

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã Đề: 0114

A. TRẮC NGHIỆM (7 điểm). (Thí sinh tô vào phiếu trả lời trắc nghiệm).

PHẦN I: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 2. Phương trình $\cos x = 0$ có tất cả các nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi.$

B. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$

D. $x = k\pi.$

Câu 3. Phương trình $\sin x = \sin \frac{\pi}{5}$ có tất cả các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{5} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{\pi}{5}.$

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos 3x - 4$ là

A. -7.

B. -1.

C. -5.

D. 0.

Câu 5. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos a + \frac{1}{2}\sin a.$

B. $\cos\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a - \frac{1}{2}\cos a.$

C. $\cos\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\sin a - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos a.$

D. $\cos\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}\cos a + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin a.$

Câu 6. Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 1, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Số hạng thứ ba của dãy số này bằng

A. 5.

B. 17.

C. 9.

D. 7.

Câu 7. Cho cấp số nhân $\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{6}$. Công bội của cấp số nhân là

A. $q = -2.$

B. $q = \frac{1}{2}.$

C. $q = 2.$

D. $q = -\frac{1}{2}.$

Câu 8. Nếu $\sin x - \cos x = -\frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

A. $-\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{5}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\cos(-a) = \cos a$.

B. $\cos(\pi - a) = \cos a$.

C. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a$.

D. $\cos(a + \pi) = -\cos a$.

Câu 10. Một cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = -5$. Số hạng tổng quát của cấp số nhân này là:

A. $u_n = 2 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)^{n-1}$.

B. $u_n = 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^{n-1}$.

C. $u_n = 2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{n-1}$.

D. $u_n = -2 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 11. Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cot \alpha > 0$.

B. $\tan \alpha < 0$.

C. $\cos \alpha > 0$.

D. $\sin \alpha < 0$.

Câu 12. Cho ba số $-1; x; 5$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 4$.

D. $x = 3$.

PHẦN II: Thí sinh trả lời câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho phương trình $\sqrt{2} \cos x = 1$.

a) Tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

b) Nếu x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho thì $\sin 2x_0 = 1$.

c) $x = \frac{\pi}{4}$ là một nghiệm của phương trình đã cho.

d) Nếu x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho và $-\frac{\pi}{2} < x_0 < 0$ thì $\tan x_0 = 1$.

Câu 2. Một gia đình mua một chiếc xe ô tô với giá 800 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc xe ô tô này lại giảm 6% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Gọi u_n (triệu đồng) là giá trị của chiếc ô tô này sau n năm sử dụng.

a) Giá trị của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 664 triệu đồng.

b) Dãy số (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 94\%$.

c) Sau ít nhất 10 năm sử dụng thì giá trị của chiếc ô tô này nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

d) $u_1 = 752$.

PHẦN III: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 6$ và $u_3 = 18$. Tổng 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 2. Biết bốn số $112; x; 208; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Số y bằng bao nhiêu?

Câu 3. Cho góc α thỏa mãn $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ và $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 2 \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right).$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hỏi trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

B. TỰ LUẬN (3 điểm). (Thí sinh làm bài vào giấy tra).

Câu 1. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $\cos a - \sin a = \sqrt{2} \cos\left(a + \frac{\pi}{4}\right);$

b) $\cos^4 a - \sin^4 a = \cos 2a.$

Câu 2. Giải phương trình: $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0.$

Câu 3. Biết (u_n) là một cấp số nhân và thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 10 của cấp số nhân (u_n) .

Câu 4. Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 20 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 24 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 28 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ở hàng sau nhiều hơn 4 ghế so với số ghế ở hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 1000 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu bao nhiêu hàng ghế?

-----Hết-----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI](#) & [TOANMATH.com](#)

A. TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Chọn B.

Hàm số $y = \tan x$ xác định khi $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2. Chọn C.

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Chọn A.

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{5} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{5} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{5} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 4. Chọn C.

Vì $-1 \leq \cos 3x \leq 1$ nên $-5 \leq y \leq -3$. Ta có $y = -5$ khi $\cos 3x = -1$, chẳng hạn $x = \frac{\pi}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -5 .

Câu 5. Chọn A.

$$\cos\left(a - \frac{\pi}{6}\right) = \cos a \cos \frac{\pi}{6} + \sin a \sin \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos a + \frac{1}{2} \sin a.$$

Câu 6. Chọn C.

$$u_2 = 2u_1 - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5, \quad u_3 = 2u_2 - 1 = 2 \cdot 5 - 1 = 9.$$

Câu 7. Chọn D.

$$\text{Công bội } q = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = -\frac{1}{2}.$$

Câu 8. Chọn B.

Ta có $(\sin x - \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 - \sin 2x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{3}{4}$.

Câu 9. Chọn B.

Ta có $\cos(\pi - a) = -\cos a$ nên mệnh đề B sai.

Câu 10. Chọn B.

Công bội $q = \frac{u_2}{u_1} = -\frac{5}{2}$. Số hạng tổng quát $u_n = u_1 q^{n-1} = 2 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 11. Chọn B.

Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0$, $\cos \alpha < 0$. Suy ra $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} < 0$.

Câu 12. Chọn B.

Vì $-1; x; 5$ lập thành cấp số cộng nên $x = \frac{-1+5}{2} = 2$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

Ta có $\sqrt{2} \cos x = 1 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

a) Đúng. Tập nghiệm của phương trình là $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

b) Sai. Với $x_0 = -\frac{\pi}{4}$ là một nghiệm của phương trình, ta có $\sin 2x_0 = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1 \neq 1$.

c) Đúng. Ta có $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$ nên $x = \frac{\pi}{4}$ là một nghiệm của phương trình.

d) Sai. Trong các nghiệm $x_0 = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi$, chỉ có $x_0 = -\frac{\pi}{4}$ thỏa mãn $-\frac{\pi}{2} < x_0 < 0$. Khi đó

$\tan x_0 = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$.

Câu 2.

Sau mỗi năm, giá trị của chiếc ô tô còn lại $100\% - 6\% = 94\% = 0,94$ giá trị của năm liền trước đó.

Do đó $u_1 = 800 \cdot 0,94$ và $u_{n+1} = 0,94 \cdot u_n$, suy ra $u_n = 800 \cdot 0,94^n$.

a) Đúng. Giá trị của chiếc ô tô sau 3 năm là $u_3 = 800 \cdot 0,94^3 = 664,4672 > 664$ (triệu đồng).

b) Đúng. Vì $u_{n+1} = 0,94 \cdot u_n$ với mọi $n \geq 1$ nên (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 0,94 = 94\%$.

c) Sai. Giá trị của ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu khi $800 \cdot 0,94^n < 400 \Leftrightarrow 0,94^n < 0,5$.

Vì $0 < 0,94 < 1$ nên $0,94^n$ giảm khi n tăng. Ta có $0,94^{10} \approx 0,539$, $0,94^{11} \approx 0,506 > 0,5$, $0,94^{12} \approx 0,476 < 0,5$.

Vậy phải sau ít nhất 12 năm sử dụng thì giá trị của chiếc ô tô mới nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu.

d) Đúng. $u_1 = 800 \cdot 0,94 = 752$.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Đáp án: 6560.

Công bội $q = \frac{u_3}{u_2} = \frac{18}{6} = 3$, suy ra $u_1 = \frac{u_2}{q} = 2$.

Tổng 8 số hạng đầu tiên là $S_8 = \frac{u_1(q^8 - 1)}{q - 1} = \frac{2(3^8 - 1)}{3 - 1} = 6560$.

Câu 2. Đáp án: 256.

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Vì 208 là số hạng thứ ba và 112 là số hạng đầu nên

$$208 = 112 + 2d \Leftrightarrow d = \frac{208 - 112}{2} = 48.$$

Suy ra $y = 208 + 48 = 256$.

Câu 3. Đáp án: 7.

Vì $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\sin \alpha > 0$. Do đó $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{3}{4}$.

$$\text{Ta có } \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{3}{4} + 1}{1 - \frac{3}{4}} = 7.$$

Câu 4. Đáp án: 8.

Vật đi qua vị trí cân bằng khi $x = 0 \Leftrightarrow \cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow 5t - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow t = \frac{2\pi}{15} + \frac{k\pi}{5}, k \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Ta có } 0 \leq t \leq 5 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{2\pi}{15} + \frac{k\pi}{5} \leq 5 \Leftrightarrow 0 \leq 2 + 3k \leq \frac{75}{\pi} \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{1}{3}\left(\frac{75}{\pi} - 2\right) \approx 7,29.$$

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 5 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 8 lần.

B. TỰ LUẬN

Câu 1.

a) Ta có $\sqrt{2} \cos\left(a + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left(\cos a \cos \frac{\pi}{4} - \sin a \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos a - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin a \right) = \cos a - \sin a$.

Vậy $\cos a - \sin a = \sqrt{2} \cos\left(a + \frac{\pi}{4}\right)$.

b) Ta có $\cos^4 a - \sin^4 a = (\cos^2 a - \sin^2 a)(\cos^2 a + \sin^2 a) = \cos^2 a - \sin^2 a = \cos 2a$.

Vậy $\cos^4 a - \sin^4 a = \cos 2a$.

Câu 2.

Ta có $2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2 \sin x - 1)(\sin x - 2) = 0$.

Vì $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên $\sin x - 2 \neq 0$. Do đó $2 \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3.

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Ta có $u_2 + u_6 = u_1 q + u_5 q = q(u_1 + u_5)$.

Suy ra $102 = 51q \Leftrightarrow q = 2$.

Khi đó $u_1 + u_5 = 51 \Leftrightarrow u_1 + u_1 q^4 = 51 \Leftrightarrow 17u_1 = 51 \Leftrightarrow u_1 = 3$.

Vậy số hạng thứ 10 là $u_{10} = u_1 q^9 = 3 \cdot 2^9 = 1536$.

Câu 4.

Số ghế ở các hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 20$, công sai $d = 4$.

Tổng số ghế của n hàng đầu tiên là $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n(40 + 4n - 4)}{2} = 2n^2 + 18n$.

Hội trường có sức chứa ít nhất 1000 ghế khi $S_n \geq 1000 \Leftrightarrow 2n^2 + 18n - 1000 \geq 0 \Leftrightarrow n^2 + 9n - 500 \geq 0$.

Vì n là số nguyên dương nên $n \geq \frac{-9 + \sqrt{2081}}{2} \approx 18,31$, suy ra $n \geq 19$.

Kiểm tra: $S_{18} = 972 < 1000$, $S_{19} = 1064 \geq 1000$.

Vậy kiến trúc sư phải thiết kế tối thiểu 19 hàng ghế.

----- **HẾT** -----