

A. NỘI DUNG KIỂM TRA

1. Tính đơn điệu và cực trị.
2. GTLN, GTNN của hàm số.
3. Tiệm cận.
4. Vector trong không gian.
5. Hệ trục tọa độ trong không gian.
6. Biểu thức tọa độ của các phép toán vector.

B. CÂU HỎI

TÍNH ĐƠN ĐIỀU, CỰC TRI HÀM SỐ

PHẦN I: Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$			4		$-\infty$
			1			



GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = 0$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 6: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây đúng?

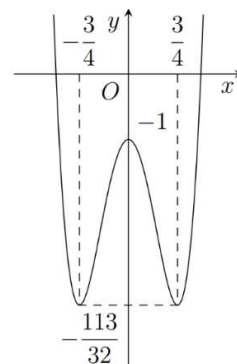
- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$.
 B. Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$ khi và chỉ khi $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$.
 D. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{8-5x}{-4x-9}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{37}{4}\right)$.
 B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{9}{4}\right)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{9}{4}; +\infty\right)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{37}{4}\right)$.

Câu 8: Cho hàm số có đồ thị như bên. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{3}{4}$ và đạt cực đại tại $x = 0$.
 B. Giá trị cực đại $y = -1$ và giá trị cực tiểu $y = -\frac{113}{32}$.
 C. Hàm số có một cực tiểu tại $x = -\frac{3}{4}$.
 D. Hàm số có một cực đại tại $x = -\frac{3}{4}$.



Câu 9: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. B. $(-\infty; -1)$ và $(0; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$ và $(-1; 0)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây sai?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

- A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 0$.
 B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$.
 C. Giá trị cực đại của hàm số là $y = 3$.
 D. Giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 0$.

Câu 11: Hàm số nào sau đây không đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = x^5 + x^3 - 1$.

B. $y = x^3 + 2$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = x + 1$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

B. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$.

a) Hàm số trên có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = x^2 - 4x + 3$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

a) Hàm số trên có tập xác định $D = (0; +\infty)$.

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x_{CD} = 4$.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là $y_{CT} = 0$.

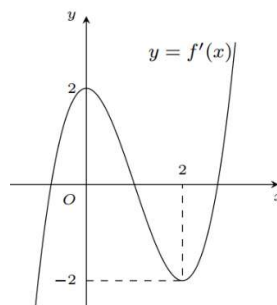
Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên.

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

c) Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 0$.

d) Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.



Câu 16: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trên $(3; +\infty)$.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1; 2)$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) + 2$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Người ta thấy rằng trong vòng 3 năm tính từ đầu năm 2020, giá thành P của một loại sản phẩm vào tháng thứ t thay đổi theo công thức

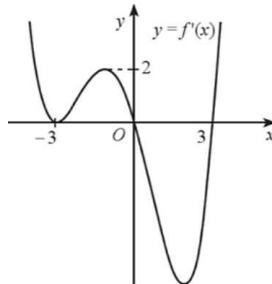
$$P(t) = 80t^3 - 3600t^2 + 48000t + 100000 \text{ (đồng) với } 0 \leq t \leq 36$$

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

Biết giá thành cực đại vào thời điểm t_1 và giá thành đạt cực tiểu vào thời điểm t_2 . Khi đó giá trị của $2t_1 + t_2$ bằng bao nhiêu?

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - x$. Hàm số $g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 19: Giả sử hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị biểu thức $M = 2a - 3b$ bằng bao nhiêu?

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$. Gọi y_1, y_2 lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho. Giá trị của biểu thức $y_1 - 2y_2$ bằng bao nhiêu?

Câu 21: Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 + 2x}$. Biết hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(a; +\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của a bằng bao nhiêu?

Câu 6 Cho hàm số $y = 4x^3 + 8x^2 - 3x + 3$. Giá trị cực đại của hàm số bằng bao nhiêu?

MIN, MAX

PHẦN I: Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chọn một phương án.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$

x	-3	-1	0	1	2
y'	+	0	-	0	-
y	2	3	0	2	1

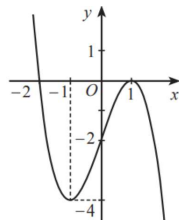
Giá trị của $5M - 2m$ bằng bao nhiêu?

- A. 15. B. 3. C. 17. D. -15.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ trên đoạn $[-1; 0]$ là

- A. $\min_{[-1;0]} y = -3$. B. $\min_{[-1;0]} y = -2$.
C. $\min_{[-1;0]} y = -4$. D. $\min_{[-1;0]} y = 3$.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:

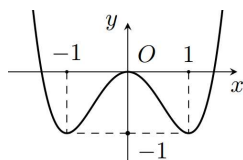


Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 0]$ là

- A. -1. B. -4. C. -2. D. 1.

GHI CHÚ NHANH

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



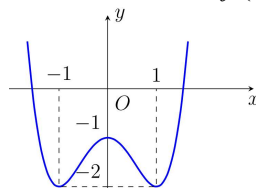
A. $\min_{\mathbb{R}} y = -1$.

B. $\min_{\mathbb{R}} y = 1$.

C. $\min_{\mathbb{R}} y = 0$.

D. $\min_{\mathbb{R}} y = -2$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$



A. $M + m = 2$.

B. $M + m = -2$.

C. $M + m = 0$.

D. $M + m = -3$.

Câu 27: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{7-6x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

A. $\sqrt{13}$.

B. $\sqrt{7}$.

C. 1.

D. 0.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x-3)^2 e^x$ trên đoạn $[2; 4]$ bằng

A. 0.

B. $4e$.

C. e^2 .

D. e^4 .

Câu 29: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$. Giá trị $M - 2m^2$ bằng

A. -2.

B. 2.

C. 0.

D. -1.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. -1.

D. 5.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên nửa khoảng $[-5; 7)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-5		1		7
y'		-	0	+	
y	6				9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 6$.

B. $\min_{[-5; 7)} f(x) = 2$.

C. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 9$.

D. $\max_{[-5; 7)} f(x) = 6$.

Câu 32: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = t^2 - \frac{1}{6}t^3$ (m). Thời điểm

t (giây) mà tại đó tốc độ v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A. $t = 2, 5$.

B. $t = 1$.

C. $t = 2$.

D. $t = 0, 5$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x - 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 2]$ là

A. $f(1)$.

B. $f(-1)$.

C. $f(-3)$.

D. $f(2)$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

GHI CHÚ NHANH

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$.

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y			5		4
	0			1	

a) $\max_{[-1;3]} y = 5, \min_{[-1;3]} y = 0$

b) $M = f(5)$.

c) $m = f(-1)$.

d) $M + m = 5$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(-3; 2)$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-3	-1	1	2	
y'	+	0	-	0	+
y		0		3	
	-5		-2		

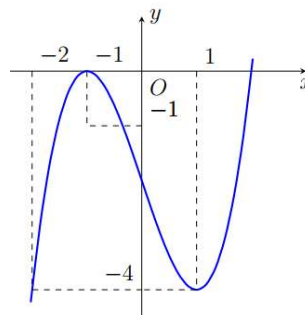
a) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-3; 2)$.

b) Giá trị cực đại của hàm số bằng 0.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-3; 2)$ bằng 0.

d) Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 1]$ và đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 1]$.



a) $m = -4$.

b) $M = -1$.

c) $M + m = -4$.

d) Hàm số đạt GTLN tại $x = -1$

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2			$+\infty$
	$-\infty$			-2		

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

b) $f(-5) > f(-3)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng 2.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho bằng -2.

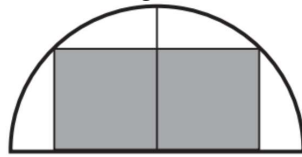
PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 38: Ông Hùng cần đóng một thùng chứa gạo có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đáy để

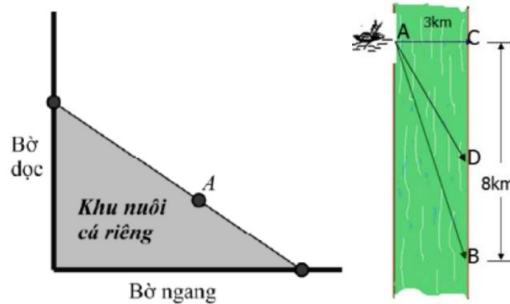
GHI CHÚ NHANH

phục vụ cho việc trưng bày gạo bán tại cửa hàng. Do các điều kiện về diện tích cửa hàng và
kệ trưng bày, ông Hùng cần thùng có thể tích bằng 2 m^3 . Trên thị trường, giá tôn làm đáy
thùng là $100\,000$ đồng/ m^2 và giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50\,000$ đồng/ m^2 . Hỏi ông
Hùng cần đóng thùng chứa gạo với cạnh đáy bằng bao nhiêu mét để chi phí mua nguyên liệu
là nhỏ nhất, biết đáy thùng là hình vuông và các mối nối không đáng kể (làm tròn kết quả đến
hàng phần mười).

Câu 39: Ngân có một tấm giấy màu có dạng nửa hình tròn bán kính 8 cm . Ngân cần cắt từ tấm giấy
màu này ra một tấm giấy hình chữ nhật có một cạnh thuộc đường kính của nửa hình tròn (xem
hình dưới) sao cho diện tích của tấm bìa được cắt ra là lớn nhất. Giá trị lớn nhất
của diện tích
tấm bìa đó là bao nhiêu centimet vuông?



Câu 40: Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng
lưới được giăng theo
một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải
đi qua một cái
cọc đã cắm sẵn ở vị trí **A**. Diện tích nhỏ nhất có thể giăng lưới là bao nhiêu
mét vuông, biết
rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc
là 12 m .



Câu 41: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ
lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như
hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau
đó chạy đến B, hay có thể chèo trực tiếp đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền
đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến **B**. Biết anh ấy có thể chèo
thuyền 6 km/h , chạy 8 km/h và quãng đường $BC = 8 \text{ km}$. Biết tốc độ của dòng
nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Khoảng
thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B là bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả
đến hàng phần mười)?

Câu 42: Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại.
Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung chiến lược vào kinh doanh xe Honda
Future Fi với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31
triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách

GHI CHÚ NHANH

hàng sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang ăn khách này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất

Câu 43: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$ trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm chuyển động có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?

BÀI. TIỆM CẬN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

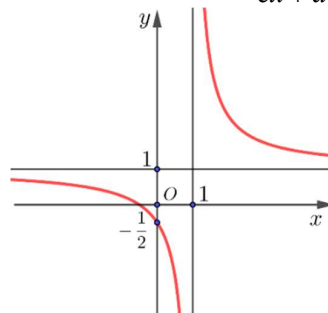
Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		-	+
y	2	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 45: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là

- A. $x=1$. B. $x=2$. C. $y=1$. D. $y=2$

Câu 46: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 1}$ là:

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$. D. $x = 1$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Câu 48: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y=-2$. B. $y=1$. C. $x=-1$. D. $x=2$.

GHI CHÚ NHANH

Câu 49: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 4$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus [-1; 1]$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	+		-	
y		$+\infty$	0	

Đồ thị của hàm số có các tiệm cận đứng tại $x = -1$ và $x = 1$, và tiệm cận ngang tại $y = 2$. Hình ảnh minh họa các tiệm cận này trên bảng biến thiên.

Tính tổng số đường tiệm cận đứng và số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$?

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 51: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{x+1}$ là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 52: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường tiệm cận đứng bằng

- A. 2. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. 3.

Câu 53: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$	1	$+\infty$	0

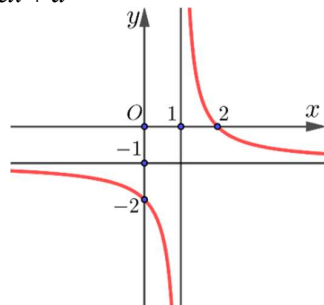
Đồ thị của hàm số có các tiệm cận đứng tại $x = -2$ và $x = 0$, và tiệm cận ngang tại $y = 1$. Hình ảnh minh họa các tiệm cận này trên bảng biến thiên.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

PHẦN 2. TRẢ LỜI ĐÚNG SAI

Câu 54: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ có đồ thị là hình bên dưới.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.		

GHI CHÚ NHANH

(b)	Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.		
(c)	Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = -1$.		
(d)	Tổng $a + b + c = 5$.		

Câu 55: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hàm số có hai tiệm cận.		
(b)	Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2; -6)$.		
(c)	Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.		
(d)	Tiệm cận xiên của hàm số đi qua điểm $M(0; -4)$.		

PHẦN 3. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 56: Cho hàm số $y = \frac{3x - 2}{x + 1}$. Giả sử đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = a$ và đường tiệm cận ngang là $y = b$. Tính giá trị $a + b$

Câu 57: Cho hàm số có bảng biến thiên bên dưới. Khi đó, đồ thị hàm số có số đường tiệm cận là bao nhiêu?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		+	+
y		$+\infty$	1
	1	$-\infty$	

Câu 58: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{x - 3}$ có đồ thị (C) . Đường tiệm cận xiên của đồ thị (C) là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$. Tính $a + b$.

Câu 59: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Hai đường tiệm cận của đồ thị (C) cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình thang vuông có diện tích S . Tính S .

Câu 60: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$
y	1		-3	1

Tìm tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$.

BÀI. VECTO TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM

Câu 61: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Đây là tam giác ABC vuông tại B . Khi đó góc giữa vecto $\overrightarrow{BA}$ và vecto $\overrightarrow{B'C'}$ bằng bao nhiêu?

- A. 45° B. 120° C. 90° D. 30°

GHI CHÚ NHANH

Câu 62: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

- A. $\overrightarrow{D'C'}$ B. $\overrightarrow{BA}$ C. $\overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{B'A'}$

Câu 63: Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào đúng?

- A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ B. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$
C. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ D. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$

Câu 64: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$

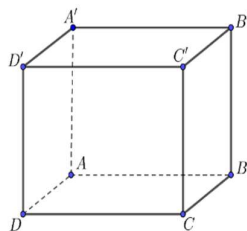
- A. $k = 4$ B. $k = 1$ C. $k = 0$ D. $k = 2$

Câu 65: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi O là trung điểm CH . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$ B. $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$.
C. $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$. D. $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BF}$.

Câu 66: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{A'D'}) = 90^\circ$ B. $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{A'C'}) = 45^\circ$.
C. $(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{B'D'}) = 90^\circ$ D. $(\overrightarrow{A'A}; \overrightarrow{CB'}) = 45^\circ$.



Câu 67: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

- A. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 60^\circ$. B. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 90^\circ$.
C. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 120^\circ$. D. $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = 180^\circ$.

Câu 68: Theo định luật II Newton: Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$, trong đó $\vec{a}$ là vectơ gia tốc (m/s^2), $\vec{F}$ là vectơ lực (N) tác dụng lên vật, $m(\text{kg})$ là khối lượng của vật.

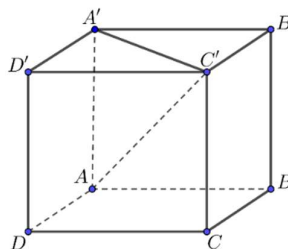


Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng $0,5\text{kg}$ một gia tốc 20 m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

- A. $100(\text{N})$. B. $20(\text{N})$. C. $25(\text{N})$. D. $10(\text{N})$.

Câu 69: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó mặt đáy là hình bình hành với $\widehat{DAB} = 120^\circ$. Biết độ dài các cạnh $AB = 25\text{cm}$, $AD = 12\text{cm}$ và $AA' = 12\text{cm}$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}|$.

- A. $12(\text{cm})$. B. $\sqrt{469}(\text{cm})$.
C. $\sqrt{613}(\text{cm})$. D. $25(\text{cm})$.



GHI CHÚ NHANH

Câu 70: Một em nhỏ cân nặng $m = 25(kg)$ trượt trên cầu trượt dài $3,5(m)$ (như trong hình dưới đây). Biết rằng:

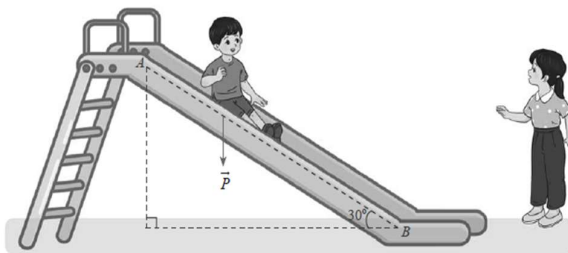
» Cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° .

» Với gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9,8(m/s^2)$ thì công

thức độ lớn của trọng lực là $|\vec{P}| = m|\vec{g}|$.

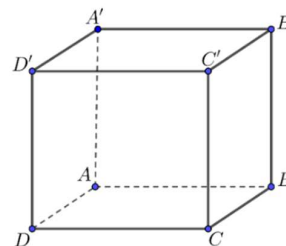
» Công $A(J)$ sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = |\vec{F}| \cdot |\vec{d}| \cdot \cos(\vec{F}; \vec{d})$ thì công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt là

A. 428,75(J). B. 122,5(J). C. 742,62(J). D. 371,31(J).



PHẦN 2. TRẢ LỜI ĐÚNG SAI

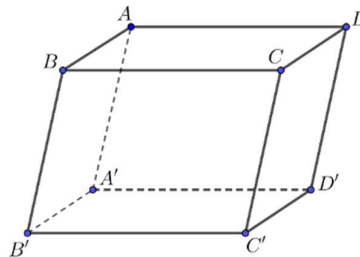
Câu 71: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2, AD = 3, A'A = 4$.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vector $\overrightarrow{BA'}$ bằng vector $\overrightarrow{CD'}$.		
(b)	$ \overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{DB} $		
(c)	Số các vector khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp là A_8^2 .		
(d)	Độ dài của vector $\overrightarrow{BD'}$ bằng $3\sqrt{3}$.		

a. Đúng; b. sai; c. đúng; d. sai

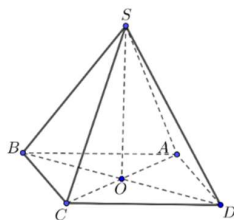
Câu 72: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ bằng nhau		
(b)	Hai vector $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau		
(c)	Hai vector $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với nhau		
(d)	Có 3 vector khác vector $\vec{0}$ bằng vector $\overrightarrow{BC}$		

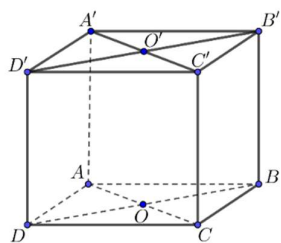
Câu 73: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là tâm của đáy $ABCD$, cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$ (tham khảo hình bên).

GHI CHÚ NHANH



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CB}$ là 0° .		
(b)	Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{BO}$ là 180° .		
(c)	Cosin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CS}$ bằng $\frac{1}{4}$.		
(d)	Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AO}$ và $\overrightarrow{SD}$ bằng 60° .		

Câu 74: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O, O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC'} = \frac{a^2}{2}$		
(b)	$\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{B'D'} = -\frac{a^2}{2}$		
(c)	$ \overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB} = a\sqrt{3}$		
(d)	$ \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 4a$		

PHẦN 3. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 75: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính giá trị tan của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ (làm tròn tới hàng phần nghìn).

Câu 76: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° , đồng thời $|\vec{a}| = 2$ và $|\vec{b}| = 5$. Đặt $\vec{u} = k\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Để $\vec{u} \perp \vec{v}$ thì giá trị của k bằng bao nhiêu?

Câu 77: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Đặt một vật tại đỉnh A , khi đó tác động vào vật bởi những lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có giá lần lượt nằm trên các cạnh AB, AD, AA' và $|\vec{F}_1| = 2N, |\vec{F}_2| = 3N, |\vec{F}_3| = 4N$. Xác định độ lớn của hợp lực $\vec{F}$ tác động lên vật (làm tròn đến hàng phần nghìn).

BÀI. TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN I: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 78: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$ là

- A. $(1; -2; 4)$. B. $(-1; 2; -4)$. C. $(0; -2; 4)$. D. $(0; 2; -4)$.

GHI CHÚ NHANH

Câu 79: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $\vec{u} = (2; -1; 5)$ và điểm A . Biết rằng $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(2; -1; 5)$. B. $(-2; 1; -5)$. C. $(-2; -1; 5)$. D. $(2; -1; -5)$.

Câu 80: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

- A. $(2; -3; 4)$. B. $(2; 4; -3)$. C. $(-3; 2; 4)$. D. $(-2; 3; -4)$.

Câu 81: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$ và $N(2; -1; 0)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{NM}$ là

- A. $(1; 1; -4)$. B. $(-1; -1; 4)$. C. $(3; -3; 4)$. D. $(-3; 3; -4)$.

Câu 82: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (-1; 3; 6)$ và điểm $A(2; 1; 0)$. Tọa độ của điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ là

- A. $(-3; 2; 6)$. B. $(-1; -4; 6)$. C. $(1; 4; 6)$. D. $(3; -2; -6)$.

Câu 83: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (-1; 3; 6)$ và $\vec{v} = (4; 1; -5)$. Tọa độ của vector $\vec{u} + \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(5; -2; -11)$. C. $(-3; -4; -1)$. D. $(-5; 2; 11)$.

Câu 84: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm A, B, C . Biết điểm $A(-3; 2; 0)$, $B(1; 4; -2)$, B là trung điểm của AC . Tọa độ của điểm C là

- A. $(-1; 3; -1)$. B. $(2; 1; -1)$. C. $(-5; -6; 4)$. D. $(5; 6; -4)$.

Câu 85: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC . Biết điểm $A(-3; 2; 0)$, $B(1; 4; -2)$, $C(-1; 0; 8)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $(-1; 2; 2)$. B. $(1; 2; -2)$. C. $(1; -2; -3)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 86: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; -2; 4)$ và $N(2; -1; 1)$. Độ dài của vector $\overrightarrow{NM}$ bằng

- A. $\sqrt{35}$. B. $\sqrt{19}$. C. 19. D. 35.

Câu 87: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -2)$, $\vec{b} = (4; -3; 0)$. Giá trị $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ bằng

- A. $-\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $-\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 88: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -2)$, $\vec{b} = (4; -3; 0)$. Giá trị $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 2. B. 0. C. 1. D. -2.

Câu 89: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 7; m)$, $B(-1; m; 4)$. Biết rằng $AB = \sqrt{74}$, tập hợp giá trị của m là

- A. $\{0; 11\}$. B. $\{0; -11\}$. C. $\{-1; 11\}$. D. $\{-1; -11\}$.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 90: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $ABCD$ là hình bình hành có $A(1; 1; -1)$, $B(2; 4; -3)$, $D(0; 3; -2)$.

a) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -2)$.

GHI CHÚ NHANH

b) Gọi điểm $C(x_C; y_C; z_C)$, khi đó tọa độ vectơ $\overrightarrow{CD} = (x_C; y_C - 3; z_C + 2)$.

c) Nếu điểm I là trung điểm BD thì $2\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

d) Tọa độ điểm C là $(1; 6; -4)$.

Câu 91: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 1; -2), B(2; 4; -1), C(-2; 3; 1)$.

a) Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB} = (0; 3; 1), \overrightarrow{AC} = (-4; -1; 2)$.

b) $AB + AC = \sqrt{10} + \sqrt{29}$.

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 9$.

d) $50^\circ < \widehat{BAC} < 60^\circ$.

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 92: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC . Biết điểm $A(-30; 20; 0), B(10; 40; -20), C(-10; 0; -70)$. Gọi $G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm của tam giác ABC , khi đó giá trị của $x_G + y_G + z_G$ bằng bao nhiêu?

Câu 93: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC . Biết điểm $A(-4; 2; 1), B(0; 3; -2)$. Tính độ dài đoạn AB (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 94: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC . Biết điểm $A(1; 2; -2), B(1; 4; -2), C(-1; 0; -7)$. Tính chu vi của tam giác ABC (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 95: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (m; 2; -1), \vec{b} = (2; 4; 1)$. Tìm giá trị của m biết rằng hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc nhau.

Câu 96: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -1), \vec{b} = (2; 4; 1)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Câu 97: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; 1), B(1; -1; 1), C(2; 1; 2)$. Giá trị $\cos \widehat{BAC}$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Hết.