SỞ GD&ĐT NINH BÌNH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
LÊ HỒNG PHONG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG 8 TUẦN HỌC KÌ I
NĂM HỌC 2026 - 2027
Môn: Toán - Khối: 10 chuyên
Thời gian làm bài: 150 phút

Đề thi gồm có 01 trang

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Giải phương trình $x^2+2x+3=(x+2)\sqrt{x^2+3}$ (với $x\in\mathbb{R}$).

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(x+3)y=x+y^2+2\\2x^2+1=4x+y+\sqrt{4-x}+\sqrt{y-4}\end{cases}$ (với $x,y\in\mathbb{R}$).

Câu 2 (2,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng:

a) $a^{10}+b^{10}+c^{10}\ge 3$.

b) $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{ab+3c}}+\sqrt{\dfrac{b^2+c^2}{bc+3a}}+\sqrt{\dfrac{c^2+a^2}{ca+3b}}\ge\dfrac{3}{\sqrt{2}}$.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC với $AB<AC$. Đường tròn (I) nội tiếp tam giác ABC và tiếp xúc với các cạnh BC,CA,AB lần lượt tại D,E,F. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Đường thẳng AM cắt đường tròn (I) tại K,L (K nằm giữa A,L). Qua K kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai là X. Qua L kẻ đường thẳng song song với BC cắt đường tròn (I) tại điểm thứ hai là Y. Các đường thẳng AX,AY cắt BC lần lượt tại Q,P.

a) Chứng minh rằng các đường thẳng AM,EF,ID đồng quy (gọi điểm đồng quy đó là T).

b) Chứng minh rằng M là trung điểm của đoạn PQ.

c) Gọi H là trung điểm của KL. Chứng minh đường tròn (I) và đường tròn ngoại tiếp tam giác ETH tiếp xúc nhau.

Câu 4 (2,0 điểm).

a) Tìm số dư khi chia $A=1\times3\times5\times...\times99$ (tích của 50 số nguyên dương lẻ đầu tiên) cho 100.

b) Với mỗi số nguyên dương n, kí hiệu $T(n)=2026^n-n^{2027}$. Chứng minh rằng với mỗi số nguyên tố p, tồn tại vô hạn số nguyên dương n thỏa mãn $T(n)$ chia hết cho p.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho tập hợp $S=\{1;\ 2;\ 3;...;\ 144\}$.

a) Tính số lượng tất cả các cặp $(x;y)$ mà $x,y\in S$ và $x-y>2$.

b) Xét T là một tập con tùy ý có 50 phần tử của S. Chứng minh rằng trong T luôn có hai phần tử là x,y mà $x-y\in\{2;3;5\}$.

---------- HẾT ----------