

A. NỘI DUNG ÔN TẬP

Chương I. Mệnh đề toán học. Tập hợp

- Mệnh đề toán học
- Tập hợp. Các phép toán trên tập hợp

Chương II. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

- Bất phương trình bậc nhất hai ẩn
- Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Chương III. Hệ thức lượng trong tam giác

- Giá trị lượng giác của một góc từ 0^0 đến 180^0 .
- Hệ thức lượng trong tam giác

Chương IV. Vectơ.

- Các khái niệm mở đầu
- Tổng và hiệu của hai vectơ
- Tích của một số với một vectơ
- Vectơ trong mặt phẳng tọa độ
- Tích vô hướng của hai vectơ

Chương V. Các số liệu đặc trưng của mẫu số liệu không ghép nhóm.

- Số gần đúng và sai số
- Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm
- Các số đặc trưng đo mức độ phân tán

B. CÁC BÀI TẬP THAM KHẢO

CHƯƠNG I: MỆNH ĐỀ. TẬP HỢP

BÀI 1: MỆNH ĐỀ TOÁN HỌC

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Trong các khẳng định sau:

1. Các số nguyên dương đều lớn hơn 1.
2. Hà Nội là thủ đô của nước Việt Nam.
3. Hôm nay trời có mưa không?
4. Nếu $P(n) = 2n + 3$, với n là một số nguyên thì $P(n)$ chia hết cho 5.

Số mệnh đề là

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2. Cho $A = \{a, b, c\}$. Kí hiệu nào sau đây **sai**?

- A.** $A \in A$. **B.** $a \in A$. **C.** $d \notin A$. **D.** $\{a; b\} \subset A$.

Câu 3. Cho mệnh đề P: “ Nếu một tam giác có 2 góc có số đo bằng nhau thì tam giác đó là tam giác cân”.
Mệnh đề đảo của mệnh đề P là

- A. “ Nếu một tam giác có 2 góc có số đo bằng nhau thì tam giác đó là tam giác đều ”.
B. “ Nếu một tam giác đều thì nó có 2 góc có số đo bằng nhau ”.
C. “ Nếu một tam giác là tam giác cân thì nó có 2 góc có số đo bằng nhau ”.
D. “ Nếu một tam giác cân thì nó có 2 góc có số đo bằng 60^0 ”.

Câu 4. Mệnh đề “Mọi số tự nhiên đều là số hữu tỉ” được viết lại là

- A.** $\forall n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in \mathbb{Q}$. **B.** $\exists n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in \mathbb{Q}$. **C.** $\forall n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n \in \mathbb{Q}$. **D.** $\exists n \in \mathbb{N} \Leftrightarrow n \in \mathbb{Q}$.

Câu 5. Mệnh đề $A : " \forall x \in \mathbb{N}, x \geq 0 "$ được hiểu là

- A.** Số tự nhiên là số dương. **B.** Mọi số tự nhiên đều dương.
C. Mọi số tự nhiên đều không âm. **D.** Số tự nhiên là số không âm.

Câu 6. Số phần tử của tập hợp các số tự nhiên không quá 20 là

- A. 21.** **B. 20.** **C. 22.** **D. 19.**

Câu 7. Phủ định của mệnh đề “ số 3 là số nguyên tố” là mệnh đề

- A.** “số 3 là số nguyên”.

- B. “các số tự nhiên khác 3 không là số nguyên tố”.
 C. “số 3 không là số nguyên tố”.
 D. “số 3 là số tự nhiên”.

Câu 8. Cho hai tập hợp $A = \{0; 2; 4\}$, $B = \{0; 1; 2; 3\}$. Tập hợp $A \cap B$ là

- A. $\{0; 2\}$. B. $\{0; 1; 2; 3; 4\}$. C. $\{1; 3\}$. D. $\{4\}$.

Câu 9. Cho mệnh đề chứa biến $P(n) = 2n - 3 < 0$, với $n \in \mathbb{N}$. Mệnh đề đúng là

- A. $P(-1)$. B. $P(-2)$. C. $P(1)$. D. $P(2)$.

Câu 10. Trong các trường hợp A, B, C, D sau đây, trường hợp nào thì mệnh đề A tương đương với B là một mệnh đề đúng?

- A. A và B là hai mệnh đề sai. B. A là mệnh đề đúng.
 C. B là mệnh đề sai. D. A và B chỉ có một mệnh đề đúng.

Câu 11. Phủ định của mệnh đề $A: " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0 "$ là mệnh đề

- A. $\bar{A} = " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0 "$. B. $\bar{A} = " \forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 "$. C. $\bar{A} = " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0 "$. D. $\bar{A} = " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0 "$.

Câu 12. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | 2x - 5 > 0\}$. Tập hợp A được viết dưới dạng khoảng, đoạn là

- A. $A = \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$. B. $A = (5; +\infty)$. C. $A = \left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$. D. $A = \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 13. Lớp 10A4 có 20 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và 16 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng rổ.

Biết rằng có 10 học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Có 6 học sinh tham gia câu lạc bộ bóng đá và không tham gia câu lạc bộ bóng rổ?
 b) Có 26 học sinh tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên?
 c) Biết lớp 10A4 có 50 học sinh. Có 25 học sinh không tham gia câu lạc bộ bóng đá?
 d) Biết lớp 10A4 có 50 học sinh trong đó có 15 bạn không tham gia câu lạc bộ thể thao nào, số còn lại tham gia câu lạc bộ cầu lông. Số bạn tham gia câu lạc bộ cầu lông là 9?

Câu 14. Cho các tập hợp $A = (-\infty; m)$, $B = [3m - 1; 3m + 3]$, $m \in \mathbb{R}$.

- a) Khi $m = 1$ thì tập B chứa 3 giá trị nguyên;
 b) Với $m = 2$ thì $A \cap B = \emptyset$.
 c) Các giá trị của m để $B \subset A$ là $m \geq \frac{1}{2}$.
 d) Các giá trị của m để $C_{\mathbb{R}}A \cap B \neq \emptyset$ là $m \geq -\frac{3}{2}$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN.

Câu 15. Người ta tiến hành khảo sát 100 người về hai bộ phim A và B đã được khởi chiếu trong tuần qua và ghi nhận được kết quả như sau: Có 64 người đã xem phim A, 52 người đã xem phim B và 12 người chưa xem phim nào. Hỏi trong 100 người được khảo sát đó, có bao nhiêu người chỉ xem đúng một phim A?

Câu 16. Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 - 16 \leq 0\}$. Hỏi có bao nhiêu tập con của A gồm đúng hai phần tử?

Câu 17. Lớp 10B có 42 học sinh trong đó có 37 em biết chơi đá cầu, 35 em biết chơi cầu lông, 30 em biết chơi cả đá cầu và cầu lông. Hỏi lớp 10B có bao nhiêu học sinh không biết chơi đá cầu và không biết chơi cầu lông?

Câu 18. Cho m là một tham số thực và hai tập hợp $A = [1 - 2m; m + 3]$, $B = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 8 - 5m\}$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để $B \setminus A = B$.

Câu 19. Cho tập hợp $E = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ và các tập hợp con $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6; 8\}$. Xác định

$$C_E A, C_E B, C_E (A \cup B), C_E A \cap C_E B$$

Câu 20. Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 6 ngày; Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và có gió: 3 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu?

Câu 21. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Biết các tập con A, B của S thỏa $A \cup B = \{1; 2; 3; 4\}$;
 $A \cap B = \{1; 2\}$; $3 \notin A$; $4 \notin B$ có số phần tử lần lượt là x và y . Tính giá trị biểu thức
 $x + 2y + 2025$.

BÀI 2: TẬP HỢP. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Ký hiệu nào sau đây dùng để viết đúng mệnh đề: “3 là một số tự nhiên”?

- A. $3 \subset \mathbb{N}$ B. $3 \in \mathbb{N}$ C. $3 < \mathbb{N}$ D. $3 \leq \mathbb{N}$

Câu 2. Cho $A = \{x \in \mathbb{N}^*, x < 10, x:3\}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. A có 4 phần tử. B. A có 3 phần tử. C. A có 5 phần tử. D. A có 2 phần tử.

Câu 3. Cho tập hợp $A = \{x + 1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$. Tập hợp A là:

- A. $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ B. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ C. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ D. $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Câu 4. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$.

- A. $X = \{0\}$ B. $X = \{1\}$ C. $X = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$ D. $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$

Câu 5. Cho tập hợp $X = \{a; b\}, Y = \{a; b; c\}$. $X \cup Y$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\{a; b; c; d\}$ B. $\{a; b\}$ C. $\{c\}$ D. $\{a; b; c\}$

Câu 6. Cho tập hợp $A = \{0; 3; 4; 6\}$. Số tập hợp con gồm hai phần tử của A là:

- A. 12 B. 8 C. 10 D. 6

Câu 7. Tập hợp nào sau đây có đúng hai tập hợp con?

- A. $\{x; \emptyset\}$. B. $\{x\}$. C. $\{x; y; \emptyset\}$. D. $\{x; y\}$.

Câu 8. Cho tập hợp A . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\emptyset \subset A$. B. $A \neq \{A\}$. C. $A \in A$. D. $A \subset A$.

Câu 9. Cho tập hợp $X = \{1; 5\}, Y = \{1; 3; 5\}$. Tập $X \cap Y$ là tập hợp nào sau đây?

- A. $\{1\}$ B. $\{1; 3\}$ C. $\{1; 3; 5\}$ D. $\{1; 5\}$

Câu 10. Cho tập $X = \{2; 4; 6; 9\}, Y = \{1; 2; 3; 4\}$. Tập nào sau đây bằng tập $X \setminus Y$?

- A. $\{1; 2; 3; 5\}$ B. $\{1; 3; 6; 9\}$ C. $\{6; 9\}$ D. $\{1\}$

Câu 11. Cho các tập $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}, B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 3\}$. Tập $\mathbb{R} \setminus (A \cap B)$ là:

- A. $(-\infty; -1) \cup [3; +\infty)$. B. $(-1; 3]$. C. $[-1; 3)$. D. $(-\infty; -1] \cup (3; +\infty)$.

Câu 12. Ký hiệu H là tập hợp các học sinh của lớp 10A. T là tập hợp các học sinh nam, G là tập hợp các học sinh nữ của lớp 10A. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $T \cup G = H$ B. $T \cap G = \emptyset$ C. $H \setminus T = G$ D. $G \setminus T = \emptyset$

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 13. Cho tập hợp $X = \{-3; -1; 0; 1; 3\}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) -1 là một phần tử của tập hợp X .
 b) Số tập hợp con của X có 2 phần tử là 10.
 c) Tính chất đặc trưng của tập hợp X là $X = \{x \in \mathbb{N} : 2x + 1 \leq 5\}$.
 d) Số tập con của tập hợp X là 32 tập hợp.

Câu 14. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 3\}, B = [-2; 2]$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $A \setminus B = \emptyset$.
 b) $B \setminus A = \emptyset$.
 c) $C_{\mathbb{R}} A = (-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.
 d) $(C_{\mathbb{R}} B) \cap A = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN.

- Câu 15.** Cho hai tập hợp: $A = [m - 3; m + 2]$, $B = (-3; 5)$ với $m \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để: $A \subset B$
- Câu 16.** Cho tập hợp $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x^2 + 1| \leq 2\}$. Tập hợp B có bao nhiêu tập con gồm 2 phần tử?
- Câu 17.** Một lớp học có 25 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn, 6 học sinh không chơi môn nào. Tìm số học sinh chỉ chơi một môn thể thao?
- Câu 18.** Một 10C14 có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp 10C14 có bạn Kiệt, Hạ, Toàn, Thiện bị khuyết tật hòa nhập nên không tham gia tiết mục nào.
- Câu 19.** Cho các tập hợp $A = \{-2; 1; 2\}$; $B = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid (x^2 - 4)(x^3 - 4x^2 + 3x) = 0\}$ và $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - (2m + 1)x + m^2 + m = 0\}$. Xác định số phần tử m để $(A \cup C) = B$.
- Câu 20.** Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - m| \leq 25\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 2020\}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m thỏa $A \cap B = \emptyset$
- Câu 21.** Một nhóm có 12 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục múa và tiết mục hát của nhóm đó, có 5 học sinh tham gia tiết mục múa, 3 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong nhóm tham gia tiết mục hát? Biết có 4 học sinh của nhóm không tham gia tiết mục nào.

CHƯƠNG II: BẤT PHƯƠNG TRÌNH. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

BÀI 3: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

- Câu 1.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
- A. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) không được gọi là miền nghiệm của nó.
- B. Biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình $2x - 3y + 1 < 0$ trên hệ trục Oxy là đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$.
- C. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) được gọi là miền nghiệm của nó.
- D. Nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) là tập rỗng.
- Câu 2.** Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm
- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(4; 2)$. D. $(1; -1)$.
- Câu 3.** Câu nào sau đây đúng?
- Miền nghiệm của bất phương trình $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm
- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(2; 5)$.
- Câu 4.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?
- A. $(-2; 1)$. B. $(3; -7)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 0)$.
- Câu 5.** Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?
- A. $2x - 5y + 3z \leq 0$. B. $3x^2 + 2x - 4 > 0$. C. $2x^2 + 5y > 3$. D. $2x + 3y < 5$.
- Câu 6.** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$?
- A. $Q(-1; -3)$. B. $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $N(1; 1)$. D. $P\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.
- Câu 7.** Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 2)$. B. $B(2; 1)$. C. $C\left(1; \frac{1}{2}\right)$. D. $D(3; 1)$.

Câu 8. Miền nghiệm của bất phương trình $3(x-1)+4(y-2)<5x-3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A. $(0;0)$. B. $(-4;2)$. C. $(-2;2)$. D. $(-5;3)$.

Câu 9. Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; -2)$. B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$. C. $C(0; -3)$. D. $D(-4; 0)$.

Câu 10. Miền nghiệm của bất phương trình $(1+\sqrt{3})x-(1-\sqrt{3})y\geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; -1)$. B. $B(-1; -1)$. C. $C(-1; 1)$. D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Câu 11. Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5)<2(1-x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A. $(-3;-4)$. B. $(-2;-5)$. C. $(-1;-6)$. D. $(0;0)$.

Câu 12. Miền nghiệm của bất phương trình $x-2+2(y-1)>2x+4$ chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 5)$. C. $C(4; 3)$. D. $D(0; 4)$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 13. Một đội sản xuất cần 3 giờ để làm xong sản phẩm loại I và 2 giờ để làm xong sản phẩm loại II. Biết thời gian tối đa cho việc sản xuất hai sản phẩm trên là 18 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I, loại II mà đội làm được trong thời gian cho phép. Khi đó:

- a) Tổng thời gian làm xong sản phẩm loại I là $2x$, tổng thời gian làm xong sản phẩm loại II là $3y$.
b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$ là $3x+2y<18$
c) $(3;4)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$
d) $(4;3)$ là một nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn theo x, y với điều kiện $x, y \in \mathbb{N}$

Câu 14. Một trò chơi chọn ô chữ đơn giản mà kết quả gồm một trong hai khả năng: Nếu người chơi chọn được chữ A thì người ấy được cộng 3 điểm, nếu người chơi chọn được chữ B thì người ấy bị trừ 1 điểm. Người chơi chỉ chiến thắng khi đạt được số điểm tối thiểu là 20. Gọi x, y theo thứ tự là số lần người chơi chọn được chữ A và chữ B. Khi đó:

- a) Tổng số điểm người chơi đạt được khi chọn chữ A là $3x$, tổng số điểm người chơi bị trừ khi chọn chữ B là y .
b) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y trong tình huống người chơi chiến thắng là $3x-y\geq 18$
c) Người chơi chọn được chữ A 7 lần và chọn được chữ B 1 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.
d) Người chơi chọn được chữ A 8 lần và chọn được chữ B 3 lần thì người đó vừa đủ điểm dành chiến thắng trò chơi.

PHẦN 3. TỰ LUẬN.

Câu 15. Một cửa hàng có kế hoạch nhập về 110 chiếc xe mô tô gồm hai loại A và B để bán. Mỗi chiếc xe loại A có giá 30 triệu đồng và mỗi chiếc xe loại B có giá 50 triệu đồng. Để số tiền dùng để nhập xe không quá 4 tỉ đồng thì cửa hàng cần nhập m chiếc xe loại A và n chiếc xe loại B. Khi đó $m+n$ bằng bao nhiêu?

Câu 16. Bạn Việt mang 100000 đồng ra chợ mua hoa cúc và hoa hồng. Một bông hoa cúc có giá 3000 đồng, một bông hoa hồng có giá 6000 đồng. Gọi x và y lần lượt là số bông hoa cúc và số bông hoa hồng bạn Việt mua. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn số tiền Việt mua hoa cúc và hoa hồng có dạng $ax+6y\leq b$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính giá trị biểu thức $T=a+b$

Câu 17. Một cửa hàng bán hai loại đồ uống có tên là “Giọt lệ thiên thần” và “Giọt lệ ác quỷ”. Bốn ly “Giọt lệ thiên thần” có giá 600000 đồng, ba ly “Giọt lệ ác quỷ” có giá 540000 đồng. Hàng tháng, cửa hàng này phải chi trả 6000000 đồng tiền thuê nhân viên, 8000000 đồng tiền thuê mặt bằng, 3000000 đồng tiền nguyên liệu. (Ngoài ra cửa hàng không tốn thêm bất kỳ chi phí gì và thu nhập của cửa hàng chỉ đến từ việc bán hai loại đồ uống trên). Gọi x và y lần lượt là số ly “Giọt lệ thiên

thần” và “Giọt lệ ác quỷ” mà cửa hàng bán được trong một tháng. Điều kiện của x và y để doanh thu của cửa hàng trong một tháng có lãi thỏa mãn bất phương trình $ax + by \leq 1700$ với $a, b \in \mathbb{N}$.

Tính giá trị biểu thức $T = 2a + b$

Câu 18. Bạn Hương mang 600 000 đồng đi siêu thị mua thực phẩm (gồm thịt và rau) cho gia đình gồm 4 người dùng trong 4 ngày. Biết rằng mỗi kg thịt có giá 120 000 đồng, mỗi kg rau có giá 30 000 đồng và siêu thị chỉ bán hàng theo kg chứ không bán lẻ. Nếu gọi x là số kg thịt và y là số kg rau mà Hương mua thì điều kiện của x, y thỏa mãn bất phương trình $ax + by \leq 20$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Tính giá trị biểu thức $T = 2a + 3b$

Câu 19. Tìm giá trị của tham số m sao cho $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$ là nghiệm của bất phương trình $mx + (m-1)y > 2$.

Câu 20. Cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(-3;-1)$ và $C(3;-4)$. Tìm điều kiện của tham số m để điểm

$M\left(m; \frac{m-5}{3}\right)$ nằm bên trong tam giác ABC ?

Câu 21. Anh An là nhân viên bán hàng tại siêu thị điện máy. Anh An kiếm được một khoản hoa hồng 600 nghìn đồng cho mỗi máy giặt và 1,3 triệu đồng cho mỗi tủ lạnh mà anh ấy bán được. Hỏi để nhận được từ 10 triệu đồng trở lên tiền hoa hồng thì anh An cần bán bao nhiêu máy giặt và tủ lạnh?

BÀI 4: HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ là

- A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;-1)$.

Câu 2. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(2;1)$. B. $(0;0)$. C. $(1;1)$. D. $(3;4)$.

Câu 3. Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

- A. $(-1;4)$. B. $(-2;4)$. C. $(0;0)$. D. $(-3;4)$.

Câu 4. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$

- A. $(0;0)$. B. $(1;0)$. C. $(0;-2)$. D. $(0;2)$.

Câu 5. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(5;3)$. B. $(0;0)$. C. $(1;-1)$. D. $(-2;2)$.

Câu 6. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(0;0)$.

B. $(1;2)$.

C. $(2;1)$.

D. $(8;4)$.

Câu 7. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x+y > 0 \\ 2x+5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;1) \in S$.

B. $(-1;-1) \in S$.

C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Câu 8. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+y \geq 6 \\ x \geq y-3 \\ 2y \geq 8-x \\ y \leq 4 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm:

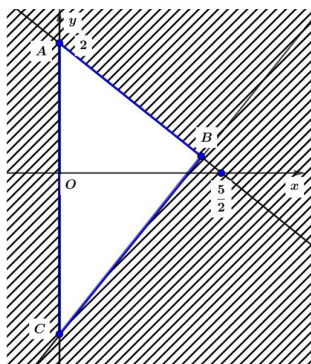
A. $(2;1)$.

B. $(6;4)$.

C. $(0;0)$.

D. $(1;2)$.

Câu 9. Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x-4y \geq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x-5y \leq 10 \\ 5x+4y \leq 10 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x-4y \leq 10 \\ 4x+5y \leq 10 \end{cases}$

Câu 10. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x+\sqrt{3}y+1 \leq 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;-1) \in S$.

B. $(1;-\sqrt{3}) \in S$.

C. $(-1;\sqrt{5}) \notin S$.

D. $(-4;\sqrt{3}) \in S$.

Câu 11. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x+\sqrt{3}y+1 > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(-1;2) \in S$.

B. $(\sqrt{2};0) \notin S$.

C. $(1;-\sqrt{3}) \in S$.

D. $(\sqrt{3};0) \in S$.

Câu 12. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x-y > 3 \\ 1-\frac{1}{2}x+y > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1;-2) \in S$.

B. $(2;1) \in S$.

C. $(5;-6) \in S$.

D. $S = \emptyset$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 13. Cho hệ bất phương trình: $\begin{cases} 3x+2y \geq 9 \\ x-2y \leq 3 \\ x+y \leq 6 \\ x \geq 1 \end{cases}$ (I). Khi đó:

- a) Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác
b) $(3; 2)$ là một nghiệm của hệ bất phương trình
c) $x = 1, y = 3$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị lớn nhất
d) $x = 1, y = 5$ là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F = 3x - y$ đạt giá trị nhỏ nhất

Câu 14. Bà Lan được tư vấn bổ sung chế độ ăn kiêng đặc biệt bằng cách sử dụng hai loại thực phẩm khác nhau là X và Y . Mỗi gói thực phẩm X chứa 20 đơn vị canxi, 20 đơn vị sắt và 10 đơn vị vitamin B . Mỗi gói thực phẩm Y chứa 20 đơn vị canxi, 10 đơn vị sắt và 20 đơn vị vitamin B . Yêu cầu hằng ngày tối thiểu trong chế độ ăn uống là 240 đơn vị canxi, 160 đơn vị sắt và 140 đơn vị vitamin B . Mỗi ngày không được dùng quá 12 gói mỗi loại. Khi đó:

- a) Hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế

$$\text{độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin } B \text{ là } \begin{cases} x + y \geq 12 \\ 2x + y \geq 16 \\ x + 2y \geq 14 \\ 0 \leq x \leq 12 \\ 0 \leq y \leq 12 \end{cases}$$

b) Miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B là một ngũ giác.

c) Biết 1 gói thực phẩm loại X giá 20000 đồng, 1 gói thực phẩm loại Y giá 25000. đồng. Bà Lan cần dùng 10 gói thực phẩm loại X và 2 gói thực phẩm loại Y để chi phí mua là ít nhất.

d) Điểm $(10; 8)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương mô tả số gói thực phẩm X và thực phẩm Y mà bà Lan cần dùng mỗi ngày trong chế độ ăn kiêng để đáp ứng đủ nhu cầu cần thiết đối với canxi, sắt và vitamin B .

PHẦN 3. TỰ LUẬN.

Câu 15. Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y + 4 \geq 0 \\ x + y \leq 0 \\ x \leq 0 \\ y + 2 \geq 0 \end{cases}$$
. Miền nghiệm của hệ tạo thành đa giác có n cạnh, với n là số tự nhiên. Xác định n

Câu 16. Cho biểu thức $T = 3x - 2y - 4$ với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x - y - 1 \leq 0 \\ x + 4y + 9 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$

Biết T đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

Câu 17. Cho hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} x + y \geq 5 \\ x - 2y \leq 2 \text{ (II)} \\ y \leq 3. \end{cases}$$
 Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong

$[-20; 20]$ để bất phương trình $2x - 5y + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi cặp số $(x; y)$ thỏa mãn hệ bất phương trình (II).

Câu 18. Nhân dịp tết Trung thu, xí nghiệp sản xuất bánh muốn sản xuất hai loại bánh: bánh nướng và bánh dẻo. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: đường, bột mì, trứng, mứt bí, laps xường,.. Xí nghiệp đã nhập về 600 kg bột mì và 240 kg đường, các nguyên liệu khác luôn đáp ứng được số lượng mà xí nghiệp cần. Mỗi chiếc bánh nướng cần 120 g bột mì, 60 g đường. Mỗi chiếc bánh dẻo cần 160 g bột mì và 40 g đường. Theo khảo sát thị trường, lượng bánh dẻo tiêu thụ không vượt quá ba lần lượng bánh nướng và sản phẩm của xí nghiệp sản xuất luôn được tiêu thụ hết. Mỗi chiếc bánh nướng lãi 8000 đồng, mỗi chiếc bánh dẻo lãi 6000 đồng. Để đáp ứng nhu cầu thị trường; đảm bảo lượng bột mì, đường không vượt quá số lượng mà xí nghiệp đã chuẩn bị và vẫn thu được lợi

nhuận cao nhất thì xí nghiệp phải sản xuất m chiếc bánh nướng và n chiếc bánh dẻo, với m, n là các số tự nhiên. Tính giá trị $\frac{m+n}{6}$

Câu 19. Các số x và y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x - y \geq -1 \\ 2x + y \leq 6 \\ x + 3y \geq 3 \end{cases} (*)$$
. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của

biểu thức $f(x; y) = 2x - 3y + 1$

Câu 20. Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

Câu 21. Trong năm nay, một cửa hàng điện lạnh dự định kinh doanh hai loại máy điều hòa: điều hòa hai chiều và điều hòa một chiều với số vốn ban đầu không vượt quá 1,2 tỉ đồng



	Điều hoà hai chiều	Điều hoà một chiều
Giá mua vào	20 triệu đồng/1 máy	10 triệu đồng/1 máy
Lợi nhuận dự kiến	3,5 triệu đồng/1 máy	2 triệu đồng/1 máy

Cửa hàng ước tính rằng tổng nhu cầu của thị trường sẽ không vượt quá 100 máy cả hai loại. Cần đầu tư kinh doanh x loại máy hai chiều và y loại máy một chiều thì lợi nhuận thu được là lớn nhất. Tính $x + y$?

CHƯƠNG III: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC. BÀI 5: GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ 0 ĐẾN 180 ĐỘ.

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

B. $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

C. $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

D. $\sin(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

Câu 2. Giá trị của biểu thức $A = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$ là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 3. Tổng $\sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ$ bằng

A. 21.

B. 23.

C. 22.

D. 24.

Câu 4. Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào **sai**?

A. $\sin \alpha = \sin \beta$.

B. $\cos \alpha = -\cos \beta$.

C. $\tan \alpha = -\tan \beta$.

D. $\cot \alpha = \cot \beta$.

Câu 5. Cho góc α tù. Điều khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $\sin \alpha < 0$.

B. $\cos \alpha > 0$.

C. $\tan \alpha > 0$.

D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 6. Cho hai góc nhọn α và β ($\alpha < \beta$). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\cos \alpha < \cos \beta$.

B. $\sin \alpha < \sin \beta$.

C. $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.

D. $\cot \alpha > \cot \beta$.

Câu 7. Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$.

- A. $\cot \alpha = 2$. B. $\cot \alpha = \sqrt{2}$. C. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$. D. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ có $b = 6, c = 8, \hat{A} = 60^\circ$. Độ dài cạnh a là:

- A. $2\sqrt{13}$. B. $3\sqrt{12}$. C. $2\sqrt{37}$. D. $\sqrt{20}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có $AB = 4\text{cm}, BC = 7\text{cm}, AC = 9\text{cm}$. Giá trị $\cos B$ là:

- A. $\frac{2}{7}$. B. $-\frac{2}{7}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC . Tìm công thức sai:

- A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. B. $\sin A = \frac{a}{2R}$. C. $b \sin B = 2R$. D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$.

Câu 11. Tam giác ABC có $\hat{B} = 30^\circ, \hat{C} = 45^\circ$ và $AB = 5$. Hỏi cạnh AC bằng bao nhiêu?

- A. $AC = 5\sqrt{2}$. B. $AC = \frac{5\sqrt{6}}{2}$. C. $AC = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. D. $AC = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12. Gia đình bạn An sở hữu một mảnh đất hình tam giác. Chiều dài của hàng rào MN là 150m , chiều dài của hàng rào NP là 230m . Góc giữa hai hàng rào MN và NP là 110° . Chiều dài hàng rào MP là:

- A. $314,6\text{m}$. B. $310,6\text{m}$. C. $324,6\text{m}$. D. $321,6\text{m}$.

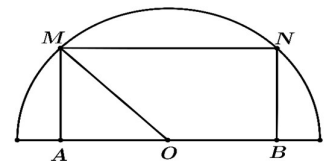
PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho biểu thức $\sin \alpha = \frac{2}{3}, 90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $0 < \cos \alpha < 1$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.
 b) $\sin \alpha$ được đưa về dạng $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.
 c) Giá trị của $\cot \alpha$ bằng $-\frac{\sqrt{5}}{2}$.
 d) Giá trị của biểu thức $A = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \tan^2 \alpha$ bằng 2.

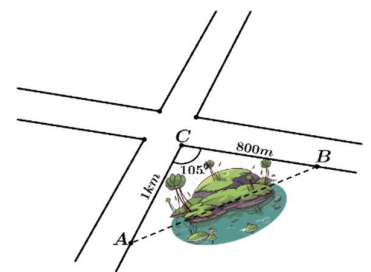
Câu 14. Nhà bác An có một khoảng đất trống phía trước nhà là nửa đường tròn bán kính $R = 1\text{m}$, bác muốn trồng hoa trên diện tích là hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn sao cho một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn. Giả sử khoảng đất được mô phỏng như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Độ dài đoạn $OM = 1(\text{m})$.
 b) Nếu $AM = 0,8(\text{m})$ thì diện tích $\triangle AMO$ bằng $0,24(\text{m}^2)$.
 c) Nếu $AM = 0,5\text{m}$ và chu vi hình chữ nhật $AMNB$ bằng $1 + 2\sqrt{3}(\text{m})$ thì diện tích đất trồng hoa bằng $\sqrt{3}(\text{m}^2)$.
 d) Nếu $\widehat{AOM} = \alpha$, mảnh đất trồng hoa có diện tích lớn nhất khi $\alpha = 90^\circ$.



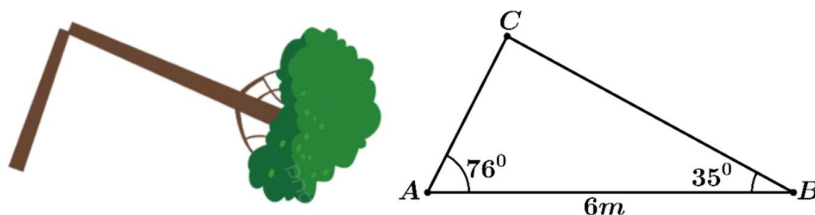
PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Để tính khoảng cách giữa hai địa điểm A và B mà ta không thể đi trực tiếp từ A đến B (hai địa điểm nằm ở hai bên bờ một hồ nước, một đầm lầy) người ta tiến hành như sau: Chọn một địa điểm C sao cho ta đo được các khoảng cách AC, CB và góc $\widehat{ACB}$. Sau khi đo ta nhận được: $AC = 1\text{km}, CB = 800\text{m}$ và $\widehat{ACB} = 105^\circ$. Tính khoảng cách AB (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị mét).



Câu 16. Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là $AB = 6\text{m}$, hai góc $\widehat{CAB} = 76^\circ, \widehat{CBA} = 35^\circ$. Tính

chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây, đơn vị mét)? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



Câu 17. Xạ phẫu Gamma Knife là phương pháp điều trị u não (không cần mở hộp sọ) bằng cách sử dụng bức xạ gamma tập trung, hội tụ chính xác vào tổn thương, không làm hại mô lành. Nếu khối u của bệnh nhân cách mặt da 6,3 cm, bác sĩ đặt nguồn tia cách khối u 9 cm để tránh làm tổn thương mô thì góc tạo bởi chùm tia với mặt da là β . Tính giá trị của biểu thức $P = \tan \beta$ (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 18. Một vận động viên bắn súng nằm trên mặt đất để ngắm bắn các mục tiêu khác nhau trên một bức tường thẳng đứng. Vận động viên bắn trúng một mục tiêu cách mặt đất 25(m) tại một góc ngắm α (góc hợp bởi phương ngắm với phương ngang). Nếu giảm góc ngắm đi một nửa thì vận động viên bắn trúng mục tiêu cách mặt đất 10(m) thì khoảng cách từ vận động viên đến bức tường bằng

$10\sqrt{5}(m)$. Tính giá trị của $P = 3\cos^2 \frac{\alpha}{2}$.

Câu 19. Guồng nước (cọn nước) được biết đến là một công cụ đặc lực trong sản xuất nông nghiệp của bà con dân tộc Thái ở nước ta. Chiếc guồng được cấu tạo giống như bánh xe đạp, có đường kính 10m. Tâm quay ở độ cao 6,5 m. Nan hoa làm bằng loại tre già, có sức chịu đựng trong môi trường ẩm ướt. Vành guồng rộng 50cm, được đặt các phen nửa để cản nước, tạo lực đẩy guồng quay và có gắn các ống bương (lùng) buộc chéo khoảng 30 độ để mức đầy nước khi chìm xuống. Lực đẩy của nước khiến guồng quay liên tục, đến tầm cao nhất định, thì các ống bương bắt đầu đổ nước vào các máng dài. Biết thời gian cọn nước thực hiện 1 vòng quay là 3 phút. Máng nước cao 11m. Nếu một ống bương đang ở vị trí thấp nhất thì thời gian nó di chuyển đến vị trí máng nước là



Câu 20. Cho tam giác ABC . Chứng minh $\frac{\sin^3 \frac{B}{2}}{\cos\left(\frac{A+C}{2}\right)} + \frac{\cos^3 \frac{B}{2}}{\sin\left(\frac{A+C}{2}\right)} - \frac{\cos(A+C)}{\sin B} \cdot \tan B = 2$

Câu 21. Từ một địa điểm O cố định của một vùng đất cù lao (các mặt của vùng đất đều giáp với các con sông), người ta cần chọn một địa điểm T trên vùng cù lao sao cho $OT = 60(km)$ để xây dựng các con đường cao tốc (cầu vượt cao tốc) nối từ hai địa điểm X và Y của hai tỉnh thành lân cận đến T . Cho biết $OX = 120(km)$, $OY = 150(km)$, $\widehat{XOY} = 120^\circ$. Chi phí hoàn thành 1(km) đoạn đường đi từ T đến X là 100000 USD; chi phí hoàn thành 1(km) đoạn đường đi từ T đến Y là 200000 USD. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành hai con đường trên (đơn vị triệu USD)?

BÀI 6: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$.

- A. $A = 12$. B. $A = 11$. C. $A = 13$. D. $A = 5$.

Câu 2. Tam giác ABC có $a=8, c=3, \hat{B}=60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu?

- A. 49. B. $\sqrt{97}$ C. 7. D. $\sqrt{61}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC có góc $\widehat{BAC}=60^\circ$ và cạnh $BC=\sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $R=4$. B. $R=1$. C. $R=2$. D. $R=3$.

Câu 4. Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC có $AC=4$ cm, góc $\hat{A}=60^\circ$, $\hat{B}=45^\circ$. Độ dài cạnh BC là

- A. $2\sqrt{6}$. B. $2+2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}-2$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 5. Cho $\triangle ABC$ có $a=6, b=8, c=10$. Diện tích S của tam giác trên là:

- A. 48. B. 24. C. 12. D. 30.

Câu 6. Cho $\triangle ABC$ có $a=4, c=5, B=150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

- A. $5\sqrt{3}$. B. 5. C. 10. D. $10\sqrt{3}$.

Câu 7. Cho tam giác ABC có $AB=2a$; $AC=4a$ và $\widehat{BAC}=120^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC

- A. $S=8a^2$. B. $S=2a^2\sqrt{3}$. C. $S=a^2\sqrt{3}$. D. $S=4a^2$.

Câu 8. Cho tam giác ABC có chu vi bằng 12 và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Diện tích của tam giác ABC bằng

- A. 12. B. 3. C. 6. D. 24.

Câu 9. Cho tam giác ABC có $c=3, b=5, a=6$. Tính $\sin A$.

- A. $\frac{2\sqrt{14}}{15}$. B. $\frac{4\sqrt{14}}{15}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{15}$. D. $\frac{15\sqrt{14}}{56}$.

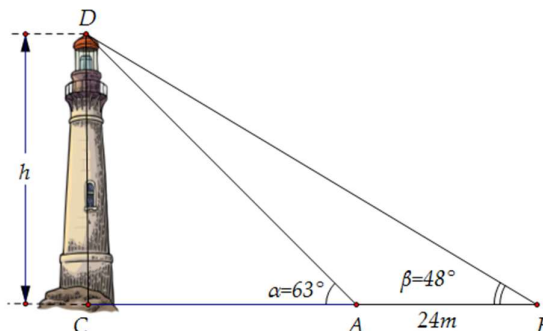
Câu 10. Tam giác với ba cạnh là a, b, c Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng?

- A. $\frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p}$. B. $\frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a+b+c}$.
C. $\frac{\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)}}{p}$. D. $\frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p}$.

Câu 11. Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

- A. $S = \frac{1}{2}bc \sin A$. B. $S = \frac{1}{2}ac \sin A$. C. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$. D. $S = \frac{1}{2}bc \sin B$.

Câu 12. Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24m$, $\widehat{CAD}=63^\circ$; $\widehat{CBD}=48^\circ$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?



- A. 61,4 m. B. 18,5 m. C. 60 m. D. 18 m.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho tam giác ABC có $\cos A = \frac{1}{3}$, $BC = 9$ và $AC = 6$, M là trung điểm cạnh BC . Xét tính đúng

sai của các khẳng định sau:

- a) Độ dài cạnh $AB = 8$.
- b) Diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $S_{ht} = 9\pi$.
- c) Giá trị $\cos \widehat{AMB}$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{5}$.
- d) Tính diện tích của hình tròn nội tiếp tam giác ABC là $S_{ht} = \pi r^2 = \frac{9\pi}{2}$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có độ dài ba trung tuyến bằng 15, 18, 27. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos \hat{B}$.
- b) Độ dài cạnh BC của tam giác ABC bằng $2\sqrt{209}$.
- c) Diện tích tam giác ABC bằng $120\sqrt{2}$.
- d) Gọi I là trung điểm của cạnh BC và H là trọng tâm của tam giác ABC và D đối xứng với điểm H qua I . Diện tích tam giác AHD là $60\sqrt{2}$.

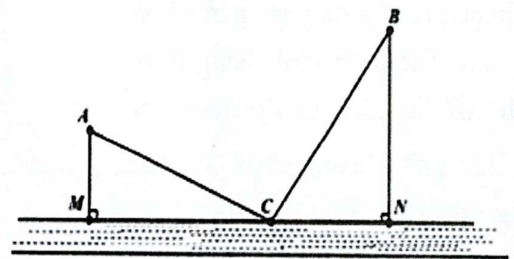
PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho tam giác ABC có các cạnh $a = 10m, b = 8m, c = 6m$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

Câu 16. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 6cm, AC = 8cm$ và M là trung điểm của BC . Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABM (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

Câu 17. Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B . Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết

$AB = 3\sqrt{17}km$, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3km, BN = 6km$ (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B .
Tìm giá trị nhỏ nhất của T .



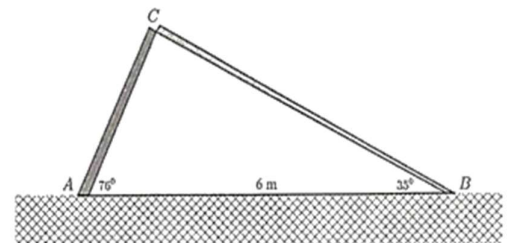
Câu 18. Tam giác ABC có $\cos(A+B) = -\frac{1}{8}$, $AC = 4, BC = 5$. Tính cạnh AB .

Câu 19. Cho tam giác ABC , biết $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$. Biết rằng bán kính đường tròn nội tiếp tam giác

ABC có dạng $r = a - \sqrt{b}$, trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $a - 2b$

Câu 20. Cho tam giác ABC có $c = AB, b = AC, \hat{A} = 60^\circ$. Tính chiều cao h theo b, c

Câu 21. Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là $AB = 6m$, hai góc $\widehat{CAB} = 76^\circ, \widehat{CBA} = 35^\circ$. Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây)?



PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

A. 1. **B. 2.** **C. 3.** **D. 4.**

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 7.

A. tam giác ABC là tam giác cân
B. tam giác ABC là tam giác đều
C. A là trung điểm đoạn BC
D. điểm B trùng với điểm C

A. $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ **B.** $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{PN}$ **C.** $\overrightarrow{MP}$ và $\overrightarrow{PN}$ **D.** $\overrightarrow{NP}$ và $\overrightarrow{NM}$

[illegible]

A. $ABCD$ là hình bình hành

B. $ACBD$ là hình bình hành

C. AD và BC có cùng trung điểm

D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ và $AB \parallel CD$

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ **B.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **C.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ **D.** $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. **B.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

A. $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $|\overline{OA}| = a$. C. $|\overline{OA}| = |\overline{OB}|$. D. $|\overline{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

A. AB . **B.** $\overline{AB}$. **C.** $|\overline{AB}|$. **D.** $\overline{BA}$.

A. Tam giác ABC nhọn thì $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng hướng.
B. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ luôn cùng hướng.
C. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ cùng phương nhưng ngược hướng.
D. $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{OM}$ có cùng giá

A. $\overline{MN} = \overline{QP}$. **B.** $|\overline{QP}| = |\overline{MN}|$. **C.** $\overline{MQ} = \overline{NP}$. **D.** $|\overline{MN}| = |\overline{AC}|$.

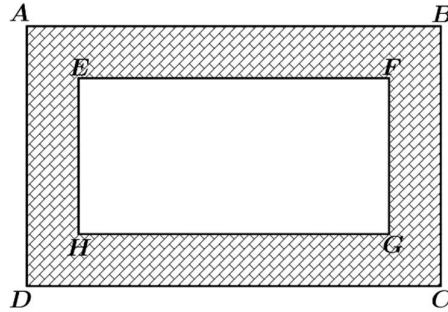
a) $B'C \perp BC$

b) $B'C // AB$

c) Tứ giác $AB'CH$ là hình bình hành

d) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}; \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{HC}$

Câu 14. Một mảnh vườn trồng rau hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 25 m và 16 m. Người chủ đề dành mỗi chiều 0,5 m để làm đường đi xung quanh mảnh vườn (như hình minh họa). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Từ 8 điểm A, B, C, D, E, F, G, H có 6 vectơ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

b) Độ dài vectơ $\overrightarrow{AC}$ lớn hơn 30 m.

c) Độ dài vectơ $\overrightarrow{EF}$ là 24 m.

d) Người chủ bón đạm cho vườn rau, cứ 2 kg đạm cho $25(\text{m}^2)$ đất với chi phí 24000 đồng/kg. Để bón đạm cho cả vườn rau, người chủ cần bỏ ra chi phí là 700 000 đồng.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho hình thoi tâm O , cạnh bằng 1 và $\widehat{A} = 60^\circ$. Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AO}$ bằng bao nhiêu? *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*

Câu 16. Cho tam giác ABC đều cạnh 1 và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{BI}$. *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*

Câu 17. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh 1 và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Tìm độ dài vectơ $\overrightarrow{AC}$. *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*

Câu 18. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D . Độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN}$ bằng bao nhiêu? *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*

Câu 19. Một con tàu khởi hành từ đảo A , đi thẳng về hướng đông 10km rồi đi thẳng tiếp 10 km về hướng nam

Câu 20. Cho tam giác ABC đều cạnh 1 và G là trọng tâm. Gọi I là trung điểm của AG . Tính độ dài của các vectơ $\overrightarrow{BI}$. *Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.*

Câu 21. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh $\sqrt{13}$. Gọi M là trung điểm của AB , N là điểm đối xứng với C qua D , dựng $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{BA}$. Hãy tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{MN}$.

BÀI 8: TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB}$. B. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

Câu 2. Cho ba điểm D, E, G . Véc-tơ $\vec{v} = \overrightarrow{DE} + (-\overrightarrow{DG})$ bằng véc-tơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{EG}$. B. $\overrightarrow{GE}$. C. $\overrightarrow{GD}$. D. $\overrightarrow{ED}$.

Câu 3. Cho tam giác ABC , trọng tâm G . Kết luận nào sau đây đúng?

A. Không xác định được $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$. B. $\overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB}$.

Câu 4. Cho hình bình hành $ABCD$, vectơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ bằng

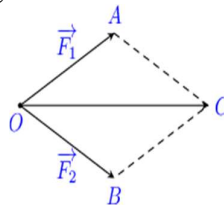
- A. $\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{CA}$. D. $\overrightarrow{AC}$.
- Câu 5.** Cho hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$. B. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CA}$.
- Câu 6.** Cho I là trung điểm của đoạn thẳng AB . vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB}$ bằng
 A. $\overrightarrow{BA}$. B. $\vec{0}$. C. $\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AI}$.
- Câu 7.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Đẳng thức nào sau đây là Sai?
 A. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. C. $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.
- Câu 8.** Cho đoạn thẳng PQ . Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ} = \vec{0}$?
 A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.
- Câu 9.** Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BA}$. C. $\overrightarrow{AB} + \vec{0} = \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.
- Câu 10.** Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a , H là trung điểm của BC . Tính $|\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{HC}|$.
 A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.
- Câu 11.** Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng 5. Tính độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.
 A. $5\sqrt{3}$. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. 4.
- Câu 12.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Tính độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC}$.
 A. a . B. $2a\sqrt{3}$. C. $2a$. D. $2a\sqrt{2}$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho tam giác ABC có $AB = AC = a$ và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Các khẳng định sau đây là đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
 b) Diện tích tam giác ABC bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
 c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$.
 d) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD}| = a\sqrt{3}$.

Câu 14. Có hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng tác động vào một vật đứng tại điểm O , biết hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều có cường độ là 50 N và chúng hợp với nhau một góc 60° .



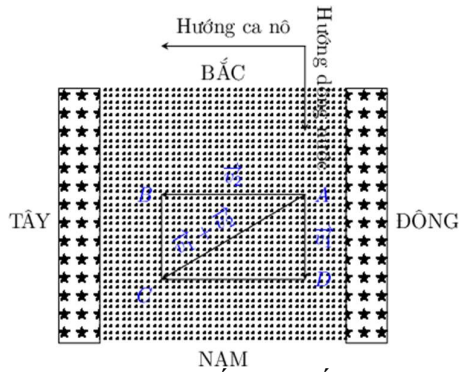
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau :

- a) $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 50 \text{ N}$.
 b) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$.
 c) Vật đó phải chịu một lực tổng hợp có cường độ bằng $50\sqrt{3} \text{ N}$.
 d) Lực tổng hợp tạo với $\vec{F}_1$ một góc 60° .

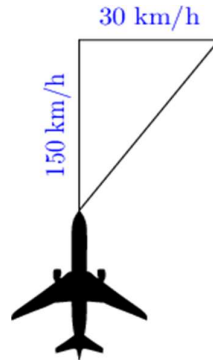
PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tính độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$.

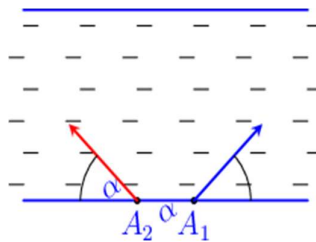
Câu 16. Một dòng sông chảy từ phía Bắc xuống phía Nam với vận tốc 10 km/h, có một chiếc ca nô chuyển động từ phía Đông sang phía Tây với vận tốc 35 km/h so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



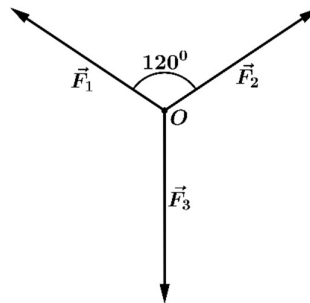
Câu 17. Một máy bay có vector vận tốc chỉ theo hướng bắc, vận tốc gió là một vector theo hướng đông như hình bên. Tính độ dài vector tổng của hai vector nói trên.



Câu 18. Hai con tàu cùng xuất phát từ bờ bên này để sang bờ bên kia của dòng sông với vận tốc không đổi và có độ lớn bằng nhau. Hai tàu luôn được giữ lái sao cho chúng tạo với bờ cùng một góc nhọn nhưng một tàu hướng xuống hạ lưu, một tàu hướng lên thượng nguồn (hình bên). Vận tốc dòng nước là đáng kể, các yếu tố bên ngoài khác không ảnh hưởng đến vận tốc của các tàu. Hỏi tàu nào sang bờ bên kia trước?



Câu 19. Trên hình biểu diễn ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật ở vị trí cân bằng O . Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 100 N và góc tạo bởi $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ bằng 120° . Tính cường độ lực $\vec{F}_3$.



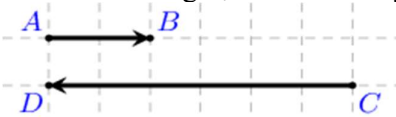
Câu 20. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , I là điểm trên GC sao cho $IC = 3IG$. Với mọi điểm M ta luôn có $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = x\vec{MI}$. Tính $3x + 2024$.

Câu 21. Cho tam giác đều ABC có tâm O . Gọi I là một điểm tùy ý bên trong tam giác ABC . Hạ ID, IE, IF tương ứng vuông góc với BC, CA, AB . Giả sử $\vec{ID} + \vec{IE} + \vec{IF} = \frac{a}{b}\vec{IO}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a + b$.

BÀI 9: TÍCH CỦA MỘT SỐ VỚI MỘT VECTO

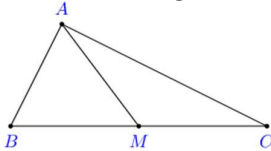
PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Cho hai véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ trong hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AB}$. B. $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$. C. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{CD} = -3\overrightarrow{AB}$.

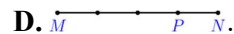
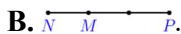
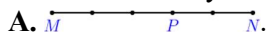
Câu 2. Cho tam giác ABC có đường trung tuyến AM , khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BM}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. C. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. D.

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}).$$

Câu 3. Trên đường thẳng MN lấy điểm P sao cho $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$. Điểm P được xác định đúng theo hình vẽ nào sau đây.



Câu 4. Cho hai điểm phân biệt A và B . Biết điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = \vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm đoạn thẳng AB .
 B. A là trung điểm đoạn thẳng BM .
 C. M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AB = 2AM$.
 D. M nằm ngoài đoạn thẳng AB sao cho $AM = 2AB$.

Câu 5. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3, AD = 4$. Giá trị của $|\overrightarrow{AC}|$ bằng

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 6. Cho tam giác đều ABC với đường cao AH . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. B. $|\overrightarrow{AH}| = \frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{HC}|$. C. $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HC}$. D. $|\overrightarrow{AC}| = 2|\overrightarrow{HC}|$.

Câu 7. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng

- A. $a\sqrt{5}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 8. Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MB = 4MC$. Khi đó

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AM} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{5}\overrightarrow{AC}$. D.

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}.$$

Câu 9. Gọi AN, CM là các trung tuyến của tam giác ABC . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$. B. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}$. C. $\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{4}{3}\overrightarrow{CM}$. D.

$$\overrightarrow{AB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AN} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM}.$$

Câu 10. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BO}$. B. $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO}$. C. $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CO}$. D. $\overrightarrow{DB} = 2\overrightarrow{OB}$.

Câu 11. Cho tam giác ABC . Nếu điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì ta có

- A. $ABMC$ là hình bình hành. B. $ABCM$ là hình bình hành.
 C. M là trung điểm BC . D. M là trung điểm AB .

Câu 12. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai cạnh $AB = a, BC = 2a$. Khi đó $|\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}|$ bằng

A. $a\sqrt{17}$.

B. $5a$.

C. $3a$.

D. $2\sqrt{2}a$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Gọi G là trung điểm MN . Gọi O là điểm bất kì. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau :

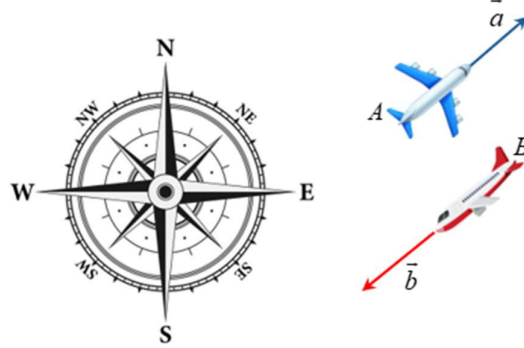
a) $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MN}$.

b) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{MN}$.

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{MN}$.

d) $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.

Câu 14. Máy bay A đang bay về hướng đông bắc với tốc độ 600 km/h. Cùng lúc đó, máy bay B đang bay về hướng tây nam với tốc độ 800 km/h (như hình vẽ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Vector vận tốc $\vec{b}$ của máy bay B ngược hướng với vector vận tốc $\vec{a}$ của máy bay A.

b) $|\vec{a}| = 800$ (km/h); $|\vec{b}| = 600$ (km/h)

c) $\vec{b} = \frac{-4}{3}\vec{a}$.

d) $\vec{a} = \frac{4}{3}\vec{b}$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

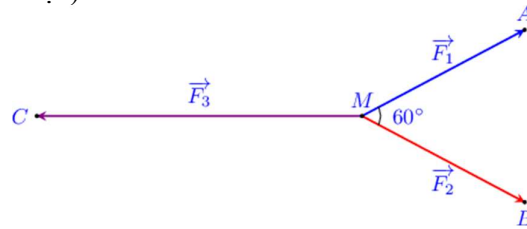
Câu 15. Cho đoạn thẳng $MN = 8$ cm. Xác định điểm P thỏa mãn $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{MN}$.

Câu 16. Cho tam giác ABC . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC, AI . Tìm điểm M thỏa mãn điều kiện $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BI} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Câu 17. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\overrightarrow{MN} = a \cdot \overrightarrow{AB} + b \cdot \overrightarrow{AD}$. Tính $a + b$.

Câu 18. Cho ba lực $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$, $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$, $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$ cùng tác động vào một vật tại điểm M và vật đứng yên.

Cho biết cường độ của $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ đều bằng 25 N và góc $\widehat{AMB} = 60^\circ$. Tính cường độ lực của $\vec{F}_3$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

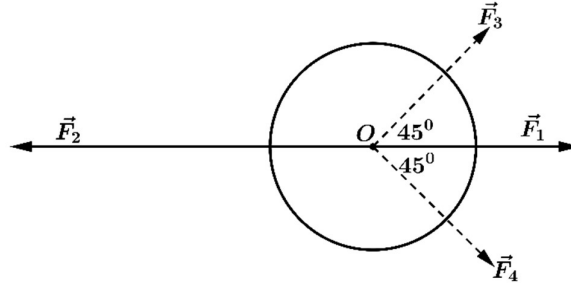


Câu 19. Cho tam giác ABC . Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AC}$.

a) Hãy dựng các điểm M, N thỏa mãn: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{BC}$.

b) Hãy phân tích $\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AN}, \overrightarrow{MN}$ qua các véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- Câu 20.** Một người đi xe đạp từ Bắc về hướng Nam với vận tốc 20 km/h được biểu thị bởi vector $\vec{v}_1$, một người khác đi xe máy từ hướng Nam đến hướng Bắc với vận tốc 80 km/h được biểu thị bởi vector $\vec{v}_2$. Giả sử $\vec{v}_2 = k\vec{v}_1$, $k \in \mathbb{R}$. Tìm giá trị của k ?
- Câu 21.** Một vật đang ở vị trí O chịu hai lực tác dụng ngược chiều nhau là $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trong đó độ lớn lực $\vec{F}_2$ lớn gấp đôi độ lớn lực $\vec{F}_1$. Người ta muốn vật dừng lại nên cần tác dụng vào vật hai lực $\vec{F}_3, \vec{F}_4$ có phương hợp với lực $\vec{F}_1$ các góc 45° như hình vẽ, chúng có độ lớn bằng nhau và bằng 20 N. Tìm độ lớn của lực $\vec{F}_2$ (kết quả làm tròn đến một chữ số sau dấu phẩy).



BÀI 10: VECTO TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN.

- Câu 1.** Vector $\vec{a} = (-4; 2)$ được phân tích theo hai vector đơn vị như thế nào?
- A. $\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j}$. B. $\vec{a} = -4\vec{j} + 2\vec{i}$. C. $\vec{a} = -4\vec{j}$. D. $\vec{a} = -4\vec{i}$.
- Câu 2.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là
- A. $\overrightarrow{AB} = (y_A - x_A; y_B - x_B)$. B. $\overrightarrow{AB} = (x_A + x_B; y_A + y_B)$.
C. $\overrightarrow{AB} = (x_A - x_B; y_A - y_B)$. D. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.
- Câu 3.** Cho $\vec{u} = (m^2 + 3; 2m)$, $\vec{v} = (5m - 3; m^2)$. Vector $\vec{u} = \vec{v}$ khi và chỉ khi
- A. $m = 2$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 3$
- Câu 4.** Trong các cặp vector sau, cặp vector nào không cùng phương?
- A. $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (6; 9)$ B. $\vec{u} = (0; 5), \vec{v} = (0; -1)$
C. $\vec{m} = (-2; 1), \vec{n} = (1; 2)$ D. $\vec{c} = (3; 4), \vec{d} = (-6; -8)$
- Câu 5.** Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 2)$ đối nhau. B. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; -1)$ đối nhau.
C. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; 1)$ đối nhau. D. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1)$ đối nhau.
- Câu 6.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -5)$ và $B(4; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
- A. $I(1; 3)$. B. $I(-1; -3)$. C. $I(3; 2)$. D. $I(3; -2)$.
- Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\triangle MNP$ có $M(1; -1); N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy . Trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là:
- A. $P(0; 4)$ B. $P(2; 0)$ C. $P(2; 4)$ D. $P(0; 2)$
- Câu 8.** Cho $M(2; 0), N(2; 2), P(-1; 3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của $\triangle ABC$. Tọa độ B là:
- A. $(1; 1)$. B. $(-1; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; -1)$.
- Câu 9.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2; 0), B(5; -4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8;-5)$. B. $D(8;5)$. C. $D(-8;5)$. D. $D(8;-5)$.

Câu 10. Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho hai véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$ là

- A. $\vec{u} = (9;-5)$. B. $\vec{u} = (-1;5)$. C. $\vec{u} = (7;-7)$. D. $\vec{u} = (9;-11)$.

Câu 11. Cho $A(0;3), B(4;2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là:

- A. $(-3;3)$. B. $(8;-2)$. C. $(-8;2)$. D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 12. Trong hệ tọa độ Oxy , cho 4 điểm $A(0;1); B(1;3); C(2;7); D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .

- A. $\left(-\frac{2}{3}; 3\right)$ B. $\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ C. $\left(\frac{4}{3}; 13\right)$ D. $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$, $\vec{b} = -\vec{j} + \vec{i}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) $\vec{a} = (3;2), \vec{b} = (-1;1)$.
b) $\vec{a} + \vec{b} = (4;1)$.
c) $4\vec{a} - 5\vec{b} = (7;13)$.
d) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(7;-3), B(8;4), C(1;5), D(0;-2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

- a) $\overrightarrow{AB} = (1;7), \overrightarrow{AC} = (-6;8)$.
b) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
c) Điểm $M(8;4)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng BC .
d) Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình vuông.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho $A(1;2), B(7;-1), C(-2;3)$. Gọi M là điểm thuộc đoạn AB sao cho $3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$.

- a) Tìm tọa độ điểm M .
b) Tìm tọa độ điểm N thỏa $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AM}$. Điểm M có là trung điểm của đoạn BN hay không?

Câu 16. Cho $A(1;-2), B(0;4), C(3;2)$, Tìm tọa độ điểm N thỏa $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} = 4\overrightarrow{CN}$

Câu 17. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (1;1)$, $\vec{b} = (-1;2)$, $\vec{c} = (1;3)$. Biểu diễn $\vec{b} = 2m\vec{a} - n\vec{c}$, $(m; n \in \mathbb{R})$, tìm m, n .

Câu 18. Cho hai điểm $A(3;-3), B(1;0)$. Tìm tọa độ điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số $k = -3$.

Câu 19. Cho $A(1;2), B(5;4), C(-2;6)$, với G trọng tâm của $\triangle ABC$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AG}$

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba điểm $A(-2;-1), B(1;3), C(2;-3)$.

- a) Chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
b) Tìm tọa độ trung điểm I của AB .
c) Tìm tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$.
d) Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho $BM + CM$ nhỏ nhất.

Câu 21. Cho $\triangle ABC$ có $A(4;1), B(2;4), C(2;-2)$.

- a) Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
b) Tìm tọa độ điểm E để điểm A là trọng tâm $\triangle BCE$.
c) Tìm tọa độ trực tâm H của $\triangle ABC$.
d) Tìm tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.
e) Tìm tọa độ điểm K là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

BÀI 11: TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN.

Câu 1. Cho hai vectơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ khác $\vec{0}$. Chọn đẳng thức đúng.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}|$.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $AB = 8$, $AC = 11$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

- A. 88. B. 44. C. 20. D. -20.

Câu 3. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{12}$. D. $\sqrt{14}$.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông ở A và góc $\hat{B} = 30^\circ$. Tính giá trị của $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) + \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$.

- A. $\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2+\sqrt{5}}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{5}$. D. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

Câu 5. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{13}$. C. $\sqrt{12}$. D. $\sqrt{14}$.

Câu 6. Cho tam giác ABC đều cạnh a . Gọi D là điểm đối xứng của A qua BC , M là một điểm bất kỳ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$. B. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a^2$.
C. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + a^2$. D. $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = AM^2 - \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$.

Câu 7. Cho $\vec{m}$ và $\vec{n}$ là hai vectơ có độ dài lần lượt là 9 và 6 và có tích vô hướng là -27. Góc giữa hai vectơ này là

- A. 120° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 8. Chọn kết quả đúng $(\vec{a} - \vec{b})^2$ bằng

- A. $a^2 + b^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} \cos(\vec{a}, \vec{b})$. B. $a^2 - b^2$. C. $a^2 - b^2$. D. $a^2 + b^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Câu 9. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ vuông góc với nhau. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2023$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 10. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$.

- A. 100. B. 10. C. 0. D. -100.

Câu 11. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D ; $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ bằng

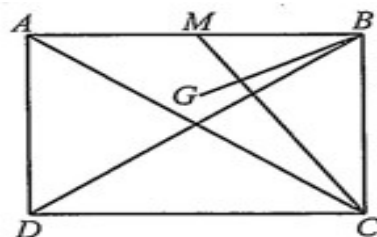
- A. $-a^2$. B. 0. C. $\frac{3a^2}{2}$. D. $-\frac{a^2}{2}$.

Câu 12. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A với $AB = a$; $BC = 2a$. Tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng

- A. $-3a^2$. B. $-a^2$. C. a^2 . D. $3a^2$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Cho hình chữ nhật $ABCD$, $AB = 4a$, $AD = 3a$. Gọi M là trung điểm của AB , G là trọng tâm tam giác ACM



a) $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} - 3\overrightarrow{BC}$

$$b) \overrightarrow{BG} = \frac{3}{2} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}.$$

$$c) \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$$

$$d) \overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{CM} = -a^2.$$

Câu 14. Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , có cạnh a . Biết M là trung điểm của AB , G là trọng tâm tam giác ADM . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

$$a) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA} = a^2$$

$$b) \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{3}$$

$$c) \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$$

$$d) (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{BC}) = a^2$$

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có độ dài cạnh $AB = 2$. Tính giá trị biểu thức $|\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}|$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 16. Cho $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng 3. Điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 15$, khi đó tập hợp điểm M thuộc đường tròn có bán kính bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 17. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$ trong mỗi trường hợp sau

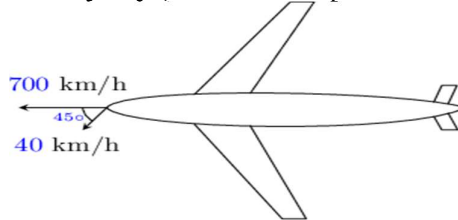
$$a) |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, (\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ;$$

$$b) |\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 6, (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ;$$

$$c) |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng hướng};$$

$$d) |\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3, \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ ngược hướng}.$$

Câu 18. Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm theo đơn vị km/h).



Câu 19. Cho tam giác ABC có $AB = 2$, $AC = 3$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC

$$a) \text{Điểm } D \text{ thỏa mãn } \overrightarrow{AD} = \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}.$$

$$b) \text{Tính } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}.$$

$$c) \text{Biểu diễn } \overrightarrow{AM}, \overrightarrow{BD} \text{ theo } \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}.$$

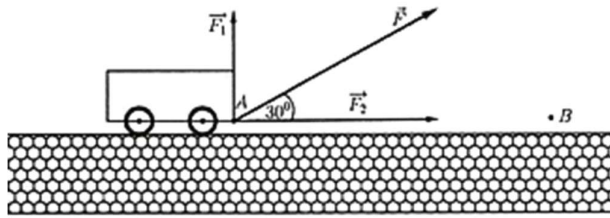
$$d) \text{Chứng minh } AM \perp BD.$$

Câu 20. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. M là trung điểm của BC , D là chân đường phân giác trong góc A .

$$a) \text{Tính } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \text{ từ đó suy ra } \cos A.$$

$$b) \text{Tính } \overrightarrow{AM}^2 \text{ và } \overrightarrow{AD}^2$$

Câu 21. Một chiếc xe được kéo bởi một lực $\vec{F}$ có độ lớn 50 N, di chuyển theo quãng đường từ A đến B có chiều dài 200 m. Cho biết góc hợp bởi lực $\vec{F}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng 30° và lực $\vec{F}$ được phân tích thành hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$. Gọi $m; n; k$ lần lượt là các công sinh ra bởi các lực $\vec{F}, \vec{F}_1, \vec{F}_2$. Khi đó tính $S = m - n - k$.



CHƯƠNG V: CÁC SỐ LIỆU ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM

BÀI 12: SỐ GẦN ĐÚNG. SAI SỐ

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

- Câu 1.** Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47. Sai số tuyệt đối của số 0,47 gần nhất với giá trị nào?
- A. 0,001. B. 0,002. C. 0,003. D. 0,004.
- Câu 2.** Kết quả đo chiều dài của một cây cầu được ghi là $152m \pm 0,2m$, điều đó có nghĩa là gì?
- A. Chiều dài đúng của cây cầu là 151,8 m hoặc là 152,2 m.
 B. Chiều dài đúng của cây cầu là một số nhỏ hơn 152 m.
 C. Chiều dài đúng của cây cầu là một số lớn hơn 152 m.
 D. Chiều dài đúng của cây cầu là một số nằm trong khoảng từ 151,8m đến 152,2m.
- Câu 3.** Cho giá trị gần đúng của $\frac{23}{7}$ là 3,28. Sai số tuyệt đối của số 3,28 là
- A. 0,04. B. $\frac{0,04}{7}$. C. 0,06. D. 0,07.
- Câu 4.** Khi điều tra về số dân của tỉnh A, người ta thu được kết quả là $\bar{a} = 1.234.872 \pm 30$. Tìm số quy tròn của a .
- A. 1.234.900. B. 1.234.880. C. 1.234.870. D. 1.234.800.
- Câu 5.** Các nhà khoa học Mỹ đang nghiên cứu liệu một máy bay có thể có tốc độ gấp bảy lần tốc độ ánh sáng. Với máy bay đó trong một năm (giả sử một năm có 365 ngày) nó bay được bao nhiêu? Biết vận tốc ánh sáng là 300 nghìn km/s. Viết kết quả dưới dạng kí hiệu khoa học.
- A. $9,5 \cdot 10^9$. B. $9,4608 \cdot 10^9$. C. $9,461 \cdot 10^9$. D. $9,46080 \cdot 10^9$
- Câu 6.** Viết giá trị gần đúng của $\sqrt{10}$ đến hàng phần trăm (dùng MTBT):
- A. 3,16. B. 3,17. C. 3,10. D. 3,162.
- Câu 7.** Dùng máy tính cầm tay để viết quy tròn số gần đúng $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ đến hàng phần trăm là
- A. 3,65. B. 3,6503. C. 3,6. D. 3,66.
- Câu 8.** Số $\bar{a}$ được cho bởi số gần đúng $a = 5,7824$ với sai số tương đối không vượt quá 0,5%. Hãy đánh giá sai số tuyệt đối của $\bar{a}$.
- A. 2,9% B. 2,89% C. 2,5% D. 0,5%
- Câu 9.** Viết giá trị gần đúng của số π^2 , chính xác đến hàng phần trăm và hàng phần nghìn.
- A. 9,9, 9,87 B. 9,87, 9,870 C. 9,87, 9,87 D. 9,870, 9,87.
- Câu 10.** Hãy viết số quy tròn của số a với độ chính xác d được cho sau đây $\bar{a} = 15,318 \pm 0,056$.
- A. 15 B. 15,5 C. 15,3 D. 16.
- Câu 11.** Viết dạng chuẩn của số gần đúng a biết số người dân tỉnh Lâm Đồng là $a = 3214056$ người với độ chính xác $d = 100$ người.
- A. $3214 \cdot 10^3$. B. 3214000. C. $3 \cdot 10^6$. D. $32 \cdot 10^5$.
- Câu 12.** Độ dài các cạnh của đám vườn hình chữ nhật là $x = 7,8m \pm 2cm$ và $y = 25,6m \pm 4cm$. Cách viết chuẩn của diện tích là
- A. $200m^2 \pm 0,9m^2$. B. $199m^2 \pm 0,8m^2$. C. $199m^2 \pm 1m^2$. D. $200m^2 \pm 1cm^2$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Một công ty sử dụng dây chuyền A để đóng vào bao với khối lượng mong muốn là 5 kg . Trên bao bì ghi thông tin khối lượng là $5 \pm 0,2\text{ kg}$. Gọi $\bar{a}$ là khối lượng thực của một bao gạo do dây chuyền A đóng gói. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) Số đúng là: $a = 0,2$.
- b) Số gần đúng là: $\bar{a} = 5,2$.
- c) Độ chính xác là: $d = 0,2$.
- d) Giá trị của $\bar{a}$ nằm trong đoạn $[4,8; 5,2]$.

Câu 14. Kết quả đo chiều dài của một thửa đất là $75,4\text{ m} \pm 0,5\text{ m}$ và đo chiều dài của một cây cầu là $466,2\text{ m} \pm 0,5\text{ m}$. Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) Đối với phép đo thửa đất, có sai số tương đối: $\frac{d}{|a|} = \frac{0,5}{75,4} = \frac{5}{754}$.
- b) Đối với phép đo thửa đất, có sai số tương đối không vượt quá $0,663\%$.
- c) Đối với phép đo chiều dài cây cầu, có sai số tương đối lớn hơn $\frac{5}{4662} \approx 0,107\%$.
- d) Phép đo cây cầu có độ chính xác cao hơn phép đo chiều dài của một thửa đất.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Quy tròn số $\bar{b} = 154925$ đến hàng nghìn ta được kết quả dạng $1\overline{ab}000$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $P = a.b$.

Câu 16. Một phép đo đường kính nhân tế bào cho kết quả là $5 \pm 0,3\mu\text{m}$. Đường kính thực của nhân tế bào thuộc đoạn có độ dài bao nhiêu?

Câu 17. Biết $1,4142 < \sqrt{2} < 1,4143$. Độ chính xác của kết quả đó có kết quả $0,000\overline{ab}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Tính $S = a + b$.

Câu 18. Các nhà toán học cổ đại Trung Quốc đã dùng phân số $\frac{22}{7}$ để xấp xỉ số π . Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng này có dạng $0,00\overline{ab}$ với $a; b$ là các số tự nhiên. Biết $3,1415 < \pi < 3,1416$. Tính $S = a + b$.

Câu 19. Bạn Lan tính diện tích hình tròn bán kính $r = 3\text{ cm}$ bằng công thức $S = 3,14 \cdot 3^2 = 28,26\text{ cm}^2$. Biết rằng $3,1 < \pi < 3,2$, khi đó sai số tương đối của S không vượt quá bao nhiêu %?

Câu 20. Cho số gần đúng $a = 2362$ với độ chính xác $d = 100$. Ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó đạt bao nhiêu %?

Câu 21. Hình chữ nhật có độ dài các cạnh $x = 2\text{ m} \pm 1\text{ cm}$, $y = 6\text{ m} \pm 2\text{ cm}$. Tìm số tuyệt đối của diện tích.

BÀI 13: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Số nhân khẩu trong các hộ gia đình ở một xóm được thống kê ở bảng sau:

Số nhân khẩu	1	2	3	4	5	6
Số hộ gia đình	1	4	7	11	5	2

Số trung bình của mẫu số liệu trên là

- A. 3,5. B. 2. C. . D. 5.

Câu 2. Giá của một số loại túi xách (đơn vị nghìn đồng) được cho như sau:

350 300 650 300 450 500 300 250.

Tìm số trung vị của mẫu số liệu sau

- A. 325. B. 300. C. 450. D. 400.

Câu 3. Cho một mẫu số liệu gồm 9 số đã được sắp xếp tăng dần. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 4.
- B. Số trung vị là trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 6.
- C. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 5.
- D. Số trung vị trong mẫu số liệu đã cho là số thứ 9.

Câu 4. Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
112	113	113	114	115	114	116	117	114	115

Tìm một của mẫu số liệu

- A. $M_0 = 111$. B. $M_0 = 113$. C. $M_0 = 114$. D. $M_0 = 117$.

Câu 5. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Tìm một của mẫu số liệu

- A. 5. B. 6. C. 8. D. 7.

Câu 6. Cho mẫu số liệu sau:

152	154	156	158	160
-----	-----	-----	-----	-----

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. 153. B. 6. C. 3. D. 159.

Câu 7. Cho mẫu số liệu sau:

156	158	160	162	164
-----	-----	-----	-----	-----

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là:

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 8. Phương sai của mẫu số liệu $\{x_1; x_2; \dots; x_N\}$ bằng:

- A. Hai lần độ lệch chuẩn. B. Căn bậc hai của độ lệch chuẩn.
C. Bình phương của độ lệch chuẩn. D. $S^2 = (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2$.

Câu 9. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Các số đo độ phân tán có thể nhỏ hơn 0
B. Khoảng tứ phân vị có sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất
C. Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.
D. Nếu các giá trị của mẫu càng tập trung quanh giá trị trung bình thì độ lệch chuẩn càng lớn

Câu 10. Điểm trung bình các môn học của hai bạn An và Bình trong năm học qua được cho trong bảng sau.

	Toán	Lý	Hóa	Sinh	Văn	Sử	Địa	T.Anh
An	8,0	6,5	8,8	8,3	8,0	8,0	7,2	9,0
Bình	8,5	9,0	7,5	8,0	6,5	8,5	7,5	7,0

Bạn nào học “lệch” hơn?

- A. An. B. Bình. C. Mức độ học “lệch” của hai bạn là như nhau D. Không đủ cơ sở để kết luận.

Câu 11. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau: 12 3 6 15 27 33 31 18 29 54 1 8

- A. $Q_1 = 7, Q_2 = 17,5, Q_3 = 30$. B. $Q_1 = 7, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30$.
C. $Q_1 = 7, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30,5$. D. $Q_1 = 7,5, Q_2 = 16,5, Q_3 = 30$.

Câu 12. Để khảo sát kết quả thi tuyển sinh môn Toán trong kì thi tuyển sinh đại học năm vừa qua của trường A, người điều tra chọn một mẫu gồm 100 học sinh tham gia kì thi tuyển sinh đó. Điểm môn Toán (thang điểm 10) của các học sinh này được cho ở bảng phân bố tần số sau đây:

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$N = 100$

Tìm một?

- A. 5. B. 6. C. 8. D. 7.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Bảng số liệu sau cho biết mức lương hàng năm của các cán bộ và nhân viên trong một công ty (đơn vị: nghìn đồng).

20910	76000	20350	20060
21410	20110	21410	21360
20350	21130	20960	125000

Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

- a) Mức lương trung bình các cán bộ nhân viên là: $\bar{x} = 34087,5$ nghìn đồng.
- b) Mức lương lớn nhất là 76000
- c) Số trung vị là: 21045 nghìn đồng.
- d) Có thể lấy mức lương bình quân làm giá trị đại diện.

Câu 14. Cho mẫu số liệu khi cho bảng tần số tương đối dưới đây:

Giá trị x_i	61	62	63	64	65
Tần số tương đối f_i	0,12	0,24	0,48	0,06	0,10

Biết kích thước mẫu là 100. Xét tính đúng/sai của các khẳng định sau:

- a) Số trung bình $\bar{x} = 62,78$.
- b) Trung vị $M_e = 62$.
- c) Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 62$.
- d) Một $M_o = 63$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho mẫu số liệu sau: 4;5;6;7;8;4;9;4;3. Tìm số trung bình, trung vị, một, tứ phân vị của mẫu số liệu.

Câu 16. Một nhóm 11 học sinh tham gia một kì thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao theo thang điểm 100 như sau: 0;0;63; 65;69;70;72;78;81;85;89. Tìm điểm số trung bình của nhóm 11 học sinh này? *Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.*

Câu 17. Trong 7 tháng đầu năm, số sản phẩm sản xuất mỗi tháng của công ty X đều tăng trưởng khoảng 5% so với tháng trước đó. Biết rằng, trong bảng dưới đây, số sản phẩm sản xuất của một tháng bị nhập sai. Vậy tháng đó là tháng mấy?

Tháng	1	2	3	4	5	6	7
Số sản phẩm sản xuất	500	525	551	569	606	636	668

Câu 18. Trong 6 tháng đầu năm, số sản phẩm bán ra mỗi tháng của một cửa hàng đều tăng khoảng 25% so với tháng trước đó. Biết rằng, trong bảng dưới đây, số sản phẩm bán ra của một tháng bị nhập sai. Vậy tháng đó là tháng mấy?

Tháng	1	2	3	4	5	6
Số sản phẩm bán ra	145	180	225	279	390	435

Câu 19. Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li 100m của các bạn trong lớp (đơn vị giây):

Thời gian	12	13	14	15	16	17
Số bạn	5	6	10	6	7	8

Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li 100m của các bạn trong lớp. *Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.*

Câu 20. Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, $1mg = 0,001g$) trong 100g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0	340	70	140	200	180	210	150	100	130
140	180	190	160	290	50	220	180	200	210

Hãy tính tổng các tứ phân vị?

Câu 21. Trong giờ học Toán lớp 7, giáo viên giao nhiệm vụ cho mỗi nhóm đo các góc của một tam giác. Kết quả được ghi lại trong bảng sau:

Nhóm	Nhóm 1	Nhóm 2	Nhóm 3	Nhóm 4
Góc thứ nhất	35°	61°	33°	100°
Góc thứ hai	77°	74°	102°	37°
Góc thứ ba	68°	45°	47°	43°

Trong bảng trên có nhóm ghi kết quả sai. Vậy nhóm đó là nhóm mấy?

BÀI 14: CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN

Câu 1. Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là:

4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 20. B. 22. C. 24. D. 26.

Câu 2. Mẫu số liệu cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn học sinh trong tổ

164 159 170 166 163 168 170 158 162

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu là:

- A. $R = 10$. B. $R = 11$. C. $R = 12$ D. $R = 9$.

Câu 3. Nhiệt độ của thành phố Thanh Hóa ghi nhận trong 10 ngày qua lần lượt là:

24 21 30 34 28 35 33 36 25 27

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng:

- A. $\Delta_Q = 12$. B. $\Delta_Q = 11$. C. $\Delta_Q = 13$ D. $\Delta_Q = 9$.

Câu 4. Nhiệt độ cao nhất của Hà Nội trong 7 ngày liên tiếp trong tháng tám được ghi lại là:

34; 34; 36; 35; 33; 31; 30 (Độ C).

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thuộc khoảng nào

- A. $(1; 2)$. B. $(3; 4)$. C. $\left[2; \frac{7}{2}\right]$. D. $\left(0; \frac{3}{4}\right)$.

Câu 5. Trên hai con đường A và B, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ (km/h) của 24 xe ô tô trên mỗi con đường như sau:

* Con đường A:

60	88	65	90	70	85	68	72	62	63	75	80
75	76	83	85	82	84	69	70	73	75	85	60

* Con đường B:

76	83	65	90	74	65	63	75	67	73	65	83
75	76	76	56	80	86	65	71	72	76	84	66

Cho 3 mệnh đề sau:

(i) Độ lệch chuẩn của đường A là 8,9535

(ii) Độ lệch chuẩn của đường B là 8,1747

(iii) Xe chạy trên con đường A an toàn hơn xe chạy trên đường B.

Số mệnh đề đúng là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 6. Kiểm tra khối lượng của một số quả măng cụt của một lô hàng được kết quả như sau (đơn vị: gam).

Hãy tìm phương sai và độ lệch chuẩn của khối lượng măng cụt.

85	82	84	83	80	82	84	85	80	81	80	82	85	85
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

A. Phương sai: 3,63; độ lệch chuẩn: 1,91.

B. Phương sai: 5,02; độ lệch chuẩn: 2,24.

C. Phương sai: 5,45; độ lệch chuẩn: 2,33.

D. Phương sai: 6,40; độ lệch chuẩn: 2,53.

Câu 7. Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 64 và tứ phân vị thứ ba là 90. Giá trị nào sau đây bất thường?

- A. 25. B. 130. C. 27. D. 125.

Câu 8. Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong mười ngày

0 15 15 16 19 7 13 12 10 26

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

- A. 15. B. 26. C. 0. D. 0 và 26.

Câu 9. Chiều cao (đơn vị cm) của 9 em học sinh Tổ 2 lớp 10A được cho bởi mẫu số liệu sau:

185 140 155 142 156 158 143 157 150

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

- A. 140. B. 185. C. 155. D. 140 và 185.

Câu 10. Điểm kiểm tra học kỳ các môn của một học sinh lớp 10A được cho bởi mẫu số liệu sau:

7 5 7 7 6 3 9 1,5 6 6 10 6

Tìm tất cả các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp.

- A. 1,5. B. 10. C. 1,5 và 10. D. 1,5; 3 và 10.

Câu 11. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của một số học sinh lớp 10 trường THPT A (đơn vị kg):

43 50 43 48 45 45 38 48 35 50 43 45 48

Giá trị bất thường của mẫu số liệu trên là

- A. 35. B. 45. C. 50. D. Không có.

Câu 12. Một mẫu số liệu không có giá trị nào bất thường, có tứ phân vị thứ nhất là 25 và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu là 10. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $Q_3 \geq 35$. B. $Q_3 \leq 35$. C. $Q_3 \leq 30$. D. $Q_3 \geq 30$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 13. Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị: kg)

2,977	3,155	3,920	3,412	4,236
2,593	3,270	3,813	4,042	3,5

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) Số trung bình của mẫu số liệu là 4. b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 1,643.
c) Số trung vị của mẫu số liệu là 3,8. d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $s \approx 0,49$.

Câu 14. Điểm một bài kiểm tra môn Toán của một nhóm học sinh cho ở bảng số liệu sau

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	5	6	8	3	1

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

- a) Trung vị của bảng số liệu là 6. b) Khoảng biến thiên của bảng số liệu là $R = 5$.
c) Độ lệch chuẩn nhỏ hơn 1 điểm. d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = 2$.

PHẦN 3. TỰ LUẬN

Câu 15. Cho bảng số liệu điểm kiểm tra môn Toán cuối học kỳ 2 của 40 học sinh lớp 10C như sau (thang điểm là 10)

Điểm	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	5	12	8	9	4	2	40

Phương sai S_x^2 của mẫu số liệu đã cho.

Câu 16. Cho bảng số liệu điểm kiểm tra cuối học kỳ 2 môn Hóa của 40 học sinh lớp 10A như sau: (thang điểm là 10)

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	1	1	2	7	12	14	2	1	40

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

Câu 17. Hãy tìm giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu: 38 38 24 47 43 70 22 48 48 37

Câu 18. Hàm lượng Natri (đơn vị mg) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau:

0 340 70 140 200 180 210 150 100 130

140 180 190 160 290 50 220 180 200 210.

Có bao nhiêu giá trị bất thường trong mẫu số liệu trên bằng cách sử dụng biểu đồ hộp?

Câu 19. Có bao nhiêu giá trị bất thường trong mẫu số liệu sau:

5 6 19 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 48 49

Câu 20. Người ta tiến hành phỏng vấn một số người về chất lượng của một loại sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu cho điểm sản phẩm (thang điểm 100) và thu được kết quả như sau:

80 65 51 48 45 61 30 35 84 83 60 58 75

72 68 39 41 54 61 72 75 72 61 58 65

Tìm độ lệch chuẩn (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 21. Kết quả điểm kiểm tra học kì môn Ngữ văn của các em học sinh tổ 1 và tổ 2 lớp 10D một trường Trung học phổ thông được cho như sau:

Điểm Ngữ văn tổ 1: 7 8 7,5 7 6 6,5 8 7.

Điểm Ngữ văn tổ 2: 6 7 8 6,5 8,5 7,7 8 8,5.

Từ bảng số liệu trên cho biết tổ nào học Ngữ văn đồng đều hơn.