

Họ và tên:..... Số báo danh: Mã đề 1010

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

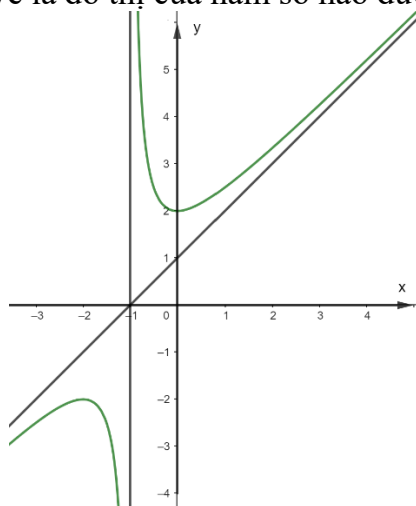
Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $x = 2$. B. $y = -2$. C. $x = -1$. D. $y = 1$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

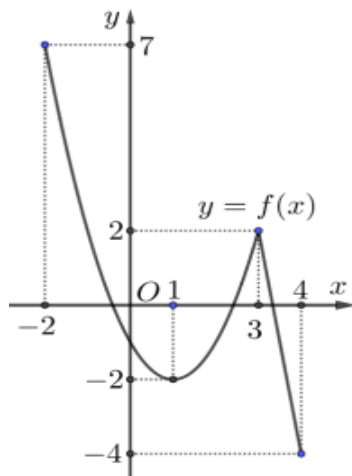
C. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

D. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

Câu 4. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = x^3 + 3x$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



A. 5.

B. -2.

C. 0.

D. 3.

Câu 6. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của biểu thức $M + 3m$ bằng

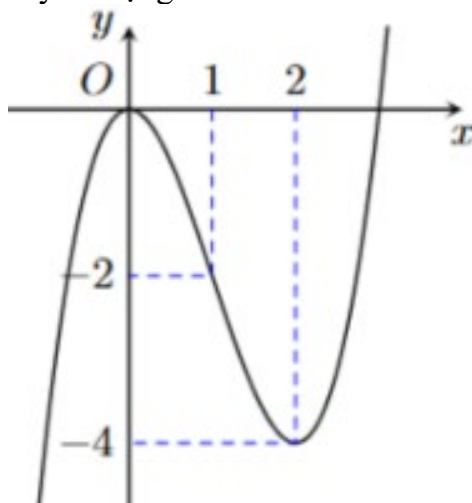
A. 1.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

Câu 7. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ



A. $y = x^3 - 3x^2$.

B. $y = x^3 + 3x$.

C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 8. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 5}{x + 3}$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Giá trị của tổng $a + b$ bằng

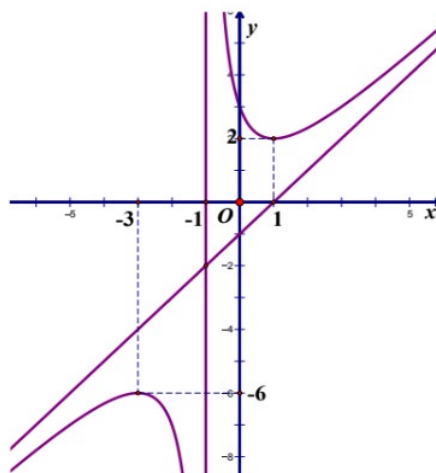
A. 3.

B. -5.

C. -3.

D. 7.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-\infty; -1)$ bằng

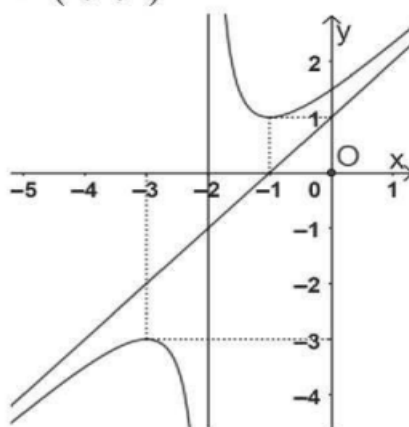
A. -3.

B. 1.

C. 2.

D. -6.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $M(-3; -3)$.

B. $x = -3$.

C. $N(-1; 1)$.

D. $x = -1$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	-3 $\rightarrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\rightarrow$ -5	$\rightarrow$ 2	

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

x	-1	0	2	3
y'		+ 0 -	0 +	
y	0 $\rightarrow$ 5	$\rightarrow$ 1	$\rightarrow$ 4	

A. $\max_{[-1;3]} f(x) = 5$.

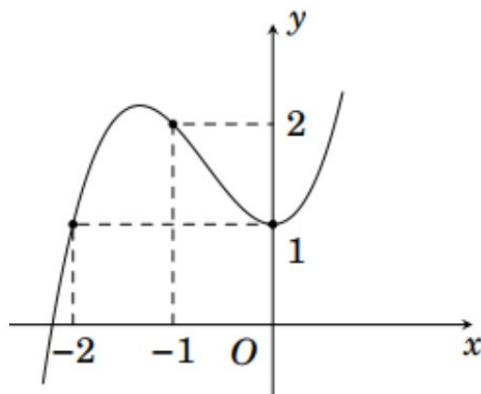
B. $\max_{[-1;3]} f(x) = 1$.

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 4$.

D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 0$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây:



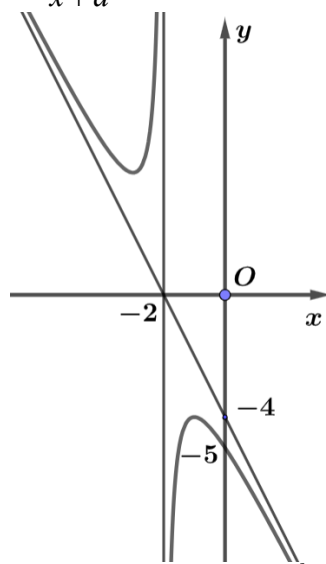
a) Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

d) Trong 4 số a, b, c, d có ba số dương.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

b) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

c) Giá trị $f(0) = -5$.

d) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.

Câu 3. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ với $t \geq 0$. Nếu coi $y = f(t)$ là hàm số xác định trên $[0; +\infty)$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t .

a) Số người bị nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là 4752.

b) Trong 35 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

c) Đến ngày thứ 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

d) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.

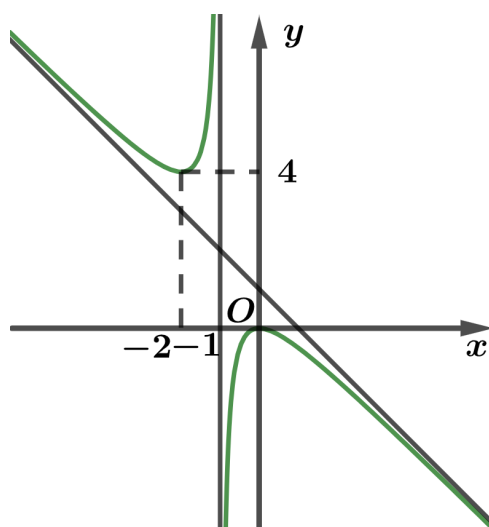
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$
			1				

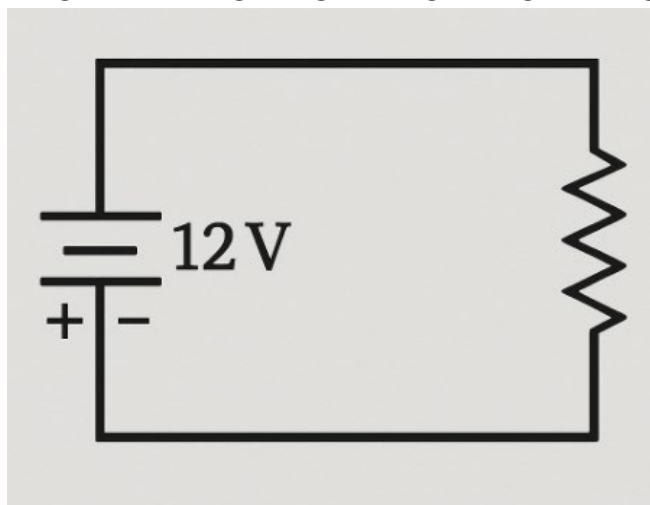
- a) $a > 0$.
b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.
c) Phương trình $2f(x) - e = 0$ luôn có một nghiệm âm.
d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tính $a + b + c + d$.



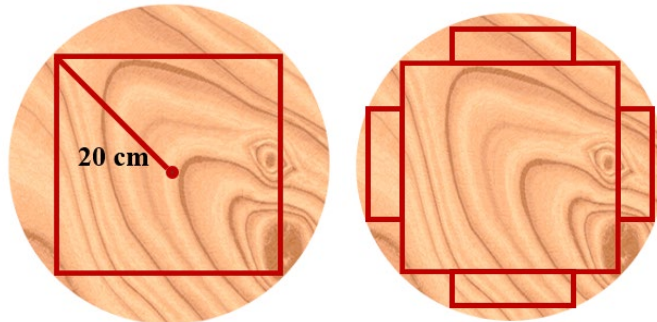
Câu 2. Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin 12V được cho bởi công thức $P = 15I - 1,5I^2$, $0 \leq I \leq 10$, với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Biết công suất P tăng trong khoảng cường độ dòng điện từ 0 đến I_M thì giảm, tìm I_M ?



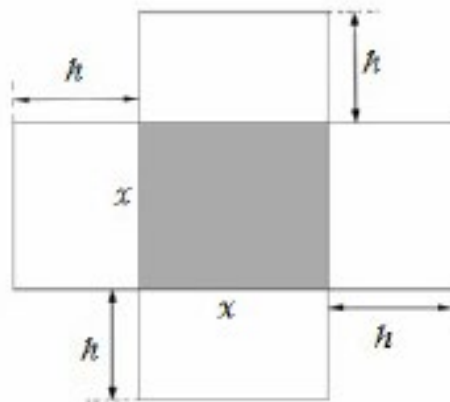
Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2$. Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ khi $m = a$ và $m = b$. Hãy tính tổng $a + b$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 4. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 5. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xác định diện tích mặt cắt ngang tối đa của mỗi tấm ván (theo đơn vị cm^2 và làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 6. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 4000cm^3 . Tìm $x(\text{cm})$ sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



----- HẾT -----

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 1020

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 5. D. 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	0		5		1		4

- A. $\max_{[-1;3]} f(x) = 4$. B. $\max_{[-1;3]} f(x) = 5$. C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 0$. D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 1$.

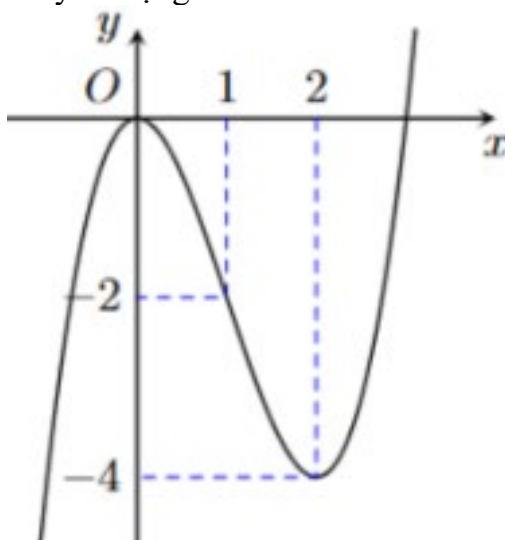
Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

Câu 4. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 5}{x + 3}$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Giá trị của tổng $a + b$ bằng

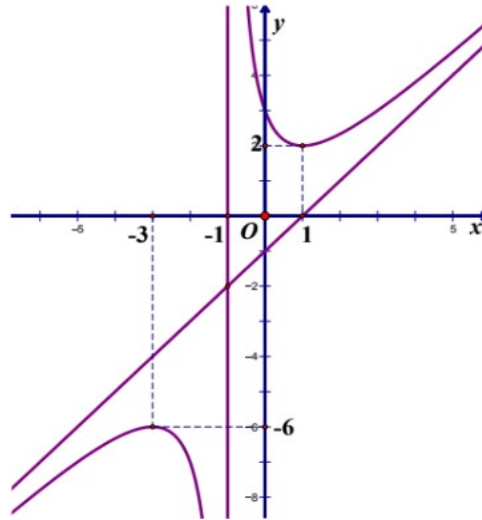
- A. 7. B. -5. C. 3. D. -3.

Câu 5. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ



- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = -x^3 + 3x^2$. C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-\infty; -1)$ bằng

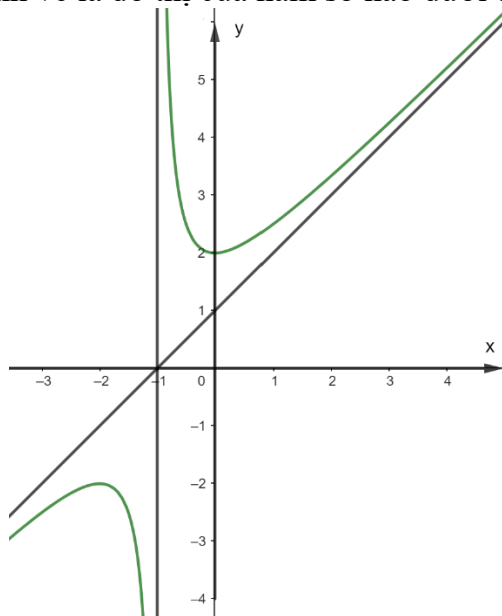
A. 1.

B. 2.

C. -3.

D. -6.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



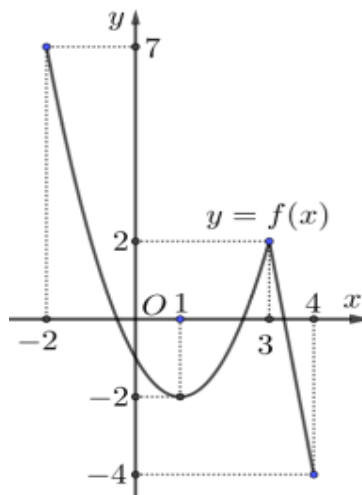
A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

C. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



A. 5.

B. 3.

C. 0.

D. -2.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	-3 $\rightarrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\rightarrow$ -5 $\rightarrow$ 2		

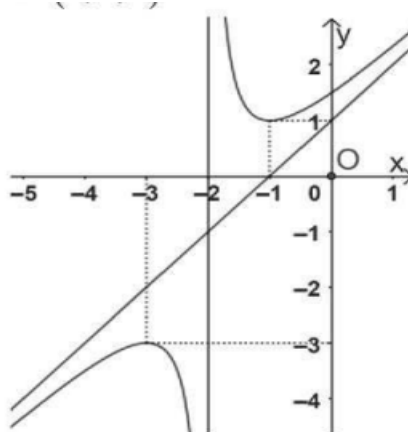
A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $x = -3$.B. $M(-3; -3)$.C. $x = -1$.D. $N(-1; 1)$.

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.B. $y = x^3 - 3x$.C. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.D. $y = x^3 + 3x$.

Câu 12. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của biểu thức $M + 3m$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

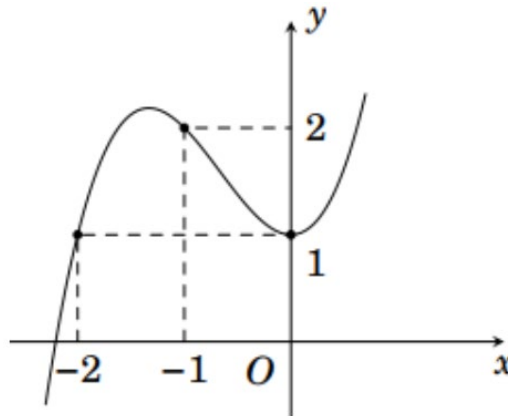
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$		1		5		$-\infty$

a) $a > 0$.b) Phương trình $2f(x) - e = 0$ luôn có một nghiệm âm.c) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

d) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;5)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây:



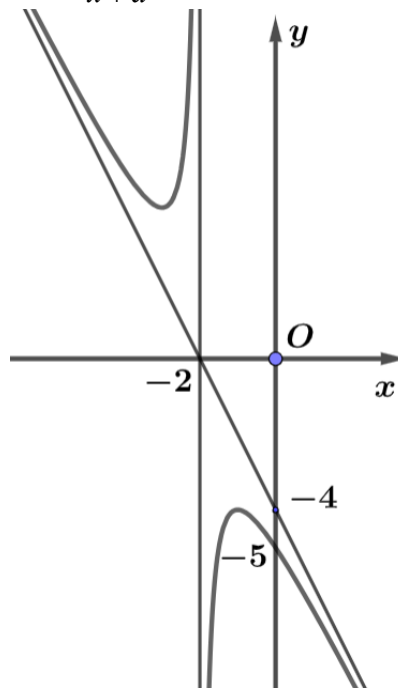
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

b) Trong 4 số a, b, c, d có ba số dương.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

d) Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tọa độ $(0;1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax + b + \frac{c}{x+d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.

b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.

c) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

d) Giá trị $f(0) = -5$.

Câu 4. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ với $t \geq 0$. Nếu coi $y = f(t)$ là hàm số xác định trên $[0; +\infty)$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t .

a) Đến ngày thứ 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

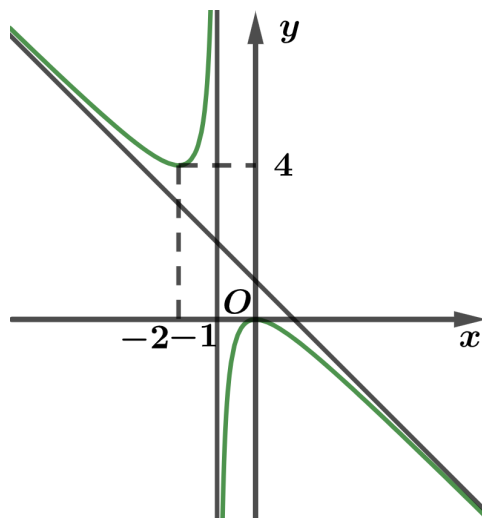
b) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.

c) Số người bị nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là 4752.

d) Trong 35 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

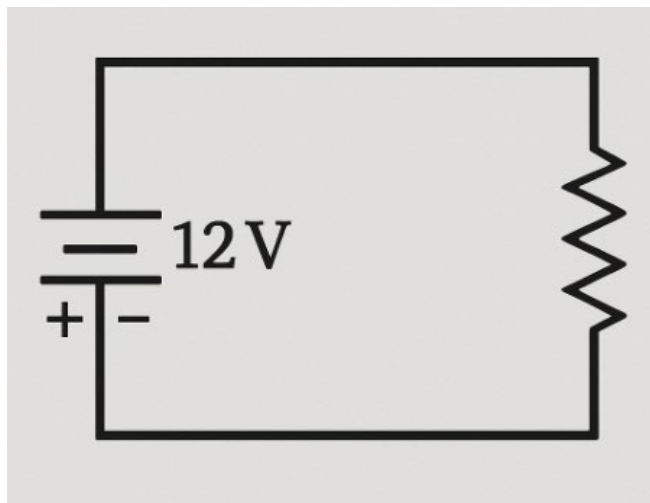
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tính $a + b + c + d$.

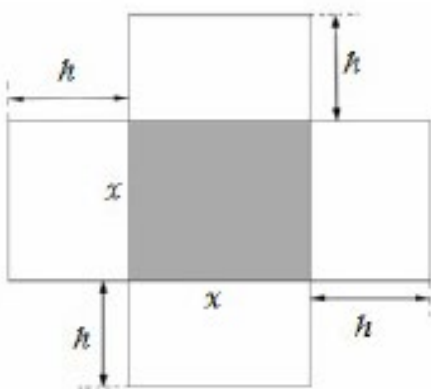


Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2$. Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ khi $m = a$ và $m = b$. Hãy tính tổng $a + b$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

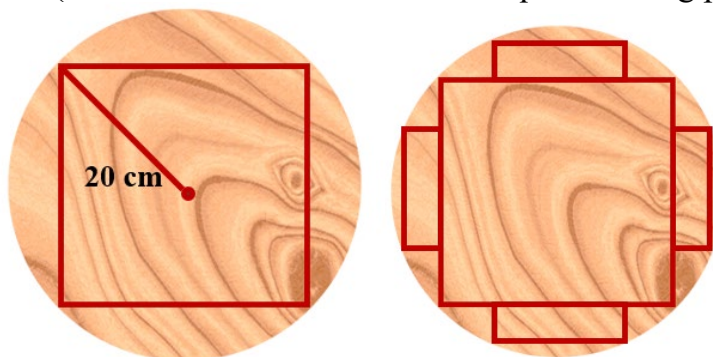
Câu 3. Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin 12V được cho bởi công thức $P = 15I - 1,5I^2, 0 \leq I \leq 10$, với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Biết công suất P tăng trong khoảng cường độ dòng điện từ 0 đến I_M thì giảm, tìm I_M ?



Câu 4. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 4000cm^3 . Tìm $x(\text{cm})$ sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Câu 5. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xác định diện tích mặt cắt ngang tối đa của mỗi tấm ván (theo đơn vị cm^2 và làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



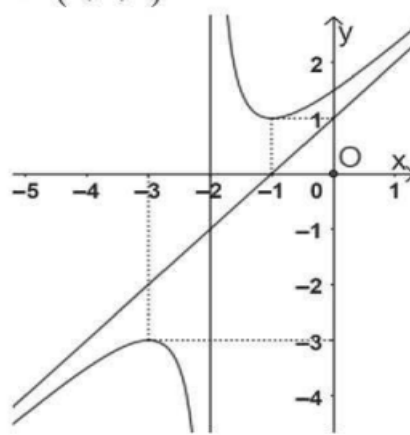
Câu 6. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

----- **HẾT** -----

Đề\câu	1010	1020	1030	1040
1	D	A	D	C
2	C	B	C	B
3	A	C	A	A
4	D	D	C	A
5	D	D	C	C
6	A	D	D	A
7	A	A	B	C
8	C	B	C	D
9	D	B	A	D
10	A	B	A	C
11	B	D	C	A
12	A	A	D	A
1	DSSD	SDDS	DDSS	DDSD
2	DDDS	SDSD	DSDD	DSSD
3	SSDD	SDDD	DDSS	DDSS
4	SDDS	DDSS	DSSD	DSDS
1	0	0	20	0
2	5	2,7	0	38
3	2,7	5	38	2,7
4	38	20	67,3	5
5	67,3	67,3	2,7	67,3
6	20	38	5	20

I. TN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $M(-3; -3)$.

B. $x = -1$.

C. $N(-1; 1)$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm $M(-3; -3)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho

Câu 2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$.?

A. $y = x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.

Lời giải.

Chọn A

Ta có với $y = x^3 + 3x$ thì $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x = 0$ và $x = 1$, do đó hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 4. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của biểu thức $M + 3m$ bằng

A. 1.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 4x$.

$$\text{Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có $f(-1) = -2; f(0) = -1; f(1) = -2; f(2) = 7$

Vậy $M = 7, m = -2$. Do đó $M + 3m = 7 + 3(-2) = 1$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0			4		

A. $\max_{[-1;3]} f(x) = 4$.

B. $\max_{[-1;3]} f(x) = 5$.

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 1$.

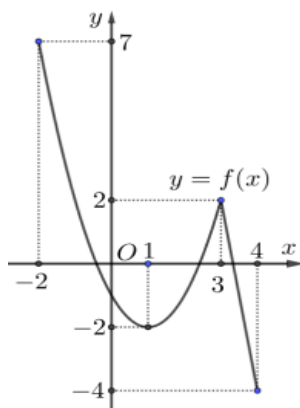
D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 0$.

Lời giải

Chọn B

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{[-1;3]} f(x) = 5$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng



A. -2.

B. 5.

C. 3.

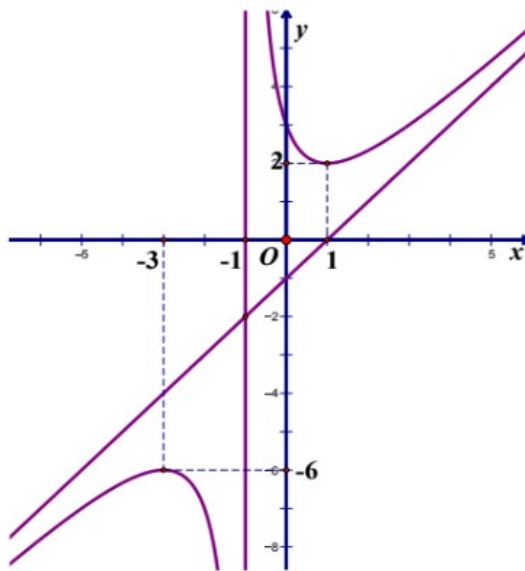
D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $m = \min_{[-2;4]} f(x) = -4$, $M = \max_{[-2;4]} f(x) = 7$. Vậy $M + m = 3$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-\infty; -1)$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -6. D. -3.

Lời giải

Chọn C

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên khoảng $(-\infty; -1)$ bằng -6

Câu 8. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	-3 $\rightarrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\rightarrow$ -5 $\rightarrow$ 2		

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -3$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên có 1 đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và hai đường tiệm cận ngang là $y = -3$; $y = 2$.

Câu 10. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 5}{x+3}$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $\Delta: y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Giá trị của tổng $a + b$ bằng

- A. -3. B. 7. C. 3. D. -5.

Lời giải

Chọn A

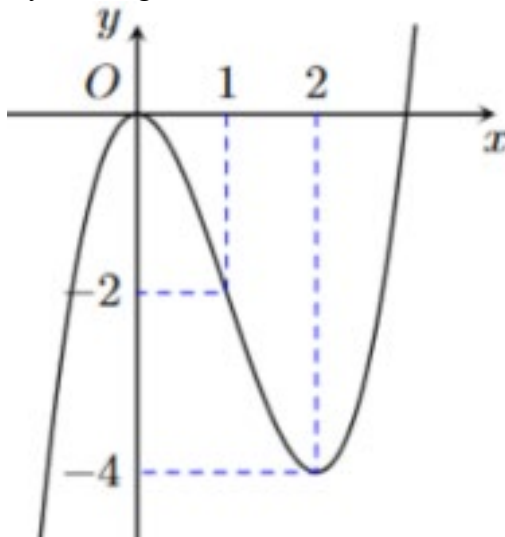
Ta xét phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 5}{x+3}$ có dạng $\Delta: y = ax + b$.

Ta xét
$$\begin{cases} a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 2 \Rightarrow b = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - ax) = -5 \\ a = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right) = 2 \Rightarrow b = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - ax) = -5 \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận xiên là $\Delta: y = 2x - 5$.

Vậy $a + b = -3$.

Câu 11. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình vẽ



A. $y = x^3 - 3x^2$.

B. $y = x^3 + 3x$.

C. $y = -x^3 + 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x$.

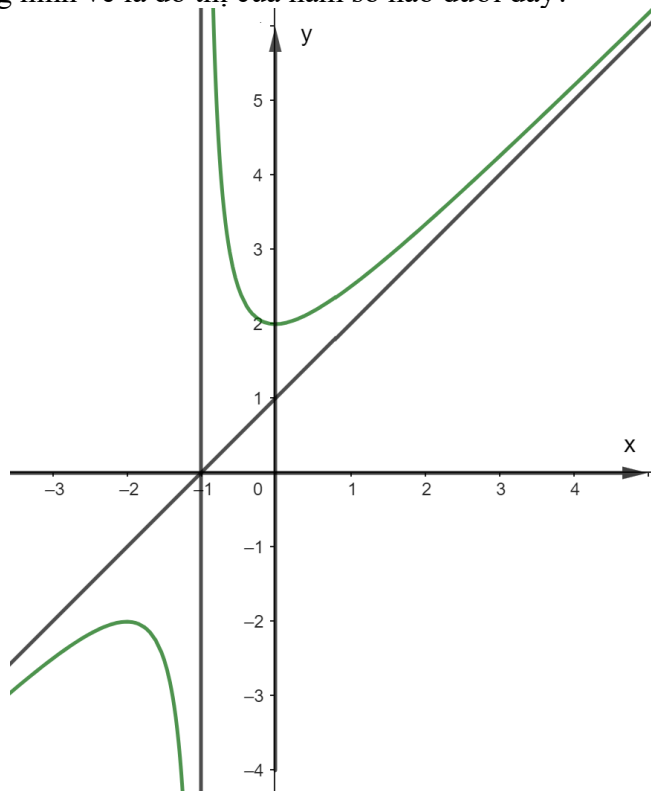
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số cần tìm là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ nên loại C, **D**.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại các điểm $(0; 0)$, $(2; -4)$ nên chọn A

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

B. $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 2}$.

C. $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

D. $y = \frac{x^2 - 2x}{x + 1}$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = -1$ làm tiệm cận đứng, đường thẳng $y = x + 1$ làm tiệm cận xiên. do đó, hàm số cần tìm là $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

II. ĐS

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau

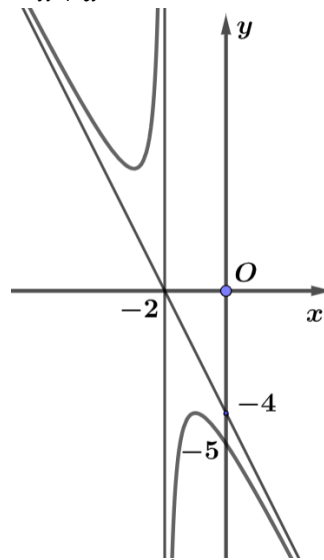
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$
			1				

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.
b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.
c) $a > 0$.
d) Phương trình $2f(x) - e = 0$ luôn có một nghiệm âm.

Lời giải

- a) Sai.
b) Đúng
c) Sai.
d) Đúng.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax + b + \frac{c}{x + d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:



- a) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$.
b) Giá trị $f(0) = -5$.
c) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 4$.
d) Hàm số đã cho là $y = -2x - 4 - \frac{2}{x + 2}$.

Lời giải

a) Đúng

Dựa vào đồ thị ta thấy tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2 \Leftrightarrow x + 2 = 0$ suy ra $d = 2$.

b) Đúng

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị đi qua điểm $C(0; -5)$ nên $f(0) = -5$.

c) Sai

Dựa vào đồ thị ta thấy tiệm cận xiên là đường thẳng $y = ax + b$ và đi qua hai điểm $A(-2; 0), B(0; -4)$ nên ta

$$\text{có hệ } \begin{cases} -2a + b = 0 \\ b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

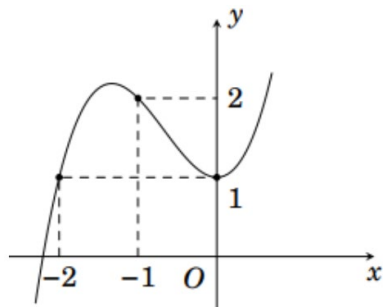
Suy ra tiệm cận xiên là đường thẳng $y = -2x - 4$.

d) Đúng.

Từ các dữ kiện trên ta có $y = -2x - 4 + \frac{c}{x+2}$ mà $f(0) = -5$ suy ra $c = -2$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có dạng $y = -2x - 4 - \frac{2}{x+2}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây:



a) Trong 4 số a, b, c, d có ba số dương.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

c) Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tọa độ $(0; 1)$.

d) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

a) Đúng.

$$y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ nên $c = 0$.

Đồ thị đi qua điểm $(0; 1)$ nên $d = 1$.

Đồ thị đi qua các điểm $(-1; 2); (-2; 1)$ nên $-a + b + 1 = 2$ và $-8a + 4b + 1 = 1$.

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} -a + b = 1 \\ -8a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $a = 1, b = 2, c = 0, d = 1$. Trong 4 số a, b, c, d có ba số dương.

b) Sai.

Trên khoảng $(-\infty; -1)$ hàm số vừa đồng biến vừa nghịch biến.

c) Đúng.

d) Sai.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 4. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ với $t \geq 0$. Nếu coi $y = f(t)$ là hàm số xác định trên $[0; +\infty)$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ ngày) tại thời điểm t .

a) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.

b) Số người bị nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là 4752.

c) Đến ngày thứ 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

d) Trong 35 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

Lời giải

a) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.

Chọn **Đúng**.

b) Số người nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là:

$$f(13) = 45.13^2 - 13^3 = 5408 \text{ người.}$$

Chọn **Sai**.

c) Ta có: $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 90t - 3t^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 30 \\ t = 0 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

t	0	30	35	45	$+\infty$
$f'(t)$	0	+	0	-	
$f(t)$	0	13500		12250	0

Từ bảng biến thiên ta thấy, đến ngày 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

Chọn **Đúng**.

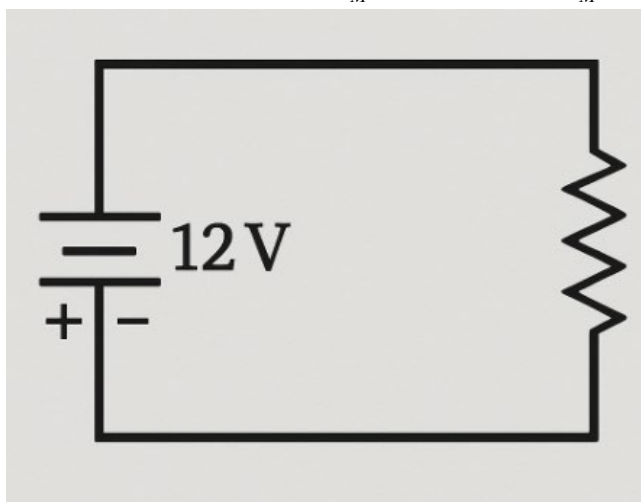
d) Từ bảng biến thiên ta thấy, trong 30 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

Chọn **Sai**.

<g1>

III. TLN

Câu 1. Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin 12V được cho bởi công thức $P = 15I - 1,5I^2, 0 \leq I \leq 10$, với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Biết công suất P tăng trong khoảng cường độ dòng điện từ 0 đến P_M thì giảm, tìm P_M ?



Lời giải

Trả lời: 5

Xét hàm số $P = 15I - 1,5I^2$ với $0 \leq I \leq 10$.

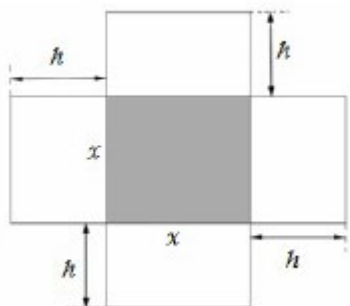
Ta có: $P' = 15 - 3I; P' = 0 \Leftrightarrow I = 5 \in [0; 10]$.

Bảng biến thiên:

I	0	5	10	
P'		+	0	-
P				

Từ bảng biến thiên ta có công suất P tăng trong khi cường độ dòng điện thuộc khoảng $(0;5)$.

Câu 2. Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 4000cm^3 . Tìm $x(\text{cm})$ sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Lời giải

Đáp án: 20.

Điều kiện $x > 0$

Ta có thể tích của chiếc hộp là $V = x^2 \cdot h$

Theo giả thiết thể tích chiếc hộp bằng 4000cm^3 nên ta có $x^2 \cdot h = 4000 \Leftrightarrow h = \frac{4000}{x^2}$

Ta có diện tích xung quanh và đáy của chiếc hộp là $S = x^2 + 4xh = x^2 + 4x \cdot \frac{4000}{x^2} = x^2 + \frac{16000}{x}$

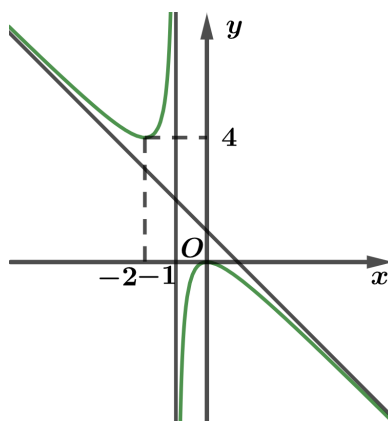
Ta khảo sát hàm số $f(x) = x^2 + \frac{16000}{x}$

Ta có $f'(x) = 2x - \frac{16000}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 20$

x	0	20	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		1200	

Ta có $x = 20(\text{cm})$ thì chiếc hộp làm ra tốn ít bìa nhất.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tính $a + b + c + d$.



Lời giải

Đáp án: 0.

Dựa vào đồ thị ta có tiệm cận đứng $x = -1$ suy ra $d = 1$.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ suy ra $c = 0$.

Hàm số có dạng $y = \frac{ax^2 + bx}{x+1}$ có đồ thị đi qua điểm $(-2;4)$ suy ra $4a - 2b = -4$ (1)

$$y' = \frac{(2ax+b)(x+1) - (ax^2+bx)}{(x+1)^2} = \frac{ax^2 + 2ax + b}{(x+1)^2} \text{ đồ thị hàm số có điểm cực đại } O(0;0)$$

Suy ra phương trình $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ suy ra $b = 0$ (2)

Thay (2) vào (1) ta được $a = -1$. Hàm số $y = \frac{-x^2}{x+1}$.

Do đó $a + b + c + d = -1 + 0 + 0 + 1 = 0$.

Câu 4. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 38.

Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $xG(x) = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp:

$$h(x) = -2x^2 + 1312x - (x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000) = -x^3 + 75x^2 + 312x - 40000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Ta có: $h'(x) = -3x^2 + 150x + 312$.

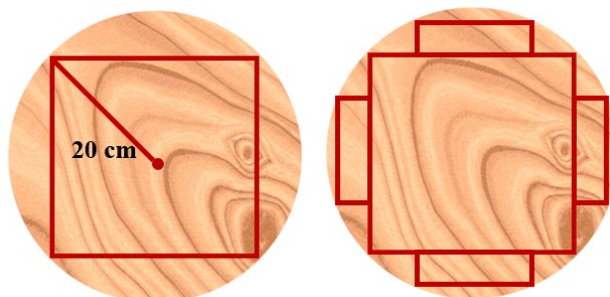
$$\text{Xét } h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 52 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	1	52	300
$h'(x)$	+	0	-
$h(x)$		38416	

Vậy lợi nhuận lớn nhất của doanh nghiệp khoảng 38 triệu đồng.

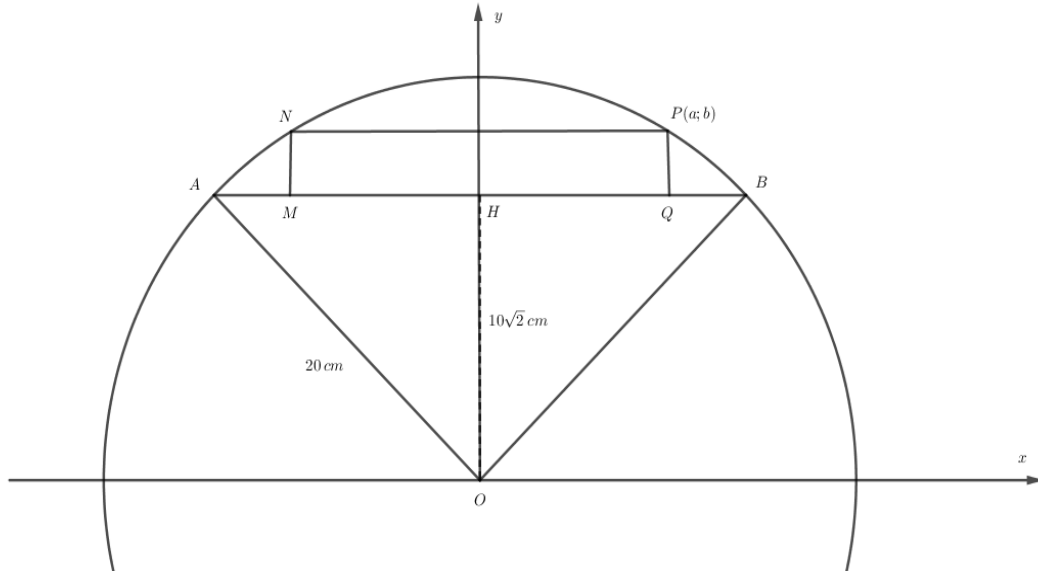
Câu 5. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xác định diện tích mặt cắt ngang tối đa của mỗi tấm ván (theo đơn vị cm^2 và làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Lời giải

Đáp án: 67,3.

Xây dựng mô hình như hình vẽ



Vì OAH là tam giác vuông cân tại H nên ta được $OH = HA = HB = 10\sqrt{2}$.

Xem phần còn lại của tấm bìa là phần đồ thị bên trên AB của đường tròn $y = \sqrt{20^2 - x^2}$

Gọi $P(a; b)$, $0 < a < 10\sqrt{2}$ với $b = \sqrt{20^2 - a^2}$.

Ta có diện tích tấm bìa hình chữ nhật được cắt ra là $S_{MNPQ} = 2a \cdot (\sqrt{400 - a^2} - 10\sqrt{2})$.

Xét hàm số $f(x) = 2x \cdot (\sqrt{400 - x^2} - 10\sqrt{2})$, $x \in (0; 10\sqrt{2})$.

Ta có đạo hàm

$$f'(x) = 2 \left(\sqrt{400 - x^2} - 10\sqrt{2} \right) - \frac{2x^2}{\sqrt{400 - x^2}} = \frac{800 - 4x^2 - 20\sqrt{2}\sqrt{400 - x^2}}{\sqrt{400 - x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 800 - 4x^2 - 20\sqrt{2}\sqrt{400 - x^2} = 0 \Leftrightarrow 5\sqrt{2}\sqrt{400 - x^2} = 200 - x^2$$

$$50(400 - x^2) = 40000 - 400x^2 + x^4 \Leftrightarrow x^4 - 350x^2 + 20000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{350 + \sqrt{42500}}{2} \\ x^2 = \frac{350 - \sqrt{42500}}{2} \end{cases}$$

Với điều kiện đã cho ta được $x = \sqrt{175 - \sqrt{10625}}$

Do đó

$$\begin{aligned} \max S_{MNPQ} &= 2\sqrt{175 - \sqrt{10625}} \cdot \left(\sqrt{400 - (175 - \sqrt{10625})} - 10\sqrt{2} \right) \\ &= \sqrt{175 - \sqrt{10625}} \left(\sqrt{225 + \sqrt{10625}} - 10\sqrt{2} \right) \approx 67,3499 \text{ (cm}^2\text{)}. \end{aligned}$$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2$. Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$

khí $m = a$ và $m = b$. Hãy tính tổng $a + b$. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp án: 2,7

Có $y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$.

Hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$ suy ra $x_2 = \frac{2-m}{m}$.

Do $x_2 = \frac{2-m}{m}$ là nghiệm của phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) = 0$ nên

$$m\left(\frac{2-m}{m}\right)^2 - 2(m-1)\left(\frac{2-m}{m}\right) + 3(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}.$$

Thử lại thấy $\begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$ đều thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $a + b = \frac{8}{3}$.

Xem thêm: ĐỀ THI GIỮA HK1 TOÁN 12
<https://toanmath.com/de-thi-giua-hk1-toan-12>