

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

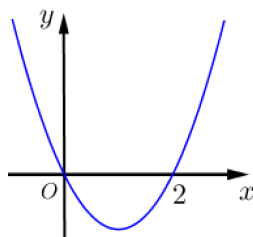
Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa trong không gian

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1; 0)$.

B. $(3; 4)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(1; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	0	3	8
$f'(x)$	+	0	–
$f(x)$	0	10	0

Hàm số đạt giá trị lớn nhất là $f(x_0)$ tại x_0 . Khi đó tích $x_0 \cdot f(x_0)$ bằng

A. 30.

B. 3.

C. 10.

D. 0.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận?

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

Câu 4. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2		-2	$+\infty$

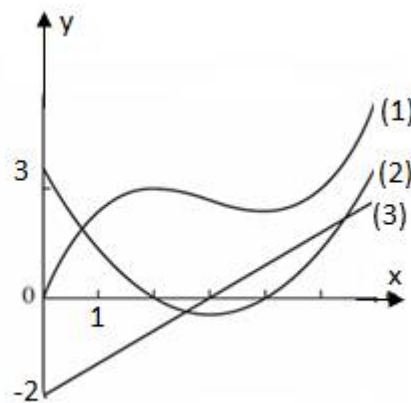
A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = \frac{x-2}{x+3}$.

D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 5. Cho 3 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ có đồ thị là 3 đường cong trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

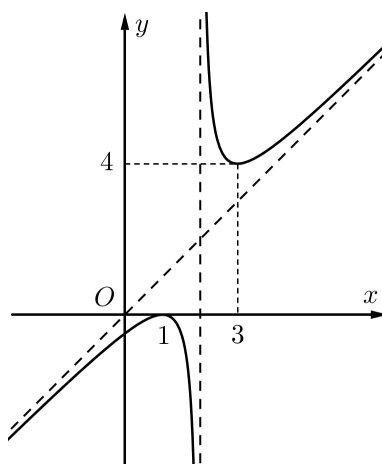
A. $g(1) > h(1) > f(1)$.

B. $h(1) > g(1) > f(1)$.

C. $h(1) > f(1) > g(1)$.

D. $f(1) > g(1) > h(1)$.

Câu 6. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

B. $y = \frac{2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$.

C. $y = \frac{-x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.

D. $y = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$.

Câu 7. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 120 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	6	12	38	46	18

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 30. B. 40. **C. 50.** D. 60.

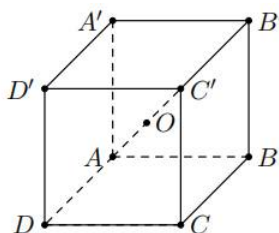
Câu 8. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20). **B. [20; 40).** C. [40; 60). D. [60; 80).

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. **B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.**
- C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -3)$. B. $(1; 0; -3)$. **C. $(1; 2; 0)$.** D. $(1; 0; 0)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-4; -2; 9)$.** B. $D(-4; 2; 9)$. C. $D(4; -2; 9)$. D. $D(4; 2; -9)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

- A. 26. B. 22. C. $\sqrt{26}$. **D. $\sqrt{22}$.**

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (C) . Giả sử A, B là hai điểm thuộc hai nhánh và AB đi qua tâm đối xứng của (C) .

a) Tâm đối xứng của (C) là điểm $I(1; -1)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

c) Có 1 tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $d: y = -2x - 1$.

d) Giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng AB bằng $3\sqrt{2}$.

Câu 2. Theo báo cáo của một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x(m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x(m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó, mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

b) $\bar{c}(x) = 0,0003x + 0,15 + \frac{3}{x}$.

c) Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100m^3$.

d) $C(x) = 0,0003x^2 + 0,15x + 5$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 5; -1)$, $B(7; x; 1)$, $C(9; 2; y)$.

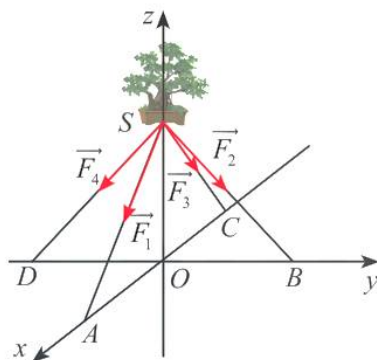
a) Ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $x + y = 5$.

b) Điểm $G\left(\frac{19}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$ là trọng tâm tam giác ABC thì $x = 1; y = 3$.

c) Tam giác ABC vuông tại A thì $x = -1, y = 13$.

d) Tích vô hướng của $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} = 3x + 2y + 41$.

Câu 4. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20; 0; 0), B(0; 20; 0), C(-20; 0; 0), D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $40N$ và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ (mỗi centimet biểu diễn $1N$).



a) $\overrightarrow{SA} = (20; 0; -20)$

b) $SB = 20$

c) $(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}) = 120^\circ$

d) Các lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có tọa độ lần lượt là:

$\overrightarrow{F_1} = (10; 0; -10), \overrightarrow{F_2} = (0; 10; -10), \overrightarrow{F_3} = (-10; 0; -10), \overrightarrow{F_4} = (0; -10; -10).$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của một nhà đầu tư được cho như sau:

Lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số tháng	2	4	8	4	2

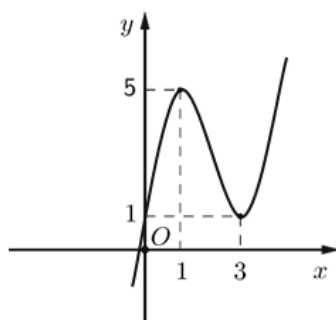
Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 2. Ngày khai giảng năm học 2025–2026. Học sinh khối 12 trường THPT Nguyễn Văn Trỗi thả chùm bóng bay gắn thông điệp “Học sinh khối 12 chiến thắng kì TNTHQG năm 2026”. Ước tính độ cao h (tính bằng km) của chùm bóng bay so với mặt đất vào thời điểm t (đơn vị giờ) được cho bởi công thức $h(t) = -t^3 + 3t^2, (0 \leq t \leq 3)$. Chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là: $a(km)$. Tìm a ?

Trả lời:

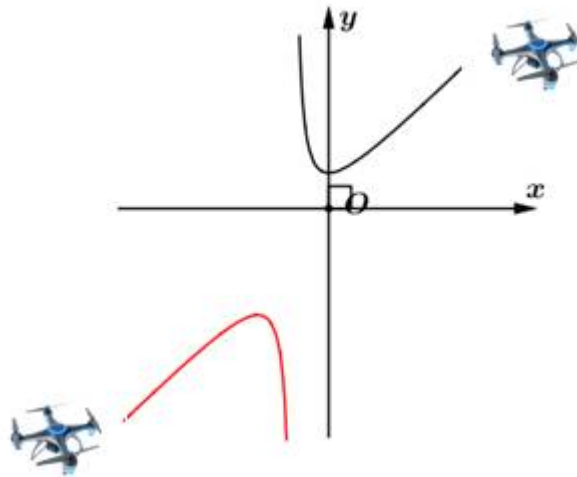
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ ở bên dưới.



Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c + d$.

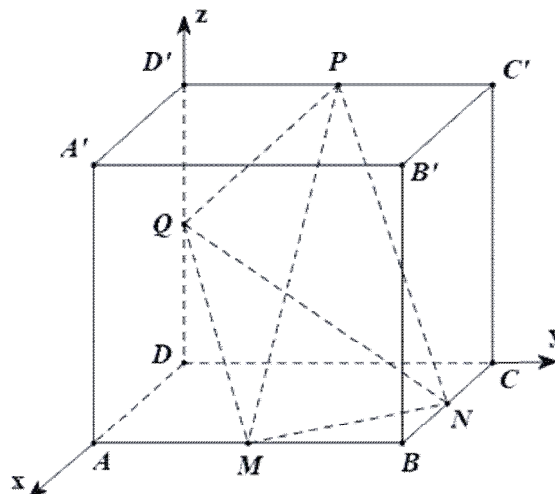
Trả lời:

Câu 4. Trong hệ trục tọa độ (Oxy), mô tả chuyển động của hai máy bay không người lái A và B (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng km). Biết quỹ đạo chuyển động của hai máy bay luôn thuộc về hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số (C): $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa của hai máy bay A và B bằng bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của kilômét).



Trả lời:

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, C'D'$ và DD' . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, tổng các vector $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}$ có tọa độ là $(m; n; p)$. Hãy tính giá trị biểu thức $T = 2m + n + 4p$.



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(-2;1;0), C(2;-3;1)$. Lấy điểm $S(a;b;c)$ sao cho biểu thức $SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T = 2a + b + 3c$

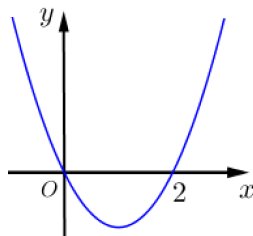
Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-1; 0)$. B. $(3; 4)$. C. $(2; 3)$. **D. $(1; 2)$.**

Lời giải

Chọn D.

Trên khoảng $(1; 2)$ ta thấy $f'(x) < 0$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	0	3	8
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	10	0

Hàm số đạt giá trị lớn nhất là $f(x_0)$ tại x_0 . Khi đó tích $x_0 \cdot f(x_0)$ bằng

- A. 30.** B. 3. C. 10. D. 0.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy, hàm số đạt giá trị lớn nhất là 10 tại $x = 3$ nên $x_0 \cdot f(x_0) = 30$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận?

- A. 3 B. 1 **C. 2** D. 0

Lời giải

Chọn C.

Ta có $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \frac{1}{4}$ nên đường thẳng $x = 2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1}{x+2} = -\infty, \text{ nên đường thẳng } x = -2 \text{ là tiệm}$$

cân đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x-2}{x^2-4} \right) = 0 \text{ nên đường thẳng } y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.}$$

Vậy có đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 4. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

Diagram illustrating the behavior of the function y as x approaches $-\infty$ and $+\infty$. The function y is plotted against x , showing a curve that starts at $-\infty$ for $x = -\infty$, increases to a local maximum of 2 at $x = -1$, decreases to a local minimum of -2 at $x = 1$, and then increases towards $+\infty$ as x approaches $+\infty$.

A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = \frac{x-2}{x+3}$.

D. $y = x^3 - 3x$.

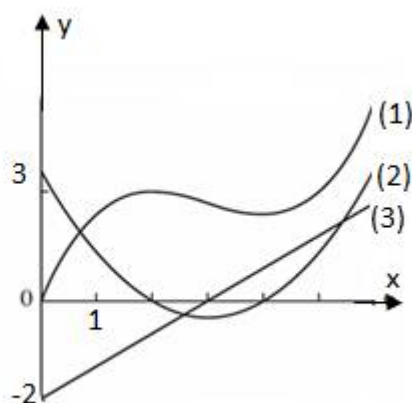
Lời giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên loại A và B.

Có $x \in \mathbb{R}$ nên loại C $\Rightarrow$ chọn D.

Câu 5. Cho 3 hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ có đồ thị là 3 đường cong trong hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $g(1) > h(1) > f(1)$.

B. $h(1) > g(1) > f(1)$.

C. $h(1) > f(1) > g(1)$.

D. $f(1) > g(1) > h(1)$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta thấy:

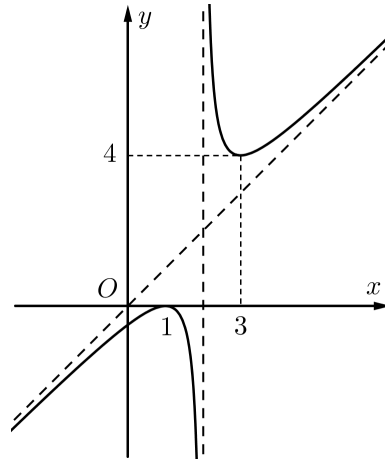
+ Đồ thị (3) cắt trục Ox tại điểm ứng hoành độ cực trị của (2). Suy ra (3) là đạo hàm của (2).

+ Đồ thị (2) cắt trục Ox tại điểm ứng hoành độ cực trị của (1). Suy ra (2) là đạo hàm của (1).

Do đó đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x) = f'(x)$, $y = h(x) = g'(x)$ theo thứ tự, lần lượt (1); (2); (3)

Vậy $f(1) > g(1) > h(1)$

Câu 6. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$. B. $y = \frac{2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$. C. $y = \frac{-x^2 - 2x + 1}{x - 2}$. D. $y = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{x - 2}$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ $y < 0$ nên loại B, D

Từ đồ thị ta có $am > 0$, ta loại đáp án C

Vậy chọn đáp án A đúng

Câu 7. Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 120 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

Nhóm	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	6	12	38	46	18

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 30. B. 40. C. 50. D. 60.

Lời giải

Chọn C.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 90 - 40 = 50$

Câu 8. Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
------------------	---------	----------	----------	----------	-----------

Số học sinh	5	9	12	10	6
-------------	---	---	----	----	---

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

Lời giải

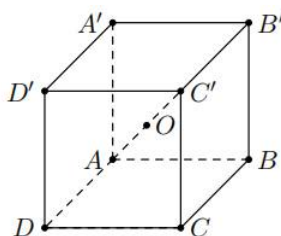
Chọn B.

Ta có cỡ mẫu là $n = 5 + 9 + 12 + 10 + 6 = 42$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{42}$ là thời gian tập thể dục trong ngày của 42 học sinh khối 12 và dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất Q_1 là trung vị của dãy gồm 21 số liệu đầu nên $Q_1 = x_{11}$. Do x_{11} thuộc nhóm $[20; 40)$ nên nhóm này chứa Q_1 .

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. B. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.
C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$. D. $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$

Mặt khác O là trung điểm $AC' \Rightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC'} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'})$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -3)$. B. $(1; 0; -3)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Hình chiếu của điểm $A(a; b; c)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(a; b; 0)$ nên hình chiếu của điểm $A(1; 2; -3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(1; 2; 0)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $D(-4;-2;9)$. **B.** $D(-4;2;9)$. **C.** $D(4;-2;9)$. **D.** $D(4;2;-9)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $D(x;y;z)$.

$$\text{Để } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow (1;3;-7) = (-3-x;1-y;2-z) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases} \Leftrightarrow D(-4;-2;9).$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;1)$, $B(3;0;-2)$. Tính độ dài AB .

- A.** 26. **B.** 22. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $\sqrt{22}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{AB} = (2;3;-3) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}.$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (C) . Giả sử A, B là hai điểm thuộc hai nhánh và AB đi qua tâm đối xứng của (C) .

a) Tâm đối xứng của (C) là điểm $I(1;-1)$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

c) Có 1 tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $d: y = -2x - 1$.

d) Giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng AB bằng $3\sqrt{2}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Đồ thị (C) có TĐĐ: $x=1$; TCN: $y=1$, nên tâm đối xứng của (C) là $I(1;1)$. Vậy a) Sai.

b) Ta có $y' = -\frac{2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \neq 1$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. Vậy b) Đúng.

c) Hệ số góc của tiếp tuyến là $k = -2$.

Giả sử $M(a;b)$ là tiếp điểm. Khi đó:

$$y'(a) = -2 \Leftrightarrow -\frac{2}{(a-1)^2} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(0;-1) \\ M(2;3) \end{cases}$$

+ Phương trình tiếp tuyến tại $M(0; -1): y = -2x - 1$ (loại do trùng)

+ Phương trình tiếp tuyến tại $M(2; 3): y = -2(x - 2) + 3 = -2x + 7$ (thỏa mãn)

Hay có 2 tiếp tuyến thỏa mãn. Vậy c) Đúng.

d) Giả sử điểm $A\left(1+a; 1+\frac{2}{a}\right)$ với $a > 0$ thuộc nhánh phải của $(C) \Rightarrow B = \left(1-a; 1-\frac{2}{a}\right)$ đối xứng với A

qua tâm đối xứng $I(1; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{4a^2 + \frac{16}{a^2}} \geq \sqrt{2 \cdot \sqrt{4a^2 \cdot \frac{16}{a^2}}} = 4$.

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = \sqrt{2}$.

Hay giá trị nhỏ nhất của AB bằng 4 khi $a = \sqrt{2}$. Vậy d) Sai.

Câu 2. Theo báo cáo của một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x(m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x(m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó, mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

b) $\bar{c}(x) = 0,0003x + 0,15 + \frac{3}{x}$.

c) Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100m^3$.

d) $C(x) = 0,0003x^2 + 0,15x + 5$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

Để sản xuất $x(m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc.

Suy ra để sản xuất $1(m^3)$ nước tinh khiết thì cần $\frac{3}{x}$ triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x$ chi phí bảo dưỡng máy móc.

$$\Rightarrow \bar{c}(x) = \frac{3}{x} + 0,15 + 0,0003x.$$

$$\Rightarrow C(x) = \bar{c}(x) \cdot x = 3 + 0,15x + 0,0003x^2.$$

a) Sai.

Chi phí sản xuất $100m^3$ là

$$C(100) = 3 + 0,15 \cdot 100 + 0,0003 \cdot 100^2 = 21 \text{ (triệu đồng)}.$$

b) Đúng.

$$\text{Ta tìm được } \bar{c}(x) = \frac{3}{x} + 0,15 + 0,0003x.$$

c) Đúng.

$$\text{Hàm chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm là } \bar{c}(x) = \frac{3}{x} + 0,15 + 0,0003x, \quad 0 < x \leq 200.$$

$$\text{Đặt } f(x) = \bar{c}(x) = \frac{3}{x} + 0,15 + 0,0003x, \quad 0 < x \leq 200.$$

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} + 0,0003.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -3 + 0,0003x^2 = 0 \Rightarrow x = 100.$$

Bảng biến thiên của hàm $f(x)$.

x	0	100	200
$f'(x)$		–	+
$f(x)$		↘ 0,21 ↗	

Dựa vào BBT thì chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100 m^3$.

d) Sai.

$$\text{Ta có: } C(x) = 3 + 0,15x + 0,0003x^2.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;x;1)$, $C(9;2;y)$.

a) Ba điểm A, B, C thẳng hàng thì $x + y = 5$.

b) Điểm $G\left(\frac{19}{3}; \frac{8}{3}; 3\right)$ là trọng tâm tam giác ABC thì $x = 1; y = 3$.

c) Tam giác ABC vuông tại A thì $x = -1, y = 13$.

d) Tích vô hướng của $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3x + 2y + 41$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

$$\text{a) Ta có } \overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2), \quad \overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1)$$

$$\text{Để ba điểm } A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = k \cdot 6 \\ x - 5 = k(-3) \\ 2 = k(y + 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{2}{3} \\ x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Vậy $x + y = 5$.

$$\text{b) Ta có } \begin{cases} \frac{3+7+9}{3} = \frac{19}{3} \\ \frac{5+x+2}{3} = \frac{8}{3} \\ \frac{-1+1+y}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}.$$

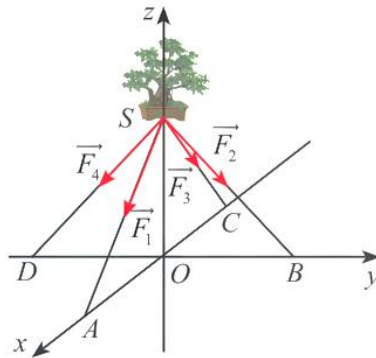
c) Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; x-5; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (6; -3; y+1)$

Khi đó: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24 + (x-5)(-3) + 2(y+1)$.

$$\text{Với } \begin{cases} x = 13 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$$

$$\text{d) } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 24 + (x-5)(-3) + 2(y+1) = -3x + 2y + 41.$$

Câu 4. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20;0;0)$, $B(0;20;0)$, $C(-20;0;0)$, $D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $40N$ và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ (mỗi centimét biểu diễn $1N$).



a) $\overrightarrow{SA} = (20;0;-20)$

b) $SB = 20$

c) $(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}) = 120^\circ$

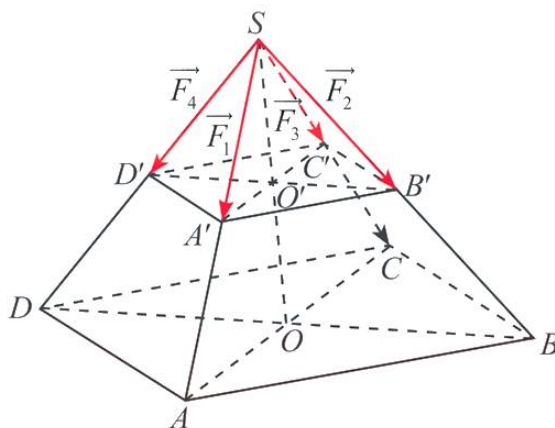
d) Các lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có tọa độ lần lượt là:

$$\overrightarrow{F_1} = (10;0;-10), \overrightarrow{F_2} = (0;10;-10), \overrightarrow{F_3} = (-10;0;-10), \overrightarrow{F_4} = (0;-10;-10).$$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG
-------------	------------	------------	-------------



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

a) Ta có: $\overrightarrow{SA} = (20; 0; -20)$

b) $\overrightarrow{SB} = (0; 20; -20) \Rightarrow |\overrightarrow{SB}| = 20\sqrt{2}$

c) Ta có:

$$\overrightarrow{SC} = (-20; 0; -20) \Rightarrow |\overrightarrow{SC}| = 20\sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{SD} = (0; -20; -20) \Rightarrow |\overrightarrow{SD}| = 20\sqrt{2}$$

$$\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}) = \frac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SD}}{|\overrightarrow{SC}| \cdot |\overrightarrow{SD}|} = \frac{(-20) \cdot 0 + 0 \cdot 0 + (-20)(-20)}{20\sqrt{2} \cdot 20\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SD}) = 60^\circ$$

d) Ta có: $SA = SB = SC = SD = 20\sqrt{2}$. Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

Các vectơ $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D' .

Ta có $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

$$\text{Ta có: } \vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = \overrightarrow{SA'} + \overrightarrow{SB'} + \overrightarrow{SC'} + \overrightarrow{SD'} = 4\overrightarrow{SO'}.$$

Ta có $|\vec{F}| = 40$, suy ra $|\overrightarrow{SO'}| = SO' = 10$.

Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên $SA' = SO' \cdot \sqrt{2} = 10\sqrt{2} = \frac{1}{2}SA$, suy ra $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{SA'} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA} = (10; 0; -10)$.

Chứng minh tương tự, ta cũng có:

$$\overrightarrow{F_2} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} = (0; 10; -10), \overrightarrow{F_3} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SC} = (-10; 0; -10), \overrightarrow{F_4} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} = (0; -10; -10).$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của một nhà đầu tư được cho như sau:

Lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số tháng	2	4	8	4	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 11

Giá trị đại diện lợi nhuận theo tháng của nhà đầu tư

Lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Giá trị đại diện	15	25	35	45	55
Số tháng	2	4	8	4	2

Lợi nhuận trung bình một tháng của nhà đầu tư là: $\bar{x}_A = \frac{1}{20}(2 \cdot 15 + \dots + 2 \cdot 55) = 35$ (triệu đồng)

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng của nhà đầu tư là:

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{20}(2 \cdot 15^2 + \dots + 2 \cdot 55^2) - (35)^2} \approx 11$$

Câu 2. Ngày khai giảng năm học 2025–2026. Học sinh khối 12 trường THPT Nguyễn Văn Trỗi thả chùm bóng bay gắn thông điệp “Học sinh khối 12 chiến thắng kì TNTHQG năm 2026”. Ước tính độ cao h (tính bằng km) của chùm bóng bay so với mặt đất vào thời điểm t (đơn vị giờ) được cho bởi công thức $h(t) = -t^3 + 3t^2, (0 \leq t \leq 3)$. Chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là: $a(km)$. Tìm a ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4

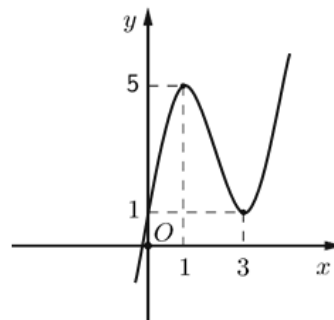
$$\text{Ta có } h'(t) = -3t^2 + 6t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $h(t) = -t^3 + 3t^2, (0 \leq t \leq 3)$

t	0	2	3
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	0	4	0

Vậy chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là $4(km)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ ở bên dưới.



Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c + d$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5

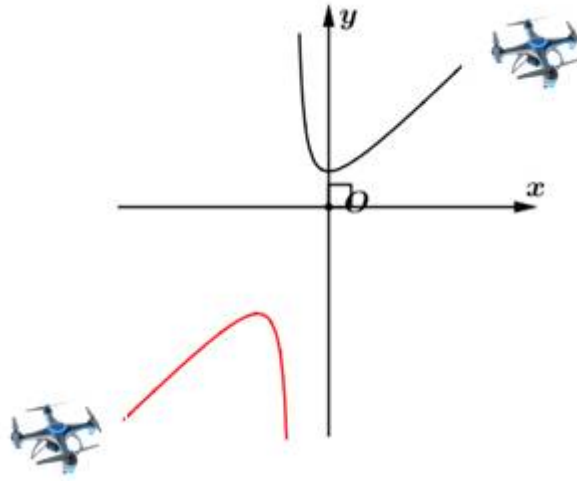
Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(0;1)$, $B(1;5)$ và $C(3;1)$ và đạt cực trị tại các điểm B và C .

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(0) = 1 \\ f(1) = 5 \\ f'(1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 5 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 9 \\ d = 1 \end{cases} \Rightarrow T = a + b + c + d = 5.$$

Câu 4. Trong hệ trục tọa độ (Oxy) , mô tả chuyển động của hai máy bay không người lái A và B (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng km). Biết quỹ đạo chuyển động của hai máy bay luôn thuộc về hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa của hai máy bay

A và B bằng bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của kilômét).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4,39

Ta có $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + \frac{1}{x + 1}, (x \neq -1)$

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = -1$, gồm hai nhánh nằm về hai phía của đường thẳng $x = -1$.

Gọi A là điểm thuộc nhánh trái của đồ thị hàm số, khi đó $x_A < -1$.

Đặt $a = -1 - x_A > 0 \Rightarrow x_A = -1 - a$

$\Rightarrow y_A = -1 - a + \frac{1}{-1 - a + 1} = -1 - a - \frac{1}{a} \Rightarrow A\left(-1 - a; -1 - a - \frac{1}{a}\right)$

Gọi B là điểm thuộc nhánh phải của đồ thị hàm số, khi đó $x_B > -1$.

Đặt $b = x_B + 1 > 0 \Rightarrow x_B = b - 1$

$\Rightarrow y_B = b - 1 + \frac{1}{b - 1 + 1} = b - 1 + \frac{1}{b} \Rightarrow B\left(b - 1; b - 1 + \frac{1}{b}\right)$

$\Rightarrow AB^2 = (b + a)^2 + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a}\right)^2 = (b + a)^2 + (b + a)^2 \cdot \left(\frac{1}{ab}\right)^2 = (a + b)^2 \left(2 + \frac{2}{ab} + \frac{1}{a^2 b^2}\right)$

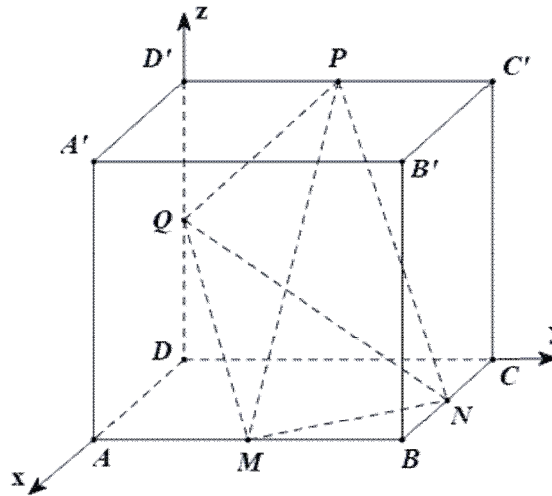
Với $a > 0, b > 0$ ta có $\begin{cases} (a + b)^2 \geq 4ab \\ 2 + \frac{1}{a^2 b^2} \geq 2\sqrt{\frac{2}{a^2 b^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{ab} \end{cases}$

Nên $AB^2 \geq 4ab \cdot \left(\frac{2}{ab} + \frac{2\sqrt{2}}{ab}\right) = 8 + 8\sqrt{2} \Rightarrow AB \geq \sqrt{8 + 8\sqrt{2}} \approx 4,39$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 2 = \frac{1}{a^2 b^2} \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất (đơn vị km) giữa hai máy bay A và B là $4,39(km)$

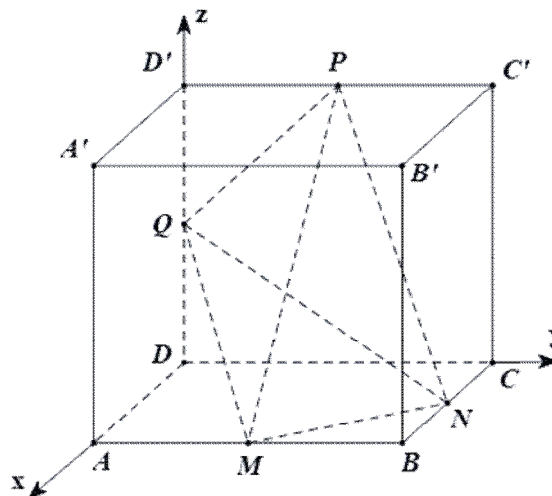
Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, C'D'$ và DD' . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, tổng các vectơ $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}$ có tọa độ là $(m; n; p)$. Hãy tính giá trị biểu thức $T = 2m + n + 4p$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có $D(0;0;0), A(1;0;0), B(1;1;0), C(0;1;0), A'(1;0;1), B'(1;1;1), C'(0;1;1), D'(0;0;1)$.

Vì M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, BC, C'D'$ và DD' nên

$$M\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), N\left(\frac{1}{2}; 1; 0\right), P\left(0; \frac{1}{2}; 1\right), Q\left(0; 0; \frac{1}{2}\right).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), \overrightarrow{MP} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{MQ} = \left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow T = m + 2n + 4p = 0$$

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ} = \left(-\frac{5}{2}; 0; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow T = 2m + n + 4p = 1$$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(-2;1;0), C(2;-3;1)$. Lấy điểm $S(a;b;c)$ sao cho biểu thức $SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $T = 2a + b + 3c$

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -1

Gọi G là điểm sao cho $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow G\left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{3}\right)$

$$\begin{aligned} & SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2 \\ &= \overrightarrow{SA}^2 + 2\overrightarrow{SB}^2 + 3\overrightarrow{SC}^2 \\ &= (\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA})^2 + 2(\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB})^2 + 3(\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= 6SG^2 + GA^2 + 2GB^2 + 3GC^2 \geq 6SG^2 \end{aligned}$$

$SA^2 + 2SB^2 + 3SC^2$ nhỏ nhất khi SG^2 nhỏ nhất hay $S \equiv G$ hay $S\left(\frac{1}{2}; -1; -\frac{1}{3}\right)$.

$$T = 2a + b + 3c = -1.$$

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa trong không gian

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-10	-4	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	0	$-\infty$

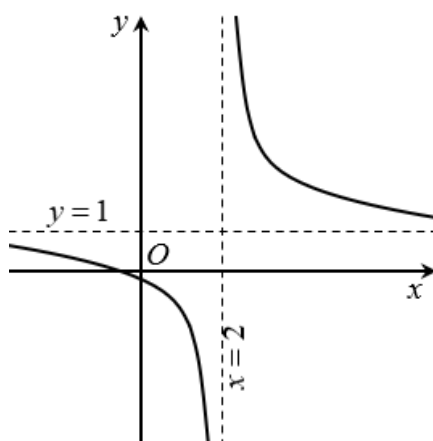
Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là:

- A. -10 . B. 2 . C. 24 . D. $(-10; 24)$.

Câu 2. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là:

- A. $\frac{17}{3}; 3$ B. $\frac{17}{3}; -5$. C. $3; -5$. D. $-3; 5$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

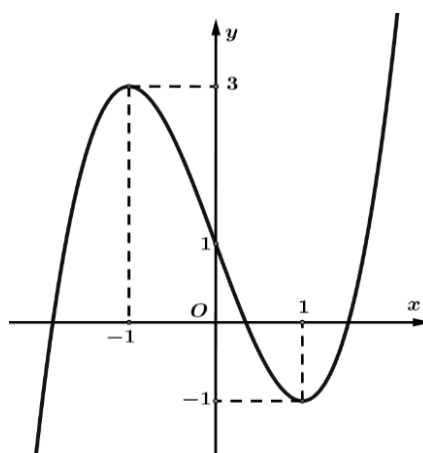
A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $y = 2$.

Câu 4. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = -x^3 - 3x - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

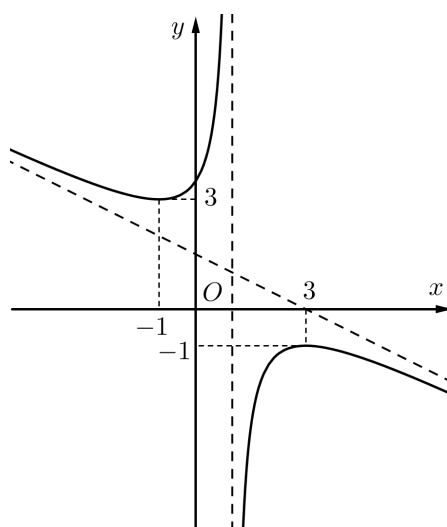
A. $y = \frac{x-1}{x-3}$.

B. $y = \frac{x+1}{x+4}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+5}$.

Câu 6. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{2x - 2}$.

B. $y = \frac{-x^2 - x - 8}{x - 1}$.

C. $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{x - 1}$.

D. $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{2x - 2}$.

Câu 7. Thời gian dùng điện thoại mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	0	24	30	48	52

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 26.

B. 15.

C. 20.

D. 12.

Câu 8. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

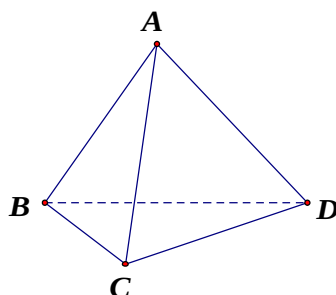
A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Câu 9. Trong không gian, cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a .



Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng

A. 0.

B. $4a^2$.

C. $2a^2$.

D. a^2 .

Câu 10. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là:

A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$.

B. $\vec{a}(2; -3; -1)$.

C. $\vec{a}(-3; 2; -1)$.

D. $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

A. $M'(-1; 0; 0)$.

B. $M'(1; 0; 0)$.

C. $M'(1; 0; \sqrt{3})$.

D. $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; -2)$ và trọng tâm $G(2; 1; -3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là

A. $(3; 6; 3)$.

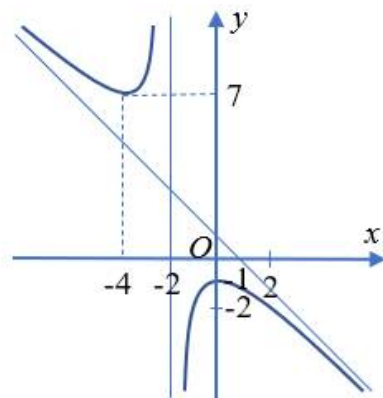
B. $(3; 6; -3)$.

C. $(3; -3; 6)$.

D. $(3; 2; 1)$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm cận của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;0)$.



- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;0)$.
- c) Ta có $a + b + c + d = -2$.
- d) Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.

Câu 2. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (tính theo lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4,5 \text{ với } 0 \leq t \leq 0,5.$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng.

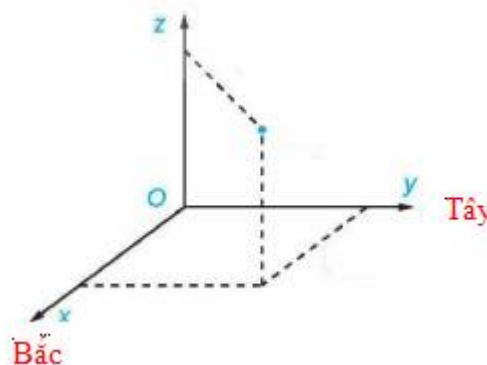
- a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1,5 lít.
- b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.
- c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.
- d) Phương trình $V'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết điểm $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(1;2;0)$, $D'(-1;3;5)$. Gọi M, N là tâm của các hình bình hành $ABB'A'$, $ADD'A'$.

- a) Tọa độ $D(0;2;0)$.
- b) Tọa độ $A'(-1;1;5)$.
- c) Tọa độ $\overline{MN} = (-1;1;0)$.
- d) $|\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{CC'}| = \sqrt{29}$.

Câu 4. Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $100(km)$ và về phía Nam $80(km)$, đồng thời cách mặt

đất 1(km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70(km) và về phía Tây 60(km), đồng thời cách mặt đất 0,8(km). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



- a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $(-100; -80; 1)$.
- b) Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $(70; 60; 0,8)$.
- c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là 128(km) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là 220(km) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

Thời gian (phút)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số

đã cho. Tính $M + m$.

Trả lời:

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

Trả lời:

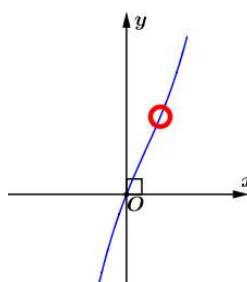
Câu 4. Một cầu thủ thực hiện cú sút bóng xoáy (banana kick), làm bóng bay theo đường cong hình bậc ba thay vì một parabol thông thường. Quỹ đạo bóng trong hệ trục tọa độ Oxy được mô tả bởi phương

trình $y = \frac{x^3}{100} - \frac{x^2}{10} + \frac{253x}{100}$, với y là độ cao của bóng (m). Biết chiều cao chuẩn của khung thành là

2.44m. Khi bóng chạm xà ngang thì góc lệch của bóng và mặt đất là bao nhiêu độ? Biết góc lệch của

bóng và mặt đất là góc của đường tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{100} - \frac{x^2}{10} + \frac{253x}{100}$ tại điểm chạm xà

ngang và trục Ox (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).



Trả lời:

Câu 5. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm

$N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của

máy bay sau 5 phút tiếp theo có tọa độ là (a, b, c) . Tính giá trị biểu thức $T = a + b + 2c$.



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M có tọa độ $(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 2

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-10	-4	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	0	$-\infty$
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
			24		

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là:

- A. -10 . B. 2 . C. 24 . D. $(-10; 24)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là: $(-10; 24)$

Câu 2. Giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + 3}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$ lần lượt là:

- A. $\frac{17}{3}; 3$ B. $\frac{17}{3}; -5$. C. $3; -5$. D. $-3; 5$.

Lời giải

Chọn A.

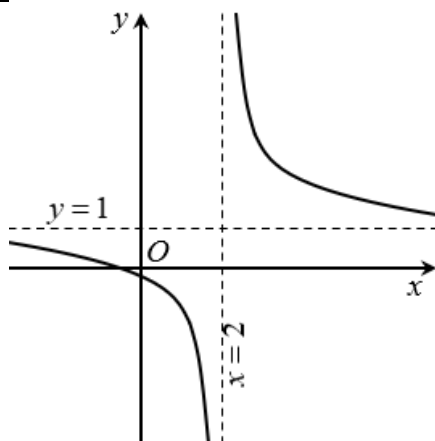
Hàm số xác định, liên tục trên đoạn $[0; 2]$

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x^2 + 4x}{(x+1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 2) \\ x = -2 \notin (0; 2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow y(0) = 3; y(2) = \frac{17}{3}.$$

$$\text{Vậy } \max_{x \in [0; 2]} y = y(2) = \frac{17}{3}; \min_{x \in [0; 2]} y = y(0) = 3$$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang bằng:

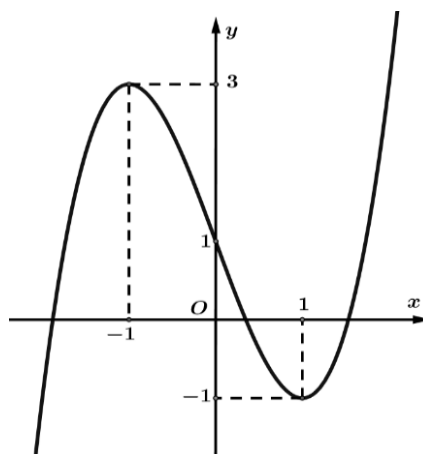
- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận ngang $y = 1$

Câu 4. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = -x^3 - 3x - 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$. Vậy hàm số thỏa đề là $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

- A. $y = \frac{x-1}{x-3}$. B. $y = \frac{x+1}{x+4}$. C. $y = \frac{x-1}{x+2}$. D. $y = \frac{2x+1}{x+5}$.

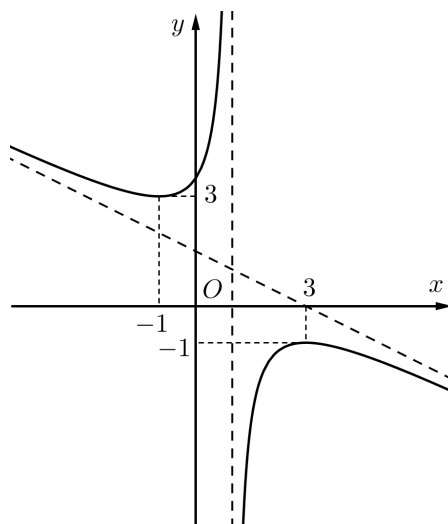
Lời giải

Chọn D.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $x = 0$ và $y < 0$.

Chỉ có đáp án C thỏa mãn.

Câu 6. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{-x^2 - 3x - 8}{2x - 2}$. B. $y = \frac{-x^2 - x - 8}{x - 1}$. C. $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{x - 1}$. D. $y = \frac{-x^2 + 4x - 7}{2x - 2}$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ $y > 3$ nên loại A

Thay điểm $(-1; 3)$ vào các đáp án, ta loại đáp án C

Thay điểm $(3; -1)$ vào hai đáp án còn lại, ta loại đáp án B

Vậy chọn đáp án D đúng

Câu 7. Thời gian dùng điện thoại mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	0	24	30	48	52

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 26. B. 15. C. 20. D. 12.

Lời giải

Chọn D.

Khoảng biến thiên: $R = 24,5 - 12,5 = 12$.

Câu 8. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

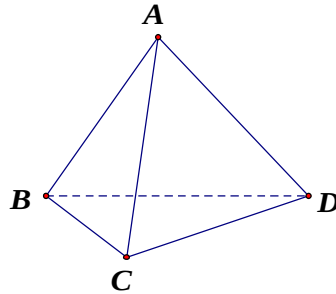
Lời giải

Chọn B.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ thuộc nhóm [9;11) nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu là } Q_3 = 9 + \frac{\frac{3.20}{9} - 9}{7}(11 - 9) = 10,7$$

Câu 9. Trong không gian, cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a .



Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ bằng

- A.** 0. **B.** $4a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** a^2 .

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) \cdot \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CD} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = 0$$

Câu 10. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là:

- A.** $\vec{a}(-1; 2; -3)$. **B.** $\vec{a}(2; -3; -1)$. **C.** $\vec{a}(-3; 2; -1)$. **D.** $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a}(x; y; z)$ nên $\vec{a}(-1; 2; -3)$.

Câu 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A.** $M'(-1; 0; 0)$. **B.** $M'(1; 0; 0)$. **C.** $M'(1; 0; \sqrt{3})$. **D.** $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

MM' ngắn nhất khi điểm M' là hình chiếu điểm M trên trục $Ox \Rightarrow M'(1; 0; 0)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; -2)$ và trọng tâm $G(2; 1; -3)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là

- A.** $(3; 6; 3)$. **B.** $(3; 6; -3)$. **C.** $(3; -3; 6)$. **D.** $(3; 2; 1)$.

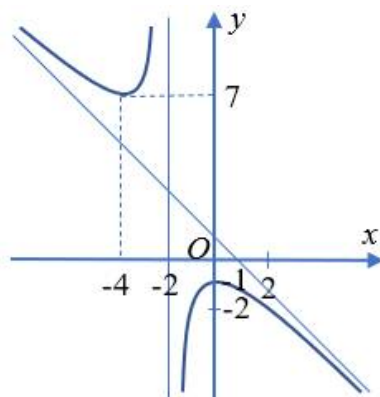
Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm cạnh BC . Ta có: $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM} = 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \vec{AG} = 3\vec{AG} = (3; 6; -3)$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm cận của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0; 1)$ và $(1; 0)$.



- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4; 0)$.
 c) Ta có $a + b + c + d = -2$.
 d) Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

+ Theo hàm số thì TCD của đồ thị hàm số là $x = -d$.

Theo đồ thị hàm số thì TCD của đồ thị hàm số là $x = -2 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 2}$.

+ Đồ thị hàm số đi qua $(0; -1)$ nên $-1 = \frac{a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c}{0 + 2} \Leftrightarrow c = -2 \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 + bx - 2}{x + 2}$.

+ Từ hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + bx - 2}{x + 2} \Rightarrow f(x) = ax + (b - 2a) + \frac{4a - 2b - 2}{x + 2}$.

Suy ra TCX có phương trình: $y = ax + (b - 2a)$.

Theo GT: TCX đi qua $(0; 1)$ và $(1; 0)$ nên $\begin{cases} 1 = a \cdot 0 + (b - 2a) \\ 0 = a \cdot 1 + (b - 2a) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b - 2a = 1 \\ b = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$.

$$\Rightarrow y = f(x) = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 2}.$$

a) sai.

Tập xác định của hàm số $y = f(x) = \frac{-x^2 - x - 2}{x + 2}$ là $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

b) sai

Hàm số không xác định tại $x = -2 \in (-4; 0)$ nên đồ thị hàm số không thể đơn điệu trên $(-4; 0)$.

c) đúng.

Ta có: $a + b + c + d = -1 - 1 - 2 + 2 = -2$.

d) đúng

Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số: $y = \frac{(-x^2 - x - 2)'}{(x + 2)'}$ $\Rightarrow y = -2x - 1 \Rightarrow 2x + y + 1 = 0$.

Khoảng cách từ $M(1; -8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng

$$\frac{|2 \cdot 1 - 8 + 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}.$$

Câu 2. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (tính theo lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4,5 \text{ với } 0 \leq t \leq 0,5.$$

Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \leq t \leq 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng.

a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1,5 lít.

b) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Phương trình $V'(t) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0; \frac{1}{2}\right]$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Sai. Vì lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là

$$V(0) = 300(0^2 - 0^3) + 4,5 = 4,5 \text{ lít.}$$

b) Đúng. Ta có $30 \text{ s} = 0,5 \text{ phút}$

$$\text{Suy ra } V(0,5) = 300(0,5^2 - 0,5^3) + 4,5 = 42 \text{ lít.}$$

Khi đó số xăng đã mua là $42 - 4,5 = 37,5$.

Vậy số tiền người mua phải trả là $37,5 \cdot 21000 = 787500$ đồng.

c) Sai. Xét hàm số $V'(t) = 300(2t - 3t^2)$ với $0 \leq t \leq 0,5$.

$$\text{Suy ra } V''(t) = 300(2 - 6t)$$

$$\text{Khi đó } V''(t) = 0 \Leftrightarrow 300(2 - 6t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Với } V'(0) = 0; V'\left(\frac{1}{3}\right) = 100; V'(0,5) = 75.$$

Vậy $\max_{t \in [0; 0,5]} V'(t) = V'\left(\frac{1}{3}\right) = 100$. Suy ra tại thời điểm ở giây thứ $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$ thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

$$\text{d) Sai. Phương trình } V'(t) = 0 \Leftrightarrow 300(2t - 3t^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{2}{3} \notin \left[0; \frac{1}{2}\right] \end{cases}.$$

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết điểm $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(1;2;0)$, $D'(-1;3;5)$. Gọi M, N là tâm của các hình bình hành $ABB'A'$, $ADD'A'$.

a) Tọa độ $D(0;2;0)$.

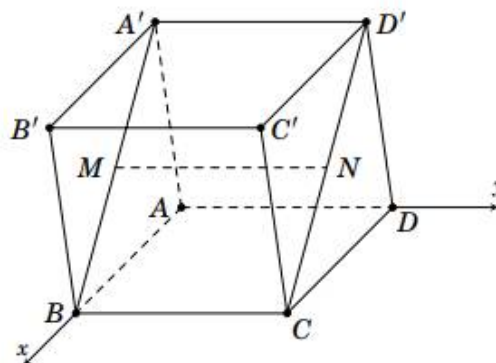
b) Tọa độ $A'(-1;1;5)$.

c) Tọa độ $\overline{MN} = (-1;1;0)$.

d) $|\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{CC'}| = \sqrt{29}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI



a) Theo qui tắc hình bình hành, ta có $\overline{AD} = \overline{AC} - \overline{AB} = (0;2;0) \Rightarrow D(0;2;0)$.

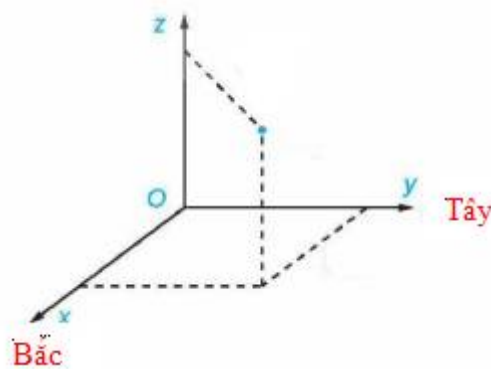
b) Ta có $\overline{AA'} = \overline{DD'} = (-1;1;5) \Rightarrow A'(-1;1;5)$.

c) Theo hình vẽ $\overline{MN} = \overline{BC} = (0;2;0)$.

d) Ta có $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = (0;3;5)$.

$$\text{Xét } |\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{CC'}| = |\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}| = |\overline{AC'}| = \sqrt{0^2 + 3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$$

Câu 4. Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $100(km)$ và về phía Nam $80(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $70(km)$ và về phía Tây $60(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,8(km)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



- a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $(-100; -80; 1)$.
- b) Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $(70; 60; 0,8)$.
- c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là $128(km)$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là $220(km)$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $(-100; -80; 1)$.

b) Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $(70; 60; 0,8)$.

c) khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là:

$$\sqrt{(-100)^2 + (-80)^2 + 1^2} \approx 128(km)$$

d) khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là:

$$\sqrt{(-100 - 70)^2 + (-80 - 60)^2 + (1 - 0,8)^2} \approx 220(km)$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 30 sinh viên được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: phút).

Thời gian (phút)	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)
Số sinh viên	2	7	7	10	4

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 112

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2 \in [0; 60); x_3, \dots, x_9 \in [60; 120); x_{10}, \dots, x_{16} \in [120; 180);$

$x_{17}, \dots, x_{26} \in [180; 240); x_{27}, \dots, x_{30} \in [240; 300).$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$. Do x_{15} và x_{16} thuộc nhóm $[120; 180)$ nên

tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 120 + \frac{\frac{30}{2} - (2 + 7)}{7} \cdot (180 - 120) = \frac{1200}{7} \approx 171,43.$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu là $x_8 \in [60; 120)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$Q_1 = 60 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{7} \cdot (120 - 60) = \frac{750}{7} \approx 107,14.$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $x_{23} \in [180; 240)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là $Q_3 = 180 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (2 + 7 + 7)}{10} \cdot (240 - 180) = 219.$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q \approx 112$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số

đã cho. Tính $M + m$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1

Đặt $t = \sin x, -1 \leq t \leq 1 \Rightarrow y = f(t) = \frac{t+1}{t^2+t+1}, f'(t) = \frac{-t^2-2t}{(t^2+t+1)^2}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [-1; 1] \\ t = -2 \notin [-1; 1] \end{cases} \Rightarrow f(0) = 1, f(-1) = 0, f(1) = \frac{2}{3}.$

Vậy $M = 1, m = 0$

$$\Rightarrow M + m = 1$$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$
			1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1

Hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có:
$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad (1)$$

Mặt khác: $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên

$$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad (2)$$

Thay (1) vào (2), ta được: $-\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1$.

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

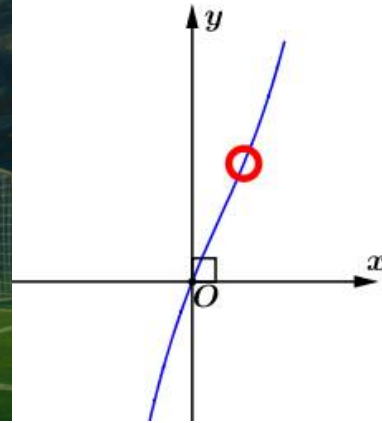
Câu 4. Một cầu thủ thực hiện cú sút bóng xoáy (banana kick), làm bóng bay theo đường cong hình bậc ba thay vì một parabol thông thường. Quỹ đạo bóng trong hệ trục tọa độ Oxy được mô tả bởi phương

trình $y = \frac{x^3}{100} - \frac{x^2}{10} + \frac{253x}{100}$, với y là độ cao của bóng (m). Biết chiều cao chuẩn của khung thành là

2.44m. Khi bóng chạm xà ngang thì góc lệch của bóng và mặt đất là bao nhiêu độ? Biết góc lệch của

bóng và mặt đất là góc của đường tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \frac{x^3}{100} - \frac{x^2}{10} + \frac{253x}{100}$ tại điểm chạm xà

ngang và trục Ox (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của độ).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 67

Ta có bóng chạm xà ngang nên ta có tung độ $y = 2,44$

$$\text{Khi đó } 2,44 = \frac{x^3}{100} - \frac{x^2}{10} + \frac{253x}{100} \Leftrightarrow x^3 - 10x^2 + 253x - 244 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Hệ số góc của tiếp tuyến là } k_t = f'(1) = \frac{3}{100} - \frac{1}{5} + \frac{253}{100} = \frac{59}{25}$$

$$\text{Gọi } \alpha \text{ là góc của tiếp tuyến với trục } Ox, \text{ ta có } \tan \alpha = \frac{59}{25} \Rightarrow \alpha \approx 67^\circ$$

Câu 5. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;8)$ đến điểm $N(800;300;10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo có tọa độ là (a,b,c) . Tính giá trị biểu thức $T = a + b + 2c$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1221

Gọi $Q(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo.

$$\overrightarrow{MN} = (300; 100; 2)$$

$$\overrightarrow{NQ} = (x - 800; y - 300; z - 10)$$

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{NQ}$ cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $M \rightarrow N$ gấp 4 lần thời gian bay từ $N \rightarrow Q$ nên $MN = 4NQ$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 300 = 4(x - 800) \\ 100 = 4(y - 300) \\ 2 = 4(z - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 875 \\ y = 325 \\ z = 10,5 \end{cases} \Rightarrow Q(875; 325; 10,5)$$

Tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(875; 325; 10,5)$

$$\Rightarrow T = a + b + 2c = 1221$$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M có tọa độ $(a; b; c)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -9

$$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z)$$

$$\overrightarrow{AB} = (7; 3; 1)$$

$$\overrightarrow{AM} = (x + 2; -3; z - 1)$$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z - 1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0)$$

$$\Rightarrow T = a + b + c = -9$$

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa trong không gian

ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+		+	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$ 2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

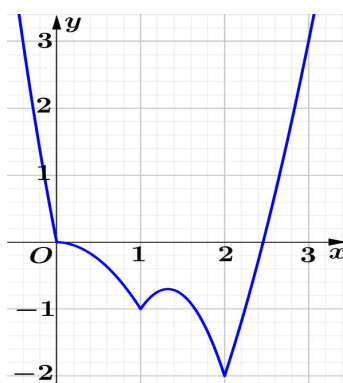
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho có cực trị.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng?



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y = x - 2$

B. $y = x + 2$

C. $y = x - 1$

D. không có tiệm cận xiên

Câu 4. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D?

x	$-\infty$	-2		1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 20	↘	-7	↗ $+\infty$

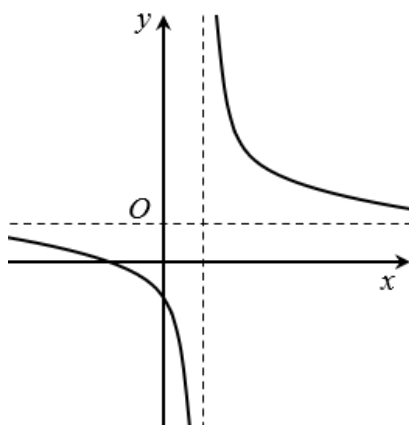
A. $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$.

B. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$.

C. $y = -2x^4 - 3x^2 + 12x$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$

C. $y = x^3 - 3x - 1$

D. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-10	-4	2	$+\infty$							
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$				
y	$+\infty$				$+\infty$		0			$-\infty$		$-\infty$
				24								

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{-x - 4}$.

B. $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$.

C. $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x + 4}$.

D. $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 4}$.

Câu 7. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)	[30;33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

- A. 20,67. B. 17,24. **C. 18,24.** D. 22,67.

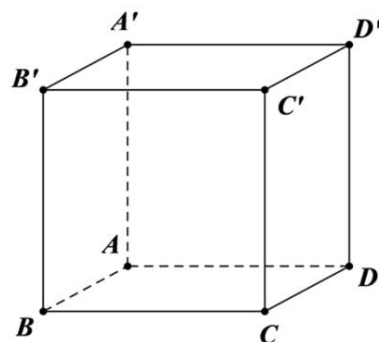
Câu 8. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7;9). **B. [9;11).** C. [11;13). D. [13;15).

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

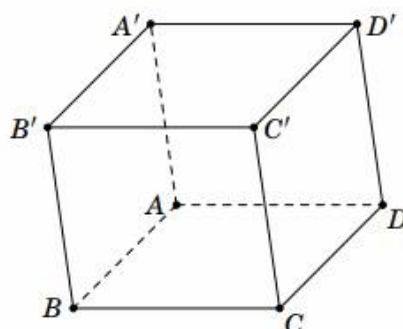


- A.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. **C.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. **D.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -4; 2)$, $B(2; 1; -3)$, $C(3; 0; -2)$ và $D(2; -5; -1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ có tọa độ là:

- A. $G(2; -1; -1)$. **B.** $G(2; -2; -1)$. C. $G(0; -1; -1)$. D. $G(6; -3; -3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.



A. $A'(4;6;-5)$.

B. $A'(2;0;2)$.

C. $A'(3;5;-6)$.

D. $A'(3;4;-6)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho 2 véc tơ $\vec{a} = (2;1;-1)$; $\vec{b} = (1;3;m)$. Tìm m để $(\vec{a};\vec{b}) = 90^\circ$.

A. $m = -5$.

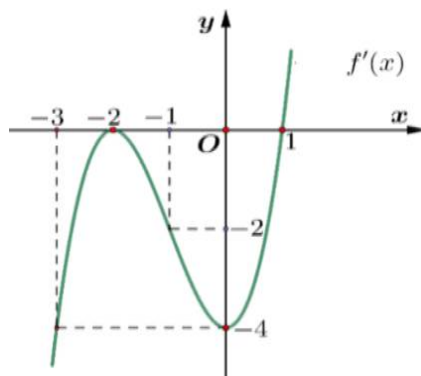
B. $m = 5$.

C. $m = 1$.

D. $m = -2$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.

c) $\max_{[-2;1]} f(x) = f(-2)$.

d) Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x+2}{f'(x)}$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 2. Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu bệnh nhân được tính bởi $C(t) = \frac{0,05t}{t^2 + t + 1}$

trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân.

a) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02 \text{ mg}/\text{cm}^3$.

b) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

c) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm $C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2 + t + 1)^2}$, $(t \geq 0)$.

d) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1;-3;3)$; $B(2;-4;5)$, $C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;3)$ làm trọng tâm của nó.

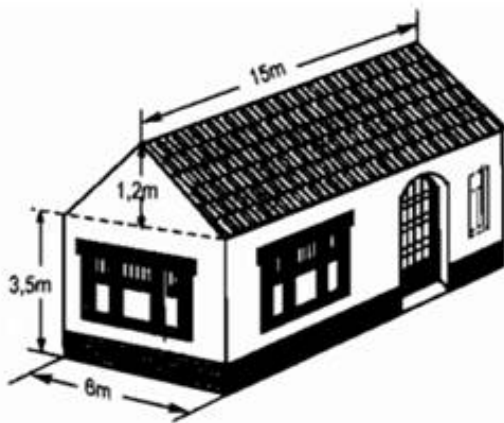
a) Gọi M là trung điểm đoạn thẳng AB , khi đó tọa độ điểm M là $\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$.

b) Tọa độ vector là $\vec{AB} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$

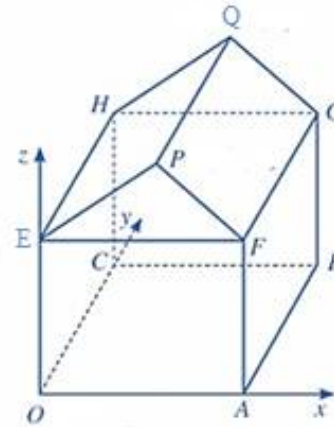
c) $a + b + c = -2$

d) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{14\sqrt{57}}{57}$

Câu 4. Thầy Nam muốn xây một ngôi nhà có kích thước như hình 1. Ngôi nhà được gắn trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình 2 (đơn vị: mét), trong đó nền nhà, bốn bức tường là hình chữ nhật và hai mái nhà là hai hình chữ nhật bằng nhau.



Hình 1



Hình 2

a) $\overrightarrow{OP} = (4; 0; 4, 7)$

b) $AQ = \sqrt{290} (m)$

c) Thầy Nam muốn treo bóng đèn tại trung điểm cạnh PQ . Tọa độ vị trí bóng đèn là $(4; 7, 5; 4, 7)$.

d) Hai mái nhà hợp nhau một góc bằng $33,4^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời:

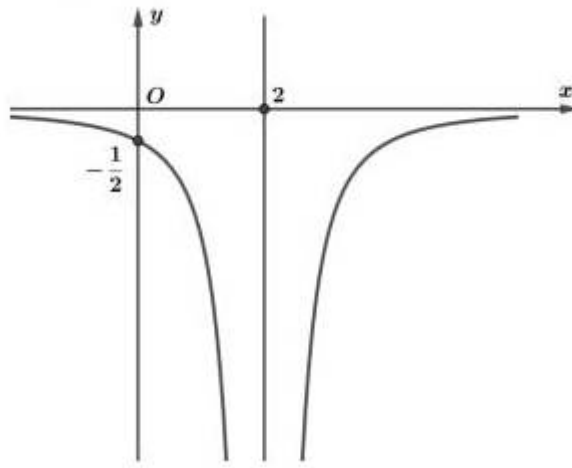
Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a+4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì

$\min_{[0;2]} f(x)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và nhận $x = 2$ làm tiệm cận đứng

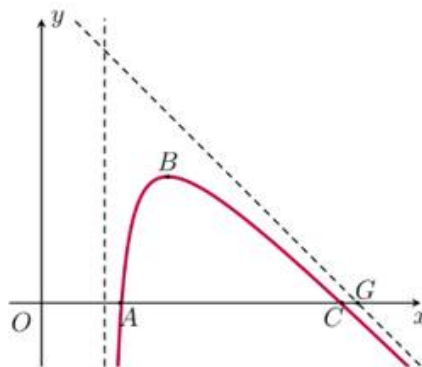
như hình vẽ sau:



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;2)$. Giá trị $f(3)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

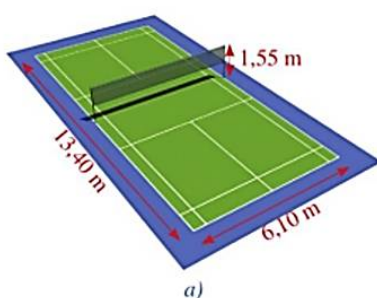
Câu 4. Một máy bay trình diễn có đường bay gần với hệ trục Oxy được mô phỏng như hình vẽ, trục Ox gắn với mặt đất.



Đường bay có dạng là một phần của đồ thị hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$. Điểm G là giao điểm của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox được gọi là điểm giới hạn. Biết máy bay bay từ vị trí A cách tọa độ O một khoảng 2,5 đơn vị và máy bay khi ở vị trí cao nhất cách điểm xuất phát 1,5 đơn vị theo phương song song với trục Ox và cách mặt đất 4,5 đơn vị. Vị trí máy bay tiếp đất cách điểm giới hạn một khoảng bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 5. Hình a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như ở Hình b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới và có tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là (a, b, c) . Tính giá trị biểu thức $T = a + b + 100c$.



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$, $D(2; 2; -1)$. Lấy điểm $M(x; y; z)$ sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $4x + 2y + z$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 3

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+		+	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$
					2

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.**
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho có cực trị.

Lời giải

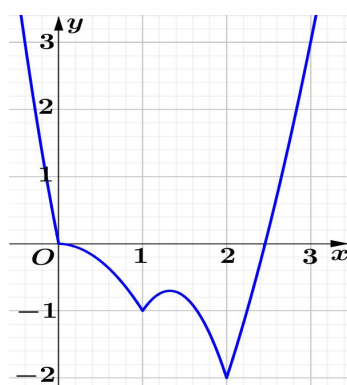
Chọn B.

Từ bảng biến thiên, ta có

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Hàm số đã cho không có cực trị

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng?



- A. 4.
- B. 3.
- C. 2.
- D. 1.**

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} m = \min_{[0;3]} f(x) = f(2) = -2 \\ M = \max_{[0;3]} f(x) = f(3) = 3 \end{cases} \Rightarrow M + m = 1$$

Câu 3. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ có tiệm cận xiên là:

A. $y = x - 2$

B. $y = x + 2$

C. $y = x - 1$

D. không có tiệm cận xiên

Lời giải

Chọn D.

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = x - 2 \text{ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.}$$

Câu 4. Bảng biến thiên dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D?

x	$-\infty$	-2		1		$+\infty$
y'	+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	↗ 20	↘ -7	↗ $+\infty$		

A. $y = -2x^3 - 3x^2 + 12x$.

B. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$.

C. $y = -2x^4 - 3x^2 + 12x$.

D. $y = 2x^3 - 3x^2 + 12x$.

Lời giải

Chọn B.

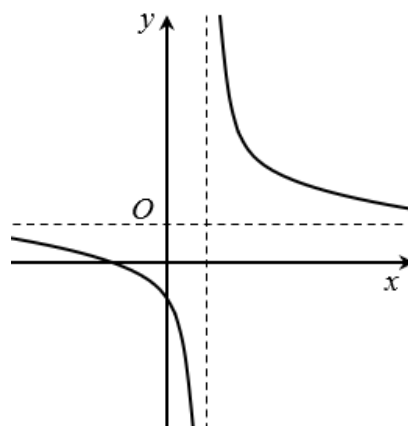
Từ bảng biến thiên, ta thấy

+ Hàm số đã cho là hàm bậc 3 có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$, do đó loại A và C

+ Hàm số có 2 điểm cực trị $(-2; 20), (1; -7)$, do đó loại D

Vậy chọn B

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$

C. $y = x^3 - 3x - 1$

D. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang nên loại A, C

Đồ thị hàm số cắt trục tung âm nên loại D

Vậy chọn B

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-10	-4	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		24	0	$-\infty$

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{-x - 4}$.

B. $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$.

C. $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x + 4}$.

D. $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 4}$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Hàm số có 2 điểm cực trị và $am < 0$ nên ta loại đáp án C, D

Điểm cực đại $A(2; 0)$ và điểm cực tiểu $B(-10; 24)$. Do đó hàm số cần tìm là $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x - 4}$

Câu 7. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)	[30;33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

A. 20,67.

B. 17,24.

C. 18,24.

D. 22,67.

Lời giải

Chọn C.

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng.

Ta có:

$x_1, \dots, x_{22} \in [15;18);$

$x_{23}, \dots, x_{60} \in [18;21);$

$x_{61}, \dots, x_{87} \in [21;24);$

$x_{88}, \dots, x_{95} \in [24;27);$

$x_{96}, \dots, x_{99} \in [27;30);$

$x_{100} \in [30;33)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [18; 21)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 18 + \frac{\frac{100}{4} - 22}{38} \cdot (21 - 18) = \frac{693}{38} \approx 18,24$

Câu 8. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. [7; 9). B. [9; 11). C. [11; 13). D. [13; 15).

Lời giải

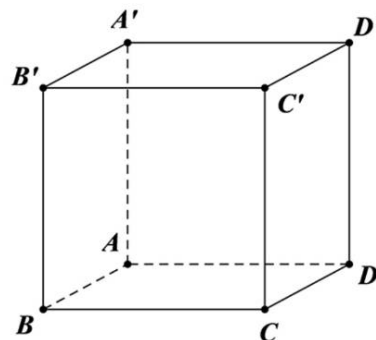
Chọn B.

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. C. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD với $A(1; -4; 2)$, $B(2; 1; -3)$, $C(3; 0; -2)$ và $D(2; -5; -1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ có tọa độ là:

- A. $G(2; -1; -1)$. B. $G(2; -2; -1)$. C. $G(0; -1; -1)$. D. $G(6; -3; -3)$.

Lời giải

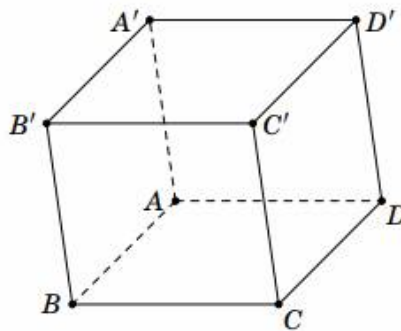
Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{GO} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{1}{4}(x_A + x_B + x_C + x_D) = 2 \\ y_G = \frac{1}{4}(y_A + y_B + y_C + y_D) = -2 \\ z_G = \frac{1}{4}(z_A + z_B + z_C + z_D) = -1 \end{cases} \text{ Vậy } G(2; -2; -1).$$

Câu 11. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.



- A. $A'(4; 6; -5)$. B. $A'(2; 0; 2)$. C. $A'(3; 5; -6)$. D. $A'(3; 4; -6)$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Suy ra $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

Lại có: $\overrightarrow{AC'} = (3; 5; -6)$, $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1)$, $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$.

Do đó: $\overrightarrow{AA'} = (2; 5; -7)$.

Suy ra $A'(3; 5; -6)$.

Câu 12. Trong không gian Oxyz cho 2 véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$

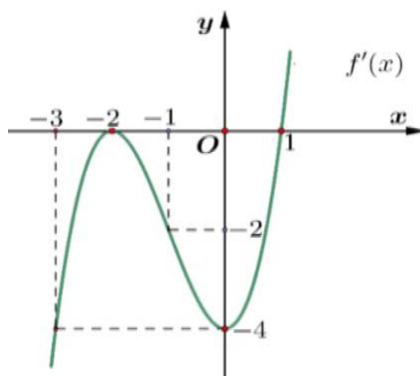
Lời giải

Chọn B.

$(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.
- c) $\max_{[-2;1]} f(x) = f(-2)$.
- d) Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{x+2}{f'(x)}$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta suy ra $f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$; $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. Do đó a) Sai.

b) Cũng từ đồ thị ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 1$. $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ $-$ qua $+$ khi qua $x = 1$. Suy ra hàm số $f(x)$ chỉ có một điểm cực trị. Do đó b) Sai.

c) Ta cũng suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[-2; 1]$ nên $\max_{[-2;1]} f(x) = f(-2)$.

Do đó c) Đúng.

d) $f'(x)$ là hàm số bậc ba nên từ đồ thị ta suy ra $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.

$$f'(0) = -4 \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f'(x) = (x+2)^2(x-1).$$

$$g(x) = \frac{x+2}{(x+2)^2(x-1)} = \frac{1}{(x+2)(x-1)}, \forall x \neq -2.$$

Suy ra đồ thị hàm số $g(x)$ có hai tiệm cận đứng là $x = -2; x = 1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$. Do đó d) Sai.

Câu 2. Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu bệnh nhân được tính bởi $C(t) = \frac{0,05t}{t^2 + t + 1}$

trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân.

a) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt $0,02 \text{ mg}/\text{cm}^3$.

b) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

c) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm $C'(t) = \frac{1-t^2}{20(t^2+t+1)^2}, (t \geq 0)$.

d) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Ta có $C'(t) = \frac{(-t^2+1)}{20(t^2+t+1)^2}, C'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-1 \end{cases}$ ta có bảng biến thiên

t	0	1	$+\infty$	
$C'(t)$		+	0	-
$C(t)$	0	$\nearrow \frac{1}{60}$	$\searrow$	0

Ta có nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất bằng $\frac{1}{60}$ khi $t=1$ mà $\frac{1}{60} < 0,02$.

Chọn SAI.

b) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy nồng độ thuốc trong máu lớn nhất tại thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.

Chọn ĐÚNG.

c) Ta có $C'(t) = \frac{(-t^2+1)}{20(t^2+t+1)^2}, t \geq 0$

Chọn ĐÚNG.

d) Dựa vào bảng biến thiên ta có sau khi tiêm nồng độ thuốc trong máu tăng dần trong 1 giờ và sau đó giảm dần

Chọn SAI.

Câu 3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, tam giác ABC với $A(1;-3;3); B(2;-4;5), C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;3)$ làm trọng tâm của nó.

a) Gọi M là trung điểm đoạn thẳng AB , khi đó tọa độ điểm M là $\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$.

b) Tọa độ vector là $\overrightarrow{AB} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$

c) $a + b + c = -2$

d) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{14\sqrt{57}}{57}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

a) M là trung điểm đoạn thẳng AB nên $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}; 4\right)$.

b) $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

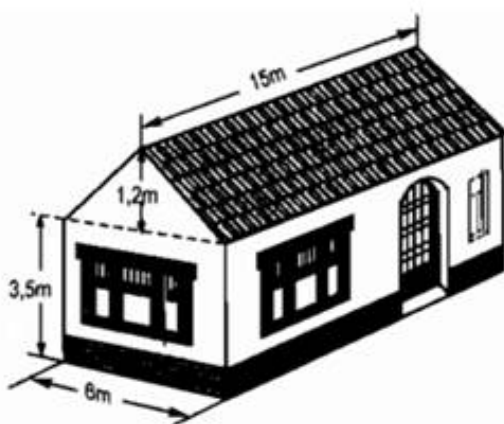
c) $G(1; c; 3)$ là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} 1 = \frac{1+2+a}{3} \\ c = \frac{-3-4-2}{3} \\ 3 = \frac{3+5+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases}$

Vậy: $a + b + c = -2$

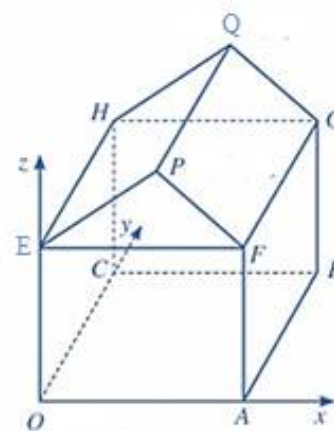
d) $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (-1; 1; -6)$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{1 \cdot (-1) + (-1) \cdot 1 + 2 \cdot (-6)}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 1^2 + (-6)^2}} = -\frac{7\sqrt{57}}{57}$$

Câu 4. Thầy Nam muốn xây một ngôi nhà có kích thước như hình 1. Ngôi nhà được gắn trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình 2 (đơn vị: mét), trong đó nền nhà, bốn bức tường là hình chữ nhật và hai mái nhà là hai hình chữ nhật bằng nhau.



Hình 1



Hình 2

a) $\overrightarrow{OP} = (4; 0; 4, 7)$

b) $AQ = \sqrt{290} (m)$

c) Thầy Nam muốn treo bóng đèn tại trung điểm cạnh PQ . Tọa độ vị trí bóng đèn là $(4; 7,5; 4,7)$.

d) Hai mái nhà hợp nhau một góc bằng $33,4^0$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

Từ hình vẽ, ta có kích thước ngôi nhà như sau:

$$OA = CB = HG = EF = 8m$$

$$OC = AB = FG = EH = PQ = 15m$$

Tọa độ các điểm là :

$$O(0;0;0), A(8;0;0), B(8;15;0), C(0;15;0), E(0;0;3,5), F(8;0;3,5), G(8;15;3,5), H(0;15;3,5).$$

$$P(4;0;4,7), Q(4;15;4,7)$$

$$a) \overrightarrow{OP} = (4;0;4,7)$$

$$b) \overrightarrow{AQ} = (-4;15;7) \Rightarrow AQ = \sqrt{290} (m)$$

c) Tọa độ trung điểm cạnh PQ là $(4; 7,5; 4,7)$

d) góc hợp bởi hai mái nhà là góc hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(EHQP)$ hay góc EPF

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{PE} = (-4;0;-1,2), \overrightarrow{PF} = (4;0;-1,2).$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{EPF} = \cos(\overrightarrow{PE}, \overrightarrow{PF}) = \frac{\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PF}}{|\overrightarrow{PE}| \cdot |\overrightarrow{PF}|} = \frac{(-4) \cdot (4) + 0 \cdot 0 + (-1,2) \cdot (-1,2)}{\sqrt{(-4)^2 + 0^2 + (-1,2)^2} \cdot \sqrt{4^2 + 0^2 + (-1,2)^2}} = -\frac{91}{109}.$$

$$\Rightarrow \widehat{EPF} \approx 146,6^0. \text{ Vậy hai mái nhà hợp nhau một góc bằng } 146,6^0.$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,53

Cự li (m)	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu: $n = 100$

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015$

Phương sai: $S^2 = \frac{13.19,25^2 + 45.19,75^2 + 24.20,25^2 + 12.20,75^2 + 6.21,25^2}{100} - 20,015^2 \approx 0,28$

Độ lệch chuẩn: $\sigma = \sqrt{0,28} \approx 0,53$

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a+4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\min_{[0;2]} f(x)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -17

Từ giả thiết ta có $f'(1) = 0$

$$\Rightarrow 4a + 4(a+4) = 0$$

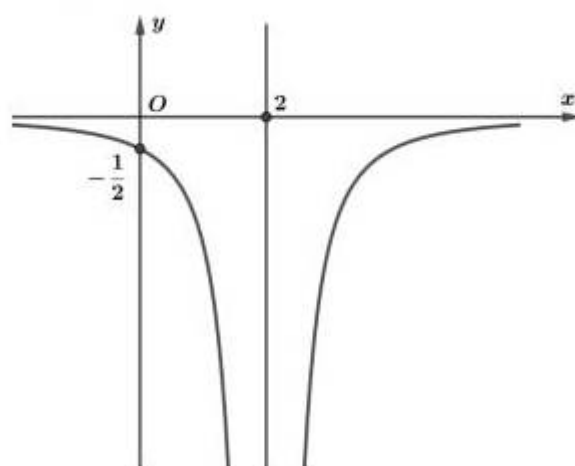
$$\Leftrightarrow a = -2$$

$$\text{và } f(x) = -2x^4 + 4x^2 - 1$$

$$\text{Ta có } f(0) = -1; f(1) = 1; f(2) = -17$$

$$\text{Vậy } \min_{[0;2]} f(x) = f(2) = -17$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và nhận $x = 2$ làm tiệm cận đứng như hình vẽ sau:



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;2)$. Giá trị $f(3)$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 5

Ta có: $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f'(x) = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

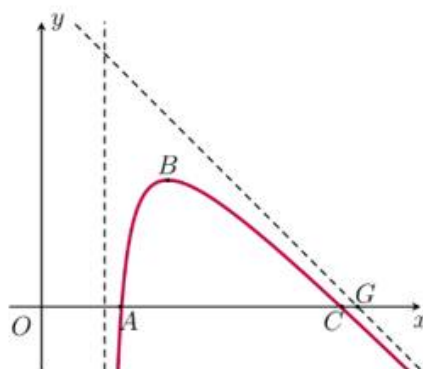
Vì đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;2)$ suy ra $f(0) = 2 \Rightarrow \frac{b}{d} = 2 \Leftrightarrow b = 2d$ (1).

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có:
$$\begin{cases} f'(0) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{ad-bc}{d^2} = -\frac{1}{2} & (2) \\ x = -\frac{d}{c} = 2 & (3) \end{cases}$$

Thay (1) vào (2): $\frac{ad-2dc}{d^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{a-2c}{d} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}d + 2c = -\frac{1}{2}(-2c) + 2c = 3c$.

Vậy, $f(3) = \frac{3a+b}{3c+d} = \frac{3.3c-4c}{3c-2c} = \frac{5c}{c} = 5$.

Câu 4. Một máy bay trình diễn có đường bay gần với hệ trục Oxy được mô phỏng như hình vẽ, trục Ox gần với mặt đất.

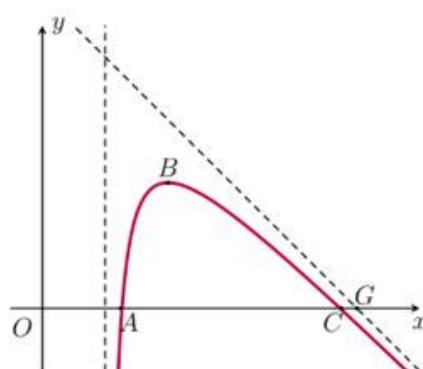


Đường bay có dạng là một phần của đồ thị hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$. Điểm G là giao điểm của đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục Ox được gọi là điểm giới hạn. Biết máy bay bay từ vị trí A cách tọa độ O một khoảng 2,5 đơn vị và máy bay khi ở vị trí cao nhất cách điểm xuất phát 1,5 đơn vị theo phương song song với trục Ox và cách mặt đất 4,5 đơn vị. Vị trí máy bay tiếp đất cách điểm giới hạn một khoảng bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,5



Vì tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ (hàm phân thức bậc hai trên bậc nhất) là $x = 2$.

Hàm số có dạng $y = f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} (a < 0)$.

Đồ thị hàm số qua điểm $A\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ và nhận $B\left(4; \frac{9}{2}\right)$ làm điểm cực trị, suy ra:

$$\begin{cases} f\left(\frac{5}{2}\right) = 0 \\ f(4) = \frac{9}{2} \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}a + b + 2c = 0 \\ 4a + b + \frac{1}{2}c = \frac{9}{2} \\ a - \frac{1}{4}c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{21}{2} \\ c = -4 \end{cases} \text{ Khi đó: } f(x) = -x + \frac{21}{2} - \frac{4}{x-2}.$$

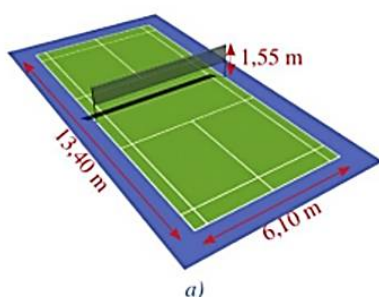
Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên: $y = -x + \frac{21}{2}$. Tọa độ điểm $G\left(\frac{21}{2}; 0\right)$.

Phương trình cho hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục Ox là

$$-x + \frac{21}{2} - \frac{4}{x-2} = 0 \Rightarrow -x^2 + \frac{25}{2}x - 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 10 \end{cases} \Rightarrow C(10; 0).$$

$$CG = \frac{21}{2} - 10 = \frac{1}{2}.$$

Câu 5. Hình a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như ở Hình b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới và có tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là (a, b, c) . Tính giá trị biểu thức $T = a + b + 100c$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 155

Gọi tọa độ điểm A là $(x_A; y_A; z_A)$.

Vì chiều rộng của sân là $6,1m$ nên $x_A = 6,1$. Do một nửa chiều dài của sân là $6,7m$ nên $y_A = 6,7$. Điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $z_A = 0$. Vì vậy, điểm A có tọa độ là $(6,1; 6,7; 0)$.

Độ dài đoạn thẳng AB là $1,55m$ nên điểm B có tọa độ là $(6,1; 6,7; 1,55)$.

Vậy ta có: $\overrightarrow{AB} = (6,1 - 6,1; 6,7 - 6,7; 1,55 - 0)$, tức là $\overrightarrow{AB} = (0; 0; 1,55)$.

$$\Rightarrow T = a + b + 100c = 155$$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$, $D(2; 2; -1)$.

Lấy điểm $M(x; y; z)$ sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $4x + 2y + z$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 14

Gọi G là trọng tâm của $ABCD$ ta có: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ và $G\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right)$.

Ta có:

$$\begin{aligned} & MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 \\ &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MD}^2 \\ &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GD})^2 \\ &= 4MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) \\ &= 4MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2 \end{aligned}$$

Vì $GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2$ không đổi nên $4MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2 \geq 4MG^2$

Dấu bằng xảy ra khi $M \equiv G\left(\frac{7}{4}; \frac{7}{2}; 0\right) \Rightarrow 4x + 2y + z = 14$.

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa trong không gian

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

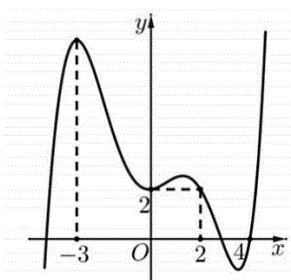
A. $(-3; 0)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3; 4]$ bằng:

A. $f(2)$.

B. $f(-3)$.

C. $f(4)$.

D. $f(0)$

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$

D. $y = \frac{x}{x + 1}$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

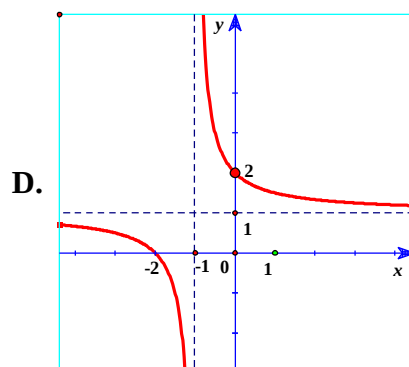
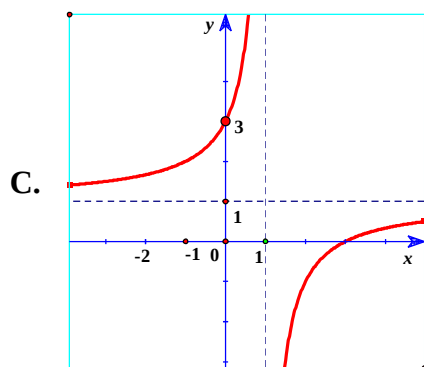
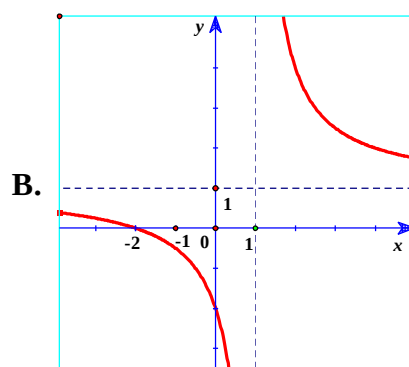
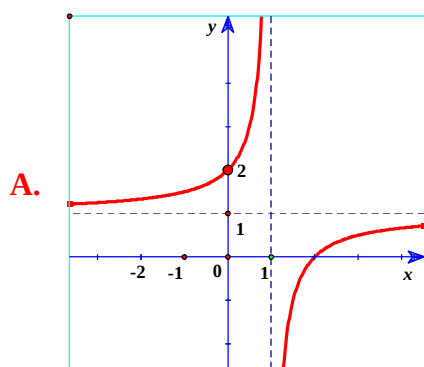
A. 2.

B. 1.

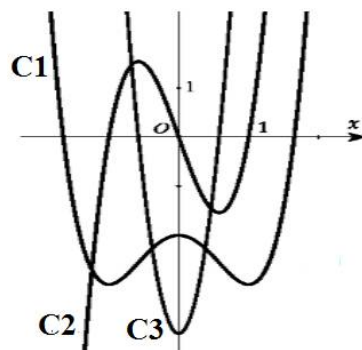
C. 4.

D. 3.

Câu 5. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



Câu 6. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. $(C_3); (C_2); (C_1)$.

B. $(C_2); (C_1); (C_3)$.

C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.

D. $(C_1); (C_2); (C_3)$.

Câu 7. Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng nào sau đây không thay đổi?

A. Khoảng biến thiên.

B. Khoảng tứ phân vị.

C. Phương sai.

D. Độ lệch chuẩn.

Câu 8. Tuổi thọ của một số linh kiện điện tử (đơn vị: năm) được sản xuất bởi phân xưởng B cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[1, 5; 2)	[2; 2, 5)	[2, 5; 3)	[3; 3, 5)	[3, 5; 4)
Số linh kiện của phân xưởng B	2	8	20	7	3

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên

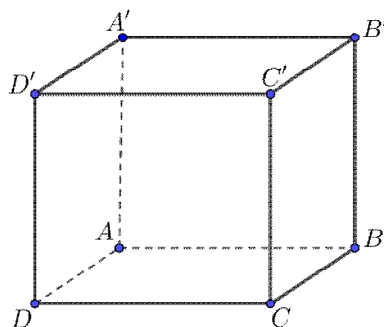
A. 0,219.

B. 0,329.

C. 0,119.

D. 0,129.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 2 (tham khảo hình bên dưới). Độ dài của vector $\vec{u} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ bằng



A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (2; 1; -3)$, $\vec{c} = (0; 3; -2)$.

Điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OM} + \vec{a} = 2\vec{b} - \vec{c}$, tổng $x + y + z$ bằng

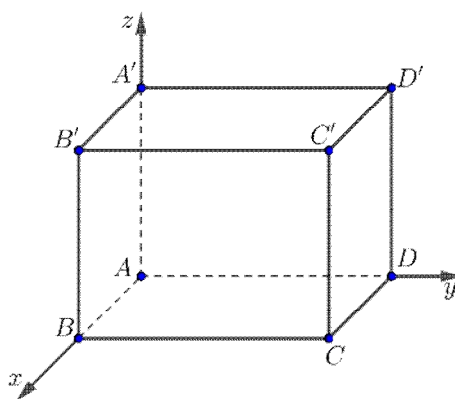
A. 3.

B. -3.

C. 4.

D. -2.

Câu 11. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ (như hình vẽ).



Tọa độ vector $A'C'$ có tọa độ.

A. $(1; 0; 1)$.

B. $(0; 1; 1)$.

C. $(1; 1; 0)$.

D. $(1; 1; 1)$.

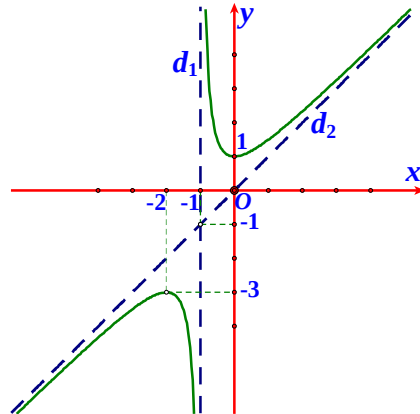
Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3); B(2; -3; 4)$. Tìm điểm

$M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng

- A. $M(1; 1; 0)$. B. $M(3; -4; 5)$. C. $M(-3; 5; 0)$. D. $M(-2; 1; 0)$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ có đồ thị và hai đường tiệm cận d_1, d_2 như hình vẽ dưới đây.



a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Điểm $M(50; 98)$ và hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thẳng hàng.

d) Đồ thị hàm số có một trục đối xứng là đường thẳng $y = (p + \sqrt{q})(x + 1) - r$ (trong đó p, q, r là các số nguyên). Khi đó $p + 10q + 15r = 90$.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ với t tính bằng giây (s) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S tính bằng mét (m) là quãng đường vật đi trong thời gian đó.

a) Vận tốc của chất điểm chuyển động tại thời điểm t (giây) là $v(t) = -3t^2 + 18t + 21$.

b) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là 45m/s.

c) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là 255(m).

d) Vận tốc chuyển động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 3(s)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(2; 1; 5), C(2; 4; 2)$.

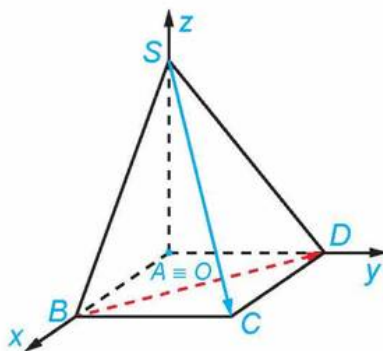
a) Tọa độ trung điểm của AB là $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 8\right)$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 30° .

d) Điểm $I(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a - 2b + 2c = 15$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $SA = 2, AB = 3, AD = 4$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS như hình vẽ.



a) Tọa độ các điểm S, A, B, C, D lần lượt là : $S(0;0;2), A(0;0;0), B(3;0;0), C(3;4;0), D(0;4;0)$.

b) Gọi I là tọa độ trung điểm đoạn thẳng SC . Khi đó, tọa độ điểm I là $\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right)$.

c) $SC = \sqrt{29}$

c) $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}) = \frac{7}{5\sqrt{29}}$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

Mức xà (cm)	[170;172)	[172;174)	[174;176)	[176;180)
Số vận động viên	3	10	6	1

Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		2	4		$+\infty$
y'	+	0	-		-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow -2$			$\nwarrow 6$		$+\infty$
			$\searrow -\infty$				

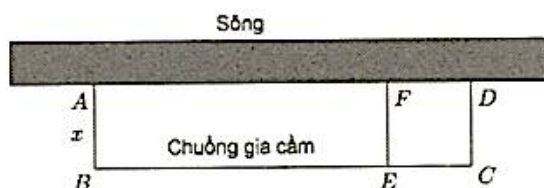
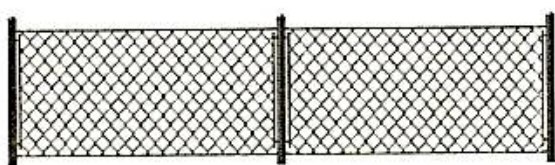
Gọi $I(x_0; y_0)$ là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho. Tính giá trị của $x_0 + y_0$.

Trả lời:

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ không vượt quá 7. Số phần tử nguyên của S là bao nhiêu?

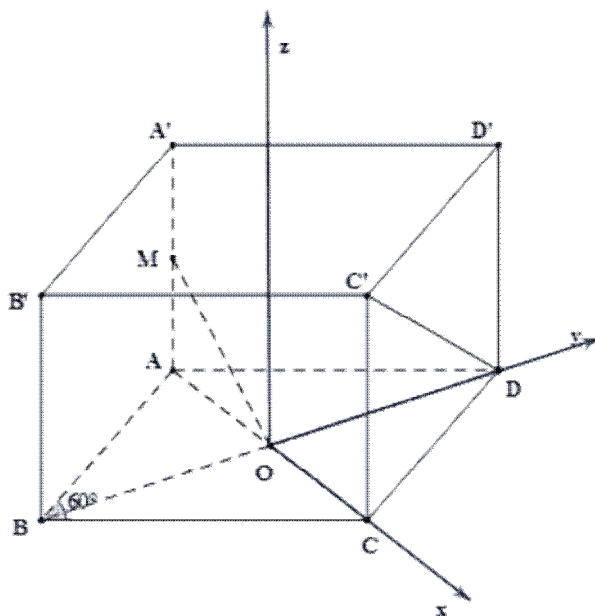
Trả lời:

Câu 4. Một chủ trang trại nuôi gia cầm muốn rào thành 2 chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng nuôi gà và một chuồng nuôi vịt. Biết rằng đã có sẵn 240m hàng rào và cạnh bờ sông thì không phải rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh chuồng là bao nhiêu mét vuông?



Trả lời:

Câu 5. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh 1, $AA' = 1$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó vectơ $\overrightarrow{OC'}$ có tọa độ là $(m;n;p)$. Hãy tính giá trị biểu thức $T = 2m + n + p$.



Trả lời:

Câu 6. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(5;-2;0)$, $B(4;5;-2)$ và $C(0;3;2)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Biết giá trị nhỏ nhất của Q có dạng $a\sqrt{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{N}$ và b là số nguyên tố. Tính $a + b$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

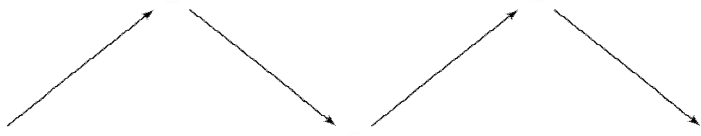
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-3; 0)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-\infty; -3)$.

Lời giải

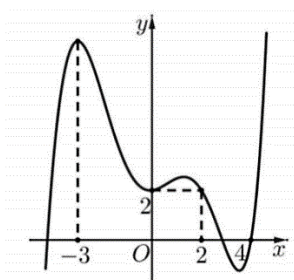
Chọn A.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(-3; 0)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3; 4]$ bằng:

- A.** $f(2)$. **B.** $f(-3)$. **C.** $f(4)$. **D.** $f(0)$

Lời giải

Chọn B.

Quan sát hình vẽ ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-3; 4]$ bằng $f(-3)$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A.** $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ **B.** $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ **C.** $y = \sqrt{x^2 - 1}$ **D.** $y = \frac{x}{x + 1}$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x}{x+1} = -\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		$+\infty$
	$-\infty$		-2		

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

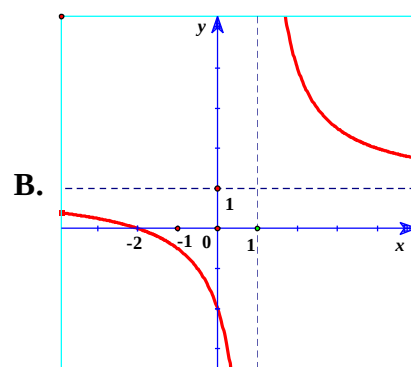
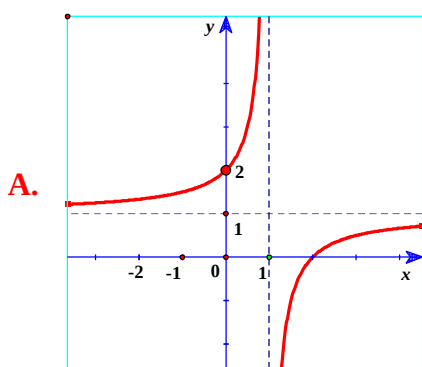
Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$ (1)

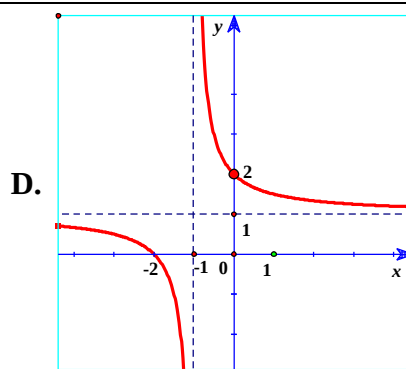
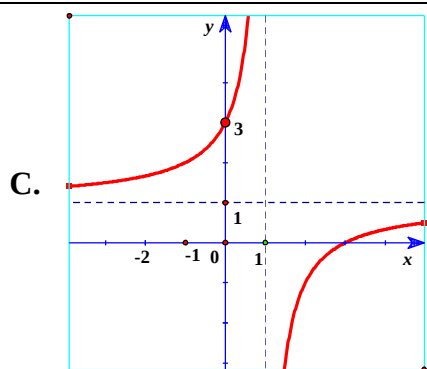
Số nghiệm thực của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = \frac{3}{2}$.

Từ bảng biến thiên đã cho của hàm số $y = f(x)$, ta thấy đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Do đó phương trình (1) có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 5. Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.





Lời giải

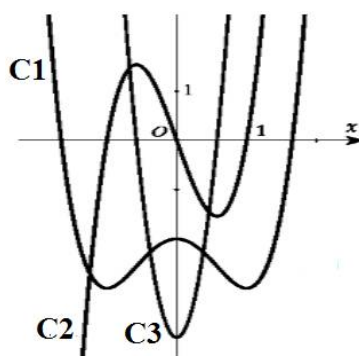
Chọn A.

Từ hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$, ta có

+ đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $x=1$; $y=1$, do đó loại D

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 2)$, do đó loại B, C

Câu 6. Cho đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = f''(x)$ được vẽ mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong nào?

A. $(C_3); (C_2); (C_1)$.

B. $(C_2); (C_1); (C_3)$.

C. $(C_2); (C_3); (C_1)$.

D. $(C_1); (C_2); (C_3)$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta thấy:

+ Đồ thị (C_3) cắt trục Ox tại điểm ứng hoành độ cực trị của (C_2) . Suy ra (C_3) là đạo hàm của (C_2) .

+ Đồ thị (C_2) cắt trục Ox tại điểm ứng hoành độ cực trị của (C_1) . Suy ra (C_2) là đạo hàm của (C_1) .

Vậy đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt $(C_1); (C_2); (C_3)$

Câu 7. Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng nào sau đây không thay đổi?

A. Khoảng biến thiên.

B. Khoảng tứ phân vị.

C. Phương sai.

D. Độ lệch chuẩn.

Lời giải

Chọn A.

Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng không đổi là khoảng biến thiên.

Câu 8. Tuổi thọ của một số linh kiện điện tử (đơn vị: năm) được sản xuất bởi phân xưởng B cho như sau:

Tuổi thọ (năm)	[1, 5; 2)	[2; 2, 5)	[2, 5; 3)	[3; 3, 5)	[3, 5; 4)
Số linh kiện của phân xưởng B	2	8	20	7	3

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên

A. 0,219 .

B. 0,329 .

C. 0,119 .

D. 0,129 .

Lời giải

Chọn A.

Ta có bảng số liệu với giá trị đại diện:

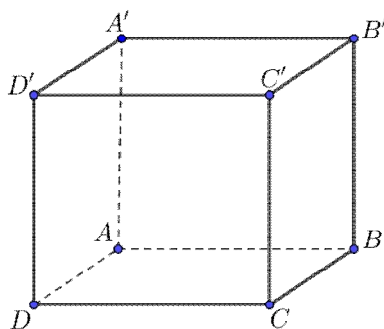
Tuổi thọ (năm)	[1, 5; 2)	[2; 2, 5)	[2, 5; 3)	[3; 3, 5)	[3, 5; 4)
Giá trị đại diện	1,75	2,25	2,75	3,25	3,75
Số linh kiện của phân xưởng B	2	8	20	7	3

Tổng số linh kiện: $n_2 = 2 + 8 + 20 + 7 + 3 = 40$

Giá trị trung bình $\bar{x}_2 = \frac{1,75 \cdot 2 + 2,25 \cdot 8 + 2,75 \cdot 20 + 3,25 \cdot 7 + 3,75 \cdot 3}{2 + 8 + 20 + 7 + 3} = \frac{221}{80}$

Phương sai: $s_2^2 = \frac{1}{40} (1,75^2 \cdot 2 + 2,25^2 \cdot 8 + 2,75^2 \cdot 20 + 3,25^2 \cdot 7 + 3,75^2 \cdot 3) - \left(\frac{221}{80} \right)^2 = \frac{1399}{6400} \approx 0,219$

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 2 (tham khảo hình bên dưới). Độ dài của vector $\vec{u} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ bằng



A. $2\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\vec{u} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC'}$.

Do đó $|\vec{u}| = |\overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}| = |\overrightarrow{AC'}| = AC' = 2\sqrt{3}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (2; 1; -3)$, $\vec{c} = (0; 3; -2)$.

Điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OM} + \vec{a} = 2\vec{b} - \vec{c}$, tổng $x + y + z$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 4.

D. -2.

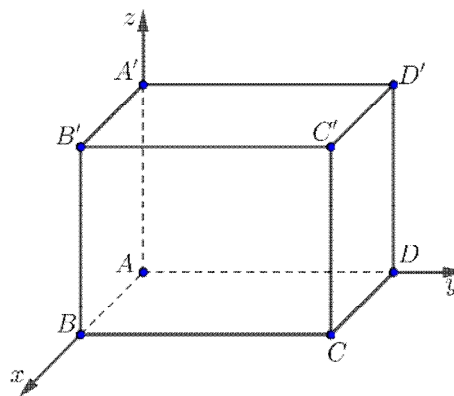
Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{OM} + \vec{a} = 2\vec{b} - \vec{c}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = 2\vec{b} - \vec{c} - \vec{a} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = (3; 0; -6) \Rightarrow x + y + z = -3$.

Câu 11. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ (như hình vẽ).



Tọa độ vectơ $A'C'$ có tọa độ.

A. $(1; 0; 1)$.

B. $(0; 1; 1)$.

C. $(1; 1; 0)$.

D. $(1; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $A'(0; 0; 1); C'(1; 1; 1)$.

Do đó $\overrightarrow{A'C'} = (1; 1; 0)$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 3); B(2; -3; 4)$. Tìm điểm

$M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng

A. $M(1; 1; 0)$.

B. $M(3; -4; 5)$.

C. $M(-3; 5; 0)$.

D. $M(-2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$.

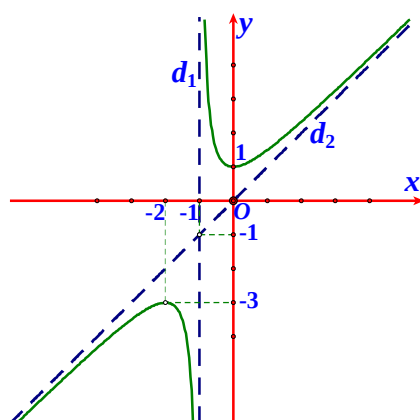
Khi đó: $\overrightarrow{MA} = (x-1; y+2; -3)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$.

Do ba điểm A, B, M thẳng hàng nên $\overrightarrow{MA} = k \cdot \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=k \\ y+2=-k \\ -3=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=-3 \\ x=-2 \\ y=1 \end{cases}$.

Vậy $M(-2;1;0)$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ có đồ thị và hai đường tiệm cận d_1, d_2 như hình vẽ dưới đây.



a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Điểm $M(50;98)$ và hai điểm cực trị của đồ thị hàm số thẳng hàng.

d) Đồ thị hàm số có một trục đối xứng là đường thẳng $y = (p + \sqrt{q})(x+1) - r$ (trong đó p, q, r là các số nguyên). Khi đó $p + 10q + 15r = 90$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) Từ đồ thị suy ra : Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$.

b) Từ đồ thị suy ra: Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Từ đồ thị suy ra $b=1, c=1, n=1 \Rightarrow$ đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $\Delta: y = 2x+1$, suy ra c) sai.

d) Từ đồ thị hàm số ta có góc giữa tiệm cận đứng d_1 và tiệm cận xiên d_2 bằng 45° .

Hàm đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + bx + c}{x + n}$ có 2 trục đối xứng là các đường phân giác của góc tạo bởi hai đường

thẳng d_1, d_2 nên hai trục đối xứng có hệ số góc là
$$\begin{cases} k_1 = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8}\right) = 1 + \sqrt{2} \\ k_2 = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{3\pi}{8}\right) = -1 - \sqrt{2} \end{cases}.$$

Có 1 trục đối xứng $y = (1 + \sqrt{2})(x + 1) - 1$.

$\Rightarrow p = 1, q = 2, r = 1 \Rightarrow p + 10q + 15r = 1 + 20 + 15 = 36$.

Suy ra d) sai.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ với t tính bằng giây (s) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S tính bằng mét (m) là quãng đường vật đi trong thời gian đó.

a) Vận tốc của chất điểm chuyển động tại thời điểm t (giây) là $v(t) = -3t^2 + 18t + 21$.

b) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là 45m/s.

c) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là 255(m).

d) Vận tốc chuyển động của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 3(s)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) Đúng.

Vận tốc chất điểm là $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 18t + 21$.

b) Đúng.

Vận tốc chất điểm tại giây thứ 2 là $v(2) = -3.2^2 + 18.2 + 21 = 45\text{m/s}$

c) Sai.

Vật dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 18t + 21 = 0 \Leftrightarrow t = 7$ (thỏa mãn) hoặc $t = -1$ (loại)

quãng đường vật đi được tại thời điểm $t = 7s$ là $s(7) = -7^3 + 9.7^2 + 21.7 + 9 = 254(m)$

d) Đúng.

$v(t) = -3t^2 + 18t + 21 = -3(t^2 - 6t + 9) + 48 = -3(t - 3)^2 + 48 \leq 48$.

Vậy vận tốc lớn nhất bằng 48(m/s) khi $t = 3$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(2; 1; 5), C(2; 4; 2)$.

a) Tọa độ trung điểm của AB là $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 8\right)$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 30° .

d) Điểm $I(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a - 2b + 2c = 15$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

$$\text{a) Gọi } I \text{ là trung điểm } AB. \text{ Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 4\right)$$

$$\text{b) Ta có } \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10).$$

$$\text{c) Ta có } \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (1; 2; -1).$$

$$\cos(AB, AC) = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{|1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra } (AB, AC) = 60^\circ.$$

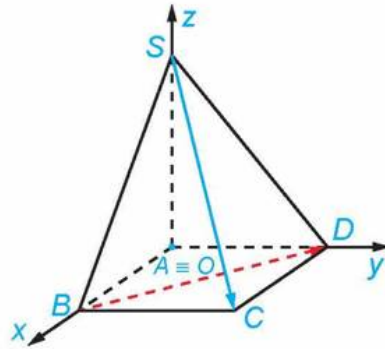
$$\text{d) Gọi } K(x; y; z) \text{ thỏa mãn } 3\overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2-x) - (2-x) = 0 \\ 3(1-y) - (4-y) = 0 \\ 3(5-z) - (2-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } K\left(2; -\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right). \text{ Khi đó } T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}| = |3\overrightarrow{IK} + 3\overrightarrow{KB} - \overrightarrow{IK} - \overrightarrow{KC}| = |2\overrightarrow{IK}| = 2IK.$$

$$T \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi } I \text{ là hình chiếu của } K \text{ trên } (Oxz) \text{ suy ra } I\left(2; 0; \frac{13}{2}\right).$$

$$\text{Suy ra } a = 2, b = 0, c = \frac{13}{2}. \text{ Vậy } a - 2b + 2c = 15.$$

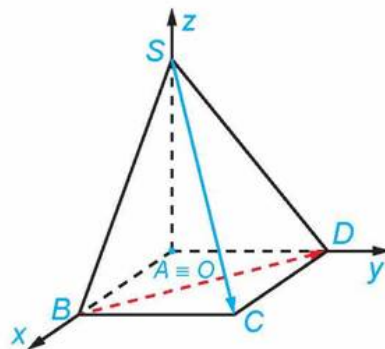
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $SA = 2, AB = 3, AD = 4$. Xét hệ tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AB, AD, AS như hình vẽ.



- a) Tọa độ các điểm S, A, B, C, D lần lượt là : $S(0;0;2), A(0;0;0), B(3;0;0), C(3;4;0), D(0;0;4)$.
- b) Gọi I là tọa độ trung điểm đoạn thẳng SC . Khi đó, tọa độ điểm I là $\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right)$.
- c) $SC = \sqrt{29}$
- c) $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}) = \frac{7}{5\sqrt{29}}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG



- a) Vì A trùng gốc toạ độ nên $A(0;0;0)$.
 Vì B thuộc tia Ox và $AB = 3$ nên $B(3;0;0)$.
 Vì D thuộc tia Oy và $AD = 4$ nên $D(0;4;0)$.
 Vì S thuộc tia Oz và $AS = 2$ nên $S(0;0;2)$.
 Vì hình chiếu của C lên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là B, D, A nên $C(3;4;0)$.
- b) I là toạ độ trung điểm đoạn thẳng SC
- $$I\left(\frac{0+3}{2}; \frac{0+4}{2}; \frac{2+0}{2}\right) \text{ hay } I\left(\frac{3}{2}; 2; 1\right).$$
- c) Ta có $\overrightarrow{SC} = (3-0; 4-0; 0-2) = (3; 4; -2)$, suy ra $SC = |\overrightarrow{SC}| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$.
- d) Ta có $\overrightarrow{BD} = (0-3; 4-0; 0-0) = (-3; 4; 0)$, suy ra $BD = |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} = 5$.

$$\text{Do đó: } \cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{SC}) = \frac{\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{SC}}{|\overrightarrow{BD}| \cdot |\overrightarrow{SC}|} = \frac{(-3) \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 0 \cdot (-2)}{5\sqrt{29}} = \frac{7}{5\sqrt{29}}$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

Mức xà (cm)	[170;172)	[172;174)	[174;176)	[176;180)
Số vận động viên	3	10	6	1

Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1,53

Mẫu số liệu với giá trị đại diện

Mức xà (cm)	[170;172)	[172;174)	[174;176)	[176;180)
Giá trị đại diện	171	173	175	177
Số vận động viên	3	10	6	1

$$\text{Giá trị trung bình: } \bar{x} = \frac{1}{20}(171 \cdot 3 + 173 \cdot 10 + 175 \cdot 6 + 177 \cdot 1) = 173,5(\text{cm})$$

$$\text{Phương sai của mẫu số liệu: } s^2 = \frac{1}{20}(171^2 \cdot 3 + 173^2 \cdot 10 + 175^2 \cdot 6 + 177^2 \cdot 1) - 173,5^2 = 2,35$$

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu: } s = \sqrt{2,35} = \frac{\sqrt{235}}{10} \approx 1,53$$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và có bảng biến thiên

như sau:

x	$-\infty$	0		2	4		$+\infty$
y'	+	0	-		-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow -2$			$+\infty$	$\searrow 6$	
			$\searrow -\infty$				$\nearrow +\infty$

Gọi $I(x_0; y_0)$ là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho. Tính giá trị của $x_0 + y_0$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Điểm cực đại và cực tiểu là $A(0; -2); B(4; 6)$

Vì $I(x_0; y_0)$ là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị nên là $I(x_0; y_0)$ trung điểm của đoạn thẳng AB

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_0 = \frac{0+4}{2} = 2 \\ y_0 = \frac{-2+6}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 = 4$$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ không vượt quá 7. Số phần tử nguyên của S là bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

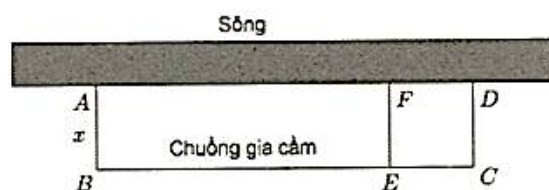
Đáp án: 5

Ta có $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1 + m^2 > 0, x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $[0; 1]$

$$\max_{[0;1]} f(x) = f(1) = m^2 + 3. \text{ Yêu cầu bài toán tương đương } m^2 + 3 \leq 7 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$$

Vậy $S = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ hay S có 5 phần tử.

Câu 4. Một chủ trang trại nuôi gia cầm muốn rào thành 2 chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng nuôi gà và một chuồng nuôi vịt. Biết rằng đã có sẵn 240m hàng rào và cạnh bờ sông thì không phải rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh chuồng là bao nhiêu mét vuông?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4800

Xét hình chữ nhật $ABCD$ có các cạnh phải rào AB, BC, CD, EF như hình vẽ. Đặt $AB = x (x > 0)$.

Khi đó ta có $BC = 240 - 3x > 0 \Rightarrow x < 80$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S = x(240 - 3x) = 240x - 3x^2$.

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ với $0 < x < 80$

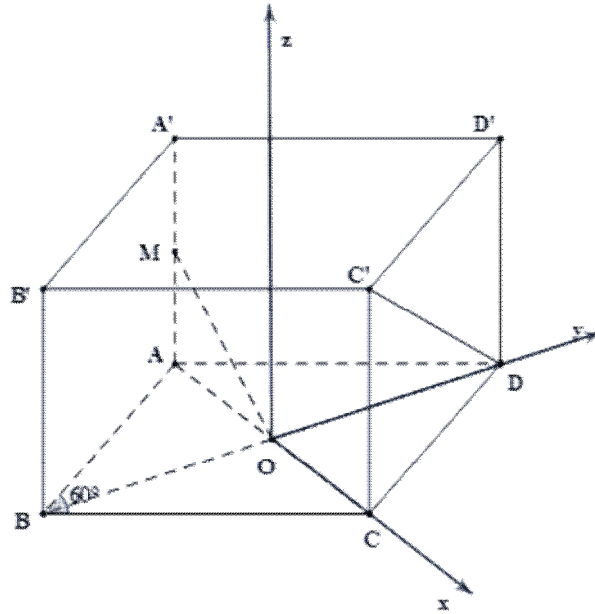
Xét $f(x) = 240x - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 240 - 6x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 40$.

Ta có $f''(x) = -6 < 0, \forall x \in (0; 80)$.

Do đó $\max S = \max_{x \in (0; 80)} f(x) = f(40) = 4800 \Leftrightarrow x = 40$.

Vậy diện tích lớn nhất có thể bao quanh là $4800m^2$.

Câu 5. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh 1, $AA' = 1$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA' . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó vectơ $\overrightarrow{OC'}$ có tọa độ là $(m; n; p)$. Hãy tính giá trị biểu thức $T = 2m + n + p$.

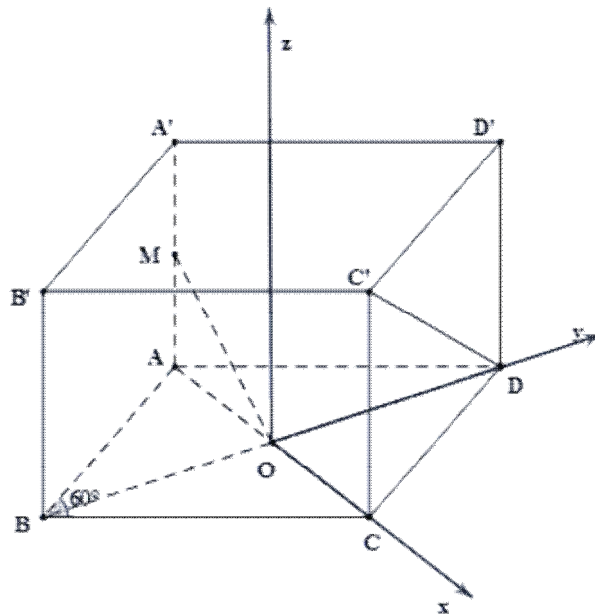


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2

Dựng hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Dễ dàng tính được $O(0;0;0)$, $M\left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$, $D\left(0;\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $C'\left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{OM} = \left(-\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{C'D} = \left(-\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};-1\right)$ và $\overrightarrow{OC'} = \left(\frac{1}{2};0;1\right)$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 0 \\ p = 1 \end{cases} \Rightarrow T = 2m + n + p = 2 \cdot \frac{1}{2} + 0 + 1 = 2.$$

Câu 6. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(5; -2; 0)$, $B(4; 5; -2)$ và $C(0; 3; 2)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Biết giá trị nhỏ nhất của Q có dạng $a\sqrt{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{N}$ và b là số nguyên tố. Tính $a + b$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 43

$$\text{Ta có } Q = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 2|\overrightarrow{3MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| + 3|\overrightarrow{2MI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}|$$

Với $G(3; 2; 0)$ là trọng tâm của tam giác ABC và $I(2; 4; 0)$ là trung điểm BC , ta có:

$$Q = 2|\overrightarrow{3MG}| + 3|\overrightarrow{2MI}| = 6(MG + MI),$$

Do G và I nằm cùng phía so với Ox nên gọi $G'(3; -2; 0)$ là điểm đối xứng của G qua Ox .

$$\text{Khi đó } Q = 2|\overrightarrow{3MG}| + 3|\overrightarrow{2MI}| = 6(MG + MI) = 6(MG' + MI) \geq 6G'I = 6\sqrt{37}.$$

Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của $G'I$ và Ox .

$$\Rightarrow a + b = 6 + 37 = 43$$

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

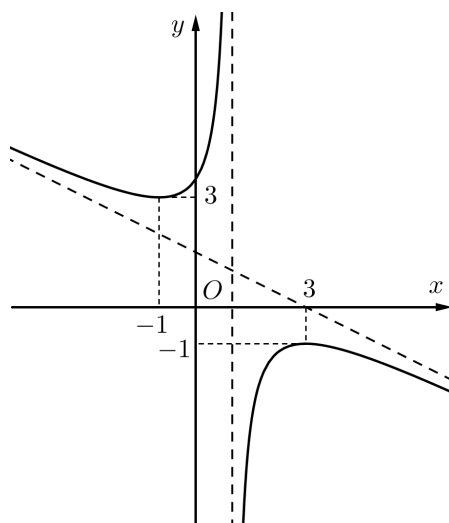
Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa trong không gian

ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu bằng:

A. -1.

B. 3.

C. $(-1; 3)$.

D. $(3; -1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$-$	0	$+$
			0	$+$	0
			$-$		$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$

B. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$

C. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$

D. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

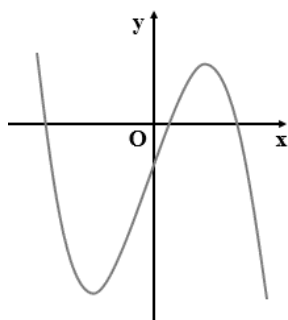
A. $x = -3$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a > 0, d < 0$.

D. $a < 0, d < 0$.

Câu 5. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

C. $y = \frac{-2x-3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x}{x-1}$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

A. $2\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{15}$.

Câu 7. Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các học sinh trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	8	16	12	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 20.

B. 30.

C. 27.

D. 35.

Câu 8. Cô Thúy đầu tư số tiền vào lĩnh vực kinh doanh B. Cô Thúy thống kê số tiền thu được mỗi tháng trong vòng 60 tháng theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi Cô Thúy đầu tư vào lĩnh vực B là:

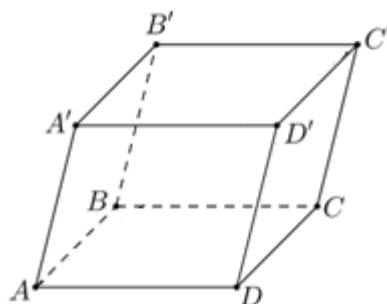
A. 8,42.

B. 9,22.

C. 7,42.

D. 7,22.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.



Phân tích vector $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 6\vec{j} + 4\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(4; 6; -3)$. B. $(-4; -6; 3)$. C. $(-6; -4; 3)$. D. $(6; 4; -3)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -3)$, $B(3; -1; 1)$. Gọi M là trung điểm AB , đoạn OM có độ dài bằng

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

- A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. B. $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. C. $m = 4; n = -3$. D. $m = 1; n = 0$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$

a) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a; b]$ thì $3a + 4b = 5$.

b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

d) $f(0) = -\frac{3}{4}$.

Câu 2. Quảng cáo là hình thức tuyên truyền được trả phí hoặc không để thực hiện việc giới thiệu thông tin về sản phẩm, dịch vụ, công ty hay ý tưởng, quảng cáo là hoạt động truyền thông phi trực tiếp giữa người với người mà trong đó người muốn truyền thông phải trả tiền cho các phương tiện truyền thông đại chúng để đưa thông tin đến thuyết phục hay tác động đến người nhận thông tin. Khảo sát tại một công ty A cho thấy nếu chi x triệu đồng để quảng cáo một loại sản phẩm thì số sản phẩm công ty A bán được là $S(x) = -2x^3 + 27x^2 + 216x + 150$ với $x \in [0; 15]$.

a) $S'(x) = -6x^2 + 54x + 216$.

b) Nếu công ty A chi 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm công ty A bán được đạt tối đa bằng 3131 triệu đồng.

c) Nếu không chi cho quảng cáo thì số lượng sản phẩm công ty A bán được là 391 sản phẩm.

d) Nếu công ty A chi từ 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm bán được sẽ tăng.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;3;-2), B(3;2;-4), C(2;1;0), D(3;5;-1)$.

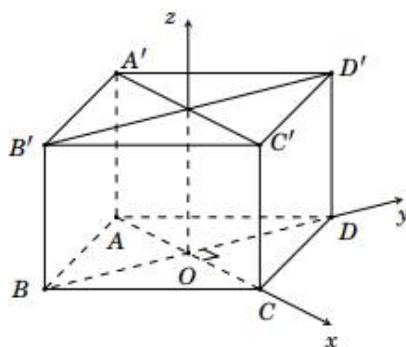
a) $AB = 3$

b) $AB \perp CD$.

c) Tam giác BCD là tam giác đều.

d) $\cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MD}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông $ABCD$).



a) Tọa độ $A(-1;0;0)$.

b) $\overrightarrow{AC'} = (2\sqrt{2};0;2)$.

c) Tọa độ $D'(0;\sqrt{2};2)$.

d) $\overrightarrow{BD'} = (0;0;2)$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

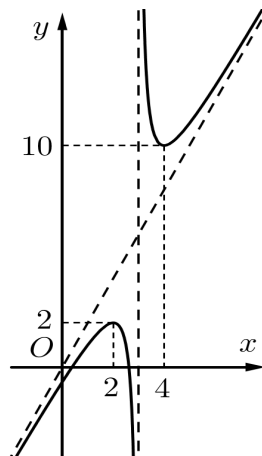
Câu 1. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Úc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (kết quả làm tròn đến phần mười).

Trả lời:

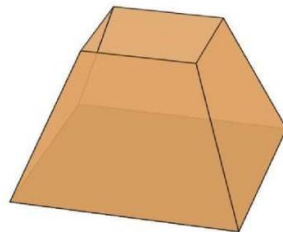
Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và có đồ thị (C) như hình vẽ sau.



Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho. Tính giá trị của $x_0 + y_0$.

Trả lời:

Câu 3. Một xưởng thủ công mỹ nghệ sản xuất loại chụp đèn trang trí dạng hình chóp cụt tứ giác đều. Gọi x là độ dài cạnh đáy lớn (đơn vị:dm). Tính toán cho thấy tổng chi phí vật liệu (tính bằng nghìn đồng) cho một chụp đèn là $C(x) = x^2 + 108$ (nghìn đồng). Thời gian sản xuất cho một chụp đèn được xác định là $T(x) = x + 6$ (giờ). Xưởng muốn xác định kích thước x để chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là thấp nhất, nhằm tối ưu hóa hiệu quả sử dụng thời gian và vật liệu. Hãy tìm giá trị của x .



Trả lời:

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương ?

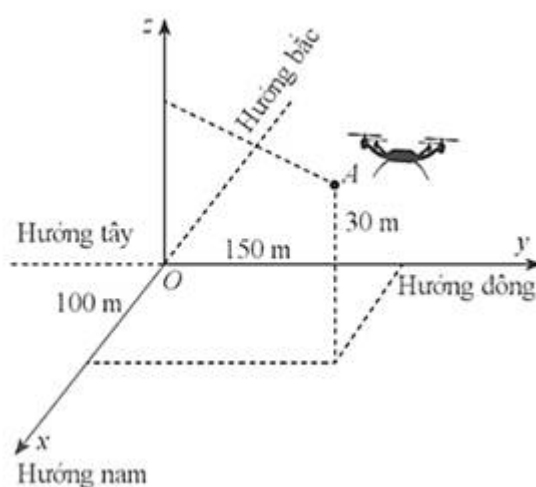
Trả lời:

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Bình phương độ dài đoạn thẳng OM bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 6. Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 30 m (hình vẽ). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 80 m về phía bắc và 120 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m.



Biết flycam bay từ vị trí A đến vị trí B theo một đường thẳng, hỏi quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

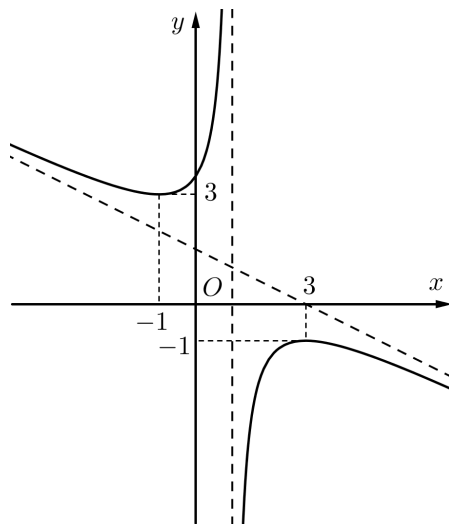
Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 5

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu bằng:

A. -1.

B. 3.

C. $(-1; 3)$.

D. $(3; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị đã cho, ta có

Hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = -1$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	0
		$-$	0	$+$	0

Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$

B. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$

C. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$

D. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng xét dấu, ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$
y						

Do đó $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

A. $x = -3$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

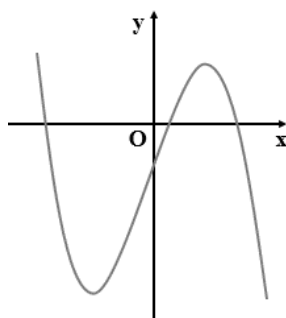
D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D.

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x-1}{x-3} = -\infty$. Suy ra tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a > 0, d < 0$.

D. $a < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x = 0$ là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi $x = 0 \Rightarrow y = d < 0$.

Câu 5. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$+$
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

C. $y = \frac{-2x-3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A.

Từ bảng biến thiên, ta có: đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $x = -1$; $y = 2$, do đó loại B, C, D

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x}{x-1}$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

- A. $2\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $6\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x-1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_1 = 2x_1 + 2 \\ x_2 = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_2 = 2x_2 + 2 \end{cases} \quad 219$$

Suy ra khoảng cách giữa hai điểm cực trị: $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{5(x_1 - x_2)^2} = 2\sqrt{15}$

Câu 7. Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các học sinh trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số học sinh	8	16	12	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 20. B. 30. C. 27. D. 35.

Lời giải

Chọn A.

Khoảng biến thiên: $R = 45 - 25 = 20$.

Câu 8. Cô Thúy đầu tư số tiền vào lĩnh vực kinh doanh B. Cô Thúy thống kê số tiền thu được mỗi tháng trong vòng 60 tháng theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi Cô Thúy đầu tư vào lĩnh vực B là:

- A. 8,42. B. 9,22. C. 7,42. D. 7,22.

Lời giải

Chọn A.

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu ta có:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20
--------------------------------	----	---	----	---	----

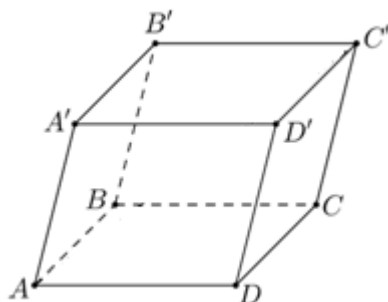
Số tiền trung bình thu được khi Cô Thúy đầu tư vào các lĩnh vực B là:

$$\bar{x}_B = \frac{1}{60}(20 \cdot 7,5 + \dots + 20 \cdot 27,5) = 17,5$$

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi Cô Thúy đầu tư vào các lĩnh vực B là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{60}(20 \cdot 7,5^2 + \dots + 20 \cdot 27,5^2) - (17,5)^2} \approx 8,42.$$

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.



Phân tích vector $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

- A. $\overrightarrow{AC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Lời giải

Chọn D.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 6\vec{j} + 4\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(4; 6; -3)$. B. $(-4; -6; 3)$. C. $(-6; -4; 3)$. D. $(6; 4; -3)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{OA} = 6\vec{j} + 4\vec{i} - 3\vec{k} = 4\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow A(4; 6; -3).$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -3)$, $B(3; -1; 1)$. Gọi M là trung điểm AB, đoạn OM có độ dài bằng

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có tọa độ trung điểm AB là $M(2; 0; -1)$, khi đó $OM = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương.

- A.** $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. **B.** $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. **C.** $m = 4; n = -3$. **D.** $m = 1; n = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi tồn tại số thực dương k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 6 \\ 3 = 2(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$

a) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a; b]$ thì $3a + 4b = 5$.

b) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

d) $f(0) = -\frac{3}{4}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Ta có $f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x + 8}{(x^2 + 4)^2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	0

a) Sai. Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $\left[-1; \frac{1}{4}\right]$ nên $a = -1; b = \frac{1}{4}$ và $3a + 4b = -2$.

b) Đúng. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Sai. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.

d) Đúng. $f(0) = -\frac{3}{4}$

Câu 2. Quảng cáo là hình thức tuyên truyền được trả phí hoặc không để thực hiện việc giới thiệu thông tin về sản phẩm, dịch vụ, công ty hay ý tưởng, quảng cáo là hoạt động truyền thông phi trực tiếp giữa người với người mà trong đó người muốn truyền thông phải trả tiền cho các phương tiện truyền thông đại chúng để đưa thông tin đến thuyết phục hay tác động đến người nhận thông tin. Khảo sát tại một công ty A cho thấy nếu chi x triệu đồng để quảng cáo một loại sản phẩm thì số sản phẩm công ty A bán được là $S(x) = -2x^3 + 27x^2 + 216x + 150$ với $x \in [0; 15]$.

a) $S'(x) = -6x^2 + 54x + 216$.

b) Nếu công ty A chi 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm công ty A bán được đạt tối đa bằng 3131 triệu đồng.

c) Nếu không chi cho quảng cáo thì số lượng sản phẩm công ty A bán được là 391 sản phẩm.

d) Nếu công ty A chi từ 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm bán được sẽ tăng.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Xét $S(x) = -2x^3 + 27x^2 + 216x + 150$, ta có $S'(x) = -6x^2 + 54x + 216$. Vậy a) đúng.

b) Xét hàm số $S(x) = -2x^3 + 27x^2 + 216x + 150$ với $x \in [11; 12]$

$$S'(x) = -6x^2 + 54x + 216$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (tm)} \\ x = -3 \text{ (loại)} \end{cases}$$

x	11	12
y'	+	0
y	3131	3174

Ta có: $S(11) = 3131; S(12) = 3174$

Do đó nếu công ty A chi 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản phẩm công ty A bán được đạt tối đa bằng 3174 sản phẩm. Vậy b) sai.

c) Nếu không chi tiền cho quảng cáo thì số sản phẩm công ty A bán được là $S(0) = 150$. Vậy c) sai.

d) Nếu công ty A chi từ 11 triệu đồng đến 12 triệu đồng cho quảng cáo loại sản phẩm này thì số lượng sản tăng. Vậy d) đúng (theo bảng biến thiên)

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 3; -2), B(3; 2; -4), C(2; 1; 0), D(3; 5; -1)$.

a) $AB = 3$

b) $AB \perp CD$.

c) Tam giác BCD là tam giác đều.

d) $\cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MD}) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) $\overrightarrow{AB} = (2; -1; -2) \Rightarrow AB = 3$

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -1; -2), \overrightarrow{CD} = (1; 4; -1)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 4 + (-2) \cdot (-1) = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CD} \Rightarrow AB \perp CD$.

b) Tính ba cạnh của tam giác BCD :

$\overrightarrow{CD} = (1; 4; -1) \Rightarrow CD = |\overrightarrow{CD}| = \sqrt{1^2 + 4^2 + (-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$BC = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(2-3)^2 + (1-2)^2 + (0-(-4))^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$BD = |\overrightarrow{BD}| = \sqrt{(3-3)^2 + (5-2)^2 + (-1-(-4))^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Suy ra BCD là tam giác đều.

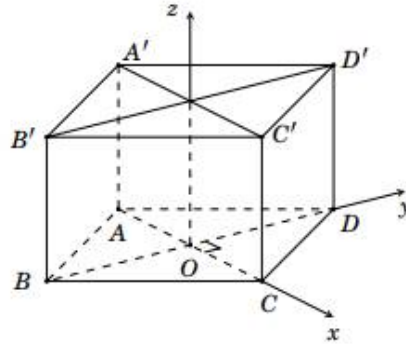
c) Ta có $\widehat{AMD} = (\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MD})$.

Vì M là trung điểm của BC nên $M\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}; -2\right)$.

Suy ra: $\overrightarrow{MA} = \left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0\right)$ và $\overrightarrow{MD} = \left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}; 1\right)$.

Từ đó ta tính được: $\cos(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MD}) = \frac{-\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{2} + 0 \cdot 1}{\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông $ABCD$).



a) Tọa độ $A(-1;0;0)$.

b) $\overrightarrow{AC'} = (2\sqrt{2};0;2)$.

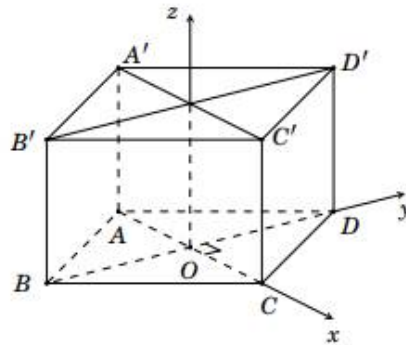
c) Tọa độ $D'(0;\sqrt{2};2)$.

d) $\overrightarrow{BD'} = (0;0;2)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

Độ dài $AC = 2\sqrt{2}$. Với hệ trục $Oxyz$ đã chọn như hình vẽ thì



a) Điểm $A \in Ox$, nằm ngược chiều dương và $OA = \sqrt{2}$ nên $A(-\sqrt{2};0;0)$.

b) Tọa độ $C'(\sqrt{2};0;2)$. Suy ra $\overrightarrow{AC'} = (2\sqrt{2};0;2)$.

c) Điểm D' có hình chiếu vuông góc xuống (Oxy) là điểm $D(0;\sqrt{2};0)$ và $DD' = 2$ nên $D'(0;\sqrt{2};2)$.

d) Tọa độ $B(0;-\sqrt{2};0), D'(0;\sqrt{2};2)$. Suy ra $\overrightarrow{BD'} = (0;2\sqrt{2};2)$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Úc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250;290)	[290;330)	[330;370)	[370;410)	[410;450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (kết quả làm tròn đến phần mười).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 63,5

Cỡ mẫu $n = 50$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in [250; 290); x_4, \dots, x_{16} \in [290; 330); x_{17}, \dots, x_{34} \in [330; 370);$

$x_{35}, \dots, x_{45} \in [370; 410); x_{46}, \dots, x_{50} \in [410; 450).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [290; 330)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

ghép nhóm là: $Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}.$

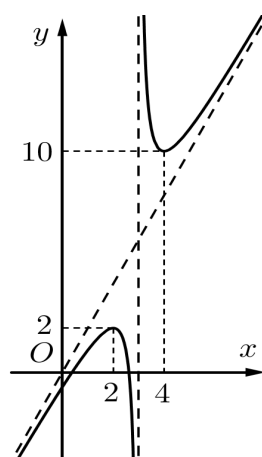
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [370; 410)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

nhóm là: $Q_3 = 370 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18)}{11} \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}.$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143} \approx 63,5$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và có đồ thị (C) như

hình vẽ sau.



Gọi $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Tính giá trị của $x_0 + y_0$.

Trả lời:

Lời giải

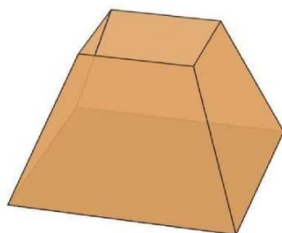
Đáp án: 9

Dựa vào đồ thị ta thấy: Điểm cực đại và cực tiểu là $A(2; 2); B(4; 10)$

Vì $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho nên cũng là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị. Do đó $M(x_0; y_0)$ trung điểm của đoạn thẳng AB

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_0 = \frac{2+4}{2} = 3 \\ y_0 = \frac{2+10}{2} = 6 \end{cases} \Rightarrow x_0 + y_0 = 9$$

Câu 3. Một xưởng thủ công mỹ nghệ sản xuất loại chụp đèn trang trí dạng hình chóp cụt tứ giác đều. Gọi x là độ dài cạnh đáy lớn (đơn vị: dm). Tính toán cho thấy tổng chi phí vật liệu (tính bằng nghìn đồng) cho một chụp đèn là $C(x) = x^2 + 108$ (nghìn đồng). Thời gian sản xuất cho một chụp đèn được xác định là $T(x) = x + 6$ (giờ). Xưởng muốn xác định kích thước x để chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là thấp nhất, nhằm tối ưu hóa hiệu quả sử dụng thời gian và vật liệu. Hãy tìm giá trị của x .



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6

Gọi hàm chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là $f(x) = \frac{C(x)}{T(x)} = \frac{x^2 + 108}{x + 6}, x > 0$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x^2 + 12x - 108}{(x + 6)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -18(L) \\ x = 6 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên :

x	0	6	$+\infty$
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	18	12	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt GTNN bằng 12 khi $x = 6$.

Vậy để chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là thấp nhất thì $x = 6$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$	2		2

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 2$ suy

$$\text{ra } \begin{cases} \frac{-c}{b} = -1 \\ \frac{a}{b} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = b \\ a = 2b \end{cases}.$$

Hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó suy ra:

$$ac - b < 0 \Rightarrow 2b^2 - b < 0 \Rightarrow 0 < b < \frac{1}{2}.$$

Suy ra cả ba số a, b, c đều dương.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; -4; 9)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Bình phương độ dài đoạn thẳng OM bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 54

Gọi $M(x; y; z)$.

Vì điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$ nên

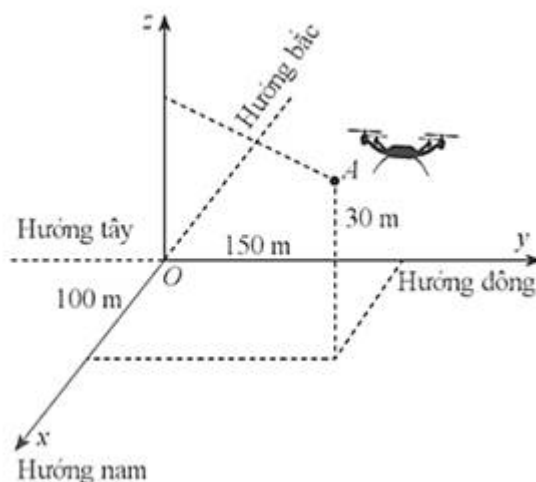
$$\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-2-x) = -3 \\ 3(-4-y) = -6 \\ 3(9-z) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \\ z = 7. \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1; -2; 7) \Rightarrow OM = \sqrt{1+4+49} = \sqrt{54} \Rightarrow OM^2 = 54.$$

Câu 6. Một người điều khiển một flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Đầu tiên flycam ở vị trí A cách vị trí điều khiển 100 m về phía nam và 150 m về phía đông, đồng thời cách

mặt đất 30 m (hình vẽ). Để thực hiện nhiệm vụ tiếp theo, người điều khiển flycam đến vị trí B cách vị trí điều khiển 80 m về phía bắc và 120 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50 m.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m.



Biết flycam bay từ vị trí A đến vị trí B theo một đường thẳng, hỏi quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 325

Theo giả thiết đề cho, ta có:

Tọa độ của flycam tại vị trí điểm A là $(100; 150; 30)$.

Tọa độ của flycam tại vị trí điểm B là $(-80; -120; 50)$.

Quãng đường flycam bay từ vị trí A đến vị trí B bằng khoảng cách giữa hai điểm A và B , ta có:

$$AB = \sqrt{(-80 - 100)^2 + (-120 - 150)^2 + (50 - 30)^2} \approx 325(m)$$

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

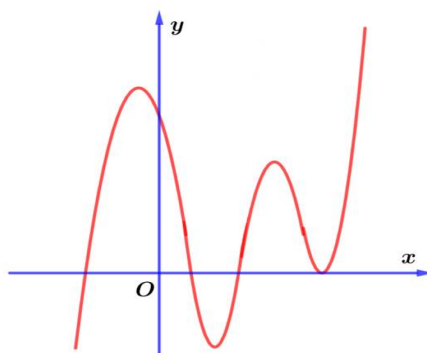
Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa trong không gian

ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$.



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. -12.

B. 10.

C. 15.

D. -2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

A. 1.

B. 4.

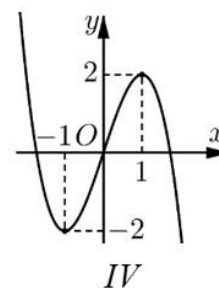
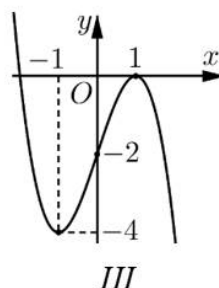
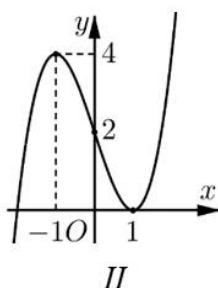
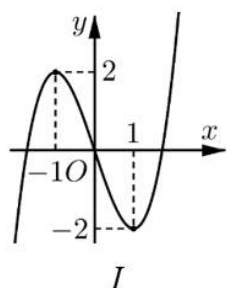
C. 2.

D. 3.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$
		2		-2	

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?



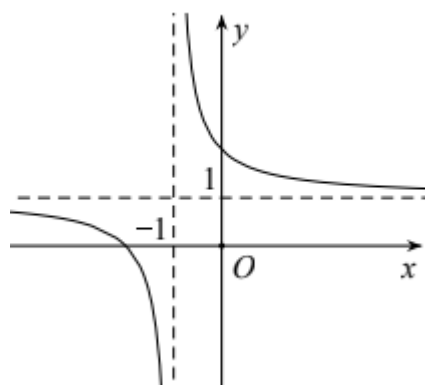
A. I.

B. II.

C. III.

D. IV.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $0 < b < a$.

B. $0 < a < b$.

C. $b < 0 < a$.

D. $a < b < 0$.

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -3$.

C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' < 0, \forall x \neq -3$.

Câu 7. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7.

B. 7,6.

C. 8.

D. 8,6.

Câu 8. Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào hai lĩnh vực A cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

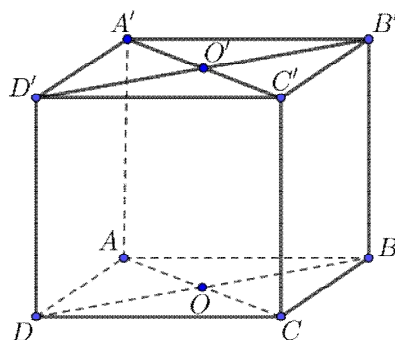
A. 17,9 (triệu đồng).

B. 19,5 (triệu đồng).

C. 16,9 (triệu đồng).

D. 18,5 (triệu đồng).

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .



Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Đặt $\vec{u} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OA'} + \vec{OB'} + \vec{OC'} + \vec{OD'}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $|\vec{u}| = a$.

B. $|\vec{u}| = 4a$.

C. $|\vec{u}| = 6a$.

D. $|\vec{u}| = 2a$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(0; 2; -3)$.

B. $(1; 0; -3)$.

C. $(1; 2; 0)$.

D. $(1; 0; 0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cosin của góc giữa hai vector $\vec{u} = (10; 10; 20)$, $\vec{v} = (10; -20; 10)$ là

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 2$ đạt cực trị bằng 0 tại $x = 1$ (với b và c là hằng số)

a) Giá trị của $b + c$ bằng -3 .

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = -1$.

c) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 0.

d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$ có đồ thị (C) .

a) Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của (C) .

b) Đường thẳng $y = -x - 4$ là tiệm cận xiên của (C) .

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-5; -2)$ và $(-2; 1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$.

d) Đồ thị hàm số (C) có điểm cực đại là $(-5; 12)$ và điểm cực tiểu là $(1; 0)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 3), B(-2; 1; 2), C(3; -1; 2)$.

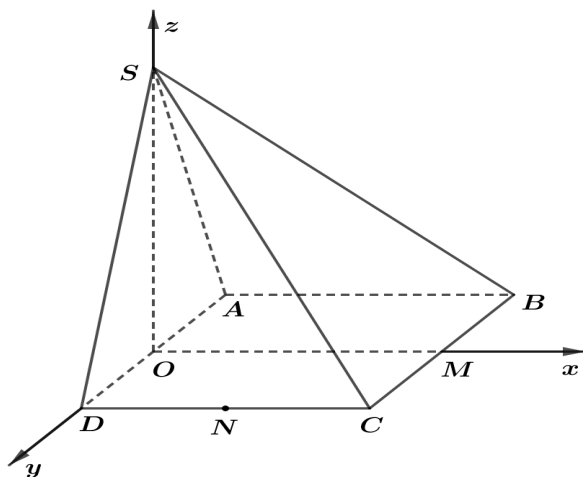
a) $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 1)$.

b) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.

c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

d) Tọa độ chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\frac{47}{29}; \frac{13}{29}; 2\right)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 1, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng trung điểm cạnh AD và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia OM, OD, OS như hình vẽ.



a) Tọa độ các điểm A, B, C, D lần lượt là : $A\left(0; -\frac{1}{2}; 0\right), B\left(1; -\frac{1}{2}; 0\right), C\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), D\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$.

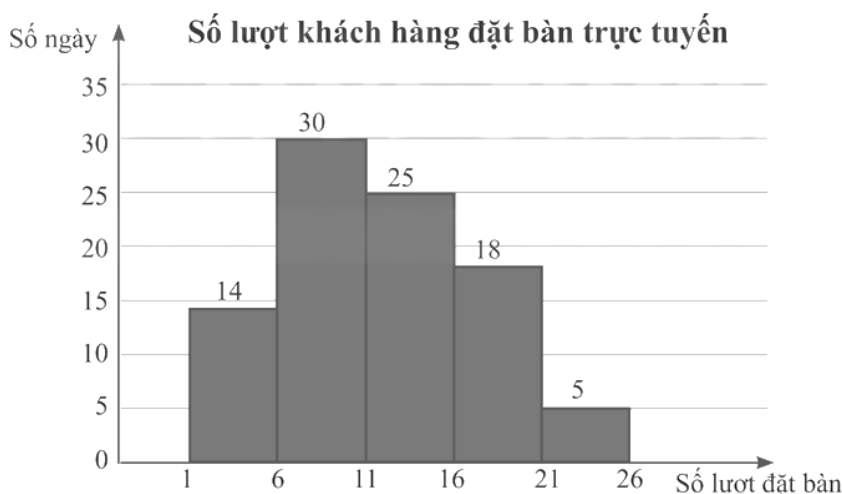
b) Tọa độ các điểm M, N, S lần lượt là : $M(1; 0; 0), N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), S\left(0; 0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

c) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{MN} = -\frac{1}{4}$

d) $\cos \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{MN} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

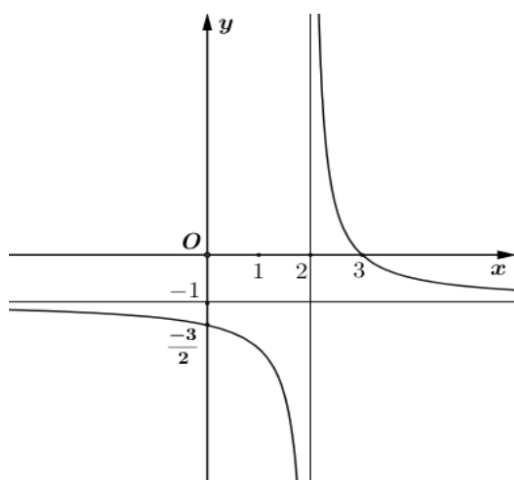
Câu 1. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

Trả lời:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a - 2c$.



Trả lời:

Câu 3. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là

$F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

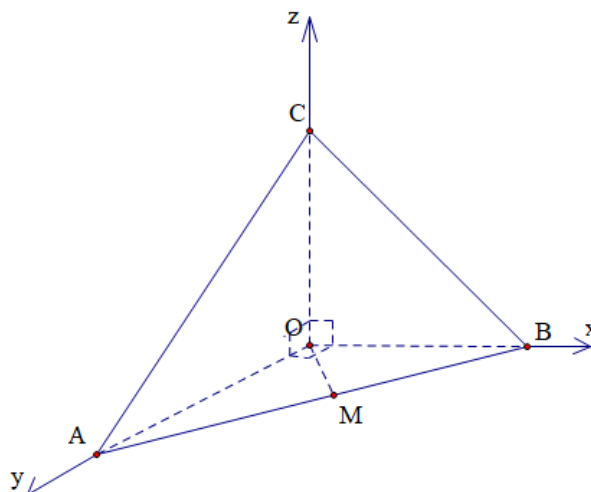
Trả lời:

Câu 4. Đường đi của một khinh khí cầu được gắn trong hệ trục tọa độ Oxy (với đơn vị trên hệ trục tọa độ là 1 (km)) là một đường cong có dạng $y = \frac{x^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a \neq 0, d \neq 0$) và đường cong này cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ là $(1;0)$ và $(8;0)$. Biết rằng điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm $(6;5)$. Hỏi khi khinh khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất 3875 (m) thì khinh khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang bao nhiêu kilômét?



Trả lời:

Câu 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia OB, OA, OC như hình vẽ. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng bao nhiêu độ?



Trả lời:

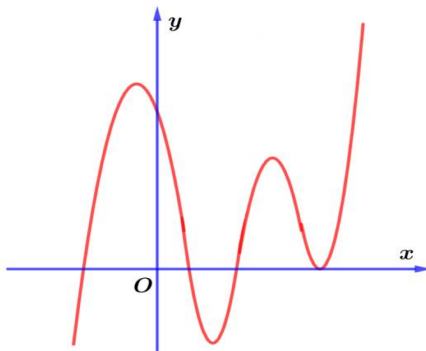
Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(0;2;3), B(2;1;1), C(1;2;3), M(a;b;c) \in Oz$. Khi biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính $a + b + 2c$.

Trả lời:

ĐỀ SỐ 6

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$.



A. 1

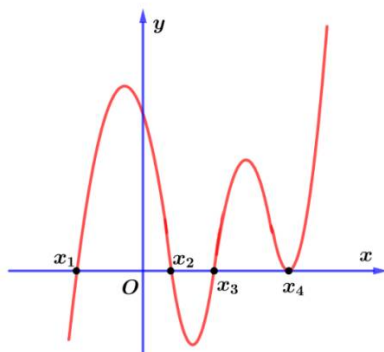
B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Chọn A.



Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ giao với trục hoành tại 4 điểm. x_1, x_2, x_3, x_4 .

Nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua x_1 và x_3 nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1 và x_3 .

Và $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_2 nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_2 .

$f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua x_4 nên x_4 không là điểm cực trị của hàm số.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

A. -12.

B. 10.

C. 15.

D. -2.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$, ta có:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{cases}.$$

$$f(-2) = 8; f(-1) = 15; f(2) = -12.$$

$$\text{Suy ra } \max_{[-2; 2]} f(x) = f(-1) = 15.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow$ TCD: $x = 1$.

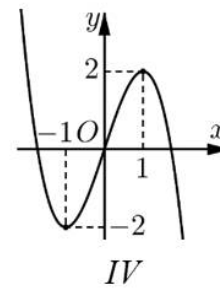
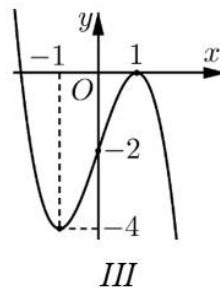
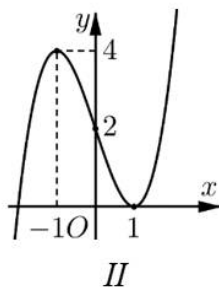
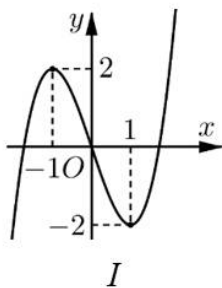
$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1 \Rightarrow$ đồ thị có 2 tiệm cận ngang là $y = \pm 1$

Vậy, đồ thị hàm số đã cho có tổng số TCD và TCN là 3.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?



A. I.

B. II.

C. III.

D. IV.

Lời giải

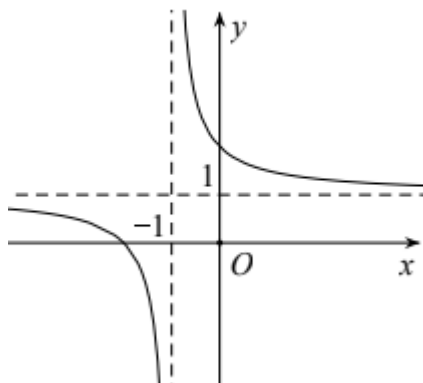
Chọn A.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

Hàm số có giá trị cực đại bằng 2 và giá trị cực tiểu bằng -2 nên loại **B** và **C**.

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow +\infty$ nên chỉ có chọn **A** là phù hợp.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $0 < b < a$.

B. $0 < a < b$.

C. $b < 0 < a$.

D. $a < b < 0$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng lần lượt là $y = 1; x = -1$

$$\Rightarrow \frac{a}{c} = 1; \frac{-d}{c} = -1 \Rightarrow a = c; d = c \Rightarrow a = c = d.$$

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ nhỏ hơn $-1 \Rightarrow \frac{-b}{a} < -1 \Rightarrow \frac{b}{a} > 1$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 1 $\Rightarrow \frac{b}{d} > 1$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định nên $ad - bc < 0$ mà $a = c = d; \frac{b}{a} > 1 \Rightarrow b > a > 0$

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực.

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' > 0, \forall x \neq -3$.

C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' < 0, \forall x \neq -3$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số để thấy hàm số nghịch biến trên khoảng xác định nên $y' < 0, \forall x \neq -3$

Câu 7. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7.

B. 7,6.

C. 8.

D. 8,6.

Lời giải

Ta có cỡ mẫu là $n = 20$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là doanh thu bán hàng trong 20 ngày của một cửa hàng và dãy này đã sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Khi đó tứ phân vị thứ nhất Q_1 là trung vị của dãy gồm 10 số liệu đầu nên $Q_1 = \frac{1}{2}(x_4 + x_5)$.

Do Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_4 + x_5)$ thuộc nhóm [7;9) nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu là } Q_1 = 7 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{7} (9 - 7) = 7,86$$

Câu 8. Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào hai lĩnh vực A cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

A. 17,9 (triệu đồng).

B. 19,5 (triệu đồng).

C. 16,9 (triệu đồng).

D. 18,5 (triệu đồng).

Lời giải

Chọn D.

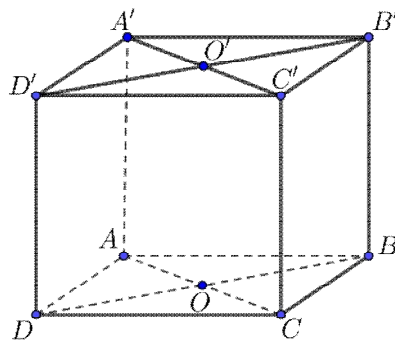
Ta có mẫu số liệu ghép nhóm với giá trị đại diện là:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tiền lãi trung bình khi đầu tư vào lĩnh vực A là:

$$\bar{x}_A = \frac{7,5 \cdot 2 + 12,5 \cdot 5 + 17,5 \cdot 8 + 22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 4}{2 + 5 + 8 + 6 + 4} = 18,5 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .



Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Đặt $\vec{u} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OA'} + \vec{OB'} + \vec{OC'} + \vec{OD'}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|\vec{u}| = a$. B. $|\vec{u}| = 4a$. C. $|\vec{u}| = 6a$. D. $|\vec{u}| = 2a$.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Vì } \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} &= \vec{0} \text{ nên } \vec{u} = \vec{OA'} + \vec{OB'} + \vec{OC'} + \vec{OD'} \\ &= \vec{OO'} + \vec{O'A'} + \vec{OO'} + \vec{O'B'} + \vec{OO'} + \vec{O'C'} + \vec{OO'} + \vec{O'D'} \\ &= 4\vec{OO'} \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } |\vec{u}| = 4|\vec{OO'}| = 4a.$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(0; 2; -3)$. B. $(1; 0; -3)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Do điểm $A(1; 2; -3)$ nên hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(1; 2; 0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cosin của góc giữa hai vector $\vec{u} = (10; 10; 20)$, $\vec{v} = (10; -20; 10)$ là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{10 \times 10 + 10 \times (-20) + 20 \times 10}{\sqrt{10^2 + 10^2 + 20^2} \cdot \sqrt{10^2 + (-20)^2 + 10^2}} = \frac{1}{6}.$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\vec{u} = (2; -2; 1)$

Khi đó $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$ và $|\vec{v}| = \sqrt{m^2 + 2^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 5}$

Do đó $|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2m + 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 2$ đạt cực trị bằng 0 tại $x = 1$ (với b và c là hằng số)

a) Giá trị của $b + c$ bằng -3 .

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = -1$.

c) Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 0.

d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$.

Hàm số $y = f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 2$ đạt cực trị bằng 0 tại $x = 1$ nên

$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + b + c + 2 = 0 \\ 3 + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b + c = -3 \\ 2b + c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$. Suy ra mệnh đề a) đúng.

Khi đó $f(x) = x^3 - 3x + 2$, $f'(x) = 3x^2 - 3$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

b) Theo bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$. Suy ra mệnh đề b) đúng.

c) Theo bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số bằng 4. Suy ra mệnh đề c) sai.

d) Theo bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$ là mệnh đề sai.

Câu 2. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$ có đồ thị (C).

a) Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của (C) .

b) Đường thẳng $y = -x - 4$ là tiệm cận xiên của (C) .

c) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-5; -2)$ và $(-2; 1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$.

d) Đồ thị hàm số (C) có điểm cực đại là $(-5; 12)$ và điểm cực tiểu là $(1; 0)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

a) Ta có $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2} = -\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của (C) .

b) Ta có $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2} = -x + 4 - \frac{9}{x + 2}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 4)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{9}{x + 2} \right) = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (-x + 4)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{9}{x + 2} \right) = 0 \Rightarrow y = -x + 4$ là

tiệm cận xiên của (C) .

c)

• Ta có: $y' = \frac{-x^2 - 4x + 5}{(x + 2)^2}, \forall x \neq -2$.

• $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 - 4x + 5}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 1 \end{cases}$.

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-5	-2	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	12	$+\infty$	0	$-\infty$	$-\infty$

• Từ bảng biến thiên, ta có: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-5; -2)$ và $(-2; 1)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(1; +\infty)$.

d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{CD} = y(1) = 0$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$ và $y_{CT} = y(-5) = 12$.

Nên đồ thị hàm số (C) có điểm cực đại là $(1; 0)$ và điểm cực tiểu là $(-5; 12)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 3), B(-2; 1; 2), C(3; -1; 2)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 1)$.

b) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.

c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

d) Tọa độ chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\frac{47}{29}; \frac{13}{29}; 2\right)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	ĐÚNG	SAI

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -1)$.

b) Ta có $\overrightarrow{AC} = (2; 1; -1) \Rightarrow 3\overrightarrow{AC} = (6; 3; -3)$. Do đó $\overrightarrow{AB} \neq 3\overrightarrow{AC}$.

c) Vì $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 1), \overrightarrow{AC} = (2; 1; -1)$ suy ra $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. Vậy A, B, C không thẳng hàng.

d) Gọi $A'(x; y; z)$ là chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC .

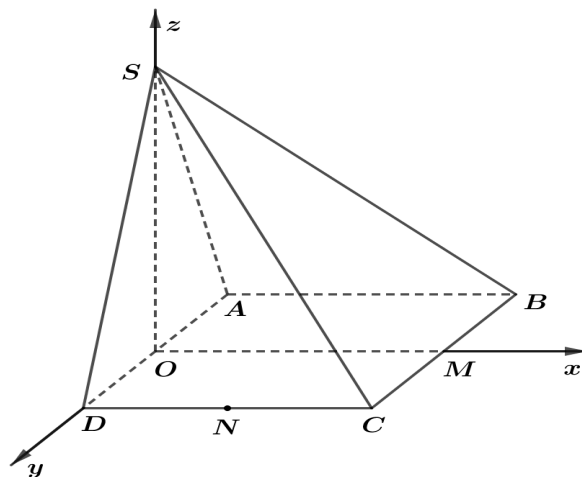
Ta có
$$\begin{cases} \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 & (1) \\ \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA'} \text{ cùng phương} & (2) \end{cases}$$

Ta có: $\overrightarrow{AA'} = (x-1; y+2; z-3), \overrightarrow{BC} = (5; -2; 0), \overrightarrow{BA'} = (x+2; y-1; z-2)$.

$(1) \Leftrightarrow 5 \cdot (x-1) - 2 \cdot (y+2) + 0 \cdot (z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y = 9$.

$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} \\ z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5y=1 \\ z=2 \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} x = \frac{47}{29} \\ y = -\frac{13}{29} \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow A'\left(\frac{47}{29}; -\frac{13}{29}; 2\right)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 1, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng trung điểm cạnh AD và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia OM, OD, OS như hình vẽ.



a) Tọa độ các điểm A, B, C, D lần lượt là : $A\left(0; -\frac{1}{2}; 0\right), B\left(1; -\frac{1}{2}; 0\right), C\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), D\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$.

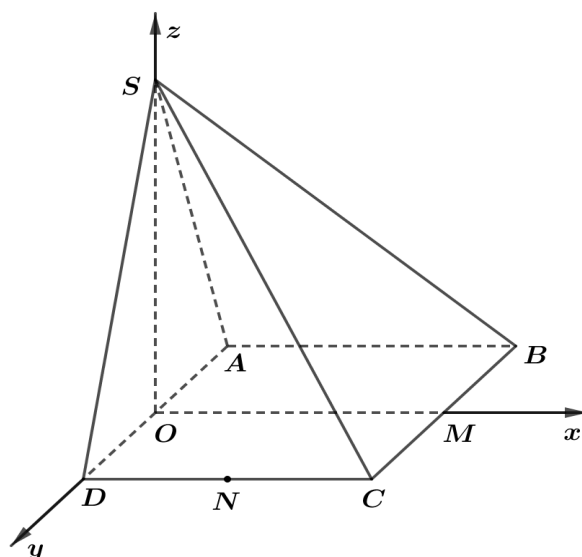
b) Tọa độ các điểm M, N, S lần lượt là : $M\left(1; 0; 0\right), N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), S\left(0; 0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

c) $\vec{SA} \cdot \vec{MN} = -\frac{1}{4}$

d) $\cos \angle \vec{SA}, \vec{MN} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG



SAD là tam giác đều có cạnh $AD=1$ nên $SO = \frac{\sqrt{3}}{2}$

a) $A\left(0; -\frac{1}{2}; 0\right), B\left(1; -\frac{1}{2}; 0\right), C\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), D\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$

b) $S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right), M(1;0;0), N\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$

c) Ta có:

$$\overrightarrow{SA} = \left(0; -\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

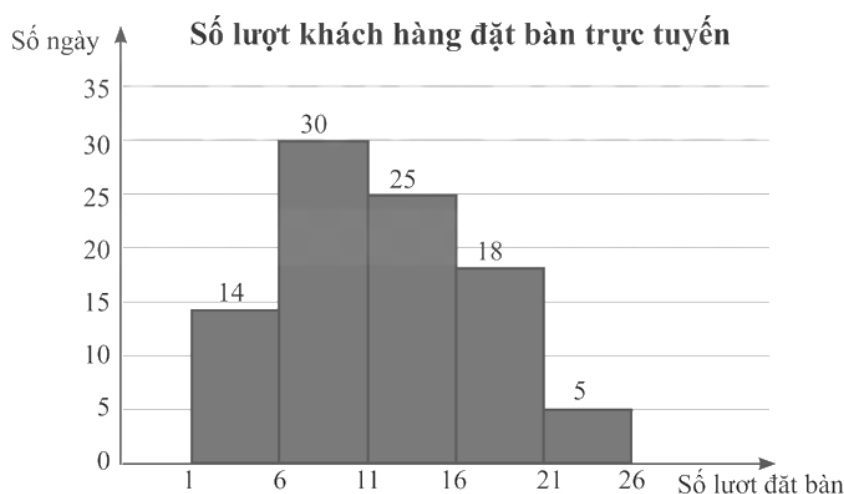
$$\Rightarrow \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot 0 = -\frac{1}{4}$$

d) Ta có:

$$\cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{MN}) = \frac{\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{MN}}{|\overrightarrow{SA}| \cdot |\overrightarrow{MN}|} = \frac{-\frac{1}{4}}{\sqrt{0^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 8,5

Cỡ mẫu $n = 92$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{92}$ là mẫu số liệu gốc về số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của nhà hàng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; \dots; x_{14} \in [1; 6);$$

$$x_{15}; \dots; x_{44} \in [6; 11);$$

$$x_{45}; \dots; x_{69} \in [11; 16);$$

$$x_{70}; \dots; x_{87} \in [16; 21);$$

$$x_{88}; \dots; x_{92} \in [21; 26)$$

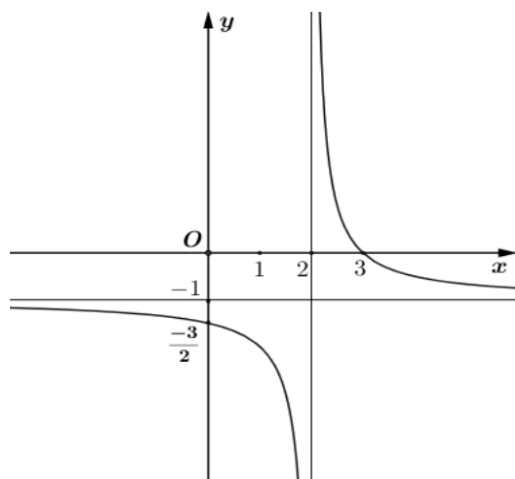
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{23} + x_{24}) \in [6; 11)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{30} - 14}{11 - 6} = 7,5$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{69} + x_{70}) \in [11; 16)$ và $[16; 21)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 16$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,5$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính giá trị của $a - 2c$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 3

Đồ thị hàm số có TCN $y = -1 \Leftrightarrow \frac{a}{1} = -1 \Leftrightarrow a = -1$.

Mặt khác đồ thị hàm số có TCD $x = 2$ nên $2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -2$.

$\Rightarrow a - 2c = -1 - 2 \cdot (-2) = 3$.

Dựa vào đồ thị ta thấy các điểm $(3; 0)$ và $(0; -\frac{3}{2})$ thuộc vào đồ thị hàm số đã cho nên ta được hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} 0 = \frac{a \cdot 3 + 3}{3 + c} \\ -\frac{3}{2} = \frac{a \cdot 0 + 3}{0 + c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 3 = 0 \\ -3c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - 2c = -1 - 2 \cdot (-2) = 3.$$

Câu 3. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 333

Ta xét hàm lợi nhuận nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) là:

$$\begin{aligned} f(x) &= F(x) - x \cdot G(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x \left(x + 1000 + \frac{250000}{x} \right) \\ &= x^3 - 2000x^2 + 1000000x \\ f'(x) &= 3x^2 - 4000x + 1000000 \\ f'(x) = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1000}{3} \approx 333,33 \in [1; 500] \\ x = 1000 \notin [1; 500] \end{cases} \end{aligned}$$

Ta lập bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[1; 500]$

x	$-\infty$	1	$\frac{1000}{3}$	500	1000	$+\infty$
$f'(x)$			+	0	-	
$f(x)$						

Từ bảng biến thiên, ta có: $\max_{[1;500]} f(x) = f\left(\frac{1000}{3}\right) \approx 148148148.$

Vì x là số tự nhiên, nên ta tính thêm hai giá trị của x liền kề $\frac{1000}{3}$:

$$f(333) \approx 148148037; f(334) \approx 148147704.$$

Do đó doanh nghiệp lợi nhuận thu được là lớn nhất khi sản xuất 333 sản phẩm.

Câu 4. Đường đi của một khinh khí cầu được gắn trong hệ trục tọa độ Oxy (với đơn vị trên hệ trục tọa độ là 1 (km)) là một đường cong có dạng $y = \frac{x^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a \neq 0, d \neq 0$) và đường cong này cắt trục hoành tại hai điểm có tọa độ là (1;0) và (8;0). Biết rằng điểm cực đại của đồ thị hàm số là điểm (6;5).

Hỏi khi khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất 3875 (m) thì khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang bao nhiêu kilômét?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 7,2

đường cong là $y = \frac{x^2 + bx + c}{dx + e}$

Vì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm có tọa độ là (1;0) và (8;0) nên

$$x^2 + bx + c = (x-1)(x-8) = x^2 - 9x + 8$$

$$\text{Suy ra } y = \frac{x^2 - 9x + 8}{dx + e} \Rightarrow y' = \frac{(2x-9)(dx+e) - d(x^2 - 9x + 8)}{(dx+e)^2}$$

Vì đồ thị hàm số có điểm cực đại là (6;5) nên suy ra

$$\begin{cases} y'(6) = 0 \\ y(6) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(6d+e) + 10d = 0 \\ \frac{-10}{6d+e} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 28d + 3e = 0 \\ 30d + 5e = -10 \end{cases} \Leftrightarrow d = \frac{3}{5}; e = -\frac{28}{5}$$

Vậy phương trình của hàm số là: $y = \frac{5(x^2 - 9x + 8)}{3x - 28}$. Kiểm tra lại điểm cực trị của hàm số này ta thấy

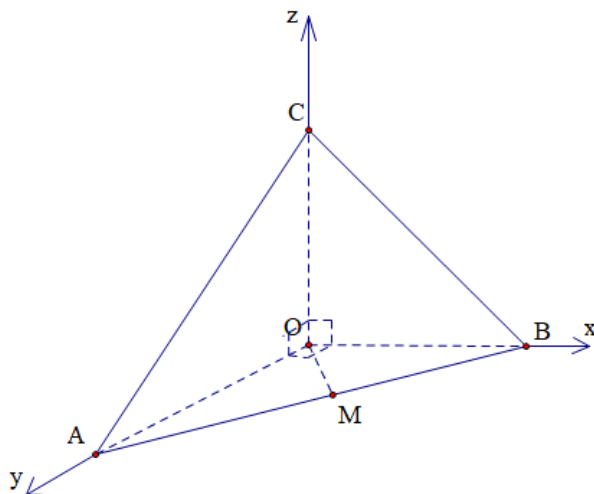
điểm (6;5) là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ tìm nghiệm $x > 6$ của phương trình

$$\frac{5(x^2 - 9x + 8)}{3x - 28} = 3,875 \Leftrightarrow 5x^2 - 56,625x + 148,5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,2 \\ x = 4,125 \end{cases} (L)$$

Vậy khi khí cầu đi qua điểm cực đại và cách mặt đất 3875 (m) thì khí cầu cách gốc tọa độ theo phương ngang là 7,2 km.

Câu 5. Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia OB, OA, OC như hình vẽ. Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng bao nhiêu độ?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 120

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Ta có: $O(0;0;0)$, $A(0;a;0)$, $B(a;0;0)$, $C(0;0;a)$, $M\left(\frac{a}{2};\frac{a}{2};0\right)$.

Khi đó ta có: $\overrightarrow{BC} = (-a; 0; a), \overrightarrow{OM} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OM}) = \frac{\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}}{BC \cdot OM} = \frac{-\frac{a^2}{2}}{a \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{OM}) = 120^\circ$$

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(0;2;3), B(2;1;1), C(1;2;3), M(a;b;c) \in Oz$. Khi biểu thức $T = |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính $a + b + 2c$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 10

$$M \in Oz \Rightarrow M(0;0;c)$$

$$\overrightarrow{MA} = (0; 2; 3 - c)$$

$$\overrightarrow{MB} = (2; 1; 1 - c) \Rightarrow -2\overrightarrow{MB} = (-4; -2; -2 + 2c)$$

$$\overrightarrow{MC} = (1; 2; 3 - c) \Rightarrow 3\overrightarrow{MC} = (3; 6; 9 - 3c)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = (-1; 6; 10 - 2c)$$

$$\Rightarrow T = |\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}| = \sqrt{(10 - 2c)^2 + 37} \geq \sqrt{37}$$

$$\Rightarrow T_{\min} = \sqrt{37} \Leftrightarrow 10 - 2c = 0 \Leftrightarrow c = 5$$

$$\Rightarrow M(0;0;5) \Rightarrow a+b+2c=10$$

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

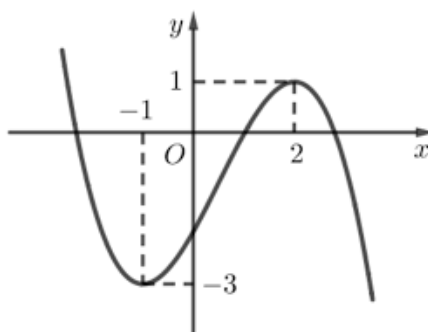
Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa độ trong không gian

ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị bên dưới.



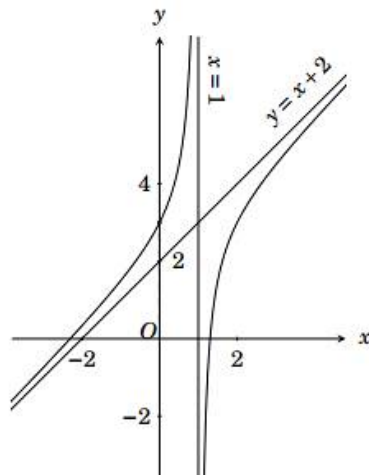
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.
- B.** Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.
- C.** Hàm số đã cho có điểm cực tiểu bằng -3 .
- D.** Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng 1 .

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- A.** $\min_{[0; 3]} y = -3$.
- B.** $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$.
- C.** $\min_{[0; 3]} y = -1$.
- D.** $\min_{[0; 3]} y = 1$.

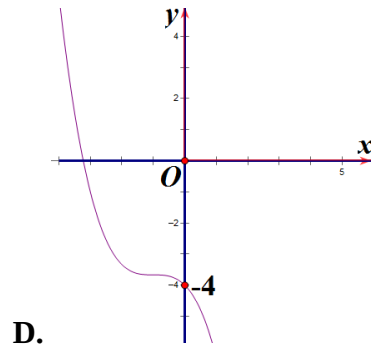
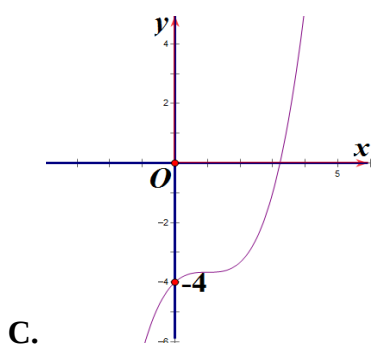
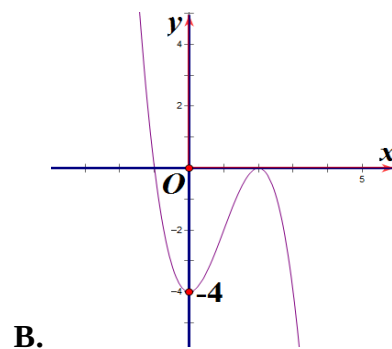
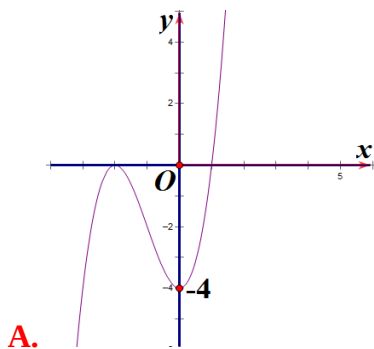
Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và đồ thị có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Đồ thị hàm số Ox có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$
- B. Đồ thị hàm số Ox có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+2$
- C. Đồ thị hàm số Ox có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$
- D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1;3)$.

Câu 4. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là hình nào sau đây?



Câu 5. Hoành độ giao điểm của đồ thị (C): $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ và đường thẳng $d: y = x+2$ là :

- A. $x = -\frac{3}{2}; x = 1$.
- B. $x = -\frac{1}{2}; x = 1$
- C. $x = -2; x = \frac{1}{2}$.
- D. $x = \frac{3}{2}; x = 1$.

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

A. $y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}$.

B. $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 - x}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - 4x + 2}{x - 2}$.

Câu 7. Một Bác nông dân thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 7 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	9	18	18	10	0

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25.

B. 30.

C. 20.

D. 35.

Câu 8. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

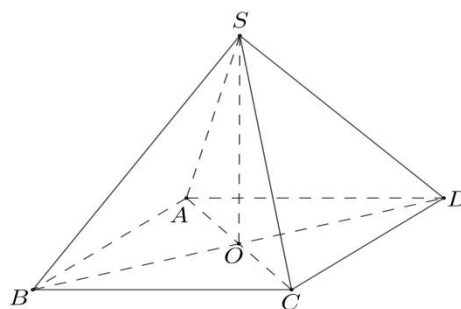
A. 18, 24.

B. 17, 24.

C. 22, 67.

D. 20, 67.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O .



Tổng $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$ bằng

A. $4\overrightarrow{SO}$.

B. $8\overrightarrow{SO}$.

C. $3\overrightarrow{SO}$.

D. $2\overrightarrow{SO}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

A. $(-2; -2; 7)$.

B. $(10; -2; 13)$.

C. $(-2; 2; -7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$. Tìm điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$.

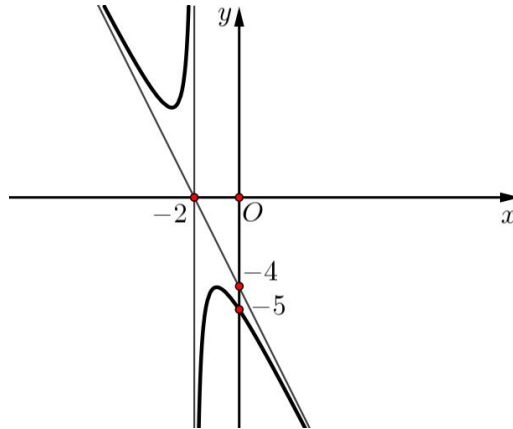
- A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$ C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$; $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

- A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3}{2}|a|$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = ax + b + \frac{c}{x+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



- a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.
 b) Giá trị $b = -4$.
 c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.
 d) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Câu 2. Ban quản lí chung cư Mường Thanh Nha Trang có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống.



a) Gọi x là số lần tăng giá căn hộ thì số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là: $2000000 + 100000x$ (đồng), với $0 < x < 30$.

b) Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng $(0; 5)$ thì tổng doanh thu sẽ giảm so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

c) Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng $(5; 30)$ thì tổng doanh thu sẽ tăng so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

d) Để doanh thu lớn nhất thì công ty đặt giá thuê mỗi căn hộ là 2250000 (đồng).

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$. Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$.

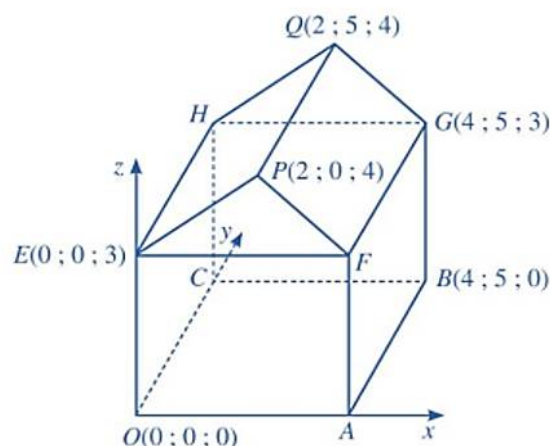
a) $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2)$

b) $BC = 3\sqrt{2}$

c) $BC = 2AD$

d) Giả sử đỉnh D có tọa độ $D(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c = 6$.

Câu 4. Một ngôi nhà được gắn trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ điểm H là $(0; 5; 3)$.

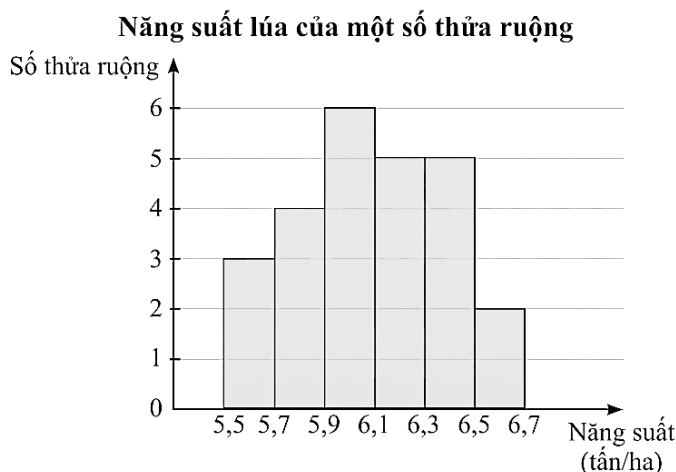
b) $AH = \sqrt{2}$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 9$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

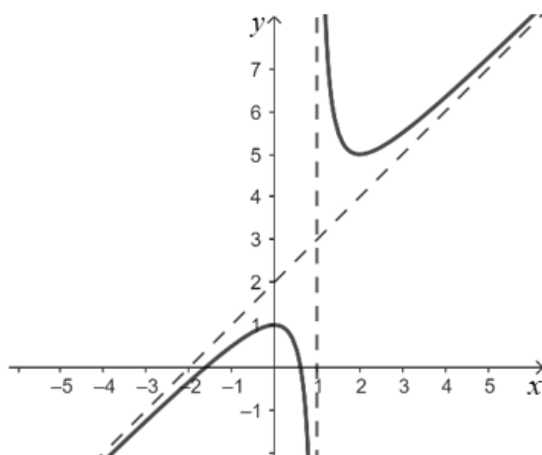
Câu 1. Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau.



Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a > 0, m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi trong các số b, c, m, n có tất cả bao nhiêu số dương?



Trả lời:

Câu 3. Cô Thuỷ theo dõi sự tiến bộ của bạn Bảo Toàn qua thang đo điểm, được mô hình hóa bằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hệ số. Trong đó x ($0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$) là số tháng kể từ đầu năm học và $f(x)$ là điểm trong tháng thứ x . Qua theo dõi, Cô Thuỷ ghi nhận tháng đầu tiên bạn Bảo Toàn đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba bạn Bảo Toàn đạt mức điểm thấp nhất trong năm học là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của bạn Bảo Toàn tăng lên. Vậy ở tháng thứ năm, bạn Bảo Toàn được bao nhiêu điểm?



Trả lời:

Câu 4. Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 9000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 36 quả bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng mỗi giờ. Số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh $A(1;2;1), B(2;0;-1), C(6;1;0)$ và hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

Trả lời:

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$. Để biểu thức $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng bao nhiêu?

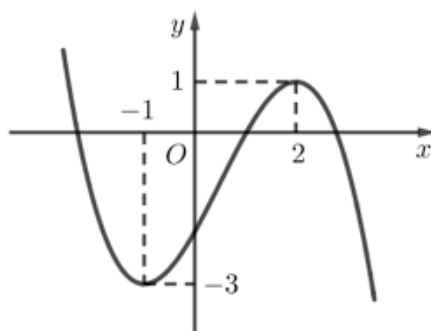
Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 7

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số đã cho có điểm cực tiểu bằng -3 .
- D. Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng 1.**

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị đã cho, ta có

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$; nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.

Hàm số đã cho có điểm cực tiểu $x = -1$ và giá trị cực tiểu bằng $y = -3$

Hàm số đã cho có điểm cực đại $x = 2$ và giá trị cực đại bằng $y = 1$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

- A. $\min_{[0; 3]} y = -3$.
- B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$.
- C. $\min_{[0; 3]} y = -1$.**
- D. $\min_{[0; 3]} y = 1$.

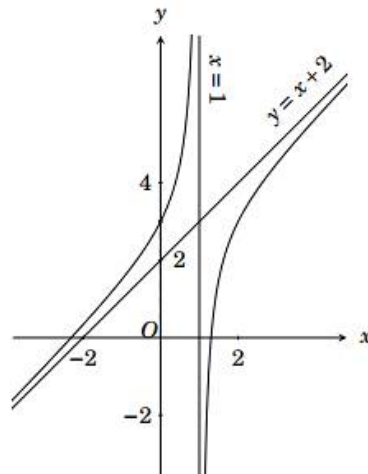
Lời giải

Chọn C.

Hàm số đã cho liên tục trên $[0; 3]$

Ta có $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$ với $\forall x \in [0; 3]$. $y(0) = -1$; $y(3) = \frac{1}{2}$. Do đó $\min_{x \in [0; 3]} y = y(0) = -1$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và đồ thị có dạng như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Đồ thị hàm số Ox có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$
- B. Đồ thị hàm số Ox có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 2$
- C. Đồ thị hàm số Ox có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$
- D. Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn C.

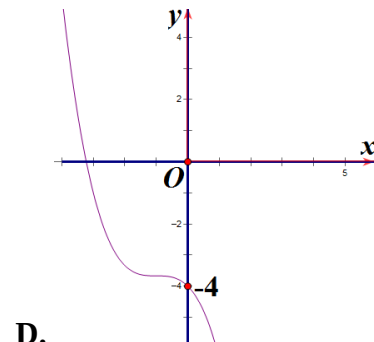
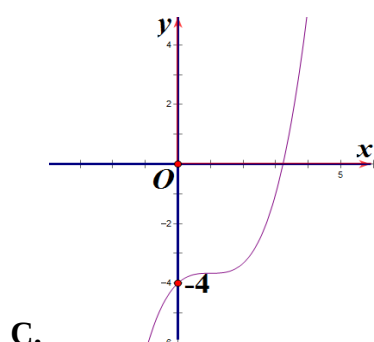
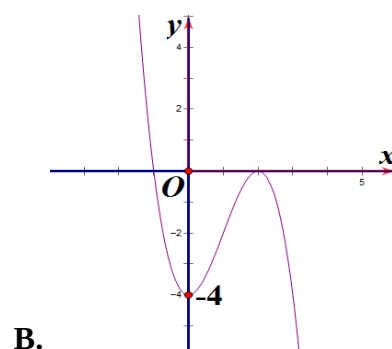
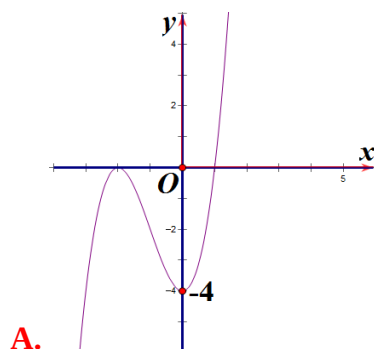
Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận xiên $y = x + 2$

Đồ thị hàm số Ox không có tiệm cận ngang

Giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên có tọa độ $(1; 3)$.

Câu 4. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là hình nào sau đây?



Lời giải

Chọn A.

Từ hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ ta thấy

+ Hàm số đã cho là hàm bậc 3 có $a > 0$ nên nhánh bên phải đi lên, do đó loại B và D

+ đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị, do đó loại C

Vậy chọn A

Câu 5. Hoành độ giao điểm của đồ thị (C): $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ và đường thẳng $d: y = x + 2$ là :

A. $x = -\frac{3}{2}; x = 1.$

B. $x = -\frac{1}{2}; x = 1$

C. $x = -2; x = \frac{1}{2}.$

D. $x = \frac{3}{2}; x = 1.$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{2x-1} = x + 2$ (1)

Điều kiện: $x \neq \frac{1}{2}.$

Khi đó (1) $\Leftrightarrow 2x+1 = (2x-1)(x+2) \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 1 \end{cases}$

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$

A. $y = \frac{x^2-3}{x-2}.$

B. $y = \frac{x^2-4x+5}{x-2}.$

C. $y = \frac{x^2-x}{x-2}.$

D. $y = \frac{x^2-4x+2}{x-2}.$

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Hàm số không có điểm cực trị và $am > 0$

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và có đạo hàm $y' > 0$ với mọi $x \neq 2$

Do đó hàm số cần tìm là $y = \frac{x^2-4x+2}{x-2}.$

Câu 7. Một Bác nông dân thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 7 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
-----------------	----------	----------	----------	----------	----------

Tần số	9	18	18	10	0
--------	---	----	----	----	---

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A. 25.

B. 30.

C. 20.

D. 35.

Lời giải

Chọn C.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 60 - 40 = 20(cm)$.

Câu 8. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)	[30;33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

A. 18, 24 .

B. 17, 24 .

C. 22, 67 .

D. 20, 67 .

Lời giải

Chọn C.

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng.

Ta có:

$$x_1, \dots, x_{22} \in [15; 18);$$

$$x_{23}, \dots, x_{60} \in [18; 21);$$

$$x_{61}, \dots, x_{87} \in [21; 24);$$

$$x_{88}, \dots, x_{95} \in [24; 27);$$

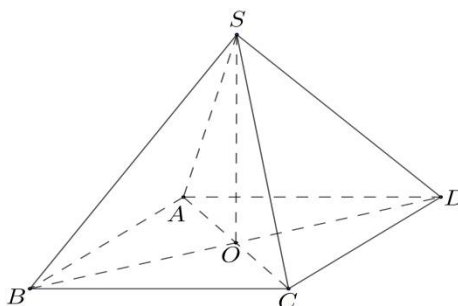
$$x_{96}, \dots, x_{99} \in [27; 30);$$

$$x_{100} \in [30; 33)$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [21; 24)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (22 + 38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{68}{3} \approx 22,67$$

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O .



Tổng $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$ bằng

- A. $4\overrightarrow{SO}$. B. $8\overrightarrow{SO}$. C. $3\overrightarrow{SO}$. D. $2\overrightarrow{SO}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì O là trung điểm của AC và BD nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Từ đó $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{SO}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

- A. $(-2; -2; 7)$. B. $(10; -2; 13)$. C. $(-2; 2; -7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} 2\vec{a}(4; -6; 6) \\ 3\vec{b}(0; 6; -3) \\ -2\vec{c}(-6; 2; -10) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u}(-2; 2; -7).$$

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Tìm điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$.

- A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$. C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$ D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $E(x; y; z)$

Ta có: $\overrightarrow{CE} = (x - 7; y - 4; z + 2)$; $2\overrightarrow{EB} = (2 - 2x; 4 - 2y; -6 - 2z)$

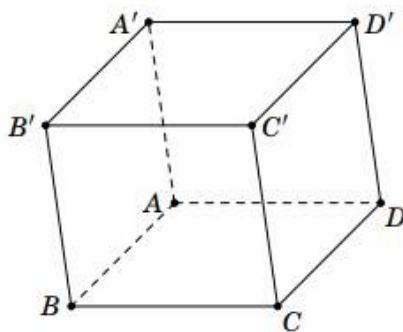
$$\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7 = 2 - 2x \\ y - 4 = 4 - 2y \\ z + 2 = -6 - 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{8}{3} \\ z = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$; $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

- A. $|a|$. B. $2|a|$. C. $3|a|$. D. $\frac{3}{2}|a|$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$; $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$.

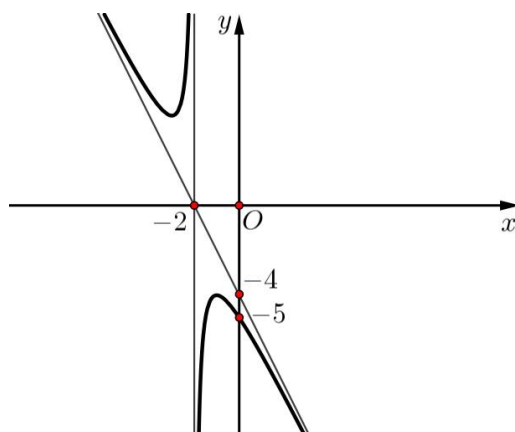
Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a)$.

Suy ra $AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = 3|a|$.

Vậy độ dài đoạn thẳng $AC' = 3|a|$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = ax + b + \frac{c}{x+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

b) Giá trị $b = -4$.

c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.

d) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

a) b) c) Theo hình vẽ đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (ax + b)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{c}{x+d} \right) = 0$.

Suy ra, $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Theo đồ thị hình vẽ, tiệm cận xiên đi qua hai điểm $(-2; 0)$ và $(0; -4)$.

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a(-2) + b = 0 \\ a \cdot 0 + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Do đó, $y = -2x - 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

d) Ta có $\lim_{x \rightarrow -d^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -d^-} y = +\infty$.

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -d$.

Theo câu a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$. Suy ra $d = 2$.

Đồ thị hàm số $y = -2x - 4 + \frac{c}{x+2}$ đi qua điểm $(0; -5)$ nên $-5 = -2 \cdot 0 - 4 + \frac{c}{0+2} \Leftrightarrow c = -2$.

Vậy hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Câu 2. Ban quản lý chung cư Mường Thanh Nha Trang có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống.



a) Gọi x là số lần tăng giá căn hộ thì số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là: $2000000 + 100000x$ (đồng), với $0 < x < 30$.

b) Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng $(0; 5)$ thì tổng doanh thu sẽ giảm so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

c) Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng $(5; 30)$ thì tổng doanh thu sẽ tăng so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

d) Để doanh thu lớn nhất thì công ty đặt giá thuê mỗi căn hộ là 2250000 (đồng).

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI

Gọi x là số lần tăng giá căn hộ, với $0 < x < 30$

Mỗi lần tăng giá thì số căn hộ cho thuê là $150 - 5x$ (căn).

Số tiền thuê một căn hộ sau mỗi lần tăng là: $2000000 + 100000x$

Khi đó tổng số tiền cho thuê căn hộ 1 tháng là:

$$T(x) = (150 - 5x)(2000000 + 100000x) = 500000(-x^2 + 10x + 600)$$

Ta xét hàm $T(x)$

$$T(x) = 500000(-x^2 + 10x + 600) \text{ với } 0 < x < 30$$

$$T'(x) = 500000(10 - 2x)$$

$$T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 500000(10 - 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Bảng biến thiên:

x	0	5	30
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$	$T(0)$	$T(5)$	$T(30)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

+ Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng $(0; 5)$ thì tổng doanh thu sẽ tăng so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

+ Khi số lần tăng giá căn hộ nằm trong khoảng $(5; 30)$ thì tổng doanh thu sẽ giảm so với ban đầu khi chưa tăng giá căn hộ.

+ doanh thu lớn nhất khi ban quản lí chung cư đặt giá thuê căn hộ là:

$$2000000 + 100000x = 2000000 + 100000.5 = 2500000 \text{ (đồng)}.$$

Vậy để doanh thu lớn nhất thì công ty đặt giá thuê mỗi căn hộ là 2500000 (đồng).

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B . Ba đỉnh

$A(1; 2; 1)$, $B(2; 0; -1)$, $C(6; 1; 0)$. Hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$.

a) $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2)$

b) $BC = 3\sqrt{2}$

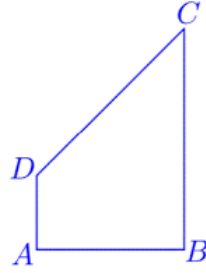
c) $BC = 2AD$

d) Giả sử đỉnh D có tọa độ $D(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c = 6$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
----	----	----	----

ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
------	------	------	------



a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2)$

b) Ta có $\overrightarrow{BC} = (4; 1; 1) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 3\sqrt{2}$.

c) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3$

Theo giả thiết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên:

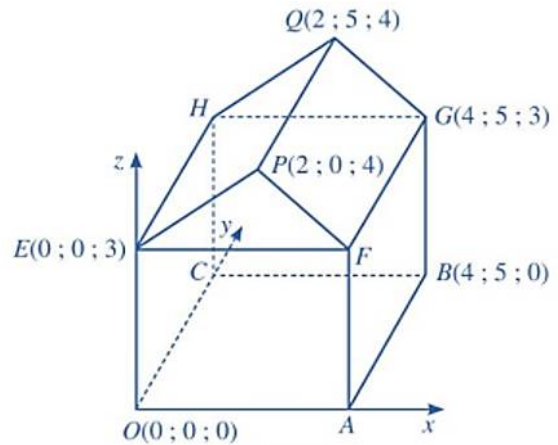
$$\frac{1}{2}AB(AD + BC) = 6\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (AD + 3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}BC \Rightarrow BC = 3AD.$$

d) Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

$$\text{Giả sử } D(a; b; c) \text{ khi đó ta có } \begin{cases} a-1 = \frac{4}{3} \\ b-2 = \frac{1}{3} \\ c-1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = \frac{7}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 6.$$

Câu 4. Một ngôi nhà được gắn trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ điểm H là $(0; 5; 3)$.

b) $AH = \sqrt{2}$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 9$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OABC$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$. Do A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm A là $(4;0;0)$. Tường nhà là hình chữ nhật nên tứ giác $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5$, $z_H = z_E = 3$. Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm H là $(0;5;3)$. Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4$; $z_F = z_E = 3$. Do F nằm trên mặt phẳng (Ozx) nên tọa độ điểm F là $(4;0;3)$.

b) Ta có $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3) \Rightarrow AH = 5\sqrt{2}$

c) $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$

Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$

d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta đi tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$. Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên góc PFE là góc phẳng nhị diện ứng với góc nhị diện đó.

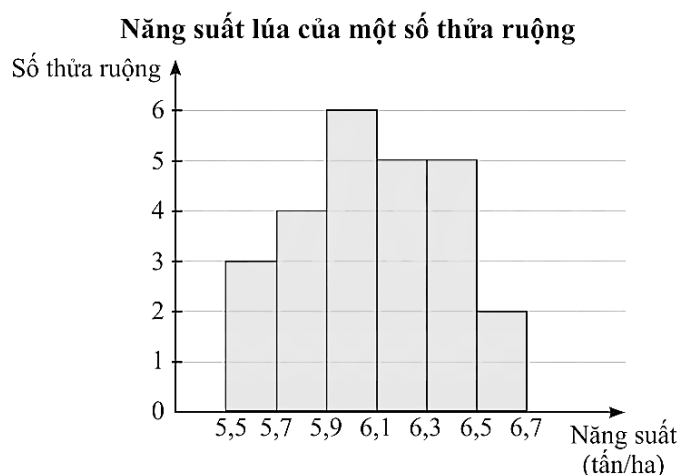
Ta có: $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$.

Suy ra $\cos \widehat{PFE} = \cos(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}) = \frac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{|\overrightarrow{FP}| \cdot |\overrightarrow{FE}|} = \frac{(-2) \cdot (-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26,6^\circ$. Vậy góc dốc của mái nhà khoảng $26,6^\circ$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau.



Hãy xác định độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,29

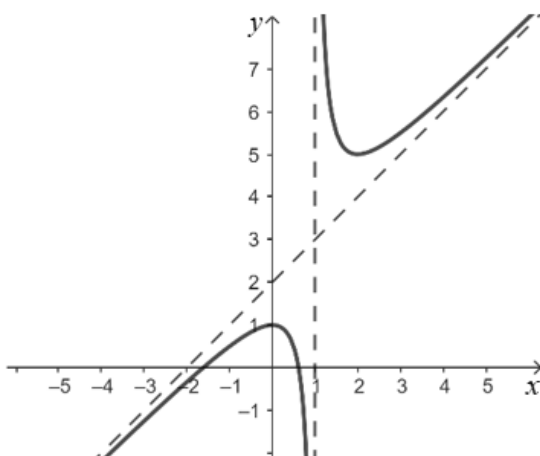
Bảng tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm tương ứng của mẫu số liệu trên như sau:

Năng suất	[5,5;5,7)	[5,7;5,9)	[5,9;6,1)	[6,1;6,3)	[6,3;6,5)	[6,5;6,7)
Số thửa ruộng	3	4	6	5	5	2
Giá trị đại diện	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{3.5,6 + 4.5,8 + 6.6,0 + 5.6,2 + 5.6,4 + 2.6,6}{25} = 6,088$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{\frac{5.75^2 + 10.125^2 + 9.175^2 + 4.225^2 + 2.275^2}{30} - 155^2} \approx 0,29$$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a > 0, m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi trong các số b, c, m, n có tất cả bao nhiêu số dương?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2

$$\text{Ta có: } y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} \quad (a > 0, m \neq 0); D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-n}{m} \right\}$$

Tiệm cận xiên $y = x + 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{ax^2 + bx + c}{mx^2 + nx} \right) = \frac{a}{m} = 1 \Leftrightarrow a = m > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} - x \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{(b+n)x + c}{mx + n} \right] = \frac{b+n}{m} = 2$$

$$\Leftrightarrow b + n = 2m \Leftrightarrow b - m = 2m \Leftrightarrow b = 3m = 3a > 0$$

$$\text{Tiệm cận đứng } x = \frac{-n}{m} = 1 \Leftrightarrow n = -m = -a < 0$$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $y_0 = \frac{c}{n} > 0 \Rightarrow c < 0$

Câu 3. Cô Thuỷ theo dõi sự tiến bộ của bạn Bảo Toàn qua thang đo điểm, được mô hình hóa bằng hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các hệ số. Trong đó $x (0 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N})$ là số tháng kể từ đầu năm học và $f(x)$ là điểm trong tháng thứ x . Qua theo dõi, Cô Thuỷ ghi nhận tháng đầu tiên bạn Bảo Toàn đạt 19 điểm, sau đó giảm trong tháng thứ hai và đến tháng thứ ba bạn Bảo Toàn đạt mức điểm thấp nhất trong năm học là 3 điểm. Kể từ tháng thứ ba trở đi, điểm của bạn Bảo Toàn tăng lên. Vậy ở tháng thứ năm, bạn Bảo Toàn được bao nhiêu điểm?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 35

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$\text{Dựa vào đề bài ta có hệ phương trình: } \begin{cases} f(1) = 19 \\ f'(3) = 0 \\ f(3) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 28 \\ 6a + b = -27 \\ 9a + 3b + c = -24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 30 \Rightarrow f(5) = 35.$$

Câu 4. Một công ty chuyên sản xuất dụng cụ thể thao nhận được đơn đặt hàng sản xuất 9000 quả bóng rổ. Công ty có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 36 quả bóng rổ trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và chỉ cần có người giám sát. Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng mỗi giờ. Số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 15

Gọi số máy móc công ty cần sử dụng để sản xuất 9000 quả bóng rổ là: $x (x \geq 1; x \in \mathbb{Z})$.

Chi phí thiết lập mỗi máy là 250 nghìn đồng nên chi phí thiết lập x máy là $250x$ nghìn đồng.

Do mỗi máy sản xuất trong 1h được 36 quả bóng rổ nên x máy trong 1h sẽ sản xuất được $36x$ quả.

Để sản xuất 9000 quả bóng thì cần $\frac{9000}{36x} = \frac{250}{x}$ (h).

Chi phí trả cho người giám sát là 225 nghìn đồng 1h nên chi phí cần trả cho người giám sát là:

$225 \cdot \frac{250}{x}$ nghìn đồng.

Tổng chi phí phải trả để sản xuất 9000 quả bóng là: $f(x) = 250x + \frac{225 \cdot 250}{x}$

Ta có: $f'(x) = 250 - \frac{225 \cdot 250}{x^2} = \frac{250x^2 - 225 \cdot 250}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -15 \\ x = 15 \end{cases}$

BBT:

x	1	15	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Từ BBT ta có $f(x)$ đạt giá trị bé nhất tại $x = 15$.

Vậy số máy móc công ty cần sử dụng để chi phí hoạt động đạt mức thấp nhất là 15.

Câu 5. Trong không gian Oxyz cho hình thang ABCD vuông tại A và B. Ba đỉnh $A(1;2;1), B(2;0;-1), C(6;1;0)$ và hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Giả sử đỉnh $D(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 6

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; -2) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = 3; \overrightarrow{BC} = (4; 1; 1) \Rightarrow |\overrightarrow{BC}| = 3\sqrt{2}$.

Theo giả thiết ABCD là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên

$$\frac{1}{2} AB(AD + BC) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (AD + 3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3} BC.$$

Do ABCD là hình thang vuông tại A và B nên $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC}$.

$$\text{Giả sử } D(a;b;c) \text{ khi đó ta có } \begin{cases} a-1=\frac{4}{3} \\ b-2=\frac{1}{3} \\ c-1=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{7}{3} \\ b=\frac{7}{3} \\ c=\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c=6.$$

Câu 6. Trong không gian tọa độ Oxyz cho ba điểm $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$. Để biểu thức $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4

$$\overrightarrow{MA} = (2-m; 5-m; 1-m)$$

$$\overrightarrow{MB} = (-2-m; -6-m; 2-m)$$

$$\overrightarrow{MC} = (1-m; 2-m; -1-m)$$

$$\Rightarrow MA^2 - MB^2 - MC^2 = -3m^2 - 24m - 20 = 28 - 3(m-4)^2 \leq 28$$

Để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì $m = 4$

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

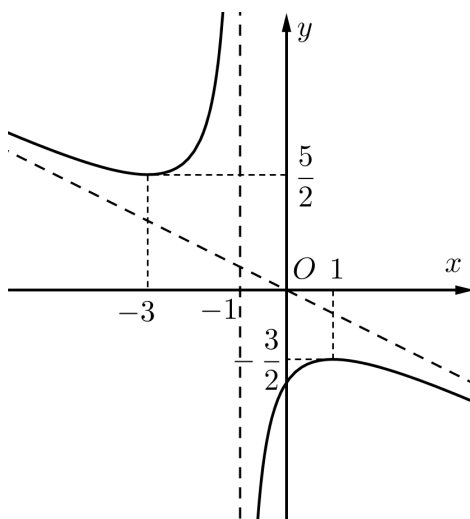
Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa độ trong không gian

ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

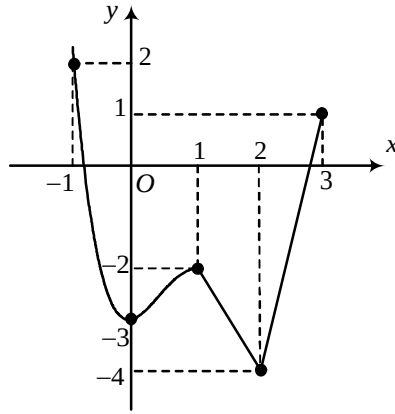
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2026)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



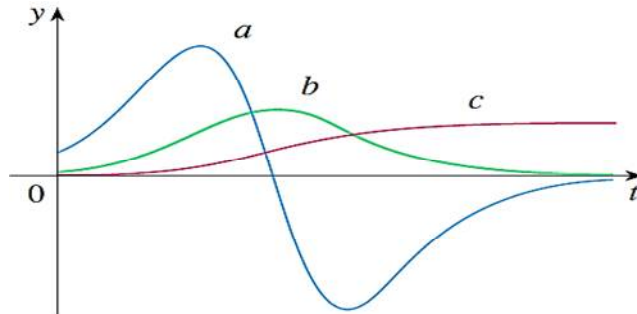
Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là

- A. 2. B. -6. C. -5. D. -2.

Câu 3. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 4. Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường $s(t)$, hàm vật tốc $v(t)$ và hàm gia tốc $a(t)$ theo thời gian t được mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số trên theo thứ tự là các đường cong nào?

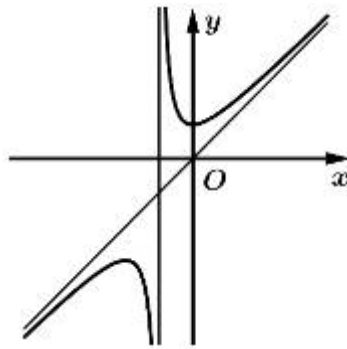
- A. b, c, a . B. c, a, b . C. a, c, b . D. c, b, a .

Câu 5. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	0	2	$+\infty$
y'		-	-
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x-7}{x-2}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{1-2x}{x-2}$.

Câu 6. Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2+x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.

D. $y = \frac{-x^2-x+1}{x+1}$.

Câu 7. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ (năm)	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 8. Anh Bảo Toàn đầu tư số tiền vào lĩnh vực kinh doanh A. Anh Bảo Toàn thống kê số tiền thu được mỗi tháng trong vòng 60 tháng theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực A	5	10	30	10	5

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi anh Bảo Toàn đầu tư vào lĩnh vực A là:

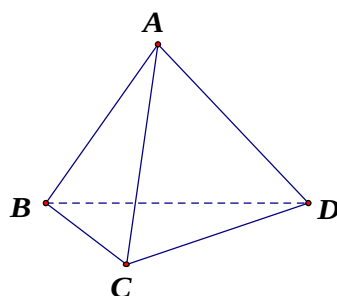
A. 4,5.

B. 5.

C. 5,5.

D. 6.

Câu 9. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 1.



Giá trị biểu thức $S = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{6}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là:

A. $(2; 3; 4)$.

B. $(4; -3; 2)$.

C. $(2; -3; 4)$.

D. $(-3; 2; 4)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5;2;3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oy . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{34}$.

B. $2\sqrt{38}$.

C. $2\sqrt{34}$.

D. $\sqrt{38}$.

Câu 12. Cho bốn điểm $S(1,2,3); A(2,2,3); B(1,3,3); C(1,2,4)$. Xác định tọa độ trọng tâm G của hình chóp $SABC$.

A. $(5;9;13)$.

B. $(\frac{5}{3}; 3; \frac{13}{3})$.

C. $(1; \frac{7}{4}; \frac{9}{4})$.

D. $(\frac{5}{4}; \frac{9}{4}; \frac{13}{4})$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$.

a) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(-1; +\infty)$.

b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4 .

c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;2)$.

d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y = -3x - 11$ đi qua điểm $B(1; -6)$.

Câu 2. Công ty in Khatoco Khánh Hòa muốn xuất bản x ($x \in \mathbb{N}^*$) cuốn tạp chí giới thiệu về các địa điểm Du Lịch của tỉnh Khánh Hòa. Công ty đã khảo sát, tính được chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x) = x^2 - 2000x + 100000000$ (đồng) và chi phí phát hành (bao gồm: chi phí quảng cáo và vận chuyển đến các nhà sách) cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 đồng.



a) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là: $\frac{x^2 - 2000x + 100000000}{x}$ (đồng)

b) Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng $(0; 10000)$ cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.

c) Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.

d) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng.

Câu 3. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$.

a) $AB = 3$

b) Tọa độ đỉnh $C(2; 3; 0)$

c) Tọa độ đỉnh A', B' lần lượt là $A'(0; 0; -3)$ và $B'(3; 0; -3)$.

d) Gọi $G(x_G; y_G; z_G)$ là tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$. Khi đó $x_G + y_G + z_G = 5$.

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Biết $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 23$

b) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\sqrt{70}}{70}$

c) $AD = 3BC$

d) Biết đỉnh D có tọa độ $D(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c = 10$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

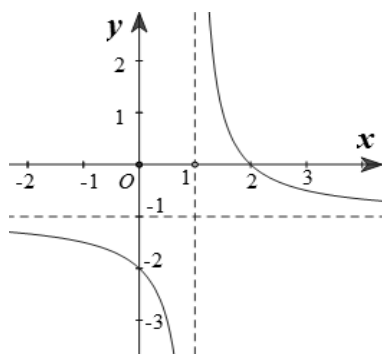
Câu 1. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Câu 2. Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$).



Khi đó tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Câu 3. Tìm giá trị m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x}$ tại hai điểm A, B sao cho trung điểm đoạn AB thuộc Oy .

Trả lời:

Câu 4. Một nhà xuất bản nhận in 4000 ấn phẩm. Nhà xuất bản có tất cả 14 máy in được cài đặt, hoạt động tự động và giám sát bởi 1 kỹ sư. Mỗi máy in có thể in được 30 ấn phẩm trong một giờ. Chi phí cài đặt máy in là 12 USD cho một máy, chi phí giám sát là 9USD một giờ. Tính số máy in nhà xuất bản nên sử dụng để chi phí in là nhỏ nhất?

Trả lời:

Câu 5. Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $50(km)$ và về phía Tây $20(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó (kết quả làm tròn đến phần chục, đơn vị: km).



Trả lời:

Câu 6. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(5; -2; 0)$, $B(4; 5; -2)$ và $C(0; 3; 2)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Biết giá trị nhỏ nhất của Q có dạng $a\sqrt{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{N}$ và b là số nguyên tố. Tính $a + b$.

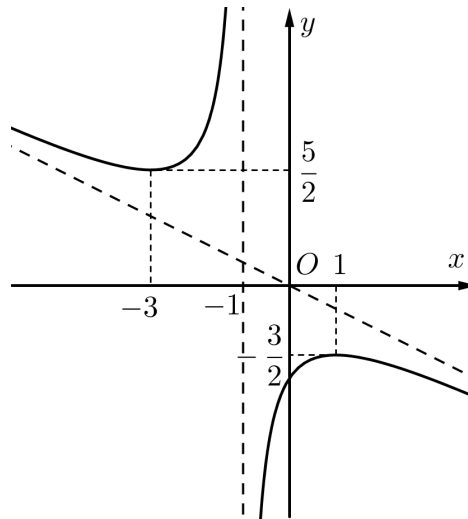
Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 8

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2026)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Lời giải

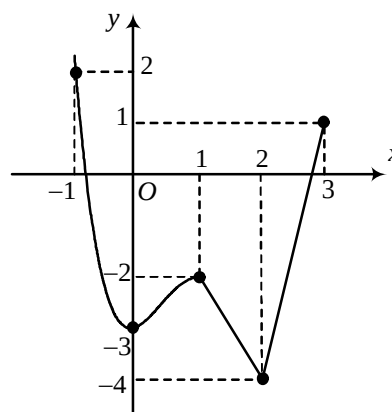
Chọn C.

Từ đồ thị đã cho, ta có

Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-3; -1)$ và $(-1; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$

là

A. 2.

B. -6.

C. -5.

D. -2.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có:
$$\begin{cases} m = \min_{[-1;3]} f(x) = f(-2) = -4 \\ M = \max_{[-1;3]} f(x) = f(-1) = 2 \end{cases} \Rightarrow M + m = -2$$

Câu 3. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x}$ là

A. 2

B. 1

C. 3

D. 0

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định của hàm số: $D = [-4; +\infty) \setminus \{0; -1\}$

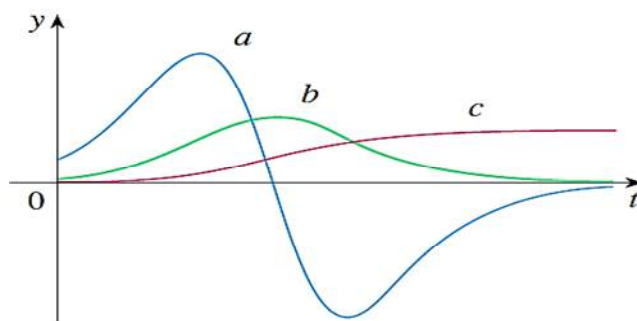
Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} y = \frac{1}{4}$.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = +\infty \text{ và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+x} = -\infty$$

$\Rightarrow$ TCD: $x = -1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 4. Một vật chuyển động có đồ thị của hàm quãng đường $s(t)$, hàm vật tốc $v(t)$ và hàm gia tốc $a(t)$ theo thời gian t được mô tả ở hình dưới đây.



Hỏi đồ thị các hàm số trên theo thứ tự là các đường cong nào?

A. b, c, a .

B. c, a, b .

C. a, c, b .

D. c, b, a .

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta thấy:

+ Ứng các khoảng nằm trên trục Ox của đồ thị a , đồ thị của b đi lên. Ứng các khoảng nằm dưới trục Ox của đồ thị a , đồ thị của b đi xuống, suy ra a là đạo hàm b . Loại B, C

+ đồ thị c nằm trên trục Ox, mà của đồ thị a không luôn đồng biến. Loại A

Vậy đồ thị của hàm quãng đường, hàm vận tốc và hàm gia tốc theo thứ tự, lần lượt c, b, a .

Câu 5. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	0	2	$+\infty$
y'		–	–
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x-7}{x-2}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+2}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

D. $y = \frac{1-2x}{x-2}$.

Lời giải

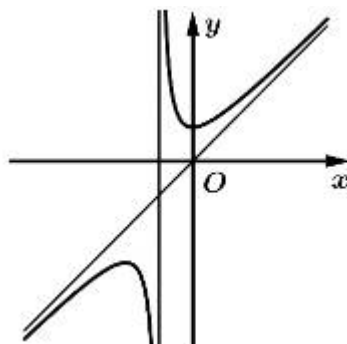
Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ nên ta loại đáp án B.

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$ nên ta loại đáp án D.

Xét đáp án A có $y' = \frac{3}{(x-2)^2} > 0$ nên loại đáp án A.

Câu 6. Đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:



A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2+x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.

D. $y = \frac{-x^2-x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy

Hàm số có dạng $y = \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ nên loại đáp án A.

Hàm số có 2 điểm cực trị và $a.m > 0$. Loại đáp án D.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = x_0 < 0$. Suy ra loại đáp án B

Vậy đáp án đúng là C

Câu 7. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ (năm)	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.

Khoảng biến thiên: $R = 19 - 14 = 5$

Câu 8. Anh Bảo Toàn đầu tư số tiền vào lĩnh vực kinh doanh A. Anh Bảo Toàn thống kê số tiền thu được mỗi tháng trong vòng 60 tháng theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực A	5	10	30	10	5

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi anh Bảo Toàn đầu tư vào lĩnh vực A là:

A. 4,5.

B. 5.

C. 5,5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B.

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu ta có:

Số tiền (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực A	5	10	30	10	5

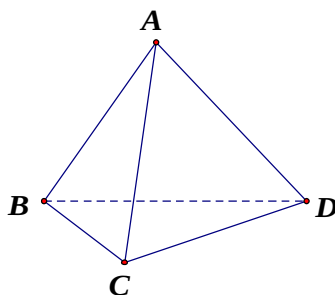
Số tiền trung bình thu được khi Anh Bảo Toàn đầu tư vào các lĩnh vực A là:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{60}(5 \cdot 7,5 + \dots + 5 \cdot 27,5) = 17,5$$

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi Anh Bảo Toàn đầu tư vào các lĩnh vực A là:

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{60}(5 \cdot 7,5^2 + \dots + 5 \cdot 27,5^2) - (17,5)^2} = 5$$

Câu 9. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 1.



Giá trị biểu thức $S = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

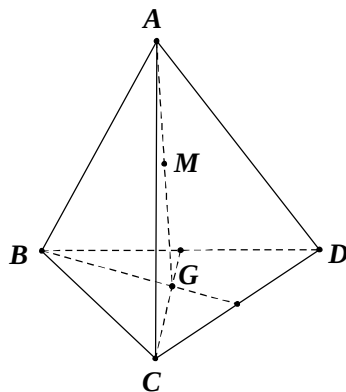
B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD nên ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = 3|\overrightarrow{AG}|$$

Ta có $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$, suy ra $S = 3AG = \sqrt{6}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là:

A. $(2; 3; 4)$.

B. $(4; -3; 2)$.

C. $(2; -3; 4)$.

D. $(-3; 2; 4)$.

Lời giải

Chọn C.

Tọa độ của vector $\vec{u}$ là: $(2; -3; 4)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5; 2; 3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oy . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{34}$.

B. $2\sqrt{38}$.

C. $2\sqrt{34}$.

D. $\sqrt{38}$.

Lời giải

Chọn C.

Vì B là điểm đối xứng với A qua trục Oy nên $B(5; 2; -3)$.

Do đó $\overrightarrow{AB} = (10; 0; -6)$.

Vậy $AB = \sqrt{100 + 36} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$.

Câu 12. Cho bốn điểm $S(1, 2, 3); A(2, 2, 3); B(1, 3, 3); C(1, 2, 4)$. Xác định tọa độ trọng tâm G của hình chóp $SABC$.

A. $(5; 9; 13)$.

B. $\left(\frac{5}{3}; 3; \frac{13}{3}\right)$.

C. $\left(1; \frac{7}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

D. $\left(\frac{5}{4}; \frac{9}{4}; \frac{13}{4}\right)$

Lời giải

Chọn D

Gọi $G(x, y, z)$ là trọng tâm của hình chóp $SABC$ suy ra

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C + x_S}{4} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C + y_S}{4} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C + z_S}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2+1+1+1}{4} = \frac{5}{4} \\ y = \frac{2+3+2+2}{4} = \frac{9}{4} \\ z = \frac{3+3+4+3}{4} = \frac{13}{4} \end{cases}$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$.

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(-1; +\infty)$.
- b) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4 .
- c) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0; 2)$.
- d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y = -3x - 11$ đi qua điểm $B(1; -6)$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	ĐÚNG

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{(2x+3)(x+2) - (x^2 + 3x + 3)}{(x+2)^2} = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ hoặc } x = -1.$$

Bảng biến thiên của hàm số đã cho như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$	

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; +\infty)$.

b) Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho có giá trị cực đại là -3 , giá trị cực tiểu là 1 .

$$\text{Ta có } -3 + 1 = -2.$$

c) Ta có $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} = x + 1 + \frac{1}{x + 2}$. Có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x + 2} = 0$.

Do đó, tiệm cận xiên của hàm số đã cho là đường thẳng $y = x + 1$.

Điểm $A(0; 2)$ không thuộc đường thẳng $y = x + 1$.

d) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng $y = -3x - 11$ có dạng là $y = -3x + m$ ($m \neq -11$). Hệ số góc của tiếp tuyến là $k = -3$.

Ta có $y' = -3 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = -3 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$ hoặc $x = -\frac{3}{2}$.

Với $x = -\frac{5}{2}$ thì $y = -\frac{7}{2}$, ta có phương trình tiếp tuyến: $y = -3x - 11$ (loại).

Với $x = -\frac{3}{2}$ thì $y = \frac{3}{2}$, ta có phương trình tiếp tuyến: $y = -3x - 3$ (thỏa mãn). Tiếp tuyến này đi qua điểm $B(1; -6)$.

Câu 2. Công ty in Khatoco Khánh Hòa muốn xuất bản x ($x \in \mathbb{N}^*$) cuốn tạp chí giới thiệu về các địa điểm Du Lịch của tỉnh Khánh Hòa. Công ty đã khảo sát, tính được chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x) = x^2 - 2000x + 100000000$ (đồng) và chi phí phát hành (bao gồm: chi phí quảng cáo và vận chuyển đến các nhà sách) cho mỗi cuốn tạp chí là 4000 đồng.



a) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là: $\frac{x^2 - 2000x + 100000000}{x}$ (đồng)

b) Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng $(0; 10000)$ cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.

c) Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.

d) Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	SAI	SAI	ĐÚNG

Ta có:

+ Chi phí phát hành cho x cuốn tạp chí là $4000x$ (đồng)

+ Tổng chi phí xuất bản và phát hành cho x cuốn tạp chí là:

$$C(x) + 4000x = x^2 - 2000x + 100000000 + 4000x = x^2 + 2000x + 100000000 \text{ (đồng)}$$

+ Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là: $T(x) = \frac{x^2 + 2000x + 100000000}{x}$ (đồng)

Xét hàm số: $T(x) = \frac{x^2 + 2000x + 100000000}{x}$ với $x \in \mathbb{N}^*$

$$T'(x) = \frac{x^2 - 100000000}{x^2}$$

$$T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 100000000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 100000000$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -10000 (L) \\ x = 10000 (N) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	10000	$+\infty$
$T'(x)$		–	0
		–	+
$T(x)$	$T(0)$		$+\infty$
		22000	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

+ Nếu công ty xuất bản số tạp chí trong khoảng $(0; 10000)$ cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ giảm.

+ Nếu công ty xuất bản số tạp chí lớn hơn 10000 cuốn thì chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí sẽ tăng.

+ Chi phí xuất bản và phát hành cho mỗi cuốn tạp chí thấp nhất là 22000 đồng khi sản xuất 10000 cuốn tạp chí

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$.

a) $AB = 3$

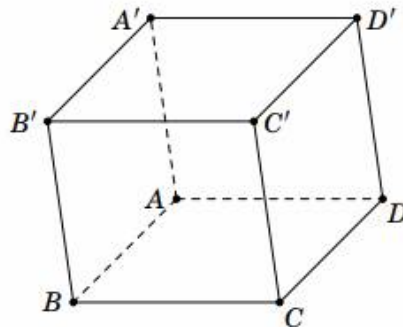
b) Tọa độ đỉnh $C(2; 3; 0)$

c) Tọa độ đỉnh A', B' lần lượt là $A'(0; 0; -3)$ và $B'(3; 0; -3)$.

d) Gọi $G(x_G; y_G; z_G)$ là tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C$. Khi đó $x_G + y_G + z_G = 5$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI



a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0) \Rightarrow AB = 3$

b) Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y - 3; z)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow (x; y; z) = (3; 3; 0) \Rightarrow C(3; 3; 0)$

c) Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$.

Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3 - y'; -3 - z')$

$ADD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Rightarrow (x'; y'; z') = (0; 0; -3) \Rightarrow A'(0; 0; -3)$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$ABB'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow (x_0; y_0; z_0) = (3; 0; -3) \Rightarrow B'(3; 0; -3)$

d) G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -2) \Rightarrow x_G + y_G + z_G = 1$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Biết $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng 3 lần diện tích tam giác ABC .

a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 23$

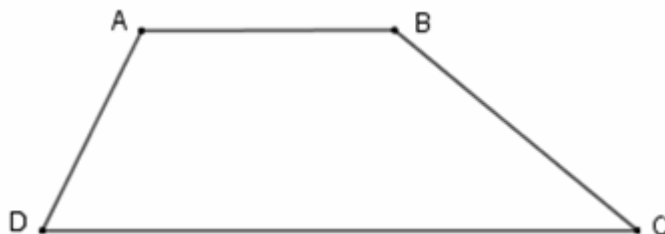
b) $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\sqrt{70}}{70}$

c) $AD = 3BC$

d) Biết đỉnh D có tọa độ $D(a;b;c)$. Khi đó $a + b + c = 10$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	SAI	SAI



a) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -1)$, $\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 23$

b) Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-4; -2; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{21}$$

$$\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1) \Rightarrow BC = \sqrt{30}$$

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \frac{23}{\sqrt{21} \cdot \sqrt{30}} = \frac{23\sqrt{70}}{210}$$

c) Ta có: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot d(A, BC)$

$$\Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} \Leftrightarrow 3S_{\triangle ABC} = \frac{(AD + BC) \cdot S_{\triangle ABC}}{BC} \Leftrightarrow 3BC = AD + BC \Leftrightarrow AD = 2BC.$$

d) Ta có $ABCD$ là hình thang có đáy AD nên $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$ (1).

$$\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1), \overrightarrow{AD} = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1).$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = -10 \\ y_D - 3 = -4 \\ z_D - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -12 \\ y_D = -1 \\ z_D = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } D(-12; -1; 3) \Rightarrow a + b + c = -10$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 4,8

Ta có bảng thống kê cân nặng của các quả mít theo giá trị đại diện:

Cân nặng (kg)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Cân nặng đại diện (kg)	5	7	9	11	13
Số quả mít	6	12	19	9	4

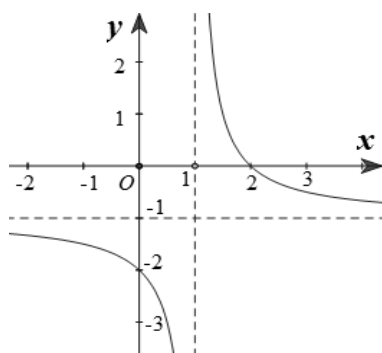
Cỡ mẫu $n = 6 + 12 + 19 + 9 + 4 = 50$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 5 + 12 \cdot 7 + 19 \cdot 9 + 9 \cdot 11 + 4 \cdot 13}{50} = 8,72.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S^2 = \frac{1}{50} (6 \cdot 5^2 + 12 \cdot 7^2 + 19 \cdot 9^2 + 9 \cdot 11^2 + 4 \cdot 13^2) - 8,72^2 \approx 4,8$

Câu 2. Đồ thị trong hình bên dưới là của hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$).



Khi đó tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đường tiệm cận ngang $y = a$, đường tiệm cận đứng $x = -c$ và cắt Oy tại điểm $\left(0; \frac{b}{c}\right)$.

Từ đồ thị hàm số ta có đường tiệm cận ngang $y = -1$, đường tiệm cận đứng $x = 1$ và cắt Oy tại điểm $(0; -2)$.

$$\text{Từ đó suy ra: } \begin{cases} a = -1 \\ -c = 1 \\ \frac{b}{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = -2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $a + b + c = -1 - 1 + 2 = 0$.

Câu 3. Tìm giá trị m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x - 1}{x}$ tại hai điểm A, B sao cho trung điểm đoạn AB thuộc Oy .

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1

Phương trình hoành độ giao điểm: $3x^2 + (1 - m)x - 1 = 0$ ($x \neq 0$)

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ khác 0 với mọi m

Hoành độ trung điểm I của AB : $x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{m-1}{6}$ mà $I \in Oy \Leftrightarrow x_I = 0 \Leftrightarrow \frac{m-1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 4. Một nhà xuất bản nhận in 4000 ấn phẩm. Nhà xuất bản có tất cả 14 máy in được cài đặt, hoạt động tự động và giám sát bởi 1 kĩ sư. Mỗi máy in có thể in được 30 ấn phẩm trong một giờ. Chi phí cài đặt máy in là 12 USD cho một máy, chi phí giám sát là 9USD một giờ. Tính số máy in nhà xuất bản nên sử dụng để chi phí in là nhỏ nhất?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 10

Gọi x ($0 < x \leq 14$) là số máy in cần sử dụng để in lô hàng.

Chi phí cài đặt là $12x$.

Số giờ in hết số ấn phẩm là $\frac{4000}{30x}$ (giờ), chi phí giám sát là $\frac{4000}{30x} \cdot 9 = \frac{1200}{x}$ (USD)

Tổng chi phí in là $P(x) = 12x + \frac{1200}{x}$.

$$P'(x) = 12 - \frac{1200}{x^2}$$

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -10 (L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	10	14
$P'(x)$	-	0	+
$P(x)$		$P(10)$	

Vậy để chi phí in nhỏ nhất thì số máy phải sử dụng là 10 máy.

Câu 5. Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc 50(km) và về phía Tây 20(km), đồng thời cách mặt đất 1(km). Xác

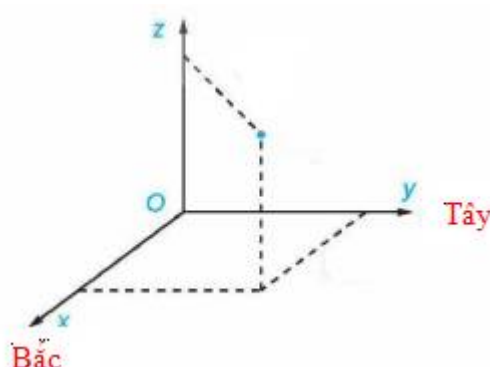
định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó (kết quả làm tròn đến phần chục, đơn vị: km).



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 53,9



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. Suy ra chiếc máy bay có tọa độ $(50; 20; 1)$.

Khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát là: $\sqrt{50^2 + 20^2 + 1^2} \approx 53,9(km)$

Câu 6. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(5; -2; 0)$, $B(4; 5; -2)$ và $C(0; 3; 2)$. Điểm M di chuyển trên trục Ox . Đặt $Q = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$. Biết giá trị nhỏ nhất của Q có dạng $a\sqrt{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{N}$ và b là số nguyên tố. Tính $a + b$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 43

Ta có $Q = 2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 2|3\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| + 3|2\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}|$

Với $G(3; 2; 0)$ là trọng tâm của tam giác ABC và $I(2; 4; 0)$ là trung điểm BC , ta có:

$$Q = 2|3\overrightarrow{MG}| + 3|2\overrightarrow{MI}| = 6(MG + MI),$$

Do G và I nằm cùng phía so với Ox nên gọi $G'(3; -2; 0)$ là điểm đối xứng của G qua Ox .

$$\text{Khi đó } Q = 2|3\overline{MG}| + 3|2\overline{MI}| = 6(MG + MI) = 6(MG' + MI) \geq 6G'I = 6\sqrt{37}.$$

Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của $G'I$ và Ox .

$$\Rightarrow a + b = 6 + 37 = 43$$

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa trong không gian

ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

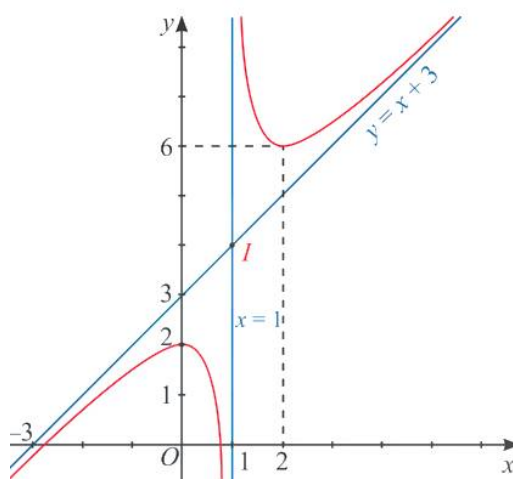
A. 3.

B. -5.

C. 0.

D. 2.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và đồ thị có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $y = x + 3$.

D. $y = x - 3$.

Câu 3. Hàm số $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là:

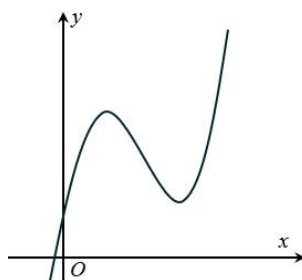
A. $\sqrt{2}; 1$.

B. $1; 0$.

C. $2; \sqrt{2}$.

D. $2; 1$.

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$.

D. $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$.

Câu 5. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		+		+	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	2

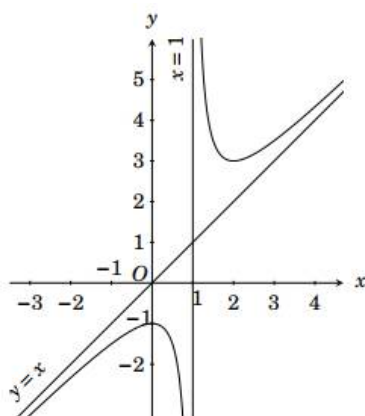
A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

C. $y = \frac{-2x-3}{x-1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và đồ thị có dạng như hình vẽ sau.



Tọa độ tâm đối xứng I của đồ thị là

A. $I(0;1)$.

B. $I(0;0)$.

C. $I(1;0)$.

D. $I(1;1)$.

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.

B. Phương sai luôn luôn là số không âm.

C. Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.

D. Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình càng lớn.

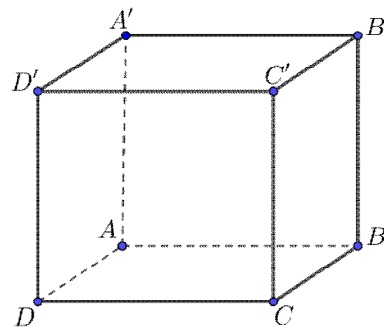
Câu 8. Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào hai lĩnh vực A cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

A. 17,9 (triệu đồng). B. 19,5 (triệu đồng). C. 16,9 (triệu đồng). D. 18,5 (triệu đồng).

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .



Tích vô hướng của hai vec tơ $\overrightarrow{BC'}$ và $\overrightarrow{B'A}$ bằng

A. a^2 . B. $a^2\sqrt{2}$. C. $-a^2$. D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$; $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ và $k \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$. B. $|\vec{a}| = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$.
C. $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$ và $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (4;0;-6)$. Tọa độ trung điểm M của BC là

A. $(5;1;-5)$. B. $(3;-1;-7)$. C. $(1;-1;-4)$. D. $(3;1;-2)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(5;3;-1)$, $B(2;3;-4)$, $C(3;1;-2)$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng:

A. $9 - 2\sqrt{6}$. B. $9 - 3\sqrt{6}$. C. $9 + 3\sqrt{6}$. D. $9 + 2\sqrt{6}$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ và điểm $A(-1; -3)$.

a) Hàm số $f(x)$ có đúng 2 điểm cực trị.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

c) Đường thẳng $y = x - 2$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

d) Xét điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$, đoạn thẳng AM có độ dài luôn lớn hơn 2,3.

Câu 2. Một công ty vận tải ở Nha Trang đang dự định mở tuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng. Mỗi chuyến xe có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $30\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng), với $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$. Chi phí vận hành mỗi chuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng là 3000000 (đồng).



a) Số tiền thu được từ x hành khách trong một chuyến xe là : $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng)

b) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là $30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000000$ (nghìn đồng).

c) Để công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất thì mỗi chuyến chở 40 hành khách.

d) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 4800000 đồng.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0; 1; -2), B(2; -1; 3), C(1; 3; -2), D(5; -1; 8)$.

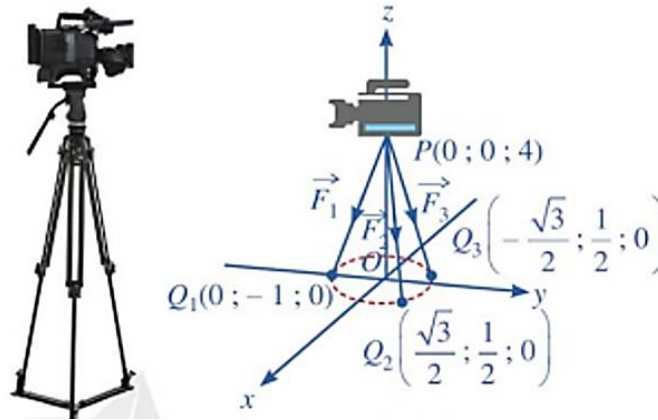
a) $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 5)$

b) $AC = \sqrt{5}$

c) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng.

d) Hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

Câu 4. Một chiếc máy quay phim ở đài truyền hình được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $P(0;0;4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $Q_1(0;-1;0)$, $Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right)$ (Hình vẽ). Biết rằng trọng lượng của máy quay là 360 N .



a) $\overrightarrow{PQ_1} = (0; -1; -4)$

b) $PQ_1 = PQ_2 = PQ_3 = \sqrt{17}$

c) Trọng lực $\vec{F}$ tác dụng lên máy quay có tọa độ là: $(0;0;360)$

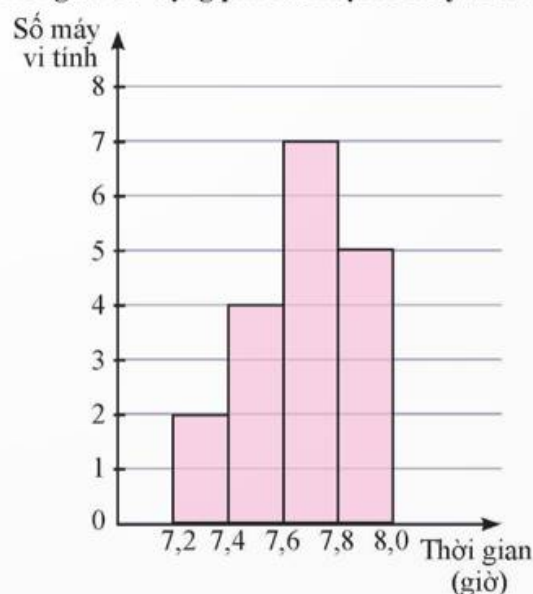
d) Các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tác dụng lên giá đỡ có tọa độ lần lượt là:

$\vec{F}_1 = (0; -30; -120); \vec{F}_2 = (15\sqrt{3}; 15; -120); \vec{F}_3 = (-15\sqrt{3}; 15; -120)$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

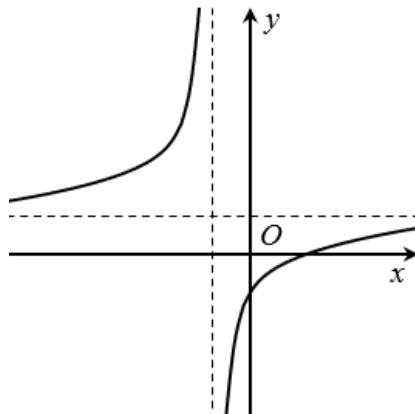
Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

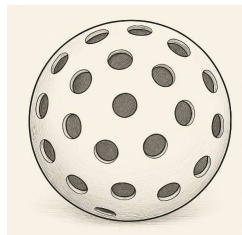
Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Biết rằng a là một số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?

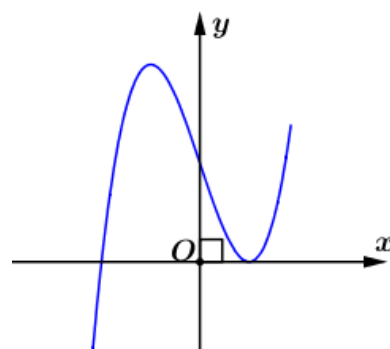
Trả lời:

Câu 3. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 300.000 quả bóng Pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất được 60 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập máy này là 125 ngàn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 90 ngàn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?



Trả lời:

Câu 4. Một đường ray tàu lượn trong khu vui chơi giải trí Suối Tiên có hình dáng được mô phỏng theo đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Để đảm bảo an toàn và tính thẩm mỹ, người ta chọn hai điểm $A(a;b)$ và $B(c;d)$ trên đường ray sao cho tiếp tuyến tại hai điểm này có cùng độ dốc (cùng hệ số góc). Đồng thời, đoạn đường nối hai trụ đỡ tại các điểm A và B phải vuông góc với một đường dây điện có phương trình $y = -x + 2025$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b - 3c - 4d$, biết $a > 0$.



Trả lời:

Câu 5. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc $20(km)$ và về phía Tây $10(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,7(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông $30(km)$ và về phía Nam $25(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị đo: km).



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Gọi $D(a;b;c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ bằng 4 lần diện tích tam giác ABC . Tính $a+b+c$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 9

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		2		-5		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

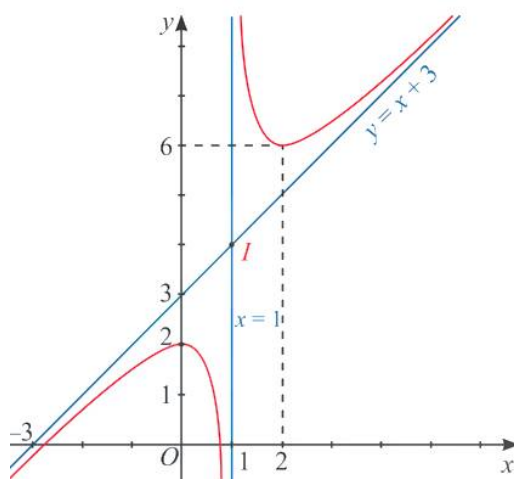
- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng $y = -5$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và đồ thị có dạng như hình vẽ sau.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận xiên bằng:

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $y = x + 3$. D. $y = x - 3$.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận xiên $y = x + 3$

Câu 3. Hàm số $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất lần lượt là:

- A. $\sqrt{2}; 1$. B. $1; 0$. C. $2; \sqrt{2}$. D. $2; 1$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = [-1; 1]$.

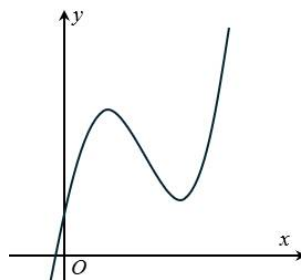
Ta có: $y' = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow x = 0$

Khi đó: $y(-1) = \sqrt{2}$; $y(0) = 2$; $y(1) = \sqrt{2}$

$\Rightarrow$ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2, giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{2}$

Câu 4. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$.

D. $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào dạng đồ thị ta có $a > 0$.

$y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y(1) = 1$ (loại); $y = x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y(1) = -1$ (loại).

Xét hàm $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$, $y' = \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=3 \\ x=3 \Rightarrow y=1 \end{cases}$

Vậy đồ thị là của hàm số $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$.

Câu 5. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

A. $y = \frac{2x-3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

C. $y = \frac{-2x-3}{x-1}$.

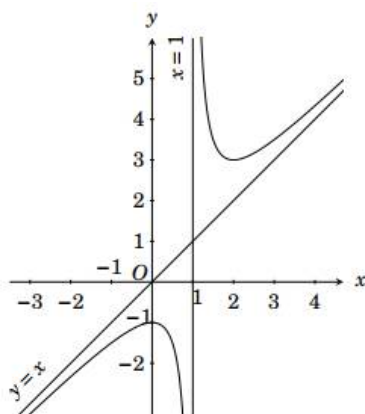
D. $y = \frac{-x+1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A.

Từ bảng biến thiên, ta có: đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $x = -1$; $y = 2$, do đó loại B, C, D

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và đồ thị có dạng như hình vẽ sau.



Tọa độ tâm đối xứng I của đồ thị là

- A. $I(0;1)$. B. $I(0;0)$. C. $I(1;0)$. **D. $I(1;1)$.**

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận xiên $y = x$

Do đó tọa độ tâm đối xứng của đồ thị là Ox là $I(1;1)$

Câu 7. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. Phương sai là bình phương của độ lệch chuẩn.
B. Phương sai luôn luôn là số không âm.
C. Phương sai luôn luôn lớn hơn độ lệch chuẩn.
D. Phương sai càng lớn thì độ phân tán của các giá trị quanh số trung bình càng lớn.

Lời giải

Chọn C.

Khi $x \in (0;1)$ thì $s^2 < s$ nên khẳng định phương sai luôn lớn hơn độ lệch chuẩn là sai.

Câu 8. Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư vào hai lĩnh vực A cho kết quả như sau:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên.

- A. 17,9 (triệu đồng). B. 19,5 (triệu đồng). C. 16,9 (triệu đồng). **D. 18,5 (triệu đồng).**

Lời giải

Chọn D.

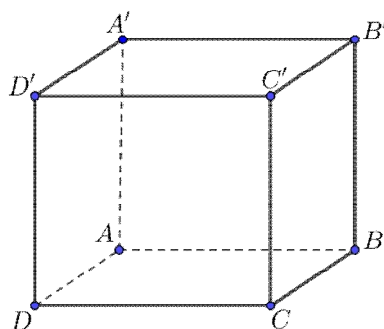
Ta có mẫu số liệu ghép nhóm với giá trị đại diện là:

Tiền lãi (triệu đồng)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Tiền lãi trung bình khi đầu tư vào lĩnh vực A là:

$$\bar{x}_A = \frac{7,5 \cdot 2 + 12,5 \cdot 5 + 17,5 \cdot 8 + 22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 4}{2 + 5 + 8 + 6 + 4} = 18,5 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a .



Tích vô hướng của hai vec tơ $\overrightarrow{BC'}$ và $\overrightarrow{B'A}$ bằng

A. a^2 .

B. $a^2\sqrt{2}$.

C. $-a^2$.

D. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{BC'} \cdot \overrightarrow{B'A} = \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{B'A} = -\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AB'} = -a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot \cos(\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AB'}) = -a^2$$

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$; $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ và $k \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.

B. $|\vec{a}| = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$.

C. $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2; a_3 + b_3)$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 - a_2b_2 - a_3b_3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$ và

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = (4; 0; -6)$. Tọa độ trung điểm M của BC là

A. $(5; 1; -5)$.

B. $(3; -1; -7)$.

C. $(1; -1; -4)$.

D. $(3; 1; -2)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = (2; 0; -3)$$

$$\text{Gọi } M(x; y; z) \text{ thì } \overrightarrow{AM} = (x-1; y-1; z-1)$$

$$\overrightarrow{AM} = (2; 0; -3) \text{ nên ta có } \begin{cases} x-1=2 \\ y-1=0 \\ z-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \\ z=-2 \end{cases} . \text{ Vậy } M(3; 1; -2).$$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC, biết $A(5; 3; -1), B(2; 3; -4), C(3; 1; -2)$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng:

A. $9 - 2\sqrt{6}$.

B. $9 - 3\sqrt{6}$.

C. $9 + 3\sqrt{6}$.

D. $9 + 2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $AC^2 + BC^2 = 9 + 9 = AB^2 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại C.

$$\text{Suy ra: } r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\frac{1}{2}CA \cdot CB}{\frac{1}{2}(AB + BC + CA)} = \frac{3 \cdot 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3}} = 9 - 3\sqrt{6}$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$ và điểm $A(-1; -3)$.

a) Hàm số $f(x)$ có đúng 2 điểm cực trị.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

c) Đường thẳng $y = x - 2$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

d) Xét điểm M thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$, đoạn thẳng AM có độ dài luôn lớn hơn 2,3.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

$$\text{a) Ta có } f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-5	$+\infty$	$+\infty$	-1	$+\infty$

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

b) Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-2; -1)$ và $(-1; 0)$; hàm số không xác định tại $x = -1$ nên hàm số không nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

c) Ta có $f(x) = x - 2 + \frac{1}{x+1}$

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (x-2)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x+1} = 0$ nên đường thẳng $y = x - 2$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

d) Gọi $M\left(a; a - 2 + \frac{1}{a+1}\right)$, với $a \neq -1$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$

$$\text{Ta có } AM^2 = (a+1)^2 + \left(a+1 + \frac{1}{a+1}\right)^2 = 2(a+1)^2 + \frac{1}{(a+1)^2} + 2 \geq 2\sqrt{2} + 2$$

$$\Leftrightarrow AM \geq \sqrt{2\sqrt{2} + 2} \approx 2,197$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi } 2(a+1)^2 = \frac{1}{(a+1)^2} \Rightarrow (a+1)^2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a = -1 \pm \frac{1}{\sqrt[4]{2}}.$$

Câu 2. Một công ty vận tải ở Nha Trang đang dự định mở tuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng. Mỗi chuyến xe có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $30\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng), với $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$. Chi phí vận hành mỗi chuyến xe đi từ Nha Trang ra Đà Nẵng là 3000000 (đồng).



a) Số tiền thu được từ x hành khách trong một chuyến xe là : $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng)

b) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là

$$30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

c) Để công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất thì mỗi chuyến chở 40 hành khách.

d) Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 4800000 đồng.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	SAI	ĐÚNG	SAI

Ta có $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$

Số tiền thu được từ x hành khách trong một chuyến xe là : $30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng)

Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là :

$$30x\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 - 3000 = 30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000 \text{ (nghìn đồng)}$$

Xét hàm số: $f(x) = 30\left(\frac{x^3}{1600} - \frac{3}{20}x^2 + 9x\right) - 3000$ với $0 \leq x \leq 60, x \in \mathbb{N}$

$$f'(x) = 30\left(\frac{3x^2}{1600} - \frac{3}{10}x + 9\right)$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2}{1600} - \frac{3}{10}x + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(N) \\ x = 120(L) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	40	60	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			1800	
	$f(0)$			$f(60)$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

+ Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng $(0; 40)$ thì thu được số tiền sẽ tăng dần.

+ Nếu một chuyến xe buýt chở lượng khách trong khoảng $(40; 60)$ thì thu được số tiền sẽ giảm dần.

+ Số tiền mà công ty thu được lợi nhuận nhiều nhất trong một chuyến xe là 1800000 đồng khi có 40 hành khách.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;-2), B(2;-1;3), C(1;3;-2), D(5;-1;8)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (2;-2;5)$

b) $AC = \sqrt{5}$

c) Ba điểm A, B, C có thẳng hàng.

d) Hai đường thẳng AB và CD song song với nhau.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI

a) $\overrightarrow{AB} = (2;-2;5)$

b) $\overrightarrow{AC} = (1;2;0) \Rightarrow AC = \sqrt{5}$

c) Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-2;5), \overrightarrow{AC} = (1;2;0)$. Vì $\frac{1}{2} \neq \frac{2}{-2}$ nên hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

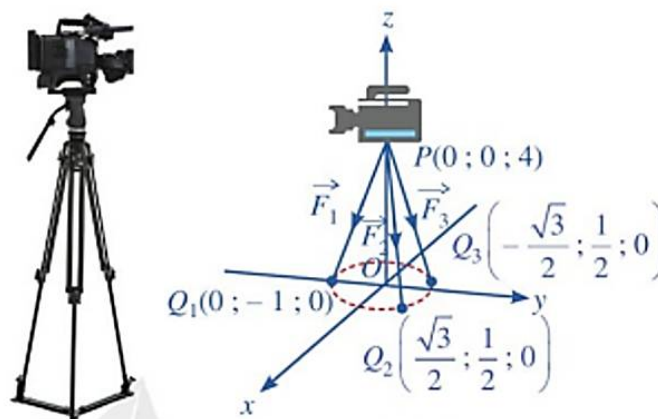
Suy ra ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

d) Ta có $\overrightarrow{CD} = (4;-4;10)$. Xét toạ độ của hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$, ta thấy: $\frac{4}{2} = \frac{-4}{-2} = \frac{10}{5}$.

Các đẳng thức trên chứng tỏ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai vector cùng phương. Suy ra AB và CD song song hoặc trùng nhau. Nhưng hai đường thẳng này không thể trùng nhau (do A, B, C không thẳng hàng). Vậy $AB // CD$.

Câu 4. Một chiếc máy quay phim ở đài truyền hình được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $P(0;0;4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $Q_1(0;-1;0)$,

$Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$ (Hình vẽ). Biết rằng trọng lượng của máy quay là $360 N$.



a) $\overrightarrow{PQ_1} = (0;-1;-4)$

b) $PQ_1 = PQ_2 = PQ_3 = \sqrt{17}$

c) Trọng lực $\vec{F}$ tác dụng lên máy quay có tọa độ là: $(0; 0; 360)$

d) Các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ tác dụng lên giá đỡ có tọa độ lần lượt là:

$\vec{F}_1 = (0; -30; -120); \vec{F}_2 = (15\sqrt{3}; 15; -120); \vec{F}_3 = (-15\sqrt{3}; 15; -120)$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Theo giả thiết, ta có các điểm $P(0; 0; 4), Q_1(0; -1; 0), Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right), Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

a) Ta có: $\overrightarrow{PQ_1} = (0 - 0; -1 - 0; 0 - 4)$ hay $\overrightarrow{PQ_1} = (0; -1; -4)$

b) Ta có: $\overrightarrow{PQ_1} = (0; -1; -4) \Rightarrow |\overrightarrow{PQ_1}| = \sqrt{17}$

$\overrightarrow{PQ_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 0; \frac{1}{2} - 0; 0 - 4\right)$ hay $\overrightarrow{PQ_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; -4\right) \Rightarrow |\overrightarrow{PQ_2}| = \sqrt{17}$

$\overrightarrow{PQ_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - 0; \frac{1}{2} - 0; 0 - 4\right)$ hay $\overrightarrow{PQ_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; -4\right) \Rightarrow |\overrightarrow{PQ_3}| = \sqrt{17}$

Suy ra $|\overrightarrow{PQ_1}| = |\overrightarrow{PQ_2}| = |\overrightarrow{PQ_3}| = \sqrt{17}$.

c) Ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}$, với $\vec{F} = (0; 0; -360)$ là trọng lực tác dụng lên máy quay.

d) Ta có $|\overrightarrow{PQ_1}| = |\overrightarrow{PQ_2}| = |\overrightarrow{PQ_3}| = \sqrt{17}$ nên $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3|$.

Vì vậy, tồn tại hằng số $k \neq 0$ sao cho:

$\vec{F}_1 = k\overrightarrow{PQ_1} = (0; -k; -4k)$

$\vec{F}_2 = k\overrightarrow{PQ_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}k; \frac{1}{2}k; -4k\right)$

$\vec{F}_3 = k\overrightarrow{PQ_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}k; \frac{1}{2}k; -4k\right)$

Suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0; 0; -12k)$.

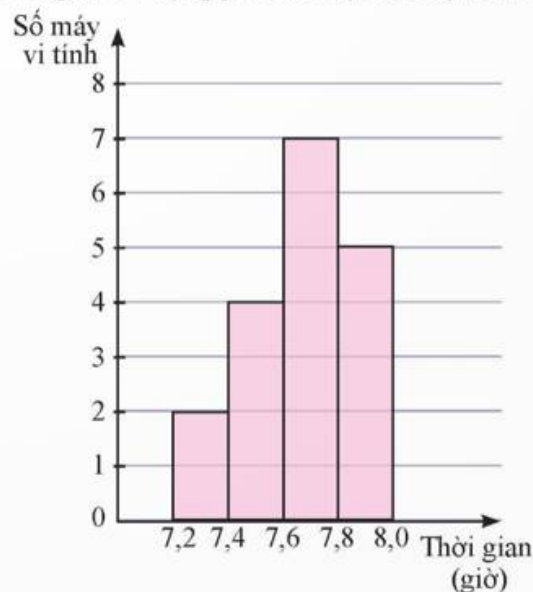
Mặt khác, ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}$, trong đó $\vec{F} = (0; 0; -360)$ là trọng lực tác dụng lên máy quay. Suy ra $-12k = -360$, tức là $k = 30$.

Vậy $\vec{F}_1 = (0; -30; -120); \vec{F}_2 = (15\sqrt{3}; 15; -120); \vec{F}_3 = (-15\sqrt{3}; 15; -120)$.

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 0,18

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Thời gian (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$

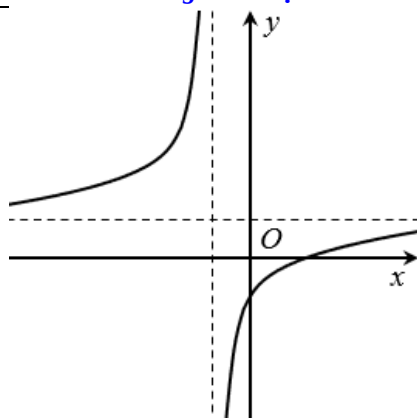
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = \frac{2 \cdot 7,3 + 4 \cdot 7,5 + 7 \cdot 7,7 + 5 \cdot 7,9}{18} = \frac{23}{3}$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{18} \left[2 \cdot (7,3)^2 + 4 \cdot (7,5)^2 + 7 \cdot (7,7)^2 + 5 \cdot (7,9)^2 \right] - \left(\frac{23}{3} \right)^2 \approx 0,032$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} \approx \sqrt{0,032} \approx 0,18$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Biết rằng a là một số thực dương, hỏi trong các số b, c, d có tất cả bao nhiêu số dương?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c} > 0$ nên $c > 0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c} < 0$ nên $d > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\frac{b}{a} > 0$ nên $b < 0$.

Vậy trong các số b, c, d có 2 số dương,

Câu 3. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 300.000 quả bóng Pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất được 60 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập máy này là 125 ngàn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 90 ngàn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?



Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 60

Gọi $x (x \in \mathbb{N}, x > 0)$ là số máy móc công ty sử dụng để sản xuất.

Thời gian cần để sản xuất được 300.000 quả bóng là $\frac{300.000}{60x}$

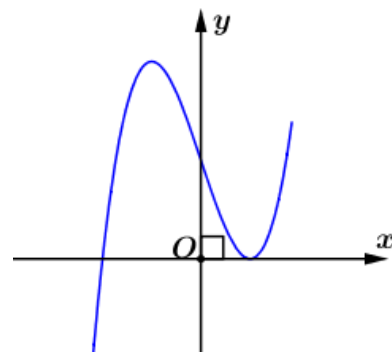
Tổng chi phí cho sản xuất là: $T(x) = \frac{300.000}{60x} \cdot 90 + 125x = \frac{450.000}{x} + 125x$

Ta có $T'(x) = -\frac{450.000}{x^2} + 125 \Rightarrow T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 60$

x	0	60	$+\infty$
$T'(x)$	-	0	+
$T(x)$	15.000		

Vậy nhà máy phải sử dụng 60 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất

Câu 4. Một đường ray tàu lượn trong khu vui chơi giải trí Suối Tiên có hình dáng được mô phỏng theo đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$. Để đảm bảo an toàn và tính thẩm mỹ, người ta chọn hai điểm $A(a;b)$ và $B(c;d)$ trên đường ray sao cho tiếp tuyến tại hai điểm này có cùng độ dốc (cùng hệ số góc). Đồng thời, đoạn đường nối hai trụ đỡ tại các điểm A và B phải vuông góc với một đường dây điện có phương trình $y = -x + 2025$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b - 3c - 4d$, biết $a > 0$.



Trả lời:

Lời giải

Đáp án 16

$$y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$$

Tiếp tuyến với (C) tại A, B có cùng hệ số góc và chỉ khi $f'(x_A) = f'(x_B) \Leftrightarrow x_A^2 = x_B^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = x_B (L) \\ x_A + x_B = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow A, B$ đối xứng nhau qua $I(0;2)$ là tâm đối xứng của (C).

$$AB \perp d : y = -x + 2025 \Rightarrow AB : x - y + m = 0.$$

$$AB \text{ qua } I \text{ nên ta có } m = 2 \Rightarrow AB : x - y + 2 = 0.$$

Khi đó hoành độ A, B thỏa mãn phương trình

$$x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (L) \\ x = \pm 2 \end{cases} \Rightarrow A(2;4), B(-2;0).$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 4, c = -2; d = 0 \Rightarrow T = a + 2b - 3c - 4d = 16$$

Câu 5. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc $20(km)$ và về phía Tây $10(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,7(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông $30(km)$ và về phía Nam $25(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị đo: km).

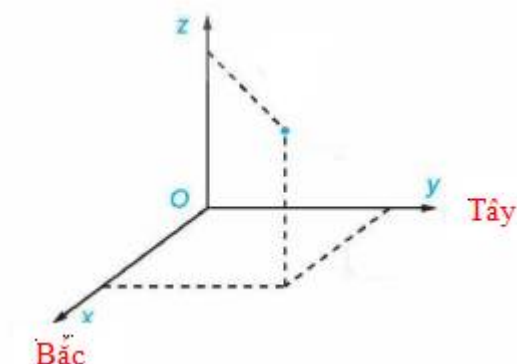


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 61

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(20; 10; 0,7)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(-30; -25; 1)$.

Do đó khoảng cách giữa hai chiếc máy bay là: $\sqrt{(20+30)^2 + (10+25)^2 + (0,7-1)^2} \approx 61(km)$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Gọi $D(a; b; c)$ là điểm sao cho $ABCD$ là hình thang có cạnh đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ bằng 4 lần diện tích tam giác ABC . Tính $a+b+c$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: -16

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 4S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(BC, AD)(BC + AD) = 4 \cdot \frac{1}{2}d(BC, AD)BC$$

$$\Leftrightarrow BC + AD = 4BC \Leftrightarrow AD = 3BC. \text{ Do } ABCD \text{ là hình thang có đáy } AD \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2=-15 \\ b-3=-6 \\ c-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-17 \\ b=-3 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-16.$$

ĐỀ ÔN THI CUỐI KÌ 1

Năm học 2025 - 2026

TOÁN 12

Thời gian 90 phút

Trắc nghiệm gồm 3 phần

Nội dung:

1. Đại số:

Chương 1: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho mẫu số liệu ghép nhóm

2. Hình học: Chương 2: Vectơ và hệ trục tọa trong không gian

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hỏi hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ nghịch biến trên các khoảng nào ?

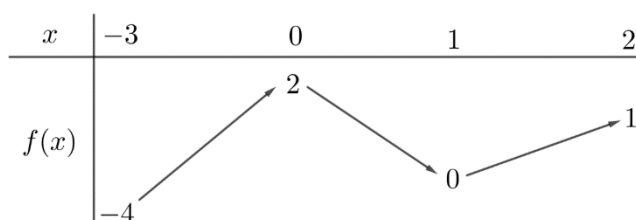
A. $(-\infty; -4)$ và $(2; +\infty)$.

B. $(-4; 2)$.

C. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-3; 2]$. Tính $M.m$.



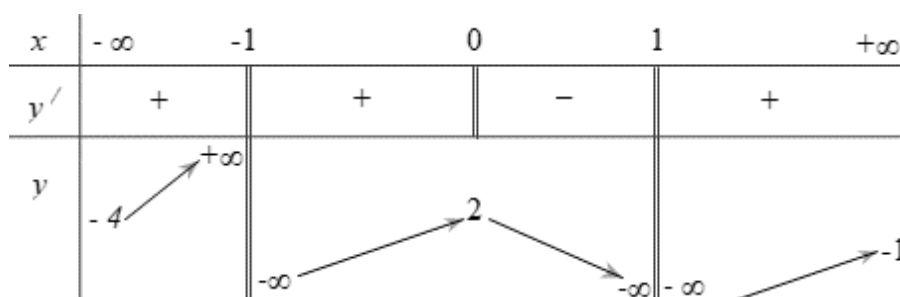
A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. -8.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

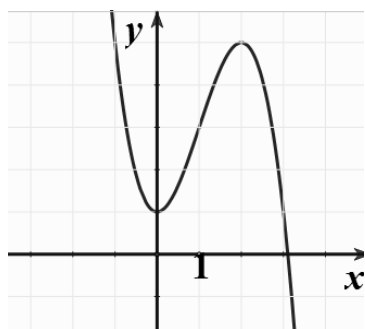
A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

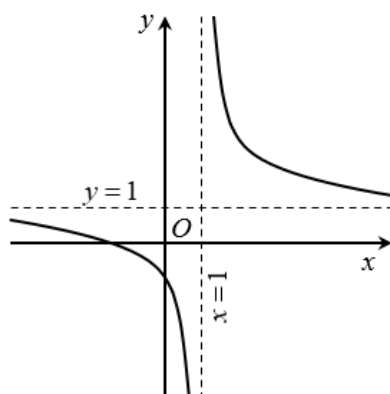
Câu 4. Cho đồ thị sau.



Hỏi hàm số nào sau đây có đồ thị ở hình trên?

- A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



- A. $y = \frac{x}{1-x}$. B. $y = \frac{x+1}{1-x}$. C. $y = \frac{x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x}{x-1}$.

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

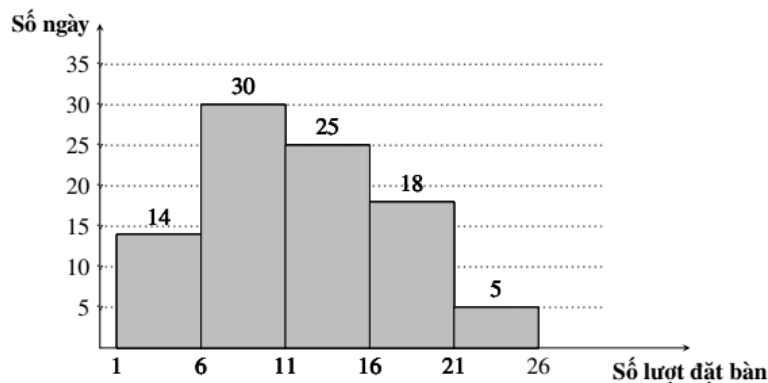
x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$
			-1		-9	
			$-\infty$		$-\infty$	

- A. $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$. B. $y = \frac{-x^2 - x + 2}{x - 3}$. C. $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$. D. $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x + 3}$.

Câu 7. Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

- A. Khoảng biến thiên. B. Khoảng tứ phân vị.
C. Phương sai. D. Độ lệch chuẩn.

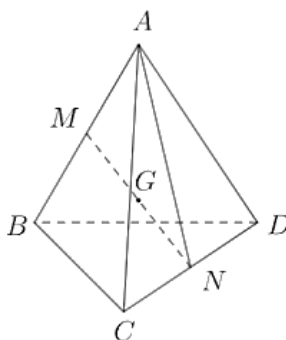
Câu 8. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượng khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến 6 lượt đặt bàn, cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến 11 lượt đặt bàn;...



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên

- A. 9,5. B. 8,5. C. 10,5. D. 7,5.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD ; G là trung điểm của MN .



Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}$. B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN}$.
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc tơ $\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + \vec{j}$; $\overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Khi đó tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là?

- A. $(2; 2; -2)$. B. $(2; 1; -3)$. C. $(0; 0; -1)$. D. $(2; 0; -2)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(7; 2; 8), M(-4; 3; 3)$. Tìm tọa độ điểm B biết $\triangle ABC$ vuông tại C và M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

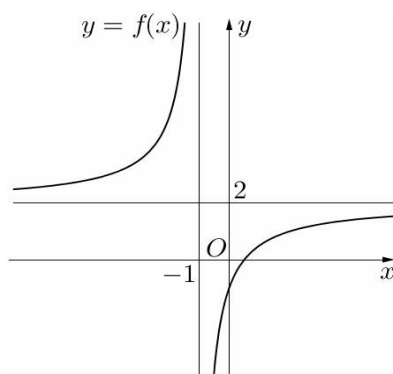
- A. $B(11; -1; 5)$. B. $B(-11; 1; -5)$. C. $B(1; -8; -14)$. D. $B(-15; 4; -2)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

- A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có tập xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



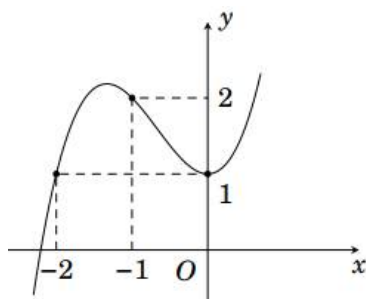
a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.

b) Điểm $(-1; 2)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ là hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$

b) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0; 1)$

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$

d) $2a + 3b + c = 9$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(2; 1; 0), C(0; 3; 0), C'(-1; 2; 1), D'(0; -2; 0)$.

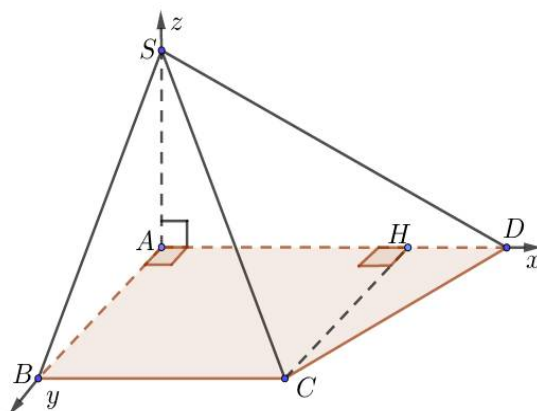
a) Tọa độ các điểm A', B' là $A'(1; 0; -1), B'(0; 4; 2)$.

b) Tọa độ các điểm B, D là $B(1; 5; 1), D(1; -1; -1)$.

c) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$.

d) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{B'D} = \vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, $SA = 4$. Gọi H là hình chiếu điểm C trên cạnh AD . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AD, AB, AS như hình vẽ.



a) Tọa độ các điểm A, B, C, D, S, H lần lượt là :

$$A(0;0;0), B(0;2;0), C(2;2;0), D(4;0;0), S(0;0;4), H(2;0;0)$$

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Khi đó, tọa độ vector $\overrightarrow{AG}$ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

c) $HG = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\sqrt{10}}{10}$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

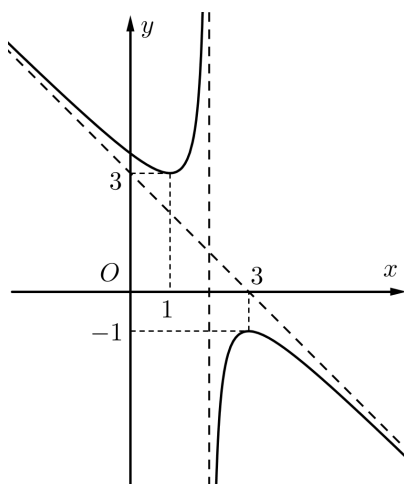
Câu 1. Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của một nhà đầu tư được cho như sau:

Lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng)	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Số tháng	4	3	6	3	4

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và có đồ thị (C) như hình vẽ sau.



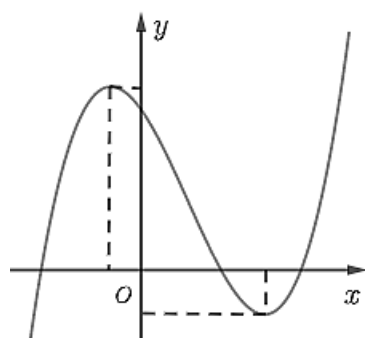
Gọi $I(x_0; y_0)$ là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị (C). Tính giá trị của $x_0 + 2025y_0$.

Trả lời:

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x-m}{x+1}$. Tìm m để $\max_{x \in [1;2]} f(x) + \min_{x \in [1;2]} f(x) = -8$.

Trả lời:

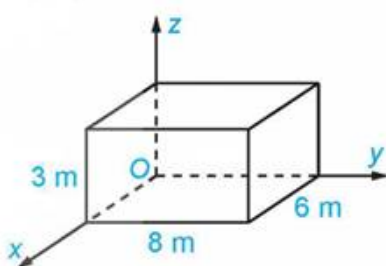
Câu 4. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu số dương trong ba số b, c, d ?

Trả lời:

Câu 5. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là $8m$, chiều rộng là $6m$ và chiều cao là $3m$. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Giả sử tọa độ của điểm treo đèn là (a, b, c) . Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.



Trả lời:

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Trong không gian gọi điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$ và không trùng với các điểm A, B, C, O . Tính giá trị của $3x + 6y + 3z$.

Trả lời:

LỜI GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 10

PHẦN I. (3 điểm) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$ nghịch biến trên các khoảng nào ?

A. $(-\infty; -4)$ và $(2; +\infty)$.

B. $(-4; 2)$.

C. $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

D. $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y' = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}. \text{ Giải } y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

y' không xác định khi $x = -1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4		-1		2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
y		-11			$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$		$\nearrow$
					1		$\nearrow$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-3; 2]$. Tính $M.m$.

x	-3	0	1	2
$f(x)$		2	0	1
	-4	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. -8.

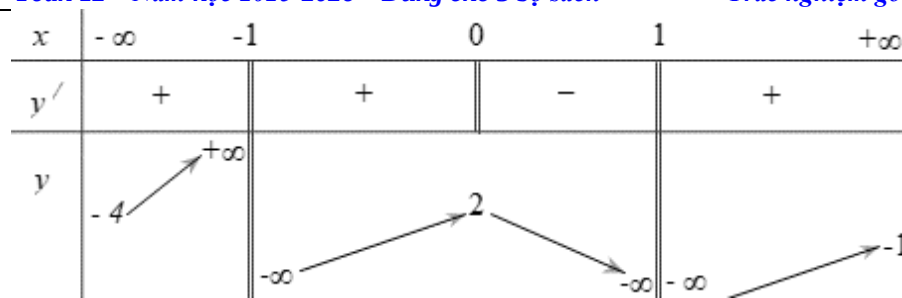
Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên, ta xác định được $M = 2$ và $m = -4$.

Từ đó suy ra $M.m = 2.(-4) = -8$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

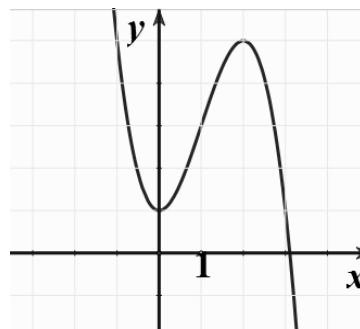
Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 4$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = -1$ và $y = 4$.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

Nên đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 4. Cho đồ thị sau.



Hỏi hàm số nào sau đây có đồ thị ở hình trên?

A. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D.

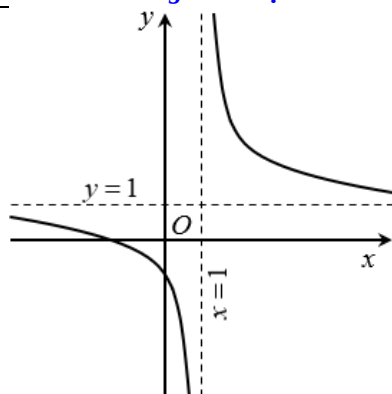
Từ đồ thị hàm số, ta thấy

+ Hàm số đã cho là hàm bậc 3 có nhánh bên phải đi xuống nên $a < 0$, do đó loại A và C

+ đồ thị hàm số có điểm cực trị dương, do đó loại B

Vậy chọn D

Câu 5. Hàm số nào sau đây mà đồ thị có dạng như hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{x}{1-x}$.

B. $y = \frac{x+1}{1-x}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = \frac{x}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị trong hình bên có đường tiệm cận ngang $y=1$ và tiệm cận đứng $x=1$ nên loại đáp A,B,D

Vậy chọn C

Câu 6. Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$	
		$\searrow$	$\nearrow$		$\searrow$	$\nearrow$
			-1		-9	
			$-\infty$		$-\infty$	

A. $y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$.

B. $y = \frac{-x^2 - x + 2}{x - 3}$.

C. $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$.

D. $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{-x + 3}$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Hàm số có 2 điểm cực trị và $am < 0$ nên ta loại đáp án A, D

Điểm cực đại $A(5; -9)$ và điểm cực tiểu $B(1; -1)$. Do đó hàm số cần tìm là $y = \frac{-x^2 + x + 2}{x - 3}$

Câu 7. Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng?

A. Khoảng biến thiên.

B. Khoảng tứ phân vị.

C. Phương sai.

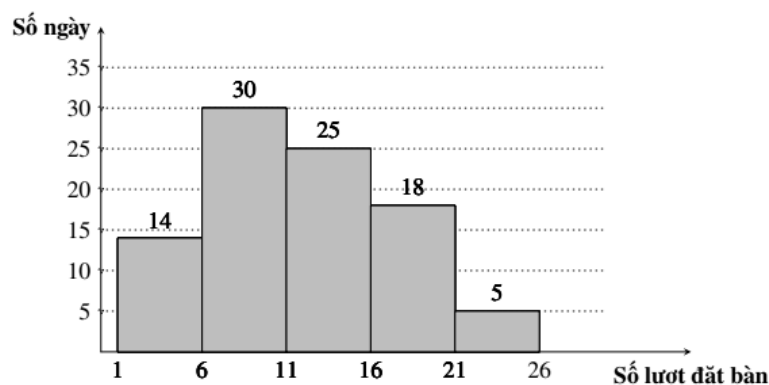
D. Độ lệch chuẩn.

Lời giải

Chọn B.

Số đặc trưng không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng là khoảng tứ phân vị.

Câu 8. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượng khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến 6 lượt đặt bàn, cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến 11 lượt đặt bàn;...



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên

A. 9,5.

B. 8,5.

C. 10,5.

D. 7,5.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào biểu đồ ta lập được bảng ghép nhóm như sau:

Lượt đặt bàn	[1;6)	[6;11)	[11;16)	[16;21)	[21;26)
Số ngày	14	30	25	18	5

Cỡ mẫu $n = 92$ và gọi $x_1, x_2, \dots, x_{92}$ là mẫu số liệu đã cho

Ta có:

$$x_1, \dots, x_{14} \in [1;6)$$

$$x_{15}, \dots, x_{44} \in [6;11)$$

$$x_{45}, \dots, x_{69} \in [11;16)$$

$$x_{70}, \dots, x_{87} \in [16;21)$$

$$x_{88}, \dots, x_{92} \in [21;26)$$

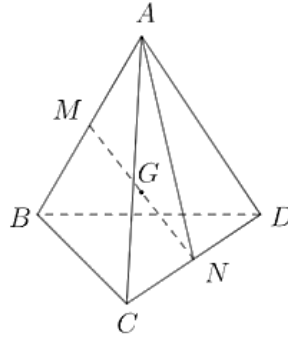
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{x_{23} + x_{24}}{2} \in [6;11)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{4} - 14}{30} (11 - 6) = 7,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{x_{69} + x_{70}}{2} \in [11;16)$ và $x_{70} \in [16;21)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 16$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 16 - 7,5 = 8,5$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD ; G là trung điểm của MN .



Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}$.

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AN}$.

C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn B.

Vì N là trung điểm của CD nên $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AN}$

Do đó ý B là sai

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc tơ $\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + \vec{j}$; $\overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Khi đó tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là?

A. $(2; 2; -2)$.

B. $(2; 1; -3)$.

C. $(0; 0; -1)$.

D. $(2; 0; -2)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (-1; 1; 0).$$

$$\overrightarrow{OB} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OB} = (1; 1; -2).$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (1; 1; -2) - (-1; 1; 0) = (2; 0; -2).$$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(7; 2; 8)$, $M(-4; 3; 3)$. Tìm tọa độ điểm B biết $\triangle ABC$ vuông tại C và M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

A. $B(11; -1; 5)$.

B. $B(-11; 1; -5)$.

C. $B(1; -8; -14)$.

D. $B(-15; 4; -2)$.

Lời giải

Chọn D.

M là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ vuông nên M là trung điểm của AB vậy $B(-15; 4; -2)$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3)$, $B(0; 3; 1)$, $C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

A. $\frac{9}{\sqrt{35}}$.

B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

D. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

Lời giải

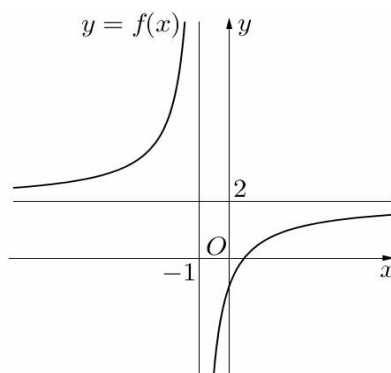
Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}(1; 5; -2)$; $\overrightarrow{AC}(5; 4; -1)$.

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{5 + 20 + 2}{\sqrt{30} \cdot \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}.$$

PHẦN II. (4 điểm) Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có tập xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.

b) Điểm $(-1; 2)$ là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

d) Hàm số $y = f(x)$ là hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

Dựa vào đồ thị, ta có:

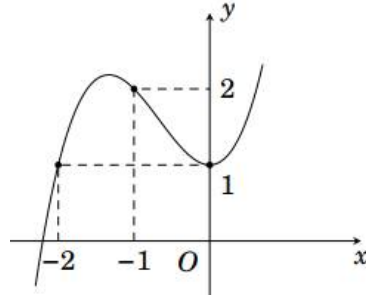
a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

b) Do điểm $(-1; 2)$ là giao điểm hai đường tiệm cận $x = -1$ và $y = 2$ nên là tâm đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x)$

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

d) Hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 1$ nên hàm số $y = f(x)$ không phải là hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



- a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$
- b) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$
- d) $2a + 3b + c = 9$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	SAI	SAI

- a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, giá trị cực tiểu là $y = 1$
- b) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; x_0)$ với $-2 < x_0 < -1$
- d) Đồ thị đi qua ba điểm $(-2;1); (-1;2); (0;1)$ và đạt cực trị tại $x = 1$ nên ta được hệ:

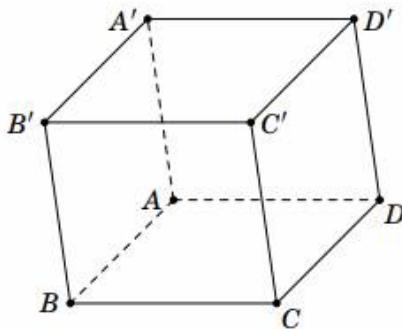
$$\begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = 1 \\ -a + b - c + d = 2 \\ d = 1 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 1; b = 2; c = 0; d = 1 \Rightarrow 2a + 3b + c = 8$$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(2;1;0), C(0;3;0), C'(-1;2;1), D'(0;-2;0)$.

- a) Tọa độ các điểm A', B' là $A'(1;0;-1), B'(0;4;2)$.
- b) Tọa độ các điểm B, D là $B(1;5;1), D(1;-1;-1)$.
- c) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{AB} = \vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$.
- d) Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{B'D} = \vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG



Gọi tọa độ điểm A' là $(x; y; z)$

$$\overrightarrow{A'C'} = (-1-x; 2-y; 1-z)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-2; 2; 0)$$

Vì $A'C'CA$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$

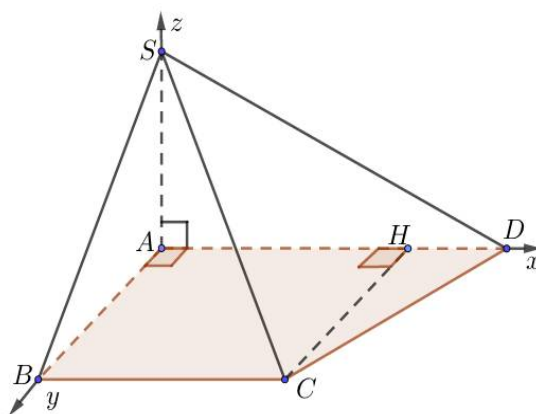
$$\text{Suy ra } \begin{cases} -1-x = -2 \\ 2-y = 2 \\ 1-z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(1; 0; 1)$$

Làm tương tự ta có: $B'(0; 4; 2); B(1; 5; 1); D(1; -1; -1)$

$$\overrightarrow{AB} = (1; 4; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$$

$$\overrightarrow{B'D} = (1; -5; -3) \Rightarrow \overrightarrow{B'D} = \vec{i} - 5\vec{j} - 3\vec{k}$$

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B , $AD = 2AB = 2BC = 4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, $SA = 4$. Gọi H là hình chiếu điểm C trên cạnh AD . Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng A và các tia Ox, Oy, Oz lần lượt trùng với các tia AD, AB, AS như hình vẽ.



a) Tọa độ các điểm A, B, C, D, S, H lần lượt là :

$$A(0; 0; 0), B(0; 2; 0), C(2; 2; 0), D(4; 0; 0), S(0; 0; 4), H(2; 0; 0)$$

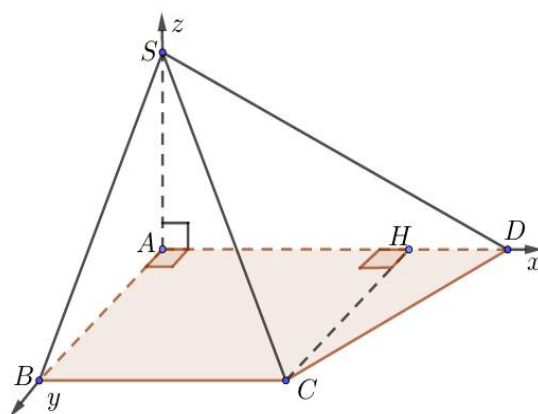
b) Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Khi đó, tọa độ vector $\overrightarrow{AG}$ là $\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

$$\text{c) } HG = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

d) $\cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\sqrt{10}}{10}$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	SAI



Để tính được $AB = BC = AH = CH = 4$

a) ta có $A(0;0;0), B(0;2;0), C(2;2;0), D(4;0;0), S(0;0;4), H(2;0;0)$

b) G là trọng tâm của tam giác SBC nên

$$x_G = \frac{x_S + x_B + x_C}{3} = \frac{2}{3}$$

$$y_G = \frac{y_S + y_B + y_C}{3} = \frac{4}{3}$$

$$z_G = \frac{z_S + z_B + z_C}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AG} = \left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

$$c) \overrightarrow{HG} = \left(-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow HG = \sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

d) Ta có:

$$\overrightarrow{SB} = (0; 2; -4)$$

$$\overrightarrow{CD} = (2; -2; 0)$$

$$\cos(\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{SB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} = \frac{0 \cdot 2 + 2 \cdot (-2) + (-4) \cdot 0}{\sqrt{0^2 + 2^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 0^2}} = -\frac{\sqrt{10}}{10}$$

PHẦN III. (3 điểm) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án

Câu 1. Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của một nhà đầu tư được cho như sau:

Lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng)	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Số tháng	4	3	6	3	4

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần mười).

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 13,8

Giá trị đại diện lợi nhuận theo tháng của nhà đầu tư

Lợi nhuận (đơn vị: triệu đồng)	[510;520)	[520;530)	[530;540)	[540;550)	[550;560)
Giá trị đại diện	515	525	535	545	555
Số tháng	4	3	6	3	4

Lợi nhuận trung bình một tháng của các nhà đầu tư là:

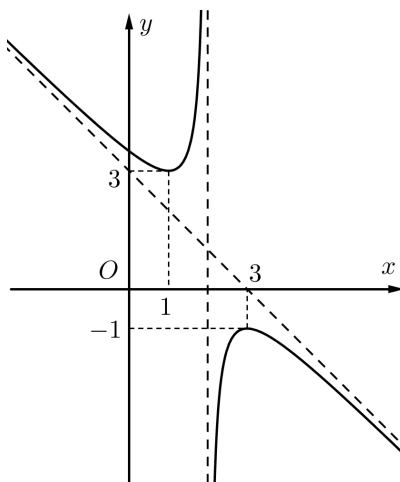
$$\bar{x}_B = \frac{1}{20} (4 \cdot 515 + \dots + 4 \cdot 555) = 535 \text{ (triệu đồng)}.$$

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng của nhà đầu tư là:

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{20} (4 \cdot 515^2 + \dots + 4 \cdot 555^2) - (535)^2} \approx 13,8$$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ($a \neq 0, m \neq 0$) với a, b, c, m, n là các số thực và có đồ thị (C) như

hình vẽ sau.



Gọi $I(x_0; y_0)$ là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị (C). Tính giá trị của $x_0 + 2025y_0$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 2027

Dựa vào đồ thị ta thấy: Điểm cực đại và cực tiểu là $A(1;3); B(3;-1)$

Vì $I(x_0; y_0)$ là tọa độ tâm đối xứng của đồ thị (C) nên là $I(x_0; y_0)$ trung điểm của đoạn thẳng AB

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_0 = \frac{1+3}{2} = 2 \\ y_0 = \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow x_0 + 2025y_0 = 2027$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x-m}{x+1}$. Tìm m để $\max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = -8$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 11

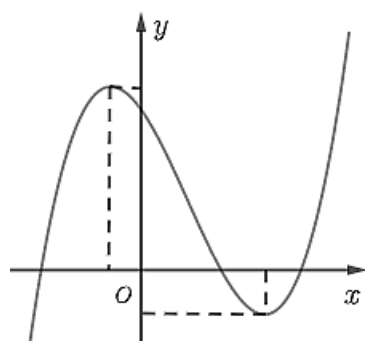
$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{1+m}{(x+1)^2}.$$

Do hàm số $y = f(x) = \frac{x-m}{x+1}$ chỉ đồng biến hoặc nghịch biến trên $[1;2]$ khi $m \neq -1$.

$$\text{Do đó } \max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = -8$$

$$\Leftrightarrow y(1) + y(2) = -8 \Leftrightarrow \frac{1-m}{2} + \frac{2-m}{3} = -8 \Leftrightarrow 3(1-m) + 2(2-m) = -48 \Leftrightarrow m = 11$$

Câu 4. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu số dương trong ba số b, c, d ?

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 1

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ theo hình vẽ:

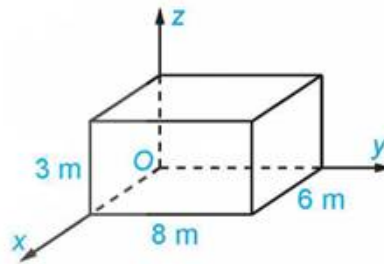
Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0, d)$ nằm phía trên trục hoành nên $d > 0$;

Hàm số có hai cực trị trái dấu nên $ac < 0$ mà $a > 0$, do đó $c < 0$.

Điểm uốn của đồ thị có hoành độ dương nên $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{2b}{6a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$.

Do $a > 0$ nên $b < 0$.

Câu 5. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là $8m$, chiều rộng là $6m$ và chiều cao là $3m$. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Giả sử tọa độ của điểm treo đèn là (a, b, c) . Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$.

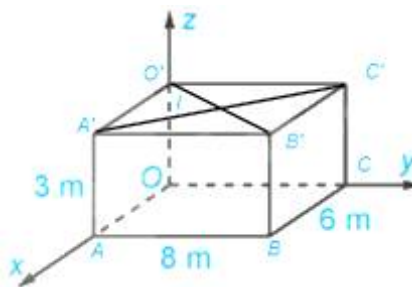


Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 10

Đặt tên các điểm như hình vẽ.



Khi đó, $O'(0;0;3), B'(8;6;3)$.

Vì phòng học thiết kế dạng hình hộp chữ nhật nên hình $O'C'B'A'$ là hình chữ nhật. Gọi I là giao điểm của hai đường chéo $O'B'$ và $A'C'$ nên I là trung điểm của $O'B'$.

Vì đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học nên đèn trùng với I .

$$\text{Do đó: } \begin{cases} x_I = \frac{x_{O'} + x_{B'}}{2} = 4 \\ y_I = \frac{y_{O'} + y_{B'}}{2} = 3 \\ z_I = \frac{z_{O'} + z_{B'}}{2} = 3 \end{cases}$$

Vậy điểm treo đèn là $(4;3;3)$

$$\Rightarrow T = a + b + c = 10$$

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$. Trong không gian gọi điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$ và không trùng với các điểm A, B, C, O . Tính giá trị của $3x + 6y + 3z$.

Trả lời:

Lời giải

Đáp án: 8

$$\text{Gọi } M(x;y;z). \text{ Ta có: } \widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + y(y-2) + z^2 = 0 \\ x^2 + y(y-2) + z(z-2) = 0 \\ x(x-2) + y^2 + z(z-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x = z \\ y = z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(0;0;0) \equiv O \\ M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow 3x + 6y + 3z = 8.$$