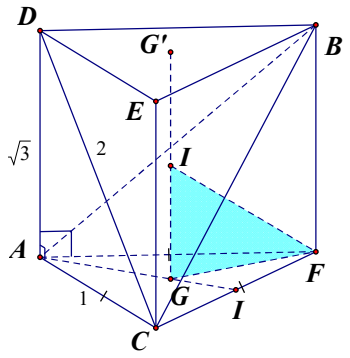
A. 1. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{39}}{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có ΔACD là tam giác vuông tại A và ΔABD là tam giác vuông tại D

Dựng khối lăng trụ tam giác đều $ACF.DEB$ như hình vẽ.



Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ACF và DEB; I là trung điểm của GG'. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ACF.DEB$, đồng thời cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Câu 2: Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R = IF = \sqrt{IG^2 + GF^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{6}$.Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau d và Δ, vuông góc với nhau và nhận $AB = a$ làm đoạn vuông góc chung $A \in d$, $B \in \Delta$. Trên d lấy điểm M, trên Δ lấy điểm N sao cho $AM = 2a$, $BN = 4a$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BI là

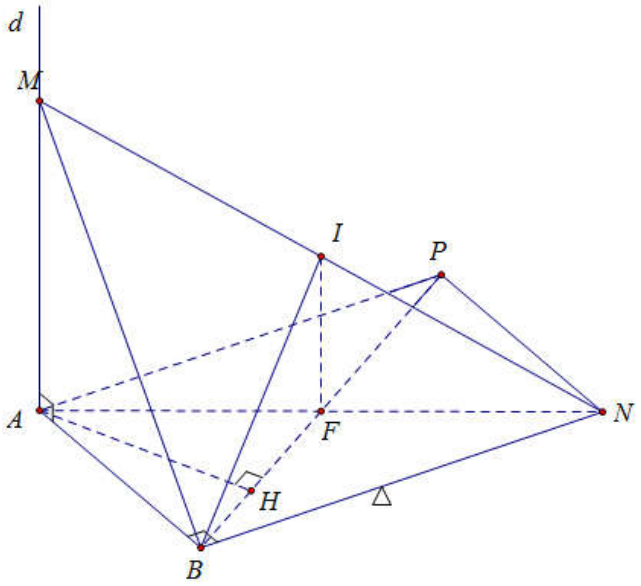
A. $\frac{4a}{\sqrt{17}}$. **B.** a. **C.** $\frac{4a}{5}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 3: Trong không gian cho hai đường thẳng chéo nhau d và Δ, vuông góc với nhau và nhận $AB = a$ làm đoạn vuông góc chung $A \in d$, $B \in \Delta$. Trên d lấy điểm M, trên Δ lấy điểm N sao cho $AM = 2a$, $BN = 4a$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BI là

A. $\frac{4a}{\sqrt{17}}$. **B.** a. **C.** $\frac{4a}{5}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có, $MA \perp (ABN)$ suy ra $MA \perp AN$.

$NB \perp (ABM)$ suy ra $NB \perp BM$.

Do đó, tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABMN$ là trung điểm I của MN.

Gọi F là trung điểm của AN suy ra $IF // AM$ do đó

$d(AM, BI) = d(AM, (BIF)) = d(A, (BIF))$ và $IF \perp (ABN)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên BF, P đối xứng với B qua F suy ra $ABNP$ là hình chữ nhật

Ta có $\begin{cases} AH \perp BF \\ AH \perp IF \end{cases} \Rightarrow AH \perp (BIF) \Rightarrow d(AM, BI) = AH$.

Xét tam giác ABP vuông tại A có AH là đường cao nên

$$d(AM, BI) = AH = \sqrt{\frac{AB^2.AP^2}{AB^2 + AP^2}} = \sqrt{\frac{a^2.16a^2}{a^2 + 4a^2}} = \frac{4a}{\sqrt{17}}.$$

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ có mặt cầu nội tiếp là (S_1) và mặt cầu ngoại tiếp là (S_2), hình lập phương ngoại tiếp (S_2) và nội tiếp trong mặt cầu (S_3). Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính các mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Câu 5: Cho tứ diện đều $ABCD$ có mặt cầu nội tiếp là (S_1) và mặt cầu ngoại tiếp là (S_2), hình lập phương ngoại tiếp (S_2) và nội tiếp trong mặt cầu (S_3). Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính các mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1, khi đó, diện tích của mỗi mặt tứ diện đều là $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Gọi H là tâm của tam giác đều BCD thì AH là đường cao của hình chóp $A.BCD$ và $BH=\frac{2}{3}.\frac{1\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Bởi vậy, chiều cao của hình chóp là

$$h=AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

Từ đó suy ra thể tích khối tứ diện $ABCD$ là

$$V=\frac{1}{3}S_{BCD}.h=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Bán kính mặt cầu (S_1) nội tiếp diện đều $ABCD$ là

$$r_1=\frac{3V}{4S_{BCD}}=\frac{3.\frac{\sqrt{2}}{12}}{4.\frac{\sqrt{3}}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}.$$

Trong mặt phẳng ABH, đường thẳng trung trực của AB cắt AH tại I thì I là tâm mặt cầu (S_2) ngoại tiếp tứ diện đều $ABCD$.

Gọi M là trung điểm AB, ta có

$$\frac{AI}{AB}=\frac{AM}{AH}\Rightarrow AI=\frac{AB^2}{2AH}=\frac{1^2}{2.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\Rightarrow r_2=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}.$$

Độ dài cạnh hình lập phương ngoại tiếp (S_2) bằng $a=2r_2=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Bán kính mặt cầu (S_3) ngoại tiếp hình lập phương đó là $r_3=\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

Từ đó ta có $\frac{r_1}{r_2}=\frac{1}{3}$ và $\frac{r_2}{r_3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 6: Cho khối trụ có chiều cao $h=16$ và hai đáy là hai đường tròn tâm O, O' với bán kính $R=12$. Gọi I là trung điểm của OO' và AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho $AB=12\sqrt{3}$. Tính diện tích thiết diện của khối trụ với mặt phẳng (IAB).

A. $120\sqrt{3}+80\pi$. **B.** $48\pi+24\sqrt{3}$. **C.** $60\sqrt{3}+40\pi$. **D.** $120\sqrt{3}$.

----------HẾT----------

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	C	B	B	C	B	D	C	B	D	B	A	B	B	D	C	D	C	B	D	A	D	D	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	B	D	D	A	C	B	A	D	B	D	A	C	C	D	D	D	C	B	C	A	A	A

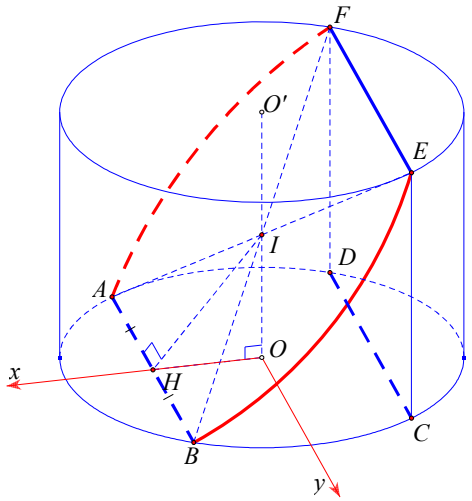
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 7: Cho khối trụ có chiều cao $h=16$ và hai đáy là hai đường tròn tâm O, O' với bán kính $R=12$. Gọi I là trung điểm của OO' và AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho $AB=12\sqrt{3}$. Tính diện tích thiết diện của khối trụ với mặt phẳng (IAB).

A. $120\sqrt{3}+80\pi$. **B.** $48\pi+24\sqrt{3}$. **C.** $60\sqrt{3}+40\pi$. **D.** $120\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi d là khoảng cách từ O đến dây cung AB $\Rightarrow d=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=6$.

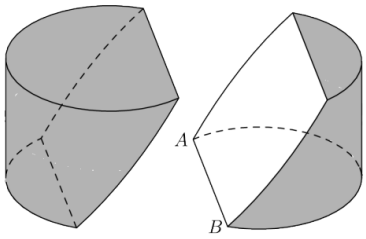
Gọi α là góc tạo bởi thiết diện với mặt đáy. Do đó $\tan\alpha=\dfrac{h/2}{d}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$.

Đưa hệ trục tọa độ Oxy vào mặt phẳng đáy, gốc trùng với tâm O, trục Ox vuông góc với AB, trục Oy song song với AB.

Do đó $S_{ABCD}=2\int\limits_{-6}^{6}\sqrt{12^2-x^2}\,\mathrm{d}x=72\sqrt{3}+\dfrac{144\pi}{3}$.

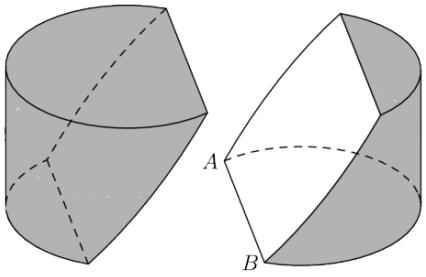
Áp dụng công thức $\cos\alpha=\dfrac{S_{ABCD}}{S_{thietdien}}$ suy ra $S_{thietdien}=\dfrac{S_{ABCD}}{\cos\alpha}=120\sqrt{3}+80\pi$.

Câu 8: ----------**HẾT**----------Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 120°. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích S của thiết diện thu được có dạng $S=a\pi+b\sqrt{3}$. Tính $P=a+b$.



A. $P=60$. **B.** $P=30$. **C.** $P=50$. **D.** $P=45$.

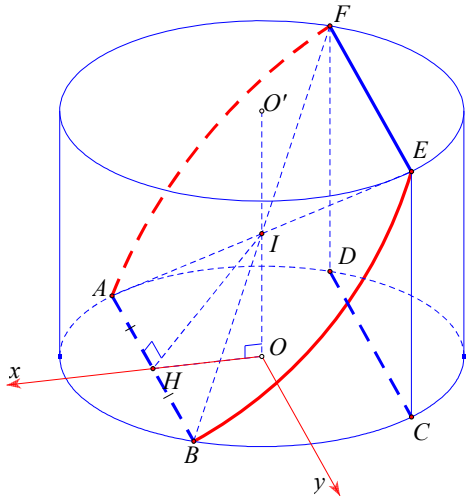
Câu 9: Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A, B sao cho cung AB có số đo 120°. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A, B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích S của thiết diện thu được có dạng $S=a\pi+b\sqrt{3}$. Tính $P=a+b$.



A. $P=60$. **B.** $P=30$. **C.** $P=50$. **D.** $P=45$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của OO', với O, O' là tâm của hai đáy; H là trung điểm của OO'; α là góc tạo bởi thiết diện với mặt đáy.

Ta có $AB=6\sqrt{3}$; $OH=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=3$; $\tan\alpha=\dfrac{IO}{OH}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$.

Đưa hệ trục tọa độ Oxy vào mặt phẳng đáy, gốc trùng với tâm O, trục Ox vuông góc với AB, trục Oy song song với AB.

Ta có $S_{ABCD}=2\displaystyle\int_{-3}^{3}\sqrt{36-x^2}\,\mathrm{d}x=18\sqrt{3}+12\pi$.

Mặt khác, ta lại có $\cos\alpha=\dfrac{S_{ABCD}}{S_{ABEF}}\Rightarrow S_{ABEF}=\dfrac{S_{ABCD}}{\cos\alpha}=30\sqrt{3}+20\pi$. Do đó $a=20$, $b=30$.

Vậy $P=a+b=50$.