TRUNG TÂM LUYỆN THI VÀ BDVH VIỆT STAR
TH.S: NGUYỄN HOÀNG VIỆT

HƯỚNG DẪN ÔN THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2026 - 2027

Bứt phá để thành công

* Giải thích chi tiết đáp án các đề ôn luyện
* Phân tích, bình luận chi tiết các dạng bài
* Livestream hướng dẫn ôn tập và chữa đề

LƯU HÀNH NỘI BỘ

...sen vẫn mở trong cơ từ nước đặc, Người chỉ ... để thành nhân."

Mục lục

Phần I Chuyên Đề

Chương 1. PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH **2**

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 2

B VÍ DỤ MINH HỌA 4

C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 18

Chương 2. ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ **40**

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 40

B VÍ DỤ MINH HỌA 43

C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 71

Chương 3. VÉC-TƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN **128**

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 128

B VÍ DỤ MINH HỌA 130

C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 152

Chương 4. MỘT SỐ YẾU TỐ VỀ THỐNG KÊ **184**

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 184

B VÍ DỤ MINH HỌA 186

C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 199

Chương 5. TOÁN THỰC TẾ LỚP 10 **220**

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 220

B VÍ DỤ MINH HỌA 222

C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 241

Chương 6. NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN **272**

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 272

B VÍ DỤ MINH HỌA 276

C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 296

Chương 7. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU **345**

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 345

B VÍ DỤ MINH HỌA 346

Sách đã có trong tủ sách của NGƯỜI ĐỌC. Nếu bạn muốn đọc sớm hơn

C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 370

Chương 8. HÌNH HỌC KHÔNG GIAN THUẦN TÚY 409

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 409
B VÍ DỤ MINH HỌA 415
C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 440

Chương 9. MỘT SỐ YẾU TỐ VỀ XÁC SUẤT 462

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 462
B MỘT SỐ VÍ DỤ 464
C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 473

Chương 10. CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN 502

A KIẾN THỨC CẦN NHỚ 502
B VÍ DỤ MINH HỌA 502
C CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP 510

PHẦN II Đề thi

Đề số 1: Đề thi thử tn thpt môn Toán, Trung tâm LT & BDVH Việt Star 1
Bảng đáp án 1 0
Bảng đáp án 2 0
Bảng đáp án 3 0

Đề số 2: Đề thi thử tn thpt môn Toán, Trung tâm LT & BDVH Việt Star 1
Bảng đáp án 1 0
Bảng đáp án 2 0
Bảng đáp án 3 0

Đề số 3: Đề thi thử tn thpt môn Toán, Trung tâm LT & BDVH Việt Star 1
Bảng đáp án 1 0
Bảng đáp án 2 0
Bảng đáp án 3 0

Đề số 4: Đề thi thử tn thpt môn Toán, Trung tâm LT & BDVH Việt Star 1
Bảng đáp án 1 0
Bảng đáp án 2 0
Bảng đáp án 3 0

Đề số 5: Đề thi thử tn thpt môn Toán, Trung tâm LT & BDVH Việt Star 1
Bảng đáp án 1 5

VIỆT STAR – Dạy học bằng tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Mục lục

Bảng đáp án 2 5
Bảng đáp án 3 5

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

PHẦN

CHUYÊN ĐỀ

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 1

PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Phương trình lượng giác

1.1. Phương trình lượng giác cơ bản

a) **Phương trình** $\sin x = m \quad (1)$

- Với $|m| > 1$, phương trình (1) vô nghiệm.
- Với $|m| \le 1$, gọi α là số thực thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin x = m$.

Khi đó, ta có $\sin x = m \Leftrightarrow \sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình $\sin x = m$*:*

- $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$;
- $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$;
- $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Nếu x *là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác* x *sao cho* $\sin x = \sin a^\circ$ *như sau*

$$\sin x = \sin a^\circ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a^\circ + k360^\circ \\ x = 180^\circ - a^\circ + k360^\circ \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$$

b) **Phương trình** $\cos x = m \quad (2)$

- Với $|m| > 1$, phương trình (2) vô nghiệm.
- Với $|m| \le 1$, gọi α là số thực thuộc đoạn $[0; \pi]$ sao cho $\cos \alpha = m$.

Khi đó, ta có $\cos x = m \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có một số trường hợp đặc biệt sau của phương trình $\cos x = m$

- $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$;
- $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Nếu x *là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác* x *sao cho* $\cos x = \cos a^\circ$ *như sau*

$$\cos x = \cos a^\circ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a^\circ + k360^\circ \\ x = -a^\circ + k360^\circ \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$$

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm giá trị

c) **Phương trình** $\tan x = m$.

Gọi α là số thực thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan x = m$. Khi đó, ta có

$$\tan x = m \Leftrightarrow \tan x = \tan\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$$

⚠ *Nếu x là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\tan x = \tan a^\circ$ như sau*

$$\tan x = \tan a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z}).$$

d) **Phương trình** $\cot x = m$.

Gọi α là số thực thuộc đoạn $(0;\pi)$ sao cho $\cot\, x = m$. Khi đó, ta có

$$\cot x = m \Leftrightarrow \cot x = \cot\alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi (k \in Z).$$

⚠ *Nếu x là góc lượng giác có đơn vị đo là độ thì ta có thể tìm góc lượng giác x sao cho $\cot x = \cot a^\circ$ như sau*

$$\cot x = \cot \alpha^\circ \Leftrightarrow x = \alpha^0 + k180^\circ (k \in Z).$$

1.2. Phương trình lượng giác đưa về dạng cơ bản

- $\sin f(x) = \sin g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$
- $\cos f(x) = \cos g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = -g(x) + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}).$
- Với phương trình $\sin^2 u(x) = \sin^2 v(x)$, $\cos^2 u(x) = \cos^2 v(x)$, $\sin^2 u(x) = \cos^2 v(x)$, ta có thể dùng công thức hạ bậc để đưa về phương trình dạng $\cos f(x) = \cos g(x)$.
- Với một phương trình lượng giác, ta có thể dùng các công thức lượng giác và biến đổi để đưa về phương trình dạng tích $A(x) \cdot B(x) = 0$.

2 Phương trình mũ, bất phương trình mũ và lôgarit

2.1. Phương trình mũ

Với $a > 0$, $a \neq 1$ thì

- $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$ với $b > 0$.
- $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

2.2. Phương trình lôgarit

Với $a > 0$, $a \neq 1$ thì

- $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$.
- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \text{ hoặc } g(x) > 0. \end{cases}$

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọng, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

2.3. Bất phương trình mũ

Với $a > 0$, $a \neq 1$ thì

a) *Xét bất phương trình* $a^{f(x)} > b$.

- Nếu $b \leq 0$, tập nghiệm của bất phương trình là tập xác định của $f(x)$.
- Nếu $b > 0$, $a > 1$ thì bất phương trình đưa về $f(x) > \log_a b$.
- Nếu $b > 0$, $0 < a < 1$ thì bất phương trình đưa về $f(x) < \log_a b$.

b) *Xét bất phương trình* $a^{f(x)} > a^{g(x)}$.

- Nếu $a > 1$ thì bất phương trình đưa về $f(x) > g(x)$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình đưa về $f(x) < g(x)$.

Các bất phương trình mũ khác cùng loại được giải tương tự.

2.4. Bất phương trình lôgarit

Với $a > 0$, $a \neq 1$ thì

a) *Xét bất phương trình* $\log_a f(x) > b$.

- Nếu $a > 1$ thì bất phương trình đưa về $f(x) > a^b$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình đưa về $0 < f(x) < a^b$.

b) *Xét bất phương trình* $\log_a f(x) > \log_a g(x)$.

- Nếu $a > 1$ thì bất phương trình đưa về $f(x) > g(x) > 0$.
- Nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình đưa về $0 < f(x) < g(x)$.

Các bất phương trình lôgarit khác cùng loại được giải tương tự.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

1 Phương trình lượng giác

VÍ DỤ 1

Giải các phương trình

a) $\sin x = \dfrac{1}{2}$. b) $\cos x = -\dfrac{1}{2}$. c) $\tan x = \sqrt{3}$. d) $\cot x = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. e) $\sin x = -\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Phương trình $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)=1$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(-\pi;\pi)$?

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Cho phương trình $\cos 2x=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $x=0$ là một nghiệm của phương trình.		
b) Nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$, với $k\in\mathbb{Z}$.		
c) Phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $\cos^2 x=\dfrac{1}{2}$.		
d) Trên $(0;2\pi)$, phương trình có đúng 2 nghiệm.		

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong bùn, người thành công trong chuyên cần và thành nhân."

VÍ DỤ 4

Khi mặt trăng quay quanh trái đất, mặt đối diện với trái đất thường chỉ được mặt trời chiếu sáng một phần. Các pha của Mặt Trăng mô tả mức độ phần bề mặt của nó được Mặt Trời chiếu sáng. Khi các góc giữa Mặt Trời, Trái Đất và Mặt Trăng là α $(0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ)$ thì tỉ lệ F của phần Mặt Trăng được chiếu sáng cho bởi công thức

$$F = \frac{1}{2}(1 - \cos\alpha).$$

Xác định góc α tương ứng với các pha sau của Mặt Trăng:

a) $F = 0$ (trăng mới);

b) $F = 0{,}25$ (trăng lưỡi liềm);

c) $F = 0{,}5$ (trăng bán nguyệt đầu tháng hoặc trăng bán nguyệt cuối tháng);

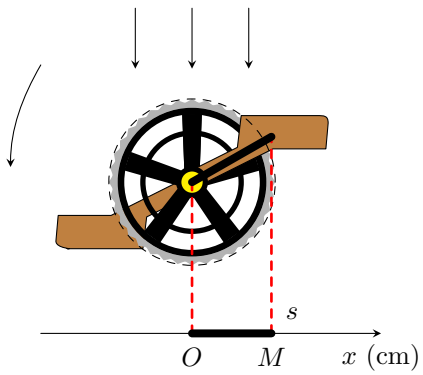
d) $F = 1$ (trăng tròn).



Lời giải.

VÍ DỤ 5

Trong hình bên, khi bàn đạp xe đạp quay, bóng M của đầu trục quay dao động trên mặt đất quanh điểm O theo phương trình $s = 17\cos 5\pi t$ với s (cm) là toạ độ của điểm M trên trục Ox và t (giây) là thời gian bàn đạp quay. Xác định các thời điểm mà tại đó độ dài bóng OM bằng 10 cm?



Lời giải.

VÍ DỤ 6

Số giờ ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của 1 năm được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12$, $t \in \mathbb{Z}, 0 < t \leq 365$. Gọi T là ngày trong năm mà thành phố A có 9 giờ ánh sáng mặt trời trong một ngày. Hỏi T thuộc những tháng nào trong năm?

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 2\cos\left(5t - \frac{\pi}{6}\right).$$

Ở đây, thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình dao động là hàm số có chu kì $T = \frac{2\pi}{5}$.		
b) Vật qua vị trí cân bằng khi $x = \pm 1$.		
c) Vật qua vị trí cân bằng khi $t = \frac{2\pi}{15} + \frac{k\pi}{5}$ $(k \in \mathbb{Z})$.		
d) Trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 8 lần.		

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Độ sâu h (m) của mực nước biển tại thời điểm t (giờ) sau khi thủy triều lên lần đầu tiên trong ngày được tính xấp xỉ bởi công thức $h(t) = 0{,}8\cos 0{,}5t + 4$. Tính độ sâu của nước biển tại thời điểm $t = 2$ là bao nhiêu mét? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Chiều cao h (mét) của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt động được cho bởi công thức $h(t) = 30 + 20\sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right)$. Sau bao nhiêu giây thì cabin đạt độ cao 40 m lần đầu tiên?

Lời giải.

2 Phương trình mũ

VÍ DỤ 1

Giải các phương trình sau

a) $2^x = \dfrac{1}{8}$.

b) $5 \cdot 10^x = 1$.

c) $3^{x+2} = \sqrt[3]{9}$.

d) $2 \cdot 10^{2x} = 30$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Giải mỗi phương trình sau:

a) $4^{2x-3} = 5$;

b) $10^{x+1} - 2 \cdot 10^x = 8$.

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong đầm lầy, người chuyên cần đạt thành công"

VÍ DỤ 3

Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x-5}=27$ là

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Giải phương trình $2^{x+5}=8^{2x+1}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Giải phương trình $2^{2-x}=\dfrac{1}{2^{2x-1}}$.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học bằng tâm sự nghiệp

VÍ DỤ 6

Giải các phương trình sau

a) $3^x = 9^{x-1}$.

b) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x} = \frac{1}{2} \cdot 8^{-x}$.

Lời giải.

3 Phương trình lôgarit

VÍ DỤ 1

Giải mỗi phương trình sau:

a) $\log_2 x = 5$;

b) $\log_4(5x - 4) = 2$.

Lời giải.

"Sen vẫn nở thơm nước độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nh

VÍ DỤ 2

Giải các phương trình sau

a) $\log_3 x = -2$.

b) $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) = -2$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Giải phương trình $4 + 3\log(2x) = 16$.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-4) = \log_2(x^2 - 5x + 4)$ là

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

VÍ DỤ 5

Giải phương trình $\log_2(2x-7)+\log_{\frac{1}{2}}(x-3)=0$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Giải phương trình $\ln(x+2)=\ln(x^2-4)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Giải các phương trình sau

a) $\log(x^2-2)=\log x$.

b) $\log_3(2x+1)=\log_3(x+1)-1$.

Lời giải.

"Sống trong ảo tưởng là khởi chuyện cần ải sẽ thành nhân.

VÍ DỤ 8

Cho phương trình $\log_2(x^2-2x)=\log_2(x-2)+2$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điều kiện xác định của phương trình là $x<0$ hoặc $x>2$.		
b) Phương trình tương đương với $x^2-8x+6=0$.		
c) Phương trình có một nghiệm duy nhất.		
d) Tập nghiệm của phương trình là $S=\{2;4\}$.		

Lời giải.

4 Bất phương trình mũ

VÍ DỤ 1

Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $5^x > 12$.

b) $(0{,}3)^{x+1} > 1{,}7$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Giải các bất phương trình sau:

a) $10^x < 0{,}001$.

b) $0{,}4^x > 2$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 8$.

Lời giải.

"Sẽ không có thành công trong cô đơn, chỉ có cô đơn trong những người chuyên cần và tỉnh nhận."

VÍ DỤ 4

Bất phương trình $3^{x^2-x} \leq 729$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên?

Lời giải.

5 Bất phương trình lôgarit

VÍ DỤ 1

Giải mỗi bất phương trình sau:

a) $\log_{\frac{1}{2}} x > -2$.

b) $\log_2(x+1) > 3$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Giải các bất phương trình sau

a) $\log_{\frac{1}{3}}(x+1) < 2$.

b) $\log_5(x+2) \leq 1$.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dùng học là phải tâm sự

VÍ DỤ 3

Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(15-x) < \dfrac{1}{81}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Tập nghiệm của phương trình $\log_5\left(-2x^2+\dfrac{33}{2}x\right) \geq 2$ là

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong nước đục, Người chuyên sẽ thành nhân."

VÍ DỤ 5

Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_8(x^2-2x)\le 1$.

Lời giải.

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1 Phương trình lượng giác

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\sin 3x=\sin x$ là

A $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B $x=k\pi; x=\dfrac{\pi}{4}+k\dfrac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$.

C $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi; k=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 2. Phương trình $\sin x=0$ có họ nghiệm là

A $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B $x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C $x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D $x=\pm\dfrac{\pi}{2}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2\cos 2x+1=0$ là

A $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi; x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B $x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi; x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C $x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi; x=-\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi; x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 4. Phương trình $\sin x=\sin 15^\circ$ có nghiệm là

A $\left[\begin{array}{l}x=15^\circ+k360^\circ\\x=-15^\circ+k360^\circ\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

B $\left[\begin{array}{l}x=15^\circ+k360^\circ\\x=165^\circ+k360^\circ\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

C $\left[\begin{array}{l}x=15^\circ+k180^\circ\\x=-15^\circ+k180^\circ\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

D $\left[\begin{array}{l}x=15^\circ+k180^\circ\\x=165^\circ+k180^\circ\end{array}\right.$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 5. Giải phương trình $\cos(x+30^\circ)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

A $x=120^\circ(1+3k), 180^\circ(k-1), k\in\mathbb{Z}$.

B $x=120^\circ+k360^\circ, -180^\circ+k360^\circ, k\in\mathbb{Z}$.

C $x = 120^\circ + k180^\circ,\ -180^\circ + k180^\circ,\ k \in \mathbb{Z}$.

D $x = 120^\circ + k2\pi,\ -180^\circ + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\tan(x + 20^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ là

A $x = -10^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B $x = 10^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C $x = 20^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D $x = 30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\cos(2x - 20^\circ) = -\dfrac{1}{2}$ là

A $\left[\begin{array}{l} x = 70^\circ + k180^\circ \\ x = -50^\circ + k180^\circ \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

B $\left[\begin{array}{l} x = 70^\circ + k360^\circ \\ x = -50 + k360^\circ \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C $\left[\begin{array}{l} x = 140^\circ + k360^\circ \\ x = -100^\circ + k360^\circ \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

D $\left[\begin{array}{l} x = 40^\circ + k180^\circ \\ x = -100^\circ + k180^\circ \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\sin(x + 10^\circ) = -1$ là

A $x = -100^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

B $x = -80^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

C $x = 100^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

D $x = -100^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9. Phương trình $\cos^2 x = \dfrac{1}{2}$ có nghiệm là

A $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

B $x = -\dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C $x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D $x = \pm\dfrac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10. Phương trình $\tan^2 x = 3$ có nghiệm là

A $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

B $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

C Vô nghiệm.

D $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11. Các nghiệm của phương trình $\cot\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right) = -1$ là

A $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

B $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}\ (k \in \mathbb{Z})$.

C $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{6}\ (k \in \mathbb{Z})$.

D $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 12. Các nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$ là

A $x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

B $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

C $x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

D $x = -\dfrac{\pi}{3} + k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right) = 1$ với $\pi \le x \le 3\pi$ là

A 1.

B 0.

C 2.

D 3.

Câu 14. Số nghiệm của phương trình $\dfrac{\sin 2x}{1 - \cos x} = 0$ trên đoạn $[0; 3\pi]$ là

A 8.

B 7.

C 4.

D 5.

Câu 15. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ là

A $-\dfrac{\pi}{3}$.

B $-\dfrac{\pi}{6}$.

C $-\dfrac{5\pi}{6}$.

D $-\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 16. Tìm nghiệm lớn nhất của phương trình $\tan x - \cot x = 0$ trong khoảng $(0; \pi)$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

A $x = \dfrac{3\pi}{4}$. B $x = \dfrac{\pi}{4}$. C $x = \dfrac{\pi}{2}$. D $x = \dfrac{\pi}{8}$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\tan(x + 15^\circ) = 1$ với $90^\circ < x < 270^\circ$ là

A $x = 210^\circ$. B $x = 135^\circ$. C $x = 60^\circ$. D $x = 120^\circ$.

Câu 18. Số nghiệm của phương trình $\sin(2x - 40^\circ) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ với $-180^\circ \le x \le 180^\circ$ là

A 2. B 4. C 6. D 7.

Câu 19. Phương trình $\tan(x + 10^\circ) + \cot x = 0$ có bao nhiêu nghiệm với $0^\circ < x < 180^\circ$?

A 0. B 2. C 3. D 4.

Câu 20. Tổng các nghiệm thỏa mãn $0^\circ < x < 180^\circ$ của phương trình $\cot(4x + 35^\circ) = -1$ bằng

A 345°. B 235°. C 370°. D 185°.

Câu 21. Số nghiệm của phương trình $\cos x = 1\,(*)$ trên khoảng $\left(\dfrac{-3\pi}{4}; \dfrac{9\pi}{2}\right)$ là

A 1. B 2. C 4. D 3.

Câu 22. Số nghiệm của phương trình $\sin x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\,(*)$ trên khoảng $\left(\dfrac{-5\pi}{2}; \dfrac{5\pi}{2}\right)$ là

A 2. B 5. C 4. D 3.

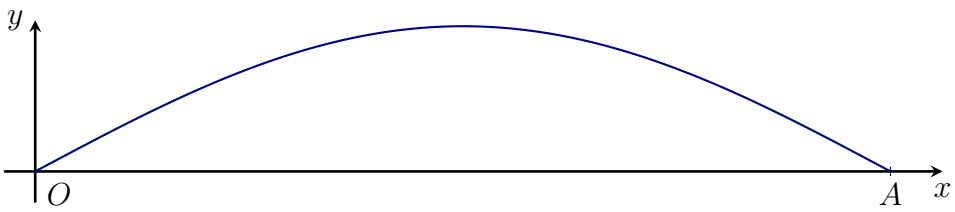
Câu 23. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thuỷ triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $(0 \le t < 24)$ cho bởi công thức

$$h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{6} + 1\right) + 12.$$

(*Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2021*). Để độ sâu của mực nước bằng 15 m thì giá trị nhỏ nhất của t gần nhất với kết quả nào sau đây?

A 10 giờ 5 phút. B 16 giờ 5 phút. C 18 giờ 5 phút. D 6 giờ 5 phút.

Câu 24. Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4{,}8 \cdot \sin\dfrac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục toạ độ với đơn vị trục là mét như ở hình bên dưới.



Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA. Tìm chiều rộng đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

A 35,6 m. B 28,3 m. C 31,2 m. D 15,5 m.

Câu 25. Chiều cao h (mét) của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt đầu được cho bởi công thức $h(t) = 30 + 20\sin\left(\dfrac{\pi}{25}t + \dfrac{\pi}{3}\right)$. Ca bin đạt độ cao tối đa là bao nhiêu mét?

A 50. **B** 30. **C** 20. **D** 10.

Câu 26. Một tia sáng truyền từ môi trường A sang B với góc tới bằng $12°$. Tốc độ ánh sáng là $2{,}8 \cdot 10^8$ m/s trong môi trường B. Góc khúc xạ r bằng bao nhiêu? Biết tốc độ ánh sáng trong môi trường A là $4{,}18 \cdot 10^5$ km/s.

A $9°$. **B** $7°$. **C** $6°$. **D** $8°$.

Câu 27. Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h mét của mực nước trong kênh tính tại thời điểm t giờ trong một ngày được cho bởi công thức $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$. Mực nước của kênh cao nhất khi

A $t = 14$. **B** $t = 15$. **C** $t = 16$. **D** $t = 13$.

Câu 28. Một vật dao động điều hòa với phương trình $x = 4\cos\left(6\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ cm. Xác định thời điểm vật qua vị trí $x = 2$ cm theo chiều dương lần thứ 2 kể từ thời điểm ban đầu.

A $\frac{4}{9}$. **B** $\frac{2}{3}$. **C** $\frac{5}{9}$. **D** $\frac{7}{9}$.

Câu 29. Một vật dao động điều hòa với biên độ $A = 5$ cm. Trong 10 giây vật thực hiện được 20 dao động. Biết rằng tại thời điểm ban đầu vật tại ví trí cân bằng theo chiều dương. Trong 5 giây đầu tiên, vật dao động điều hòa đi qua vị trí có li độ $\frac{5}{2}$ bao nhiêu lần?

A 15. **B** 20. **C** 5. **D** 10.

2 Phương trình mũ

Câu 1. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$.

A $x = 9$. **B** $x = 3$. **C** $x = 4$. **D** $x = 10$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $3^{2x^2-x} = 3$ là

A $\{0; 2\}$. **B** $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. **C** $\left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$. **D** $\left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$.

Câu 3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x+2} = 1$. Tính $P = x_1^2 + x_2^2$.

A $P = 10$. **B** $P = 8$. **C** $P = 5$. **D** $P = 13$.

Câu 4. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x} = 81$ là

A 4. **B** -4. **C** -2. **D** 2.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9}$ là

A $x = -2$. **B** $x = -\sqrt{2}$. **C** $x = \sqrt{2}$. **D** $x = 2$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} = 4$ là

A $x = -1$ và $x = 2$. **B** $x = 0$ và $x = 1$. **C** $x = 1$ và $x = -2$. **D** $x = 0$ và $x = 2$.

Câu 7. Tổng các nghiệm của phương trình $5^{x^2-3x} = 10$ là

A -3. **B** $\log_5 10$. **C** 3. **D** $-\log_5 10$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

Câu 8. Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=\dfrac{1}{27}$ là

A $x=-1$. B $x=1$. C $x=-2$. D $x=-3$.

Câu 9. Số nghiệm âm của phương trình $3^{x^2-4}=\dfrac{1}{9}$ là

A 0. B 1. C 3. D 2.

Câu 10. Phương trình $27^{2x-3}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là

A $\{-1;7\}$. B $\{-1;-7\}$. C $\{1;7\}$. D $\{1;-7\}$.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là

A $x=-1$ và $x=2$. B $x=1$ và $x=-2$. C $x=1$ và $x=2$. D Vô nghiệm.

Câu 12. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x}=8^{2-x}$ bằng

A -6. B -5. C 5. D 6.

Câu 13. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2}=\left(\dfrac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

A 2. B 5. C 0. D 3.

Câu 14. Tích các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{5}+2\right)^{x-1}=\left(\sqrt{5}-2\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là

A -2. B -4. C 4. D 2.

Câu 15. Tìm nghiệm của phương trình $\left(7+4\sqrt{3}\right)^{2x+1}=2-\sqrt{3}$.

A $x=\dfrac{1}{4}$. B $x=-1+\log_{7+4\sqrt{3}}\left(2-\sqrt{3}\right)$.

C $x=-\dfrac{3}{4}$. D $x=\dfrac{25-15\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $2^{2x-3}=2^x$ là

A $x=8$. B $x=-8$. C $x=3$. D $x=-3$.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $125^{2x}=\left(\dfrac{1}{25}\right)^{x+1}$ là

A $x=-\dfrac{1}{4}$. B $x=4$. C $x=1$. D $x=-\dfrac{1}{8}$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $(4{,}5)^{4x-5}=\left(\dfrac{2}{9}\right)^{-x-1}$ là

A $x=-1$. B $x=2$. C $x=\dfrac{5}{4}$. D $x=\dfrac{4}{5}$.

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\left(\dfrac{1}{25}\right)^{3-2x}=5^{x+3}$ là

A $x=-3$. B $x=5$. C $x=-5$. D $x=3$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tốn – Nâng tầm sự nghiệp

Câu 20. Phương trình $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2}$ có nghiệm

A $x = 5$. B $x = 2$. C $x = 4$. D $x = 3$.

Câu 21. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x-1} \cdot 3^{x^2-2x} = 18$ bằng

A 1. B -2. C 2. D -1.

3 Phương trình lôgarit

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

A $\{-3; 3\}$. B $\{-3\}$. C $\{3\}$. D $\left\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\right\}$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\log(10x) = 2$ là

A $\left\{\frac{1}{10}\right\}$. B $\{10\}$. C $\{1\}$. D $\{100\}$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

A $S = \{-3; 3\}$. B $S = \{4\}$. C $S = \{3\}$. D $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Câu 4. Biết rằng phương trình $\log_2 x + \log_3 x = 1 + \log_2 x \log_3 x$ có hai nghiệm x_1, x_2. Giá trị của $x_1^2 + x_2^2$ bằng

A 5. B 25. C 2. D 13.

Câu 5. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2 |x^2 + 2x - 3| - \log_2 |x + 3| = 3$ bằng

A 9. B -2. C -4. D 2.

Câu 6. Điều kiện xác định của phương trình $\log_2(x+1) = \log_2(2-x)$ là

A $x > -1$. B $x < 2$. C $-1 < x < 2$. D $x > 2$.

Câu 7. Điều kiện xác định của phương trình $\log_3(x-1) = \log_9(x-3)^2$ là

A $x > 1$. B $x > 3$. C $1 < x < 3$. D $x > 1$ và $x \neq 3$.

Câu 8. Tập nghiệm của phương trình $\log(10x) = 2$ là

A $\left\{\frac{1}{10}\right\}$. B $\{10\}$. C $\{1\}$. D $\{100\}$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_{16}(x+5) = \frac{1}{2}$ là

A 3. B -1. C -3. D 27.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-4) = \log_2(x^2 - 5x + 4)$ là

A 1. B 2. C 0. D 3.

Câu 11. Nghiệm của phương trình $\log_{27}(x^2 - 1) = \frac{1}{3}$ là

A $x = \pm 2$. B $x = \pm\sqrt{10}$. C $x = 2$. D $x = \sqrt{10}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

A $x = 1$. B $x = 2$. C $x = -1$. D $x = 3$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 13. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.
A $S=\{3\}$. B $S=\{4\}$. C $S=\{1\}$. D $S=\{-2\}$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$ là
A $x=4$. B $x=2$. C $x=3$. D $x=-3$.

Câu 15. Số nghiệm của phương trình $\ln(x+1)+\ln(x+3)=\ln(x+7)$ là
A 1. B 0. C 2. D 3.

Câu 16. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-1)=2$.
A 0. B 1. C 3. D 2.

Câu 17. Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2(2x+1)$ là
A $\{1\}$. B $\{0\}$. C $\varnothing$. D $\{-1\}$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)+1=\log_3(4x+1)$ là
A $x=3$. B $x=-3$. C $x=4$. D $x=2$.

Câu 19. Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-6)-\log_3(x-2)=1$ là
A 0. B 3. C 1. D 2.

Câu 20. Số nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^3-2x^2-3x+4)+\log_2(x-1)=0$ là
A 1. B 2. C 0. D 3.

Câu 21. Tích các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-2x)=3$ là
A 8. B 6. C -8. D -6.

Câu 22. Số nghiệm của phương trình $\log_7(x^2-2x)=\log_7(3x-6)$ là
A 2. B 0. C 3. D 1.

4 Bất phương trình mũ

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x<4$ là
A $(-2;+\infty)$. B $(0;4)$. C $(-\infty;-2)$. D $(-\infty;2)$.

Câu 2. Tất cả các nghiệm của bất phương trình $3^{x+2}\geq\frac{1}{9}$ là
A $x>0$. B $x\geq-4$. C $x<4$. D $x<0$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x}}<\frac{1}{2}$ là
A $(-\infty;1)$. B $(0;1)$. C $(1;+\infty)$. D $\mathbb{R}$.

Câu 4. Nghiệm của bất phương trình $(0{,}5)^x>3$ là
A $x>\log_{0,5}3$. B $x<\log_{0,5}3$. C $x<\log_3 0{,}5$. D $x>\log_3 0{,}5$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING – Đạo học ở tầng – Nông tầng sự nghiệp

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $(0{,}2)^{x^2} > 1$ là

A $\varnothing$. B $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C $(0; +\infty)$. D $\mathbb{R}$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \dfrac{1}{5} > 0$ là

A $S = (1; +\infty)$. B $S = (-\infty; -2)$. C $S = (-2; +\infty)$. D $S = (-1; +\infty)$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2x^2-3x} \leq \dfrac{4}{3}$ là

A $\left[\dfrac{1}{2}; 1\right]$. B $\left(-\infty; \dfrac{1}{2}\right] \cup [1; +\infty)$. C $\left(\dfrac{1}{2}; 1\right)$. D $\left(-\infty; \dfrac{1}{2}\right) \cup (1; +\infty)$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x} < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}$.

A $(-2; +\infty)$. B $(0; 4)$. C $(-\infty; -2)$. D $(-\infty; 2)$.

Câu 9. Giải bất phương trình $3^{x+2} \geq \dfrac{1}{9}$.

A $x > 0$. B $x \geq -4$. C $x < 4$. D $x < 0$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(2 - \sqrt{3}\right)^{2x-1} > \left(2 + \sqrt{3}\right)^{x-5}$ là

A $(2; +\infty)$. B $(-4; +\infty)$. C $(-\infty; 2)$. D $(-\infty; -4)$.

5 Bất phương trình lôgarit

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

A $(4; +\infty)$. B $(9; +\infty)$. C $(10; +\infty)$. D $(1; +\infty)$.

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \leq 1$ là

A $(-\infty; 3]$. B $(-\infty; 1]$. C $(0; 3]$. D $(0; 1]$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3-x) < 2$ là

A $(1; 3)$. B $(3; +\infty)$. C $(-\infty; 1)$. D $(-1; 3)$.

Câu 4. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x+1) \geq \log_2(x-1)$ là

A $S = [2; +\infty)$. B $S = [-2; +\infty)$. C $S = \mathbb{R}$. D $S = (1; +\infty)$.

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-6) < -2$ là

A $(3; 5)$. B $(-\infty; 5)$. C $(3; +\infty)$. D $(5; +\infty)$.

Câu 6. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_5(2x-3) < \log_{25} x^2$ là

A 1. B 2. C 0. D vô số.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > \log_2 8$ là

A $(4; +\infty)$. B $(9; +\infty)$. C $(10; +\infty)$. D $(1; +\infty)$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \leq \log_3 3$ là

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

A $(-\infty;3]$. **B** $(-\infty;1]$. **C** $(0;3]$. **D** $(0;1]$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3-x)<\log_2 4$ là

A $(1;3)$. **B** $(3;+\infty)$. **C** $(-\infty;1)$. **D** $(-1;3)$.

Câu 10. Bất phương trình $\log_3(x^2-x+7)<2$ có tập nghiệm là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

A $b-a=-1$. **B** $b-a=-3$. **C** $b-a=3$. **D** $b-a=1$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

1 Phương trình lượng giác

Câu 1. Cho phương trình lượng giác $3-\sqrt{3}\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$.		
b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\dfrac{\pi}{3}$.		
c) Phương trình có 3 nghiệm thuộc $\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{2\pi}{3}\right)$.		
d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{2\pi}{3}\right)$ bằng $\dfrac{\pi}{6}$.		

Câu 2. Cho phương trình $\cos 3x=\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\cos u=\cos v\Leftrightarrow u=v+k2\pi$ hoặc $u=-v+k2\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.		
b) $\cos 3x=\sin x\Leftrightarrow\cos 3x=\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$.		
c) Nghiệm của phương trình đã cho là $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{8}+k\dfrac{\pi}{2}\\ x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$, $(k\in\mathbb{Z})$.		
d) Trên đoạn $[0;\pi]$, đồ thị hàm số $y=\cos 3x$ và đồ thị hàm số $y=\sin x$ có đúng ba điểm chung.		

Câu 3. Cho phương trình $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $x=\dfrac{4\pi}{3}$ là một nghiệm của phương trình.		
b) Phương trình đã cho tương đương với phương trình $\sin x=-\sin\dfrac{\pi}{3}$.		
c) Tất cả các nghiệm của phương trình là $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$.		
d) Phương trình có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{3\pi}{2}\right)$.		

Câu 4. Cho phương trình $\cos 2x=\sin\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)$ với $x\in[0;\pi]$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng cả sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình đã cho tương đương với $\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$.		
b) Phương trình đã cho có nghiệm là $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$ và $x=\frac{5\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.		
c) Phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$.		
d) Tổng các nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn $[0;\pi]$ là $\frac{5\pi}{6}$.		

Câu 5. Cho phương trình lượng giác $\sin(3x+60^\circ)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$, khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l}x=-20^\circ+k120^\circ\\x=60^\circ+k120^\circ\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.		
b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng -40°.		
c) Với $0^\circ<x<90^\circ$ phương trình đã cho có 3 nghiệm.		
d) Tổng các nghiệm của phương trình với $0^\circ<x<90^\circ$ bằng 140°.		

Câu 6. Cho phương trình $\sin(2x-45^\circ)=\sin(x+135^\circ)$ $(*)$, khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình $(*)$ có nghiệm $\left[\begin{array}{l}x=180^\circ+k360^\circ\\x=30^\circ+k120^\circ\end{array}\right.,\ k\in\mathbb{Z}$.		
b) Với $0^\circ<x<180^\circ$ phương trình có 2 nghiệm.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình với $0^\circ<x<180^\circ$ bằng 210°.		
d) Với $0^\circ<x<180^\circ$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng 150°.		

Câu 7. Cho phương trình lượng giác $\cot 3x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ $(*)$. Khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình $(*)$ tương đương $\cot 3x=\cot(-30^\circ)$.		
b) Phương trình $(*)$ có nghiệm $x=20^\circ+k60^\circ$.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình thỏa mãn $-90^\circ<x<0^\circ$ bằng -100°.		
d) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng 40°.		

Câu 8. Cho phương trình lượng giác $\tan(2x-15^\circ)=1$ $(*)$. Khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình $(*)$ có nghiệm $x=30^\circ+k90^\circ,\ k\in\mathbb{Z}$.		
b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng -30°.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình thỏa mãn $-180^\circ<x<90^\circ$ bằng 180°.		
d) Với $-180^\circ<x<90^\circ$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng 60°.		

Câu 9. Hàng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thủy triều. Chiều cao $h(m)$ của mực nước

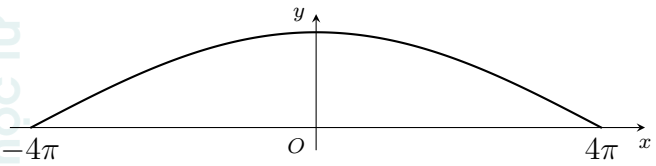
Sen vẫn nở trong đầm nước đục, Người quân tử chuyên cần ắt sẽ thành tài.

theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức $h = 14 + 8\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với $0 \le t \le 24$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Lúc 6 giờ sáng thì chiều cao của mực nước tại bến cảng là cao nhất.		
b) Chiều cao của mực nước tại bến cảng thấp nhất vào lúc 12 giờ.		
c) Mực nước tại bến cảng cao 18 (m) vào lúc 2 giờ và 10 giờ.		
d) Biết tàu chỉ vào được cảng khi mực nước trong cảng không thấp hơn 18 (m). Vậy thời gian tàu vào được cảng là từ 10 sáng hôm trước đến 2 giờ sáng hôm sau.		

Câu 10. Một cây cầu có dạng cung AB của đồ thị hàm số $y = 4{,}2 \cdot \cos\frac{x}{8}$ và được mô tả trong hệ trục toạ độ với đơn vị trục là mét như ở hình sau. Một sà lan chở khối hàng hoá được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3 m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Giá trị lớn nhất của hàm số là 4,2.		
b) Hàm số đã cho là hàm số lẻ.		
c) $4{,}2 \cdot \cos\frac{x}{8} = 3 \Leftrightarrow \frac{x}{8} \approx \pm 0{,}775$.		
d) Chiều rộng của khối hàng hoá đó phải nhỏ hơn 12,5 m.		



Câu 11. Một vệ tinh nhân tạo bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo là đường elip (*Hình 33*). Độ cao h (km) của vệ tinh so với Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450\cos\frac{\pi}{50}t$ (*Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2021*), trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Tại thời điểm t bằng bao nhiêu thì vệ tinh cách mặt đất 1 000 km; 250 km; 100 km?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Với $t = 250$ thì độ cao của vệ tinh so với Trái Đất là 1000 km.		
b) Tại các thời điểm $t = \pm 36{,}61 + 100k$, $(k \in \mathbb{Z})$ thì vệ tính cách mặt đất 250 km.		
c) Tại các thời điểm $t = 50 + 100k$, $(k \in \mathbb{Z})$ thì vệ tính cách mặt đất 100 km.		
d) Trong khoảng thời gian 60 phút đầu tiên thì có 2 lần vệ tính cách mặt đất 100 km.		

Câu 12. Một quả đạn pháo được bắn ra khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0 = 500$ m/s hợp với phương ngang một góc α. Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha$, ở đó $g = 9{,}8$ m/s^2 là gia tốc trọng trường.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quả đạn chạm đất khi $\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha = \pm 1$.		

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Tính theo góc bắn α tầm xa mà quả đạn đạt tới (tức là khoảng cách từ vị trí bắn đến điểm quả đạn chạm đất) là $x = \dfrac{2v_0^2 \cos^2 \alpha . \tan \alpha}{g}$.		
c) Góc bắn α để quả đạn trúng mục tiêu cách vị trí đặt khẩu pháo 22000 m là $40°$.		
d) Góc bắn $\alpha = 45°$ thì quả đạn bay xa nhất.		

Câu 13. Cho vận tốc v (cm/s) của một con lắc đơn theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức $v = -3\sin\left(1{,}5t + \dfrac{\pi}{3}\right)$. Xác định các thời điểm t mà tại đó:

a) Vận tốc con lắc đạt giá trị lớn nhất;

b) Vận tốc con lắc bằng 1,5 cm/s.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Vận tốc của vật nhỏ nhất là -3.		
b) Vận tốc của vật lớn nhất là 3 tại thời điểm $t = -\dfrac{5\pi}{9} + \dfrac{k4\pi}{3}$.		
c) Vận tốc của con lắc bằng 1,5 cm tại thời điểm $t = -\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{3}$.		
d) Trong khoảng thời gian 3 giây đầu tiên, có 1 lần vật tốc con lắc bằng 1,5 cm.		

Câu 14. Một vệ tinh nhân tạo bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo là đường elip (*Hình 33*). Độ cao h (km) của vệ tinh so với Trái Đất được xác định bởi công thức $h = 550 + 450\cos\dfrac{\pi}{50}t$ (*Nguồn: Đại số và Giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2021*), trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Tại thời điểm t bằng bao nhiêu thì vệ tinh cách mặt đất 1 000 km; 250 km; 100 km?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Với $t = 250$ thì độ cao của vệ tinh so với Trái Đất là 1000 km.		
b) Tại các thời điểm $t = \pm 36{,}61 + 100k$, $(k \in \mathbb{Z})$ thì vệ tính cách mặt đất 250 km.		
c) Tại các thời điểm $t = 50 + 100k$, $(k \in \mathbb{Z})$ thì vệ tính cách mặt đất 100 km.		
d) Trong khoảng thời gian 60 phút đầu tiên thì có 2 lần vệ tính cách mặt đất 100 km.		

Câu 15. Cho vận tốc v (cm/s) của một con lắc đơn theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức $v = -3\sin\left(1{,}5t + \dfrac{\pi}{3}\right)$. Xác định các thời điểm t mà tại đó:

a) Vận tốc con lắc đạt giá trị lớn nhất;

b) Vận tốc con lắc bằng 1,5 cm/s.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Vận tốc của vật nhỏ nhất là -3.		
b) Vận tốc của vật lớn nhất là 3 tại thời điểm $t = -\dfrac{5\pi}{9} + \dfrac{k4\pi}{3}$.		
c) Vận tốc của con lắc bằng 1,5 cm tại thời điểm $t = -\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{k2\pi}{3}$.		
d) Trong khoảng thời gian 3 giây đầu tiên, có 1 lần vật tốc con lắc bằng 1,5 cm.		

Sen văn nở trong gió là nước độc, Nước sôi chuyển cần ắt sẽ thành lời.

2 Phương trình mũ

Câu 1. Cho phương trình $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3}$. Biết phương trình có một nghiệm là $x = a$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $a > 0$.		
b) Ba số $a, 2, 3$ tạo thành cấp số cộng với công sai bằng $d = 1$.		
c) $\lim\limits_{x\to a}(x^2 + 2x + 5) = 7$.		
d) Phương trình $x^2 + x + a = 0$ vô nghiệm.		

Câu 2. Cho phương trình $3^{2x} - m + 1 = 0$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Với $m = 1$ thì phương trình có nghiệm.		
b) Với $m = 10$ thì phương trình có nghiệm $x = 1$.		
c) Với $m = 4$ thì phương trình có nghiệm là số nguyên.		
d) Phương trình có nghiệm khi $m > 1$.		

Câu 3. Cho phương trình $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $x = \frac{1}{2}$ là một nghiệm của phương trình.		
b) Phương trình không có nghiệm nguyên.		
c) Tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2; -5\}$.		
d) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình là 29.		

Câu 4. Cho phương trình $9^{2x} \cdot 27^{x^2} = \frac{1}{3}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $x = 0$ là một nghiệm của phương trình.		
b) $x = -1$ không phải là nghiệm của phương trình.		
c) $S = \{-1; 1\}$ là tập nghiệm của phương trình.		
d) $x_1^2 + x_2^2 = \frac{10}{9}$, với x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên.		

3 Phương trình lôgarit

Câu 1. Cho phương trình $2\log_2(2x - 2) + \log_2(x - 3)^2 = 2$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điều kiện xác định của phương trình là $x > 1$.		
b) $x = 2$ là một nghiệm của phương trình.		
c) Phương trình tương đương với $(x - 1)(x - 3) = 1$.		

VIỆT SAR – Dạy học tự hào – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Tổng các nghiệm của phương trình là $4+\sqrt{2}$.		

Câu 2. Cho phương trình $\log(x-1)^2 = \log(x+1)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điều kiện $x > 1$.		
b) Phương trình đã cho có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x + \dfrac{9}{4} = 0$.		
c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3.		
d) Biết phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$. Khi đó ba số x_1, x_2, 6 tạo thành một cấp số cộng.		

Câu 3. Cho phương trình $\log_5 \sqrt{x^2-3x+21} = 1$ (*), biết phương trình có hai nghiệm x_1, $x_2(x_1 < x_2)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình (*) có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 3x - 4 = 0$.		
b) Tổng các nghiệm của phương trình (*) bằng 4.		
c) Ba số số $x_1; x_2; 8$ tạo thành một cấp số cộng.		
d) $\lim\limits_{x\to x_1}(x-2) + \lim\limits_{x\to x_2}(x-2) = -1$.		

Câu 4. Cho phương trình $\log_2(x^2-3x) = \log_4(x-3)^2 + 2$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điều kiện xác định của phương trình là $x < 0$ hoặc $x > 3$.		
b) Phương trình tương đương với $\log_2(x^2-3x) = \log_2(x-3) + 2$.		
c) Phương trình có một nghiệm duy nhất.		
d) Tổng bình phương của các nghiệm bằng 32.		

Câu 5. Mức cường độ âm L (đơn vị dB) được tính bởi công thức $L = 10\log\dfrac{I}{10^{-12}}$, trong đó I (đơn vị $\mathrm{W/m^2}$) là cường độ của âm (*Nguồn R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e Cengage*). Một người đứng giữa hai loa A và B. Khi loa A bật thì người đó nghe được âm có mức cường độ 80 dB. Khi loa B bật thì nghe được âm có mức cường độ 90 dB. Nếu bật cả hai loa thì cường độ âm tác động vào tai người bằng tổng cường độ âm của hai loa đó.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Cường độ âm của loa A là $10^{80}\cdot 10^{-12}\,(\mathrm{W}/m^2)$.		
b) Cường độ âm của loa B là $10^{90}\cdot 10^{-12}\,(\mathrm{W}/m^2)$.		
c) Cường độ âm tác động vào tai người khi bật cả hai loa là $10^{170}\cdot 10^{-12}\,(\mathrm{W}/m^2)$.		
d) Nếu bật cả hai loa thì người đó nghe được âm có mức cường độ là $90,4$ (dB).		

4 Bất phương trình mũ

Câu 1. Cho bất phương trình $\left(3-2\sqrt{2}\right)^{x^2-4x} > \left(3+2\sqrt{2}\right)^{5-2x}$.

"Sen vẫn là Sen trong bùn nước đục, Người chuyên cần sẽ thành tài."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Ta có $3+2\sqrt{2}=\left(3-2\sqrt{2}\right)^{-1}$.		
b) Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $x^2-4x>2x-5$.		
c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 5.		
d) Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình là 9.		

Câu 2. Cho bất phương trình $4^{x^2+5}\geq\left(\frac{1}{8}\right)^{x-x^2}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Ta có $4=2^2;\frac{1}{8}=2^{-3}$.		
b) Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $2\left(x^2+5\right)\geq -3\left(x-x^2\right)$.		
c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 6.		
d) Tích nghiệm nguyên lớn nhất và nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình là -4.		

Câu 3. Cho bất phương trình $(3-2\sqrt{2})^{x^2-4x}>(3+2\sqrt{2})^{5-2x}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Ta có $(3+2\sqrt{2})=(3-2\sqrt{2})^{-1}$.		
b) Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $x^2-4x>2x-5$.		
c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 5.		
d) Tổng các nghiệm của bất phương trình là 9.		

Câu 4. Cho bất phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^{x}>3^{\frac{2x}{x+1}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\left(\frac{1}{9}\right)^{x}=3^{\frac{x}{2}}$.		
b) Bất phương trình có tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.		
c) 0 là một nghiệm của bất phương trình trên.		
d) Bất phương trình có cùng tập nghiệm với phương trình $x^3+3x^2+2x<0$.		

Câu 5. Một nhóm các chuyên gia y tế đang nghiên cứu và thử nghiệm độ chính xác của một bộ xét nghiệm COVID-19. Giả sử cứ sau n lần thử nghiệm và điều chỉnh bộ xét nghiệm thì tỉ lệ chính xác của bộ xét nghiệm đó tuân theo công thức $S(n)=\dfrac{1}{1+2020\cdot 10^{-0{,}01n}}$. Hỏi phải tiến hành ít nhất bao nhiêu lần thử nghiệm và điều chỉnh bộ xét nghiệm để đảm bảo tỉ lệ chính xác của bộ xét nghiệm đó đạt trên 90%?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ chính xác sau 250 lần thử nghiệm là 13,5%.		
b) Để đạt được độ chính xác trên 90%, nhóm nghiên cứu cần tiến hành ít nhất 425 lần thử nghiệm.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
c) Giả sử chi phí cho mỗi lần thử nghiệm và điều chỉnh là 100 000 đồng. Tổng chi phí thấp nhất để đạt được tỉ lệ chính xác 90% là 42 500 000 đồng.		
d) Công thức $S(n)$ cho thấy tỉ lệ chính xác tăng dần theo số lần thử nghiệm.		

5 Bất phương trình lôgarit

Câu 1. Cho bất phương trình $\log_{\frac{e}{3}} 2x < \log_{\frac{e}{3}}(9-x)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điều kiện xác định của bất phương trình đã cho là $0 < x < 9$.		
b) Với điều kiện xác định, bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $2x < 9 - x$.		
c) Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(3; 9)$.		
d) Số nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là 3.		

Câu 2. Cho bất phương trình $\log(x-40) + \log(60-x) < 2$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Gọi $\mathscr{D} = (a; b)$ là tập xác định của bất phương trình đã cho thì $b - a = 20$.		
b) Với điều kiện xác định, bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $\log[(x-40)(60-x)] < 2$.		
c) Có tất cả 19 số nguyên dương là nghiệm của bất phương trình đã cho.		
d) Tập nghiệm của bất phương trình đã cho chứa nhiều nhất 8 số tự nhiên chẵn.		

Câu 3. Cho bất phương trình $\log_{\sqrt{2}-1}(2x^2-2) \geq \log_{\sqrt{2}-1}(5x+5)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Ta có $0 < \sqrt{2} - 1 < 1$.		
b) Bất phương trình đã cho tương đương với bất phương trình $\begin{cases} 2x^2 - 2 \leq 5x + 5 \\ 5x + 5 > 0 \end{cases}$.		
c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.		
d) Nghiệm nguyên nhỏ nhất của bất phương trình là 0.		

Câu 4. Cho bất phương trình $\log_{\frac{1}{3\sqrt{2}}}(-x^2+7x+18) \geq -2$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Ta có $0 < \dfrac{1}{3\sqrt{2}} < 1$.		
b) Nghiệm của bất phương trình đã cho là nghiệm của bất phương trình $-x^2 + 7x + 18 \leq \left(\dfrac{1}{3\sqrt{2}}\right)^{-2}$.		
c) Số nghiệm nguyên của bất phương trình là 2.		
d) Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình là 14.		

Sản phẩm và bản quyền thuộc về Nguyễn Hoàng Việt. Nghiêm cấm mọi hình thức sao chép, phát tán trái phép dưới mọi hình thức.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

1 Phương trình lượng giác

Câu 1. Cho phương trình $\sin 3x = \cos 2x$. Tìm số nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn $[0;\pi]$.

KQ: | | | | |

Câu 2. Cho phương trình $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = -\sin x$. Khi đó, tổng các nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn $[0;\pi]$ có dạng $\dfrac{a\pi}{9}$. Tìm a.

KQ: | | | | |

Câu 3. Biết rằng nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\tan\left(\dfrac{x}{2} + 15^\circ\right) = 1$ có dạng

$$x = a^\circ + k360^\circ, \text{ với } |a| < 180,\ k \in \mathbb{Z}.$$

Tìm a.

KQ: | | | | |

Câu 4. Cho phương trình $\sin(2x - 15^\circ) = \cos x$. Tìm số nghiệm của phương trình đã cho với $0^\circ < x < 180^\circ$.

KQ: | | | | |

Câu 5. Cho phương trình $\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right) = -\sin x$. Khi đó, tổng các nghiệm của phương trình đã cho trên đoạn $[0;\pi]$ có dạng $\dfrac{a\pi}{9}$. Tìm a.

KQ: | | | | |

Câu 6. Hằng ngày mực nước tại một cảng biển lên xuống theo thuỷ triều. Độ sâu $h(m)$ của mực nước theo thời gian t (giờ) trong một ngày được cho bởi công thức

$$h = 16 + 7\sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \text{ với } 0 \le t \le 24.$$

Tìm thời điểm mà mực nước tại cảng là cao nhất.

KQ: | | | | |

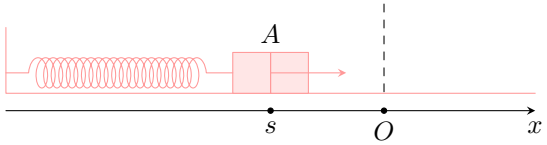
Câu 7. Trong một thí nghiệm, một quả cầu được gắn vào một đầu dây đàn hồi, đầu kia của sợi dây được gắn cố định vào một thanh treo nằm ngang. Sau khi quả cầu được kéo xuống và thả ra, nó bắt đầu di chuyển lên xuống. Khi đó, chiều cao h (cm) của quả cầu so với mặt đất theo thời gian t (s) được cho bởi công thức

$$h = 100 - 30\cos 20t.$$

Tính thời điểm đầu tiên mà quả cầu đạt chiều cao cao nhất kể từ khi quả cầu được thả ra (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 8. Trong hình dưới, khi được kéo ra khỏi vị trí cân bằng ở điểm O và buông tay, lực đàn hồi của lò xo khiến vật A gắn ở đầu của lò xo dao động quanh O. Toạ độ s (cm) của A trên trục Ox vào thời điểm t (giây) sau khi buông tay được xác định bởi công thức $s = 10\sin\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$. Trong khoảng thời gian từ giây thứ 10 đến giây thứ 15, có bao nhiêu lần thì $s = -5\sqrt{3}$ cm?



KQ: | | | | |

Câu 9. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° Bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

$$d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12 \text{ với } t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

Vào ngày nào trong năm thì thành phố A có đúng 15 giờ có ánh sáng mặt trời?

KQ: | | | | |

Câu 10. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và tâm trương, tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80là bình thường. Giả sử một người nào đó có nhịp tim là 70 lần trên phút và huyết áp của người đó được mô hình hoá bởi hàm số $P(t) = 100 + 20\sin\left(\frac{7\pi}{3}t\right)$, trong đó $P(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thuỷ ngân) và thời gian tính theo giây. Trong khoảng từ 0 đến 1 giây, hãy xác định số lần huyết áp là 100 mmHg.

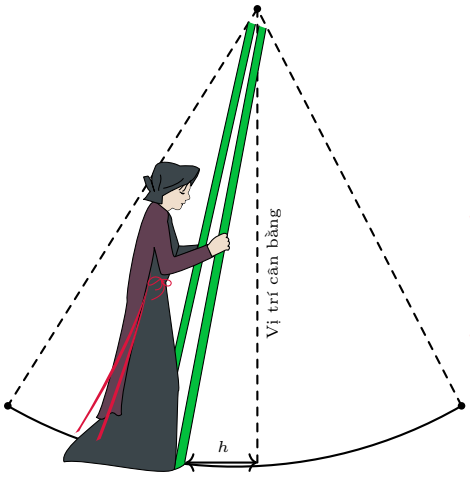
KQ: | | | | |

Câu 11. Nhiệt độ ngoài trời ở một thành phố vào các thời điểm khác nhau trong ngày có thể được mô phỏng bởi công thức $h(t) = 29 + 3\sin\left[\frac{\pi}{12}(t-9)\right]$ với h tính bằng độ C và t là thời gian trong ngày tính bằng giờ. Nhiệt độ thấp nhất trong ngày là vào lúc mấy giờ?

KQ: | | | | |

Câu 12. Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu.

Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng (*Hình 39*). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách h (m) từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian $t\,(s)$ (với $t \geq 0$) với hệ thức $h = |d|$ với $d = 3\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right]$, trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại (*Nguồn: Đại số và giải tích 11 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2022*). Vào thời điểm t nào thì lần đầu tiên khoảng cách h là 3 m?



KQ: | | | | |

Câu 13. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập, huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu được gọi tương ứng là huyết áp tâm thu và tâm trương. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là huyết áp tâm thu/ huyết áp tâm trương. Chỉ số huyết áp 120/80 là bình thường. Giả sử huyết áp của một người nào đó được mô hình hóa bởi hàm số

$$p(t) = 115 + 25\sin(160\pi t)$$

trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimet thủy ngân) và thời gian t tính theo phút. Tìm số nhịp tim mỗi phút.

KQ: | | | | |

"Sen cần bùn để sinh sôi, nảy nở. Người chuyên cần cần thất bại."

2 Phương trình mũ

Câu 1. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x}=8^{2-x}$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x-1}=\dfrac{1}{8}$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 3. Biết phương trình $2^{x^2-2x}=8$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2. Giá giá trị của biểu thức $S=x_1+x_2$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 4. Với giá trị m là số nguyên lớn nhất để phương trình $2^{x^2-2x+m}=4^{3x-m+2}$ có hai nghiệm x_1, x_2. Khi đó giá trị của biểu thức $P=(x_1)^2+(x_2)^2$ được kết quả là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 5. Phương trình $25^{2x}\cdot 125^{x^2}=\dfrac{1}{5}$ có bao nhiêu nghiệm âm? KQ: | | | | |

Câu 6. Nếu khối lượng carbon-14 trong cơ thể sinh vật lúc chết là M_0(g) thì khối lượng carbon-14 còn lại (tính theo gam) sau t năm được tính theo công thức $M(t)=M_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$ (g), trong đó $T=5730$ (năm) là chu kì bán rã của carbon-14. Nghiên cứu hoá thạch của một sinh vật, người ta xác định được khối lượng carbon-14 hiện có trong hoá thạch là $5\cdot 10^{-13}$ g. Nhờ biết tỉ lệ khối lượng của carbon-14 so với carbon-12 trong cơ thể sinh vật sống, người ta xác định được khối lượng carbon-14 trong cơ thể lúc sinh vật chết là $M_0=1{,}2\cdot 10^{-12}$(g). Sinh vật này sống cách đây bao nhiêu năm? (Làm tròn kết quả đến hàng trăm).

KQ: | | | | |

Câu 7. Công thức tính khối lượng còn lại của một chất phóng xạ từ khối lượng ban đầu M_0 là $M(t)=M_0\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{T}}$, trong đó t là thời gian tính từ thời điểm ban đầu và T là chu kì bán rã của chất. Đồng vị plutonium-234 có chu kì bán rã là 9 giờ.

(*Nguồn: https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/element/Plutonium#section=AtomicMass-Half-Life-and-Deca*)

Từ khối lượng ban đầu 200 g, sau bao lâu thì khối lượng plutonium-234 còn lại là 20 g?

KQ: | | | | |

Câu 8. Chất phóng xạ polonium-210 có chu kì bán rã là 138 ngày. Điều này có nghĩa là cứ sau 138 ngày, lượng polonium còn lại trong một mẫu chỉ bằng một nửa lượng ban đầu. Một mẫu 100 g có khối lượng polonium-210 còn lại sau t ngày được tính theo công thức $M(t)=100\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{t}{138}}$ (g).

(Nguồn:https://pubchem.ncbi.nlm.nih.gov/element/Polonium#section=Atomic-Mass-Half-Life-and-Decay)

Sau bao lâu thì còn lại 40 g polonium-210?

KQ: | | | | |

Câu 9. Theo dự báo, với mức tiêu thụ dầu không đổi như hiện nay thì trữ lượng dầu của nước A sẽ hết sau 100 năm nữa. Nhưng do nhu cầu thực tế, mức tiêu thụ tăng lên 4% mỗi năm. Hỏi sau bao nhiêu năm số dầu dự trữ của nước A sẽ hết? (làm tròn đến hàng đơn vị) KQ: | | | | |

Câu 10. Một nguồn âm đặt ở O đẳng hướng trong không gian có công suất truyền âm P không đổi. Biết rằng cường độ âm tại một điểm cách nguồn một đoạn R là $I=\dfrac{P}{4\pi R^2}$ và mức cường độ âm tại điểm đó là

$L = \log \dfrac{I}{I_0}$ Ben với I_0 là hằng số. Như vậy có thể thấy rằng R luôn tỉ lệ với $10^{-L/2}$. Áp dụng tính chất này để tính mức cường độ âm tại trung điểm M (*làm tròn đến hàng phần chục*) của đoạn thẳng AB biết mức cường độ âm tại A, B lần lượt là $L_A = 20$ dB, $L_B = 60$ dB và O nằm trên đoạn thẳng AB. KQ: | | | | |

3 Phương trình lôgarit

Câu 1. Phương trình $\log_3(x^2+4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = 0$ có bao nhiêu nghiệm? KQ: | | | | |

Câu 2. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3) + \log_4(x-5)^2 = 0$ là (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*) KQ: | | | | |

Câu 3. Giải phương trình $\log_2(x+3) - \log_2(x+1) = 1$. KQ: | | | | |

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) = -2$ là $x = a$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + 64$.

KQ: | | | | |

Câu 5. Phương trình $\log_2\left(3x - \sqrt{3}\right) + 2\log_{\frac{1}{4}}\left(x + 2\sqrt{3}\right) = 0$ có nghiệm $x = \dfrac{a}{b}\sqrt{3}$, ($\dfrac{a}{b}$ tối giản). Tính $S = a^2 + b^2$. KQ: | | | | |

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (0;10)$ để phương trình $\log_2[x(x-4)] = \log_2 m$ có hai nghiệm thực phân biệt? KQ: | | | | |

Câu 7. Công thức Định luật làm mát của Newton được cho như sau : $kt = \ln \dfrac{T-S}{T_0-S}$ trong đó t là số giờ trôi qua, T_0 là nhiệt độ lúc đầu, T là nhiệt độ sau t giờ, S là nhiệt độ môi trường (T_0, T, S theo cùng một đơn vị đo), k là một hằng số. Một cốc trà có nhiệt độ $96°C$, sau 2 phút nhiệt độ giảm còn $90°C$. Biết nhiệt độ phòng là $24°C$. Tính nhiệt độ của cốc trà sau 10 phút (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
KQ: | | | | |

Câu 8. Với nước biển có nồng độ muối 30%, nhiệt độ T (°C) của nước biển được tính bởi công thức $T = 7{,}9\ln(1{,}0245 - d) + 61{,}84$, ở đó d (g/cm^3) là khối lượng riêng của nước biển. Biết vùng biển khơi mặt ở một khu vực có nồng độ muối 30% và nhiệt độ là 8°C. Tính khối lượng riêng của nước biển ở vùng biển đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Câu 9. Tốc độ của gió S (dặm/giờ) gần tâm của một con lốc xoáy được tính bởi công thức $S = 93\log(d) + 65$, trong đó d (dặm) là quãng đường con lốc xoáy đó di chuyển được. Tính quãng đường con lốc xoáy đã di chuyển được, biết tốc độ của gió ở gần tâm bằng 140 dặm/giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
KQ: | | | | |

4 Bất phương trình mũ

Câu 1. Bất phương trình $3^{2x-5} > \dfrac{1}{9}$ có tập nghiệm là $S = \left(\dfrac{a}{b}; +\infty\right)$, với a, b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 2. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của một chiếc ô tô giảm đi 6% so với năm trước đó. Giả sử một chiếc ô tô lúc mới mua là 800 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm sử dụng thì giá trị còn lại của chiếc ô tô đó nhỏ hơn 600 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: | | | | |

"Sen vẫn nở trong bùn, không phải vì bùn đẹp, mà vì gốc rễ của sen ăn sâu vào nhân."

Câu 3. Các nhà khoa học xác định được chu kì bán rã của ${}^{14}_{6}\text{C}$ là 5730 năm, tức là sau 5730 năm thì số nguyên tử ${}^{14}_{6}\text{C}$ giảm đi một nửa. Một cây còn sống có lượng ${}^{14}_{6}\text{C}$ trong cây được duy trì không đổi. Nhưng nếu cây chết thì lượng ${}^{14}_{6}\text{C}$ trong cây phân rã theo chu kì bán rã của nó. Các nhà khảo cổ đã tìm thấy một mẫu gỗ cổ và đo được tỉ lệ phần trăm lượng ${}^{14}_{6}\text{C}$ còn lại trong mẫu gỗ cổ đó so với lúc còn sinh trưởng là 75%. Hỏi mẫu gỗ cổ đó đã chết cách đây bao nhiêu năm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? KQ: | | | |

Câu 4. Cô Liên gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo hình thức lãi kép có kì hạn là 12 tháng với lãi suất 6%/ năm. Giả sử qua các năm thì lãi suất không thay đổi và cô Liên không gửi thêm tiền vào mỗi năm. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì số tiền cô Liên có được cả gốc và lãi nhiều hơn 150 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? KQ: | | | |

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $x \in [5;10]$ thỏa mãn bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$?

KQ: | | | |

Câu 6. Biết rằng bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x} \geq \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1}$ có tập nghiệm là đoạn $[a;b]$. Tính $b-a$.

KQ: | | | |

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $11^{\sqrt{x+6}} \geq 11^{x}$ là $S=[a;b]$. Tính $a+b$.

KQ: | | | |

Câu 8. Số lượng vi khuẩn ban đầu trong một mẻ nuôi cấy là 500 con. Người ta lấy một mẫu vi khuẩn trong mẻ nuôi cấy đó, đếm số lượng vi khuẩn và thấy rằng tỉ lệ tăng trưởng vi khuẩn là 40% mỗi giờ. Khi đó số lượng vi khuẩn $N(t)$ sau t giờ nuôi cấy được ước tính bằng công thức sau

$$N(t)=500\text{e}^{0,4t}.$$

Hỏi sau bao nhiêu giờ nuôi cấy, số lượng vi khuẩn vượt mức 80000 con?

KQ: | | | |

Câu 9. Bác An gửi tiết kiệm ngân hàng 100 triệu đồng kì hạn 12 tháng, với lãi suất không đổi là 6% một năm. Khi đó sau n năm gửi thì tổng số tiền bác An thu được (cả vốn lẫn lãi) cho bởi công thức sau $A=100\cdot(1+0{,}06)^{n}$ (triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, tổng số tiền bác An thu được không dưới 150 triệu đồng? KQ: | | | |

Câu 10. Bộ Y tế phát đi một thông tin tuyên truyền về phòng chống dịch COVID-19. Thông tin này lan truyền đến người dân theo công thức $P(t)=\dfrac{1}{1+a\text{e}^{-kt}}$, với $P(t)$ là tỉ lệ dân số nhận được thông tin vào thời điểm t và a, k là các hằng số dương. Cho $a=3$, $k=\dfrac{1}{2}$ với t đo bằng giờ. Hỏi cần phải ít nhất bao lâu để hơn 90% dân số nhận được thông tin?

KQ: | | | |

5 Bất phương trình lôgarit

Câu 1. Bất phương trình $\log_3(x^2-x+7)<2$ có tập nghiệm là khoảng $(a;b)$. Tính $b-a$.

KQ: | | | |

Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)-\log_{\frac{1}{3}}x>1$ là $S=(a;+\infty)$. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

KQ: | | | |

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Đại học ước mơ – Vững tâm sự giúp

Câu 3. Bất phương trình $\log_2(2^x+1) > x+2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-2024; 2024]$?

KQ: | | | | |

Câu 4. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $2\log_2\sqrt{x+1} \le 2 - \log_2(x-2)$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 5. Cho bất phương trình $\log_3(x^2-x+2)+1 \ge \log_3(x^2+x+m-3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi giá trị x thuộc đoạn $[0; 6]$?

KQ: | | | | |

Câu 6. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài sinh vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu phần trăm mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t) = 60 - 15\ln(t+1)$, $t > 0$ (đơn vị phần trăm). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì nhóm học sinh chỉ nhớ được không vượt quá 10% danh sách đó?

KQ: | | | | |

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt thành nhân"

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 2

ĐẠO HÀM VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ



NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm chuyên nghiệp

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Đạo hàm

a) **Đạo hàm của một số hàm số**

Đạo hàm của hàm số sơ cấp cơ bản thường gặp	Đạo hàm của hàm hợp (ở đây $u = u(x)$)
$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$	$(u^n)' = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$
$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin u)' = u' \cdot \cos u$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos u)' = -u' \cdot \sin u$
$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$
$(\cot x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$
$(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$	$(\mathrm{e}^u)' = u' \cdot \mathrm{e}^u$
$(a^x)' = a^x \ln a$	$(a^u)' = u' \cdot a^u \ln a$
$(\ln x)' = \frac{1}{x}$	$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$	$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a}$

b) **Đạo hàm của tổng, hiệu, tích, thương**

Giả sử $u = u(x)$, $v = v(x)$ là các hàm số có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định. Ta có

$$(u+v)' = u' + v'; \qquad (u-v)' = u' - v';$$

$$(uv)' = u'v + uv'; \qquad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad (v = v(x) \neq 0).$$

Hệ quả: Cho $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm tại điểm x thuộc khoảng xác định.

- Nếu c là một hằng số thì $(cu)' = cu'$.
- $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2} \quad (u = u(x) \neq 0)$

a)

2 Tính đơn điệu của hàm số

Định lí 1 Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập $K \subset R$, trong đó K là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng. Nếu $f'(x) \geq 0$ (hoặc $f'(x) \leq 0$) với mọi x thuộc K và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm của K thì hàm số $f(x)$ đồng biến (hoặc nghịch biến) trên K.

b) **Các bước để tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số** $f(x)$

- Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = f(x)$.
- Bước 2. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
- Bước 3. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- Bước 4. Căn cứ vào bảng biến thiên, nêu kết luận về các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Ta cũng có thể nhận biết tính đơn điệu của hàm số bằng cách quan sát hình dáng của đồ thị đi lên (hàm số đồng biến) hoặc đi xuống (hàm số nghịch biến).

3 Điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số

Định nghĩa 1 Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập $K \subset R$, trong đó K là một khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng và $x_0 \in K, x_1 \in K$.

a)
- x_0 được gọi là một điểm cực đại của hàm số đã cho nếu tồn tại một khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 sao cho $(a; b) \subset K$ và $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (a; b)$ và $x \neq x_0$.
  Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số đã cho, kí hiệu là $f_{CĐ}$.
- x_1 được gọi là một điểm cực tiểu của hàm số đã cho nếu tồn tại một khoảng $(c; d)$ chứa điểm x_1 sao cho $(c; d) \subset K$ và $f(x) > f(x_1)$ với mọi $x \in (c; d)$ và $x \neq x_1$.
  Khi đó, $f(x_1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số đã cho, kí hiệu là f_{CT}.
- Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị. Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là giá trị cực tri (hay cực tri).

Nếu x_0 là một điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

b) **Dấu hiệu nhận biết cực trị của hàm số bằng đạo hàm**

Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$.

Khi đó

- Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; x_0)$ và $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (x_0; b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0.
- Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; x_0)$ và $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (x_0; b)$ thì hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

c) **Các bước để tìm điểm cực trị của hàm số** $f(x)$

- Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số $f(x)$.
- Bước 2. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i (i = 1, 2, \ldots, n)$ mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
- Bước 3. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- Bước 4. Căn cứ vào bảng biến thiên, nêu kết luận về các điểm cực trị của hàm số.

"Sen vẫn nở trong ao từ nước đục, người chuyên cần ắt sẽ thành nhân"

4 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Định nghĩa 2 Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathscr{D}$.

- Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathscr{D}$, kí hiệu $M = \max\limits_{\mathscr{D}} f(x)$, nếu $f(x) \le M$ với mọi $x \in \mathscr{D}$ và tồn tại $x_0 \in \mathscr{D}$ sao cho $f(x_0) = M$.
- Số m được gọi là giá tri nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathscr{D}$, kí hiệu $m = \min\limits_{\mathscr{D}} f(x)$, nếu $f(x) \ge m$ với mọi $x \in \mathscr{D}$ và tồn tại $x_1 \in \mathscr{D}$ sao cho $f(x_1) = m$.

Cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm

Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$, có thể trừ một số hữu hạn điểm. Nếu $f'(x) = 0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm thuộc khoảng $(a;b)$ thì ta có quy tắc tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ nhu sau:

- Bước 1. Tìm các điểm $x_1, x_2, \ldots, x_n$ thuộc khoảng $(a;b)$ mà tại đó hàm số có đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
- Bước 2. Tính $f(x_1), f(x_2), \ldots, f(x_n), f(a)$ và $f(b)$.
- Bước 3. So sánh các giá trị tìm được ở Bước 2.
  Số lớn nhất trong các giá trị đó là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$, số nhỏ nhất trong các giá trị đó là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$.

5 Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

a) Đường tiệm cận ngang
Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$.

b) Đường tiệm cận đứng
Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thoả mãn hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty$
hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty$
hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty$.

c) Đường tiệm cận xiên
Đường thẳng $y = ax + b\,(a \ne 0)$ được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu

$$\lim_{x\to+\infty}[f(x) - (ax+b)] = 0 \quad \text{hoặc} \quad \lim_{x\to-\infty}[f(x) - (ax+b)] = 0.$$

6 Sơ đồ khảo sát hàm số

- **Bước 1:** Tìm tập xác định của hàm số.
- **Bước 2:** Xét sự biến thiên của hàm số.
  - Tìm các giới hạn tại vô cực, giới hạn vô cực và tìm các đường tiệm cận của đồ thị (nếu có).
  - Lập bảng biến thiên của hàm số, bao gồm: Tính đạo hàm của hàm số, xét dấu đạo hàm, xét chiều biến thiên và tìm cực trị của hàm số (nếu có), điền các kết quả vào bảng.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Bước 3: Vẽ đồ thị hàm số
- Vẽ các đường tiệm cận (nếu có).
- Xác định các điểm đặc biệt của đồ thị: Cực trị, giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ (trong trường hợp đơn giản), ...
- Nhận xét về đặc điểm của đồ thị: Chỉ ra tâm đối xứng, trục đối xứng (nếu có).

B. VÍ DỤ MINH HỌA

1 Đạo hàm

VÍ DỤ 1

Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y=\sqrt{x^2-2x+7}$;

b) $y=\sqrt{4-x^2}$;

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$

b) $y=\dfrac{2x-1}{4x-3}$

c) $y=\dfrac{5x}{1-4x}$.

d) $y=\dfrac{x^2-3x+7}{2x-5}$

e) $y=\dfrac{2x-5}{x^2+x+2}$

f) $y=\dfrac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$.

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong ao, người chuyên cần thành n"

Công thức tính nhanh:

① $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

② $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)' = \dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} x^2 + 2\cdot\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$

- *Định thức trên tử số, ta nhân theo chiều "dấu huyền" trừ cho "dấu sắc".*
- *Nghĩa là:* $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$.

VÍ DỤ 3

Cho hàm số $y = x^3 - x^2 - 5x + 2$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + mx + 5$. Tìm m sao cho $f'(x) \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Đạo tạo tâm – Nâng tầm sự nghiệp

VÍ DỤ 5

Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = 2\cos x + 3\sin x$;

b) $y = \tan x + 3\cot x$;

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = 7\sin 4x - 2\cos 5x$.

b) $y = \tan 2x - 2\cot 2x$.

c) $y = \cos 3x + \tan(x^2 + 2x)$.

d) $y = \sin 2x - \cot\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$.

e) $y = \sin\sqrt{1 + x^2}$.

f) $y = \cos(\cos x)$.

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người sẽ thành nhà"

VÍ DỤ 7

Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = \mathrm{e}^{1-2x}$;

b) $y = \log_8(x^2 - 3x - 4)$;

c) $y = 3^x$;

d) $y = 2^{2x}$;

e) $y = \dfrac{x+1}{2^x}$;

f) $f(x) = \ln\dfrac{x}{x+3}$.

Lời giải.

2 Tính đơn điệu và cực trị của hàm số

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Xét tính đơn điệu của hàm số đã cho.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

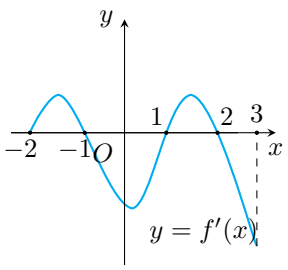
x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 3]$ đồng thời hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xét tính đơn điệu của hàm số đã cho.



Lời giải.

VÍ DỤ 4

Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x - 5$. Xét tính đơn điệu của hàm số đã cho.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Xét tính đơn điệu của hàm số $y = \dfrac{2x-4}{3x+5}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(3x+4)^5(3-x)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Xét tính đơn điệu của hàm số đã cho.

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Tìm m để hàm số $y=\dfrac{(m-1)x-2m}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Tìm m để hàm số $y=x^3-mx^2+(m^2-3m)x+m^3-2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Tìm m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

Lời giải.

"Sen vẫn mở trước độc, Người đi cần ắt sẽ thành"

VÍ DỤ 10

Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + t + 10$ trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng (m). Xác định khoảng thời gian mà vận tốc của chất điểm tăng.

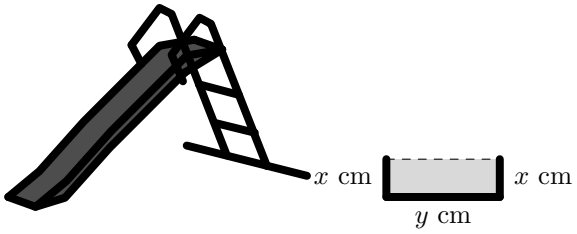
Lời giải.

VÍ DỤ 11

Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (*Hình a*) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở *Hình b*. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.

a) Gọi S là diện tích mặt cắt. Tìm điều kiện của x và viết công thức tính S theo x.

b) Diện tích mặt cắt sẽ tăng hay giảm khi chúng ta tăng giá trị của x từ 0 cm đến 10 cm?



a) b)

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam trong các năm từ 2010 đến 2017 có thể được tính xấp xỉ bằng công thức $f(x) = 0{,}01x^3 - 0{,}04x^2 + 0{,}25x + 0{,}44$ (tỉ USD) với x là số năm tính từ 2010 đến 2017 ($0 \le x \le 7$).

(*Theo:* https://infographics.vn/interactive-xuat-khau-rau-qua-du-bao-bung-no-dat-4-ty-usd-trong-nam-2023/116220.vna)

a) Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x)$.

b) Chứng minh rằng kim ngạch xuất khẩu rau quả của Việt Nam tăng liên tục trong các năm từ 2010 đến 2017.

Lời giải.

VÍ DỤ 13

Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m với vận tốc ban đầu là 24,5 m/s. Trong Vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức

$$h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2.$$

Hỏi tại từ thời điểm $t = 3$ (giây) đến $t = 4$ (giây), thì độ cao của vật tăng hay giảm?

Lời giải.

VÍ DỤ 14

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-4		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu, giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho.

Lời giải.

VÍ DỤ 15

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-7		4		8		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu của hàm số đã cho.

Lời giải.

VÍ DỤ 16

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)^2(x-6)^5\left(x^2+x+1\right), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

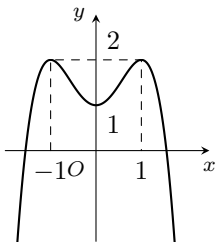
Lời giải.

VÍ DỤ 17

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau

a) Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu, giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho.

b) Tính khoảng cách giữa hai điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho.



Lời giải.

VÍ DỤ 18

Tìm cực trị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - x + 3$.

Lời giải.

VÍ DỤ 19

Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 3}{x - 3}$. Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu, giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đã cho.

Lời giải.

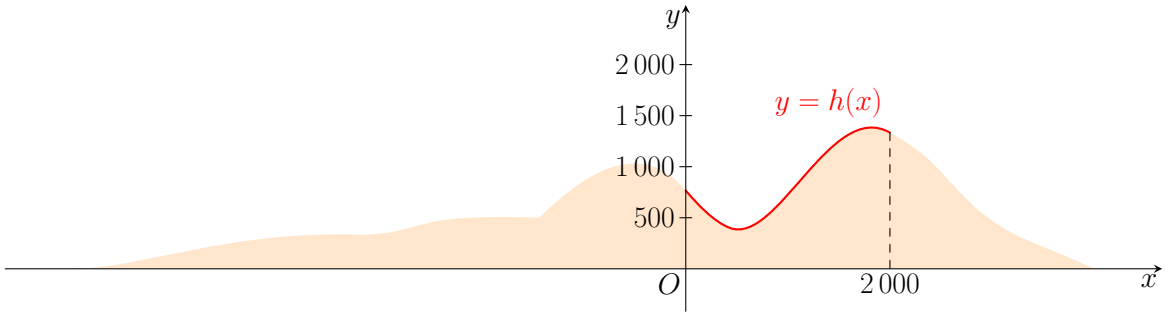
VÍ DỤ 20

Một phần lát cắt của dãy núi có độ cao tính bằng mét được mô tả bởi hàm số

$$y = h(x) = -\frac{1}{1\,320\,000}x^3 + \frac{9}{3\,520}x^2 - \frac{81}{44}x + 840, \text{ với } 0 \le x \le 2\,000.$$

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm chuyên nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Tìm tọa độ các đỉnh của lát cắt dãy núi trên đoạn $[0; 2\,000]$.



Lời giải.

VÍ DỤ 21

Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong một năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số

$$f(t) = \frac{5000}{1 + 5\mathrm{e}^{-t}},\ t \geq 0,$$

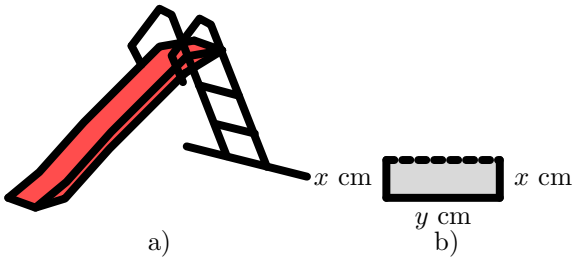
trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là cực đại?

Lời giải.

"Sen văn học độc, Người chuyên cần ắt sẽ t

VÍ DỤ 22

Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (*Hình 5a*) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở *Hình 5b*. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.



Hình 5

a) Gọi S là diện tích mặt cắt. Tìm điều kiện của x và viết công thức tính S theo x.

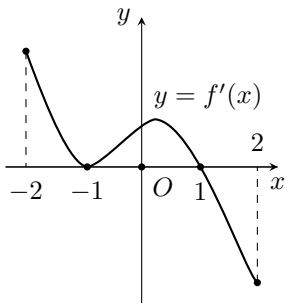
b) Với x đạt giá trị bằng bao nhiêu thì mức độ đảm bảo an của cầu trượt đạt cực đại?

Lời giải.

3 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-2;-2]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Khi đó hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2;2]$ tại điểm x_0 nào dưới đây ?



A $x_0 = 2$. **B** $x_0 = -1$. **C** $x_0 = -2$. **D** $x_0 = 1$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-3;2]$ như hình bên.

x	-3		-1		1		2
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	‖
$f(x)$	‖	↗	0	↘	-2	↗	3 ‖
		-5					

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho.

b) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho.

Lời giải.

"Sen vàng từ nước độc, Người chuyên cần."

VÍ DỤ 3

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 4$ trên $[-4; 4]$.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{2x^2 + 5x + 4}{x + 2}$ trên $[0; 1]$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x}$ trên khoảng $(0; 1)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình

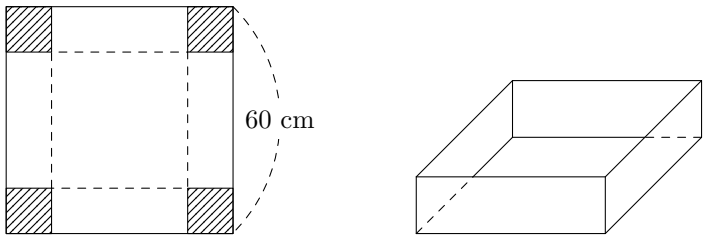
$$s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5,$$

trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Từ một tấm bìa carton hình vuông có độ dài cạnh bằng 60 cm, người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gập thành một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp (H.1.14). Tính cạnh của các hình vuông bị cắt sao cho thể tích của chiếc hộp là lớn nhất.



Hình 1.14

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong gò từ nước đến càn ắt sẽ thành"

VÍ DỤ 8

Khi xây nhà, chủ nhà cần làm một bồn nước bằng gạch và xi măng có dạng hình hộp đứng đáy là hình chữ nhật có chiều rộng là x (m), chiều dài gấp 2 lần chiều rộng và không nắp, có chiều cao là h (m), có thể tích là $\frac{4}{3}$ m^3. Tìm chiều rộng của đáy hình chữ nhật để chi phí xây dựng là thấp nhất.

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 50000 đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Công ty đã tìm ra phương án cho thuê đạt lợi nhuận lớn nhất. Hỏi thu nhập nhiều nhất công ty có thể đạt được trong một tháng là bao nhiêu?

Lời giải.

Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

4 Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

VÍ DỤ 1

Tìm tất cả tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ biết $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 3$; $\lim\limits_{x\to -7} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 5^-} f(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -6$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$		-4		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$	↗	7	↘	-6
			-2				

Tìm tất cả tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Lời giải.

"Sen muốn được độc, Người chuyên thành nhân."

VÍ DỤ 3

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	2

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{5}{2f(x) - 3}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x - 1}{2x + 5}$.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Nâng tầm tri thức – Dạy học từ tâm – the BEST or NOTHING

VÍ DỤ 5

Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2 - \dfrac{-5}{x-3}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Tìm các tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số sau:

a) $y = \dfrac{x^2+2}{2x-4}$; b) $y = \dfrac{2x^2-3x-6}{x+2}$; c) $y = \dfrac{2x^2+9x+11}{2x+5}$.

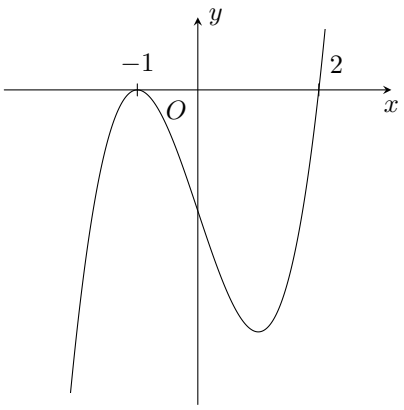
Lời giải.

Sẽ vẫn mở trong gạo từ nước độc, ...

VÍ DỤ 7

Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}}{(x-3)\cdot f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A 5. **B** 2. **C** 4. **D** 3.

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Theo thuyết tương đối hẹp, khối lượng m (kg) của một hạt phụ thuộc vào tốc độ di chuyển v(km/s) của nó trong hệ quy chiếu quán tính theo công thức $m(v)=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$, trong đó m_0 là khối lượng nghỉ của hạt, $c=300000$ km/s là tốc độ ánh sáng. Tìm tiệm cận của đồ thị hàm số khối lượng hạt.

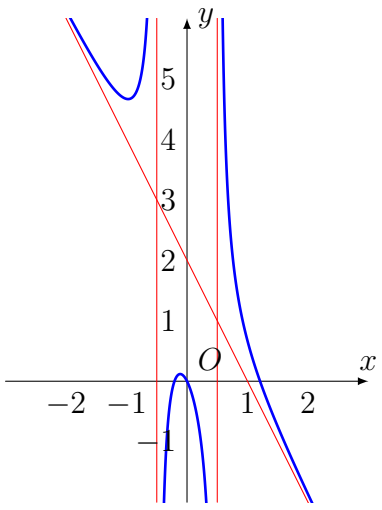
Lời giải.

VÍ DỤ 9

Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50 000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x $(x\geq 1)$ là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}$.

a) Xem $M(x)$ là hàm số theo x xác định trên nửa khoảng $[1;+\infty)$, tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số này.

b) Nêu nhận xét về chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A khi x đủ lớn.

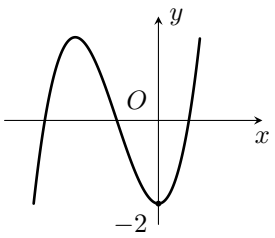


Lời giải.

5 Khảo sát hàm số

VÍ DỤ 1

Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

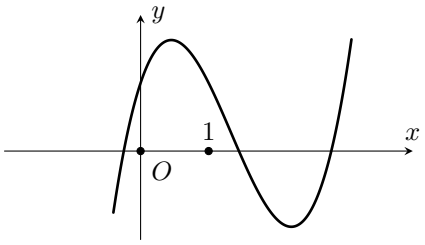


A $y=-x^3+x^2-2$.
B $y=x^3+3x^2-2$.
C $y=x^3-3x+2$.
D $y=x^2-3x-2$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$.
B $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.
C $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.
D $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$-\infty$ / $+\infty$	$\searrow$	1

A $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. **B** $y=\dfrac{4x-6}{x-2}$. **C** $y=\dfrac{3-x}{2-x}$. **D** $y=\dfrac{x+5}{x-2}$.

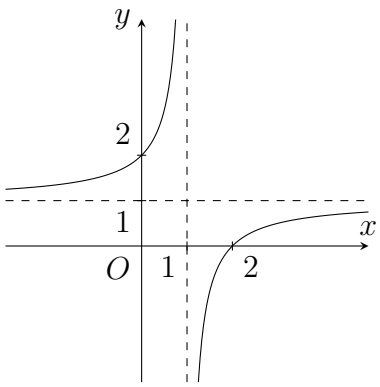
Lời giải.

VÍ DỤ 4

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?

A $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$.

C $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.



Lời giải.

VÍ DỤ 5

Bảng biến thiên sau là của một trong bốn hàm số sau.

x	$-\infty$		-10		-4		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↗ $+\infty$	‖	↗	0	↘	
			24		$-\infty$				$-\infty$

Hỏi đó là hàm số nào?

A $y=\dfrac{x^2-3x+4}{-x-4}$. **B** $y=\dfrac{x^2-4x+4}{-x-4}$. **C** $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x+4}$. **D** $y=\dfrac{x^2-4x+4}{x+4}$.

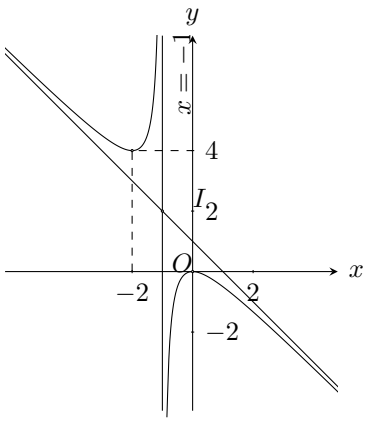
Lời giải.

VÍ DỤ 6

Đồ thị hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?

A $y=\dfrac{x^2-x}{x+1}$. **B** $y=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$.

C $y=\dfrac{x^2+1x+2}{x+1}$. **D** $y=\dfrac{-x^2}{x+1}$.



Lời giải.

VÍ DỤ 7

Một cốc chứa 30ml dung dịch KOH (potassium hydroxide) với nồng độ 100mg/ml. Một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 8mg/ml được trộn vào cốc. Tính nồng độ KOH trong cốc sau khi trộn 10(ml) từ bình chứa.

Lời giải.

VÍ DỤ 8

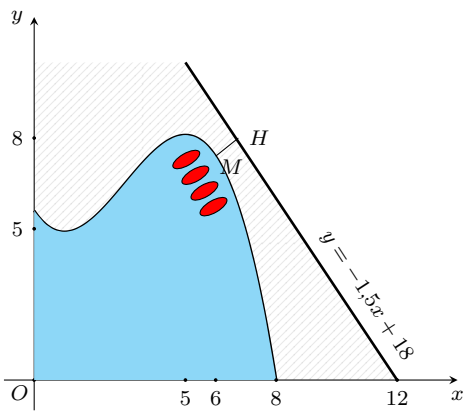
Dân số của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \dfrac{26t + 10}{t + 5}$ (nghìn người). Biết đạo hàm của hàm số $y = f(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn.
(*Nguồn: Giải tích 12 Nâng cao, NXBGD Việt Nam,* 2020).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Dân số của thị trấn vào năm 2022 là 23 895 (nghìn người).		
b) Tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm) là $f'(t) = \dfrac{120t}{(t+5)^2}$.		
c) Tốc độ tăng dân số vào năm 2022 của thị trấn là $f'(52) = \dfrac{40}{1\,083}$.		
d) Năm 1990 có tốc độ tăng dân số là 0,192 nghìn người/năm.		

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Cho hồ nước trong công viên (mô hình minh họa), nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = \dfrac{1}{10}\left(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56\right)$. Đơn vị độ dài trên mỗi trục là 100 m (*Nguồn: A. Bigalke et al, Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016*).



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đường dạo ven hồ chạy dọc theo trục Ox dài 800 m.		
b) Vật thể có tọa độ $(3;7)$ ở ngoài phạm vi hồ nước.		
c) Khoảng cách xa nhất, tính theo phương thẳng đứng, giữa phần cong và phần thẳng của bờ hồ là 810 m.		
d) Trong công viên, người chọn vị trí điểm $M(6;7)$ để xây dựng bến thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ đó đến đường thẳng $d\colon y = -1{,}5x + 18$ ngắn nhất.		

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1 Đạo hàm

Câu 1. Cho các hàm số $u = u(x), v = v(x)$ có đạo hàm tại mọi x thuộc tập xác định. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A $(u+v)' = u' + v'$. B $(uv)' = u'v + uv'$. C $(u^n)' = nu^{n-1}$. D $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y = 5x^3 - x^2 - 1$ là

A $15x^2 - 2x - 1$. B $15x^2 - 2x$. C $15x^2 - 2x$. D $-2x$.

Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 5x + 2017$ là

A $y' = x^3 - 6x - 5$. B $y' = 4x^3 - 6x - 5$. C $y' = 4x^3 - 6x + 2017$. D $y' = 4x^3 + 6x - 5$.

Câu 4. Hàm số $y = \sqrt{2x+1}$ có đạo hàm là

A $\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$. B $\sqrt{2x+1}$. C 2. D $\dfrac{1}{2\sqrt{2x+1}}$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước tục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{2x}{x-1}$.

A $y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2}$. B $y' = \dfrac{2}{(x-1)^2}$. C $y' = \dfrac{3}{(x-1)^2}$. D $y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y = \dfrac{x^2-2x-1}{x-2}$ bằng

A $y' = \dfrac{x^2-4x+5}{(x-2)^2}$. B $y' = \dfrac{x^2-6x+5}{(x-2)^2}$. C $y' = \dfrac{x^2-6x+4}{(x-2)^2}$. D $y' = \dfrac{x^2-6x-1}{(x-2)^2}$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = (x^3-2x^2)^2$ bằng

A $6x^5-20x^4-16x^3$. B $6x^5-20x^4+4x^3$. C $6x^5+16x^3$. D $6x^5-20x^4+16x^3$.

Câu 8. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $(\cos x)' = -\sin x$. B $(\cos x)' = \sin x$. C $(\sin x)' = -\cos x$. D $(\cos x)' = \sin^2 x$.

Câu 9. Hàm số $y = \sin\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$ có đạo hàm bằng

A $y' = 2\sin 2x$. B $y' = -2\sin 2x$. C $y' = \cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$. D $y' = 2\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-2x\right)$.

Câu 10. Hàm số $y = \sqrt{\cot 2x}$ có đạo hàm là

A $-\dfrac{1+\tan^2 2x}{2\sqrt{\cot 2x}}$. B $-\dfrac{1+\tan^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$. C $-\dfrac{1+\cot^2 2x}{2\sqrt{\cot 2x}}$. D $-\dfrac{1+\cot^2 2x}{\sqrt{\cot 2x}}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = \tan\left(x-\dfrac{2\pi}{3}\right)$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A 4. B -3. C $\sqrt{3}$. D $-\sqrt{3}$.

Câu 12. Đạo hàm của hàm số $y = \sin^2 2x$ là

A $y' = 2\cos 2x$. B $y' = 2\sin 2x$. C $y' = \sin 4x$. D $y' = 2\sin 4x$.

Câu 13. Đạo hàm của hàm số $y = \cos 2x$ là

A $\sin 2x$. B $-\sin 2x$. C $-2\sin 2x$. D $2\cos 2x$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y = \cot 3x$ là

A $\dfrac{-1}{\sin^2 3x}$. B $\dfrac{3}{\sin^2 3x}$. C $\dfrac{-3}{\sin^2 3x}$. D $\dfrac{1}{\sin^2 3x}$.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A $5^x \cdot \log 5$. B $5^x \cdot \ln 5$. C 5^{x-1}. D $x \cdot 5^{x-1}$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = \log_5 x$ là

A $\dfrac{1}{x\log 5}$. B $5^x \cdot \ln 5$. C $\dfrac{1}{x}$. D $\dfrac{1}{x\ln 5}$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2-2x-3}$ là

A $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x^2-2x-3}}$. B $y' = \dfrac{x-1}{2\sqrt{x^2-2x-3}}$. C $y' = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x-3}}$. D $y' = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x-3}}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x) = mx^3+x^2+x-5$. Tìm m để $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A $m = 0$. B $m < 1$. C $m < 0$. D $m > 0$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để $f'(x) > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

A $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. **B** $[-2; 4]$. **C** $(-\infty; -2) \cup [4; +\infty)$. **D** $(-2; 4)$.

2 Tính đơn điệu và cực trị của hàm số

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A $(-\infty; 1)$. **B** $(-1; +\infty)$. **C** $(0; 1)$. **D** $(-\infty; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	1	↗	$+\infty$	$-\infty$	↗	↘	$-\infty$

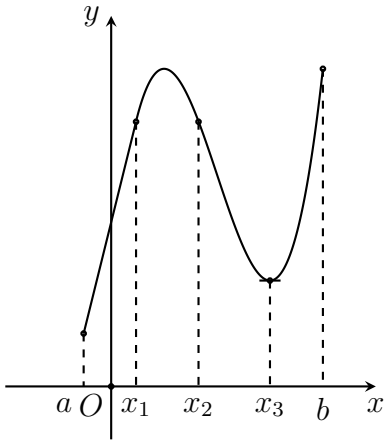
A Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

B Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

D Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trong khoảng $(a; b)$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là sai?



"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

A $f'(x_2) > 0$.

B $f'(x_3) = 0$.

C Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a; b)$.

D $f'(x_1) > 0$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

B Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

C Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

D Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 2$.

B $y = \dfrac{2x + 2}{x - 1}$.

C $y = -x^4 + 3$.

D $y = -x^3 - 2x^2 + 5$.

Câu 6. Cho hàm số x có $f'(x) = (x-2)(x+5)(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A $(2; +\infty)$. **B** $(-2; 0)$. **C** $(0; 1)$. **D** $(-6; -1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

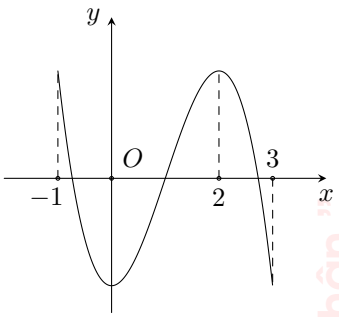
A $(2; +\infty)$. **B** $(-1; 1)$. **C** $(1; 2)$. **D** $(-\infty; -1)$.

Câu 8. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ đồng biến trên khoảng nào trong những khoảng sau?

A $(-1; 3)$. **B** $(4; 5)$. **C** $(0; 4)$. **D** $(-2; 2)$.

Câu 9.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ và có đồ thị hàm số như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=2$.

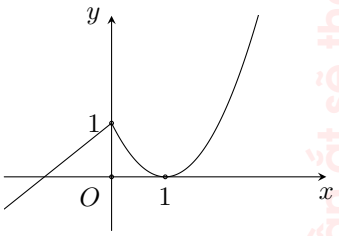
B Hàm có có hai điểm cực tiểu là $x=0$, $x=3$.

C Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, cực đại tại $x=-1$.

D Hàm số có hai điểm cực đại là $x=-1$, $x=2$.

Câu 10.

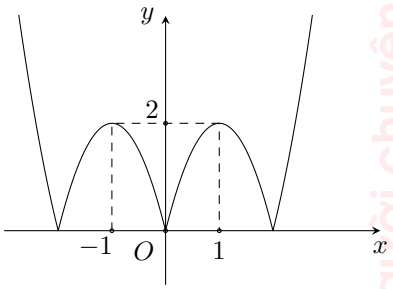
Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 11.

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

A $x=-3$. **B** $x=-1$. **C** $x=1$. **D** $x=2$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A $x=0$. **B** $x=1$. **C** $x=2$. **D** $x=5$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số bằng

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 5.

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây sai?

A Hàm số có hai điểm cực tiểu.

B Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

C Hàm số có ba điểm cực trị.

D Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	0	$+$		$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A $(-2;2)$. **B** $(-2;+\infty)$. **C** $(-\infty;0)$. **D** $(-2;1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A $(0;2)$. **B** $(0;+\infty)$. **C** $(-2;+\infty)$. **D** $(1;2)$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là:

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

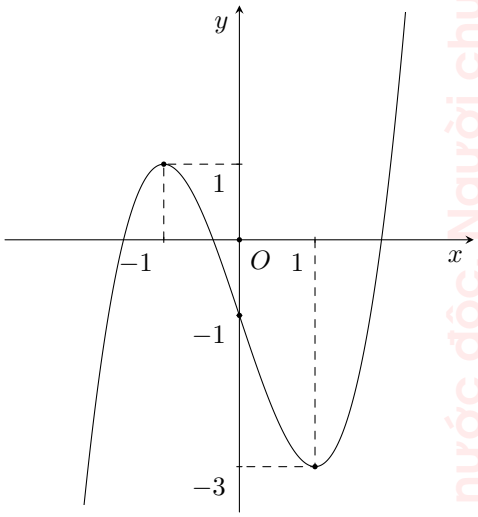
A $(0;2)$. **B** $(0;+\infty)$. **C** $(-\infty;0)$. **D** $(-\infty;2)$.

Câu 20.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như *Hình 4*. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A $x_{CT} = -1, x_{CĐ} = 1$. **B** $x_{CT} = -3, x_{CĐ} = 1$.

C $x_{CT} = 1, x_{CĐ} = -3$. **D** $x_{CT} = 1, x_{CĐ} = -1$.



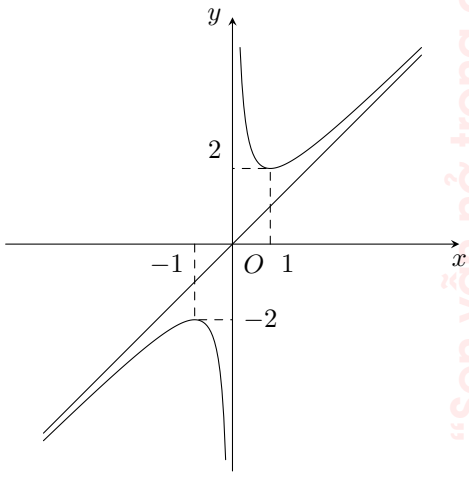
Hình 4

Câu 21.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.
Phát biểu nào sau đây là đúng?

A $y_{CT} = 1, y_{CĐ} = 2$. **B** $y_{CT} = 2, y_{CĐ} = -1$.

C $y_{CT} = -2, y_{CĐ} = 2$. **D** $y_{CT} = 2, y_{CĐ} = -2$.



Câu 22. Cho hàm số $y = \dfrac{5-x}{x+2}$. Mệnh đề nào đúng?

A Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

B Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

C Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

D Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 23. Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

A $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
B $(-2;0)$.
C $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.
D $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Câu 24. Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y=\dfrac{x}{x^2+1}$.

A $(-1;1)$.
B $(0;+\infty)$.
C $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
D $(-\infty;+\infty)$.

Câu 25. Hàm số $y=\sqrt{25-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây ?

A $(-5;0)$. **B** $(0;5)$. **C** $(-\infty;0)$. **D** $(0;+\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}-x$. Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A $(0;1)$. **B** $(-\infty,1)$. **C** $(1;+\infty)$. **D** $(1;2)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=xe^x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $x=1$ là điểm cực đại của hàm số.
B $x=-1$ là điểm cực đại của hàm số.
C $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số.
D $x=-1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x)=x^2-5x-6,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

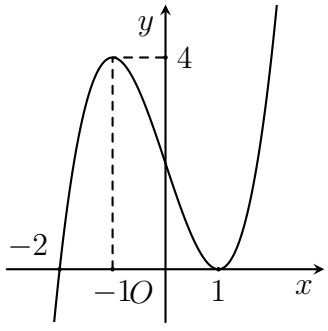
A $(0;3)$. **B** $(-6;1)$. **C** $(-\infty;-1)$. **D** $(6;+\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x\,(x+2)^2,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 30.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

B Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

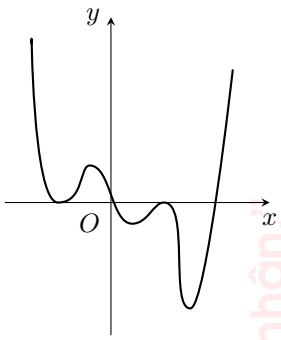
C Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

D Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Câu 31.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là



A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 32. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB?

A $M(0;-1)$. **B** $N(1;-10)$. **C** $P(1;0)$. **D** $Q(-1;10)$.

Câu 33. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx + m$ có hai điểm cực trị là

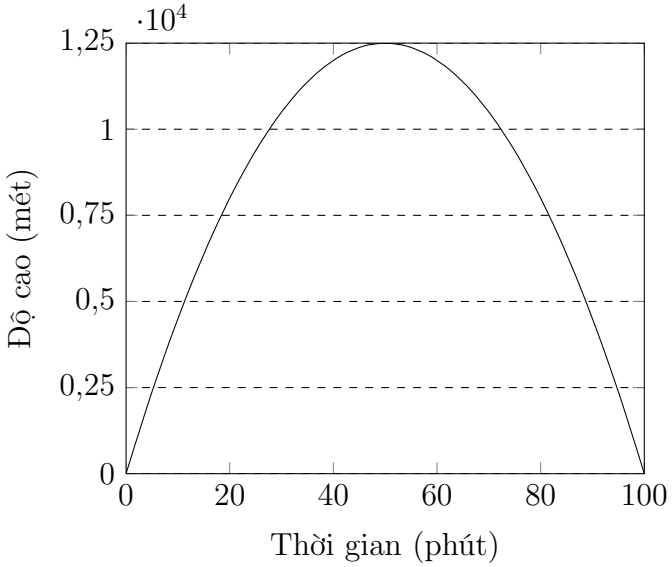
A $(0;2)$. **B** $(-\infty;0) \cup (2;+\infty)$. **C** $(0;8)$. **D** $(-\infty;0) \cup (8;+\infty)$.

Câu 34. Cho hàm số $y = 2x^3 + bx^2 + cx + 1$. Biết $M(1;-6)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Điểm cực đại N của đồ thị hàm số là

A $N(2;21)$. **B** $N(-2;21)$. **C** $N(-2;11)$. **D** $N(2;6)$.

Câu 35. Đồ thị dưới mô tả sự thay đổi độ cao của một máy bay. Độ cao của máy bay giảm trong khoảng thời gian nào?

Sự thay đổi độ cao của máy bay theo thời gian



A $(0;50)$. **B** $(50;100)$. **C** $(0;100)$. **D** $(40;60)$.

Câu 36. Một công ty bất động sản đang muốn tăng doanh thu bằng cách tăng giá thuê căn hộ mỗi tháng lên x (đồng/tháng) $(x \geq 0)$. Doanh thu hàng tháng của công ty là một hàm số $T(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	0		$250\,000$		$+\infty$
$T'(x)$		$+$	0	$-$	
$T(x)$	0	↗	T_0	↘	0

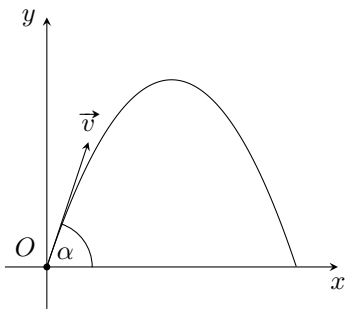
"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân"

Số tiền tăng thêm trong khoảng nào thì doanh thu hàng tháng của công ty sẽ tăng.

A $(0; 250\,000)$. **B** $(-\infty; 250\,000)$. **C** $(250\,000; 1\,000\,000)$. **D** $(250\,000; +\infty)$.

Câu 37.

Một vật được ném từ mặt đất lên trời xiên góc α so với phương nằm ngang với vận tốc ban đầu $v_0 = 9$ m/s (Hình vẽ). Khi đó quỹ đạo chuyển động của vật tuân theo phương trình $y = \dfrac{-g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \tan \alpha$, ở đó x (mét) là khoảng cách vật bay được theo phương ngang từ điểm ném, y (mét) là độ cao so với mặt đất của vật trong quá trình bay, g là gia tốc trọng trường (theo Vật lí đại cương, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2016).



Khi góc $\alpha = 60°$, thì y đồng biến trên khoảng nào? (giả sử gia tốc trọng trường là $g = 9{,}8$ m/s^2).

A $(0; 3{,}58)$. **B** $(3{,}58; 5)$. **C** $(0; 4)$. **D** $(0; +\infty)$.

Câu 38. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ (kết quả khảo sát được trong 8 tháng vừa qua). Xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t.

A Từ ngày đầu tiên đến ngày thứ 10 tốc độ truyền bệnh tăng dần.

B Từ ngày thứ 10 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh giảm dần.

C Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần.

D Từ ngày thứ 15 đến ngày thứ 20 tốc độ truyền bệnh tăng dần rồi giảm dần kể từ ngày thứ 21.

Câu 39. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S = t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm từ thời điểm $t = 1$ đến thời điểm $t = 2$ giây thay đổi như thế nào?

A Gia tốc tăng rồi giảm. **B** Gia tốc giảm.

C Gia tốc tăng. **D** Gia tốc không thay đổi.

Câu 40. Nhân dịp Ngày Quốc tế phụ nữ 8 - 3, câu lạc bộ mĩ thuật của An muốn tổ chức kinh doanh thiệp chúc mừng ngày 8 - 3 để gây quỹ sinh hoạt cho câu lạc bộ. Mỗi tấm thiệp mua về với giá 8 nghìn đồng. Các bạn trong câu lạc bộ sẽ sáng tác thêm nội dung của thiệp (vẽ thêm hình ảnh người, hoa cỏ, lời chúc ...) và sau đó bán lại. Với mức giá bán 20 nghìn đồng cho 1 tấm thiệp, câu lạc bộ có thể bán được 500 chiếc. Cứ với mỗi 1 nghìn đồng giảm giá, số lượng hàng bán ra tăng thêm 50 chiếc. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A Khi giá giảm từ 1 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ sẽ giảm.

B Khi giá giảm từ 5 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ không đổi.

C Khi giá giảm từ 1 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ sẽ tăng.

D Khi giá giảm từ 5 nghìn đồng đến 20 nghìn đồng thì lợi nhuận của câu lạc bộ sẽ tăng.

Câu 41. Một xe khách tuyến có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu chuyến xe chở x hành khách thì giá cho mỗi hành khách là $50\,000\left(3 - \dfrac{x}{40}\right)^2$ (đồng). Doanh thu của xe tăng dần khi số hành khách x nằm trong khoảng

A $(10;40)$. **B** $(20;50)$. **C** $(40;60)$. **D** $(0;60)$.

Câu 42. Một công ty dự kiến chi 1 tỉ đồng sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ với dung tích 5 lít. Giá sản xuất mặt xung quanh là 100 nghìn đồng/m^2, giá sản xuất mặt đáy là 120 nghìn đồng/m^2. Giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A Chi phí sản xuất một thùng sơn là một hàm nghịch biến đối với bán kính thùng sơn.

B Chi phí sản xuất một thùng sơn là một hàm đồng biến đối với bán kính thùng sơn.

C Chi phí sản xuất thùng sơn theo bán kính r là một hàm nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}\right)$.

D Chi phí sản xuất thùng sơn theo bán kính r là một hàm đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}\right)$.

Câu 43. Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t)=1000+30t^2-t^3\,(0\le t\le 30)$. Hỏi sau bao nhiêu giây thì số vi khuẩn đạt cực đại?

A 1100. **B** 1200. **C** 20. **D** 10.

Câu 44. Một bác nông dân cần xây một hố ga không có nắp dạng hình hộp chữ nhật có thể tích 3200 cm^3, tỉ số giữa chiều cao của hố và chiều rộng của đáy bằng 2. Diện tích của đáy hố ga đạt cực trị bằng

A 1200 cm^2. **B** 120 cm^2. **C** 160 cm^2. **D** 1600 cm^2.

Câu 45. Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/L) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức

$$C(x)=\frac{30x}{x^2+2}.$$

(*Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning*)
Dựa vào đó có thể đưa ra những lời khuyên và cách xử lý phù hợp cho bệnh nhân. Hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm.

A $\dfrac{15\sqrt{2}}{2}$. **B** $\sqrt{2}$. **C** $\dfrac{90}{19}$. **D** 15.

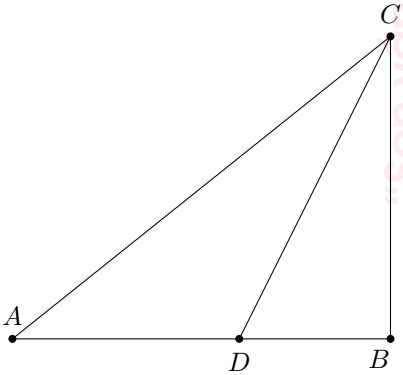
Câu 46. Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) theo công thức

$$C(v)=\frac{16000}{v}+\frac{5}{2}v\quad(0<v\le 120)$$

Tính tốc độ trung bình để chi phí tiền xăng đạt cực tiểu.

A 60 km/h. **B** 70 km/h. **C** 50 km/h. **D** 80 km/h.

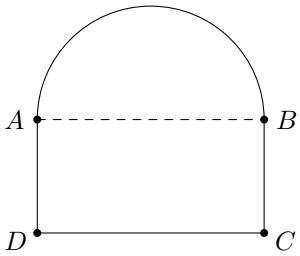
Câu 47.
Đường dây điện $110KV$ kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60 km, khoảng cách từ A đến B là 100 km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000 USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000 USD. Hỏi điểm D cách điểm A bao nhiêu để mắc dây điện từ A đến D rồi từ D đến B chi phí đạt cực tiểu? (hình vẽ bên)



A 40 km. **B** 50 km. **C** 55 km. **D** 45 km.

Sẻ vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần sẽ thành nhân.”

Câu 48.
Từ một cây sắt dài 6 mét người ta uốn và hàn lại thành khung của một cánh cổng gồm một hình chữ nhật và một nửa hình tròn ghép lại như hình vẽ (không tính cạnh chung AB). Cánh cổng trên có diện tích đạt cực đại bằng bao nhiêu nếu bỏ qua hao hụt khi gia công.



A $\dfrac{18}{\pi+4}$. B $\dfrac{8\pi}{9}$. C $\dfrac{9(\pi+4)}{25}$. D $\dfrac{4+6\pi}{9}$.

Câu 49. Theo thống kê tại một nhà máy Z, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 công nhân đi làm và mỗi công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm đi 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ (và như vậy, nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có thêm 1 công nhân đi làm đồng thời năng suất lao động tăng 5 sản phẩm/1 công nhân /1 giờ). Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x)=\dfrac{95x^2+120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong 1 tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần là cực đại?

A 32. B 36. C 44. D 48.

Câu 50. Cho một tấm bìa hình vuông cạnh 50 cm. Để làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ 4 tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông rồi gấp lên, ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Để mô hình có thể tích đạt cực đại thì cạnh đáy của mô hình bằng

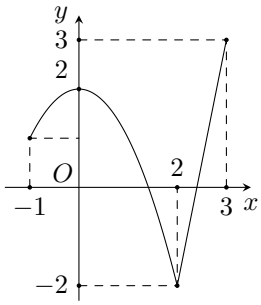
A $20\sqrt{2}$ cm. B $15\sqrt{2}$ cm. C $10\sqrt{2}$ cm. D $25\sqrt{2}$ cm.

Câu 51. Với một đĩa phẳng hình tròn bằng thép bán kính R, phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành một hình nón. Gọi độ dài cung tròn của hình quạt còn lại là x. Tìm x để thể tích khối nón tạo thành đạt cực đại.

A $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$. B $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{2}}{3}$. C $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$. D $x=\dfrac{\pi R\sqrt{6}}{3}$.

3 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị $M-m$ bằng



A 5. B 1. C 4. D 2.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Xét ba khẳng định sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

(1) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

(2) Hàm số có một cực đại.

(3) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3.

Số khẳng định đúng trong ba khẳng định trên là

A 1. B 2. C 3. D 0.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A 1. **B** 4. **C** 5. **D** 3.

Câu 4. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$. Tính $T=M+2m$.

A $T=-41$. **B** $T=-44$. **C** $T=-43$. **D** $T=-42$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=f(0)$. **B** $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$. **C** $\max\limits_{(-1;1]} f(x)=f(0)$. **D** $\min\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$.

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A $\dfrac{6}{7}$. **B** $\dfrac{5}{6}$. **C** $\dfrac{4}{5}$. **D** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng.

A $\dfrac{1+m^2}{2}$. **B** $-m^2$. **C** $\dfrac{1-m^2}{2}$. **D** $-\dfrac{m^2-1}{2}$.

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$ trên đoạn $[-4;-2]$ là

A $\min\limits_{[-4;-2]} y=-7$. **B** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-\dfrac{19}{3}$. **C** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-8$. **D** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-6$.

Câu 9. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+1-\dfrac{4}{x-3}$ trên đoạn $[-1;2]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A 1. **B** $\dfrac{9}{5}$. **C** 6. **D** 8.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2+2x-\mathrm{e}^x$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

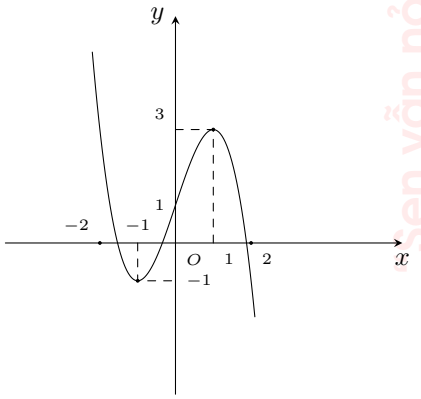
A 1. **B** $6-\mathrm{e}^2$. **C** $\ln 2$. **D** $2\ln 2$.

Câu 11.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A $m=-2, M=2$. **B** $m=1, M=3$.

C $m=3, M=1$. **D** $m=-1, M=3$.



Câu 12. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{12-3x^2}$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

A $\max y = 4,\ \min y = 2.$ **B** $\max y = 4,\ \min y = -2.$

C $\max y = 2,\ \min y = -2.$ **D** $\max y = 2,\ \min y = -4.$

Câu 13. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = 4x^2 + \dfrac{1}{x} - 4$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

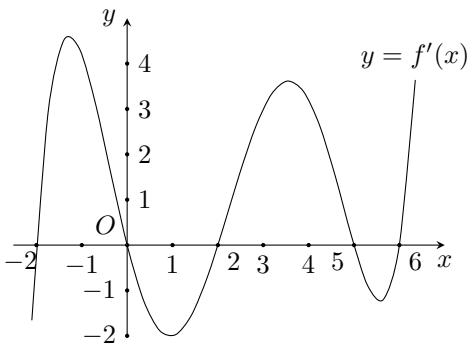
A $m = -1.$ **B** $m = -4.$ **C** $m = 7.$ **D** $m = -3.$

Câu 14. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{2x + 19}{x^2 + 16x + 68}$. Tính tích mM.

A $mM = -0.20.$ **B** $mM = -0.25.$ **C** $mM = -0.15.$ **D** $mM = -0.30.$

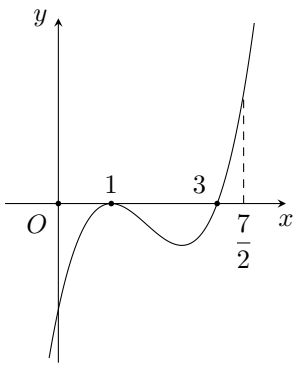
Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 6]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ bằng

A $f(2).$ **B** $f(0).$ **C** $f(5).$ **D** $f(6).$



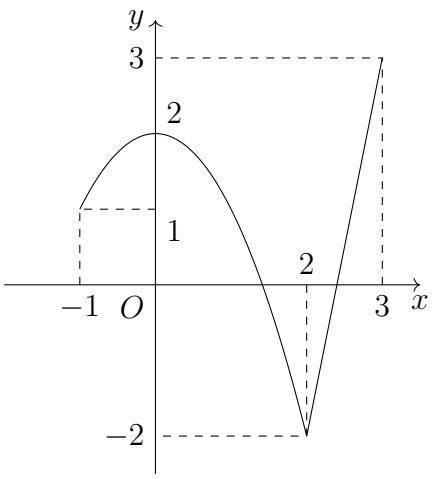
Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0; \dfrac{7}{2}\right]$ tại điểm nào dưới đây?

A $x_0 = 0.$ **B** $x_0 = 1.$ **C** $x_0 = \dfrac{7}{2}.$ **D** $x_0 = 3.$



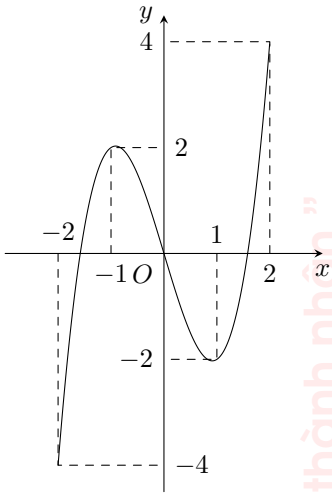
Câu 17.
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(f(x))$ trên đoạn $[-1; 0]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 5.



Câu 18.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(f(x))$ trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A 2. **B** 4. **C** 6. **D** 8.

Câu 19. Cho hàm số $y = \dfrac{x - m^2 + m}{x + 1}$. Tổng các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 là

A 2. **B** -2. **C** 0. **D** 1.

Câu 20. Gọi T là tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mx + 1}{x + m^2}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[2;3]$ bằng $\dfrac{5}{6}$. Tính tổng S của các phần tử trong T.

A $S = \dfrac{18}{5}$. **B** $S = \dfrac{17}{5}$. **C** $S = 6$. **D** $S = 2$.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m^2$. Tìm tham số m sao cho $\min\limits_{x\in[-1;1]} y = -3m$.

Câu 22. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m - 1$. Tìm tham số m sao cho $\max\limits_{x\in[0;3]} y = 64$.

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos^2 2x - \sin x \cos x + 4$ trên $\mathbb{R}$.

A $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = \dfrac{7}{2}$. **B** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = 3$. **C** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = \dfrac{10}{3}$. **D** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x) = \dfrac{16}{5}$.

Câu 24. Một người thợ muốn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và không có nắp, biết thể tích của khối hộp là $V = 2{,}16$ m^3. Giá nguyên liệu để làm bốn mặt bên là 36000 đồng/m^2 và giá nguyên liệu để làm đáy là 90000 đồng/m^2. Tính các kích thước của hình hộp để chi phí làm chiếc thùng đó là nhỏ nhất.

A Cạnh đáy là 1,2 m, chiều cao là 1,8 m. **B** Cạnh đáy là 1,5 m, chiều cao là 1,2 m.

C Cạnh đáy là 1,7 m, chiều cao là 1 m. **D** Cạnh đáy là 1 m, chiều cao là 1,7 m.

Câu 25. Đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A thường kéo dài trong 2 tháng (60 ngày). Người ta nhận thấy số lượng xuất khẩu gạo tính theo ngày thứ t được xác định bởi công thức $S(t) = \dfrac{2}{5}t^3 - 63t^2 + 3240t - 3100$ (tấn) với $(1 \le t \le 60)$. Hỏi trong 60 ngày đó thì ngày thứ mấy có số lượng xuất khẩu gạo cao nhất?

A 60. **B** 45. **C** 30. **D** 25.

Câu 26. Độ giảm huyết áp của một bệnh $G(x) = 0{,}025x^2(30 - x)$ trong đó x là số miligam thuốc được tiêm cho bệnh nhân $(0 < x < 30)$. Để bệnh nhân đó có huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm vào là

A $x = 15$ mg. **B** $x = 20$ mg. **C** $x = 20$ mg. **D** $x = 25$ mg.

Câu 27. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ

"Sản phẩm văn hóa không thể tốt cho mọi độc giả, người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

được cho bởi công thức $c(t) = \dfrac{t}{t^2+1}$ mg/L. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A 4 giờ. **B** 3 giờ. **C** 1 giờ. **D** 2 giờ.

Câu 28. Một xe buýt của hãng xe A có sức chứa tối đa là 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3-\dfrac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.

B Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.

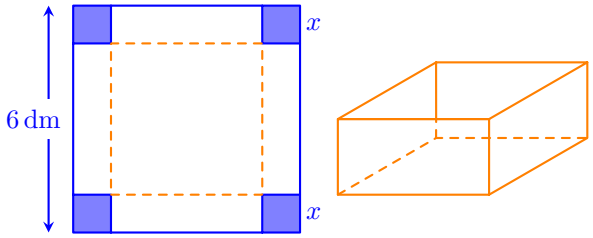
C Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 2 700 000 (đồng).

D Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 3 200 000 (đồng).

Câu 29. Khi làm nhà kho, bác An muốn cửa sổ có dạng hình chữ nhật với chu vi bằng 4 m. Tìm kích thước khung cửa sổ sao cho diện tích cửa sổ lớn nhất (để hứng được nhiều ánh sáng nhất)?

A 3 m. **B** 1 m. **C** 2 m. **D** 1,5 m.

Câu 30. Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 6 dm. Bác Ánh cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cung độ dài bằng x (dm), rồi gập tấm nhôm lại như hình bên để được một cái hộp có dạng khối hộp chữ nhật không có nắp. Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo x. Tìm x (dm) để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất.



A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 31. Ho ép khí quản lại, ảnh hưởng đến tốc độ của không khí đi vào khí quản. Tốc độ của không khí đi vào khí quản khi ho được cho bởi công thức

$$V = k(R-r)r^2 \text{ với } 0 \le r < R,$$

trong đó k là hằng số, R là bán kính bình thường của khí quản, r là bán kính khí quản khi ho (*Nguồn: R. Lason and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014*). Hỏi bán kính của khí quản khi ho bằng bao nhiêu thì tốc độ của không khí đi vào khí quản là lớn nhất?

A $\dfrac{R}{2}$. **B** $\dfrac{R}{3}$. **C** $\dfrac{3R}{4}$. **D** $\dfrac{2R}{3}$.

Câu 32. Ông Nam cần xây một cái bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là 36 m^3, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?

A 3 m. **B** 18 m. **C** 2 m. **D** 4,5 m.

Câu 33. Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inox có nắp đậy với thể tích là k m^3 ($k > 0$). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bề dày vỏ inox không đáng kể)

A $\sqrt[3]{\dfrac{k}{\pi}}$. **B** $\sqrt[3]{\dfrac{2\pi}{k}}$. **C** $\sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$. **D** $\sqrt[3]{\dfrac{k}{2}}$.

4 Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

Câu 1. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-1}$ là

A $y=5$. B $y=0$. C $x=1$. D $y=1$.

Câu 2. Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là

A 2. B 1. C 4. D 3.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | 3	$\nearrow$	5

A 4. B 1. C 3. D 2.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	-1	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

A 0. B 2. C 3. D 1.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{5x^2+5x+5}{-2x}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là

A $y=5x+5$. B $y=-4x+4$. C $y=10x+4$. D $y=-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{5}{2}$.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{4x+3}$ có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là

x	$-\infty$		$-\frac{3}{4}$		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	$\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{4}$

A $x=-\dfrac{3}{4}$. B $y=-\dfrac{3}{4}$. C $y=-\dfrac{3}{4}$. D $x=\dfrac{1}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{4x+1}{2x+5}$ có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là

x	$-\infty$		$-\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

A $x=2$. **B** $x=2$. **C** $y=2$. **D** $y=-\dfrac{5}{2}$.

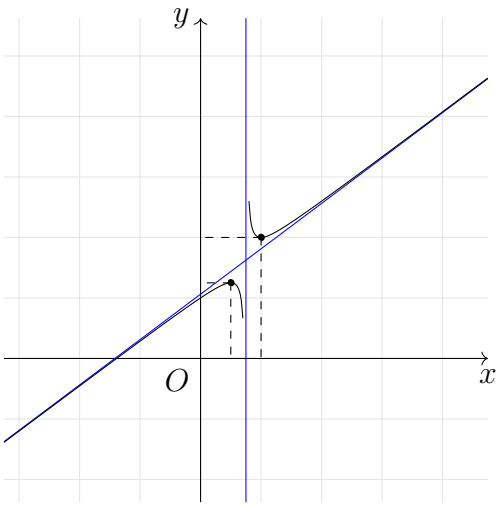
Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ với đồ thị $(\mathscr{C})$ và bảng biến thiên bên dưới

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

Khi đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

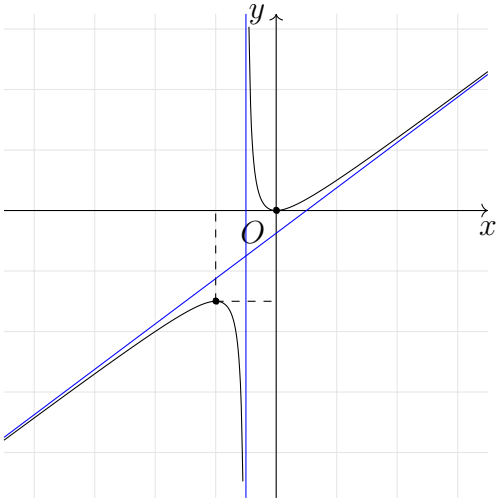
A $y=1$. **B** $x=1$. **C** $x=3$. **D** $x=-1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khi đó tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là



A $y=-2x-3$. **B** $y=\dfrac{13}{8}$. **C** $y=\dfrac{3x}{4}+\dfrac{17}{16}$. **D** $y=-3x-2$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khi đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là



VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

A $y=-4x-3$. **B** $x=0$. **C** $y=\dfrac{3x}{4}-\dfrac{3}{8}$. **D** $x=-\dfrac{3}{4}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-1
		$-\infty$			

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

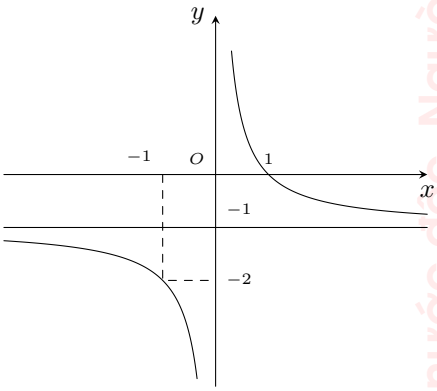
A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 12. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x+2}{x+1}$ có phương trình là

A $y=x-2$. **B** $y=x-1$. **C** $y=x+1$. **D** $x=-1$.

Câu 13.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Phát biểu nào sau đây là đúng?



A Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=0$.

B Đồ thị hàm số có đương tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=-1$.

C Đồ thị hàm số có đương tiệm cận đứng $x=0$, đường tiệm cận ngang $y=0$.

D Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$, đường tiệm cận ngang $y=-1$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	1
		$-\infty$			

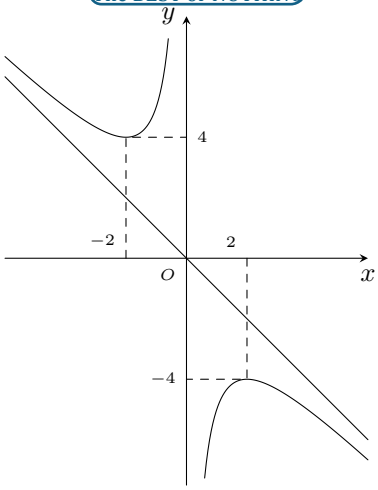
Đường tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A $x=1, y=1$. **B** $x=1, y=2$. **C** $x=2, y=1$. **D** $x=2, y=2$.

Câu 15.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{x},(ac\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng



A Đường thẳng $y=x$.
B Đường thẳng $y=-x$.
C Đường thẳng $x=0$.
D Đường thẳng $y=2x$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{5x^2+5x+5}{-2x}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là

A $y=5x+5$.
B $y=-4x+4$.
C $y=10x+4$.
D $y=-\dfrac{5}{2}x-\dfrac{5}{2}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{4x+3}$ có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là

x	$-\infty$		$-\frac{3}{4}$		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	$\frac{1}{4}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{4}$

A $x=-\dfrac{3}{4}$.
B $y=-\dfrac{3}{4}$.
C $y=\dfrac{1}{4}$.
D $x=\dfrac{1}{4}$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ với đồ thị $(\mathscr{C})$ và bảng biến thiên bên dưới

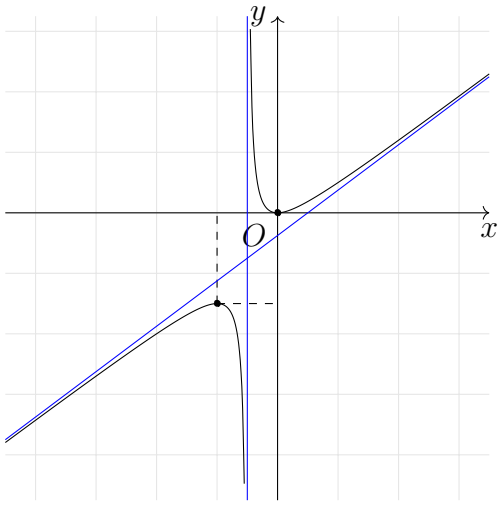
x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	6	↗	$+\infty$

Khi đó đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

A $y=1$.
B $x=1$.
C $x=3$.
D $x=-1$.

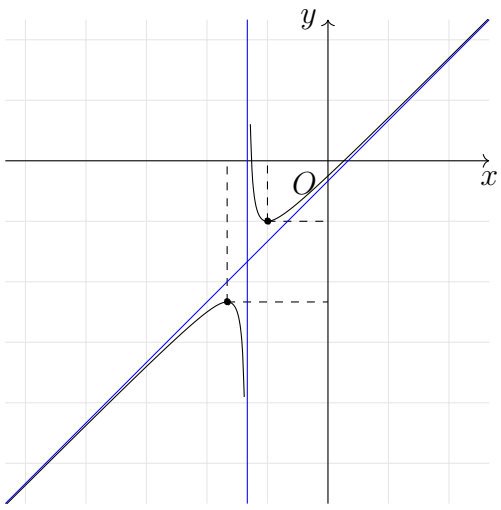
Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khi đó tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Bằng tài sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING



A $y=-4x-3$. **B** $x=0$. **C** $y=\dfrac{3x}{4}-\dfrac{3}{8}$. **D** $x=-\dfrac{3}{4}$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khi đó tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là



A $y=x-\dfrac{1}{3}$. **B** $y=3x+3$. **C** $y=3x-3$. **D** $y=-\dfrac{5}{3}$.

Câu 21. Cho đồ thị $(C)\colon y=\dfrac{x-3}{x+2}$ có hai đường tiệm cận cắt nhau tại I. Tính độ dài đoạn thẳng OI (với O là gốc tọa độ).

A $OI=\sqrt{3}$. **B** $OI=\sqrt{2}$. **C** $OI=1$. **D** $OI=\sqrt{5}$.

Câu 22. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)=x+3+\dfrac{1}{2x+1}$ có phương trình là

A $y=2x+1$. **B** $y=x-3$. **C** $y=x+3$. **D** $y=2x-1$.

Câu 23. Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+3x}{x-2}$.

A $y=2x-5$. **B** $y=x-2$. **C** $y=x+5$. **D** $y=x-5$.

Câu 24. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x+2}$ là

A $y=-2$. **B** $y=1$. **C** $y=x+2$. **D** $y=x$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 25. Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-2}$.

A $y=x+1$. B $y=-3x+1$. C $y=x-2$. D $y=x-1$.

Câu 26. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x}{x+5}$ đi qua điểm nào sau đây?

A $(5;3)$. B $(-4;-5)$. C $(6;-1)$. D $(2;-10)$.

Câu 27. Giao điểm của đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+2}{x-1}$ là

A $(1;2)$. B $(1;1)$. C $(1;-1)$. D $(1;0)$.

Câu 28. Trong thuyết tương đối của Einstein, khối lượng của vật chuyển động với vận tốc v được cho bởi công thức:

$$m(v)=\frac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}},$$

trong đó m_0 là khối lượng của vật khi nó đứng yên, c là vận tốc ánh sáng.
(nguồn: https://www.britannica.com/science/relativity/Relativistic-mass)
Xem m là hàm số theo vận tốc v, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

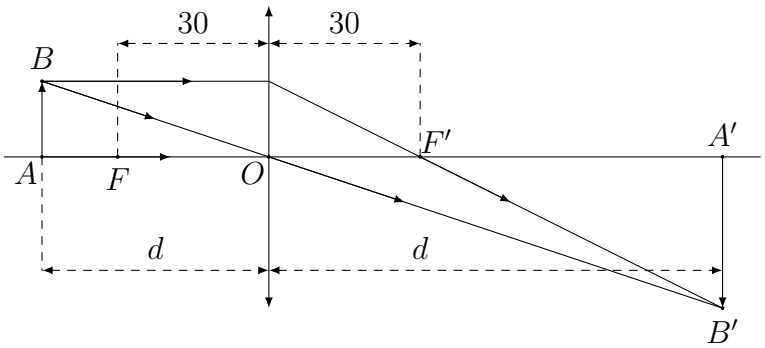
A $v=m_0$. B $v=1$. C $v=c$. D $v=0$.

Câu 29. Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức $S(x)=200\left(5-\dfrac{9}{2+x}\right)$, trong đó $x\geq 1$ *(Nguồn: R.Larson and B.Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014)*. Số lượng sản phẩm bán được của công ty trong x (tháng) khi x đủ lớn là

A 1 000. B 2 000. C 500. D 200.

Câu 30. Một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f=30$ cm. Trong vật lí, ta biết rằng nếu đặt vật thật AB cách quang tâm O của thấu kính hội tụ một khoảng d (cm) lớn hơn 30 cm thì được ảnh thật $A'B'$ cách quang tâm của thấu kính một d' (cm). Ngược lại, nếu $0<d<30$ thì ta có ảnh ảo. Công thức của thấu kính là $\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{d'}=\dfrac{1}{f}$. Gọi $h(d)$ là biểu thức xác định d' theo d. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $h(d)$ lần lượt là

A $x=30$ và $y=0$. B $x=0$ và $y=30$. C $x=30$ và $y=30$. D $x=30$ và $y=6$.

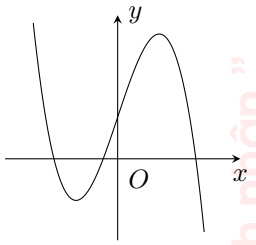


Câu 31. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 144 m^2. Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là $x(m)$. Gọi $P(x)$ (mét) là biểu thức tính chu vi của mảnh vườn. Tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $P(x)$ là

A $x=0$ và $y=2x+1$. B $x=1$ và $y=2x$. C $x=0$ và $y=2x$. D $x=1$ và $y=2x+1$.

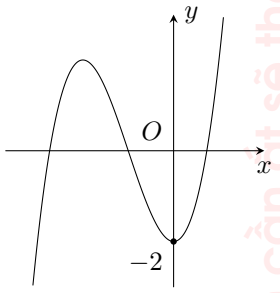
5 Khảo sát hàm số

Câu 1.
Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



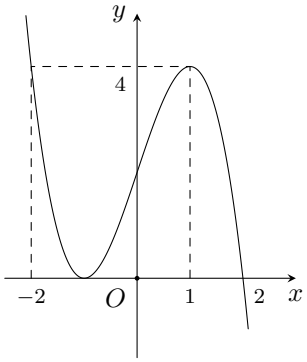
A $y = x^3 - 3x + 1$.
B $y = x^4 + 4x^2 + 1$.
C $y = -x^3 + 3x + 1$.
D $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 2.
Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



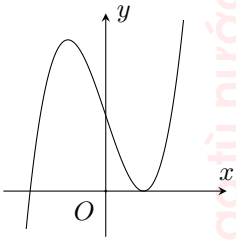
A $y = -x^3 + x^2 - 2$.
B $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C $y = x^3 - 3x + 2$.
D $y = x^2 - 3x - 2$.

Câu 3.
Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A $y = x^3 + 3x - 2$.
B $y = x^3 - 3x + 2$.
C $y = -x^3 + 3x + 2$.
D $y = -x^3 - 3x - 2$.

Câu 4.
Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A $y = x^3 - 3x + 2$.
B $y = x^4 - x^2 + 1$.
C $y = x^4 + x^2 + 1$.
D $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 5.
Bảng biến thiên ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

A $y = -x^3 - 2x^2 + 5$.
B $y = x^3 - 3x^2 + 5$.
C $y = -x^3 - 3x + 5$.
D $y = x^3 + 3x^2 + 5$.

Câu 6.
Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

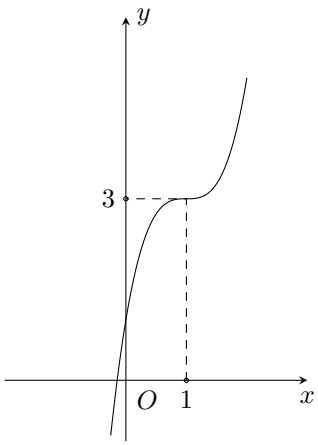
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A $y = x^3 - 3x$.
B $y = -x^3 + 3x$.
C $y = x^2 - 2x$.
D $y = -x^2 + 2x$.

"Bạn vẫn đang từng ngày từng giờ nước đọc, Người chuyên cần rồi sẽ thành nhân."

Câu 7.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A $y = 2x^3 - x^2 + 6x + 1$.
B $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$.
C $y = 2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.
D $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$.

Câu 8.

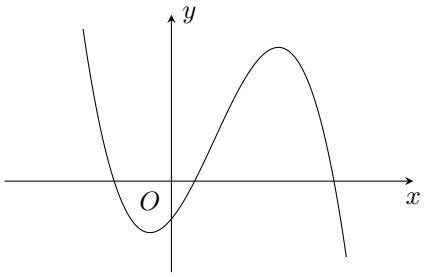
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-5	↗	$+\infty$

A 2. **B** 4. **C** 1. **D** 3.

Câu 9.

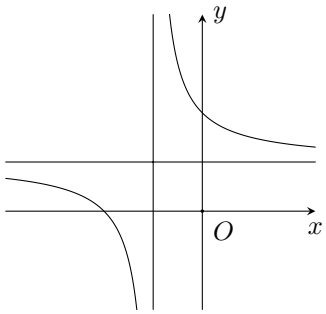
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Trong các giá trị a, b, c, d có bao nhiêu giá trị âm?



A 3. **B** 1. **C** 4. **D** 2.

Câu 10.

Biết hàm số $y = \dfrac{x + a}{x + 1}$ (a là các số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
B $y' > 0, \forall x \neq -1$.
C $y' < 0, \forall x \neq -1$.
D $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 11.

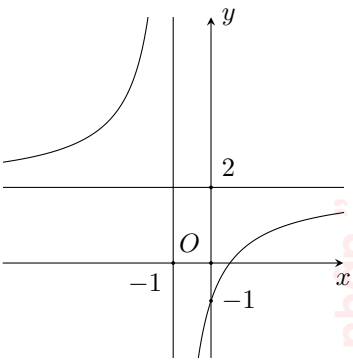
Biết hàm số $y = \dfrac{x + a}{x - 2}$ (a là các số thực cho trước, $a \neq -2$) có bảng biến thiên như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	1	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	1

A $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
B $y' > 0, \forall x \neq 2$.
C $y' < 0, \forall x \neq 2$.
D $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 12.

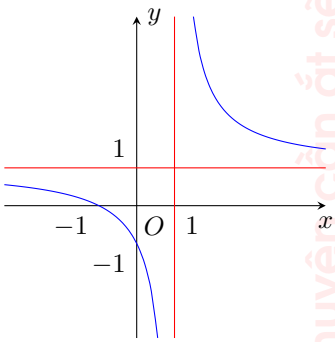
Cho đường cong hình vẽ dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **C** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D** $y=\dfrac{2x-2}{x-1}$.

Câu 13.

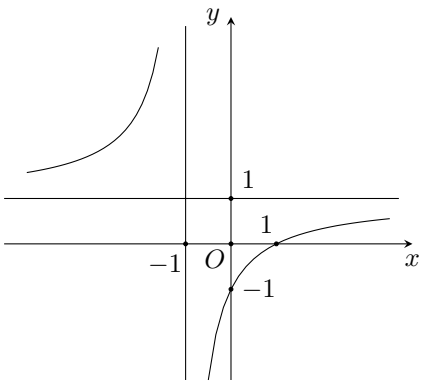
Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



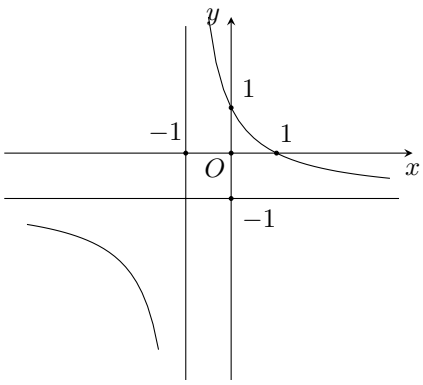
A $y=\dfrac{2x+1}{2x-2}$. **B** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C** $y=\dfrac{-x}{1-x}$. **D** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 14. Đường cong nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$?

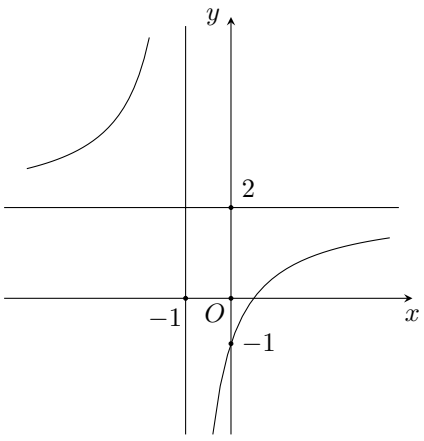
A



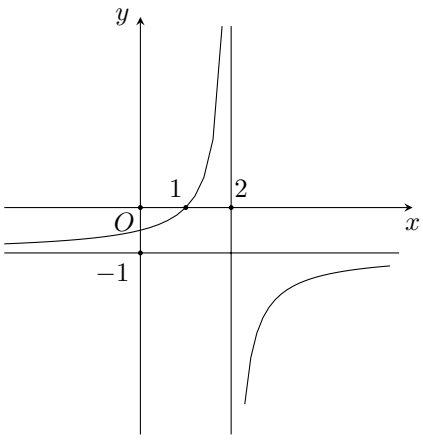
B



C

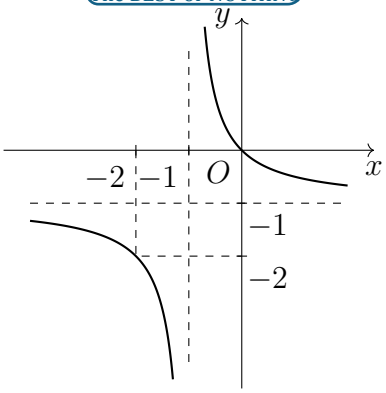


D



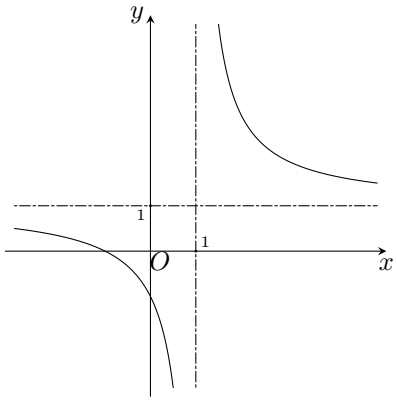
"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 15. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.
B $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$.
C $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.
D $y=\dfrac{-x}{x+1}$.

Câu 16. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.
B $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.
C $y=x^4+x^2+1$.
D $y=x^3-3x-1$.

Câu 17.
Bảng biến thiên trong hình bên là của hàm số nào trong các hàm số đã cho?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	-1	↗	$+\infty$	↗	-1
			$-\infty$		

A $y=\dfrac{-x-3}{-x+1}$.
B $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$.
C $y=\dfrac{x+3}{x-1}$.
D $y=\dfrac{x-2}{-x+1}$.

Câu 18.
Bảng biến thiên ở hình vẽ bên là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	↘	$+\infty$	↘	1
			$-\infty$		

A $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.
B $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.
C $y=\dfrac{x+1}{1-x}$.
D $y=\dfrac{2x+1}{2x+3}$.

Câu 19.
Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như hình bên. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$	↗	1
			$-\infty$		

A 2.
B 3.
C 1.
D 0.

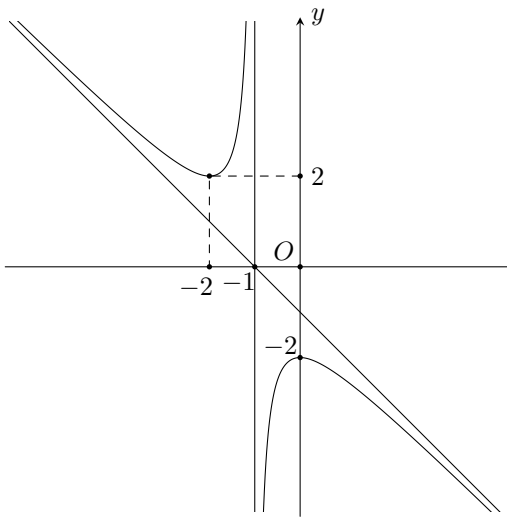
Câu 20. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ

A $(-2;0)$.
B $(0;2)$.
C $(2;0)$.
D $(0;-2)$.

Câu 21.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STA – Dạy học tích cực – Nâng tầm sứ mệnh

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

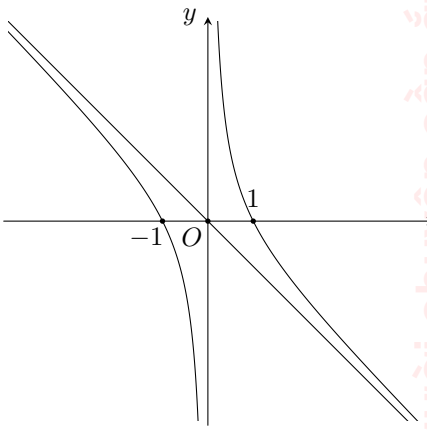


A $y=\dfrac{x^2+2x+2}{-x-1}$. **B** $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$.

C $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$. **D** $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

Câu 22.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

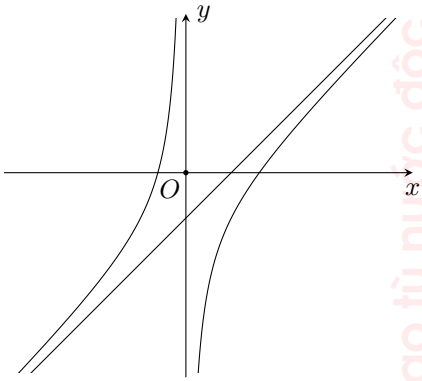


A $y=\dfrac{-2x+1}{2x+2}$. **B** $y=x^3-3x^2$.

C $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. **D** $y=\dfrac{-x^2+1}{x}$.

Câu 23.

Cho hàm số $y=ax+b-\dfrac{r}{x}$ $(abr\neq 0)$ và có đồ thị là (C) có dạng như hình vẽ bên. Các hệ số a, b, r phải thoả mãn điều kiện nào dưới đây?



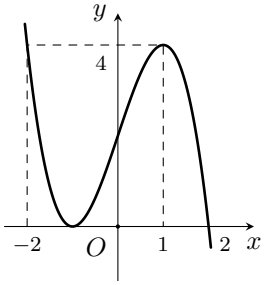
A $\begin{cases} a>0 \\ b<0 \\ r>0 \end{cases}$. **B** $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \\ r<0 \end{cases}$. **C** $\begin{cases} a<0 \\ b<0 \\ r>0 \end{cases}$. **D** $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \\ r>0 \end{cases}$.

Câu 24. Tìm được trên đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2+4x+5}{x+2}$ hai điểm $M(a;b)$ và $N(c;d)$ có khoảng cách đến đường thẳng $\Delta\colon 3x+y+6=0$ nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

A 4. **B** 9. **C** -9. **D** -4.

Câu 25.

Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



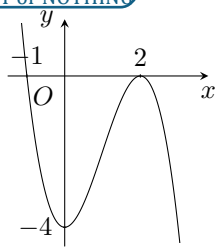
A $y=x^3+3x-2$. **B** $y=x^3-3x+2$.

C $y=-x^3+3x+2$. **D** $y=-x^3-3x-2$.

Câu 26.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc. Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

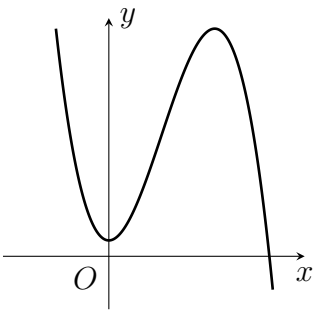
Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A $y = x^3 - 3x^2 - 4$.
B $y = -x^3 - 4$.
C $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
D $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 27.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A $a < 0,\ b > 0,\ c > 0,\ d > 0$.
B $a < 0,\ b < 0,\ c = 0,\ d > 0$.
C $a < 0,\ b > 0,\ c = 0,\ d > 0$.
D $a > 0,\ b < 0,\ c > 0,\ d > 0$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình bên.

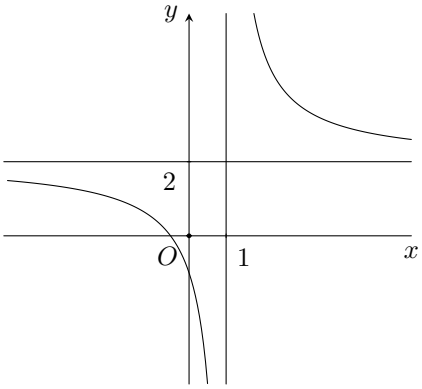
x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘		↗		↘	
			0				

Trong các hệ số a, b, c và d có bao nhiêu số âm?

A 2.
B 1.
C 4.
D 3.

Câu 29.

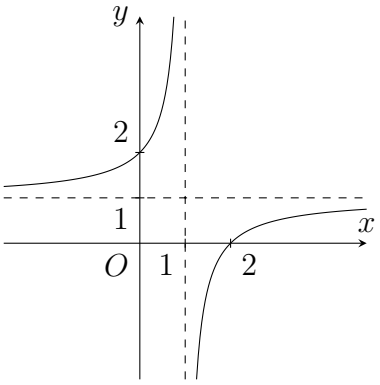
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?



A $y = \dfrac{x-1}{x-2}$.
B $y = x + 2$.
C $y = x^4 - 3x^2 + 1$.
D $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$.

Câu 30.

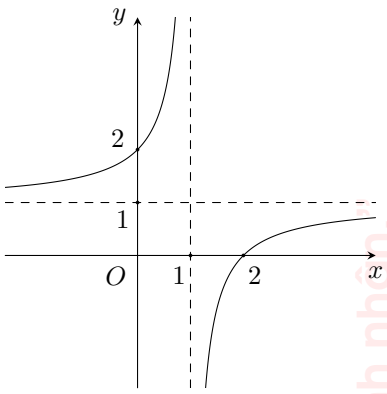
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.
B $y = \dfrac{x+2}{x-2}$.
C $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.
D $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 31.

Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $2a+b-3c$ bằng

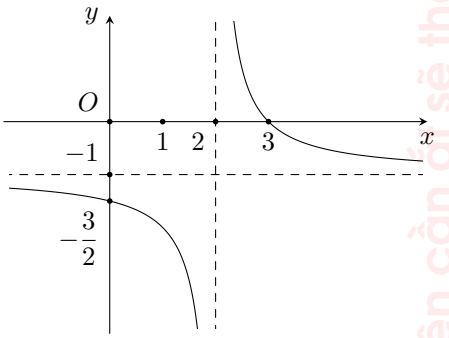


A -3. **B** 4.

C 7. **D** -5.

Câu 32.

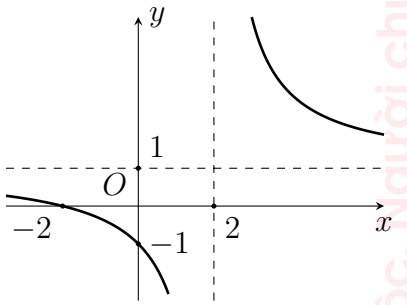
Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{cx+2}$ $(a,\ b,\ c\in\mathbb{R};\ c\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng



A -3. **B** 5. **C** -4. **D** 3.

Câu 33.

Hãy xác định a, b để hàm số $y=\dfrac{2-ax}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ?

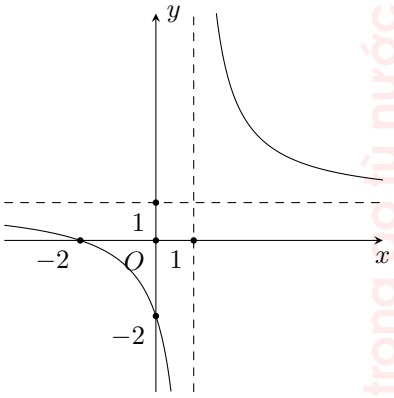


A $a=1;\ b=-2$. **B** $a=b=2$.

C $a=-1;\ b=-2$. **D** $a=b=-2$.

Câu 34.

Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng?



A $a<0,\ b<0$. **B** $0<b<a$.

C $b<0<a$. **D** $a<b<0$.

Câu 35. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+4}{bx+c}$ $(a,\ b,\ c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	3

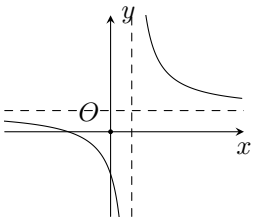
Trong các số $a,\ b,\ c$ có bao nhiêu số dương?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 36.

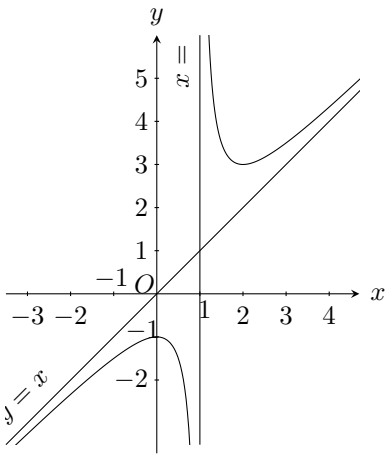
Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a>0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A $b<0,\ c<0,\ d<0$.
B $b>0,\ c<0,\ d<0$.
C $b<0,\ c>0,\ d<0$.
D $b>0,\ c>0,\ d<0$.

Câu 37.

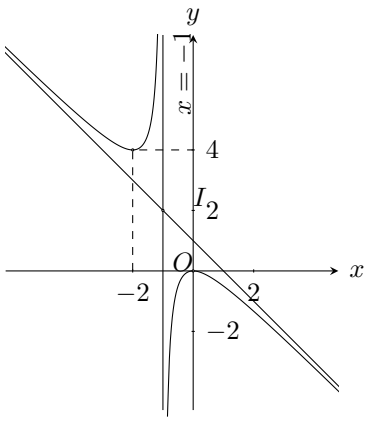
Đồ thị hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?



A $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$.
B $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.
C $y=\dfrac{x^2-4x-1}{-x+1}$.
D $y=\dfrac{x^2-3x-1}{-x+1}$.

Câu 38.

Đồ thị hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào?



A $y=\dfrac{x^2-x}{x+1}$.
B $y=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$.
C $y=\dfrac{x^2+1x+2}{x+1}$.
D $y=\dfrac{-x^2}{x+1}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

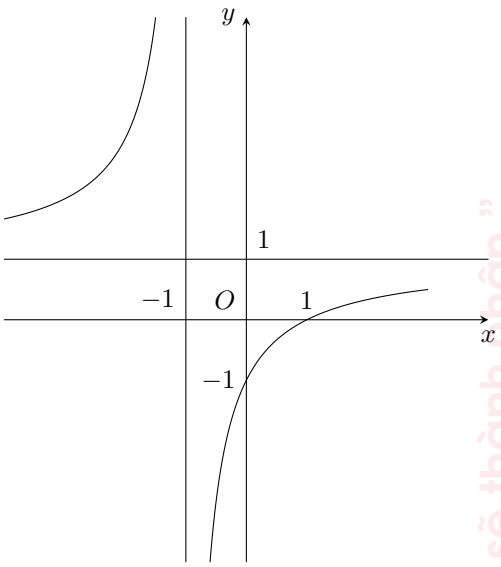
x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x)+1=0$ là

A 0.
B 1.
C 2.
D 3.

Câu 40.

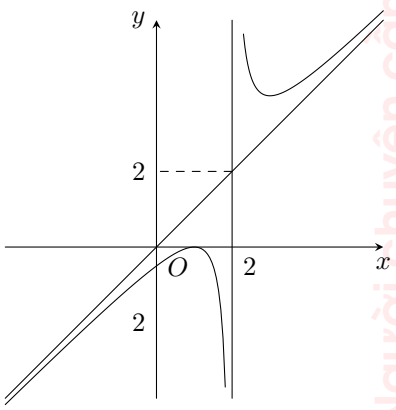
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị ở hình bên. Đường thẳng nào sau đây là trục đối xứng của đồ thị hàm số đã cho?



A $y = x$. **B** $y = -x$. **C** $y = 0$. **D** $x = 0$.

Câu 41.

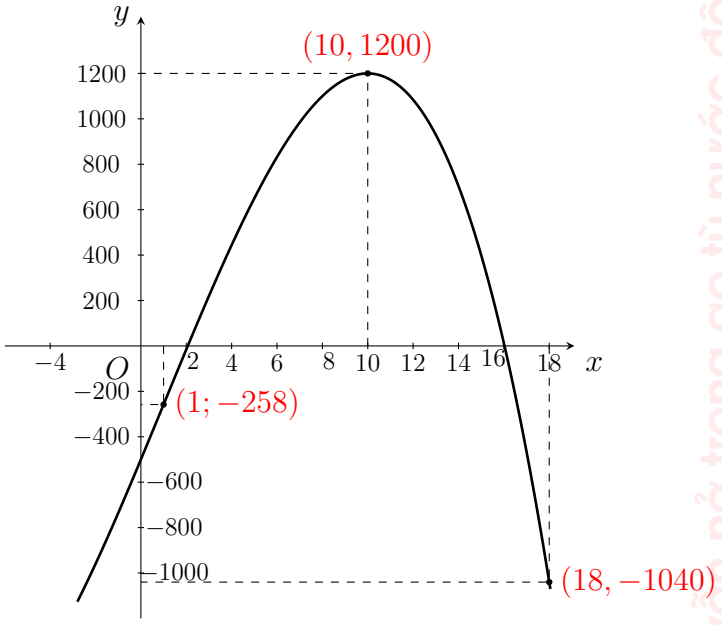
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị ở hình bên. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có toạ độ là



A $(2; 2)$. **B** $(-2; -2)$. **C** $(-2; 2)$. **D** $(2; -2)$.

Câu 42.

Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1 \leq x \leq 18)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa và có đồ thị như hình bên dưới. Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa?



Hình 8

A 1200. **B** 10. **C** 18. **D** 16.

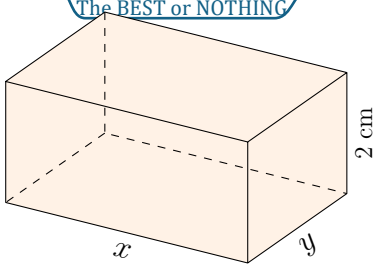
Câu 43. Một chất điểm chuyển động có phương trình $s(t) = t^3 - 3t^2 + 9t + 2$, trong đó $t > 0$, t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Hỏi tại thời điểm nào thì bận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

A $t = 1$ s. **B** $t = 2$ s. **C** $t = 3$ s. **D** $t = 6$ s.

Câu 44.

"Đến vận nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

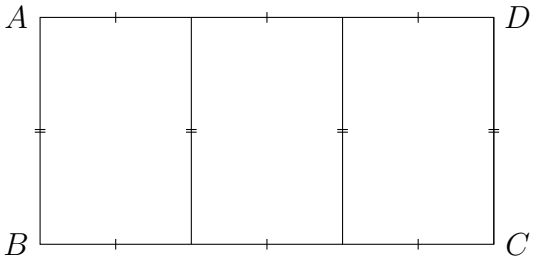
Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500 cm^3. Chiều cao hộp phải là 2 cm, các kích thước khác là x, y với $x > 0$ và $y > 0$. Công thức xác định diện tích toàn phần $S(x)$ của chiếc hộp theo x là



A $S(x) = 500 + 4x - \dfrac{1000}{x}$. **B** $S(x) = 500 + 4x + \dfrac{1000}{x}$.

C $S(x) = 250 + 4x + \dfrac{1000}{x}$. **D** $S(x) = 500 + 2x + \dfrac{1000}{x}$.

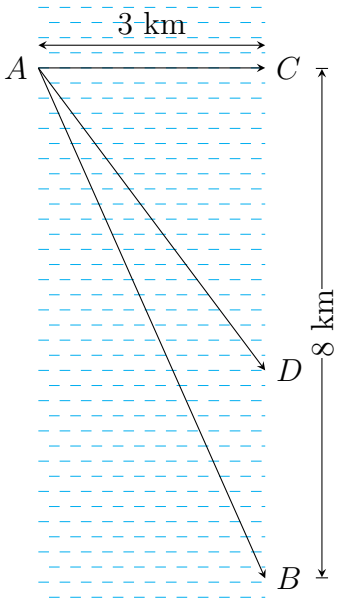
Câu 45. Người ta cần rào một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích là 600 m^2. Trên mảnh đất này, người ta chia làm ba miếng đất hình chữ nhật có diện tích bằng nhau (Hình 1.40). Giá tiền để xây dựng hàng rào bên trong và bao bên ngoài là 60000 đồng mỗi mét, biết rằng chiều dài hình chữ nhật $ABCD$ không vượt quá 60 m. Chi phí cần để xây dựng hàng rào được tính theo chiều dài x của hình chữ nhật là



Hình 1.40

A $120000 \cdot \left(x + \dfrac{600}{x}\right)$. **B** $120000 \cdot \left(x + \dfrac{1200}{x}\right)$. **C** $60000 \cdot \left(x + \dfrac{1800}{x}\right)$. **D** $120000 \cdot \left(x + \dfrac{900}{x}\right)$.

Câu 46. Một người chèo thuyền từ điểm A trên bờ một con sông thẳng, rộng 3 km và muốn đến điểm B, cách bờ đối diện 8 km về phía hạ lưu, càng nhanh càng tốt như Hình 1.39. Người ấy có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến B, hoặc anh ta có thể chèo thẳng đến B, hoặc có thể chèo thuyền đến điểm D nào đó giữa C và B rồi chạy bộ đến B. Biết rằng tốc độ chèo thuyền của người này là 6 km/h và tốc độ chạy bộ là 8 km/h. Tìm thời gian ngắn nhất mà người này có thể đi từ A đến B (bỏ qua vận tốc của nước và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 1.39

A 1,32 h. **B** 1,33 h. **C** 1,34 h. **D** 1,35 h.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

1 Tính đơn điệu và cực trị của hàm số

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = 4x^3 - 4x^2 + x - 1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.		
b) $f'(x) = 12x^2 + 8x + 2$.		
c) $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{6}; \frac{1}{2}\right)$.		
d) Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{1}{6}$ với giá trị $-\frac{25}{27}$.		

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = -3x^3 + 6x^2 + 5x + 5$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đồ thị hàm số đạt cực đại tại $\left(\frac{5}{3}; \frac{145}{9}\right)$.		
b) $f'(x) = -9x^2 - 12x + 6$.		
c) Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$.		
d) Hàm số có giá trị đạt cực đại bằng $\frac{37}{9}$.		

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = 6x^4 - 3x^2 - 5$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.		
b) Ta có $f'(x) = 24x^3 - 5x$.		
c) Ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right)$.		
d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.		

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = -4x^4 + 2x^2 - 3$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.		
b) Ta có $f'(x) = -16x^3 - 5x$.		
c) Ta có $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.		
d) Bảng biến thiên của đồ thị hàm số là		

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		0		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{11}{4}$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\frac{11}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{-x + 1}$.

"Sen vẫn nở trong bùn mà không hề tanh mùi bùn, người chuyên cần sẽ thành tài."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}$.		
b) Đạo hàm $y'=\dfrac{1}{(-x+1)^2}$.		
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.		
d) Bảng biến thiên của đồ thị hàm số là $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline y' & & - & \| & - & \\ \hline y & -2 & \searrow & \| & \searrow & \\ & & -\infty & \| & & -2 \end{array}$.		

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.		
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.		
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.		
d) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.		

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+3x-1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.		
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.		
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.		
d) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.		

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=x^2\mathrm{e}^x$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.		
b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.		
c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.		
d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.		

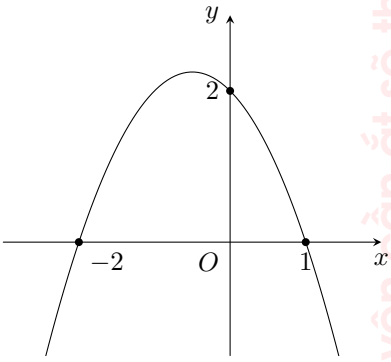
Câu 9. Biết rằng hàm số $f(x)=2x^3+ax^2-6x+b$ (a và b là hằng số thực) đạt cực trị bằng 4 tại $x=1$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Giá trị của $a+b$ bằng 8.		
b) Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.		
c) $x=-1$ là một điểm cực trị của hàm số $f(x)$.		
d) Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng 12.		

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d, (a,b,c,d$ là các số thực và $a\neq 0)$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình bên.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là $x_{\text{CT}}=-2$.		
b) Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $x_{\text{CĐ}}=1$.		
c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$.		
d) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(2025;2026)$.		



Câu 11. Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox. Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t)=t^3-6t^2+9t$ với $t\geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t, kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t, kí hiệu $a(t)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình hàm vận tốc là $v(t)=3t^2-6t+9$.		
b) Phương trình hàm gia tốc là $a(t)=6t-12$.		
c) Vận tốc của chất điểm tăng khi $t\in(0;1)\cup(3;+\infty)$.		
d) Vận tốc của chất điểm giảm khi $t\in(1;3)$.		

Câu 12. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V(t)=\dfrac{1}{100}\left(30t^3-\dfrac{t^4}{4}\right)$, với $(0\leq t\leq 90)$. Lưu lượng nước máy bơm tại thời điểm t được tính bởi $v(t)=V'(t)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Thể tích nước của bể bơi sau 2 phút là 2,63 đơn vị thể tích.		
b) Lưu lượng nước máy bơm tại thời điểm t là $v(t)=\dfrac{9t^2}{10}-\dfrac{t^3}{100}$, với $0\leq t\leq 90$.		
c) Lưu lượng nước máy bơm tại thời điểm $t=10$ là 80.		
d) Lưu lượng nước máy bơm tăng dần từ phút 0 đến phút thứ 75.		

Câu 13. Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 ngàn đồng thì có thêm 2 phòng trống. Gọi x là giá phòng khách sạn cần đặt ra, $x>400$ (đơn vị: ngàn đồng).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Giá chênh lệch sau khi tăng là $x-400$.		
b) Số phòng cho thuê giảm đi là $\dfrac{x-400}{20}$.		

Sẽ thành công trong tương lai từ những gì bạn đọc, người luyện cần ắt sẽ thành nhân.

Phát biểu	Đúng	Sai
c) Tổng doanh thu trong ngày là $f(x) = -\dfrac{x^2}{10} + 90x$.		
d) Khi giá phòng tăng từ 400 ngàn đồng đến 500 ngàn đồng thì doanh thu trong ngày của khách sạn sẽ tăng.		

Câu 14. Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong một năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số

$$f(t) = \frac{5\,000}{1 + 5e^{-t}},\ t \geq 0,$$

trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Gọi $g(t) = f'(t)$ là hàm tốc độ bán hàng.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Doanh số của sản phẩm mới trong năm thứ hai là $\dfrac{5\,000}{1 + 5e^2}$.		
b) Hàm tốc độ bán hàng là $g(t) = f'(t) = \dfrac{25\,000e^{-t}}{(1 + 5e^{-t})^2},\ t \geq 0$.		
c) Đạo hàm của hàm tốc độ bán hàng là $g'(t) = \dfrac{25\,000e^{-t}(5e^{-t} - 1)}{(1 + 5e^{-t})^3}$.		
d) Tốc độ bán hàng tăng dần trong 3 năm đầu tiên sau đó sẽ giảm dần trong những năm tiếp theo.		

Câu 15. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}025x^2(30 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam).

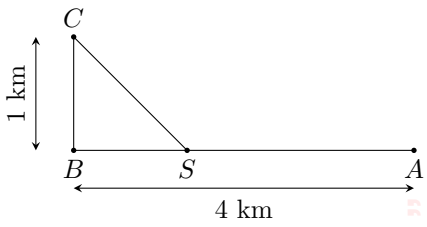
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khi liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân là 30 mg thì độ giảm huyết áp của bệnh nhân bằng 0.		
b) Đạo hàm của độ giảm huyết áp theo liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân là một tam thức bậc hai theo biến x.		
c) Nghiệm của đạo hàm độ giảm huyết áp theo liều lượng là 0 và 30.		
d) Độ giảm huyết áp sẽ giảm khi liều lượng thuốc tăng 0 đến 20 mg.		

Câu 16. Trong 25 ngày đầu tiên sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh (kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân thứ nhất) đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ với $t \in \{0; 1; 2; \ldots; 25\}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số người nhiễm bệnh đến ngày thứ 25 là 12 500.		
b) Tốc độ truyền bệnh (người/ngày) theo thời gian là $f'(t) = 90t + 3t^2$.		
c) Tốc độ truyền bệnh vào ngày thứ 10 là 600 người/ngày.		
d) Tốc độ truyền bệnh tăng dần cho đến ngày thứ 15 sau đó giảm dần cho đến ngày thứ 25.		

Câu 17.

Người ta thiết kế một đường dây tải điện nối từ trạm biến áp ở vị trí A đến trạm biến áp ở vị trí C. Do điều kiện thực tế nên phương án thiết kế được đưa ra như sau



- Chọn điểm B sao cho $\widehat{ABC} = 90°$.
- Chọn một ví trí là điểm S nằm giữa A và B để mắc đường dây tải điện đi từ A đến S, rồi từ S đến C như hình vẽ.

Biết rằng $AB = 4$ km, $BC = 1$ km, chi phí lắp đặt mỗi kilomet dây điện trên quãng đường AS, SC lần lượt là 30 triệu đồng và 50 triệu đồng. Gọi độ dài đoạn thẳng $AS = x$ (km) $(0 < x < 4)$. Hàm $T(x)$ là hàm tổng chi phí mắc đường dây tải điện ASC.

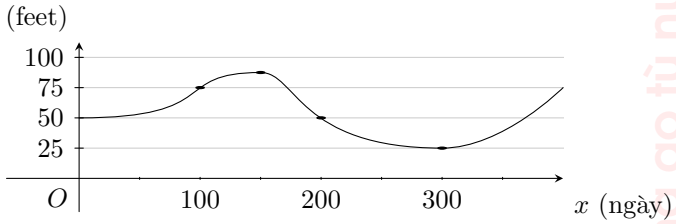
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ dài đoạn $SC = \sqrt{1-(4-x)^2}$.		
b) Tổng chi phí mắc đường dây tải điện ASC là $T(x) = 30x + 50\sqrt{1+(4-x)^2}$ triệu đồng.		
c) Nghiệm của phương trình $T'(x) = 0$ là $x = \dfrac{13}{2}$.		
d) Chi phí tăng dần khi đoạn đường AS tăng dần từ $\dfrac{13}{2}$ km đến 4 km.		

Câu 18. Một nhà máy cần sản xuất một bể nước không nắp bằng tôn có dạng hình hộp chữ nhật với đáy có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và thể tích là $\dfrac{4}{3}$ m^3. Gọi chiều rộng của bể nước là x (m) $(x > 0)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Chiều dài đáy bể nước là $2x$ (m).		
b) Chiều cao của bể nước là $\dfrac{2}{3x^2}$ (m).		
c) Diện tích tôn cần sử dụng để sản xuất bể nước là $S(x) = 2x^2 - \dfrac{4}{x}$ (m^2).		
d) Khi chiều rộng tăng từ 0 đến 1 m thì số tôn cần sử dụng tăng dần.		

Câu 19.

Biểu đồ mực nước của một hồ chứa trong năm được mô tả bằng một hàm số W tính bằng feet với x là số ngày được tính từ đầu năm (hình vẽ bên).

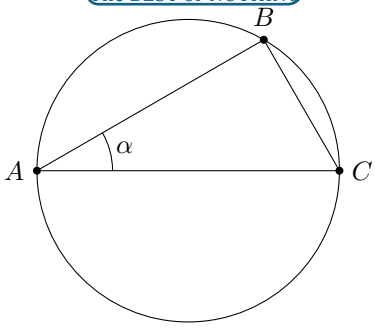


Phát biểu	Đúng	Sai
a) Trong khoảng từ ngày thứ 150 đến ngày thứ 300 thì mực nước trong hồ giảm.		
b) Mực nước trong hồ chứa đạt cực đại được vào ngày 100.		
c) Mực nước trong hồ chứa đạt cực tiểu bằng 25 feet.		
d) Mực nước trong hồ giảm đi 50 feet từ ngày thứ 100 đến ngày thứ 300.		

Câu 20.

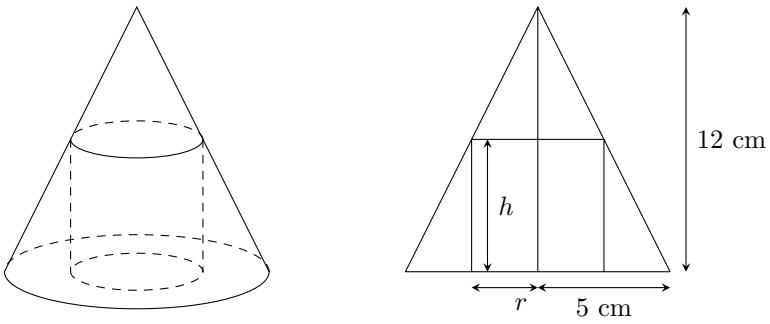
"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc. Người vẫn có thể vươn lên từ những điều tầm thường."

Một người phụ nữ đứng ở vị trí A của một bờ hồ hình tròn có bán kính 2 km. Cô ấy muốn đến điểm C nằm đối diện với A ở phía bên kia của hồ (tham khảo hình vẽ bên). Biết rằng vận tốc đi bộ và vận tốc chèo thuyền của cô gái này lần lượt là 4 km/h và 2 km/h.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số $T(\alpha) = \alpha - \cos\alpha$ với $0 \le \alpha \le \dfrac{\pi}{2}$ mô tả tổng thời gian di chuyển bằng đường bộ và chèo thuyền của cô gái, với α là góc chèo thuyền của cô gái.		
b) Thời gian đi bộ của cô gái từ A đến C là 1 giờ.		
c) Thời gian chèo thuyền của cô gái từ A đến C là 2 giờ.		
d) Khi $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$ thì thời gian di chuyển của cô gái đạt cực trị.		

Câu 21. Một chi tiết máy có dạng khối nón với chiều cao bằng 12 cm và bán kính đáy bằng 5 cm (Hình 4a). Người ta cắt hình nón, trụ này theo mặt phẳng chứa đường thẳng nối đỉnh và tâm hình tròn đáy của hình nón thì thu được một hình phẳng như Hình 4b. Gọi r, h lần lượt là bán kính đáy hình trụ và chiều cao hình trụ.



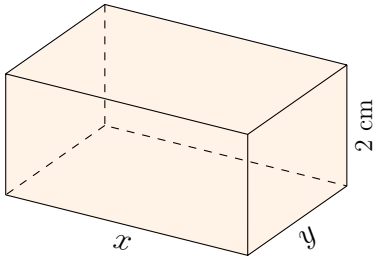
a) b)

Hình 4

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Công thức tính theo của nó là $r = \dfrac{(12+h)}{12}$.		
b) Thể tích khối trụ theo h là $V(h) = \dfrac{\pi \cdot h \cdot (12-h)^2}{144}$.		
c) Nếu $h = 4$ thì thể tích khối trụ $V(h)$ đạt cực đại.		
d) Thể tích khối trụ $V(h)$ luôn tăng khi $h \in (10; 12)$.		

Câu 22.

Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có thể tích 500cm^3. Chiều cao hộp phải là 2 cm, các kích thước khác là x, y với $x > 0$ và $y > 0$. Gọi $S(x)$ là diện tích toàn phần của chiếc hộp.



NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Sống tâm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khi $x = 10$ thì $y = 20$.		
b) Diện tích toàn phần của chiếc hộp là $S(x) = 500 + 4x + \dfrac{1000}{x}$.		
c) Hàm số $S(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 5)$.		
d) Nếu kích thước của hộp lần lượt là 20; 12,5; 2 thì diện tích toàn phần đạt cực tiểu.		

Câu 23. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1 \le x \le 18)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

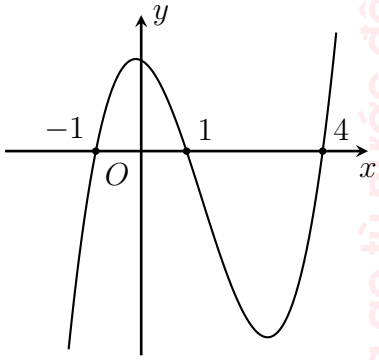
Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét.
Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số tiền thu được là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).		
b) Lợi nhuận thu được là $L(x) = x^3 - 3x^2 + 200x + 500$ (nghìn đồng).		
c) Hàm số $L(x)$ nghịch biến trên $(10; 15)$.		
d) Lợi nhuận của hộ đạt cực đại bằng 1 200 (nghìn đồng).		

2 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Câu 1.
Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số $f(x)$ có hai cực trị.		
b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.		
c) $f(-1) < f(1)$.		
d) Trên đoạn $[-1; 4]$ giá trị lớn nhất của hàm số là $f(1)$.		



Câu 2. Cho hàm số $y = \dfrac{\ln^2 x}{x}$. Đạo hàm của hàm số là $y' = \dfrac{\ln x(2 - \ln x)}{x^2}$ Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1; e^3]$ là 0 Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (0; +\infty)$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 4^x - 2^{x+3}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = 4^x \cdot \ln 4 - 2^{x+3} \ln 2$.		
b) Phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.		
c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ đạt tại $x = 2$.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 0.		

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4\ln(3 - x)$.

Sản phẩm nở trong áo từ nước độc. Người chuyên cần ắt sẽ thành tài.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$.		
b) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.		
c) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên $(-\infty;2)$ tại $x=1$.		
d) Không giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm dương phân biệt.		

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=4x^3-4x^2+x+6$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.		
b) Đạo hàm $f'(x)=12x^2+1-8x$.		
c) Phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm $x_1=-\frac{1}{2}$; $x_2=-\frac{1}{6}$.		
d) Hàm $\min\limits_{x\in[-3,5]} f(x)=411$.		

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=-2x^4+4x^2+-1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.		
b) Đạo hàm $f'(x)=-8x^3+8x$.		
c) Phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm $x=0$; $x=-1$.		
d) Hàm số $y=f(x)=-2x^4+4x^2-1$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0,8]$ bằng -7937.		

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=2\cos x+2x$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\sin(x)+2$.		
b) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $x=\frac{\pi}{2}$.		
c) $f(0)=2; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$.		
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là π.		

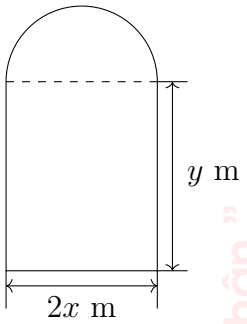
Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\dfrac{x^2-1}{(x^2+1)^2}$.		
b) $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số.		
c) Hàm số có hai điểm cực trị.		
d) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{2}$.		

Câu 9.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING VIỆT STAR_Dạy học từ tâm_Nâng tầm sự nghiệp

Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4 m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình chữ nhật ghép với nửa hình tròn có các kích thước được cho như hình bên.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Có thể biểu thị y theo công thức $y = 2 - \dfrac{(\pi-2)x}{2}$.		
b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S(x) = 4x - 2x^2 - \dfrac{\pi x^2}{2}$ (m^2).		
c) Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi $x = \dfrac{4}{\pi+2}$ m.		
d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\dfrac{8}{\pi+4}$ (m^2).		

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = x - \sin 2x$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $f'(x) = 1 + 2\cos 2x$.		
b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\dfrac{1}{2}$.		
c) Trên đoạn $[0;\pi]$ phương trình $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm $\dfrac{5\pi}{6}$.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;\pi]$ là $\dfrac{5\pi}{6} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.		

Câu 11. Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1\,000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm doanh thu của công ty là $f(x) = x \cdot p(x)$.		
b) Hàm số $f(x) = -25x^2 + 1\,000x$ có đạo hàm $f'(x) = -50x + 1\,000$.		
c) Nếu $f(x) = x \cdot p(x)$ là hàm doanh thu thì phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là $x = 2$.		
d) Hàm doanh thu đạt giá trị lớn nhất bằng 10 000.		

Câu 12. Nồng độ thuốc $C(t)$ tính theo mg/cm^3 trong máu của bệnh nhân được tính bởi $C(t) = \dfrac{0{,}05t}{t^2+t+1}$, trong đó t là thời gian tính theo giờ kể từ khi tiêm cho bệnh nhân.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số $C(t)$ có đạo hàm $C'(t) = \dfrac{1-t^2}{20(t^2+t+1)^2}, t \geq 0$.		
b) Sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân giảm dần theo thời gian.		
c) Nồng độ thuốc trong máu lớn nhất ở thời điểm 1 giờ sau khi tiêm.		
d) Có thời điểm nồng độ trong máu của bệnh nhân đạt 0,02 mg/cm^3.		

Câu 13. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s = f(t) = 0{,}5\cos(2\pi t)$ trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là $-\pi\sin(2\pi t)$ m/s.		

Sen vẫn nở trong bùn mà không hôi tanh mùi bùn, Ngọc vẫn quý trong đất mà không vì đất mà kém đi giá trị.

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t là $-2\cos(2\pi t)$ m/s^2.		
c) Vận tốc lớn nhất của chất điểm bằng π m/s.		
d) Gia tốc lớn nhất của chất điểm bằng $2\pi^2$ m/s^2.		

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	142	↘	8	↗	38	↘	14

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(8;14)$.		
b) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng 8.		
c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 38.		
d) Hàm số đã cho đồng biến trên $(8;14)$.		

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = \dfrac{x(x-2)}{(x-1)^2}$ với $x \neq 1$.		
b) Đường thẳng $y = x - 2$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số .		
c) Hàm số có giá trị cực đại bằng 5.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(-1;1)$ bằng 1.		

Câu 16. Cho hàm số $y = \dfrac{-x^2 + 3x + 2}{x + 1}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.		
b) Hàm số có 2 điểm cực trị.		
c) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1;3]$ tại $x = 1$.		
d) $y_{CĐ} > y_{CT}$.		

Câu 17. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Sau 7 tuần thì số người bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 254 người.		

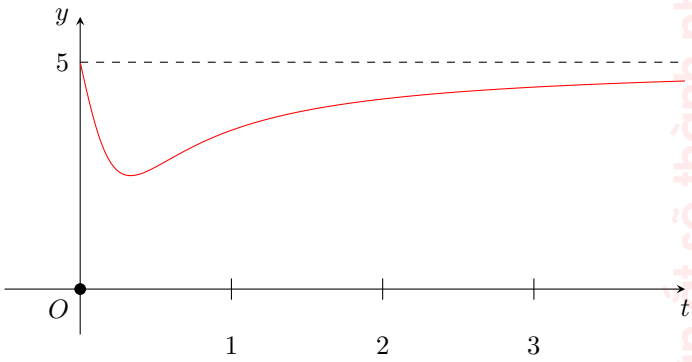
NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 256 người.		
c) Đạo hàm $N'(t)$ biểu thị tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh).		
d) Virus sẽ lây lan nhanh nhất ở tuần thứ 4.		

Câu 18.

Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như đường màu đỏ ở hình bên)

$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2+1}.$$



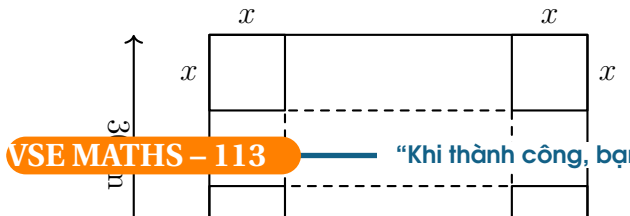
(Theo: https://www.researchgate.net/publication/264903978_Microrespirometric_ characterization_ of_activated_sludge_inhibition_by_copper_and_zinc)

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khi $t = 1$ giờ, thì nồng độ oxygen trong hồ là 3,5 mg/l.		
b) Nồng độ oxigen trong hồ cao nhất là 5 mg/l.		
c) Nồng độ oxigen trong hồ thấp nhất là 2,45 mg/l.		
d) Đạo hàm $y'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxigen trong nước. Tốc độ thay đổi nồng độ oxigen lớn nhất khi $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$ giờ.		

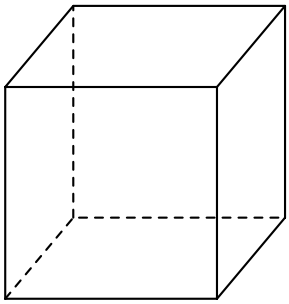
Câu 19. Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Gọi giá bán mới là x (triệu đồng) với $x \in [27;31]$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Với giá bán mới là 30 triệu thì số xe bán ra là 200 chiếc.		
b) Lợi nhuận thu được được biểu thị qua hàm số $f(x) = -200\left(x - \frac{61}{2}\right)^2 + 2450$.		
c) Với giá bán mới là 30 triệu thì lợi nhuận thu được là 24000 (triệu đồng).		
d) Giá bán mới là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.		

Câu 20. Từ một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng 30 cm và chiều dài 80 cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông có cạnh x (cm) với $5 \leq x \leq 10$ và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp như hình vẽ. Gọi $V(x)$ là thể tích được biểu diễn theo x của chiếc hộp.



Tài liệu sưu tầm và lưu hành nội bộ, Người biên soạn cẩn thận sẽ thành nhân...



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đáy của chiếc hộp có kích thước được biểu diễn theo x lần lượt là $(80-2x)$ và $(30-2x)$.		
b) Thể tích chiếc hộp là $V(x)=\dfrac{1}{3}x(30-2x)(80-2x)$.		
c) $V(10)-V(5)=1000$.		
d) Thể tích lớn nhất của chiếc hộp là $\dfrac{200000}{27}$ cm^3.		

Câu 21. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1 000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức:

$$N(t)=1\,000+\frac{100t}{100+t^2}\ (\text{con}),$$

trong đó t là thời gian tính bằng giây (*Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014*).

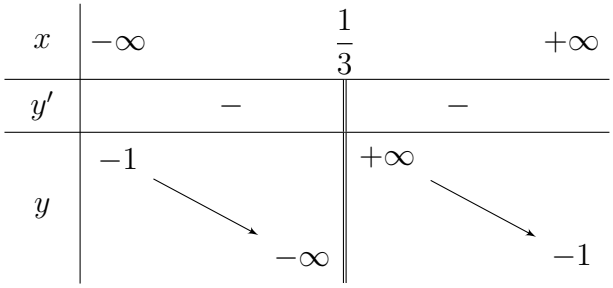
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số lượng vi khuẩn sau 1 giây là 1 002 con.		
b) Số lượng vi khuẩn vượt trên 1 004 con trong khoảng thời gian 15 giây.		
c) Số lượng vi khuẩn có thể đạt được 1 006 con kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.		
d) Số lượng vi khuẩn đạt lớn nhất sau 10 giây kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.		

3 Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

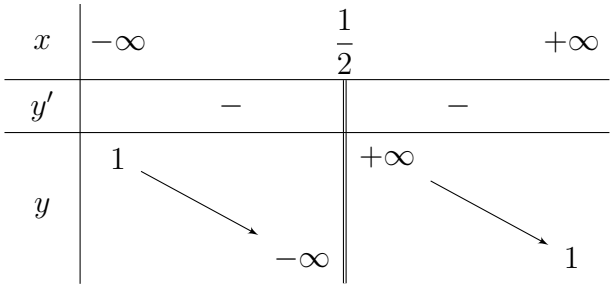
Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{3x}{-3x+1}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.		
b) Đạo hàm $y'=\dfrac{-3}{(-3x+1)^2}$.		

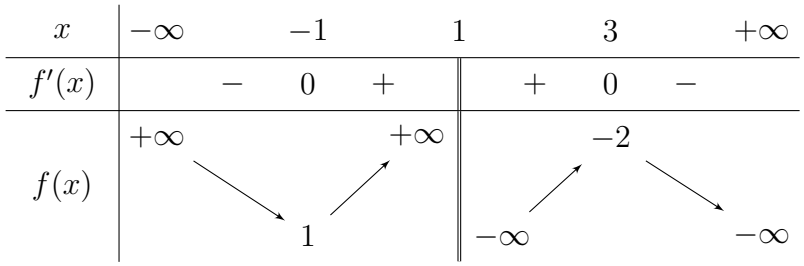
NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học là tâm – Sống tâm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
c) Bảng biến thiên của hàm số là  .		
d) Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của hàm số là $x=\frac{1}{3}$; $y=-1$.		

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{-2x-3}{-2x+1}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tâm đối xứng của hàm số là $I\left(\frac{1}{2};1\right)$.		
b) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=\frac{1}{2}$.		
c) Bảng biến thiên của hàm số là  .		
d) Đường tiệm cận đứng của hàm số là $y=\frac{1}{2}$.		

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng.		
b) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.		
c) Hàm số có hai giá trị cực trị là -1 và 3.		
d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên nửa đoạn $(1;2]$ bằng $f(2)$.		

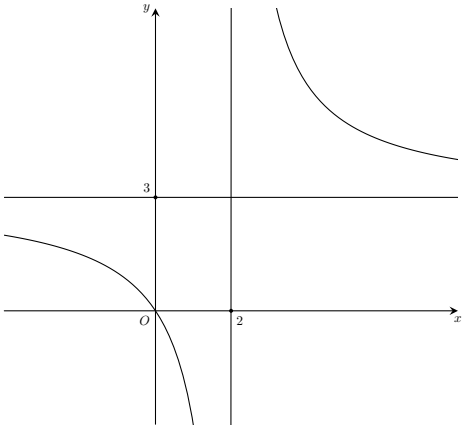
Sen văn nở trong gio tù nước độc, Người đời chuyền cần ắt sẽ "thành nhân".

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2x+4}-2}{x^2-x}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D}=[-2;+\infty)\setminus\{0;1\}$.		
b) Đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
c) Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.		
d) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.		

Câu 5.

Cho hàm số $y=\dfrac{3x+a}{x+b}$ có đồ thị như hình bên.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$.		
b) $b=2$.		
c) Đồ thị hàm số không đi qua gốc tọa độ.		
d) $a=0$.		

Câu 6. Để loại bỏ $p\%$ một loài tảo độc khỏi một hồ nước, người ta ước tính chi phí bỏ ra là

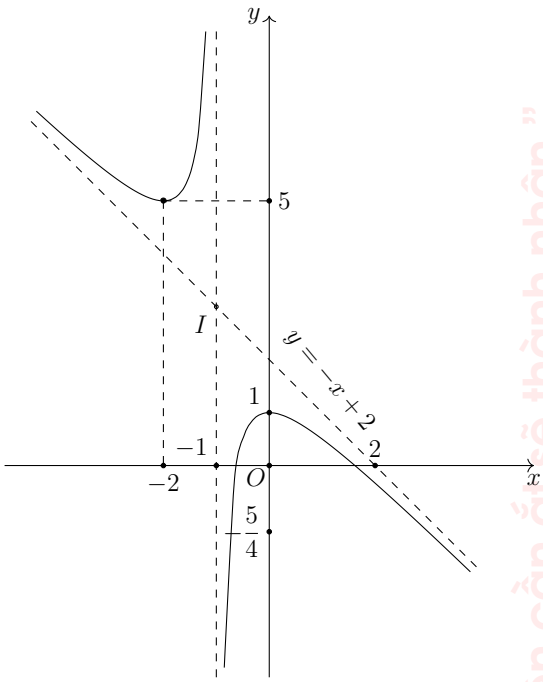
$$C(p)=\frac{45p}{100-p}\text{ (triệu đồng), với } 0\le p<100.$$

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Để loại bỏ 10% tảo độc khỏi hồ nước thì chi phí bỏ ra là 10 triệu đồng.		
b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=45$.		
c) Với chi phí là 11,25 triệu đồng thì loại bỏ được 20% tảo độc ra khỏi hồ nước.		
d) Có thể loại bỏ hoàn toàn tảo độc khỏi hồ nước.		

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

4 Khảo sát hàm số

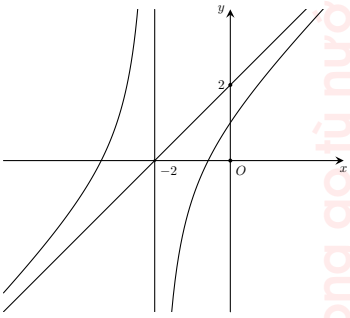
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ có đồ thị như hình bên.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = -2$.		
b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$ và $(-1;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.		
c) Hàm số có điểm $I(1;-3)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.		
d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng $d = 2\sqrt{5}$.		

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $f(x) = x + 2 - \dfrac{2}{x+2}$, $\forall x \in (-\infty;-2) \cup (-2;+\infty)$.		
b) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường $x = 2$.		
c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường $y = x + 2$.		
d) Hàm số đã cho có đồ thị như hình bên.		



Câu 3. Trong 9 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 9t^2 + 21t + 1$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $s'(t) = -3t^2 + 18t + 21$.		
b) $s''(t) = -3t + 18$.		
c) Phương trình $s'(t) = 0$ có đúng một nghiệm dương là $t = 7$.		
d) Gia tốc của chất điểm tại thời điểm vật dừng lại là 36 m/s^2.		

Câu 4. Trong 200 gam dung dịch muối nồng độ 15%, giả sử thêm vào dung dịch x gam muối tinh khiết và được dung dịch có nồng độ $f(x)$%.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người đời chuyền cần ắt sẽ thành nhân."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số $f(x)=\dfrac{100(x+200)}{x+30}$.		
b) Đạo hàm của hàm số luôn nhận giá trị âm trên khoảng $(0;+\infty)$.		
c) Thêm càng nhiều gam muối tinh khiết thì nồng độ phần trăm càng tăng và không vượt quá 100%.		
d) Giới hạn của $f(x)$ khi x dần đến dương vô cực bằng 100.		

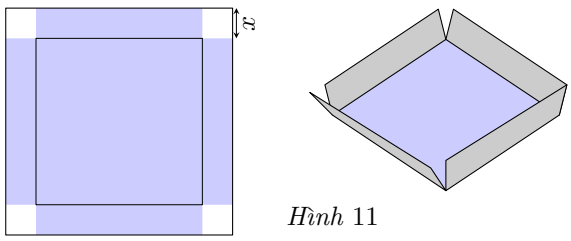
Câu 5. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng.
Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t)=-0{,}01t^3+1{,}1t^2-30t+250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét.
(Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng sau 10 giây là 50 kilômét.		
b) Tốc độ tức thời của con tàu lúc bắt đầu hãm phanh là -30 km/s.		
c) Tại thời điểm $t=25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm đi so với lúc bắt đầu hãm phanh.		
d) Khoảng cách giữa con tàu và Mặt Trăng nhỏ nhất sau 18 giây.		

Câu 6. Giả sử chi phí để xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức sau: $C(x)=0{,}0001x^2-0{,}2x+10000$ trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Chi phí để xuất bản 100 cuốn tạp chí là 980 vạn đồng.		
b) Tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho 100 cuốn tạp chí là 1200 vạn đồng.		
c) Chi phí trung bình $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}$ khi xuất bản 10000 cuốn là 2,2 vạn đồng.		
d) Nếu nhu cầu xuất bản không quá 30000 cuốn thì khi xuất bản 10000 cuốn, chi phí trung bình là thấp nhất.		

Câu 7. Bạn Việt muốn dùng tấm bìa hình vuông cạnh 6 dm làm một chiếc hộp không nắp, có đáy là hình vuông bằng cách cắt bỏ đi 4 hình vuông nhỏ ở bốn góc của tấm bìa (Hình 11).

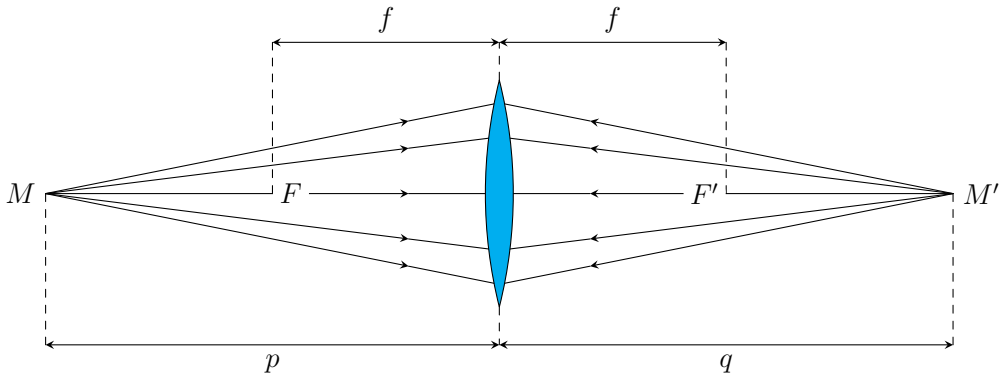


Hình 11

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khi cắt hình vuông có cạnh bằng 1 dm thì diện tích của đáy hộp là 16 dm^2.		
b) Thể tích hộp Khi cắt hình vuông có cạnh bằng 1 dm là 16 dm^3.		

Phát biểu	Đúng	Sai
c) Hàm số biểu thị thể tích hộp theo x với x là độ dài cạnh hình vuông cần cắt đi là $4x^3 - 24x^2 + 36x$.		
d) Cắt bỏ hình vuông có cạnh bằng 1 dm thì chiếc hộp đạt thể tích lớn nhất.		

Câu 8. Xét một thấu kính hội tụ có tiêu cự f (H.1.39). Khoảng cách p từ vật đến thấu kính liên hệ với khoảng cách q từ ảnh đến thấu kính bởi hệ thức: $\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q} = \dfrac{1}{f}$.



Hình 1.39

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Với tiêu cự bằng 3 và khoảng cách từ vật đến thấu kính bằng 5 thì khoảng cách từ ảnh đến thấu kính bằng 7,5.		
b) $q = g(p) = \dfrac{pf}{p-f}$ với $p \in (f; +\infty)$.		
c) Hàm số $q = g(p)$ đồng biến trên $(f; +\infty)$.		
d) Khoảng cách từ vật đến thấu kính tiến ra vô cùng thì khoảng cách từ ảnh đến thấu kính xấp xỉ tiêu cự.		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

1 Tính đơn điệu và cực trị của hàm số

Câu 1. Giả sử hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $A = 2a + b$ là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 2. Tìm điểm cực tiểu của hàm số $f(x) = (x-3)\mathrm{e}^x$.

KQ: | | | | |

Câu 3. Biết đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị là $(-1; 18)$ và $(3; -16)$. Tính tổng $P = a + b + c + d$. KQ: | | | | |

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 - 4mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$? KQ: | | | | |

Câu 5. Biết rằng tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ là khoảng $(a; b]$, với $a < b$. Tính $b - a$. KQ: | | | | |

Tặng Vũ Thị Mỹ Trinh mã giao dịch từ nước ngoài, người chuyển cần ấn sẽ thành nhận.

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10;10]$ để hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 4mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$?

KQ: | | | | |

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a trên đoạn $[-100;100]$ để hàm số $f(x) = \dfrac{(a+1)\ln x - 6}{\ln x - 3a}$ nghịch biến trên khoảng $(1;\mathrm{e})$?

KQ: | | | | |

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên khoảng $(-100;100)$ sao cho hàm số $y = \dfrac{-\mathrm{e}^x + 3}{\mathrm{e}^x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

KQ: | | | | |

Câu 9. Một công ty tiến hành khai thác 17 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 245 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 17 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất được hằng ngày sẽ giảm 9 thùng. Để giám đốc công ty có thể quyết định số giếng cần thêm cho phù hợp với tài chính, hãy chỉ ra số giếng công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất tăng lên.

KQ: | | | | |

Câu 10. Thể tích V của 1 kg nước (tính bằng cm^3) ở nhiệt độ T (đơn vị: °C) khi T thay đổi từ 0°C đến 30°C được cho xấp xỉ bởi công thức:

$$V = 999{,}87 - 0{,}06426T + 0{,}0085043T^2 - 0{,}0000769T^3.$$

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus.Cengage Learning 8th edition, p.284)
Tìm nhiệt độ $T_0 \in (0;30)$ để kể từ nhiệt độ T_0 trở lên thì thể tích V tăng (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: | | | | |

Câu 11. Chi phí sản xuất x sản phẩm mỗi tháng của một công ty cho bởi hàm $\overline{C(x)}$ có bảng biến thiên như sau

x	0		1000		$+\infty$
$\overline{C}'(x)$		$-$	0	$+$	
$\overline{C}(x)$		↘	60	↗	$+\infty$

Hỏi khi số sản phẩm mỗi tháng vượt qua giá trị bao nhiêu thì chi phí sản xuất bắt đầu tăng.

KQ: | | | | |

Câu 12. Một nhà máy sản xuất xe đạp cho thị trường châu Âu theo đơn giá 120 euro. Chi phí mỗi ngày của nhà máy được cho bởi hàm số

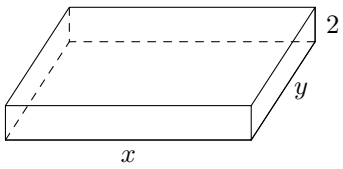
$$K(x) = 0{,}02x^3 - 3x^2 + 172x + 2400,$$

trong đó x là số lượng xe đạp sản xuất được trong ngày hôm đó. Mỗi ngày có thể sản xuất tối đa 130 xe đạp. Giả sử số xe đạp sản xuất được trong mỗi ngày đều được bán hết vào cuối ngày đó. Gọi $G(x)$ là hàm số biểu diễn lợi nhuận hàng ngày của nhà máy. Lợi nhuận hàng ngày là hàm đồng biến theo x khi $x \in (a;b)$, trong đó a và b là các giá trị nguyên dương. $a+b$ lớn nhất bằng nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 13.

Người ta muốn xây một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật, thể tích 1 800 m^3 và chiều sâu 2 m (Hình vẽ). Biết rằng chi phí xây mỗi đơn vị diện tích của đáy bể gấp hai lần so với thành bể. Gọi x và y là kích thước bể như hình vẽ.



Khảo sát mối quan hệ giữa chi phí xây dựng bể $f(x)$ và kích thước x ta thu được bảng biến thiên như sau

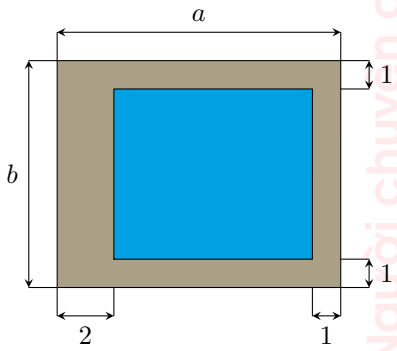
x	0		a		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(b)$	↗	$+\infty$

Tính $2a$.

KQ: | | | | |

Câu 14.

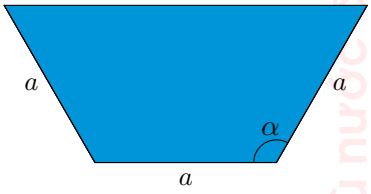
Người ta muốn thiết kế một lồng nuôi cá có bề mặt hình chữ nhật bao gồm phần mặt nước có diện tích bằng 54 m^2 và phần đường đi xung quanh với kích thước (đơn vị: m) như Hình vẽ. Khi kích thước a thay đổi trong khoảng $(3;+\infty)$ thì giá trị hàm số mô tả diện tích lối đi theo kích thước a sẽ giảm đến giá trị S_0 rồi tăng lên. Xác định giá trị S_0.



KQ: | | | | |

Câu 15.

Mặt cắt ngang của một máng dẫn nước là một hình thang cân có độ dài đáy bé bằng độ dài cạnh bên và bằng a (cm) không đổi (Hình vẽ). Gọi α là một góc của hình thang cân tạo bởi đáy bé và cạnh bên $\left(\frac{\pi}{2} \le \alpha < \pi\right)$. Tìm α để diện tích mặt cắt ngang của máng lớn nhất.



Hàm số $S(\alpha)$ mô tả diện tích mặt cắt ngang theo góc α có bảng biến thiên như sau

x	0		a		π
$S'(\alpha)$		$+$	0	$-$	
$S(\alpha)$	0	↗	b	↘	1

Tính $a \cdot b$. (làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ: | | | | |

Câu 16. Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm số

$$P(t) = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}, 0 \le t \le 10,$$

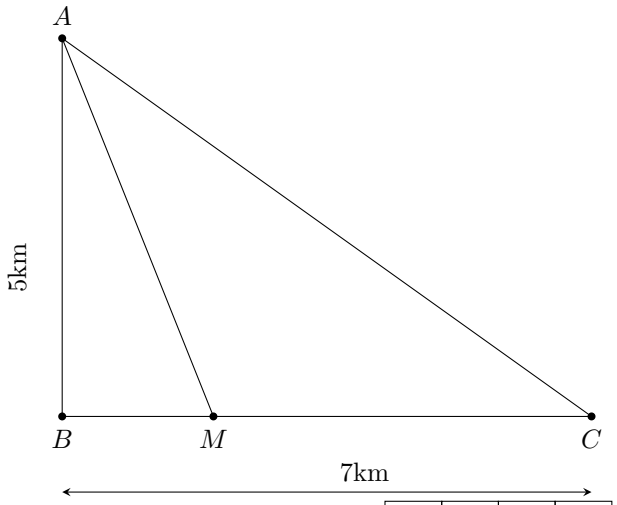
Sen văn nở trong ao tù nước tộc. Người đời chuyện cần ắt sẽ thành nhân.

trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tìm giá trị cực trị của huyết áp tâm thu P.

KQ: | | | | |

Câu 17. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \le t \le 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hãy ước tính số người bị nhiễm bệnh cực đại ở địa phương đó. KQ: | | | | |

Câu 18.
Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến địa điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h, rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h. Hỏi cần đặt vị trí của M cách B một khoảng bằng bao nhiêu km để thời gian của người đó đến kho đạt cực tiểu? (làm tròn hai chữ số thập phân)



KQ: | | | | |

Câu 19. Gia đình An xây bể hình trụ có thể tích 150m^3. Đáy bể làm bằng bê tông giá 100000đ/m^2. Phần thân làm bằng vật liệu chống thấm giá 90000đ/m^2, nắp bằng nhôm giá 120000đ/m^2. Hỏi tỷ số giữa chiều cao bể và bán kính đáy là bao nhiêu để chi phí sản xuất bể đạt cực đại? (làm tròn đến hai chữ số thập phân)
KQ: | | | | |

2 Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + m$ thoả mãn $\min\limits_{[0;5]} f(x) = 5$. Khi đó giá trị của m bằng

KQ: | | | | |

Câu 2. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2(m - 10)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng -5.

KQ: | | | | |

Câu 3. Có bao nhiêu giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x - m^2 + m}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 1]$ bằng -2.

KQ: | | | | |

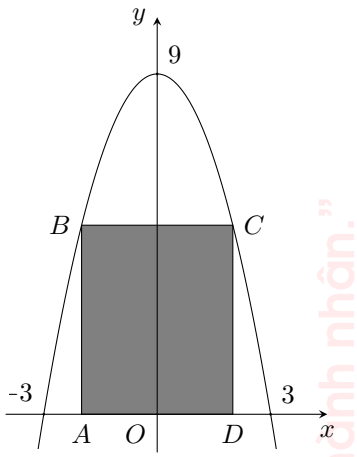
Câu 4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^3 x - 3\sin^2 x + 2$ lần lượt là M, m. Tổng $M + m$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 5. Cho bất phương trình $x^2 - (m + 1)x - m + 2 \ge 0$, với m là tham số thực. Tìm giá trị lớn nhất của m sao cho bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 4]$. KQ: | | | | |

Câu 6.

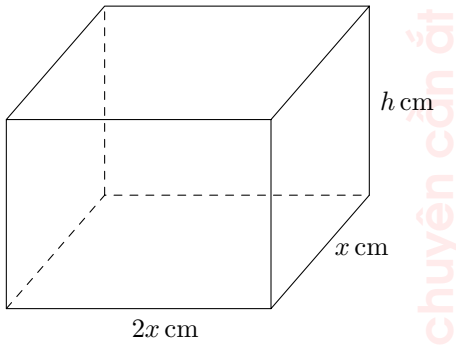
Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành như hình vẽ. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

Câu 7.

Người ta muốn làm một chiếc hộp kim loại hình hộp chữ nhật có thể tích $72\,\text{cm}^3$ và đáy có chiều dài gấp đôi chiều rộng như hình vẽ. Tính diện tích toàn phần nhỏ nhất đạt được của chiếc hộp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2).



KQ: | | | | |

Câu 8. Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm $(x > 0)$ mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức

$$\overline{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \text{ (triệu đồng/tạ).}$$

Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

KQ: | | | | |

Câu 9. Quan sát một đàn ong trong 20 tuần, người ta ước lượng được số lượng ong trong đàn bởi công thức $P(t) = \dfrac{20000}{1 + 1000\text{e}^{-t}}$, trong đó t là thời gian tính theo tuần kể từ khi bắt đầu quan sát, $0 \le t \le 20$. Tại thời điểm nào thì số lượng ong của đàn tăng nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của tuần)?

KQ: | | | | |

Câu 10. Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?

KQ: | | | | |

3 Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

Câu 1. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \le t \le 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hãy ước tính số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó.

KQ: | | | | |

Câu 2. Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương thuộc $[0; 2024]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 5x + m}{x - m}$ có tiệm cận đứng?

"Sẻ vẫn nở trong ai tuổi độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

KQ: | | | | |

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$, khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu để đồ thị của hàm số trên nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng và đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ làm tiệm cận ngang?

KQ: | | | | |

Câu 4. Cho đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{3x+5}{-x+7}$ có tâm đối xứng là $I(a;b)$. Giá trị của biểu thức $B=-4a-b$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $f(x)=5x-1+\dfrac{8}{x-1}$ có tâm đối xứng là $I(a;b)$. Giá trị của biểu thức $C=a+3b$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 6. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). *(Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020)*. Xem $y=f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y=f(t)$ có đường tiệm cận ngang là $y=a$. Giá trị của a là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 7. Số dân của một thị trấn sau x năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức

$$y=f(x)=\frac{26x+10}{x+5}$$

($f(x)$ được tính bằng nghìn người) (Nguồn: Giải tích 12 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2020). Xem $y=f(x)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0;+\infty)$. Dân số của thị trấn ngày càng "tiến gần" tới con số nào (đơn vị: nghìn người)?

KQ: | | | | |

Câu 8. Một bể bơi chứa 5 000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng đồ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút. Gọi $f(t)$ là hàm số biểu thị nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) xác định trên nửa khoảng $[0;+\infty]$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$ là $y=a$. Tìm a.

KQ: | | | | |

Câu 9. Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường S (mét) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $S=6t^2-t^3$. Tìm thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyện động đạt giá trị lớn nhất.

KQ: | | | | |

Câu 10. Hộp sữa 1 lít được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh x cm. Tìm x để diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất.

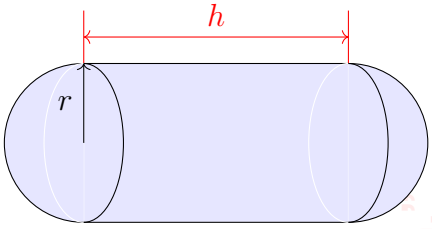
KQ: | | | | |

Câu 11. Ông Bình đặt thợ làm một bể cá, nguyên liệu bằng kính trong suốt, không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được 220500 cm^3 nước. Biết tỉ lệ giữa chiều cao và chiều rộng của bể bằng 3. Xác định diện tích đáy của bể cá để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất.

KQ: | | | | |

Câu 12.

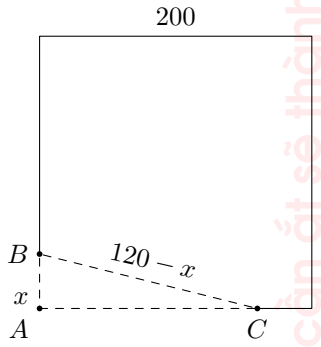
Một thùng chứa nhiên liệu gồm phần ở giữa là một hình trụ có chiều dài h mét ($h > 0$) và hai đầu là các nửa hình cầu bán kính r ($r > 0$) (*Hình 1.11*). Biết rằng thể tích của thùng chứa là $144\,000\pi$ m^3. Để sơn mặt ngoài của phần hình cầu cần 20 000 đồng cho 1 m^2, còn sơn mặt ngoài cho phần hình trụ cần 10 000 đồng cho 1 m^2. Xác định r để chi phí cho việc sơn diện tích mặt ngoài thùng chứa (bao gồm diện tích xung quanh hình trụ và diện tích hai nửa hình cầu) là nhỏ nhất, biết rằng bán kính r không được vượt quá 50 m.



Hình 1.11

KQ: | | | | |

Câu 13. Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ bên. Biết $AB = x$ ($0 < x < 60$ cm) là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

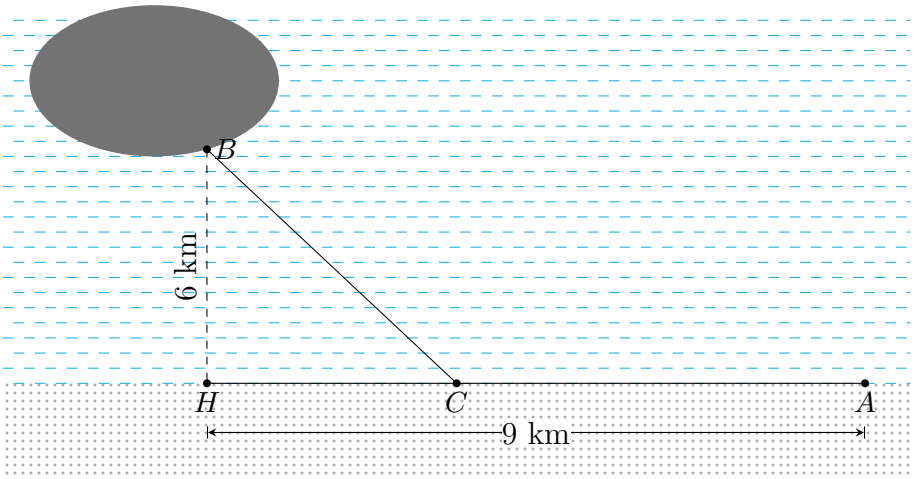


KQ: | | | | |

4 Khảo sát hàm số

Câu 1. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ vị trí A trên bờ biển đến vị trí B trên hòn đảo. Khoảng cách từ điểm B đến bờ biển là $BH = 6$ km (Hình 1.42). Giá tiền để xây dựng đường ống trên bờ là 50000 USD mỗi kilômét và giá tiền xây dựng đường ống trên biển là 130000 USD mỗi kilômét, biết rằng $AH = 9$ km. Xác định vị trí điểm C trên đoạn AH cách điểm A bao nhiêu để khi lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ACB thì chi phí công ty bỏ ra là thấp nhất?

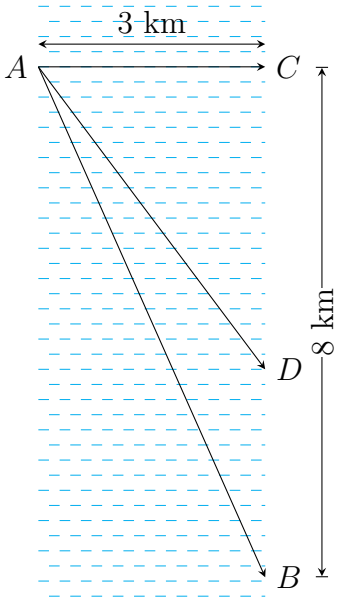
KQ: | | | | |



Hình 1.42

Câu 2. Một người chèo thuyền từ điểm A trên bờ một con sông thẳng, rộng 3 km và muốn đến điểm B, cách bờ đối diện 8 km về phía hạ lưu, càng nhanh càng tốt như Hình 1.39. Người ấy có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến B, hoặc anh ta có thể chèo thẳng đến B, hoặc có thể chèo thuyền đến điểm D nào đó giữa C và B rồi chạy bộ đến B. Biết rằng tốc độ chèo thuyền của người này là 6 km/h và tốc độ chạy bộ là 8 km/h. Tìm thời gian ngắn nhất mà người này có thể đi từ A đến B (bỏ qua vận tốc của nước và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

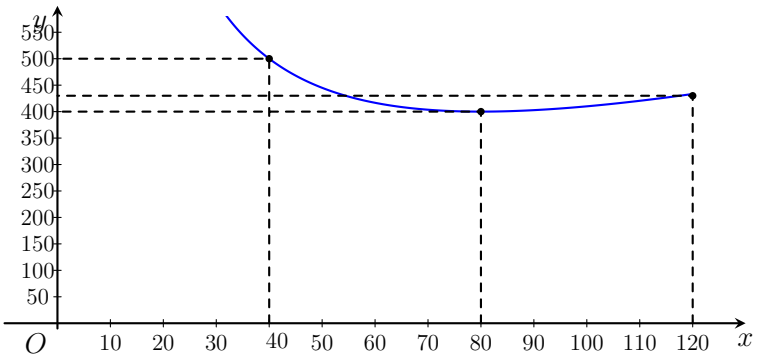
Tài liệu lưu hành nội bộ, nghiêm cấm sao chép dưới mọi hình thức. Ngọc Huyền LB cẩn cẩn thận sẽ thành nhân.



Hình 1.39

KQ: | | | | |

Câu 3.
Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) theo công thức: $C(v) = \frac{16000}{v} + \frac{5}{2}v \quad (0 < v \leq 120)$. Để biểu diễn trực quan sự thay đổi của $C(v)$ theo v, người ta đã vẽ đồ thị hàm số $C(v)$ như hình bên. Tài xế xe tải lái xe với tốc độ trung bình là bao nhiêu để tiết kiệm tiền xăng nhất?



Hình 7

KQ: | | | | |

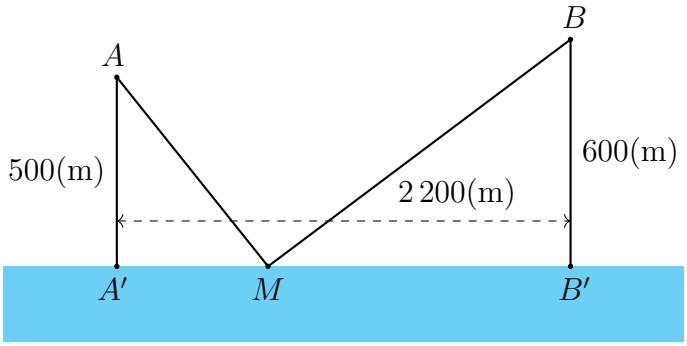
Câu 4. Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức $N(t) = 100\mathrm{e}^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$). Ước tính dân số của quốc gia này vào năm 2030 (kết quả tính bằng triệu người, làm tròn kết quả lấy phần nguyên).
KQ: | | | | |

Câu 5. Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$ (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Tìm vận tốc của vật sau 2 giây.
KQ: | | | | |

Câu 6. Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A thường kéo dài trong 60 ngày. Người ta nhận thấy lượng gạo xuất khẩu tính theo ngày thứ t được xác định bởi công thức: $S(t) = \frac{2}{5}t^3 - 63t^2 + 3\,240t - 3\,100$ (tấn) $(1 \leq t \leq 60)$. Hỏi trong 60 ngày đó, ngày thứ mấy có lượng gạo xuất khẩu cao nhất?

KQ: | | | | |

Câu 7. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam, khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và người ta đo được $A'B' = 2\,200$ m (Hình 37). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



Hình 37

KQ: | | | | |

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 3

VÉC-TƠ VÀ HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Véc-tơ và các phép toán véc-tơ

a) **Các khái niệm**

- Véc-tơ là một đoạn thẳng có hướng.
- Giá của véc-tơ là đường thẳng đi qua hai đầu mút của véc-tơ; độ dài của véc-tơ là khoảng cách giữa hai đầu mút của véc-tơ; hai véc-tơ cùng phương nếu giá của chúng song song hoặc trùng nhau; hai véc-tơ bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài; véc-tơ-không (kí hiệu $\vec{0}$) là véc-tơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau; hai véc-tơ đối nhau nếu chúng ngược hướng và cùng độ dài.

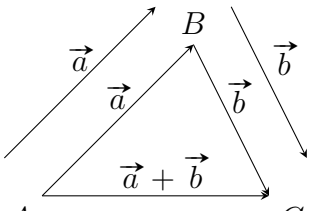
b) **Các phép toán véc-tơ trong không gian**

- Tổng và hiệu của hai véc-tơ

Cho hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$.

— Lấy một điểm A tuỳ ý, vẽ $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{BC}=\vec{b}$. Véc-tơ $\overrightarrow{AC}$ được gọi là tổng của hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $\overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$ (Hình 1).

— Hiệu của véc-tơ $\vec{a}$ và véc-tơ $\vec{b}$ là tổng của véc-tơ $\vec{a}$ và véc-tơ đối của véc-tơ $\vec{b}$, kí hiệu là $\vec{a}-\vec{b}$.



Hình 1

[Chú ý]

— *Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ (Quy tắc hình bình hành).*

— *Nếu $ABCD\cdot A'B'C'D'$ là hình hộp thì $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$ (Quy tắc hình hộp).*

— *Với ba điểm O, A, B trong không gian, ta có $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}$ (Quy tắc hiệu).*

- Tích của một số với một véc-tơ

Cho số thực $k\neq 0$ và véc-tơ $\vec{a}\neq\vec{0}$. Tích của số k với véc-tơ $\vec{a}$ là một véc-tơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau

— Cùng hướng với véc-tơ $\vec{a}$ nếu $k>0$, ngược hướng với véc-tơ $\vec{a}$ nếu $k<0$;

— Có độ dài bằng $|k|.|\vec{a}|$.

[Chú ý]

— *Ta có $k\vec{a}=0$ khi và chỉ khi $k=0$ hoặc $\vec{a}=\vec{0}$.*

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm hiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

— *Với hai véc-tơ bất kì $\vec{a}$, $\vec{b}$ và hai số thực h, k, ta có*

$$k(\vec{a}+\vec{b})=k\vec{a}+k\vec{b};$$
$$k(\vec{a}-\vec{b})=k\vec{a}-k\vec{b};$$
$$(h+k)\vec{a}=h\vec{a}+k\vec{a};$$
$$h(k\vec{a})=(hk)\vec{a};$$
$$1\vec{a}=\vec{a};(-1)\vec{a}=-\vec{a}.$$

— *Hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ khác $\vec{0}$ là cùng phương khi và chỉ khi có một số thực $k\neq 0$ sao cho $\vec{a}=k\vec{b}$.*

— *Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.*

— *Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.*

— *Điều kiện cần và đủ để ba điểm A, B, C thẳng hàng là có số thực $k\neq 0$ sao cho $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$.*

- Tích vô hướng của hai véc-tơ

  Cho hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu $\vec{a}\cdot\vec{b}$, là một số thực được xác định bởi công thức: $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$, ở đó $(\vec{a},\vec{b})$ là góc giữa hai véc-tơ $\vec{a}$, $\vec{b}$.

  [Chú ý]

  Với các véc-tơ bất kì $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ và số thực k tuỳ ý, ta có

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$$
$$\vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}$$
$$(k\vec{a})\cdot\vec{b}=k(\vec{a}\cdot\vec{b})=\vec{a}\cdot(k\vec{b})$$
$$\vec{a}^2\geq 0,\ \textit{trong đó}\ \vec{a}^2=\vec{a}\cdot\vec{a}$$
$$\textit{Ngoài ra,}\ \vec{a}^2=0\Leftrightarrow\vec{a}=\vec{0}$$

2 Toạ độ của véc-tơ

Xét không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$.

- $\overrightarrow{OM}=(a;b;c)\Leftrightarrow M(a;b;c)$.
- Toạ độ của một véc-tơ $\vec{u}$ là toạ độ của điểm A, trong đó A là điểm sao cho $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$.
- Nếu $\vec{u}=(a;b;c)$ thì $\vec{u}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$.

  Ngược lại, nếu $\vec{u}=a\vec{i}+b\vec{j}+c\vec{k}$ thì $\vec{u}=(a;b;c)$.
- Với $\vec{a}=(x_1;y_1;z_1)$ và $\vec{b}=(x_2;y_2;z_2)$, ta có $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1=x_2\\y_1=y_2\\z_1=z_2\end{cases}$.
- Cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ và $B(x_B;y_B;z_B)$. Khi đó, ta có

$$\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$$

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

3 Biểu thức toạ độ của các phép toán véc-tơ

Cho hai véc-tơ $\vec{u}=(x_1;y_1;z_1)$ và $\vec{v}=(x_2;y_2;z_2)$. Khi đó:

$$\vec{u}+\vec{v}=(x_1+x_2;y_1+y_2;z_1+z_2);$$
$$\vec{u}-\vec{v}=(x_1-x_2;y_1-y_2;z_1-z_2);$$
$$m\vec{u}=(mx_1;my_1;mz_1) \text{ với } m\in\mathbb{R};$$
$$\vec{u}\cdot\vec{v}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$$

[Chú ý]

— *Hai véc-tơ* $\vec{u}=(x_1;y_1;z_1)$, $\vec{v}=(x_2;y_2;z_2)$ $(\vec{v}\neq\vec{0})$ *cùng phương khi và chỉ khi có một số thực* m *sao cho* $\begin{cases}x_1=mx_2\\y_1=my_2\\z_1=mz_2\end{cases}$.

— *Nếu* $\vec{a}=(x;y;z)$ *thì* $|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

— *Nếu* $A(x_1;y_1;z_1)$ *và* $B(x_2;y_2;z_2)$ *thì*

$$AB=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

— *Với hai véc-tơ* $\vec{u}=(x_1;y_1;z_1)$ *và* $\vec{v}=(x_2;y_2;z_2)$ *khác véc-tơ* $\vec{0}$, *ta có*

$$\cos(\vec{u},\vec{v})=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

Cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A)$ và $B(x_B;y_B;z_B)$. Nếu $M(x_M;y_M;z_M)$ là trung điểm đoạn thẳng AB thì $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2};y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2};z_M=\dfrac{z_A+z_B}{2}$.

Cho tam giác ABC có $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$, $C(x_C;y_C;z_C)$. Nếu $G(x_G;y_G;z_G)$ là trọng tâm tam giác ABC thì

$$x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3};y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3};z_G=\frac{z_A+z_B+z_C}{3}$$

B. VÍ DỤ MINH HỌA

1 Véc-tơ và các phép toán véc-tơ

VÍ DỤ 1

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác $AB'D'$.

a) Tìm vectơ: $\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{BA}$; $\overrightarrow{CC'}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{D'A'}$.

b) Chứng minh: $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

c) Chứng minh: $\overrightarrow{B'B}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{B'D}$.

d) Chứng minh: $\overrightarrow{BB'}-\overrightarrow{C'B'}-\overrightarrow{D'C'}=\overrightarrow{BD'}$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

e) Chứng minh: $\overrightarrow{A'C} = 3\overrightarrow{A'G}$.

f) Tính độ dài véc tơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{AA'}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, O lần lượt là trung điểm của AB, CD và AC. Chứng minh rằng

a) $\overrightarrow{BN}$ và $\overrightarrow{DM}$ đối nhau;

b) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$;

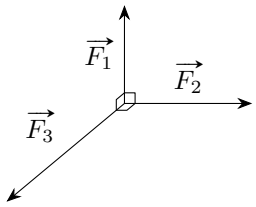
c) $\overrightarrow{SD} - \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{SC}$.

Lời giải.

"Sẽ không có bước đột phá nào từ người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

VÍ DỤ 3

Ba lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc nhau và có độ lớn lần lượt là 2 N, 3 N, 4 N.



a) Tính độ lớn hợp lực của $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$.

b) Tính độ lớn hợp lực của ba lực đã cho.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 5.

a) Tìm góc giữa các cặp véc-tơ sau: $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{B'D'}$; $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AD'}$ và $\overrightarrow{BD}$.

b) Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{B'D'}$; $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{BD}$;

c) Chứng minh $\overrightarrow{AC'}$ vuông góc với $\overrightarrow{BD}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.

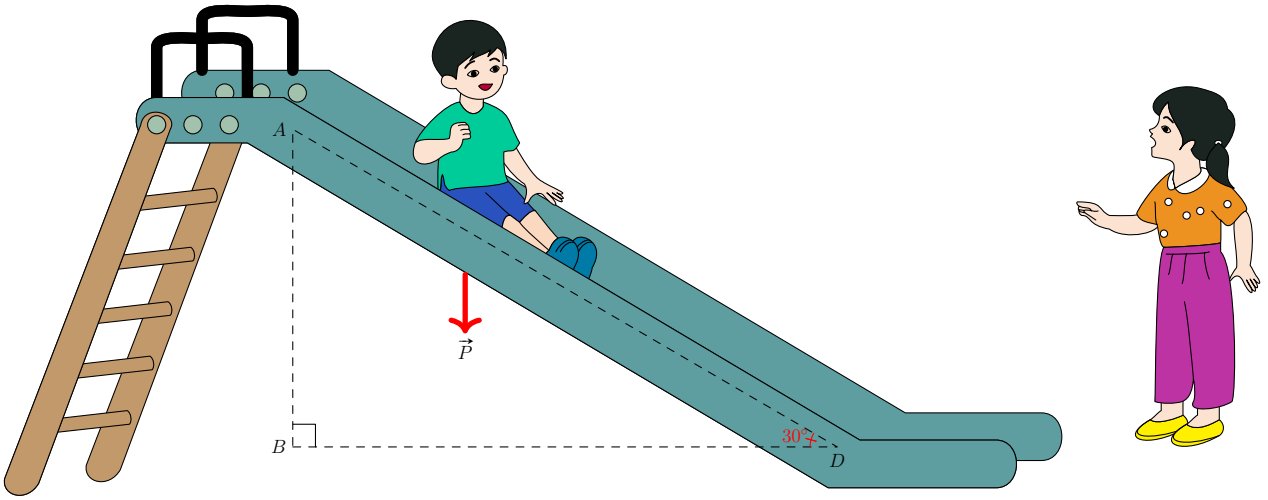
a) Tính các tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM}$. b) Tính góc $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong đầm lầy độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

VÍ DỤ 6

Một em nhỏ cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu trượt dài 3,5 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là $30°$ (Hình 26).



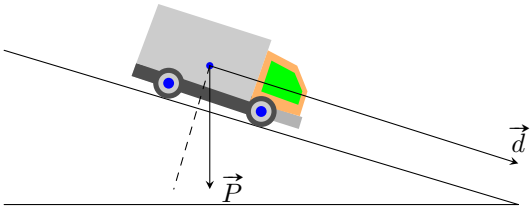
a) Tính độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết véctơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9{,}8\text{m/s}^2$.

b) Cho biết công $A(J)$ sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt.

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $\left|\vec{d}\right|$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$.

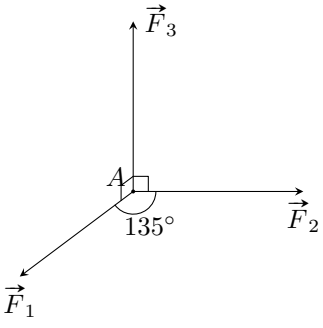


Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 30 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9{,}8$ m/s^2.

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α), chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ có giá nằm trong (α) và $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 135°$, còn lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định cường độ hợp lực của các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N.

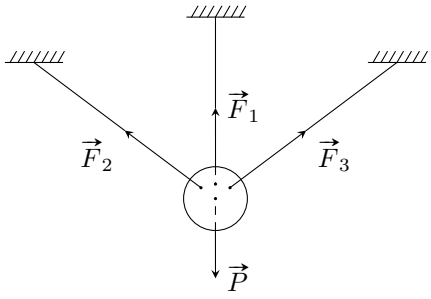


Lời giải.

Sen văn học độc. Người chuyên cần ắt sẽ th

VÍ DỤ 9

Một vật được treo cân bằng bởi ba sợi dây có trọng lượng không đáng kể, một đầu được cố định như hình vẽ.



Gọi lực căng của ba sợi dây lần lượt là $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$, trọng lực tác động lên vật là $\vec{P}$. Biết $\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = \left|\vec{F}_3\right| = 5\sqrt{3}$ N và góc hợp thành giữa các sợi dây đều là $90°$.

Các mệnh đề sau là đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}_3$.		
b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{P} = \vec{0}$.		
c) $\left\|\vec{P}\right\| = \left\|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\right\|$.		
d) $\left\|\vec{P}\right\| = 5\sqrt{3}$ (N).		

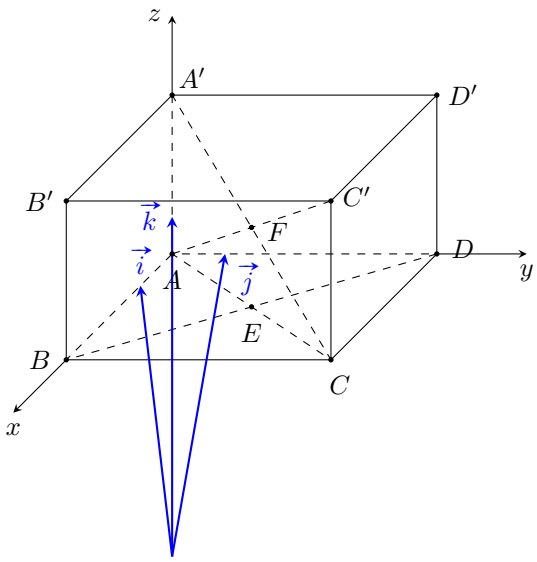
Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học theo chương trình mới
The BEST or NOTHING

2 Toạ độ của véc-tơ – Biểu thức toạ độ của các phép toán véc-tơ

VÍ DỤ 1

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = AA' = 2$, $AD = 4$. Gọi E là tâm của hình chữ nhật $ABCD$, F là trung điểm AC'. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với A), hãy xác định tọa độ các đỉnh của hình hộp chữ nhật và tọa độ hai điểm E, F.

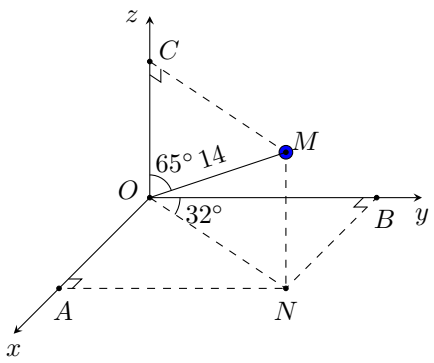


Lời giải.

VÍ DỤ 2

"Sen vẫn nở trong ao từ nước đ... thành nhân."

Một máy bay M đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như Hình bên, cho biết M là vị trí của máy bay với $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32^\circ$, $\widehat{MOC} = 65^\circ$. Tính toạ độ điểm M.



Lời giải.

VÍ DỤ 3

Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;-2;-1)$. Gọi A_1, A_2, A_3 lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các mặt phẳng toạ độ $(Oxy), (Oyz), (Oxz)$. Tìm toạ độ của các điểm A_1, A_2, A_3.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-2;3;4)$. Gọi H, K, P lần lượt là hình chiếu của điểm A trên các trục Ox, Oy, Oz. Tìm tọa độ của các điểm H, K, P.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;-2)$, $B(4;3;1)$ và $C(-1;-2;2)$.

a) Tìm tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$.

b) Tìm toạ độ của điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{u}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{v}=-\frac{3}{2}\vec{i}+\vec{j}-\frac{1}{2}\vec{k}$, $\vec{w}=6\vec{i}+m\vec{j}-n\vec{k}$.

a) Chứng minh $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương.

b) Tìm giá trị của m và n để véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{w}$ cùng phương.

Lời giải.

"Sen vẫn mở trong ao tù nước đọng, chuyện cần đợi sẽ thành"

VÍ DỤ 7

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(1;2;3)$, $C(4;-2;1)$.

a) Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Xác định tọa độ trọng tâm tam giác ABC.

b) Tìm tọa độ điểm D biết $ABCD$ là hình bình hành.

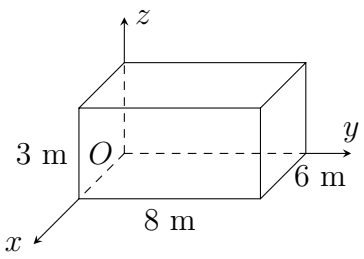
c) Tìm tọa độ giao điểm E của đường thẳng BC với mặt phẳng tọa độ (Oxz).

Lời giải.

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

VÍ DỤ 8

Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8 m, chiều rộng là 6 m và chiều cao là 3 m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét (*Hình minh họa bên*). Hãy tìm toạ độ của điểm treo đèn.



Lời giải.

VÍ DỤ 9

Cho ba véc-tơ $\vec{a}=(3;0;1)$, $\vec{b}=(1;-1;-2)$, $\vec{c}=(2;1;-1)$, $\vec{d}=(1;7;-3)$.

a) Tính $\vec{a}\cdot\vec{b}$, $\vec{b}\cdot\vec{c}$.

b) Tính $|\vec{a}|$, $\left|\vec{b}\right|$, $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

c) Chứng minh $\vec{d}\perp\vec{a}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 10

Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;0;1)$, $\vec{b}=(1;1;0)$ và $\vec{c}=(-4;3;m)$.

a) Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

b) Tìm m để vectơ $\vec{d}=2\vec{a}+3\vec{b}$ vuông góc với $\vec{c}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;0;2)$, $B(0;4;3)$ và $C(-2;1;2)$.

a) Chỉ ra tọa độ một véc tơ (khác $\vec{0}$) vuông góc với hai véc tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

b) Tính chu vi tam giác ABC.

c) Tính $\cos\widehat{BAC}$.

d) Tìm độ dài đường phân giác trong AD của tam giác ABC.

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A\,(0;1;-2)\,;B\,(3;0;0)$ và điểm C thuộc trục Oz. Biết ABC là tam giác cân tại C. Tìm toạ độ điểm C.

Lời giải.

VIỆT STAR – Dạy học từ hôm nay là thành công ngày mai
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

VÍ DỤ 13

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$, $P(1;m-1;2)$. Với những giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N?

Lời giải.

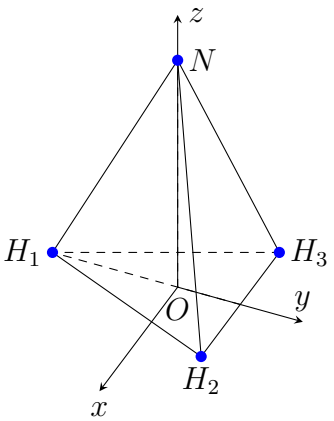
VÍ DỤ 14

Cho hai điểm $A(2,-1,1)$; $B(3,-2,-1)$. Tìm điểm N trên trục Ox cách đều A và B.

Lời giải.

VÍ DỤ 15

Trong Hóa học, cấu tạo của phân tử ammoniac (NH_3) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1, H_2, H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H). Góc tạo bởi liên kết H – N – H, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1, H_2, H_3 (chẳng hạn $\widehat{H_1NH_2}$), gọi là góc liên kết của phân tử NH_3. Góc này xấp xỉ 107°.
Trong không gian $Oxyz$, cho một phân tử NH_3 được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trục Oz, ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1, H_2, H_3 trong đó $H_1(0;-2;0)$ và H_2H_3 song song với trục Ox (Hình bên).



a) Tính khoảng cách giữa hai nguyên tử hydrogen.

b) Tính khoảng cách giữa hai nguyên tử nitrogen với mỗi nguyên tử hydrogen.

Học sinh giỏi là học sinh độc lập, Người độc lập cảm ắt sẽ thành

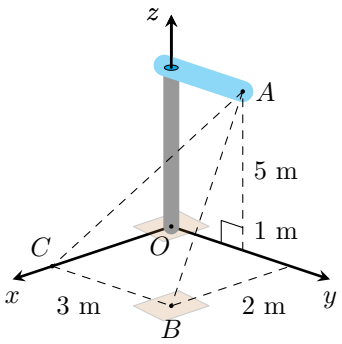
Lời giải.

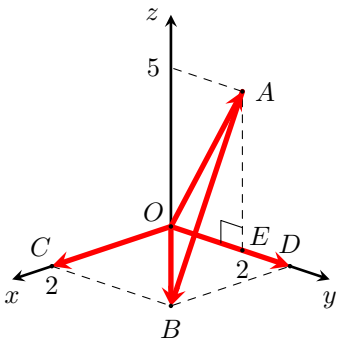
VÍ DỤ 16

Một thiết kế cơ khí trong Hình 5a được biểu diễn trong không gian $Oxyz$ như Hình 5b.

a) Hãy vẽ ba véc-tơ đơn vị $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt trên ba trục toạ độ Ox, Oy, Oz (mỗi véc-tơ đơn vị có độ dài bằng 1 m).

b) Biểu diễn các véc-tơ $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AB}$ theo $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$.

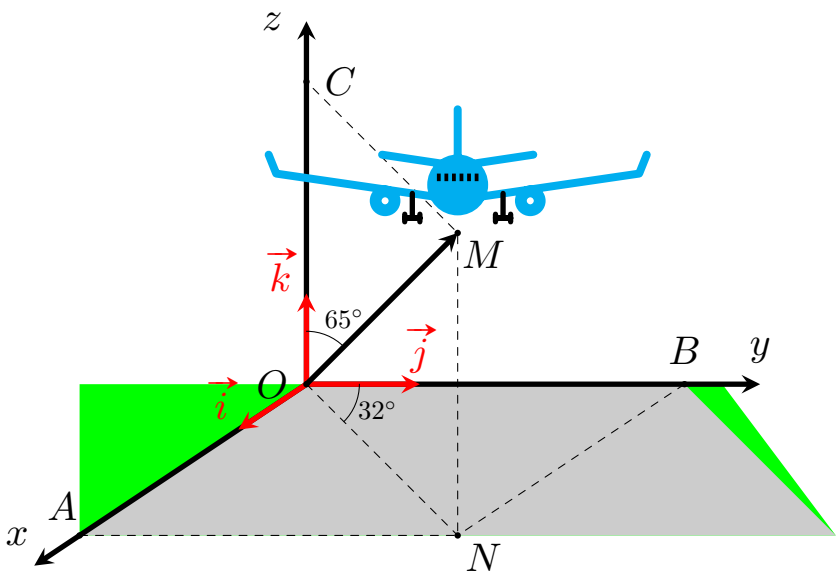




Lời giải.

VÍ DỤ 17

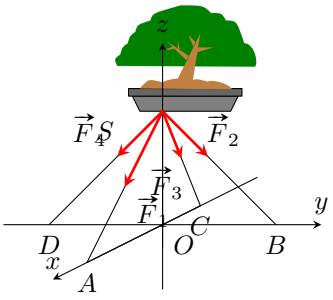
Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như Hình 12, cho biết M là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $\widehat{NOB} = 32°$, $\widehat{MOC} = 65°$.
Tính toạ độ điểm M.



Lời giải.

VÍ DỤ 18

Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20;0;0)$, $B(0;20;0)$, $C(-20;0;0)$, $D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40(N) và được phân bố thành bốn lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, $\vec{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như Hình 4. Tìm toạ độ của các lực nói trên (mỗi centimét biểu diễn 1 N).



Lời giải.

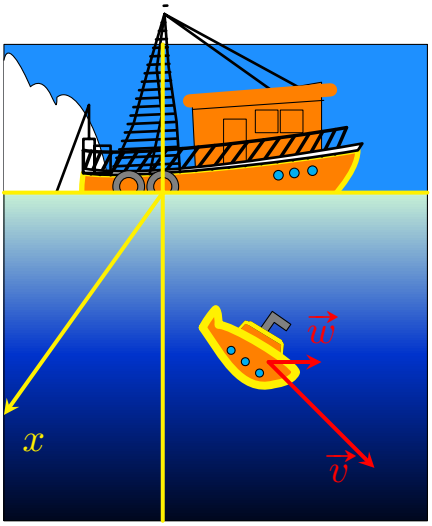
Sen nước độc, Người chuyên cả

VÍ DỤ 19

Một thiết bị thăm dò đáy biển đang lặn với vận tốc $\vec{v} = (10; 8; -3)$ (hình vẽ bên). Cho biết vận tốc của dòng hải lưu của vùng biển là $\vec{w} = \left(\frac{7}{2}; 1; 0\right)$.

a) Tìm tọa độ của véc-tơ tổng hai vận tốc $\vec{v}$ và $\vec{w}$.

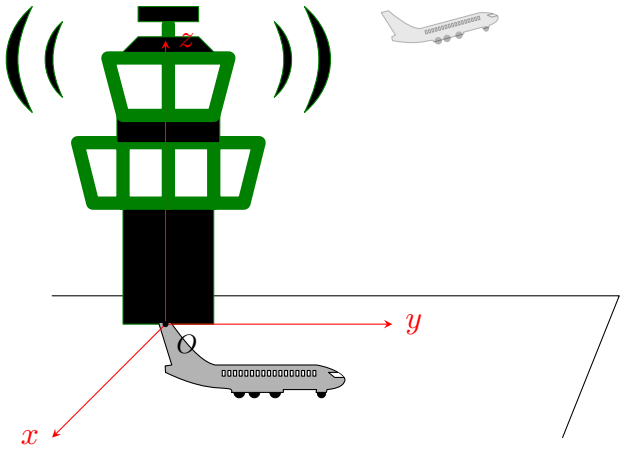
b) Giả sử thiết bị thăm dò lặn với vận tốc $\vec{u} = (7; 2; 0)$, hãy nêu nhận xét về véc-tơ vận tốc của nó so với véc-tơ vận tốc của dòng hải lưu.



Lời giải.

VÍ DỤ 20

Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, ta có thể lập hệ toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phia tây, trục Oy hướng về phia nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình 2.43. Sau khi cất cánh và đạt độ cao nhất định, chiếc máy bay duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ không đổi là 890 km/h trong nửa giờ. Xác định toạ độ của véc-tơ biểu diễn độ dịch chuyển của chiếc máy bay trong nửa giờ đó đối với hệ toạ độ đã chọn, biết rằng đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ được lấy theo kilômét.



Lời giải.

VÍ DỤ 21

Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đó lấy theo kilomet), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là gì?

Lời giải.

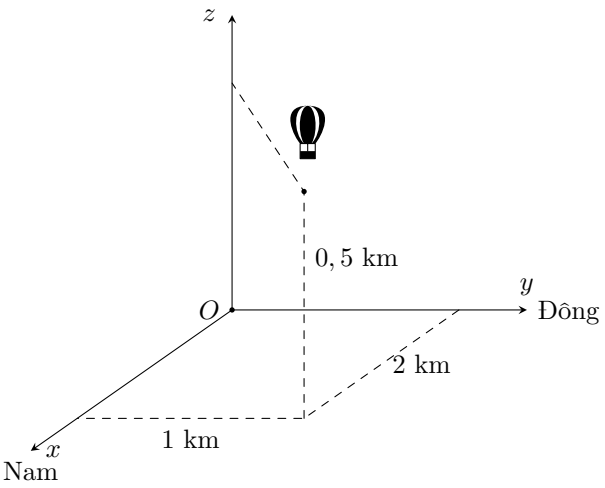
"Sen vẫn nở trong ao từ người chuyên cần sẽ

VÍ DỤ 22

Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai năm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.
Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng $(Oxyz)$ trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H2.50), đơn vị đo lấy theo kilomet.

a) Tìm tọa độ của mỗi chiếc khinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn.

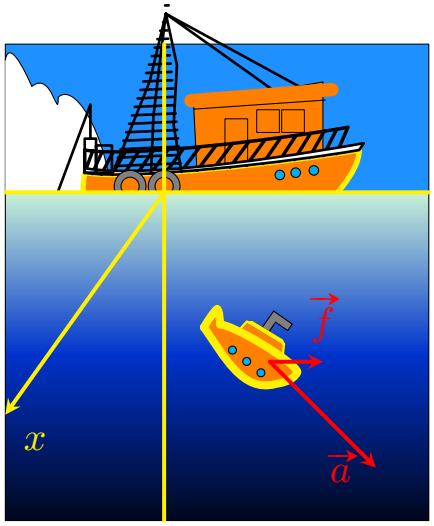
b) Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải.

VÍ DỤ 23

Một thiết bị thăm dò đáy biển (Hình 2) được đẩy bởi một lực $\vec{f} = (5; 4; -2)$ (đơn vị: N) giúp thiết bị thực hiện độ dời $\vec{a} = (70; 20; -40)$ (đơn vị: m). Tính công sinh bởi lực $\vec{f}$.



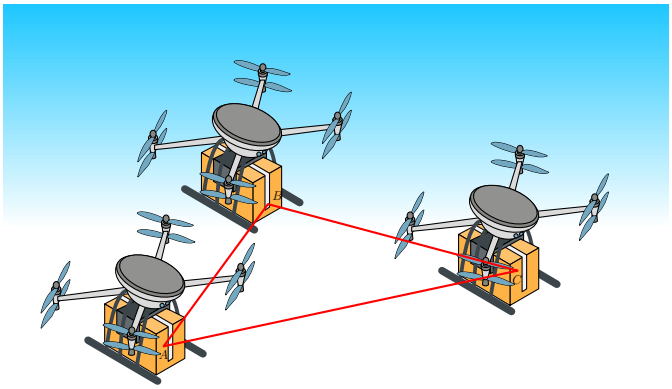
Lời giải.

VÍ DỤ 24

Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có toạ độ là $A(1; 1; 1)$, $B(5; 7; 9)$, $C(9; 11; 4)$. Tính:

a) Các khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng.

b) Góc $\widehat{BAC}$.

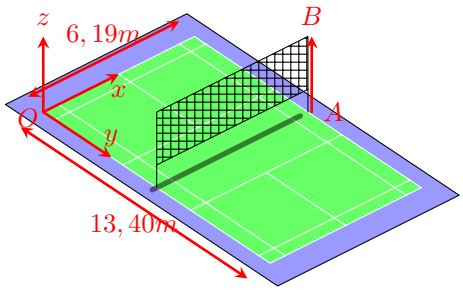


Lời giải.

Sen văn mở trong

VÍ DỤ 25

Hình 33*a* mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như ở Hình 33*b* (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.



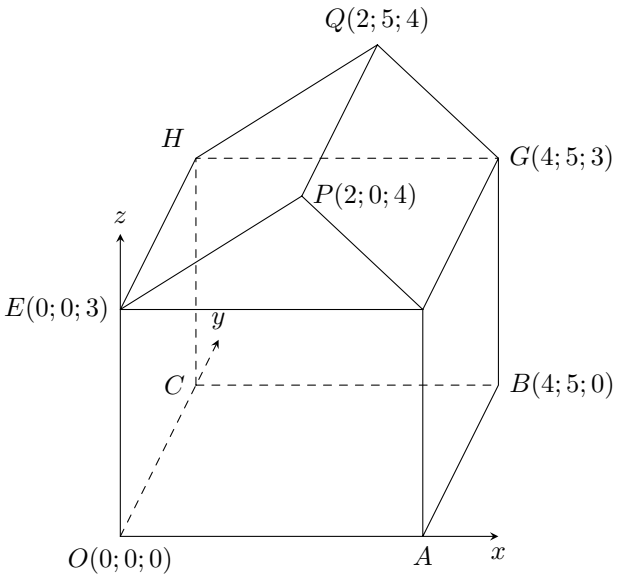
Lời giải.

VÍ DỤ 26

Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.

a) Tìm tọa độ của các điểm A, H và F.

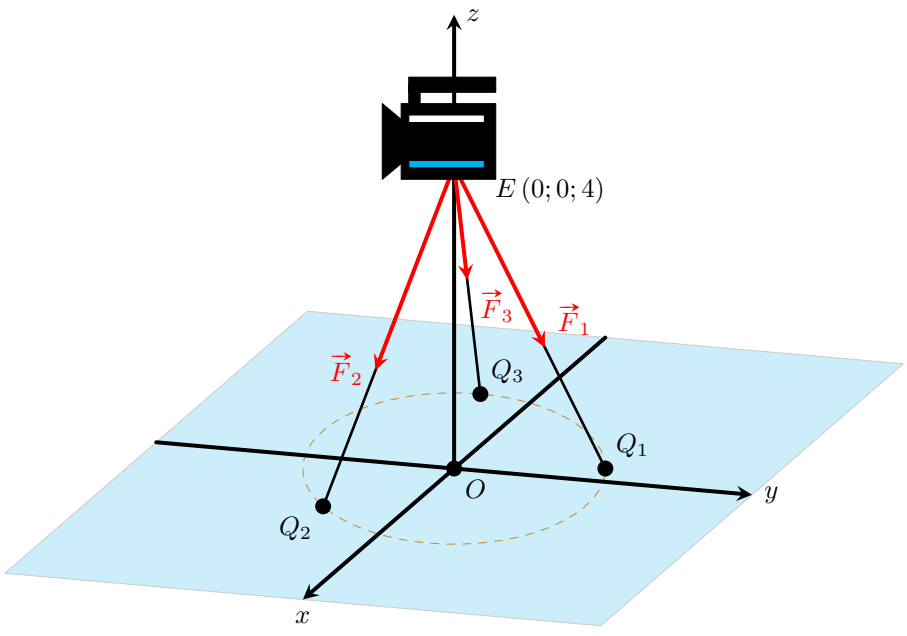
b) Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).



Lời giải.

VÍ DỤ 27

Một chiếc máy quay phim ở đài truyền hình được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $P(0;0;4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $Q_1(0;-1;0)$, $Q_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $Q_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right)$. Biết trọng lượng của máy quay là 360 N. Tìm tọa độ các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ tác dụng lên giá đỡ.



Lời giải.

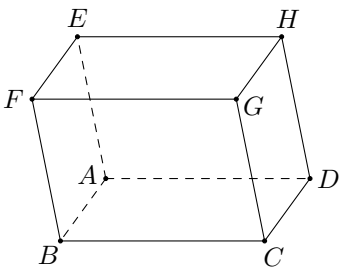
VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

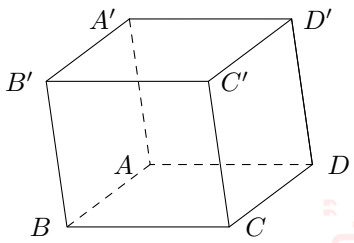
1 Véc-tơ và các phép toán véc-tơ

Câu 1. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Các véc-tơ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là các véc-tơ nào sau đây?



A $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{HG}$, $\overrightarrow{EF}$. **B** $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{HG}$, $\overrightarrow{EF}$. **C** $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{HG}$, $\overrightarrow{FE}$. **D** $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{GH}$, $\overrightarrow{EF}$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?



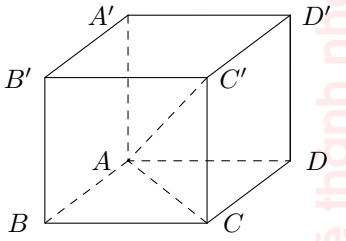
A $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'D'}=\overrightarrow{AD}$.

B $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.

C $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{A'C}=2\overrightarrow{AC}$.

D $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{D'D}=\vec{0}$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?



A $\left|\overrightarrow{AC}\right|=a\sqrt{2}$.

B $\left|\overrightarrow{AC'}\right|=a\sqrt{3}$.

C $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{D'B'}=\vec{0}$.

D $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BC'}$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Vectơ $\overrightarrow{AI}$ cùng hướng với vectơ nào sau đây?

A $\overrightarrow{BI}$.

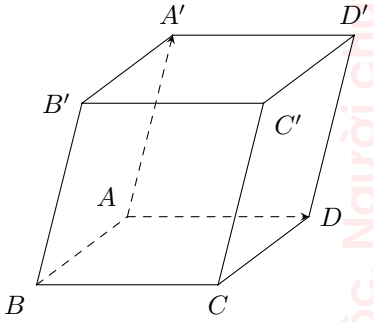
B $\overrightarrow{CD}$.

C $\overrightarrow{CI}$.

D $\overrightarrow{AB}$.

Câu 5.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}$ bằng



A $\overrightarrow{AD'}$.

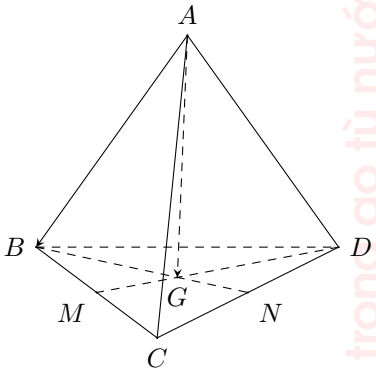
B $\overrightarrow{AB'}$.

C $\overrightarrow{AC'}$.

D $\overrightarrow{AC}$.

Câu 6.

Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Khi đó $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ bằng



A $6\overrightarrow{AM}$.

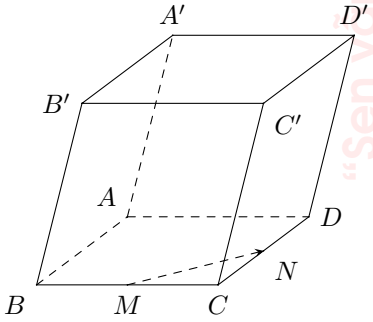
B $3\overrightarrow{AN}$.

C $3\overrightarrow{AG}$.

D $6\overrightarrow{AG}$.

Câu 7.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?



A $\overrightarrow{AD}$.

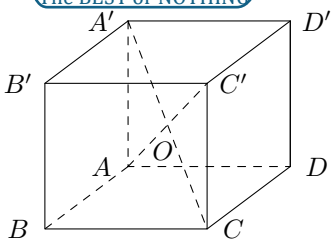
B $\overrightarrow{A'C'}$.

C $\overrightarrow{B'D'}$.

D $\overrightarrow{BC}$.

"Sen về nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần đã sẽ thành nhân."

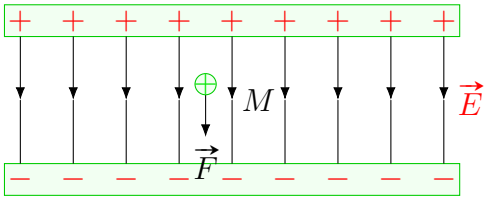
Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào dưới đây là đúng?



A $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.
B $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.
C $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.
D $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.

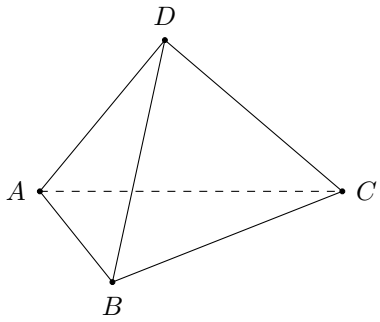
Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD'}$ theo a.
A $|\vec{x}| = a\sqrt{2}$. **B** $|\vec{x}| = 2a\sqrt{2}$. **C** $|\vec{x}| = 2a\sqrt{6}$. **D** $|\vec{x}| = a\sqrt{6}$.

Câu 10. Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9}$ C và độ lớn điện trường $E = 10^5$ N/C.



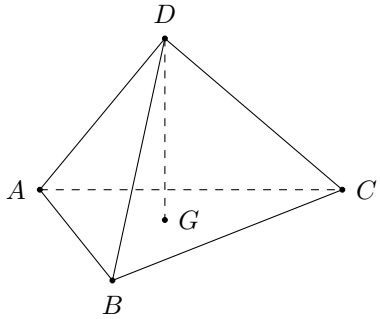
A 10^{-3} N. **B** 10^4 N. **C** 10^{-14} N. **D** 10^{-4} N.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



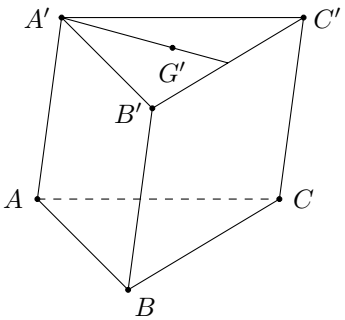
A $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.
B $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.
C $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.
D $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Tìm k thỏa đẳng thức vectơ $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k \cdot \overrightarrow{DG}$.



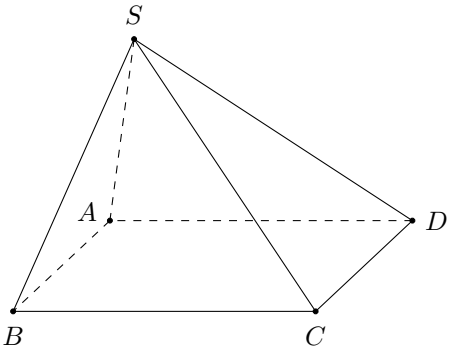
A $k = 1$.
B $k = 3$.
C $k = 2$.
D $k = 3$.

Câu 13. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AA'}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AC}$. Véc-tơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng



A $\frac{1}{3}\left(\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}\right)$.
B $\frac{1}{3}\left(3\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.
C $\frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c}\right)$.
D $\frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right)$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

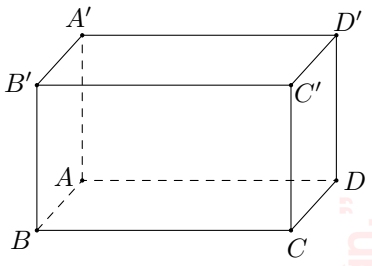


A $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.
B $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.
C $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.
D $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Câu 15.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIETSTAR – Dạy học từ tâm – Nội dung tận tâm

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$; $AA' = 2a$. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

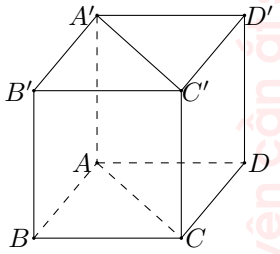


Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CD'} = \vec{0}$.		
b) $\overrightarrow{A'D} + \overrightarrow{CB'} = \vec{0}$.		
c) $\left\lvert\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right\rvert = a\sqrt{5}$.		
d) $\left\lvert\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{CC'}\right\rvert = 2\sqrt{2}a$.		

Câu 16. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Khi đó $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$ bằng

A 2. **B** $-2\sqrt{3}$. **C** $2\sqrt{3}$. **D** -2.

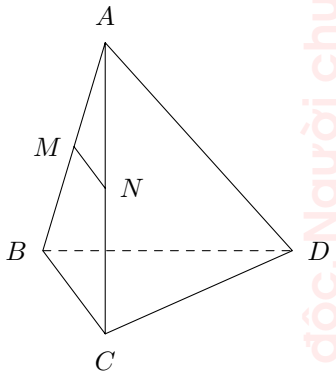
Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?



A $\left(\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{AD}\right) = 45°$. **B** $\left(\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{B'B}\right) = 90°$.

C $\left(\overrightarrow{A'A}, \overrightarrow{CB'}\right) = 45°$. **D** $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) = 180°$.

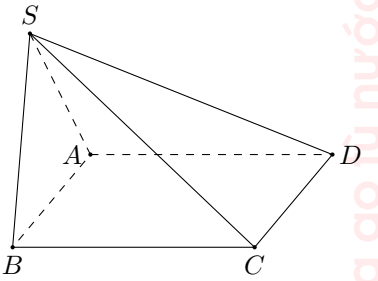
Câu 18. Cho tứ diện đều $ABCD$, Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC. Hãy tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{BD}$.



A $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}\right) = 150°$. **B** $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}\right) = 120°$.

C $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}\right) = 30°$. **D** $\left(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{BD}\right) = 60°$.

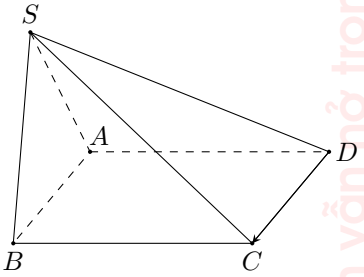
Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và mặt bên SAB là tam giác đều. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{BS}$.



A $\left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}\right) = 120°$. **B** $\left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}\right) = 60°$.

C $\left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}\right) = 90°$. **D** $\left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BS}\right) = 150°$.

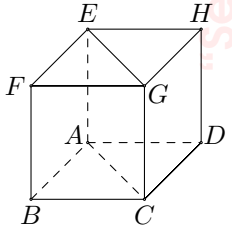
Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt bên ASB là tam giác vuông cân tại S và có cạnh $AB = a$. Tính $\overrightarrow{DC} \cdot \overrightarrow{AS}$.



A $\dfrac{a^2}{4}$. **B** $-\dfrac{a^2}{4}$.

C $-\dfrac{a^2}{2}$. **D** $\dfrac{a^2}{2}$.

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ có các cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EG}$.

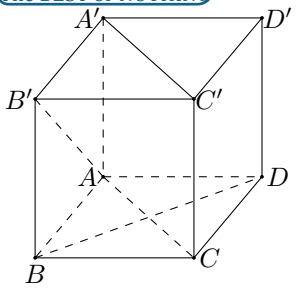


A $a^2\sqrt{2}$. **B** a^2.

C $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D** $a^2\sqrt{3}$.

"Sẻn văn nở trong gạo từ nước độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

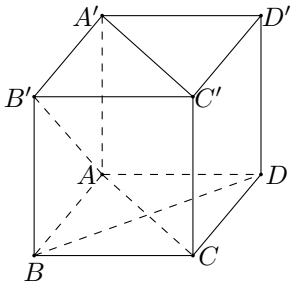
Câu 22. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{A'C'}$.



A $\dfrac{a^2}{2}$. **B** $-a^2$.

C a^2. **D** $-\dfrac{a^2}{2}$.

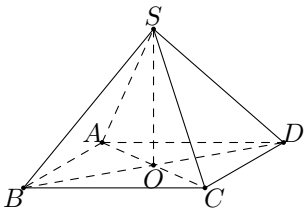
Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BD}$.



A $\dfrac{a^2}{2}$. **B** $-a^2$.

C a^2. **D** $-\dfrac{a^2}{2}$.

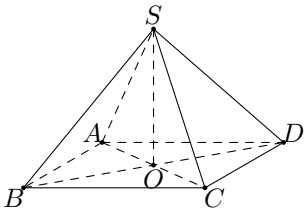
Câu 24. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{BC}$.



A $-\dfrac{a^2}{4}$. **B** $\dfrac{a^2}{2}$.

C $-\dfrac{a^2}{2}$. **D** $\dfrac{a^2}{4}$.

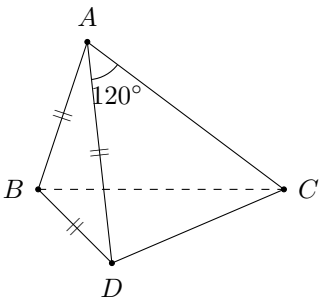
Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AC}$.



A $-a^2$. **B** $\dfrac{a^2}{2}$.

C $-\dfrac{a^2}{2}$. **D** a^2.

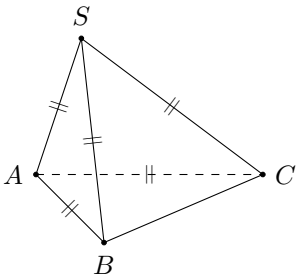
Câu 26. Cho tứ diện $ABCD$ biết $AB = AD = BD = a$, $AC = 2a$ và $\widehat{CAD} = 120°$. Tính $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$.



A $-\dfrac{3}{2}a^2$. **B** $\dfrac{3}{2}a^2$.

C $\dfrac{1}{2}a^2$. **D** $-\dfrac{1}{2}a^2$.

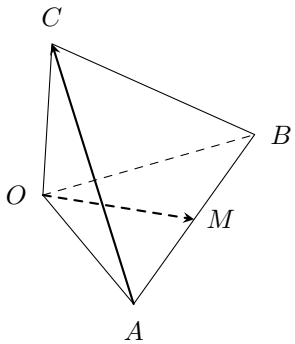
Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa các vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$.



A $60°$. **B** $90°$.

C $120°$. **D** $150°$.

Câu 28. Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = 1$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{AC}$.



A $90°$. **B** $120°$.

C $60°$. **D** $30°$.

2 Toạ độ của véc-tơ– Biểu thức toạ độ của các phép toán véc-tơ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$. Toạ độ của véc-tơ $\vec{a}$ là
A $(2;-3;-5)$. B $(2;3;-5)$. C $(-2;3;5)$. D $(2;3;5)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{k} - \vec{j}$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{u}$ là
A $(3;-1;4)$. B $(3;4;-1)$. C $(4;-1;3)$. D $(4;3;-1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz?
A $M(1;0;0)$. B $M(1;0;2)$. C $M(1;2;0)$. D $M(0;0;-2)$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Tọa độ điểm M là
A $M(0;2;1)$. B $M(1;2;0)$. C $M(2;0;1)$. D $M(2;1;0)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OA} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tọa độ điểm A là
A $(1;0;-2)$. B $(0;1;-2)$. C $(0;-1;2)$. D $(1;-2;0)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, xác định toạ độ của điểm A biết A nằm trên tia Ox và $OA = 2$.
A $A(0;0;2)$. B $A(2;2;0)$. C $A(0;2;0)$. D $A(2;0;0)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, xác định toạ độ của điểm A biết A nằm trên tia đối của tia Oy và $OA = 3$.
A $A(0;3;0)$. B $A(0;-3;0)$. C $A(0;-9;0)$. D $A(3;-3;0)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2)$, $B(3;-2;4)$. Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A $(2;5;6)$. B $(4;1;2)$. C $(2;-5;6)$. D $(-2;5;6)$.

Câu 9. Cho hai điểm A, B thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = (2;-1;3)$ và $\overrightarrow{OB} = (5;2;-1)$. Tìm tọa độ véc-tơ $\overrightarrow{AB}$.
A $\overrightarrow{AB} = (2;-1;3)$. B $\overrightarrow{AB} = (3;3;-4)$. C $\overrightarrow{AB} = (7;1;2)$. D $\overrightarrow{AB} = (3;-3;4)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm M và N biết $M(2;1;-1)$ và $\overrightarrow{MN} = (-1;2-3)$. Tọa độ N là
A $N(1;-3;-4)$. B $N(1;3;-4)$. C $N(-1;3;-4)$. D $N(1;3;4)$.

Câu 11. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;-4;5)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm
A $M(3;0;0)$. B $M(0;-4;5)$. C $M(0;0;5)$. D $M(3;0;5)$.

Câu 12. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm
A $M(0;0;3)$. B $N(1;2;0)$. C $Q(0;2;0)$. D $P(1;0;0)$.

Câu 13. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
A $(2;0;0)$. B $(2;1;0)$. C $(0;1;-3)$. D $(2;0;-3)$.

Câu 14. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;2;1)$ trên trục Ox có tọa độ là
A $(0;2;1)$. B $(0;2;0)$. C $(3;0;0)$. D $(0;0;1)$.

Câu 15. Hình chiếu của điểm $M(2;3;-2)$ trên trục Oy có tọa độ là
A $(2;0;0)$. B $(0;3;0)$. C $(0;0;-2)$. D $(2;0;-2)$.

"Sen vẫn nở trong ao tù mước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$. Tọa độ của véc-tơ $-3\vec{u}$ là

A $(3; -6; 9)$. B $(-3; -6; -9)$. C $(3; 6; 9)$. D $(-3; 6; -9)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(2; -3; 4)$, $N(1; 2; 3)$ và $P(3; -2; 2)$. Trọng tâm của tam giác MNP có tọa độ là

A $(2; -1; 3)$. B $(6; -3; 9)$. C $(-2; 1; -3)$. D $(-6; 3; -9)$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, tích vô hướng của hai vec-tơ $\vec{u} = (2; 3; -3)$ và $\vec{v} = (-3; -2; 4)$ bằng

A $\sqrt{22} \cdot \sqrt{29}$. B $-\sqrt{22} \cdot \sqrt{29}$. C 24. D -24.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $I(3; 5; -7)$ và $K(-5; 5; -1)$ bằng

A 100. B 20. C 10. D 17.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (3; -1; 2)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

A $\sqrt{6}$. B $\sqrt{14}$. C 2. D 4.

Câu 21. Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (3; 0; 1)$, $\vec{c} = (1; 1; 0)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{b}$ thỏa mãn biểu thức $\vec{b} - \vec{a} + 2\vec{c} = \vec{0}$.

A $\vec{b} = (-2; 1; -1)$. B $\vec{b} = (-1; 2; -1)$. C $\vec{b} = (5; 2; 1)$. D $\vec{b} = (1; -2; 1)$.

Câu 22. Cho vectơ $\vec{a} = (1; -3; 4)$. Vectơ nào sau đây cùng phương với $\vec{a}$?

A $\vec{b} = (-2; -6; 8)$. B $\vec{c} = (-2; 6; -8)$. C $\vec{d} = (-2; 6; 8)$. D $\vec{m} = (2; -6; -8)$.

Câu 23. Hai véc-tơ $\vec{a} = (m; 2; 3)$ và $\vec{b} = (1; n; 2)$ cùng phương khi

A $\begin{cases} m = \dfrac{1}{2} \\ n = \dfrac{4}{3}. \end{cases}$ B $\begin{cases} m = \dfrac{3}{2} \\ n = \dfrac{4}{3}. \end{cases}$ C $\begin{cases} m = \dfrac{3}{2} \\ n = \dfrac{2}{3}. \end{cases}$ D $\begin{cases} m = \dfrac{2}{3} \\ n = \dfrac{4}{3}. \end{cases}$

Câu 24. Cho hai điểm $A(2; 3; 1)$ và $B(3; 1; 5)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A $AB = \sqrt{21}$. B $AB = 2\sqrt{3}$. C $AB = 2\sqrt{5}$. D $AB = \sqrt{13}$.

Câu 25. Cho hai điểm $A(-1; 1; 2)$ và $B(3; -5; 0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A $(1; -2; 1)$. B $(4; -6; 2)$. C $(2; -3; -1)$. D $(2; -4; 2)$.

Câu 26. Cho hai điểm $A(1; 1; 0)$, $B(3; -1; 2)$. Tọa độ điểm C sao cho B là trung điểm của đoạn AC là

A $C(5; -3; 4)$. B $C(4; -3; 5)$. C $C(-1; 3; -2)$. D $C(2; 0; 1)$.

Câu 27. Cho tam giác ABC với $A(0; -1; 3)$, $B(2; 1; 1)$, $C(1; 0; -1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A $(1; 0; 1)$. B $(-1; 0; 1)$. C $(0; 1; 1)$. D $(1; 1; 0)$.

Câu 28. Cho tam giác ABC trọng tâm G. Biết $A(0; 2; 1)$, $B(1; -1; 2)$, $G(1; 1; 1)$. Khi đó điểm C có tọa độ là

A $(2; 2; 4)$. B $(-2; 0; 2)$. C $(-2; -3; -2)$. D $(2; 2; 0)$.

Câu 29. Cho hai điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là

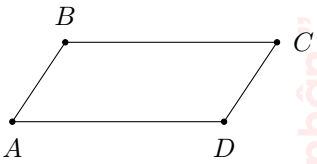
A $\left(3; \dfrac{8}{3}; \dfrac{8}{3}\right)$. B $\left(1; 2; \dfrac{1}{3}\right)$. C $\left(3; 3; -\dfrac{8}{3}\right)$. D $\left(\dfrac{8}{3}; 3; -\dfrac{8}{3}\right)$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT VIETSTAR Dạy học từ tâm – Vững tận sự nghiệp

Câu 30. Cho các điểm $A(1;-1;0)$, $B(0;2;0)$, $C(2;1;3)$ và M là điểm thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{0}$. Khi đó điểm M có tọa độ là

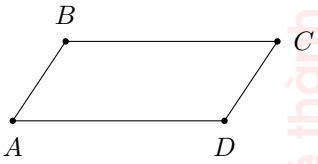
A $(3;2;3)$. **B** $(3;-2;-3)$. **C** $(3;-2;3)$. **D** $(3;2;-3)$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(-2;3;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(6;5;0)$. Tọa độ đỉnh D là



A $D(11;2;2)$. **B** $D(1;8;2)$. **C** $D(11;2;-2)$. **D** $D(1;8;-2)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$,$C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.



A $D(4;2;9)$. **B** $D(-2;4;-5)$. **C** $D(6;2;-3)$. **D** $(-4;-2;9)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, biết rằng $A(-3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $D(0;0;1)$, $A'(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm C'.

A $(-13;4;4)$. **B** $(13;4;4)$. **C** $(7;4;4)$. **D** $(10;4;4)$.

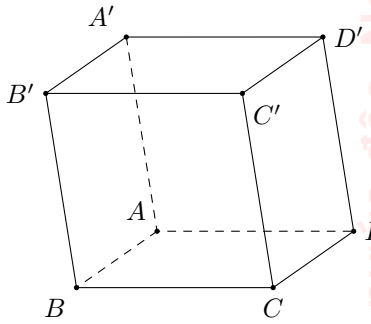
Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;2;3)$, $B'(2;0;-1)$, $C(3;0;-3)$ và $D'(-2;4;-3)$. Tọa độ đỉnh B của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A $B(4;-1;1)$. **B** $B(2;-1;2)$. **C** $B(0;1;-3)$. **D** $B(4;1;-1)$.

Câu 35. Cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(0;1;-1)$, $C(x+2;y;-2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

A $\dfrac{7}{3}$. **B** $-\dfrac{8}{3}$. **C** $-\dfrac{2}{3}$. **D** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 36. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;2a;0)$, $A'(0;0;2a)$, $a\neq 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AC'.



A $|a|$. **B** $2|a|$.

C $3|a|$. **D** $\dfrac{3|a|}{2}$.

Câu 37. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}=(3;0;1)$ và $\vec{v}=(2;1;0)$ là

A 0. **B** 6. **C** 8. **D** -6.

Câu 38. Cho các véc-tơ $\vec{a}=(1;2;1)$ và $\vec{b}=(2;2;1)$. Tính tích vô hướng $\vec{a}\cdot\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$.

A -1. **B** -2. **C** 2. **D** 1.

Câu 39. Một thiết bị thăm dò đáy biển được đẩy bởi một lực $\vec{f}=(5;4;-2)$ (đơn vị: N) giúp thiết bị thực hiện độ dời $\vec{a}=(70;20;-40)$ (đơn vị: m). Tính công sinh bởi lực $\vec{f}$.

A 480 (J). **B** 530 (J). **C** 510 (J). **D** 500 (J).

Câu 40. Góc giữa hai véc-tơ $\vec{i}$ và $\vec{u}=(-\sqrt{3};0,;1)$ bằng

A $60°$. **B** $120°$. **C** $150°$. **D** $30°$.

Câu 41. Cho hai véc-tơ $\vec{u}=(-1;1;0)$ và $\vec{v}=(0;-1;0)$. Góc hợp bởi hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng

A $60°$. **B** $45°$. **C** $135°$. **D** $120°$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân"

Câu 42. Cho hai véc-tơ $\vec{u}=(-1;0;2)$ và $\vec{v}=(x;-2;1)$. Biết rằng $\vec{u}\cdot\vec{v}=4$. Khi đó $|\vec{v}|$ bằng
A $\sqrt{21}$. B 2. C 3. D 5.

Câu 43. Tìm số thực a để vec-tơ $\vec{u}=(a;0;1)$ vuông góc với vec-tơ $\vec{v}=(2;-1;4)$.
A $a=-2$. B $a=-4$. C $a=4$. D $a=2$.

Câu 44. Cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;-2;1)$ và $\vec{v}=(2;1;-1)$. Véc-tơ nào dưới đây vuông góc với cả hai véc-tơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$?
A $\overrightarrow{w_2}=(1;3;5)$. B $\overrightarrow{w_3}=(1;-4;7)$. C $\overrightarrow{w_4}=(1;4;7)$. D $\overrightarrow{w_1}=(1;-3;5)$.

Câu 45. Cho $A(2;1;4), B(-2;2;-6), C(6;0;-1)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.
A $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=67$. B $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-67$. C $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=33$. D $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=65$.

Câu 46. Cho tam giác ABC với $A(8;9;2)$, $B(3;5;1)$, $C(11;10;4)$. Số đo góc A của tam giác ABC là
A 60°. B 150°. C 30°. D 120°.

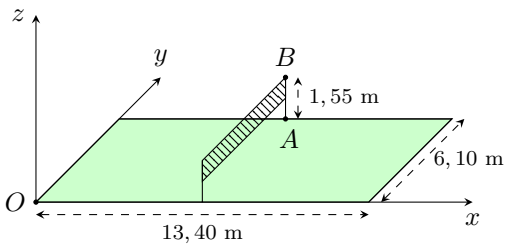
Câu 47. Cho điểm $A(3;-1;5)$, $B(m;2;7)$. Tìm tất cả các giá trị của m để độ dài đoạn $AB=7$.
A $m=3$ hoặc $m=-3$. B $m=9$ hoặc $m=-3$.
C $m=-3$ hoặc $m=-9$. D $m=9$ hoặc $m=3$.

Câu 48. Cho ba điểm $A(3;2;8)$, $B(0;1;3)$ và $C(2;m;4)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại B.
A $m=4$. B $m=-10$. C $m=25$. D $m=-1$.

Câu 49. Cho tam giác ABC có $A(7;3;3)$, $B(1;2;4)$, $C(2;3;5)$. Tìm toạ độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.
A $H(3;4;6)$. B $H(-3;4;7)$. C $H(2;4;1)$. D $H(2;-4;3)$.

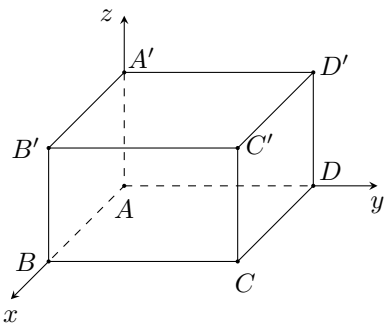
Câu 50. Cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Gọi $M(0;0;z)$ là điểm thuộc trục Oz sao cho MA^2+MB^2 nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A $z\in(0;1]$. B $z\in(1;2]$. C $z\in(-1;0]$. D $z\in(-2;-1]$.

Câu 51. Hình bên mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (đơn vị trên mỗi trục là mét), giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới, hãy xác định tọa độ của B.



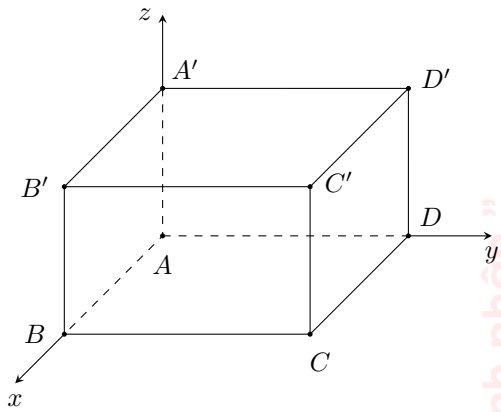
A $(6,1\,;\,6,7\,;\,1,55)$. B $(6,7\,;\,6,1\,;\,1,55)$.
C $(6,1\,;\,0\,;\,1,55)$. D $(0\,;\,6,7\,;\,1,55)$.

Câu 52. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với điểm A), tọa độ điểm B' là



A $B'(0;2;0)$. B $B'(2;2;2)$.
C $B'(2;2;0)$. D $B'(2;0;2)$.

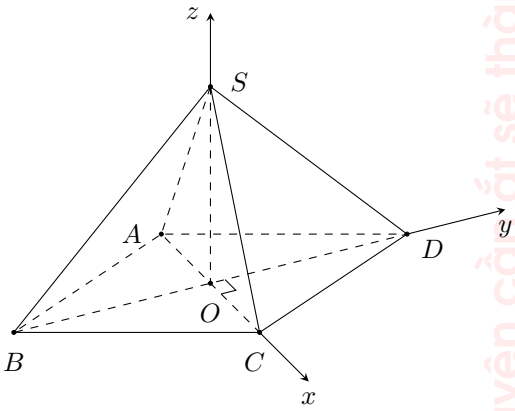
Câu 53. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với điểm A), tọa độ điểm C' là



A $C'(2;2;0)$. **B** $C'(2;2;2)$.

C $C'(0;2;0)$. **D** $C'(2;0;2)$.

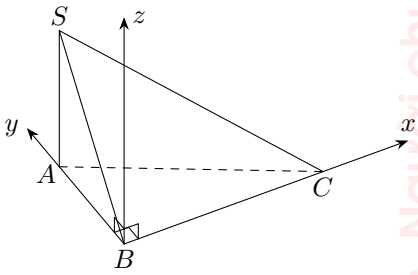
Câu 54. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $a\sqrt{5}$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông $ABCD$), tọa độ $\overrightarrow{SC}$ là



A $\overrightarrow{SC}=(2a;0;-2a)$. **B** $\overrightarrow{SC}=(2a;-a;-2a)$.

C $\overrightarrow{SC}=(a;0;-2a)$. **D** $\overrightarrow{SC}=(a;0;2a)$.

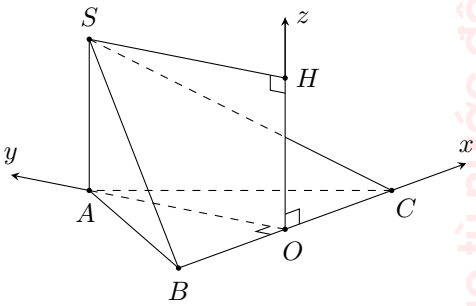
Câu 55. Cho tứ diện $SABC$ có ABC là tam giác vuông tại B, $BC=3$, $BA=2$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và có độ dài bằng 2. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với điểm B), tìm khẳng định **sai**.



A $A(0;2;0)$. **B** $B(0;0;0)$.

C $C(3;0;0)$. **D** $S(-2;2;2)$.

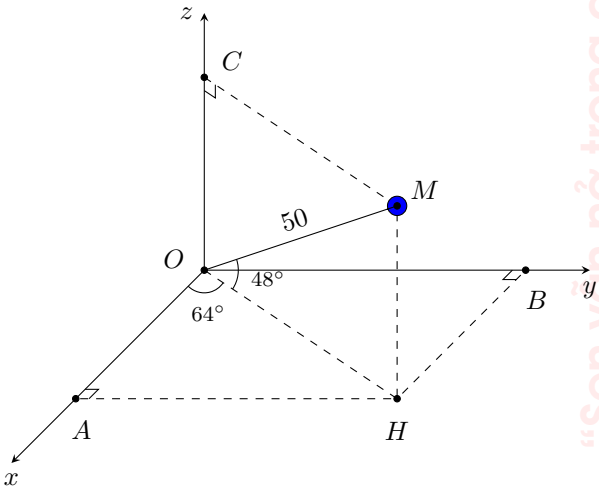
Câu 56. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2, SA vuông góc với đáy và $SA=1$. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn BC), hãy tìm toạ độ điểm S.



A $S(0;1;1)$. **B** $S(0;2;1)$.

C $S(0;2\sqrt{3};1)$. **D** $S(0;\sqrt{3};1)$.

Câu 57. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình bên. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy). Cho biết $OM=50$, $\left(\vec{i},\overrightarrow{OH}\right)=64°$, $\left(\overrightarrow{OH},\overrightarrow{OM}\right)=48°$. Tìm toạ độ của điểm M (làm tròn đến hàng phần chục).



A $M(13{,}8;25{,}1;37{,}2)$. **B** $M(14{,}7;30{,}1;37{,}2)$.

C $M(14{,}7;30{,}1;27{,}2)$. **D** $M(13{,}8;30{,}1;32{,}2)$.

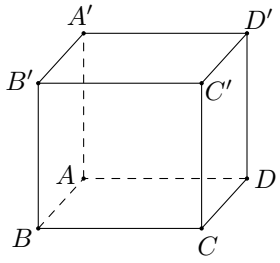
PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần sẽ thành nhất."

1 Véc-tơ và các phép toán véc-tơ

Câu 1.

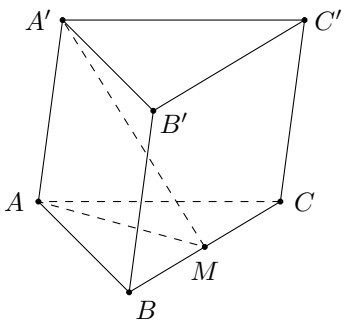
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{B'B}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{B'D}$.		
b) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD}$.		
c) $\left\lvert\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}\right\rvert=a\sqrt{2}$.		
d) $\left\lvert\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{C'A}\right\rvert=a$.		

Câu 2.

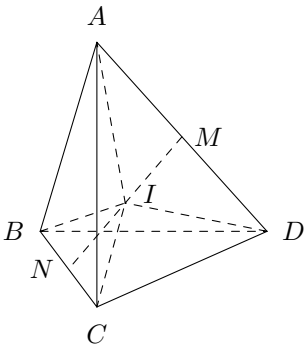
Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$ và $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của BC. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{B'C}=-\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.		
b) $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.		
c) $\overrightarrow{AM}=\vec{b}+\vec{c}$.		
d) $\overrightarrow{A'M}=-\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$.		

Câu 3.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC, I là trung điểm MN. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

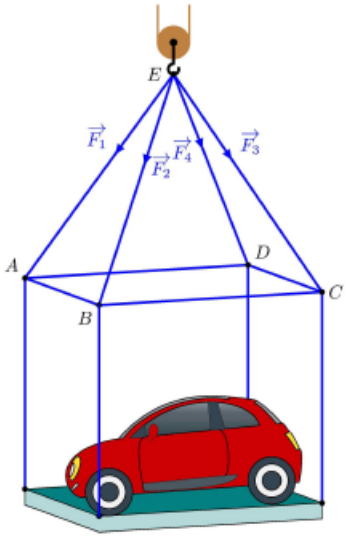


Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD}$.		
b) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$.		
c) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{MN}$.		
d) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.		

Câu 4.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Bằng tâm sự nghiệp

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng $60°$. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N.



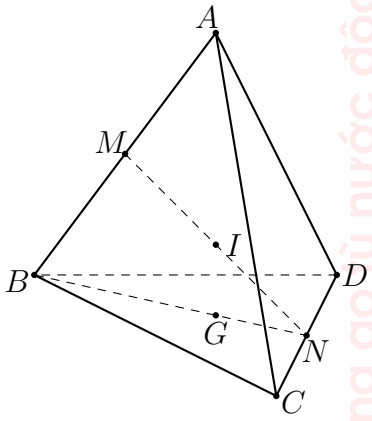
Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_2}=\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_4}$.		
b) $\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}=\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_4}$.		
c) $\left\|\overrightarrow{F_1}+\overrightarrow{F_3}\right\|=8141$ N (*làm tròn đến hàng đơn vị*).		
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 16282 N (*làm tròn đến hàng đơn vị*).		

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài tất cả các cạnh đều bằng a.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tứ giác $ABCD$ là hình vuông.		
b) Tam giác SBD vuông cân tại S.		
c) $(\overrightarrow{SB},\overrightarrow{BD})=45°$.		
d) $\overrightarrow{SB}\cdot\overrightarrow{BD}=-a^2$.		

Câu 6.

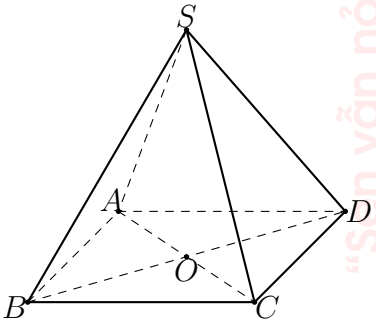
Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và I là trung điểm của MN. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD (Hình 10). Khi đó



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.		
b) $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{MN}$.		
c) $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$.		
d) $3\overrightarrow{AI}-2\overrightarrow{AG}=\vec{0}$.		

Câu 7.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD (Hình 11). Khi đó

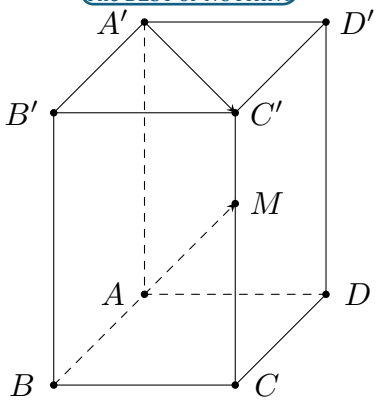


Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\vec{0}$.		
b) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$.		
c) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$.		
d) $(\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SC})\cdot(\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD})=0$.		

Câu 8.

"Sản văn nở trong gió nước độc, Người chuyên cần ắt"

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $AB = 1$, $AD = 2$, $AA' = 3$. Gọi M là một điểm trên đoạn CC' sao cho $CM = 2MC'$(Hình 12). Khi đó



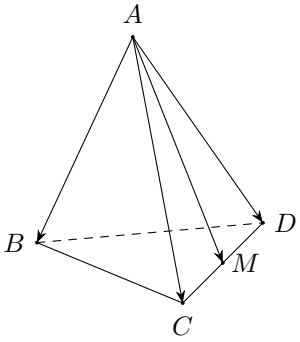
Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CM}$.		
b) $\cos\left(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{A'C'}\right) = \frac{2}{3}$.		
c) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AA'}$.		
d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{B'D} = 0$.		

Câu 9. Trong không gian, cho hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai véc-tơ đó là $45°$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.		
b) $\left(\vec{a} + 3\vec{b}\right) \cdot \left(\vec{a} - 2\vec{b}\right) = -5 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.		
c) $\left\|\vec{a} + \vec{b}\right\| = 2 + \sqrt{2}$.		
d) $\left\|\vec{a} - \sqrt{2}\vec{b}\right\| = 0$.		

Câu 10.

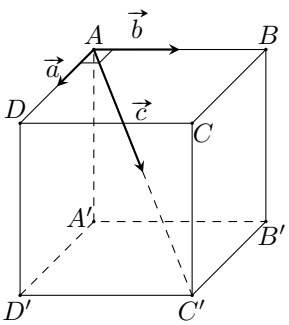
Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a và M là trung điểm của CD.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.		
b) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{a^2}{2}$.		
c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.		
d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = -\frac{a^2}{2}$.		

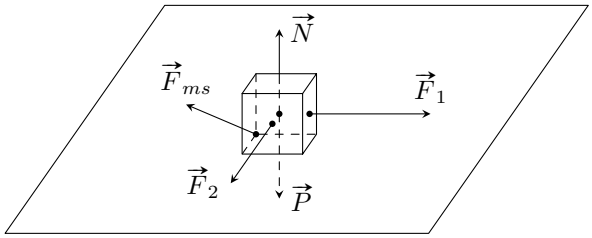
Câu 11.

Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.		
b) $\left\|\vec{a} + \vec{b}\right\| = 20$ (N).		
c) $\left\|\vec{a} + \vec{c}\right\| = \left\|\vec{b} + \vec{c}\right\|$.		
d) $\left\|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right\| = 32{,}59$ (N) (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*).		

Câu 12. Một vật được đặt trên mặt phẳng nằm ngang và được tác động hai lực kéo $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ như hình vẽ.



Biết rằng vật chịu tác động của 5 lực: hai lực kéo $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$, trọng lực $\vec{P}$, phản lực $\vec{N}$ của mặt bàn và lực ma sát $\vec{F}_{ms}$. Do mặt phẳng có hệ số ma sát cao nên vật đứng yên.

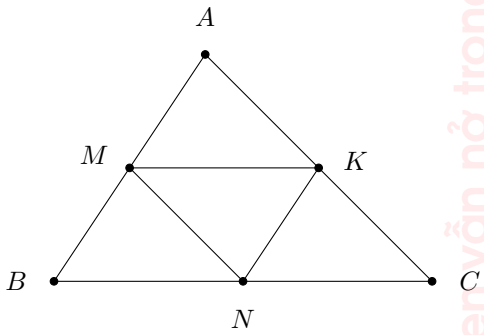
Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\vec{N}+\vec{P}=\vec{0}$.		
b) $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{N}+\vec{P}+\vec{F}_{ms}=\vec{0}$.		
c) $\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{F}_{ms}$.		
d) $\left\|\vec{F}_1+\vec{F}_2\right\|=\left\|\vec{F}_{ms}\right\|$.		

2 Toạ độ của véc-tơ– Biểu thức toạ độ của các phép toán véc-tơ

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;3), B(-2;1;2), C(3;-1;2)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB}=(-3;3;-1)$.		
b) $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;1)$.		
c) $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$.		
d) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.		

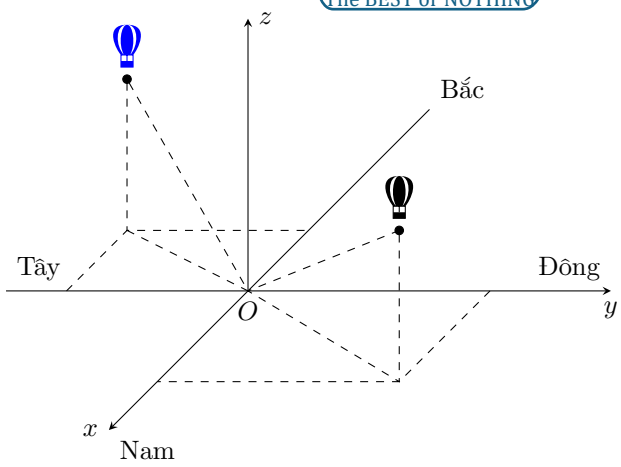
Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;3;-6)$, $B(1;3;2)$ và $C(-1;-3;1)$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và CA.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ $M\,(2;3;2)$.		
b) Với G là trọng tâm tam giác ABC thì $GC=2\sqrt{5}$.		
c) Trọng tâm tam giác MNK là $E(1;1;-1)$.		
d) Với $D(-3;-3;9)$ thì tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.		

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người đời chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.
Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (hình bên), đơn vị đo lấy theo kilomet.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Với hệ tọa độ đã chọn, toạ độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2;1;0{,}5)$.		
b) Với hệ tọa độ đã chọn, toạ độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1{,}5;-1;0{,}8)$.		
c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}$ km.		
d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).		

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vec-tơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$ và $\vec{c}=(1;1;1)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\lvert\vec{a}\rvert=2$.		
b) $\lvert\vec{c}\rvert=\sqrt{3}$.		
c) $\cos(\vec{a},\vec{c})=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.		
d) $\vec{b}\perp\vec{c}$.		

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=(0;2;3)$ và $\vec{v}=(m-1;2m;3)$.

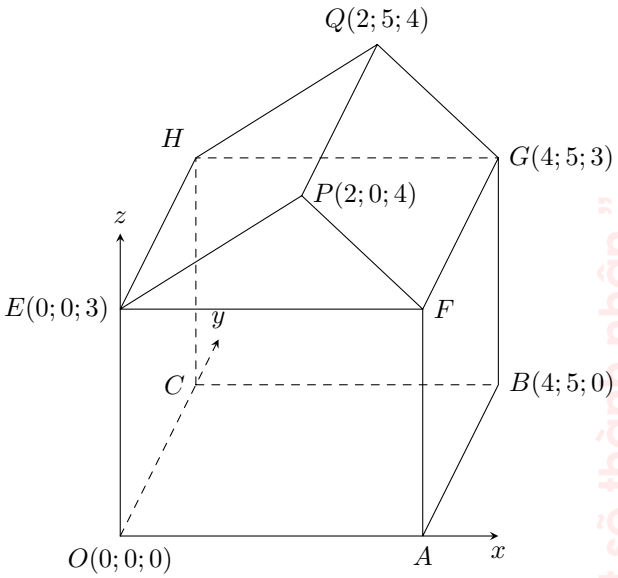
Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\lvert\vec{u}\rvert=\sqrt{13}$.		
b) $\lvert\vec{u}\rvert=\lvert\vec{v}\rvert\Leftrightarrow m=-\dfrac{3}{5}$.		
c) $\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow m=1$.		
d) $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow m=\dfrac{9}{4}$.		

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;0)$, $B(0;1;1)$, $C(2;1;0)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tam giác ABC vuông tại A.		
b) Chu vi tam giác là $\sqrt{7}+\sqrt{3}+\sqrt{2}$.		
c) Diện tích tam giác ABC là $\sqrt{6}$.		
d) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I\left(1;1;\dfrac{1}{2}\right)$.		

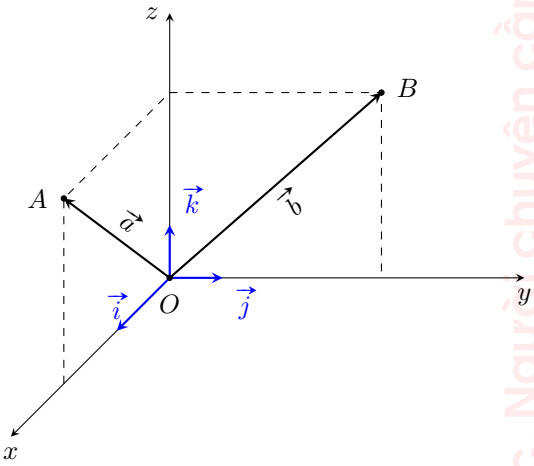
NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Câu 7. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



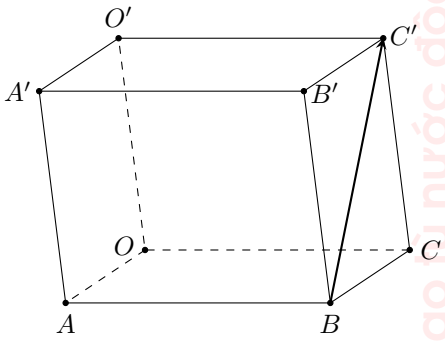
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ của các điểm $A(5;0;0)$.		
b) Tọa độ của các điểm $H(0;5;3)$.		
c) Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ gọi là góc dốc của mái nhà. Số đo của góc dốc của mái nhà bằng $26{,}6°$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).		
d) Chiều cao của ngôi nhà là 4.		

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;0;2)$, $\vec{b}=2\vec{j}+2\vec{k}$. Dựng $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ và $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\vec{a}=2\vec{i}+2\vec{k}$.		
b) Toạ độ $\vec{b}=(0;2;2)$.		
c) Toạ độ $\overrightarrow{AB}=(-2;2;0)$.		
d) Góc $\widehat{AOB}=45°$.		

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ có $A(1;1;-1)$, $B(0;3;0)$, $\overrightarrow{BC'}=(2;-6;6)$. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của tam giác $OA'O'$ và $CB'C'$.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ điểm C' là $(2;-3;6)$.		
b) Tọa độ điểm O' là $(3;-5;5)$.		
c) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB'}=(-2;3;-6)$.		
d) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{HK}=(-1;2;-1)$.		

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;3), B(-2;1;2), C(3;-1;2)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB}=(-3;3;-1)$.		
b) $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;1)$.		
c) $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$.		
d) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.		

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2;-1;-2)$, $B(3;1;2)$, $C(1;-1;1)$ và $D\,(x_D;y_D;z_D)$.

"Sến vẫn hơ trong áo mưa nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB} = (1;2;4)$.		
b) $\overrightarrow{DC} = (1-x_D;-1-y_D;1-z_D)$.		
c) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.		
d) Toạ độ điểm D là $(0;3;3)$.		

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;1;-2), B(3;-2;-1)$ và $C(-3;-2;2)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $(4;-3;1)$.		
b) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) bằng 1.		
c) Biết rằng tứ giác $ABCD$ là hình thang có hai đáy là AB, CD và $AB = 2CD$. Hoành độ của điểm D là $x = -1$.		
d) Biết rằng đường thẳng BC cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm I, khi đó $\dfrac{IB}{IC} = \dfrac{1}{2}$.		

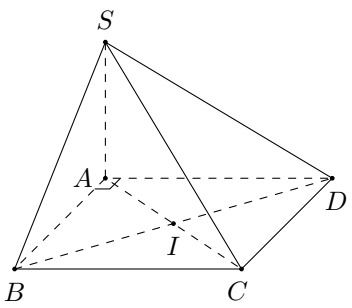
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-4;1), B(1;1;-1)$ và $C(2;0;-3)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hình chiếu vuông góc của điểm B lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(1;0;-1)$.		
b) Toạ độ trọng tâm của tam giác ABC là $(2;-1;-1)$.		
c) Biết rằng điểm I thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Cao độ của điểm I là $z = -2$.		
d) Xét M là điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxz). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = MA^2 + 3MB^2 - 2MC^2$ bằng -1.		

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C$ có $A'(-2;-1;1), B(1;3;-2), C(-1;4;2)$ và $C'(-1;3;-3)$.

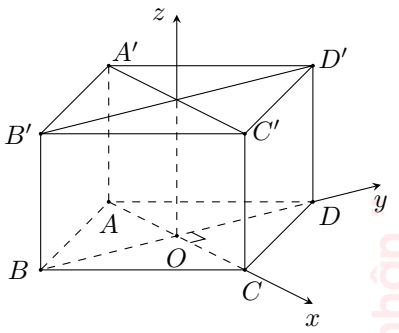
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{CC'}$ là $(0;-1;-5)$.		
b) Cao độ của điểm A là $z = 6$.		
c) Diện tích tam giác ABC nhỏ hơn 10.		
d) Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{49}{2}$.		

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = 2$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3$. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như sau: Gốc tọa độ O trùng với điểm A, các véc tơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AS}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}$, $\vec{j}$ và $\vec{k}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau



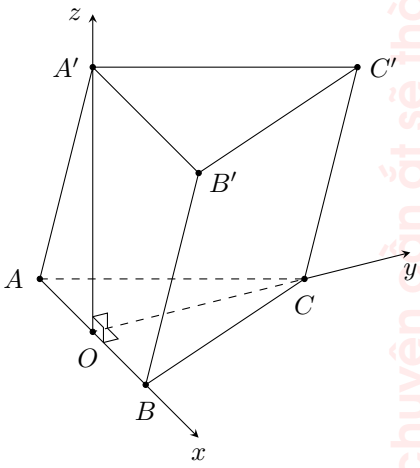
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ $D(0;2;0)$.		
b) Tọa độ $C(1;2;3)$.		
c) Tọa độ $S(2;0;0)$.		
d) Tọa độ $I(1;1;0)$.		

Câu 16. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với tâm hình vuông $ABCD$), hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ $A(-1;0;0)$.		
b) $\overrightarrow{AC'} = (2\sqrt{2};0;2)$.		
c) Tọa độ $D'(0;\sqrt{2};2)$.		
d) $\overrightarrow{BD'} = (0;0;2)$.		

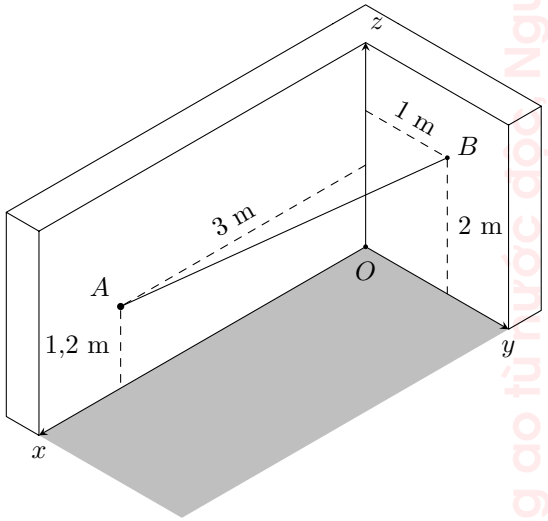
Câu 17. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2 như hình vẽ. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB, góc $\widehat{A'AO} = 60°$. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn BC), hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ điểm $A(-1;0;0)$.		
b) Tọa độ điểm $C(0;\sqrt{3};0)$.		
c) Tọa độ điểm $A'(0;-1;\sqrt{3})$.		
d) Tọa độ điểm $C'\left(1;\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$.		

Câu 18.

Hai bức tường gạch được xây vuông góc với nhau và cùng vuông góc với mặt đất. Một người thợ xây căng dây giữa hai bức tường. Đầu A của sợi dây nằm trên bức tường thứ nhất, cách bức tường thứ hai là 3 m và cách mặt đất là 1,2 m. Đầu B của sợi dây nằm trên bức tường thứ hai, cách bức tường thứ nhất là 1 m và cách mặt đất là 2 m được mô hình hóa trong mặt phẳng $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới.



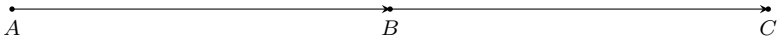
Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$.		
b) Tọa độ hai đầu dây A, B lần lượt là $(3;0;1{,}2)$ và $(0;1;2)$.		
c) Diện tích tam giác OAB bằng $14\sqrt{2}$ m^2.		
d) Chiều dài của sợi dây được căng là $\dfrac{\sqrt{266}}{5}$ m.		

Câu 19. Gạch ống là một sản phẩm được tạo hình thành từ đất sét và nước, được kết hợp lại với nhau theo một công thức chung hợp lý mới có thể tạo ra hỗn hợp dẻo quoánh, sau đó chúng được đổ vào khuôn, rồi đem phơi hoặc sất khô và cuối cùng là đưa vào lò nung. Một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước dài 20 cm, rộng 8 cm, cao 8 cm. Bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau có đường kính 2,5 cm. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

Đề thi có trong tay mà không giải được thì đừng trách. Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Viên gạch có dạng hình lăng trụ đứng.		
b) Thể tích phần không gian trong 4 lỗ gạch là 382,5 (cm^2).		
c) Thể tích đất sét để làm viên gạch là 887,5 (cm^2).		
d) Biết cần dùng 100 viên gạch đặt ngang để xây một bức tường. Khi đó diện tích một mặt tường cần sơn là 6400 (cm^2).		

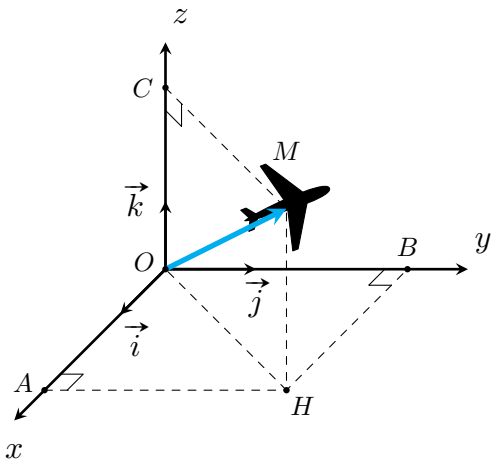
Câu 20. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100;50;5)$ đến điểm $B(200;100;10)$ trong 10 phút.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\overrightarrow{AB} = (100;50;5)$.		
b) Tốc độ máy bay từ A đến B là 600 (km/h).		
c) Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút là $C(300;150;15)$.		
d) Tại B máy bay vòng ngược lại theo hướng quay về A hợp với phương ngang góc α. Khi bay đến $D(170;10;5)$ thì máy bay giảm tốc độ và cho người nhảy dù. Khi đó, $\alpha = 40°$.		

Câu 21.

Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình bên. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy). Cho biết $OM = 50$, $\left(\vec{i}, \overrightarrow{OH}\right) = 64°$, $\left(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}\right) = 48°$. Biết toạ độ của điểm M là $(a;b;c)$, a, b, c được làm tròn đến hàng phần chục.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ dài OH là $OH = OM \cdot \cos 48° \approx 33{,}6$.		
b) Tọa độ điểm M là $M(14{,}7;30{,}1;37{,}2)$.		
c) Tọa độ điểm H là $H(14{,}7;30{,}1;0)$.		
d) Nếu M có tọa độ là $(a;b;c)$. Khi đó $a+b-c=7{,}5$.		

Câu 22. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một drone giao hàng đang ở toạ độ $A(1;0;1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(4;4;6)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng 1 km ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là 80 km/h; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản gió không đáng kể để drone bay theo đường thẳng.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quãng đường giao hàng là $5\sqrt{2}$ km.		
b) Thời gian drone bay từ vị trí ban đầu đến địa điểm giao hàng mất gần 5,3 phút.		
c) Giả sử drone di chuyển không theo đường thẳng mà phải bay theo đường gấp khúc từ A đến B với các điểm dừng chân là $M(2;1;2)$ và $N(3;3;4)$. Thời gian drone bay từ A đến B trong trường hợp này là 4,62 phút.		

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Véc-tơ biểu thị vận tốc của drone từ A đến B là $\vec{v} = (24\sqrt{2}; 32\sqrt{2}; 40\sqrt{2})$.		

Câu 23. Một thiết bị thăm dò đáy biển đang lặn với véc-tơ vận tốc của thiết bị khi biển đứng yên là $\vec{v} = (11; 7; -4)$. Cho biết véc-tơ vận tốc của dòng hải lưu của vùng biển là $\vec{w} = (4; 2; 0)$. Giả sử các yếu tố khác không đáng kể và đơn vị trong không gian là km.

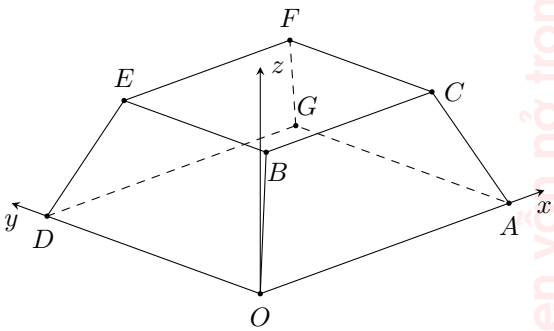
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Véc-tơ vận tốc của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu là $(15; 9; 4)$.		
b) Tốc độ của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) $\approx 17{,}9$ km/h.		
c) Tốc độ của thiết bị trong điều kiện không có dòng hải lưu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) $\approx 12{,}4$ km/h.		
d) Tốc độ của dòng hải lưu là (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) $\approx 4{,}5$ km/h.		

Câu 24. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1; -3; 2)$, $B(m; m-2; 6)$, $C(m-2; m; 5)$ trong đó m là tham số, đơn vị đo độ dài tính bằng kilomet. Biết kho hàng đang ở tại điểm $I(1; 1; 0)$. Vì lý do nhiên liệu nên các drone không được di chuyển quá xa kho hàng, cụ thể là các drone không được cách kho hàng quá 100 km. Xác định giá trị của tham số m để các drone cách kho hàng không quá 100 km.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Có 2 giá trị của tham số m để drone B cách kho hàng I đúng 50 km..		
b) Giả sử $m = 10$, khoảng cách giữa drone A và drone C là $\sqrt{227}$ km.		
c) Có 73 giá trị nguyên dương của tham số m để cả ba drone A, B, C đều cách kho hàng I không quá 100 km. .		
d) Có một giá trị của tham số m để ba drone A, B, C cùng nằm trên một đường thẳng.		

Câu 25.

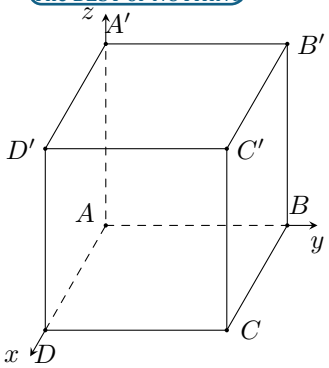
Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ. Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $G(100; 60; 0)$.		
b) $\overrightarrow{OD} = (0; 60; 0)$.		
c) $\overrightarrow{OB} = (10; 10; 8)$.		
d) $D(0; -60; 0)$.		

"Sen vẫn nở trong gio tù nước độc, Người đời chuyện ấy sẽ thành thơ."

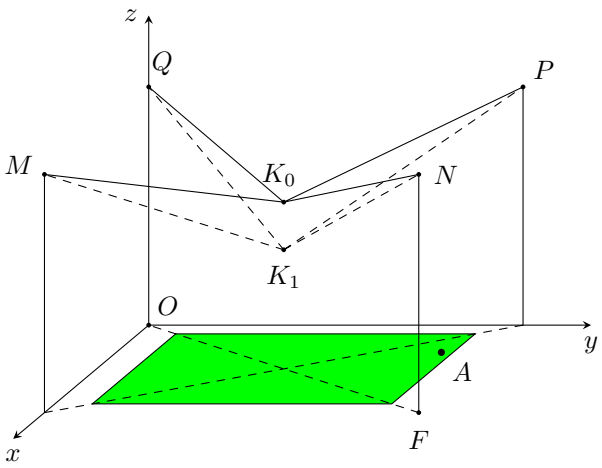
Câu 26. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 10 m, chiều rộng là $6m$ và chiều cao là 4 m. Một chiếc quạt được treo trên trần nhà sao cho là điểm chính giữa của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc $O \equiv A$ trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn (hình vẽ), đơn vị đo được lấy theo mét. Gọi $I(a;b;c)$ là tọa độ của điểm treo quạt.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $C'(6;10;4)$.		
b) $A'(0;0;4)$.		
c) $\overrightarrow{AC} = (-6;-10;0)$.		
d) $a+b+c=12$.		

Câu 27. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế dược xây dựng như sau: Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19.

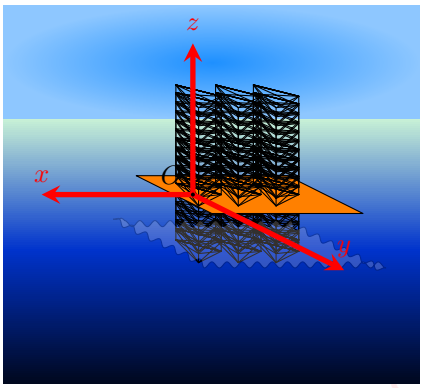
(Nguồn: https://abiturloesung.de; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Gọi $I(x_I;y_I;z_I)$ là tâm của hình chữ nhật $MNPQ$, ta được $I(45;60;30)$.		
b) $K_0(45;60;25)$.		
c) $K_1(45;60;19)$.		
d) $\overrightarrow{K_0K_1} = (0;0;6)$.		

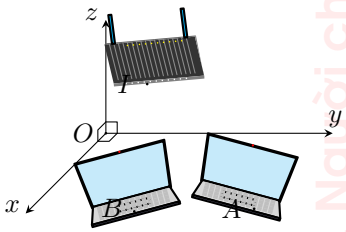
NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Một cuộc cách mạng trong giáo dục – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm

Câu 28. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo ki-lô-mét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Một chiếc tàu đánh cá di chuyển trên biển có tọa độ $(10;-5;0)$ có thể bị ra đa phát hiện.		
b) Ra đa có thể phát hiện được một vật thể không xác đinh tại vị trí có tọa độ là $(25;15;10)$.		
c) Một máy bay trực thăng bay trên biển ở độ cao 2 km so với mực nước biển. Khi đó ra đa có thể phát hiện được máy bay. Biết rằng tọa độ hình chiếu của máy bay trên mặt biển là $(20;10;0)$.		
d) Một tàu ngầm di chuyển dưới biển ở độ sâu 500 mét thì ra đa có thể phát hiện được tàu ngầm.		

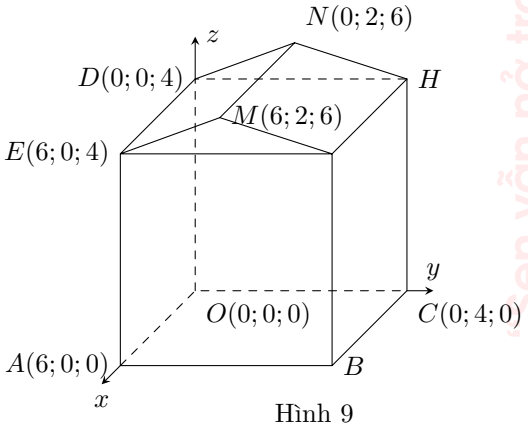
Câu 29. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một router phát sóng wifi có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(4;2;10)$, phạm vi phát sóng là 15 m.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Một thiết bị di động được đặt tại điểm $A(1;5;0)$ thì thiết bị này có nằm trong phạm vi phát sóng của router.		
b) Một người đứng tại điểm $B(4;2;25)$ thì người này có thể kết nối với wifi từ router .		
c) Một máy bay không người lái (drone) bay trên không trung ở độ cao 100 mét so với mặt đất. Biết rằng hình chiếu của drone trên mặt đất là điểm $C(0;0;0)$, khi đó drone có thể phát hiện và kết nối với router.		
d) Một người sử dụng máy tính tại điểm $M(6;12;0)$ thì người đó không thể sử dụng được sóng wifi của router.		

Câu 30. Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như Hình 9 nhờ một phần mềm đồ họa máy tính.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $B(6;4;0)$.		
b) $\overrightarrow{DE}=(6;0;0)$.		
c) $H(0;4;4)$.		
d) $\overrightarrow{DN}=(0;-2;-2)$.		



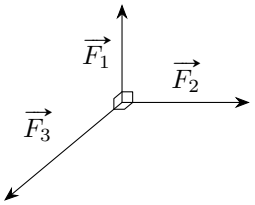
Hình 9

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Sen văn nở trong đó từ nước đục, Người đời chuyên cần sẽ thành

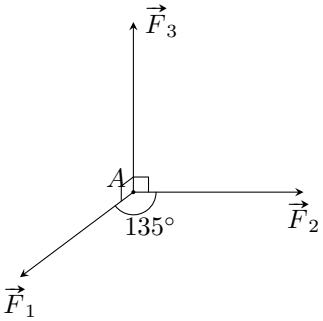
1 Véc-tơ và các phép toán véc-tơ

Câu 1.
Ba lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc nhau và có độ lớn lần lượt là 2 N, 3 N, 4 N. Tính độ lớn hợp lực của ba lực đã cho.



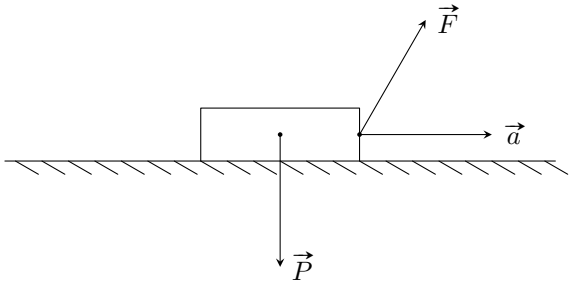
KQ: | | | | |

Câu 2.
Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α), chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ có giá nằm trong (α) và $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 135°$, còn lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định cường độ hợp lực của các lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N.



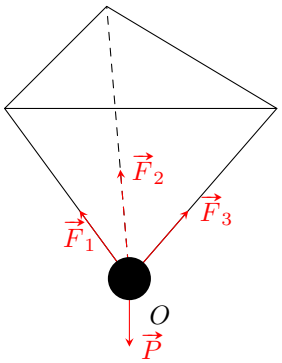
KQ: | | | | |

Câu 3. Người ta kéo một cái thùng nặng 20 kg trượt trên sàn nhà bằng một dây hợp với phương nằm ngang một góc 60°, lực tác dụng lên dây là 300 N. Tính công của lực đó khi thùng trượt được 10 m.



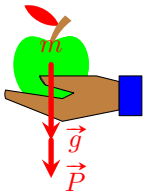
KQ: | | | | |

Câu 4.
Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc 90° như hình bên. Gọi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F}_1$ bằng bao nhiêu Niutơn? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục.)



KQ: | | | | |

Câu 5.
Nếu một vật có khối lượng m (kg) thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9{,}8$ m/s^2. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 102 gam

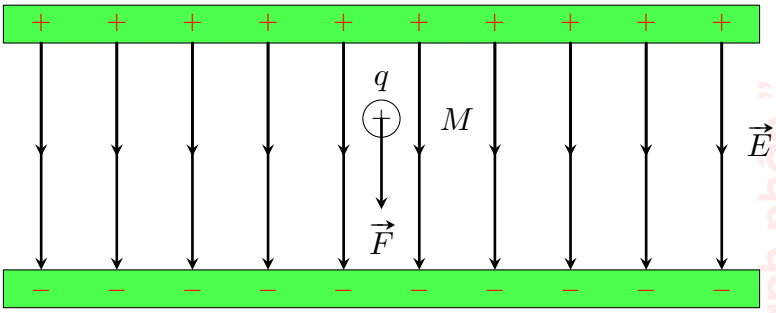


NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING – VSE STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm chuyên nghiệp

KQ: | | | | |

Câu 6.

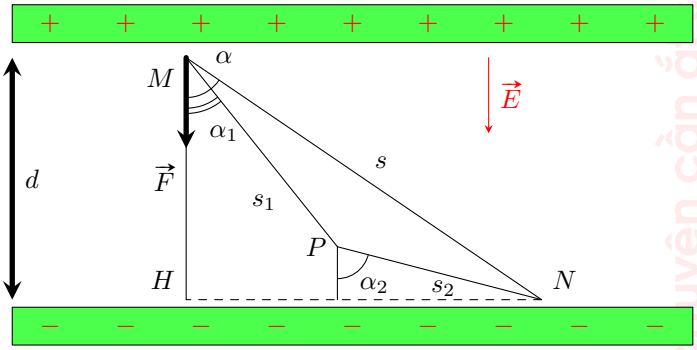
Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Tính độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9}$ C và độ lớn điện trường $E = 10^5$ N/C (Hình 28).



KQ: | | | | |

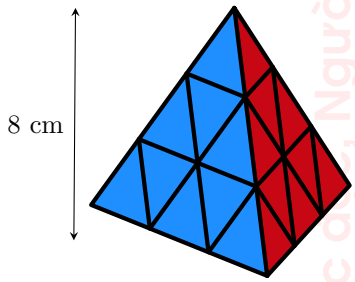
Câu 7.

Một lực tĩnh điện $\vec{F}$ tác động lên điện tích điểm M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MNP (Hình 29). Biết $q = 2 \cdot 10^{-12}$ C, véctơ điện trường có độ lớn $E = 1{,}8 \cdot 10^5$ N/C và $d = MH = 5$ mm. Tính công A sinh bởi lực tĩnh điện $\vec{F}$.



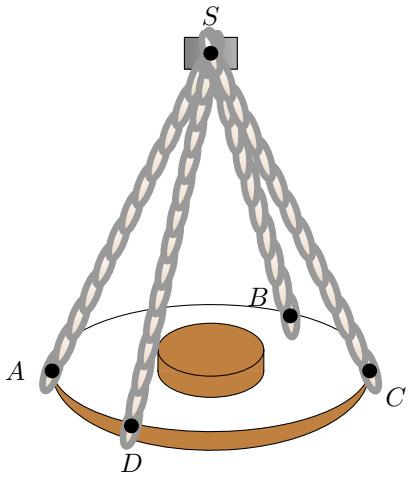
KQ: | | | | |

Câu 8. Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thoả mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của tam giác BCD. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó (đơn vị: cm), biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm.



KQ: | | | | |

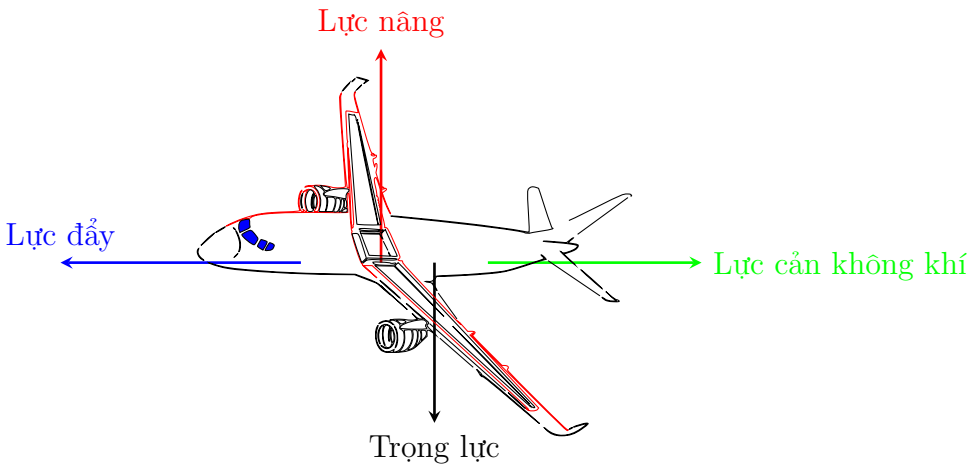
Câu 9. Một chiếc cân đang cân một vật có khối lượng $m = 3\,\text{kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 90°$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. Biết độ lớn lực tác dụng lên điểm S là tổng hợp lực căng của các vectơ $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SC}$ $\overrightarrow{SD}$ bằng trọng lực của vật tính theo công thức $P = mg$ (N); trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị kg)$g = 10\,\text{m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



"Sen vẫn nở trong gió, Người đi, tuyến cần ấy, Người đi, hương còn ở lại."

KQ: | | | | |

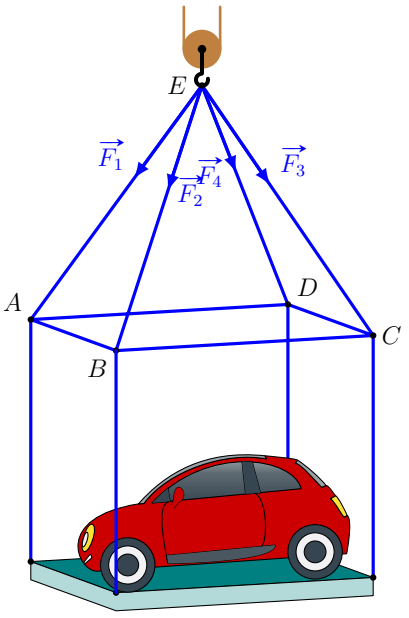
Câu 10. Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính là lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học.



Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\overrightarrow{F_1}$ và $\overrightarrow{F_2}$ với $\overrightarrow{F_1} = k\overrightarrow{F_2}$ ($k \in \mathbb{R}$; $k > 0$). Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

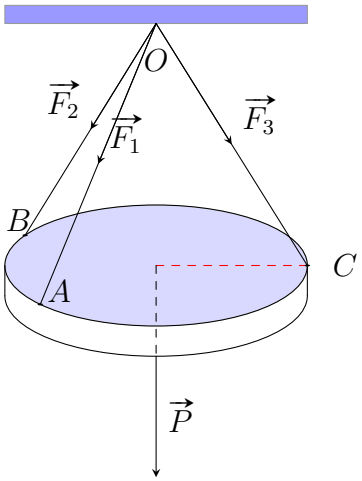
KQ: | | | | |

Câu 11. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC và ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng $60°$ (hình minh họa). Chiếc cần cẩu đang kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là 4,7 kN và trọng lượng của khung sắt là 3 kN. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng phần chục)?



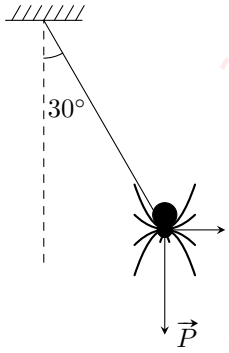
KQ: | | | | |

Câu 12. Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn OA, OB, OC đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng của sợi dây tương ứng trên mỗi dây OA, OB, OC lần lượt là $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$ thỏa mãn $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right| = 16$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

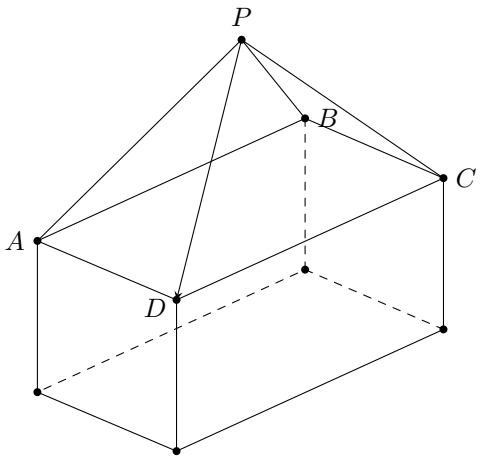


KQ: | | | | |

Câu 13.
Một con nhện đang treo mình dưới một sợi tơ theo phương thẳng đứng thì bị một cơn gió thổi theo phương ngang làm dây treo lệch đi so với phương thẳng đứng một góc 30°. Biết trọng lượng của con nhện là $P = 0{,}1$ N. Xác định độ lớn của lực mà gió tác dụng lên con nhện ở vị trí cân bằng.(*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*). KQ: | | | | |

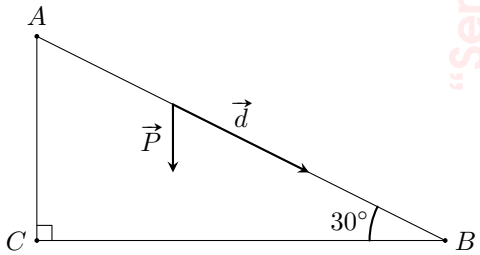


Câu 14. Một thùng hàng container được móc cẩu bởi 4 sợi dây cáp được móc vào 4 đầu của thùng hàng (như hình vẽ minh họa). Các sợi dây cáp đó được buộc vào móc P của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp PA, PB, PC, PD có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 45°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng lượng của thùng hàng container (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng của các sợi dây cáp đều có cường độ là 1 200 N.



KQ: | | | | |

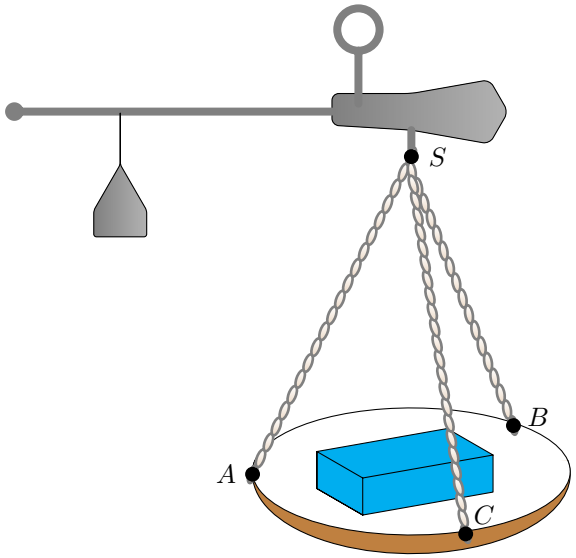
Câu 15.
Một em nhỏ cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu trượt dài 3,5 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30°. Độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9{,}8$ m/s^2. Công A (J) sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt. (Làm tròn đến hàng đơn vị)



"Sen vẫn nở trong ao tù nước đặc, người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

KQ: | | | | |

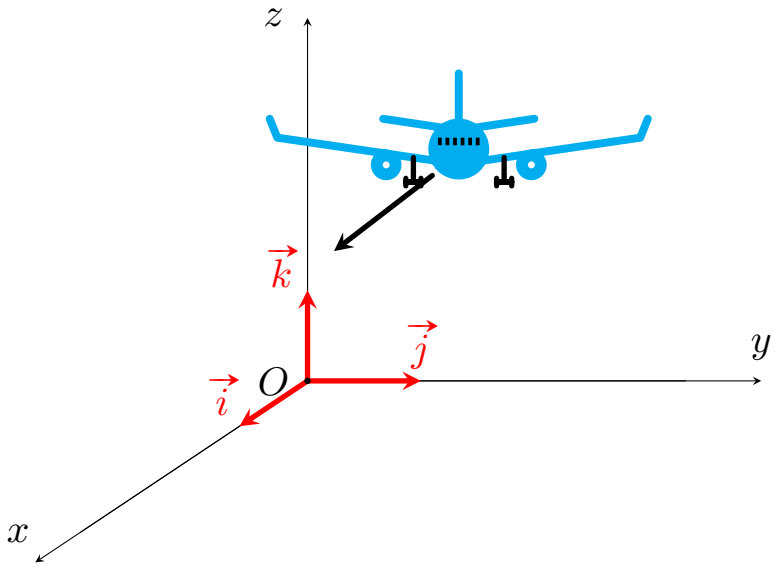
Câu 16. Cân đòn là dụng cụ đo khối lượng có lịch sử lâu đời. Theo các lịch sử Trung Hoa, cân đòn là một phát minh của Lỗ Ban (507 TCN – 404 TCN). Cân đòn với cấu tạo đơn giản là dụng cụ đo khối lượng ở Việt Nam đầu những năm 1990 trở về trước.
Một vật có khối lượng $m = 2$ kg được đặt lên đĩa cân của cân đòn. Đĩa cân được giữ bởi ba đoạn dây SA, SB, SC sao cho tứ diện $SABC$ là tứ diện đều (tham khảo hình vẽ). Trọng lực $\vec{P}$ của vật tác động lên đĩa cân xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ vectơ gia tốc rơi tự do có độ lớn $10\,\text{m/s}^2$. Khi đó độ lớn của lực căng trên mỗi dây bằng bao nhiêu Newton? (Kết quả làm tron đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

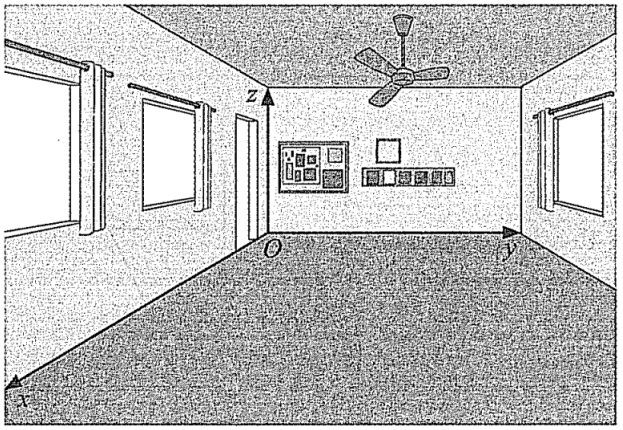
2 Toạ độ của véc-tơ – Biểu thức toạ độ của các phép toán véc-tơ

Câu 1. Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), một chiếc máy bay đang di chuyển với hướng bay không đổi từ điểm $(-50; 30; 10)$ đến vị trí hạ cánh là $(2; 3; 0)$. Hỏi đường bay của máy bay hợp với mặt đất một góc bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

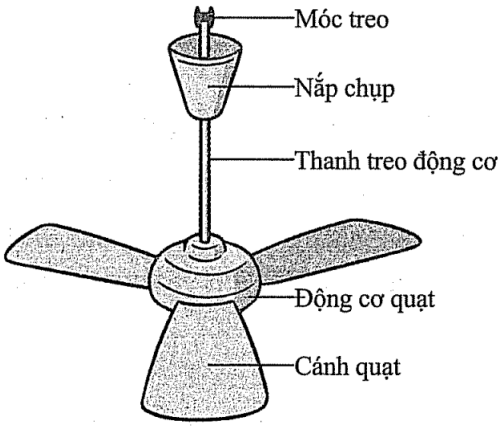


KQ: | | | | |

Câu 2. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m; chiều rộng 7,2 m và chiều cao 3,3 m. Một chiếc quạt trần được treo trên trần nhà tại vị trí chính giữa trần nhà của phòng học như hình sau.



a)



b)

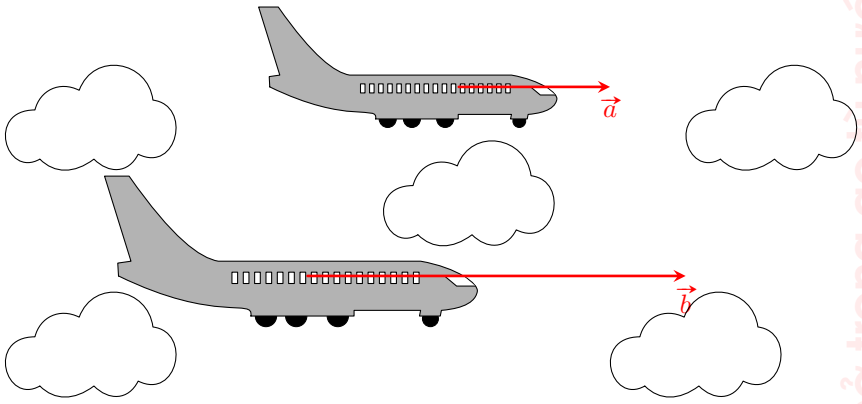
Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc toạ độ O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn như a (đơn vị đo lấy theo mét). Biết rằng thanh treo động cơ của quạt có độ dài 0,8 m. Giả sử toạ độ của động cơ chiếc quạt trần là $I(a;b;c)$. Khi đó $a+b+c$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: | | | | |

Câu 4.

Cho biết máy bay A đang bay với véctơ vận tốc $\vec{a} = (300;200;400)$ (đơn vị: km/h). Máy bay B bay cùng hướng và có tốc độ gấp ba lần tốc độ của máy bay A. Tính tốc độ của máy bay B(đơn vị: km/h). Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



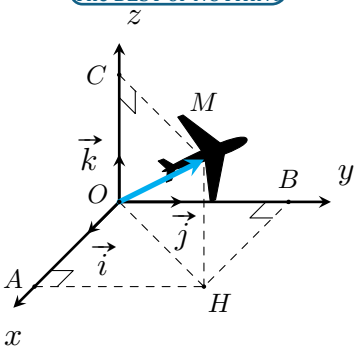
KQ: | | | | |

Câu 5. Người ta muốn chế tạo một chiếc hộp hình hộp chữ nhật bằng tôn có nắp, có thể tích 400 cm^3 với yêu cầu dùng ít vật liệu nhất. Biết chiều cao của hình hộp chữ nhật là 4 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho điểm A trùng với gốc tọa độ O, vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA'}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. Gọi $G(x;y;z)$ là trọng tâm của tam giác $A'BD$. Tính $x+y+3z$ (*làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

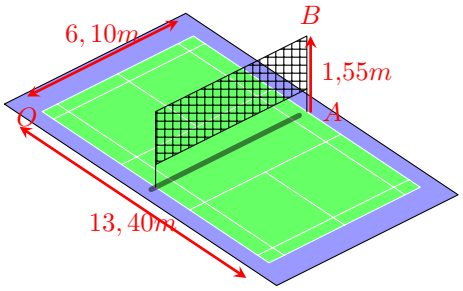
Sẽ vẫn nở trong áo tù nước độc, tiếng chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 6. Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ như hình bên. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy). Cho biết $OM = 50$, $\left(\vec{i}, \overrightarrow{OH}\right) = 64°$, $\left(\overrightarrow{OH}; \overrightarrow{OM}\right) = 48°$. Biết rằng tọa độ của điểm M có dạng $(a; b; c)$. Hãy tính $a - b + c$ (*kết quả làm tròn đến hàn phần chục*).

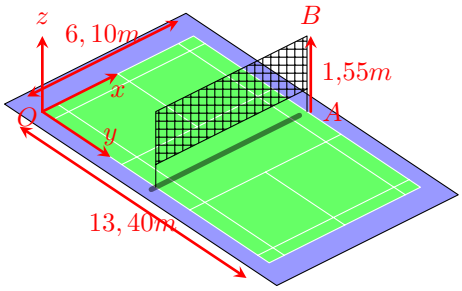


KQ: | | | | |

Câu 7. Hình vẽ 1a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình 1b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$. Tính $S = a - b + 2c$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).



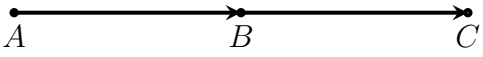
Hình 1a



Hình 1b

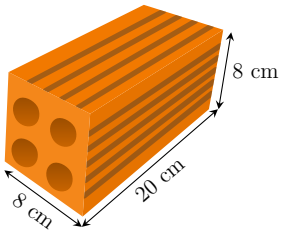
KQ: | | | | |

Câu 8. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100; 50; 5)$ đến điểm $B(200; 100; 10)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 10 phút máy bay ở vị trí điểm $C(a; b; c)$. Tính $a + b + c$ (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).



KQ: | | | | |

Câu 9. Gạch ống là một sản phẩm được tạo hình từ đất sét và nước, được kết hợp lại với nhau theo một công thức chung hợp lý mới có thể tạo ra hỗn hợp dẻo quánh, sau đó chúng được đổ vào khuôn, rồi đem phơi hoặc sấy khô và cuối cùng là đưa vào lò nung. Một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước dài 20 cm, rộng 8 cm. Bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau có đường kính 2,5 cm. Tính thể tích đất sét để làm một viên gạch. (*Lấy $\pi = 3{,}14$ và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).

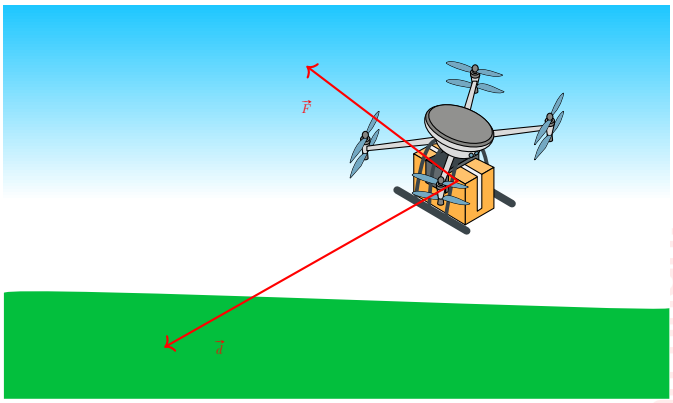


KQ: | | | | |

Câu 10. Một công ty viễn thông đang lên kế hoạch xây dựng một tháp viễn thông tại một thành phố để cung cấp dịch vụ tốt hơn. Công ty cần xác định vị trí của tháp sao cho có thể phủ sóng hiệu quả đến ba toà nhà quan trọng trong thành phố. Giả sử các toà nhà này được đặt tại các vị trí có toạ độ như sau: toà nhà $A(0; 0; 0)$; toà nhà $B(6; 0; 0)$; toà nhà $C(3; \sqrt{3}; 2\sqrt{6})$. Tháp viễn thông phải đặt ở vị trí sao cho tổng khoảng cách từ tháp đến 3 toà nhà là nhỏ nhất. Tính tổng khoảng cách từ vị trí của tháp đến ba toà nhà (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

KQ: | | | | |

Câu 11. Tính công sinh bởi lực $\vec{F}(6;8;-10)$ tạo bởi một drone giao hàng khi thực hiện một độ dịch chuyển $\vec{d}(100;200;200)$.

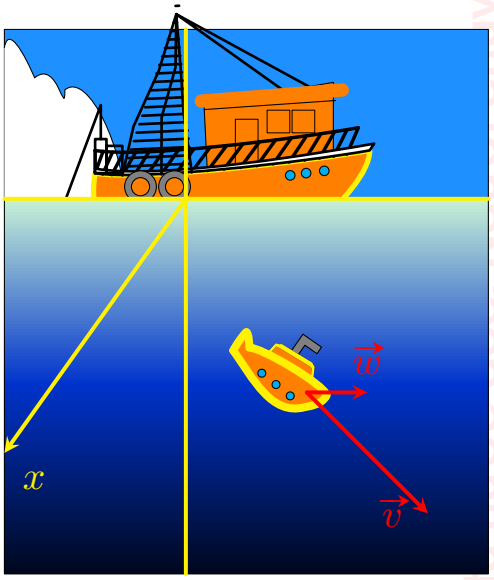


KQ: | | | | |

Câu 12. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một drone giao hàng đang ở toạ độ $A(1;0;1)$ di chuyển đến địa điểm nhận hàng là $B(4;4;6)$. Mỗi đơn vị trên phần mềm bằng 1 km ngoài thực tế. Biết tốc độ của drone là 80 km/h; giả sử rằng từ vị trí giao hàng và nhận hàng không gặp chướng ngại vật, sức cản gió không đáng kể để drone bay theo đường thẳng. Thời gian drone bay từ vị trí ban đầu đến địa điểm giao hàng mất bao nhiêu phút?

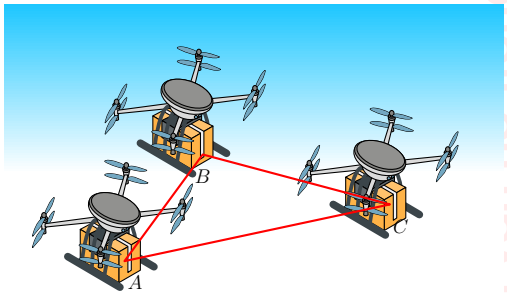
KQ: | | | | |

Câu 13. Một thiết bị thăm dò đáy biển đang lặn với vectơ vận tốc của thiết bị khi biển đứng yên là $\vec{v}(11;7;4)$. Cho biết vectơ vận tốc của dòng hải lưu của vùng biển là $\vec{w}(4;2;0)$. Tính tốc độ của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu, các yếu tố khác không đáng kể.



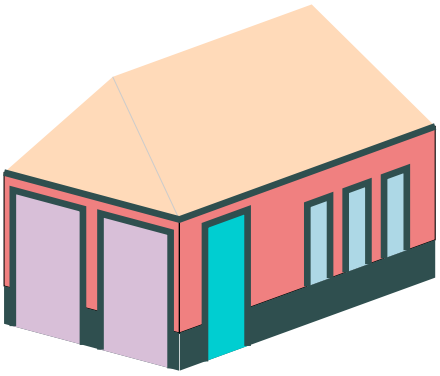
KQ: | | | | |

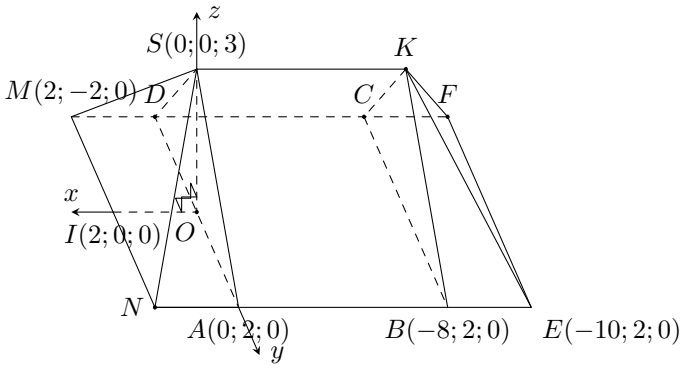
Câu 14. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;3;2), B(m;m-2;6), C(m-2;m;5)$, trong đó m là tham số, đơn vị đo độ dài tính bằng kilomet. Biết kho hàng đang ở tại điểm $I(1;1;0)$. Vì lý do nhiên liệu nên các drone không được di chuyển quá xa kho hàng, cụ thể là các drone không được cách kho hàng quá 100 km. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để các drone cách kho hàng không quá 100 km?



KQ: | | | | |

Câu 15. Phần mái của một căn nhà có dạng là khối đa diện được mô tả và gắn trên hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Tính thể tích khối đa diện của mái nhà.





KQ: | | | | |

Câu 16. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 300 mét. Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu DE bắc xuyên tòa nhà và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho DE ngắn nhất. Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tiền?

KQ: | | | | |

Câu 17. Trong không gian, xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một thuyền chiến Việt Nam trên biển Đông được đặt ở Quần đảo Hoàng Sa, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển với trục Ox hướng Tây, Oy hướng Nam và trục Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo ki-lô-mét. Một chiếc ra đa trên thuyền có phạm vi theo dõi là 60 km. Hiện tại, một tầu ngầm nước ngoài có tọa độ là $A(35;-25;-45)$ và đang di chuyển thẳng đều theo hướng véc-tơ $\vec{v}=(-3;4;0)$ với vận tốc 20 km/h. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu phút nữa thì ra đa của chiến thuyền Việt Nam phát hiện tàu ngầm nước ngoài (kết quả lấy đến chữ số hàng đơn vị)?

KQ: | | | | |

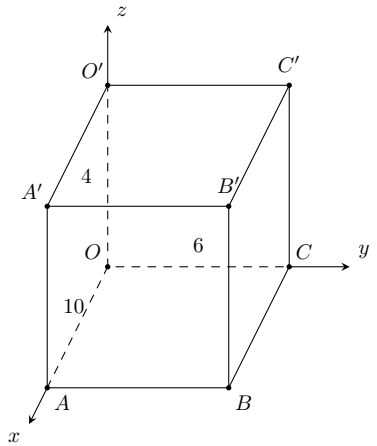
Câu 18. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển với trục Ox hướng Tây, trục Oy hướng Nam và trục Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo ki-lô-mét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 15 km. Một tàu thăm dò không người lái xuất phát từ giàn khoan và lặn xuống biển theo hướng véc-tơ $\vec{v_1}=(6;-3;-2)$ với tốc độ không đổi là 3,5 km/h. Khi đạt độ sâu 3 km, tàu thăm dò chuyển hướng theo hướng $\vec{v_2}=(4;-3;0)$ và tăng tốc độ thành 5 km/h. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giờ thì tàu thăm dò mất dấu khỏi ra-đa (kết quả làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy)?

KQ: | | | | |

Câu 19.

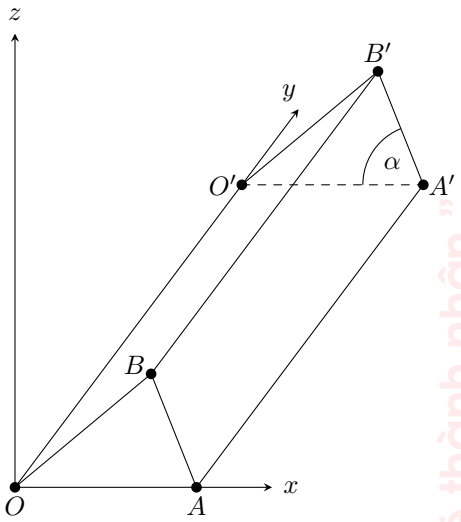
Một phòng học có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 10 m, chiều rộng 6 m và chiều cao là 4 m. Một chiếc quạt được treo trên trần nhà sao cho là điểm chính giữa của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, gốc O trùng với góc phòng, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, trục Ox trùng với cạnh ngắn của sàn, trục Oy trùng với cạnh dài của sàn, đơn vị đo trên các trục là mét. Gọi $I(a;b;c)$ là tọa độ điểm treo quạt. Tính giá trị $a^2+b^2+c^2$.

KQ: | | | | |



Câu 20.

Một căn nhà được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng $OAB.O'A'B'$. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình vẽ, hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $A'(240;420;0)$ và $B'(120;420;300)$. Tính độ lớn của góc α *(đơn vị: độ; làm tròn đến chữ số hàng phần chục).*



KQ: | | | | |

Câu 21. Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20 km, về phía Tây 10 km và cách mặt đất 0,7 km. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30 km, về phía Nam 25 km và cách mặt đất 1 km. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay.

KQ: | | | | |

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên vẫn sẽ thành nhân."

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 4

MỘT SỐ YẾU TỐ VỀ THỐNG KÊ



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Các số đặc trưng của mẫu số liệu không ghép nhóm

a) *Trung bình, mốt, phương sai và độ lệch chuẩn.*

- Giả sử ta có một mẫu số liệu là $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
  Cỡ mẫu của dãy số liệu trên là n.
  Số trung bình (hay số trung bình cộng) của mẫu số liệu này, kí hiệu $\overline{x}$, được tính bởi công thức

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

Phương sai của mẫu số liệu này, kí hiệu S^2, được tính bởi công thức

$$S^2 = \frac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right] = \frac{1}{n}\left(x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2\right) - \overline{x}^2$$

Độ lệch chuẩn, kí hiệu S, là căn bậc hai của phương sai.

- Giả sử mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số

Giá trị	x_1	x_2	$\ldots$	x_n
Tần số	n_1	n_2	$\ldots$	n_k

Khi đó, công thức tính số trung bình trở thành

$$\overline{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_k x_k}{n},$$

trong đó cỡ mẫu $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$.
Công thức tính phương sai trở thành

$$\begin{aligned} S^2 &= \frac{1}{n}\left[n_1 (x_1 - \overline{x})^2 + n_2 (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + n_k (x_k - \overline{x})^2\right] \\ &= \frac{1}{n}\left(n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \cdots + n_k x_k^2\right) - \overline{x}^2. \end{aligned}$$

Chú ý: Kí hiệu $f_k = \dfrac{n_k}{n}$ là tần số tương đối (hay còn gọi là tần suất) của x_k trong mẫu số liệu. Khi đó, số trung bình còn có thể biểu diễn là

$$\overline{x} = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_k x_k.$$

Mốt là giá trị có tần số lớn nhất của mẫu số liệu. Một mẫu số liệu có thể không có mốt, có một mốt hoặc có nhiều mốt.

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

b) *Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị.*
Sắp xếp lại mẫu số liệu $x_1, x_2, \ldots, x_n$ theo thứ tự không giảm, ta được dãy

$$x_1^* \le x_2^* \le \ldots \le x_n^*.$$

Khoảng biến thiên của một mẫu số liệu, kí hiệu R, là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đó, tức là $x_n^* - x_1^*$.
Số trung vị của mẫu $x_1, x_2, \ldots, x_n$ là giá trị ở chính giữa dãy $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$. Cụ thể:

- Nếu $n = 2k+1, k \in \mathbb{N}$, thì số trung vị mẫu là x_{k+1}^*.
- Nếu $n = 2k, k \in \mathbb{N}$, thì số trung vị mẫu là $\frac{1}{2}\left(x_k^* + x_{k+1}^*\right)$.

Tứ phân vị của một mẫu số liệu gồm 3 giá trị, đó là tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba (lần lượt kí hiệu là Q_1, Q_2, Q_3). Ba giá trị này chia tập hợp dữ liệu đã sắp xếp thành bốn phần đều nhau. Cụ thể:

- Giá trị tứ phân vị thứ hai, Q_2, chính là số trung vị của mẫu.
- Giá trị tứ phân vị thứ nhất, Q_1, là số trung vị của nửa số liệu đã sắp xếp bên trái Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ).
- Giá trị tứ phân vị thứ ba, Q_3, là số trung vị của nửa số liệu đã sắp xếp bên phải Q_2 (không bao gồm Q_2 nếu n lẻ).

Khoảng tứ phân vị, kí hiệu Δ_Q, là hiệu giữa Q_3 và Q_1, tức là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.
Một giá trị của mẫu số liệu được gọi là *giá trị ngoại lệ* hay *giá trị bất thường* nếu nó nhỏ hơn $Q_1 - 1{,}5\Delta_Q$ hoặc lớn hơn $Q_3 + 1{,}5\Delta_Q$.

2 Các số đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm

a) *Số liệu ghép nhóm*
Mẫu số liệu ghép nhóm thường được trình bày dưới dạng bảng tần số ghép nhóm có dạng như dưới đây.
Giá trị chính giữa mỗi nhóm được dùng làm giá trị đại diện cho nhóm đó.

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	$\ldots$	$[u_k; u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	$\ldots$	c_n
Tần số	n_1	n_2	$\ldots$	n_k

Với $c_j = \dfrac{u_j + u_{j+1}}{2}$.

b) *Trung bình, mốt, phương sai và độ lệch chuẩn*
Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu $\overline{x}$, được tính như sau:

$$\overline{x} = \frac{n_1 c_1 + n_2 c_2 + \cdots + n_k c_k}{n} \text{ với cỡ mẫu } n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu S^2, được tính bởi công thức

$$S^2 = \frac{1}{n}\left[n_1\left(c_1 - \overline{x}\right)^2 + n_2\left(c_2 - \overline{x}\right)^2 + \cdots + n_k\left(c_k - \overline{x}\right)^2\right] = \frac{1}{n}\left(n_1 c_1^2 + \cdots + n_k c_k^2\right) - \overline{x}^2.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S = \sqrt{S^2}$.
Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm là nhóm có tần số lớn nhất.
Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm được dùng đại diện cho giá trị có tần số xuất hiện cao nhất. Giả sử

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt thành nhân"

nhóm chứa mốt là $[u_m; u_{m+1})$, khi đó mốt của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu M_o, được xác định bởi công thức

$$M_o = u_m + \frac{n_m - n_{m-1}}{(n_m - n_{m-1}) + (n_m - n_{m+1})} \cdot (u_{m+1} - u_m).$$

Chú ý: Nếu không có nhóm kề trước của nhóm chứa mốt thì $n_{m-1} = 0$. Ngược lại, nếu không có nhóm kề sau của nhóm chứa mốt thì $n_{m+1} = 0$.
Một mẫu số liệu có thể có nhiều nhóm chứa mốt và có nhiều mốt.

c) *Khoảng biến thiên và tứ phân vị.*
Khoảng biến thiên, kí hiệu R, của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên có chứa dữ liệu của mẫu số liệu.
Nếu n_1 và n_k cùng khác 0 thì $R = u_{k+1} - u_1$.
Tứ phân vị thứ i, kí hiệu Q_i, với $i = 1, 2, 3$ của mẫu số liệu ghép nhóm được xác định như sau:

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{in}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m).$$

trong đó:

- $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ là cỡ mẫu;
- $[u_m; u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i;
- n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i;
- $C = n_1 + n_2 + \cdots + n_{m-1}$.

Tứ phân vị thứ hai, Q_2, chính là trung vị M_e của mẫu số liệu ghép nhóm.
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.
Một giá trị của mẫu số liệu ghép nhóm được gọi là *giá trị ngoại lệ* hay *giá trị bất thường* nếu nó nhỏ hơn $Q_1 - 1,5\Delta_Q$ hoặc lớn hơn $Q_3 + 1,5\Delta_Q$.
Chú ý: Nếu tứ phân vị thứ k là $\frac{1}{2}(x_m + x_{m+1})$, trong đó x_m và x_{m+1} thuộc hai nhóm liên tiếp, chẳng hạn $x_m \in [u_{j-1}; u_j)$ và $x_{m+1} \in [u_j; u_{j+1})$, thì $Q_k = u_j$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

VÍ DỤ 1

Kết quả bốn lần kiểm tra môn toán của bạn Hoa là: 7, 9, 8, 9. Tính số trung bình cộng $\overline{x}$ của mẫu số liệu trên.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT THE BEST STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

VÍ DỤ 2

Thông kê số sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, An thu được kết quả như bảng bên. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách?

Số cuốn sách	1	2	3	4	5
Số bạn	3	5	15	10	7

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Một công ty nhỏ gồm 1 giám đốc và 5 nhân viên, thu nhập mỗi tháng của giám đốc là 20 triệu đồng, của nhân viên là 4 triệu đồng. Tìm trung vị cho mẫu số liệu về lương của giám đốc và lương của nhân viên công ty.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Thời gian (tính theo phút) mà 10 người đợi ở bến xe buýt là

2,8 1,2 3,4 14,6 1,3 2,5 4,2 1,9 3,5 0,8

Tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau

21 35 17 43 8 59 72 119

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Thời gian truy cập internet (đơn vị giờ) trong một ngày của một số học sinh lớp 10 được cho như sau

0 0 1 1 1 3 4 4 5 6

Tìm mốt của mẫu số liệu này.

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Số áo của một cửa hàng đã bán ra trong một tháng được thống kê trong bảng tần số sau

Cỡ áo	37	38	39	40	41	42	43
Số áo bán được (tần số)	15	46	62	81	51	20	3

Tìm mốt của mẫu số liệu này.

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Điểm trung bình môn học kì của hai bạn An và Bình được cho bảng sau

	Toán	Vật lí	Hóa học	Ngữ văn	Lịch sử	Địa lí	Tin học	Tiếng Anh
An	9,2	8,7	9,5	6,8	8,0	8,0	7,3	6,5
Bình	8,2	8,1	8,0	7,8	8,3	7,9	7,6	8,1

a) Điểm trung bình môn học kì của hai bạn có như nhau không?

b) Tính các khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu. Căn cứ trên mẫu số này, bạn nào học đồng đều hơn?

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày là

7 8 22 20 15 18 19 13 11.

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này.

Lời giải.

"Sen vẫn mở trong đầm, độc, Người chuyên"

VÍ DỤ 10

Nêu các giá trị bất thường của mẫu số liệu thống kê sau

5 6 19 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 48 49

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Số liệu thống kê kết quả 5 bài kiểm tra môn Toán của bạn Dũng và bạn Huy như sau

Bạn Dũng (1)	8	6	7	5	9
Bạn Huy (2)	6	7	7	8	7

a) Tính phương sai của mẫu số liệu trên.

b) So sánh phương sai của mẫu số liệu (Bạn Dũng) với phương sai của mẫu số liệu (Bạn Huy). Từ đó cho biết bạn nào có kết quả kiểm tra môn Toán đồng đều hơn?

Lời giải.

Dạy kèm sư nghiệp VIỆT STAR – NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

VÍ DỤ 12

Mẫu số liệu sau đây cho biết cân nặng của 10 trẻ sơ sinh (đơn vị kg)

2,977	3,155	3,920	3,412	4,236
2,593	3,270	3,813	4,042	3,387

Hãy tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị và độ lệch chuẩn cho mẫu số liệu này.

Lời giải.

VÍ DỤ 13

Tỉ lệ thất nghiệp ở một số quốc gia vào năm 2017 (đơn vị %) được cho như sau:

7,8	3,2	7,7	8,7	8,6	8,4	7,2	3,6
5,0	4,4	6,7	7,0	4,5	6,0	5,4	

Hãy tìm các giá trị bất thường (nếu có) của mẫu số liệu trên.

Chỉ trong ảo tưởng mới có tự do, Người chưa thành nhân.

Lời giải.

VÍ DỤ 14

Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

a) Hãy ước lượng cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A và lô hàng B.

b) Nếu so sánh theo số trung bình thì cam ở lô hàng nào nặng hơn?

Lời giải.

VÍ DỤ 15

Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học là truyền cảm hứng

Lời giải.

VÍ DỤ 16

Số người xem trong 60 buổi chiếu phim của một rạp chiếu phim nhỏ được cho trong bảng sau

Người xem	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$
Tần số	5	9	11	15	12	8

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng giá trị nào sau đây?

A $[0;10)$. **B** $[10;20)$. **C** $[20;30)$. **D** $[30;40)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 17

Bảng bên cho biết tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp $11A$ trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam). Xác định tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
$[30;40)$	2	2
$[40;50)$	10	12
$[50;60)$	16	28
$[60;70)$	8	36
$[70;80)$	2	38
$[80;90)$	2	40
	$n=40$	

Lời giải.

VÍ DỤ 18

Bảng sau thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.

Thời gian (phút)	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Số ngày tập của bác Bình	5	12	8	3	2
Số ngày tập của bác An	0	25	5	0	0

a) Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình và bác An.

b) Sử dụng khoảng biến thiên, hãy cho biết bác nào có thời gian tập phân tán hơn.

Lời giải.

VÍ DỤ 19

Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông

trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho.

Lời giải.

VÍ DỤ 20

Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian(phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lần	22	38	27	8	4	1

a) Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

b) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết 32 phút. Thời gian của lần đi đó có phải là giá trị ngoại lệ không?

Lời giải.

VÍ DỤ 21

Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số quả mít	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả các phép tính làm tròn đến hàng phần trăm.)

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VSE STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

VÍ DỤ 22

Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

111, 6	134, 9	130, 3	134, 2	140, 9	109, 3	154, 4	156, 3	116, 1	96, 7
105, 2	80, 8	80, 8	110	109	139	145	161	126	114

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

a) Hãy tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

b) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với nhóm đầu tiên là $[80; 98)$ và độ dài mỗi nhóm bằng 18. Tính phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

c) Hãy tính sai số tương đối của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm so với độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc.

Lời giải.

"Sen vẫn mở trong ao tù nước đọng, chẳng vì ai mà sẵn sàng thành nhân."

VÍ DỤ 23

Thầy Tuấn thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau:

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh lớp 11A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 11B	0	6	8	14	12

a) Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

b) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING – Nâng tầm sự nghiệp

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25

Khoảng biến thiên (đơn vị: mA) của mẫu số liệu trên là

A 25. **B** 5. **C** 30. **D** 10.

Câu 2. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25

Mốt của mẫu số liệu trên là

A 5. **B** 4. **C** 25. **D** 30.

"Sen cần nở trong ao bùn nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 3. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25

Trung vị của mẫu số liệu trên là

A 26,5. **B** 25. **C** 20. **D** 30.

Câu 4. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A 5. **B** 10. **C** 20. **D** 30.

Câu 5. Trong giờ học Vật lí, 10 bạn học sinh thực hành đo cường độ của một dòng điện. Kết quả được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: mA).

25	30	30	25	30	20	25	25	30	25

Phương sai của mẫu số liệu trên là

A 10. **B** 10,25. **C** 10,5. **D** 10,75.

Câu 6. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Khoảng biến thiên (đơn vị: kg) của mẫu số liệu trên là

A 0,4. **B** 0,5. **C** 0,6. **D** 0,7.

Câu 7. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A 1,625. **B** 1,8. **C** 1,805. **D** 2,025.

Câu 8. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIETSTAR – Dạy học tự tâm – Sống tâm sự nghiệp

Mốt của mẫu số liệu trên là

A 3. **B** 1,50. **C** 2,10. **D** 1,50 và 2,10.

Câu 9. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A 0,4. **B** 0,5. **C** 0,6. **D** 0,7.

Câu 10. Bảng dưới đây ghi lại cân nặng của 20 quả mãng cầu được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: kg).

1,50	1,50	1,50	1,55	1,60	1,65	1,65	1,70	1,75	1,80
1,80	1,85	1,90	1,95	2,00	2,05	2,05	2,10	2,10	2,10

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên thuộc nửa khoảng

A $[0{,}2; 0{,}3)$. **B** $[0{,}3; 0{,}4)$. **C** $[0{,}04; 0{,}05)$. **D** $[0{,}03; 0{,}04)$.

Câu 11. Kết quả điểm kiểm tra môn Toán của 40 học sinh lớp $10A$ được trình bày ở bảng sau:

Điểm	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	2	8	7	10	8	3	2	40

Tính số trung bình cộng của bảng trên. (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân).

A 6,8. **B** 6,4. **C** 7,0. **D** 6,7.

Câu 12. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở lô hàng A được cho như sau

Cân nặng (g)	$[150; 155)$	$[155; 160)$	$[160; 165)$	$[165; 170)$	$[170; 175)$
Số quả cam	2	6	12	4	1

Tính cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô hàng A.

A 161,7 (g). **B** 161,7 (kg). **C** 155 (g). **D** 160 (kg).

Câu 13. Thời gian đi từ nhà đến trường của 56 học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9{,}5; 12{,}5)$	$[12{,}5; 15{,}5)$	$[15{,}5; 18{,}5)$	$[18{,}5; 21{,}5)$	$[21{,}5; 24{,}5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

A 18,3. **B** 18,2. **C** 18. **D** 18,1.

Câu 14. Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại thông minh vào buổi tối của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị là

A [0; 20). B [20; 40). C [40; 60). D [60; 80).

Câu 15.

Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về doanh thu (tỉ USD) của 20 hãng xe ô tô có doanh thu cao nhất thế giới năm 2023.

(*Nguồn: Business Research Insights, wiki*)

Nhóm	Tần số
[50; 100)	10
[100; 150)	3
[150; 200)	4
[200; 250)	1
[250; 300)	1
[300; 350)	1
	$n = 20$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu đó bằng

A 300. B 100. C 275. D 175.

Câu 16. Cho bảng tần số về cân nặng của 180 người dân trong một xã như sau (đơn vị: kg)

Nhóm	**Tần số**	**Tần số tích luỹ**
[0; 10)	6	6
[10; 20)	15	21
[20; 30)	37	58
[30; 40)	48	106
[40; 50)	22	128
[50; 60)	29	157
[60; 70)	23	180
	$n = 180$	

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

A 56,486 kg. B 26,486 kg. C 25,496 kg. D 36,486 kg.

Câu 17. Cho bảng tần số chiều cao của 46 học sinh nam của khối lớp 11 như sau

Nhóm	**Tần số**
[155; 160)	3
[160; 165)	18
[165; 170)	10
[170; 175)	15
	$n = 46$

Xác định tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên

A 161,36. B 161,63. C 162,36. D 162,63.

Câu 18. Cho bảng tần số chiều cao của 46 học sinh nam của khối lớp 11 như sau

Nhóm	Tần số
$[155; 160)$	3
$[160; 165)$	18
$[165; 170)$	10
$[170; 175)$	15
	$n = 46$

Xác định tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên

A 162,36. **B** 166,5. **C** 166. **D** 171,17.

Câu 19.

Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê chiều cao của 40 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị: centimét).

Xác định tứ phân vị thứ hai của số liệu ghép nhóm trên

A 54,29. **B** 56,34. **C** 46,43. **D** 36,43.

Nhóm	Tần số	Tần số tích luỹ
$[30; 40)$	4	4
$[40; 50)$	10	14
$[50; 60)$	14	28
$[60; 70)$	6	34
$[70; 80)$	4	38
$[80; 90)$	2	40
	$n = 40$	

Câu 20. Một bảng xếp hạng đã tính điểm chuẩn hoá cho chỉ số nghiên cứu của một số trường đại học ở Việt Nam và thu được kết quả sau

Điểm	Dưới 20	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số điểm	4	19	6	2	3	1

Xác định điểm ngưỡng để đưa ra danh sách 25% trường đại học có chỉ số nghiên cứu tốt nhất Việt Nam.

A 25,26. **B** 35,42. **C** 45,35. **D** 45,42.

Câu 21. Bảng bên dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chi tiêu bình quân (đơn vị: USD) của một lượt khách quốc tế đến Việt Nam phân theo 27 quốc tịch năm 2019.

Nhóm	Tần số
$[0; 500)$	1
$[500; 1000)$	9
$[1000; 1500)$	14
$[1500; 2000)$	2
$[2000; 2500)$	1

(Nguồn: https://www.gso.gov.vn)

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó nằm trong khoảng nào dưới đây?

A $(200; 300)$. **B** $(300; 400)$. **C** $(400; 500)$. **D** $(500; 600)$.

Câu 22.

"Sen vẫn nở trong ao bùn nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình bày theo mẫu số liệu ghép nhóm ở *Bảng 4*. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[50;60)$	3	3
$[60;70)$	5	8
$[70;80)$	25	33
$[80;90)$	4	37
$[90;100)$	3	40
	$n=40$	

Bảng 4

A 75. **B** 70,8. **C** 78,8. **D** 74,8.

Câu 23.

Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở ***Bảng 4***. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[50;60)$	3	3
$[60;70)$	5	8
$[70;80)$	25	33
$[80;90)$	4	37
$[90;100)$	3	40
	$n=40$	

Bảng 4

A 9,08. **B** 82,4375. **C** 74,75. **D** 50.

Câu 24. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số xe ô tô khi đi qua điểm đo tốc độ

Tốc độ (km/h)	$[50;52)$	$[52;54)$	$[54;56)$	$[56;58)$	$[58;60)$
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Khoảng biến thiên (đơn vị: km/h) của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A 8. **B** 10. **C** 6. **D** 12.

Câu 25. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số xe ô tô khi đi qua điểm đo tốc độ

Tốc độ (km/h)	$[50;52)$	$[52;54)$	$[54;56)$	$[56;58)$	$[58;60)$
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A $[50;52)$. **B** $[52;54)$. **C** $[54;56)$. **D** $[58;60)$.

Câu 26. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

A 80. **B** 60. **C** 100. **D** 12.

Câu 27. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số xe ô tô khi đi qua điểm đo tốc độ

Tốc độ (km/h)	$[50;52)$	$[52;54)$	$[54;56)$	$[56;58)$	$[58;60)$
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A 51. B 51,33. C 51,67. D 51,85.

Câu 28. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số xe ô tô khi đi qua điểm đo tốc độ

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A 55,675. B 52,26. C 55,74. D 54,87.

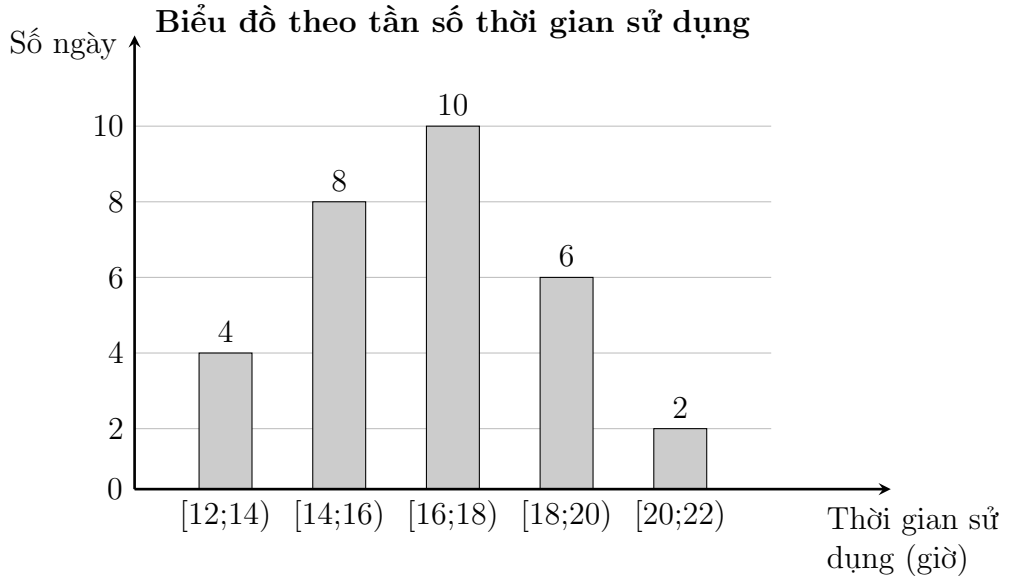
Câu 29. Bảng dưới đây ghi lại tốc độ của một số xe ô tô khi đi qua điểm đo tốc độ

Tốc độ (km/h)	[50; 52)	52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Số xe ô tô	40	32	25	20	8

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

A 6,329. B 6,328. C 2,515. D 2,516.

Câu 30. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.

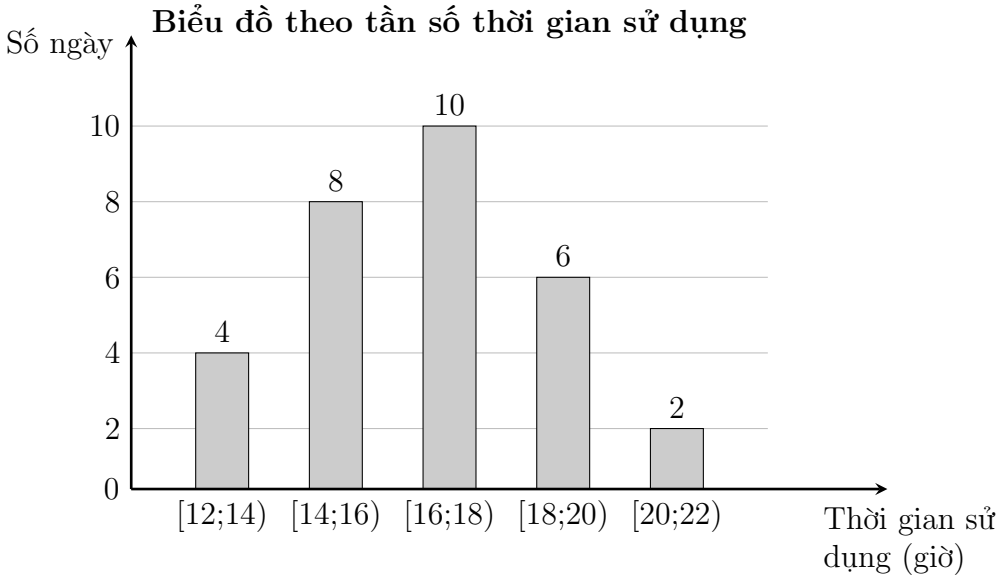


Khoảng chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A [12; 14). B [14; 16). C [16; 18). D [18; 20).

Câu 31. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.

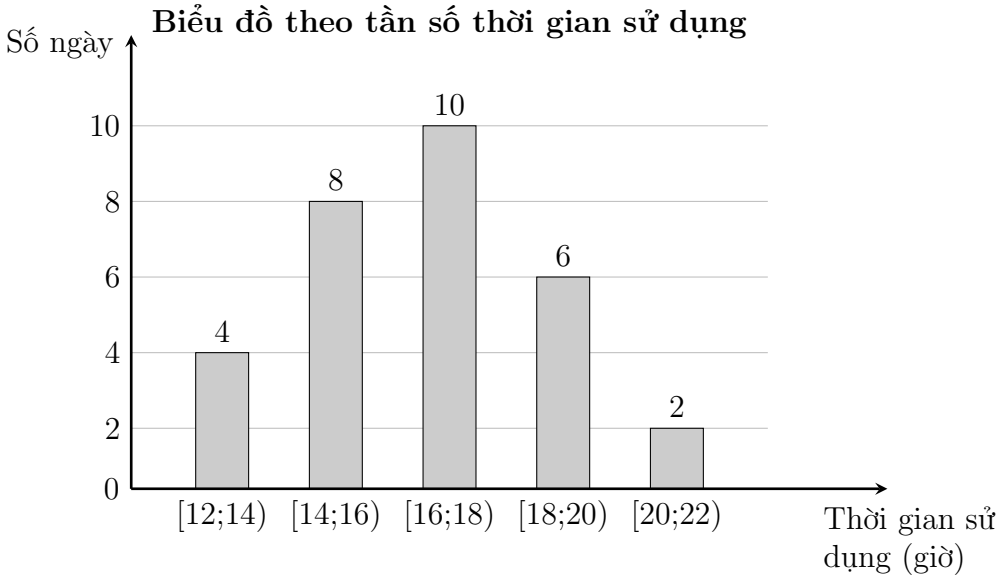
"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."



Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A 16,5. **B** 16,6. **C** 15,5. **D** 15,4.

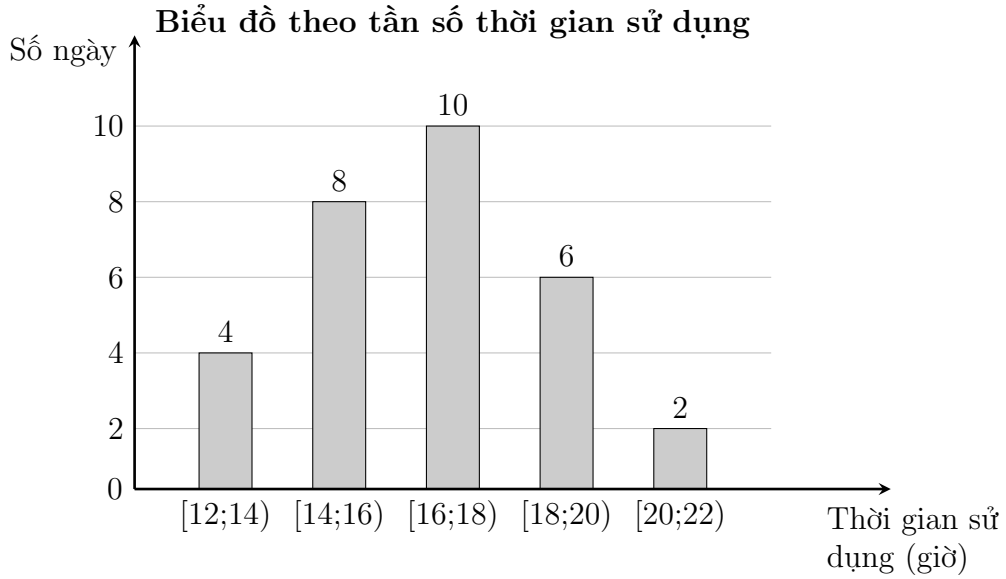
Câu 32. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A 14,875. **B** 14,4375. **C** 13,125. **D** 13,5625.

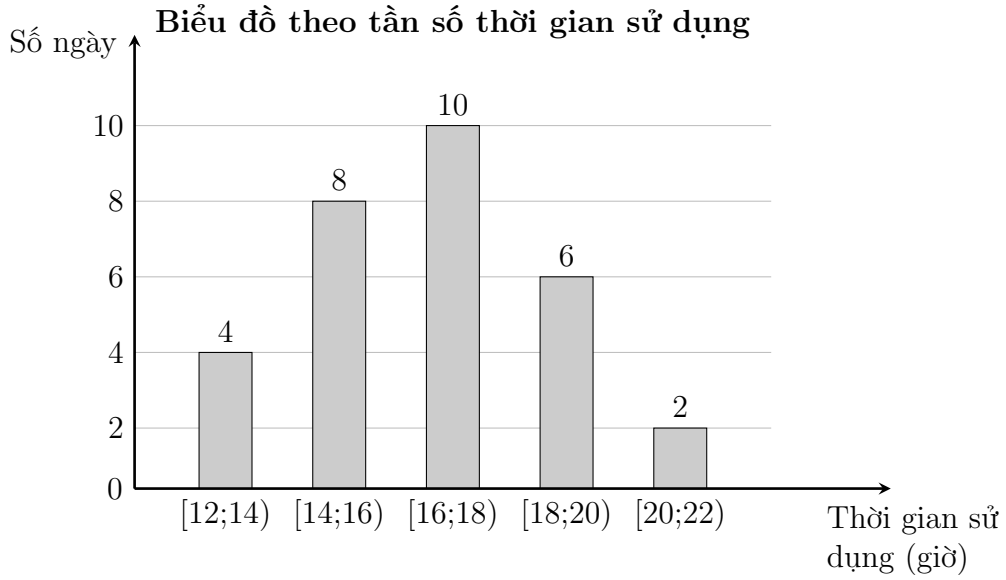
Câu 33. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.



Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A 16,5. **B** 16,6. **C** 15,5. **D** 15,4.

Câu 34. Bác Minh thống kê lại thời gian sử dụng điện thoại của mình từ khi điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi pin được sử dụng hết trong 30 ngày ở biểu đồ sau.



Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần nghìn) là

A 24,079. **B** 2,215. **C** 4,906. **D** 4,907.

Câu 35. Khảo sát về cân nặng của các học sinh lớp 11D3 người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau

Cân nặng	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Khoảng tứ phân vị của bảng số liệu ghép nhóm trên là

A 17. **B** 14.5. **C** 14. **D** 17.5.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 36. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A $\frac{25}{7}$. **B** $\frac{13}{7}$. **C** $\frac{20}{7}$. **D** $\frac{55}{7}$.

Câu 37. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A 31,77. **B** 32. **C** 31. **D** 31,44.

Câu 38. Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A 3,41. **B** 11,62. **C** 0,017. **D** 0,36.

Câu 39. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau

Thời gian giải rubik (giây)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số ngày	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A 5,98. **B** 6. **C** 2,44. **D** 2,5.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Kết quả khảo sát cân nặng của 25 quả cam ở mỗi lô hàng A, B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (gam)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số quả cam ở lô hàng A	2	6	12	4	1
Số quả cam ở lô hàng B	1	3	7	10	4

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Giá trị đại diện nhóm $[150;155)$ bằng 152,5.		
b) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô A là 163,7 (gam).		
c) Cân nặng trung bình của mỗi quả cam ở lô B là 162,1 (gam).		
d) Theo số trung bình thì cam ở lô hàng B nặng hơn cam ở lô hàng A.		

Câu 2. Tuổi các học viên của một lớp học Tiếng Anh tại một trung tâm được ghi lại ở bảng tần số ghép lớp như sau

Lớp	$[16;20)$	$[20;24)$	$[24;28)$	$[28;32)$	$[32;36)$
Tần số	10	12	14	9	5

Các khẳng định sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tổng số học viên 50.		
b) Độ dài của mỗi nhóm là 4.		
c) Giá trị đại diện của nhóm $[24;28)$ là 4.		
d) Độ tuổi trung bình của học viên trung tâm là 25.		

Câu 3. Thời gian tự học mỗi ngày của học sinh khối 11 được thống kê trong bảng sau

Thời gian (phút)	$[60;90)$	$[90;120)$	$[120;150)$	$[150;180)$	$[180;210)$
Số học sinh	8	10	13	7	2

Xét tính đúng - sai của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tổng số học sinh được khảo sát là 40.		
b) Giá trị đại diện của nhóm $[90;120)$ là 105.		
c) Thời gian trung bình tự học mỗi ngày của các bạn học sinh được khảo sát là 135 phút.		
d) Có 13 học sinh tự học ít nhất 2 giờ mỗi ngày.		

Câu 4. Khảo sát chiều cao của học sinh lớp $11C1$, thu được bảng số liệu ghép nhóm như sau

Khoảng chiều cao (cm)	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	7	15	12	8	3

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Lớp $11C1$ có 43 học sinh.		
b) Chiều cao trung bình của học sinh $11C1$ thuộc khoảng $(160;162)$.		
c) Số học sinh có chiều cao không dưới 160 cm là 22 học sinh.		

Sen văn nở trong gò từ nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành tài.

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{961}{6}$ cm.		

Câu 5. Khi điều tra về chiều cao của 40 học sinh lớp 11A, bộ phận y tế của nhà trường thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Chiều cao (cm)	[140; 146)	[146; 152)	[152; 158)	[158; 164)	[164; 170)
Số học sinh	3	12	11	8	6

Xét tính đúng - sai của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số học sinh có chiều cao trên 152 cm là 24.		
b) Tất cả học sinh của lớp đều có chiều cao không dưới 140 cm.		
c) Nhóm chứa trung vị là nhóm thứ 3.		
d) Chiều cao trung bình của 40 học sinh là 155,3 cm.		

Câu 6.

Bảng 5 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40; 50)	5	5
[50; 60)	8	13
[60; 70)	25	38
[70; 80)	20	58
[80; 90)	2	60
	$n = 60$	

Bảng 5

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).		
b) Trung vị của mẫu số liệu trên là 66,8 (nghìn đồng).		
c) Tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu trên là 60,8 (nghìn đồng).		
d) Mốt của mẫu số liệu trên là 65 (nghìn đồng).		

Câu 7. Thời gian (phút) xem tivi mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian	[6,5; 9,5)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)	[24,5; 27,5)
Số học sinh	2	3	12	15	24	2	2

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Giá trị đại diện của nhóm [12,5; 15,5) là 14,5.		
b) Giá trị trung bình của mẫu số liệu là 17.		
c) Trung vị của mẫu số liệu là 18,1.		
d) Các tứ phân vị của mẫu số liệu là $Q_1 = 15$, $Q_2 = 18{,}1$, $Q_3 = 20{,}125$.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nông tâm sự nghiệp

Câu 8. Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối, thu được bảng số liệu sau

Thời gian	Số học sinh nam	Số học sinh nữ
$[4;5)$	8	4
$[5;6)$	10	6
$[6;7)$	13	12
$[7;8)$	15	18
$[8;9)$	7	8

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ dài của nhóm bằng 1.		
b) Thời gian ngủ trung bình của các bạn học sinh nam nhiều hơn các bạn học sinh nữ.		
c) Phần lớn học sinh được khảo sát trong khối 11 ngủ nhiều hơn 6,5 giờ.		
d) 75% học sinh được khảo sát trong khối 11 ngủ ít nhất 5,5 giờ.		

Câu 9. Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh (cùng đề) của học sinh hai lớp $12A$ và $12B$ được cho lần lượt bởi mẫu số liệu ghép nhóm ở ***Bảng 6***, ***Bảng 7***.

Nhóm	Tần số
$[0;2)$	3
$[2;4)$	5
$[4;6)$	5
$[6;8)$	25
$[8;10)$	2
	$n=40$

Nhóm	Tần số
$[0;2)$	1
$[2;4)$	4
$[4;6)$	15
$[6;8)$	16
$[8;10)$	4
	$n=40$

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số trung bình cộng của hai mẫu số liệu trên bằng nhau.		
b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp $12A$ nhỏ hơn 2.		
c) Phương sai của mẫu số liệu lớp $12B$ lớn hơn 3.		
d) Điểm thi của học sinh lớp $12B$ đồng đều hơn lớp $12A$.		

Câu 10.

"Sen vẫn nở trong đầm dù nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Bảng bên cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020 *(Nguồn: https://bandolamnghiep.com).*

Nhóm	Tần số
[0; 10)	17
[10; 20)	6
[20; 30)	3
[30; 40)	4
[40; 50)	9
[50; 60)	15
[60; 70)	5
[70; 80)	1

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tỉ lệ che phủ rừng trung bình trên một tỉnh, thành phố được thống kê ở trên là lớn hơn 33%.		
b) Trung vị của mẫu số liệu trên là 40%.		
c) Có 20 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 10%.		
d) Mốt của mẫu số liệu trên là 5%.		

Câu 11. Bạn An và bạn Bình làm thí nghiệm trồng cây. Mỗi bạn trồng 40 cây cần tây trong cốc, phần gốc của các cây khi bắt đầu trồng đều dài 4 cm. Bảng 13 và Bảng 14 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao của các cây (đơn vị: cen-ti-mét) mà bạn An và bạn Bình trồng sau 5 tuần.

Nhóm	Tần số
[20; 25)	2
[25; 30)	16
[30; 35)	20
[35; 40)	2

Bảng 13

Nhóm	Tần số
[20; 25)	5
[25; 30)	9
[30; 35)	25
[35; 40)	1

Bảng 14

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Chiều cao trung bình của mỗi cây do hai bạn An và Bình trồng không bằng nhau.		
b) Khoảng biến thiên của cả hai mẫu số liệu trên là 20.		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ở Bảng 13 là 5,5.		
d) Chiều cao của các cây mà bạn Bình trồng đồng đều hơn các cây mà bạn An trồng.		

Câu 12. Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về cân nặng của một số quả dứa được lựa chọn ngẫu nhiên từ một lô hàng (đơn vị: gam).

Nhóm	[1750; 1770)	[1770; 1790)	[1790; 1810)	[1810; 1830)	[1830; 1850)
Tần số	12	25	38	20	5

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n = 100$.		
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 100 gam.		
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 = 1830$.		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 29{,}6$.		

Câu 13. Trong giờ thực hành môn Sinh học, các học sinh đo đường kính nhân một tế bào nhiều lần. Kết quả được thống kê lại ở bảng sau.

Đường kính (μm)	[4,5; 5,0)	[5,0; 5,5)	[5,5; 6,0)	[6,0; 6,5)
Số lần đo	2	16	20	2

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $n = 50$.		
b) Tần số tương đối của nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là 40%.		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 0{,}45$.		
d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng $(0;0{,}1)$.		

Câu 14. Trong một buổi đi thực tế, một nhóm học sinh đã ước lượng chiều dài thân của một số cá thể cào cào và ghi lại trong bảng số liệu sau (đơn vị: cm).

Độ dài (cm)	$[3{,}5;4{,}5)$	$[4{,}5;5{,}5)$	$[5{,}5;6{,}5)$	$[6{,}5;7{,}5)$
Số con	5	18	20	7

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 4 cm .		
b) Khoảng chứa mốt chiếm 40% tổng số các giá trị của mẫu .		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\Delta_Q = 2$.		
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc khoảng $(0{,}5;1)$.		

Câu 15. Huấn luyện viên thống kê thời gian chạy cự li 200 m của hai vận động viên Hoa và Mai trong một đợt huấn luyện ở bảng sau.

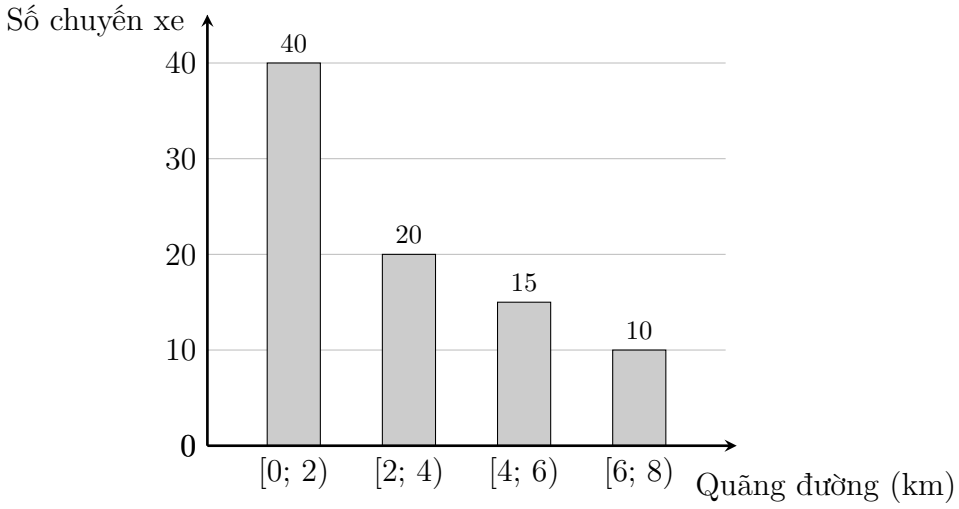
Thời gian (giây)	$[23{,}7;23{,}8)$	$[23{,}8;23{,}9)$	$[23{,}9;24)$	$[24;24{,}1)$	$[24{,}1;24{,}2)$
Số lần chạy của Hoa	11	15	7	0	5
Số lần chạy của Mai	28	18	4	0	0

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khoảng biến thiên thời gian chạy của hai vận động viên là như nhau .		
b) Thành tích trung bình của Hoa đạt dưới 23,9 giây.		
c) Nếu so sánh theo số trung bình thì thành tích của Hoa tốt hơn của Mai.		
d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì Mai có thành tích ổn định hơn Hoa.		

Câu 16. Một bác tài xế đã thống kê lại quãng đường di chuyển của một số chuyến xe mà bác ấy thực hiện trong một tuần ở bảng sau (đơn vị: km).

Biểu đồ tần số chuyến xe theo quãng đường di chuyển

"Sen vẫn nở trong đó là nước đọc. Người chuyên cần ắt sẽ thành tài."



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Bác tài xế đã thống kê lại quãng đường di chuyển của 85 chuyến xe .		
b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nhóm $[4;6)$.		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 8 km .		
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị thuộc khoảng $(1;2)$.		

Câu 17. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau

Chiều cao (m)	$[8{,}4;8{,}6)$	$[8{,}6;8{,}8)$	$[8{,}8;9{,}0)$	$[9{,}0;9{,}2)$	$[9{,}2;9{,}4)$
Số cây	5	12	25	44	14

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R = 1$.		
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 8$.		
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q = 0{,}286$.		
d) Biết rằng trong 100 cây keo trên có 1 cây cao 8,4 m. Chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ.		

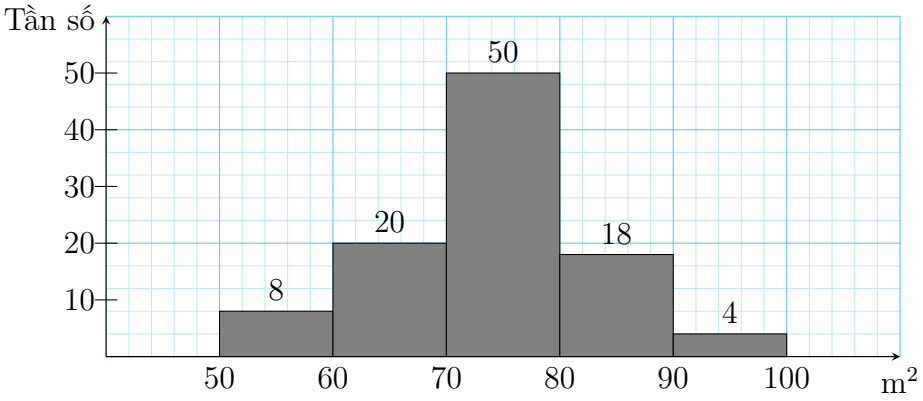
Câu 18.
Bảng bên biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Tần số
$[10;15)$	15
$[15;20)$	18
$[20;25)$	10
$[25;30)$	10
$[30;35)$	5
$[35;40)$	2
	$n = 60$

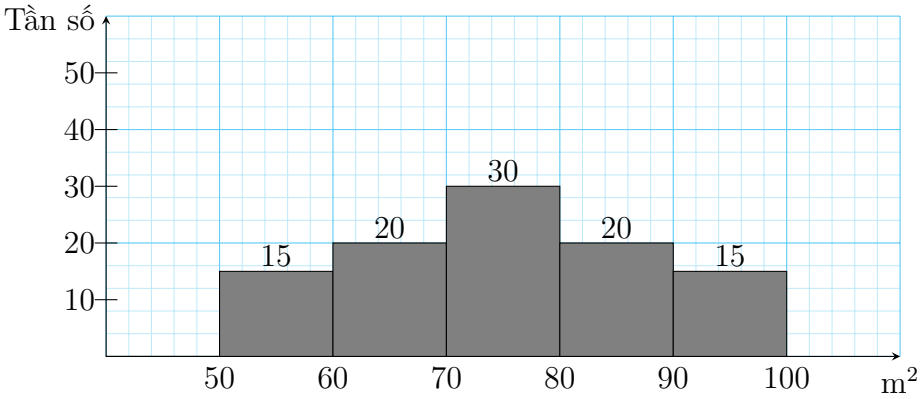
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là $R = 25$.		
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_1 = 15$.		
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 27$.		
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q = 12$.		

Câu 19. Điều tra một số hộ gia đình thu nhập ở mức trung bình sinh sống trên hai địa bàn A, B, người ta thấy diện tích nhà ở của họ đều nhỏ hơn 100 m^2. Hai biểu đồ dưới biểu diễn kết quả thống kê.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học tử tâm – Nâng tầm sự nghiệp



Hình 3.3a. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn A



Hình 3.3b. Diện tích nhà ở của cư dân địa bàn B

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu này bằng nhau.		
b) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương A là 10,9.		
c) Khoảng tứ phân vị ghép nhóm diện tích căn hộ của địa phương B là 8,5..		
d) Số liệu về diện tích nhà ở của cư dân thuộc địa bàn A phân tán hơn địa bàn B.		

Câu 20. Một trang trại phân 1 000 quả trứng thành 5 loại, tuỳ theo khối lượng (đã được làm tròn) của chúng được thống kê bởi bảng dưới đây:

Khối lượng (gam)	[30; 36)	[36; 42)	[42; 48)	[48; 54)	[54; 60)
Số trứng	45	190	500	250	15

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 30.		
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là 6,48.		
c) Khối lượng trung bình của 100 quả trứng là 45 gam.		
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $\frac{6\sqrt{17}}{5}$.		

Câu 21.

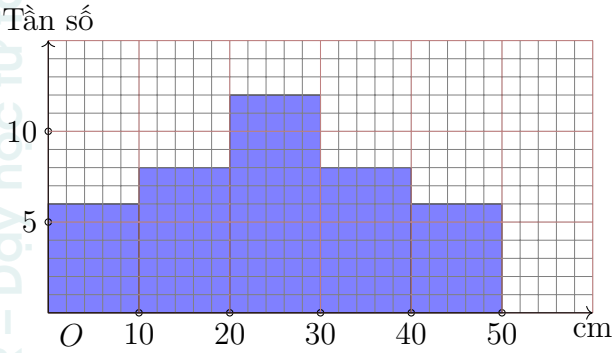
"Sen vàn hồ trong ao tù mọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Kết quả 40 lần nhảy xa của hai vận động viên nam Dũng và Huy được lần lượt thống kê trong Bảng ở bên (đơn vị: mét).

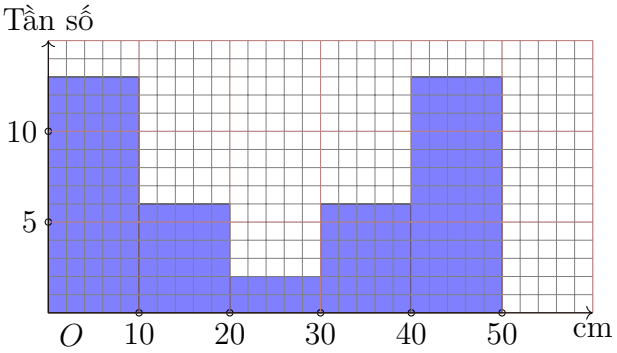
Nhóm	Dũng	Huy
$[6,22;6,46)$	3	2
$[6,46;6,70)$	7	5
$[6,70;6,94)$	5	8
$[6,94;7,18)$	20	19
$[7,18;7,42)$	5	6
	$n=40$	$n=40$

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $6,92$ (m).		
b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $6,85$ (m).		
c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là $0,24$ (m).		
d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì kết quả nhảy xa của vận động viên Huy đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng.		

Câu 22. Một công ty giống cây trồng đã thử nghiệm hai phương pháp chăm sóc khác nhau cho cây hướng dương. Sau hai tuần, người ta thấy cây được chăm sóc theo cả hai phương pháp đều thấp hơn 50 cm.



Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp A



Chiều cao của cây chăm sóc theo phương pháp B

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khoảng biến thiên của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.		
b) Trung bình của chiều cao các cây được chăm sóc theo mỗi phương pháp A và B bằng nhau.		
c) Độ lệch chuẩn của chiều cao các cây được chăm sóc theo phương án A là 12, 65 (cm).		
d) Dựa vào độ lệch chuẩn thì chiều cao của các loại cây được chăm sóc theo phương án B ít bị chênh lệch hơn so với phương án A..		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Số tiền tiết kiệm (triệu đồng) của các hộ gia đình trong một khu phố được ghi lại trong bảng sau

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Số tiền	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số hộ gia đình	10	25	30	20	15

Giá trị trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần chục) KQ: | | | | |

Câu 2. Chiều cao (cm) của các cây trồng trong một khu vườn được đo và ghi lại trong bảng sau

Chiều cao	[50; 70)	[70; 90)	[90; 110)	[110; 130)	[130; 150)
Số cây	18	22	30	15	10

Giá trị trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần chục) KQ: | | | | |

Câu 3. Bảng dưới đây thống kê nhiệt độ không khí trung bình của các tháng trong năm tại một trạm đo đạc (đơn vị: °C).

Nhiệt độ (°C)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số tháng	3	4	4	1

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. KQ: | | | | |

Câu 4. Các bạn học sinh lớp 11*A*1 trả lời 40 câu hỏi trong một bài kiểm tra. Kết quả được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau

Số câu trả lời đúng	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
Số học sinh	4	6	8	18	4

Tìm mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên, làm tròn đến hàng phần chục. KQ: | | | | |

Câu 5. Trong giờ thực hành trải nghiệm môn Toán, một nhóm học sinh thực hành đo chiều cao của một toà nhà trong khu vực (đơn vị: m). Kết quả các lần đo được thống kê lại ở bảng sau.

Chiều cao (m)	[25,1; 25,3)	[25,3; 25,5)	[25,5; 25,7)	[25,7; 25,9)
Số lần đo	10	20	6	4

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên. KQ: | | | | |

Câu 6. Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước sạch mỗi hộ gia đình ở một khu vực sử dụng trong tháng 01/2023 ở bảng sau (đơn vị: m^3).

Lượng nước (m^3)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số hộ gia đình	23	50	35	25	7

Tính tỉ số giữa số trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên. Làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn. KQ: | | | | |

Câu 7. Bảng dưới đây thống kê lượng điện năng tiêu thụ trong tháng 01/2023 của một số hộ gia đình trong một khu tập thể (đơn vị: kWh).

250	250	255	262	266	271	274	279	282	288

"Sản văn nở trong gạo từ nước độc, Người chuyên cần ắt thành nhân."

Bạn Tuấn ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[250;260)$. Tính hiệu của độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gốc. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

KQ: | | | | |

Câu 8. Bảng dưới đây thống kê giá đóng cửa của một cổ phiếu trong một số ngày giao dịch liên tiếp (đơn vị: nghìn đồng).

95,1	95,8	96,2	95,5	96	97,3	97,3	97,4	91,1	89,5	88,9	89,5

Bạn Hồng ghép số liệu trên thành 4 nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[88{,}5;91)$. Tính hiệu của khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.

KQ: | | | | |

Câu 9. Mẫu số liệu dưới đây ghi lại tốc độ của 40 ô tô khi đi qua một trạm đo tốc độ (đơn vị: km/h).

49	42	51	55	45	60	53	55	44	65
52	62	41	44	57	56	68	48	46	53
63	49	54	61	59	57	47	50	60	62
48	52	58	47	60	55	45	47	48	61

Sau khi ghép nhóm mẫu số liệu trên thành sáu nhóm ứng với sáu nửa khoảng

$$[40;45),\ [45;50),\ [50;55),\ [55;60),\ [60;65),\ [65;70)$$

thì trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhận được bằng $\frac{a}{b}$ (km/h) ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 10.

Bảng 9 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2011 tại Hà Nội (đơn vị: độ C) (*Nguồn: Niên giám Thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022*). Phương sai của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Nhóm	Tần số
$[16{,}8;19{,}8)$	2
$[19{,}8;22{,}8)$	3
$[22{,}8;25{,}8)$	2
$[25{,}8;28{,}8)$	1
$[28{,}8;31{,}8)$	4

Bảng 9

KQ: | | | | |

Câu 11. Bảng bên dưới cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê chiều dài đường bờ biển (đơn vị: ki-lô-mét) của 28 tỉnh, thành phố có giáp biển ở Việt Nam.

(Nguồn: https://vi.wikipedia.org)

Trung vị của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Nhóm	Tần số
$[0;100)$	13
$[100;200)$	11
$[200;300)$	3
$[300;400)$	1

KQ: | | | | |

VIỆT SAO – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Câu 12. Bảng bên dưới cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê chiều cao (đơn vị: mét) của 40 núi cao nhất Đông Nam Á.

(Nguồn: https://vi.wikipedia.ong)

Nhóm	Tần số
$[3500; 4000)$	10
$[4000; 4500)$	7
$[4500; 5000)$	16
$[5000; 5500)$	4
$[5500; 6000)$	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: | | | | |

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 5

TOÁN THỰC TẾ LỚP 10



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Khái niệm bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là bất phương trình có một trong các dạng

$$ax + by + c < 0, ax + by + c > 0; ax + by + c \leq 0; ax + by + c \geq 0,$$

trong đó a, b, c là những số cho trước; a, b không đồng thời bằng 0 và x, y là các ẩn.

Nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Xét bất phương trình $ax+by+c<0$. Mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $ax_0+by_0+c<0$ được gọi là một **nghiệm** của bất phương trình đã cho.

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm $(x_0; y_0)$ sao cho $ax_0 + by_0 + c < 0$ được gọi là **miền nghiệm** của bất phương trình $ax + by + c < 0$.

Ta có thể biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $ax + by + c < 0$ như sau:

- **Bước 1:** Trên mặt phẳng Oxy, vẽ đường thẳng Δ: $ax + by + c = 0$.
- **Bước 2:** Lấy một điểm $(x_0; y_0)$ không thuộc Δ. Tính $ax_0 + by_0 + c$.
- **Bước 3:** Kết luận
  - Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (không kể bờ Δ) chứa điểm $(x_0; y_0)$.
  - Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì miền nghiệm của bất phương trình đã cho là nửa mặt phẳng (không kể bờ Δ) không chứa điểm $(x_0; y_0)$.

Đối với các bất phương trình bậc nhất hai ẩn dạng $ax + by + c \leq 0$ (hoặc $ax + by + c \geq 0$) thì miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$ (hoặc $ax + by + c > 0$) kể cả bờ.

2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Là hệ bất phương trình gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.
- Cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi $(x_0; y_0)$ đồng thời là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ đó.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Đạt học thủ ước – Nâng cầu tiệp

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.
- Để biểu diễn miền nghiệm của hệ, ta làm như sau:
  - Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ và gạch bỏ miền còn lại.
  - Miền cuối cùng không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Ứng dụng của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Ứng dụng bài toán tối ưu

Giá trị lớn nhất (hay nhỏ nhất) của biểu thức $F(x;y)=ax+by$ với $(x;y)$ là tọa độ các điểm thuộc miền đa giác $A_1A_2...A_n$ (tức là các điểm nằm bên trong hay nằm trên các cạnh của đa giác), đạt được tại một trong các đỉnh của đa giác đó.

3 Hệ thức lượng trong tam giác

Định lí côsin

Định lí 2 Trong tam giác ABC, ta kí hiệu A, B, C là các góc của tam giác tại đỉnh tương ứng; a, b, c tương ứng là độ dài của các cạnh đối diện với đỉnh A, B, C. Khi đó:

- $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,
- $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$,
- $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

Từ Định lí côsin, ta tính được $\cos A$, $\cos B$, $\cos C$ theo độ dài các cạnh a, b, c của tam giác ABC, cụ thể:

- $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$.
- $\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$.
- $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

Định lí sin

Định lí 3 Trong tam giác ABC, ta kí hiệu A, B, C là các góc của tam giác tại đỉnh tương ứng; a, b, c tương ứng là độ dài của các cạnh đối diện với đỉnh A, B, C. R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Khi đó:

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R.$$

Công thức tính diện tích tam giác

Trong tam giác ABC, ta kí hiệu A, B, C là các góc của tam giác tại đỉnh tương ứng; a, b, c tương ứng là độ dài của các cạnh đối diện với đỉnh A, B, C; p là nửa chu vi; S là diện tích; R, r tương ứng là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp tam giác ABC. Khi đó

- $S=pr=\dfrac{(a+b+c)r}{2}$;
- $S=\dfrac{abc}{4R}$;
- $S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}ca\sin B=\dfrac{1}{2}ab\sin C$;
- $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

4 Ba đường conic

Elip

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho trước 2 điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$ và số dương a cho trước. Khi đó:

"Sen văn nổ trong ao tù, ước độc, Người cuyên cầu ếch thành nhàn"

- Tập hợp tất cả các điểm $M(x;y)$ thỏa $MF_1+MF_2=2a$, với $a>c>0$ là một Elip.
- Phương trình Elip là $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1}$, trong đó $b^2=a^2-c^2$.
- Hình dạng Elip và các thông số:
  - Trục lớn $A_1A_2=2a$; Trục bé $B_1B_2=2b$;
  - Tiêu cự $F_1F_2=2c$ và $a^2=b^2+c^2$.
  - Tọa độ $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
  - Diện tích $S_{(E)}=\pi ab$.

Hypebol

Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

- Độ dài trục lớn là $2a$.
- Độ dài trục ảo là $2b$.
- Độ dài tiêu cự là $2c=2\sqrt{a^2+b^2}$.
- Tọa độ các tiêu điểm là $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh là $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$.
- Với M là điểm bất kì thuộc (H) ta có luôn có $|MF_1-MF_2|=2a$.

Parabol

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, parabol (P) có phương trình chính tắc là

$$y^2=2px \text{ với } p>0.$$

- Parabol có tiêu điểm là $F\left(\dfrac{p}{2};0\right)$.
- Đường chuẩn $\Delta: x=-\dfrac{p}{2}$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

VÍ DỤ 1

Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x-y\geq 3$ trên mặt phẳng toạ độ.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 60 m^2. Diện tích để kê một chiếc ghế là 0,5 m^2, một chiếc bàn là 1,2 m^2. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê.

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 12 m^2.

b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Bác An trồng hai loại hoa gồm hoa hồng và hoa ly để bán vào dịp Tết Nguyên đán. Hoa hồng có giá 80 000 đồng/chậu, hoa ly có giá 120 000 đồng/chậu. Bác An tính toán rằng, để không phải bù lỗ thì số tiền bán hoa thu được phải đạt tối thiểu 30 triệu đồng. Hỏi số lượng chậu hoa bán được trong những trường hợp nào thì bác An không phải bù lỗ?

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong ao độc, Người chính nhân."

VÍ DỤ 4

Nhân ngày Nhà giáo Việt Nam 20/11, Công viên nước Đầm Sen và Công đoàn ngành giáo dục Thành phố Hồ Chí Minh tổ chức hội thi đua thuyền rồng dành cho giáo viên của tất cả các trường THPT trên địa bàn và được tổ chức tại Đầm Sen. Vé vào cổng được bán ra cho giáo viên và học sinh có hai loại:

- Loại 1 (dành cho học sinh): 20 000 đồng/vé;
- Loại 2 (dành cho giáo viên): 30 000 đồng/vé.

Công ty công viên nước Đầm Sen tính toán rằng, để không phải bù lỗ thì số tiền vé thu được khi vào cổng này phải đạt tối thiểu 30 triệu đồng. Hỏi số lượng vé bán được trong những trường hợp nào thì công viên nước Đầm Sen phải bù lỗ?

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Hà, Châu, Liên và Ngân cùng đi mua trà sữa. Cả bốn bạn có tất cả 185 nghìn đồng. Bốn bạn mua 4 cốc trà sữa với giá tiền 35 nghìn đồng một cốc. Các bạn gọi thêm trân châu cho vào trà sữa. Một phần trân

trâu đen có giá 5 nghìn đồng, một phần trân châu trắng có giá 10 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số phần trân châu đen, trân châu trắng mà bốn bạn định mua thêm.

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để thể hiện số tiền các bạn có đủ khả năng chi trả cho phần trân châu đen, trắng.

b) Chỉ ra một nghiệm nguyên của bất phương trình đó.

Lời giải.

2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

VÍ DỤ 1

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ

$$\begin{cases} x-y+1<0 & (1) \\ 2x-y+4>0 & (2) \\ x+y-4<0. & (3) \end{cases}$$

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong ao từ nước đục, đèn càng sáng khi bấc càng gần nhau"

VÍ DỤ 2

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} x+y>1 \\ x-y<2. \end{cases}$$

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau

$$\begin{cases} 2x+y\geq 2 \\ x-2y\leq 1 \\ y\leq 2 \\ x\leq 3. \end{cases}$$

Lời giải.

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT

VÍ DỤ 4

Một công ty kinh doanh thương mại chuẩn bị cho một đợt khuyến mại nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hệ thống phát thanh và truyền hình. Chi phí cho 1 phút quảng cáo trên sóng phát thanh là 800.000 đồng, trên sóng truyền hình là 4.000.000 đồng. Đài phát thanh chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo dài ít nhất là 5 phút. Do nhu cầu quảng cáo trên truyền hình lớn nên đài truyền hình chỉ nhận phát các chương trình dài tối đa là 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng một phút quảng cáo, trên truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên sóng phát thanh. Công ty dự định chi tối đa 16.000.000 đồng cho quảng cáo. Công ty cần đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người vẫn thành nhân."

VÍ DỤ 5

Một công ty kinh doanh thương mại chuẩn bị cho một đợt khuyến mại nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hệ thống phát thanh và truyền hình. Chi phí cho 1 phút quảng cáo trên sóng phát thanh là 800.000 đồng, trên sóng truyền hình là 4.000.000 đồng. Đài phát thanh chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo dài ít nhất là 5 phút. Do nhu cầu quảng cáo trên truyền hình lớn nên đài truyền hình chỉ nhận phát các chương trình dài tối đa là 4 phút. Theo các phân tích, cùng thời lượng một phút quảng cáo, trên truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên sóng phát thanh. Công ty dự định chi tối đa 16.000.000 đồng cho quảng cáo. Công ty cần đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để được số điểm thưởng là lớn nhất ?

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm giá trị
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Trong một cuộc thi gói bánh vào dịp năm mới, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 20 kg gạo nếp, 2 kg thịt ba chỉ, 5 kg đậu xanh để gói bánh chưng và bánh ống. Để gói một cái bánh chưng cần $0,4$ kg gạo nếp, $0,05$ kg thịt và $0,1$ kg đậu xanh; để gói một cái bánh ống cần $0,6$ kg gạo nếp, $0,075$ kg thịt và $0,15$ kg đậu xanh. Mỗi cái bánh chưng nhận được 5 điểm thưởng, mỗi cái bánh ống nhận được 7 điểm thưởng. Hỏi cần phải gói mấy cái bánh mỗi loại để được nhiều điểm thưởng nhất?

Lời giải.

"Sen vươn lên từ nước độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT

VÍ DỤ 8

Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua tối đa $1,6$ kg thịt bò và $1,1$ kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 45 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 35 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất?

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Một công ty cần thuê xe để chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B, trong đó loại xe A có 10 chiếc và loại xe B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng, một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 20 người và $0,6$ tấn hàng; mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 người và $1,5$ tấn hàng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí bỏ ra là ít nhất?

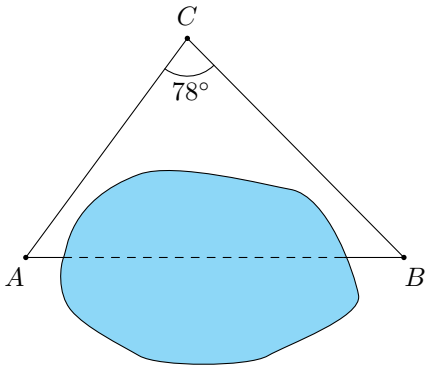
Lời giải.

"Sen văn nở trước ngõ, người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

3 Hệ thức lượng trong tam giác

VÍ DỤ 1

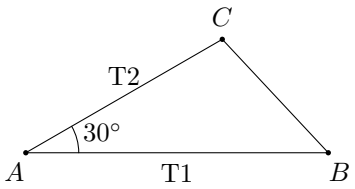
Để đo khoảng cách từ A đến B ngang qua một cái hồ nước, người ta chọn điểm C, sau đó đo độ dài các cạnh AC, BC và góc C. Tính khoảng cách từ A đến B biết $AC = 120$ m, $BC = 160$ m, $\widehat{C} = 78°$.



Lời giải.

VÍ DỤ 2

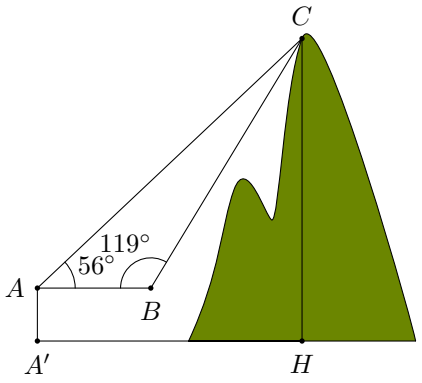
Hai chiếc tàu thủy rời cảng ở cùng một thời điểm, theo hai hướng tạo với nhau góc 30° (hình vẽ). Tàu T1 chạy với vận tốc trung bình 30 hải lý/giờ, tàu T2 chạy với vận tốc trung bình 25 hải lý/giờ. Hỏi sau 90 phút, hai tàu cách nhau khoảng bao nhiêu hải lý?



Lời giải.

VÍ DỤ 3

Để đo chiều cao CH của một ngọn núi, từ điểm A, B cách mặt đất 1,5 m, người ta đo được các góc $\widehat{CAB} = 56^\circ$, $\widehat{CBA} = 119^\circ$ (hình vẽ). Tính CH biết A và B cách nhau 50 m.



Lời giải.

"Sen vẫn nở trong chuyện cần ắt sẽ thành

4 Ba đường conic

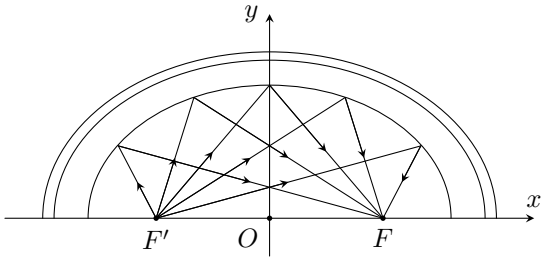
VÍ DỤ 1

Cho elip có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$. Tìm các tiêu điểm và tiêu cự của elip. Tính tổng các khoảng cách từ mỗi điểm trên elip tới hai tiêu điểm.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $FF'=50$ m và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là 100 m.



Thiết lập hệ trục tọa độ như hình vẽ trên.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Chiều cao của mái vòm nhà hát tính từ mặt đất gần bằng 43,3 m.		
b) Phương trình chính tắc của elip là $\dfrac{x^2}{2\,500}+\dfrac{y^2}{625}=1$.		
c) Điểm $M(2;1)$ thuộc elip.		

d) Biết N là điểm thuộc elip có hoành độ là $x_N = 3$, $NF^2 - NF'^2 = 300$.		

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{100} = 1$. Tìm tọa độ các tiêu điểm của (H).

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{4} - \dfrac{y^2}{64} = 1$. Tìm độ dài trục thực và tiêu cự của (H).

"Cuộc đời chỉ dành cho những người chuyên cần, ắt sẽ thành nhân."

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Trong mặt phẳng Oxy, cho hyperbol $(H)\colon \dfrac{x^2}{100}-\dfrac{y^2}{4}=1$. Tính độ dài trục thực và tìm toạ độ hai tiêu điểm của (H).

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Viết phương trình chính tắc của hypebol có độ dài trục lớn bằng 4 và độ dài trục ảo bằng 2.

Lời giải.

VÍ DỤ 7

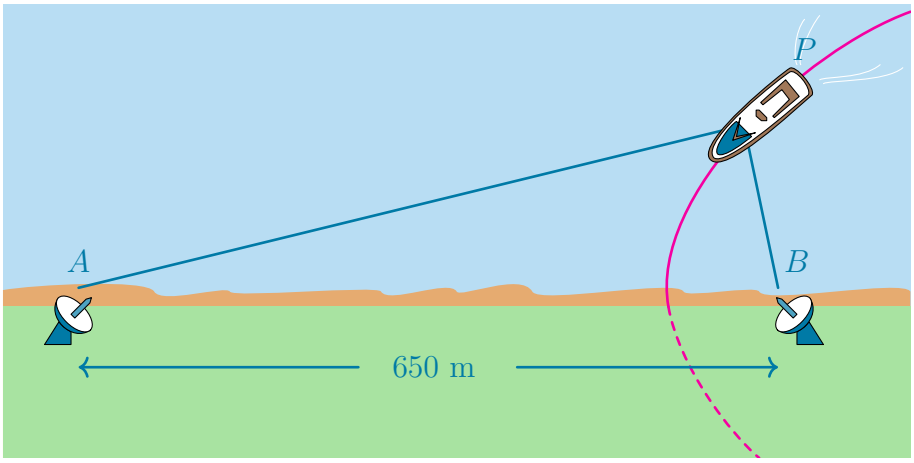
Viết phương trình chính tắc của hypebol có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{2}$ và có một tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{5};0)$.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học và làm – Nâng lên

VÍ DỤ 8

Dọc theo bờ biển, người ta thiết lập hệ thống định vị vô tuyến dẫn đường tầm xa để truyền tín hiệu cho máy bay hoặc tàu thuỷ hoạt động trên biển. Trong hệ thống đó có hai đài vô tuyến đặt lần lượt tại địa điểm A và địa điểm B, khoảng cách $AB = 650$ km. Giả sử có một con tàu chuyển động trên biển với quỹ đạo nằm trên một nhánh hypebol nhận A và B là hai tiêu điểm như hình. Khi đang ở vị trí P, máy thu tín hiệu trên con tàu chuyển đổi chênh lệch thời gian nhận các tín hiệu từ A và B thành hiệu khoảng cách $|PA - PB|$. Giả sử thời gian con tàu hiệu từ B trước khi nhận được tín hiệu từ A là 0,0012 s. Vận tốc di chuyển của tín hiệu là 3.10^8 m/s. Lập phương trình hypebol mô tả quỹ đạo chuyển động của con tàu.



Lời giải.

VÍ DỤ 9

Xác định tiêu điểm, đường chuẩn của parabol $y^2 = 4x$.

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong nước độc, Người..."

VÍ DỤ 10

Cho parabol $(P)\colon y^2 = 16x$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tham số tiêu $p = 8$.		
b) Tiêu điểm của parabol là $(4;0)$.		
c) Đường chuẩn $x = -4$.		
d) Parabol (P) đối xứng qua trục tung.		

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Hãy viết phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F(2;0)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 12

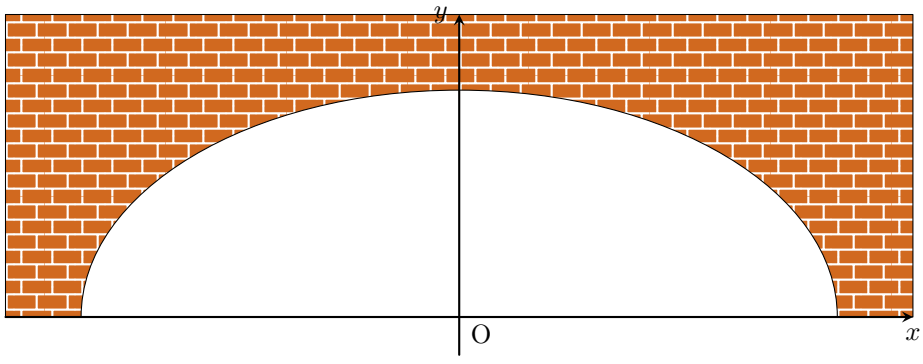
Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F(3;0)$ là

A $y^2 = 12x$. B $y^2 = 6x$. C $y^2 = 9x$. D $y = 6x^2$.

Lời giải.

VÍ DỤ 13

Một đường hầm có mặt cắt là hình nửa elip cao 4 m, rộng 10 m.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Phương trình chính tắc của elip đó là

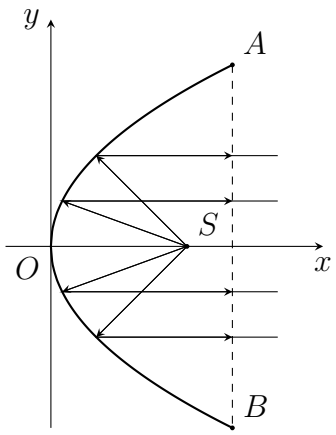
A $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{16} = 1$. C $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{64} = 1$. D $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Lời giải.

VÍ DỤ 14

Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol. Hình parabol có chiều rộng hai mép vành là $AB = 50$ cm và chiều sâu $h = 40$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Viết phương trình chính tắc của parabol đó.

A $y^2 = \dfrac{25}{3}x$. **B** $y^2 = \dfrac{25}{8}x$. **C** $y^2 = \dfrac{125}{16}x$. **D** $y^2 = \dfrac{125}{8}x$.



Lời giải.

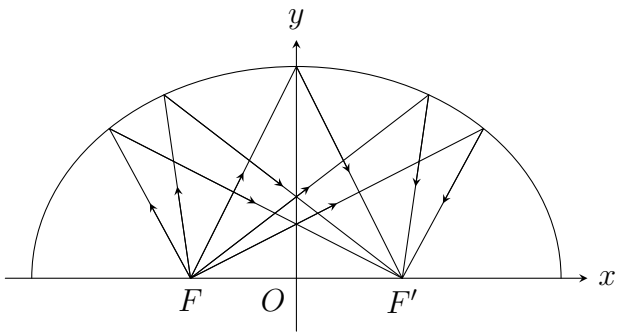
VÍ DỤ 15

Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A, B cách nhau 300 km. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292000 km/s để một tàu thuỷ thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ A đến sớm hơn tín hiệu từ B là $0,0005$ s. Biết rằng tàu di chuyển theo quỹ đạo là một đường hypebol $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Tìm b (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải.

VÍ DỤ 16

Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 50$ m và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là 100 m.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ (quy ước 1 m độ dài tương ứng với 1 đơn vị trên hệ trục toạ độ). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tiêu cự của elip bằng 50 m.		
b) Độ dài trục lớn của elip bằng 100 m.		
c) Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{2500}+\frac{y^2}{1875}=1$.		
d) Chiều cao của mái vòm tại điểm F' bằng 27 m.		

Lời giải.

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Câu 1. Cặp số nào sau đây **không** là nghiệm của bất phương trình $5x-2(y-1)\le 0$?

A $(0;1)$. **B** $(1;3)$. **C** $(-1;1)$. **D** $(-1;0)$.

Câu 2. Trong các bất phương trình sau đây, đâu là bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y?

A $2x^2 - 3x \geq 1$. **B** $2x + y \leq 1$. **C** $3x + 1 \leq 0$. **D** $3x + y = 1$.

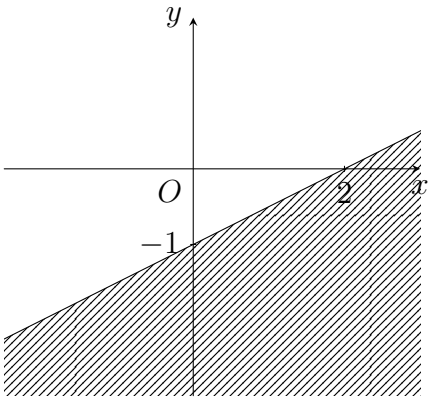
Câu 3. Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1) + 5(y-3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm nào?

A $(0;0)$. **B** $(1;1)$. **C** $(-1;1)$. **D** $(2;5)$.

Câu 4.

Phần gạch chéo trong hình vẽ dưới đây (không bao gồm đường thẳng d) là miền nghiệm cuả bất phương trình bậc nhất hai ẩn nào sau đây?

A $2x - y < 0$. **B** $x - 2y < 2$. **C** $2y - x < -2$. **D** $2x - y > 1$.

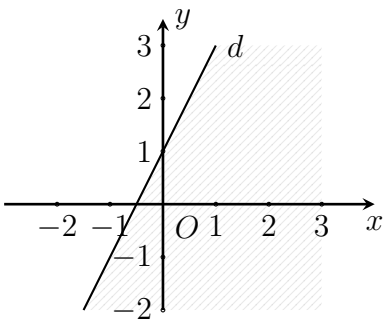


Câu 5.

Bất phương trình nào sau đây có miền nghiệm (phần không gạch sọc) như hình vẽ bên?

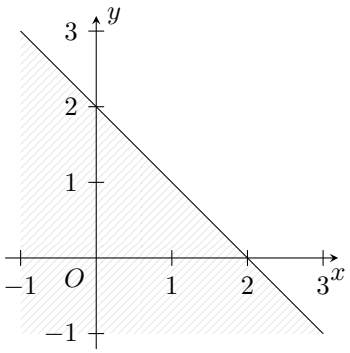
A $2x - y + 1 < 0$. **B** $x - y + 1 < 0$.

C $2x - 3y + 1 < 0$. **D** $2x - y - 1 < 0$.



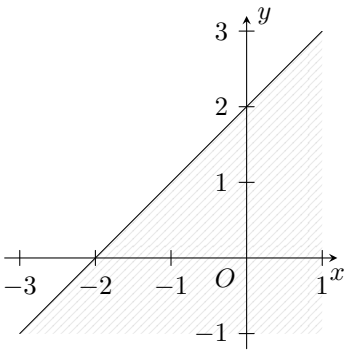
Câu 6. Miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 2$ là phần không bị gạch sọc của hình vẽ nào trong các hình sau?

A



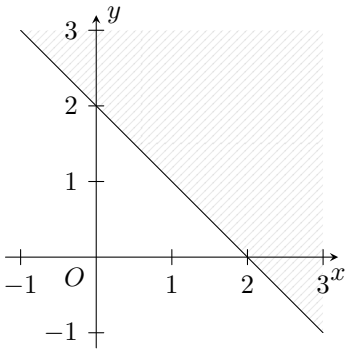
.

B



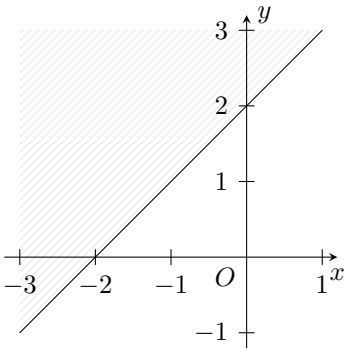
.

C



.

D



.

Câu 7. Giao miền nghiệm của ba bất phương trình $y \geq 0; 3x - 2y \geq -6; 3x + 4y \leq 12$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng

A 18. **B** 9. **C** 6. **D** 12.

Câu 8. Một người thợ mộc tốn 6 giờ để làm một cái bàn và 4 giờ để làm một cái ghế. Gọi x, y lần lượt là số bàn và số ghế mà người thợ mộc sản xuất trong một tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y biết trong một tuần người thợ mộc có thể làm tối đa 50 giờ.

A $3x + 2y \leq 25$. **B** $3x + 2y > 25$. **C** $3x + 2y \geq 25$. **D** $3x + 2y < 25$.

Câu 9. Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 60 m^2. Diện tích để kê một chiếc ghế là 0,6 m^2, một chiếc bàn là 1,3 m^2. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế, biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 10 m^2.

A $0{,}6x + 1{,}3y \geq 50$. **B** $0{,}6x + 1{,}3y \leq 50$. **C** $1{,}3x + 0{,}6y \leq 50$. **D** $1{,}3x + 0{,}6y \geq 50$.

Câu 10. Bạn Nam đang sưu tầm các đồng tiền vàng và bạc để vào một các túi, trọng lượng tối đa mà túi chứa được là 20 gam. Mỗi đồng xu vàng nặng khoảng 14 gam, mỗi đồng xu bạc nặng khoảng 7 gam. Bất phương trình nào sau đây mô tả số đồng tiền vàng (x) và số đồng tiền bạc (y) có thể được chứa trong túi?

A $7x + 14y \leq 20$. **B** $7x + 14y > 20$. **C** $14x + 7y \leq 20$. **D** $14x + 7y > 20$.

Câu 11. Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein và 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người đàn ông cần tối thiểu 52 g protein. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người đàn ông nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người đàn ông trong một ngày.

A $26x + 20y \leq 52$. **B** $26x + 20y < 52$. **C** $13x + 10y \geq 26$. **D** $13x + 10y > 26$.

Câu 12. Công ty viễn thông Viettel có gói cước Hi School tính phí là 1190 đồng mỗi phút gọi nội mạng và 1390 đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Một bạn học sinh đăng kí gói cước trên và sử dụng x phút gọi nội mạng, y phút gọi ngoại mạng trong một tháng. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để mô tả số tiền bạn đó phải trả trong một tháng ít hơn 100 nghìn đồng.

A $119x + 139y \geq 10000$. **B** $139x + 119y < 10000$. **C** $119x + 139y \leq 10000$. **D** $119x + 139y < 10000$.

Câu 13. Nhân ngày Quốc tế Thiếu nhi $1 - 6$, một rạp chiếu phim phục vụ các khán giả một bộ phim hoạt hình. Vé được bán ra có hai loại: loại 1 dành cho trẻ từ $6 - 13$ tuổi, giá vé là 50000 đồng/vé và loại 2 dành cho người trên 13 tuổi, giá vé là 80000 đồng/vé. Gọi x là số vé loại 1 và y là số vé loại 2 bán được. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn điều kiện sao cho số tiền bán vé thu được tối thiểu 10 triệu đồng.

A $5x + 8y \geq 100$. **B** $5x + 8y > 1000$. **C** $8x + 5y \geq 1000$. **D** $5x + 8y \geq 1000$.

Câu 14. Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Gọi x, y lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa trong mỗi tuần. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x và y sao cho Nam kiếm thêm tiền mỗi tuần được ít nhất là 900 nghìn đồng.

A $3x + 2y \leq 180$. **B** $3x + 2y > 180$. **C** $3x + 2y \geq 180$. **D** $3x + 2y < 180$.

Câu 15. Anh A muốn thuê một chiếc ô tô (có người lái) trong một tuần. Giá thuê xe như sau: từ thứ hai đến thứ sáu phí cố định là 900 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 10 nghìn đồng/km còn thứ bảy và chủ nhật thì phí cố định là 1200 nghìn đồng/ngày và phí tính theo quãng đường di chuyển là 15 nghìn đồng/km. Gọi x, y lần lượt là số km mà anh A đi trong các ngày từ thứ hai đến thứ sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền anh A phải trả không quá 20 triệu đồng.

Tài liệu sưu tầm trong quá trình biên soạn, Người biên soạn cố gắt sẽ thêm nhiều.

A $10x+15y\le 20000$. **B** $2x+3y\ge 2720$. **C** $10x+15y\ge 20000$. **D** $2x+3y\le 2720$.

2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

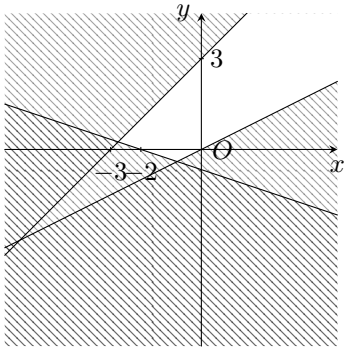
Câu 1. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases}2x-5y-1>0\\2x+y+5>0\\x+y+1<0\end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

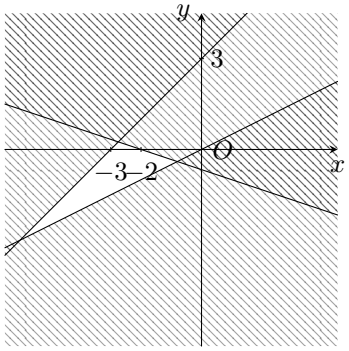
A $O(0;0)$. **B** $M(1;0)$. **C** $N(0;-2)$. **D** $P(0;2)$.

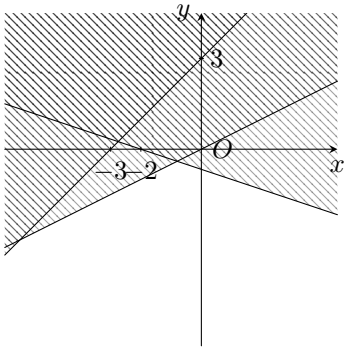
Câu 2. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}-1\ge 0\\x\ge 0\\x+\dfrac{1}{2}-\dfrac{3y}{2}\le 2\end{cases}$ chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

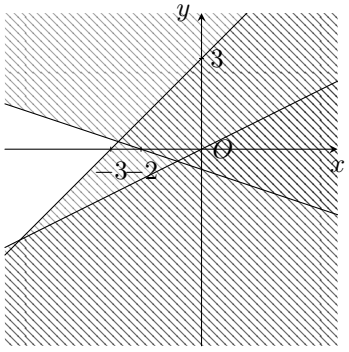
A $O(0;0)$. **B** $M(2;1)$. **C** $N(1;1)$. **D** $P(5;1)$.

Câu 3. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}x-2y<0\\x+3y>-2\\y-x<3\end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?

A


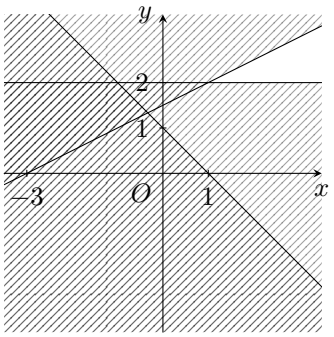
B


C


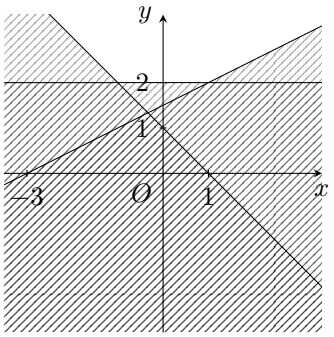
D


Câu 4. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}x+y-1>0\\y\ge 2\\-x+2y>3\end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ nào trong các hình vẽ sau?

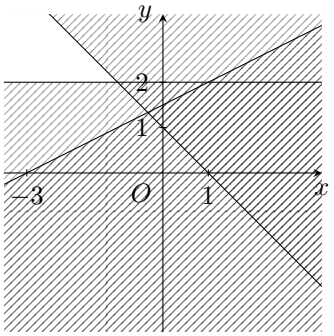
A



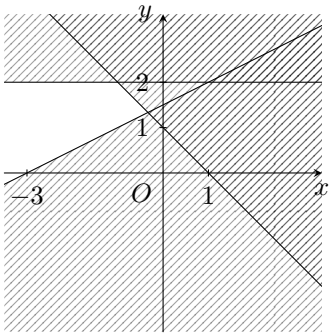
B



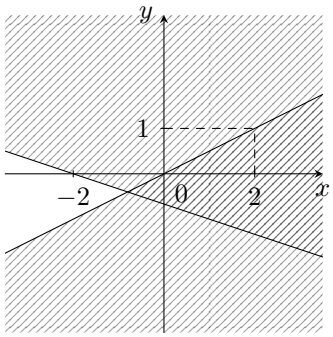
C



D



Câu 5. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây, biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



A $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ x+3y\ge -2 \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x-2y> 0 \\ x+3y< -2 \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ x+3y\le -2 \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x-2y< 0 \\ x+3y> -2 \end{cases}$.

Câu 6. Một bác nông dân cần trồng lúa và khoai trên diện tích đất 6 ha, với lượng phân bón dự trữ là 100 kg và sử dụng tối đa 120 ngày công. Để trồng 1 ha lúa cần sử dụng 20 kg phân bón, 10 ngày công với lợi nhuận là 30 triệu đồng; để trồng 1 ha khoai cần sử dụng 10 kg phân bón, 30 ngày công với lợi nhuận là 60 triệu đồng. Để đạt lợi nhuận cao nhất, bác nông dân đã trồng x (ha) lúa và y (ha) khoai. Giá trị của x là

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 7. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F=y-x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y-2x\le 2 \\ 2y-x\ge 4 \\ x+y\le 5 \end{cases}$ là

A $\min F=1$ khi $x=2,\ y=3$.

B $\min F=2$ khi $x=0,\ y=2$.

C $\min F=3$ khi $x=1,\ y=4$.

D $\min F=0$ khi $x=0,\ y=0$.

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của $F_{\max}$ của biểu thức $F(x;y)=4x+3y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} x\ge 0 \\ y\ge 0 \\ 2x+y\ge 14 \\ 2x+5y\ge 30 \end{cases}$

"Sen vẫn nở trong đầm nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

là

A $F_{\max}=0$. B $F_{\max}=18$. C $F_{\max}=32$. D $F_{\max}=28$.

Câu 9. Biểu thức $F(x;y)=y-x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases}2x-y\geq 2\\ x-2y\leq 2\\ x+y\leq 5\\ x\geq 0\end{cases}$ tại điểm M có toạ độ là

A $(4;1)$. B $\left(\frac{8}{3};\frac{7}{3}\right)$. C $\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3}\right)$. D $(5;0)$.

Câu 10. Cho x, y thoả mãn hệ $\begin{cases}x+2y-100\leq 0\\ 2x+y-80\leq 0\\ x\geq 0\\ y\geq 0\end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P(x;y)=40000x+30000y$.

A $P_{\max}=2000000$. B $P_{\max}=2400000$. C $P_{\max}=1800000$. D $P_{\max}=1600000$.

Câu 11. Giá ttrị lớn nhất $F_{\max}$ của biểu thức $F(x;y)=x+2y$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases}0\leq y\leq 4\\ x\geq 0\\ x-y-1\leq 0\\ x+2y-10\leq 0\end{cases}$

là

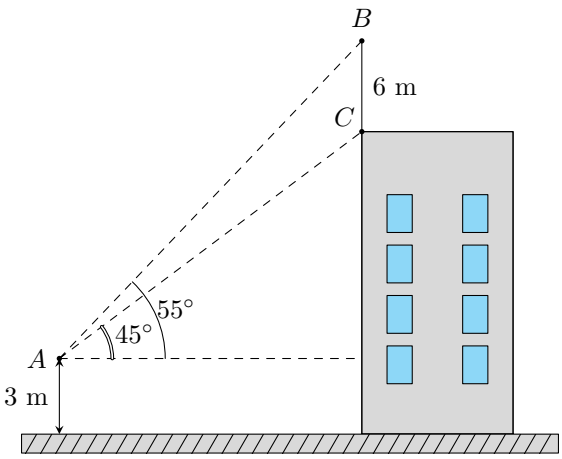
A $F_{\max}=6$. B $F_{\max}=8$. C $F_{\max}=10$. D $F_{\max}=12$.

3 Hệ thức lượng trong tam giác

Câu 1.

Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 6 m. Từ vị trí quan sát A cao 3 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 55° và 45° so với phương ngang. Chiều cao của tòa nhà gần nhất với số nào dưới đây?

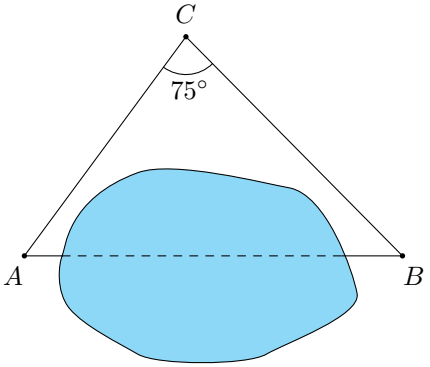
A 17 m. B 17,1 m. C 18,1 m. D 18 m.



Câu 2.

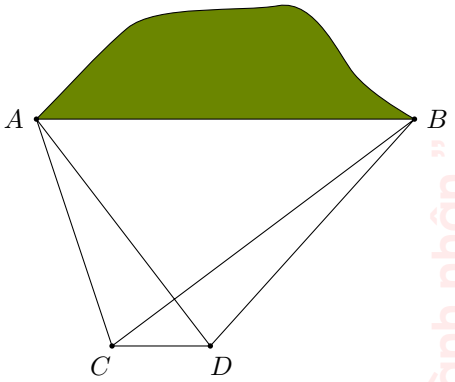
Để đo khoảng cách từ A đến B ngang qua một cái hồ nước, người ta chọn điểm C, sau đó đo độ dài các cạnh AC, BC và góc C. Biết $AC=112$ m, $BC=145$ m, $\widehat{C}=75°$, khoảng cách từ A đến B gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A 155 m. B 160 m. C 165 m. D 170 m.



Câu 3.

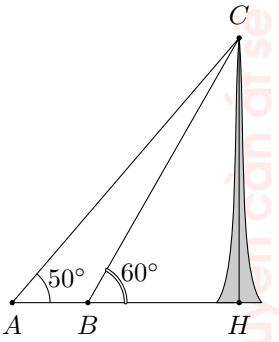
Để đo khoảng cách giữa hai điểm A, B trên hòn đảo ngoài biển. Người ta đo được các góc $\widehat{ACD} = 112°$, $\widehat{ADC} = 55°$, $\widehat{BDC} = 138°$, $\widehat{BCD} = 38°$. Biết $CD = 100$ m, khoảng cách từ A đến B nằm trong khoảng nào dưới đây? (Đơn vị là m)



A $(800; 850)$. **B** $(850; 900)$. **C** $(900; 950)$. **D** $(950; 1000)$.

Câu 4.

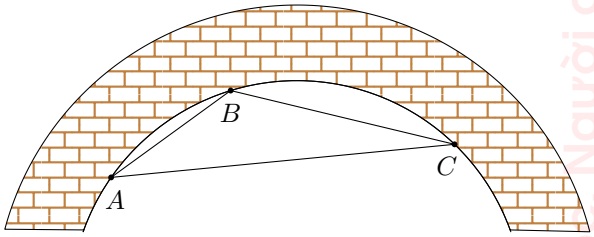
Để đo chiều cao CH của một tháp truyền thông, người ta chọn hai điểm quan sát A, B trên mặt đất (hình vẽ). Biết $\widehat{CAH} = 50°$, $\widehat{CBH} = 60°$ và $AB = 80$ m, tính chiều cao của tháp.



A 300,3 m. **B** 305,6 m. **C** 301,8 m. **D** 306,9 m.

Câu 5.

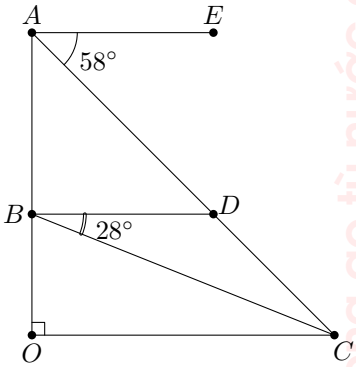
Để xác định bán kính của một cái cầu vòm, người ta lấy 3 điểm trên cầu (hình vẽ) và tiến hành đo. Biết $AB = 5{,}8$ m, $BC = 9{,}2$ m, $AC = 12{,}9$ m, tính bán kính của cầu.



A 7,2 m. **B** 7,5 m. **C** 8,1 m. **D** 8,9 m.

Câu 6.

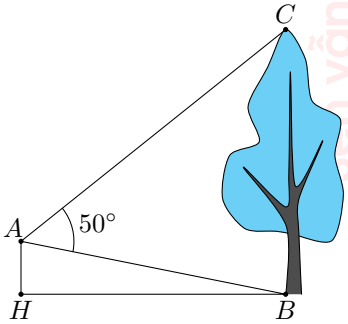
Tại điểm B trên ngọn đồi có một cái tháp cao 80 m. Từ vị trí quan sát C người ta đo được các góc tương ứng là $\widehat{CAE} = 58°, \widehat{CBD} = 28°$ (hình vẽ). Khi đó chiều cao OB của ngọn đồi gần nhất với giá trị nào sau đây?



A 39,3 m. **B** 38,8 m. **C** 39,8 m. **D** 40,9 m.

Câu 7.

Từ vị trí A người ta quan sát một cái cây (hình vẽ). Biết $AH = 5$ m, $HB = 20$ m, $\widehat{BAC} = 50°$. Chiều cao của cây nằm trong khoảng nào sau đây? (Tính theo đơn vị m)

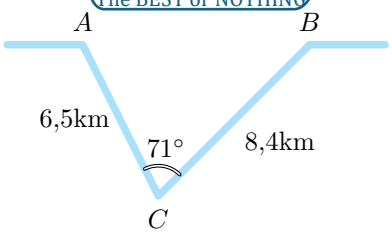


A $(17; 18)$. **B** $(18; 19)$. **C** $(19; 20)$. **D** $(20; 21)$.

Câu 8.

Sự vẫn nở trong gạo từ nước độ, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

Một tàu vận tải đang di chuyển trên Đại Tây Dương thì có cảnh báo băng trôi phía trước nên đã di chuyển như hình vẽ. Nếu đi thẳng từ A đến B thì quãng đường ngắn lại bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



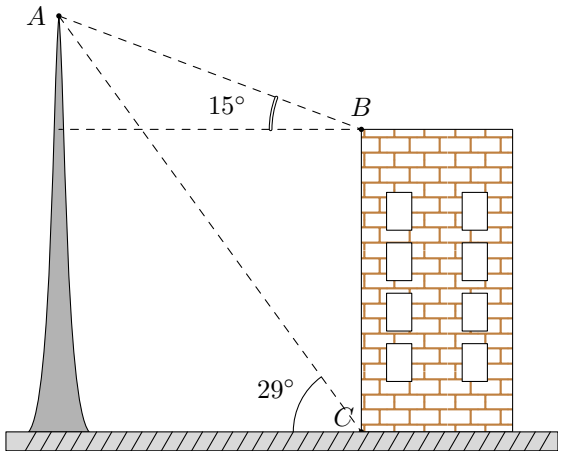
A 5,8 km. **B** 6,1 km. **C** 7,2 km. **D** 6,6 km.

Câu 9. Hai chiếc tàu thuỷ cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc $60°$. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30 km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 38 km/h. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

A 70,2 km. **B** 71,3 km. **C** 69,4 km. **D** 66,8 km.

Câu 10.

Từ đỉnh của một tòa nhà người ta đo được góc tạo bởi hướng nhìn đến đỉnh của tháp truyền thông và phương ngang là $15°$. Từ chân tòa nhà đó người ta đo được góc tạo bởi hướng nhìn đến đỉnh của tháp truyền thông và phương ngang là $29°$. Biết tòa nhà cao 50 m, tính chiều cao của tháp.



A 91,5 m. **B** 90,6 m. **C** 93,9 m. **D** 96,8 m.

4 Ba đường conic

Câu 1. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Các tiêu điểm của (E) là

A $F_1(-5;0)$ và $F_2(5;0)$. **B** $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$. **C** $F_1(-3;0)$ và $F_2(3;0)$. **D** $F_1(-8;0)$ và $F_2(8;0)$.

Câu 2. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Điểm nào sau đây là một đỉnh của (E)?

A $A_3(-5;0)$. **B** $A_1(25;9)$. **C** $A_2(5;3)$. **D** $A_4(3;0)$.

Câu 3. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$. Độ dài trục nhỏ của (E) là

A 36. **B** 18. **C** 12. **D** 8.

Câu 4. Độ dài trục lớn của elip (E): $4x^2+9y^2=25$ bằng

A $\dfrac{5}{2}$. **B** 5. **C** 9. **D** 4.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$. Độ dài trục thực của (H) là

A a. **B** b. **C** c. **D** $2a$.

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$. Độ dài trục ảo của (H) là

A $2a$. **B** $2b$. **C** $2c$. **D** $\sqrt{a^2+b^2}$.

Câu 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$. Tọa độ tiêu điểm của (H) là

A $F_1(-2\sqrt{a^2+b^2};0)$, $F_2(2\sqrt{a^2+b^2};0)$.
B $F_1(-\sqrt{a^2+b^2};0)$, $F_2(\sqrt{a^2+b^2};0)$.
C $F_1(-\sqrt{a^2-b^2};0)$, $F_2(\sqrt{a^2-b^2};0)$.
D $F_1(-\sqrt{b^2-a^2};0)$, $F_2(2\sqrt{b^2-a^2};0)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$. Gọi F_1, F_2 là các tiêu điểm của (H), M là điểm bất kì thuộc (H). Khẳng định nào sau đây đúng?

A $MF_1+MF_2=2a$. **B** $MF_1-MF_2=2a$. **C** $|MF_1-MF_2|=2a$. **D** $|MF_1-MF_2|=2c$.

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{144}=1$. Tọa độ đỉnh của (H) là

A $A_1(-6;0)$, $A_2(6;0)$. **B** $A_1(-12;0)$, $A_2(12;0)$. **C** $A_1(-12;0)$, $A_2(12;0)$. **D** $A_1(-24;0)$, $A_2(24;0)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{10}=1$. Tọa độ các tiêu điểm của (H) là

A $F_1(-\sqrt{10};0)$, $F_2(\sqrt{10};0)$.
B $F_1(-2\sqrt{5};0)$, $F_2(2\sqrt{5};0)$.
C $F_1(-\sqrt{30};0)$, $F_2(\sqrt{30};0)$.
D $F_1(-2\sqrt{30};0)$, $F_2(2\sqrt{30};0)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{144}-\dfrac{y^2}{25}=1$ $(a>0, b>0)$. Gọi F_1, F_2 là các tiêu điểm của (H), M là điểm bất kì thuộc (H). Khẳng định nào sau đây đúng?

A $|MF_1-MF_2|=10$. **B** $|MF_1-MF_2|=12$. **C** $|MF_1-MF_2|=24$. **D** $|MF_1-MF_2|=20$.

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{40}-\dfrac{y^2}{30}=1$. Độ dài trục ảo của (H) bằng

A $4\sqrt{10}$. **B** $2\sqrt{10}$. **C** $2\sqrt{30}$. **D** $2\sqrt{50}$.

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy, cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{625}-\dfrac{y^2}{100}=1$. Độ dài trục thực của (H) bằng

A 25. **B** 50. **C** 20. **D** 10.

Câu 14. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của hypebol?

A $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **B** $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=-1$. **C** $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$. **D** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Câu 15. Hypebol có độ dài trục thực bằng 8, tiêu cự bằng 10 có phương trình chính tắc là

A $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. **B** $\dfrac{y^2}{16}+\dfrac{x^2}{9}=1$. **C** $\dfrac{y^2}{16}-\dfrac{x^2}{9}=1$. **D** $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{25}=1$.

Câu 16. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(6;0)$ và đi qua điểm $M(4;0)$. Phương trình chính tắc của (H) là

A $\dfrac{x^2}{20}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B** $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{20}=-1$. **C** $\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **D** $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{20}=1$.

"Sen vẫn nở trong gió từ nước độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hypebol (H) có tiêu cự bằng 26, hiệu các khoảng cách từ một điểm nằm trên hypebol tới hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng 24. Phương trình chính tắc của (H) là

A $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{25}=1$. B $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{144}=1$. C $\dfrac{x^2}{144}-\dfrac{y^2}{25}=1$. D $\dfrac{x^2}{144}-\dfrac{y^2}{25}=-1$.

Câu 18. Viết phương trình chính tắc của hyperbol có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và độ dài trục ảo bằng $\sqrt{28}$ là

A $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{7}=1$. B $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{7}=1$. C $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{7}=1$. D $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{\sqrt{7}}=1$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_1(-5;0)$ và đi qua điểm $(-3;0)$. Phương trình chính tắc của (H) là

A $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. B $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=-1$. C $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$. D $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$.

Câu 20. Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$. Biết (H) đi qua điểm $M(3;\sqrt{21})$ và cắt trục hoành tại điểm hoành độ $x=-\sqrt{2}$, viết phương trình chính tắc của (H).

A $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{3}=1$. B $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{6}=1$. C $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{1}=1$. D $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{8}=1$.

Câu 21. Tìm phương trình chính tắc của hybebol đi qua hai điểm $M(3;-4)$ và $N(-2;\sqrt{6})$.

A $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{3}=1$. B $\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{2}=1$. C $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{4}=1$. D $\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{4}=1$.

Câu 22. Trong hệ tọa độ Oxy, điểm $M(x;y)$ có $x=\dfrac{1}{\cos t}$; $y=\sqrt{3}\tan t$ $(0^\circ\le t\le 180^\circ,\ t\ne 90^\circ)$. Khi t thay đổi điểm M luôn nằm trên hypebol có phương trình chính tắc là

A $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{1}=1$. B $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{y^2}{2}=1$. C $\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{3}=1$. D $\dfrac{x^2}{1}-\dfrac{y^2}{6}=1$.

Câu 23. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, hypebol (H) có phương trình chính tắc, đi qua điểm $A(4;0)$ và có tỉ số $\dfrac{c}{a}=3$. Tìm phương trình chính tắc của (H).

A $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{64}=1$. B $\dfrac{x^2}{128}-\dfrac{y^2}{16}=1$. C $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{128}=-1$. D $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{128}=1$.

Câu 24. Tiêu điểm của parabol $y^2=12x$ là

A $(3;0)$. B $(-3;0)$. C $(6;0)$. D $(-6;0)$.

Câu 25. Đường chuẩn của parabol $y^2=8x$ là

A $x=-4$. B $x=2$. C $x=-2$. D $x=4$.

Câu 26. Tham số tiêu của parabol $y^2=16x$ là

A 8. B -4. C -8. D 4.

Câu 27. Phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F(4;0)$ là

A $y^2=16x$. B $y^2=8x$. C $y^2=32x$. D $y=8x^2$.

Câu 28. Phương trình chính tắc của parabol có đường chuẩn $x=-2$.

A $y^2=4x$. B $y^2=16x$. C $y=8x^2$. D $y^2=8x$.

Câu 29. Phương trình chính tắc của parabol có đường chuẩn $x=-3$.

A $y^2 = 9x$. **B** $y^2 = 3x$. **C** $y^2 = 12x$. **D** $y = 9x^2$.

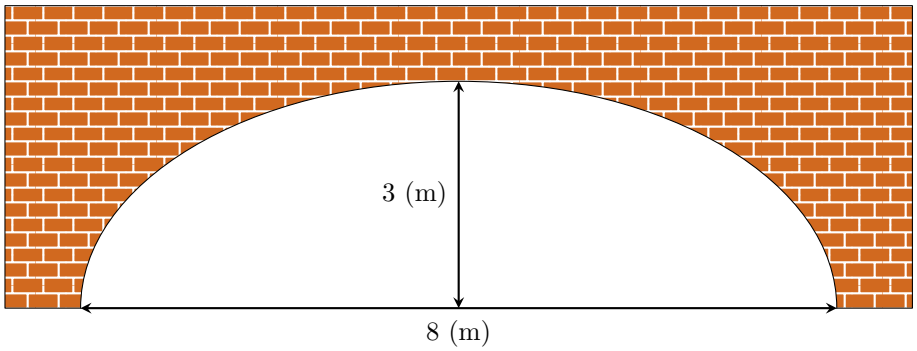
Câu 30. Phương trình chính tắc của parabol đi qua điểm $(3; 9)$.

A $y^2 = 27x$. **B** $y^2 = 9x$. **C** $y^2 = 6x$. **D** $y = 9x^2$.

Câu 31. Phương trình chính tắc của parabol đi qua điểm $(4; 16)$.

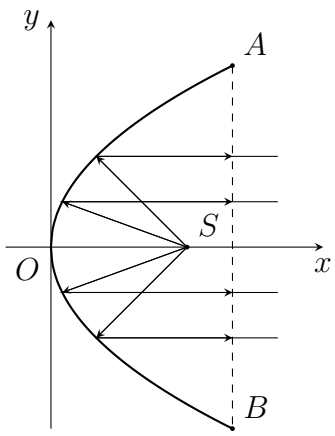
A $y^2 = 64x$. **B** $y^2 = 16x$. **C** $y^2 = 8x$. **D** $y = 16x^2$.

Câu 32. Một đường hầm có mặt cắt là hình nửa elip cao 3 m, rộng 8 m. Phương trình chính tắc của elip đó là



A $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. **B** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **C** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. **D** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 33. Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol. Hình parabol có chiều rộng hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Phương trình chính tắc của parabol đó.

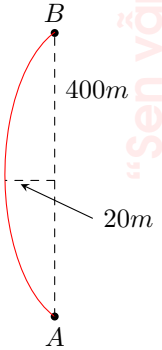


A $y^2 = \frac{10}{3}x$. **B** $y^2 = \frac{50}{3}x$. **C** $y^2 = \frac{40}{3}x$. **D** $y^2 = \frac{20}{3}x$.

Câu 34.

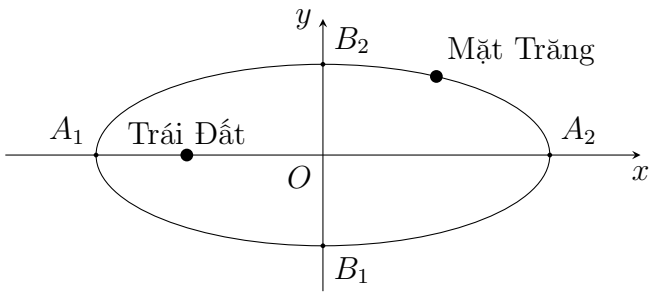
Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A, điểm cuối là B, khoảng cách $AB = 400$ m. Đỉnh parabol (P) của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B. Hãy Lập phương trình chính tắc của (P), với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ tương ứng 1 m trên thực tế.

A $y^2 = 2000x$. **B** $y^2 = 1000x$. **C** $y^2 = 200x$. **D** $y^2 = 1200x$.



"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 35. Ta biết rằng Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một elip mà Trái Đất là một tiêu điểm. Elip đó có $A_1A_2 = 768800$ km và $B_1B_2 = 767619$ km (Hình 62). Phương trình chính tắc của elip đó là



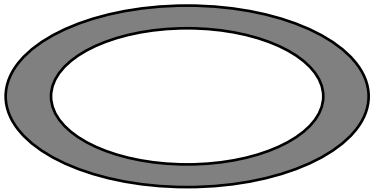
A $\dfrac{x^2}{768800^2} - \dfrac{4y^2}{767619^2} = 1.$

B $\dfrac{x^2}{768800^2} + \dfrac{4y^2}{767619^2} = 1.$

C $\dfrac{x^2}{384400^2} - \dfrac{4y^2}{767619^2} = 1.$

D $\dfrac{x^2}{384400^2} + \dfrac{4y^2}{767619^2} = 1.$

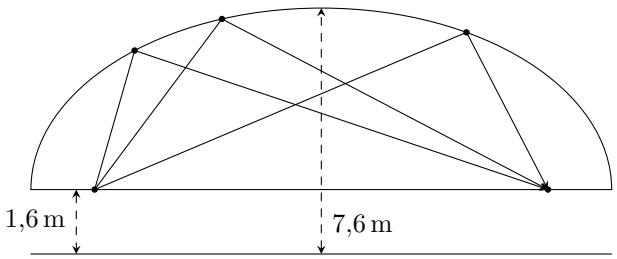
Câu 36.
Một đường đua xe được bao quanh bởi hai elip có phương trình $4x^2 + 9y^2 = 900$ và $9x^2 + 25y^2 = 900$, trong đó x, y có đơn vị là 100 m. Tính diện tích của đường đua, biết elip có độ dài trục lớn $2a$, độ dài trục nhỏ $2b$ thì diện tích của elip bằng πab.



A 90π ha. B 120π ha. C 150π ha. D 180π ha.

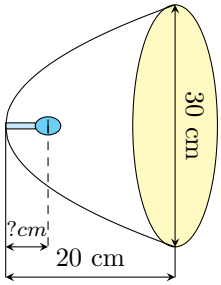
Câu 37. Một phòng thu âm có trần vòm elip với hai tiêu điểm ở độ cao 1,6 m (so với mặt sàn) và cách nhau 16 m, đỉnh của mái vòm cao 7,6 m như hình vẽ. Một âm thanh xuất phát từ một tiêu điểm, đi đến trần vòm và đến tiêu điểm còn lại. Biết vận tốc âm thanh là 343,2 m/s. Tính thời gian để chất điểm hoàn thành quãng đường trên (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

A 0,04 s. B 0,15 s. C 0,06 s. D 0,03 s.



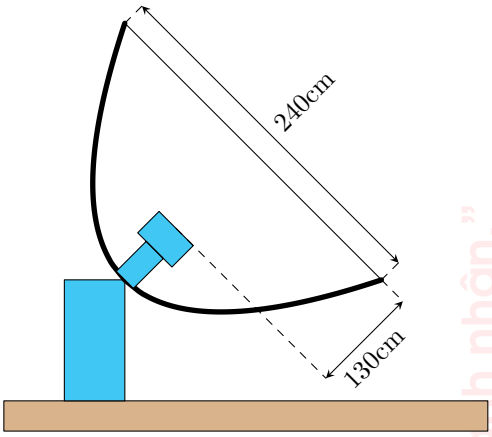
Câu 38.
Một chiếc đèn có chụp đèn là một parabol với kích thước được thể hiện trên hình vẽ. Dây tóc bóng đèn được đặt ở vị trí tiêu điểm của parabol. Khoảng cách từ dây tóc tới đỉnh của chụp đèn bằng (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

A 2,81. B 2,38. C 2,91. D 2,17.



Câu 39.

Anten vệ tinh parabol ở hình vẽ bên có đầu thu đặt tại tiêu điểm, đường kính miệng anten là 240 cm, khoảng cách từ vị trí đặt đầu thu tới miệng anten là 130 cm. Tính khoảng cách từ vị trí đặt đầu thu tới đỉnh anten.



A 30 cm. **B** 35 cm. **C** 40 cm. **D** 20 cm.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Câu 1. An có 200 000 đồng và muốn mua bút và vở, biết rằng mỗi chiếc bút có giá 5 000 đồng và mỗi quyển vở có giá 10 000 đồng. Gọi x và y lần lượt là số bút và số vở An mua (x, $y \in \mathbb{N}$).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số tiền mua vở là $10x$ nghìn đồng.		
b) Mối quan hệ giữa x và y là $x + 2y \leq 40$.		
c) Nếu không mua vở thì An mua được tối đa 20 chiếc bút.		
d) Tổng số bút và vở nhiều nhất mà An có thể mua là 40.		

Câu 2. Một đơn vị bộ đội có số tiền 7 000 000 đồng và cần mua ít nhất 300 kg gạo. Có hai loại gạo, loại I có giá 30 000 đồng/kg, loại II có giá 20 000 đồng/kg. Gọi x, y lần lượt là số kg gạo loại I và loại II mà một đơn vị bộ đội mua được (x, $y \in \mathbb{N}$).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Để đơn vị bộ đội mua tối thiểu 300 kg gạo thì $x + y \geq 300$.		
b) Bất phương trình biểu thị số tiền không quá 7 000 000 đồng là $2x + 3y \leq 700$.		
c) Đơn vị bộ đội có thể mua 100 kg gạo loại I và 250 kg gạo loại II.		
d) Số gạo loại I tối đa có thể mua là 100 kg.		

Câu 3. Một cửa hàng dành tối đa 10 triệu đồng để nhập x tạ gạo và y tạ mì. Biết mỗi tạ gạo mua hết 1,5 triệu, mỗi tạ mì mua hết 1,2 triệu. Mỗi tạ gạo bán ra lãi 200 nghìn đồng, mỗi tạ mì lãi 150 nghìn đồng.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Mối liên hệ giữa x và y là $15x + 12y \leq 100$.		
b) Nhu cầu thị trường là 7 tạ lương thực nên $x + y = 7$.		
c) Cửa hàng có thể nhập tối đa 8 tạ mì.		
d) Tiền lãi tối đa mà cửa hàng có thể thu được xấp xỉ bằng 1,32 triệu đồng.		

"Sen vàn nở trong đó là nước đục. Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Câu 1. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilôgam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilôgam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn; giá tiền 1 kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1 kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Bất phương trình biểu thị lượng lipit tối thiểu trong thức ăn mỗi ngày của gia đình đó là $x+2y\le 2$.		
b) Các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình là $\begin{cases}0\le x\le 1{,}6\\0\le y\ge 1{,}1\\8x+6y\ge 9\\x+2y\ge 2\end{cases}$.		
c) Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn. Biểu thức biểu diễn F theo x và y là $F(x;y)=250x+160y$.		
d) Để chi phí ít nhất gia đình thì cần mua 0,3 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn.		

Câu 2. Một hộ nông dân định trồng dứa và củ đậu trên diện tích 8 ha. Trên diện tích mỗi ha, nếu trồng dứa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Biết rằng tổng số công không quá 180. Gọi x,y lần lượt là số ha trồng dứa và củ đậu. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số tiền thu được là $T(x,y)=3x+4y$.		
b) $x+y\le 8$.		
c) $2x+3y\ge 18$.		
d) Số tiền thu được lớn nhất là 26 triệu đồng.		

Câu 3. Một công ty thời trang chuẩn bị cho một đợt khuyến mãi nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hai nền tảng mạng xã hội TikTok và YouTube. Biết chi phí cho 1 000 000 lượt xem quảng cáo trên TikTok là 20 triệu đồng, chi phí cho 1 000 000 lượt xem quảng cáo trên YouTube là 40 triệu đồng. TikTok chỉ nhận các hợp đồng trên 6 000 000 lượt xem. YouTube do các công ty có nhu cầu quảng cáo lớn nên chỉ nhận các hợp đồng dưới 3 000 000 lượt xem. Theo các phân tích, cùng một lượng lượt xem quảng cáo thì trên YouTube cho hiệu quả gấp 3 lần quảng cáo trên TikTok. Công ty thời trang dự tính chi tối đa 160 triệu cho quảng cáo. Gọi x (triệu lượt) là số lượt xem trên TikTok, y (triệu lượt) là số lượt xem trên YouTube mà công ty cần thuê để quảng cáo. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số tiền công ty phải trả cho 6 triệu lượt xem trên TikTok là 120 triệu đồng.		
b) Chi phí quảng cáo mà công ty phải trả là $20y+40x$ triệu đồng.		
c) Để hiệu quảng cáo cao nhất thì giá trị của biểu thức $x+3y$ là nhỏ nhất.		
d) Khi thời lượng quảng cáo đạt hiểu quả cao nhất thì $x=6$ (triệu lượt), $y=1$ (triệu lượt).		

Câu 4. Bác An dự định trồng hai loại cây ăn trái là mít và xoài trong nông trại rộng 100 ha. Biết mỗi ha trồng mít cần 20 công chăm sóc và thu lại lợi nhuận 150 triệu đồng, mỗi ha trồng xoài cần 40 công chăm sóc

và thu lại lợi nhuận 180 triệu đồng. Biết rằng tổng số công cần dùng không được vượt quá 2800 công. Gọi x, y ha lần lượt là diện tích đất dùng để trồng mít và xoài. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $x+y<100$.		
b) $x+2y\leq 140$.		
c) Tổng lợi nhuận thu được là $F=150x+180y$ (triệu đồng).		
d) Lợi nhuận thu được lớn nhất là 15 tỷ đồng.		

Câu 5. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy II hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng và một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng. Gọi $x\geq 0,\ y\geq 0$ (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm B. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số tiền lãi của nhà máy $T(x;y)=4x+3y$ (triệu đồng).		
b) $x+6y>36$.		
c) $3x+2y<27$.		
d) Tiền lãi cao nhất trong một chu trình sản xuất là 37 triệu đồng.		

Câu 6. Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 700 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y là hai số tự nhiên. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $3x+2y\leq 180$.		
b) $x+6y\leq 220$.		
c) Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T=0{,}5x+0{,}7y$ (triệu đồng).		
d) Tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 30 triệu đồng.		

Câu 7. Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140 kg chất A và 9 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3,5 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10 kg chất A và 1,5 kg chất B. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên vật liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II. Giả sử ta dùng x (tấn) nguyên liệu loại I và y (tấn) nguyên liệu loại II để chiết xuất các chất A và B. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tổng số tiền mua nguyên vật liệu là $T(x;y)=4x+3{,}5y$ triệu đồng.		
b) $20x+10y<140$.		

Sưu tầm và lưu hành nội bộ, chỉ dùng cho mục đích học tập.

Phát biểu	Đúng	Sai
c) $0{,}6x + 1{,}5y \geq 9$.		
d) Chi phí mua nguyên vật liệu ít nhất là 34 triệu đồng.		

Câu 8. Trong một dây chuyền sản xuất có hai công nhân là A và B. Dây chuyền này sản xuất ra sản phẩm loại I và loại II. Mỗi sản phẩm loại I, loại II bán ra thu về lợi nhuận lần lượt là 40 000 đồng và 30 000 đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại I thì A phải làm việc trong 1 giờ, B phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại II thì A phải làm việc trong 2 giờ, B phải làm việc trong 1 giờ. Một người không thể làm đồng thời hai loại sản phẩm. Biết rằng trong một ngày A không thể làm việc quá 10 giờ, B không thể làm việc quá 8 giờ. Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Thời gian của công nhân A dùng để sản xuất xuất ra sản phẩm I,II là $x + 2y$.		
b) Lợi nhuận trong một ngày của dây chuyền sản xuất là $T(x; y) = 40\,000x + 30\,000y$ (đồng).		
c) Lợi nhuận lớn nhất trong một ngày của dây chuyền sản xuất là 200 000 đồng.		
d) Để có được lợi nhuận lớn nhất thì cần sản xuất 4 sản phẩm loại I và 2 sản phẩm loại II.		

Câu 9. Một công ty TNHH cần thuê xe để chở ít nhất 140 người và 9 tấn hàng. Nơi cho thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Mỗi chiếc xe loại A được cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Gọi x là số xe loại A công ty cần thuê $(0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N})$, y là số xe loại B công ty cần thuê $(0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N})$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tổng chi phí thuê xe là $T(x; y) = 4x + 3y$ (triệu đồng).		
b) Tổng lượng hàng 2 loại xe chở được là $0{,}6x + 1{,}5y$ (tấn).		
c) Chi phí vận chuyển thấp nhất là 23 triệu đồng.		
d) Công ty phải thuê 4 xe loại A và 5 xe loại B để chi phí vận chuyển là thấp nhất.		

Câu 10. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$. Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $(0; 3)$ là một nghiệm của (I).		
b) Miền nghiệm của (I) chứa điểm $(1; 3)$.		
c) $M(x; y)$ thuộc miền nghiệm của (I) thì $2y - x \leq 7$.		
d) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ là 1.		

Câu 11. Một cơ sở sản xuất hàng hóa sản xuất hai loại hàng I và II từ nguyên liệu A, B. Trữ lượng các nguyên liệu A và B hằng ngày lần lượt là 12 kg và 9 kg. Để sản xuất một thùng hàng loại I cần 2 kg nguyên liệu loại A và 1 kg nguyên liệu loại B. Để sản xuất một thùng hàng loại II cần 3 kg nguyên liệu loại A và 3 kg nguyên liệu loại B. Giá bán một thùng hàng loại I và loại II lần lượt là 5 triệu đồng và 7 triệu đồng. Qua tiếp thị, được biết một ngày nhu cầu tiêu thụ hàng loại II là không quá 3 thùng và nhu cầu hàng loại

I hơn hàng loại II không quá 1 thùng. Gọi x, y lần lượt là số thùng hàng loại I và loại II mà cơ sở sản xuất ($x, y \in \mathbb{N}$). Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Doanh thu của cửa hàng là $T(x, y) = 5x + 7y$.		
b) Lượng nguyên liệu A, B cần sử dụng lần lượt là $2x + y$ (kg), $3x + 3y$ (kg).		
c) Doanh thu lớn nhất cửa hàng có thể thu được là 21 triệu đồng.		
d) Trong trường hợp tối ưu, cửa hàng đạt doanh thu lớn nhất thì lượng nguyên liệu loại A cần dùng là 12 kg.		

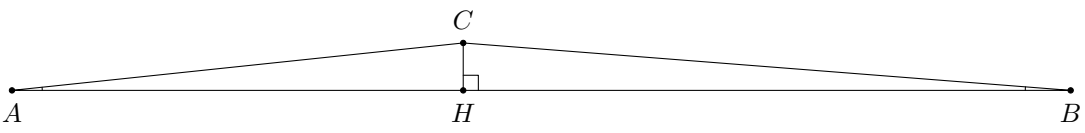
Câu 12. Một khách hàng cần đặt một thợ mộc một số bàn học và một số ghế. Để làm một cái bàn học người thợ mất 6 giờ và mất 4 giờ để làm một cái ghế. Người thợ mộc có tối đa 36 giờ trong một tuần để làm bàn và ghế. Khách hàng yêu cầu người thợ mộc làm số ghế nhiều nhất là hơn số bàn một cái. Số lượng bàn và ghế tối đa người thợ mộc có thể làm được trong một tuần là 7 cái. Biết một cái bàn học bán ra lãi 180 nghìn đồng, mỗi cái ghế bán ra lãi 140 nghìn đồng.
Gọi x và y lần lượt là số ghế và số bàn học mà người thợ mộc làm được trong một tuần ($x, y \geq 0$). Khi đó các mệnh đề sau đúng hay sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số tiền lãi xưởng thu được là $f(x; y) = 180x + 140y$ (nghìn đồng).		
b) Tổng thời gian hoàn thành số bàn và ghế là $6x + 4y$ (giờ).		
c) Số tiền lãi thu về lớn nhất khi người thợ đóng được 3 cái ghế và 4 cái bàn trong 1 tuần.		
d) Số tiền lãi thu về lớn nhất khi người thợ đóng được 21 cái ghế và 16 cái bàn trong 5 tuần.		

3 Hệ thức lượng trong tam giác

Câu 1. Lúc 6 giờ 30 phút sáng, bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (Hình vẽ). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, $\widehat{A} = 6°$, $\widehat{B} = 4°$. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Góc $\widehat{ACB} = 170°$.		
b) Quãng đường bạn An đạp lên dốc là 305 m.		
c) Chiều cao h của con dốc theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 32 m.		
d) Biết rằng tốc độ trung bình lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình khi xuống dốc là 19 km/h. Bạn An đến trường lúc 6 giờ 36 phút.		



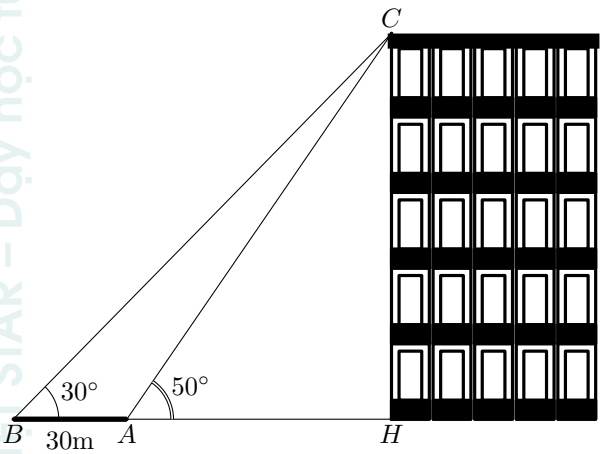
Câu 2. Hai tàu đánh cá xuất phát từ cảng A lúc 8 giờ, tàu thứ nhất đi theo hướng $S70°E$ với vận tốc 50 km/h. Tàu thứ hai đi theo hướng $N40°E$ với vận tốc 55 km/h. Đi được 75 phút thì động cơ của tàu thứ nhất bị hỏng nên tàu trôi tự do theo hướng nam với vận tốc 7 km/h. Sau 1giờ 30 phút kể từ khi động cơ bị hỏng, tàu đó neo đậu được vào một hòn đảo. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

"Sen vẫn nở trong đầm lầy, người chuyên cần đều đặn thích đọc, người đọc sẽ nhiều kiến thức."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quãng đường mà tàu thứ nhất đi được sau 75 phút kể từ khi xuất phát là 62,5 km.		
b) Khoảng cách giữa hai tàu tại thời điểm tàu thứ nhất bị hỏng là 107,6 km.		
c) Lúc 10 giờ 45 phút tàu thứ nhất cách vị trí xuất phát khoảng $59,7$ km.		
d) Hướng từ cảng A tới đảo nơi tàu thứ nhất neo đậu là $S61{,}5°E$.		

Câu 3. Hai người dân đứng cách nhau 30 m cùng nhìn lên đỉnh của một tòa nhà theo góc nhìn lần lượt là 30° và 50° (tham khảo hình vẽ). Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau (các kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

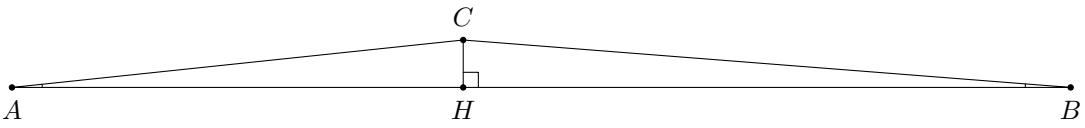
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Góc nhìn từ đỉnh tòa nhà về hai phía A và B nơi hai người dân đang đứng là góc $\widehat{ACB}$ có số đo 30°.		
b) Khoảng cách từ vị trí người A tới nóc của tòa nhà là $43,9$ m.		
c) Chiều cao của tòa nhà là khoảng 30 m.		
d) Vì gặp sự cố nên tầng trên cùng của tòa nhà đang bị cháy. Để cứu hộ đám cháy, một xe cứu hỏa đã tiếp cận dưới chân tòa nhà và chân thang đứng cách mặt đất $1,8$ m, chiều dài tối đa của thang xếp là 40 m. Để tiếp cận được đám cháy thì xe cứu hỏa phải đứng cách chân tòa một khoảng xa nhất là 21,7 m.		



Câu 4. Lúc 7 giờ kém 5 sáng, bạn Mai đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường phải đi lên dốc và xuống một con dốc (hình vẽ). Cho biết đoạn lên dốc dài 300 m, $\widehat{A} = 6°$, $\widehat{B} = 4°$. Gọi C là đỉnh dốc. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ dốc lúc lên cao hơn lúc xuống.		
b) Độ cao con dốc là (làm tròn đến hàng phần mười) là $31,3$ m.		
c) Quãng đường chim bay đi từ nhà đến trường (làm tròn đến hàng đơn vị) là 749 m.		
d) Để kịp đến trường lúc 7 giờ đúng, Mai đã lên dốc với vận tốc (làm tròn đến hàng đơn vị) là 6 km/h, biết Mai khi xuống dốc bạn đi tự do ko đạp xe với vận tốc không đổi là 15 km/h.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp



4 Ba đường conic

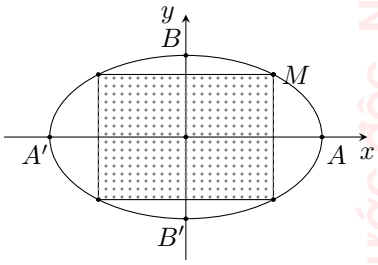
Câu 1. Cho elip (E): $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $a^2=100$, $b^2=36$.		
b) Tiêu cự $2c=8$.		
c) Tổng các khoảng cách từ mỗi điểm trên (E) đến hai tiêu điểm bằng 20.		
d) Tỉ số $\dfrac{c}{a}$ bằng $\dfrac{4}{5}$.		

Câu 2. Cho elip (E): $5x^2+9y^2=45$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $a^2=9$, $b^2=25$.		
b) Độ dài trục lớn, trục bé lần lượt là 6 và $2\sqrt{5}$.		
c) Các tiêu điểm của elip có tọa độ là $(-2;0)$ và $(2;0)$.		
d) Diện tích hình chữ nhật cơ sở của elip là 15.		

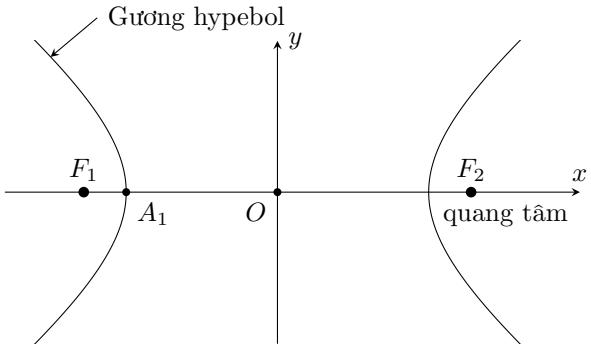
Câu 3. Một công viên có dạng hình elip có độ dài trục lớn bằng 100 m, tiêu cự bằng 60 m. Người ta muốn trồng hoa trong một hình chữ nhật nội tiếp elip, phần còn lại sẽ trồng cỏ (như hình vẽ). Thiết lập hệ trục tọa độ như hình vẽ bên. Biết $M\,(x_M;y_M)$ với $x_M>0$, $y_M>0$ là một đỉnh của hình chữ nhật.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ dài trục bé bằng 80 m.		
b) Các kích thước của hình chữ nhật lần lượt là x_M, y_M.		
c) Tọa độ của M thỏa mãn $\dfrac{x_M^2}{2\,500}+\dfrac{y_M^2}{1\,600}=1$.		
d) Diện tích trồng hoa lớn nhất bằng $3\,000$ m^2.		

Câu 4. Để chụp ảnh toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương.

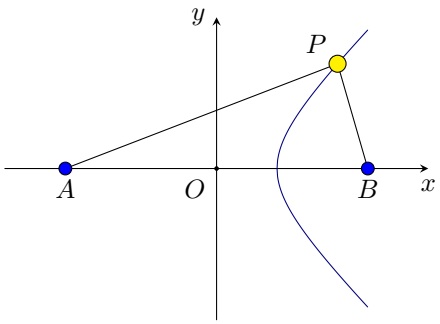
"Sen vẫn nở trong đó từ nước đục. Người tuyệt vời cần ai sẽ hiểu nhân."



Biết rằng phương trình mặt cắt của gương trên mặt phẳng tọa độ được thiết lập như hình vẽ bên là $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ dài đoạn thẳng $OA_1=3$.		
b) Tiêu điểm $F_2\left(\sqrt{34};0\right)$.		
c) $M\left(6;-\frac{3\sqrt{11}}{5}\right)$ thuộc hypebol.		
d) Khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương bằng 10,3 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).		

Câu 5. Dọc theo bờ biển, người ta thiết lập hệ thống định vị vô tuyến dẫn đường tầm xa để truyền tín hiệu cho máy bay hoặc tàu thuỷ hoạt động trên biển. Trong hệ thống đó có hai đài vô tuyến đặt lần lượt tại địa điểm A và địa điểm B, khoảng cách $AB=650$ km. Giả sử có một con tàu chuyển động trên biển với quỹ đạo là hypebol nhận A và B là hai tiêu điểm. Khi đang ở vị trí P, máy thu tín hiệu trên con tàu chuyển đổi chênh lệch thời gian nhận các tín hiệu từ A và B thành hiệu khoảng cách $|PA-PB|$.

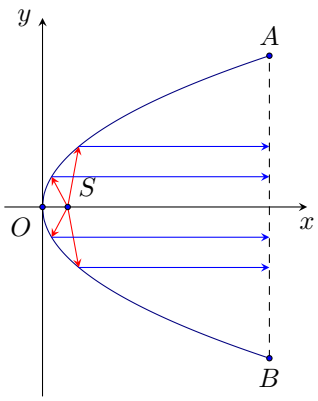


Giả sử thời gian con tàu nhận được tín hiệu từ B trước khi nhận được tín hiệu từ A là 0,0012 s. Vận tốc di chuyển của tín hiệu là $3\cdot10^8$ m/s. Thiết lập hệ trục toạ độ sao cho gốc toạ độ trùng với trung điểm của AB và trục Ox trùng với AB, đơn vị trên hai trục là km.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Với mọi vị trí của P trên quỹ đạo chuyển động, ta có $\|PA-PB\|=360$ km.		
b) Phương trình hypebol mô tả quỹ đạo chuyển động của con tàu là $\frac{x^2}{32\,400}-\frac{y^2}{53\,225}=1$.		
c) Khoảng cách ngắn nhất từ con tàu tới vị trí A bằng 455 km.		
d) Tại mọi thời điểm trên quỹ đạo chuyển động thì thời gian con tàu nhận được tín hiệu từ B trước khi nhận được tín hiệu từ A luôn là 0,0012 s.		

Câu 6. Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là

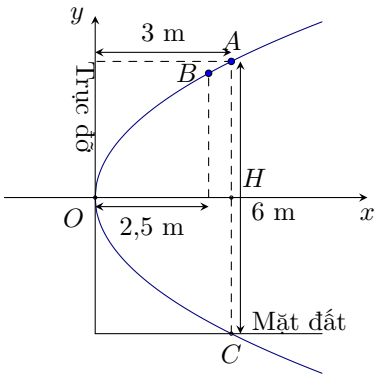
$AB = 40$ cm. Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S cách đỉnh O một khoảng bằng $\dfrac{20}{3}$ cm.



Xét hệ trục tọa độ được thiết lập như hình vẽ trên với đơn vị trên trục là cm.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Biết M là một điểm thuộc parabol và $MS = 15$. Khoảng cách từ điểm M đến đường chuẩn của parabol bằng 30 cm.		
b) Tọa độ điểm $A(30; 20)$.		
c) Tham số tiêu của parabol là $p = \dfrac{20}{3}$.		
d) Phương trình chính tắc của parabol là $y^2 = \dfrac{20}{3}x$.		

Câu 7. Để nâng đỡ các ống trượt cong có hình Parabol thì nhà thầu thi công gia cố các trục đỡ vuông góc với mặt đất. Hình bên mô tả trục đỡ và một phần ống trượt với khoảng cách A đến mặt đất là 6 m, đến trục đỡ là 3 m. Điểm B thuộc parabol cách trục đỡ 2,5 m.



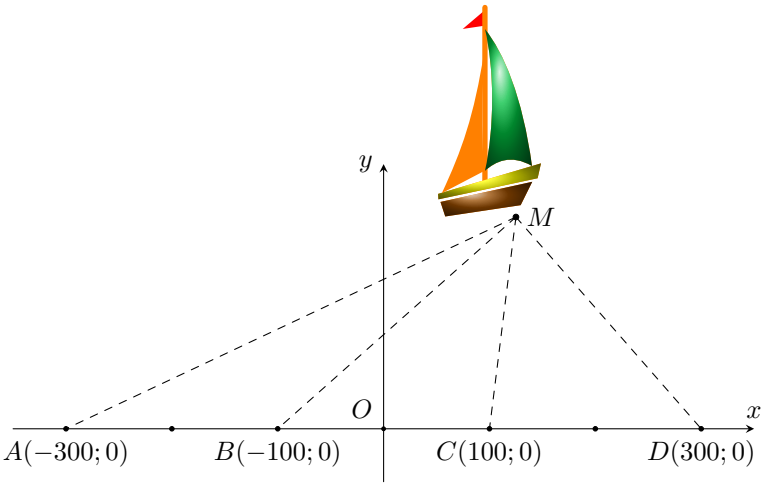
Thiết lập hệ trục tọa độ như hình vẽ bên với đơn vị trên trục là m.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ điểm $A(3; 2)$.		
b) Phương trình đường chuẩn của parabol là $x = -\dfrac{1}{12}$.		
c) Tung độ điểm B bằng $\dfrac{20}{12}$.		
d) Độ cao từ điểm B trong hình tới mặt đất $\dfrac{60}{12}$ m.		

Câu 8. Bốn trạm phát tín hiệu vô tuyến có vị trí A, B, C, D theo thứ tự đó thẳng hàng và cách đều với khoảng cách 200 km . Tại một thời điểm, bốn trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292000 km/s. Một tàu

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, hương sen chuyên càng ắt sẽ thành nhân."

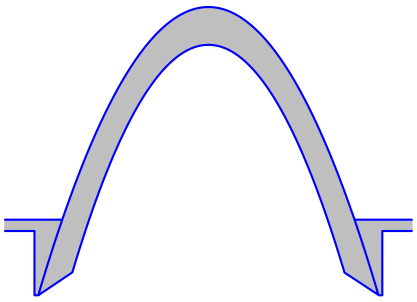
thuỷ nhận được tín hiệu từ trạm C trước $0,0005$ s so với tín hiệu từ trạm B và nhận được tín hiệu từ trạm D sớm $0,001$ s so với tín hiệu từ trạm A.



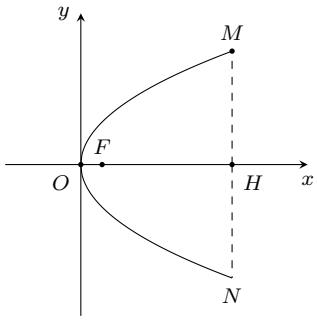
Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm B, C là 146 km.		
b) Hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm A, D là 229 km.		
c) Khoảng cách từ tàu đến trạm B là 299 km.		
d) Khoảng cách từ tàu đến trạm C là 153 km.		

Câu 9. Một cổng có dạng một đường parabol (P) như hình 1. Biết chiều cao của cổng là 8 m và khoảng cách giữa hai chân cổng là 12 m. Giả sử đặt cánh cổng nằm theo phương ngang và chọn hệ trục tọa độ như hình 2. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.



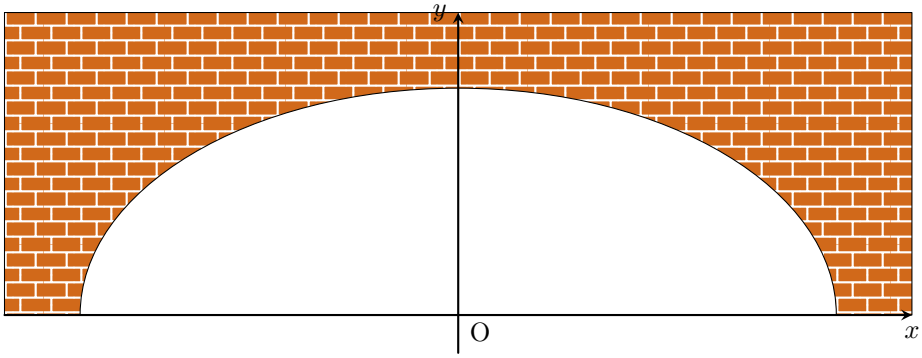
Hình 1



Hình 2

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $MH = 8$.		
b) $M\,(8; 6)$.		
c) Khoảng cách từ đỉnh đến tiêu điểm của parabol bằng 2,25.		
d) Phương trình của parabol là $y^2 = \dfrac{9}{2}x$.		

Câu 10. Một đường hầm có mặt cắt là hình nửa elip cao 9 m, rộng 20 m.



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với đơn vị trên trục là m. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ dài trục nhỏ của elip là 18 m.		
b) Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$.		
c) Một tiêu điểm của elip có tọa độ $(6;0)$.		
d) Độ cao của đường hầm tại điểm trên mặt đường cách chân hầm bên phải là 3 m là 5,1 m.		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

1 Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Câu 1. Một công ty trách nhiệm hữu hạn cần thuê xe chở 140 người. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó loại xe A có 10 chiếc, loại xe B có 10 chiếc. Biết xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người. Gọi x, y lần lượt là số xe hai loại A, B cần thuê (x, $y\in\mathbb{N}$). Tìm số xe loại A cần dùng ít nhất.
KQ: | | | | |

Câu 2. Mẹ đi chợ mua x kg thịt và y kg cá. Biết rằng mỗi kilôgram thịt giá 120 nghìn đồng và mỗi kilôgram cá có giá 80 nghìn đồng. Tính số kilôgram thịt tối đa mà mẹ có thể mua, biết rằng mẹ đi chợ không quá 500 nghìn đồng và khối lượng thịt và cá không ít hơn 4 kg.
KQ: | | | | |

Câu 3. Một cửa hàng bán hai loại hạt cà phê. Loại thứ nhất giá 140 nghìn đồng/kg và loại thứ hai giá 180 nghìn đồng/kg. Cửa hàng trộn x kg loại thứ nhất và y kg loại thứ hai sao cho giá cà phê sau khi trộn không quá 170 nghìn đồng/kg. Để trộn được 12 kg cà phê, cửa hàng cần ít nhất bao nhiêu kilôgram cà phê loại thứ nhất?
KQ: | | | | |

Câu 4. Một người thợ mộc tốn 6 giờ để làm một cái bàn và 4 giờ để làm một cái ghế. Gọi x, y lần lượt là số bàn và số ghế mà người thợ mộc sản xuất trong một tuần (x, $y\in\mathbb{N}$). Hỏi người thợ có thể đóng được nhiều nhất bao nhiêu bộ bàn ghế trong một tuần biết trong một tuần người thợ mộc có thể làm tối đa 50 giờ.
KQ: | | | | |

Câu 5. Ngoài giờ học, bạn Nam làm thêm việc phụ bán cơm được 15 nghìn đồng/một giờ và phụ bán tạp hóa được 10 nghìn đồng/một giờ. Gọi x, y lần lượt là số giờ phụ bán cơm và phụ bán tạp hóa trong mỗi tuần. Thời gian ít nhất bạn Nam làm việc trong 1 ngày là bao nhiêu, biết rằng Nam kiếm thêm tiền mỗi tuần được ít nhất là 900 nghìn đồng, thời gian làm 2 công việc là như nhau và mỗi tuần Nam đều nghỉ chủ nhật.
KQ: | | | | |

"Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân. Người lười nhác ắt sẽ thành ngu." Sưu tầm và giới thiệu

2 Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Câu 1. Người trưởng thành trung bình cần tối thiểu 0,8 g protein cho mỗi kg trọng lượng cơ thể mỗi ngày (lời khuyên từ WHO). Trong 100 g cá ngừ có 26 g protein, 100 g tôm có 18 g protein.
(Nguồn: https://ifitness.vn)
Gọi x, y lần lượt là số lạng cá ngừ và số lạng tôm mà một người trưởng thành nặng 75 kg ăn trong một ngày. Biết rằng người này chỉ mua nhiều nhất 1,5 kg cá ngừ và 4,5 kg tôm. Giá tiền một kg cá ngừ là 250 nghìn đồng, một kg tôm là 180 nghìn đồng. Người đó dùng số tiền phải trả ít nhất là bao nhiêu mà vẫn đảm bảo lượng protein cần thiết? KQ: | | | | |

Câu 2. Một chuỗi nhà hàng ăn nhanh bán đồ ăn từ $10h00$ sáng đến $22h00$ mỗi ngày. Nhân viên phục vụ của nhà hàng làm việc theo hai ca, mỗi ca 8 tiếng, ca I từ $10h00$ đến $18h00$ và ca II từ $14h00$ đến $22h00$. Tiền lương của nhân viên được tính theo giờ (bảng bên).

Khoảng thời gian làm việc	Tiền lương/giờ
$10h00 - 18h00$	20000 đồng
$14h00 - 22h00$	22000 đồng

Để mỗi nhà hàng hoạt động được thì cần tối thiểu 6 nhân viên trong khoảng $10h00 - 18h00$, tối thiểu 24 nhân viên trong thời gian cao điểm $14h00 - 18h00$ và không quá 20 nhân viên trong khoảng $18h00 - 22h00$. Do lượng khách trong khoảng $14h00 - 22h00$ thường đông hơn nên nhà hàng cần số nhân viên ca II ít nhất phải gấp đôi số nhân viên ca I. Hỏi chi phí tiền lương mỗi ngày là ít nhất là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 3. Một xưởng mộc có hai thợ là Chiến và Thắng. Xưởng chuyên sản xuất bàn và ghế. Mỗi bàn bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi ghế bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một bàn thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Thắng phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một ghế thì Chiến phải làm việc trong 1 giờ, Bình phải làm việc trong 4 giờ. Một người không thể làm được đồng thời bàn và ghế. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 120 giờ và Bình không thể làm việc quá 200 giờ. Tính số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng (đơn vị triệu đồng). KQ: | | | | |

Câu 4. Một công ty cần thuê xe vận chuyển 140 người và 9 tấn hàng hóa. Nơi cho thuê xe chỉ có 10 xe hiệu MITSUBISHI và 9 xe hiệu FORD. Một chiếc xe hiệu MITSUBISHI có thể chở 20 người và 0.6 tấn hàng. Một chiếc xe hiệu FORD có thể chở 10 người và 1.5 tấn hàng. Tiền thuê một xe hiệu MITSUBISHI là 4 triệu đồng, một xe hiệu FORD là 3 triệu đồng. Hỏi chi phí thấp nhất là bao nhiêu (đơn vị tính triệu đồng)?
KQ: | | | | |

Câu 5. Một công ty, trong một tháng cần sản xuất ít nhất 12 viên kim cương to và 9 viên kim cương nhỏ. Từ 1 tấn Cacbon loại 1 (giá 100 triệu đồng) có thể chiết xuất được 6 viên kim cương to và 3 viên kim cương nhỏ, từ 1 tấn Cacbon loại 2 (giá 40 triệu đồng) có thể chiết xuất được 2 viên kim cương to và 2 viên kim cương nhỏ. Mỗi viên kim cương to có giá 20 triệu đồng, mỗi viên kim cương nhỏ có giá 10 triệu đồng. Hỏi trong một tháng công ty này thu về được nhiều nhất là bao nhiêu tiền (đơn vị tính triệu đồng). Biết rằng mỗi tháng chỉ có thể sử dụng tối đa 4 tấn Cacbon mỗi loại.

KQ: | | | | |

Câu 6. Một cơ sở sản xuất dự định sản xuất ra hai loại sản phẩm A và B. Các sản phẩm này được chế tạo ra từ ba loại nguyên liệu I, II và III. Số lượng đơn vị dự trữ của từng loại nguyên liệu và số lượng đơn vị từng loại nguyên liệu cần để sàn xuất ra một đơn vị sản phẩm mỗi loại được cho tương ứng trong bảng sau:

Loại nguyên liệu	Nguyên liệu dự trữ mỗi tuần	Số đơn vị cần dùng cho một đơn vị sản phẩm	
		Sản phẩm A	Sản phẩm B
I	18	2	3
II	30	5	4
III	25	1	6

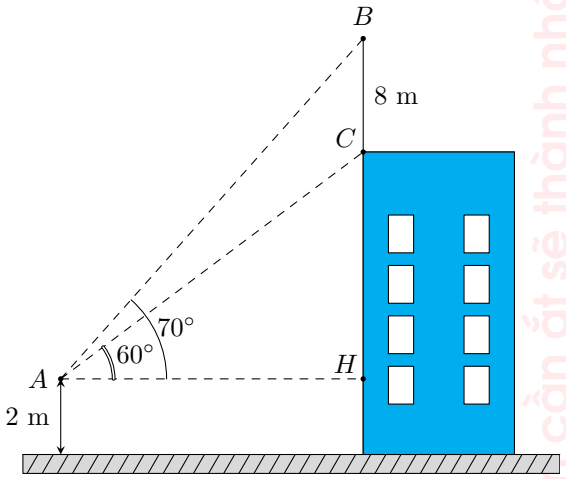
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING – Đây là sản phẩm tâm huyết của thầy Việt

Mỗi đơn vị sản phẩm A lãi 300000 đồng, mỗi đơn vị sản phẩm B lãi 200000 đồng. Hãy cho biết với kế hoạch sản xuất như thế nào thì số tiền lãi thu được hàng tuần là lớn nhất.

3 Hệ thức lượng trong tam giác

Câu 1.

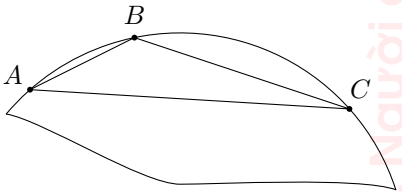
Trên nóc một toà nhà có một cột ăng-ten cao 8 m. Từ một vị trí quan sát A cao 2 m so với mặt đất có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten, với các góc tương ứng là 70° và 60° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của toà nhà (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

Câu 2.

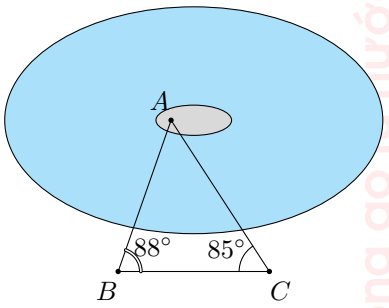
Để đo bán kính của một chiếc đĩa cổ chỉ còn lại một phần, các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa (hình vẽ). Biết $AB = 6,1$ cm, $BC = 12$ cm, $AC = 16,8$ cm, tính bán kính của chiếc đĩa (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

Câu 3.

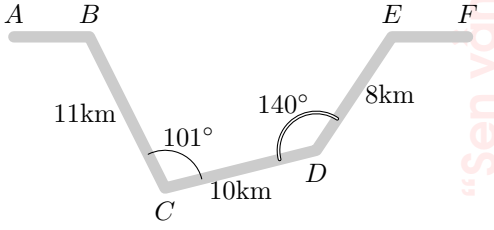
Ở giữa một cái hồ có một cái đảo nhỏ. Để tính khoảng cách từ điểm A trên đảo đến điểm B trên bờ hồ, người ta chọn điểm C. Sau đó thực hiện đo các góc B, C và khoảng cách BC. Biết $\widehat{B} = 88°$, $\widehat{C} = 85°$ và $BC = 50$ m, tính khoảng cách từ A đến B (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: | | | | |

Câu 4.

Để tránh núi, đường đi hiện tại phải vòng qua núi như mô hình trong hình vẽ. Hỏi quãng đường đi thẳng từ B đến E dài bao nhiêu km (làm tròn đến hàng phần mười)?

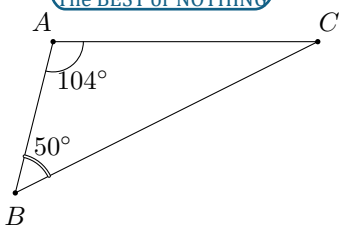


KQ: | | | | |

Câu 5.

"Sen vẫn nở trong ao nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

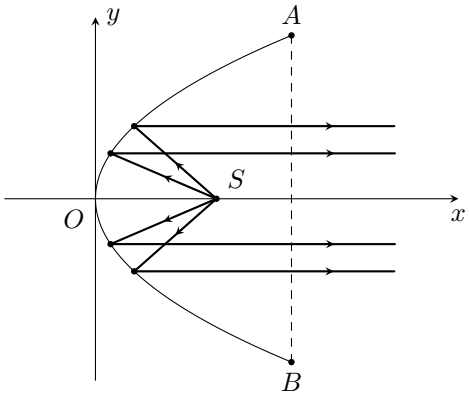
Hai tàu A và B cùng xuất phát tại cùng một thời điểm với vận tốc không đổi, tàu A chuyển động với vận tốc 35 km/h. Sau 2 h chúng gặp nhau tại C (hình vẽ). Giả sử hai tàu chuyển động thẳng trong suốt quá trình di chuyển, tính vận tốc tàu B (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

4 Ba đường conic

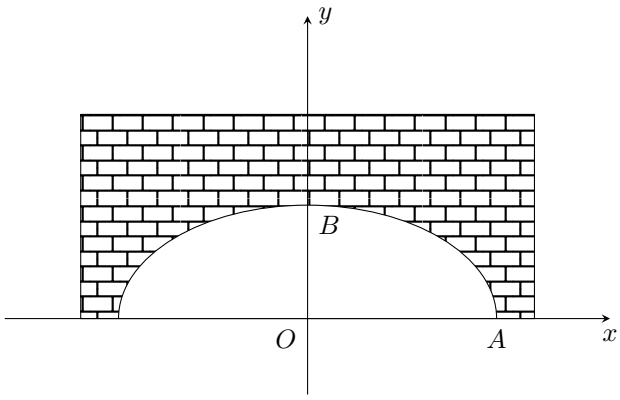
Câu 1. Hình dưới đây mô phỏng mặt cắt ngang của một chiếc đèn có dạng parabol trong mặt phẳng toạ độ Oxy (x và y tính bằng xăng-ti-mét).



Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S. Phương trình chính tắc của parabol có dạng $y^2 = 2px$. Giá trị $3p$ bằng

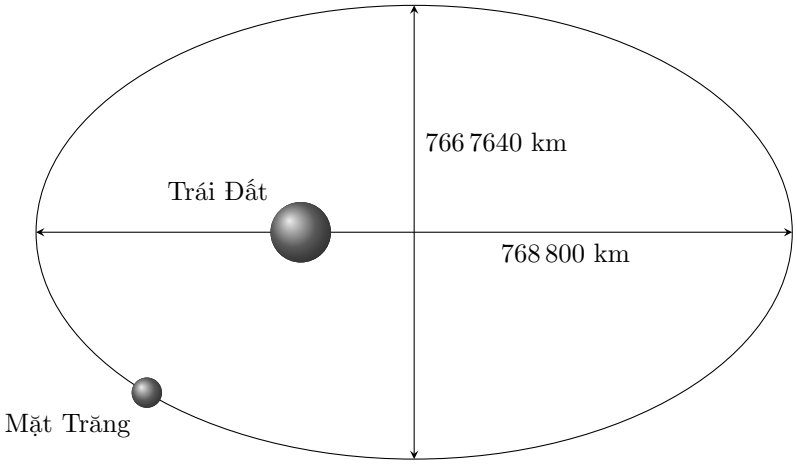
KQ: | | | | |

Câu 2. Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là 12 m, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là 3 m. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao 2,8 m thì có chiều rộng không quá 3 m. Hỏi chiếc xe tải có chiều rộng 3 m thì chiều cao tối đa không quá bao nhiêu mét để có thể đi qua hầm được (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



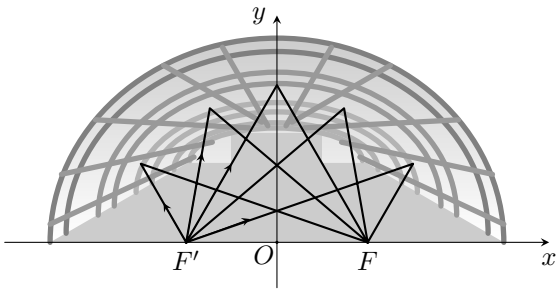
KQ: | | | | |

Câu 3. Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một đường elip với tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ của quỹ đạo lần lượt là 768 800 km và 766 7640 km. Tính tỉ số khoảng cách bé nhất và lớn nhất từ tâm của Trái Đất đến tâm của mặt Mặt Trăng (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



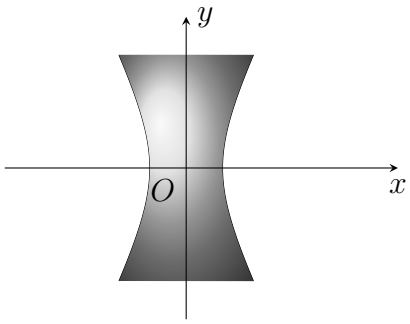
KQ: | | | | |

Câu 4. Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 50$ m và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là 100 m. Biết phương trình chính tắc của elip là $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. Tính giá trị $a^2 + b^2$.



KQ: | | | | |

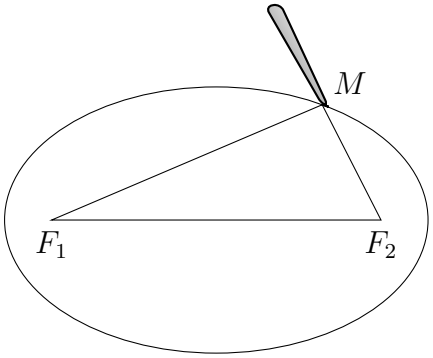
Câu 5. Một tháp triển lãm có mặt cắt hình hypebol có phương trình $\dfrac{x^2}{18^2} - \dfrac{y^2}{36^2} = 1$. Cho biết chiều cao của tháp là 100 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.



KQ: | | | | |

Câu 6. Để cắt một bảng hiệu quảng cáo hình elip có trục lớn là 1 m và trục nhỏ là 0,6 m từ một tấm ván ép hình chữ nhật có kích thước 1 m $\times$0,6 m, người ta vẽ hình elip đó lên tấm ván ép như hướng dẫn sau

"Sen vẫn nở trong ao chứ không phải ở đất, người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."



Chuẩn bị:

- Hai cái đinh, một vòng dây kín không đàn hồi, bút chì.

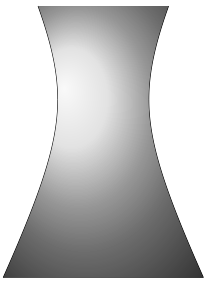
Thực hiện:

- Xác định vị trí (hai tiêu điểm của elip) và ghim hai cái đinh lên hai điểm đó trên tấm ván.

- Quàng vòng dây qua hai chiếc đinh và kéo căng tại một điểm M nào đó. Tựa đầu bút chì vào trong vòng dây tại điểm M rồi di chuyển sao cho dây luôn luôn căng. Đầu bút chì vạch lên tấm bìa một đường mà ta gọi là đường elip. (Xem minh hoạ).
  Hỏi phải ghim hai cái đinh cách các mép tấm ván ép bao nhiêu cm?

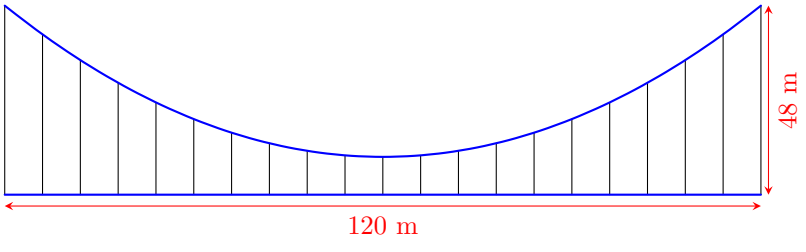
KQ: | | | | |

Câu 7. Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{50^2} = 1$. Biết chiều cao của tháp là 120 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc của tháp (kết quả làm tròn đến đơn vị mét).



KQ: | | | | |

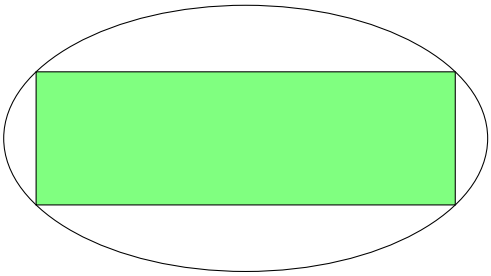
Câu 8. Một cái cầu có dây cáp treo hình parabol, cầu dài 120 m và được nâng đỡ bởi những thanh thẳng đứng treo từ cáp xuống, thanh dài nhất là 48 m, thanh ngắn nhất là 8 m (tham khảo hình vẽ). Tính chiều dài của thanh cách điểm giữa cầu 20 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

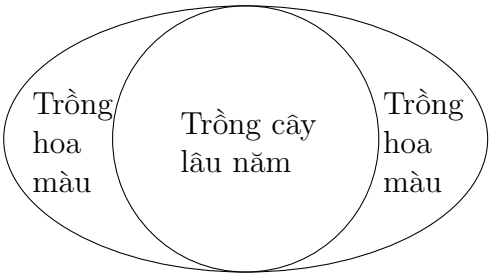
KQ: | | | | |

Câu 9. Bên trong một sân vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 12 m, độ dài trục bé bằng 9 m. người ta rào thành một hình hình chữ nhật nội tiếp elip như hình vẽ để trồng hoa, phần còn lại để trồng cỏ. Tính diện tích trồng hoa lớn nhất.



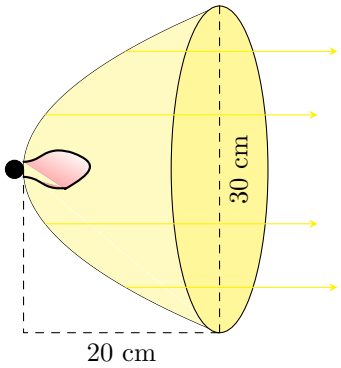
KQ: | | | | |

Câu 10. Ông Minh có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 60 m và 30 m. Ông Minh chia mảnh vườn ra làm hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau (tham khảo hình vẽ). Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích hình elip được tính theo công thức $S = \pi ab$, với a, b lần lượt là nửa độ dài trục lớn và nửa độ dài trục nhỏ và độ rộng của đường elip là không đáng kể.



KQ: | | | | |

Câu 11. Cho một cái đèn với chụp bóng đèn có mặt cắt qua trục là parabol với kích thước được thể hiện trên hình vẽ, giả sử xem dây tóc bóng đèn là một điểm và được đặt ở vị trí tiêu điểm của parabol. Tính khoảng cách từ dây tóc bóng đèn tới đỉnh của chụp bóng đèn (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

Câu 12. Một con tàu đi theo tuyến đường giao thông trên biển. Tuyến đường này song song với một bờ biển thẳng và cách bờ 50 km. Trên bờ biển có đặt hai trạm truyền thông tin tại vị trí F_1 và F_2 cách nhau 180 km và phát đi các tín hiệu vô tuyến cùng thời điểm với nhau. Dựa vào sự chênh lệch thời gian giữa các tín hiệu vô tuyến từ hai trạm, hoa tiêu của tàu xác định được vị trí của tàu hiện đang ở khu vực giữa hai trạm

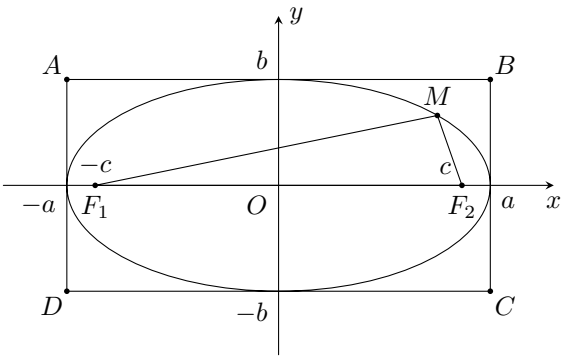
"Sen vẫn nở trong ao từ bước đọc, Người chuyên cần đạt sẽ thành nhân."

và khoảng cách đến F_2 gần hơn F_1 là 40 km. Tính khoảng cách (đơn vị: km) từ tàu đến trạm truyền thông tin gần nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

KQ: | | | | |

Câu 13. Để cắt một bảng hiệu quảng cáo hình elip có trục lớn bằng 80 cm và trục nhỏ bằng 40 cm từ một tấm ván ép hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước 80 cm 40 cm. Người ta vẽ hình elip đó lên tấm ván ép (như hình vẽ) bằng một vòng dây qua hai cái đinh ghim vào hai tiêu điểm. Hỏi phải lấy vòng dây có độ dài là bao nhiêu cm (làm tròn đến hàng đơn vị).

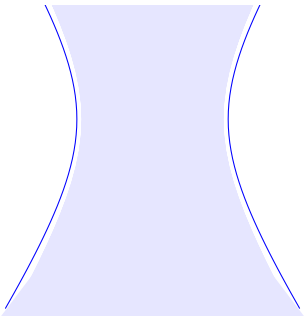
KQ: | | | | |



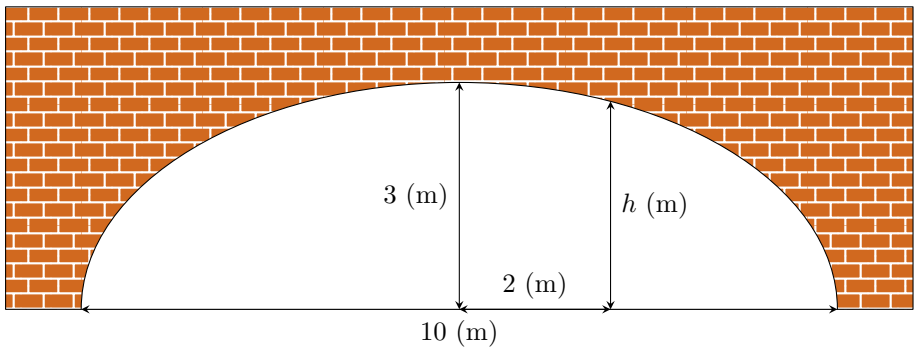
Câu 14.

Một cái tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{28} - \frac{y^2}{42} = 1$. Biết chiều cao của tháp là 150 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ lần khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Gọi r_1 (m) và r_2 (m) lần lượt là bán kính của nóc và bán kính của đáy. Tính $T = r_1 + r_2$.

KQ: | | | | |



Câu 15. Mái vòm của một đường hầm có hình bán elip. Chiều rộng của đường hầm là 10 m, điểm cao nhất của mái vòm là 3 m. Gọi h là chiều cao của mái vòm tại điểm cách tâm của đường hầm 2 m. Tính h.



KQ: | | | | |

Câu 16.

Ăng-ten vệ tinh parabol ở hình vẽ dưới đây có đầu thu đặt tại tiêu điểm, đường kính miệng ăng-ten là 240 cm, khoảng cách từ vị trí đặt đầu thu tới miệng ăng-ten là 130 cm . Tính khoảng cách từ vị trí đặt đầu thu tới đỉnh ăngten (làm tròn đến hàng phần chục).

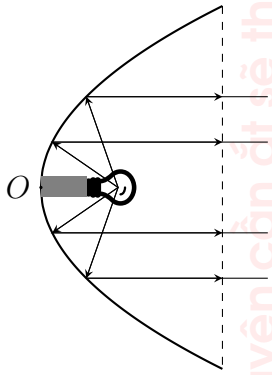
KQ: | | | | |



Câu 17.

Một bóng đèn pha như hình vẽ. Biết đường kính bóng đèn bằng 20 cm, vị trí từ đuôi bóng đèn (điểm O) đến choá bóng bằng 14 cm. Cần đặt bóng đèn tại vị trí cách đuôi bóng đèn bao nhiêu cm để có thể chiếu sáng được xa nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

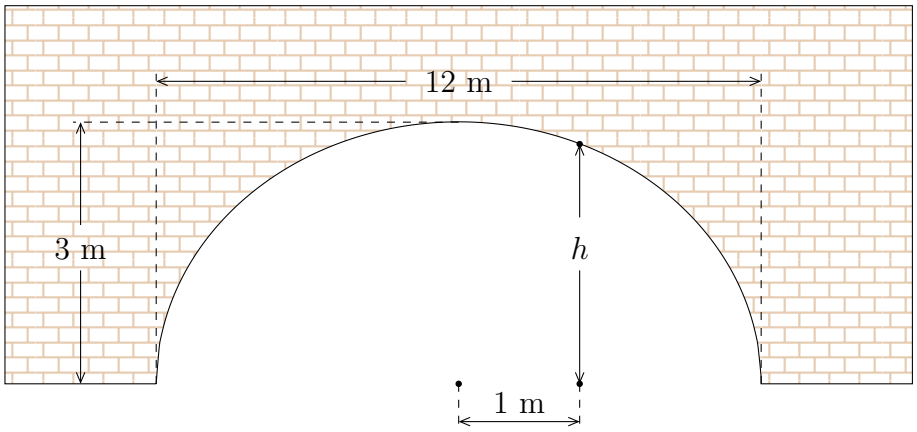
KQ: | | | | |



Câu 18. Hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A, B cách nhau 200 km. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s để hai tàu thủy đang ở hai vị trí C, D thu và đo độ lệch thời gian. Với tàu thủy tại vị trí C, tín hiệu từ A đến sớm hơn tín hiệu từ B là 0,0005 s. Với tàu thủy tại vị trí D, tín hiệu từ B đến sớm hơn tín hiệu từ A là 0,0005 s. Tính hiệu khoảng cách từ tàu ở vị trí D đến hai trạm phát tín hiệu A và B, từ đó tính khoảng cách từ tàu ở vị trí D đến trạm tín hiệu tại A biết hai tàu cách nhau 300 km và CD song song với AB (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: | | | | |

Câu 19. Mái vòm của một đường hầm có hình bán elip. Chiều rộng của đường hầm là 12 m, điểm cao nhất của mái vòm là 3 m. Gọi h là chiều cao của mái vòm tại điểm cách tâm của đường hầm 1 m. Tìm h.



KQ: | | | | |

"Sen vẫn nở trong ao từ nước đục, Người luyện cần đặt để thành nhân."

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 6

NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Nguyên hàm

1. Định nghĩa

a) *Định nghĩa*: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K (K là khoảng, nửa khoảng hoặc đoạn của $\mathbb{R}$). Hàm số $F(x)$ được gọi là một *nguyên hàm* của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc K.

b) *Nhận xét*: Giả sử hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K. Khi đó:

- Với mỗi hằng số C, hàm số $F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K;
- Nếu hàm số $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì tồn tại hằng số C sao cho $G(x) = F(x) + C$ với mọi x thuộc K.

Như vậy: Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$ (C là hằng số), kí hiệu $\int f(x)\,\mathrm{d}x$, gọi là họ tất cả các nguyên hàm của $f(x)$ trên K. Nghĩa là $\int f(x)\,\mathrm{d}x = F(x) + C$ (C là hằng số).

Người ta chứng minh được rằng: Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng K thì $f(x)$ có nguyên hàm trên khoảng đó.

c) *Chú ý*: Biểu thức $f(x)\,\mathrm{d}x$ gọi là vi phân của nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$, kí hiệu $\mathrm{d}F(x)$. Vậy $\mathrm{d}F(x) = F'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)\,\mathrm{d}x$.

2. Tính chất của nguyên hàm

Cho các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên K và số thực $k \neq 0$. Ta có:

- $\int [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x + \int g(x)\,\mathrm{d}x$;
- $\int [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x - \int g(x)\,\mathrm{d}x$;
- $\int kf(x)\,\mathrm{d}x = k\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

3. Bảng nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp thường gặp

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

$\int 0\,\mathrm{d}x = C$	$\int 1\,\mathrm{d}x = \int \mathrm{d}x = x + C$
$\int x^\alpha\,\mathrm{d}x = \dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C\ (\alpha \neq -1)$	$\int \dfrac{1}{x}\,\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$
$\int \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$	$\int a^x\,\mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$
$\int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$	$\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$
$\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x = \tan x + C$	$\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x = -\cot x + C$

2 Tích phân

1. Định nghĩa

a) *Định nghĩa*: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[a;b]$ thì hiệu số $F(b)-F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b của hàm số $f(x)$, kí hiệu $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Do đó, $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$.

Ta gọi $\displaystyle\int_a^b$ là dấu tích phân, a và b là cận tích phân, a là cận dưới, b là cận trên, $f(x)\,\mathrm{d}x$ là biểu thức dưới dấu tích phân và $f(x)$ là hàm số dưới dấu tích phân.

b) *Chú ý*:

- Tích phân không phụ thuộc vào kí hiệu của biến:

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t = \int_a^b f(u)\,\mathrm{d}u.$$

- Quy ước: $\displaystyle\int_a^a f(x)\,\mathrm{d}x = 0$; $\displaystyle\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

c) *Ý nghĩa hình học của tích phân*: Nếu hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a;b]$ thì tích phân $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ là diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$. Vậy $S = \displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

2. Tính chất của tích phân

Cho các hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó:

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

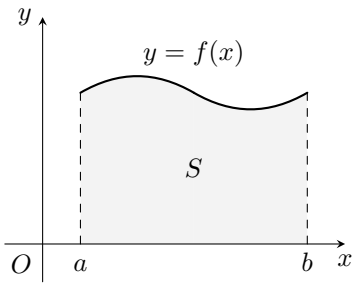
- $\displaystyle\int_a^b [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x;$
- $\displaystyle\int_a^b [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x;$
- $\displaystyle\int_a^b kf(x)\,\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ (k là hằng số);
- $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x + \int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x$ (với $a<c<b$).

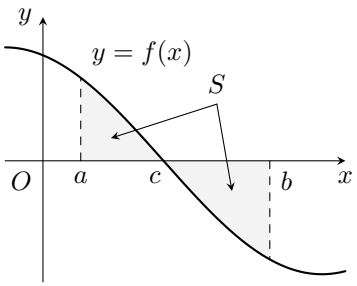
3 Ứng dụng hình học của tích phân

3.1. Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng

a) *Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của một hàm số, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$*
Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính bởi công thức:

$$S=\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x.$$



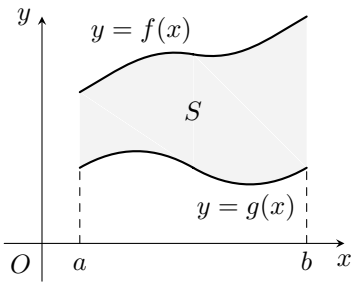


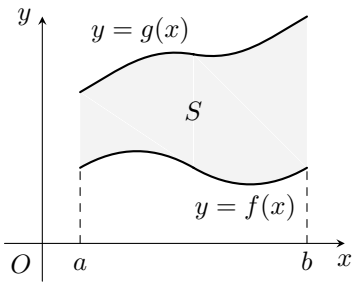
Chú ý: Nếu $f(x)$ không đổi dấu trên đoạn $[a;b]$ thì $S=\displaystyle\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x = \left|\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

b) *Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$*
Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính bởi công thức:

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,\mathrm{d}x.$$

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – The BEST or NOTHING – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nơi niềm sự nghiệp





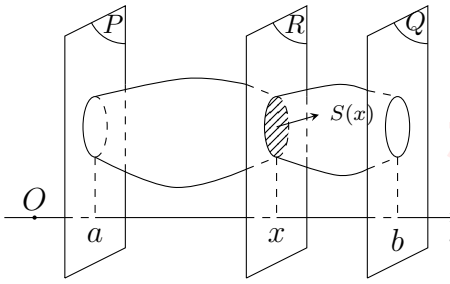
Chú ý: Nếu hiệu $f(x) - g(x)$ không đổi dấu trên đoạn $[a;b]$ thì

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)|\,\mathrm{d}x = \left|\int_a^b [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x\right|.$$

3.2. Ứng dụng tích phân để tính thể tích vật thể

a) *Tính thể tích vật thể*

Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi (H) là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ $x = a$, $x = b$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x $(a \le x \le b)$ cắt vật thể theo mặt cắt có diện tích là $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$. Khi đó thể tích V của phần vật thể (H) được tính bởi công thức:

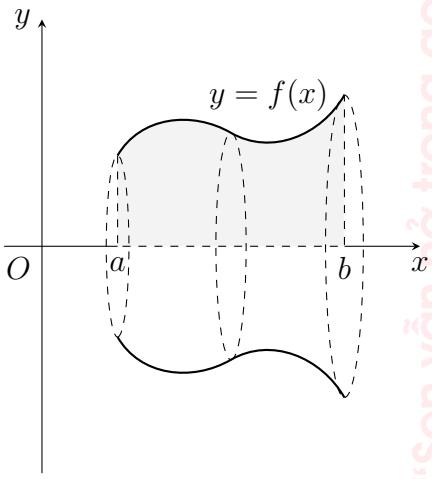


$$V = \int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x$$

b) *Tính thể tích khối tròn xoay*

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a;b]$. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ xung quanh trục hoành, ta được một hình khối gọi là khối tròn xoay. Thể tích V của khối tròn xoay đó được tính bởi công thức:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$$



"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

B. VÍ DỤ MINH HỌA

1 Nguyên hàm

VÍ DỤ 1

Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x$. Trong các hàm số đã cho dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$?

a) $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - x^2$; b) $G(x) = \dfrac{x^3}{3} + x^2$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho $x > 0$. Tìm:

a) $\displaystyle\int \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$; b) $\displaystyle\int \frac{1}{x^3}\,\mathrm{d}x$; c) $\displaystyle\int \left(2x^2 + \frac{3}{\sqrt{x}}\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Tìm:

a) $\displaystyle\int (\cos x + \sin x)\,\mathrm{d}x$; b) $\displaystyle\int \left(2\cos x + \frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Tìm:

a) $\int (3\cos x - 4\sin x)\,\mathrm{d}x$;

b) $\int \left(\dfrac{1}{\cos^2 x} - \dfrac{1}{\sin^2 x}\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Tìm:

a) $\int 2^x\,\mathrm{d}x$;

b) $\int \dfrac{1}{3^x}\,\mathrm{d}x$;

c) $\int (2e^x - 5^x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$. Biết rằng, $f'(x) = 2x + \dfrac{1}{x^2}$ với mọi $x \in (0;+\infty)$ và $f(1) = 1$. Tính giá trị $f(4)$.

Lời giải.

Chỉ trong ao tù nước đọng, chuyên cần ắt sẽ

VÍ DỤ 7

Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0)=4$ và $f(x)+f'(x)=x^3\mathrm{e}^{-x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải.

VÍ DỤ 8

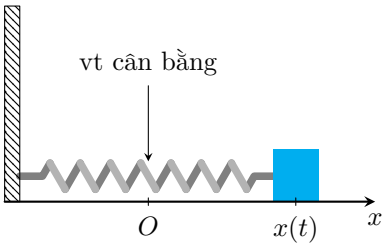
Cho hàm số $f(x)>0$ xác định trên $\mathbb{R}$ đồng thời thỏa mãn $f(0)=\dfrac{1}{2}$ và $f'(x)=-\mathrm{e}^x\cdot f^2(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của $f(\ln 2)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải.

Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

VÍ DỤ 9

Một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang trên mặt phẳng không ma sát như *Hình 1*, có vận tốc tức thời cho bởi $v(t) = 4\cos t$, trong đó t tính bằng giây và $v(t)$ tính bằng centimét/giây. Tại thời điểm $t = 0$, con lắc ở vị trí cân bằng.
Lập phương trình chuyển động của con lắc đó.



Lời giải.

VÍ DỤ 10

Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ 1°C. Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm t phút $(0 \le t \le 5)$ được cho bởi hàm số $f(t) = 3t^2$ (°C/phút). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm t là một nguyên hàm của hàm số $f(t)$, tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Tốc độ tăng trưởng của một đàn gấu mèo tại thời điểm t tháng kể từ khi người ta thả 100 cá thể đầu tiên vào một khu rừng được ước lượng bởi công thức $P'(t) = 8t + 30$ (con/tháng), với $P(t)$ là số lượng

cá thể trong đàn tại thời điểm t tháng tương ứng (*nguồn: Chris Kirkpatrick, Barbara Alldred, Crystal Chilvers, Beverly Farahani, Kristina Farentino, Angelo Lillo, Ian Macpherson, John Rodger, Susanne Trew, Advanced Function, Nelson 2012*). Dựa vào tốc độ tăng trưởng đã cho, hãy ước tính số cá thể của đàn gấu mèo này tại thời điểm 3 tháng kể từ khi chúng được thả vào rừng.

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Một chiếc xe đang chuyển động với tốc độ $v_0 = 10$ m/s thì tăng tốc với gia tốc không đổi $a = 2$ m/s^2. Tính quãng đường xe đó đi được trong 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

Lời giải.

VÍ DỤ 13

Doanh thu bán hàng của một công ty khi bán một loại sản phẩm là số tiền $R(x)$ (triệu đồng) thu được khi x đơn vị sản phẩm được bán ra. Tốc độ biến động (thay đổi) của doanh thu khi x đơn vị sản phẩm đã được bán là hàm số $M_R(x) = R'(x)$. Một công ty công nghệ cho biết, tốc độ biến đổi của doanh thu khi bán một loại con chíp của hãng được cho bởi $M_R(x) = 300 - 0{,}1 \cdot x$, ở đó x là số lượng chíp đã bán. Tìm doanh thu của công ty khi đã bán 1000 con chíp.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học bằng tình yêu bằng làm sự nghiệp

VÍ DỤ 14

Cường độ dòng điện (đơn vị: A) trong một dây dẫn tại thời điểm t giây là

$$I(t) = Q'(t) = 3t^2 - 6t + 5$$

Với $Q(t)$ là điện lượng (đơn vị: C) truyền trong dây dẫn tại thời điểm t. Biết khi $t = 1$ giây, điện lượng truyền trong dây dẫn là $Q(1) = 4$. Tính điện lượng truyền trong dây dẫn khi $t = 3$.

Lời giải.

2 Tích phân

VÍ DỤ 1

Tính

a) $\displaystyle\int_{-1}^{3} x^2\,\mathrm{d}x$; b) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \cos t\,\mathrm{d}t$; c) $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\mathrm{d}u}{\cos^2 u}$; d) $\displaystyle\int_{1}^{2} 2^x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong đầm lầy, Người chuyên nhận."

VÍ DỤ 2

Tính

a) $\displaystyle\int_0^1 e^x \,\mathrm{d}x$.

b) $\displaystyle\int_1^e \frac{1}{x} \,\mathrm{d}x$.

c) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \,\mathrm{d}x$.

d) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Tính các tích phân sau

a) $\displaystyle\int_0^{2\pi} (2x + \cos x) \,\mathrm{d}x$;

b) $\displaystyle\int_1^2 \left(3^x - \frac{3}{x}\right) \mathrm{d}x$;

c) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) \mathrm{d}x$.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Tính $\int\limits_0^3 |x-2|\mathrm{d}\,x$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Cho $f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{khi } x\le 1 \\ 2x-1 & \text{khi } x>1 \end{cases}$. Tính $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{khi } x<0 \\ \mathrm{e}^x & \text{khi } x\ge 0 \end{cases}$. Biết $\int\limits_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = a\mathrm{e}^2+b\mathrm{e}+c$ với $a,b,c\in\mathbb{Q}$. Tính tổng

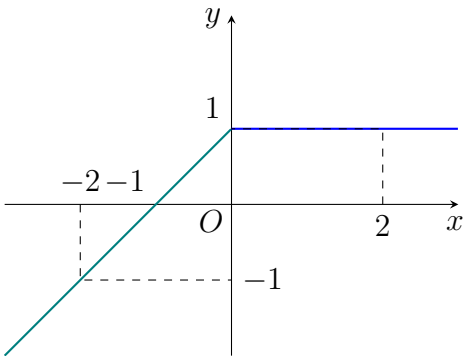
Văn mở trong áo tù nước độc, Người ắt sẽ thành nhó

$a+b+3c$.

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của $\int\limits_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?



Lời giải.

VÍ DỤ 8

Giá trị trung bình của hàm số liên tục $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ được định nghĩa là

$$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$$

Giả sử nhiệt độ (tính bằng °C) tại thời điểm t giờ trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương vào một ngày nào đó được mô hình hoá bởi hàm số

$$T(t) = 20 + 1{,}5(t-6), 6 \le t \le 12.$$

Tìm nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa.

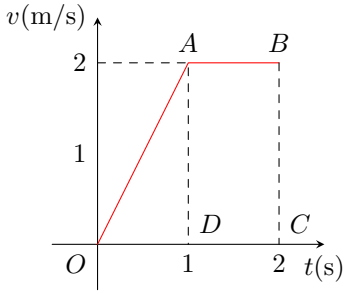
Lời giải.

VÍ DỤ 9

Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị ở hình dưới

a) Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 1 giây đầu tiên.

b) Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 2 giây đầu tiên.



Lời giải.

VÍ DỤ 10

Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t(\mathrm{m/s})$. Đi được 5(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35\,(\mathrm{m/s^2})$. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Ở nhiệt độ $37°C$, một phản ứng hóa học từ chất đầu A, chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \to B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol L^{-1}) tại thời gian x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là 0,05 mol L^{-1}.

a) Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Hãy tính $f'(x)$, từ đó hãy tìm hàm số $f(x)$.

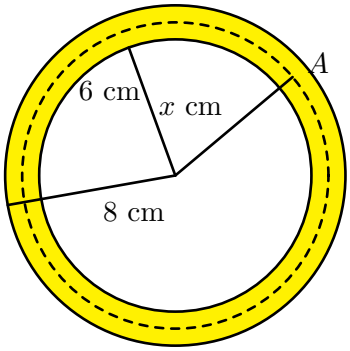
b) Giả sử ta tính nồng độ trung bình chất A (đơn vị mol L^{-1}) từ thời điểm a (giây) đến thời điểm b (giây) với $0 < a < b$ theo công thức $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b y(x)\,\mathrm{d}x$. Xác định nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây.

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Mặt cắt ngang của một ống dẫn khí nóng là hình vành khuyên như hình dưới. Khí bên trong ống được duy trì ở $150°C$. Biết rằng nhiệt độ $T\,(°C)$ tại điểm A trên thành ống là hàm số của khoảng cách x (cm) từ A đến tâm của mặt cắt và

$$T'(x) = -\frac{30}{x} \quad (6 \le x \le 8).$$



(Nguồn: Y.A.Çengel, A.I.Gahjar, Heat and Mass Transfer, Mc Graw Hill, 2015).

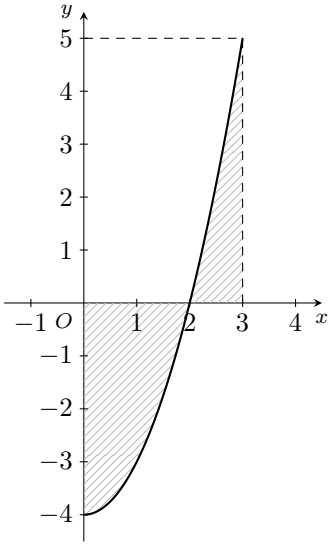
Tìm nhiệt độ mặt ngoài của ống.

Lời giải.

3 Ứng dụng hình học của tích phân

VÍ DỤ 1

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$.

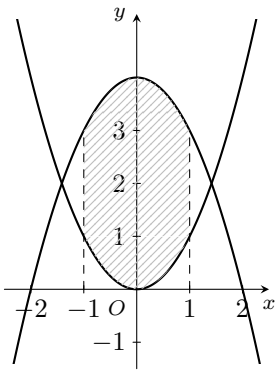


Học để đọc, Người chuyên cần ắt sẽ th

Lời giải.

VÍ DỤ 2

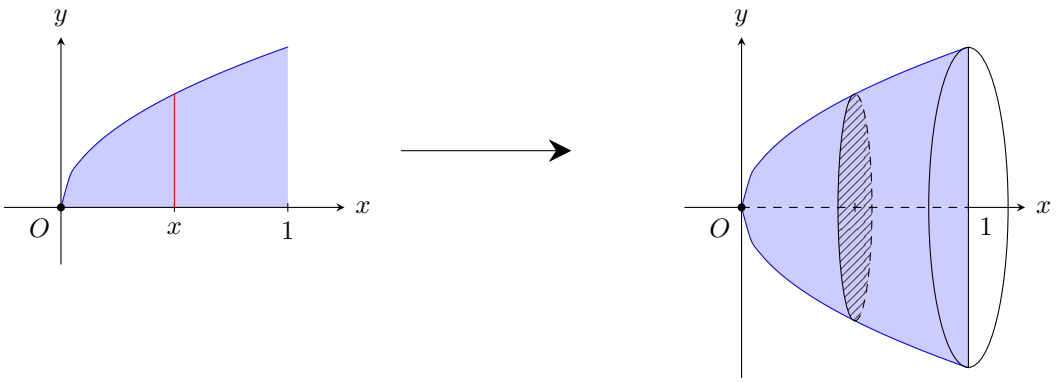
Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = 4 - x^2$, $y = x^2$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 1$.



Lời giải.

VÍ DỤ 3

Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ (Hình 4.26).



Hình 4.26

Lời giải.

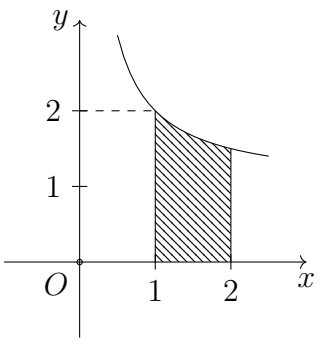
VÍ DỤ 4

Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường sau xung quanh trục Ox: $y = 2x - x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 1 + \dfrac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ như hình bên. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox.

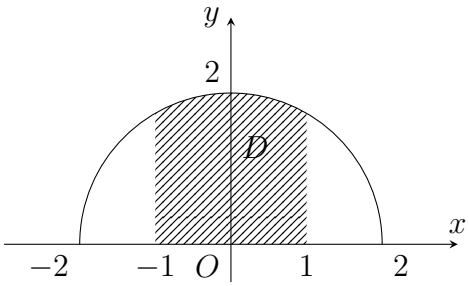


Hình 15

Lời giải.

VÍ DỤ 6

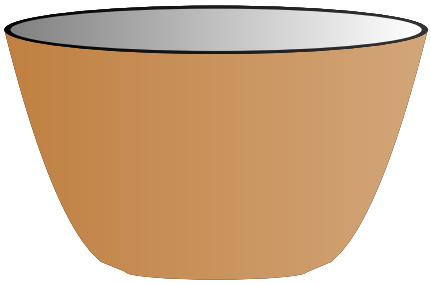
Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ nữa đường tròn tâm O, bán kính $r = 2$ nằm phía trên trục Ox. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục Ox và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox.



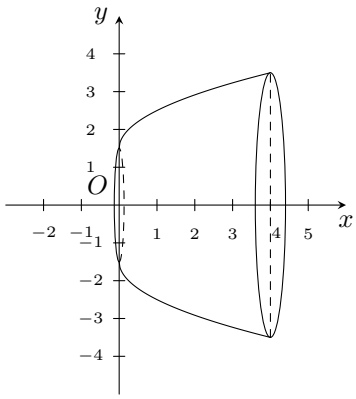
Lời giải.

VÍ DỤ 7

Hình dưới mô phỏng phần bên trong của một chậu cây có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay một phần của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} + \dfrac{3}{2}$ với $0 \le x \le 4$ quanh trục hoành. Tính thể tích phần bên trong (dung tích) của chậu cây, biết đơn vị trên các trục Ox, Oy là decimét.



$a)$

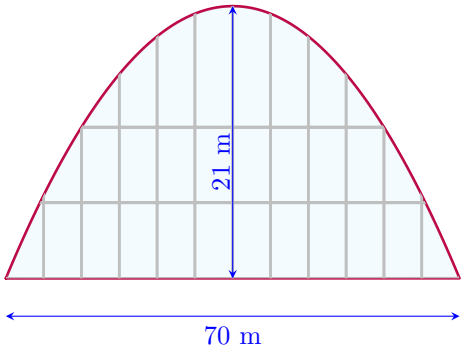


$b)$

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Người ta dự định lắp kính cho cửa của một vòm có dạng parabol.

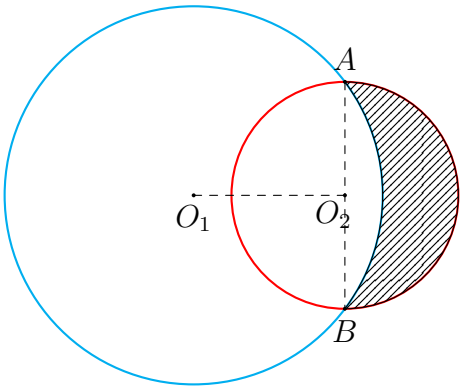


Hãy tính diện tích mặt kính (theo đơn vị m^2) cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m.

Lời giải.

VÍ DỤ 9

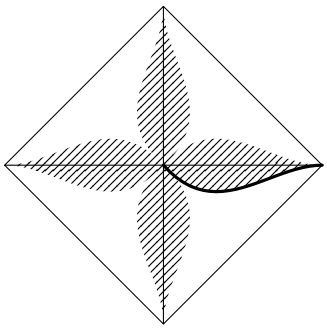
Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A và B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2). Gọi (D) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



Lời giải.

VÍ DỤ 10

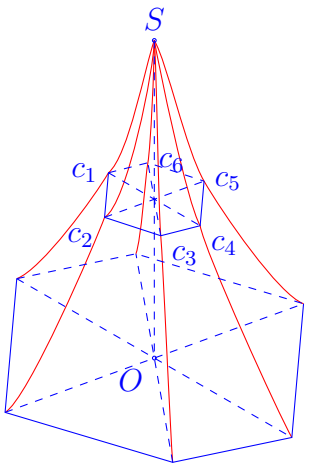
Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo. Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo (đường cong được tô đậm) là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập 2/3, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $2a + 2b$.



Lời giải.

VÍ DỤ 11

Gia đình ông An xây một cái chòi hình lục giác, trong đó mái chòi (H) có dạng hình "chóp lục giác cong đều" có trần bằng gỗ như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình lục giác đều có đường chéo chính là 6 m. Chiều cao $SO = 6$ m (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép c_1 ,c_2 ,c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_7 nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử giao tuyến của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một lục giác đều và khi (α) qua trung điểm của SO thì lục giác đều có cạnh 1 m. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) đó.



Lời giải.

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1 Nguyên hàm

Câu 1. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$; k là số thực bất kỳ. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A $\int f(x)g(x)\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x \cdot \int g(x)\,\mathrm{d}x$.

B $\int (f(x)-g(x))\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x - \int g(x)\,\mathrm{d}x$.

C $\int kf(x)\,\mathrm{d}x = k\int f(x)\,\mathrm{d}x$, với $k \neq 0$.

D $\int (f(x)+g(x))\,\mathrm{d}x = \int f(x)\,\mathrm{d}x + \int g(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 2. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 6$ là

A $x^2 + C$. **B** $x^2 + 6x + C$. **C** $2x^2 + C$. **D** $2x^2 + 6x + C$.

Câu 3. Tìm nguyên hàm: $\int x^2\,\mathrm{d}x$

A $2x + C$. **B** $\frac{1}{3}x^3 + C$. **C** $x^3 + C$. **D** $3x^3 + C$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A $x^3 + C$. **B** $\frac{x^3}{3} + x + C$. **C** $6x + C$. **D** $x^3 + x + C$.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$. **B** $x^4 + x^2 + C$. **C** $x^5 + x^3 + C$. **D** $4x^3 + 2x + C$.

Câu 6. Hàm số nào trong các hàm số sau đây không là nguyên hàm của hàm số $y = x^{2022}$?

A $y = \frac{x^{2023}}{2023} + 1$. **B** $y = \frac{x^{2023}}{2023}$. **C** $y = 2022x^{2021}$. **D** $y = \frac{x^{2023}}{2023} - 1$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đạo hàm bằng $2x + \frac{1}{x^2}$?

A $y = \frac{2x^3 - 2}{x^3}$. **B** $y = \frac{x^3 + 1}{x}$. **C** $y = \frac{x^3 + 5x - 1}{x}$. **D** $y = \frac{3x^3 + 3x}{x}$.

Câu 8. Hàm số $F(x) = x + \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A $f(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x^2}$.

B $f(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$.

C $f(x) = \frac{x^2}{2} - \ln|x| + C$.

D $f(x) = 1 - \ln|x|$.

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^{-5}$.

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -15x^{-4} + C$.

B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{3}{4}x^{-4} + C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{3}{4}x^{-6} + C$.

D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = -15x^{-6} + C$.

Câu 10. Hàm số $F(x) = 2x^3 - 2x + 1$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A $f(x)=6x^2-2$.

B $f(x)=\dfrac{1}{2}x^4-x^2+x$.

C $f(x)=\dfrac{1}{2}x^4-x^2+x+C$.

D $f(x)=6x^2-2+C$.

Câu 11. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\int x^{\frac{4}{3}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}+C$. **B** $\int x^{\frac{4}{3}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}+C$. **C** $\int x^{\frac{4}{3}}\,\mathrm{d}x=3x^{\frac{1}{3}}+C$. **D** $\int x^{\frac{4}{3}}\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}+C$.

Câu 12. $\int (2x)^{\sqrt{2}}\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{(2x)^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1}+C$. **B** $\dfrac{2^{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{2}+1}+C$. **C** $\dfrac{(2x)^{\sqrt{2}}}{\ln(2x)}+C$. **D** $(2x)^{\sqrt{2}}+C$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-1)^2$?

A $F(x)=x^3-x^2+x+C$.

B $F(x)=x^3+x^2+x+C$.

C $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-x^2+x+C$.

D $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+x^2+x+C$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^4+2}{x^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$.

B $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2}{x}+C$.

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+\dfrac{2}{x^2}+C$.

D $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$.

Câu 15. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}+1$.

A $F(x)=\ln x+x+C$.

B $F(x)=\ln|x|+x+C$.

C $F(x)=-\dfrac{1}{x^2}+x+C$.

D $F(x)=\ln|x|+C$.

Câu 16. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A $2\sqrt{x}+\ln x+C$. **B** $2\sqrt{x}-\ln x+C$. **C** $4\sqrt{x}+\ln x+C$. **D** $4\sqrt{x}-\ln x+C$.

Câu 17. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\int 3^{2x}\,\mathrm{d}x=\dfrac{3^{2x}}{\ln 3}+C$.

B $\int 3^{2x}\,\mathrm{d}x=\dfrac{9^x}{\ln 9}+C$.

C $\int 3^{2x}\,\mathrm{d}x=3^{2x}\cdot\ln 3+C$.

D $\int 3^{2x}\,\mathrm{d}x=9^x\cdot\ln 9+C$.

Câu 18. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A $\int e^{-3x}\,\mathrm{d}x=e^{-3x}+C$.

B $\int e^{-3x}\,\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}e^{-3x}+C$.

C $\int e^{-3x}\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}e^{-3x}+C$.

D $\int e^{-3x}\,\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}e^{-3x}$.

Câu 19. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int e^x\,\mathrm{d}x=xe^x+C$. **B** $\int e^x\,\mathrm{d}x=e^{x+1}+C$. **C** $\int e^x\,\mathrm{d}x=-e^{x+1}+C$. **D** $\int e^x\,\mathrm{d}x=e^x+C$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=1+e^{2x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+\frac{1}{2}e^{x}+C.$ B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+2e^{2x}+C.$

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+\frac{1}{2}e^{2x}+C.$ D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x+e^{2x}+C.$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)=e^{x}+2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^{x-2}+C.$ B $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^{x}+2x+C.$

C $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^{x}+C.$ D $\int f(x)\,\mathrm{d}x = e^{x}-2x+C.$

Câu 22. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{3x}$.

A $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{3x}+C.$ B $\int f(x)\mathrm{d}x = 3\mathrm{e}^{3x}+C.$

C $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+C.$ D $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{e}^{3x+1}}{3x+1}+C.$

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^{-2025x}+C$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $f(x)=\frac{\mathrm{e}^{-2025x}}{2025}.$ B $f(x)=-2025\mathrm{e}^{-2025x}.$ C $f(x)=2025\mathrm{e}^{-2025x}.$ D $f(x)=\frac{\mathrm{e}^{-2025x}}{-2025}.$

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{-3x+1}$ là

A $3\mathrm{e}^{-3x+1}+C.$ B $-3\mathrm{e}^{-3x+1}+C.$ C $-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-3x+1}+C.$ D $\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-3x+1}+C.$

Câu 25. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x = \frac{5^{2x+1}}{2x+1}+C.$ B $\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x = \frac{5^{2x}}{\ln 5}+C.$

C $\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x = \frac{5^{x}}{\ln 25}+C.$ D $\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x = \frac{5^{2x}}{\ln 25}+C.$

Câu 26. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^{x}$.

A $\int 7^{x}\,\mathrm{d}x = \frac{7^{x}}{\ln 7}+C.$ B $\int 7^{x}\,\mathrm{d}x = 7^{x+1}+C.$ C $\int 7^{x}\,\mathrm{d}x = \frac{7^{x+1}}{x+1}+C.$ D $\int 7^{x}\,\mathrm{d}x = 7^{x}\ln 7+C.$

Câu 27. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^{x}$ là

A $\int 2^{x}\,\mathrm{d}x = \ln 2\cdot 2^{x}+C.$ B $\int 2^{x}\,\mathrm{d}x = 2^{x}+C.$

C $\int 2^{x}\,\mathrm{d}x = \frac{2^{x}}{\ln 2}+C.$ D $\int 2^{x}\,\mathrm{d}x = \frac{2^{x}}{x+1}\ln 7+C.$

Câu 28. Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^{-x}$ là

A $-\frac{3^{-x}}{\ln 3}+C.$ B $-3^{-x}+C.$ C $-3^{-x}\ln 3+C.$ D $\frac{3^{-x}}{\ln 3}+C.$

Câu 29. Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x)=\cos x$?

A $f(x)=\sin x.$ B $f(x)=-\sin x.$ C $f(x)=-\cos x.$ D $f(x)=\cos x.$

Câu 30. Hàm số $F(x)=\cot x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?

A $f_2(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **B** $f_1(x)=-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **C** $f_4(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **D** $f_3(x)=-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=1+\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\cos x+C$. **B** $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\sin x+C$.

C $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\cos x+C$. **D** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+C$.

Câu 32. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos^2\dfrac{x}{2}$

A $F(x)=2\cos\dfrac{x}{2}+C$. **B** $F(x)=\dfrac{1}{2}(1+\sin x)+C$.

C $F(x)=2\sin\dfrac{x}{2}+C$. **D** $F(x)=\dfrac{1}{2}(1-\sin x)+C$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)=1-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\tan x+C$. **B** $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\cot x+C$.

C $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\tan x+C$. **D** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\cot x+C$.

Câu 34. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A $\int \cos\dfrac{x}{2}\sin\dfrac{x}{2}dx=\dfrac{1}{2}\sin x+C$. **B** $\int \cos\dfrac{x}{2}\sin\dfrac{x}{2}dx=\dfrac{1}{2}\cos x+C$.

C $\int \cos\dfrac{x}{2}\sin\dfrac{x}{2}dx=-\dfrac{1}{2}\sin x+C$. **D** $\int \cos\dfrac{x}{2}\sin\dfrac{x}{2}dx=-\dfrac{1}{2}\cos x+C$.

Câu 35. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=(\tan x+\cot x)^2$ là

A $2x+\tan x-\cot x+C$. **B** $2x+\tan x+\cot x+C$.

C $\tan x-\cot x+C$. **D** $\tan x+\cot x+C$.

Câu 36. $\int\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^2\mathrm{d}x$ bằng

A $x-\cos x+C$. **B** $\left(-\cos\dfrac{x}{2}+\sin\dfrac{x}{2}\right)^2$. **C** $\dfrac{1}{3}\left(\sin\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}\right)^3$. **D** $x+\cos x+C$.

Câu 37. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin x$ là

A $\dfrac{x^2}{2}-\cos x+C$. **B** $\dfrac{x^2}{2}+\cos x+C$. **C** $x^2-\cos x+C$. **D** $x^2+\cos x+C$.

Câu 38. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

A $\sin x+3x^2+C$. **B** $-\sin x+3x^2+C$. **C** $\sin x+6x^2+C$. **D** $-\sin x+C$.

Câu 39. Tính $\int(x-\sin x)\mathrm{d}x$.

A $\dfrac{x^2}{2}+\sin x+C$. **B** $\dfrac{x^2}{2}-\cos x+C$. **C** $\dfrac{x^2}{2}-\sin x+C$. **D** $\dfrac{x^2}{2}+\cos x+C$.

Câu 40. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}+\sin x$ là

A $\ln x-\cos x+C$. **B** $-\dfrac{1}{x^2}-\cos x+C$. **C** $\ln|x|+\cos x+C$. **D** $\ln|x|-\cos x+C$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 41. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\cos x$ là

A $2x-\sin x+C$. B $x^3+\sin x+C$. C $\frac{1}{3}x^3+\sin x+C$. D $\frac{1}{3}x^3-\sin x+C$.

Câu 42. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3^x+\frac{1}{x}$.

A $\frac{x^3}{3}-3^x+\frac{1}{x^2}+C$. B $\frac{x^3}{3}-\frac{3^x}{\ln 3}-\ln|x|+C$.

C $\frac{x^3}{3}-\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{1}{x^2}+C$. D $\frac{x^3}{3}-\frac{3^x}{\ln 3}+\ln|x|+C$.

Câu 43. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}\left(1+\frac{x}{\cos^2 x}\right)$ trên tập hợp $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là

A $-\frac{1}{x^2}-\tan x+C$. B $\ln x-\tan x+C$. C $\ln x+\tan x+C$. D $-\frac{1}{x^2}+\tan x+C$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $f'(x)=2x-3e^x, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=5$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $f(x)=2x+3e^x+2$. B $f(x)=x^2+3e^x+2$. C $f(x)=2x-3e^x+8$. D $f(x)=x^2-3e^x+8$.

Câu 45. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x\sqrt{x}$ trên $(0;+\infty)$ và $F(1)=5$. Giá trị của $F(4)$ bằng

A 70. B 35. C 67. D 69.

Câu 46. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x$ và $F(1)=\frac{1}{\ln 2}$. Giá trị của $F\left(\frac{3}{2}\right)\cdot\ln 2$ bằng

A 3. B 7. C 5. D 9.

Câu 47. Biết $F(x)=\int \sin x\,dx$ và $F(0)=1$ khi đó

A $F(x)=\cos x$. B $F(x)=2-\cos x$. C $F(x)=1-\cos x$. D $F(x)=-\cos x$.

Câu 48. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2^x$, biết $F(0)=2$.

A $F(x)=2^x+1$. B $F(x)=\frac{2^x}{\ln 2}+2+\frac{1}{2^x\cdot 2}$.

C $F(x)=2^x+2$. D $F(x)=\frac{2^x}{\ln 2}+2-\frac{1}{\ln 2}$.

Câu 49. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục và có một nguyên hàm lần lượt là $F(x)=x+2$, $G(x)=x^2+2025$. Tìm một nguyên hàm $H(x)$ của hàm số $h(x)=f(x)\cdot g(x)$, biết $H(1)=3$.

A $H(x)=x^2+2$. B $H(x)=x^2+5$. C $H(x)=x^3+1$. D $H(x)=x^3+3$.

Câu 50. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ và $F(0)=0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

A 2. B 6. C 8. D 4.

Câu 51. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=2^x+x+1$. Biết $F(0)=1$. Giá trị của $F(-1)$ bằng

A $F(-1)=\frac{1}{2\ln 2}$. B $F(-1)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\ln 2}$. C $F(-1)=1+\frac{1}{2\ln 2}$. D $F(-1)=\frac{1}{2}-\frac{1}{\ln 2}$.

Câu 52. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thoả mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$.

A $F(x)=-\cos x+\sin x+3$. B $F(x)=-\cos x+\sin x-1$.

C $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$. **D** $F(x) = \cos x - \sin x + 3$.

Câu 53. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \dfrac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A $F(x) = e^x + x^2 + \dfrac{1}{2}$. **B** $F(x) = e^x + x^2 + \dfrac{5}{2}$. **C** $F(x) = e^x + x^2 + \dfrac{3}{2}$. **D** $F(x) = e^x + x^2 - \dfrac{1}{2}$.

Câu 54. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{khi} \quad x \geq 1 \\ 3x^2 - 2 & \text{khi} \quad x < 1 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng

A 9. **B** 15. **C** 11. **D** 6.

Câu 55. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A -3. **B** 1. **C** 2. **D** 7.

Câu 56. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $f(x) = 3x - 5\cos x + 15$. **B** $f(x) = 3x - 5\cos x + 2$.

C $f(x) = 3x + 5\cos x + 5$. **D** $f(x) = 3x + 5\cos x + 2$.

Câu 57. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \dfrac{b}{x^3}$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

A $-\dfrac{3}{2}$. **B** 0. **C** 5. **D** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 58. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \dfrac{b}{x^2} \quad (x \neq 0)$, biết rằng $F(-1) = 1$, $F(1) = 4$, $f(1) = 0$.

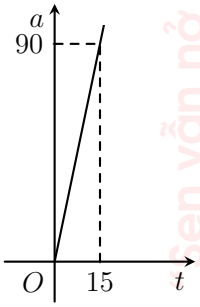
A $F(x) = \dfrac{3}{2}x^2 + \dfrac{3}{4x} - \dfrac{7}{4}$. **B** $F(x) = \dfrac{3}{4}x^2 - \dfrac{3}{2x} - \dfrac{7}{4}$.

C $F(x) = \dfrac{3}{4}x^2 + \dfrac{3}{2x} + \dfrac{7}{4}$. **D** $F(x) = \dfrac{3}{2}x^2 - \dfrac{3}{2x} - \dfrac{1}{2}$.

Câu 59. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \dfrac{x+1}{x^2}$, $f(-2) = \dfrac{3}{2}$ và $f(2) = 2\ln 2 - \dfrac{3}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(4)$ bằng

A $\dfrac{6\ln 2 - 3}{4}$. **B** $\dfrac{6\ln 2 + 3}{4}$. **C** $\dfrac{8\ln 2 + 3}{4}$. **D** $\dfrac{8\ln 2 - 3}{4}$.

Câu 60. Một máy bay đang chuyển động thẳng đều trên mặt đất với tốc độ $v = 3$ m/s thì bắt đầu tăng tốc với độ biến thiên vận tốc là hàm số $a(t)$ có đồ thị hàm số là đường thẳng như hình bên. Sau 15 giây tăng tốc thì máy bay đạt đến vận tốc đủ lớn để phóng khỏi mặt đất. Hãy tính vận tốc khi máy bay bắt đầu rời khỏi mặt đất.



A 876 m/s. **B** 687 m/s. **C** 768 m/s. **D** 678 m/s.

Câu 61. Một viên đạn được bắn lên trời với vận tốc là 72 m/s bắt đầu từ độ cao 2 m. Chiều cao của viên đạn sau thời gian 5 giây kể từ lúc bắn là, cho biết gia tốc trọng trường là $a(t) = -9{,}8$ m/s^2.

A 239,5 m. **B** 25 m. **C** 237,5 m. **D** 117 m.

Sen vẫn nở trong bùn, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân.

2 Tích phân

Câu 1. Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$; a và b là các hằng số. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A $\displaystyle\int_a^a f(x)\,\mathrm{d}x = 0.$

B $\displaystyle\int_a^b f(x)\cdot g(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \cdot \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x.$

C $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(y)\,\mathrm{d}y.$

D $\displaystyle\int_a^b [f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x - \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x.$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=3$, $f(5)=2$. Giá trị của $\displaystyle\int_2^5 f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A -1. B 1. C 5. D 6.

Câu 3. Nếu hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\displaystyle\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 6$ và $\displaystyle\int_1^5 f(x)\,\mathrm{d}x = 20$ thì giá trị của $\displaystyle\int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A -14. B 26. C 14. D 28.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Nếu $\displaystyle\int_{-1}^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ thì giá trị của $\displaystyle\int_{-1}^4 [4-3f(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A -2. B 14. C 5. D -4.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[2;3]$, $f(2)=3$ và $f(3)=6$. Tính $I = \displaystyle\int_2^3 2f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A $I=-6$. B $I=-3$. C $I=6$. D $I=3$.

Câu 6. Giá trị của $\displaystyle\int_1^4 \frac{x+1}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ bằng

A 12. B 6. C $\dfrac{20}{3}$. D $\dfrac{28}{3}$.

Câu 7. Giá trị của $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(2\sin x + \frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A $2\sqrt{3}-1$. B $2\sqrt{3}$. C $2+\sqrt{3}$. D $1+\sqrt{3}$.

Câu 8. Giá trị của $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cot^2 x\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\pi}{3}$. B $\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\pi}{6}$. C $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\pi}{6}$. D $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\pi}{3}$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Hàng top sự nghiệp

Câu 9. Cho $\int\limits_a^3 (2x+3)\,\mathrm{d}x = 14$. Tính tổng các giá trị của a.

A 0. **B** 1. **C** -3. **D** -1.

Câu 10. Tìm các hằng số a và b để hàm số $f(x) = a\sin \pi x + b$ thỏa mãn các điều kiện $f(1) = 2$ và $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 4$.

A $a = \dfrac{\pi}{2}$, $b = 2$. **B** $a = -\dfrac{\pi}{2}$, $b = -2$. **C** $a = \pi$, $b = 2$. **D** $a = \pi$, $b = -2$.

Câu 11. Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và thỏa mãn $\int\limits_0^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = 7$, $\int\limits_2^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Tính giá trị của $P = \int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_6^{10} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A 4. **B** -4. **C** 10. **D** 7.

Câu 12. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_0^2 g(x)\,\mathrm{d}x = 7$, khi đó $\int\limits_0^2 [f(x)+3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 10. **B** -18. **C** 24. **D** 16.

Câu 13. Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn $\int\limits_1^3 [f(x)+3g(x)]\,\mathrm{d}x = 10$ và $\int\limits_1^3 [2f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = 6$. Tính $\int\limits_1^3 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$.

A 9. **B** 6. **C** 8. **D** 7.

Câu 14. Nếu $\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_a^b g(x)\,\mathrm{d}x = 3$ thì $\int\limits_a^b [5f(x) - 2g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A 4. **B** 11. **C** 8. **D** 16.

Câu 15. Cho $\int\limits_{-1}^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_{-1}^2 g(x)\,\mathrm{d}x = -1$, khi đó $\int\limits_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)]\,\mathrm{d}x$ bằng

A $\dfrac{17}{2}$. **B** $\dfrac{7}{2}$. **C** $\dfrac{5}{2}$. **D** $\dfrac{11}{2}$.

Câu 16. Nếu $\int\limits_0^2 \left[f^2(x) - 3f(x) + 4\right]\,\mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_0^2 [f(x)-1]^2\,\mathrm{d}x = 14$ thì $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 16 . **B** -16 . **C** 10 . **D** 10.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 17. Biết rằng $\displaystyle\int_0^1 \frac{2\mathrm{e}^{2x}+3}{\mathrm{e}^x}\,\mathrm{d}x = \frac{m\cdot\mathrm{e}^2+n\cdot\mathrm{e}+p}{\mathrm{e}}$ (với $m,n,p\in\mathbb{Z}$). Khi đó $m+2n-p$ bằng

A 2. B 6. C 1. D 7.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x & \text{khi } x\geqslant 1\\ 1 & \text{khi } x<1\end{cases}$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A $I=\dfrac{3}{2}$. B $I=4$. C $I=2$. D $I=\dfrac{5}{2}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2+2 & \text{khi } x\leq 1\\ 8x-3 & \text{khi } x>1.\end{cases}$ Khi đó giá trị của $\displaystyle\int_{-2}^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 0. B 24. C -12. D -6.

Câu 20. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^2 \left|x^2-x\right|\,\mathrm{d}x$.

A $I=1$. B $I=\dfrac{2}{3}$. C $I=\dfrac{3}{4}$. D $I=\dfrac{1}{6}$.

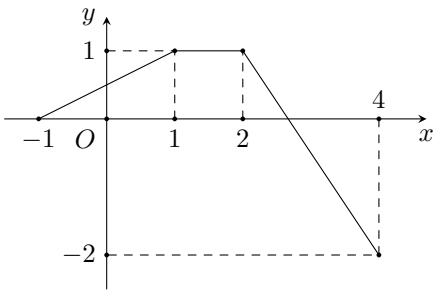
Câu 21. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{-1}^2 x|x-1|\,\mathrm{d}x$.

A $I=\dfrac{1}{2}$. B $I=\dfrac{2}{3}$. C $I=\dfrac{3}{2}$. D $I=\dfrac{1}{6}$.

Câu 22. Giá trị của $\displaystyle\int_1^4 (|x-2|+|x-3|)\,\mathrm{d}x$ bằng

A 3. B 6. C 5. D 7.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường gấp khúc như hình vẽ sau.

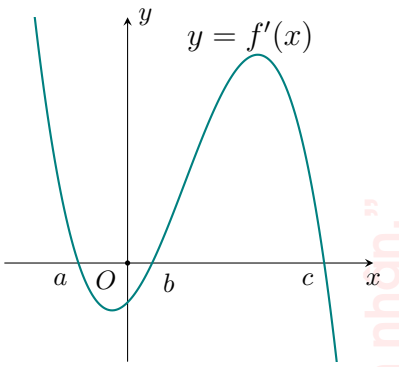


Giá trị của tích phân $I=\displaystyle\int_{-1}^4 [2f(x)+3]\,\mathrm{d}x$ bằng

A 21. B 17. C $\dfrac{67}{3}$. D 8.

Câu 24.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A $f(c) > f(a) > f(b)$. **B** $f(c) > f(b) > f(a)$.

C $f(a) > f(b) > f(c)$. **D** $f(b) > f(a) > f(c)$.

Câu 25. Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{2}t^3 + 18t^2$, với t giây là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s mét là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng 10 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được là bao nhiêu?

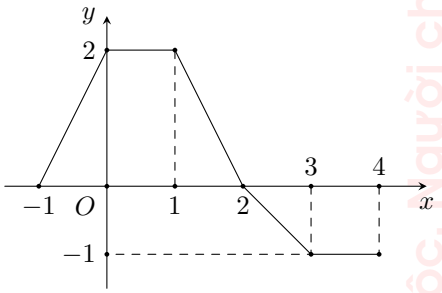
A 216 m/s. **B** 54 m/s. **C** 400 m/s. **D** 210 m/s.

Câu 26. Một ô tô đang chuyển động thẳng đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái xe phải hãm phanh. Kể từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a$ m/s^2 ($a > 0$). Ô tô đi được thêm 20 m thì dừng hẳn. Giá trị của a thuộc khoảng nào sau đây?

A $(4;5)$. **B** $(3;4)$. **C** $(6;7)$. **D** $(5;6)$.

Câu 27.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1;4]$ và có đồ thị là đường gấp khúc như hình vẽ bên. Tính tích phân $I = \int_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x$.



A $I = 1$. **B** $I = \frac{5}{2}$.

C $I = \frac{11}{2}$. **D** $I = 4$.

Câu 28. Một chất điểm chuyển động với vận tốc $v_0 = 15$ m/s thì thay đổi vận tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t$ m/s^2. Tính quãng đường mà chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc tăng tốc.

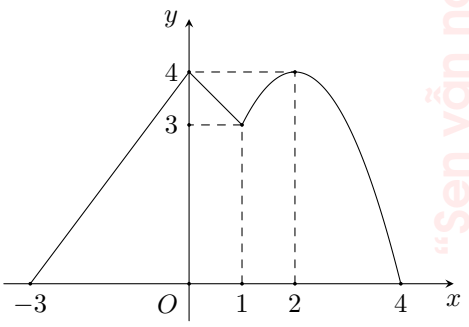
A 69,75 m. **B** 70,25 m. **C** 68,25 m. **D** 67,25 m.

Câu 29. Một chiếc ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t$ (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi ô tô đạt vận tốc lớn nhất là

A 18 m. **B** 20 m. **C** $\frac{27}{7}$ m. **D** 9 m.

Câu 30.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;4]$ như hình vẽ bên (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Tính tích phân $I = \int_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.



A $I = \frac{97}{6}$. **B** $I = \frac{53}{3}$.

C $I = \frac{95}{6}$. **D** $I = \frac{43}{2}$.

Câu 31. Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

"Sen vẫn nở trong dòng nước đục, người chuyên cần sẽ thành nhân."

luật $v(t)=\frac{1}{120}t^2+\frac{58}{45}t(\text{m/s})$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng $a\,(\text{m/s}^2)$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A $21(\text{m/s})$. **B** $25(\text{m/s})$. **C** $36(\text{m/s})$. **D** $30(\text{m/s})$.

Câu 32. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t)=16-4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

A 33. **B** 12. **C** 32. **D** 22.

Câu 33. Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t)=t^2+10t(\text{m/s})$ với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc $200(\text{m/s})$ thì rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

A $\frac{2500}{3}(\text{m})$. **B** $2000(m)$. **C** $500(m)$. **D** $\frac{4000}{3}(m)$.

3 Ứng dụng hình học của tích phân

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b(a<b)$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A $V=\pi\int\limits_a^b[f(x)]^2\mathrm{d}x$. **B** $V=2\pi\int\limits_a^b[f(x)]^2\mathrm{d}x$. **C** $V=\pi^2\int\limits_a^b[f(x)]^2\mathrm{d}x$. **D** $V=\pi^2\int\limits_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[1;3]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=1$, $x=3$ là

A $S=\int\limits_1^3|f(x)|\,\mathrm{d}x$. **B** $S=\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$. **C** $S=-\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$. **D** $S=\int\limits_3^1|f(x)|\,\mathrm{d}x$.

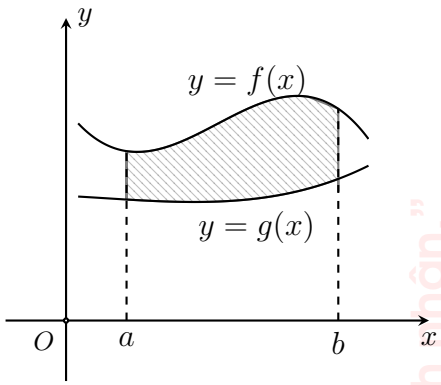
Câu 3. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$ quanh trục hoành là

A $V=\int\limits_{-1}^2(x+1)^2\,\mathrm{d}x$. **B** $V=\pi\int\limits_{-1}^2(x+1)^2\,\mathrm{d}x$. **C** $V=\int\limits_{-1}^2|x+1|\,\mathrm{d}x$. **D** $V=\pi\int\limits_{-1}^2|x+1|\,\mathrm{d}x$.

Câu 4. Cho các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đồ thị như hình vẽ. Xét khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay đó được tính bởi công thức nào dưới đây?

A $V=\pi\displaystyle\int_a^b \left[g^2(x)-f^2(x)\right]\,\mathrm{d}x$. **B** $V=\pi\displaystyle\int_a^b [f(x)-g(x)]^2\,\mathrm{d}x$.

C $V=\pi\displaystyle\int_a^b \left[f^2(x)-g^2(x)\right]\,\mathrm{d}x$. **D** $V=\displaystyle\int_a^b \left[f^2(x)-g^2(x)\right]\,\mathrm{d}x$.



Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=\mathrm{e}^x$, $y=-5$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=4$ bằng

A $S=\displaystyle\int_0^4 (\mathrm{e}^x+5)\,\mathrm{d}x$. **B** $S=\displaystyle\int_0^4 (\mathrm{e}^x-5)\,\mathrm{d}x$. **C** $S=\pi\displaystyle\int_0^4 (\mathrm{e}^x+5)\,\mathrm{d}x$. **D** $S=\pi\displaystyle\int_0^4 (\mathrm{e}^x+5)^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x=0$, $x=\pi$, đồ thị hàm số $y=\cos x$ và trục Ox là

A $S=\displaystyle\int_0^\pi \cos x\,\mathrm{d}x$. **B** $S=\displaystyle\int_0^\pi \cos^2 x\,\mathrm{d}x$. **C** $S=\displaystyle\int_0^\pi |\cos x|\,\mathrm{d}x$. **D** $S=\pi\displaystyle\int_0^\pi |\cos x|\,\mathrm{d}x$.

Câu 7. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ quay quanh Ox. Phát biểu nào sau đây là đúng?

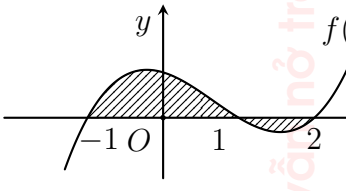
A $V=\pi\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$. **B** $V=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. **C** $V=\pi\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$. **D** $V=\displaystyle\int_0^2 \mathrm{e}^{2x}\,\mathrm{d}x$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ được xác định theo công thức là

A $S=\pi\displaystyle\int_0^2 2^x\,\mathrm{d}x$. **B** $S=\displaystyle\int_0^2 2^x\,\mathrm{d}x$. **C** $S=\pi\displaystyle\int_0^2 2^{2x}\,\mathrm{d}x$. **D** $S=\displaystyle\int_0^2 4^x\,\mathrm{d}x$.

Câu 9. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\cos x$, đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$ và trục Ox khi quay quanh trục hoành tạo nên là

A $V=\pi\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,\mathrm{d}x$. **B** $V=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,\mathrm{d}x$. **C** $V=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,\mathrm{d}x$. **D** $V=\pi\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,\mathrm{d}x$.



Câu 10. Gọi S là diện tích hình phẳng được tô đậm trong *Hình 3*. Công thức tính S là

Hình 3

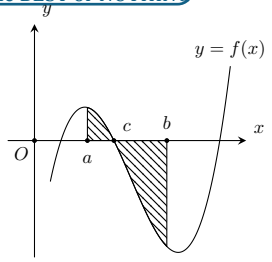
A $S=\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **B** $S=\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C $S=\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$. **D** $S=-\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 11.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọng. Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ có đồ thị như hình vẽ, $c\in[a;b]$. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và các đường thẳng $y=0$, $x=a$, $x=b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A $S=\displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x-\int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

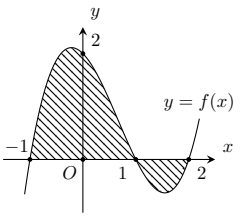
B $S=\displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x+\int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$.

C $S=\displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

D $S=\displaystyle\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$.

Câu 12.

Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Diện tích S của hình phẳng được gạch chéo trong hình là



A $S=\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x-\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

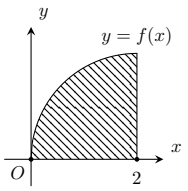
B $S=\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

C $S=\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

D $S=-\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 13.

Giả sử $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[0;+\infty)$ và diện tích hình phẳng được kẻ sọc trong hình bên bằng 3. Tích phân $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng



A $\dfrac{4}{3}$.

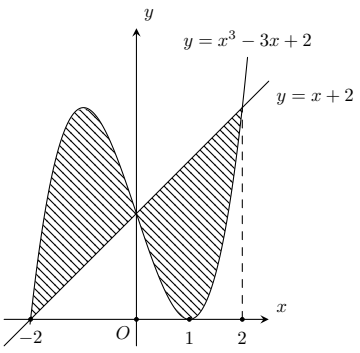
B 2.

C $\dfrac{3}{2}$.

D 3.

Câu 14.

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A $\displaystyle\int_{-2}^{2}(x^3-4x)\,\mathrm{d}x$.

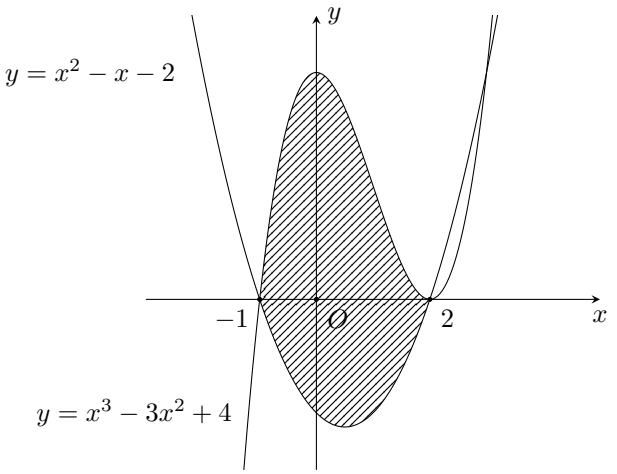
B $\displaystyle\int_{-2}^{0}(x^3-4x)\,\mathrm{d}x-\int_0^2(x^3-4x)\,\mathrm{d}x$.

C $\displaystyle\int_{-2}^{2}(x^3-4x)\,\mathrm{d}x-\int_0^2(4x-x^3)\,\mathrm{d}x$.

D $\displaystyle\int_{-2}^{2}(-x^3+4x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 15.

Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



A $\displaystyle\int_{-1}^{2}(-x^3-4x^2+x+6)\,\mathrm{d}x$.

B $\displaystyle\int_{-1}^{2}(-x^3+4x^2-x-6)\,\mathrm{d}x$.

C $\displaystyle\int_{-1}^{2}(x^3-4x^2-x+6)\,\mathrm{d}x$.

D $\displaystyle\int_{-1}^{2}(x^3-4x^2+x+6)\,\mathrm{d}x$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – The BEST or NOTHING – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự kiện

Câu 16. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 3$ bằng

A $\frac{27}{4}$. **B** $\frac{11}{4}$. **C** $\frac{75}{4}$. **D** 12.

Câu 17. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = \frac{\pi}{6}$, $x = \frac{\pi}{3}$ bằng

A $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$. **B** $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. **C** $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **D** $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$ và trục hoành quanh trục hoành bằng

A $\frac{4}{3}$. **B** $\frac{4\pi}{3}$. **C** $\frac{16}{15}$. **D** $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 19. Cho một vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x = -1$ và $x = 1$. Một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x $(-1 \le x \le 1)$ cắt vật thể đó theo một mặt cắt là hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{1-x^4}$. Thể tích của vật thể đó bằng

A $\frac{4}{5}$. **B** $\frac{4\pi}{5}$. **C** $\frac{8}{5}$. **D** $\frac{8\pi}{5}$.

Câu 20. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \mathrm{e}^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = a$ $(a > 0)$. Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \mathrm{e}^x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = b$ $(b > 0)$. Biết $S_2 = 5S_1 + 4$, khi đó $b - a$ bằng

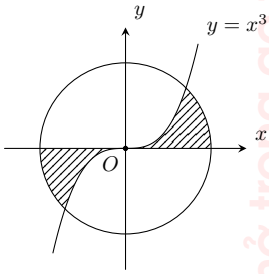
A $\ln 5$. **B** $-\ln 5$. **C** 5. **D** -5.

Câu 21. Vi khuẩn *E. coli* sống chủ yếu ở đường ruột và có số lượng lớn nhất trong hệ vi sinh vật của cơ thể. Một quần thể vi khuẩn *E. coli* được quan sát trong điều kiện thích hợp, có tốc độ sinh sản được cho bằng hàm số $f(t) = 480.2^t.\ln 2$. Trong đó t tính bằng giờ $(t > 0)$, $f(t)$ tính bằng cá thể/giờ (*Nguồn: R.Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage*). Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể. Hàm số biểu thị cá thể theo thời gian t là

A $F(t) = 480.2^t + \ln 2$. **B** $F(t) = 480.2^t$. **C** $F(t) = 480.\frac{2^t}{\ln 2}$. **D** $F(t) = 480.\frac{2^t}{\ln 2} + C$.

Câu 22.

Cho đồ thị hàm số $y = x^3$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 2$. Tính diện tích hình phẳng được tô đậm trên hình vẽ.



A $\frac{\pi+2}{4}$. **B** $\frac{\pi-1}{4}$. **C** $\frac{\pi-1}{2}$. **D** $\frac{\pi+1}{2}$.

Câu 23. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = x$ bằng

A $\frac{9}{2}$. **B** 13. **C** 1. **D** $\frac{45}{2}$.

Câu 24. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = \frac{8}{x}$ và $x = 3$ là

A $S = \frac{19}{3} - 8\ln\frac{3}{2}$. **B** $S = 5 + 8\ln\frac{2}{3}$. **C** $S = 3$. **D** $S = \frac{14}{3}$.

Câu 25. Thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \cos x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ quanh trục Ox là

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọng, Người luyện chữ sẽ thành nhà"

A $V=\pi^2$. **B** $V=\dfrac{\pi}{2}$. **C** $V=\dfrac{\pi^2}{2}$. **D** $V=2\pi^2$.

Câu 26. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=x^3-1$ và đường thẳng $y=3x+1$.

A $S=21$. **B** $S=\dfrac{39}{2}$. **C** $S=\dfrac{121}{3}$. **D** $S=\dfrac{27}{4}$.

Câu 27. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\mathrm{e}^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo ra khi quay (H) xung quanh trục Ox là

A $\pi\left(\mathrm{e}^2+1\right)$. **B** $\dfrac{\pi}{2}\left(\mathrm{e}^2-1\right)$. **C** $\pi\left(\mathrm{e}^2-1\right)$. **D** $\dfrac{\pi}{2}\left(\mathrm{e}^2+1\right)$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$. Gọi D_1 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Gọi D_2 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}f(x)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Quay các hình phẳng D_1, D_2 quanh trục Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A $V_1=3V_2$. **B** $V_2=9V_1$. **C** $V_1=9V_2$. **D** $V_2=3V_1$.

Câu 29. Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

A $\dfrac{2\pi}{3}$. **B** $\dfrac{3\pi}{2}$. **C** $\dfrac{3}{2}$. **D** 3π.

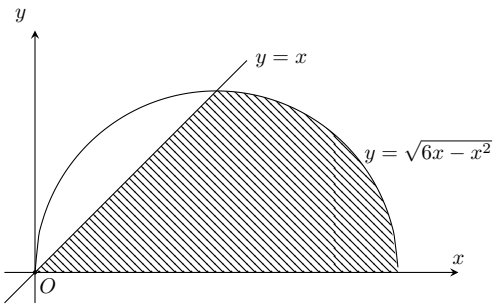
Câu 30. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và $y=0$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng đó khi quay nó quanh trục Ox.

A $\dfrac{19\pi}{15}$. **B** $\dfrac{18\pi}{15}$. **C** $\dfrac{16\pi}{15}$. **D** $\dfrac{17\pi}{15}$.

Câu 31. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox lần lượt tại các điểm có hoành độ bằng $x=0$ và $x=1$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\leqslant x\leqslant 1)$ thì được thiết diện là hình vuông có cạnh bằng $(x+1)$.

A $V=\dfrac{7}{3}$. **B** $V=\dfrac{3}{2}$. **C** $V=\dfrac{3\pi}{2}$. **D** $V=\dfrac{7\pi}{3}$.

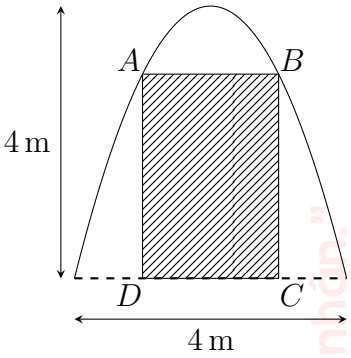
Câu 32. Thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục Ox bằng



A 24π. **B** 27π. **C** 25π. **D** 26π.

Câu 33.

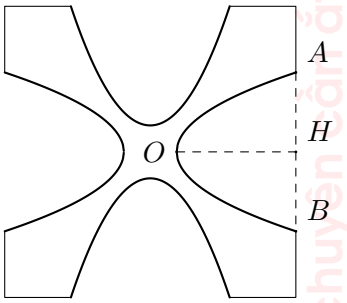
Trong đợt hội trại "Khi tôi 18" được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200 000 đồng cho một mét vuông bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?



A 900 000 (đồng). **B** 1 232 000 (đồng). **C** 902 000 (đồng). **D** 1 230 000 (đồng).

Câu 34.

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình vẽ. Biết $AB = 5$ cm, $OH = 4$ cm. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.



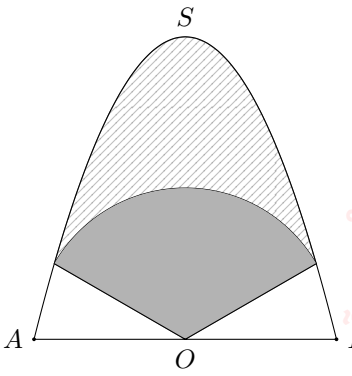
A $\frac{160}{3}$ cm^2. **B** $\frac{140}{3}$ cm^2. **C** $\frac{14}{3}$ cm^2. **D** 50 cm^2.

Câu 35. Một mảnh vườn hình dạng elip được chia thành 2 phần bởi một đoạn thẳng nối hai đỉnh liên tiếp của elip. Phần nhỏ hơn trồng cây con và phần lớn hơn trồng rau. Biết hình elip được mô phỏng bởi phương trình chính tắc $\frac{x^2}{2500} + \frac{y^2}{1600} = 1$, lợi nhuận thu được là 2000 mỗi m^2 trồng cây con và 4000 mỗi m^2 trồng rau. Hỏi thu nhập từ cả mảnh vườn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

A 31904000. **B** 23991000. **C** 10566000. **D** 17635000.

Câu 36.

Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh S như hình vẽ, biết $OS = AB = 4$ m, O là trung điểm AB. Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức chi phí:



- phần trên (phần kẻ sọc) giá 140 000 đồng/m^2;
- phần giữa (hình quạt tâm O bán kính 2 m được tô đậm) giá 150 000 đồng/m^2;
- phần còn lại giá 160 000 đồng/m^2.

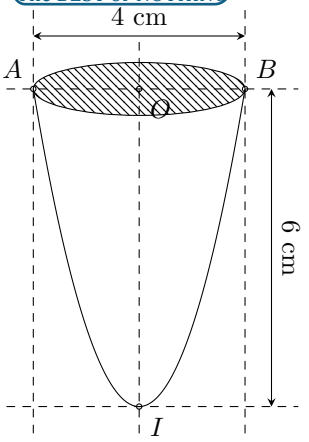
Tổng chi phí để sơn cả ba phần gần nhất với số nào sau đây?

A 1625000 đồng. **B** 1575000 đồng. **C** 1600000 đồng. **D** 1589000 đồng.

Câu 37.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọng, vẫn người chuyên cần sẽ thành nhân."

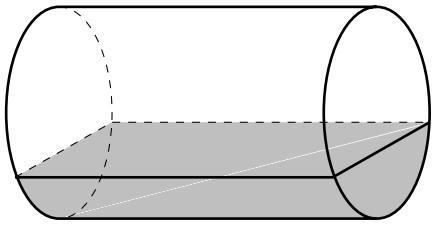
Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4 cm và chiều cao là 6 cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích V (cm^3) của vật thể đã cho.



A $V = 12\pi$. **B** $V = 12$. **C** $V = \dfrac{72}{5}\pi$. **D** $V = \dfrac{72}{5}$.

Câu 38.

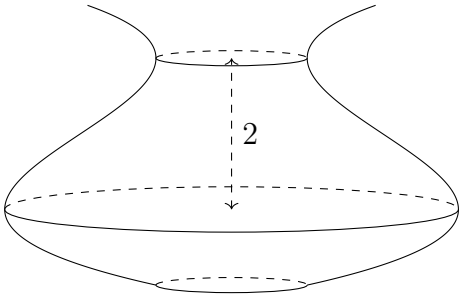
Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{0{,}5^2} + \dfrac{y^2}{0{,}4^2} = 1$, chiều dài (nằm trong của thùng) bằng 3 m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình vẽ bên). Biết chiều cao của dầu trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6 m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (kết quả được làm tròn đến phần trăm).



A $V = 1{,}42$ m^3. **B** $V = 1{,}31$ m^3. **C** $V = 1{,}27$ m^3. **D** $V = 1{,}52$ m^3.

Câu 39.

Một con quạ khát nước, nó tìm thấy một cái lọ có nước nhưng cổ lọ lại cao nó không thò mỏ uống được nên đã gắp từng viên bi (hình cầu) bỏ vào trong lọ để nước dâng lên. Hỏi con quạ cần bỏ vào lọ ít nhất bao nhiêu viên bi để có thể uống nước? Biết rằng viên bi có bán kính là $\dfrac{3}{4}$ (đvđd) và không thấm nước, cái lọ có hình dáng là một khối tròn xoay với đường sinh là đồ thị của một hàm bậc 3, mực nước ban đầu trong lọ ở vị trí mà mặt thoáng



tạo thành hình tròn có bán kính lớn nhất $R = 3$, mực nước mà quạ có thể uống được là vị trí mà hình tròn có bán kính nhỏ nhất $r = 1$ và khoảng cách giữa hai mặt này bằng 2, được minh họa ở hình vẽ trên.

A 15. **B** 16. **C** 17. **D** 18.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

1 Nguyên hàm

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x$ và $g(x) = 2\sin^2\dfrac{x}{2}$. Khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 2\sin x + C$.		
b) $\int g(x)\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$.		
c) $\int [f(x) + g(x)]\,\mathrm{d}x = x + \sin x + C$.		
d) $\int \dfrac{f(x)}{g(x) - 1}\,\mathrm{d}x = 2x + C$ (biết x thoả mãn $g(x) \neq 1$).		

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 3^x$. Khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3^x \ln 3 + C$.		
b) $\int [f(x) - \mathrm{e}^x]\,\mathrm{d}x = \dfrac{3^x}{\ln 3} - \mathrm{e}^x + C$.		
c) $\int f(x).\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = \dfrac{3^x \cdot \mathrm{e}^x}{1 + \ln 3} + C$.		
d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(\log_9 5) = \sqrt{5}$.		

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = |x - 1|$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Trên khoảng $(1; +\infty)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \dfrac{x^2}{2} - x + 2$.		
b) Trên khoảng $(-\infty; 1)$, một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $G(x) = \dfrac{x^2}{2} - x - 1$.		
c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(2) = 3$ thì $F(4) = 7$.		
d) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$ thì $F(-2) + F(4) = 4$.		

Câu 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x) \cdot g(x)$; biết rằng $F(1) = 3$, $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x + 4$ và $\int g(x)\,\mathrm{d}x = x^2 + 5$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $f(x) = \dfrac{x^2}{2} + 4x + C$.		
b) $g(x) = x$.		
c) $F(x) = x^2 + 2$.		
d) $F(0) = 5$.		

Câu 5. Gọi $F(x) = (ax^2 + bx + c)\,\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x - 1)^2\mathrm{e}^x$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $F'(1) = 0$.		
b) $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.		
c) $F'(x) = (ax^2 + bx + c)\,\mathrm{e}^x + 2(ax + b)\mathrm{e}^x = [ax^2 + (2a + b)x + b + c]\,\mathrm{e}^x$.		
d) Các hệ số a, b, c lần lượt là -1, -4, -5.		

Câu 6. Cho $G(x) = \dfrac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$. Biết $f(x)$ có đạo hàm xác định với mọi $x \neq 0$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $f(x) = x^3, \forall x \neq 0$.		
b) $G'(x) \cdot g(x) = xf(x), \forall x \neq 0$.		
c) $3G(x) = f(x), \forall x \neq 0$.		

"Sẻ chia là trồng cây hữu ích, Người chuyên cần sẽ thành thạo."

Phát biểu	Đúng	Sai
d) $\int \dfrac{x}{f(x)}\,\mathrm{d}x = -\dfrac{x^2}{f(x)} + C, \forall x \neq 0.$		

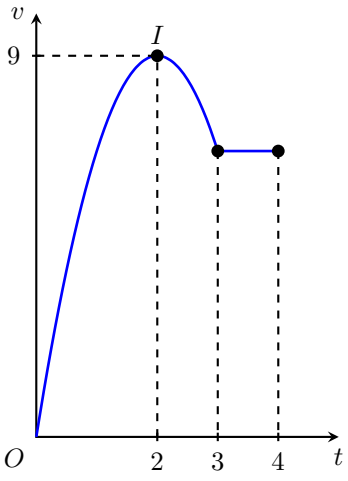
Câu 7. Một công ty có doanh thu cận biên ở mỗi mức sản lượng x được xác định dưới dạng hàm số $f(x) = \dfrac{24}{x+1}$ $(x > 0)$, với x là số lượng sản phẩm được bán ra.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Doanh thu cận biên của 5 sản phẩm được bán ra là 3.		
b) Có 3 số nguyên x sao cho $f(x) > 5$.		
c) Cho biết hàm tổng doanh thu $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$, khi đó ta có $F(x) = 12\ln\lvert x+1\rvert$.		
d) Khi 100 sản phẩm được bán ra thì tổng doanh thu sẽ là 110,76 (làm tròn đến hàng phần trăm).		

Câu 8. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Vận tốc di chuyển của xe trước khi đạp phanh là 20 m/s.		
b) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn là 5 giây.		
c) Công thức biểu diễn hàm số $s(t)$ là $s(t) = -5t^2 + 30t$.		
d) Quãng đường ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi ô tô dừng hẳn là 65 m.		

Câu 9. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



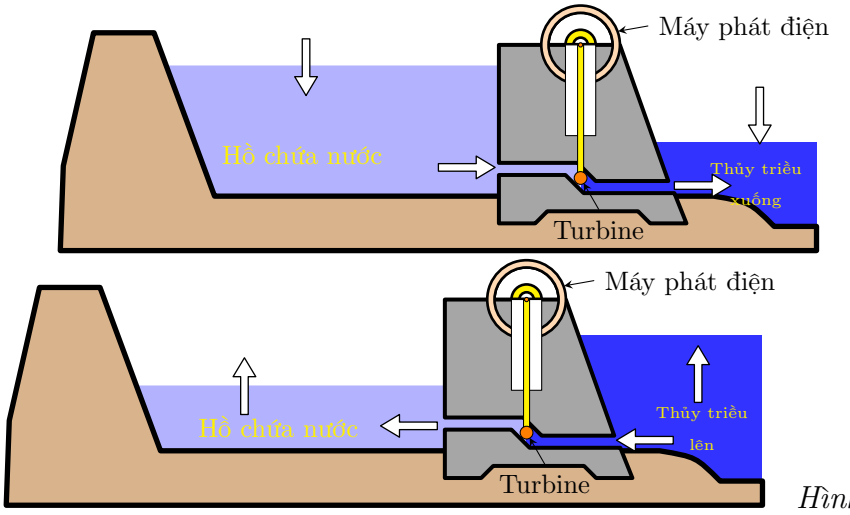
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ giờ là 9 km/h.		
b) Vận tốc của vật tăng dần từ 2 giờ đến 3 giờ.		
c) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ giờ là 7 km/h.		
d) Quãng đường S mà vật di chuyển được từ 3 giờ đến 4 giờ là 6 km.		

Câu 10. Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng trưởng của cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t *(Nguồn: A.Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016).*

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Thời gian sinh trưởng của cây kéo dài trong 10 tuần.		
b) Công thức xác định hàm số $h(t)$ với $(t \geq 0)$ là $h(t) = -\dfrac{0{,}1t^4}{4} + \dfrac{t^3}{3}$.		

Phát biểu	Đúng	Sai
c) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là khoảng 93,3 cm.		
d) Thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì cây cà chua đó sẽ cao khoảng 54,4 cm.		

Câu 11. Mực nước trong hồ chứa của một nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên *(Hình 2)*. Tốc độ thay đổi mực nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số $h'(t) = \dfrac{1}{216}(5t^2 - 120t + 480)$, trong đó t tính bằng giờ $(0 \leq t \leq 24)$, $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t = 0$, mực nước trong hồ chứa là 6 m *(Nguồn: A.Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016)*.



Hình 2

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Nguyên hàm của $h'(t)$ là $\dfrac{5}{648}t^3 - \dfrac{5}{18}t^2 + \dfrac{20}{9}t + C$.		
b) Công thức xác định hàm số $h(t)$ là $h(t) = \dfrac{5}{648}t^3 - \dfrac{5}{18}t^2 + \dfrac{20}{9}t + 5$.		
c) Mực nước trong hồ chứa cao nhất khoảng 12,1 m (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).		
d) Mực nước trong hồ chứa thấp nhất khoảng 0,9 m (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).		

Câu 12. Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày $(t \geqslant 0)$ kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = k.y(t)$ $(t \geqslant 0)$, trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t = 6$ (ngày); $t = 12$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = e^{g(t)}$ $(t \geqslant 0)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $g(t) = kt + C$ $(t \geqslant 0)$ với C là một hằng số xác định.		
b) $k = -\dfrac{\ln 2}{6}$.		
c) $C = 4\ln 2$.		
d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 21$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc lớn hơn $0,4$ mg/lít.		

"Sen vẫn vững vàng từ nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành tài."

2 Tích phân

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=3x^2-2x+5$ có đạo hàm $f'(x)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\int\limits_{-1}^{2} f'(x)\,\mathrm{d}x=3.$		
b) $\int\limits_{0}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=7.$		
c) $\int\limits_{0}^{2} 3f(x)\,\mathrm{d}x=42.$		
d) $\int\limits_{0}^{1} xf(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{31}{12}.$		

Câu 2. Cho hai hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x$ và $g(x)=2\mathrm{e}^x-3$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\int\limits_{0}^{\ln 2} g(x)\,\mathrm{d}x=2-3\ln 2.$		
b) $2\int\limits_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=3+\int\limits_{0}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x.$		
c) $\int\limits_{2}^{7} [2f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=-15.$		
d) Nếu $\int\limits_{0}^{1} f(x)\cdot g(x)\,\mathrm{d}x=a\cdot\mathrm{e}^2+b\cdot e+c$ (với a, b, c là các số nguyên) thì $a+b+c=0.$		

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=x\sin x$ có đạo hàm là $f'(x)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} 2f'(x)\,\mathrm{d}x=\pi.$		
b) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} [f'(x)-\sin x]\,\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{2}.$		
c) $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{f(x)}{\sin x}\,\mathrm{d}x=\dfrac{5\pi}{72}.$		
d) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{x^2}{[f(x)]^2}\,\mathrm{d}x=1.$		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIETSTAR – Đồng hành cùng tâm sự nghiệp

Câu 4. Trên khoảng $(0;+\infty)$, cho hàm số $f(x)=\dfrac{1-3\sqrt{x}}{x}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\displaystyle\int_1^4 f'(x)\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4}$.		
b) $\displaystyle\int_1^4 f(x)\,\mathrm{d}x=-6+\ln 4$.		
c) $\displaystyle\int_1^4 xf(x)\,\mathrm{d}x=11$.		
d) $\displaystyle\int_1^4 [f'(x)+2x\cdot f(x)]\,\mathrm{d}x=\frac{91}{4}$.		

Câu 5. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=2t$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a=-8$ (m/s^2) cho đến khi dừng hẳn.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.		
b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.		
c) Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.		
d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.		

Câu 6. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=2\cos t$ (m/s^2).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t)=2\sin t$(m/s).		
b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t=\dfrac{\pi}{2}$ là 1 m/s.		
c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t=0$ (s) đến thời điểm $t=\pi$ (s) là 4 m.		
d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t=\dfrac{\pi}{2}$ (s) đến thời điểm $t=\dfrac{3\pi}{4}$ (s) là 2 m.		

Câu 7.

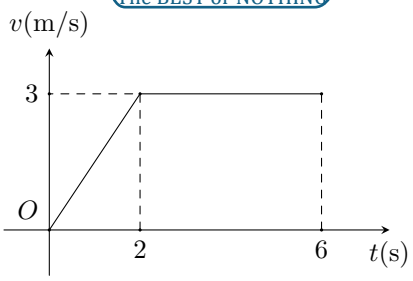
Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t)=4t^3-72t^2+288t$, trong đó t được tính bằng giờ $(0\le t\le 13)$, $Q'(t)$ tính bằng khách/ giờ (*Nguồn: R.Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage*). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t)=t^4-24t^3+144t^2$.		
b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.		
c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.		
d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t=6$.		

Câu 8.

"Sen vàn trong gió bước đi, Người đi chuyên nghiệp sẽ "thành thị"."

Hình bên là đồ thị vận tốc $v(t)$ của một vật ($t=0$ là thời điểm vật bắt đầu chuyển động).



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Công thức của hàm số $v(t)$ với $t\in[0;6]$ là $v(t)=\begin{cases}\frac{3}{2}t \text{ nếu } t\le 2\\ 3 \text{ nếu } 2<t\le 6\end{cases}$.		
b) Quãng đường vật đi được trong 2 giây đầu tiên là 3 m.		
c) Quãng đường vật đi được từ giây thứ 2 đến giây thứ 6 là 12 m.		
d) Vận tốc trung bình của vật trong 6 giây đầu tiên là 2 m/s.		

Câu 9. Một ôtô đang di chuyển với tốc độ 20(m/s) thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian t(giây) được tính theo công thức

$$v(t)=20-5t\,(0\le t\le 4).$$

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quãng đường xe di chuyển trong 2 giây đầu là 20 m.		
b) Tốc độ trung bình của xe trong 2 giây đầu là 10 (m/s).		
c) Quãng đường xe di chuyển từ khi hãm phanh đến khi dừng là 40 m.		
d) Tốc độ trung bình của xe trong khoảng thời gian từ khi hãm phanh đến khi dừng là 10 (m/s).		

Câu 10. Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ

$$v(t)=2t-0{,}03t^2\ (0\le t\le 10),$$

trong đó $v(t)$ tính theo m/s, thời gian t tính theo giây với $t=0$ là thời điểm xe xuất phát.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quãng đường xe đi được sau 5 giây là 23,75 (m).		
b) Tốc độ trung bình của xe trong khoảng thời gian từ $t=0$ đến $t=5$ là $\frac{19}{4}$ (m/s).		
c) Quãng đường xe đi được sau 10 giây là 90 (m).		
d) Tốc độ trung bình của xe trong khoảng thời gian từ $t=5$ đến $t=10$ là 9 (m/s).		

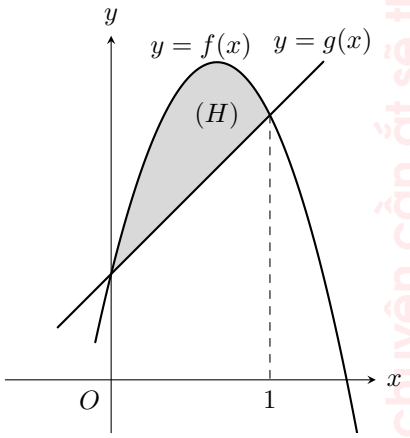
Câu 11. Tốc độ v (m/s) của một thang máy di chuyển từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức:

$$v(t)=\begin{cases}t & ;0\le t\le 2\\ 2 & ;2<t\le 20\\ 12-0{,}5t & ;20<t\le 24.\end{cases}$$

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quãng đường chuyển động trong 20 giây đầu của thang máy là 36 m.		
b) Tốc độ trung bình của thang máy trong 20 giây đầu là 1,8 (m/s).		
c) Quãng đường chuyển động của thang máy là 48 m.		
d) Tốc độ trung bình của thang máy là 1,75 (m/s).		

3 Ứng dụng hình học của tích phân

Câu 1.
Cho các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và có đồ thị như hình bên. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ là $S=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.		
b) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=1$ quanh trục hoành là $V=\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x$.		
c) Diện tích hình phẳng (H) là $S=\int_0^1 [f(x)-g(x)]\mathrm{d}x$.		
d) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là $V=\pi\int_0^1 \left[f^2(x)-g^2(x)\right]\mathrm{d}x$.		

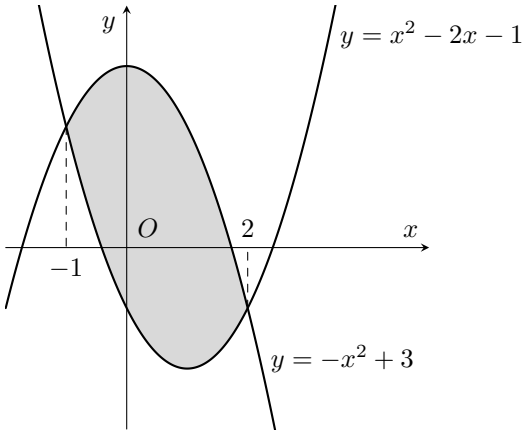
Câu 2. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=2$, $x=6$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích hình phẳng (H) là $S=4+\ln 3$.		
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)-1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=2$, $x=6$ là $S=2\ln 3$.		
c) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là $V=\dfrac{(13+6\ln 3)\pi}{3}$.		
d) Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và các đường thẳng $y=1$, $x=2$, $x=6$ quanh trục Ox là $V=\dfrac{1+6\ln 3}{3}$.		

"Sen vẫn nở trong đó từ nước đục. Người đời chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 3.

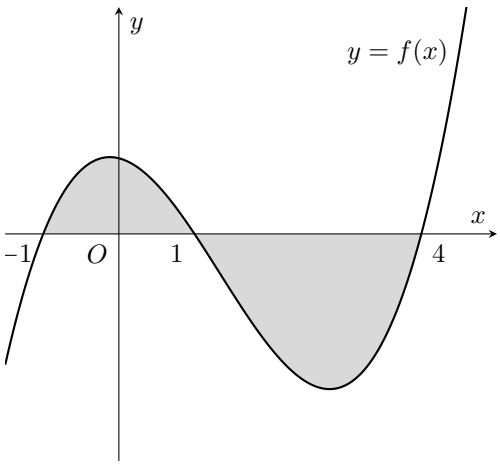
Cho hình phẳng (H) là phần tô đậm trong hình bên.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 1$, $y = -x^2 + 3$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.		
b) Diện tích hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^{2} \left\lvert \left(-x^2 + 3\right) - \left(x^2 - 2x - 1\right) \right\rvert \mathrm{d}x$.		
c) Diện tích hình phẳng (H) là $S = 2\int_{-1}^{2} \left(x^2 - x - 2\right) \mathrm{d}x$.		
d) Nếu $\ln S = a \ln b$ (với a, b là các số nguyên tố) thì $a^2 + b^2 = 29$.		

Câu 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1$, $x = 4$.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích S của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^{4} \lvert f(x) \rvert \mathrm{d}x$.		
b) Diện tích S của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x + \int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$.		
c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(1) > F(-1) > F(4)$.		
d) Thể tích vật thể được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \int_{-1}^{4} [f(x)]^2 \mathrm{d}x$.		

Câu 5. Một xe ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 16 m/s thì người lái xe thấy một chướng ngại vật nên đạp phanh tại điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 16$ trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Sau 16 giây thì ô tô dừng hẳn kể từ lúc đạp phanh.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học để tỏa sáng – Nâng tầm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Quãng đường mà ô tô đi được trong 8 giây cuối là 46 m.		
c) Trong 2 giây đầu (kể từ lúc đạp phanh) ô tô đi được 28 m.		
d) Quãng đường ô tô đi được trong 10 giây cuối là 96 m.		

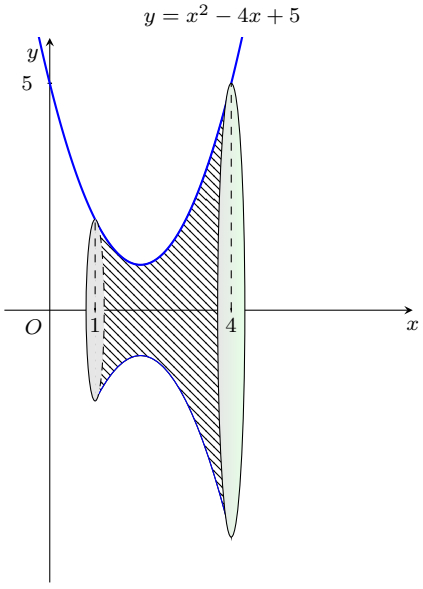
Câu 6. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 - 1$ và tiếp tuyến (d) của đồ thị này tại điểm $M(-1, -2)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $f'(x) = 3x^2$.		
b) Đường thẳng (d) có phương trình là $y = 3x + 1$.		
c) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng (d) có hai nghiệm là $x_1 = 1$ và $x_2 = 2$.		
d) $S = \dfrac{17}{4}$.		

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{2x - 3}{x + 1}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) (C) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3.		
b) $f(x) > 0, \forall x \in [2; 3]$.		
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và các đường thẳng $y = 0$, $x = 2$, $x = 3$ là $\dfrac{7}{2} + 2\ln 2$.		
d) Khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi (C) và các đường thẳng $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay quanh trục hoành tạo nên có thể tích bằng $\left(8\ln 2 - \dfrac{5}{3}\right)\pi$.		

Câu 8. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 5$ và khối tròn xoay như hình bên dưới.

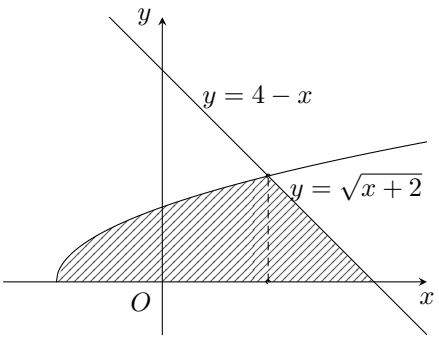


Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 5$, $x = 0$, $y = 0$, $x = 1$; $x = 4$ khi quay quanh trục Ox ta được khối tròn xoay như hình đã cho.		

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đục, Người đời chuyên cần sẽ thành nhân."

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=x^2-4x+5$, $x=0$, $y=0$, và $x=4$ có diện tích là $S=\dfrac{28}{3}$.		
c) Công thức tính thể tích của khối tròn xoay là $V=\displaystyle\int_1^4 (x^2-4x+5)^2\mathrm{d}x$.		
d) Thể tích của khối tròn xoay là $V=\dfrac{78\pi}{5}$.		

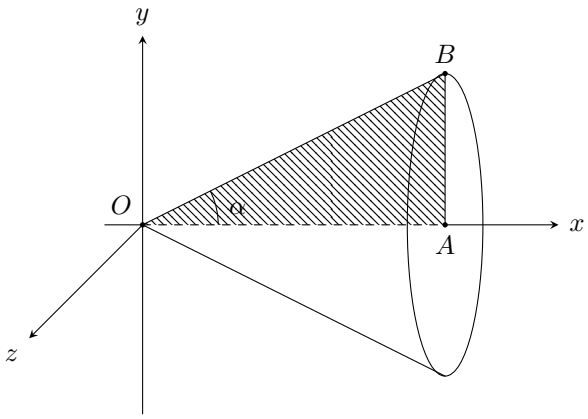
Câu 9. Cho vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành.



Gọi V_1 là thể tích của vật thể tròn xoay giới hạn bởi hàm số $y=\sqrt{x+2}$, $x=2$ và Ox thu được khi quay hình phẳng xung quanh trục hoành.
Gọi V_2 là thể tích của vật thể tròn xoay giới hạn bởi hàm số $y=4-x$, $x=2$ và Ox thu được khi quay hình phẳng xung quanh trục hoành.
Gọi V là thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Giao điểm của $y=\sqrt{x+2}$ với Ox là $(-2;0)$, $y=4-x$ với Ox là $(0;4)$.		
b) $V_1=8\pi$.		
c) $V_2=\dfrac{8}{3}\pi$.		
d) $V=\dfrac{16\pi}{3}$.		

Câu 10. Cho tam giác vuông OAB có cạnh $OA=$ a nằm trên trục Ox và $\widehat{AOB}=\alpha\left(0<\alpha\le\dfrac{\pi}{4}\right)$. Gọi $\mathcal{B}$ là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác OAB xung quanh trục Ox .



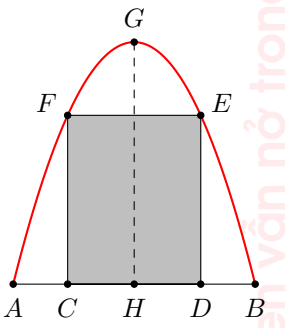
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình đường thẳng OB là $y = x\sin\alpha$.		
b) Thể tích V của $\mathcal{B}$ theo a và α là $V = \pi\tan^2\alpha \cdot \dfrac{a^3}{3}$.		
c) Khi thể tích V của $\mathcal{B}$ lớn nhất thì $\alpha = 30°$.		
d) Thể tích V của $\mathcal{B}$ lớn nhất là $\dfrac{\sqrt{2}R^3}{12}$.		

Câu 11. Người ta tạo ra mô hình một quả trứng ngỗng bằng cách quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{30}\sqrt{7569 - 400x^2}$ và trục hoành với $-4{,}35 \le x \le 4{,}35$ quanh trục hoành. Xem thể tích mô hình này như bằng thể tích quả trứng ngỗng và x, y tính theo cen-ti-mét.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Thể tích quả trứng gần bằng 153,24 cm^3.		
b) Công thức tính thể tích quả trứng là $V = \pi \displaystyle\int_{-4{,}35}^{4{,}35} \dfrac{1}{900}\left(7569 - 400x^2\right)\mathrm{d}x$.		
c) Đổ đầy quả trứng bằng dung dịch ni-tơ lỏng cần dùng khoảng $0,15$ lít dung dịch ni-tơ lỏng.		
d) Nếu sử dụng 20 lít dung dịch ni-tơ lỏng thì có thể đổ đầy 150 quả trứng được thiết kế theo kích thước như trên.		

Câu 12.

Một cái cổng hình parabol như hình bên. Chiều cao $GH = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0{,}9$ m. Người ta làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm với giá 1 200 000 đồng/m^2, phần còn lại làm khung hoa sắt với giá 900 000 đồng/m^2.

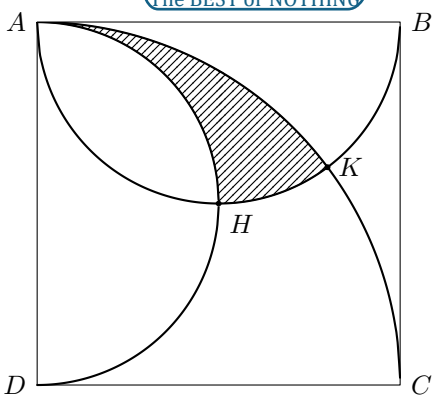


Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích hình chữ nhật $CDEF$ là 6 m^2.		
b) Diện tích phần khung hoa sắt là 4 m^2.		
c) Chi phí để làm phần khung hoa sắt là 3 triệu 600 nghìn đồng.		
d) Chi phí để làm cả hai phần gần bằng 11 445 000 đồng.		

Câu 13.

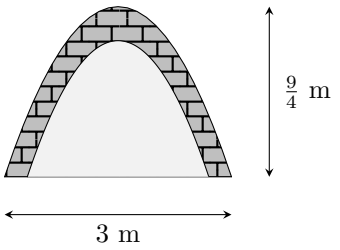
"Sẽ vẫn nở trong gió từ mước mộc. Người đời chuyện cần ấy sẽ thành nhân."

Một bức tường lớn hình vuông $ABCD$ có kích thước 8 m $\times$ 8 m trước đại sảnh của một tòa biệt thự được sơn loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD, AB cắt nhau tại H; đường tròn tâm D, bán kính AD cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K. Biết "tam giác cong" AHK được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá trị 1 triệu đồng và 1,5 triệu đồng.

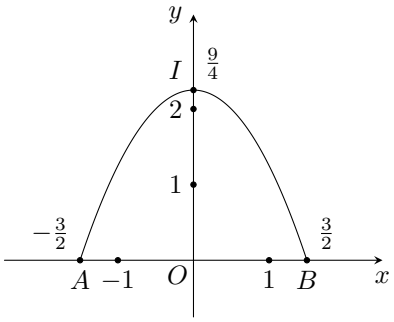


Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích phần tam giác cong AHK gần bằng 6,26m^2.		
b) Số tiền sơn trắng phải trả gần bằng 60 triệu đồng.		
c) Số tiền sơn xanh phải trả gần bằng 10,5 triệu đồng.		
d) Số tiền phải trả để sơn bức tường trên (làm tròn đến hàng ngàn) là 67128000 (đồng).		

Câu 14. Cửa vòm lấy ánh sáng của một toà nhà được thiết kế với kích thước như hình a). Cửa có hình dạng một parabol có đỉnh I và đi qua hai điểm A, B như hình b). Người ta dự định lắp kính cho cửa này.



a)

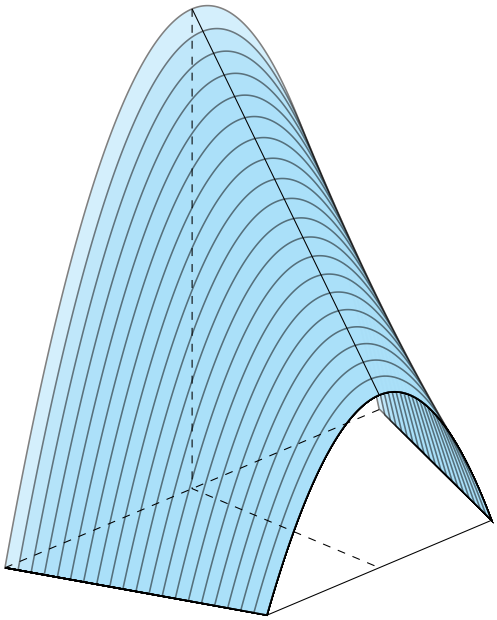


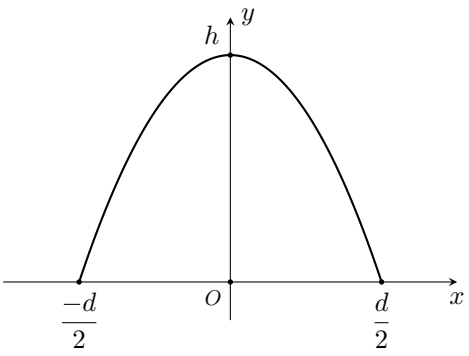
b)

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Nếu chỉ sử dụng một lớp kính và bỏ qua diện tích khung cửa thì diện tích kính cần lắp là $\frac{9}{2}$ m^2.		
b) Nếu chỉ sử dụng một lớp kính, giá tiền kính là 1 triệu đồng trên một mét vuông và bỏ qua giá tiền khung cửa thì số tiền phải trả là 4 triệu đồng.		
c) Nếu sử dụng hai lớp kính và bỏ qua diện tích khung cửa thì diện tích kính cần lắp là $\frac{9}{2}$ m^2.		
d) Phương trình của Parabol ở hình b có dạng $y = -x^2 + \frac{9}{4}$.		

Câu 15. Một đường hầm có mô hình như bên dưới. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 m. Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao của parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (m), với x (m) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình đến mặt phẳng chứa thiết diện.

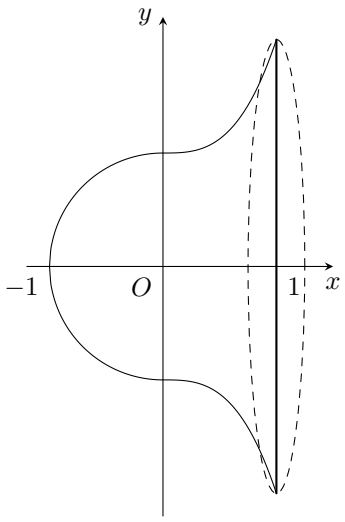
NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp





Phát biểu	Đúng	Sai
a) Nếu hình parabol có độ dài đáy là d và chiều cao h như hình vẽ thì phương trình của parabol là $y = -\frac{4h}{d^2}x^2 + h$.		
b) Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol có độ dài đáy là d và chiều cao h như hình vẽ và trục hoành là $S = \frac{2}{3}dh$.		
c) Thể tích của hầm khoảng 29,889 m^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).		
d) Để hoàn thành đường hầm từ lúc đào núi đến lúc hoàn thiện đưa vào sử dụng thì giá mỗi mét khối là 990 (triệu đồng). Khi đó chi phí làm hầm là khoảng 28 (tỷ đồng) (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).		

Câu 16. Giả sử chiếc nón rộng vành có thể mô hình hóa bằng cách cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{khi } 0 < x \le 1 \\ \sqrt{1 - x^2} & \text{khi } -1 \le x \le 0 \end{cases}$, trục Ox và các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$ quay quanh trục Ox (đơn vị trên trục là dm).

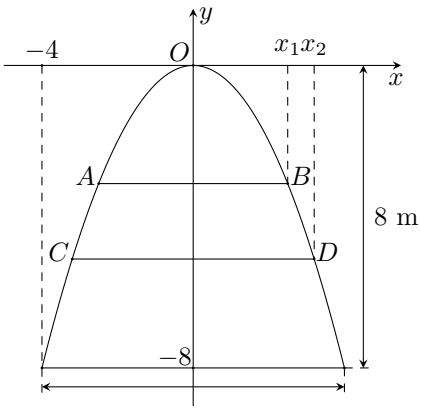


Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức $\int_{-1}^{1} \left\lvert \sqrt{1 - x^2} + x^3 + 1 \right\rvert \mathrm{d}x$.		

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

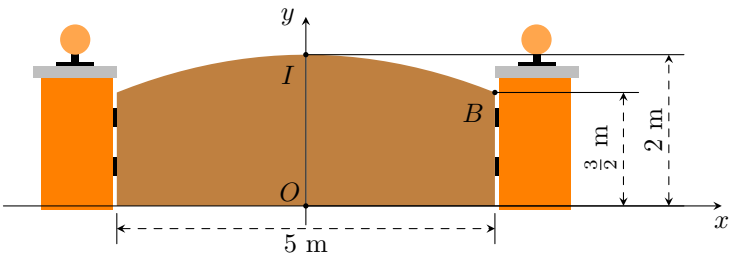
Phát biểu	Đúng	Sai
b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $\dfrac{\pi+5}{2}$ dm^2.		
c) Công thức tính thể tích khối tròn xoay trên là $V=\pi\displaystyle\int_{-1}^{0}(x^2-1)\,\mathrm{d}x+\pi\int_{1}^{0}(x^6+2x^3+1)\,\mathrm{d}x$.		
d) Nếu thể tích của khối tròn xoay có dạng $\dfrac{a\pi}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản thì $a+b=139$.		

Câu 17. Một cổng có dạng hình parabol với chiều cao 8 m, chiều rộng chân đế 8 m như hình bên. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang, đồng thời chia cổng thành ba phần sao cho hai phần ở phía trên có diện tích bằng nhau. Gán hệ trục tọa độ như hình vẽ bên (đơn vị trên các trục tọa độ là mét).



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình parabol là $y=-\dfrac{1}{2}x^2$.		
b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng AB là $\dfrac{1}{3}x_1^3$ m^2.		
c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng CD là $\dfrac{2}{3}x_2^3$ m^2.		
d) Tỉ số $\dfrac{CD}{AB}$ gần bằng 1,26 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).		

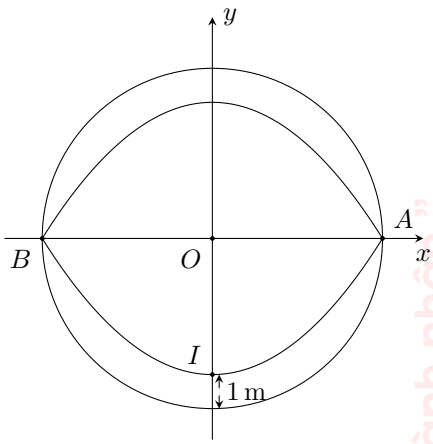
Câu 18. Một cái vòm cổng dạng một parabol. Hình vẽ sau mô tả các kích thước của cổng và một hệ trục tọa độ Oxy được gán sẵn (đơn vị trên các trục là mét).



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ đỉnh của parabol là $I(0;2)$.		
b) Parabol đi qua điểm $B\left(5;\dfrac{3}{2}\right)$.		
c) Phương trình đường parabol là $y=-\dfrac{2}{25}x^2+2$.		
d) Diện tích hai cánh cửa cổng là 9,17 m^2 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT Dạy học tích cực – Nâng tầm trí tuệ VIỆT STAR

Câu 19. Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10 m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB, nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh I cách mép hình tròn 1 m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Gán hệ trục tọa độ như hình vẽ bên (đơn vị trên các trục là mét).

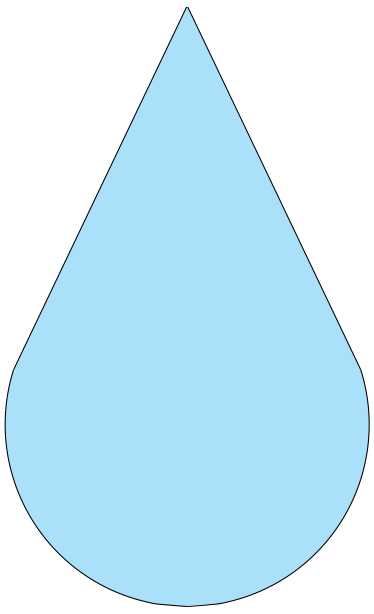


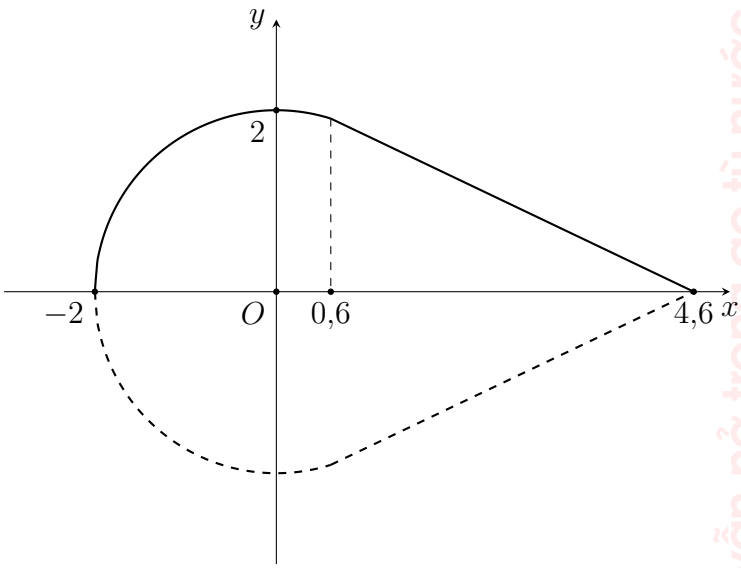
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ đỉnh $I(0;4)$ và các điểm $A(5;0)$, $B(-5,0)$.		
b) Parabol có đỉnh I và bề lõm hướng lên có phương trình là $y=\dfrac{4}{25}x^2-4$.		
c) Diện tích phần trồng hoa bị giới hạn bởi hai parabol là $\dfrac{170}{3}$ m^2.		
d) Tổng chi phí để hoàn thành khu vực này là 31 triệu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của triệu).		

Câu 20. Người ta chế tác một giọt nước bằng thủy tinh. Biết giọt nước thủy tinh này là vật thể tròn xoay khi xoay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{4-x^2} & \text{khi } -2\le x\le 0{,}6\\ -\dfrac{\sqrt{91}}{20}x+\dfrac{23\sqrt{91}}{100} & \text{khi } 0{,}6<x\le 4{,}6\end{cases}$$

và trục Ox quanh trục Ox (đơn vị trên trục là centimet).



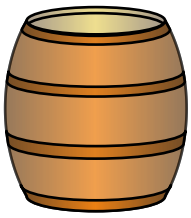


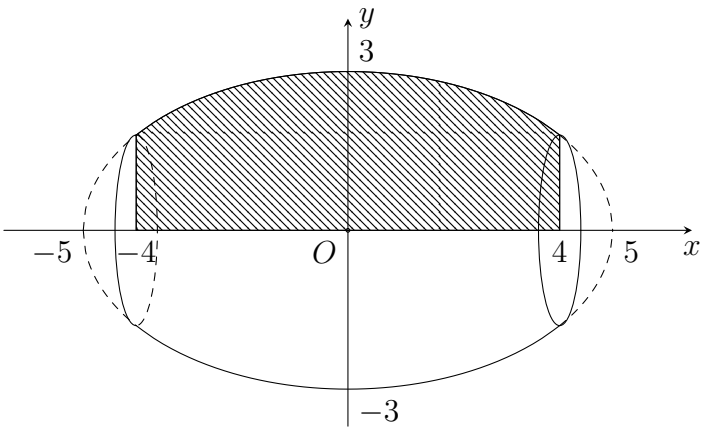
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hàm số $y=f(x)$ liên tục tại $x=0{,}6$.		
b) Diện tích mặt cắt của giọt nước thủy tinh khi cắt bởi mặt phẳng qua trục được tính bởi công thức $S=2\displaystyle\int_{-2}^{4{,}6} f(x)\,\mathrm{d}x$ cm^2.		

Sen văn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân.

Phát biểu	Đúng	Sai
c) Thể tích của giọt nước thủy tinh này lớn hơn 40 cm^3.		
d) Biết khối lượng riêng của thủy tinh là $\rho = 2{,}6$ g/cm^3, khối lượng của giọt nước thủy tinh này là 102,22 g (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).		

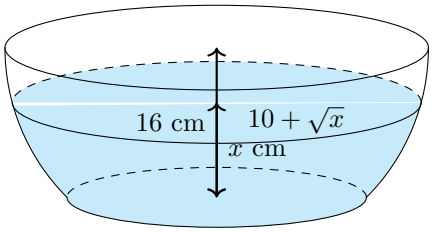
Câu 21. Một thùng chứa rượu bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai mặt đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy là 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, trục bé bằng 6 dm. Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ sau.





Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình elip là $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.		
b) Thể tích của thùng rượu được tính bởi công thức $V = \dfrac{9\pi}{25}\displaystyle\int_{-4}^{4} (25 + x^2)\,\mathrm{d}x$.		
c) Thùng gỗ này đựng được $\dfrac{1\,416}{25}$ lít rượu.		
d) Biết mỗi lít rượu có giá 35 000 đồng. Số tiền đã dùng để mua rượu đổ đầy thùng gỗ là khoảng 6,228 triệu đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).		

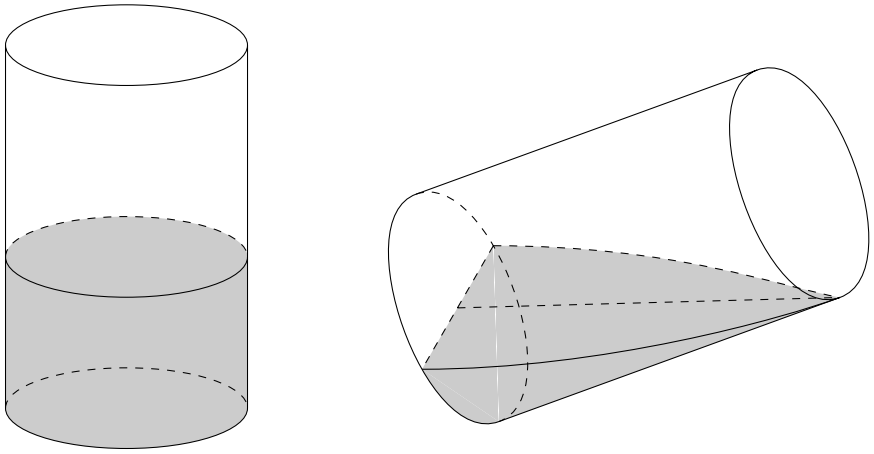
Câu 22. Một chậu nước có hình dạng như hình bên bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy x cm $(0 \le x \le 16)$ thì mặt cắt hình tròn có bán kính $(10 + \sqrt{x})$ cm. Gọi h là chiều cao của phần nước trong chậu.



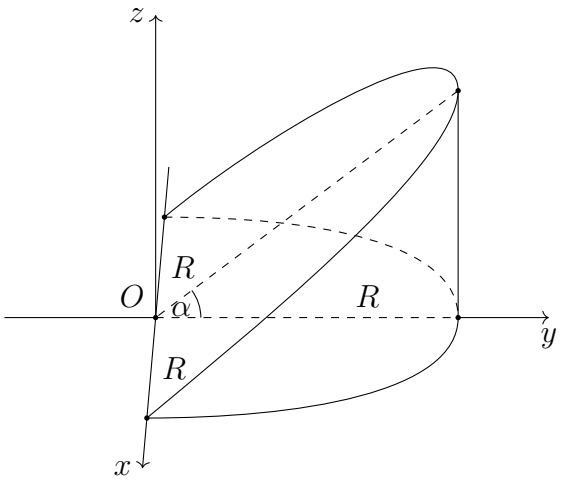
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích mặt cắt là $S(x) = (100 + 20\sqrt{x} + x)$.		
b) Dung tích của chậu là $V = \dfrac{7\,744}{3}\pi$.		
c) Lượng nước chứa trong chậu có thể tích là $\pi\left(10h + \dfrac{h^2}{2} + \dfrac{40}{3}h\sqrt{h}\right)$.		
d) Với $h \approx 8{,}94$ cm (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) thì dung tích nước trong chậu bằng nửa thể tích của chậu.		

Câu 23. Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là $R = 6$ cm, chiều cao lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy

mực nước trùng với đường kính đáy.



Phần chứa nước trong cốc có dạng hình cái nêm. Gán hệ trục tọa độ trong không gian như hình dưới đây.

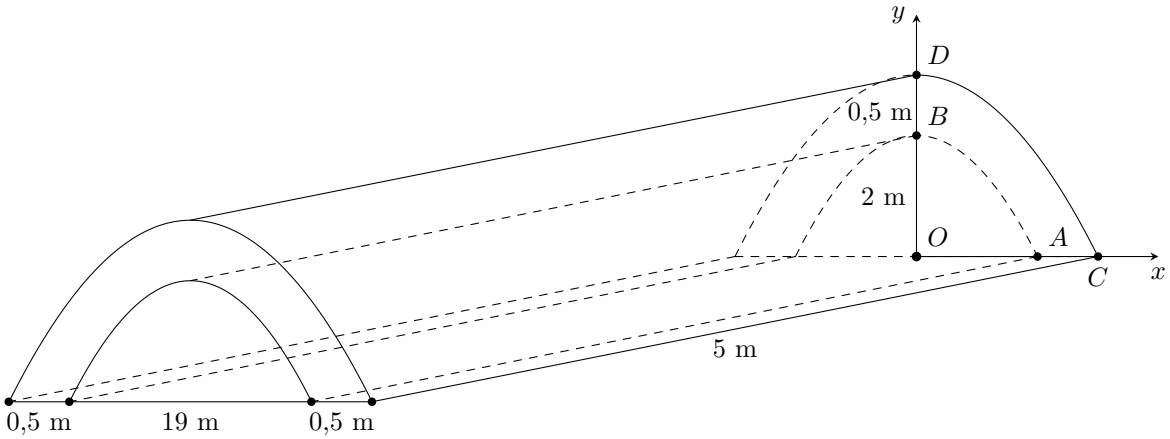


Gọi α là góc giữa bề mặt nước và mặt đáy cốc, $S(x)$ là diện tích mặt cắt khi cắt hình cái nêm bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox và cắt trục Ox tại x.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $S(x)=\dfrac{1}{2}\left(R^2+x^2\right)\tan\alpha$.		
b) $\tan\alpha=\dfrac{h}{R}$.		
c) Thể tích của cái nêm được tính bằng công thức $V=\dfrac{2}{3}R^3\tan\alpha$.		
d) Thể tích lượng nước trong cốc là 250 cm^3.		

Câu 24. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một đoạn đường hầm bằng bê tông như hình vẽ. Biết các đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol. Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ sau.

"Sen vẫn nở trong đầm nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ các điểm $A\left(\frac{19}{2};0\right)$, $B(0;2)$, $C(10;0)$, $D\left(0;\frac{5}{2}\right)$.		
b) Phương trình parabol (P_1) đi qua A và B là $(P_1)\colon y=-\frac{8}{361}x^2-2$.		
c) Phương trình parabol (P_2) đi qua C và D là $(P_2)\colon y=-\frac{1}{40}x^2+\frac{5}{2}$.		
d) Biết $1\,\text{m}^3$ khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Số tiền mà tỉnh Y cần bỏ ra để xây cây cầu trên là 200 triệu đồng.		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

1 Nguyên hàm

Câu 1. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-4x+1$ và $F(2)=2$. Tính $F(3)$.

KQ: | | | | |

Câu 2. Biết hàm số $F(x)=\dfrac{2x^2-3x+6}{x}$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2} \quad (\text{với } a,\ b,\ c \text{ là các số thực}).$$

Khi đó giá trị $a+b-c$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 3. Biết hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x+3x^2$ và $F(1)=\dfrac{2}{\ln 2}$. Giá trị của $F(2)$ (làm tròn đến hàng phần mười) bằng

KQ: | | | | |

Câu 4. Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 3 m. Trong các năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(x)=\dfrac{\sqrt{2}}{x}$ (tính theo mét/năm). Chiều cao của cây đó sau 5 năm (làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

Câu 5. Một ô tô đang chạy với vận tốc 17,5 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động với vận tốc $v(t)=\dfrac{35}{2}-\dfrac{7}{2}t$ (m/s), trong đó t (tính bằng giây) là thời gian kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn bằng bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học bằng tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Câu 6. Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đo tại thời điểm t, trong đó t tính theo ngày $(0 \le t \le 10)$. Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P'(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn. (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: | | | | |

Câu 7. Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 5 + 3t$ (m/s), với t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 30 giây thì máy bay cất cánh rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

Câu 8. Doanh thu bán hàng của một công ty khi bán một loại sản phẩm là số tiền $R(x)$ (triệu đồng) thu được khi x đơn vị sản phẩm được bán ra. Tốc độ biến động (thay đổi) của doanh thu khi x đơn vị sản phẩm đã được bán là hàm số $M_R(x) = R'(x)$. Một công ty công nghệ cho biết, tốc độ biến đổi của doanh thu khi bán một loại con chip của hãng được cho bởi $M_R(x) = 300 - \dfrac{x}{10}$, ở đó x là số lượng chip đã bán. Công ty khi đã thu được bao nhiêu tỉ khi bán 1 000 con chip.

KQ: | | | | |

Câu 9. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 160 - 9{,}8t$ (m/s). Tìm độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) khi nó đạt độ cao lớn nhất (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).

KQ: | | | | |

Câu 10. Một hòn đá được thả rơi tự do từ miệng của một giếng cạn. Biết rằng vận tốc của hòn đá tại thời điểm t giây tính từ lúc bắt đầu thả được tính bởi $v(t) = 10t$ (m/s). Tính độ sâu của giếng, biết thời gian rơi tự do của hòn đá là 2,2 giây.

KQ: | | | | |

Câu 11. Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ 1°C. Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm t phút $(0 \le t \le 5)$ được cho bởi hàm số $f(t) = 3t^2$ (°C/phút). Biết rằng nhiệt độ của bình đó tại thời điểm t là một nguyên hàm của hàm số $f(t)$, tìm nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt.

KQ: | | | | |

Câu 12. Tốc độ tăng trưởng của một đàn gấu mèo tại thời điểm t tháng kể từ khi người ta thả 100 cá thể đầu tiên vào một khu rừng được ước lượng bởi công thức $P'(t) = 8t + 30$ (con/tháng), với $P(t)$ là số lượng cá thể trong đàn tại thời điểm t tháng tương ứng. Dựa vào tốc độ tăng trưởng đã cho, hãy ước tính số cá thể của đàn gấu mèo này tại thời điểm 3 tháng kể từ khi chúng được thả vào rừng.

KQ: | | | | |

Câu 13. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ thỏa mãn $F(5) = 2$ và $F(0) = 1$. Khi đó $F(2) - F(-1) = a - b\ln 2$. Tính $a + b$.

KQ: | | | | |

Câu 14. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{72}{8x^3 + 12x^2 + 6x + 1}$ và $F(0) = 3$. Tính $F(1)$.

KQ: | | | | |

"Sen vẫn nở ngày tàn, người vẫn già từng độ, vườn cũ người xưa chẳng còn"

Câu 15. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{-2x+3}$ và $F(1)=\mathrm{e}$. Khi đó $F(0)=a\cdot\mathrm{e}^3+b\cdot\mathrm{e}$. Tính $a+b$.

KQ: | | | | |

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)=3-5\sin x$, $f(0)=14$. Giá trị của $f(\pi)=a\pi+b$. Tính $a+b$.

KQ: | | | | |

Câu 17. Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên khoảng $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=1$; $f(x)=f'(x)\sqrt{x}$. Tính $100f(5)$ (kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

KQ: | | | | |

Câu 18. Cho hàm số $f(x)=x^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$. Giá trị của $F(2)-F(0)$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 19. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$. Tính $F(\pi)$, biết $F(0)=0$.

KQ: | | | | |

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{2}{2x-1}$; $f(0)=1$; $f(1)=2$. Tính giá trị của biểu thức $f(-1)+f(3)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Câu 21. Giả sử $F(x)=(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2\mathrm{e}^x$. Giá trị của biểu thức $P=abc$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

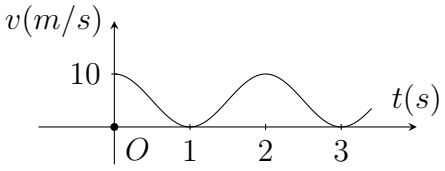
Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện $f'(x)-xf(x)=0$; $f(x)>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$; $f(0)=1$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: | | | | |

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(2)=-\dfrac{4}{19}$; $f'(x)=x^3f^2(x)$ và $f(x)\neq 0$, $\forall x>0$. Giá trị của $f(1)$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 24. Một chất điểm chuyển động với vận tốc $v=a\cos(\pi t)+b$ (mét/giây) (trong đó t là biến thời gian; a,b là các hằng số) có đồ thị như hình vẽ bên. Tính quãng đường mà vật đi được sau 6 giây.



KQ: | | | | |

Câu 25. Tốc độ tăng các cặp đôi kết hôn (đơn vị tính: triệu người) của nước Mỹ từ năm 1970 đến năm 2005 có thể được mô hình bởi hàm số $f(t)=1{,}218t^2-44{,}72t+709{,}1$ với t là năm ($t=0$ ứng với năm 1970). Số lượng cặp đôi kết hôn vào năm 2005 là 59 513 triệu người. Số lượng các cặp đôi kết hôn vào năm 2012 là $abcde{,}138$ triệu người. Khi đó $100a+10b+c+d+e$ bằng KQ: | | | | |

Câu 26. Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn trong hồ bơi được mô hình bởi hàm số $B'(t)=\dfrac{1000}{(1+0{,}3t)^2}$, $(t\geq 0)$, trong đó $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước tại ngày thứ t. Số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con trên mỗi ml nước. Biết rằng mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3000 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lí và thay nước mới cho hồ bơi? KQ: | | | | |

2 Tích phân

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)=\begin{cases}x+2 \text{ khi } x\geqslant 0\\ \mathrm{e}^{2x} \text{ khi } x<0.\end{cases}$

Biết $\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x=a+b\mathrm{e}^{-2}$ (a, b là các số hữu tỉ). Tính tổng $a+b$.

KQ: | | | | |

Câu 2. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{3}}\left|\tan^2 x-1\right|\mathrm{d}x$. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}ax^2+bx+1, & x\geq 0\\ ax-b-1, & x<0\end{cases}$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{-3}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

KQ:

Câu 4. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2ax, & x\leq 0\\ 3x^2+2bx, & x>0\end{cases}$ (với a, b là các tham số thực) thỏa $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=[f(-1)]^2+[f(1)]^2$ là bao nhiêu?

KQ:

Câu 5. Một ôtô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t)=6-2t\,(\mathrm{m/s^2})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ôtô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường (tính theo m) ôtô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ôtô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

Câu 6. Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian là $a(t)=t^2+3t$. Tính quãng đường (đơn vị m) vật đi được trong khoảng thời gian 6 giây kể từ khi vật bắt đầu tăng tốc.

KQ: | | | | |

Câu 7. Tại một nhà máy, gọi $C(x)$ là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất x tấn sản phẩm A trong một tháng. Khi đó, đạo hàm $C'(x)$, gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức

$$C'(x)=5-0{,}06x+0{,}00072x^2 \text{ với } 0\leq x\leq 150.$$

Biết rằng $C(0)=30$ triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí (đơn vị triệu đồng) khi nhà máy sản xuất 100 tấn sản phẩm A trong tháng.

KQ: | | | | |

Câu 8. Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón, gọi $P(x)$ là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x tấn sản phẩm trong một tuần. Khi đó, đạo hàm $P'(x)$, gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức

$$P'(x)=16-0{,}02x \text{ với } 0\leq x\leq 100.$$

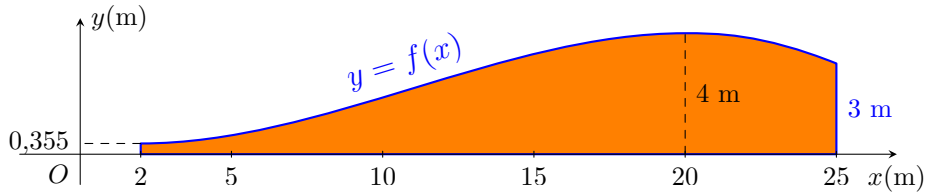
Sẽ vẫn nở rộng cấp từ trước cây, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

Tính lợi nhuận (đơn vị triệu đồng) nhà máy thu được khi bán 90 tấn sản phẩm trong tuần. Biết rằng nhà máy lỗ 25 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

KQ: | | | | |

Câu 9. Năng lượng gió trên đất liền là một trong những công nghệ năng lượng tái tạo đang được phát triển ở quy mô toàn cầu. Năng lượng gió không trực tiếp phát thải khí nhà kính, không thải ra môi trường các chất ô nhiễm khác, cũng như không tiêu thụ nước để làm mát cho các nhà máy. Các turbine gió thường có ba cánh quay trên một trục ngang, lấy động năng từ quá trình di chuyển dòng không khí (gió) để chuyển đổi thành điện năng thông qua một máy phát điện được kết nối với lưới điện. Hình thang cong (tô màu cam) trong *Hình dưới* mô tả một phần mặt cắt đứng của cánh turbine, được giới hạn bởi các đường thẳng $x = 2, x = 25$, trục Ox và đồ thị hàm số $y = f(x) = -\dfrac{1}{800}(x^3 - 33x^2 + 120x - 400)$. *(Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematick, Grundkurs ma-1 Cornelsen 2016)*

Hãy tính diện tích (đơn vị m^2) hình thang cong đó (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: | | | | |

Câu 10. Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5\cos t$ (m/s^2). Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc $2,5$ m/s. Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong $\pi(s)$ đầu tiên.

KQ: | | | | |

Câu 11. Một vật chuyển động với vận tốc được tính theo thời gian theo công thức

$$v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \le t \le 2 \\ 4 & \text{khi } t > 2 \end{cases} (t \text{ được tính bằng giây, } v \text{ tính bằng m/s}).$$

Quãng đường mà vật dịch chuyển được trong 4 giây đầu tiên là bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

Câu 12. Giả sử lợi nhuận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của một sản phẩm của nhà máy được tính theo công thức $P'(x) = 18 - 0{,}04x$. Trong đó $P(x)$ (tính bằng triệu đồng) là lợi nhuận thu được khi bán x tấn sản phẩm. Chênh lệch lợi nhuận khi bán 100 tấn sản phẩm so với khi bán 50 tấn sản phẩm là bao nhiêu triệu đồng?

KQ: | | | | |

Câu 13. Một bồn chứa nước bị rò rỉ với tốc độ nước chảy vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $V'(t) = 160 - 2t$ (lít/phút). Biết rằng $V(t)$ (tính bằng lít) là thể tích nước trong bồn tại thời điểm t phút. Thể tích nước chảy khỏi bồn trong 15 phút đầu tiên kể từ khi nước bị rò rỉ là bao nhiêu lít?

KQ: | | | | |

Câu 14. Tại một địa điểm, trong khoảng thời gian 12 giờ nhiệt độ tại thời điểm t (tính bằng giờ kể từ lúc bắt đầu) là $T(t) = 47 + 4t - \dfrac{1}{3}t^2$ (°C). Nhiệt độ trung bình trong khoảng thời gian đó là bao nhiêu °C?

KQ: | | | | |

Câu 15. Giả sử anh Nam nhảy dù từ một chiếc trực thăng. Vào thời điểm 19 giây sau khi rời khỏi trực thăng, anh Nam mở chiếc dù của mình trong 2 giây, anh Nam chạm đất sau 19 giây kể từ lúc bung dù. Tại thời điểm t (giây), vị trí của anh Nam cách mặt đất một khoảng $h(t)$ mét và vận tốc rời của anh Nam (tính bằng m/s) là một hàm số được cho bởi công thức:

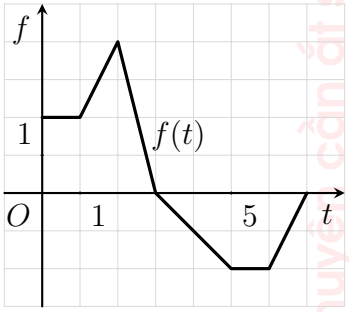
$$v(t) = h'(t) = \begin{cases} -80 & \text{khi } 0 \le t < 19 \\ 37t - 783 & \text{khi } 19 \le t < 21 \\ -6 & \text{khi } 21 \le t \le 40. \end{cases}$$

Độ cao vị trí của anh Nam khi bắt đầu nhảy ra khỏi trực thăng là bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

Câu 16.

Cho $g(x) = \int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$, $(0 \le x \le 7)$ trong đó $f(t)$ là hàm số có đồ thị như *Hình 8*. Tính $g(3)$.



Hình 8

KQ: | | | | |

Câu 17. Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9{,}81t + 29{,}43$ (m/s) (*Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengane*). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật tại thời điểm t (s). Sau bao lâu kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất (làm tròn kết quả đến hàng phần chục giây)?

KQ: | | | | |

Câu 18. Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) $(x \ge 0)$. Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (*Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus ioe, Cengage*). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

KQ: | | | | |

Câu 19. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi đạp phanh. Hỏi từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

Câu 20. Giá trị trung bình của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ được định nghĩa là $\dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

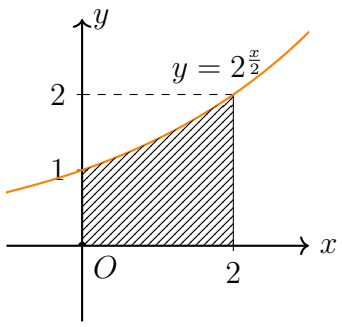
Giả sử nhiệt độ (tính bằng °C) tại thời điểm t trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương nào đó được mô hình hóa bởi hàm số $T(t) = 20 + 1{,}5(t-6)$; $6 \le t \le 12$. Tìm nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa.

KQ: | | | | |

"Cuộc sống vẫn mở cửa cho độc giả, người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

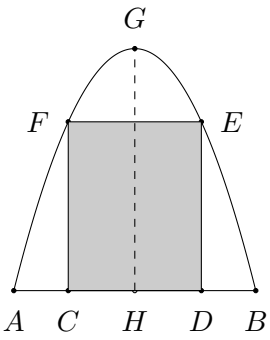
3 Ứng dụng hình học của tích phân

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = 2^{\frac{x}{2}}$ và hình phẳng được tô màu như Hình 1.1. Hình phẳng đó được giới hạn bởi các đường nào? Tính diện tích hình phẳng đó (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).



KQ: | | | | |

Câu 2.
Một cánh cổng của một tòa nhà có dạng parabol gồm hai phần: phần hai cánh cửa hình chữ nhật $CDEF$, còn lại là phần xiên hoa trang trí. Biết rằng $GH = 4$ m, $AB = 4$ m và $AC = BD = 0{,}9$ m. Diện tích phần cổng làm xiên hoa trang trí (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu mét vuông?



KQ: | | | | |

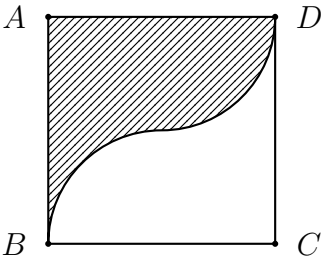
Câu 3. Khi sử dụng phần mềm mô phỏng để thiết kế một chậu cây, người ta quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} + 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$ quanh trục hoành. Biết đơn vị trên các trục tọa độ là đề-xi-mét. Thể tích của chậu cây (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu đề-xi-mét khối?

KQ: | | | | |

Câu 4. Một chi tiết máy được thiết kế bằng cách quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 5$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ quanh trục hoành. Biết đơn vị trên các trục tọa độ là cen-ti-mét. Thể tích của chi tiết máy đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) bằng bao nhiêu cen-ti-mét khối?

KQ: | | | | |

Câu 5.
Một vật trang trí có dạng là khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình bên) quanh trục AB. Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AD. Thể tích của vật trang trí đó (làm tròn đến kết quả đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu cen-ti-mét khối? (*Trích đề Minh họa tốt nghiệp THPT năm 2024*).



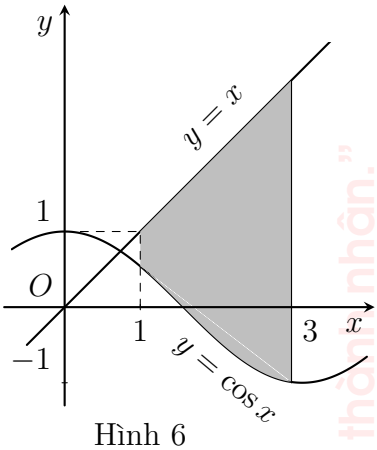
KQ: | | | | |

Câu 6. Lượng mưa theo giờ, tính bằng inch/giờ, ở hai địa điểm khác nhau sau t giờ khi bão đổ bộ, được cho bởi các hàm số $f(t) = 0{,}73t^3 - 2t^2 + t + 0{,}6$ và $g(t) = 0{,}17t^2 - 0{,}5t + 1{,}1$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số của hai hàm số đã cho và hai đường thẳng $t = 0$, $t = 2$, từ đó tính sự chênh lệch lượng mưa ở hai địa điểm khác nhau sau 2 giờ. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 7.

Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ và hình phẳng được tô màu như *Hình 6*. Tính diện tích hình phẳng đó (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười).

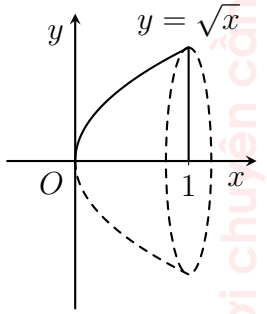


Hình 6

KQ: | | | | |

Câu 8.

Cho khối tròn xoay như *Hình 7*. Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bởi hình phẳng cho ở *Hình 7* khi quay quanh trục Ox (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười).



Hình 7

KQ: | | | | |

Câu 9. Sau khi đo kích thước của thùng rượu vang, bạn Quân xác định thùng rượu vang có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -0{,}011x^2 - 0{,}071x + 40$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -35$, $x = 35$ quay quanh trục Ox. Tính thể tích thùng rượu vang đó theo lít, biết đơn vị trên mỗi trục toạ độ là cen-ti-mét.

KQ: | | | | |

Câu 10. Người ta dự định lắp kính cho cửa của mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m.

KQ: | | | | |

Câu 11. Các nhà kinh tế sử dụng đường cong Lorenz để minh hoạ sự phân phối thu nhập trong một quốc gia. Gọi x là đại diện cho phần trăm số gia đình trong một quốc gia và y là phần trăm tổng thu nhập, mô hình $y = x$ sẽ đại diện cho một quốc gia mà các gia đình có thu nhập như nhau. Đường cong Lorenz $y = f(x)$, biểu thị phân phối thu nhập thực tế. Diện tích giữa hai mô hình này, với $0 \le x \le 100$, biểu thị "sự bất bình đẳng về thu nhập" của một quốc gia. Năm 2005, đường cong Lorenz của Hoa Kỳ có thể được mô hình hoá bởi hàm số $y = (0{,}00061x^2 + 0{,}0218x + 1723)^2$, $0 \le x \le 100$, trong đó x được tính từ các giá đình nghèo nhất đến giàu có nhất. Tìm sự bất bình đẳng thu nhập của Hoa Kỳ vào năm 2005, (kết quả làm tròn đến hàng triệu).

KQ: | | | | |

Câu 12. Cho parabol $(P)\colon y = x^2$ và đường thẳng d đi qua điểm $I(1;3)$. Biết rằng khi d có phương trình $y = mx + n$, $(m, n \in \mathbb{R})$ thì hình phẳng giới hạn bởi (P) và (d) có diện tích nhỏ nhất là S_0. Tính giá trị của biểu thức $S = S_0 + m + n$, (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

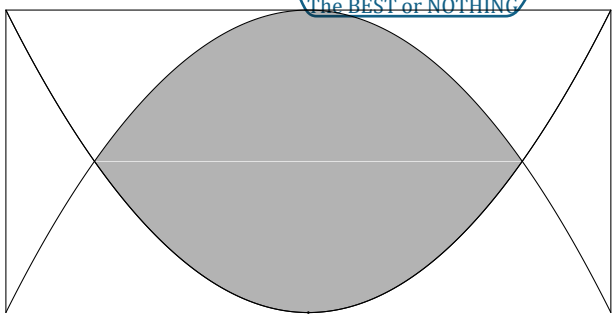
KQ: | | | | |

Câu 13. Tính thể tích phần vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox lần lượt tại điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 2$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tuỳ ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0 \le x \le 2)$ thì được thiết diện là một tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là $x + 1$ và $x^2 + 2x$.

KQ: | | | | |

Câu 14.

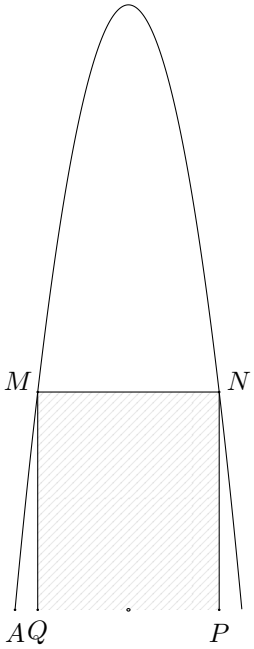
Một mảnh vườn toán học hình chữ nhật, chiều dài là 16 m và chiều rộng là 8 m. Các nhà toán học dùng hai đường cong parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua hai điểm đầu của cạnh đối diện, phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai parabol (phần gạch sọc như hình vẽ minh hoạ) được trồng hoa hồng. Biết chi phí để trồng hoa hồng là 45 000 đồng/m^2. Hỏi các nhà toán học phải chi bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó (số tiền làm tròn đến hàng nghìn)?



KQ: | | | | |

Câu 15.
Một chiếc cổng có hình dạng là một parabol có khoảng cách hai chân cổng là $AB = 5$ m. Người ta treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần ngoài phông (phần không tô đen) người ta dùng hoa để trang trí với chi phí mua hoa là 200 000 đồng cho 1 m^2. Biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Tính số tiền dùng để mua hoa trang trí chiếc cổng, (kết quả làm tròn đến hàng trăm nghìn).

KQ: | | | | |



Câu 16. Hai người A và B ở cách nhau 180 m trên đoạn đường thẳng và cùng chuyển động theo một hướng với vận tốc biến thiên theo thời gian, A chuyển động với vận tốc $v_1(t) = 6t + 5$ (m/s), B chuyển động với vận tốc $v_2(t) = 2at - 3$ (m/s) (a là hằng số), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A và B bắt đầu chuyển động. Biết rằng lúc A đuổi theo B và sau 10 giây thì đuổi kịp. Hỏi sau 20 giây, A cách B bao nhiêu mét?

KQ: | | | | |

Câu 17. Hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x + 2$, $y = x^2 + 4x + 5$, $y = 1$ có diện tích bằng $\dfrac{m}{4}$. Tính m.

KQ: | | | | |

Câu 18. Hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $y = 2 - x$ có diện tích bằng $\dfrac{m}{6}$. Tính m.

KQ: | | | | |

Câu 19. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x + 2$ và các đường thẳng $y = -1$, $x = 0$, $x = 2\pi$. Khối tròn xoay do hình phẳng (H) quay quanh trục hoành tạo nên có thể tích $m\pi^2$. Tính m.

KQ: | | | | |

Câu 20. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x}$ và các đường thẳng $y = -2$, $x = 0$, $x = \ln 2$. Khối tròn xoay do hình phẳng (H) quay quanh trục hoành tạo nên có thể tích $\dfrac{m\pi}{8} + 2\pi \ln 2$. Tính m.

KQ: | | | | |

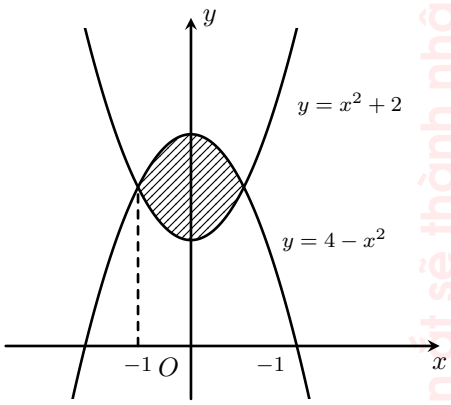
Câu 21. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{x}$ và các đường thẳng $y = 1$, $y = 2$, $x = 0$. Khối tròn xoay do hình phẳng (H) quay quanh trục tung tạo nên có thể tích $\dfrac{\pi}{m}$. Tính m.

KQ: | | | | |

Câu 22. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Khối tròn xoay do hình phẳng (H) quay quanh đường thẳng $y = -1$ tạo nên có thể tích $\dfrac{m\pi}{10}$. Tính m.

KQ: | | | | |

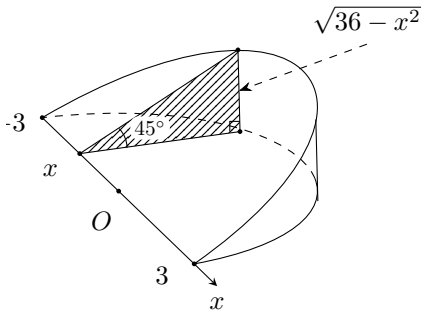
Câu 23. Cho miền D giới hạn bởi hai đường $y = 4 - x^2$; $y = x^2 + 2$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên do D quay quanh trục Ox bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



KQ: | | | | |

Câu 24.

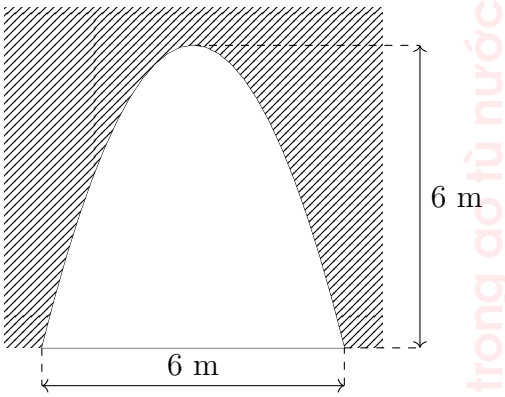
Khi cắt một vật thể hình chiếc nêm bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\,(-3 \le x \le 3)$, mặt cắt là tam giác vuông có một góc $45°$ và độ dài một cạnh góc vuông là $\sqrt{36 - x^2}$ (dm) (hình bên). Tính thể tích của vật thể (đơn vị dm^3).



KQ: | | | | |

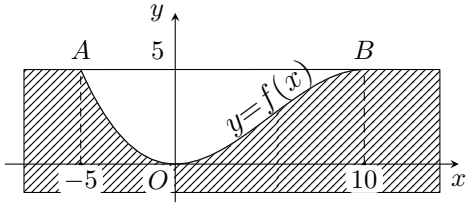
Câu 25.

Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như hình bên. Tính diện tích của cửa hầm (theo đơn vị m^2).



KQ: | | | | |

Câu 26. Hình dưới đây minh họa mặt đứng của một con kênh đặt trong hệ trục tọa độ Oxy. Đáy của con kênh là một đường cong cho bởi phương trình $y = f(x) = \dfrac{3}{100}\left(-\dfrac{1}{3}x^3 + 5x^2\right)$.



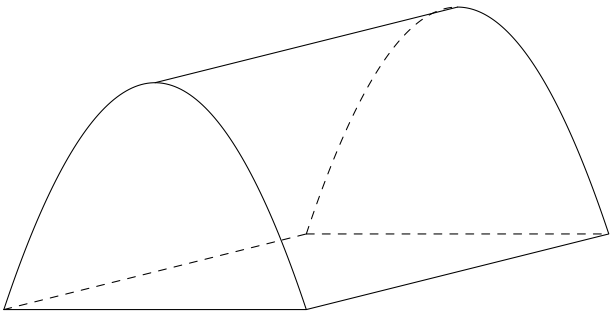
"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọng. Người chuyên cần sẽ thành nhân."

Biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét, diện tích mặt cắt đứng của mức nước trong con kênh là một phân số tối giản có dạng $\frac{a}{b}$ m^2, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tìm a. KQ: | | | | |

Câu 27. Nghệ thuật làm gốm có lịch sử phát triển lâu đời và vẫn còn tồn tại cho đến ngày nay. Giả sử một bình gốm có mặt trong của bình là một mặt tròn xoay sinh ra khi cho phần đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5$ $(0 \le x \le 30)$ (x, y tính theo cm) quay tròn quanh bệ gốm có trục trùng với trục hoành Ox. Để hoàn thành bình gốm đó ta cần sử dụng x cm^3 đất sét. Biết rằng bình gốm đó có độ dày không đổi là 1 cm. Tính $\frac{x}{\pi}$. KQ: | | | | |

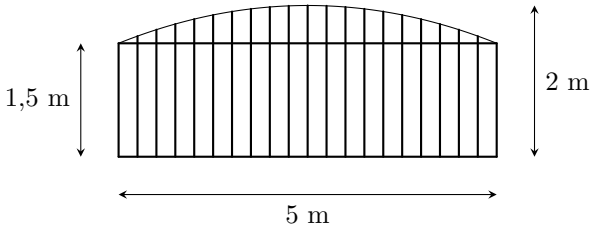
Câu 28. Để chuẩn bị cho buổi dã ngoại, nhóm du lịch dự định dựng một cái lều trại có dạng như hình vẽ. Biết rằng mặt trước và mặt sau của trại là hai parabol bằng nhau, nằm trên hai mặt phẳng song song với nhau và cùng vuông góc với mặt nền. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước chiều rộng là 4 m, chiều dài là 6 m, đỉnh parabol cách nền 3 m. Tính thể tích phần không gian bên trong lều trại.

KQ: | | | | |



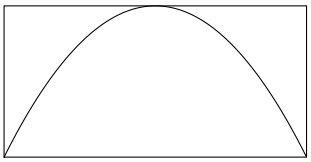
Câu 29. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá 1 m^2 cửa rào sắt là 700 000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy, làm tròn đến nghìn đồng.

KQ: | | | | |



Câu 30. Bạn An có các tấm thẻ hình chữ nhật có kích thước khác nhau nhưng có cùng chu vi là 6 cm. Trên mỗi tấm thẻ, An vẽ một hình parabol sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một cạnh của tấm thẻ như hình vẽ. Hỏi diện tích của hình parabol lớn nhất mà An vẽ được bằng bao nhiêu xăng ti mét vuông?

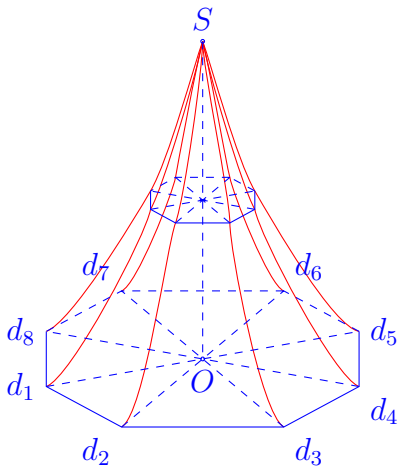
KQ: | | | | |



Câu 31. Gia đình ông Bình xây một cái chòi hình bát giác, trong đó mái chòi (H) có dạng hình "chóp bát giác cong đều" có trần bằng gỗ như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình bát giác đều có cạnh là $a = \frac{3\sqrt{2\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2}$ m. Chiều cao $SO = 6m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các

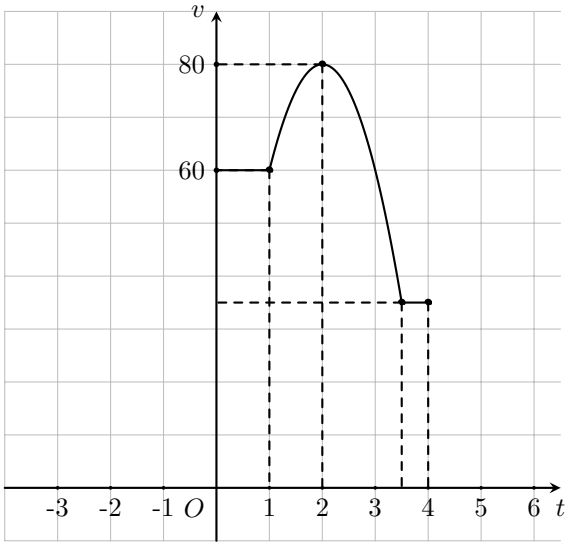
sợi dây thép d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6, d_7, d_8 nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử giao tuyến của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một bát giác đều và khi (α) qua trung điểm của SO thì bát giác đều có cạnh $b = \dfrac{\sqrt{2\sqrt{2}+2}}{\sqrt{2}+2}$ m. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi đó.

KQ: | | | | |



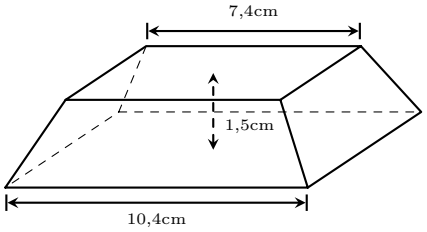
Câu 32. Một ô tô đi từ tỉnh A đến D thì phải đi qua đoạn đường BC hết 4,5 giờ. Ô tô đó đi với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình vẽ. Trong khoảng thời gian 1h, ô tô đi từ tỉnh B có đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục Ox và trong 2,5h tiếp theo đồ thị ô tô đó chuyển động là một phần của Parabol có đỉnh $I(2;80)$ và trục đối xứng song song với trục Oy. Khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục Ox. Tính độ dài đoạn đường BC (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

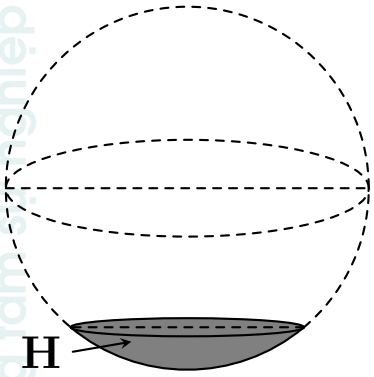
KQ: | | | | |

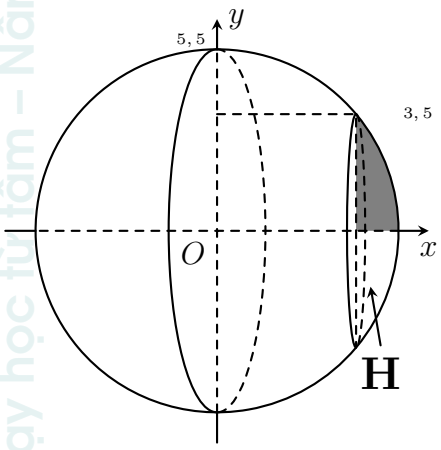


Câu 33. Để đặt một vật trang trí trên mặt bàn, người ta thiết kế một chân đế như sau. Lấy một khối gỗ có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt bằng $7,4$ cm và $10,4$ cm, bề dày của khối gỗ bằng $1,5$ cm. Sau đó khoét bỏ một phần của khối gỗ sao cho phần đó có dạng vật thể H, ở đó H nhận được bằng cách cắt khối cầu bán kính $5,5$ cm bởi một mặt phẳng cắt mà mặt cắt là hình tròn có bán kính $3,5$ cm (xem hình dưới).

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đục, tại sao chuyên cần ắt sẽ thành nhân"





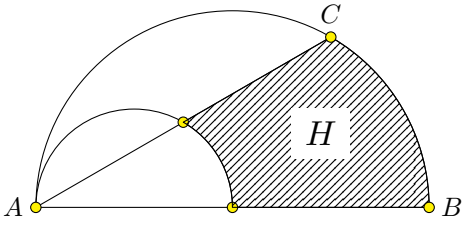


Thể tích của khối chân đế bằng bao nhiêu centimét khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

KQ: | | | | |

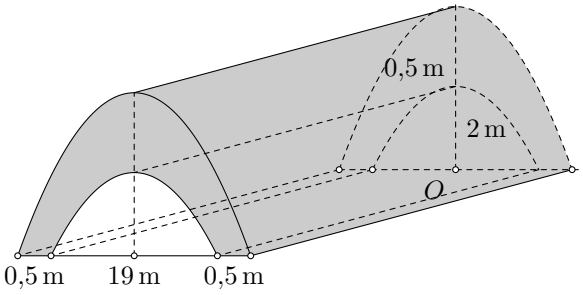
Câu 34.

Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 8π và $\widehat{BAC} = 30°$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB (làm tròn đến phần trăm).



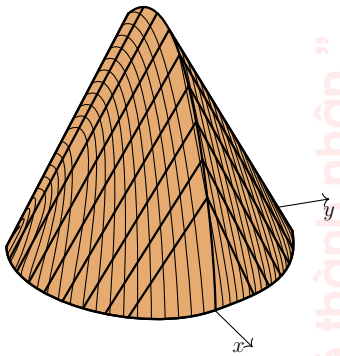
KQ: | | | | |

Câu 35. Trong chương trình nông thôn mới của tỉnh Phú Yên, tại xã Hòa Mỹ Tây có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Biết 1 m^3 khối bê tông để đổ cây cầu có giá 5 triệu đồng. Tính số tiền mà tỉnh Phú Yên cần bỏ ra để xây cây cầu trên.



KQ: | | | | |

Câu 36.
Cho vật thể đáy là hình tròn có bán kính bằng 1. Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1 \le x \le 1)$ thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó bằng bao nhiêu?

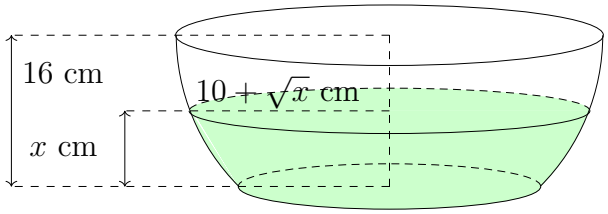


KQ: | | | | |

Câu 37. Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là 90 m^3, sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là 504 m^3. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.

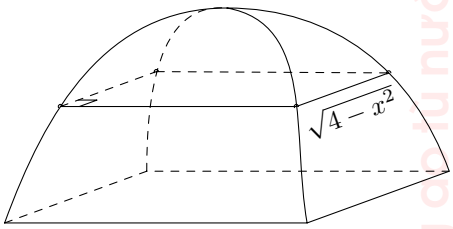
KQ: | | | | |

Câu 38. Nếu cắt một chậu nước có hình dạng như hình sau bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy x (cm) $(0 \le x \le 16)$ thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $(10 + \sqrt{x})$ (cm). Tính dung tích của chậu.



KQ: | | | | |

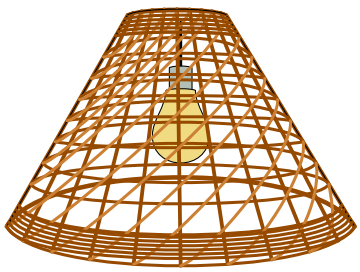
Câu 39.
Một chiếc lều mái vòm có hình dạng như hình bên. Nếu cắt lều bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x $(0 \le x \le 3)$ thì được hình chữ nhật có các kích thước lần lượt là x và $\sqrt{9 - x^2}$. Tính thể tích cái lều.



KQ: | | | | |

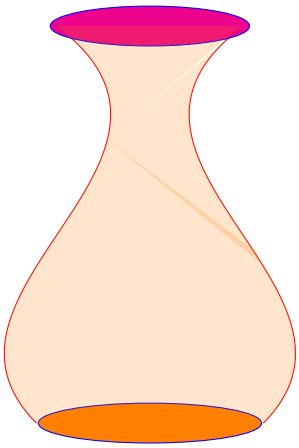
Câu 40. Một chiếc đèn cói có hình như bên. Nếu cắt đèn bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x $(0 \le x \le 4)$ thì được thiết diện là hình tròn có bán kính $\sqrt{4 - x}$. Thể tích của chiếc đèn cói là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần mười).

KQ: | | | | |



"Sen vẫn nở trong đầm nước đục, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

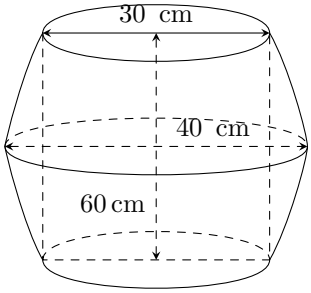
Câu 41.



Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25 cm. Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính $R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36}$ (dm) với $x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa. Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: | | | | |

Câu 42. Một thùng đựng bia hơi (có dạng như hình vẽ) có đường kính đáy là 30 cm, đường kính lớn nhất của thân thùng là 40 cm, chiều cao thùng là 60 cm, cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Thể tích của thùng bia hơi này bằng bao nhiêu (giả sử độ dày vỏ không đáng kể và làm tròn kết quả đến hàng phần mười theo đơn vị lít)?



KQ: | | | | |

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Bằng cả sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 7

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, MẶT CẦU



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Phương trình mặt phẳng

a) **Véc-tơ pháp tuyến và cặp véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng**

- Nếu véc-tơ $\vec{n}$ khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (P) thì $\vec{n}$ được gọi là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).
- Hai véc-tơ không cùng phương có giá song song hoặc thuộc mặt phẳng (P) được gọi là cặp véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng (P).

[Chú ý] Nếu hai véc-tơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ là cặp véc-tơ chỉ phương của mặt phẳng (α) thì $\vec{n}=[\vec{a},\vec{b}]$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

b) **Phương trình mặt phẳng**

- Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(x_0;y_0;z_0)$ và nhận $\vec{n}=(a;b;c)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là: $ax+by+cz+d=0$ với $d=-ax_0-by_0-cz_0$.
- Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $abc\neq 0$ có phương trình đoạn chắn có dạng là: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

c) **Điều kiện song song và vuông góc của hai mặt phẳng**

Cho hai mặt phẳng (P_1), (P_2) lần lượt có phương trình tổng quát là:

$$A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0;A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$$

Gọi $\vec{n}_1=(A_1;B_1;C_1)$, $\vec{n}_2=(A_2;B_2;C_2)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (P_1), (P_2), khi đó

- $(P_1)\,//\,(P_2)\Leftrightarrow$ Tồn tại số thực $k\neq 0$ sao cho $\begin{cases}\vec{n}_1=k\vec{n}_2\\ D_1\neq kD_2.\end{cases}$
- $(P_1)\perp(P_2)\Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$.

d) **Khoảng cách tìm một điểm đến một mặt phẳng**

Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ đến mặt phẳng $(P):Ax+By+Cz+D=0$ $(A^2+B^2+C^2>0)$ được tính theo công thức: $d(M_0,(P))=\dfrac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$.

2 Phương trình đường thẳng

a) **Véctơ chỉ phương của đường thẳng**

Nếu vectơ $\vec{u}$ khác $\vec{0}$ và có giá song song hoặc trùng với đường thẳng Δ thì $\vec{u}$ được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

"Sen vẫn nở trong gió từ nước đặc, Người cô tuyết cần ắt sẽ thanh nhã"

b) Phương trình đường thẳng

- Hệ phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$, trong đó a, b, c không đồng thời bằng $0, t$ là tham số, được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.
- Đường thẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ (với $abc \neq 0$) thì có phương trình chính tắc là: $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$.

c) Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng phân biệt Δ_1, Δ_2 lần lượt đi qua các điểm M_1, M_2 và tương ứng có $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$ là hai véctơ chỉ phương. Khi đó, ta có:

- $\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = \vec{0} \\ \left[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}\right] \neq \vec{0}; \end{cases}$
- Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \neq \vec{0} \\ [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 0; \end{cases}$
- Δ_1 và Δ_2 chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0$.

d) Côsin của góc giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có véctơ chỉ phương lần lượt là $\vec{u}_1 = (a_1; b_1; c_1)$, $\vec{u}_2 = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó, ta có: $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \dfrac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$. Nhận xét: $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$.

e) Sin của góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a_1; b_1; c_1)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a_2; b_2; c_2)$. Khi đó, ta có:

$$\sin(\Delta, (P)) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}.$$

f) Côsin của góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng (P_1) và (P_2) có véctơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (A_1; B_1; C_1)$, $\vec{n}_2 = (A_2; B_2; C_2)$. Khi đó, ta có:

$$\cos((P_1), (P_2)) = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}.$$

3 Phương trình mặt cầu

- Phương trình của mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ bán kính R là:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2.$$

- Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ xác định một mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Ngoài ra, nếu $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ thì phương trình đó xác định mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

1 Phương trình mặt phẳng

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

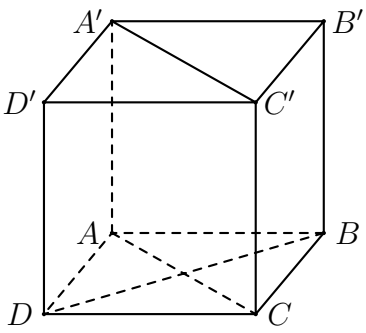
VÍ DỤ 1

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định sau, những khẳng định nào là đúng?

a) $\overrightarrow{AA'}$ và $2\overrightarrow{BB'}$ đều là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.

b) $\overrightarrow{BD}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ACC'A')$.

c) $\overrightarrow{A'C'}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(ABCD)$.



Lời giải.

VÍ DỤ 2

Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{u} = (2;-1;0)$, $\vec{v} = (1;-1;2)$. Gọi (α) là một mặt phẳng song song với các giá của $\vec{u}$, $\vec{v}$. Hãy tìm một véc-tơ pháp tuyến của (α).

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha)\colon x + 2y - z + 1 = 0$.

a) Hãy chỉ ra một véc-tơ pháp tuyến của (α).

b) Véc-tơ $\vec{m} = (2;4;-2)$ có là véc-tơ pháp tuyến của (α) hay không?

c) Trong hai điểm $A(1;3;2)$, $B(1;1;4)$, điểm nào thuộc mặt phẳng (α)?

Lời giải.

"Sự giàu có đến từ nước chảy chuyên cần đặt sẽ

VÍ DỤ 4

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2;-1;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-4;6)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(1;2;-4)$ và vuông góc với trục Oz

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ với $A(1;2;3)$, $B(4;3;5)$, $C(2;3;2)$, $A'(1;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng $(A'B'C')$.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Dạy học Nâng cao

VÍ DỤ 7

Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;-1)$, $B(4;1;2)$, $C(2;3;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;-2;-1)$ đồng thời song song với trục Oy và đường thẳng BC.

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;2;1)$, $C(3;1;4)$.

a) Chứng minh rằng A, B, C không thẳng hàng.

b) Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Một vật thể chuyển động trong không gian $Oxyz$. Tại mỗi thời điểm t, vật thể ở vị trí $M(\cos t-\sin t;\cos t+\sin t;\cos t)$. Hỏi vật thể có chuyển động trong một mặt phẳng cố định hay không? Hãy trả lời câu hỏi này bằng cách thực hiện các bước sau.

a) Xác định tọa độ của vị trí M_1, M_2, M_3 của vật tương ứng với các thời điểm $t=0$, $t=\dfrac{\pi}{2}$, $t=\pi$.

b) Chứng minh rằng M_1, M_2, M_3 không thẳng hàng và viết phương trình mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$.

c) Vị trí $M(\cos t-\sin t;\cos t+\sin t;\cos t)$ có luôn thuộc mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$ hay không?

Lời giải.

VÍ DỤ 10

Trong không gian $Oxyz$, chứng minh hai mặt phẳng sau vuông góc với nhau

$$(\alpha)\colon x-3y+2z+1=0, \quad (\beta)\colon 5x+y-z+2=0.$$

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(2;4;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q)\colon x+3y+z-1=0$.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Đồng hành cùng tâm sự nghiệp

VÍ DỤ 12

Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1;2;-1)$ đến mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+5=0$.

Lời giải.

VÍ DỤ 13

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+3y+z+2=0$ và $(Q)\colon x+3y+z+5=0$.

a) Chứng minh rằng (P) và (Q) song song với nhau.

b) Lấy một điểm thuộc (P), tính khoảng cách từ điểm đó đến (Q). Từ đó tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

Lời giải.

VÍ DỤ 14

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(4;2;5)$, $B(0;4;-3)$, $C(2;-3;7)$. Biết điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trên mặt phẳng Oxy sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $P=x_0+y_0+z_0$.

A $P=-3$. **B** $P=0$. **C** $P=3$. **D** $P=6$.

Lời giải.

"Sen văn hóa thành nhân." Người chủ nước độc, Người chủ

VÍ DỤ 15

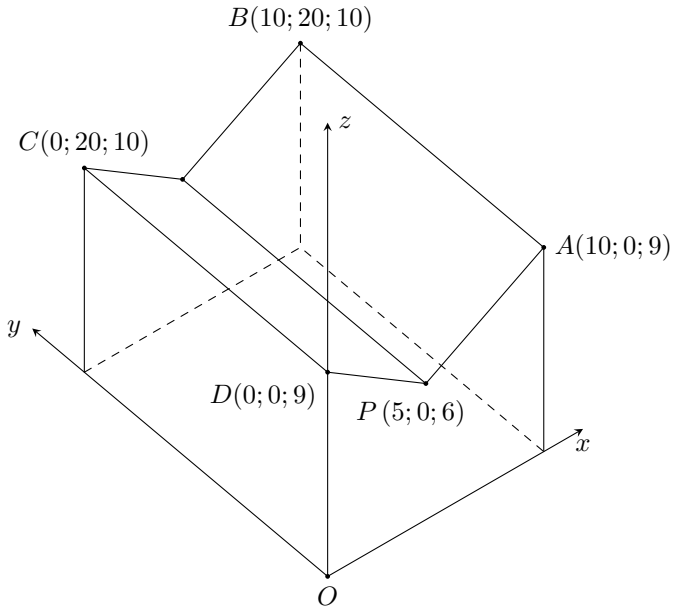
Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon 3x-3y-2z-12=0$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA^2+MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

Lời giải.

VÍ DỤ 16

Hình bên dưới minh hoạ hình ảnh hai mái nhà của một nhà kho trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Các bức tường của nhà kho đều được xây vuông góc với mặt đất.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – The BEST or NOT – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp



a) Lập phương trình của hai mặt phẳng tương ứng mỗi mái nhà.

b) Tìm tọa độ của điểm Q.

c) Tìm toạ độ của véc-tơ $\overrightarrow{PQ}$.

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong ao tù mước đọc. Người

VÍ DỤ 17

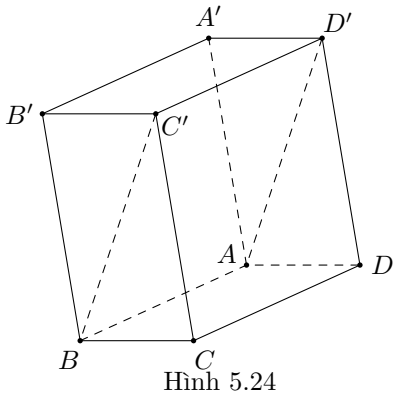
Góc quan sát ngang của một camera là 115°. Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $C(1;2;4)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P)\colon x+2y+2z+3=0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có bán kính bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.)

Lời giải.

2 Phương trình đường thẳng

VÍ DỤ 1

Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Hãy chỉ ra các vectơ chỉ phương của đường thẳng BC' mà điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó đều là các đỉnh của hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$.



Hình 5.24

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 1 \\ z = 2t. \end{cases}$

a) Hãy chỉ ra một điểm thuộc Δ và một vectơ chỉ phương của Δ.

b) Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ' đi qua $A(2;1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (3;0;2)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+2}{1}$. Hãy chỉ ra một điểm thuộc Δ và một vectơ chỉ phương của Δ.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-2;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;-5;1)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;4;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y=0$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;4;0)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Trong không gian $Oxyz$, chứng minh rằng hai đường thẳng sau vuông góc với nhau:

$$\Delta_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-3t \\ z=2-t \end{cases} ; \quad \Delta_2: \begin{cases} x=2+s \\ y=1-2s \\ z=3+8s \end{cases}$$

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Dạy học từ tâm sự nghề

VÍ DỤ 8

Trong không gian $Oxyz$, chứng minh rằng hai đường thẳng sau vuông góc với nhau và chéo nhau:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ và} \Delta_2 : \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$$

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Trong không gian $Oxyz$, chứng minh rằng hai đường thẳng sau cắt nhau:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \text{ và} \Delta_2 : \begin{cases} x = -6 + s \\ y = 5 + s \\ z = 5 + 2s \end{cases}$$

Lời giải.

VÍ DỤ 10

Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai mặt phẳng sau:

a) $(P)\colon x + y + 4z - 2 = 0$ và $(Q)\colon 2x - 2z + 7 = 0$.

b) $(P)\colon 2x - y - 2z - 9 = 0$ và $(Q)\colon x - y - 6 = 0$.

Lời giải.

VÍ DỤ 11

Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng sau:

a) $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ và $d': \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-2}$.

b) $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t' \\ y = 2 \\ z = -2 + t' \end{cases}$.

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Trong không gian $Oxyz$, tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng sau:

a) $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$ và $(P): x - y + 2z + 1 = 0$.

b) $d: \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-6}{3} = \dfrac{z+4}{1}$ và $(P): 4x + 3y - z + 1 = 0$

Lời giải.

VÍ DỤ 13

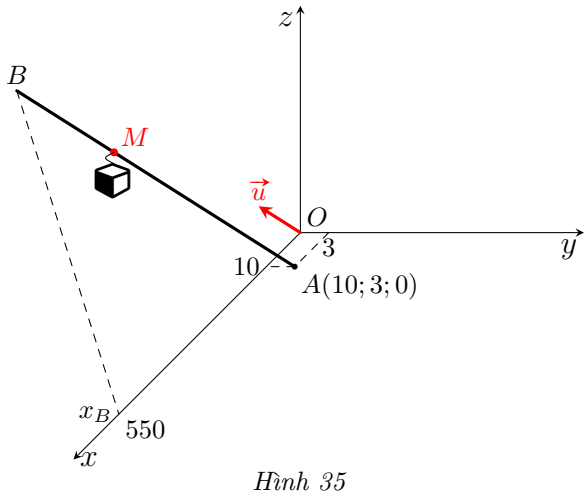
Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) (*Hình 35*).

a) Viết phương trình đường cáp.

b) Giả sử sau t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M. Tìm tọa độ điểm M.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Tìm độ dài quãng đường AB (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét).

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) góc bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ)?

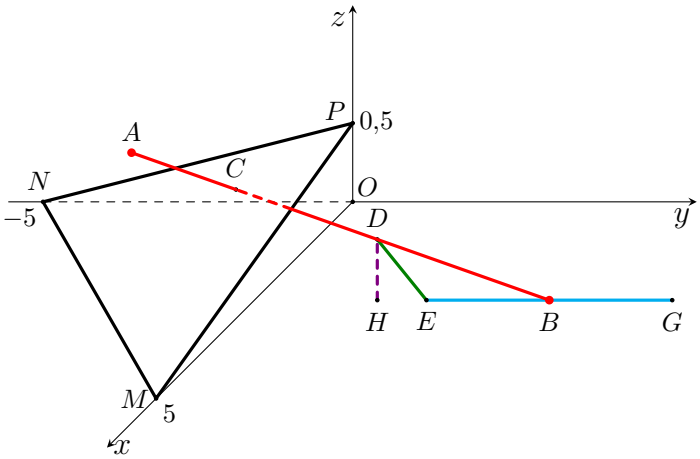


Hình 35

Lời giải.

VÍ DỤ 14

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3{,}5;-2;0{,}4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3{,}5;5{,}5;0)$ trên đường băng EG (*Hình 37*).



Hình 37

a) Viết phương trình đường thẳng AB.

b) Hãy cho biết góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt phẳng nằm ngang (Oxy)) có nằm trong phạm vi cho phép từ $2{,}5°$ đến $3{,}5°$ hay không?

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5;0;0)$, $N(0;-5;0)$, $P(0;0;0{,}5)$. Tìm tọa độ của điểm C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.

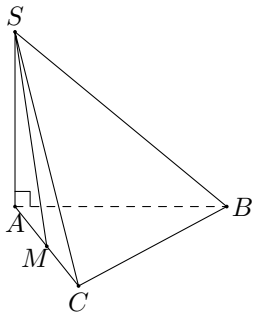
d) Tìm tọa độ của điểm D trên đoạn thẳng AB là vị trí mà máy bay ở độ cao 120 m.

e) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(3{,}5;6{,}5;0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Hỏi sau khi ra khỏi đám mây, người phi công có đạt được quy định an toàn đó hay không? Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là 900 m (*Nguồn: R.Laurson and B.Edwards, Calculus 10e, Cengage, 2014*).

Lời giải.

VÍ DỤ 15

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$, $BC = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa SC và đáy bằng $60°$. Gọi M là trung điểm của AC (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM.



Lời giải.

Tài liệu được chia sẻ từ nước độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

VÍ DỤ 16

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O, tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = 1$, $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng SD tạo với mặt đáy một góc $45°$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\widehat{SDA} = 45°$.		
b) $AD \parallel (SBC)$.		
c) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{1}{2}$.		
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SB bằng $\sqrt{10}$.		

Lời giải.

VÍ DỤ 17

Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a và có O là giao điểm hai đường chéo của đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB.

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong ao tù như Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

3 Phương trình mặt cầu

VÍ DỤ 1

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=5$.

a) Xác định tâm và bán kính của (S).

b) Hỏi gốc toạ độ $O(0;0;0)$ nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu (S) ?

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$$(x+2)^2+y^2+\left(z+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}.$$

a) Xác định tâm và bán kính của (S).

b) Hỏi điểm $M(2;0;1)$ nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu (S)?

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) trong các trường hợp sau:

a) Tâm là gốc toạ độ, bán kính $R = 1$.

b) Đường kính AB, với $A(1;-1;2), B(2;-3;-1)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 5y + 6z + \frac{25}{4} = 0.$$

Xác định tâm, tính bán kính của (S).

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả giá trị của tham số m để các phương trình sau là phương trình mặt cầu.

a) $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$;

b) $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=0 \end{cases}$.
Biết rằng đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A và B. Tính độ dài của đoạn thẳng AB.

Lời giải.

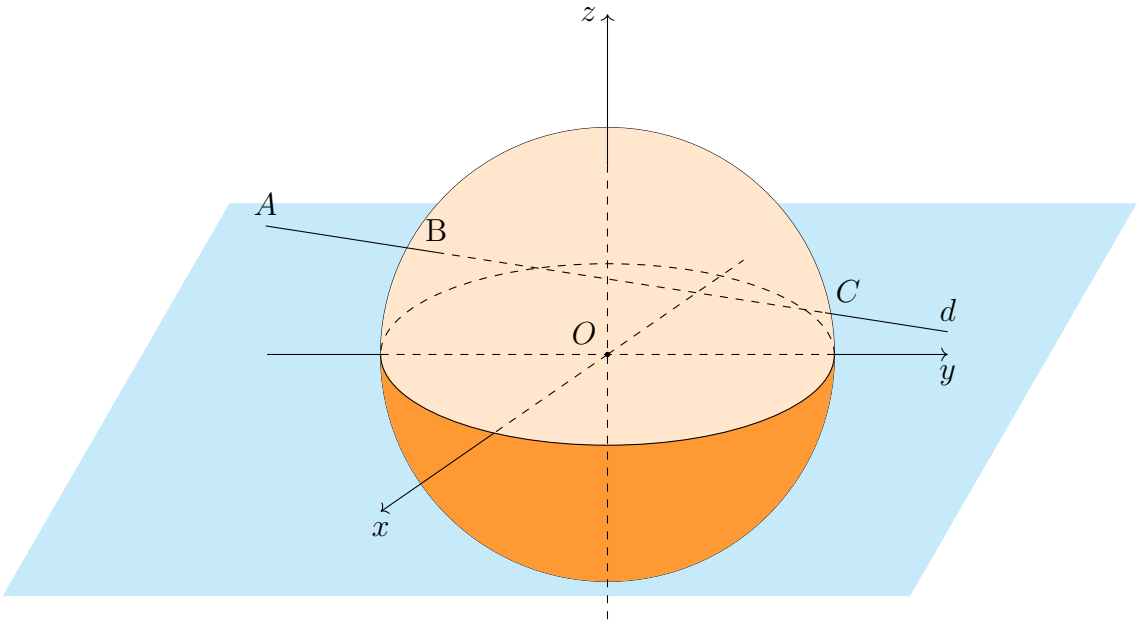
VÍ DỤ 7

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-5}{3}$ và hai điểm $A(3;4;5)$, $B(-4;0;2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)\in d$, bán kính R và (S) đi qua hai điểm A, B. Tìm tâm và bán kính mặt cầu (S).

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu.



a) Xác định tọa độ của vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.

b) Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Tính khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu lúc đó.

c) Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay ra khỏi màn hình ra đa.

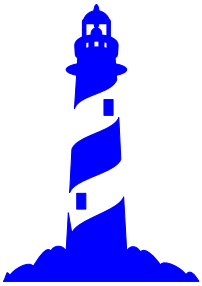
Lời giải.

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT the BEST or NOTHING

VÍ DỤ 9

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một ngọn hải đăng đặt ở vị trí $I(21;35;50)$.

a) Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng, biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 4 km.



b) Nếu người đi biển ở vị trí $C(42;37;0)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng không?

c) Nếu người đi biển ở vị trí $D(5\,121;658;0)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng hay không?

Lời giải.

VÍ DỤ 10

Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;-1;2)$, $B(1;1;8)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+z-5=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định, tính bán kính r của đường tròn (T) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải.

"Sen vẫn mở trong ao tù người chuyên cần ắt sẽ thời

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1 Phương trình mặt phẳng

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, vec-tơ nào sau đây là vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P)\colon x+3y-4z+5=0$?

A $\vec{n}_1=(3;4;5)$. B $\vec{n}_2=(1;3;-4)$. C $\vec{n}_3=(1;3;4)$. D $\vec{n}_4=(3;-4;5)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $K(1;1;1)$ nhận $\vec{u}=(1;0;1)$, $\vec{v}=(1;1;0)$ là cặp vec-tơ chỉ phương có phương trình tổng quát là

A $x+y+z-3=0$. B $x-y+z-1=0$. C $x+y-z-1=0$. D $-x+y+z-1=0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $D(3;0;0)$, $E(0;-2;0)$, $G(0;0;-7)$ có phương trình là

A $\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{7}+1=0$. B $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{7}=1$. C $\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}-\dfrac{z}{7}=1$. D $\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{7}=1$.

Câu 4. Trong không $Oxyz$, cho điểm $A(-3;4;-2)$ và vectơ $\vec{n}=(-2;3;-4)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và nhận $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A $-3x+4y+2z+26=0$. B $-2x+3y-4z+29=0$.

C $2x-3y+4z+29=0$. D $2x-3y+4z+26=0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;1;0)$ đến mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+2y+z-1=0$ bằng

A 1. B $\dfrac{4}{3}$. C $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. D $2\sqrt{2}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x-3y+z+5=0$ có phương trình là

A $2x-3y+z-11=0$. B $2x-3y+z+11=0$. C $x-2y+3z-11=0$. D $x-2y+3z+11=0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây vuông góc với mặt phẳng $(P)\colon 4x-14y-z+4=0$

A $3x+y-2z+15=0$. B $4x-14y-z=0$. C $3x+y+2z+15=0$. D $x+y-12z+1=0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(Q)\colon x+y+3z=0$, $(R)\colon 2x-y+z=0$ và điểm $B(2;1;-3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm B đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (Q) và (R) có phương trình là

A $4x+5y-3z+22=0$. B $4x-5y-3z-12=0$.

C $2x+y-3z-14=0$. D $4x+5y-3z-22=0$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;1)$. Khoảng cách từ gốc toạ độ đến mặt phẳng (ABC) bằng

A $\dfrac{1}{3}$. B $-\dfrac{2}{3}$. C $\dfrac{2}{3}$. D $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(3;0;1)$, $C(2;-1;3)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A $\vec{n_1} = (0; -4; -2)$. **B** $\vec{n_2} = (0; 4; -2)$. **C** $\vec{n_3} = (1; -1; 2)$. **D** $\vec{n_4} = (0; -2; 4)$.

Câu 11. Cho mặt phẳng (α): $2x - y + 3z - 2 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A $A(1; -3; 1)$. **B** $B(2; -1; -1)$. **C** $C(2; -1; 1)$. **D** $D(1; 2; 3)$.

Câu 12. Cho mặt phẳng (α): $x + y + z - 6 = 0$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc (α)?

A $M(1; -1; 1)$. **B** $N(2; 2; 2)$. **C** $P(1; 2; 3)$. **D** $Q(3; 3; 0)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 5)$, $B(1; -2; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với trục Ox có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; a; b)$. Khi đó tỉ số $\frac{a}{b}$ bằng

A -2. **B** $-\frac{3}{2}$. **C** $\frac{3}{2}$. **D** 2.

Câu 14. Phương trình nào được cho dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz)?

A $x = y + z$. **B** $y - z = 0$. **C** $y + z = 0$. **D** $x = 0$.

Câu 15. Cho các điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A $2x - y - 1 = 0$. **B** $-y + 2z - 3 = 0$. **C** $2x - y + 1 = 0$. **D** $y + 2z - 5 = 0$.

Câu 16. Cho hai điểm $A(4; 0; 1)$ và $B(-2; 2; 3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A $3x - y - z + 1 = 0$. **B** $3x + y + z - 6 = 0$. **C** $3x - y - z = 0$. **D** $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

Câu 17. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; -1; -1), C(5; -1; 1)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A $2x + 3y + 5z - 2 = 0$. **B** $2x - 3y - 5z - 2 = 0$. **C** $2x - 3y - 5z + 2 = 0$. **D** $2x + 3y - 5z - 2 = 0$.

Câu 18. Mặt phẳng (α) đi qua $A(-1; 4; -6)$ và chứa trục Oy có phương trình là

A $-2x + y + z = 0$. **B** $6x + z = 0$. **C** $3x - y - 6z + 1 = 0$. **D** $6x - z = 0$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$ có phương trình là

A $y + z = 0$. **B** $z + 1 = 0$. **C** $x + z = 0$. **D** $x - y = 0$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 1; 1)$, $B(3; 0; -1)$, $C(2; 0; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC có phương trình là

A $3x + y - 2z - 5 = 0$. **B** $4x + 2y + z - 11 = 0$.

C $x - y + z - 2 = 0$. **D** $3x + 7y - 2z - 11 = 0$.

Câu 21. Mặt phẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 3)$ và song song với trục Oz có phương trình là

A $2x + y - 4 = 0$. **B** $4x - 4y + 3z + 7 = 0$. **C** $x + 2y - 5 = 0$. **D** $2x + y + z - 3 = 0$.

Câu 22. Cho điểm $M(1; 2; -3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox, Oy, Oz. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm M_1, M_2, M_3 là

A $x + \frac{y}{2} - \frac{z}{3} = 1$. **B** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. **C** $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D** $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$.

Câu 23. Cho mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$ và (Q): $x + my + z - 1 = 0$. Tìm tham số m để hai mặt phẳng P và Q vuông góc với nhau.

"Sẽ vẫn nở trong gio từ nước độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

A $m=-4$. **B** $m=-\dfrac{1}{2}$. **C** $m=\dfrac{1}{2}$. **D** $m=4$.

Câu 24. Cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z-1=0$, $(Q)\colon 3x-(m+2)y+(2m-1)z+3=0$. Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A $m=0$. **B** $m=2$. **C** $m=-2$. **D** $m=-1$.

Câu 25. Cho $A\,(1;-1;2)$; $B\,(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A $3x-2y-z+3=0$. **B** $3x-2y-z-3=0$. **C** $-x+y=0$. **D** $x+y+z-2=0$.

Câu 26. Cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng là $ax+by+cz-11=0$. Tính $a+b+c$.

A $a+b+c=-7$. **B** $a+b+c=10$. **C** $a+b+c=5$. **D** $a+b+c=3$.

Câu 27. Cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+3y+4z-5=0$ và điểm $A(1;-3;1)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng

A $\dfrac{8}{\sqrt{29}}$. **B** $\dfrac{8}{9}$. **C** $\dfrac{3}{\sqrt{29}}$. **D** $\dfrac{8}{29}$.

Câu 28. Khoảng cách từ $A(-2;1;-6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là

A 6. **B** 2. **C** 1. **D** $\dfrac{7}{\sqrt{41}}$.

Câu 29. Cho hai điểm $A(-2;1;3)$, $B(4;1;-1)$. Khoảng cách từ trung điểm I của đoạn AB đến mặt phẳng (Oyz) là

A 0. **B** 2. **C** 4. **D** 1.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;-4)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A $(2;0;-4)$. **B** $(0;3;-4)$. **C** $(2;3;0)$. **D** $(0;3;0)$.

Câu 31. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;3;-1)$ trên mặt phẳng $(\alpha)\colon 16x+12y-15z+7=0$. Tính độ dài đoạn thẳng AH.

A $\dfrac{19}{25}$. **B** $\dfrac{12}{25}$. **C** $\dfrac{19}{625}$. **D** $\dfrac{12}{625}$.

Câu 32. Cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z+3=0$ và $(Q)\colon x+2y-2z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là

A $\dfrac{4}{9}$. **B** $\dfrac{2}{3}$. **C** $\dfrac{4}{3}$. **D** $-\dfrac{4}{3}$.

Câu 33. Biết rằng hai mặt phẳng $4x-4y+2z-7=0$ và $2x-2y+z+4=0$ chứa hai mặt của hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó bằng

A $V=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **B** $V=\dfrac{27}{8}$. **C** $V=\dfrac{81\sqrt{3}}{8}$. **D** $V=\dfrac{125}{8}$.

Câu 34. Cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+1=0$ và $(Q)\colon x-y+z-5=0$. Có bao nhiêu điểm M trên trục Oy thỏa mãn M cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q)?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 35. Cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-2=0$. Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) và (Q) cách điểm A một khoảng bằng $3\sqrt{3}$. Phương trình mặt phẳng (Q) là

A $x+y+z+3=0$ và $x+y+z-3=0$. **B** $x+y+z+3=0$ và $x+y+z+15=0$.

C $x+y+z+3=0$ và $x+y+z-15=0$. **D** $x+y+z+3=0$ và $x+y-z-15=0$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0), D(2;0;0), B(0;4;0), S(0;0;4)$ Gọi M là trung điểm của SB. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (CDM).

A $d(B,(CDM))=\sqrt{2}$. **B** $d(B,(CDM))=2$. **C** $d(B,(CDM))=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **D** $d(B,(CDM))=2\sqrt{2}$.

Câu 37. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(BC'D)$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D** $\sqrt{3}$.

Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$, $AA'=3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, $C'D'$ và DD'. Tính khoảng cách từ A đến (MNP).

A $\dfrac{15}{11}a$. **B** $\dfrac{15}{22}a$. **C** $\dfrac{9}{11}a$. **D** $\dfrac{3}{4}a$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{a}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBD).

A $d=\dfrac{a}{3}$. **B** $d=\dfrac{a}{6}$. **C** $d=\dfrac{3a}{2}$. **D** $d=\dfrac{2a}{3}$.

2 Phương trình đường thẳng

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-5}{8}=\dfrac{y-9}{6}=\dfrac{z-12}{3}$?

A $\vec{u}_1=(8;6;3)$. **B** $\vec{u}_2=(8;6;-3)$. **C** $\vec{u}_3=(-8;6;-3)$. **D** $\vec{u}_4=(5;9;12)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=1+t\\ y=-2+2t\\ z=3-t\end{cases}$. Véc-tơ nào sau đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A $\vec{u}_1=(1;-2;3)$. **B** $\vec{u}_2=(1;2;-1)$. **C** $\vec{u}_3=(1;2;1)$. **D** $\vec{u}_4=(2;0;2)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=1+t\\ y=-2+2t\\ z=3-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng Δ?

A $M(1;2;-1)$. **B** $N(2;0;2)$. **C** $P(-1;2;5)$. **D** $Q(1;-2;2)$.

Đến văn nở trong ao tù nước đọc, gợi rời chuyện còn sẽ thành nhàn

Câu 4. Cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A $\vec{u_2} = (2; -1; 5)$. B $\vec{u_4} = (1; -1; 4)$. C $\vec{u_3} = (1; -1; 5)$. D $\vec{u_1} = (1; 0; 4)$.

Câu 5. Cho đường thẳng d: $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là

A $\vec{u} = (-1; 2; 1)$. B $\vec{u} = (2; 1; 0)$. C $\vec{u} = (-1; 2; 0)$. D $\vec{u} = (2; 1; 1)$.

Câu 6. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z}{2}$. Điểm nào trong các điểm dưới đây nằm trên đường thẳng d?

A $P(5; 2; 5)$. B $Q(1; 0; 0)$. C $M(3; 2; 2)$. D $N(1; -1; 2)$.

Câu 7. Cho hai điểm $A(2; -1; 4)$ và $B(-1; 3; 2)$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

A $\vec{u}_1 = (1; 2; 2)$. B $\vec{u}_3 = (1; 2; 6)$. C $\vec{u}_2 = (3; -4; 2)$. D $\vec{u}_4 = (1; -4; 2)$.

Câu 8. Cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α): $x + 2z + 3 = 0$. Một véc-tơ chỉ phương của Δ là

A $\vec{v} = (1; 2; 3)$. B $\vec{a} = (1; 0; 2)$. C $\vec{u} = (2; 0; -1)$. D $\vec{b} = (2; -1; 0)$.

Câu 9. Một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1; 2; 4)$, $B(-2; 3; 5)$, $C(-9; 7; 6)$ có toạ độ là

A $(3; 4; -5)$. B $(3; -4; 5)$. C $(-3; 4; -5)$. D $(3; 4; 5)$.

Câu 10. Cho hai mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$, $(Q): 4x + 5y - z + 1 = 0$. Các điểm A, B phân biệt thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q). Khi đó $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véc-tơ nào sau đây?

A $\vec{u} = (8; -11; -23)$. B $\vec{k} = (4; 5; -1)$. C $\vec{w} = (3; -2; 2)$. D $\vec{v} = (-8; 11; -23)$.

Câu 11. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; -6; 2)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 12. Cho hai điểm $A(2; -1; 3), B(3; 2; -1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB?

A $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$.

Câu 13. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{2x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-1}$, điểm $A(2; -3; 4)$. Đường thẳng qua A và song song với Δ có phương trình là

A $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. B $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. C $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$. D $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$.

Câu 14. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $N(2; -3; -5)$ và vuông góc với mặt phẳng (P): $2x - 3y - z + 2 = 0$.

A $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+3}{-3} = \dfrac{z+5}{-1}$. B $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-3}{-3} = \dfrac{z-5}{-1}$.

C $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z-1}{-5}$.

D $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-3}=\dfrac{z+1}{-5}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC có $A(3;2;-4), B(4;1;1)$ và $C(2;6;-3)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

A $d:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

B $d:\dfrac{x+12}{3}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C $d:\dfrac{x-3}{7}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

D $d:\dfrac{x+7}{3}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 16. Cho hai điểm $A(1;-1;1)$ và $B(-1;2;3)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A, đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và Δ là

A $\dfrac{x+1}{7}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{4}$.

B $\dfrac{x+1}{7}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{4}$.

C $\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$.

D $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{4}$.

Câu 17. Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=2-t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=2+2t'\\y=3+4t'\\z=5-2t'.\end{cases}$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A d và d' chéo nhau. **B** d trùng d'. **C** d song song d'. **D** d cắt d'.

Câu 18. Cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1-2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{1}$. Chọn khẳng định đúng.

A $d_1 \parallel d_2$. **B** $d_1 \equiv d_2$. **C** d_1, d_2 chéo nhau. **D** d_1, d_2 cắt nhau.

Câu 19. Vị trí tương đối của hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{3}=y=\dfrac{z+1}{2}$ và $\Delta_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$,

A Trùng nhau . **B** Chéo nhau. **C** Song song. **D** Cắt nhau.

Câu 20. Cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-5}{-2}$. Tọa độ giao điểm M của hai đường thẳng đã cho là

A $M(5;1;3)$. **B** $M(0;-1;-1)$. **C** $M(3;5;7)$. **D** $M(2;3;7)$.

Câu 21. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d với mặt phẳng (Oxy).

A $M(-1;2;0)$. **B** $M(1;0;0)$. **C** $M(2;-1;0)$. **D** $M(3;-2;0)$.

Câu 22. Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$. Tìm toạ độ giao điểm của d và (P).

A $(2;1;1)$. **B** $(0;-1;4)$. **C** $(1;-3;3)$. **D** $(2;-5;1)$.

Câu 23. Cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

A $2x-y+z-3=0$. **B** $x+2y+3z-7=0$. **C** $x+2y+3z-1=0$. **D** $2x-y+z=0$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 24. Cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-6}{-2}$; $d_2: \dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d_1 và song song với d_2 là

A $(P): x+8y+5z+16=0$.
B $(P): x+4y+3z-12=0$.
C $(P): 2x+y-6=0$.
D $(P): x+8y+5z-16=0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-7}{1}=\dfrac{z-3}{4}$ và mặt phẳng (P): $3x-2y+z-6=0$. Giá trị của $\sin(d,(P))$ bằng

A $\dfrac{4\sqrt{6}}{7}$.
B $\dfrac{\sqrt{6}}{42}$.
C $\dfrac{4\sqrt{6}}{21}$.
D $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng d: $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và Δ: $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=2+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Góc giữa hai đường thẳng d và Δ bằng

A 90°.
B 60°.
C 45°.
D 30°.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (α): $x-2y+z-1=0$ có phương trình chính tắc là

A $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$.
B $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.
C $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.
D $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và song song với đường thẳng d: $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{-2}$ có phương trình chính tắc là

A $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{3}$.
B $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z-3}{2}$.
C $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.
D $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+3}{-2}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-2;4)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3;-1)$ là

A $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+3t\\z=4-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
B $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+3t\\z=4+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
C $\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=-1+4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.
D $\begin{cases}x=2+t\\y=3+2t\\z=-1+4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 30. Cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$, mặt phẳng $(Q): x-3y+5z-2=0$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P), (Q) là

A $-\dfrac{\sqrt{35}}{7}$.
B $\dfrac{5}{7}$.
C $\dfrac{\sqrt{35}}{7}$.
D $-\dfrac{5}{7}$.

Câu 31. Góc giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+z+4=0$ và $(Q): -x+y+2z+3=0$ bằng

A 45°.
B 90°.
C 30°.
D 60°.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Câu 32. Tính góc α giữa mặt $(P)\colon x+z-4=0$ và mặt phẳng (Oxy).

A $45°$. B $30°$. C $90°$. D $60°$.

Câu 33. Cho hai đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{2}$, $d_2\colon \begin{cases} x=2t \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2. Tính $\cos\varphi$.

A $\cos\varphi=-\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$. B $\cos\varphi=\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$. C $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. D $\cos\varphi=-\dfrac{\sqrt{6}}{9}$.

Câu 34. Cho đường thẳng $d_1\colon \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$ và $d_2\colon \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Góc giữa hai đường thẳng bằng

A $90°$. B $30°$. C $60°$. D $45°$.

Câu 35. Cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+3=0$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P).

A $45°$. B $120°$. C $60°$. D $30°$.

Câu 36. Cho mặt phẳng $(P)\colon 3x+4y+5z-8=0$ và đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=2-3t \\ y=-1-4t \\ z=5-5t \end{cases}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A $90°$. B $45°$. C $30°$. D $60°$.

Câu 37. Cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ.

A $\vec{u}=(0;2;1)$. B $\vec{u}=(1;0;1)$. C $\vec{u}=(1;-2;0)$. D $\vec{u}=(2;2;3)$.

Câu 38. Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+3}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;0;2)$, cắt d_1 và vuông góc với d_2.

A $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{4}$. B $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+2}{-4}$.

C $\dfrac{x-5}{-2}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-2}{4}$. D $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-4}$.

Câu 39. Cho đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P)\colon x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là

A $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2. \end{cases}$ B $\begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=2-t. \end{cases}$ C $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2. \end{cases}$ D $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-1+2t \\ z=2t. \end{cases}$

Câu 40. Cho đường thẳng $d:x=y=z$. Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng tọa độ (Oyz).

"Sen vàn nở trong gò từ nước độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân"

A $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=t \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.

Câu 41. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ và điểm $A(1;-1;2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

A $\Delta: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-4}{2}$. **B** $\Delta: \dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$.

C $\Delta: \dfrac{x+5}{6}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. **D** $\Delta: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-3}{2}$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2: \dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình là

A $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+2}{2}$. **B** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

C $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 43. Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+6=0$ là

A $(5;-3;1)$. **B** $(-1;1;-1)$. **C** $(1;1;1)$. **D** $(3;-2;1)$.

Câu 44. Gọi hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;-1;-4)$ lên mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-3=0$ là điểm $H(a;b;c)$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A $a+b+c=-1$. **B** $a+b+c=3$. **C** $a+b+c=5$. **D** $a+b+c=-\dfrac{5}{3}$.

Câu 45. Cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$ và điểm $A(-7;-6;1)$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (P).

A $A'(1;2;-3)$. **B** $A'(1;2;1)$. **C** $A'(5;4;9)$. **D** $A'(9;0;9)$.

Câu 46. Cho điểm $A\,(4;-3;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d. Tọa độ điểm H là

A $H\,(5;4;-1)$. **B** $H\,(1;0;-1)$. **C** $H\,(-5;-4;1)$. **D** $H\,(-2;-2;0)$.

Câu 47. Cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$, $M(2;1;0)$. Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho MH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T=a^2+b^2+c^2$.

A $T=\sqrt{5}$. **B** $T=12$. **C** $T=21$. **D** $T=6$.

Câu 48. Cho điểm $M\,(1;2;-6)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1-t \\ z=-3+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Điểm N là điểm đối xứng của M qua đường thẳng d có tọa độ là

A $N\,(0;2;-4)$. **B** $N\,(-1;2;-2)$. **C** $N\,(1;-2;2)$. **D** $N\,(-1;0;2)$.

Câu 49. Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;1;2)$. Biết điểm $M(a;b;c)$ thuộc Δ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, tổng $a+2b+4c$ bằng bao nhiêu?

A 0. **B** -1. **C** 2. **D** 1.

Câu 50. Cho ba điểm $A(0;-2;-1)$, $B(-2;-4;3)$, $C(1;3;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-2z-3=0$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a-b+2c$.

A 3. **B** -1. **C** 4. **D** -2.

Câu 51. Cho các điểm $A(-1;\sqrt{3};0)$, $B(1;\sqrt{3};0)$, $C(0;0;\sqrt{3})$ và điểm M thuộc trục Oz sao cho hai mặt phẳng (MAB) và (ABC) vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai mặt phẳng (MAB) và (OAB).

A $45°$. **B** $60°$. **C** $15°$. **D** $30°$.

Câu 52. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$có cạnh bằng a. Tính số đo góc giữa hai mặt phẳng $(BA'C)$ và $(DA'C)$.

A $30°$. **B** $120°$. **C** $90°$. **D** $60°$.

Câu 53. Cho hình lập phương $MNPQ.M'N'P'Q'$ có E, F, G lần lượt là trung điểm của NN', PQ, $M'Q'$ Tính góc giữa hai đường thẳng EG và $P'F$.

A $60°$. **B** $90°$. **C** $30°$. **D** $45°$.

Câu 54. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh $AB=2, AD=3, AA'=4$. Góc giữa hai mặt phẳng $(AB'D')$ và $(A'C'D)$ là α. Tính giá trị gần đúng của góc α.

A $45,2°$. **B** $38,1°$. **C** $61,6°$. **D** $53,4°$.

Câu 55. Cho hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc $(ABCD)$, $SA=a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm SB, SD. Cô-sin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là

A $\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 56. Cho hình chóp tam giác $O.ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA=OB=OC$. Lấy M, N lần lượt là trung điểm của AB, OC. Gọi α là góc tạo bởi OA và MN. Tính $\cos\alpha$.

A $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B** $\dfrac{1}{3}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 57. Hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B có $AB=a$, $AC=2a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a$. Gọi ψ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SBC). Tính $\cos\psi$.

A $\dfrac{1}{2}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 58. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin\alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC).

A $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 59. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm SA và BC. Biết góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng $60°$, côsin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng

A $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$. **B** $\dfrac{2\sqrt{41}}{41}$. **C** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **D** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 60. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC).

"Sự văn nở trong sự nước độc, Người rời chuyên cần sẽ thành nhân."

A $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **B** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. **D** $\dfrac{\sqrt{55}}{10}$.

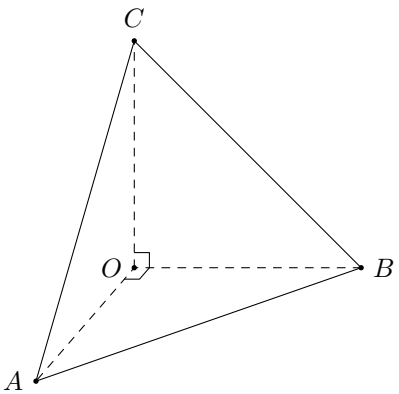
Câu 61. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{3}, BC = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa SB và DC bằng:

A $a\sqrt{2}$. **B** $\dfrac{2a}{3}$. **C** $a\sqrt{3}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 62.

Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

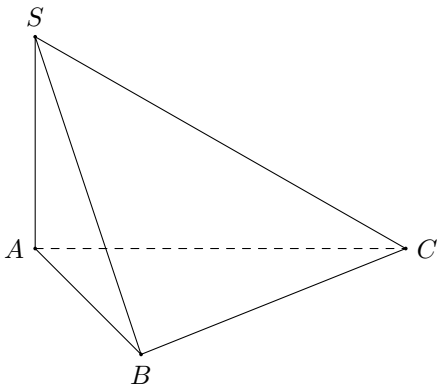
A $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B** $\dfrac{a}{2}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D** $\dfrac{3a}{2}$.



Câu 63.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \dfrac{a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

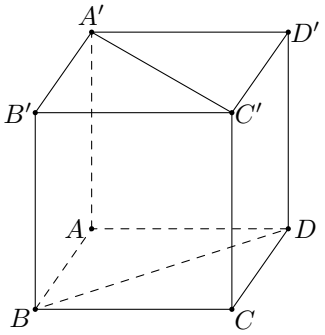
A $a\sqrt{3}$. **B** a. **C** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 64.

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **B** $\sqrt{2}a$. **C** a. **D** $\sqrt{3}a$.



3 Phương trình mặt cầu

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Phương trình của (S) là

A $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. **B** $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R^2$.

C $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R$. **D** $(x+a)^2+(y+b)^2+(z+c)^2=R$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi

A $a^2+b^2+c^2-d>0$. **B** $a^2+b^2+c^2+d\geq 0$. **C** $a^2+b^2+c^2+d>0$. **D** $a^2+b^2+c^2-d\geq 0$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-6;-9;15)$ và đường kính bằng 10 có phương trình là:

A $(x+6)^2+(y+9)^2+(z-15)^2=100$. **B** $(x+6)^2+(y+9)^2+(z-15)^2=25$.

C $(x-6)^2+(y-9)^2+(z+15)^2=100$. **D** $(x-6)^2+(y-9)^2+(z+15)^2=25$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2=50$?

A $M(3;4;6)$. **B** $N(4;4;5)$. **C** $P(3;4;-5)$. **D** $Q(-3;3;-5)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;-2;1)$ và $B(0;-2;-1)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A $(x-2)^2+(y+2)^2+z^2=5$. **B** $(x+2)^2+(y-2)^2+z^2=5$.

C $(x-2)^2+(y+2)^2+z^2=13$. **D** $(x+2)^2+(y-2)^2+z^2=13$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+2z-1=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A $(-1;0;1)$. **B** $(1;0;-1)$. **C** $(-1;1;0)$. **D** $(1;-1;0)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(0;-3;1)$ và $R=2$. Mặt cầu tâm I, bán kính R có phương trình là

A $x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4$. **B** $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=4$.

C $x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=2$. **D** $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đã cho lần lượt là

A $(1;-2;3)$, 5. **B** $(1;2;-3)$, 25. **C** $(-1;-2;3)$, 25. **D** $(1;-2;-3)$, 5.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu tâm $I(-2;1;5)$, bán kính bằng 3. Điểm nào dưới đây thuộc mặt cầu đã cho?

A $C(0;3;4)$. **B** $A(10;1;2)$. **C** $B(0;1;4)$. **D** $D(0;2;1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A $I(0;-3;1)$, $R=1$. **B** $I(0;3;-1)$, $R=4$. **C** $I(0;-3;1)$, $R=2$. **D** $I(0;3;-1)$, $R=2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A $I(1;-2;-1)$ và $R=3$. **B** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

C $I(-1;2;1)$ và $R=3$. **D** $I(-1;2;1)$ và $R=9$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;-2)$ và đi qua điểm $A(2;;1;2)$.

A $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=5$. **B** $(S)\colon (x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=25$.

C $(S)\colon (x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=25$. **D** $(S)\colon x^2+y^2+z^2+2x-2y+4z+1=0$.

"Đến văn nổi trong cô tù nước độc Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$ và $B(-2;2;-3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A $x^2+(y-3)^2+(z-1)^2=9$. **B** $x^2+(y+3)^2+(z-1)^2=9$.

C $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=3$. **D** $x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 14. Cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-8x+2y+1=0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S).

A $I(4;-1;0)$, $R=4$. **B** $I(-4;1;0)$, $R=4$. **C** $I(-4;1;0)$, $R=2$. **D** $I(4;-1;0)$, $R=2$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;3)$ và mặt cầu (S) có phương trình$(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=9$. Khẳng định đúng là

A M nằm ngoài (S). **B** M nằm trong (S).

C M nằm trên(S). **D** M trùng với tâm của (S).

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$ và ba điểm $O(0;0;0)$, $A(1;2;3)$, $B(2;-1;-1)$. Trong số ba điểm trên số điểm nằm trên mặt cầu là

A 2. **B** 0. **C** 3. **D** 1.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $2x^2+2y^2+2z^2+12x-4y+4=0$. Mặt cầu (S) có đường kính AB. Biết điểm $A(-1;-1;0)$ thuộc mặt cầu (S). Tọa độ điểm B là

A $B(-5;3;-2)$. **B** $B(-11;5;0)$. **C** $B(-11;5;-4)$. **D** $B(-5;3;0)$.

Câu 18. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m (biết $m\in\mathbb{N}$) để phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ là phương trình của một mặt cầu?

A 2. **B** 3. **C** 4. **D** 5.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-m=0$ (m là tham số). Biết mặt cầu có bán kính bằng 5. Tìm m.

A $m=25$. **B** $m=11$. **C** $m=16$. **D** $m=-16$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) : $x^2+y^2+z^2-4mx+4y+2mz+m^2+4m=0$ có bán kính nhỏ nhất khi m bằng

A $\frac{1}{2}$. **B** $\frac{1}{3}$. **C** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D** 0.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Ox và đi qua hai điểm $A(1;2;3)$, $B(4;-6;2)$ là

A $(x-7)^2+y^2+z^2=49$. **B** $(x+6)^2+y^2+z^2=36$.

C $(x+7)^2+y^2+z^2=49$. **D** $(x-6)^2+y^2+z^2=36$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$, tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz). Phương trình của mặt cầu (S) là

A $(x+2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=4$. **B** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=1$.

C $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4$. **D** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

A 2. **B** $\sqrt{5}$. **C** $\sqrt{10}$. **D** $\sqrt{13}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(-1;0;3)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha)\colon 4y-3z+19=0$ có phương trình là

A $(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=4$. **B** $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=2$.

C $(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=4$. **D** $(x-1)^2+y^2+(z+3)^2=2$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(-1;2;0)$, $B(-2;1;1)$ và có tâm nằm trên trục Oz.

A $x^2+y^2+z^2-z-5=0$. **B** $x^2+y^2+z^2+5=0$.

C $x^2+y^2+z^2-x-5=0$. **D** $x^2+y^2+z^2-y-5=0$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm I nằm trên mặt phẳng (Oxy) đi qua ba điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;-3;1)$, $C(2;2;3)$. Tìm tọa độ điểm I.

A $I(2;-1;0)$. **B** $I(0;0;1)$. **C** $I(0;0;-2)$. **D** $I(-2;1;0)$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;3;0)$, $B(0;-4;1)$, $C(3;1;1)$. Mặt cầu đi qua ba điểm A,B,C và có tâm I thuộc mặt phẳng (Oxz), biết $I(a;b;c)$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A $T=3$. **B** $T=-3$. **C** $T=-1$. **D** $T=2$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2+y^2+z^2-4y+6z-2=0$ và mặt phẳng $(P)\colon x+y-z+4=0$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A (P) tiếp xúc (S). **B** (P) và (S) không có điểm chung.

C (P) đi qua tâm của (S). **D** (P) cắt (S).

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z-2=0$ và mặt cầu (S) tâm $I\,(2;1;-1)$ bán kính $R=2$. Bán kính đường tròn giao của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là

A $r=\sqrt{3}$. **B** $r=\sqrt{5}$. **C** $r=1$. **D** $r=3$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+2y-6z+2=0$ cắt mặt phẳng (Oxz) theo một đường tròn có bán kính bằng

A $3\sqrt{2}$. **B** $2\sqrt{2}$. **C** 5. **D** $4\sqrt{2}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z+1=0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r. Tính r.

A $r=3$. **B** $r=2$. **C** $r=2\sqrt{2}$. **D** $r=\sqrt{3}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y+z+5=0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π. Tính bán kính mặt cầu (S).

A 5. **B** 6. **C** 3. **D** 4.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

"Sen vườn nở trong ao tù nước đọc, Người đời chuyền càng rót sẽ thành nhân."

1 Phương trình mặt phẳng

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z+1=0$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Biết điểm M nằm trên tia Ox mà khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Khi đó, hoành độ điểm M là $x_M=5$.		
b) Mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình là $x+z=0$.		
c) Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $(1;2;-1)$.		
d) Khi $m=-4$ thì mặt phẳng $(R)\colon 2x-my+3=0$ vuông góc với mặt phẳng (P).		

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$ và $B(3;-1;5)$.

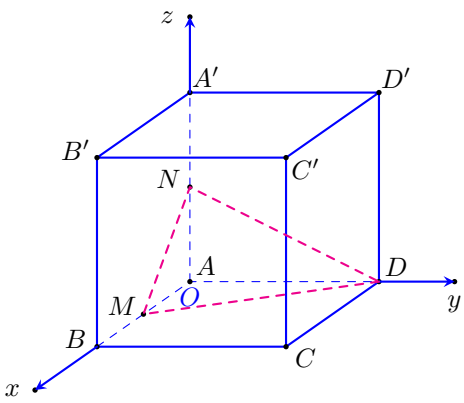
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $2x-3y+4z-\dfrac{29}{2}=0$.		
b) Điểm $N(1;2;-1)$ đối xứng với $A(1;2;1)$ qua mặt phẳng (Oyz).		
c) Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB và cắt các trục Ox, Oy và Oz lần lượt tại các điểm D, E và F. Khi thể tích của tứ diện $ODEF$ bằng $\dfrac{3}{2}$, phương trình mặt phẳng (P) là $2x-3y+4z\pm 6=0$.		
d) Véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+3y+4z-2=0$.		

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta)\colon 5x-4y+3z+1=0$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hai mặt phẳng (α), (β) song song với nhau.		
b) Điểm $A(1;2;-1)$ nằm trên mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-2y+2z+7=0$.		
c) Phương trình mặt phẳng qua O, đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) có phương trình là $2x+y-2z=0$.		
d) Mặt phẳng (γ) đi qua điểm $I(1;0;-1)$ và song song với $(\alpha)\colon 3x-2y+2z+7=0$ có phương trình là $(\gamma)\colon 3x-2y+2z-1=0$.		

Câu 4.

Trong không gia $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $D(0;2;0)$, $A'(0;0;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AA' (hình bên)



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Toạ độ của điểm M là $(1;0;0)$.		

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Toạ độ của điểm N là $(0;1;0)$.		
c) Phương trình mặt phẳng (DMN) là $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{1}$.		
d) Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng (DMN) bằng $\frac{8}{3}$.		

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$.

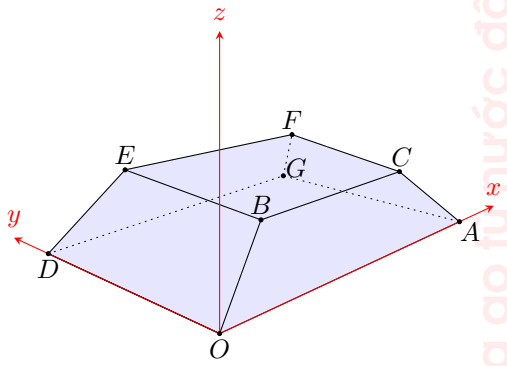
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình tổng quát của mặt phẳng (BCD) là $x-2y-2z+2=0$.		
b) Điểm A thuộc mặt phẳng (BCD).		
c) Độ dài đường cao của hình chóp $A.BCD$ bằng 3.		
d) Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với hai mặt phẳng $(ACD),(BCD)$ có phương trình tổng quát là $x-y+2z+1=0$.		

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $C(1;-1;1)$, $D(4;5;-5)$

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ có phương trình tổng quát là $x-z-9=0$.		
b) Mặt phẳng $(AB'D')$ có phương trình tổng quát là $2x+y-2=0$.		
c) Chiều cao của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $\sqrt{2}$.		
d) Chiều cao của hình chóp $C.ABC'D'$ bằng $\frac{9}{\sqrt{206}}$.		

Câu 7.

Hình bên minh hoạ hình ảnh một toà nhà trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Biết $A(50;0;0)$, $D(0;20;0)$, $B(4k;3k;2k)$ với $k>0$ và mặt phẳng $(CBEF)$ có phương trình là $z=3$.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $B\left(6;\frac{9}{2};3\right)$.		
b) Mặt phẳng $(AOBC)$ có phương trình $2y-3z=0$.		
c) Mặt phẳng $(DOBE)$ có phương trình $x+2z=0$.		
d) Gọi $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng $(AOBC)$ và $(DOBE)$. Ta có $\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=-6$.		

"Sen vẫn nở trong gò lầy nước đọc, Người vẫn chuyên cần ắt sẽ thành tài."

2 Phương trình đường thẳng

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-2024}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2025}{-2}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+1=0$. Xét các vec-tơ $\vec{u}=(2;1;-2)$, $\vec{n}=(2;2;-1)$

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\vec{u}$ là một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.		
b) $\vec{n}$ là một vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).		
c) $\cos(\Delta,(P))=\dfrac{8}{9}$.		
d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng $63°$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).		

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$\Delta_1\colon \frac{x}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+3}{2},\ \Delta_2\colon \frac{x+4}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-4}{-1}.$$

Xét các vec-tơ $\vec{u}_1=(1;-1;2)$ và $\vec{u}_2=(2;1;-1)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M_1(0;3;-3)$ và có $\vec{u}_1=(1;-1;2)$ làm một vec-tơ chỉ phương.		
b) Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $M_2(-4;-2;4)$ và có $\vec{u}_2=(2;1;-1)$ làm một vec-tơ chỉ phương.		
c) $[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(1;-5;3)$.		
d) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.		

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$, $D(-2;1;-1)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có vectơ chỉ phương là $\vec{n}=(1;2;-2)$.		
b) Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng $45°$.		
c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) là $55°$.		
d) Chiều cao của hình chóp $A.BCD$ là AH với H thuộc mặt phẳng (BCD). Tọa độ của điểm H là $H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.		

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;-6)$ và mặt phẳng $(P)\colon 4x-y+2z+13=0$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đường thẳng AB và mặt phẳng (P) cắt nhau tại B.		
b) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{a}=(1;1;9)$.		
c) Góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P) là $30°$.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học tinh tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$.		

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;3)$, $B(0;1;-1)$, $C(3;-2;5)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đường thẳng đi qua điểm B và trung điểm I của đoạn thẳng AC có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{BI}=(2;-2;3)$.		
b) Đường thẳng BC có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(1;-1;2)$.		
c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC là góc A của tam giác ABC.		
d) Tọa độ của điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC là $H\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.		

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d\colon \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $\Delta\colon \begin{cases} x=t \\ y=3 \\ z=-2+t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hai đường thẳng d và Δ vuông góc với nhau.		
b) Hai đường thẳng d và Δ chéo nhau.		
c) Góc giữa hai đường thẳng d và Δ là $90°$.		
d) Mặt phẳng chứa d và song song với Δ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-1)$.		

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 5x+11y+2z-4=0$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;1)$.		
b) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-5;-11;2)$.		
c) Giá trị cosin của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{1}{2}$.		
d) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng bằng $30°$.		

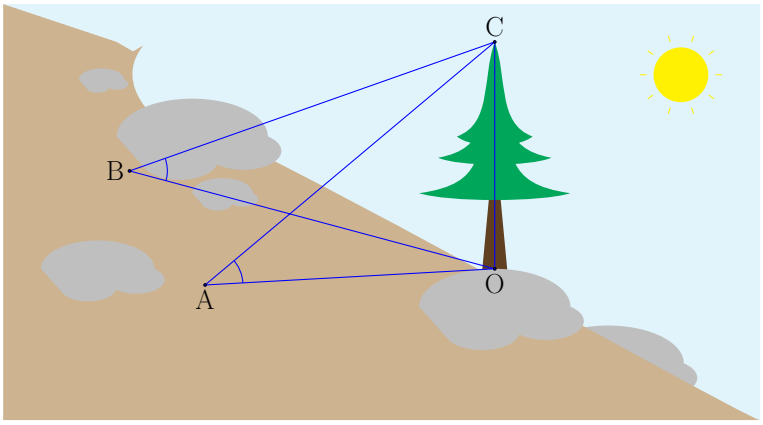
Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+2=0$ và đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0$ và $(\beta): x-2z-3=0$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;4;5)$.		
b) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $30°$.		
c) Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;1)$.		
d) Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại $A\left(\dfrac{7}{15};\dfrac{11}{15};-\dfrac{19}{15}\right)$.		

Câu 9. Trên một sườn núi (có độ nghiêng không đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như *Hình 34*. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù

"Sen vẫn nở trong ao bùn, người vẫn học giỏi, vẫn đỗ đạt khi xuất thân nghèo khó."

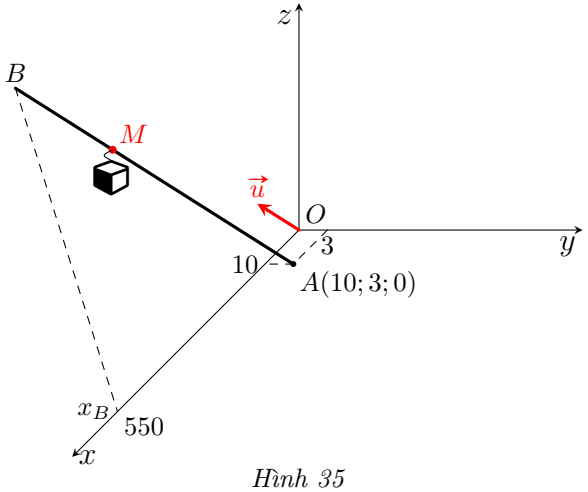
hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0;0;0)$, $A(3;-4;2)$, $B(-5;-2;1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0;0;5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng.



Hình 34

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Độ dài dây neo AC là $\sqrt{52}$ (m).		
b) Độ dài dây neo BC là $3\sqrt{5}$ (m).		
c) Góc tạo bởi mỗi dây neo AC và mặt phẳng sườn núi là $\approx 45°$.		
d) Góc tạo bởi mỗi dây neo BC và mặt phẳng sườn núi là $\approx 42°$.		

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) (*Hình 35*). Giả sử sau t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M. Điểm B có hoành độ $x_B = 550$.

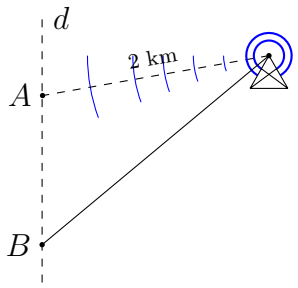


Hình 35

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình chính tắc của đường cáp là $\dfrac{x-2}{10}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z}{1}$.		
b) Tọa độ M là $\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$.		
c) Độ dài quãng đường AB là 800 (m).		
d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) góc $\approx 19°$.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Đồng hành cùng tâm – Nâng tầm sự nghiệp – VIỆT STAR

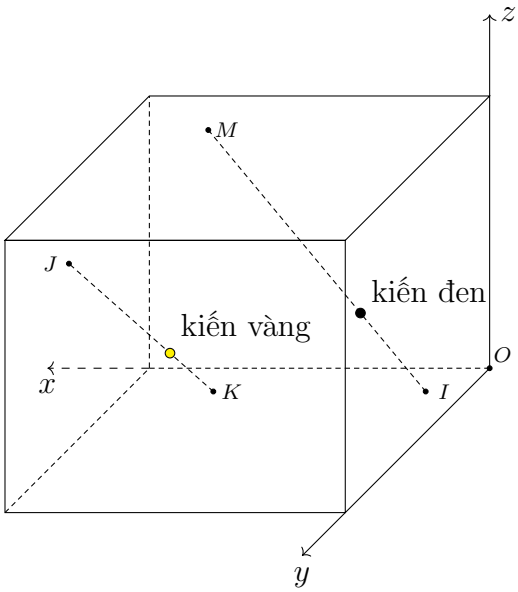
Câu 11. Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d như hình sau



Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là gốc tọa độ O của hệ trục tọa độ $Oxyz$ thì máy dò A di chuyển theo đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x = 5 - t \\ y = 5 - t \\ z = 7 - 2t \end{cases}$, (trong đó t (h) là thời gian chuyển động). Mặt cầu giới hạn phạm vi nhận tín hiệu của máy dò A tại thời điểm nó gần máy phát tín hiệu P nhất có tâm $I(a;b;c)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điểm $N(5;5;-7)$ là một điểm thuộc đường thẳng d.		
b) Gọi M là vị trí của máy dò A trên đường thẳng d. Điểm M có tọa độ $M(5-t;5-t;7-2t)$.		
c) Khoảng cách ngắn nhất giữa máy dò A và máy phát tín hiệu P là 4.		
d) $M(a;b;c)$ là tọa độ vị trí gần nhất của máy dò A và máy phát tín hiệu P. Khi đó $a+b+c=1$.		

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ cho trước (1 đơn vị = 1 cm), có một chú kiến vàng và một chú kiến đen bò trên hai sợi dây thẳng khác nhau. Giả sử tại thời điểm t (tính bằng phút), kiến vàng (kiến bên trái) ở tại vị trí $(6+t;8-t;3+t)$ trên đường thẳng d_1. Cùng thời điểm đó, kiến đen ở tại vị trí $(1+t;2+t;2t)$ trên đường thẳng d_2 được mô hình hóa như hình vẽ bên cạnh.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hai chú kiến bò trên hai đường thẳng chéo nhau.		

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Khoảng cách giữa hai chú kiến tại các thời điểm $t = 0$ là 70 cm.		
c) Khoảng cách giữa hai chú kiến tại các thời điểm $t = 10$ là $3\sqrt{30}$ cm.		
d) Khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú kiến gần bằng 7,33 cm.		

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AD = 2AB = 2a$. Tam giác SAB là tam giác đều, H là trung điểm của AB và $SH \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm SC.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $(SBC) \perp (SAB)$.		
b) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng $36°63'$ (làm tròn đến phút).		
c) Khoảng cách từ H đến (SAD) bằng AH.		
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng HI và SD bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.		

3 Phương trình mặt cầu

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-17)^2 + (y-20)^2 + (z-45)^2 = 4000^2$.		
b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.		
c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.		
d) Nếu hai người đi biển ở vị trí đó có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km.		

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 13$ có tâm I. Gọi B là điểm trên tia Oz sao cho B thuộc mặt cầu (S).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2;0;-1)$.		
b) Bán kính của mặt cầu (S) bằng $\sqrt{13}$.		
c) Tọa độ của điểm $B(0;0;-2)$.		
d) Phương trình đường thẳng IB : $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.		

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3, AD = 4, AA' = 5$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, đỉnh B thuộc tia Ox, đỉnh D thuộc tia Oz. Gọi I là trung điểm của CA'.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ của đỉnh $B(-3;0;0)$.		

VIETSTAR – Dạy học từ tâm – Vững tâm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Các đỉnh của hình hộp chữ nhật thuộc mặt cầu tâm I.		
c) Tọa độ của điểm $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};2\right)$.		
d) Phương trình của mặt cầu tâm I, bán kính IB là $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2+(z-2)^2=\frac{25}{2}$.		

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí $I(1;-2;-3)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là 5000 m. Một người sử dụng điện thoại tại vị trí $B(10;-8;5)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Bán kính vùng phủ sóng là $R=5$ km.		
b) Tâm của mặt cầu đó là $I(-1;2;3)$.		
c) Người dùng ở vị trí B không kết nối được sóng điện thoại.		
d) Phương trình mặt cầu biểu diễn vùng phủ sóng là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$.		

Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ với mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, tia Oz hướng lên trời, ta xét một ra-đa phát sóng điện thoại đặt tại $I(1;1;1)$. Biết đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét và bán kính phủ sóng của máy là 5000 mét.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điểm $A(5;0;0)$ sẽ có sóng điện thoại.		
b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng của ra-đa trong không gian là $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=25$.		
c) Tập hợp các điểm xa nhất có thể nhận được sóng từ ra-đa trên mặt đất lập thành một đường tròn có bán kính $2\sqrt{6}$ ki-lô-mét.		
d) Một người tại điểm $B(9;7;0)$ di chuyển với tốc độ 40 km/h cần ít nhất 7 phút để tới được vùng có sóng (với giả sử di chuyển không có vật cản).		

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ có mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, tia Oz hướng lên và đơn vị trên các trục là mét, một thiết bị phát sóng wifi của một tòa nhà cao tầng đặt tại vị trí $A(3;1;5)$. Vùng phủ sóng tốt nhất của thiết bị có bán kính bằng 11 m.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng tốt là $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=121$.		
b) Một người đứng tại điểm $B(2;5;0)$ sẽ nhận sóng tốt.		
c) Một người đứng tại điểm $C(-5;-5;0)$ sẽ nhận sóng kém.		
d) Nếu trung bình mỗi tầng của tòa nhà cao 4m thì tầng 5 của tòa nhà sẽ nhận sóng kém từ thiết bị này.		

Câu 7. Công nghệ VAR thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí quả bóng di chuyển trên sân vận động. Biết quả bóng tại điểm M nằm trên mặt sân có phương trình $z=0$, đồng thời thuộc mặt cầu $(S)\colon (x-22)^2+(y-4)^2+(z-12)^2=400$, đơn vị trên các trục là mét.

Sản phẩm thuộc bản quyền của VSE. Người đọc, người sử dụng phải tôn trọng bản quyền và không được sao chép, phân phối, chỉnh sửa khi chưa có sự cho phép bằng văn bản của VSE.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(22;4;12)$ và bán kính $R=20$.		
b) Hình chiếu tâm I của mặt cầu (S) xuống mặt sân là $J(22;4;0)$.		
c) $JM=16$.		
d) Nếu đặt một ra-đa giám sát bóng tại điểm $A(0;0;10)$ có bán kính kiểm soát 50m thì sẽ kiểm soát được tất cả vị trí có thể của điểm M.		

Câu 8. Phía trước của một sân vận động, người ta có đặt một quả bóng đá khổng lồ và có một bóng đèn cách không xa. Trong không gian $Oxyz$, giả sử mặt ngoài quả bóng là mặt cầu có phương trình $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$ và bóng đèn ở vị trí $M(15;1;6)$. Khi đó, khoảng cách xa nhất mà bóng đèn có thể chiếu đến một điểm trên quả bóng bằng MA với MA là tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) và A là tiếp điểm.

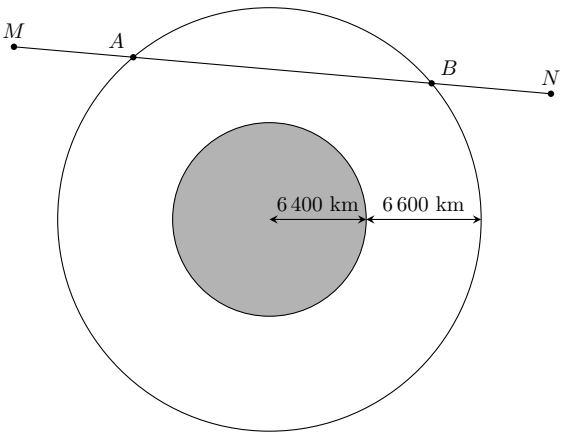
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quả bóng có tâm $I(1;1;3)$ và bán kính $R=3$.		
b) $IM=\sqrt{206}$.		
c) $MA=14$.		
d) Ngoài điểm A thì còn các tiếp điểm khác của tiếp tuyến từ M đến mặt cầu S. Các điểm này cùng với A đều thuộc một đường tròn giới hạn phần diện tích là 27.		

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí $I(1;-2;-3)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là 5000 m. Một người sử dụng điện thoại tại vị trí $B(10;-8;5)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Bán kính vùng phủ sóng là $R=5$ km.		
b) Tâm của mặt cầu đó là $I(-1;2;3)$.		
c) Người dùng ở vị trí B không kết nối được sóng điện thoại.		
d) Phương trình mặt cầu biểu diễn vùng phủ sóng là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$.		

Câu 10.

Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1 000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$.

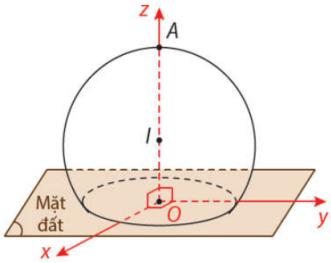


Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x=6+3t \\ y=20+8t \\ z=-4t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.		

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Vị trí đầu tiên thiên thạch đi chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.		
c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm đơn vị ki-lô-mét).		
d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.		

Câu 11. Ericsson Globe là toà nhà bán cầu lớn nhất trên thế giới, với hình dạng một quả cầu màu trắng có đường kính 110 m và chiều cao bên trong 85 m, nó có đủ chỗ ngồi cho 16 000 khán giả của các buổi biểu diễn hoà nhạc hoặc 13 850 khán giả của các trận đấu khúc côn cầu trên băng.





Giả sử ta biểu diễn mô phỏng của toà nhà Ericsson Globe trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ bởi một mặt cầu có tâm I, đường kính 110 m và chiều cao 85 m như hình vẽ.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Bán kính mặt cầu bằng 52 m.		
b) Tâm của mặt cầu thuộc trục Oz thỏa mãn $OI = OA + IA = 85 + 55 = 130$.		
c) Tâm của mặt cầu có tọa độ $I(0;0;30)$.		
d) Phương trình của mặt cầu này $x^2 + (y-30)^2 + z^2 = 55^2$.		

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ một trạm phát sóng rađa của Nga được đặt trên bán đảo Crimea ở vị trí $I(3;4;5)$ và được thiết kế phát hiện máy bay của địch ở khoảng cách tối đa 800 km. Một máy bay địch bay vào không phận của nước Nga ở vị trí $A(100;200;300)$.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Bán kính vùng phủ sóng của rađa bằng $R = 640\,000$ km.		
b) Tâm mặt cầu biểu diễn ranh giới vùng phủ sóng là $I(-3;-4;-5)$.		
c) Ra đa phát hiện ra được máy bay của địch.		
d) Phương trình mặt cầu biểu diễn ranh giới vùng phủ sóng là $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 640\,000$.		

Câu 13. Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hóa lỏng hình cầu bằng phần mềm 3D. Cho biết phương trình bề mặt của bồn chứa là $(S)\colon (x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2 = 81$. Phương trình mặt phẳng chứa nắp là $(P)\colon z = 12$ và điểm $B(6;7;8)$.

"Sen vẫn mỏ trong gio từ nước đến, Người đời chuyên đó, Người đời chuyên đó."




Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tâm của bồn chứa khí lỏng là $I(8;8;8)$.		
b) Bán kính của bồn chứa khí lỏng là $R=81$.		
c) Điểm B nằm bên trong bồn chứa khí lỏng.		
d) Khoảng cách từ tâm bồn chứa đến mặt phẳng chứa nắp d $=4$.		

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ với mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, tia Oz hướng lên trời, ta xét một ra-đa phát sóng điện thoại đặt tại $I(1;1;1)$. Biết đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét và bán kính phủ sóng của máy là 5000 mét.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Điểm $A(5;0;0)$ sẽ có sóng điện thoại.		
b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng của ra-đa trong không gian là $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=25$.		
c) Tập hợp các điểm xa nhất có thể nhận được sóng từ ra-đa trên mặt đất lập thành một đường tròn có bán kính $2\sqrt{6}$ ki-lô-mét.		
d) Một người tại điểm $B(9;7;0)$ di chuyển với tốc độ 40 km/h cần ít nhất 7 phút để tới được vùng có sóng (với giả sử di chuyển không có vật cản).		

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ có mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, tia Oz hướng lên và đơn vị trên các trục là mét, một thiết bị phát sóng wifi của một tòa nhà cao tầng đặt tại vị trí $A(3;1;5)$. Vùng phủ sóng tốt nhất của thiết bị có bán kính bằng 11 m.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng tốt là $(x-3)^2+(y-1)^2+(z-5)^2=121$.		
b) Một người đứng tại điểm $B(2;5;0)$ sẽ nhận sóng tốt.		
c) Một người đứng tại điểm $C(-5;-5;0)$ sẽ nhận sóng kém.		
d) Nếu trung bình mỗi tầng của tòa nhà cao 4m thì tầng 5 của tòa nhà sẽ nhận sóng kém từ thiết bị này.		

Câu 16. Công nghệ VAR thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí quả bóng di chuyển trên sân vận động. Biết quả bóng tại điểm M nằm trên mặt sân có phương trình $z=0$, đồng thời thuộc mặt cầu $(S)\colon (x-22)^2+(y-4)^2+(z-12)^2=400$, đơn vị trên các trục là mét.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(22;4;12)$ và bán kính $R=20$.		
b) Hình chiếu tâm I của mặt cầu (S) xuống mặt sân là $J(22;4;0)$.		
c) $JM=16$.		

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Nếu đặt một ra-đa giám sát bóng tại điểm $A(0;0;10)$ có bán kính kiểm soát 50m thì sẽ kiểm soát được tất cả vị trí có thể của điểm M.		

Câu 17. Phía trước của một sân vận động, người ta có đặt một quả bóng đá khổng lồ và có một bóng đèn cách không xa. Trong không gian $Oxyz$, giả sử mặt ngoài quả bóng là mặt cầu có phương trình $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$ và bóng đèn ở vị trí $M(15;1;6)$. Khi đó, khoảng cách xa nhất mà bóng đèn có thể chiếu đến một điểm trên quả bóng bằng MA với MA là tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) và A là tiếp điểm.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Quả bóng có tâm $I(1;1;3)$ và bán kính $R=3$.		
b) $IM=\sqrt{206}$.		
c) $MA=14$.		
d) Ngoài điểm A thì còn các tiếp điểm khác của tiếp tuyến từ M đến mặt cầu S. Các điểm này cùng với A đều thuộc một đường tròn giới hạn phần diện tích là 27.		

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, một vòm được thiết kế có bề mặt là mặt cầu tâm $I(1;2;20)$; bán kính bằng 50 và có đáy nằm trên mặt phẳng (Oxy). Biết đơn vị trên các trục là mét.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Một người đứng tại điểm $A(10;20;0)$ là đang ở trong mái vòm.		
b) Phương trình mái vòm là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-20)^2=2\,500$.		
c) Chiều cao mái vòm là 70 mét.		
d) Diện tích đáy vòm là $S=2\,000\pi$.		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

1 Phương trình mặt phẳng

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng thỏa mãn các điều kiện sau: đi qua hai điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;-2;2)$, đồng thời cắt các trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm cách đều O. Giả sử (P) có phương trình $x+b_1y+c_1z+d_1=0$ và (Q) có phương trình $x+b_2y+c_2z+d_2=0$. Tính giá trị biểu thức $b_1b_2+c_1c_2$.

KQ: | | | | |

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;1)$, $B(-1;1;0)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-y+z-2=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với (P) có dạng là $ax+by+cz+2=0$. Tính $a^2+b^2+c^2$.

KQ: | | | | |

Câu 3. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(1;1;3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C có dạng $ax+by+cz-12=0$. Khi đó, $a-b-2c$ bằng bao nhiêu?

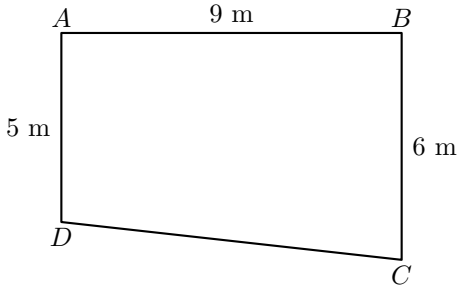
KQ: | | | | |

Câu 4. Một phần sân nhà bác An có dạng hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với độ dài $AB=9$ m, $AD=5$ m và $BC=6$ m như Hình bên dưới. Theo thiết kế ban đầu thì mặt sân bằng phẳng và A, B, C, D

"Sẻ vẫn là sẻ trong tù nước đọc, Người chuyên cần vẫn sẽ thành nhân."

có độ cao như nhau. Sau đó bác An thay đổi thiết kế để nước có thể thoát về phía góc sân ở vị trí C bằng cách giữ nguyên độ cao ở A, giảm độ cao của sân ở vị trí B và D xuống thấp hơn độ cao ở A lần lượt là 6 cm và 3,6 cm. Để mặt sân sau khi lát gạch vẫn là bề mặt phẳng thì bác An cần phải giảm độ cao ở C xuống bao nhiêu centimét so với độ cao ở A?





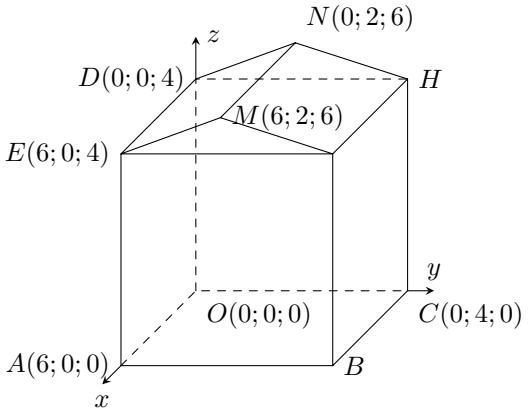
KQ: | | | | |

Câu 5. Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 4 m; 4,4 m; 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần chục)?

KQ: | | | | |

Câu 6.

Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như Hình 9 nhờ một phần mềm đồ họa máy tính. Tính khoảng cách từ điểm B đến mái nhà $(DEMN)$.



Hình 9

KQ: | | | | |

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5;4;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz các đoạn bằng nhau có phương trình là $x+ay+bz+c=0$. Tìm giá trị của c.

KQ: | | | | |

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$, $D(0;0;1)$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (BCD) và đi qua điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AM}$ là $ax+y-z+m=0$. Tìm giá trị của $a-m$.

KQ: | | | | |

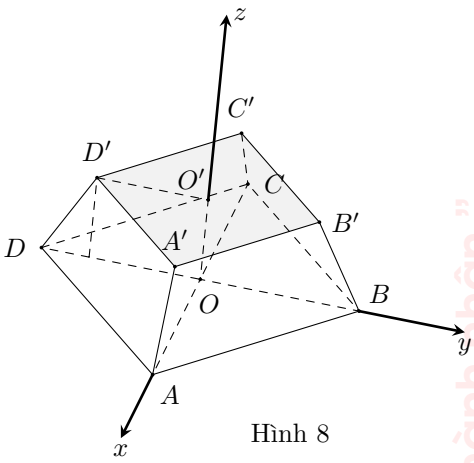
Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;3)$, $B(3;0;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z+8=0$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB, điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho M là hình chiếu vuông góc của I trên (P). Tính giá trị của $a+b+c$.

KQ: | | | | |

Câu 10.

VIỆT STAR – Dạy học với tâm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT

Một vật trang trí có dạng khối chóp cụt đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao 3 cm, $AB = 8\sqrt{2}$ cm, $A'B' = 6\sqrt{2}$ cm (Hình 8). Gọi O là giao điểm của AC và BD, O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.
Với hệ trục tọa độ như Hình 8, mặt phẳng $(CDD'C')$ cắt tia Oz tại điểm $M(0;0;m)$. Tìm giá trị của m.

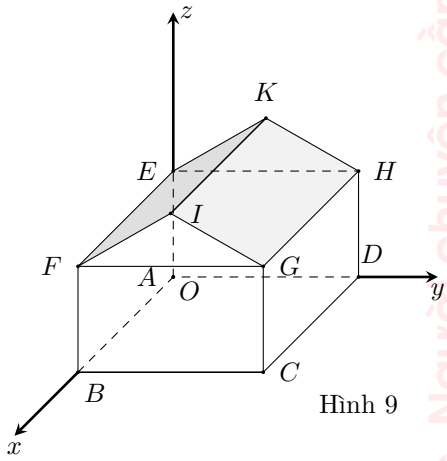


Hình 8

KQ: | | | | |

Câu 11.

Hình 9 minh họa một nhà kho trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái $EFIK$, $HGIK$ có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 10$ m, $AC = 24$ m, $AE = 7$ m. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$.
Tìm giá trị của $a - bc$.



Hình 9

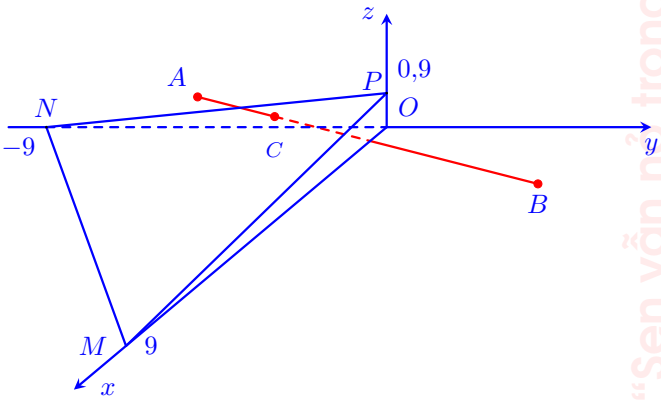
KQ: | | | | |

Câu 12. Trong không gian với $Oxyz$, xét mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(2;0;0)$, $M(1;1;1)$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại hai điểm B, C (B, C khác gốc toạ độ O). Diện tích tam giác ABC nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.)

KQ: | | | | |

Câu 13.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là km), một máy bay đang ở vị trí $A(3;-2{,}5;0{,}5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3;7{,}5;0)$ trên đường băng (hình bên). Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(9;0;0)$, $N(0;-9;0)$, $P(0;0;0{,}9)$. Tính độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.

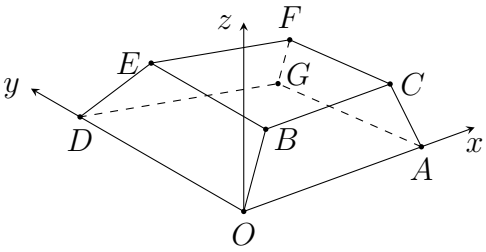


KQ: | | | | |

Câu 14.

"Sen vẫn nở trong ao tù bốc độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

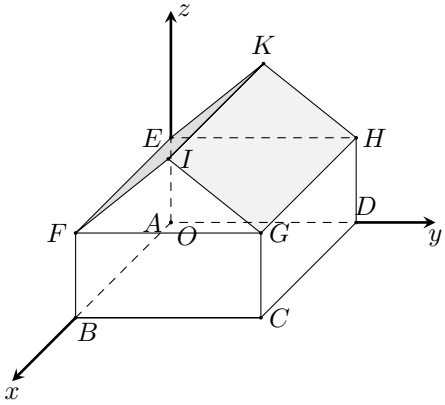
Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Tính khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ (làm tròn đến hàng phần chục)



KQ: | | | | |

Câu 15.

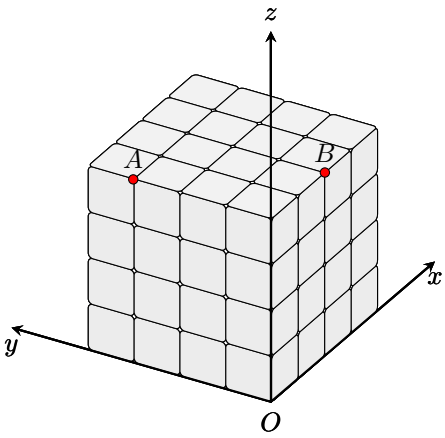
Hình bên minh họa một nhà kho trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái $EFIK$, $HGIK$ có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 10$ m, $AD = 24$ m, $AE = 7$ m. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$.
Tìm giá trị của $a - bc$.



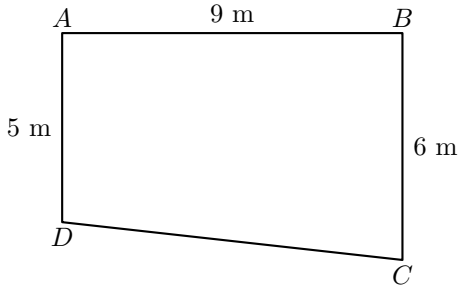
KQ: | | | | |

Câu 16.

Một khối Rubik 4×4 được gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ. Xét mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(0;3;4), B(2;1;4), C(1;0;0)$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng bao nhiêu độ? (làm tròn đến hàng đơn vị) KQ: | | | | |



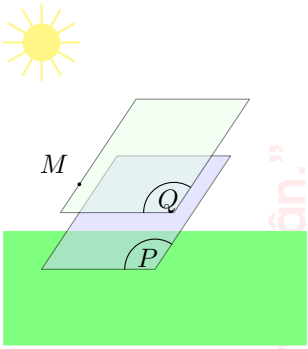
Câu 17. Một phần sân nhà bác An có dạng hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với độ dài $AB = 9$ m, $AD = 5$ m và $BC = 6$ m như hình bên. Theo thiết kế ban đầu thì mặt sân bằng phẳng và A, B, C, D có độ cao như nhau. Sau đó bác An thay đổi thiết kế để nước có thể thoát về phía góc sân ở vị trí C bằng cách giữ nguyên độ cao ở A, giảm độ cao của sân ở vị trí B và D xuống thấp hơn độ cao ở A lần lượt là 6 cm và 3,6 cm. Để mặt sân sau khi lát gạch vẫn là bề mặt phẳng thì bác An cần phải giảm độ cao ở C xuống bao nhiêu cm so với độ cao ở A? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: | | | | |

Câu 18.

Một sinh viên thiết kế đồ họa 3D của một cánh đồng điện mặt trời trong không gian $Oxyz$, một tấm pin nằm trên mặt phẳng $(P)\colon x+2y+3z+2=0$; một tấm pin khác nằm trên mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng (P). Biết rằng phương trình mặt phẳng (Q) có dạng $ax+2y+bz+c=0$. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng bao nhiêu?



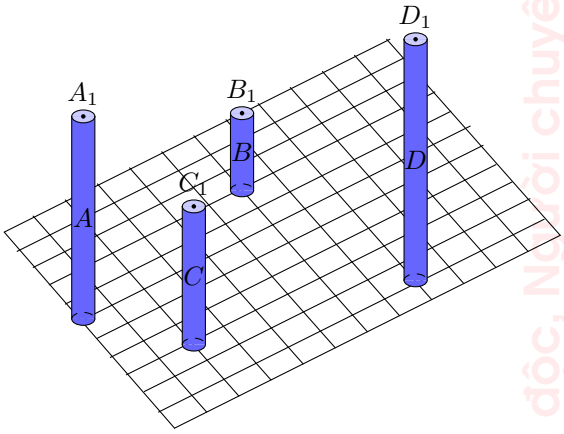
KQ: | | | | |

Câu 19. Biết góc quan sát ngang của một camera là $116°$. Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z+13=0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần mười)?

KQ: | | | | |

Câu 20.

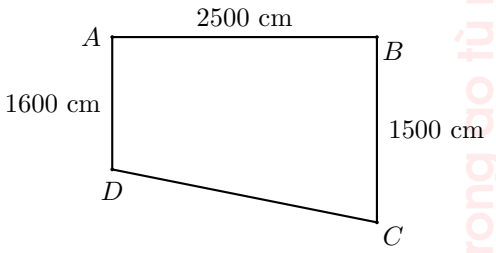
Một công trình đang thiết kê xây dựng 3D trên máy tính 4 cột A, B, C, D vuông góc với mặt đất có vị trí như hình vẽ bên dưới (đơn vị trên mỗi cột là mét). Mỗi cột có dạng hình trụ và có chiều cao các cột lần lượt là A, B, C, D. Xem các điểm 10 m, 4 m, 7 m, 11 m là đỉnh của các cột A_1, B_1, C_1, D_1. Khi đó hãy tính khoảng cách từ điểm D_1 đến mặt phẳng $(A_1B_1C_1)$, với 1 ô vuông đơn vị là mét. *(làm tròn đến hàng phần trăm)*



KQ: | | | | |

Câu 21.

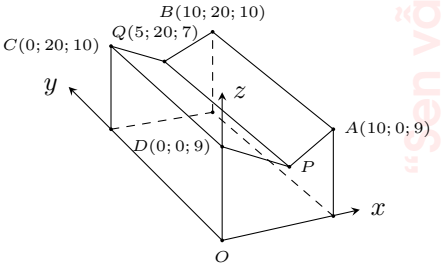
Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ. Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB=25$ m, $AD=15$ m, $BC=18$ m. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm, a cm, 6 cm tương ứng. Giá trị của a là bao nhiêu?



KQ: | | | | |

Câu 22.

Hình bên dưới minh họa hình ảnh hai mái nhà của một nhà kho trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Các bức tường của nhà kho đều được xây vuông góc với mặt đất. Biết rằng tọa độ của điểm $P(a;b;c)$ thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (ABQ) và (CDQ). Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

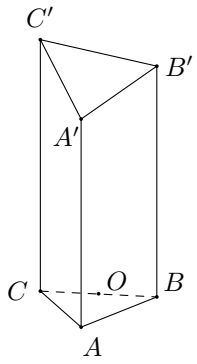


KQ: | | | | |

"Sen vẫn rỡ trong bao tử nước độc, Người chuyên cần ắt thành tài."

Câu 23.

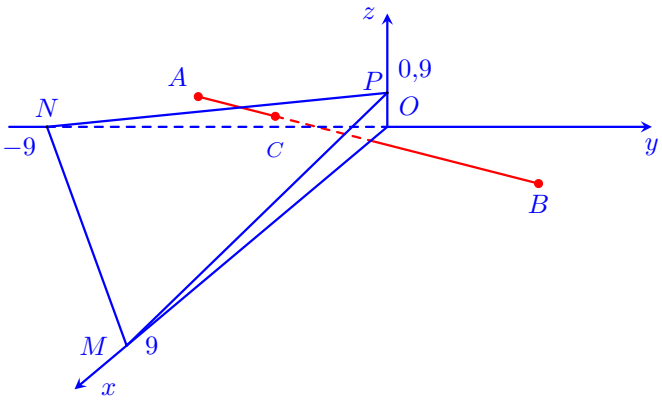
Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 4 m; 4,4 m; 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (*Làm tròn đến hàng phần chục*).



KQ: | | | | |

Câu 24.

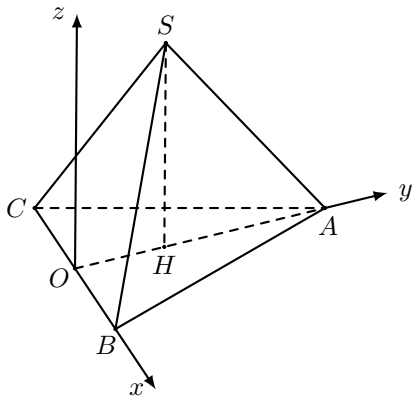
Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là km), một máy bay đang ở vị trí $A(3;-2{,}5;0{,}5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3;7{,}5;0)$ trên đường băng (hình bên). Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(9;0;0)$, $N(0;-9;0)$, $P(0;0;0{,}9)$. Tính độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.



KQ: | | | | |

Câu 25.

Một vật trang trí kim tự tháp dạng hình chóp tam giác đều có chiều cao 110 mm và đáy là tam giác đều cạnh 120 mm được vẽ lại như Hình 12. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho gốc toạ độ O trùng với trung điểm của cạnh đáy BC, đỉnh B thuộc tia Ox và đỉnh A thuộc tia Oy. Tính côsin của góc giữa hai mặt bên của vật trang trí đó.

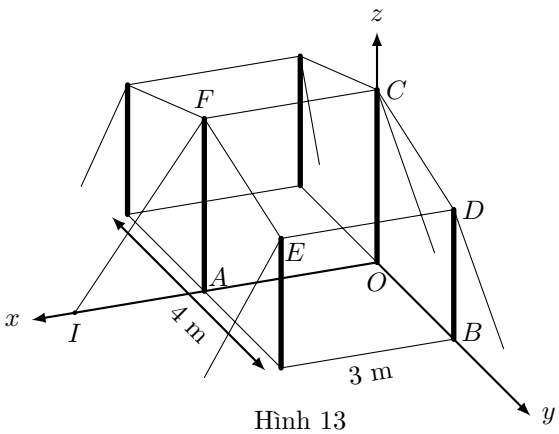


Hình 12

KQ: | | | | |

Câu 26.

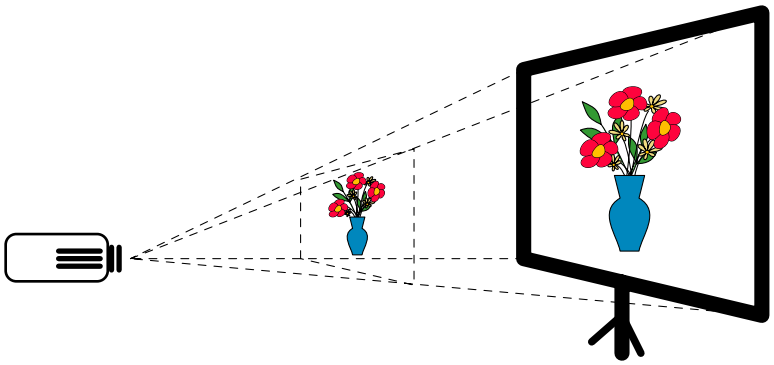
Một lều trại có mặt trước và mặt sau rộng 4 m, hai mặt bên rộng 3 m gồm sáu thanh cọc tre, vải bạt chống thấm nước, dây dù hoặc dây thừng để cố định lều tại sáu cọc sắt cắm sát đất như Hình 13. Biết rằng, hai thanh AF, OC có chiều dài 2,2 m; bốn thanh còn lại có chiều dài 1,7 m và đoạn dây thừng $IF = 3$ m. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ và cho biết góc giữa đường thẳng chứa dây thừng IF và mặt phẳng chứa tấm bạt $(CDEF)$ là $a°$. Tính giá trị của a. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ.



Hình 13

KQ: | | | | |

Câu 27. Trong các chương trình đồ họa máy tính, để tạo ảo giác theo đúng phối cảnh, các vật ở càng gần thì càng lớn hơn các vật ở xa, các hình ảnh ba chiều trong bộ nhớ của máy tính được chiếu lên một màn hình hình chữ nhật từ điểm nhìn của mắt hoặc máy chiếu.



Không gian quan sát, một phần của không gian được nhìn thấy là vùng nằm trong bốn mặt phẳng đi qua điểm nhìn và một đường biên của màn hình. Nếu vật trong cảnh vật mở rộng vượt quá bốn mặt phẳng này thì chúng phải được cắt xén trước khi dữ liệu điểm ảnh được gửi đến màn hình. Vì vậy các mặt phẳng này được gọi là mặt phẳng cắt. Giả sử màn hình được biểu diễn bởi hình chữ nhật trong mặt phẳng Oyz với các đỉnh $(0;400;0)$, $(0;-400;0)$, $(0;400;600)$, $(0;-400;600)$ và máy quay được đặt tại $(1000;0;0)$. Tính góc giữa màn hình và các mặt phẳng cắt.

KQ: | | | | |

2 Phương trình đường thẳng

Câu 1.

Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), toạ độ của A và B lần lượt là $(3;2,5;15)$ và $(21;27,5;10)$. Biết toạ độ của du khách khi ở độ cao 12 mét là $(a;b;c)$. Tính tổng $a+b+c$.



Hình 5.23

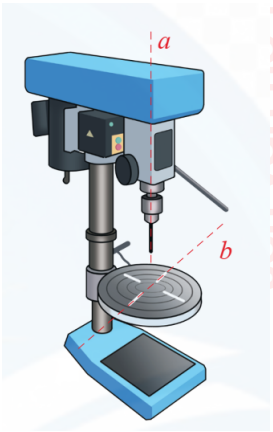
KQ: | | | | |

Câu 2.

Trên phần mềm mô phỏng 3D một máy khoan trong không gian $Oxyz$, cho biết phương trình trục a của mũi khoan và một đường rãnh b trên vật cần khoan (tham khảo hình vẽ bên) lần lượt là

$$a:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3t\end{cases} \text{ và } b:\begin{cases}x=1+4t'\\y=2+2t'\\z=6.\end{cases}$$

Biết điểm khoan trên bàn khoan là giao điểm của a và b có tọa độ là $(m;n;p)$. Tính tổng $m+n+p$.



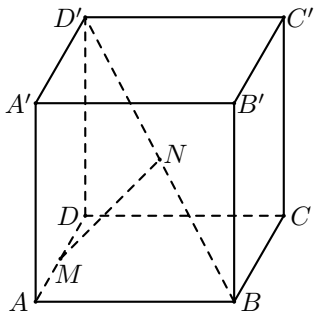
KQ: | | | | |

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-2=0$, đường thẳng $d\colon \begin{cases} x=1-t \\ y=2+3t \\ z=-1+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và điểm $A(2;-1;1)$. Biết rằng điểm $B\ (a;b;c)$ thuộc (P) sao cho đường thẳng AB song song với đường thẳng d. Tính giá trị của $2a+b^2+c^2$.

KQ: | | | | |

Câu 4.

Có một chiếc lồng bằng sắt dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=2$ m, $AD=3$ m, $AA'=1$ m. Người thợ hàn muốn hàn một thanh sắt MN nối hai đoạn AD và BD' (Hình 11). Tính chiều dài ngắn nhất của đoạn thanh sắt MN. Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của mét.



Hình 11

KQ: | | | | |

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'ABC$ là tứ diện đều cạnh a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AA' và BB'. Tính tang của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (CMN). Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

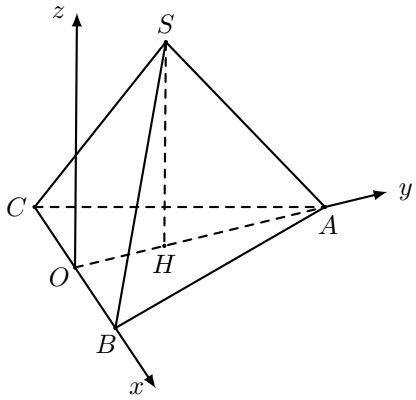
KQ: | | | | |

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Gọi O là giao điểm của AC và BD; M và N lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA và BC. Biết $MN=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính sin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD). Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

KQ: | | | | |

Câu 7.

Một vật trang trí kim tự tháp dạng hình chóp tam giác đều có chiều cao 110 mm và đáy là tam giác đều cạnh 120 mm được vẽ lại như Hình 12. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho gốc toạ độ O trùng với trung điểm của cạnh đáy BC, đỉnh B thuộc tia Ox và đỉnh A thuộc tia Oy. Tính côsin của góc giữa hai mặt bên của vật trang trí đó.

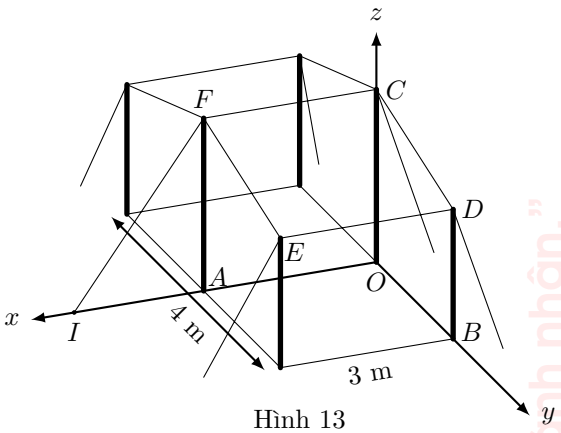


Hình 12

KQ: | | | | |

Câu 8.

Một lều trại có mặt trước và mặt sau rộng 4 m, hai mặt bên rộng 3 m gồm sáu thanh cọc tre, vải bạt chống thấm nước, dây dù hoặc dây thừng để cố định lều tại sáu cọc sắt cắm sát đất như Hình 13. Biết rằng, hai thanh AF, OC có chiều dài 2,2 m; bốn thanh còn lại có chiều dài 1,7 m và đoạn dây thừng $IF = 3$ m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và cho biết góc giữa đường thẳng chứa dây thừng IF và mặt phẳng chứa tấm bạt $(CDEF)$ là $a°$. Tính giá trị của a. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ.



Hình 13

KQ: | | | | |

Câu 9. Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, với mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, một máy bay cất cánh từ vị trí $A(0;10;0)$ với vận tốc $\vec{v} = (150;150;40)$. Tính góc nâng của máy bay (góc giữa hướng chuyển động bay lên của máy bay với đường băng và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: | | | | |

Câu 10. Cho hình lăng trụ đứng $OBC.O'B'C'$ có đáy là tam giác OBC vuông tại O và có $OB = 3a$, $OC = a$, $OO' = 2a$. Tính góc giữa hai đường thẳng BO' và $B'C$. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.

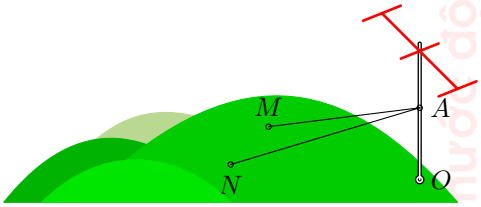
KQ: | | | | |

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S có chiều cao bằng 6 và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc β giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SCD) bằng bao nhiêu độ? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

KQ: | | | | |

Câu 12.

Người ta muốn dựng một cột ăng-ten trên một sườn đồi. Ăng-ten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng 1 m. Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăng-ten và M, N là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (hình vẽ). Cho biết toạ độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0)$, $A(0;0;6)$, $M(3;-4;3)$, $N(-5;-2;2)$.

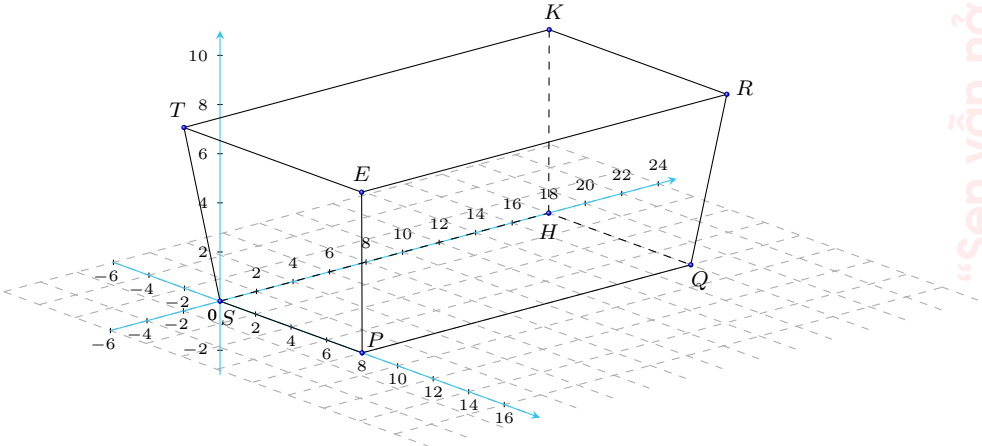


Tính tổng độ dài của hai đoạn dây cáp MA và NA.

KQ: | | | | |

Câu 13. Một khuôn nướng bánh mì được mô phỏng trong không gian Oxyz như Hình 5.30 với $S(0;0;0)$, $P(8;0;0)$, $Q(8;18;0)$, $T(-1;-1;7)$, $R(9;19;7)$. Tính góc giữa hai cạnh kề nhau, giữa cạnh bên và mặt đáy, giữa mặt bên và mặt đáy của khuôn.





"Sen vẫn nở trong bùn nhưng không chuyển thành bùn." Người thành công không phải là người không bao giờ thất bại, mà là người không bao giờ bỏ cuộc.

KQ: | | | | |

Câu 14. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, một vật chuyển động theo quĩ đạo là một đường thẳng. Tại thời điểm ban đầu, vật ở vị trí điểm $A(1;5;0)$, sau 10 phút vật ở vị trí điểm $B(101;205;1250)$. Hỏi vật chuyển động theo phương hợp với mặt đất góc bao nhiêu độ (giả sử mặt đất là mặt phẳng Oxy, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: | | | | |

Câu 15. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $2a$, góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy là $60°$. Gọi M là trung điểm BC. Ta có $\cos(A'C, AM) = \dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản, $a, b \in N$. Tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 16. Có hai bức tường hình vuông cạnh $5m$, vuông góc với nhau và cùng vuông góc với mặt đất, hai mặt tường giao nhau tại cột d. Trên cột d có một điểm A cách mặt đất $2m$. Có một chiếc cột cao $1m$ đặt vuông góc với mặt đất, khoảng cách từ chân cột đến mỗi bức tường là 1m. Người ta muốn căng một chiếc bạt phẳng hình tam giác đi qua điểm A và đầu cột, hai đầu mút M, N thuộc hai chân tường sao cho diện tích bạt bé nhất. Hỏi phải căng chiếc bạt hợp với mặt đất góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: | | | | |

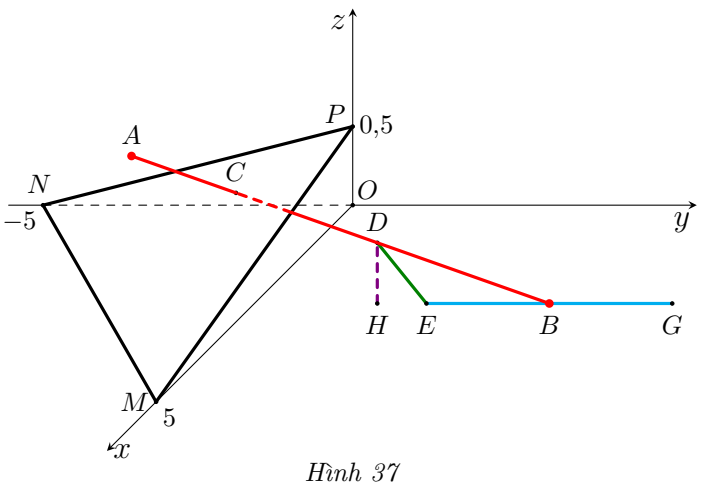
Câu 17. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy), người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị tri A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ $(2;0;4)$, $(4;0;3)$ và $(4;9;3)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? KQ: | | | | |

Câu 18. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí $A(3;2;-3)$ sẽ hạ cánh tới vị trí $B(8;8;0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? KQ: | | | | |

Câu 19. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;0;5)$ đến vị trí $B(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $C(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

KQ: | | | | |

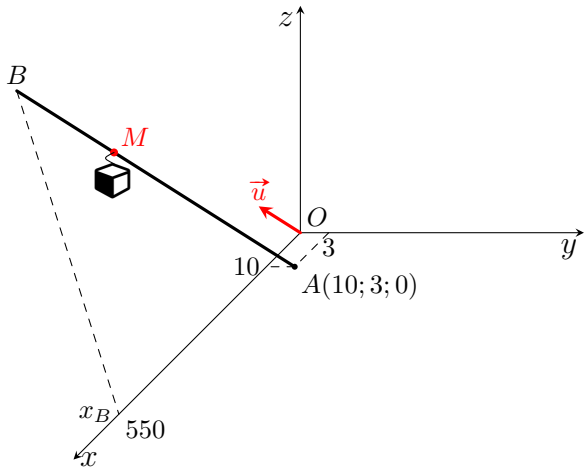
Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3{,}5;-2;0{,}4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3{,}5;5{,}5;0)$ trên đường băng EG (*Hình 37*).



Hình 37

Gọi α° là góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt phẳng nằm ngang (Oxy)). Phạm vi cho phép của góc trượt là từ $2{,}5^\circ$ đến $3{,}5^\circ$. Tìm α (Đơn vị độ và làm tròn số đến hàng phần chục). KQ:

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-2;1)$ với tốc độ là 4,5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) (*Hình 35*). Sau thời gian 180 giây, Cabin dừng ở điểm B. Tìm tung độ điểm B.

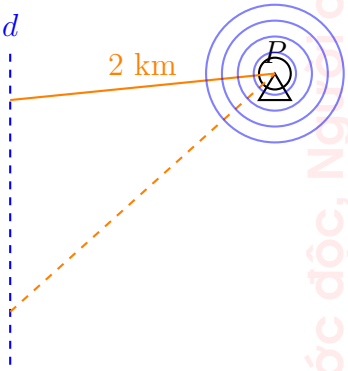


Hình 35

KQ:

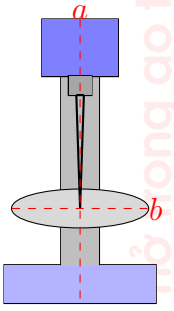
Câu 22. Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d (như Hình vẽ). Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là gốc tọa độ O của hệ trục tọa độ $Oxyz$ thì máy dò A di chuyển theo đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x=5-t \\ y=5-t \\ z=7-2t. \end{cases}$$



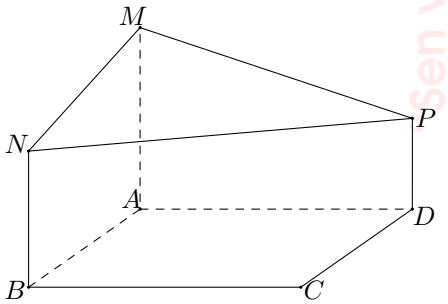
(trong đó $t(h)$ là thời gian chuyển động). Mặt cầu giới hạn phạm vi nhận tín hiệu của máy dò A tại thời điểm nó gần máy phát tín hiệu P nhất có tâm $I(a;b;c)$. Tính $P=a+b+c$. KQ:

Câu 23. Trên phần mềm mô phỏng 3D một máy khoan trong không gian $Oxyz$ cho biết phương trình trục a của mũi khoan và một đường rãnh b trên vật cần khoan (tham khảo hình vẽ) lần lượt là a: $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3t \end{cases}$ và b: $\begin{cases} x=1+4k \\ y=2+2k \\ z=6 \end{cases}$. Tọa độ giao điểm của a và b là $M(a;b;c)$. Tính $S=a+b+c$.



KQ:

Câu 24. Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó $ABCD$ là hình vuông cạnh 6 m, AM, BN, DP cùng vuông góc với $(ABCD)$, $AM=4$ m, $BN=3$ m và $DP=2$ m. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (MNP) là n° (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ, n là số nguyên dương). Giá trị của n là bao nhiêu?



Sen vẫn nở trong ao tù mà không chuyện còn ắt sẽ thành nhân."

KQ: | | | | |

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(91;75;0)$ và theo hướng về đài không lưu. $E(a;b;c)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính $T=a+b+c$.

KQ: | | | | |

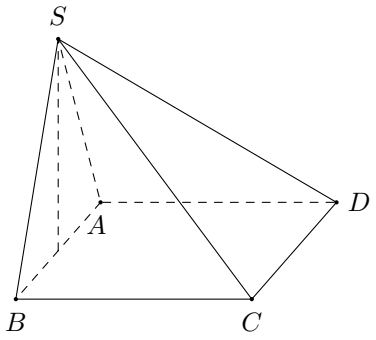
Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$ và $AB=$, $AD=\sqrt{3}$, góc giữa mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SD.

KQ: | | | | |

Câu 27.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA=a\sqrt{5}$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng $\dfrac{4a\sqrt{b}}{c}$, trong đó b, c là các số nguyên dương. Tính $b\cdot c$.

KQ: | | | | |



3 Phương trình mặt cầu

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y+1)^2+z^2=11$ và hai véc-tơ $\vec{u}_1=(1;1;2)$, $\vec{u}_2=(1;2;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với giá của hai véc-tơ $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $3x+by+cz+d=0$, với b, c, $d\in\mathbb{Z}$ và $d\neq -15$. Khi đó, $b+c+d$ bằng bao nhiêu?

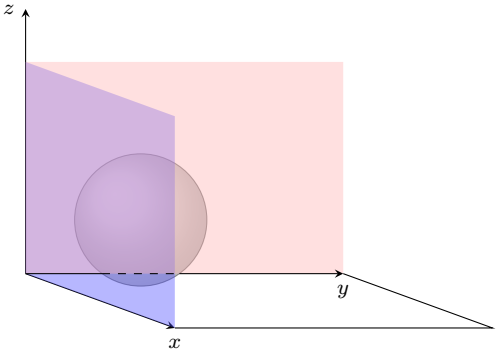
KQ: | | | | |

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=8$ và điểm $A(1;3;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Biết phương trình của (P) có dạng $ax+by+cz+6=0$. Tính $a+b+c$.

KQ: | | | | |

Câu 3.

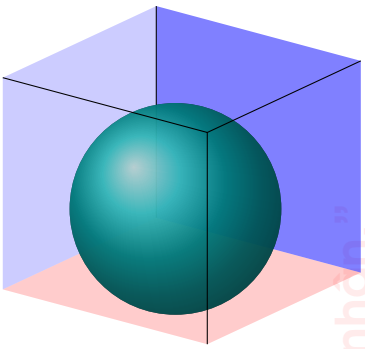
Hai quả bóng dạng hình cầu có kích thước khác nhau lần lượt đặt vào góc một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 2; 3; 1. Tính tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó.



KQ: | | | | |

Câu 4.

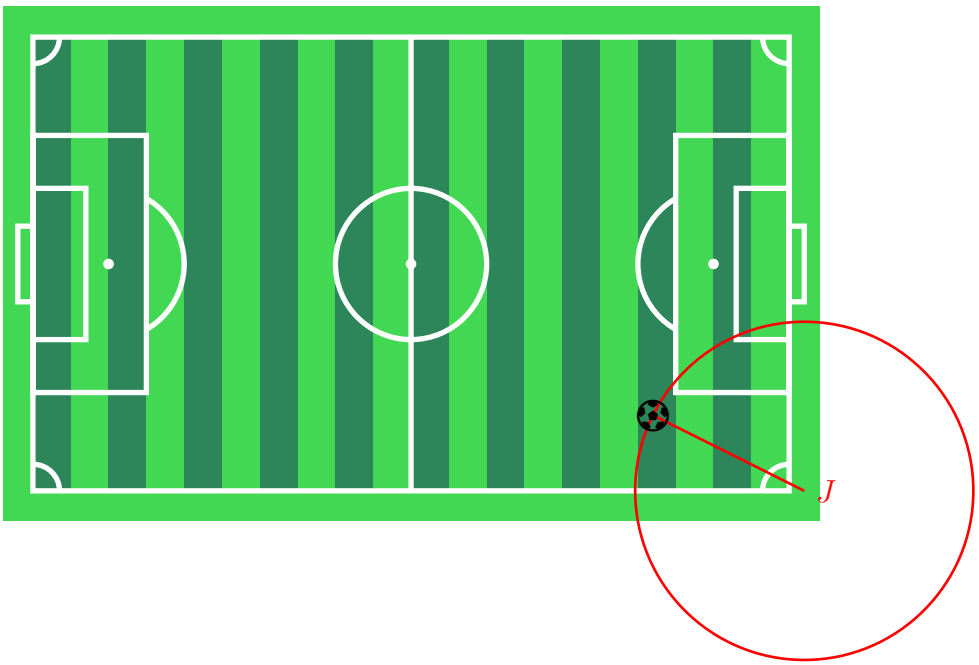
Trong khối pha lê hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 8 (cm) có mặt cầu cách đều các mặt của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ một khoảng 1 (cm). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, đỉnh B thuộc tia Ox, đỉnh D thuộc tia Oy, đỉnh A' thuộc tia Oz. Khi đó, phương trình của mặt cầu bên trong khối pha lê hình lập phương là $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$. Tìm giá trị của $a+b+c+d$.



KQ: | | | | |

Câu 5. Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50 m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180 m về phía bắc và 240 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60 m.
Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?
KQ: | | | | |

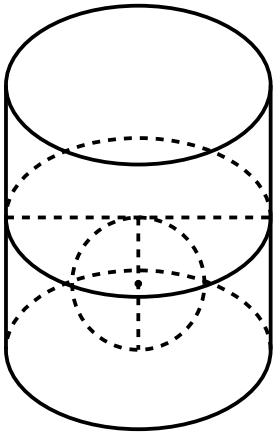
Câu 6. Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR thiết lập một hệ toạ độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z=0$, đồng thời thuộc mặt cầu: $(x-22)^2+(y-4)^2+(z-13)^2=194$. Gọi J là hình chiếu tâm I của mặt cầu xuống mặt sân bóng. Hỏi khoảng cách từ vị trí M của quả bóng đến điểm J bằng bao nhiêu mét?
KQ: | | | | |



Câu 7. Phía trước của một sân vận động, người ta có đặt một quả bóng đá khổng lồ. Cách đó không xa, có một bóng đèn. Trong không gian $Oxyz$, giả sử mặt ngoài quả bóng (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$ và bóng đèn ở vị trí $M(15;1;6)$. Khi đó, khoảng cách xa nhất mà bóng đèn có thể chiếu đến một điểm trên quả bóng bằng MA, với MA chính là tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) và A là tiếp điểm. Vậy MA bằng bao nhiêu mét?
KQ: | | | | |

Câu 8. Người ta thả một viên bi có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5$ cm vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên bi đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng. Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4$ cm và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5$ cm. Bán kính của viên bi đó bằng?

"Sống nở trong ao tù nước đọc, Người cuồn cựt sẽ tinh nhất."



KQ: | | | | |

Câu 9. Ericsson Globe là toà nhà bán cầu lớn nhất trên thế giới, với hình dạng một quả cầu màu trắng có đường kính 110 m và chiều cao bên trong 85 m, nó có đủ chỗ ngồi cho 16 000 khán giả của các buổi biểu diễn hoà nhạc hoặc 13 850 khán giả của các trận đấu khúc côn cầu trên băng. Giả sử ta biểu diễn mô phỏng của toà nhà Ericsson Globe trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ bởi một mặt cầu có tâm I, đường kính 110 m và $OA = 85$ m, Phương trình của mặt cầu này có dạng $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$. Khi đó $c+R$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, một thiết bị phát sóng wifi đặt tại vị trí $A(3;1;1)$. Vùng phủ sóng tốt nhất của thiết bị có bán kính bằng 11 m. Hỏi số giá trị nguyên của tham số m để một người sử dụng điện thoại tại điểm $E(-3;8;m)$ có thể bắt được tín hiệu wifi tốt nhất của thiết bị nói trên.

KQ: | | | | |

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Một niềm đam mê sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 8

HÌNH HỌC KHÔNG GIAN THUẦN TÚY



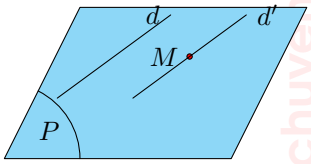
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Quan hệ song song trong không gian

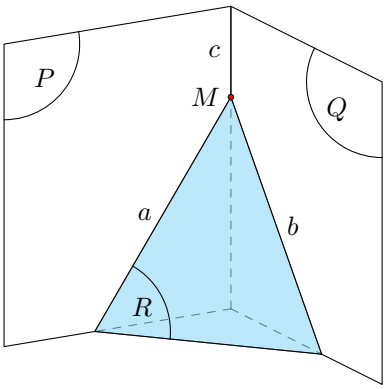
1. Hai đường thẳng song song

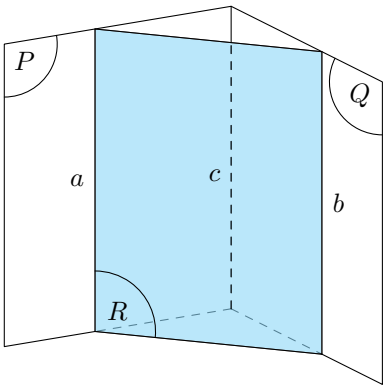
Định nghĩa: Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng cùng nằm trong một mặt phẳng và không có điểm chung.

Định lí: Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.

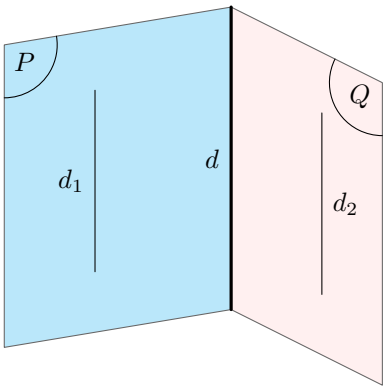


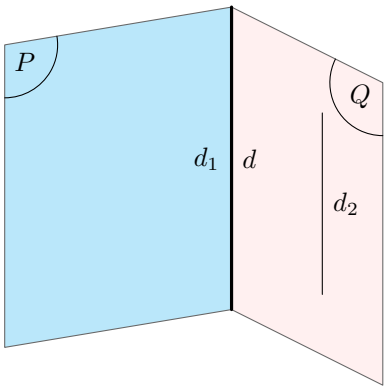
Định lí: Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy, hoặc đôi một song song với nhau.

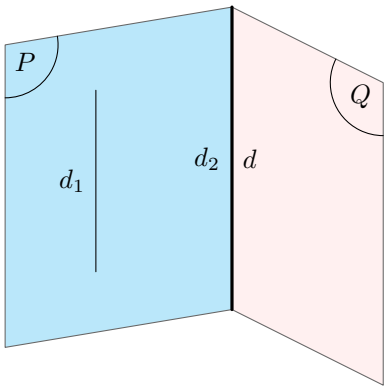




Hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.







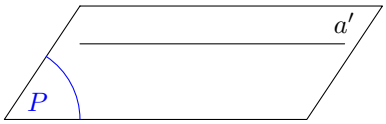
Định lí: Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thà

1. Đường thẳng và mặt phẳng song song

Định nghĩa: Đường thẳng được gọi là song song với mặt phẳng nếu chúng không có điểm chung.

Định lí: Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và a song song với đường thẳng a' nằm trong (P) thì a song song với (P).



Định lí: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Nếu mặt phẳng (Q) chứa a và cắt (P) theo giao tuyến b thì b song song với a.

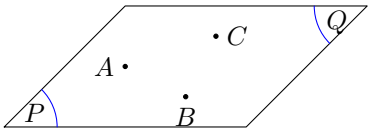
Hệ quả: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (P). Nếu qua điểm M thuộc (P) ta vẽ đường thẳng b song song với a thì b phải nằm trong (P).

Hệ quả: Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

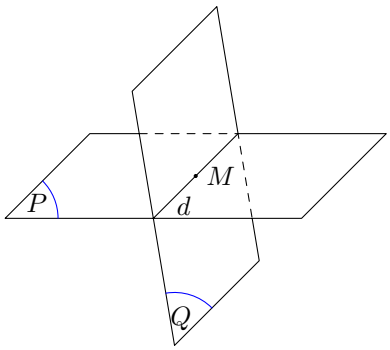
1. Hai mặt phẳng song song

(a) Cho hai mặt phẳng (P) và (Q), có thể xảy ra một trong ba trường hợp:

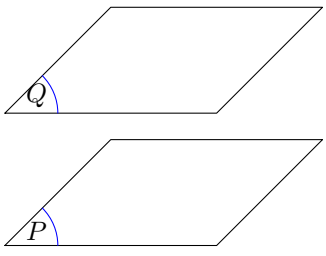
- Trường hợp 1: (P) và (Q) có ba điểm chung không thẳng hàng, ta nói hai mặt phẳng (P) và (Q) trùng nhau, kí hiệu $(P) \equiv (Q)$.



- Trường hợp 2: (P) và (Q) phân biệt và có một điểm chung, ta nói (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d đi qua điểm chung, kí hiệu $(P) \cap (Q) = d$.



- Trường hợp 3: (P) và (Q) không có bất kì điểm chung nào, nghĩa là $(P) \cap (Q) = \varnothing$, ta nói (P) và (Q) song song với nhau, kí hiệu $(P) \parallel (Q)$ hoặc $(Q) \parallel (P)$.



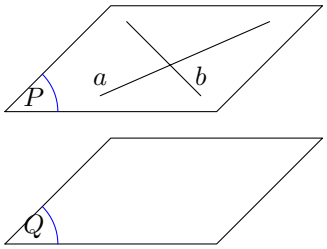
(b) Hai mặt phẳng được gọi là ***song song*** nếu chúng không có điểm chung.

Nhận xét 1 Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau và đường thẳng d nằm trong (α)

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

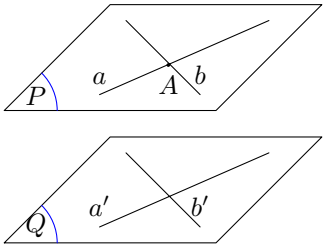
thì d và (β) không có điểm chung, tức là d song song với (β). Như vậy, nếu một đường thẳng nằm trong một trong hai mặt phẳng song song thì đường thẳng đó song song với mặt phẳng còn lại.

Điều kiện để hai mặt phẳng song song Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với (Q).

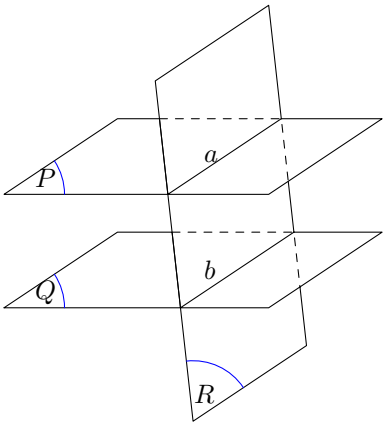


Tính chất của hai mặt phẳng song song

(a) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.



(b) Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau. Nếu (R) cắt (P) thì cắt (Q) và hai giao tuyến của chúng song song với nhau.



2 Quan hệ vuông góc trong không gian

1. Hai đường thẳng vuông góc

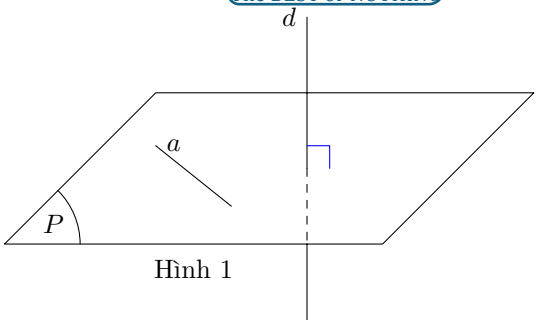
Hai đường thẳng a và b được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng $90°$, kí hiệu $a \perp b$.

1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

(a) **Định nghĩa**

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọng, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (P) nếu đường thẳng d vuông góc với mọi đường thẳng trong mặt phẳng (P) (Hình 1), kí hiệu $d \perp (P)$ hoặc $(P) \perp d$.



Hình 1

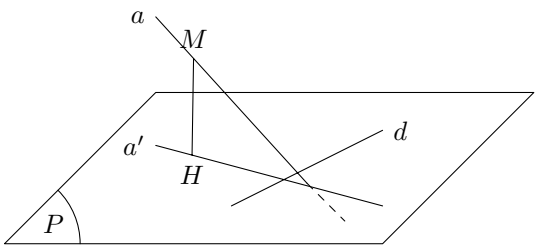
(b) **Dấu hiệu nhận biết**: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.

(c) **Tính chất**

- Có duy nhất một mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
- Cho hai đường thẳng song song. Một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng này thì cũng vuông góc với đường thẳng kia.
- Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- Cho hai mặt phẳng song song. Một đường thẳng vuông góc với mặt phẳng này thì cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
- Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

(d) **Định lí ba đường vuông góc**:

Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P). Khi đó, d vuông góc với a khi và chỉ khi d vuông góc với hình chiếu vuông góc a' của a trên (P) (Hình 2).



Hình 2

1. Hai mặt phẳng vuông góc

(a) **Định nghĩa**: Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ cắt nhau tạo nên bốn góc nhị diện. Nếu một trong các góc nhị diện đó là góc nhị diện vuông thì hai mặt phẳng $(P), (Q)$ gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $(P) \perp (Q)$.

(b) **Dấu hiệu nhận biết**: Nếu mặt phẳng này chứa một đường thẳng mà đường thẳng đó vuông góc với mặt phẳng kia thì hai mặt phẳng đó vuông góc với nhau.

(c) **Tính chất**

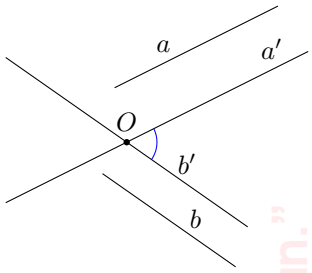
- Nếu hai mặt phẳng vuông góc với nhau thì bất cứ đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng này và vuông góc với giao tuyến cũng vuông góc với mặt phẳng kia.
- Nếu hai mặt phẳng cắt nhau và cùng vuông góc với mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến của chúng vuông góc với mặt phẳng thứ ba đó.

3 Góc trong không gian

1. Góc giữa hai đường thẳng trong không gian

NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Góc giữa hai đường thẳng a và b trong không gian là góc giữa hai đường thẳng a' và b' cùng đi qua một điểm O và lần lượt song song (hoặc trùng) với a và b (Hình 3), kí hiệu (a, b) hoặc $\widehat{(a, b)}$.



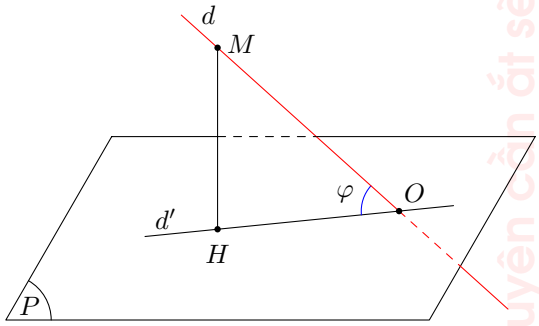
Hình 3

Nhận xét: Góc giữa hai đường thẳng trong không gian có số đo từ $0°$ đến $90°$.

1. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d và mặt phẳng (P), ta có định nghĩa sau:

- Nếu đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa d và (P) bằng $90°$.
- Nếu đường thẳng d không vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa d và hình chiếu d' của đường thẳng d trên (P) (Hình 4), kí hiệu $(d, (P))$.



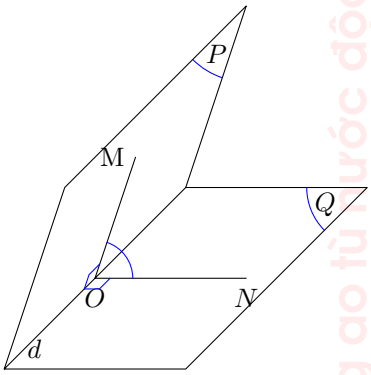
Hình 4

Nhận xét: Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng có số đo từ $0°$ đến $90°$.

1. Góc nhị diện

- Góc nhị diện là hình gồm hai nửa mặt phẳng có chung bờ;

  kí hiệu $[P, d, Q]$ hoặc $[M, d, N]$, trong đó $(P), (Q)$ là hai nửa mặt phẳng có chung bờ là đường thẳng d và M, N là các điểm lần lượt thuộc hai nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ (Hình 5). Đường thẳng d gọi là cạnh của góc nhị diện, mỗi nửa mặt phẳng $(P), (Q)$ gọi là một mặt của góc nhị diện.



Hình 5

- Cho góc nhị diện. Một góc có đỉnh thuộc cạnh của góc nhị diện, hai cạnh của góc đó lần lượt thuộc hai mặt nhị diện và cùng vuông góc với cạnh của góc nhị diện, được gọi là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện đã cho.
- Số đo của một góc phẳng nhị diện được gọi là số đo của góc nhị diện đó.
- Nếu số đo góc phẳng nhị diện bằng $90°$ thì góc nhị diện đó gọi là góc nhị diện vuông.
  Nhận xét: Góc nhị diện có số đo từ $0°$ đến $180°$.

4 Khoảng cách trong không gian

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ là khoảng cách từ điểm M đến hình chiếu vuông góc H của M trên Δ, kí hiệu $\mathrm{d}(M, \Delta)$.

"Sen vẫn nở dù không ao từ nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

1. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) là khoảng cách từ điểm M đến hình chiếu vuông góc H của M trên (P), kí hiệu $\mathrm{d}(M,(P))$.

1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song Δ và Δ' là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia, kí hiệu $\mathrm{d}(\Delta,\Delta')$.

1. Khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song

Cho đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P). Khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc đường thẳng Δ đến mặt phẳng (P), kí hiệu $\mathrm{d}(\Delta,(P))$.

1. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song (P) và (Q) là khoảng cách từ một điểm bất kì thuộc mặt phẳng này đến mặt phẳng kia, kí hiệu $\mathrm{d}((P),(Q))$.

1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

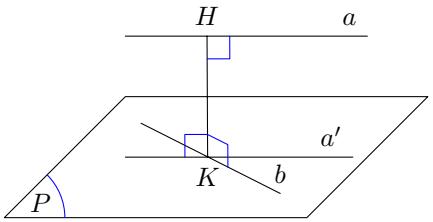
Cho hai đường thẳng a,b chéo nhau.

- Có và chỉ có một đường thẳng c vừa vuông góc, vừa cắt cả hai đường thẳng a,b, gọi là đường vuông góc chung của hai đường thẳng đó.
- Đoạn thẳng có hai đầu mút là giao điểm của đường thẳng c với hai đường thẳng a,b gọi là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó.
- Độ dài đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng a,b gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng đó, kí hiệu $\mathrm{d}(a,b)$.

Nhận xét

- Gọi (P) là mặt phẳng chứa b và song song với a,

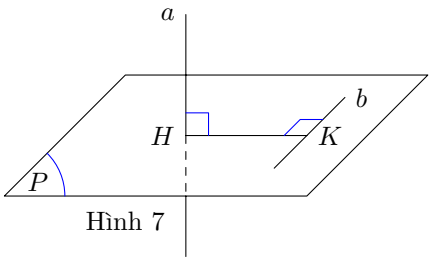
hình chiếu của a trên (P) là a', giao điểm của a' và b là K, hình chiếu của K trên a là H (Hình 6). Khi đó HK là đoạn vuông góc chung của a và b.
Ngoài ra, $\mathrm{d}(a,b)=HK=\mathrm{d}(a,(P))$.



Hình 6

- Trong trường hợp đặc biệt $a\perp b$,

ta có thể xác định như sau: Gọi (P) là mặt phẳng chứa b và vuông góc với a, giao điểm của a và (P) là H, hình chiếu của H trên b là K (Hình 7). Khi đó, HK là đoạn vuông góc chung của a và b.



Hình 7

5 Thể tích của một số khối đa diện

- Công thức tính thể tích của khối lăng trụ: $V=Sh$.
Trong đó V,S,h lần lượt là thể tích, diện tích đáy, chiều cao của khối lăng trụ.

- Công thức tính thể tích của khối chóp: $V=\dfrac{1}{3}Sh$.
Trong đó V,S,h lần lượt là thể tích, diện tích đáy, chiều cao của khối chóp.

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Công thức tính thể tích của khối chóp cụt đều: $V = \frac{1}{3}h\left(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2\right)$.

Trong đó V, h, S_1, S_2 lần lượt là thể tích, chiều cao, diện tích hai đáy của khối chóp cụt đều.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

1 Quan hệ song song trong không gian

Hai đường thẳng song song

VÍ DỤ 1

Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau đây:

a) MN và BC; b) AN và CD; c) MN và CD.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SA, SC. Lấy các điểm P, Q lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB, BC sao cho $\frac{BP}{BA} = \frac{BQ}{BC} = \frac{1}{3}$.

a) Chứng minh rằng MN song song với PQ.

b) Gọi O là giao điểm của AN và CM. Chứng minh PO song song với BN, QO song song với BM.

Lời giải.

"Sen văn hóa thước độc, Người chuyên thành nhân"

VÍ DỤ 3

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA; I, J, K, L lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SM, SN, SP, SQ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $IK \parallel BC$.		
b) $JL \parallel AC$.		
c) Bốn điểm I, J, K, L đồng phẳng.		
d) Tứ giác $IJKL$ là hình bình hành.		

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING VIỆT STAR – Dạy học từ tâm

Đường thẳng song song với mặt phẳng

VÍ DỤ 4

Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SC. Chứng minh rằng đường thẳng MN song song với mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, điểm I nằm trên cạnh BC sao cho $BI = 2IC$. Chứng minh rằng IG song song với mặt phẳng (ACD).

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\dfrac{SJ}{SF} = \dfrac{2}{3}$.		
b) $IJ \parallel (ABCD)$.		

c) BC song song với hai mặt phẳng (SAD), (SEF).		
d) BC cắt mặt phẳng (AIJ).		

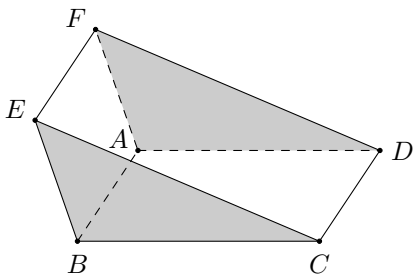
Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Hai mặt phẳng song song

VÍ DỤ 7

Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Chứng minh rằng mặt phẳng (BCE) song song với mặt phẳng (ADF).



Lời giải.

VÍ DỤ 8

Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC. Chứng minh rằng $(MNP) \parallel (ABC)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Lấy các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $MN \parallel (ABCD)$, $NP \parallel (ABCD)$.		
b) $(MNP) \parallel (ABCD)$.		
c) Diện tích $S_{MNP} = \frac{1}{2} S_{ACD}$.		
d) Gọi $Q = SD \cap (MNP)$ thì Q là trung điểm của SD.		

Lời giải.

"Sen vẫn nở, Người chuyên cần ắt sẽ thôn."

2 Quan hệ vuông góc trong không gian

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

VÍ DỤ 1

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A và $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng

a) $BC \perp (SAM)$.

b) Tam giác SBC cân tại S.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho tứ diện $OABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M, N tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC, OBC. Chứng minh rằng đường thẳng MN vuông góc với mặt phẳng (OBC).

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Cho hình chóp $S.ABC$. Các điểm M, N, P tương ứng là trung điểm của SA, SB, SC. Đường thẳng qua S vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt mặt phẳng đó tại H. Chứng minh rằng $SH \perp (MNP)$.

Lời giải.

"Sen vẫn mở trong vườn Học độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành

VÍ DỤ 4

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Cho biết $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, $AB = 2AD$.

a) Chứng minh $CD \perp (SAD)$;

b) Gọi M là trung điểm của AB. Chứng minh $CM \perp (SAB)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp (BCD)$, $BC \perp CD$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên AC và AD. Chứng minh rằng:

a) $CD \perp BM$;

b) $BM \perp MN$.

Lời giải.

Hai mặt phẳng vuông góc

VÍ DỤ 6

Cho tứ diện $OABC$ có OA vuông góc với OB và OC. Chứng minh rằng các mặt phẳng (OAB) và (OAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (OBC).

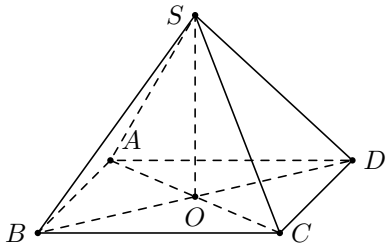
Lời giải.

VÍ DỤ 7

Cho hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông. Chứng minh rằng

a) $(SAC) \perp (ABCD)$.

b) $(SAC) \perp (SBD)$.



Lời giải.

VÍ DỤ 8

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Gọi B', C', D' tương ứng là hình chiếu của A trên SB, SC, SD. Xét tính đúng - sai của các phát biểu bên dưới

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $(SBC) \perp (SAB)$.		
b) $AB' \perp (SBC)$.		
c) $(SAC) \perp (SBD)$.		

Tặng bạn tài liệu này là tặng cả tương lai, cần ít sẽ thành nhân ... ông ao từ nước đục ...

d) Các điểm A, B', C', D' cùng thuộc một mặt phẳng.		

Lời giải.

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT

VÍ DỤ 9

Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA bằng $2\sqrt{2}$, đáy ABC là tam giác đều với cạnh bằng a. Cho biết hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy (ABC). Tính tổng $T = SB + SC$.

Lời giải.

3 Góc trong không gian

Góc giữa hai đường thẳng

VÍ DỤ 1

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có 6 mặt đều là hình vuông và M, N, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh BC, BA, AA', $A'D'$. Tính góc giữa các cặp đường thẳng

a) $A'C'$ và BC;

b) MN và EF.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh 2. Gọi M là trung điểm của BC. Tính góc giữa hai đường thẳng DM và AB (kết quả theo đơn vị độ và làm tròn đến độ).

Lời giải.

"Sen vẫn nở tuyệt vời giữa nước đục, Người chỉ sống một lần, hãy sống sao cho thật sẽ thành nhân."

VÍ DỤ 3

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Tính góc giữa hai đường thẳng MN và AB.

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $SA = AB$. Tính góc giữa hai đường thẳng SA và BC.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = a\sqrt{2}$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Tính theo đơn vị độ góc giữa hai đường thẳng SC và AB.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Dạy học từ tâm sáng tâm sự nghiệp

Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

VÍ DỤ 6

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tìm hình chiếu của chân đường vuông góc A xuống mặt phẳng (SBC) và xác định góc giữa SA và mặt phẳng (SBC).

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên $SA = a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC).

Lời giải.

Góc giữa hai mặt phẳng, góc nhị diện

VÍ DỤ 8

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.

a) Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (ACD') và $(ABCD)$.

b) Tính số đo của góc nhị diện $[D', AC, B]$.

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a\sqrt{3}$. Tính cô-sin của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

Lời giải.

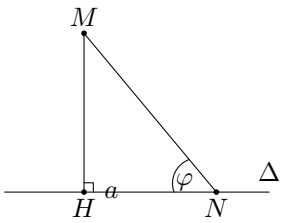
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING – Học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

4 Khoảng cách trong không gian

Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

VÍ DỤ 1

Cho đoạn thẳng MN có độ dài a và đường thẳng Δ đi qua N thoả mãn góc giữa hai đường thẳng MN và Δ là φ $(0^\circ < \varphi < 90^\circ)$. Tính khoảng cách từ M đến Δ theo a, φ.



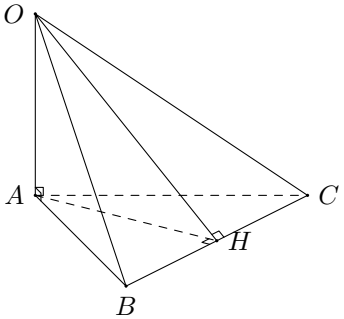
Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho hình chóp $O.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $OA \perp (ABC)$. Cho biết $OA = a$.

a) Tính khoảng cách từ điểm O đến AB.

b) Tính khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng BC.



Lời giải.

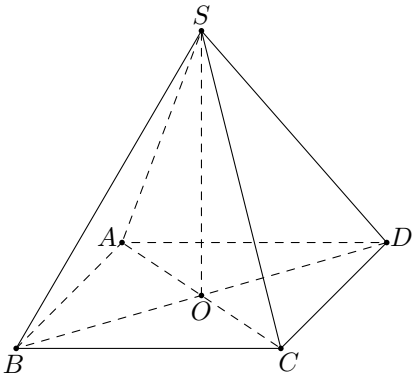
Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

VÍ DỤ 3

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, O là giao điểm của AC và BD, $SO \perp (ABCD)$, $SO = a$. Tính

a) Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng $(ABCD)$;

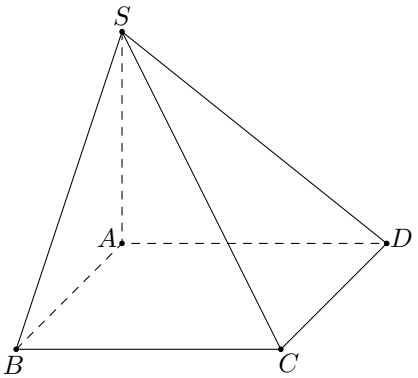
b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC).



Lời giải.

VÍ DỤ 4

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Chứng minh $CD \parallel (SAB)$ và tính khoảng cách giữa CD và mặt phẳng (SAB).



Lời giải.

VÍ DỤ 5

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tính theo a:

a) Khoảng cách giữa đường thẳng DD' và $(AA'C'C)$.

b) Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(AA'D'D)$ và $(BB'C'C)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Cho hình chóp $S.ABCD$ có tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$, tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

Lời giải.

"Sen vẫn nở hoa từ nước đục, Người chuyên cần nhận."

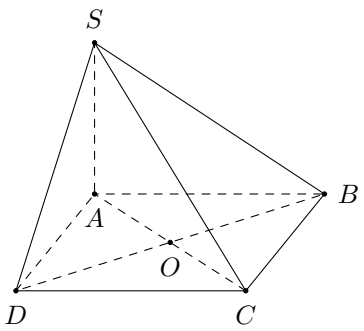
VÍ DỤ 7

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $AB = a\sqrt{2}$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$.

a) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

b) Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC).

c) Tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC).



Lời giải.

VIỆT STAR - Đồng hành cùng sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

VÍ DỤ 8

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. E là trung điểm AB; $F \in AB$ sao cho $FB = \dfrac{1}{3}AB$. Tính

a) $\mathrm{d}(A, (SBC))$. b) $\mathrm{d}(E, (SBC))$. c) $\mathrm{d}(F, (SBC))$.

Lời giải.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

VÍ DỤ 9

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $AB = 4$, cạnh bên SA vuông góc với (ABC). Tính khoảng cách giữa SA và BC.

Lời giải.

"Sen vàng ao từ nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành n

VÍ DỤ 10

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $BC = 3a$, cạnh bên SB vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD.

Lời giải.

5 Thể tích của một số khối đa diện

VÍ DỤ 1

Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Cho khối chóp đều $S.ABC$, đáy có cạnh bằng a, cạnh bên bằng b. Tính thể tích của khối chóp đó. Từ đó suy ra thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng a.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 5$ cm, $AB = 6$ cm, $BC = 2$ cm, $\widehat{ABC} = 150^\circ$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu cm^3?

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Cho khối chóp cụt tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng $3a$, $AB = 4a$, $A'B' = a$. Tính thể tích của khối chóp cụt đều $ABC.A'B'C'$.

Lời giải.

"Sen trong gio tù nước độc, chuyên cần ắt sẽ thành nhân

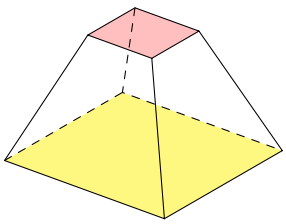
VÍ DỤ 5

Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AB và $B'C'$. Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt cạnh BC tại P. Tính thể tích của khối chóp cụt $MBP.A'B'N$.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 5 m, cạnh đáy trên dài 2 m, cạnh bên dài 3 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1 470 000 đồng/m^3. Các khẳng định sau đúng hay sai?



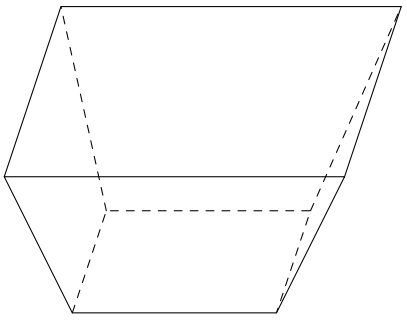
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích đáy dưới của "cái chân tháp" là 25 m^2.		
b) Chiều cao của "cái chân tháp" là $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.		

c) Thể tích của "cái chân tháp" là khoảng 30 m^3.		
d) Số tiền để mua bê tông tươi làm "cái chân tháp" là 4 410 000 đồng.		

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Một sọt đựng đồ có dạng hình chóp cụt đều. Đáy và miệng sọt là các hình vuông tương ứng có cạnh bằng 60 cm, 30 cm, cạnh bên của sọt dài 50 cm. Tính thể tích của sọt. (Theo đơn vị lít và làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải.

"Sen vẫn nở trong người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

VÍ DỤ 8

Gia đình Kha mới lắp một bể cá cảnh hình hộp chữ nhật có thể tích là 576 dm^3. Chiều dài, chiều rộng, chiều cao của bể lần lượt là a, b, h thỏa mãn $a = 2b = \dfrac{3}{2}h$. Tìm a.

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Một thùng nước có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, $AB = 5$ m, $AA' = 3$ m, $AD = 4$ m. Đáy bể là hình chữ nhật $A'B'C'D'$ được đặt trên một mặt phẳng nằm ngang. Khi thể tích trong bể là 40 m^3, tính mức nước trong bể.

Lời giải.

VÍ DỤ 10

Bạn An muốn làm các viên đá lạnh có dạng khối chóp cụt tứ giác đều có cạnh đáy lớn bằng 3 cm, cạnh đáy nhỏ bằng 1,5 cm và cao 3 cm bằng cách sử dụng các khay đá chuyên dụng, mỗi khay sẽ tạo được 6 viên như vậy. Hỏi bạn An cần ít nhất bao nhiêu khay đá để chứa được 2 lít nước?

Lời giải.

VÍ DỤ 11

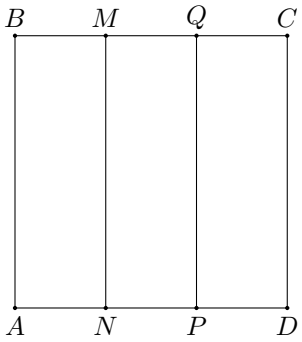
Người ta cần đổ bê tông để làm những viên gạch có dạng khối lăng trụ lục giác đều với chiều cao là 4 cm

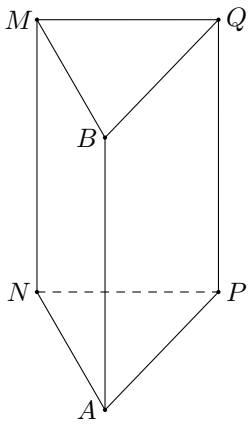
và cạnh lục giác dài 21,5 cm. Tính thể tích bê tông theo đơn vị centimét khối để làm một viên gạch như thế (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60$ cm, $AB = 40$ cm. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và CD trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng $a\sqrt{3}$ cm^3, tìm a.





Lời giải.

"Sen vẫn nở trong ao từ" "Kiến vẫn ở sẽ thành nhân."

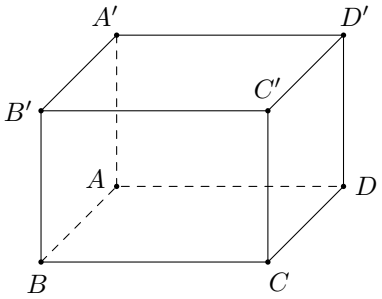
C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1 Quan hệ song song trong không gian

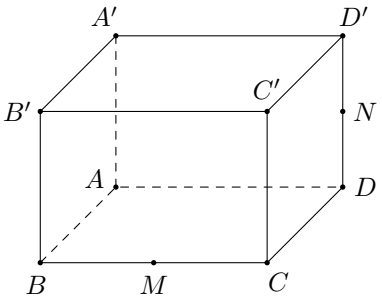
Hai đường thẳng song song

Câu 1.
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ khẳng định nào sau đây là **sai**?



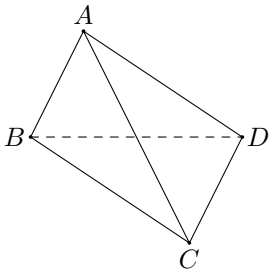
A $AB \parallel A'B'$. **B** $AA' \parallel DD'$. **C** $BC \parallel A'D'$. **D** $BB' \parallel C'D'$.

Câu 2.
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, M, N lần lượt là trung điểm BC và DD'. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A $A'C' \parallel BD$. **B** $AA' \parallel C'D'$. **C** $BD' \parallel MN$. **D** $BA' \parallel CD'$.

Câu 3.
Cho tứ diện $ABCD$ như hình vẽ bên, xét các khẳng định sau



a) $AB \parallel CD$;

b) $AD \parallel BC$;

c) $AC \parallel BD$.

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm AC, E đối xứng với B qua M. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $BE \parallel CD$. **B** $AE \parallel BC$. **C** $BE \parallel AC$. **D** $AE \parallel CD$.

Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $MN \parallel (ABCD)$. **B** $MN \parallel (SAB)$. **C** $MN \parallel (SCD)$. **D** $MN \parallel (SBC)$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\dfrac{SM}{SA}=\dfrac{SN}{SB}=\dfrac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là

A MN nằm trên mp$(ABCD)$.

B MN cắt mp$(ABCD)$·.

C MN song song mp$(ABCD)$.

D MN và mp$(ABCD)$ chéo nhau.

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $MN \parallel (ABCD)$. **B** $MN \parallel (SAB)$. **C** $MN \parallel (SCD)$. **D** $MN \parallel (SBC)$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD, Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ=2QB$, P là trung điểm của AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $GP \parallel (BCD)$.

B $GQ \parallel (BCD)$.

C GQ cắt (BCD).

D Q thuộc mặt phẳng (CDP).

Câu 9. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD$, $ABEF$, M là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A $OO_1 \parallel (BEC)$. **B** $OO_1 \parallel (AFD)$. **C** $OO_1 \parallel (EFM)$. **D** MO_1 cắt (BEC).

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SC, AD. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $BP \parallel SD$. **B** $MN \subset (SCP)$. **C** $MN \parallel (SBD)$. **D** $MN \parallel (ABCD)$.

Hai mặt phẳng song song

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi P, Q, I lần lượt là trung điểm của SD, SC và BC. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A (OPQ) cắt (OIQ).

B $(OPQ) \parallel (SAB)$.

C $(IOP) \cap (IPQ) = PI$.

D $(IPQ) \parallel (SBD)$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ABD. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A Mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ song song với mặt phẳng (BCD).

B Mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ song song với mặt phẳng (BCA).

C Mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ không có điểm chung với mặt phẳng (ACD).

D Mặt phẳng $(G_1G_2G_3)$ cắt mặt phẳng (BCD).

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $(MON) \parallel (SBC)$.

B (NOM) cắt (OPM).

C $(NMP) \parallel (SBD)$.

D $(PON) \cap (MNP) = NP$.

"Sẻn văn nở trong cỏ từ nước học, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A $A'B' \parallel (SBD)$. **B** $A'B' \parallel (SAD)$. **C** $(A'C'D') \parallel (ABC)$. **D** $A'C' \parallel BD$.

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

A $(BA'C') \parallel (ACD')$. **B** $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.

C $(BA'D) \parallel (CB'D')$. **D** $(ABA') \parallel (CB'D')$.

2 Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC vuông tại A có cạnh $SB \perp (ABC)$. AC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A (SBC). **B** (ABC). **C** (SBC). **D** (SAB).

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, cạnh bên SA vuông góc với đáy, M là trung điểm BC, J là trung điểm BM. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $BC \perp (SAC)$. **B** $BC \perp (SAJ)$. **C** $BC \perp (SAM)$. **D** $BC \perp (SAB)$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD, O là tâm mặt đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A $SC \perp (AMN)$. **B** $AC \perp (SBD)$. **C** $BD \perp (SAC)$. **D** $SO \perp (ABCD)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$ và AH là đường cao của tam giác SAB. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A $SB \perp BC$. **B** $AH \perp BC$. **C** $SB \perp AC$. **D** $AH \perp SC$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và đáy ABC là tam giác cân tại C. Gọi H và K lần lượt là trung điểm của AB và SB. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

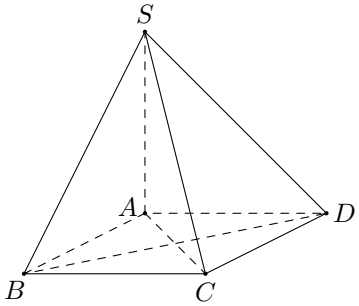
A $CH \perp SB$. **B** $AK \perp BC$. **C** $CH \perp SA$. **D** $CH \perp AK$.

Câu 6.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A $(SAB) \perp (ABCD)$. **B** $(SAB) \perp (SAC)$.

C $(SAB) \perp (SCD)$. **D** $(SAB) \perp (SBD)$.

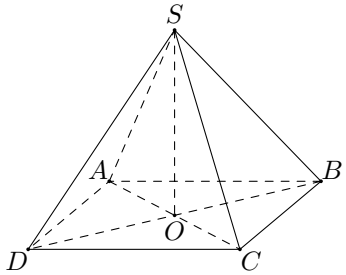


Câu 7.

Cho hình chóp đều $S.ABCD$ (minh họa như hình bên). Khẳng định nào sau đây đúng?

A $(SBD) \perp (ABCD)$. **B** $(SAB) \perp (ABCD)$.

C $(SAD) \perp (ABCD)$. **D** $(SBC) \perp (ABCD)$.



NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING Đoạn đọc từ sách – Nông tặng tập sự, phiếp

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $SA \perp (ABC)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $(SAC) \perp (SAB)$. **B** $(SAC) \perp (SBC)$. **C** $(SBC) \perp (SAB)$. **D** $(SBC) \perp (ABC)$.

3 Góc trong không gian

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa hai đường thẳng FH và ED là

A $45°$. **B** $60°$. **C** $90°$. **D** $120°$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc $\widehat{(IJ, CD)}$ bằng

A $30°$. **B** $45°$. **C** $60°$. **D** $90°$.

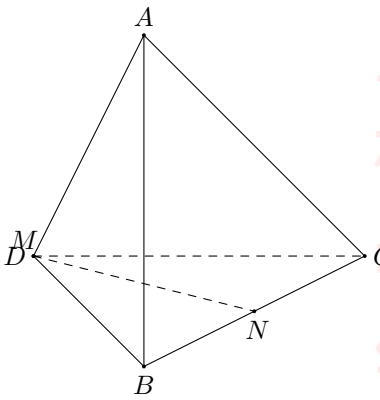
Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm cạnh BC. Khi đó $\cos(AB, DM)$ bằng

A $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **C** $\dfrac{1}{2}$. **D** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 4.

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Xác định độ dài đoạn thẳng MN để góc giữa hai đường thẳng AB và MN bằng $30°$.

A $MN = \dfrac{a}{2}$. **B** $MN = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C** $MN = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D** $MN = \dfrac{a}{4}$.



Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AB và $B'D'$ bằng

A $90°$. **B** $45°$. **C** $30°$. **D** $135°$.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, $C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng MN và AP.

A $60°$. **B** $90°$. **C** $30°$. **D** $45°$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Số đo của góc (SB, BC) bằng

A $30°$. **B** $45°$. **C** $60°$. **D** $90°$.

Câu 8. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AB, góc giữa hai đường thẳng CM và AB' là

A $90°$. **B** $60°$. **C** $30°$. **D** $45°$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A $30°$. **B** $45°$. **C** $60°$. **D** $90°$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SB \perp (ABCD)$, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào sau đây?

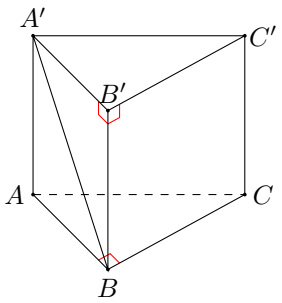
"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thịnh nhân."

A $\widehat{SDB}$. **B** $\widehat{DSB}$. **C** $\widehat{SDC}$. **D** $\widehat{SDA}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I. $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SD. Góc giữa MI và mặt phẳng đáy là

A $\widehat{SCA}$. **B** $\widehat{ASB}$. **C** $\widehat{ACB}$. **D** $\widehat{SBA}$.

Câu 12.
Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Khi đó góc tạo bởi đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng góc nào sau đây?



A $\widehat{A'BA}$. **B** $\widehat{A'BB'}$. **C** $\widehat{A'BC}$. **D** $\widehat{BA'B'}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng

A $45°$. **B** $90°$. **C** $60°$. **D** $30°$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại A, $AB = AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Biết $SA = a\sqrt{2}$, góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng

A $60°$. **B** $30°$. **C** $45°$. **D** $135°$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = BC = 2a$. Tam giác SAC cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC), $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng

A $45°$. **B** $30°$. **C** $90°$. **D** $60°$.

Câu 16. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, hình chiếu của A' trên (ABC) trùng với trung điểm H của đoạn BC. Biết góc giữa BB' và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Gọi φ là số đo của góc giữa mặt phẳng $(ABB'A')$ và mặt phẳng (ABC). Tính $\tan\varphi$.

A $\tan\varphi = \sqrt{3}$. **B** $\tan\varphi = 2\sqrt{3}$. **C** $\tan\varphi = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D** $\tan\varphi = 2$.

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm AD. Góc nào sau đây là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[B, AD, S]$?

A $\widehat{SAB}$. **B** $\widehat{SDB}$. **C** $\widehat{SMO}$. **D** $\widehat{SMB}$.

4 Khoảng cách trong không gian

Câu 1. Cho hình chóp $A.BCD$ có $AC \perp (BCD)$ và BCD là tam giác đều cạnh bằng a, biết $AC = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến đường thẳng CB bằng

A $a\sqrt{2}$. **B** $2a\sqrt{3}$. **C** $a\sqrt{3}$. **D** a.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng SA bằng

A $a\sqrt{2}$. **B** $a\sqrt{3}$. **C** $2a$. **D** a.

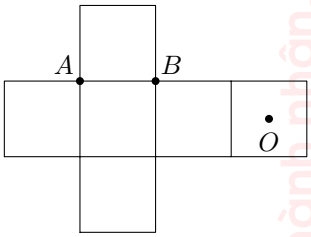
NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Đừng học từ tâm sự ngôi

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng SA bằng

A $a\sqrt{3}$. **B** $2a$. **C** a. **D** $a\sqrt{2}$.

Câu 4.

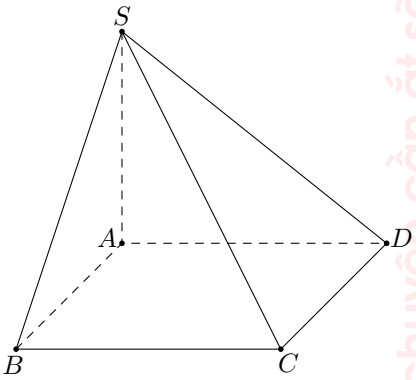
Một hình lập phương được tạo thành khi xếp miếng bìa carton như hình vẽ bên. Tính khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB sau khi xếp, biết rằng độ dài đoạn thẳng AB bằng $2a$.



A $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$. **D** $a\sqrt{5}$.

Câu 5.

Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



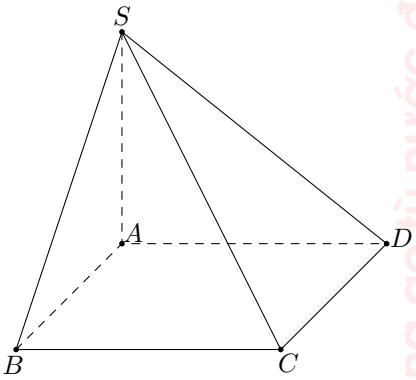
A SD. **B** SA. **C** SB. **D** SC.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và SA vuông góc với mặt đáy. Biết $SB = a\sqrt{10}$. Gọi I là trung điểm của SC. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A $3a$. **B** $\dfrac{3a}{2}$. **C** $a\sqrt{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 7.

Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và SA bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng (SBC).



A a. **B** $a\sqrt{2}$. **C** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **D** $\dfrac{\sqrt{21}a}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, SB hợp với đáy một góc $60°$. Tính khoảng cách d từ điểm D đến mặt phẳng (SBC).

A $d = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B** $d = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C** $d = a$. **D** $d = a\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến (SAC).

A $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **C** $\dfrac{a}{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của SD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBC) bằng

"Sen văn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

A $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B** $\frac{\sqrt{2}}{4}$. **C** 1. **D** $\frac{1}{2}$.

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a. Gọi O là tâm mặt đáy, biết $SO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách h từ O đến mặt phẳng (SBC)?

A $h = \frac{a\sqrt{15}}{15}$. **B** $h = \frac{a\sqrt{5}}{15}$. **C** $h = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. **D** $h = \frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 12. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên $3a$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD).

A $a\sqrt{14}$. **B** $\frac{a\sqrt{14}}{4}$. **C** $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. **D** $\frac{a\sqrt{14}}{3}$.

Câu 13. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa mặt bên và đáy bằng $60°$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC).

A $\frac{3a}{2}$. **B** $\frac{3a}{4}$. **C** $\frac{a}{2}$. **D** $\frac{a}{4}$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB.

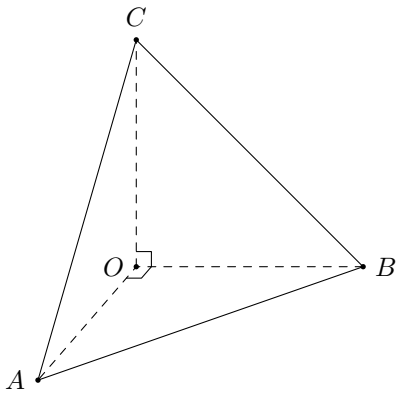
A $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. **B** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **C** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D** $2a$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB, BC, CD đôi một vuông góc. Đường vuông góc chung của AB và CD là đường nào sau đây?

A AC. **B** AD. **C** BD. **D** BC.

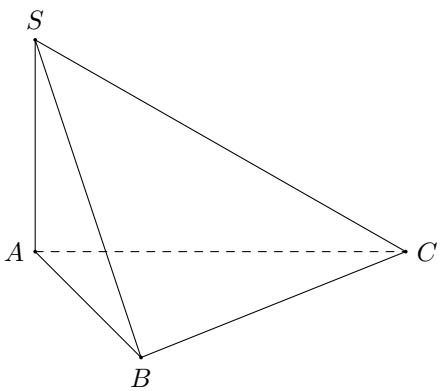
Câu 16.
Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC = a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng OA và BC bằng

A $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B** $\frac{a}{2}$. **C** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D** $\frac{3a}{2}$.



Câu 17.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{a}{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

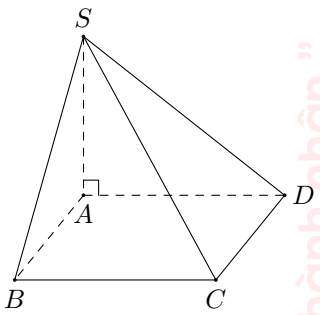
A $a\sqrt{3}$. **B** a. **C** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC.

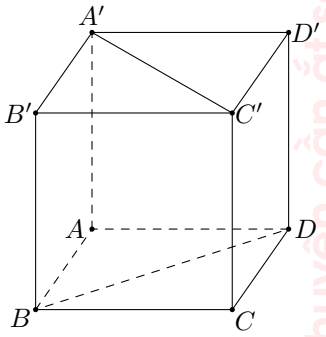
A $a\sqrt{3}$. **B** a. **C** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng



A $a\sqrt{2}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 20.
Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

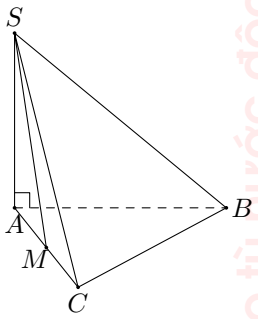


A $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **B** $\sqrt{2}a$. **C** a. **D** $\sqrt{3}a$.

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD'.

A $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **B** a. **C** $\sqrt{2}a$. **D** $2a$.

Câu 22.
Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$, $BC = 4a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi giữa SC và đáy bằng $60°$. Gọi M là trung điểm của AC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SM bằng

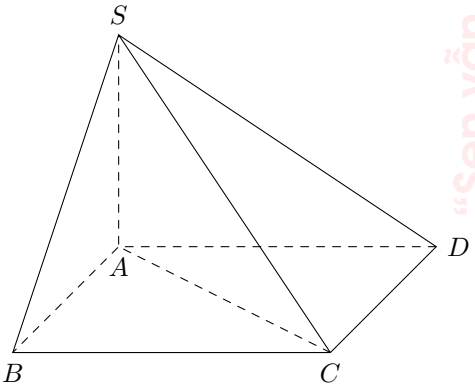


A $\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$. **B** $\dfrac{10a\sqrt{3}}{\sqrt{79}}$. **C** $\dfrac{5a}{2}$. **D** $5a\sqrt{3}$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng $45°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SB và AC.

A $d = \dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. **B** $d = \dfrac{2\sqrt{2}a}{5}$. **C** $d = \dfrac{\sqrt{3}a}{5}$. **D** $d = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 24.
Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng



A $\dfrac{a\sqrt{30}}{6}$. **B** $\dfrac{4a\sqrt{21}}{21}$. **C** $\dfrac{2a\sqrt{21}}{21}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{30}}{12}$.

"Sen vẫn nở trong bùn từ bước đột, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

5 Thể tích của một số khối đa diện

Câu 1. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A $\frac{1}{3}Bh$. B $2Bh$. C Bh. D $3Bh$.

Câu 2. Cho khối lăng trụ có chiều cao là h và diện tích đáy là B. Thể tích của khối lăng trụ đó là

A $V=\frac{2}{3}Bh$. B $V=Bh$. C $V=Bh^2$. D $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 3. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA=4$, $AB=6$, $BC=10$ và $CA=8$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A 40. B 192. C 32. D 24.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$. Tam giác ABC vuông tại C, $AB=a\sqrt{3}$, $AC=a$, $SC=a\sqrt{5}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. B $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. C $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. D $\frac{\sqrt{10}a^3}{6}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a, $SA\perp(ABC)$, góc giữa SB và (ABC) bằng 60°. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\frac{a^3}{4}$. B $\sqrt{3}a^3$. C $\frac{a^3}{2}$. D a^3.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA\perp(ABCD)$, $AB=3a$, $AD=2a$, $SB=5a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A $\frac{8a^3}{3}$. B $24a^3$. C $\frac{10a^3}{3}$. D $8a^3$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng a, $SA\perp(ABC)$, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. C $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. D $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Biết $SC=\frac{a\sqrt{26}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A $V=\frac{2a^3}{3}$. B $V=4a^3$. C $V=\frac{4a^3}{3}$. D $V=2a^3$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A $V=\frac{a^3}{2}$. B $V=a^3$. C $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. D $V=\frac{a^3}{3}$.

Câu 10. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$. B $\frac{8a^3}{3}$. C $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. D $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 11. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A $V = a^3$. **B** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **C** $V = \dfrac{a^3}{6}$. **D** $V = \dfrac{a^3}{2}$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, đường thẳng AB' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C** $V = \dfrac{3a^3}{4}$. **D** $V = \dfrac{a^3}{4}$.

Câu 13. Một hồ bơi hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 50 (m). Lượng nước trong hồ cao 1,5 (m). Thể tích lượng nước trong hồ là

A 3750 (m^3). **B** 2500 (m^3). **C** 1250 (m^3). **D** 1875 (m^3).

Câu 14. Một khối gỗ có dạng hình lăng trụ, biết diện tích đáy và chiều cao lần lượt là 0,25 m^2 và 1,2 m. Mỗi mét khối gỗ này trị giá 5 triệu đồng. Hỏi khối gỗ đó có giá trị là bao nhiêu?

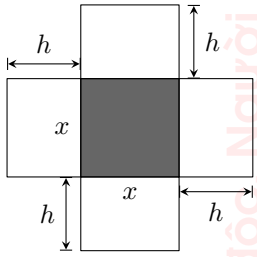
A 750000 đồng. **B** 500000 đồng. **C** 1500000 đồng. **D** 3000000 đồng.

Câu 15. Kim tự tháp Cheops (có dạng hình chóp) là kim tự tháp cao nhất ở Ai Cập. Chiều cao của kim tự tháp này là 144 m, đáy của kim tự tháp là hình vuông có cạnh dài 230 m. Các lối đi và phòng bên trong chiếm 30% thể tích của kim tự tháp. Biết một lần vận chuyển gồm 10 xe, 1 xe chở 6 tấn đá và khối lượng riêng của đá bằng $2{,}5.10^3$ kg/m^3. Số lần vận chuyển đá để xây dựng kim tự tháp là

A 740600. **B** 76040. **C** 7406. **D** 74060.

Câu 16.

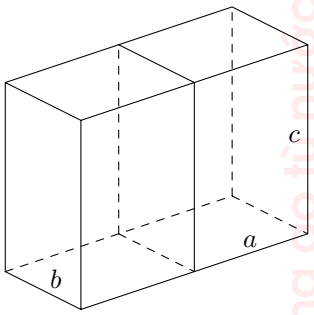
Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 500 cm^3. Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



A $x = 5$ cm. **B** $x = 10$ cm. **C** $x = 2$ cm. **D** $x = 3$ cm.

Câu 17.

Bể cá hai ngăn không có nắp phía trên thể tích là 1,296 cm^3 bằng cách cắt các tấm kính thành hình hộp chữ nhật có các kích thước a, b, c (xem hình vẽ). Tìm a, b, c để tiết kiệm chi phí nhất.



A $a = 3{,}6$ m; $b = 0{,}6$ m; $c = 0{,}6$ m. **B** $a = 2{,}4$ m; $b = 0{,}9$ m; $c = 0{,}6$ m.

C $a = 1{,}8$ m; $b = 1{,}2$ m; $c = 0{,}6$ m. **D** $a = 1{,}2$ m; $b = 1{,}2$ m; $c = 0{,}9$ m.

Câu 18. Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 200 m^3. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

A 36 triệu đồng. **B** 75 triệu đồng. **C** 46 triệu đồng. **D** 51 triệu đồng.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

1 Quan hệ song song trong không gian

Hai đường thẳng song song

"Sen vẫn nở trong đời thường độc, Người vẫn chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 1. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.		
b) Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.		
c) Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.		
d) Hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.		

Câu 2. Cho hai đường thẳng a và b song song với nhau.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) a và b đồng phẳng.		
b) Nếu đường thẳng a cắt đường thẳng c thì b cũng cắt c.		
c) Nếu mặt phẳng (α) cắt a thì mặt phẳng (α) cũng cắt b.		
d) $a \cap b = \varnothing$.		

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$ có M, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, E là điểm đối xứng của B qua D. Gọi K là giao điểm AQ và CM, N là giao điểm AD và EM, P là giao điểm của EQ và CD.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $KN \parallel QD$.		
b) $MQ \parallel NP$.		
c) $DQ \parallel CE$.		
d) $QP \parallel KN$.		

Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 4. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Có vô số mặt phẳng chứa đường thẳng a mà không chứa đường thẳng b.		
b) Nếu mặt phẳng (P) song song với đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng song song với đường thẳng b.		
c) Nếu mặt phẳng (P) cắt đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng cắt đường thẳng b.		
d) Nếu mặt phẳng (P) chứa đường thẳng a thì mặt phẳng (P) cũng chứa đường thẳng b.		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD, P là trung điểm cạnh SA.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $MN \parallel (SBC)$.		
b) $MN \parallel (SAD)$.		
c) SB cắt với mặt phẳng (MNP).		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT - VIỆT STAR - Dạy học từ tâm - Nâng tầm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
d) SC cắt với mặt phẳng (MNP).		

Hai mặt phẳng song song

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $MN \parallel BC$.		
b) $(MNP) \parallel (SBC)$.		
c) Đa giác tạo bởi giao tuyến của (MNP) và các mặt của hình chóp là bình hành.		
d) Nếu I là trung điểm SC thì $BI \parallel (MNP)$.		

Câu 7. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và $A'B'C'$, M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $GG' \parallel (ACC'A')$.		
b) $GG' \parallel (ABB'A')$.		
c) Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.		
d) $(MGG') \parallel (BCC'B')$.		

Câu 8. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $(ABC) \parallel (A'B'C')$.		
b) $(A'BN) \parallel (AC'M)$.		
c) $(A'BN) \parallel (A'MC)$.		
d) $(A'BM) \parallel (AC'N)$.		

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ACC', $A'B'C'$. M là trung điểm AC.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\dfrac{MI}{MB} = \dfrac{1}{3}$.		
b) IJ cắt $(BCC'B')$ tại H.		
c) $BIKB'$ là hình bình hành.		
d) $(IJK) \parallel (BB'C')$.		

2 Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, K theo thứ tự là hình chiếu của A trên các cạnh SB, SD.

"Sen vẫn nở trong bùn, người chuyên cần sẽ thành công."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tam giác SBC vuông.		
b) Tam giác SCD vuông.		
c) $SC \perp (AHK)$.		
d) $HK \perp SC$.		

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $SO \perp AC$.		
b) $SO \perp (ABCD)$.		
c) $AC \perp (SBD)$.		
d) $(AC, SB) = 60°$.		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có tâm O. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, H là hình chiếu vuông góc của A trên SO.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $BD \perp (SAC)$.		
b) $BD \perp SC$.		
c) $CD \perp (SAD)$.		
d) $AH \perp SB$.		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của AD, I là giao điểm của AC và BM. Khẳng định nào sau đây đúng?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $(SBC) \perp (SAB)$.		
b) $(SAC) \perp (SAB)$.		
c) $(SCD) \perp (SAD)$.		
d) $(SAC) \perp (SMB)$.		

3 Góc trong không gian

Câu 1. Trong không gian, cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Nếu $a \parallel b$ thì $(a, c) = (c, b)$.		
b) Nếu $c \parallel b$ thì $(a, b) = (a, c)$.		
c) Nếu $a \perp c$, $b \perp c$ thì $a \parallel b$.		
d) Nếu $a \perp c$ thì $(a, b) = (c, b)$.		

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O là giao điểm của AC, BD.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hai đường thẳng BB' và $C'D'$ vuông góc với nhau.		
b) Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và AB bằng $60°$.		
c) Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và CD' bằng $60°$.		
d) Hai đường thẳng $A'O$ và CD' vuông góc với nhau.		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của đoạn SB, SD.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $MN \parallel BD$.		
b) MN và AC là hai đường thẳng chéo nhau.		
c) $AC \perp BD$.		
d) $(MN, AC) = 90°$.		

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a, M là trung điểm cạnh BC, N là trung điểm của AC.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $MN \parallel AB$.		
b) $MD = ND = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.		
c) $(AB, DM) = (MN, DM)$.		
d) $\cos(AB, DM) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng $(ABCD)$.		
b) $\tan\widehat{(SB, (ABCD))} = \sqrt{2}$.		
c) $\widehat{(SC, (ABCD))} = 45°$.		
d) $\widehat{(SC, (SAB))} = 60°$.		

Câu 6. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC và O là trọng tâm tam giác ABC.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $SO \perp (ABC)$.		
b) $\widehat{(SA, (ABC))} = \widehat{(SA, OA)}$.		
c) $SO = a\sqrt{2}$.		
d) $\tan\widehat{(SM, (ABC))} = 3\sqrt{3}$.		

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

"Sen vẫn mọc trong gò đầm, Người đời chuyện cần ẩn sẽ lánh xa."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Góc giữa hai mặt phẳng $(BCD'A')$ và $(ABCD)$ bằng $45°$.		
b) Góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(ABC'D')$ bằng $30°$.		
c) Mặt phẳng $(A'BD)$ vuông góc với mặt phẳng (ABD').		
d) Mặt phẳng $(A'BD)$ không vuông góc với mặt phẳng (ACC').		

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác ABC là tam giác đều có cạnh bằng a.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\widehat{SBA}$ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[S, BC, A]$.		
b) Số đo của góc nhị diện $[S, BC, A]$ bằng $45°$.		
c) $\widehat{SBC}$ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[S, AB, C]$.		
d) Số đo của góc nhị diện $[B, AC, S]$ bằng $60°$.		

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $AC = a$, $SA = \dfrac{a}{2}$. Gọi H là hình chiếu của S trên cạnh CD.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $AH \perp CD$.		
b) $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.		
c) Góc $\widehat{SDC}$ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[S, CD, A]$.		
d) Số đo của góc nhị diện $[S, CD, A]$ bằng $30°$.		

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$, mặt bên SAD là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{5}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Góc giữa hai mặt phẳng (SDC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA}$.		
b) Số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $45°$.		
c) Gọi α là số đo của góc nhị diện $[S, AC, B]$, khi đó $\tan\alpha = 2\sqrt{2}$.		
d) Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng $45°$.		

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng $45°$.		
b) Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Giá trị $\tan\alpha$ bằng $\sqrt{2}$.		
c) Gọi β là số đo của góc nhị diện $[B, A'C', B']$. Giá trị $\tan\beta$ bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.		
d) Số đo của góc nhị diện $[B', A'C, D']$ bằng $120°$.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Dạy học tích cực – Nâng tầm sự nghiệp

4 Khoảng cách trong không gian

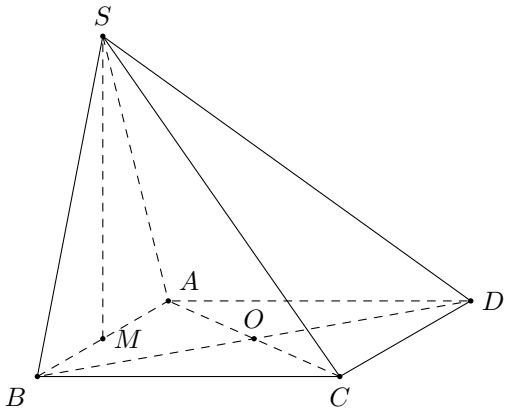
Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Gọi O là tâm của $ABCD$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Khoảng cách từ S đến AD là $SA = 2a$.		
b) Khoảng cách từ A đến CD là $2a$.		
c) Khoảng cách từ A đến SD là $a\sqrt{2}$.		
d) Khoảng cách từ O đến SC là $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.		

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{d}(B, AC') = \mathrm{d}(C, AC') = \mathrm{d}(D, AC')$.		
b) Khoảng cách từ A đến CD là a.		
c) Khoảng cách từ A đến CD' là $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.		
d) Khoảng cách từ A đến BD' là $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.		

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tâm O. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, M là trung điểm của cạnh AB như hình vẽ sau:



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{d}\big(C, (SAB)\big) = CM$.		
b) $\mathrm{d}\big(O, (SAB)\big) = OM$.		
c) $SM = a\sqrt{3}$.		
d) $\mathrm{d}\big(S, (ABCD)\big) = SM$.		

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $\dfrac{a}{2}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Gọi M là trung điểm SA. Khi đó $\mathrm{d}(M, (SBC)) = \dfrac{\sqrt{3}}{4}a$.		

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người Chuyên Cần sẽ thành thần."

Phát biểu	Đúng	Sai
b) $\mathrm{d}(D,(SBC))=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a$.		
c) $AD \parallel (SBC)$.		
d) $\mathrm{d}(A,(SBC))=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$.		

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O, cạnh bằng 2, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{5}$. Gọi M, N là trung điểm của SA và CD.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $SC \parallel (OMN)$.		
b) Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (OMN) bằng khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC.		
c) Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (OMN) bằng $\dfrac{9}{5}$.		
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SC lớn hơn 1.		

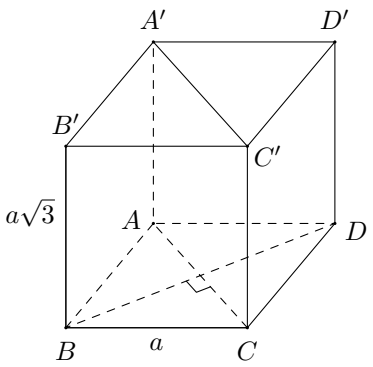
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AD=2AB=2a$. Tam giác SAB là tam giác đều, H là trung điểm của AB và $SH \perp (ABCD)$. Gọi I là trung điểm SC.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $(SBC) \perp (SAB)$.		
b) Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng $36°63'$ (làm tròn đến phút).		
c) Khoảng cách từ H đến (SAD) bằng AH.		
d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng HI và SD bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.		

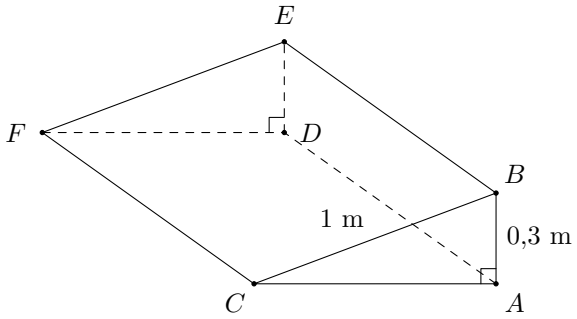
5 Thể tích của một số khối đa diện

Câu 1.
Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AA'=a\sqrt{3}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $BD \perp (ACC'A')$.		
b) $(ADD') \perp (ACC'A')$.		
c) Khoảng cách giữa đường thẳng BC và mặt phẳng $(ADC'B')$ bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.		
d) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.		

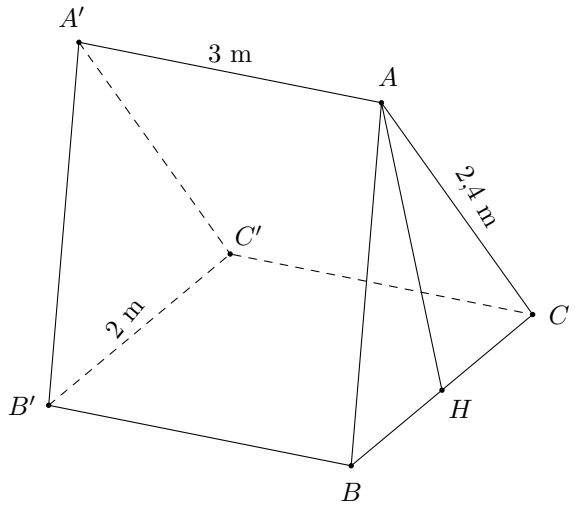


Câu 2. Một tấm cầu dốc kê bậc thềm được làm bằng gỗ đặc có dạng lăng trụ tam giác như hình vẽ. Biết $BCFE$ là hình vuông có cạnh bằng 1 m và $AB=0,3$ m.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) $BF = \sqrt{2}$ m.		
b) Thể tích gỗ cần thiết để làm cầu dốc là 1,43 m^3.		
c) $\mathrm{d}(A, (BCFE)) < 25$ cm.		
d) $(BF, (ACFD)) \approx 15{,}25°$.		

Câu 3. Một cái lều có dạng hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên vuông góc với hai mặt phẳng đáy. Cho biết $AB = AC = 2{,}4$ m, $BC = 2$ m, $AA' = 3$ m.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Diện tích cửa ra vào của lều gần bằng 2,18 mét vuông.		
b) Thể tích phần không gian trong lều là 5,64 m^3.		
c) Góc giữa mặt bên của lều với mặt đất gần bằng 65,4 độ.		
d) Giả sử giá tiền vải bạt làm lều là 75 000 đồng/m^2 và giá tiền vải lót nền đất là 150 000 đồng/m^2. Khi đó, nhóm cắm trại cần bỏ ra ít hơn 2,5 triệu đồng.		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

1 Quan hệ song song trong không gian

Hai đường thẳng song song

"Sen vẫn nở trong đầm bùn nước đục, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Một đường thẳng a song song với đường thẳng AG. Đường thẳng a cắt được bao nhiêu mặt phẳng chứa bốn mặt của tứ diện $ABCD$?

KQ: | | | | |

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD. Trong các đường thẳng CD, AB, SC, $C'D'$, có bao nhiêu đường thẳng song song với $A'B'$?

KQ: | | | | |

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Trong số 6 đường thẳng đi qua hai đỉnh của tứ diện, có bao nhiêu đường thẳng song song với GE?

KQ: | | | | |

Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA và N là điểm trên CD thỏa mãn $DN = xDC$. Xác định x đường thẳng MN song song với mặt phẳng (SBC).

KQ: | | | | |

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của DO, (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với AC, SB đồng thời cắt các cạnh AD, DC, SD lần lượt tại N, P, Q. Tính tỉ số $\dfrac{DQ}{SD}$.

KQ: | | | | |

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là một điểm bất kì trên cạnh BC sao cho $BM = 3MC$, (α) là mặt phẳng qua M và song song với AB và CD, cắt các cạnh BD, AD, AC lần lượt tại N, P, Q. Tính tỷ số $\dfrac{MN}{PQ}$.

KQ: | | | | |

Hai mặt phẳng song song

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC. Gọi $\mathscr{H}$ là đa giác tạo bởi các mặt của hình chóp và (MNP). Tỉ số diện tích $\dfrac{S_{\mathscr{H}}}{S_{ABC}} = \dfrac{a}{b}$, với $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $a^2 + b^2$.

KQ: | | | | |

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ABD. Tính tỉ số diện tích của tam giác BCD và $G_1G_2G_3$.

KQ: | | | | |

2 Quan hệ vuông góc trong không gian

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích tam giác $A'BD$, làm tròn đến hàng phần chục.

KQ: | | | | |

3 Góc trong không gian

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng a; SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính cosin góc giữa SB và AC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a, M là trung điểm của cạnh BC. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng AB và DM, tính $\cos\alpha$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = 2a$ và $SA \perp (ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng SC và BD. Khi đó $\cos\alpha$ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: | | | | |

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng đáy là trung điểm của AB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: | | | | |

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AC, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Tính giá trị của $\sqrt{2}\cos\alpha$ với α là góc giữa hai đường thẳng AB và CC'.

KQ: | | | | |

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SB \perp (ABC)$ và $SB = 4a$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB)? (đơn vị đo góc là độ, làm tròn đến hàng phần chục).

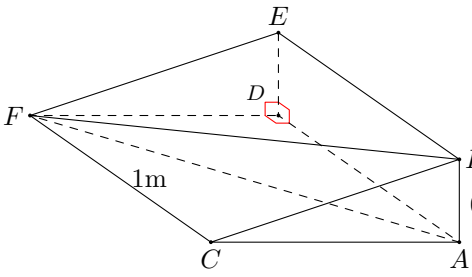
KQ: | | | | |

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2a$, $AB = BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) (làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị độ).

KQ: | | | | |

Câu 8.

Một tấm cầu dốc kê bậc thềm được làm bằng cao su như hình vẽ sau. Biết $BCFE$ là hình vuông có cạnh bằng 1m và $AB = 0{,}3$m. Tính góc giữa đường thẳng BF và mặt phẳng $(ACFD)$? (Làm tròn đến độ).



KQ: | | | | |

4 Khoảng cách trong không gian

Câu 1. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{6}{7}$. Khoảng cách (*làm tròn đến hàng phần trăm*) từ N đến mặt phẳng (SBD) bằng

KQ: | | | | |

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình bình hành có diện tích bằng $\sqrt{3}$, SAB là tam giác đều có cạnh bằng 1 và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách (*làm tròn đến hàng phần trăm*) từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

KQ: | | | | |

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh 1, $\widehat{BAD} = 60°$, $SA = 1$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách (*làm tròn đến hàng phần trăm*) từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $(SAC) \perp (ABC)$, $AB = 3$, $BC = 5$. Biết rằng $SA = 2\sqrt{3}$ và $\widehat{SAC} = 30°$. Khoảng cách (*làm tròn đến hàng phần trăm*) từ A đến mặt phẳng

"Sen vương trong ao từ nước đục. Người chiến công đặt tiếp tục."

(SBC) bằng KQ: ☐☐☐☐

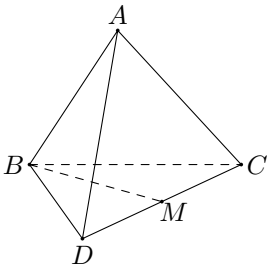
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAC} = 60°$. Hình chiếu của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của $\triangle ABC$. Góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$ là $60°$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng KQ: ☐☐☐☐

Câu 6. Cho hình hộp chữ nhật $MNPQ.M'N'P'Q'$ có $MN = 2$, $MQ = 3$, $MM' = 4$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng NP và $M'N'$ bằng bao nhiêu?

KQ: ☐☐☐☐

Câu 7.

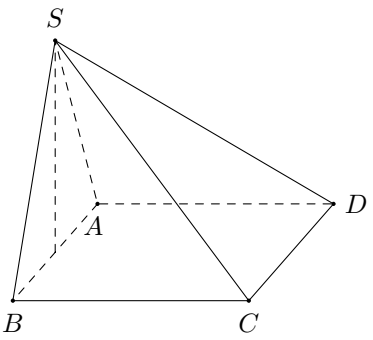
Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CD (tham khảo hình bên). Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM bằng $\dfrac{a\sqrt{b}}{c}$, trong đó b, c là các số nguyên dương. Tính $b + c$. KQ: ☐☐☐☐



Câu 8.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên $SA = a\sqrt{5}$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng $\dfrac{4a\sqrt{b}}{c}$, trong đó b, c là các số nguyên dương. Tính $b \cdot c$.

KQ: ☐☐☐☐



5 Thể tích của một số khối đa diện

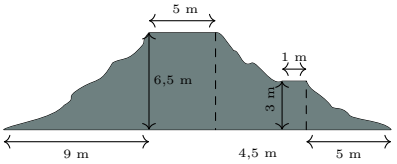
Câu 1. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 6. Mặt bên (SCD) tạo với đáy góc $45°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$. KQ: ☐☐☐☐

Câu 2. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau. Gọi V là thể tích của khối chóp đã cho. Khi đó $\dfrac{V}{a^3}$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ: ☐☐☐☐

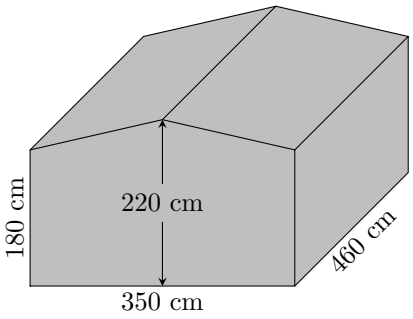
Câu 3.

Người ta cần xây dựng công trình đê để ngăn nước lũ của sông. Mặt cắt của đê được thiết kế với số đo như trong Hình 14. Tổng thể tích vật liệu cần dùng để xây dựng đoạn đê đó bằng bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng đoạn đê thẳng và dài 100 m.

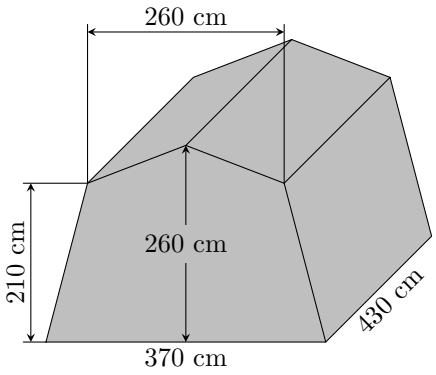


KQ: ☐☐☐☐

Câu 4. Để chuẩn bị cho hoạt động cắm trại, bạn An tìm hiểu các mẫu lều cắm trại có kích thước như trong hình vẽ. Bạn An muốn biết thể tích chênh lệch của hai lều nên thực hiện tính $V_1 - V_2$, trong đó V_1, V_2 lần lượt là thể tích của mẫu lều cắm trại ở Hình a), b). Giá trị của $V_1 - V_2$ bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



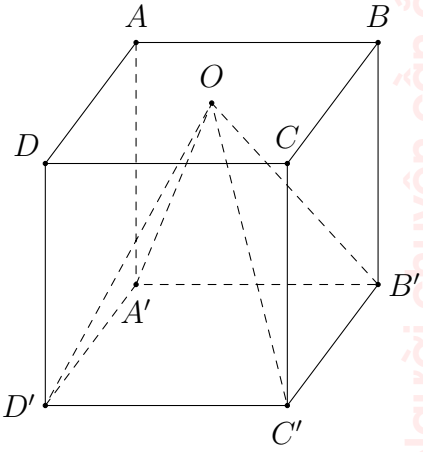
Hình a)



Hình b)

KQ: | | | | |

Câu 5.
Một cái hộp hình lập phương, bên trong nó đựng một mô hình đồ chơi có dạng hình chóp tứ giác đều mà đỉnh của hình chóp trùng với tâm của một mặt chiếc hộp, giả sử hình vuông đáy của hình chóp trùng khít với một mặt của chiếc hộp như hình vẽ. Biết cạnh của chiếc hộp bằng 30 cm, tính thể tích phần không gian bên trong chiếc hộp không bị chiếm chỗ bởi mô hình đồ chơi (mô hình đồ chơi làm bởi chất liệu nhựa đặc bên trong, kết quả tính theo đơn vị dm^3)?



KQ: | | | | |

Câu 6. Cho một cây nến hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao và độ dài cạnh đáy lần lượt là 15 cm và 5 cm. Người ta xếp cây nến trên vào trong một hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho cây nến nằm khít trong hộp. Thể tích của chiếc hộp đó bằng $a\sqrt{b}$ với b là số nguyên tố. Tính giá trị biểu thức $a - 10b$.

KQ: | | | | |

Câu 7. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{256}{3}\text{m}^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500 000 đồng/m^2. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu? . KQ: | | | | |

Câu 8. Một chiếc bút chì có dạng khối lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng 3 mm và chiều cao bằng 200 mm. Thân bút chì được làm bằng gỗ và phần lõi có dạng khối trụ có chiều cao bằng chiều dài của bút và đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 mm. Giả định 1 m^3 gỗ có giá a (triệu đồng); 1 m^3 than chì có giá $9a$ (triệu đồng). Khi đó giá nguyên vật liệu làm một chiếc bút chì như trên gần bằng $x \cdot a$ đồng, với x được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất. Tìm x.
KQ: | | | | |

"Sen vẫn thơm dù bùn có hôi. Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 9

MỘT SỐ YẾU TỐ VỀ XÁC SUẤT



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Đại số tổ hợp

Quy tắc cộng

- Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện, hành động thứ hai có n cách thực hiện (các cách thực hiện của cả hai hành động là khác nhau đôi một) thì công việc đó có $m+n$ cách hoàn thành.
- Quy tắc cộng có thể mở rộng cho một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động ($k \in \mathbb{N}, k > 2$).

Quy tắc nhân

- Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất, có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m \cdot n$ cách hoàn thành.
- Quy tắc nhân có thể mở rộng cho một công việc được hoàn thành bởi k hành động liên tiếp ($k \in \mathbb{N}, k > 2$).

Hoán vị

- Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$). Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.
- Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử.
- Ta có $\mathrm{P}_n = n(n-1)\ldots\ldots\cdot 2 \cdot 1 = n!$.

Chỉnh hợp

- Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \le k \le n$. Mỗi kết quả của việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tư đã cho.
- Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- Ta có $\mathrm{A}_n^k = n(n-1)\ldots(n-k+1)$.

Tổ hợp

- Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \le k \le n$. Mỗi tập con gồm k phần tử được lấy ra từ n phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đó.
- Kí hiệu C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử với $1 \le k \le n$. Ta có $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{\mathrm{A}_n^k}{k!}$.
- Quy ước $0! = 1, \mathrm{C}_n^0 = 1$. Với những quy ước đó, ta có $\mathrm{C}_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$ $(0 \le k \le n)$.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – The BEST or NOTHING – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm giá trị

2 Xác suất cổ điển

Một số khái niệm

- Không gian mẫu Ω là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của một phép thử.
- Biến cố ngẫu nhiên (gọi tắt là biến cố) là một tập con của không gian mẫu. Tập rỗng $\varnothing$ là biến cố không thể, Ω là biến cố chắc chắn, $\overline{A} = \Omega \setminus A$ là biến cố đối của biến cố A.
- Xét phép thử chỉ có một số hữu hạn kết quả có thể xảy ra và khả năng xảy ra của từng kết quả là giống nhau. Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử đó. Khi đó, với mỗi biến cố A, ta có định nghĩa cổ điển của xác suất như sau

  Xác suất của biến cố A, kí kiệu là $\mathrm{P}(A)$, bằng tỉ số $\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$, ở đó $n(A)$, $n(\Omega)$ lần lượt là số phần tử của hai tập hợp A, Ω. Như vậy: $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Tính chất của xác suất

Xét phép thử T với không gian mẫu là Ω. Khi đó, ta có các tính chất sau:

- $\mathrm{P}(\varnothing) = 0$; $\mathrm{P}(\Omega) = 1$;
- $0 \leq \mathrm{P}(A) \leq 1$ với mỗi biến cố A;
- $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - \mathrm{P}(A)$ với mỗi biến cố A.

Biến cố hợp, biến cố giao. Hai biến cố xung khắc, hai biến cố độc lập

Cho hai biến cố A và B cùng liên quan đến phép thử T và các kết quả của T là đồng khả năng. Khi đó A, B là các tập con của không gian mẫu.

- Đặt $C = A \cup B$. Khi đó C là một biến cố và được gọi là biến cố hợp của hai biến cố A và B, kí hiệu là $A \cup B$.
- Đặt $D = A \cap B$. Khi đó D là một biến cố và được gọi là biến cố giao của hai biến cố A và B, kí hiệu là $A \cap B$ hay AB.
- Nếu $A \cap B = \varnothing$ thì A và B gọi là hai biến cố xung khắc.
- Hai biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia.

⚠
- $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B)$.
- *Nếu hai biến cố A và B là độc lập thì* $\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B)$.

3 Xác suất có điều kiện

- Cho hai biến cố A và B. Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B, kí hiệu là $\mathrm{P}(A \mid B)$.
- Nếu $\mathrm{P}(B) > 0$ thì $\mathrm{P}(A \mid B) = \dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$.
- Từ định nghĩa của xác suất có điều kiện, ta suy ra nếu $\mathrm{P}(B) > 0$ thì

$$\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(B) \cdot \mathrm{P}(A \mid B).$$

"Sen dẫn nở trong bùn từ nước độc, người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

- *Nếu A, B là hai biến cố bất kì thì* $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B\mid A)=\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A\mid B)$. *Công thức trên được gọi là công thức nhân xác suất.*
- *Cho hai biến cố A và B với* $\mathrm{P}(B)>0$. *Khi đó, ta có* $\mathrm{P}(A\mid B)=\dfrac{n(A\cap B)}{n(B)}$.
- *Cho hai biến cố A, B với* $0<\mathrm{P}(A)<1$, $0<\mathrm{P}(B)<1$. *Khi đó, A và B là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi* $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\mid B)=\mathrm{P}\left(A\mid\overline{B}\right)$ *và* $\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(B\mid A)=\mathrm{P}\left(B\mid\overline{A}\right)$.

4 Công thức xác suất toàn phần. Công thức Bayes

Công thức xác suất toàn phần

Cho hai biến cố A, B với $0<\mathrm{P}(B)<1$, ta có

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A\cap B)+\mathrm{P}\left(A\cap\overline{B}\right)=\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A\mid B)+\mathrm{P}\left(\overline{B}\right)\cdot\mathrm{P}\left(A\mid\overline{B}\right).$$

Công thức Bayes

Cho hai biến cố A, B với $\mathrm{P}(A)>0$, $\mathrm{P}(B)>0$, ta có

$$\mathrm{P}(B\mid A)=\frac{\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A\mid B)}{\mathrm{P}(A)}.$$

Nhận xét 2 Với $\mathrm{P}(A)>0$, $0<\mathrm{P}(B)<1$ thì công thức Bayes còn có dạng

$$\mathrm{P}(B\mid A)=\frac{\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A\mid B)}{\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A\mid B)+\mathrm{P}\left(\overline{B}\right)\cdot\mathrm{P}\left(A\mid\overline{B}\right)}.$$

B. MỘT SỐ VÍ DỤ

1 Đại số tổ hợp

VÍ DỤ 1

Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh hoạ và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Giả sử từ tỉnh C đến tỉnh D có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa hoặc máy bay. Mỗi ngày có 6 chuyến ô tô, 4 chuyến tàu hỏa và 2 chuyến máy bay. Tìm số cách lựa chọn chuyến đi từ tỉnh C đến tỉnh D.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Bạn Nam dự định đặt mật khẩu cho khoá vali là một số có ba chữ số được chọn ra từ các chữ số 1; 2; 3; 4. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách đặt mật khẩu?

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Một câu lạc bộ cầu lông có 10 tay vợt nam và 8 tay vợt nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đôi nam nữ đề tham gia một giải đấu đôi nam nữ?

Lời giải.

"Sen vẫn nở trong nước độc, Người càng ắt sẽ thành nhân"

VÍ DỤ 5

Câu lạc bộ Tiếng Anh của trường 2 có 68 thành viên, trong đó có 23 nam và 45 nữ. Trong buổi sinh hoạt hàng tháng cần chọn ra 2 thành viên gồm 1 nam và một nữ để dẫn chương trình, trong đó 1 bạn dẫn bằng Tiếng Anh và 1 bạn dẫn bằng Tiếng Việt. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn?

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau?

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Cho hai đường thẳng song song d, d'. Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d' lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh của nó được chọn từ 25 đỉnh nói trên?

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Một lớp có 30 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh để làm ban cán sự lớp?

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Có bao nhiêu cách phân công 8 bạn học sinh thành hai nhóm: một nhóm có 5 bạn, nhóm kia có 3 bạn?

Lời giải.

VÍ DỤ 10

Lớp 11 của một trường THPT có 45 học sinh. Cần chọn 4 bạn vào đội Cờ Đỏ và 3 bạn vào Ban Chấp Hành Đoàn (mỗi bạn chỉ vào một đội). Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải.

"Sen vẫn nở bao từ nước đục, đời chuyên cần thành nhân."

VÍ DỤ 11

Đội học sinh giỏi trường môn Tiếng Anh của trường THPT X theo từng khối như sau: khối 10 có 5 học sinh, khối 11 có 5 học sinh và khối 12 có 5 học sinh. Nhà trường cần chọn một đội tuyển gồm 10 học sinh tham gia IOE cấp tỉnh. Có bao nhiêu cách lập đội tuyển sao cho có học sinh cả ba khối và có nhiều nhất 2 học sinh lớp 10?

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách tô?

Lời giải.

2 Xác suất cổ điển

VÍ DỤ 1

Đề cương ôn tập học kỳ I môn Lịch sử lớp 11 có 20 câu hỏi. Đề thi học kỳ I gồm 3 câu hỏi trong 20 câu hỏi đó. Một học sinh chỉ ôn 10 câu trong đề cương. Giả sử các câu hỏi trong đề cương đều có khả năng được chọn làm câu hỏi thi như nhau. Hãy tính xác suất để có ít nhất 2 câu hỏi của đề thi học kỳ I nằm trong số 10 câu hỏi mà học sinh nói trên đã ôn.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương có hai chữ số. Xét biến cố A: "Số được viết ra là số chia hết cho 8" và biến cố B: "Số được viết ra là số chia hết cho 9". Tính $\mathrm{P}(A \cup B)$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Một hộp có 12 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1, 2, 3, \ldots, 12$; hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ trong hộp. Xét biến cố A: "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 3" và biến cố B: "Số xuất hiện trên thẻ được rút ra là số chia hết cho 5". Tính $\mathrm{P}(A \cup B)$.

Tặng bạn mở trong app từ mước đặc biệt chuyên cần ắt sẽ t

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Hai vận động viên cùng bắn vào bia, biết xác suất bắn trúng hồng tâm của hai vận động viên I và II lần lượt là 0,7 và 0,9. Tính xác suất để cả hai vận động viên đều bắn trượt hồng tâm của bia.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{3}$ và $\frac{3}{7}$. Gọi A là biến cố: "Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt lần lượt là 0,8 và 0,9. Hãy tính xác suất để cả hai động cơ đều chạy tốt (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Có 3 chiếc hộp A, B, C. Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

3 Xác suất có điều kiện

VÍ DỤ 1

Cho hai biến cố A, B có $\mathrm{P}(A) = 0,4$; $\mathrm{P}(B) = 0,6$; $\mathrm{P}(AB) = 0,2$. Tính các xác suất $\mathrm{P}(A \mid B)$ và $\mathrm{P}(B \mid A)$.

Lời giải.

"Sen vàng không ao từ nước đục, Ngu cần đi sẽ thành nhờ

VÍ DỤ 2

Cho hai biến độc lập A, B với $\mathrm{P}(A) = 0{,}8$. Khi đó, tính $\mathrm{P}(A \mid B)$.

Lời giải.

Câu 1. Một phầm mềm nhận dạng tin nhắn quãng cáo trên điện thoại bằng cách dựa theo từ khóa để đánh dấu một số tin nhắn được gửi đến. Qua một thời gian dài sử dụng, người ta thấy rằng trong số tất cả tin nhắn gửi đến, có 20% số tin nhắn bị đánh dấu. Trong số các tin nhắn bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn không phải quảng cáo. Trong các tin nhắn không bị đánh dấu, có 10% số tin nhắn là quảng cáo. Chọn ngẫu nhiên một tin nhắn được gửi đến điện thoại.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu là $0,8$.		
b) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng $0,95$.		
c) Xác suất để tin nhắn đó không phải là quảng cáo bằng $0,76$.		
d) Xác suất để tin nhắn đó không bị đánh dấu, biết rằng nó không phải là quảng cáo, nhỏ hơn $0,95$.		

VÍ DỤ 3

Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị tai nạn xe máy về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:
- Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 80%;
- Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%;
- Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách bị chấn thương vùng đầu là 18%.

Gọi A là biến cố: "Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn" và B là biến cố: "Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 0,144.		
b) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 0,65.		
c) Xác suất để khi gặp tai nạn, bệnh nhân không đội mũ bảo hiểm đúng cách biết bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu là 0,82.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Dạy học từ tâm – Làm sự nghiệp

d) Việc đội mũ bảo hiểm đúng cách sẽ làm giảm khả năng chấn thương vùng đầu xuống khoảng 4,6 lần.		

Lời giải.

Câu 2. Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần chục) KQ: | | | | |

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1 Đại số tổ hợp

Câu 1. Lớp $11A$ có 26 học sinh nam và 19 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh lớp $11A$ để làm lớp trưởng?

A 26. **B** 19. **C** 45. **D** 494.

Câu 2. Trên giá sách có 5 quyển sách Tiếng Anh khác nhau, 6 quyển sách Toán khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Việt khác nhau. Số cách chọn 1 quyển sách là

A 240. **B** 19. **C** 6. **D** 8.

Câu 3. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

A 682. **B** 31. **C** 9. **D** 53.

Câu 4. Một lớp học có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn, 4 học sinh giỏi Anh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh giỏi bất kì?

A 7. **B** 16. **C** 12. **D** 140.

"Sen nở trong bùn không bao giờ nước đục vì sen tỏa hương thơm ngát." Nguyễn Hoàng Việt

Câu 5. Giả sử bố bạn An muốn mua một chiếc xe hiệu Vision hoặc SH. Biết rằng xe máy hiệu Vision có 5 màu khác nhau, xe máy hiệu SH có 9 màu khác nhau. Hỏi bố bạn An có bao nhiêu sự lựa chọn?

A 9. **B** 14. **C** 5. **D** 45.

Câu 6. Một cô gái có 2 cái mũ màu trắng, 3 cái mũ màu xanh và 5 cái mũ màu vàng, tất cả các cái mũ đều khác kiểu. Hỏi cô gái này có bao nhiêu cách chọn một cái mũ để đội đi dạo?

A 5. **B** 10. **C** 30. **D** 6.

Câu 7. Một bạn muốn đi từ tỉnh A tới tỉnh B trong một ngày nhất định. Biết rằng trong ngày hôm đó từ tỉnh A đến tỉnh B có 14 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn để đi từ A đến B?

A 70. **B** 19. **C** 14. **D** 5.

Câu 8. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A 4. **B** 12. **C** 7. **D** 16.

Câu 9. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A 13. **B** 72. **C** 12. **D** 30.

Câu 10. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A 13. **B** 12. **C** 18. **D** 216.

Câu 11. An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình đến nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đến nhà Cường?

A 6. **B** 4. **C** 10. **D** 24.

Câu 12. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

A 324. **B** 256. **C** 248. **D** 124.

Câu 13. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?

A 36. **B** 24. **C** 20. **D** 14.

Câu 14. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A 156. **B** 144. **C** 96. **D** 134.

Câu 15. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập hợp S và chia hết cho 3 có thể lập được là

A 48. **B** 18. **C** 36. **D** 24.

Câu 16. Từ thành phố A có 10 con đường đi đến thành phố B, từ thành phố A có 9 con đường đi đến thành phố C, từ thành phố B đến thành phố D có 6 con đường, từ thành phố C đến thành phố D có 11 con đường và không có con đường nào nối B với C, không có đường nào đi từ A đến D. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố D?

A 156. **B** 159. **C** 162. **D** 176.

Câu 17. Từ tập $\{1;2;3;4;5;6\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có nhiều nhất hai chữ số?

A 30. B 42. C 36. D 6.

Câu 18. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên bé hơn 60?

A 42. B 30. C 25. D 17.

Câu 19. Một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 1 đến 10 và 15 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu. Hỏi có bao nhiêu cách để chọn được hai quả cầu khác màu và tổng của các số trên hai quả cầu là một số lẻ?

A 70. B 75. C 80. D 85.

Câu 20. Một người có 7 cái áo trong đó có 3 áo trắng, 5 cái cà vạt trong đó có 2 cái màu vàng. Người này không muốn mặc áo trắng với cà vạt màu vàng, hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn áo - cà vạt?

A 30 cách. B 29 cách. C 27 cách. D 20 cách.

Câu 21. Phòng thi có 24 học sinh được xếp vào 12 bàn mỗi bàn có 2 học sinh (không có ai trùng tên). Trong số 24 bạn đó có hai bạn Nhân và Nghĩa. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để hai thí sinh Nhân và Nghĩa cùng ngồi chung bàn?

A $24 \cdot 22!$. B $12! \cdot 22!$. C $2! \cdot 22!$. D $2! \cdot 12! \cdot 22!$.

Câu 22. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng luôn ngồi ở hai đầu ghế?

A 12. B 24. C 120. D 16.

Câu 23. Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa chữ số 1 và 4?

A 249. B 1 500. C 3 204. D 2 942.

Câu 24. Cho các tập hợp $A = \{M;N;P;Q;R;S\}$; $B = \{a;b;c;d;e;f;g;h\}$; $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \le x \le 9\}$.
Nếu lập một mật khẩu dài 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó 1 kí tự đầu tiên thuộc A, 2 kí tự tiếp theo thuộc B và 5 kí tự cuối cùng thuộc C thì số cách lập mật khẩu đó là

A $8!$. B $6 \cdot C_8^2 \cdot C_{10}^5$. C $6 \cdot A_8^2 \cdot A_{10}^5$. D $6 \cdot C_8^2 \cdot C_{10}^5 \cdot 8!$.

Câu 25. Một lớp học có 20 bạn nam và 15 bạn nữ. Số cách chọn 10 bạn trực nhật lớp sao cho có cả bạn nam và bạn nữ là

A C_{35}^{10}. B A_{35}^{10}. C $C_{15}^{10} + C_{20}^{10}$. D $C_{35}^{10} - C_{15}^{10} - C_{20}^{10}$.

Câu 26. Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 20 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Số cách chọn một ban cán sự lớp 4 người, trong đó có ít nhất một học sinh nữ là

A C_{40}^4. B $C_{20}^2 + C_{20}^2$. C $C_{20}^3 + C_{20}^1$. D $C_{40}^4 - C_{20}^4$.

2 Xác suất cổ điển

Câu 1. A, B là hai biến cố của không gian mẫu Ω. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$. B $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

C $0 \le P(A) \le 1$. D $P(A \cup B) > 1$.

"Sen vẫn nở trong bão tủ nước độc, người chuyên nắt sẽ thành công."

Câu 2. Một hộp đựng 12 viên bi có kích thước và khối lượng giống nhau, trong đó có 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp đó. Xác suất để trong 5 viên bi được chọn có ít nhất 2 viên bi màu vàng là

A $\frac{149}{198}$. **B** $\frac{49}{198}$. **C** $\frac{151}{198}$. **D** $\frac{147}{198}$.

Câu 3. Một nhóm học sinh gồm 5 bạn nam và 5 bạn nữ được xếp theo một hàng dọc. Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau là:

A $\frac{1}{50}$. **B** $\frac{1}{42}$. **C** $\frac{1}{252}$. **D** $\frac{1}{35}$.

Câu 4. Trường THPT A có tỉ lệ học sinh giỏi môn Tin học là 0,3; tỉ lệ học sinh giỏi môn tiếng Anh là 0,4; tỉ lệ học sinh giỏi cả hai môn trên là 0,25. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Xác suất chọn được học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn trên là

A 0,95. **B** 0,45. **C** 0,15. **D** 0,7.

Câu 5. Gieo một xúc xắc cân đối và đồng chất bốn lần liên tiếp. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm xuất hiện ở bốn lần gieo lớn hơn 5" là

A $1-\frac{4}{6^4}$. **B** $\frac{5}{6^4}$. **C** $1-\frac{5}{6^4}$. **D** $\frac{4}{6^4}$.

Câu 6. Một hộp chứa 6 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ hộp. Xác suất để 3 viên bi được lấy ra có cùng màu là

A $\frac{5}{7}$. **B** $\frac{5}{28}$. **C** $\frac{5}{56}$. **D** $\frac{5}{14}$.

Câu 7. Bạn Minh gieo 2 con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xác suất của biến cố "Tổng số chấm xuất hiện là số chẵn"là

A 0,25. **B** 0,5. **C** 0,75. **D** 1.

Câu 8. Một hộp chứa 6 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 6. Bạn Cúc lấy ra đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Xác suất của biến cố "Tích các số trên 2 tấm thẻ bằng 6"là

A $\frac{1}{15}$. **B** $\frac{2}{15}$. **C** $\frac{4}{15}$. **D** $\frac{1}{30}$.

Câu 9. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 10. Bạn Dương lấy ra lần lượt 2 tấm thẻ từ hộp. Thẻ lấy ra lần thứ nhất không được trả lại hộp. Xác suất của biến cố "Tổng các số trên 2 tấm thẻ bằng 12"là

A $\frac{1}{10}$. **B** $\frac{1}{12}$. **C** $\frac{4}{45}$. **D** $\frac{2}{15}$.

Câu 10. Cho hai biến cố xung khắc A và B có $P(A)=2P(B)=0{,}2$. Xác suất của biến cố $A\cup B$ là

A 0,3. **B** 0,4. **C** 0,02. **D** 0,28.

Câu 11. Cho hai biến cố độc lập A và B có $P(A)=0{,}5$; $P(B)=0{,}4$. Xác suất của biến cố $A\overline{B}$ là

A 0,1. **B** 0,2. **C** 0,3. **D** 0,4.

Câu 12. Cô Hoa và cô Lan đi thi lấy bằng lái xe. Xác suất thi đạt của cô Hoa và cô Lan lần lượt là 0,6 và 0,3 . Biết rằng mỗi người thực hiện phần thi độc lập với nhau, xác suất để cả hai người cùng thi đạt là

A 0,18. **B** 0,6. **C** 0,9. **D** 0,72.

Câu 13. Bốn bạn Ân, Bắc, Châu, Duy xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để chụp ảnh. Xác suất để hai bạn Ân và Châu đứng cạnh nhau là

A 0,66. **B** 0,25. **C** 0,33. **D** 0,5.

Câu 14. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 17 học sinh giỏi Địa lí, 11 học sinh giỏi Lịch sử và 8 học sinh giỏi cả hai môn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của lớp 12A. Xác suất để học sinh được chọn học giỏi ít nhất một trong hai môn Lịch sử hoặc Địa lí là

A $\frac{1}{5}$. **B** $\frac{7}{10}$. **C** $\frac{1}{15}$. **D** $\frac{1}{2}$.

Câu 15. Câu lạc bộ cờ vua của trường Lê Lợi có 4 học sinh lớp 10; 6 học sinh lớp 11 và 5 học sinh lớp 12. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ câu lạc bộ. Xác suất để có ít nhất 2 học sinh khối 10 trong 3 học sinh được chọn là

A $\frac{1}{13}$. **B** $\frac{2}{13}$. **C** $\frac{3}{13}$. **D** $\frac{4}{13}$.

Câu 16. Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 được gọi có cả nam và nữ bằng

A $\frac{69}{77}$. **B** $\frac{68}{75}$. **C** $\frac{65}{71}$. **D** $\frac{443}{506}$.

Câu 17. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất hai lần. Tính xác suất của biến cố "Tổng số chấm xuất hiện của hai lần gieo là 11".

A $\frac{1}{6}$. **B** $\frac{1}{18}$. **C** $\frac{1}{12}$. **D** $\frac{1}{36}$.

Câu 18. Một hộp có 5 bi đen và 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để hai viên bi được chọn có cùng màu.

A $\frac{5}{9}$. **B** $\frac{1}{4}$. **C** $\frac{4}{9}$. **D** $\frac{1}{9}$.

Câu 19. Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa chín tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn.

A $\frac{5}{3}$. **B** $\frac{4}{9}$. **C** $\frac{5}{9}$. **D** $\frac{1}{9}$.

Câu 20. Chọn ngẫu nhiên hai số nguyên dương khác nhau có hai chữ số. Xác suất để chọn được hai số có tổng là số chia hết cho 3 bằng

A $\frac{29}{267}$. **B** $\frac{1}{6}$. **C** $\frac{1}{3}$. **D** $\frac{59}{267}$.

Câu 21. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

A $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20}$. **B** $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20} \cdot C_{50}^{20}$. **C** $1 - 0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$. **D** $0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$.

Câu 22. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Bạn An làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để An được 6 điểm.

A $0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$. **B** $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20} \cdot C_{50}^{20}$. **C** $0{,}25^{30} \cdot 0{,}75^{20}$. **D** $1 - 0{,}25^{20} \cdot 0{,}75^{30}$.

Câu 23. Có 8 người khách bước ngẫu nhiên vào một cửa hàng có 3 quầy. Tính xác suất để 3 người cùng đến quầy thứ nhất.

A $\frac{C_8^3 \cdot 2^5}{3^8}$. **B** $\frac{C_2^5}{A_3^8}$. **C** $\frac{C_8^3 \cdot A_2^5}{A_3^8}$. **D** $\frac{C_8^3 \cdot A_5^2}{3^8}$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọng, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 24. Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả cầu màu xanh.

A $\frac{5}{11}$. **B** $\frac{9}{55}$. **C** $\frac{2}{11}$. **D** $\frac{4}{11}$.

Câu 25. Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người bắn một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A $\frac{5}{6}$. **B** $\frac{2}{3}$. **C** $\frac{1}{2}$. **D** $\frac{1}{3}$.

Câu 26. Một bài kiểm tra có 5 câu theo 5 mức độ khác nhau, xác suất để bạn An làm đúng câu 1 là 100% và giảm dần đều 10% khi sang mỗi câu tiếp theo. Tính xác suất để bạn An làm đúng hết cả bài kiểm tra đó.

A $\frac{189}{625}$. **B** $\frac{36}{125}$. **C** $\frac{189}{6250}$. **D** $\frac{18}{125}$.

Câu 27. Việt và Nam cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2016, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì Việt và Nam đều đăng kí thi thêm đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 12 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tìm xác xuất để Việt và Nam có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

A $\frac{1}{15}$. **B** $\frac{1}{12}$. **C** $\frac{1}{10}$. **D** $\frac{1}{18}$.

Câu 28. Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một câu trả lời đúng. Một học sinh không học bài nên làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Tính xác suất để học sinh đó trả lời đúng 10 câu.

A $1-\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$. **B** $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}$. **C** $1-\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$. **D** $\left(\frac{1}{4}\right)^{10}$.

Câu 29. Có 25 bạn học sinh được chia thành 2 nhóm A và B, sao cho trong mỗi nhóm đều có nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi nhóm một học sinh. Tính xác suất để hai học sinh được chọn có cả nam và nữ. Biết rằng xác suất chọn được hai học sinh nam là 0,57.

A 0,02. **B** 0,23. **C** 0,41. **D** 0,59.

Câu 30. Trong kì thi THPT Quốc gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng, trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới 9,5 điểm.

A $\frac{53}{512}$. **B** $\frac{2}{19}$. **C** $\frac{13}{1042}$. **D** $\frac{9}{22}$.

3 Xác suất có điều kiện

Câu 1. Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Tiên lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố A là "thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 1". Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là

A 1. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Câu 2. Từ một hộp có 4 viên bi xanh cùng kích thước và khối lượng được đánh số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Phúc lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, bỏ viên bi đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Xét biến cố A là "viên bi lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ". Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là

A 8. **B** 6. **C** 4. **D** 2.

Câu 3. Hộp thứ nhất chứa 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Hộp thứ hai chứa 2 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thanh lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để viên bi lấy ra ở lần thứ hai là viên bi đỏ, biết viên bi lấy ra ở lần thứ nhất là viên bi xanh.

A $\frac{1}{2}$. **B** $\frac{1}{3}$. **C** $\frac{4}{9}$. **D** $\frac{3}{4}$.

Câu 4. Hộp thứ nhất chứa 6 viên bi đánh số từ 1 đến 6. Hộp thứ hai chứa 8 viên bi đánh số từ 7 đến 11. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Phong lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để viên bi lấy ra ở lần thứ hai là viên bi đánh số lẻ, biết viên bi lấy ra ở lần thứ nhất là viên bi đánh số chẵn.

A 1. **B** 4. **C** 3. **D** 2.

Câu 5. Một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 25 bạn học sinh đạt điểm giỏi môn Toán, 14 bạn học sinh đạt điểm giỏi môn Lý và 4 bạn học sinh không đạt điểm giỏi cả hai môn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp học này. Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán, biết rằng học sinh đó giỏi môn Lý là

A $\frac{7}{20}$. **B** $\frac{1}{7}$. **C** $\frac{14}{37}$. **D** $\frac{1}{10}$.

Câu 6. Một mảnh đất chia thành 2 khu vườn: Khu A có 300 cây ăn quả, khu B có 400 cây ăn quả. Trong đó, số cây cam ở khu A và khu B lần lượt là 200 cây và 250 cây. Chọn ngẫu nhiên 1 cây trong mảnh đất. Xác suất cây được chọn là cây cam, biết rằng cây đó ở khu B, là:

A $\frac{5}{14}$. **B** $\frac{5}{9}$. **C** $\frac{5}{8}$. **D** $\frac{1}{2}$.

Câu 7. Một thư viện có hai phòng riêng biệt, phòng A và phòng B. Xác suất chọn được một quyển sách về chủ đề Khoa học tự nhiên thuộc phòng A và thuộc phòng B lần lượt là 0,25 và 0,5. Chọn ngẫu nhiên 1 quyển sách của thư viện. Giả sử quyển sách được chọn về chủ đề Khoa học tự nhiên, xác suất quyển sách đó ở phòng A là:

A $\frac{2}{3}$. **B** $\frac{1}{2}$. **C** $\frac{1}{4}$. **D** $\frac{1}{3}$.

Câu 8. Cho hai biến cố A, B với $\mathrm{P}(B) = 0{,}6$; $\mathrm{P}(A|B) = 0{,}7$ và $\mathrm{P}(A|\overline{B}) = 0{,}4$. Khi đó, $\mathrm{P}(A)$ bằng:

A 0,7. **B** 0,4. **C** 0,58. **D** 0,52.

Câu 9. Cho hai biến cố A, B thoả mãn $\mathrm{P}(A) = 0{,}4$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}3$; $\mathrm{P}(A|B) = 0{,}25$. Khi đó, $\mathrm{P}(B|A)$ bằng:

A 0,1875. **B** 0,48. **C** 0,333. **D** 0,95.

Câu 10. Cho A, B là các biến cố của một phép thử T. Biết rằng $\mathrm{P}(B) > 0$, xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B đã xảy ra được tính theo công thức nào sau đây?

A $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(B)}$. **B** $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(AB)}$.

C $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(AB)}{\mathrm{P}(B)}$. **D** $\mathrm{P}(A|B) = \dfrac{\mathrm{P}(AB)}{\mathrm{P}(A) \cdot \mathrm{P}(B)}$.

Câu 11. Cho hai biến cố A và B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}8$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}5$ và $\mathrm{P}(AB) = 0{,}2$. Xác suất của biến cố A với điều kiện B là

A 0,4. **B** 0,5. **C** 0,25. **D** 0,625.

Câu 12. Cho $\mathrm{P}(A) = \frac{2}{5}$; $\mathrm{P}(B \mid A) = \frac{1}{3}$. Giá trị của $\mathrm{P}(AB)$ là

"Tên văn nở trong gạo từ nước đọng người chuyên cần sẽ thành nhân.

A $\frac{2}{15}$. B $\frac{3}{16}$. C $\frac{1}{5}$. D $\frac{4}{15}$.

Câu 13. Cho $\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5}$; $\mathrm{P}\left(B \mid \overline{A}\right)=\frac{1}{4}$. Giá trị của $\mathrm{P}\left(B\overline{A}\right)$ là

A $\frac{1}{7}$. B $\frac{4}{19}$. C $\frac{4}{21}$. D $\frac{3}{20}$.

Câu 14. Cho hai biến cố A và B có $\mathrm{P}(A)=0{,}8$; $\mathrm{P}(B)=0{,}5$ và $\mathrm{P}(AB)=0{,}2$. Xác suất biến cố B không xảy ra với điều kiện biến cố A xảy ra là

A 0,6. B 0,5. C 0,75. D 0,25.

Câu 15. Cho hai biến cố A và B có $\mathrm{P}(A)=0{,}8$; $\mathrm{P}(B)=0{,}5$ và $\mathrm{P}(AB)=0{,}2$. Giá trị của biểu thức $\frac{\mathrm{P}(A \mid B)}{\mathrm{P}(A)}-\frac{\mathrm{P}(B \mid A)}{\mathrm{P}(B)}$ là

A $-0{,}5$. B 0. C 0,5. D 1.

Câu 16. Học sinh lớp 12A tham gia các câu lạc bộ bóng bàn và cờ vua của trường. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ trên bằng 0,2, còn xác suất chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ bóng bàn bằng 0,25. Xác suất chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ bóng bàn, biết học sinh đó tham gia câu lạc bộ cờ vua, là

A 0,8. B 0,45. C 0,05. D 0,2.

Câu 17. Một thành phố có 25% người đàn ông nghiện thuốc lá, trong số những người đàn ông nghiện thuốc lá có 41% người đàn ông bị bệnh viêm phổi. Chọn ngẫu nhiên một người đàn ông trong thành phố. Xác suất người đàn ông được chọn bị bệnh viêm phổi, biết người đó nghiện thuốc lá, là

A $\frac{25}{100}$. B $\frac{25}{41}$. C $\frac{66}{100}$. D $\frac{41}{100}$.

Câu 18. Khi tìm hiểu về việc học tiếng Anh của một trường phổ thông, người ta thấy rằng có 70% học sinh tự học tiếng Anh bằng hình thức trực tuyến. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Khi đó, xác suất chọn được học sinh giỏi tiếng Anh, biết học sinh đó tự học bằng hình thức trực tuyến là 0,8; xác suất chọn được học sinh giỏi tiếng Anh, biết học sinh đó không tự học bằng hình thức trực tuyến là 0,3. Xác suất chọn được học sinh giỏi tiếng Anh là

A 0,24. B 0,56. C 0,7. D 0,65.

Câu 19. Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân bài, trong đó có 4 quân Át. Bạn Hoa rút ngẫu nhiên 1 quân bài (không hoàn lại), sau đó bạn Dung rút ngẫu nhiên 1 quân bài. Xác suất bạn Dung rút được quân Át là

A $\frac{1}{51}$. B $\frac{1}{13}$. C $\frac{1}{17}$. D $\frac{4}{51}$.

Câu 20. Khi điều tra về hoạt động sử dụng máy tính và tình trạng cận thị của trẻ em ở một tỉnh thì được kết quả:

- Có 10% trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính;
- Có 30% trẻ em bị cận thị.
- Trong những trẻ em thường xuyên sử dụng máy tính có 54% trẻ em bị cận thị.

Chọn ngẫu nhiên 1 trẻ em. Xác suất trẻ em được chọn thường xuyên sử dụng máy tính, biết trẻ em đó bị cận thị, là:

A 0,94. B 0,14. C 0,18. D 0,0162.

Câu 21. Một động cơ điện có hai van bảo hiểm cùng hoạt động. Xác suất hoạt động tốt của van I là 0,9, của van II là 0,72. Xác suất hoạt động tốt của van I, biết van II hoạt động tốt là 0,96. Giả sử van I hoạt động tốt, xác suất hoạt động tốt của van II là:

A 0,675. **B** 0,768. **C** 0,66. **D** 0,78.

Câu 22. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}5$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}7$; $\mathrm{P}(AB) = 0{,}3$. Xác suất của $\overline{B}$ với điều kiện A là

A 0,6. **B** 0,3. **C** 0,4. **D** $\frac{3}{7}$.

Câu 23. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}7$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}5$; $\mathrm{P}(AB) = 0{,}4$. Xác suất của $\overline{A}$ với điều kiện $\overline{B}$ là

A $\frac{2}{5}$. **B** $\frac{2}{7}$. **C** $\frac{4}{5}$. **D** $\frac{4}{7}$.

Câu 24. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}3$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}6$; $\mathrm{P}(A \mid B) = 0{,}5$. Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

A 0,9. **B** 0,18. **C** 0,3. **D** 0,6.

Câu 25. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A \mid B) = 4\mathrm{P}(B \mid A)$. Tỉ số $\frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(B)}$ là

A $\frac{1}{4}$. **B** 4. **C** $\frac{1}{2}$. **D** $\frac{1}{8}$.

Câu 26. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}3$; $\mathrm{P}(B) = 0{,}6$; $\mathrm{P}(A \cup B) = 0{,}7$. Xác suất của A với điều kiện B là

A $\frac{1}{2}$. **B** $\frac{3}{7}$. **C** $\frac{1}{3}$. **D** 3.

Câu 27. Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 1 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hà lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Xác suất viên bi lấy ra không có màu vàng, biết rằng nó không có màu đỏ là

A $\frac{1}{2}$. **B** $\frac{5}{8}$. **C** $\frac{7}{8}$. **D** $\frac{4}{5}$.

Câu 28. Bạn Xuân có hai hộp bi. Hộp thứ nhất có 5 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Xuân chọn ngẫu nhiên một hộp đựng bi và từ đó lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất 2 viên bi lấy ra đều có màu đỏ, biết rằng bạn Xuân chọn hộp thứ hai là

A $\frac{4}{9}$. **B** $\frac{2}{3}$. **C** $\frac{1}{3}$. **D** $\frac{2}{9}$.

Câu 29. Một hộp chứa 4 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Thái lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp. Xác suất 2 viên bi lấy ra đều có màu vàng, biết rằng chúng có cùng màu là

A $\frac{6}{7}$. **B** $\frac{1}{21}$. **C** $\frac{1}{7}$. **D** $\frac{20}{21}$.

Câu 30. Bạn Đông có hai hộp đựng bi. Hộp thứ nhất có 3 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Đông chọn ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, rồi chọn ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất 2 viên bi được chọn ra đều có màu xanh là

A $\frac{3}{16}$. **B** $\frac{2}{15}$. **C** $\frac{2}{9}$. **D** $\frac{3}{8}$.

Tiền văn Lý trong thời nước nổi, Người chuyên cần sẽ thành nhà!

Câu 31. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỉ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên của doanh nghiệp đó. Xác suất nhân viên này có bằng đại học là

A $\frac{111}{400}$. **B** $\frac{11}{80}$. **C** $\frac{1}{4}$. **D** $\frac{109}{400}$.

Câu 32. Một nhóm 50 học sinh có 23 bạn biết chơi cầu lông mà không biết chơi bóng đá và 21 bạn biết chơi bóng đá mà không biết chơi cầu lông. Biết rằng mỗi học sinh trong nhóm này biết chơi bóng đá hoặc cầu lông. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm. Tính xác suất học sinh này biết chơi bóng đá, biết rằng bạn ấy biết chơi cầu lông.

A $\frac{7}{29}$. **B** $\frac{6}{29}$. **C** $\frac{8}{29}$. **D** $\frac{5}{29}$.

Câu 33. Trong một khu phố có 100 nhà, tại đó có 60 nhà gắn biển số chẵn và 40 nhà gắn biển số lẻ. Bên cạnh đó, có 50 nhà gắn biển số chẵn và 20 nhà gắn biển số lẻ đều có ô tô. Chọn ngẫu nhiên một nhà trong khu phố đó. Tính xác suất nhà được chọn có ô tô, biết rằng nhà đó có gắn biển số chẵn.

A $\frac{7}{10}$. **B** $\frac{1}{2}$. **C** $\frac{3}{5}$. **D** $\frac{5}{6}$.

Câu 34. Trong một khu phố có 100 nhà, tại đó có 60 nhà gắn biển số chẵn và 40 nhà gắn biển số lẻ. Bên cạnh đó, có 50 nhà gắn biển số chẵn và 20 nhà gắn biển số lẻ đều có ô tô. Chọn ngẫu nhiên một nhà trong khu phố đó. Tính xác suất nhà được chọn gắn biển số lẻ, biết rằng nhà đó có ô tô.

A $\frac{2}{5}$. **B** $\frac{1}{2}$. **C** $\frac{2}{7}$. **D** $\frac{4}{7}$.

Câu 35. Một phòng học môn Tin học có 40 máy tính được đánh số từ 1 đến 40, các máy cùng loại và cùng màu, mỗi máy được đánh một số khác nhau. Trong phòng học đó, xác suất chọn được một máy tính đã cài đặt phần mềm lập trình Python được đánh số chẵn và được đánh số lẻ lần lượt là 0,375 và 0,45. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên một máy tính trong phòng đó. Tính xác suất bạn Nam chọn được máy tính đã cài đặt phần mềm lập trình Python, biết rằng máy tính đó được đánh số lẻ.

A $\frac{6}{11}$. **B** $\frac{4}{7}$. **C** $\frac{9}{10}$. **D** $\frac{9}{20}$.

Câu 36. Một phòng học môn Tin học có 40 máy tính được đánh số từ 1 đến 40, các máy cùng loại và cùng màu, mỗi máy được đánh một số khác nhau. Trong phòng học đó, xác suất chọn được một máy tính đã cài đặt phần mềm lập trình Python được đánh số chẵn và được đánh số lẻ lần lượt là 0,375 và 0,45. Bạn Nam chọn ngẫu nhiên một máy tính trong phòng đó. Tính xác suất bạn Nam chọn được máy tính đánh số chẵn, biết rằng máy tính đó đã cài đặt phần mềm lập trình Python.

A $\frac{11}{20}$. **B** $\frac{5}{11}$. **C** $\frac{3}{4}$. **D** $\frac{3}{8}$.

Câu 37. Một nhà máy thực hiện khảo sát toàn bộ công nhân về sự hài lòng của họ về điều kiện làm việc tại phân xưởng. Kết quả khảo sát như sau:

Kết quả khảo sát / Khảo sát công nhân	Hài lòng	Không hài lòng
Số công nhân phân xưởng I	37	13
Số công nhân phân xưởng II	63	27

Gặp ngẫu nhiên một công nhân của nhà máy. Gọi A là biến cố "Công nhân đó làm việc tại phân xưởng I " và B là biến cố "Công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng". Xác suất của biến cố A với điều kiện B là

A 0,37. **B** 0,5. **C** $\frac{37}{50}$. **D** $\frac{5}{14}$.

Câu 38. Một nhà máy thực hiện khảo sát toàn bộ công nhân về sự hài lòng của họ về điều kiện làm việc tại phân xưởng. Kết quả khảo sát như sau:

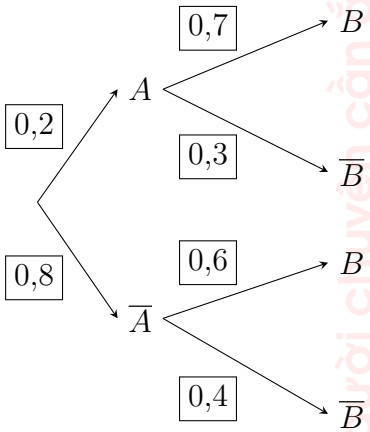
Khảo sát công nhân \ Kết quả khảo sát	Hài lòng	Không hài lòng
Số công nhân phân xưởng I	37	13
Số công nhân phân xưởng II	63	27

Gặp ngẫu nhiên một công nhân của nhà máy. Gọi A là biến cố "Công nhân đó làm việc tại phân xưởng I " và B là biến cố "Công nhân đó hài lòng với điều kiện làm việc tại phân xưởng". Xác suất của biến cố B với điều kiện A không xảy ra là

A $\frac{2}{7}$. **B** 0,9. **C** 0,7. **D** $\frac{9}{20}$.

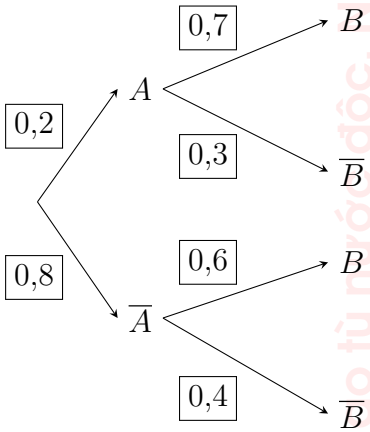
Câu 39. Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Xác suất của biến cố cả A và B đều không xảy ra là

A 0,32. **B** 0,4. **C** 0,8. **D** 0,92.



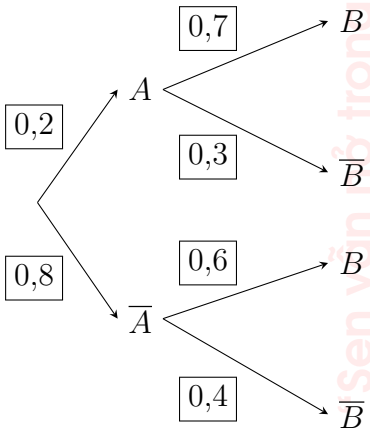
Câu 40. Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Xác suất của biến cố B là

A 0,42. **B** 0,62. **C** 0,28. **D** 0,48.



Câu 41. Cho sơ đồ hình cây như hình bên. Xác suất điều kiện $\mathrm{P}(A \mid B)$ là

A $\frac{7}{31}$. **B** 0,7. **C** $\frac{7}{50}$. **D** 0,48.



PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Sen vẫn nở trong đầm tù nước đọc, người chuyên cần sẽ thuộc nhân."

1 Đại số tổ hợp

Câu 1. Bạn An có 2 cuốn sách môn Toán, 3 cuốn sách môn Vật lí, 3 cuốn sách môn Hoá học, các cuốn sách đôi một khác nhau. Giá sách của bạn An chỉ có 1 hàng gồm 3 ngăn liền nhau. Bạn An xếp các cuốn sách trên vào giá sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số cách xếp 2 cuốn sách môn Toán trong một ngăn là 2!.		
b) Số cách xếp 3 cuốn sách môn Vật lí trong một ngăn là 3.		
c) Số cách xếp 3 cuốn sách môn Hoá học trong một ngăn là 3!.		
d) Số cách xếp các cuốn sách sao cho mỗi ngăn chỉ có một môn là 432.		

Câu 2. Một hộp chứa 18 quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau, trong đó có 4 quả cầu màu xanh được đánh số từ 1 đến 4, có 6 quả cầu màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6, có 8 quả cầu màu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Có 20 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu đỏ.		
b) Có 24 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu xanh và 1 quả cầu màu vàng.		
c) Có 42 cách lấy 2 quả cầu khác số, trong đó có 1 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu màu vàng.		
d) Xác suất để 2 quả cầu được lấy vừa khác màu vừa khác số là $\frac{86}{153}$.		

Câu 3. Trên bàn có 8 chiếc bút chì khác nhau, 6 chiếc bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Khi đó, xét tính đúng sai của ác mệnh đề sau:

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Có 480 cách chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập.		
b) Nếu chọn một cây bút chì thì có 8 cách.		
c) Nếu chọn một cuốn tập thì có 10 cách.		
d) Nếu chọn một cây bút bi thì có 6 cách.		

Câu 4. Một cửa hàng có 7 bó hoa ly, 15 bó hoa hồng và 6 bó hoa lan. Bạn Nam muốn mua một bó hoa từ cửa hàng đó. Khi đó, xét tính đúng sai của ác mệnh đề sau:

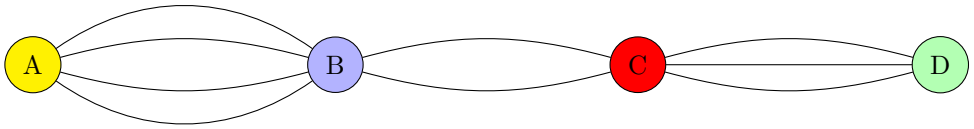
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Nếu chọn hoa ly thì có 7 cách chọn một bó hoa.		
b) Nếu chọn hoa hồng thì có 15 cách chọn một bó hoa.		
c) Nếu chọn hoa lan thì có 6 cách chọn một bó hoa.		
d) Bạn Nam có 630 cách chọn mua một bó hoa từ cửa hàng.		

Câu 5. Cho tập hợp A gồm 20 số nguyên dương không vượt quá 20.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số cách chọn 4 số nguyên dương từ tập hợp A là A_{20}^{5}.		
b) Tích của 4 số nguyên dương là số lẻ khi và chỉ khi cả 4 số là số lẻ.		
c) Tập hợp A có 10 số lẻ.		
d) Số cách chọn ra 4 số từ tập hợp A sao cho tích của 4 số đó là số chẵn là $\mathrm{A}_{20}^{4}-\mathrm{A}_{10}^{4}$.		

Câu 6. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ.

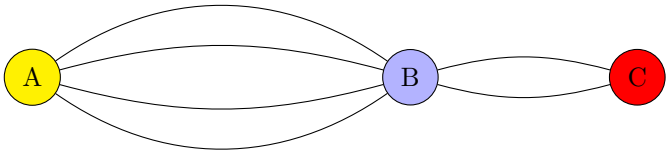


Phát biểu	Đúng	Sai
a) Từ A đến C có 6 con đường.		
b) Từ B đến D có 5 con đường.		
c) Từ A đến D có 9 con đường.		
d) Từ A đến D rồi lại về A có 576 con đường.		

Câu 7. Cho $A=\{1;2;3;4;5;6\}$. Xét các khẳng định sau

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Có thể lập được 12 số có 2 chữ số từ A.		
b) Có thể lập được 30 số tự nhiên có 2 chữ số khác nhau..		
c) Có thể lập được 24 số chẵn có 3 chữ số khác nhau từ A.		
d) Có thể lập được 100 số có 4 chữ số khác nhau sao cho số đó chia hết cho 5.		

Câu 8. Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ.



Phát biểu	Đúng	Sai
a) Có 2 cách đi từ thành phố C đến thành phố B.		
b) Có tất cả 6 con đường trong hình vẽ.		
c) Có 6 cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua B chỉ một lần.		
d) Có 8 cách đi xuất phát từ thành phố B đến thành phố A và quay ngược lại thành phố B.		

Câu 9. Một lớp học có 20 học sinh trong đó có 15 nam và 5 nữ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người đời chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Có 4845 cách chọn 4 học sinh từ 20 học sinh trong lớp.		
b) Có 1365 cách chọn 4 học sinh nam từ 20 học sinh trong lớp.		
c) Từ các học sinh của lớp. Có 3480 cách lập ra 1 đội gồm 4 học sinh trong đó có ít nhất 1 nữ.		
d) Từ các học sinh của lớp. Có 150 cách chọn ra hai học sinh nam và hai học sinh nữ.		

2 Xác suất cổ điển

Câu 1. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 30 học sinh giỏi môn Toán, 35 học sinh giỏi môn Tiếng Anh, 25 học sinh giỏi cả hai môn. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố:
A : "Học sinh được chọn giỏi môn Toán";
B : "Học sinh được chọn giỏi môn Tiếng Anh".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(A) = 0{,}75$.		
b) $\mathrm{P}(B) = 0{,}875$.		
c) $\mathrm{P}(A \cap B) = 0{,}625$.		
d) $\mathrm{P}(A \cup B) = 1$.		

Câu 2. Hai xạ thủ An và Bình bắn vào cùng một mục tiêu ở hai thời điểm khác nhau với xác suất bắn trúng mục tiêu lần lượt là 0,6 và 0,7. Xét các biến cố:
A : "Xạ thủ An bắn trúng mục tiêu";
B : "Xạ thủ Bình bắn trúng mục tiêu".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(\overline{A}) = 0{,}6; \mathrm{P}(\overline{B}) = 0{,}7$.		
b) Hai biến cố $\overline{A}, \overline{B}$ là độc lập.		
c) Xác suất cả hai xạ thủ đều không bắn trúng mục tiêu là 0,42.		
d) Xác suất cả hai xạ thủ đều bắn trúng mục tiêu là 0,58.		

Câu 3. Một hộp chứa 5 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố "Có ít nhất 1 viên bi đỏ trong 2 bi được chọn", và B là biến cố "Có ít nhất 1 viên bi xanh trong 2 viên bị được chọn".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 10.		
b) A và B là hai biến cố đồng khả năng .		
c) Xác suất của biến cố A là 0,5 .		
d) A và B là hai biến cố độc lập .		

Câu 4. Cho hai biến cố A và B có $P(\overline{A}B) = 0{,}2$; $P(AB) = P(A\overline{B}) = 0{,}3$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất của biến cố A là 0,5.		
b) Xác suất của biến cố B là 0,5.		

Phát biểu	Đúng	Sai
c) A và B là hai biến cố độc lập.		
d) Xác suất của biến cố $\overline{A} \cdot \overline{B}$ là 0,25.		

Câu 5. Một đội văn nghệ gồm 4 bạn nam và 6 bạn nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 5 bạn để biểu diễn một tiết mục.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 252.		
b) Xác suất của biến cố "Có đúng 1 bạn nam trong 5 bạn được chọn" là $\frac{5}{21}$.		
c) Xác suất của biến cố "Có ít nhất 1 bạn nam trong 5 bạn được chọn" là $\frac{1}{42}$.		
d) Gọi A_k là biến cố có đúng k bạn nam trong 5 bạn được chọn với $0 \leq k \leq 4$. Xác suất $P(A_k)$ đạt giá trị lớn nhất khi $k = 2$.		

Câu 6. Một hộp chứa 10 tấm thẻ màu trắng được đánh số lần lượt từ 1 đến 10 và 4 tấm thẻ màu đen được đánh số lần lượt từ 1 đến 4. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 tấm thẻ từ hộp. Gọi A là biến cố "Hai thẻ lấy ra có cùng màu", và B là "Hai thẻ lấy ra cùng ghi số lẻ".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 91.		
b) Xác suất của biến cố A là $\frac{45}{91}$.		
c) Xác suất của biến cố B là $\frac{3}{13}$.		
d) A và B là hai biến cố độc lập.		

Câu 7. Bạn Lan có 6 viên bi khác nhau và 3 chiếc hộp được đánh số 1; 2; 3. Biết rằng mỗi chiếc hộp đều có thể chứa từ 0 đến 6 viên bi. Lan lần lượt cho từng viên bi vào 3 chiếc hộp một cách ngẫu nhiên.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Không gian mẫu của phép thử có số phần tử là 20.		
b) Số cách xếp bi sao cho hộp số 1 không chứa viên bi nào là 64.		
c) Số cách xếp bi sao cho chỉ có hộp số 1 không chứa viên bi nào là 32.		
d) Xác suất để không có hộp nào bị trống là $\frac{179}{243}$.		

Câu 8. Để nghiên cứu sự phát triển của một loại cây, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai lô đất thí nghiệm M, N khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của cây đó trên các lô đất M và N lần lượt là 0,56 và 0,62. Lặp lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xét các biến cố

- A: "Cây phát triển bình thường trên lô đất M";
- B: "Cây phát triển bình thường trên lô đất N".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Các cặp biến cố $\overline{A}$ và B, A và $\overline{B}$ là độc lập.		
b) Hai biến cố $C = \overline{A} \cap B$ và $D = A \cap \overline{B}$ không là hai biến cố xung khắc.		
c) $\mathrm{P}(\overline{A}) = 0{,}56$; $\mathrm{P}(\overline{B}) = 0{,}62$.		

Sen văn nỏ không gió à nước đục, Người đời chuyện mình ắt sẽ hiểu mình!

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một lô đất là 0,4856.		

Câu 9. Trong một hộp đựng 9 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi từ hộp trên. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{16}^4 = 1820$.		
b) Gọi A là biến cố: "Lấy được 4 viên bi cùng màu". Khi đó $n(A) = \mathrm{C}_9^1 \cdot \mathrm{C}_7^3 + \mathrm{C}_7^4$.		
c) Xác suất để 4 viên bi được lấy cùng màu là $\dfrac{3}{52}$.		
d) Xác suất để 4 viên bi được lấy phải có cả hai màu là $\dfrac{237}{260}$.		

Câu 10. Một hộp đựng 10 bi, trong đó có 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Lấy ra 1 bi và không hoàn lại, tiếp tục lấy ra 1 bi nữa. Gọi A: "Bi lấy được lần 1 màu xanh", B: "Bi lấy được lần 2 màu đỏ". Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^2$.		
b) A, B là hai biến cố xung khắc.		
c) Xác suất để bi lấy được lần 1 màu xanh và bi lấy được lần 2 màu đỏ là $\dfrac{4}{15}$.		
d) Xác suất để 2 bi lấy được cùng màu là $\dfrac{7}{15}$.		

Câu 11. Lớp 10A1 có 35 học sinh gồm 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Nhà trường cần chọn 3 học sinh của lớp đó tham gia trồng cây. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào là đúng, khẳng định nào là sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng một học sinh nữ bằng $\dfrac{60}{187}$.		
b) Xác suất để 3 học sinh được chọn có đúng hai học sinh nữ bằng $\dfrac{570}{1309}$.		
c) Xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ bằng $\dfrac{90}{119}$.		
d) Xác suất để 3 học sinh được chọn có nhiều nhất hai học sinh nữ bằng $\dfrac{114}{187}$.		

Câu 12. Một đội tình nguyện gồm 6 học sinh khối 10, 5 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong đội. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số phần tử không gian mẫu là 15 phần tử.		
b) Số phần tử của biến cố "Cả 5 học sinh được chọn học cùng một khối" là $\mathrm{C}_6^5 + \mathrm{C}_5^5$ phần tử.		
c) Xác suất của biến cố "Cả 5 học sinh được chọn học cùng một khối" là $\dfrac{5}{3003}$.		
d) Xác suất của biến cố "Chọn được 5 học sinh đủ ba khối" là $\dfrac{310}{429}$.		

Câu 13. Một nhà xuất bản phát hành hai cuốn sách A và B. Thống kê cho thấy có 60% người mua sách A; 70% người mua sách B; 50% người mua cả sách A và sách B. Chọn ngẫu nhiên một người mua. Gọi A là biến cố: "Người đó mua quyển sách A" B là biến cố: "Người đó mua quyển sách B". Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

VIỆT STAR – Đạt học tập từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $P(A) = 0{,}6$; $P(B) = 0{,}7$.		
b) Biến cố: "người mua đó mua cả sách A và sách B" là biến cố $A \cap B$.		
c) Xác suất để người mua đó mua ít nhất một trong hai sách A hoặc B là 0,9.		
d) Xác suất để người mua đó không mua cả sách A và sách B là 0,2.		

Câu 14. Một nhóm có 50 người được phỏng vấn họ đã mua cành đào hay cây quất vào dịp Tết vừa qua, trong đó có 31 người mua cành đào, 12 người mua cây quất và 5 người mua cả cành đào và cây quất. Chọn ngẫu nhiên một người. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào là đúng, khẳng định nào là sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Biến cố người đó mua đào và biến cố người đó mua quất là hai biến cố xung khắc.		
b) Xác suất để người đó mua cành đào là $\frac{31}{50}$, xác suất để người đó mua cành quất là $\frac{12}{50}$.		
c) Xác suất để người đó mua cành đào hoặc mua cây quất là $\frac{19}{50}$.		
d) Xác suất để người đó không mua cành đào và không mua cây quất là $\frac{6}{25}$.		

Câu 15. Gieo con xúc xắc cân đối và đồng chất 1 lần. Khẳng định nào sau đây đúng, khẳng định nào sau đây sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số chấm xuất hiện là số lẻ thì xác xuất của nó bằng $\frac{1}{2}$.		
b) Số chấm xuất hiện là số chia hết cho 3 thì xác xuất của nó bằng $\frac{1}{3}$.		
c) Số chấm xuất hiện là số không lớn hơn 4 thì xác xuất của nó bằng $\frac{5}{6}$.		
d) Số chấm xuất hiện là số nguyên tố thì xác xuất của nó bằng $\frac{1}{2}$.		

Câu 16. Hai bạn An và Hà của lớp 11A tham gia giải bóng bàn đơn nữ do nhà trường tổ chức. Hai bạn đó nằm ở hai bảng đấu loại khác nhau, mỗi bảng đấu loại chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của An và Hà lần lượt là 0,6 và 0,7.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Biến cố "Bạn An lọt vào vòng chung kết" và biến cố "Bạn Hà lọt vào vòng chung kết" là hai biến cố độc lập.		
b) Xác suất cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là 0,42.		
c) Xác suất có ít nhất một bạn lọt vào vòng chung kết là 0,8.		
d) Xác suất không bạn nào trong hai bạn An và Hà lọt vào vòng chung kết là 0,37.		

Câu 17. Hai bạn An và Hà của lớp 11A tham gia giải bóng bàn đơn nữ do nhà trường tổ chức. Hai bạn đó nằm ở hai bảng đấu loại khác nhau, mỗi bảng đấu loại chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của An và Hà lần lượt là 0,6 và 0,7.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Biến cố "Bạn An lọt vào vòng chung kết" và biến cố "Bạn Hà lọt vào vòng chung kết" là hai biến cố độc lập.		

"Sẽ vẫn có những điều được, người yêu chuyên cần sẽ "làm nhiệm"."

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Xác suất cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là 0,42.		
c) Xác suất có ít nhất một bạn lọt vào vòng chung kết là 0,8.		
d) Xác suất chỉ có bạn Hà lọt vào vòng chung kết là 0,7.		

Câu 18. Lớp 11A1 có 50 học sinh, trong đó có 32 bạn thích học môn Toán, 17 bạn thích học môn Lịch Sử và 8 bạn thích cả hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất để bạn đó thích học môn Toán là $\frac{16}{25}$.		
b) Xác suất để bạn đó thích cả môn Toán và môn Lịch Sử là $\frac{4}{25}$.		
c) Xác suất để bạn đó thích môn Toán hoặc môn Lịch Sử là $\frac{41}{50}$.		
d) Xác suất để bạn đó không thích cả môn Toán và môn Lịch Sử là $\frac{1}{50}$.		

Câu 19. Ba người thi bắn cung. Người thứ nhất có xác suất bắn trúng là 0,7. Người thứ hai có xác suất bắn trúng là 0,8. Người thứ ba có xác suất bắn trúng là 0,9. Tính xác suất để có đúng 1 người bắn trúng mục tiêu.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất để cả ba người bắn trúng luôn lớn hơn 0,6.		
b) Xác suất người thứ nhất bắn trượt là 0,3.		
c) Xác suất để có ít nhất một người bắn trúng là 0,006.		
d) Xác suất để có đúng một người bắn trúng là 0,092.		

Câu 20. Một xạ thủ bắn lần lượt 2 viên đạn vào một bia. Xác suất trúng đích của viên thứ 1 và thứ 2 lần lượt là 0,9 và 0,6. Biết kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**, khẳng định nào **sai**?

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất cả hai lần bắn đều trúng đích là 0,54.		
b) Xác suất cả hai lần bắn không trúng đích là 0,46.		
c) Xác suất có đúng 1 lần trúng đích 0,42.		
d) Xác suất có ít nhất 1 lần bắn trúng đích là 0,9.		

Câu 21. Một nhóm có 8 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11, 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ nhóm trên.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 3876$.		
b) Xác suất để 4 học sinh được chọn thuộc đúng 1 trong 3 khối bằng $\frac{15}{646}$.		
c) Xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ cả ba khối bằng $\frac{130}{323}$.		
d) Xác suất để 4 học sinh được chọn thuộc đúng 2 trong 3 khối bằng $\frac{335}{646}$.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING VIỆT STUDY Dạy học từ tâm Nâng tầm sự nghiệp

3 Xác suất có điều kiện

Câu 1. Một lớp có 35 học sinh trong đó có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Đầu tiên giáo viên chủ nhiệm chọn một học sinh để phụ giáo viên đem các đề cương cho các bạn học sinh, tuy nhiên vì số lượng đề cương quá nhiều nên giáo viên lại gọi tiếp một bạn học sinh nữa.
Gọi A là biến cố "Bạn học sinh thứ nhất được chọn là một học sinh nam"; B là biến cố "Bạn học sinh thứ hai được chọn là một bạn học sinh nam".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 1190.		
b) Số kết quả thuận lợi của biến cố B là 19.		
c) Xác suất để bạn học sinh thứ hai là một học sinh nam, biết bạn học sinh thứ nhất cũng là một học sinh nam là $\frac{19}{34}$.		
d) Xác suất để bạn học sinh thứ nhất là một học sinh nữ, biết bạn học sinh thứ hai là một học sinh nam là $\frac{1}{2}$.		

Câu 2. Một lớp học có 17 học sinh nam và 24 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:
A: "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam";
B: "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(B \mid A) = 0{,}575$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid \overline{A}) = 0{,}6$.		
c) $\mathrm{P}(\overline{B} \mid A) = 0{,}425$.		
d) $\mathrm{P}(\overline{B} \mid \overline{A}) = 0{,}4$.		

Câu 3. Gieo một xúc xắc cân đối và đồng chất 1 lần. Xét các biến cố:
A: "Mặt xuất hiện của xúc xắc ghi số 5";
B: "Mặt xuất hiện của xúc xắc ghi số lẻ".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(A) = \frac{5}{6}$.		
b) $\mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{6}$.		
c) $\mathrm{P}(B \mid A) = 1$.		
d) $\mathrm{P}(A \mid B) = \frac{1}{2}$.		

Câu 4. Trong một hộp có 10 quả bóng màu xanh và 12 quả bóng màu đỏ, các quả bóng có khối lượng và kích thước như nhau. Bạn Tuấn lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng, mỗi lần lấy 1 quả và không hoàn lại. Xét các biến cố:
A: "Lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh";
B: "Lần thứ hai lấy được quả bóng màu xanh".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(A) = \frac{5}{11}$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid A) = \frac{10}{21}$.		

"Sen vịn hồ trong gió hồ nước gợn, Người với Chuyên cần sẽ thành nhân"

Phát biểu	Đúng	Sai
c) $\mathrm{P}(B \mid \overline{A}) = \dfrac{3}{7}$.		
d) $\mathrm{P}(B) = \dfrac{5}{11}$.		

Câu 5. Một cửa hàng có hai loại bóng đèn Led, trong đó có 65% bóng đèn Led là màu trắng và 35% bóng đèn Led là màu xanh, các bóng đèn có kích thước như nhau. Các bóng đèn Led màu trắng có tỉ lệ hỏng là 2% và các bóng đèn Led màu xanh có tỉ lệ hỏng là 3%. Một khách hàng chọn mua ngẫu nhiên 1 bóng đèn Led từ cửa hàng. Xét các biến cố:
A: "Khách hàng chọn được bóng đèn Led màu trắng";
B: "Khách hàng chọn được bóng đèn Led không hỏng".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(\overline{A}) = 0{,}65$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid A) = 0{,}02$.		
c) $\mathrm{P}(B \mid \overline{A}) = 0{,}3$.		
d) $\mathrm{P}(B) = 0{,}9\,765$.		

Câu 6. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:
A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";
B: "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(A) = 0{,}85$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid A) = 0{,}99$.		
c) $\mathrm{P}(B) = 0{,}9\,855$.		
d) $\mathrm{P}(A \mid B) = 0{,}95$.		

Câu 7. Một xưởng máy sử dụng một loại linh kiện được sản xuất từ hai cơ sở I và II. Số linh kiện do cơ sở I sản xuất chiếm 61%, số linh kiện do cơ sở II sản xuất chiếm 39%. Tỉ lệ linh kiện đạt tiêu chuẩn của cơ sở I, cơ sở II lần lượt là 93%, 82%. Kiểm tra ngẫu nhiên 1 linh kiện ở xưởng máy. Xét các biến cố:
A_1: "Linh kiện được kiểm tra do cơ sở I sản xuất";
A_2: "Linh kiện được kiểm tra do cơ sở II sản xuất";
B: "Linh kiện được kiểm tra đạt tiêu chuẩn".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(A_1) = 0{,}39$.		
b) $\mathrm{P}(B \mid A_2) = 0{,}82$.		
c) $\mathrm{P}(B) = 0{,}8\,871$.		
d) $\mathrm{P}(A_1 \mid B) = 0{,}55$.		

Câu 8. Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0{,}5$; $P(A \mid B) = P(A \mid \overline{B}) = 0{,}4$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất của biến cố AB là 0,02.		

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Xác suất của biến cố $A\overline{B}$ là 0,2.		
c) Xác suất của biến cố A là 0,8.		
d) A và B là hai biến cố độc lập.		

Câu 9. Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỉ lệ công nhân nữ có tay nghề cao là 40%, tỉ lệ công nhân nam có tay nghề cao là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ", và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là 0,8.		
b) Xác suất của biến cố B là 0,43.		
c) A và B là hai biến cố độc lập.		
d) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{11}{43}$.		

Câu 10. Bạn Ninh có 4 tấm thẻ được đánh số lần lượt là 3; 6; 8; 9. Ninh lấy ra 2 tấm thẻ trong 4 tấm thẻ đó và xếp chúng thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên để tạo thành một số có hai chữ số. Gọi A là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 2", và B là biến cố "Số tạo thành chia hết cho 3".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất của biến cố A là 0,5.		
b) Xác suất của biến cố AB là 0,25.		
c) Xác suất của biến cố A với điều kiện B là $\frac{1}{3}$.		
d) Xác suất của biến cố A với điều kiện $\overline{B}$ là $\frac{2}{3}$.		

Câu 11. Một đội văn nghệ gồm 3 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ra ngẫu nhiên 3 bạn để biểu diễn một tiết mục. Gọi A là biến cố "Có ít nhất một bạn nam trong 3 bạn được chọn", B là biến cố "Ba bạn được chọn có cùng giới tính".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất của biến cố B là 0,333.		
b) Xác suất của biến cố AB là $\frac{1}{120}$.		
c) Xác suất của biến cố 4 với điều kiện B là 0,024.		
d) Xác suất của biến cố 4 với điều kiện $\overline{B}$ là $\frac{17}{42}$.		

Câu 12. Kết quả khảo sát những bệnh nhân bị đột quỵ của một bệnh viện cho thấy tỉ lệ bệnh nhân hồi phục sau đột quỵ là 35%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 40%; tỉ lệ bệnh nhân được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ và hồi phục là 30%. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân bị đột quỵ được điều trị tại bệnh viện.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất người đó được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ, biết rằng người đó hồi phục là 0,6.		
b) Xác suất người đó không hồi phục, biết rằng người đó được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là 0,4.		

"Sen vàng đỏ trong gió bão, Người chuyên nghiệp sẽ làm sạch hơn."

Phát biểu	Đúng	Sai
c) Xác suất người đó hồi phục, biết rằng người đó không được điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ là $\frac{1}{25}$.		
d) Việc đưa bệnh nhân vào bệnh viện để điều trị trong 6 giờ đầu sau khi đột quỵ làm tăng tỉ lệ hồi phục lên $\frac{10}{3}$ lần.		

Câu 13. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\mathrm{P}(A) = 0{,}4$.		
b) $\mathrm{P}(B) = 0{,}625$.		
c) $\mathrm{P}(A\|B) = 0{,}75$.		
d) $\mathrm{P}(B\|A) = 0{,}48$.		

Câu 14. Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.		
b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.		
c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.		
d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.		

Câu 15. Để thử nghiệm tác dụng điều trị bệnh mất ngủ của hai loại thuốc X và Y, người ta tiến hành thử nghiệm trên 4000 người bệnh tình nguyện. Kết quả được cho trong bảng thống kê sau:

Kết quả \ Dùng thuốc	X	Y
Khỏi bệnh	1600	1200
Không khỏi bệnh	800	400

Chọn ngẫu nhiên 1 người bệnh tham gia tình nguyện thử nghiệm thuốc.
Gọi A là biến cố "Người được chọn khỏi bệnh"; B là biến cố "Người được chọn uống thuốc X"; C là biến cố "Người được chọn uống thuốc Y.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất người được chọn khỏi bệnh là $\frac{3}{5}$.		
b) Xác suất để người được chọn khỏi bệnh biết người đó uống thuốc X là $\frac{2}{3}$.		

Phát biểu	Đúng	Sai
c) Số người uống thuốc Y và khỏi bệnh là 1200.		
d) Xác suất người được chọn uống thuốc Y biết người đó khỏi bệnh là $\frac{3}{7}$.		

Câu 16. Một nhóm có 25 học sinh, trong đó 14 học sinh học khá môn Toán, 16 học sinh học khá môn Vật lí, 1 em không học khá cả hai môn Toán và Vật lí. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất để học sinh đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) học khá môn Toán, đồng thời học khá môn Vật lí là $\frac{6}{25}$.		
b) học khá môn Toán, nhưng không học khá môn Vật lí $\frac{14}{25}$.		
c) học khá môn Toán, biết rằng học sinh đó học khá môn Vật lí là $\frac{3}{8}$.		
d) học khá môn Vật lí, biết rằng học sinh đó không học khá môn Toán là $\frac{2}{5}$.		

Câu 17. Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Gọi A là biến cố "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7"; B là biến cố: "Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm".

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất để biến cố B xảy ra là $\frac{1}{3}$.		
b) Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 nếu biết rằng ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm là $\frac{1}{6}$.		
c) Số kết quả thuận lợi của biến cố A là 6.		
d) Xác suất để có ít nhất có một con xúc xắc xuất hiện mặt 5 chấm nếu biết rằng tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 7 là $\frac{1}{18}$.		

Câu 18. (Bảng dữ liệu thống kê 2×2) Một viện nghiên cứu về an toàn giao thông muốn tìm hiểu về mối quan hệ giữa việc thắt dây an toàn khi lái xe và nguy cơ tử vong của người lái xe khi xảy ra tai nạn giao thông. Giả sử viện đã xem xét 577 006 vụ tai nạn giao thông ô tô và việc thắt dây an toàn của người lái xe khi xảy ra tai nạn giao thông. Kết quả cho thấy:

– Trong số những người lái xe có thắt dây an toàn, có 510 người tử vong và 412 368 người sống sót;

– Trong số những người lái xe không thắt dây an toàn, có 1 601 người tử vong và 162 527 người sống sót.

Kết quả trên được trình bày dưới dạng bảng gồm 2 dòng và 2 cột như dưới đây, được gọi là bảng dữ liệu thống kê 2×2:

Thắt dây an toàn \ Kết quả	Tử vong	Sống sót
Không	1 601	162 527
Có	510	412 368

Chọn ngẫu nhiên một người lái xe trong số 577 006 người bị tai nạn giao thông. Gọi A là biến cố: "Người lái xe đó tử vong khi xảy ra tai nạn giao thông"; B là biến cố: "Người lái xe đó không thắt dây an toàn khi xảy ra tai nạn giao thông".

"Sen vẫn nở trong ao tù người đọc, Người vẫn chuyên cần sẽ thành tài."

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Xác suất để biến cố B xảy ra là $\frac{164128}{577006}$.		
b) Xác suất người lái xe đó tử vong khi xảy ra tại nạn giao thông trong trường hợp không thắt dây an toàn là $\frac{85}{68728}$.		
c) Xác suất người lái xe đó tử vong khi xảy ra tai nạn giao thông trong trường hợp có thắt dây an toàn là 6.		
d) Không thắt dây an toàn có nguy cơ bị tử vong khi xảy ra tai nạn giao thông cao hơn khoảng 7 lần so với có thắt dây an toàn..		

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

1 Đại số tổ hợp

Câu 1. Một nhóm học sinh giỏi các bộ môn: Anh, Toán, Văn. Có 18 em giỏi Văn, 10 em giỏi Anh, 12 em giỏi Toán, 3 em giỏi Văn và Toán, 4 em giỏi Toán và Anh, 5 em giỏi Văn và Anh, 2 em giỏi cả ba môn. Hỏi số cách chọn một học sinh giỏi? KQ: | | | | |

Câu 2. Có 45 học sinh giỏi, mỗi em giỏi ít nhất một môn. Có 22 em giỏi Văn, 25 em giỏi Toán, 20 em giỏi Anh. Có 8 em giỏi đúng hai môn Văn, Toán; Có 7 em giỏi đúng hai môn Toán, Anh; Có 6 em giỏi đúng hai môn Anh, Văn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một em giỏi cả ba môn Văn, Toán, Anh?

KQ: | | | | |

Câu 3. Để thành lập đội tuyển học sinh giỏi khối 10, nhà trường tổ chức thi chọn các môn Toán, Văn, Anh trên tổng số 111 học sinh. Kết quả có: 70 học sinh giỏi Toán, 65 học sinh giỏi Văn, 62 học sinh giỏi Anh. Trong đó có 49 học sinh giỏi cả hai môn Văn và Toán, 32 học sinh giỏi cả hai môn Toán và Anh, 34 học sinh giỏi cả hai môn Văn và Anh. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh giỏi cả ba môn Văn, Toán, Anh. Biết rằng có 6 học sinh không đạt yêu cầu cả ba môn. KQ: | | | | |

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào một hàng dọc sao cho 2 bạn nam bất kì không đứng liền nhau và 2 bạn nữ bất kì không đứng liền nhau? KQ: | | | | |

Câu 5. Có bao nhiêu cách lập một mật khẩu là một dãy 8 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số mà số 1 xuất hiện 3 lần, số 2 xuất hiện 3 lần, số 3 xuất hiện 2 lần? KQ: | | | | |

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó có bốn chữ số 3, ba chữ số 2 và 2 chữ số 1?

KQ: | | | | |

Câu 7. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và bé hơn 400? KQ: | | | | |

Câu 8. Trên giá sách có 10 quyển sách Tiếng Việt khác nhau và 8 quyển sách Tiếng Anh khác nhau và 6 quyển Tiếng Pháp khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách tiếng khác nhau?

KQ: | | | | |

Câu 9. Cho tập hợp $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 5? KQ: | | | | |

Câu 10. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số, trong đó chữ số 1 và chữ số 2 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng 1 lần? KQ: | | | | |

Câu 11. Một nhóm 9 người gồm ba người đàn ông, bốn phụ nữ và hai đứa trẻ đi xem phim. Hỏi có bao nhiêu cách xếp họ ngồi trên một hàng ghế sao cho mỗi đứa trẻ ngồi giữa hai người phụ nữ và không có hai người đàn ông nào cạnh nhau?

KQ: | | | | |

Câu 12. Một trường đại học tổ chức một hội thảo khoa học với 10 giáo sư từ các lĩnh vực khác nhau trong đó có một giáo sư trưởng. Ban tổ chức cần chọn 5 giáo sư để thuyết trình, trong đó vị trí thuyết trình có thứ tự nhất định (từ người mở đầu đến người kết thúc) và phải có giáo sư trưởng. Tuy nhiên, giáo sư trưởng chỉ có thể thuyết trình ở vị trí thứ 3 hoặc thứ 4. Có bao nhiêu cách sắp xếp các giáo sư?

KQ: | | | | |

Câu 13. Một lớp học có 40 học sinh, trong đó có 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chọn 3 học sinh tham gia vệ sinh công cộng toàn trường. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh sao cho có nhiều nhất 1 học sinh nam?

KQ: | | | | |

Câu 14. Một hộp bi chứa các viên bi phân biệt gồm 5 bi đỏ, 3 bi vàng và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy ra 4 viên bi trong hộp sao cho số bi đỏ lớn hơn số bi vàng?

KQ: | | | | |

Câu 15. Một người nông dân có 10 cây giống khác nhau gồm 6 cây xoài và 4 cây mít. Người ấy muốn chọn 4 cây để trồng sao cho phải có đủ 2 loại xoài và mít. Hỏi người ấy có bao nhiêu cách để chọn?

KQ: | | | | |

2 Xác suất cổ điển

Câu 1. Một bộ bài tú lơ khơ gồm 52 quân bài, trong đó có 13 tứ quý (mỗi tứ quý là một bộ 4 quân bài cùng giá trị, ví dụ 4 quân Át, 4 quân K, ...). Rút ngẫu nhiên 6 quân bài. Xác suất rút được 6 quân bài bao gồm 1 tứ quý và 2 quân bài còn lại ở 2 tứ quý khác nhau là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của a là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 2. Hai bạn Hải và Bình cùng tham dự một kì thi trắc nghiệm, vòng 1 thi Toán, vòng 2 thi Tiếng Anh. Mỗi vòng thi có 8 mã đề được đánh số từ 1 đến 8. Mỗi bạn phải bốc thăm ngẫu nhiên 1 đề Toán và 1 đề Tiếng Anh. Xét biến cố A: "Hai bạn có chung mã đề ở duy nhất một vòng thi ". Xác suất của biến cố A là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số tự nhiên khác 0, $b < 50$. Giá trị của $a + b$ là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 3. Cho 5 đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 3 cm, 4 cm, 5 cm, 12 cm, 13 cm. Chọn ngẫu nhiên 3 đoạn thẳng trong 5 đoạn thẳng đó. Tính xác suất để 3 đoạn thẳng được chọn là ba cạnh của một tam giác vuông.

KQ: | | | | |

Câu 4. Một buổi liên hoan có 10 nam và 10 nữ tham gia, trong đó có 8 cặp vợ chồng. Chọn ngẫu nhiên một đôi nam nữ để biểu diễn một tiết mục song ca. Tính xác suất để đôi nam nữ được chọn không phải là một cặp vợ chồng.

KQ: | | | | |

Câu 5. Chọn ngẫu nhiên 2 ô vuông bất kì trong 64 ô vuông của bàn cờ vua. Tính xác suất để 2 ô vuông được chọn không cùng nằm trên một hàng ngang hay cột dọc nào của bàn cờ.

KQ: | | | | |

Câu 6. Chọn ngẫu nhiên 3 cạnh bất kì từ các cạnh của một đa giác đều 12 cạnh $A_1A_2 \dots A_{12}$. Tính xác suất để 2 cạnh bất kì trong 3 cạnh được chọn không có điểm chung (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 7. Một hộp chứa 10 quả bóng có cùng kích thước và khối lượng, trong đó có k quả bóng màu xanh. Bạn Duy chọn ra ngẫu nhiên đồng thời 3 quả bóng từ hộp. Tìm k để xác suất của biến cố "Có đúng 2 quả bóng xanh trong 3 quả bóng được chọn" đạt giá trị lớn nhất.

KQ: | | | | |

"Chỉ vì nỗ lực không ngừng từ hôm nay, mà chuyển cảnh sẽ thành nhàn"

Câu 8. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 9. Một hộp có 6 bi xanh, 4 bi đỏ, 5 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 1 viên bi. Tính xác suất lấy được một viên bi màu đỏ hoặc màu vàng (kết quả được ghi dưới dạng số thập phân).

KQ: | | | | |

Câu 10. Một lớp có 35 học sinh trong đó có 26 bạn thích học Toán, 14 người thích học cả Toán và Văn, 30 người thích ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp. Xác suất để học sinh đó thích học môn Văn bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 11. Một câu lạc bộ ngoại ngữ có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh giỏi tiếng Anh, 20 học sinh giỏi tiếng Pháp và 15 học sinh giỏi cả hai ngoại ngữ tiếng Anh và tiếng Pháp. Học sinh nào giỏi ít nhất một trong hai thứ tiếng sẽ được cử đi phiên dịch cho một Hội nghị quốc tế. Chọn ngẫu nhiên một trong những học sinh của câu lạc bộ. Tính xác suất để học sinh đó có thể tham gia Hội nghị (kết quả được ghi dưới dạng số thập phân). KQ: | | | | |

Câu 12. Hộp I chứa 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp II có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 viên bi. Xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b$. KQ: | | | | |

Câu 13. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $\mathrm{P}(A) = \frac{1}{4}, \mathrm{P}(AB) = \frac{1}{9}$. Biết $\mathrm{P}(B) = \frac{m}{n}$, với $m, n \in \mathbb{N}$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m + n$. KQ: | | | | |

Câu 14. Trong một trò chơi trên truyền hình có một bộ câu hỏi gồm 6 câu hỏi trắc nghiệm khách quan. Mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một người chơi trả lời bộ câu hỏi bằng cách chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời ở mỗi câu hỏi. Tính xác suất để người đó trả lời đúng 3 câu.
KQ: | | | | |

Câu 15. Có 3 xạ thủ cùng bắn vào bia với xác suất bắn trúng bia của mỗi xạ thủ lần lượt là 0,7; 0,6 và 0,5. Tính xác suất để có ít nhất 1 người bắn trúng bia (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 16. Một công nhân phải theo dõi và can thiệp hoạt động của hai máy dệt A và B. Trong một giờ, xác suất để máy dệt A hỏng là $\frac{1}{7}$; xác suất máy dệt B hỏng là $\frac{1}{5}$. Tính xác suất để người công nhân không phải can thiệp máy nào trong một giờ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Câu 17. Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
KQ: | | | | |

Câu 18. Trong một kỳ thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng tham dự kỳ thi đó. Tính xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Câu 19. Gieo ba đồng xu cân đối một cách độc lập. Gọi A_i là biến cố "Đồng xu thứ i xuất hiện mặt sấp". Tính xác suất để có đúng một đồng xu xuất hiện mặt sấp (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

Câu 20. Một lớp có 40 học sinh trong đó có 15 học sinh giỏi Toán, 10 học sinh giỏi Văn, 5 học sinh giỏi cả Toán và Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Hãy tính xác suất để học sinh đó giỏi Toán hoặc giỏi Văn (kết quả làm tròn đến hàng phần trục).

KQ: | | | | |

Câu 21. Trong một trò chơi trên truyền hình có một bộ câu hỏi gồm 6 câu hỏi trắc nghiệm khách quan. Mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Một người chơi trả lời bộ câu hỏi bằng cách chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời ở mỗi câu hỏi. Tính xác suất để người đó trả lời đúng ít nhất 4 câu.

KQ: | | | | |

Câu 22. Xác suất để biến cố A xảy ra là 0,75; xác suất để biến cố B xảy ra là 0,66. Gọi x là xác suất để cả hai A và B cùng xảy ra. Giá trị nhỏ nhất của x có thể nhận được bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: | | | | |

Câu 23. Một hộp đựng 3 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đen. Chọn ngẫu nhiên đồng thời từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên bi được chọn không nhiều hơn 3 màu và luôn có bi màu xanh (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |

3 Xác suất có điều kiện

Câu 1. Cho hai biến cố A, B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}6; \mathrm{P}(AB) = 0{,}4$. Kết quả của $\mathrm{P}(B \mid A)$ có dạng $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a - b$.

KQ: | | | | |

Câu 2. Cho hai biến cố A, B có $\mathrm{P}(A) = 0{,}6; \mathrm{P}(B) = 0{,}7; \mathrm{P}(AB) = 0{,}4$. Kết quả của $\mathrm{P}\left(A \mid \overline{B}\right)$ có dạng $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a^2 + 2b$.

KQ: | | | | |

Câu 3. Cho hai biến cố ngẫu nhiên A và B. Biết rằng $\mathrm{P}(A \mid B) = 2\mathrm{P}(B \mid A)$ và $\mathrm{P}(AB) \neq 0$. Tính tỉ số $\dfrac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(B)}$.

KQ: | | | | |

Câu 4. Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 48% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ và có 36% số người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ trên 45 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là phụ nữ, tính xác suất người đó trên 45 tuổi.

KQ: | | | | |

Câu 5. Trong cuộc khảo sát 300 gia đình ở một khu vực, người ta nhận thấy rằng có 90% gia đình có tivi và 60% gia đình có máy tính bàn. Mỗi gia đình đều có ít nhất một trong hai thiết bị này. Chọn ngẫu nhiên một gia đình. Tính dưới dạng phần trăm xác suất gia đình có máy tính bàn trong nhóm các gia đình có tivi (làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: | | | | |

Câu 6. Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó.
Gọi A là biến cố: "An lấy được viên bi trắng"; B là biến cố: "Bình lấy được viên bi trắng". Tính $\mathrm{P}(A \mid \overline{B})$ ở dạng thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm.

KQ: | | | | |

Câu 7. Lớp 10A có 35 học sinh. Mỗi học sinh đều biết chơi cờ vua hoặc cờ tướng với 25 em biết chơi cờ vua và 17 em biết chơi cờ tướng. Chọn một học sinh bất kỳ trong lớp, xác suất để học sinh được chọn biết chơi cờ tướng, biết rằng học sinh đó biết chơi cờ vua bằng $\frac{14}{a}$ với $a \in \mathbb{N}$. Hãy tìm a.

KQ: | | | | |

Câu 8. Lớp 12A có 37 học sinh, trong đó có 15 học sinh thích môn Tin học, 20 học sinh thích môn Tiếng Anh, 10 học sinh không thích môn nào trong hai môn trên. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xác suất chọn được học sinh thích môn Tin học, biết học sinh đó thích môn Tiếng Anh, là bao nhiêu?

KQ: | | | | |

Câu 9. Tỉ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỉ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a+b$.

KQ: | | | | |

Câu 10. Trong một cộng đồng X có tỉ lệ mắc ung thư là 0,02. Biết rằng xác suất xét nghiệm dương tính là 0,95 nếu người đó mắc ung thư và 0,03 nếu người đó không mắc ung thư. Tính xác suất khi chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng X bị ung thư nếu người này cho kết quả xét nghiệm dương tính. (Kết quả tính biểu diễn dưới dạng phần trăm, làm tròn đến chữ số hàng chục sau dấu thập phân)

KQ: | | | | |

Câu 11. Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng 2 có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? KQ: | | | | |

Câu 12. Tỉ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 13. Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\frac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh? KQ: | | | | |

Câu 14. Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là 0,8. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng 2 là 0,7. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (Làm tròn tới hàng phần trăm) KQ: | | | | |

Câu 15. Trong danh sách đạt giải môn toán cấp thành phố của thành phố Hà Nội có 30% là học sinh nữ và 24% học sinh đạt giải là học sinh nữ lớp 12. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong danh sách. Biết học sinh đó là nữ, tính xác suất để học sinh đó không phải lớp 12. KQ: | | | | |

Câu 16. Một thư viện có 35% tổng số sách là sách khoa học, 14% tổng số sách là sách khoa học tự nhiên. Chọn ngẫu nhiên một quyển sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách khoa học tự nhiên, biết rằng đó là quyển sách về khoa học. KQ: | | | | |

Câu 17. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8 000, trong số đó có 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1 200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6 800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Câu 18. Trường Bình Phúc có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 19. Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên. KQ: | | | | |

Câu 20. Trong một đợt kiểm tra sức khỏe, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiêu 1 người trong đợt kiểm tra sức khỏe đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)? KQ: | | | | |

Câu 21. Thực hiện khảo sát tại một địa phương mà số trẻ em nam gấp 1,5 lần số trẻ em nữ, có 8% số trẻ em nam bị hen phế quản, 5% số trẻ em nữ bị hen phế quản. Chọn ngẫu nhiên 1 trẻ em. Giả sử trẻ em được chọn bị hen phế quản. Xác suất chọn được trẻ em nam là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?
KQ: | | | | |

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành tài"

12

TRƯỜNG THPT LƯƠNG THẾ VINH

Chương 10

CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN



A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1 Cấp số cộng

a) **Định nghĩa**

- Dãy số (u_n) là cấp số cộng nếu $u_n = u_{n-1} + d$ với $n \geq 2$, d là số không đổi.
- Số d gọi là công sai của cấp số cộng, $d = u_n - u_n - 1$ với $n \geq 2$.
- Nếu $d = 0$ thì cấp số cộng là một dãy số không đổi.

b) **Số hạng tổng quát**

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d, ta có

$$u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 2.$$

c) **Tổng n số hạng đầu**

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$, ta có

$$S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2} \text{ hoặc } S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}.$$

2 Cấp số nhân

a) **Định nghĩa**

- Dãy số (u_n) là cấp số nhân nếu $u_n = u_{n-1} \cdot q$ với $n \geq 2$, q là số không đổi.
- Số q gọi là công bội của cấp số nhân. Nếu $u_n \neq 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ thì $q = \dfrac{u_n}{u_{n-1}}$ với $n \geq 2$.
- Nếu $q = 1$ thì cấp số nhân là một dãy số không đổi.

b) **Số hạng tổng quát**

Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q, ta có

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \text{ với } n \geq 2.$$

c) **Tổng n số hạng đầu**

Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q\,(q \neq 0)$.
Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$, ta có

$$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}.$$

B. VÍ DỤ MINH HỌA

1 Cấp số cộng

VIỆT STAR – Cùng học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

VÍ DỤ 1

Bốn số x, -2, y, 6 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính $x+y$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2-u_3+u_5=7 \\ u_1+u_6=12. \end{cases}$

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=-3$, công sai $d=5$. Số 492 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Cho cấp số cộng (u_n), gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7=77$ và $S_{12}=192$. Khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số hạng $u_1=5$.		

Chỉ trong gạo từ độc. Người chuyên sẽ thành nhân."

b) Tổng $u_1 + u_3 = 14$.		
c) Công sai của cấp số cộng bằng 3.		
d) Số hạng $u_{11} = 25$.		

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Thực hiện các yêu cầu sau

a) Tính tổng của 100 số nguyên dương đầu tiên.

b) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 + u_6 = 20$. Tính tổng 9 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

c) Cho cấp số cộng (v_n) có $S_3 = -3$ và $S_5 = -15$. Tính S_{50}.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 + u_{29} = 40$. Giá trị của $S_{30} = u_1 + u_2 + \ldots + u_{30}$ là

Lời giải.

VÍ DỤ 7

Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của cấp số cộng là $S_n = 253$. Tìm n.

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = -4n^2 + 17n$ với mọi $n \geq 1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là 13.		
b) Công sai của cấp số cộng là $d = 5$.		

c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = -8n + 15$.		
d) Tổng $S = u_{10} + u_{12} + \cdots + u_{98} + u_{100}$ có giá trị là -19274.		

Lời giải.

VÍ DỤ 9

Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_3 + u_{28} = 100$. Tổng của 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng bao nhiêu?

Lời giải.

VÍ DỤ 10

Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 20 ghế, hàng thứ hai có 21 ghế, hàng thứ ba có 22 ghế, ... Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 70 800 000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá.

Lời giải.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Đại học STAR – Đại học tâm – Nâng tầm sự nghiệp

VÍ DỤ 11

Anh Nam được nhận vào làm việc ở một công ty về công nghệ với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Công ty sẽ tăng thêm lương cho anh Nam mỗi năm là 20 triệu đồng. Tính số tiền lương mà anh Nam nhận được ở năm thứ 10.

Lời giải.

VÍ DỤ 12

Trong sân vận động của câu lạc bộ quận Tân Phú, có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, Tính số ghế của sân vận động đó.

Lời giải.

2 Cấp số nhân

VÍ DỤ 1

Trong các dãy số hữu hạn sau, dãy số nào là cấp số nhân? Vì sao?

a) $125; 25; 5; 1; \frac{1}{5}$.

b) $2; -6; 18; 54$.

Lời giải.

VÍ DỤ 2

Xác định công bội, số hạng thứ 5, số hạng tổng quát và số hạng thứ 100 của mỗi cấp số nhân sau

a) $1, 4, 16, \ldots$;

b) $2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \ldots$.

Lời giải.

VÍ DỤ 3

Tìm công thức tổng quát của cấp số nhân (u_n), biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 72 \\ u_5 - u_3 = 144. \end{cases}$

Lời giải.

VÍ DỤ 4

Tính tổng n số hạng đầu của mỗi cấp số nhân sau

a) $3; -6; 12; -24; \ldots$ với $n = 12$.

b) $\frac{1}{10}; \frac{1}{100}; \frac{1}{1000}; \ldots$ với $n = 5$.

Lời giải.

VÍ DỤ 5

Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tính tổng các số hạng của cấp số nhân đó.

Lời giải.

VÍ DỤ 6

Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là 1 %/năm. Gọi u_n là số dân của tỉnh đó sau n năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi.

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau n năm kể từ năm 2020.

b) Tính số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020.

Lời giải.

"Hãy chuyên cần đi sẽ thành nhân. Trong đó từ nước độ"

VÍ DỤ 7

Giả sử anh Tuấn kí hợp đồng lao động trong 10 năm với điều khoản về tiền lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Tuấn là 60 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Tuấn được tăng lên 8%. Tính tổng số tiền lương anh Tuấn lĩnh được trong 10 năm đi làm (đơn vị: triệu đồng, làm tròn đến hàng phần nghìn).

Lời giải.

VÍ DỤ 8

Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi với giá 3 tỉ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng.

Lời giải.

C. CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1 Cấp số cộng

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** là cấp số cộng?

A $-1, -2, -3, -4, \ldots$. B $1, 2, 3, 4, \ldots$. C $1, 1, 1, 1, \ldots$. D $2, 4, 8, 16, \ldots$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có 5 số hạng đầu là $-5, -2, 1, 4, 7$. Tìm công sai.

A 3. B -2. C 2. D -3.

Câu 3. Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A $u_n = 5^n$. B $u_n = 2 - 5n$. C $u_n = 5^n - 2$. D $u_n = 5 + n^2$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 + u_7 = 19$. Giá trị của $u_2 + u_{10}$ là

A 38. B 29. C 12. D 19.

Câu 5. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** là cấp số cộng?

A $2; 0; -2; -4; -5$. B $\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}$. C $\sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{2}; \sqrt{2}$. D $-7; -4; -1; 2; 5$.

Câu 6. Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A $u_n = 3 \cdot 2^n$. B $u_n = 3 - 2n$. C $u_n = 2^n + 3$. D $u_n = 2 + n^3$.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = -2$; $u_7 = 18$. Số hạng u_{11} bằng

A 38. B 20. C 43. D 33.

Câu 8. Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_4 + u_{16} = 48$. Số hạng u_{10} bằng

A 28. B 24. C 96. D 72.

Câu 9. Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$. Số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó là

A $u_1 = -3, d = 1$. B $u_1 = 3, d = 1$. C $u_1 = 4, d = 3$. D $u_1 = -4, d = 3$.

Câu 10. Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3}$, công sai $d = -1$. Tổng n số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng -425. Giá trị của n bằng

A 30. B 60. C 45. D 15.

Câu 11. Cho (u_n) là cấp số cộng có $u_2 + u_9 = 15$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng

A 150. B 75. C 120. D 90.

Câu 12. Cho (u_n) là cấp số cộng. Gọi S_n là tổng n số hạng đầu của cấp số đó. Biết $S_{10} = 365$, $S_{15} = 435$. Công thức của số hạng tổng quát u_n là

A $u_n = 50 - 3n$. B $u_n = 53 + 3n$. C $u_n = 50 + 3n$. D $u_n = 53 - 3n$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) xác định bởi $u_4 = 25$ và $u_8 = 57$. Xác định số hạng tổng quát của cấp số cộng đó.

A $u_n = 8n - 7$. B $u_n = n - 5$. C $u_n = 2n + 7$. D $u_n = 8n - 8$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_3 + u_4 + u_5 = -3 \\ 3u_5 - 2u_7 = 5 \end{cases}$. Tìm u_3.

A $u_3 = 5$. B $u_3 = 3$. C $u_3 = 1$. D $u_3 = -2$.

Câu 15. Một cấp số cộng có $u_3 = 17$ và công sai $d = 5$. Số 2017 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số đó?

A 401. B 402. C 403. D 404.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Câu 16. Số đo các góc của một tứ giác lồi lập thành một cấp số cộng và góc lớn nhất gấp 5 lần góc nhỏ nhất. Tính số đo của góc nhỏ nhất.

A $25°$. **B** $30°$. **C** $45°$. **D** $35°$.

Câu 17. Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng biết tổng của chúng bằng -9 và tổng các bình phương của chúng bằng 29.

A $-4;-3;-2$. **B** $1;2;3$. **C** $-3;-2;-1$. **D** $-2;-1;0$.

Câu 18. Dãy số (u_n) là cấp số cộng, công sai d. Tổng $S_{100}=u_1+u_2+\cdots+u_{100}$, $u_1\neq 0$ là

A $S_{100}=50u_{100}$. **B** $S_{100}=50\,(u_1+u_{100})$. **C** $S_{100}=100\,(u_1+u_{100})$. **D** $S_{100}=2u_1+99d$.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_3=6, u_8=16$. Tìm công sai d và tổng 10 số hạng đầu tiên của dãy.

A $d=2;S_{10}=110$. **B** $d=1;S_{10}=80$. **C** $d=2;S_{10}=120$. **D** $d=2;S_{10}=100$.

Câu 20. Cho cấp số cộng có $u_1=0$ và công sai $d=3$. Tổng của 26 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó bằng bao nhiêu?

A 975. **B** 775. **C** 875. **D** 675.

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_9=12$ và tổng 9 số hạng đầu tiên là $S_9=504$. Khi đó u_1 bằng

A 55. **B** 124. **C** 50. **D** 100.

Câu 22. Cho dãy (a_n) là một cấp số cộng, biết $a_3+a_8+a_{10}+a_{16}+a_{18}+a_{23}=126$. Tính tổng của 25 số hạng đầu tiên của dãy (a_n).

A 315. **B** 550. **C** 552. **D** 525.

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) thoả mãn $u_2+u_5=42$ và $u_3+u_{10}=66$. Tổng của 346 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là

A 242000. **B** 240643. **C** 243238. **D** 242546.

Câu 24. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-15$, công sai $d=\dfrac{1}{3}$ và tổng của n số hạng đầu tiên bằng 0. Tìm n.

A $n=0$. **B** $\left[\begin{array}{l} n=0 \\ n=91 \end{array}\right.$. **C** $n=91$. **D** $n=41$.

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) xác định bởi $u_n=5n-2$. Biết tổng của n số hạng đầu tiên bằng 2576, tìm n.

A $n=31$. **B** $n=32$. **C** $n=33$. **D** $n=34$.

Câu 26. Biết dãy số $2, 7, 12, \ldots, x$ là một cấp số cộng và tổng tất cả các phần tử của cấp số cộng này bằng 245. Tìm x.

A $x=47$. **B** 90. **C** 52. **D** 42.

Câu 27. Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế. Các dãy sau, mỗi dãy nhiều hơn dãy ngay trước nó 4 ghế. Hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

A 1740. **B** 2250. **C** 4380. **D** 2190.

Câu 28. Ngày thứ nhất cửa hàng bán được 2 cốc nước mía, ngày sau bán nhiều hơn ngày hôm trước đó 1 cốc. Hỏi ngày thứ 10 cửa hàng sẽ bán được bao nhiêu cốc nước mía?

A 5. **B** 7. **C** 9. **D** 11.

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – Đồng hành cùng sự nghiệp học tập của bạn

Câu 29. An đi hết một quãng đường dài 54 km trong bao lâu, biết giờ đầu tiên An đi được 15 km và mỗi giờ sau An đi kém hơn giờ trước 1 km?

A 27. B 4. C 3. D 15.

Câu 30. Một đội công nhân trồng cây xanh từ kilomet số 6 đến kilomet số 8. Cứ 20 m trồng một cây. Hỏi có bao nhiêu cây được trồng?

A 100. B 200. C 250. D 101.

Câu 31. Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

A 81. B 82. C 80. D 79.

Câu 32. Ông Sơn trồng cây trên một mảnh đất hình tam giác theo quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, ở hàng thứ hai có 2 cây, ở hàng thứ ba có 3 cây, ..., ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng ông đã trồng hết 11325 cây. Hỏi số hàng cây được trồng theo cách trên là bao nhiêu?

A 148. B 150. C 152. D 154.

Câu 33. Khi ký hợp đồng dài hạn 10 năm với các công nhân tuyển dụng, công ty X, đề xuất phương án trả lương như sau: Người lao động sẽ nhận 7 triệu ở quý đầu tiên (một quý là ba tháng), và kể từ quí làm việc thứ hai mức lương sẽ tăng 500000 đồng mỗi quý. Như vậy sau 10 năm làm việc, hết hạn hợp đồng, tổng số tiền lương người lao động đã nhận được là bao nhiêu?

A 137,5 triệu. B 670 triệu. C 570 triệu. D 610 triệu.

2 Cấp số nhân

Câu 1. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$, $u_2 = 4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A 21. B -4. C 4. D $2\sqrt{2}$.

Câu 2. Dãy số nào trong các dãy số sau là cấp số nhân?

A 2; 4; 8; 16; 32; 63. B 1; -2; 4; -8; 16; -32. C 1; 3; 9; 27; 54; 162. D 4; 2; 1; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{16}$.

Câu 3. Cho dãy số -1; $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{9}$; $\frac{1}{27}$; $-\frac{1}{81}$;... Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A Dãy số là cấp số nhân với $u_1 = -1$, $q = -\frac{1}{3}$.

B Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = \frac{(-1)^2}{3^{n-1}}$.

C Dãy số không phải là cấp số nhân.

D Dãy số là dãy số không tăng không giảm..

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q > 1$ với $u_2 = -3$ và $u_1 + u_2 + u_3 = -13$. Số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó là

A $u_1 = 1, q = 3$. B $u_1 = -1, = -3$. C $u_1 = -1, q = 3$. D $u_1 = 1, q = -3$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A (u_n) không phải là cấp số nhân.

B (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần sẽ thành nhân."

C (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = \dfrac{3}{4}$ và công bội $q = \dfrac{1}{2}$.

D (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = \dfrac{3}{2}$ và công bội $q = \dfrac{1}{2}$.

Câu 6. Trong các dãy số (u_n) với số hạng tổng quát sau, dãy số nào là cấp số nhân?

A $u_n = \dfrac{1}{5^n} - 1$. **B** $u_n = \dfrac{1}{5}n - 1$. **C** $u_n = \dfrac{1}{5^{n-1}}$. **D** $u_n = \dfrac{1}{5n-1}$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, công bội $q = -\dfrac{1}{10}$. Số $-\dfrac{1}{10^{2024}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân?

A Số hạng thứ 2024. **B** Số hạng thứ 2025. **C** Số hạng thứ 2023. **D** Số hạng thứ 2026.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \dfrac{1}{3}$; $u_4 = -9$. Công bội q của cấp số nhân là

A $\dfrac{1}{3}$. **B** $-\dfrac{1}{3}$. **C** -3. **D** 3.

Câu 9. Cho dãy số (u_n) biết $u_1 = 2$ và $u_n = \dfrac{1}{2} \cdot u_{n-1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Số hạng tổng quát của dãy số là

A $u_n = \dfrac{1}{2^{n-2}}$. **B** $u_n = \dfrac{1}{2^{n-1}}$. **C** $u_n = \dfrac{1}{2^n}$. **D** $u_n = \dfrac{1}{2^{n+1}}$.

Câu 10. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 \cdot u_5 = -243$. Tích $u_3 \cdot u_4$ bằng

A -243. **B** 81. **C** 243. **D** -81.

Câu 11. Cho (u_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = -3$ công bội $q = -2$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân đó là

A 1023. **B** -1025. **C** 1025. **D** -1023.

Câu 12. Cho bốn góc của một tứ giác tạo thành bởi cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc nhỏ nhất bằng

A $243°$. **B** $252°$. **C** $102°$. **D** $168°$.

Câu 13. Cho cấp số nhân có $u_1 = 4$ và $q = 2$. Công thức tổng quát của cấp số nhân đã cho là

A $u_n = 4 \cdot 2^n$. **B** $u_n = 2^{n+1}$. **C** $u_n = 2^{n-1}$. **D** $u_n = 2 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102. \end{cases}$ Tìm số hạng tổng quát của cấp số nhân trên.

A $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$. **B** $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$. **C** $u_n = 3 \cdot 2^n$. **D** $u_n = 2 \cdot 3^n$.

Câu 15. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số các giá trị của n để $u_n \leq 21529$.

A 208. **B** 209. **C** 210. **D** 211.

Câu 16. Dãy số (u_n) là cấp số nhân có 10 số hạng. Biết số hạng đầu $u_1 = 7$ và công bội $q = -3$. Tính số hạng cuối của cấp số nhân.

A $u_{10} = -19683$. **B** $u_{10} = 137781$. **C** $u_{10} = -137781$. **D** $u_{10} = 59049$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$, $q = -\dfrac{1}{10}$. Hỏi số $\dfrac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số nhân?

A Số hạng thứ 101. **B** Số hạng thứ 102. **C** Số hạng thứ 103. **D** Số hạng thứ 104.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n).

A -1023. **B** 1023. **C** 513. **D** -513.

Câu 19. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A $S_{1000} = \dfrac{3^{1000} - 1}{2}$. **B** $S_{1000} = \dfrac{1 - 3^{1000}}{6}$. **C** $S_{1000} = \dfrac{3^{1000} - 1}{6}$. **D** $S_{1000} = \dfrac{1 - 3^{1000}}{4}$.

Câu 20. Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366.

A 19674. **B** 59040. **C** 177138. **D** 6552.

Câu 21. Dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n \end{cases}$ với $n \geq 1$. Tính tổng $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{10}$.

A $S = \dfrac{1023}{2048}$. **B** $S = \dfrac{5}{2}$. **C** $\dfrac{1023}{512}$. **D** $S = 2$.

Câu 22. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -6$ và $q = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng 2046. Tìm n.

A $n = 9$. **B** $n = 12$. **C** $n = 11$. **D** $n = 10$.

Câu 23. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện của mặt trên tầng ngay bên dưới và diện tích tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Biết đế tháp có diện tích là 12288 m^2. Tính diện tích mặt trên cùng.

A 12 m^2. **B** 6 m^2. **C** 10 m^2. **D** 8 m^2.

Câu 24. Một du khách vào chuồng đua ngựa đặt cược, lần đầu tiên đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thua lần 9 liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách đó thắng hay thua bao nhiêu tiền?

A Thắng 20000 đồng. **B** Thua 40000 đồng. **C** Hòa vốn. **D** Thua 20000 đồng.

Câu 25. Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất 7,5 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền đã gửi, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

A 12 năm. **B** 11 năm. **C** 10 năm. **D** 9 năm.

Câu 26. Từ độ cao 55,8 (mét) của tháp nghiên Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất bóng lại nảy lên độ cao bằng $\dfrac{1}{10}$ độ cao mà bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình (mét) của bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A $(69; 72)$. **B** $(60; 63)$. **C** $(67; 69)$. **D** $(64; 66)$.

Tiền văn không trong đầu nước cực, Người đời chuyên cần sẽ thành nhàn

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

1 Cấp số cộng

Câu 1. Cho cấp số cộng -2; x; 6; y. Khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $x = 2$.		
b) $y = 8$.		
c) $P = y - x = 6$.		
d) $P = x^2 + y^2 = 104$.		

Câu 2. Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu được tính bởi công thức $S_n = n^2 - \dfrac{3}{2}n$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Ta có $S_1 = -\dfrac{1}{2}; S_2 = 1$.		
b) Số hạng thứ hai của dãy số là $u_2 = 1$.		
c) Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = -\dfrac{5}{2} + 2n$.		
d) Dãy số (u_n) là một cấp số cộng có công sai là 2.		

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) biết $\begin{cases} u_3 + u_7 = 22 \\ u_9 - u_2 = 28 \end{cases}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Cấp số cộng có số hạng đầu bằng -5.		
b) Cấp số cộng có công sai $d = -4$.		
c) Số hạng $u_5 = 11$.		
d) Số 391 là số hạng thứ 100 của cấp số cộng.		

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n), biết rằng $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150, khi đó

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Công sai của cấp số cộng bằng 6.		
b) Số hạng $u_{85} = 341$.		
c) Số hạng $u_{10} = 42$.		
d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 14705$.		

Câu 5. Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = -4n^2 + 17n$ với mọi $n \geq 1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số hạng đầu của cấp số cộng là 13.		
b) Công sai của cấp số cộng là $d = 5$.		
c) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = -8n + 15$.		

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Nâng tầm sự nghiệp

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Tổng $S = u_{10} + u_{12} + \cdots + u_{98} + u_{100}$ có giá trị là -19274.		

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$ (trong đó S_n, S_{2n} theo thứ tự là tổng của n và $2n$ số hạng đầu của cấp số cộng).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2.		
b) Công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 3.		
c) Số hạng $u_{15} = 58$.		
d) Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng bằng 350.		

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n), biết rằng $u_1 = -3$, $u_6 = 27$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Công sai của cấp số cộng bằng 7.		
b) Số hạng $u_{85} = 501$.		
c) Số hạng $u_{10} = 52$.		
d) Tổng của 85 số hạng đầu $S_{85} = 21165$.		

Câu 8. Cho cấp số cộng (u_n), gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số hạng $u_1 = 5$.		
b) Tổng $u_1 + u_3 = 14$.		
c) Công sai của cấp số cộng bằng 3.		
d) Số hạng $u_{11} = 25$.		

Câu 9. Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ 3 trồng 3 cây, ..., hàng thứ n có n cây, ... cứ như thế cho đến khi trồng hết số cây đó.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu là 1.		
b) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng có công sai là 2.		
c) Hàng cây thứ 20 trồng được 40 cây.		
d) Số hàng cây trồng được là 80.		

Câu 10. Giá của một chiếc ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc ô tô giảm 50 triệu đồng. Gọi u_n (triệu đồng) là giá của chiếc ô tô trong năm thứ n sử dụng.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $u_2 = 630$.		
b) Dãy số (u_n) là cấp số cộng công sai $d = 50$.		
c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 500 triệu đồng.		

"Sẽ không có thành công nếu bạn không chuyên cần, người chuyên cần sẽ thành công."

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Sau ít nhất 8 năm sử dụng thì giá của chiếc ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.		

Câu 11. Khi ký kết hợp đồng với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:
Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.
Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là $u_1 = 120$, công sai $d = 18$.		
b) Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.		
c) Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.		
d) Nếu ký hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.		

2 Cấp số nhân

Câu 1. Cho cấp số nhân có $u_2 = \dfrac{1}{4}$; $u_5 = 16$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Công bội $q = 4$.		
b) $u_1 = \dfrac{1}{8}$.		
c) $u_n = \dfrac{1}{64} \cdot 4^{n-1}$.		
d) $u_4 = 4$.		

Câu 2. Một cấp số nhân có số hạng thứ 6 bằng 96 và số hạng thứ 3 bằng 12.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $u_1 = 3$.		
b) $q = -2$.		
c) Số hạng tổng quát cấp số nhân là $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$, với $n \geq 2$.		
d) Số hạng thứ 50 của cấp số nhân này là $u_{50} = 2 \cdot 3^{49}$.		

Câu 3. Biết rằng giữa các số 160 và 5, thì còn 4 số nữa để tạo thành một cấp số nhân, biết rằng dãy số này là dãy tăng.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $q = 2$.		
b) $u_1 = 160$.		

Phát biểu	Đúng	Sai
c) $u_4 = 40$.		
d) $u_n = 5 \cdot 2^{n-1}$.		

Câu 4. Cho dãy số (u_n) có tổng n số hạng đầu được tính bởi công thức $S_n = \dfrac{1-3^n}{2 \cdot 3^{n-2}}$ với $n \in \mathbb{N}^*$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Số hạng thứ nhất của dãy là $u_1 = -3$.		
b) Số hạng thứ hai của dãy là $u_2 = -4$.		
c) Số hạng tổng quát của dãy số là $u_n = \dfrac{1}{3^{n-2}}$.		
d) Dãy số (u_n) là một cấp số nhân có công bội là $-\dfrac{1}{3}$.		

Câu 5. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có $u_1 = 3$, $u_3 = 12$ và công bội của cấp số nhân đó là số âm.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Công bội của cấp số cộng đó là $q = -2$.		
b) Số hạng thứ 25 của cấp số nhân đó bằng $-3 \cdot 2^{24}$.		
c) Tổng 101 số hạng đầu của cấp số nhân đó bằng $1 - 2^{101}$.		
d) $u_{55} = \sqrt{u_{54} \cdot u_{56}}$.		

Câu 6. Giả sử một người đi làm được lĩnh lương khởi điểm là 2.000.000 đồng/tháng. Cứ 3 năm người ấy lại được tăng lương một lần với mức tăng bằng 7% của tháng trước đó.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Trong 3 năm đầu tiên, người ấy nhận được tổng số tiền lương là 72 triệu đồng.		
b) Gọi một kỳ lương là thời gian 3 năm người ấy nhận được tiền lương như nhau hàng tháng. Số tiền ở kỳ lương sau tăng so với kỳ lương trước theo một cấp số cộng với công sai là 7.		
c) 36 năm làm việc tương ứng với 13 kỳ lương.		
d) Sau 36 năm làm việc thì người ấy nhận được tổng số tiền lương là 1287,968492 (triệu đồng).		

Câu 7. Một gia đình lập kế hoạch tiết kiệm như sau: Họ lập một sổ tiết kiệm tại một ngân hàng và cứ đầu mỗi tháng họ gửi vào sổ tiết kiệm đó 15 triệu đồng. Giả sử lãi suất tiền gửi không đổi là 0,6 %/tháng và tiền gửi được tính lãi theo hình thức lãi kép. Gọi S_0 triệu đồng là số tiền gia đình đó định kỳ gửi tiết kiệm vào đầu hằng tháng, r là lãi suất tiền gửi hằng tháng.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $S_0 = 15$ triệu đồng, $r = 0{,}6$.		
b) Gọi S_i, $i = \overline{1,n}$ là số tiền trong sổ tiết kiệm cuối tháng thứ i. Ta có $S_1 = S_0 + S_0 \cdot r = S_0(1+r)$.		
c) $S_n = S_0(1+r)^n \cdot \dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$.		
d) Sau 3 năm thì gia đình tiết kiệm được số tiền là 604358538,2 đồng.		

"Sen vàng nhỏ bước đạo, Nguyễn chuyên cần để "thành nhân."

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

1 Cấp số cộng

Câu 1. Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiết theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

KQ: | | | | |

Câu 2. Một cấp số cộng có số hạng thứ 5 bằng 18 và số hạng thứ 12 bằng 32. Tìm số hạng thứ 50 của cấp số cộng này.

KQ: | | | | |

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = -15, u_4 = 18$. Tính tổng S_{20} của 20 số hạng đầu tiên.

KQ: | | | | |

Câu 4. Một người trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: "Hàng thứ nhất có một cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây, ...". Hỏi có bao nhiêu hàng cây được trồng như thế?

KQ: | | | | |

Câu 5. Một kiến trúc sư thiết kế một hội trường với 15 ghế ngồi ở hàng thứ nhất, 18 ghế ngồi ở hàng thứ hai, 21 ghế ngồi ở hàng thứ ba, và cứ như vậy (số ghế ở hàng sau nhiều hơn 3 ghế so với số ghế ở hàng liền trước nó). Nếu muốn hội trường đó có sức chứa ít nhất 870 ghế ngồi thì kiến trúc sư đó phải thiết kế tối thiểu bao nhiêu hàng ghế?

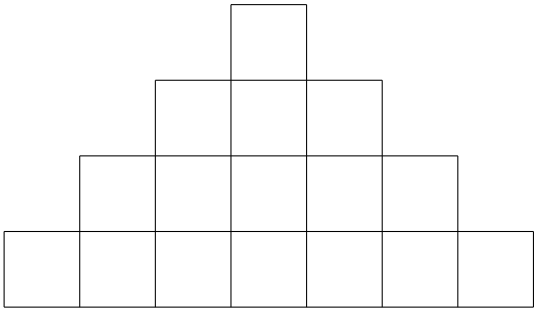
KQ: | | | | |

Câu 6. Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá từ mét khoan đầu tiên là 100000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá mỗi mét tăng thêm 30000 đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người muốn kí hợp đồng với cơ sở khoan giếng này để khoan giếng sâu 20 mét lấy nước dùng cho sinh hoạt gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền là bao nhiêu nghìn đồng?

KQ: | | | | |

Câu 7.

Trong hội chợ tết Giáp Thìn 2024, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5,... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



KQ: | | | | |

Câu 8. Một chiếc đồng hồ đánh chuông, kể từ thời điểm 0 giờ thì sau mỗi giờ số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi từ 0 giờ đến 12 giờ trưa đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?

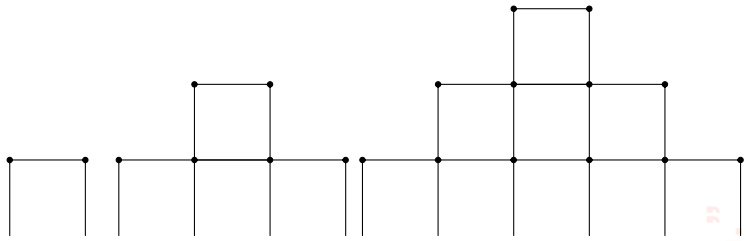
KQ: | | | | |

Câu 9. Một công ty thực hiện việc trả lương cho các kỹ sư theo phương thức như sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ty là 15 triệu đồng/quý và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 1,5 triệu đồng trên mỗi quý. Tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau ba năm làm việc cho công ty là bao nhiêu triệu?

KQ: | | | | |

Câu 10.

Bạn An chơi trò chơi xếp que diêm thành tháp theo quy tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần đúng bao nhiêu que diêm?



KQ: | | | | |

Câu 11. Chu vi một đa giác là 158 cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3$ cm. Biết cạnh lớn nhất là 44 cm. Số cạnh của đa giác đó là bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 12. Một chuyên viên khi bắt đầu đi làm được hưởng lương bậc 1, hệ số 2,34. Cứ sau 36 tháng thì được tăng hệ số lương thêm 0,33. Tiền lương một tháng được tính bằng tiền lương cơ sở 1,3 triệu đồng nhân với hệ số lương. Tính tổng tiền lương mà chuyên viên đó được hưởng trong thời gian làm việc liên tục 30 năm. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị và đơn vị tính là triệu đồng. KQ: | | | | |

Câu 13. Một tòa nhà hình tháp có 30 tầng và tổng cộng có 1890 phòng, càng lên cao thì số phòng càng giảm, biết rằng cứ 2 tầng liên tiếp thì hơn kém nhau 4 phòng. Quy ước rằng tầng trệt là tầng số 1, tiếp theo là tầng số 2, 3,... Hỏi tầng số 10 có bao nhiêu phòng? KQ: | | | | |

Câu 14. Khi kí kết hợp đồng với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:
Phương án 1: Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu đồng.
Phương án 2: Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu đồng. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu đồng.
Tìm n (với $n \in \mathbb{N}^*$) để từ năm thứ n trở đi thì tổng số tiền lương nhận được trong n năm đi làm ở phương án thứ hai nhiều hơn ở phương án thứ nhất? KQ: | | | | |

Câu 15. Một nhà thi đấu có 20 hàng ghế dành cho khán giả. Hàng thứ nhất có 30 ghế, hàng thứ hai có 31 ghế, hàng thứ ba có 32 ghế,... Cứ như thế, số ghế ở hàng sau nhiều hơn số ghế ở hàng ngay trước là 1 ghế. Trong một giải thi đấu, ban tổ chức đã bán được hết số vé phát ra và số tiền thu được từ bán vé là 63200000 đồng. Tính giá tiền của mỗi vé (đơn vị: nghìn đồng), biết số vé bán ra bằng số ghế dành cho khán giả của nhà thi đấu và các vé là đồng giá. KQ: | | | | |

Câu 16. Cho tập hợp A gồm 99 số tự nhiên liên tiếp khác nhau $A = \{1; 2; 3; \ldots; 99\}$. Tìm số cách chọn ba số khác nhau từ tập hợp A để ba số đó lập thành cấp số cộng. KQ: | | | | |

Câu 17. Anh Minh kí hợp đồng lao động có thời hạn ở một công ty với phương án trả lương như sau: Quý thứ nhất, tiền lương là 27 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 2,1 triệu. Tổng số tiền lương anh nhận được trong các năm đã đi làm là 684 triệu đồng. Hỏi anh Minh đã làm ở công ty đó bao nhiêu năm? KQ: | | | | |

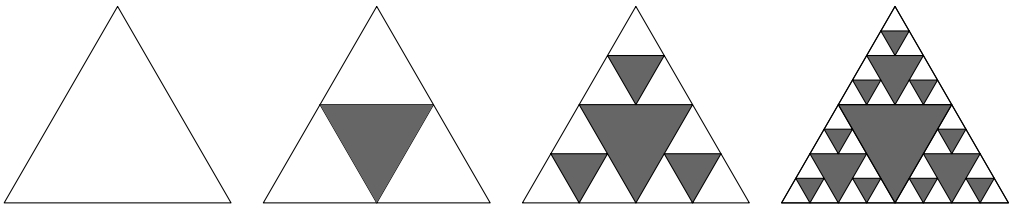
2 Cấp số nhân

Câu 1. Một quả bóng được thả thẳng đứng từ độ cao 10m rơi xuống đất và nảy lên. Giả sử sau mỗi một lần rơi xuống, nó nảy lên được một độ cao bằng 75% độ cao vừa rơi xuống. Tính tổng quãng đường quả bóng di chuyển được kể từ lúc thả xuống đến khi quả bóng chạm đất lần thứ 10 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của mét). KQ: | | | | |

Câu 2. Một tam giác đều có cạnh bằng 4 cm. Chia tam giác đều đó thành 4 tam giác đều bằng nhau và tô màu tam giác ở trung tâm. Với mỗi tam giác nhỏ chưa được tô màu, lại chia thành 4 tam giác đều bằng

Tài liệu được chia sẻ từ Ngọc Huyền LB "Tài liệu chỉ có giá trị tham khảo, không thể thay thế giáo viên. Không sao chép dưới mọi hình thức."

nhau và tô màu tam giác ở trung tâm (Hình 1). Cứ như thế, quá trình trên được lặp lại. Tính tổng diện tích phần đã được tô màu ở hình tô thứ 5 (đơn vị: cm^2, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

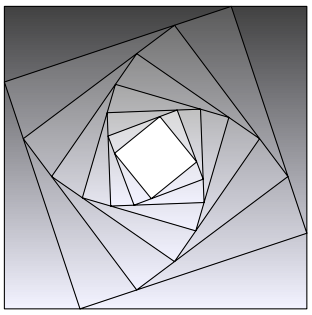


Hình 1

KQ: | | | | |

Câu 3.

Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 4cm. Người ta chia mỗi cạnh hình vuông C_1 thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông C_2. Từ hình vuông C_2 lại làm tiếp tục như trên để có hình vuông C_3. Cứ tiếp tục quá trình như trên, ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n, \ldots$ như Hình 2. Tính diện tích của hình vuông thứ 6 (đơn vị: cm^2, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Hình 2

KQ: | | | | |

Câu 4. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là 12 288 m^2). Tính diện tích mặt trên cùng.

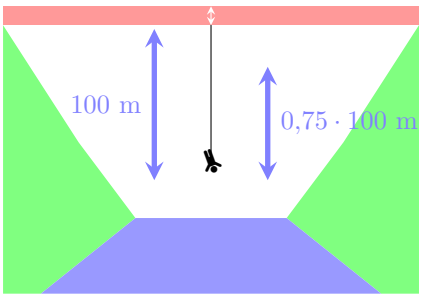
KQ: | | | | |

Câu 5. Cho tam giác ABC cân tại A. Biết rằng độ dài cạnh BC, trung tuyến AM và độ dài cạnh AB theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân có công bội q. Tìm công bội q của cấp số nhân đó (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: | | | | |

Câu 6.

Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên. Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống. (làm tròn đến hàng đơn vị)



KQ: | | | | |

Câu 7. Vào năm 2020, dân số của một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là 0,91%. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030. (làm tròn đến hàng đơn vị)

KQ: | | | | |

Câu 8. Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50 mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kề trước đó. Tính tổng lượng thuốc (tính bằng mg, làm tròn đến hàng phần chục) trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.

KQ: | | | | |

Sưu tầm và biên soạn – Nguyễn Hoàng Việt – Trung tâm luyện thi chất lượng cao

PHẦN II

ĐỀ THI

Ngày làm đề: ...../...../.....

TRUNG TÂM LT & BDVH VIỆT STAR

ThS: Nguyễn Hoàng Việt

(Đề thi gồm có 5 trang)

ĐỀ THI THỬ TN THPT

Năm học: 2025 - 2026 – Môn: Toán

Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... **Đề số 1**

Mục tiêu: ..... điểm ✔ **Kết quả:** ..... điểm ✔ **Kết luận:** 👍 👎

1 Câu trắc nghiệm 4 phương án

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

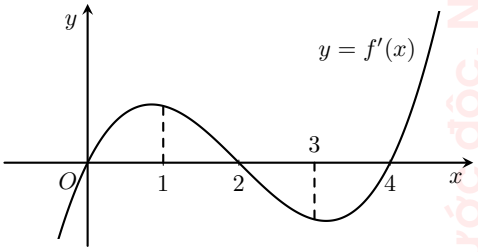
x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A $(-\infty;1)$. **B** $(3;+\infty)$. **C** $(-1;3)$. **D** $(-3;+\infty)$.

Câu 2.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.

B Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(2;4)$.

C Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

D Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=4$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A 1. **B** 2. **C** $\sqrt{2}$. **D** 5.

Câu 4. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-4}$ là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 5. Cho hàm số $y=F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên tập $\mathscr{K}$ và $a,b\in\mathscr{K}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **B** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$.

C $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$. **D** $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=F(b)\cdot F(a)$.

"Sen tăn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân"

Câu 6. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\dfrac{1}{x}$ là

A $2x^2+\ln|x|+C$. B $x^2+\ln|x|+C$. C $2x^2-\ln|x|+C$. D $x^2-\ln|x|+C$.

Câu 7. Một hộp chứa 10 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 10. Chọn ra ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ từ hộp. Xác suất để chọn được tấm thẻ ghi số 10, biết rằng tổng các số ghi trên 2 tấm thẻ đó lớn hơn 17 là

A $\dfrac{5}{6}$. B 1. C $\dfrac{2}{3}$. D $\dfrac{3}{5}$.

Câu 8. Chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12B được ghi lại ở bảng sau

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	2	5	8	5

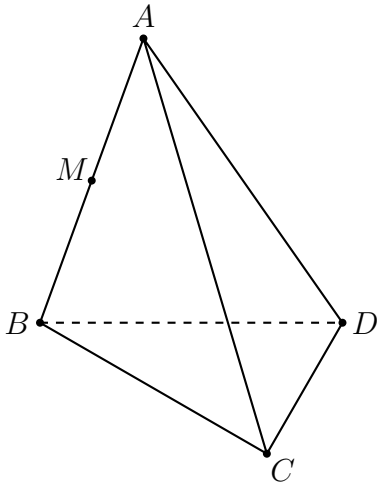
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A 5. B 6. C 7. D 8.

Câu 9.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB (hình bên). Khi đó vectơ $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$ bằng

A $\overrightarrow{AB}$. B $\vec{0}$. C $\overrightarrow{BA}$. D $2\overrightarrow{MA}$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x-3y-4z+1=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A $(1;-3;4)$. B $(1;3;4)$. C $(-1;-3;4)$. D $(1;-3;-4)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình mặt cầu (S) là

A $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$. B $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=2$.

C $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. D $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y+z=0$. Mặt phẳng (Q) qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

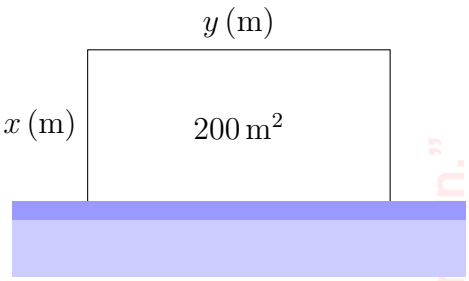
A $x+2y+z-1=0$. B $x+2y+z+4=0$. C $x+2y+z-6=0$. D $x+2y+z-4=0$.

2 Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1.

Cần rào ba cạnh để cùng với bờ tường có sẵn tạo thành mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích $200\,\text{m}^2$ (Hình bên). Kí hiệu $x\,(\text{m})$, $y\,(\text{m})$ lần lượt là độ dài các cạnh của mảnh vườn vuông góc và song song với bờ tường, $L\,(\text{m})$ là tổng độ dài lưới thép cần để rào mảnh vườn. Biết rằng mỗi mét lưới thép dùng để rào mảnh vườn có đơn giá 250 nghìn đồng.



Bờ tường

Phát biểu	Đúng	Sai
a) y được tính theo x bằng công thức $y = \dfrac{200}{x}$.		
b) L được tính theo x bằng công thức $L = 2x + \dfrac{100}{x}$.		
c) L đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 10$ (m).		
d) Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là 2,5 triệu đồng.		

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \text{e}^x - 2x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $F'(2) = \text{e}^2 - 4$.		
b) $\displaystyle\int f(x)\,\text{d}x = \text{e}^x + x^2 + C$.		
c) $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x = \text{e}^2 - 4$.		
d) Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ bằng $\text{e}^2 - 5$.		

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;3)$, $B(3;-4;1)$ và $C(2;-5;1)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tọa độ của hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng Oxy là $(-1;2;0)$.		
b) $\overrightarrow{AB} = (2;-3;-1)$.		
c) Đường thẳng BC song song với mặt phẳng (Oxy).		
d) Gọi M là điểm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng. Khi đó $CM = \sqrt{15}$.		

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;7)$, $B(5;5;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x - y - z = 0$.

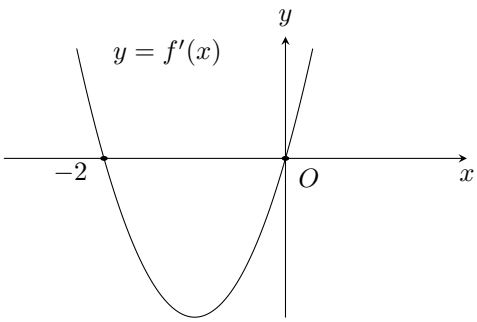
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn thẳng AB có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;-3)$.		
b) Phương trình đường thẳng giao tuyến d của hai mặt phẳng (P) và (Q) là $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$.		
c) Nếu điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $AM = MB$ thì $M \in d$.		

"Sen vẫn nở trong gió là nước độc, Người vẫn chuyên cần dù sẽ lìnhh."

Phát biểu	Đúng	Sai
d) Điểm $C(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $CA = CB = \sqrt{35}$. Nếu a là số nguyên thì $OC = 2\sqrt{2}$.		

3 Phần trắc nghiệm trả lời ngắn

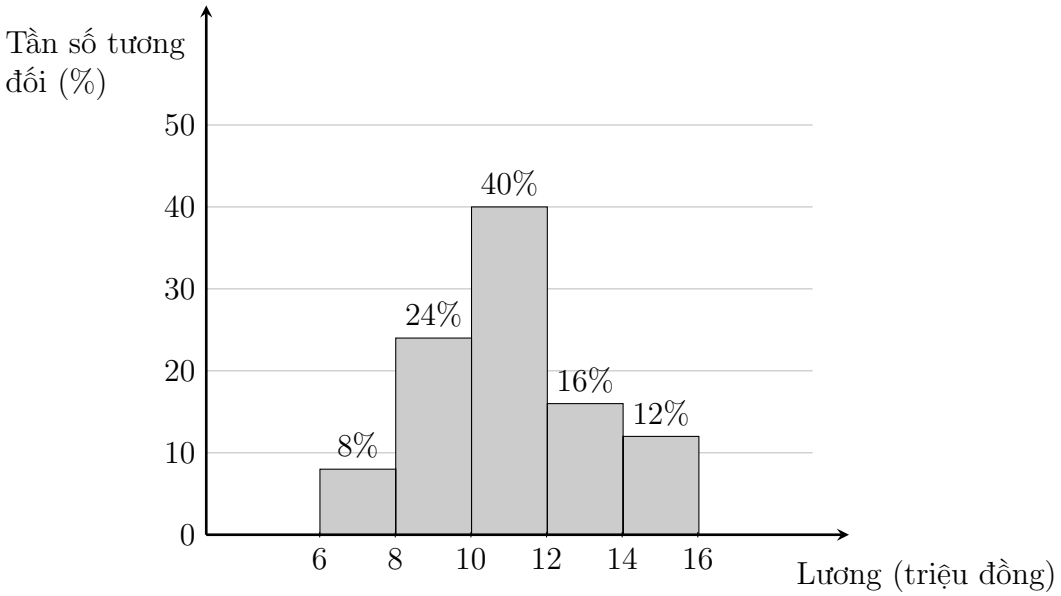
Câu 1. Đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)$ là một hàm số bậc hai và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị bên. Biết rằng hàm số $f(x)$ có giá trị cực đại là 2 và giá trị cực tiểu là -2. Tìm giá trị của $f(2)$. KQ: | | | | |



Câu 2. Một thùng dầu bị rò rỉ từ lúc 13 giờ với tốc độ rò rỉ là $v(t) = 16 + 3t$ (lít/giờ), trong đó t (giờ) là thời gian tính từ khi bắt đầu bị rò rỉ. Khi đó $V(t)$ (lít) là thể tích dầu bị mất đi thỏa mãn $V'(t) = v(t)$. Giả sử V_1 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 13 giờ đến 16 giờ và V_2 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 16 giờ đến 19 giờ. Tính $V_2 - V_1$ (theo đơn vị lít). KQ: | | | | |

Câu 3. Xác suất bắn trúng đích của xạ thủ hạng I là 0,8 và của xạ thủ hạng II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ từ một nhóm gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Biết rằng xạ thủ này bắn 2 viên đạn một cách độc lập và chỉ có một viên trúng đích, tính xác suất để đó là xạ thủ hạng I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Câu 4. Lương tháng của 50 nhân viên một công ty được biểu diễn ở biểu đồ sau:



Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (đơn vị: triệu đồng). Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm. KQ: | | | | |

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;-5)$, $B(-4;2;1)$. Xét M là điểm thay đổi thỏa mãn điều kiện $\left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right| = 9$. Độ dài đoạn thẳng OM lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)? KQ: | | | | |

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học bằng tất cả tâm sự của mình

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại $A(0;0;0)$, $B(6;0;0)$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng $D(0;x;0)$, với $x>0$ thỏa mãn $AD=2AB=2BC$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 45°. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).

KQ: | | | | |

HẾT

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."

Bảng Đáp Án 3 phần

BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. A	4. B	5. A	6. B	7. B	8. C	9. B	10. D	11. C	12. D

BÀI TẬP ĐÚNG SAI

Câu 1. a Đ b S c Đ d S	**Câu 2.** a Đ b S c S d Đ
Câu 3. a Đ b S c Đ d S	**Câu 4.** a Đ b S c Đ d Đ

BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.	Câu 5.	Câu 6.
1 8	2 7	0 , 3 4	2 , 9 6	5, 45	3

Bảng Đáp Án cho GV quét QR chấm TN Macker

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Vững tâm sự nghiệp

Ngày làm đề: ...../...../.....

TRUNG TÂM LT & BDVH VIỆT STAR

ThS: Nguyễn Hoàng Việt

(Đề thi gồm có 4 trang)

ĐỀ THI THỬ TN THPT

Năm học: 2025 - 2026 – Môn: Toán

Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... **Đề số 2**

Mục tiêu: ..... điểm ✔ **Kết quả:** ..... điểm ✔ **Kết luận:** 👍 👎

1 Câu trắc nghiệm 4 phương án

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$	
$f(x)$	2	↘	$-\infty$	↗	$+\infty$	↘	-2

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A -2. **B** 0. **C** 2. **D** 4.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-mx-1$ có đúng một điểm cực trị thuộc khoảng $(0;4)$?

A 23. **B** 8. **C** 9. **D** Vô số.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=x^3-\cos x+C$. **B** $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+\cos x+C$.

C $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=6x-\cos x+C$. **D** $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=6x+\cos x+C$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=3$. Diện tích của hình phẳng (H) được tính bằng công thức nào dưới đây?

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân"

A $S=\int\limits_{2}^{3}(x^2-2x)\mathrm{d}x$. **B** $S=\int\limits_{0}^{3}(-x^2+2x)\mathrm{d}x$. **C** $S=\int\limits_{2}^{3}\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x$. **D** $S=\int\limits_{0}^{3}\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x$.

Câu 7. Cho hai biến cố A và B có $P(A)=0{,}7$; $P(B)=0{,}5$ và $P(A\cup B)=0{,}8$. Xác suất của biến cố A với điều kiện B là

A 0,4. **B** 0,5. **C** 0,7. **D** 0,8.

Câu 8. Khối lượng của một số quả trứng gà trong một trang trại được ghi lại ở bảng sau:

Khối lượng (gam)	$[43;45)$	$[45;47)$	$[47;49)$	$[49;51)$
Số quả trứng	12	34	32	1

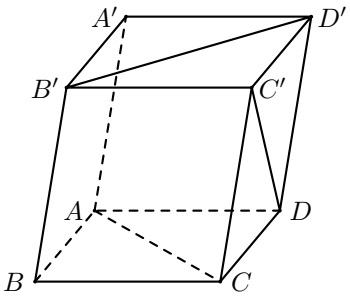
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên thuộc nửa khoảng nào dưới đây?

A $[1{,}4;1{,}6)$. **B** $[2{,}0;2{,}2)$. **C** $[3{,}3;3{,}5)$. **D** $[3{,}5;3{,}7)$.

Câu 9.

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A $\overrightarrow{C'D}$. **B** $\overrightarrow{AC}$. **C** $\overrightarrow{CD}$. **D** $\overrightarrow{B'D'}$.



Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-1=0$ có tọa độ tâm là

A $(4;-2;8)$. **B** $(2;-1;4)$. **C** $(-2;1;-4)$. **D** $(2;-1;-4)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-3;1)$ là

A $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. **B** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$. **C** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{1}$. **D** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;2)$ và vuông góc với đường thẳng $d\colon \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{3}$ có phương trình là

A $2x+y-3z-8=0$. **B** $2x-y+3z-8=0$. **C** $2x+y-3z+8=0$. **D** $2x-y+3z+8=0$.

2 Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=-x+1-\dfrac{1}{x-1}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đường thẳng $y=x-1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)$.		
b) Đạo hàm của hàm số $y=f(x)$ là $f'(x)=\dfrac{2x-x^2}{(x-1)^2}$, $x\neq 1$.		
c) Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là -2.		
d) Bất phương trình $x^2+(m-2)x-m+2\geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x>1$ nếu $m\geq -2$.		

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2x-1 & \text{khi } x\le 1\\ 3x^2-2 & \text{khi } x>1.\end{cases}$

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $F(x)=\begin{cases}x^2-x+C_1 & \text{khi } x\le 1\\ x^3-2x+C_2 & \text{khi } x>1\end{cases}$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.		
b) $\int\limits_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=-2$.		
c) $\int\limits_{1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x=20$.		
d) $\int\limits_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x=22$.		

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-3;2)$, $B(2;4;-2)$ và $C'(3;2;-2)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Trung điểm của đoạn thẳng OB là $C(1;2;-1)$.		
b) Biết rằng tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành. Cao độ của điểm A' là $z=1$.		
c) Biết rằng điểm B' là đỉnh còn lại của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khi đó tung độ của điểm B' là $y=-3$.		
d) Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{7}{2}$.		

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-2)^2+(y+6)^2+z^2=50$ có tâm I và điểm $K(1;-3;0)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Mặt cầu (S) có bán kính $R=5\sqrt{2}$.		
b) Điểm K thuộc mặt cầu (S).		
c) Khoảng cách từ tâm I của mặt cầu (S) đến điểm K bằng 10.		
d) Xét các điểm M thuộc (S) sao cho $\widehat{KMI}$ lớn nhất. Khi đó, giá trị của MK bằng $2\sqrt{10}$.		

3 Phần trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Sau khi tiêm một loại thuốc vào cơ thể bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu (tính theo mg/cm^3) thay đổi theo công thức $C(t)=\dfrac{0{,}15t}{t^2+1}$, trong đó t là thời gian (tính theo giờ) kể từ thời điểm tiêm thuốc, $t\ge 0$. Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mg/cm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn)?

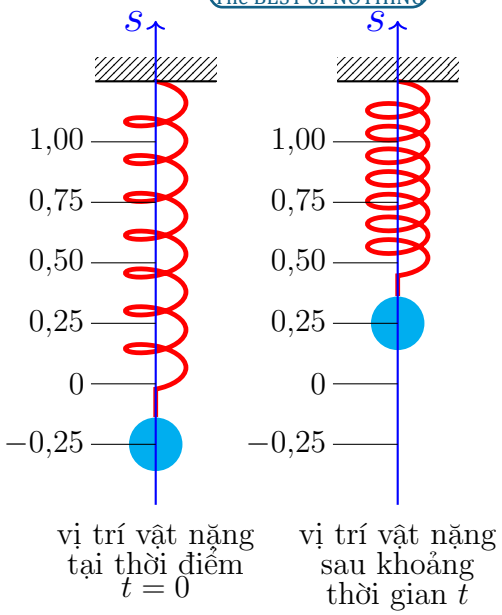
KQ: | | | | |

Câu 2.

Sản phẩm thuộc độc quyền của Ngọc Huyền LB. Mọi hình thức sao chép, in ấn mà không có sự cho phép bằng văn bản đều là vi phạm bản quyền.

Một vật nặng được treo vào đầu của một con lắc lò xo đang ở điểm gốc ($s = 0$), con lắc lò xo có khối lượng không đáng kể. Giả sử rằng chiều dương là chiều hướng từ dưới lên. Tại thời điểm $t = 0$, vật nặng được kéo xuống 0,25 m đến vị trí ban đầu $s(0) = -0{,}25$ và được thả ra (hình bên).

Vận tốc của vật (tính bằng m/s) được cho bởi công thức $v(t) = \dfrac{1}{4}\sin t$, với $t \geq 0$. Tìm thời điểm lần đầu tiên vật đạt đến vị trí cao nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của giây).



vị trí vật nặng tại thời điểm $t = 0$ | vị trí vật nặng sau khoảng thời gian t

KQ: | | | |

Câu 3. Bác Hải đo chiều cao của 50 cây giống được lựa chọn ngẫu nhiên. Kết quả được ghi lại trong bảng số liệu ghép nhóm dưới đây.

Chiều cao cm	$[15;16)$	$[16;17)$	$[17;18)$	$[18;19)$	$[19;20)$
Tần số tương đối	12%	24%	36%	20%	8%

Tính tỉ số của độ lệch chuẩn và số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | |

Câu 4. Trong một nhóm người cao tuổi có 60% là nam giới. Kết quả kiểm tra sức khoẻ cho thấy trong nhóm đó, tỉ lệ nam giới bị cao huyết áp gấp 1,2 lần tỉ lệ nữ giới bị cao huyết áp. Chọn ngẫu nhiên một người trong nhóm và thấy rằng người này bị cao huyết áp. Tính xác suất người đó là nam giới (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | |

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;-1)$, $B(-3;-1;2)$, $C(3;2;1)$ và điểm $D(-2;1;3)$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz). Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = MA^2 - 2MB^2 - MC^2 + MD$ bằng bao nhiêu?

KQ: | | | |

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 6$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x + y + 2z + 5 = 0$, $(Q)\colon 2x - y + z - 5 = 0$. Hai đường thẳng d và Δ đi qua tâm của (S), lần lượt vuông góc và cắt (P), (Q) theo thứ tự đó tại A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: | | | |

HẾT

NGUYỄN HOÀNG VIỆT – The BEST or NOTHING – Nơi chắp cánh ước mơ từ tâm – bằng tâm sự nghiệp

Bảng Đáp Án 3 phần

BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. A	4. A	5. A	6. D	7. D	8. A	9. C	10. C	11. A	12. B

BÀI TẬP ĐÚNG SAI

Câu 1. a S b Đ c S d Đ	**Câu 2.** a Đ b Đ c S d S
Câu 3. a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 4.** a Đ b S c S d Đ

BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.	Câu 5.	Câu 6.
0 , 0 8	3 , 1 4	0 , 0 6	0 , 6 4	– 9	4 , 2 4

Bảng Đáp Án cho GV quét QR chấm TN Macker

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Vững tâm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Ngày làm đề: ...../...../.....

TRUNG TÂM LT & BDVH VIỆT STAR

ThS: Nguyễn Hoàng Việt

(Đề thi gồm có 4 trang)

ĐỀ THI THỬ TN THPT

Năm học: 2025 - 2026 – Môn: Toán

Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... **Đề số 3**

Mục tiêu: ..... điểm ✔ **Kết quả:** ..... điểm ✔ **Kết luận:** 👍 👎

1 Câu trắc nghiệm 4 phương án

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A 3. **B** -2. **C** -1. **D** 2.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có phương trình là

A $x=2$. **B** $x=\dfrac{1}{3}$. **C** $x=3$. **D** $x=-2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x}+\ln x$ $(x>0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $x=2$ là điểm cực tiểu của hàm số. **B** $x=-2$ là điểm cực đại của hàm số.

C $x=\dfrac{1}{2}$ là điểm cực tiểu của hàm số. **D** $x=-\dfrac{1}{2}$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 4. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+3x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A 0. **B** 3. **C** 6. **D** 7.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^{2x}$ là

A $\displaystyle\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x=\frac{5^{2x}}{\ln 5}+C$. **B** $\displaystyle\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x=\frac{5^{2x}}{2\ln 5}+C$.

C $\displaystyle\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x=2\cdot 5^{2x}\cdot\ln 5+C$. **D** $\displaystyle\int 5^{2x}\,\mathrm{d}x=5^{2x}\cdot\ln 5+C$.

Câu 6. Tích phân $\displaystyle\int_0^{\pi} 2\sin x\,\mathrm{d}x$ bằng

A 4. **B** -4. **C** 2. **D** -2.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành tài"

Câu 7. Minh gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 2 lần liên tiếp. Xác suất để tích số chấm trên hai mặt xuất hiện chia hết cho 5 biết rằng tích đó là số lẻ là

A $\frac{5}{9}$. **B** $\frac{4}{9}$. **C** $\frac{2}{3}$. **D** $\frac{5}{36}$.

Câu 8. Thời gian thực hiện xong một thí nghiệm hoá học của học sinh lớp $12H$ được ghi lại ở bảng sau:

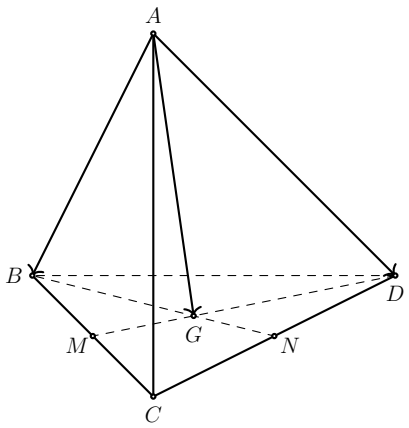
Thời gian (phút)	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	12	25	0	0	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A 5. **B** 4. **C** 2. **D** 1.

Câu 9.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$. **B** $\overrightarrow{GM}+\overrightarrow{GN}=\vec{0}$.

C $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. **D** $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-1=0$. **B** $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z+3=0$.

C $x^2+y^2-z^2-2x-2y-2z-1=0$. **D** $x^2+y^2+2z^2-2x-2y-2z-1=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x=1-t \\ y=-1+2t \\ z=2-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Đường thẳng đi qua điểm $M(0;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

A $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **B** $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

C $\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **D** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;5)$ có phương trình là

A $\frac{x}{5}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{2}=1$. **B** $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1$. **C** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{5}=0$. **D** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{5}=1$.

VIETSTAR – Dạy học từ tâm – Nên người từ tâm – Tự nghiệp

2 Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2+2}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang.		
b) Hàm số $f(x)$ có $x=2$ là điểm cực tiểu.		
c) Với mọi $x\in\mathbb{R}$, ta luôn có $-1\le f(x)\le\dfrac{1}{2}$.		
d) Nếu $-1<m\le 0$ thì phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm.		

Câu 2. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C)\colon y=f(x)=6\sqrt{x}-5$, đường thẳng $y=1$ và hai đường thẳng $x=1$, $x=4$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x=4x\sqrt{x}-5x+C$.		
b) $\displaystyle\int[f(x)-1]\,\mathrm{d}x=4x\sqrt{x}-6x+C$.		
c) $\displaystyle\int_1^4[f(x)-1]\,\mathrm{d}x=6$.		
d) Diện tích của hình phẳng (H) bằng 10.		

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(-2;1;1)$ và $C(-3;3;-2)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Toạ độ của $\overrightarrow{AB}$ là $(3;1;2)$.		
b) Độ dài của đoạn thẳng AC bằng $\sqrt{42}$.		
c) $\widehat{BAC}$ là góc tù.		
d) Xét các điểm M trên mặt phẳng (Ozx) thỏa mãn điều kiện $\widehat{AMB}=90^\circ$. Khi đó, giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM lớn hơn hoặc bằng 3.		

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(0;21;-19)$ và mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tâm I của mặt cầu (S) có tọa độ là $(-1;-1;-1)$.		
b) Toạ độ của điểm D sao cho $3\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ là $(1;4;-3)$.		
c) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm I và D có một vectơ chỉ phương là $(0;3;-4)$.		
d) Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho biểu thức $T=3MA^2+2MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của T bằng 672.		

3 Phần trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Từ một tấm thép hình bán nguyệt có đường kính 40 cm, người ta muốn cắt ra một tấm thép hình chữ nhật (có một cạnh nằm trên đường kính của hình bán nguyệt như hình) có diện tích lớn nhất có thể.

"Sen vàng là tổng hợp từ nhiều đức độc. Người chuyên cần ắt sẽ thành tài."

Tìm diện tích đó. KQ: | | | | |

Câu 2. Vận tốc (dặm/giờ) của một máy bay khi bay ngược chiều gió được cho bởi công thức $v(t) = 30(16-t^2)$ với $0 \le t \le 3$. Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ thì máy bay đã đi được quãng đường bao xa kể từ thời điểm bay ngược chiều gió (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của dặm)? KQ: | | | | |

Câu 3. Bác Tuấn kiểm tra cân nặng của 40 quả trứng được lựa chọn ngẫu nhiên từ một trang trại và ghi kết quả vào bảng dữ liệu ghép nhóm sau:

Cân nặng (gam)	$[75;80)$	$[80;85)$	$[85;90)$	$[90;95)$	$[95;100)$
Tần số tương đối	25%	35%	25%	10%	5%

Tính tỉ số của khoảng tứ phân vị và khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên. KQ: | | | | |

Câu 4. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn Phú lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi Phú lấy ra có màu xanh, bạn Thọ sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi Phú lấy ra có màu đỏ, bạn Thọ sẽ lấy ra 3 viên bi ngẫu nhiên từ hộp. Tính xác suất để Phú lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu. KQ: | | | | |

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;2)$, $B(3;2;2)$, $C(-1;6;0)$. Xét $M(a;b;0)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = 2MA + \left|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)? KQ: | | | | |

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $A(a;0;0), B(-a;0;0)$, $C(0;1;0)$ và $B'(-a;0;b)$, trong đó a, b là các số thực dương và thỏa mãn $a+b=4$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa $B'C$ và song song với AC' sao khoảng cách từ A đến (α) là lớn nhất. Khi đó, mặt cầu đi qua sáu điểm A, B, C, A', B', C' có bán kính R bằng bao nhiêu? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm. KQ: | | | | |

HẾT

VIỆT STAR – Dạy Toán – Nâng tầm tự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Bảng Đáp Án 3 phần

BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. A	4. D	5. B	6. A	7. D	8. A	9. D	10. A	11. B	12. D

BÀI TẬP ĐÚNG SAI

Câu 1. a Đ b S c Đ d S	**Câu 2.** a Đ b Đ c S d Đ
Câu 3. a S b Đ c S d Đ	**Câu 4.** a S b Đ c Đ d S

BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.	Câu 5.	Câu 6.
4 0 0	7 4 0	0 , 3 2	0 , 5 5	3 , 3	2 , 6 9

Bảng Đáp Án cho GV quét QR chấm TN Macker

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Vững tâm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Ngày làm đề: ...../...../.....

TRUNG TÂM LT & BDVH VIỆT STAR

ThS: Nguyễn Hoàng Việt

(Đề thi gồm có 4 trang)

ĐỀ THI THỬ TN THPT

Năm học: 2025 - 2026 – Môn: Toán

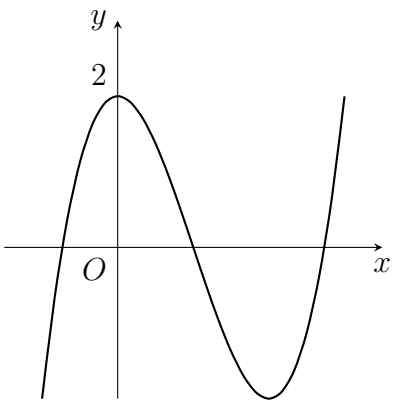
Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... **Đề số 4**

Mục tiêu: ..... điểm ✔ **Kết quả:** ..... điểm ✔ **Kết luận:** 👍 👎

1 Câu trắc nghiệm 4 phương án

Câu 1. Hàm số nào sau đây có đồ thị dạng như đường cong trong Hình 1?



Hình 1

A $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **B** $y = x^3 + 3x^2 + 2$. **C** $y = x^3 - 3x^2 - 2$. **D** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+3)$ với $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A 0. **B** 1. **C** 2. **D** 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	1	↗	3	↘	$-\infty$ ‖ -3	↗	1

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A 1. **B** 2. **C** 3. **D** 4.

Câu 4. Biết rằng hàm số $f(x) = x^2e^x + a$ (a là hằng số) có giá trị cực tiểu bằng 1. Giá trị cực đại của hàm số này là

A $\frac{4}{e^2}$. **B** $\frac{1}{e} + 1$. **C** $\frac{4}{e^2} + 1$. **D** $1 - \frac{4}{e^2}$.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước tộc, Người chuyên cần ắt sẽ thành tài"

Câu 5. Tích phân $\int_0^1 (e^x - 4x^3)\,\mathrm{d}x$ bằng

A $e-2$. **B** $e-1$. **C** $e-4$. **D** $e-3$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 3, x = 4$. Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là

A $V = \int_3^4 |x-2|\,\mathrm{d}x$. **B** $V = \int_3^4 (x^2 - 4x + 4)\,\mathrm{d}x$.

C $V = \pi \int_3^4 |x-2|\,\mathrm{d}x$. **D** $V = \pi \int_3^4 (x^2 - 4x + 4)\,\mathrm{d}x$.

Câu 7. Một công ty có 60% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ đã kết hôn là 80%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên của công ty. Xác suất nhân viên đó là nữ và chưa kết hôn là

A 0,6. **B** 0,75. **C** 0,12. **D** 0,8.

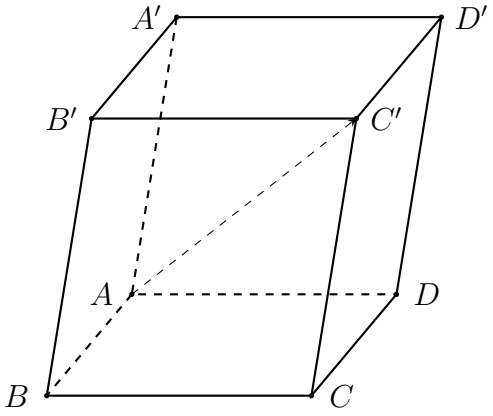
Câu 8. Bảng dưới đây thống kê lượng điện tiêu thụ trong một tháng của một số hộ gia đình.

Số kWh	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)
Số gia đình	10	16	8	6

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A 50. **B** 75. **C** 100. **D** 125.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (Hình 2). Phát biểu nào sau đây đúng?



Hình 2

A $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AA'}$. **B** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.

C $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AB'}$. **D** $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(-1;1;0)$ và $B(3;2;-1)$ có phương trình tham số là

A $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$.

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Vững tài sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng có phương trình $2x+y-4z+19=0$. Một điểm thuộc mặt phẳng đã cho có tọa độ là

A $(2;1;6)$. **B** $(2;1;-6)$. **C** $(2;1;-4)$. **D** $(-2;;-1;8)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;1;0)$ đến mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y+z-1=0$ bằng

A 1. **B** $\dfrac{4}{3}$. **C** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D** $2\sqrt{2}$.

2 Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Tại thời điểm t giờ kể từ khi tiêm một liều thuốc cho bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu được tính bởi công thức $C(t)=0{,}5te^{-0{,}5t}$ mg/ml (với $t\geq 0$).

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Ban đầu (tại thời điểm tiêm) nồng độ thuốc có trong máu bệnh nhân là 0,5 mg/ml.		
b) Kể từ thời điểm $t=2$ (giờ), nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân giảm dần.		
c) Nồng độ thuốc trong máu có thể vượt quá 0,5 mg/ml.		
d) Có thời điểm nồng độ thuốc trong máu bằng 0,3 mg/ml.		

Câu 2. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)=2e^{-x}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{-x}+C$.		
b) $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{e-2}{e}$.		
c) Diện tích của hình phẳng (H) bằng $\displaystyle 2-\frac{2}{e}$.		
d) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng $\displaystyle 2\pi-\frac{2}{e^2}$.		

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-2;5)$, $B(2;1;-3)$ và $C(-1;2;1)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là $A'(0;0;5)$.		
b) Hình chiếu vuông góc của điểm B trên mặt phẳng (Oyz) là $B'(2;0;-3)$.		
c) Biết rằng E là điểm nằm trên trục Ox và F là nằm điểm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng EF. Khi đó $EF>5$.		
d) Gọi $I(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC. Khi đó $a+b+c=2$.		

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;-6)$ và mặt phẳng $(P): 4x-y+2z+13=0$.

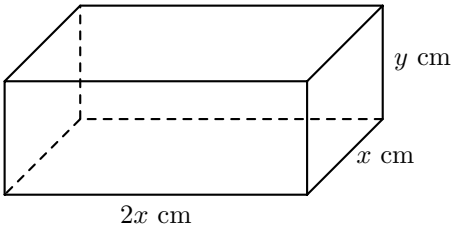
Phát biểu	Đúng	Sai
a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A.		

"Sẽ vẫn là không gạo từ nước ngọc, Ngọc đời chuyển cần đặt để thành nhân."

Phát biểu	Đúng	Sai
b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$.		
c) Điểm $C(-3;3;1)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).		
d) Gọi d là một đường thẳng nằm trong (P) và d đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến d đạt giá trị nhỏ nhất. Một véc-tơ chỉ phương của d có toạ độ là $(a;b;c)$ với a là số nguyên tố. Giá trị của $a+b+c$ bằng 6.		

3 Phần trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1.
Người ta muốn tạo ra một khung thép dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích bằng 24000 cm^3. Chiều rộng x của hình hộp chữ nhật bằng bao nhiêu để độ dài dây thép cần dùng là nhỏ nhất? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cen-ti-mét.



KQ: | | | | |

Câu 2. Một cái chậu cao 16 cm. Khi đổ nước vào chậu, nếu độ cao của nước là x (cm) $(0 \le x \le 16)$ thì mặt thoáng của nước là hình tròn bán kính $r = 9 + \sqrt{x}$ (cm). Tính dung tích của chậu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của lít).
KQ: | | | | |

Câu 3. Xác suất bắn trúng đích của xạ thủ hạng I là 0,8 và của xạ thủ hạng II là 0,7. Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ từ một nhóm gồm 4 xạ thủ hạng I và 6 xạ thủ hạng II. Xạ thủ này bắn một viên đạn và viên đạn đó trúng mục tiêu, tính xác suất để đó là xạ thủ hạng I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ: | | | | |

Câu 4. Một hộp chứa 5 viên bi màu xanh được đánh số lần lượt từ 1 đến 5 và 6 viên bi màu trắng được đánh số lần lượt từ 1 đến 6. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp. Biết rằng hai viên bi lấy ra cùng màu, tính xác suất của biến cố tích các số ghi trên hai viên bi chia hết cho 5.
KQ: | | | | |

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;-2)$ và $B(-3;-3;3)$. Xét điểm M thay đổi sao cho $3MA - 2MB = 0$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng OM (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu?
KQ: | | | | |

Câu 6. Cho khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 3 cm, diện tích hai đáy lần lượt là 72 cm^2 và 18 cm^2. Số đo góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa hai mặt bên của khối chóp cụt đều đã cho là $a°$. Tính giá trị của a.
KQ: | | | | |

HẾT

Bảng Đáp Án 3 phần

BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. B	4. C	5. A	6. D	7. C	8. B	9. B	10. B	11. A	12. A

BÀI TẬP ĐÚNG SAI

Câu 1. a S b Đ c S d Đ	**Câu 2.** a S b S c Đ d S
Câu 3. a Đ b Đ c S d Đ	**Câu 4.** a S b S c Đ d S

BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.	Câu 5.	Câu 6.
2 0	6 , 8 9	0 , 4 3	0 , 3 6	2 0 , 8	7 1

Bảng Đáp Án cho GV quét QR chấm TN Macker

VIỆT STAR – Dạy học từ tâm – Vững tâm sự nghiệp
NGUYỄN HOÀNG VIỆT The BEST or NOTHING

Ngày làm đề: ...../...../.....

TRUNG TÂM LT & BDVH VIỆT STAR

ThS: Nguyễn Hoàng Việt

(Đề thi gồm có 4 trang)

ĐỀ THI THỬ TN THPT

Năm học: 2025 - 2026 – Môn: Toán

Thời gian: *90 phút* (không kể phát đề)

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... **Đề số 5**

Mục tiêu: ..... điểm ✔ **Kết quả:** ..... điểm ✔ **Kết luận:**

1 Câu trắc nghiệm 4 phương án

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$	↗	1	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A -2. **B** -1. **C** 2. **D** 1.

Câu 2. Cho hàm số $y = \mathrm{e}^x(x-2)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A $(2;+\infty)$. **B** $(1;+\infty)$. **C** $(-\infty;2)$. **D** $(-\infty;1)$.

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x - 3 + \dfrac{9}{x+2}$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A 0. **B** 1. **C** $\dfrac{9}{5}$. **D** 5.

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$?

A 3. **B** 4. **C** 5. **D** Vô số.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 2\cos x$ là

A $\cos x - 2\sin x + C$. **B** $-\cos x + 2\sin x + C$. **C** $\cos x + 2\sin x + C$. **D** $-\cos x - 2\sin x + C$.

Câu 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^3 - x$, $y = 3x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Diện tích của (H) được tính bằng công thức

A $S = \displaystyle\int_1^3 \left(4x - x^3\right)\,\mathrm{d}x$. **B** $S = \displaystyle\int_1^3 \left(x^3 - 4x\right)\,\mathrm{d}x$.

C $S = \displaystyle\int_1^3 \left(x^3 - 4x\right)^2\,\mathrm{d}x$. **D** $S = \displaystyle\int_1^3 \left|x^3 - 4x\right|\,\mathrm{d}x$.

Câu 7. Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ; hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi ở hộp thứ nhất, cho vào hộp thứ hai rồi lại lấy ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Biết rằng 2 viên bi lấy ở hộp thứ nhất cùng màu, xác suất lấy được viên bi màu đỏ từ hộp thứ hai là

A 0,4. **B** 0,3. **C** 0,6. **D** 0,5.

"Sen vẫn nở trong ao từ ước độc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhà"

Câu 8. Bảng sau ghi lại điểm tổng kết cuối năm môn Ngữ văn của các học sinh lớp 12D.

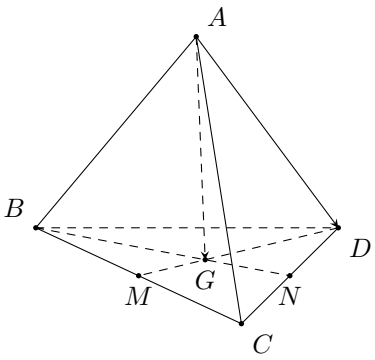
Điểm	$[7;7{,}5)$	$[7{,}5;8)$	$[8;8{,}5)$	$[8{,}5;9)$
Số học sinh	6	16	13	5

Phương sai của mẫu số liệu trên thuộc khoảng

A $[0;0{,}2)$. **B** $[2{,}0;2{,}2)$. **C** $[3{,}3;3{,}5)$. **D** $[3{,}5;3{,}7)$.

Câu 9.

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD và G là trọng tâm tam giác BCD. Phát biểu nào sau đây **sai?**



A $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$. **B** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$.

C $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{AG}$. **D** $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AN}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;4;1)$ và $B(-2;0;3)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=24$. **B** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=24$.

C $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=6$. **D** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=6$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-5}$ có phương trình là

A $x-2z+1=0$. **B** $2x+3y-5z+5=0$. **C** $2x+3y-5z-5=0$. **D** $x-2z-1=0$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai đường thẳng $d_1\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-1+t \end{cases}$ và $d_2\colon \begin{cases} x=3-t \\ y=1-2t \\ z=5+t \end{cases}$ bằng

A $60°$. **B** $120°$. **C** $30°$. **D** $90°$.

2 Câu trắc nghiệm đúng sai

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=x\sqrt{9-x^2}$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-3;3)$.		
b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}$ $(-3<x<3)$.		
c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\dfrac{9}{2}$.		
d) Phương trình $2f(x)-1=0$ có ba nghiệm phân biệt.		

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=3\sin x$. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x=\pi$. Hình phẳng (H_a) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox, trục Oy và đường

thẳng $x = a$ với $a \in (0;\pi)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 3\cos x + C$.		
b) Diện tích của hình phẳng (H) bằng 6.		
c) Diện tích của hình phẳng (H_a) bằng $3\lvert\cos a - 1\rvert$.		
d) Nếu diện tích của (H_a) bằng $\dfrac{2}{3}$ diện tích của (H) thì $a \in \left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{7\pi}{12}\right)$.		

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;1;0)$, $B(-1;3;2)$ và $C(1;-1;1)$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Trọng tâm của tam giác ABC là $I(2;1;1)$.		
b) Biết rằng C là trọng tâm tam giác ABE. Tọa độ của điểm E là $(-2;-7;1)$.		
c) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (Oyz) bằng $\sqrt{37}$.		
d) Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $\left\lvert\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\rvert = 3\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng AM bằng $\sqrt{37}$.		

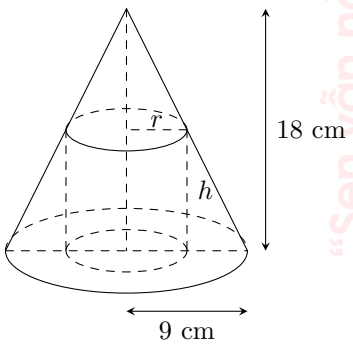
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;9)$, đường thẳng d: $\begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và mặt phẳng (α): $x + y - z + 3 = 0$.

Phát biểu	Đúng	Sai
a) Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.		
b) Điểm M thuộc đường thẳng d.		
c) Một điểm A bất kì thuộc đường thẳng d đều có tọa độ dạng $A(t;-1-t;2+2t)$.		
d) Đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-4}{5}$.		

3 Phần trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1.

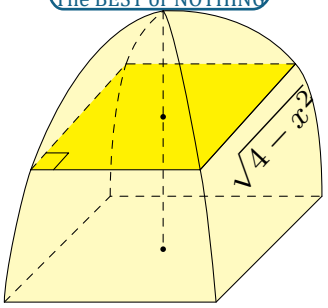
Hình bên cho biết một hình trụ bán kính đáy r (cm), chiều cao h (cm) nội tiếp hình nón có bán kính 9 cm, chiều cao 18 cm. Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm). KQ: | | | | |



Câu 2.

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đục, Người vẫn chuyên cần ắt sẽ thành tài."

Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên. Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng x (m), $0 \le x \le 2$, là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}$ (m). Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.) KQ: | | | | |



Câu 3. Một doanh nghiệp có 45% nhân viên là nữ. Tỉ lệ nhân viên nữ có bằng đại học là 30% và tỉ lệ nhân viên nam có bằng đại học là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 nhân viên nam và 1 nhân viên nữ của doanh nghiệp. Biết rằng chỉ một trong hai nhân viên có bằng đại học, tính xác suất người đó là nhân viên nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.)

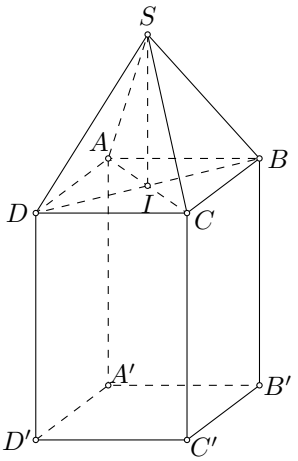
Câu 4. Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.) KQ: | | | | |

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;0)$, $B(2;0;-2)$ và mặt phẳng $(P)\colon x+2y-z-1=0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB$ và số đo $\widehat{AMB}$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a+b+c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu? KQ: | | | | |

Câu 6.

Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0{,}5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ: | | | | |



HẾT

Bảng Đáp Án 3 phần

BÀI TẬP CHỌN ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. B	4. B	5. B	6. D	7. B	8. A	9. C	10. D	11. C	12. A

BÀI TẬP ĐÚNG SAI

Câu 1. a S b Đ c Đ d S	**Câu 2.** a S b Đ c Đ d S
Câu 3. a Đ b Đ c S d S	**Câu 4.** a Đ b S c Đ d Đ

BÀI TẬP ĐIỀN KHUYẾT

Câu 1.	Câu 2.	Câu 3.	Câu 4.	Câu 5.	Câu 6.
6	5 , 3	0 , 5 6	0 , 4 2	1 , 2 7	1 , 9 8

Bảng Đáp Án cho GV quét QR chấm TN Macker

"Sen vẫn nở trong ao tù nước đọc, Người chuyên cần ắt sẽ thành nhân."