

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 104

Câu 1: Tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^\pi$ là:

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [1; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $D = (1; +\infty)$.

Câu 2: Cho số phức $z = 3 + 4i$. Phần thực của số phức $w = \bar{z} + |z|$ là

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 8.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -5 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ ?

- A. $M(-3; 5; 0)$. B. $N(3; -5; -2)$. C. $P(3; -5; 0)$. D. $Q(-1; 2; -2)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} \geq 9$ là

- A. $(-\infty; 3]$. B. $[3; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = 3^{-x}$ là

- A. $y' = 3^{-x} \ln 3$. B. $y' = -3^{-x} \ln 3$. C. $y' = \frac{-3^{-x}}{\ln 3}$. D. $y' = \frac{3^{-x}}{\ln 3}$.

Câu 6: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 7: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo thiết diện là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $d = R$. B. $d = 2R$. C. $d < R$. D. $d > R$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2023$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_3 bằng

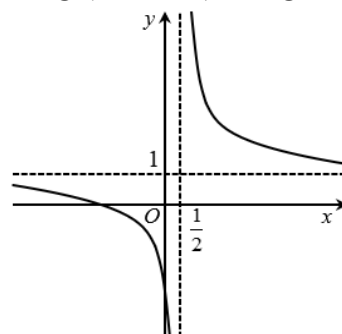
- A. 2029. B. 6069. C. 54621. D. 18207.

Câu 9: Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $3\sqrt{3}$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

- A. 18. B. 27. C. 9. D. 12.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong (nét đậm) trong hình sau?

- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 1}$. B. $y = \frac{2x + 1}{2x - 1}$.
C. $y = 2x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 3x$. D. $y = \frac{2x - 1}{2x + 1}$.



Câu 11: Nếu $\int_{-1}^3 f(x)dx = 2023$ và $\int_{-1}^3 g(x)dx = 2022$ thì $\int_{-1}^3 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. 5. B. -1. C. 6. D. 1.

Câu 12: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+6}{x-2}$ là đường thẳng

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = -3$. D. $x = -2$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2y - z + 2023 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (0; 2; -1)$. B. $\vec{n}_4 = (2; -1; -2023)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 0; 2)$. D. $\vec{n}_2 = (2; -1; 2023)$.

Câu 14: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là

- A. $\bar{z} = 2 - i$ B. $\bar{z} = 1 + 2i$. C. $\bar{z} = -1 - 2i$. D. $\bar{z} = 1 - 2i$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 11 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - 2z + 7 = 0$ bằng

- A. 0° . B. 45° . C. 180° . D. 90° .

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy r , độ dài đường sinh l và chiều cao h . Khi đó, thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\pi r^2 h$. B. πr^2 . C. $\pi r l$. D. $\frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	2

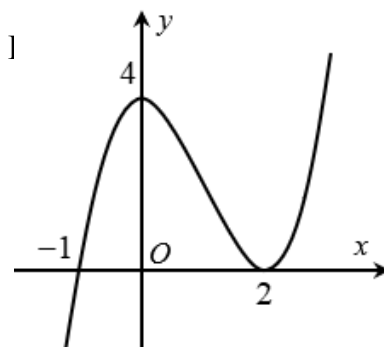
Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là:

- A. $x = 2, y = 1$. B. $x = 2, y = 2$. C. $x = 1, y = 2$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. B. Hàm số có hai điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.



Câu 20: Môđun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

- A. 8. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 21: Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số 1; 3; 4; 6; 7?

- A. 15. B. 24. C. 120. D. 10.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là :

- A. $\left(0; \frac{4}{9}\right)$. B. $\left(-\infty; \sqrt[3]{4}\right)$. C. $\left(\sqrt[3]{4}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{4}{9}\right)$.

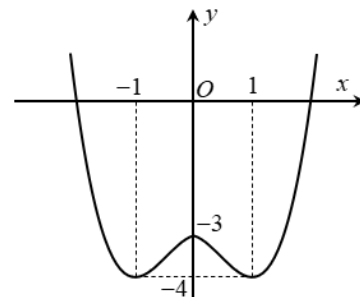
Câu 23: Cho $\int f(x)dx = 3x^2 + \sin x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = x^3 + \cos x$. B. $f(x) = x^3 - \cos x$. C. $f(x) = 6x - \cos x$. D. $f(x) = 6x + \cos x$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.

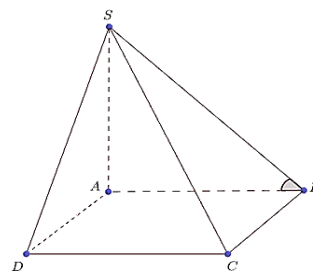
Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?

- A. 9 B. 8.
C. 7. D. 6.



Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 30° .
C. 60° . D. 90° .



Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x+1)^2(x-1)^5$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$ B. $(2; +\infty)$ C. $(-1; 2)$ D. $(1; +\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{2023x - 22}{x + 1}$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2023)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2023)$.

Câu 28: Cho các số thực dương $a; b$ thỏa mãn $\log_2 a = x$, $\log_2 b = y$. Giá trị biểu thức $P = \log_2(a^2 b^3)$ theo $x; y$ bằng

- A. $2x + 3y$. B. $x + 3y$. C. $2x - 3y$. D. $3x + 2y$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \sin x - x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$. B. $\int f(x)dx = \sin x - x + C$.
C. $\int f(x)dx = -\cos x - x^2 + x + C$. D. $\int f(x)dx = \cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$.

Câu 30: Thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và trục hoành quay quanh trục Ox là

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{16}{15}$.

C. $\frac{4\pi}{3}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 32: Cho $\int_0^{\ln 2} (2f(x) + e^x) dx = 5$. Khi đó, $\int_0^{\ln 2} f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 33: Một hộp chứa 16 quả cầu gồm 6 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số bằng

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{3}{28}$.

C. $\frac{1}{28}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(z - 3 + 2i)(\bar{z} - 3 - 2i) = 16$. Biết tập hợp các điểm M biểu diễn số phức $w = 2z - 2 + 3i$ là đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính c . Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 10.

B. 11.

C. 17.

D. 18.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 0; 3)$ trên đường thẳng

$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{1}$ có tọa độ là

A. $(-1; 3; 4)$.

B. $(-3; 5; 3)$.

C. $(3; -1; 6)$.

D. $(1; 1; 5)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(-3; 4; 1)$, vuông góc với d và nằm trong (P) là

A. $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

Câu 37: Biết phương trình $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5$ có hai nghiệm thực $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = 6x_1^2 - x_2 + 1$.

A. $T = 16$.

B. $T = 10$.

C. $T = 8$

D. $T = 12$.

Câu 38: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2 + i| = 1$ và $|3z_1 - z_2| = 10$. Khi $P = |4z_2 + 5 + 3i|$

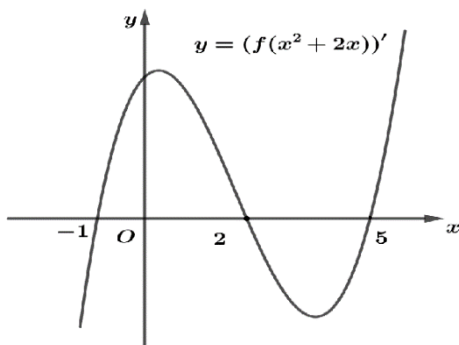
đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z_1 + 2z_2|$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{57}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{55}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{58}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x) = 3f(2x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4) = 3$ và $F(2) + 4F(8) = 0$. Khi đó $\int_0^2 f(3x+2)dx$ bằng

- A. 9. B. -9. C. 15. D. -5.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^4 - 4|x|^3 + 6x^2 - 4|x|)$ bằng

- A. 9. B. 7. C. 5. D. 11.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên x trong khoảng $(0; 2023)$ thỏa mãn $\log_3(2x+5) < \log_2 x + 1$

- A. 2022. B. 2002. C. 2000. D. 2020.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ADC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABCD)$ và góc hợp bởi SC và đáy bằng 60° , G là trọng tâm tam giác SAC . Khoảng cách từ G đến (SCD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{12}a}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{15}}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\widehat{B'BC}$ là góc nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$. D. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 44: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = e^{f(x)}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	e^2	e^3	$\sqrt{e}$	$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (26; 27). B. (27; 28). C. (28; 29). D. (29; 30).

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + (m-1)x - 4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |f(x-1) + 2022|$ nghịch biến trên $(-\infty; 2)$?

- A. 2005. B. 2006. C. 2007. D. 2008.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;0)$, $B(8;0;6)$. Xét điểm M thay đổi sao cho khoảng cách từ A đến đường thẳng OM bằng 2 và diện tích tam giác OAM không lớn hơn 6. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (5; 7). B. $\left(\frac{13}{3}; 5\right)$. C. $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$. D. $\left(4; \frac{13}{3}\right)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z + 2 = 0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB , thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α) . Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

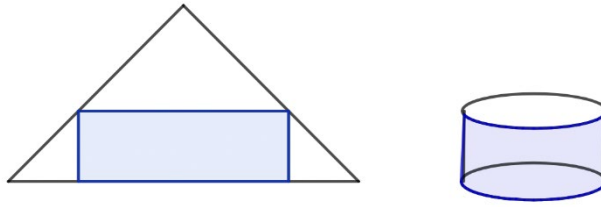
$$\log_5(x^2 + y^2 + x) + \log_3(x^2 + y^2) \leq \log_5 x + \log_3(x^2 + y^2 + 8x)?$$

- A. 5. B. 6. C. 12. D. 10.

Câu 49: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz - m + 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = \sqrt{2}|z_1 - z_2|$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 50: Từ một tấm tôn hình tam giác đều cạnh bằng 6m, ông A cắt thành một tấm tôn hình chữ nhật và cuộn lại được một cái thùng hình trụ (như hình vẽ).



Ông A làm được cái thùng có thể tích tối đa là V (Vật liệu làm nắp thùng coi như không liên quan). Giá trị của V thỏa mãn:

- A.** $V \leq 1m^3$. **B.** $1m^3 < V \leq 2m^3$. **C.** $2m^3 < V \leq 3m^3$. **D.** $V > 3m^3$.

----- **HẾT** -----

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	101	102	103	104
1	B	D	B	D
2	C	D	C	D
3	A	B	A	C
4	C	C	A	B
5	D	A	C	B
6	D	C	D	C
7	C	A	A	C
8	B	D	B	D
9	C	C	B	B
10	A	B	A	B
11	C	C	B	D
12	C	A	B	A
13	C	B	B	A
14	D	A	C	C
15	B	C	A	A
16	B	D	A	B
17	C	A	A	D
18	A	C	A	C
19	D	D	A	C
20	C	B	B	B
21	C	C	B	C
22	D	A	C	A
23	D	B	D	D
24	D	C	C	B
25	A	C	C	C
26	D	D	B	B
27	D	A	A	A
28	D	C	B	A
29	C	C	D	A
30	C	C	D	D
31	B	D	A	B
32	A	D	B	C
33	D	B	D	A
34	A	A	D	B
35	B	D	D	D
36	D	D	D	D
37	B	D	C	B
38	A	B	C	C
39	D	B	A	D
40	A	D	D	B
41	D	C	C	D
42	C	C	D	B
43	C	B	A	A

44	C	B	B	B
45	C	B	B	C
46	D	D	B	D
47	A	B	D	C
48	B	B	D	C
49	A	A	C	C
50	B	D	A	C

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-mon-toan>

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.C	4.B	5.B	6.C	7.C	8.D	9.B	10.B
11.D	12.A	13.A	14.C	15.A	16.B	17.D	18.C	19.C	20.B
21.C	22.A	23.D	24.B	25.C	26.B	27.A	28.A	29.A	30.D
31.B	32.C	33.A	34.B	35.D	36.D	37.B	38.C	39.D	40.B
41.D	42.B	43.C	44.B	45.B	46.D	47.C	48.C	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^\pi$ là:

- A.** $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = [1; +\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **D.** $D = (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = (x-1)^\pi$ xác định khi: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Vậy tập xác định: $D = (1; +\infty)$.

Câu 2: Cho số phức $z = 3 + 4i$. Phần thực của số phức $w = \bar{z} + |z|$ là

- A.** 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = 3 + 4i$, suy ra $w = \bar{z} + |z| = 3 - 4i + 5 = 8 - 4i$.

Khi đó phần thực của số phức $w = \bar{z} + |z|$ là 8.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = -5 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc Δ

- A.** $M(-3; 5; 0)$. **B.** $N(3; -5; -2)$. **C.** $P(3; -5; 0)$. **D.** $Q(-1; 2; -2)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} \geq 9$ là

- A.** $(-\infty; 3]$. **B.** $[3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $[2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $3^{x-1} \geq 9 \Leftrightarrow 3^{x-1} \geq 3^2 \Leftrightarrow x-1 \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = [3; +\infty)$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = 3^{-x}$ là

- A.** $y' = 3^{-x} \ln 3$. **B.** $y' = -3^{-x} \ln 3$. **C.** $y' = \frac{-3^{-x}}{\ln 3}$. **D.** $y' = \frac{3^{-x}}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = 3^{-x} \Rightarrow y' = -3^{-x} \ln 3$.

Câu 6: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ hình chữ nhật, $AB = a, BC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.a.a\sqrt{3}.2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 7: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo thiết diện là một đường tròn. Gọi d là trung khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $d = R$. **B.** $d = 2R$. **C.** $d < R$. **D.** $d > R$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2023$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A.** 2029. **B.** 6069. **C.** 54621. **D.** 18207.

Lời giải

Chọn D

$$u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2023 \cdot 3^2 = 18207$$

Câu 9: Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $3\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho là

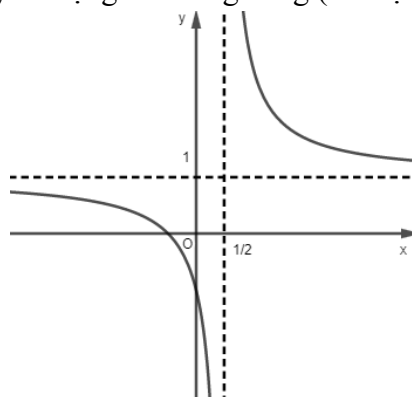
- A.** 18. **B.** 27. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $3\sqrt{3}$ thì có cạnh bằng 3. Vậy, thể tích của khối lập phương đã cho là $3^3 = 27$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng là đường cong (nét đậm) trong hình sau?



A. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x - 1}$. **B.** $y = \frac{2x + 1}{2x - 1}$. **C.** $y = 2x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 3x$. **D.** $y = \frac{2x - 1}{2x + 1}$.

Lời giải

Chọn B

Đường cong (nét đậm) trong hình vẽ là đồ thị hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ và nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 11: Nếu $\int_{-1}^3 f(x) dx = 2023$ và $\int_{-1}^3 g(x) dx = 2022$ thì $\int_{-1}^3 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 5. **B.** -1. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_{-1}^3 [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^3 f(x) dx - \int_{-1}^3 g(x) dx = 1$.

Câu 12: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 6}{x - 2}$ là đường thẳng

A. $x = 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2y - z + 2023 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1 = (0; 2; -1)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; -1; -2023)$. **C.** $\vec{n}_3 = (-1; 0; 2)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2; -1; 2023)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n}_1 = (0; 2; -1)$ là một vec tơ pháp tuyến của (P)

Câu 14: Số phức liên hợp của $z = -1 + 2i$

A. $\bar{z} = 2 - i$. **B.** $\bar{z} = 1 + 2i$. **C.** $\bar{z} = -1 - 2i$. **D.** $\bar{z} = 1 - 2i$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\bar{z} = -1 - 2i$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 11 = 0$ và $(P): 2x + 2y - 2z + 7 = 0$ bằng

A. 0° . **B.** 45° . **C.** 180° . **D.** 90°

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n_p} = (1; 1; -1)$, $\vec{n_q} = (2; 2; -2) \Rightarrow \vec{n_q} = 2\vec{n_p}$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là 0° .

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

- A. 3. B. 5. C. 6. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Câu 17: Cho hình nón có bán kính đáy r , độ dài đường sinh l và chiều cao h . Khi đó, thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\pi r^2 h$. B. πr^2 . C. $\pi r l$. D. $\frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho lần lượt là:

- A. $x = 2, y = 1$. B. $x = 2, y = 2$. C. $x = 1, y = 2$. D. $x = 1, y = 1$.

Lời giải

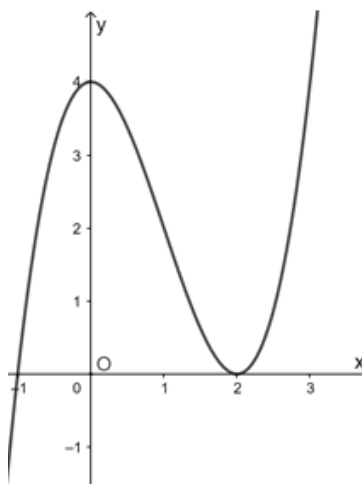
Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

Lời giải

Chọn C

Câu 20: Mô đun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

A. 8.

B. 5.

C. 3.

D. 4

Lời giải

Chọn B

Ta có $|4 - 3i| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$

Câu 21: Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số 1; 3; 4; 6; 7 ?

A. 15.

B. 24.

C. 120.

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số 1; 3; 4; 6; 7 là $A_5^4 = 120$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là:

A. $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

B. $\left(-\infty; \sqrt[3]{4}\right)$.

C. $\left(\sqrt[3]{4}; +\infty\right)$.

D. $\left(-\infty; \frac{4}{9}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{2}{3}} x > 2 \Leftrightarrow 0 < x < \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{4}{9}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là $\left(0; \frac{4}{9}\right)$.

Câu 23: Cho $\int f(x) dx = 3x^2 + \sin x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = x^3 + \cos x$.

B. $f(x) = x^3 - \cos x$.

C. $f(x) = 6x - \cos x$.

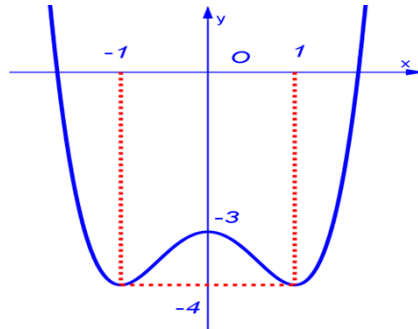
D. $f(x) = 6x + \cos x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = 3x^2 + \sin x + C \Rightarrow f(x) = 6x + \cos x$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt?



A. 9.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

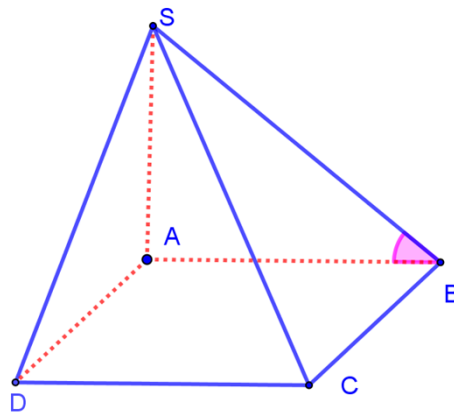
Lời giải

Chọn B

Phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m > -3 \end{cases}$.

Vì $m \in [-2; 5], m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; \dots; 5\}$. Vậy có 8 giá trị.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa mặt phẳng (SCB) và mặt phẳng đáy bằng



A. 45° .

B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SBC) \Rightarrow BC \perp SB$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ AB \perp BC, AB \subset (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SBC); (ABCD)} = \widehat{(SB; AB)} = \widehat{SBA} \\ SB \perp BC, SB \subset (SBC) \end{cases}$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAB \text{ có } \cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^\circ.$$

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x+1)^2(x-1)^5$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-1; 2)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) < 0 \Leftrightarrow (2-x)(x+1)^2(x-1)^5 < 0 \Leftrightarrow (2-x)(x-1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}.$$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = \frac{2023x-22}{x+1}$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 2023)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2023)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = \frac{2045}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Khi đó khẳng định sai là hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 28: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x; \log_2 b = y$. Giá trị biểu thức $P = \log_2(a^2 b^3)$ theo x, y bằng?

- A. $2x+3y$. B. $x+3y$. C. $2x-3y$. D. $3x+2y$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } P = \log_2(a^2 b^3) = \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2 \log_2 a + 3 \log_2 b = 2x + 3y.$$

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \sin x - x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$. B. $\int f(x) dx = \sin x - x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\cos x - x^2 + x + C$. D. $\int f(x) dx = \cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)dx = \int (\sin x - x + 1)dx = -\cos x - \frac{x^2}{2} + x + C$.

Câu 30: Thể tích vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ và trục hoành quay quanh Ox là

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{16}{15}$.

C. $\frac{4\pi}{3}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy $V_{Ox} = \pi \int (x^2 - 4x + 3)^2 dx = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	)
y	$-\infty$	$\nearrow 5$	$\searrow 1$	$\nearrow \infty$			

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

Câu 32: Cho $\int_0^{\ln 2} (2f(x) + e^x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^{\ln 2} f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\int_0^{\ln 2} (2f(x) + e^x) dx = 2 \int_0^{\ln 2} f(x) dx + \int_0^{\ln 2} e^x dx = 2 \int_0^{\ln 2} f(x) dx + e^x \Big|_0^{\ln 2} = 2 \int_0^{\ln 2} f(x) dx + 1$$

$$\Rightarrow \int_0^{\ln 2} f(x) dx = 2$$

Câu 33: Một hộp chứa 16 quả cầu gồm 6 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số bằng

A. $\frac{1}{7}$.

B. $\frac{3}{28}$.

C. $\frac{1}{28}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{16}^3$.

Biến cố A: "lấy được 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số".

+) Chọn quả cầu màu vàng: C_5^1 .

+) Chọn quả cầu màu đỏ (khác số màu vàng đã chọn): C_4^1 .

+) Chọn quả cầu màu xanh (khác số màu vàng và màu đỏ): C_4^1 .

$$\text{Suy ra } n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_4^1 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{7}.$$

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn $(z-3+2i)(\bar{z}-3-2i)=16$. Biết tập hợp điểm M biểu diễn số phức $w=2z-2+3i$ là đường tròn tâm $I(a;b)$ và bán kính c . Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 10.

B. 11.

C. 17.

D. 18.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (z-3+2i)(\bar{z}-3-2i)=16 \Leftrightarrow (z-3+2i)\overline{(z-3+2i)}=16 \Leftrightarrow |z-3+2i|^2=16.$$

$$\text{Mặt khác } w=2z-2+3i \Rightarrow z = \frac{w+2-3i}{2} \text{ suy ra:}$$

$$\left| \frac{w+2-3i}{2} - 3 + 2i \right|^2 = 16 \Leftrightarrow |w-4+i|^2 = 64 \Leftrightarrow (x-4)^2 + (y+1)^2 = 64.$$

Tập hợp điểm M biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(4;-1)$ và bán kính 8. Vậy $a+b+c=11$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;0;3)$ trên đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{1}$ có tọa độ là

A. $(-1;3;4)$.

B. $(-3;5;3)$.

C. $(3;-1;6)$.

D. $(1;1;5)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu của } M \text{ trên } d. \text{ Khi đó } H \in d \Rightarrow H(2t-1; -2t+3; t+4) \\ \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-2; -2t+3; t+1).$$

$$\text{Lại có } \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-2) - 2(-2t+3) + t+1 = 0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(-1;1;5).$$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y+z+1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(-3;4;1)$ vuông góc với d và nằm trong (P) là

A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 \\ z = 1 - 2t \end{cases}$**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} \Delta \perp d \Rightarrow \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \\ \Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_P \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d, \vec{n}_P] = (2; 0; -4) = 2(1; 0; -2).$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(-3; 4; 1)$ có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; 0; -2)$ là

$$\begin{cases} x = -3 + t \\ y = 4 \\ z = 1 - 2t \end{cases}$$

Câu 37: Biết phương trình $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5$ có hai nghiệm thực phân biệt $x_1 < x_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = 6x_1^2 - x_2 + 1$.

A. $T = 16$. **B. $T = 10$.** C. $T = 8$. D. $T = 12$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

Phương trình $2\log_3 x + 2\log_x 3 = 5 \Leftrightarrow 2\log_3 x + 2\frac{1}{\log_3 x} = 5$

$$\Leftrightarrow 2\log_3^2 x - 5\log_3 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = \frac{1}{2} \\ \log_3 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{3} \\ x_2 = 9 \end{cases} \Rightarrow T = 6x_1^2 - x_2 + 1 = 10.$$

Câu 38: Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2 + i| = 1$ và $|3z_1 - z_2| = 10$. Khi đó $P = |4z_2 + 5 + 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $|z_1 + 2z_2|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{57}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{55}}{4}$. **C. $\frac{\sqrt{58}}{4}$.** D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = z_1 + z_2 \\ v = 3z_1 - z_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{u+v}{4} \\ z_2 = \frac{3u-v}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |u+i|=1 \\ |v|=10 \end{cases}$

$$\Rightarrow P = |4z_2 + 5 + 3i| = |3u - v + 5 + 3i| = |3(u+i) - v + 5|.$$

$$\geq ||3(u+i)| - |-v+5|| = |3 - |-v+5||.$$

Mặt khác: $||-v|-5| \leq |-v+5| \leq |-v|+5$.

$$\Rightarrow P \geq |3 - |-v+5|| \geq |3-5| = 2.$$

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} v=10 \\ u+i=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v=10 \\ u=1-i \end{cases} \Rightarrow |z_1 + 2z_2| = \left| \frac{u+v}{4} + 2\frac{3u-v}{4} \right| = \left| \frac{7u-v}{4} \right| = \frac{\sqrt{58}}{4}.$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(x) = 3f(2x)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(4) = 3$ và $F(2) + 4F(8) = 0$. Khi đó $\int_0^2 f(3x+2)dx$ bằng

- A.** 9. **B.** -9. **C.** 15. **D.** -5.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int_0^2 f(3x+2)dx = \frac{1}{3} \int_0^2 f(3x+2)d(3x+2) = \frac{1}{3} \int_2^8 f(t)dt = \frac{1}{3} F(t) \Big|_2^8 = \frac{1}{3} [F(8) - F(2)].$$

Mặt khác ta có:

$$f(x) = 3f(2x) \Rightarrow \int_2^4 f(x)dx = \int_2^4 3f(2x)dx = \frac{3}{2} \int_2^4 f(2x)d(2x) = \frac{3}{2} \int_4^8 f(t)d(t)$$

$$\Leftrightarrow F(x) \Big|_2^4 = \frac{3}{2} F(t) \Big|_4^8 \Leftrightarrow F(4) - F(2) = \frac{3}{2} [F(8) - F(4)]$$

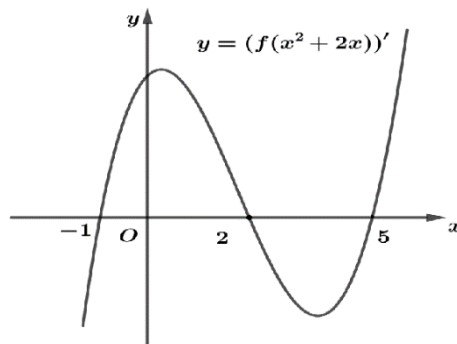
$$\Leftrightarrow F(2) + \frac{3}{2} F(8) = \frac{15}{2}$$

Kết hợp với giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} F(2) + 4F(8) = 0 \\ F(2) + \frac{3}{2}F(8) = \frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F(2) = 12 \\ F(8) = -3 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(3x+2)dx = \frac{1}{3} [F(8) - F(2)] = \frac{1}{3} (-3 - 12) = -5.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ có đồ thị của đạo hàm như hình vẽ dưới đây:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^4 - 4|x|^3 + 6x^2 - 4|x|)$ bằng

- A.** 9. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \left[f(x^2 + 2x) \right]' = (2x + 2)f'(x^2 + 2x) = 2(x + 1)f'(x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} 2(x + 1)f'(x^2 + 2x) &= a(x + 1)(x - 2)(x - 5) \\ \Rightarrow f'(x^2 + 2x) &= \frac{a}{2}(x - 2)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x = 8 \\ x^2 + 2x = 35 \end{cases} \end{aligned}$$

Nhận thấy hàm $y = f(x^4 - 4|x|^3 + 6x^2 - 4|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số sẽ đối xứng nhau qua trục tung, do đó số điểm cực trị có dạng $2k + 1$ với k là số điểm cực trị có hoành độ dương của hàm số $y = f(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x)$.

Xét hàm: $y = f(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x)$ với $x \in (0; +\infty)$.

Ta có:

$$\begin{aligned} y &= (4x^3 - 12x^2 + 12x - 4)f'(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 12x^2 + 12x - 4 = 0 \\ f'(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x) = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x = 8 \\ x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 1 + \sqrt{3} \\ x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{6} \\ x = 1 - \sqrt{6} \end{cases} \quad (\text{Đều là nghiệm đơn}). \end{aligned}$$

đơn).

Do đó hàm số $y = f(x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x)$ có ba điểm cực trị có hoành độ dương.

Vậy hàm $y = f(x^4 - 4|x|^3 + 6x^2 - 4|x|)$ có số điểm cực trị bằng $2 \cdot 3 + 1 = 7$.

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên x trong khoảng $(0; 2023)$ thỏa mãn $\log_3(2x + 5) < \log_2 x + 1$.

A. 2022.

B. 2002.

C. 2000.

D. 2020.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Đặt } t = \log_3(2x + 5) \Rightarrow 2x + 5 = 3^t \Rightarrow x = \frac{3^t - 5}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \log_2 x + 1 = \log_2 \frac{3^t - 5}{2} + 1 = \log_2(3^t - 5).$$

$$\text{Bất phương trình đã cho thành } t < \log_2(3^t - 5) \Leftrightarrow 2^t < 3^t - 5 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t + 5\left(\frac{1}{3}\right)^t < 1 \quad (*).$$

$$\text{Đặt } f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 5\left(\frac{1}{3}\right)^t. \text{ Khi đó } (*) \Leftrightarrow f(t) < f(2).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SCD) \perp (SAM) \\ (SCD) \cap (SAM) = SM \\ AH \perp SM \\ AH \subset (SAM) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = AH.$$

$$\text{Lại có } \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AC \cdot \tan 60^\circ = 2a\sqrt{3}.$$

$$\Delta ACD \text{ đều, suy ra } AM = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAM, \text{ ta có: } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{(2a\sqrt{3})^2} = \frac{5}{12a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy } d(G, (SCD)) = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{15}}.$$

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $B'BC$ là góc nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}.$

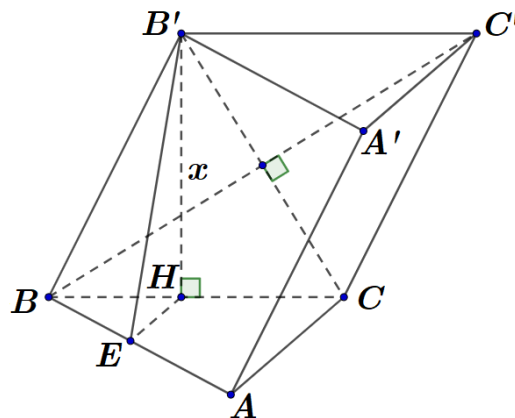
B. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}.$

C. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}.$

D. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}.$

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } ABC \text{ là tam giác vuông tại } A, \text{ cạnh } BC = 2a \text{ và } \widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \begin{cases} AC = a\sqrt{3} \\ AB = a \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } (BCC'B') \perp (ABC), \text{ kẻ } B'H \perp BC \text{ với } BC = (ABC) \cap (BCC'B') \Rightarrow B'H \perp (ABC).$$

$$\text{Trong } (ABC), \text{ kẻ } HE \perp AB \Rightarrow AB \perp (HEB').$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (HEB') \perp (ABC) \\ (HEB') \perp (ABB'A') \\ HE = (HEB') \cap (ABC) \\ EB' = (HEB') \cap (ABB'A') \end{cases} \Rightarrow ((ABC), (ABB'A')) = (HE, EB') = \widehat{HEB'} = 45^\circ.$$

Suy ra tam giác HEB' vuông cân tại H nên $HE = HB' = x$.

$$\text{Do } HE \parallel AC \text{ nên } \frac{BH}{BC} = \frac{EH}{AC} \Leftrightarrow BH = BC \frac{EH}{AC} = \frac{x\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } BB'^2 = BH^2 + HB'^2 \Leftrightarrow 4a^2 = \frac{3x^2}{4} + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{4a}{\sqrt{7}} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = HB' \frac{1}{2} AC \cdot AB = \frac{a^3}{\sqrt{7}}.$$

Câu 44: Cho hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$. Biết rằng hàm số $g(x) = e^{f(x)}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$				
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$		e^2		e^3		$\sqrt{e}$		$+\infty$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (26;27).

B. (27;28).

C. (28;29).

D. (29;30).

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } g(x) = e^{f(x)} \Rightarrow g'(x) = f'(x)e^{f(x)}.$$

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0, \text{ khi đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow f'(x) = f'(x)e^{f(x)}$$

$$\text{Do } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ nên } f'(x) = f'(x)e^{f(x)} \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \\ x = x_3 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } S = \int_{x_1}^{x_3} |f'(x) - g'(x)| dx = \int_{x_1}^{x_2} |f'(x) - g'(x)| dx + \int_{x_2}^{x_3} |f'(x) - g'(x)| dx$$

$$= \left| \int_{x_1}^{x_2} [f'(x)(1 - e^{f(x)})] dx \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} [f'(x)(1 - e^{f(x)})] dx \right| = \left| f(x) - e^{f(x)} \right|_{x_1}^{x_2} - \left| f(x) - e^{f(x)} \right|_{x_2}^{x_3}$$

$$= \left| f(x) - e^{f(x)} \right|_{x_1}^{x_2} + \left| f(x) - e^{f(x)} \right|_{x_2}^{x_3} = \left| 3 - e^3 - 2 + e^2 \right| + \left| \frac{1}{2} - \sqrt{e} - 3 + e^3 \right| \approx 27,63.$$

Câu 45: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^5}{5} - x^2 + (m-1)x - 4029$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = |f(x-1) + 2022|$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$?

A. 2005.

B. 2006.

C. 2007.

D. 2008.

Lời giải

Chọn B

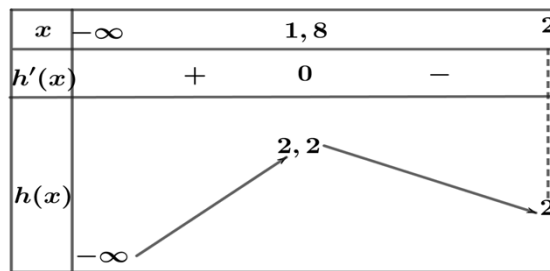
Ta có: $f'(x) = x^4 - 2x + m - 1$.

Đặt $g(x) = f(x-1) + 2022 \rightarrow g'(x) = f'(x-1) = (x-1)^4 - 2(x-1) + m - 1$.

$$\text{Điều kiện bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} g'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; 2) \\ g(2) \geq 0 \end{cases} & (loại), \text{ vì } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \\ \begin{cases} g'(x) \geq 0, \forall x \in (-\infty; 2) \\ g(2) \leq 0 \end{cases} & (2) \end{cases}.$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow \begin{cases} m \geq -(x-1)^4 + 2x - 1, \forall x < 2 \\ f(1) + 2022 \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \geq \max_{(2; +\infty)} h(x) \approx 2,2 \\ m \leq \frac{10044}{5} \approx 2008,9 \end{cases}.$$

Vì hàm $h(x) = -(x-1)^4 + 2x - 1 \rightarrow h'(x) = -4(x-1)^3 + 2$, $h'(x) = 0 \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} + 1 \approx 1,8$.



Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{3; 4; \dots; 2008\} \rightarrow$ có 2006 giá trị nguyên.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;0), B(8;0;6)$. Xét điểm M thay đổi sao cho khoảng cách từ A đến đường thẳng OM bằng 2 và diện tích tam giác OAM không lớn hơn 6. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MB thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5; 7)$.

B. $\left(\frac{13}{3}; 5\right)$.

C. $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$.

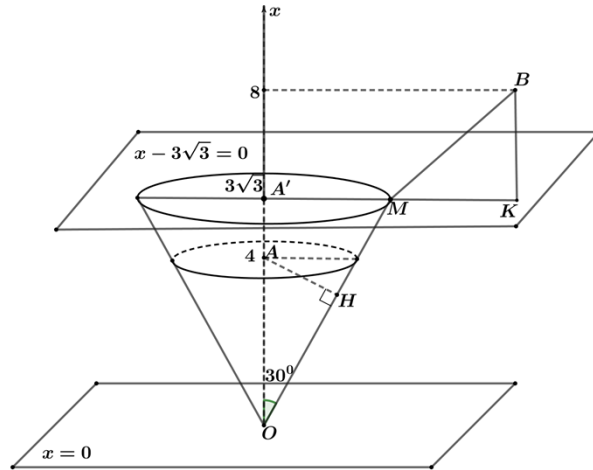
D. $\left(4; \frac{13}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\sin \widehat{AOM} = \frac{AH}{OA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AOM} = 30^\circ$ nên điểm M thuộc mặt nón có đỉnh O , trục là tia OA và $S_{OAM} = \frac{1}{2} OA \cdot OM \cdot \sin 30^\circ \leq 6 \Rightarrow OM \leq 6$.

Gọi A' là hình chiếu của M lên tia $OA \Rightarrow OA' = 3\sqrt{3}$ và $A'M \leq 3$. Từ đó suy ra tập hợp điểm M mặt nón có đỉnh O , đáy là đường tròn tâm A' .



Gọi K là hình chiếu của B lên $(P): x - 3\sqrt{3} = 0 \Rightarrow K(3\sqrt{3}; 0; 6) \Rightarrow A'K = 6$ và $BK = 8 - 3\sqrt{3}$

Vậy: $BM_{\min} = \sqrt{BK^2 + MK^2} \approx 4,1 \in \left(4; \frac{13}{3}\right)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z + 2 = 0$ và hai điểm $A(2; 0; 1)$, $B(1; 1; 2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB , thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α) . Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A' là hình chiếu của $A(2; 0; 1)$ lên (α) .

Ta có $B \in (\alpha)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB , thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng

$$(\alpha) \Rightarrow d \equiv A'B \Rightarrow kc(A, d) = kc(A, (\alpha)) = \left| \frac{2}{\sqrt{6}} \right| = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\log_5(x^2 + y^2 + x) + \log_3(x^2 + y^2) \leq \log_5 x + \log_3(x^2 + y^2 + 8x)$?

- A. 5. B. 6. C. 12. D. 10.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 0$.

$$\log_5(x^2 + y^2 + x) + \log_3(x^2 + y^2) \leq \log_5 x + \log_3(x^2 + y^2 + 8x)$$

$$\Leftrightarrow \log_5\left(\frac{x^2 + y^2 + x}{x}\right) \leq \log_3\left(\frac{x^2 + y^2 + 8x}{x^2 + y^2}\right) \Leftrightarrow \log_5\left(\frac{x^2 + y^2}{x} + 1\right) - \log_3\left(1 + \frac{8x}{x^2 + y^2}\right) \leq 0.$$

Đặt $t = \frac{x^2 + y^2}{x}, (t > 0)$. ta được bất phương trình $\log_5(t+1) - \log_3\left(1 + \frac{8}{t}\right) \leq 0$.

Xét hàm số

$$f(t) = \log_5(t+1) - \log_3\left(1 + \frac{8}{t}\right), (t > 0) \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{(t+1)\ln 5} + \frac{8}{t^2\left(1 + \frac{8}{t}\right)\ln 3} > 0, (t > 0).$$

Ta có $f(4) = 0 \Rightarrow t \leq 4$ hay $x^2 + y^2 \leq 4x \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 \leq 2^2$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x > 0 \\ (x-2)^2 \leq 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (x-2)^2 \leq 2^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 4.$$

Với $x = 1 \Rightarrow y = -1, y = 0, y = 1$ nên có 3 cặp $(x; y)$ nguyên.

Với $x = 2 \Rightarrow y = -2, y = -1, y = 0, y = 1, y = 2$. nên có 5 cặp $(x; y)$ nguyên.

Với $x = 3 \Rightarrow y = -1, y = 0, y = 1$ nên có 3 cặp $(x; y)$ nguyên.

Với $x = 4 \Rightarrow y = 0$ nên có 1 cặp $(x; y)$ nguyên.

Vậy có 12 cặp giá trị nguyên $(x; y)$.

Câu 49: Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz - m + 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn

$$|z_1| + |z_2| = \sqrt{2}|z_1 - z_2|?$$

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\Delta' = m^2 + m - 12$.

TH1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -4 \end{cases}$. Phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt. Khi đó

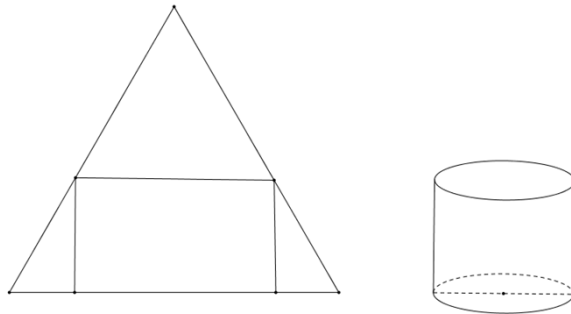
$$\begin{aligned}
|z_1| + |z_2| &= \sqrt{2}|z_1 - z_2| \Leftrightarrow (|z_1| + |z_2|)^2 = 2(z_1 - z_2)^2 \\
\Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 + 2|z_1 z_2| &= 2z_1^2 + 2z_2^2 - 4z_1 z_2 \Leftrightarrow 2|z_1 z_2| + 6z_1 z_2 = (z_1 + z_2)^2 \\
\Leftrightarrow 2|m - 12| + 6(-m + 12) &= (2m)^2 \Leftrightarrow |m - 12| = 2m^2 + 3m - 36 \\
\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 + 3m - 36 \geq 0 \\ 2m^2 + 2m - 24 = 0 \\ -2m^2 - 4m + 48 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{-3 + 3\sqrt{33}}{4} \\ m \leq \frac{-3 - 3\sqrt{33}}{4} \\ m = -4; m = 3 \\ m = 4; m = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -6 \end{cases}
\end{aligned}$$

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 3$. Phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_1 = -m + i\sqrt{-\Delta'}$, $z_2 = -m - i\sqrt{-\Delta'}$. Khi đó

$$\begin{aligned}
|z_1| + |z_2| &= \sqrt{2}|z_1 - z_2| \Leftrightarrow 2|-m + i\sqrt{-\Delta'}| = 2\sqrt{2}|i\sqrt{-\Delta'}| \\
\Leftrightarrow m^2 + (-m^2 - m + 12) &= 2(-m^2 - m + 12) \Leftrightarrow 2m^2 + m - 12 = 0 \\
\Leftrightarrow m &= \frac{-1 \pm \sqrt{97}}{4}.
\end{aligned}$$

Vậy có 2 giá trị nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50: Từ một tấm tôn hình tam giác đều cạnh bằng 6m, ông A cắt thành một tấm tôn hình chữ nhật và cuộn lại được một cái thùng hình trụ (như hình vẽ)

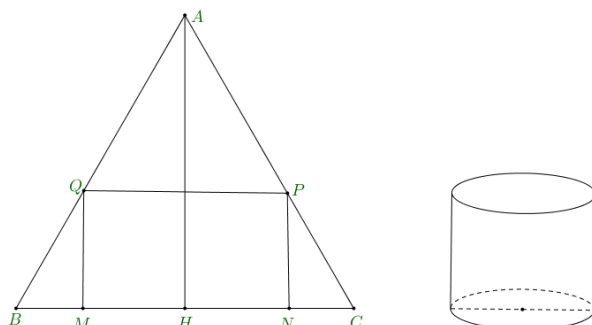


Ông A làm được cái thùng có thể tích tối đa là V (Vật liệu làm nắp thùng coi như không liên quan). Giá trị của V thỏa mãn

- A.** $V \leq 1 \text{ m}^3$. **B.** $1 \text{ m}^3 < V \leq 2 \text{ m}^3$. **C.** $2 \text{ m}^3 < V \leq 3 \text{ m}^3$. **D.** $V > 3 \text{ m}^3$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử tấm tôn hình tam giác đều ABC , ông A cắt thành một tấm tôn hình chữ nhật $MNPQ$ như hình vẽ, H là trung điểm của BC .

Đặt $MN = 2x$ ($x \in (0; 3)$).

$$\text{Ta có } AH = 3\sqrt{3}, \frac{MQ}{AH} = \frac{BM}{BH} = \frac{3-x}{3} \Rightarrow MQ = (3-x)\sqrt{3}.$$

Cái thùng hình trụ có bán kính đáy $R = \frac{2x}{2\pi} = \frac{x}{\pi}$, chiều cao $h = MQ = (3-x)\sqrt{3}$. Suy ra, thể tích của cái thùng là

$$V = \pi R^2 h = \pi \left(\frac{x}{\pi} \right)^2 (3-x)\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} x^2 (3-x) = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} x \cdot x (6-2x) \leq \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \left(\frac{x+x+(6-2x)}{3} \right)^3 = \frac{4\sqrt{3}}{\pi}$$

.

$$V = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} \Leftrightarrow x = 6 - 2x \Leftrightarrow x = 2 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$\text{Vậy } \max V = \frac{4\sqrt{3}}{\pi} \text{ m}^3.$$