SỞ GD&ĐT LẠNG SƠN
TRƯỜNG THPT HOÀNG VĂN THỤ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG
LỚP 12 NĂM HỌC 2026 - 2027
Môn thi: Toán
Thời gian: **180** phút (*không kể thời gian giao đề*)
(Đề thi gồm 01 trang, 05 câu)

Câu 1. (5,0 điểm). a) Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x-3$ có đồ thị (C) và $M(0;1)$. Gọi A,B là hai điểm cực trị của (C). Tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng AB.

b) Một cửa hàng bán na Chi Lăng với giá bán mỗi kg quả là 50.000 đồng. Với giá bán này thì một ngày cửa hàng chỉ bán được khoảng 40 kg quả. Qua thăm dò thị trường cửa hàng nhận thấy nếu mỗi kg quả giảm 1000 đồng thì số na bán được sẽ tăng thêm 10 kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg quả là 30.000 đồng.

Câu 2. (6,0 điểm). a) Giải phương trình $\log_2\left(x^2-3x\right)=\log_4\left(x-3\right)^2+2$.

b) Hàng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu $h(dm)$ của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $(0\le t\le 24)$ cho bởi công thức $h=3\cos\left(\frac{\pi t}{12}+\frac{\pi}{3}\right)+10$. Hỏi vào thời điểm nào trong ngày, mực nước của con kênh đạt độ sâu lớn nhất?

c) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-6x^2+13x=y^3+y+10 & (1) \\ \sqrt{2x+y+2}-\sqrt{5-x-y}=3-y & (2) \end{cases}$.

Câu 3. (2,0 điểm). Ba lực $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ cùng tác động vào một vật, có các phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là 10N, 10N, 20N. Tính độ lớn hợp lực của ba lực trên.

Câu 4. (5,0 điểm). Cho hình chóp tứ giác *S.ABCD* có *ABCD* là hình thoi cạnh *a*, tâm *O*. Đường thẳng SO vuông góc với mặt phẳng (*ABCD*), $SB=3a$ và $\widehat{BAD}=120^o$. Gọi *M*, *N* lần lượt là các điểm thuộc các cạnh *BC* và *SA* sao cho $BM=\frac{2}{3}BC, SN=\frac{1}{3}SA$.

a. Tính thể tích khối chóp *S.MND* theo a.

b. Gọi φ là góc giữa đường thẳng *MN* và mặt phẳng (*SBD*). Tính $\cos\varphi$.

Câu 5. (2,0 điểm). Người ta dùng 18 cuốn sách bao gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 5 cuốn sách Hóa (các cuốn sách cùng loại thì giống nhau) để làm phần thưởng cho 9 học sinh A,B,C,D,E,F,G,H,I, mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác thể loại (không tính thứ tự các cuốn sách). Tính xác suất để hai học sinh A và B nhận được phần thưởng giống nhau.

----------Hết----------

Họ và tên thí sinh: ……Số báo danh: …….....

SỞ GD&ĐT LẠNG SƠN **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**

TRƯỜNG THPT HOÀNG VĂN THỤ **LỚP 12 NĂM HỌC 2026 - 2027**

Môn thi: Toán

HƯỚNG DẪN CHẤM THI MÔN TOÁN

(Hướng dẫn chấm gồm 03 trang, 05 câu)

Chú ý:

- Những cách giải khác HDC mà đúng thì cho điểm theo thang điểm đã định.
- Học sinh không vẽ hình thì không tính điểm bài hình.
- Điểm toàn bài không làm tròn.

Câu	Nội dung	Điểm
1 (5đ)	$y' = 3x^2 + 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$ $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$; $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (-3; 1)$ Hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x = -3; x = 1$.	0,5
	Hai điểm cực trị của (C) là $A(1; -8), B(-3; 24)$	0,5
	Phương trình đường thẳng $AB: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+8}{8} \Rightarrow 8x + y = 0$	0,5
	Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng AB là $d = \dfrac{\lvert 8.0 + 1 \rvert}{\sqrt{8^2 + 1}} = \dfrac{\sqrt{65}}{65}$	0,5
	Gọi x là giá bán thực tế của mỗi kg quả (x: đồng; $30.000 \le x \le 50.000$ đồng). Số kg quả bán thêm được là: $(50000 - x).\dfrac{10}{1000} = \dfrac{1}{100}(50000 - x)$. Do đó số kg quả bán được tương ứng với giá bán x: $40 + \dfrac{1}{100}(50000 - x) = -\dfrac{1}{100}x + 540$ Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($F(x)$: đồng). Ta có: $F(x) = \left(-\dfrac{1}{100}x + 540\right).(x - 30.000) = -\dfrac{1}{100}x^2 + 840x - 16.200.000$	1,0
	Bài toán trở thành tìm GTLN của $F(x) = -\dfrac{1}{100}x^2 + 840x - 16.200.000$, với $30.000 \le x \le 50.000$. $F'(x) = -\dfrac{1}{50}x + 840; F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{50}x + 840 = 0 \Leftrightarrow x = 42.000$	1,0
	Ta có: $F(30.000) = 0; F(42.000) = 1.440.000; F(50.000) = 800.000$ Vậy để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất thì giá bán thực tế của mỗi kg quả là 42.000 đồng.	1,0
2 (6đ)	a) Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ (x-3)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \vee x > 3 \\ x \ne 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 0 \\ x > 3 \end{array}\right.$	0,5
	Phương trình tương đương với $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2\lvert x - 3 \rvert + 2$ Có $\log_2(x^2 - 3x) = \log_2\lvert x - 3 \rvert + \log_2 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4\lvert x - 3 \rvert$	0,5
	TH1: Với $x < 0$ ta có phương trình: $x^2 - 3x = -4(x - 3) \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -4 (TM) \\ x = 3 (L) \end{array}\right.$	0,5

	TH2: Với $x>3$ ta có phương trình: $x^2-3x=4(x-3)\Leftrightarrow x^2-7x+12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4(TM)\\x=3(L)\end{array}\right.$ Vậy nghiệm của phương trình là $x=\pm 4$	0,5
	b) Ta có $3\cos\left(\frac{\pi t}{12}+\frac{\pi}{3}\right)+10\le 13$ Mà $3\cos\left(\frac{\pi t}{12}+\frac{\pi}{3}\right)+10=13\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\pi t}{12}+\frac{\pi}{3}\right)=1\Leftrightarrow\frac{\pi t}{12}+\frac{\pi}{3}=k2\pi$	1,0
	$\Leftrightarrow t=24k-4\left(k\in\mathbb{Z}\right)$ nên $0\le 24k-4\le 24\Leftrightarrow\frac{1}{6}\le k\le\frac{7}{6}\Rightarrow k=1\Rightarrow t=20$. Vậy vào thời điểm $20h$ trong ngày, mực nước của con kênh đạt độ cao lớn nhất là $13(dm)$.	1,0
	ĐK: $\begin{cases}2x+y+2\ge 0\\5-x-y\ge 0\end{cases}$. $(1)\Leftrightarrow(x-2)^3+x-2=y^3+y$ (*).	0,5
	Xét hàm số $f(t)=t^3+t$. Ta có $f'(t)=3t^2+1>0\forall t\in\mathbb{R}\Rightarrow f(t)$ đồng biến và liên tục trên $\mathbb{R}$, do đó (*) $\Leftrightarrow y=x-2$. Thay $y=x-2$ vào (2) ta được : $\sqrt{3x}-\sqrt{7-2x}=5-x$ (ĐK $0\le x\le\frac{7}{2}$).	0,5
	$\Leftrightarrow\left(\sqrt{3x}-3\right)+\left(1-\sqrt{7-2x}\right)=3-x\Leftrightarrow\frac{3(x-3)}{\sqrt{3x}+3}+\frac{2(x-3)}{1+\sqrt{7-2x}}=3-x$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\\frac{3}{\sqrt{3x}+3}+\frac{2}{1+\sqrt{7-2x}}+1=0\ (3)\end{array}\right.$	0,5
	PT (3) vô nghiệm vì với $0\le x\le\frac{7}{2}$ thì $\frac{3}{\sqrt{3x}+3}+\frac{2}{1+\sqrt{7-2x}}+1>0$. Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$.	0,5
3 (2đ)	Vẽ $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{F_3}$. Vẽ hình bình hành $OADB$ và hình bình hành $ODEC$. Hợp lực tác động vào vật là $\vec{F}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OE}$. Hình bình hành $OADB$ có $OA\perp OB$ và $OA=OB$ nên $OADB$ là hình vuông, do đó $OD=\sqrt{OB^2+BD^2}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$.	1,0
	Vì $OC\perp(OADB)$ nên $OC\perp OD$, suy ra $ODEC$ là hình chữ nhật. Khi đó $OE=\sqrt{OD^2+DE^2}=\sqrt{\left(10\sqrt{2}\right)^2+20^2}=10\sqrt{6}$. Vậy độ lớn của hợp lực là $F=10\sqrt{6}$ N.	1,0
4 (5đ)	Vẽ hình đủ làm ý a)	0,5

	a) Vì $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{BAD}=120^o$ nên ΔABC và ΔADC là các tam giác đều cạnh a. $dt\left(MAD\right)=dt\left(ACD\right)=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$	0,5
	$SO=\sqrt{SB^2-BO^2}=\sqrt{9a^2-\dfrac{3a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{33}}{2}$	0,5
	$V_{S.AMD}=\dfrac{1}{3}.SO.dt\left(MAD\right)=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{8}$	0,5
	$\dfrac{V_{S.NMD}}{V_{S.AMD}}=\dfrac{SN}{SA}=\dfrac{1}{3}$. Suy ra, $V_{S.NMD}=\dfrac{a^3\sqrt{11}}{24}$	0,5
	b) Lấy điểm E trên cạnh SD sao cho $SD=3SE$. Suy ra, $\begin{cases}NE//MC\\NE=MC\end{cases}$ Do đó $EC//MN$ .nSuy ra, góc giữa đường thẳng MN và $mp\left(SBD\right)$ bằng góc giữa EC và $mp\left(SBD\right)$.	0,5
	Vì $ABCD$ là hình thoi nên $CO\perp BD\Rightarrow CO\perp\left(SBD\right)$. Suy ra góc giữa EC và $mp\left(SBD\right)$ là góc $\widehat{CEO}$.	0,5
	$\cos\widehat{DSO}=\dfrac{SO}{SD}=\dfrac{\sqrt{33}}{6}$, $SE=\dfrac{1}{3}SD=a$. Suy ra, $OE^2=SO^2+SE^2-2.SO.SE.\cos\widehat{DSO}=\dfrac{33a^2}{4}+a^2-2.\dfrac{a\sqrt{33}}{2}.a.\dfrac{\sqrt{33}}{6}=\dfrac{15a^2}{4}$. Do đó, $OE=\dfrac{a\sqrt{15}}{2}\Rightarrow CE=\sqrt{CO^2+OE^2}=\sqrt{\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{15a^2}{4}}=2a$	1,0
	Vậy $\cos\widehat{CEO}=\dfrac{EO}{EC}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$.	0,5
5 (2đ)	Gọi $x,y,z\left(x,y,z\in\mathbb{N}\right)$ lần lượt là số học sinh được nhận các bộ giải thưởng (Toán-Lý); (Toán-Hóa) và (Lý-Hóa). Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x+y=7\\x+z=6\\y+z=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=3\\z=2\end{cases}$	0,5
	Số cách phát thưởng ngẫu nhiên cho 9 học sinh là: $C_9^4.C_5^3.C_2^2=1260$. Gọi T là biến cố "Hai học sinh A và B có phần thưởng giống nhau".	0,5
	Nếu A và B có phần thưởng là sách (Toán- Lý) thì có $C_7^2.C_5^3.C_2^2=210$ cách phát. Nếu A và B có phần thưởng là sách (Toán- Hóa) thì có $C_7^1.C_6^4.C_2^2=105$ cách phát.	0,5
	Nếu A và B có phần thưởng là sách (Lý- Hóa) thì có $C_7^4.C_3^3=35$ cách phát. Vậy xác suất cần tìm là: $P(T)=\dfrac{210+105+35}{1260}=\dfrac{5}{18}$.	0,5

----------**Hết**----------