HỘI CÁC TRƯỜNG THPT CHUYÊN
KHU VỰC DH&ĐB BẮC BỘ

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
LẦN THỨ XVII, NĂM 2026
ĐỀ THI MÔN TOÁN - LỚP 11
Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)
Ngày thi: 23/04/2026
(Đề thi gồm 1 trang)

Câu 1. *(5 điểm)*
a) Tồn tại hay không một song ánh $f:\mathbb{Z}\to\mathbb{Z}$ thỏa mãn $f(2f(n))=2n+3,\forall n\in\mathbb{Z}$?
b) Tồn tại hay không một song ánh $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}$ thỏa mãn $f(2f(n))=2n+3,\forall n\in\mathbb{N}$?

Câu 2. *(5 điểm)* Giả sử phân số $\frac{1}{2027}$ được viết dưới dạng số thập phân vô hạn tuần hoàn có chu kỳ cơ sở gồm k chữ số $\left(k\in\mathbb{N}^*\right)$ như sau:

$$\frac{1}{2027}=0,\left(\overline{a_1a_2\ldots a_k}\right).$$

Chứng minh rằng: Trong các chữ số $a_1,a_2,\ldots,a_k$, tồn tại một chữ số xuất hiện không quá
a) 101 lần. b) 100 lần.

Câu 3. *(5 điểm)* Cho tam giác nhọn ABC có đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với BC tại D. Gọi $(I_1),(I_2)$ lần lượt là đường tròn nội tiếp các tam giác ABD,ACD. Một tiếp tuyến chung ngoài d khác BC của $(I_1),(I_2)$ tiếp xúc với (I_1) tại M và tiếp xúc với (I_2) tại N.
a) Gọi D' là giao điểm thứ hai của AD và (I). Chứng minh ba điểm D',B,M thẳng hàng.
b) Gọi R là giao điểm thứ hai của BM và (I_1), S là giao điểm thứ hai của CN và (I_2). Đường tròn ngoại tiếp tam giác $D'RS$ cắt BC tại hai điểm T,U. Chứng minh rằng d tiếp xúc với đường tròn nội tiếp tam giác $D'TU$.

Câu 4. *(5 điểm)* Trong một giải cờ vua, có 20 vận động viên tham gia. Mỗi vòng, các vận động viên được chia thành 10 cặp thi đấu với nhau. Hai vận động viên bất kỳ thi đấu với nhau không quá một lần. Tìm số nguyên dương k lớn nhất thỏa mãn: Sau 4 vòng đấu, bất kể cách chia cặp đấu ra sao, có thể chắc chắn chọn ra k vận động viên đôi một chưa từng thi đấu với nhau?

HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.