

Đề tham khảo

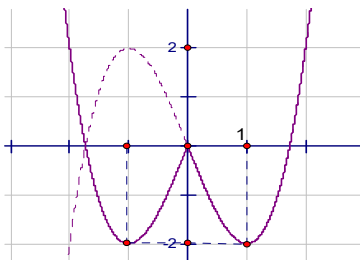
Câu 1: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

A. $y = |x|^3 + 3|x|$.

B. $y = |x^3 + 3x|$.

C. $y = |x^3| - 3|x|$.

D. $y = |x^3 - 3x|$.



Câu 2: Cho đường thẳng $y = -3x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ tại điểm duy nhất. Tìm tung độ y_0 của điểm đó.

A. $y_0 = 2$.

B. $y_0 = -2$.

C. $y_0 = 0$.

D. $y_0 = 4$.

Câu 3: Giải bất phương trình $2^{1-x} - 2^x + 1 \leq 0$.

A. $x \geq 1$.

B. $x > 2$.

C. $1 < x \leq 2$.

D. $x < 1$.

Câu 4: Phần thực và phần ảo số phức: $z = (1 + 2i)i$ là:

A. -2 và 1.

B. 1 và 2.

C. 1 và -2.

D. 2 và 1.

Câu 5: Tìm số phức z , biết: $(3 - i)z - (2 + 5i)\bar{z} = -10 + 3i$.

A. $z = 2 - 3i$.

B. $z = 2 + 3i$.

C. $z = -2 + 3i$.

D. $z = -2 - 3i$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{3}{4}$

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$

D. Hàm số đồng biến trên $(-2; +\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2 $\nearrow$ $+\infty$		$-\infty$ $\nearrow$ 2

Hỏi $f(x)$ là hàm số nào?

A. $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.

B. $f(x) = \frac{1-2x}{x+1}$.

C. $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$.

D. $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$. Hãy tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) ?

A. $I(5; 4; 0)$, $R = 3$

B. $I(-5; 4; 0)$, $R = 9$

C. $I(5; -4; 0)$, $R = 3$

D. $I(5; -4; 0)$, $R = 9$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 1+3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 3-2t \\ z = -2+3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3-t \\ z = -2+3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2+t \\ z = 1-t \end{cases}$

Câu 10: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ($x \neq 0$), biết rằng $F(-1) = 1$, $F(1) = 4$, $f(1) = 0$. $F(x)$ là biểu thức nào sau đây.

- A. $F(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 4$ B. $F(x) = x^2 + \frac{1}{x} + 2$ C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x} + \frac{7}{2}$ D. $F(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x} + \frac{5}{2}$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 12. Tính giá trị của biểu thức $P = (3 + 2\sqrt{2})^{2018} (2\sqrt{2} - 3)^{2017}$.

- A. $P = 3 + 2\sqrt{2}$. B. $P = 3 - 2\sqrt{2}$. C. $P = -3 - 2\sqrt{2}$. D. $P = (3 - 2\sqrt{2})^{2016}$.

Câu 13: Cho $a, b > 0$, Rút gọn biểu thức $F = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$ ta được:

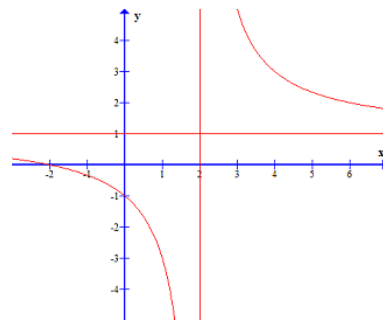
- A. $F = \sqrt{ab}$; B. $F = a\sqrt[3]{b}$; C. $F = \sqrt[3]{ab}$; D. $F = b\sqrt[3]{a}$

Câu 14: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$:

- A. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ B. $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 10$ C. $y = \frac{2x-5}{x-1}$ D. $y = \frac{x^2+x-1}{x-1}$

Câu 15: Tìm a, b, c để hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên:

- A. $a = 1; b = 1; c = -1$
 B. $a = 2; b = 2; c = -1$
 C. $a = 1; b = -2; c = 1$
 D. $a = 1; b = 2; c = 1$



Câu 16: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SB = a\sqrt{5}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = a^3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$ và $C(2; -1; 3)$, điểm D thuộc Oy và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tìm tọa độ của đỉnh D ?

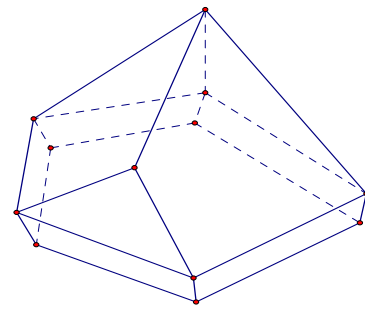
- A. $(0; -7; 0)$. B. $(0; 8; 0)$. C. $\begin{bmatrix} (0; -7; 0) \\ (0; 8; 0) \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} (0; -8; 0) \\ (0; 7; 0) \end{bmatrix}$

Câu 18: Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Tính giá trị của $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = 13$ B. $P = \sqrt{26}$ C. $P = 26$ D. $P = 2\sqrt{13}$

Câu 19: Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt ?

- A. 6. **B. 10.** C. 12. D. 11.

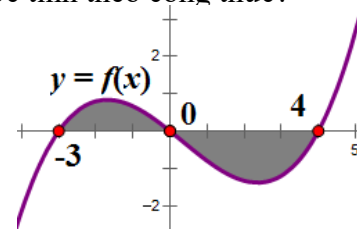


Câu 20: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

- Khi đó tổng $M + m$ bằng: A. 16. B. 2. **C. 4.** D. 6.

Câu 21: Diện tích S của hình phẳng phần bôi đen trong hình bên được tính theo công thức?

- A.** $S = \int_{-3}^0 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx$ B. $S = \int_{-3}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx$
C. $S = \int_{-3}^4 f(x)dx$ D. $S = \int_{-3}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx$



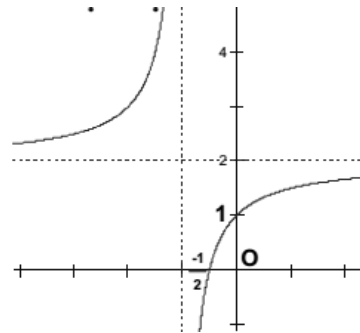
Câu 22: Số nghiệm của phương trình $\log_2[x(x-1)] = 1$ là: A. 0 B. 1 **C. 2** D. 3

Câu 23: Biến đổi $\int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{1+x}} dx$ thành $\int_1^2 f(t)dt$, với $t = \sqrt{1+x}$. Khi đó $f(t)$ là hàm nào trong các hàm số

- sau: **A.** $f(t) = 2t^2 - 2t$ B. $f(t) = t^2 + t$ C. $f(t) = t^2 - t$ D. $f(t) = 2t^2 + 2t$

Câu 24: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?

- A.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$
B. $y = \frac{x-1}{x+1}$
C. $y = \frac{x+2}{x+1}$
D. $y = \frac{x+3}{1-x}$



Câu 25: Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = -1 + 3i$; $z_2 = -3 - 2i$; $z_3 = 4 + i$. Chọn kết luận đúng nhất:

- A. ΔABC cân. **B. ΔABC vuông cân.** C. ΔABC vuông. D. ΔABC đều.

Câu 26: Một hình nón có diện tích mặt đáy bằng 4 cm^2 , diện tích xung quanh bằng 8 cm^2 . Khi đó đường cao của hình nón đó bằng bao nhiêu ?

- A.** $2\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $2\sqrt{5} \text{ cm}$ C. 2 cm D. 3 cm

Câu 27: Tổng diện tích các mặt của một hình lập phương bằng 96 cm^2 . Thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lập phương đó là:

- A.** $32\pi \text{ cm}^3$ B. $16\pi \text{ cm}^3$ C. $64\pi \text{ cm}^3$ D. $8\pi \text{ cm}^3$

Câu 28: Biết $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (2x+2) \cos x dx = \frac{\pi}{6} + \frac{a\sqrt{3}}{c} - \frac{b}{c}$ (các phân số ở dạng tối giản) ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính

- $S = a^2 + 2b + c$ bằng: A. 3 **B. 4** C. 5 D. 6

Câu 29: Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 9 = 0$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0; -5; 2)$ có phương trình là :

- A. $x - 2y - 10 = 0$ B. $-5y + 2z + 9 = 0$ C. $x + 3y - 2z + 5 = 0$ **D. $x + 2y - 3z + 19 = 0$**

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $(P): x + 2y + 2z - 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z + 5 = 0$, khoảng cách giữa mặt phẳng (P) và (Q) là

- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. 4

Câu 31: Hàm số $y = (m-3)x^3 - 2mx^2 + 3$ không có cực trị khi

- A. $m = 3$ B. $m = 0$ hoặc $m = 3$ C. $m = 0$ D. $m \neq 3$

Câu 32: Đồ thị của hàm số $f(x)$ được cho bởi hình vẽ bên. Hãy

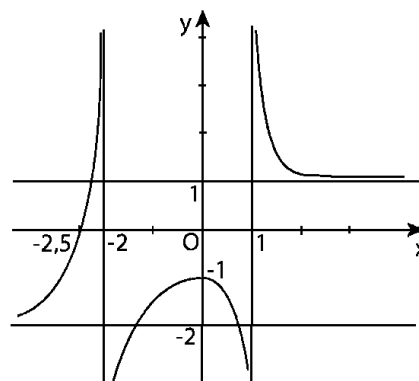
chọn câu **sai** trong các kết luận sau:

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -2), (-2; 0)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1); (1; +\infty)$.

C. $f(x) > 0$ trên miền $(-2, 5; -2) \cup (1; +\infty)$.

D. Hàm số $f(x)$ chỉ có tiệm cận ngang $y = 1$; tiệm cận đứng $x = 1$.



Câu 33: Đặt $\log_3 2 = a; \log_3 5 = b$; $X = \log_3 \frac{1}{2} + \log_3 \frac{2}{3} + \dots + \log_3 \frac{99}{100}$. X được biểu thị qua a, b là

- A. $X = -2a - 2b$. B. $X = -2a + 2b$. C. $X = 2a - 2b$. D. $X = 2a + 2b$.

Câu 34: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$ (a, b cho trước $a, b > 0$), trục

hoành, các đường $x = -a; x = a$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay quanh (H) quanh

trục Ox . A. $V = \frac{4}{3} \pi a^2 b$. B. $V = \frac{4}{3} \pi ab^2$. C. $V = \frac{1}{3} \pi a^2 b$. D. $V = \frac{1}{3} \pi ab^2$.

Câu 35: Tìm tích tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt[4]{16 - x^2} \log(16 - 2x - x^2) = 0$.

- A. -3. B. 4. C. -12. D. 12.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của cạnh AB , đường thẳng SC tạo với đáy một góc 45° . Tính thể

tích V của khối chóp $S.ABCD$. A. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 37: Trong hệ tọa độ Oxyz. Cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - z - 4 = 0$.

Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 38: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, $\int_a^b f(x) dx$ bằng:

- A. $\int_a^b f(a + b + x) dx$. B. $\int_a^b f(a + b - x) dx$. C. $\int_a^b f(2a - b + x) dx$. D. $\int_a^b f(a - 2b + x) dx$.

Câu 39: Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện: $|z|^2 + 2z\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8$ và $z + \bar{z} = 2$?

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 40: Cho hàm số $y = x \ln x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $xy' - x^2y'' = y$. **B.** $y' + xy'' = y$. **C.** $xy'' - 3y' = \ln x$. **D.** $x^2y'' - xy' = y$.

Câu 41: Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = (2m+1)\sin x + (3-m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{3} = \frac{y+7}{5} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $M(2; -1; 3)$

Gọi M' là điểm đối xứng với M qua Δ , tính OM' .

- A.** $OM' = 5\sqrt{2}$. **B.** $OM' = 5\sqrt{3}$. **C.** $OM' = 2\sqrt{5}$. **D.** $OA' = \sqrt{53}$.

Câu 43: Cho tứ diện $S.ABC$ có SBC và ABC là các tam giác đều cạnh a , $SA = a\sqrt{2}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A.** $S = \pi a^2$. **B.** $S = 2\pi a^2$. **C.** $S = 4\pi a^2$. **D.** $S = 3\pi a^2$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + 2$ thỏa mãn $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -4$ và $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = 2 - 3\ln 2$. Tính giá trị của

biểu thức $P = 2a^2 + 3b + 1$ bằng. **A.** $P = -6$. **B.** $P = -7$. **C.** $P = -8$. **D.** $P = -10$.

Câu 45: Phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt khi:

- A.** $19 < m < 24$. **B.** $19 < m < \frac{39}{2}$. **C.** $m \leq 19$. **D.** $m \geq 24$.

Câu 46: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác nhận gốc tọa độ làm trực tâm. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2 **D.** 3.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, trong đó $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$

và $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$. Thể tích của khối tứ diện $OABC$ là.

- A.** $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 48: Với số phức $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$ mà $|z| = 1$, $y = \sqrt{3}x$ và $y > 0$, tìm môđun của số phức $\frac{z-1}{z+1}$.

- A.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 49: Bạn A có một đoạn dây dài $20m$. Bạn chia đoạn dây thành hai phần. Phần đầu uốn thành một tam giác đều. Phần còn lại uốn thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

- A.** $\frac{40}{9+4\sqrt{3}}m$. **B.** $\frac{180}{9+4\sqrt{3}}m$. **C.** $\frac{120}{9+4\sqrt{3}}m$. **D.** $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}m$.

Câu 50: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

- A.** 65,09%. **B.** 47,64%. **C.** 82,55%. **D.** 83,3%.

-----Hết-----

Hướng dẫn giải.**Câu 38:** Đặt $t = a + b - x$ **Câu 41:** $y' = (2m+1)\cos x + (3-m)$ Đặt $t = \cos x, t \in [-1; 1]$ ta có: $f(t) = (2m+1)t + 3 - m$

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ hay } f(t) \geq 0, \forall t \in [-1; 1] \Leftrightarrow \begin{cases} f(-1) \geq 0 \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq \frac{2}{3}$$

Vậy có 5 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu.**Câu 45: Chọn B**

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \log_2(mx - 6x^3) = \log_2(-14x^2 + 29x - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} -14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{14} < x < 2 \\ m = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x} \quad (*) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có 3 nghiệm phân biệt $x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right)$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}, x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right)$$

Dùng BBT suy ra $19 < m < \frac{39}{2}$.**Câu 47:** Ta có $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3), R = \sqrt{\frac{72}{7}}$.

$$\text{Ta có } (ABC) \text{ tiếp xúc với mặt cầu } (S) \Leftrightarrow d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{\left|\frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|7-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \sqrt{\frac{72}{7}} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 7 - \frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - \frac{7}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{b} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{c} - \frac{3}{2}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6}abc = \frac{2}{9}.$$

Câu 49: Chọn B



Bạn A chia sợi dây thành hai phần có độ dài $x(m)$ và $20 - x(m)$, $0 < x < 20$ (như hình vẽ).

Phần đầu uốn thành tam giác đều có cạnh $\frac{x}{3}(m)$, diện tích $S_1 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{36}(m^2)$

Phần còn lại uốn thành hình vuông có cạnh $\frac{20-x}{4}(m)$, diện tích $S_2 = \left(\frac{20-x}{4}\right)^2 (m^2)$

Tổng diện tích hai hình nhỏ nhất khi $f(x) = \frac{x^2 \sqrt{3}}{36} + \left(\frac{20-x}{4}\right)^2$ nhỏ nhất trên khoảng $(0; 20)$.

Ta có: $f'(x) = \frac{x\sqrt{3}}{18} - \frac{20-x}{8} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{180}{4\sqrt{3}+9}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{180}{4\sqrt{3}+9}$	20
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$			

Câu 50. Gọi đường kính quả bóng bàn là d . Khi đó kích thước của hình hộp chữ nhật là $d, d, 3d$.

Vậy thể tích của hình hộp chữ nhật là $V_1 = d.d.3d = 3d^3$

Thể tích của ba quả bóng bàn: $V_2 = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi \frac{d^3}{8} = \frac{\pi d^3}{2}$.

Thể tích phần không gian còn trống: $V_3 = V_1 - V_2$

Phần không gian còn trống trong hộp chiếm: $\frac{V_3}{V_1} = \frac{3d^3 - \frac{\pi d^3}{2}}{3d^3} = \frac{3 - \frac{\pi}{2}}{3} \approx 47,64\%$.