

MỤC LỤC

I ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11 _____ 1

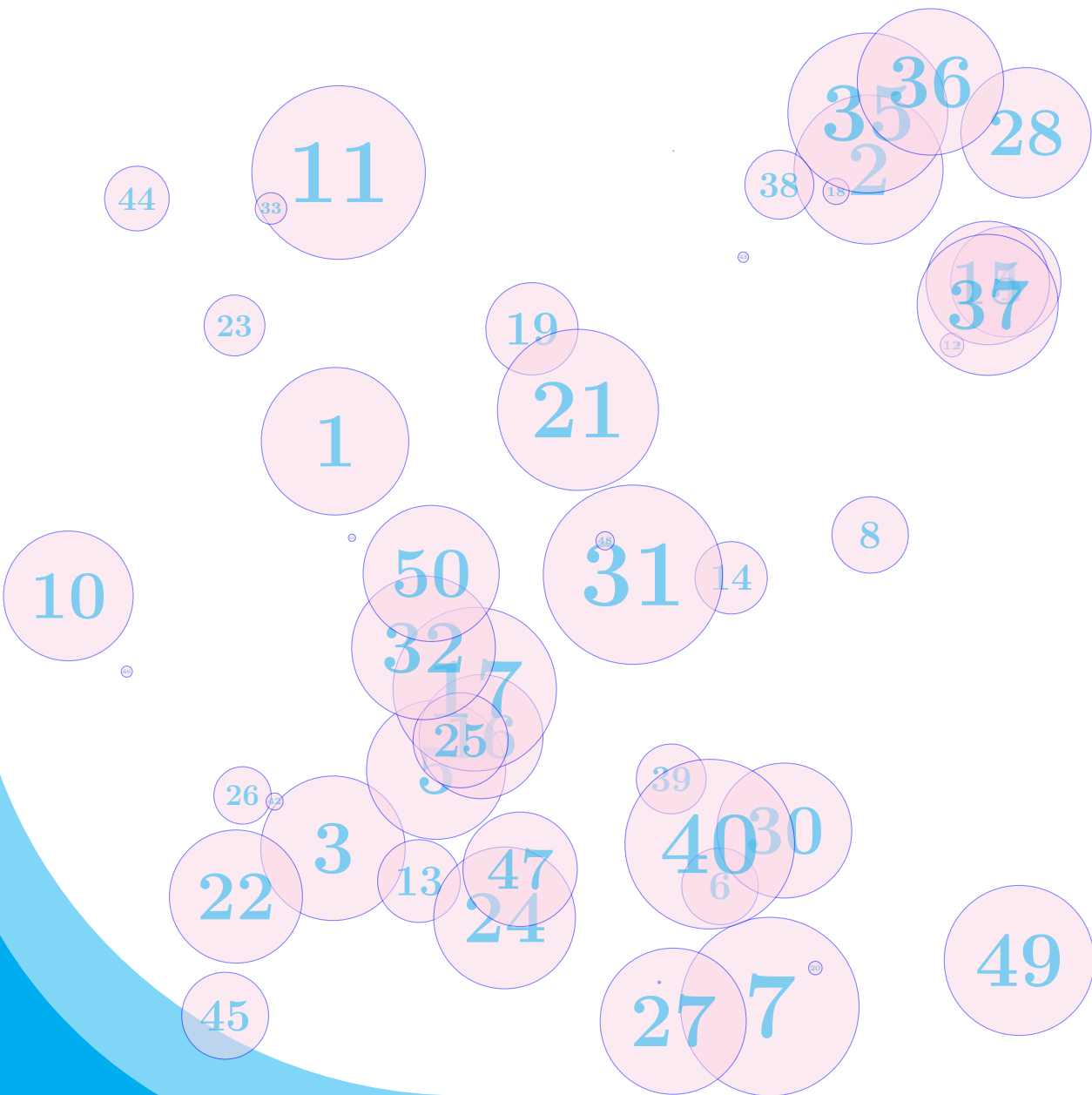
Chương 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC _____ 2

§1 – Hàm số lượng giác: TXĐ, đơn điệu, tuần hoàn	3
Bảng đáp án.....	12
§2 – Hàm số lượng giác: đồ thị	13
Bảng đáp án.....	22
§3 – Hàm số lượng giác: GTLN, GTNN	23
Bảng đáp án.....	26
§4 – Phương trình lượng giác cơ bản với $\sin x, \cos x$	27
Bảng đáp án.....	33
§5 – Phương trình lượng giác cơ bản với $\tan, \cot$	34
Bảng đáp án.....	37
§6 – Phương trình lượng giác đưa về phương trình của một hàm số lượng giác	39
Bảng đáp án.....	45
§7 – Phương trình lượng giác bậc nhất đối với $\sin x, \cos x$	47
Bảng đáp án.....	56
§8 – Phương trình lượng giác đồng bậc (đẳng cấp, thuần nhất) đối với $\sin x, \cos x$	58
§9 – Phương trình lượng giác đối xứng, nửa đối xứng đối với $\sin x, \cos x$	66
Bảng đáp án.....	74
§10 – Phương trình lượng giác đưa về phương trình tích	76
Bảng đáp án.....	79
§11 – Phương trình lượng giác có tập nghiệm bị giới hạn	80
Bảng đáp án.....	83
§12 – Phương trình lượng giác chứa tham số	84
Bảng đáp án.....	89
§13 – Đề kiểm tra	90
Bảng đáp án.....	97



PHẦN ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11

I



HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC - PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

BÀI 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC: TXĐ, ĐƠN ĐIỀU, TUẦN HOÀN

– NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- (A) $y = \sin x + \cos x$. (B) $y = \tan x$. (C) $y = \cot x$. (D) $y = \cos x + \tan x$.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

- (A) $y = \sin \sqrt{x}$. (B) $y = \cos \frac{2}{x}$. (C) $y = \sin \frac{1}{x^2 + 1}$. (D) $y = \cot 2x$.

Câu 3. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số $y = \frac{1}{\sin x}$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
(C) Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (D) Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \sin 2x$. (B) $y = \cos 3x$. (C) $y = \cot 3x$. (D) $y = \tan 2x$.

Câu 5. Hàm số lượng giác nào dưới đây là hàm số chẵn?

- (A) $y = \sin 2x$. (B) $y = \cos 2x$. (C) $y = 2 \sin x + 1$. (D) $y = \sin x + \cos x$.

Câu 6. Hàm số lượng giác nào dưới đây là hàm số lẻ?

- (A) $y = \sin^2 x$. (B) $y = \sin x$. (C) $y = \cos 3x$. (D) $y = x \sin x$.

Câu 7. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số $y = \sin 3x$ là hàm số chẵn. (B) Hàm số $y = \cos(-3x)$ là hàm số chẵn.
(C) Hàm số $y = \tan 3x$ là hàm số chẵn. (D) Hàm số $y = \cot 3x$ là hàm số chẵn.

Câu 8. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A) Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ. (B) Hàm số $y = \tan 2x$ là hàm số lẻ.
(C) Hàm số $y = \cot 2x$ là hàm số lẻ. (D) Hàm số $y = \cos 2x$ là hàm số lẻ.

Câu 9. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = \sin 2x$.

- (A) $T = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. (B) $T = [-2; 2]$. (C) $T = \mathbb{R}$. (D) $T = [-1; 1]$.

Câu 10. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) Hàm số $y = \frac{1}{\cos x}$ có tập giá trị là $[-1; 1]$. (B) Hàm số $y = \tan x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$.
(C) Hàm số $y = \cot x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$. (D) Hàm số $y = \sin x$ có tập giá trị là $[-1; 1]$.

Câu 11. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sin 4x$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = [-1; 1]$.
(C) $\mathcal{D} = [-4; 4]$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 12. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \cos x$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 13. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sin \sqrt{x}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. (C) $\mathcal{D} = [0; +\infty)$. (D) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

Câu 14. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sin \frac{1}{x^2 - 4}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{4\}$. (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 4\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

Câu 15. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \cos \sqrt{\frac{1}{1 - x^2}}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. (C) $\mathcal{D} = [-1; 1]$. (D) $\mathcal{D} = (-1; 1)$.

Câu 16. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\cos x + 1}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $\mathcal{D} = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\mathcal{D} = \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 17. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan x$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\mathcal{D} = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 18. Hàm số $y = \tan x$ xác định trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; \pi)$. (B) $\left(-\frac{3\pi}{2}; 0\right)$. (C) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. (D) $(-\pi; 0)$.

Câu 19. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan 2x$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 20. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \cot x$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 21. Hàm số $y = \cot x$ xác định trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; \pi)$. (B) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. (C) $(-\pi; \pi)$. (D) $\left(-\frac{3\pi}{2}; 0\right)$.

Câu 22. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{2}{\sin x}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 23. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan \frac{x}{2}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 24. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \cot 2x$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 25. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan \left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 26. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \cot \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 27. Hàm số $y = \cos x$ nhận giá trị âm với mọi x thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

(A) $\left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$.

(B) $(0; \pi)$.

(C) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$.

(D) $\left(0; \frac{\pi}{2} \right)$.

Câu 28. Hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị dương với mọi x thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

(A) $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2} \right)$.

(B) $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi \right)$.

(C) $(0; \pi)$.

(D) $\left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$.

Câu 29. Trong các hàm số $y = \sin 2x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$ và $y = \cot x$ có bao nhiêu hàm số tuần hoàn?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 30. Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \sin x$ là bao nhiêu?

(A) π .

(B) 2π .

(C) 4π .

(D) $k2\pi$.

Câu 31. Chu kỳ tuần hoàn T của hàm số $y = \cos x$ là bao nhiêu?

(A) $T = 2\pi$.

(B) $T = \pi$.

(C) $T = 3\pi$.

(D) $T = \frac{\pi}{2}$.

Câu 32. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là **sai**?

(A) Hàm số $y = \tan x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

(B) Hàm số $y = \cos 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

(C) Hàm số $y = \cot 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

(D) Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Câu 33. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là **đúng**?

(A) Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

(B) Hàm số $y = \cos x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

(C) Hàm số $y = \cot x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = 2\pi$.

(D) Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \pi$.

Câu 34. Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng bao nhiêu?

(A) 2π .

(B) π .

(C) $\frac{\pi}{2}$.

(D) $\frac{\pi}{4}$.

Câu 35. Chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$ là bao nhiêu?

(A) π .

(B) 2π .

(C) $k\pi$.

(D) $k2\pi$.

Câu 36. Chu kỳ tuần hoàn T của hàm số $y = \tan x$ là bao nhiêu?

(A) $T = \frac{\pi}{2}$.

(B) $T = \pi$.

(C) $T = \frac{\pi}{3}$.

(D) $T = 2\pi$.

Câu 37. Với mọi $k \in \mathbb{Z}$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

(A) $\sin 2(x + k\pi) = \sin 2x$.

(B) $\cos(2x + k\pi) = \cos 2x$.

(C) $\tan(2x + k\pi) = \tan 2x$.

(D) $\cot(2x + k\pi) = \cot 2x$.

Câu 38. Với số thực x bất kì, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) $\sin x = \sin(x + 4\pi)$.

(B) $\sin x = \sin(x - 2\pi)$.

(C) $\sin x = \sin(x + 3\pi)$.

(D) $\sin x = \sin(x - 8\pi)$.

Câu 39. Với số thực x bất kì, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

(A) $\cos x = \cos(x + \pi)$.

(B) $\cos x = \cos(x - 2\pi)$.

(C) $\cos x = \cos(x + 3\pi)$.

(D) $\cos x = \cos(x + 5\pi)$.

Câu 40. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- (A) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. (B) $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. (C) $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. (D) $(-\pi; 0)$.

Câu 41. Trong các nhận định dưới đây, nhận định nào là **sai**?

- (A) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.
 (B) Hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ đều có tính chất tuần hoàn.
 (C) Hàm số $y = \sin x$ là một hàm số lẻ.
 (D) Hàm số $y = \cos x$ có đồ thị là một đường hình sin.

Câu 42. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

- (A) $(-\pi; 0)$. (B) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. (C) $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$. (D) $(0; \pi)$.

Câu 43. Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

- (A) $(-\pi; \pi)$. (B) $(0; \pi)$. (C) $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. (D) $(0; 2\pi)$.

Câu 44. Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- (A) $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. (B) $(0; \pi)$. (C) $(0; 4\pi)$. (D) $(0; 2\pi)$.

Câu 45. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- (A) $y = -\sin x$. (B) $y = \tan x$. (C) $y = \cot x$. (D) $y = \cos x$.

Câu 46. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$?

- (A) $y = \sin x$. (B) $y = \cos x$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \cot x$.

- VẬN DỤNG

Câu 47. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right)$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} - k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} - k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 48. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

- (A) $x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x \neq \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x \neq \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 49. Hàm số $y = \cot\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$ xác định khi

- (A) $x \neq -\frac{\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x \neq -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x \neq -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x \neq -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 50. Hàm số $y = \tan\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right)$ xác định khi

- (A) $x \neq \pi + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x \neq -\frac{\pi}{12} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x \neq \pi + k6\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x \neq -\frac{\pi}{3} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 51. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 52. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{5 + \sin x}{\cos x}.$

(A) $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 53. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos x}}.$

(A) $\mathcal{D} = \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 54. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{2 \cos x}{1 + \sin x}.$

(A) $\mathcal{D} = \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 55. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \cos \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}.$

(A) $\mathcal{D} = [-1; 1].$

(B) $\mathcal{D} = (-1; 1].$

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$

(D) $\mathcal{D} = [-1; 1].$

Câu 56. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \cos \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \right).$

(A) $x \in \mathbb{R}.$

(B) $x > -1.$

(C) $x > 1.$

(D) $x \neq -1.$

Câu 57. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

(A) $y = x \cos x.$

(B) $y = 2x \cos 2x.$

(C) $y = x \sin x.$

(D) $y = x^2 \sin(-x).$

Câu 58. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

(A) $y = x \tan x.$

(B) $y = x \cot 2x.$

(C) $y = x^3 \cos x.$

(D) $y = x^3 \sin x.$

Câu 59. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

(A) $y = x^2 \tan x.$

(B) $y = x^2 \cot 2x.$

(C) $y = \frac{\cos 2x}{x}.$

(D) $y = |\sin 3x|.$

Câu 60. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

(A) Hàm số $y = x \sin^3 x$ là hàm số chẵn.

(B) Hàm số $y = \frac{\sin x}{\tan^2 x + \cot^2 x}$ là hàm số lẻ.

(C) Hàm số $y = \frac{\sin x - \tan x}{\cos x}$ là hàm số lẻ.

(D) Hàm số $y = x + \sin x$ là hàm số chẵn.

Câu 61. Xét trên tập xác định của hàm số thì khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) Hàm số $y = \sin 2x$ là hàm số lẻ.

(B) Hàm số $y = \cos 2(x + \pi)$ là hàm số lẻ.

(C) Hàm số $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ là hàm số lẻ.

(D) Hàm số $y = \cos(\pi - x)$ là hàm số lẻ.

Câu 62. Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số lẻ?

(A) $y = \sin 2x \cdot \tan x.$

(B) $y = \cos 3x - \sin^2 x.$

(C) $y = \cos x \cdot \tan 5x.$

(D) $y = \cot 4x \cdot \tan 3x.$

Câu 63. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

(A) $y = \sqrt{1 - \sin x}.$

(B) $y = x \sin 2x.$

(C) $y = \sqrt{1 - \cos x}.$

(D) $y = x - \sin 2x.$

Câu 64. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

(A) $y = \sin x + \cos x.$

(B) $y = \cot x + \cos x.$

(C) $y = \tan x + \sin x.$

(D) $y = \tan x + \cos x.$

Câu 65. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

(A) Hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trong khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

- (B)** Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
(C) Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.
(D) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 66. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)** Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{7\pi}{2}; 4\pi\right)$.
(B) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{7\pi}{2}; 4\pi\right)$.
(C) Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{7\pi}{2}; 4\pi\right)$.
(D) Hàm số $y = \tan x$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{7\pi}{2}; 4\pi\right)$.

Câu 67. Hàm số nào sau đây là hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$?

- (A)** $y = \sin 2x$. **(B)** $y = \tan x$. **(C)** $y = \cos x$. **(D)** $y = \cot x$.

Câu 68. Hàm số nào sau đây là hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$?

- (A)** $y = \sin x$. **(B)** $y = \tan x$. **(C)** $y = \cos(2x)$. **(D)** $y = \cot x$.

Câu 69. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$?

- (A)** $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$. **(B)** $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$. **(C)** $y = \cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$. **(D)** $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 70. Hàm số $y = \cot x$ và hàm số $y = \sin x$ cùng nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A)** $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. **(B)** $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$. **(C)** $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. **(D)** $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

Câu 71. Hàm số nào luôn có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên tập xác định trong các hàm dưới đây?

- (A)** $y = x + \sin x$. **(B)** $y = \sin 2x$. **(C)** $y = \tan 2x$. **(D)** $y = \cot 2x$.

Câu 72. Tìm chu kỳ tuần hoàn T của hàm số $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

- (A)** $T = \pi$. **(B)** $T = 2\pi$. **(C)** $T = -2\pi$. **(D)** $T = \frac{\pi}{2}$.

Câu 73. Tìm chu kỳ tuần hoàn T của hàm số $y = \cos(2x)$.

- (A)** $T = 2\pi$. **(B)** $T = \frac{\pi}{2}$. **(C)** $T = \pi$. **(D)** $T = 4\pi$.

Câu 74. Tìm chu kỳ tuần hoàn T của hàm số $y = \tan 3x$.

- (A)** $T = \pi$. **(B)** $T = 3\pi$. **(C)** $T = \frac{3\pi}{2}$. **(D)** $T = \frac{\pi}{3}$.

Câu 75. Xét hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- (A)** Hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

Câu 76. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào trong bốn hàm số bên dưới?

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x)$	1	0	-1	0	1

- (A) $y = \sin x$. (B) $y = \cos x$. (C) $y = \tan x$. (D) $y = \cot x$.

Câu 77. Tìm tất cả các giá trị thực của x để có đẳng thức $\sin^2 2x + \cos^2 2x = 1$.

- (A) $x \in \mathbb{R}$. (B) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) Không tồn tại x thỏa đẳng thức đã cho.

Câu 78. Tìm tất cả các giá trị thực của x để có đẳng thức $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$.

- (A) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 79. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 80. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\frac{2 - \sin x}{1 - \sin x}}$.

- (A) $\mathcal{D} = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 81. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 82. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{\sin^2 x - 6 \sin x + 8}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 83. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\cot x}{2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; -\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k2\pi; -\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\pi; -\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 84. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{2}{\cos 3x + \cos x}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 85. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan x - \cot x$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 86. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 87. Tìm điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cot x - 1}$.

(A) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ và $x \neq k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x \neq \frac{k\pi}{2}$ và $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x \neq k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ và $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 88. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{x}{\tan x}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 89. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sin x}{\cot 2x}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 90. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{\cos^2 x - (2+m)\cos x + 2m}$ xác định trên tập $\mathbb{R}$.

(A) $m > 1$.

(B) $m \geq 1$.

(C) $-1 < m < 1$.

(D) $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 91. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lẻ?

(A) $y = \frac{x - \sin x}{\cos 2x}$.

(B) $y = \frac{3x^2 - \sin x}{\cos 3x}$.

(C) $y = \frac{x - \sin x}{\sin x}$.

(D) $y = \frac{x^3 - \sin x}{\sin 3x}$.

Câu 92. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

(A) $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$.

(B) $y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$.

(C) $y = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$.

(D) $y = \frac{1 + \cot x}{1 - \cot x}$.

Câu 93. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

(A) $y = 2 - \cos x \tan(\pi - 2x)$.

(B) $y = 2 - \cos x \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

(C) $y = 2 - \cos x \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)$.

(D) $y = 2 - \cos x \sin(\pi - 2x)$.

Câu 94. Tìm chu kỳ T của hàm số $y = \cot\left(\frac{x}{3} + \frac{3\pi}{4}\right)$.

(A) $T = \pi$.

(B) $T = 2\pi$.

(C) $T = 3\pi$.

(D) $T = 6\pi$.

Câu 95. Hàm số nào dưới đây là hàm số tuần hoàn?

(A) $y = \frac{\sin x}{\cos x + x}$.

(B) $y = \frac{1}{\sin^2 x + 1} + \frac{x}{\cos^2 x + 1}$.

(C) $y = x \tan x + \sin x.$

(D) $y = \sin x + \frac{\tan x}{\cot^2 x + 1}.$

Câu 96. Hàm số nào sau đây vừa là hàm số chẵn, vừa là hàm số tuần hoàn?

(A) $y = x \sin 3x.$

(B) $y = \cos 3x.$

(C) $y = \tan 3x.$

(D) $y = \cot 3x.$

Câu 97. Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \sin 2x + \cos x.$

(A) $T = \pi.$

(B) $T = 2\pi.$

(C) $T = 4\pi.$

(D) $T = -2\pi.$

Câu 98. Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \sin 2x - \cos 8x.$

(A) $T = \pi.$

(B) $T = 2\pi.$

(C) $T = 4\pi.$

(D) $T = \frac{\pi}{2}.$

Câu 99. Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{3}.$

(A) $T = 2\pi.$

(B) $T = 4\pi.$

(C) $T = 6\pi.$

(D) $T = 12\pi.$

Câu 100. Có bao nhiêu giá trị của x trên đoạn $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị bằng 1?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 101. Tìm tất cả các giá trị của x trên đoạn $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \tan x$ nhận giá trị âm.

(A) $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right).$

(B) $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right).$

(C) $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

(D) $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right).$

Câu 102. Có bao nhiêu giá trị của x trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$ để hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng -1?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 103. Tìm tất cả các giá trị của x trên đoạn $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$ để hàm số $y = \cos x$ nhận giá trị âm.

(A) $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right).$

(B) $x \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(0; \frac{3\pi}{2}\right).$

(C) $x \in \left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right).$

(D) $x \in (0; \pi) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right).$

Câu 104. Trong khoảng nào sau đây thì hai hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ cùng đồng biến?

(A) $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right).$

(B) $\left(\frac{7\pi}{2}; 4\pi\right).$

(C) $\left(-5\pi; -\frac{9\pi}{2}\right).$

(D) $(-\pi; 0).$

Câu 105. Hàm số $y = \sin x$ và $y = \sin 3x$ cùng đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right).$

(B) $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right).$

(C) $\left(\frac{11\pi}{6}; 2\pi\right).$

(D) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right).$

Câu 106. Trong các mệnh đề sau có bao nhiêu mệnh đề đúng?

a) Hàm số $y = x + \sin x$ tuần hoàn với chu kì $T = 2\pi.$

b) Hàm số $y = x \cos x$ là hàm số lẻ.

c) Hàm số $y = \tan 3x$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Câu 107. Xét hàm số $y = |\sin x|$ trên khoảng $(0; 2\pi).$ Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số này.

(A) $(\pi; 2\pi).$

(B) $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ và $\left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right).$

(C) $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right).$

(D) $(0; \pi).$

Câu 108. Tìm chu kì T của hàm số $y = \cos^2 2x$.

(A) $T = \frac{\pi}{2}$.

(B) $T = 2\pi$.

(C) $T = \pi$.

(D) $T = \frac{\pi}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. D	4. B	5. B	6. B	7. B	8. D	9. D	10. D
11. A	12. C	13. C	14. D	15. D	16. A	17. B	18. C	19. D	20. C
21. A	22. C	23. B	24. C	25. D	26. B	27. C	28. A	29. D	30. B
31. A	32. C	33. B	34. B	35. A	36. B	37. B	38. C	39. B	40. B
41. A	42. D	43. B	44. A	45. B	46. C	47. C	48. C	49. D	50. A
51. D	52. B	53. C	54. D	55. B	56. D	57. C	58. C	59. D	60. D
61. A	62. C	63. D	64. C	65. C	66. B	67. B	68. D	69. D	70. C
71. B	72. B	73. C	74. D	75. B	76. B	77. A	78. B	79. C	80. B
81. B	82. C	83. D	84. D	85. C	86. B	87. B	88. D	89. B	90. B
91. A	92. B	93. B	94. C	95. D	96. B	97. B	98. A	99. D	100. C
101. D	102. B	103. C	104. B	105. C	106. C	107. B	108. A		

BÀI 2. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC: ĐỒ THỊ

– NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận trục tung làm trục đối xứng?

- (A) $y = -2 \cos x$. (B) $y = 2 \sin x$. (C) $y = 2 \sin(-x)$. (D) $y = \sin x - \cos x$.

Câu 2. Đồ thị hàm số nào dưới đây nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng?

- (A) $y = -2 \cos x$. (B) $y = -2 \sin x$. (C) $y = -2 \sin x + 2$. (D) $y = -2 \cos x + 2$.

Câu 3. Biết điểm $K(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = 1 + \tan x$. Hỏi điểm nào dưới đây cũng thuộc đồ thị (C)?

- (A) $M\left(x_0 + \frac{\pi}{2}; y_0\right)$. (B) $N(x_0 + \pi; y_0)$. (C) $P(\pi; y_0)$. (D) $Q(x_0; y_0 + \pi)$.

Câu 4. Cho điểm $M\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$. Đồ thị của hàm số nào dưới đây **không** đi qua điểm M?

- (A) $y = 1 - \sin 2x$. (B) $y = \sin 4x$. (C) $y = \tan 2x$. (D) $y = \frac{1}{2} - \cos^2 x$.

Câu 5. Xét hàm số $y = 2 + \sin x$ có đồ thị (C). Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào sai?

- (A) Đồ thị (C) không đi qua gốc tọa độ. (B) Đồ thị (C) cắt trục hoành.
(C) Đồ thị (C) nằm phía trên trục hoành. (D) Đồ thị (C) cắt trục tung.

Câu 6. Cho ba hàm số (I) : $y = \sin 2x$, (II) : $y = \cos 2x$ và (III) : $y = \tan 2x$.

Trong các hàm số đã cho, hàm số nào có đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng?

- (A) Chỉ (I). (B) Chỉ (II). (C) Chỉ (III). (D) Cả ba hàm số.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \cos \sqrt{x}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $M(\pi^2; -1)$. (B) $N(\pi^2; 1)$. (C) $P(\pi; -1)$. (D) $Q(-1; \pi^2)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây có điểm chung với đường thẳng $y = 1$?

- (A) $y = \frac{1}{2} \sin x$. (B) $y = 3 + \cos x$. (C) $y = \sin \frac{x}{2}$. (D) $y = \sin x - 1$.

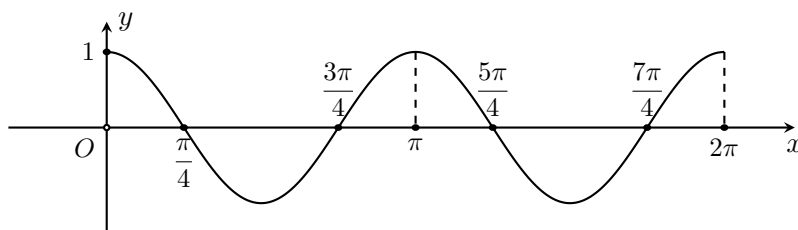
Câu 9. Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = \tan x$ theo phương song song trục hoành $\frac{\pi}{2}$ đơn vị, về phía bên phải thì được đồ thị của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây?

- (A) $y = \tan(x) - \frac{\pi}{2}$. (B) $y = \tan(x) + \frac{\pi}{2}$. (C) $y = \cot x$. (D) $y = -\cot x$.

Câu 10. Cho các hàm số $y = \cos 3x$, $y = \sin 5x$, $y = \tan 4x$, $y = \cot 2x$. Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số có đồ thị đi qua gốc tọa độ?

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Câu 11. Xét hàm số $f(x) = \cos 2x$ trên tập $\mathcal{D} = [0; 2\pi]$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?



- (A) Hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $\left(\frac{7\pi}{4}; 2\pi\right)$.
(B) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

(C) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

(D) Hàm số $f(x)$ đồng biến trong khoảng $\left(\pi; \frac{5\pi}{4}\right)$.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = \sin(2x + \pi)$ đi qua điểm nào sau đây?

(A) $M(0; 1)$.

(B) $N(\pi; 0)$.

(C) $P(-\pi; 1)$.

(D) $Q(0; -1)$.

Câu 13. Điểm nào sau đây là giao điểm của đồ thị các hàm số $y = \sin 2x$, $y = \tan x$?

(A) $A(0; 1)$.

(B) $B\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$.

(C) $C(\pi; \pi)$.

(D) $D\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$.

Câu 14. Biết rằng đồ thị hàm số $y = a \cos 2x + \cos x$ (với a là tham số thực) đi qua điểm $A(3\pi; 4)$. Tìm a .

(A) $a = 4$.

(B) $a = 2$.

(C) $a = 3$.

(D) $a = 5$.

Câu 15. Trong các hàm số $y = \sin 2x$, $y = \tan x$, $y = \cos x$, $y = \cos(-2x)$, $y = \cos(x + \pi)$, có bao nhiêu hàm số có đồ thị đối xứng qua trục tung?

(A) 3.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 1.

Câu 16. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

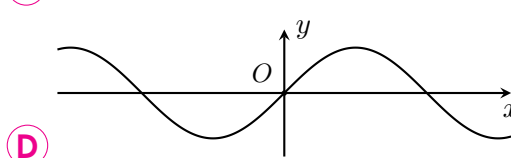
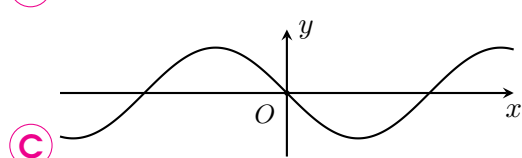
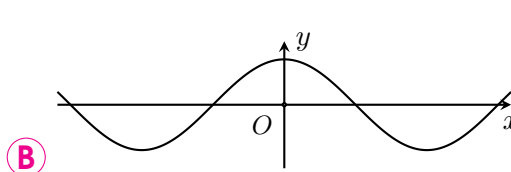
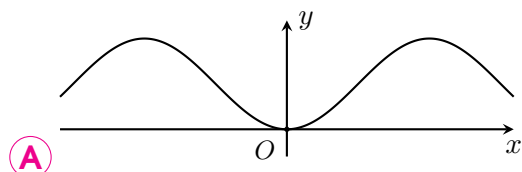
(A) Đồ thị hàm số $y = \sin x$ đối xứng qua trục tung.

(B) Đồ thị hàm số $y = \cos x$ đối xứng qua gốc tọa độ.

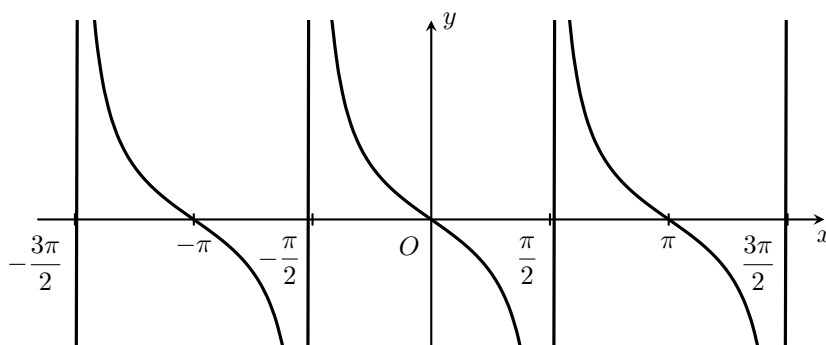
(C) Đồ thị hàm số $y = \tan x$ cắt trục hoành tại vô số điểm.

(D) Đồ thị hàm số $y = \sin x + \cos x$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Câu 17. Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \sin x$?



Câu 18. Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị ở hình vẽ dưới đây?



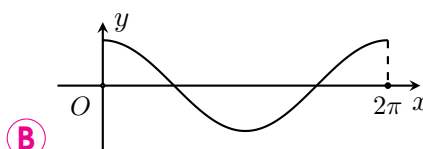
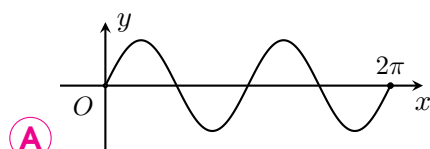
(A) $y = \tan x$.

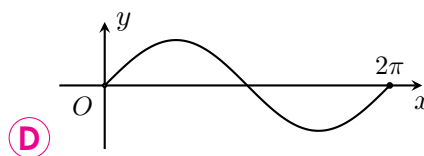
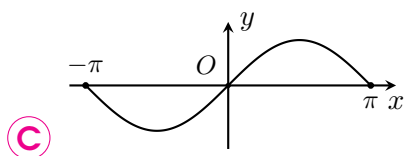
(B) $y = -\cot x$.

(C) $y = \cot x$.

(D) $y = -\tan x$.

Câu 19. Xét hàm số $f(x) = \sin x$ trên tập hợp $\mathcal{D} = [0; 2\pi]$. Hình nào trong các hình sau là đồ thị của hàm số $f(x)$?





- VẬN DỤNG

Câu 20.

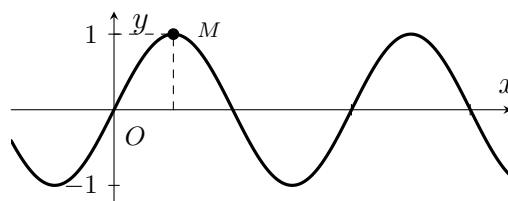
Cho hàm số $y = \sin 2x$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tọa độ điểm M .

(A) $M\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$.

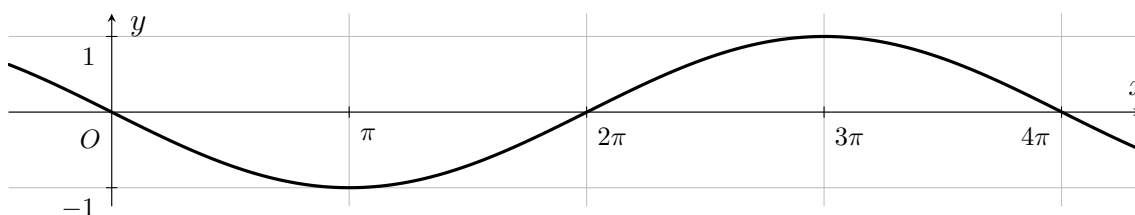
(B) $M(\pi; 1)$.

(C) $M\left(\frac{\pi}{4}; 1\right)$.

(D) $M\left(\frac{\pi}{2}; 2\right)$.



Câu 21. Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



(A) $y = \sin \frac{x}{2}$.

(B) $y = \cos \frac{x}{2}$.

(C) $y = \sin x$.

(D) $y = -\sin \frac{x}{2}$.

Câu 22.

Bảng biến thiên ở hình bên là của hàm số nào dưới đây, xét trên đoạn $[0; \pi]$?

(A) $y = -\cos 2x$.

(B) $y = \cos 2x$.

(C) $y = 2 \cos x$.

(D) $y = \sin 2x$.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	-1	1	-1

Câu 23. Hình nào dưới đây là bảng biến thiên của hàm số $y = \cos 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$?

(A)

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	-1	1	-1	1	-1

(B)

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	1	-1	1	-1	1

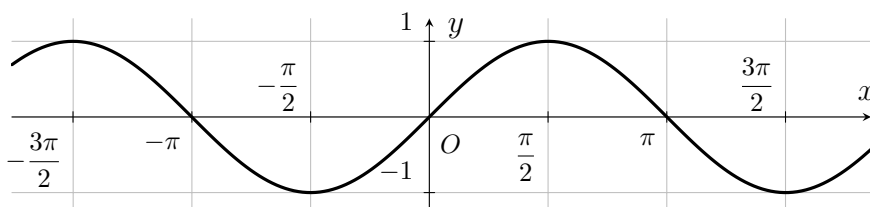
(C)

x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	-2	2	-2	2	-2

D

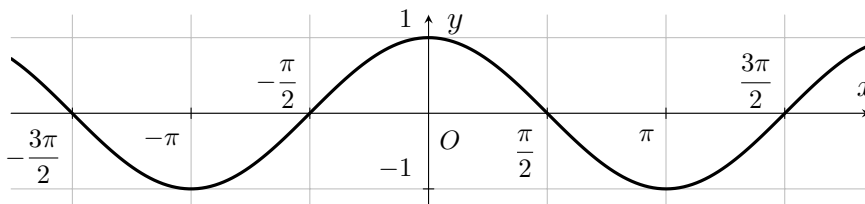
x	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
y	2	-2	2	-2	2

Câu 24. Biết hàm số $y = \sin x$ có đồ thị là đường cong trong hình sau

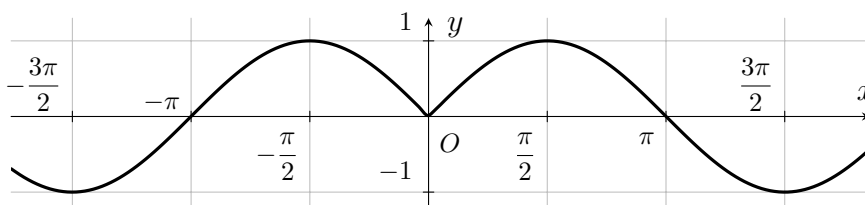


Đường cong trong hình nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = \sin |x|$?

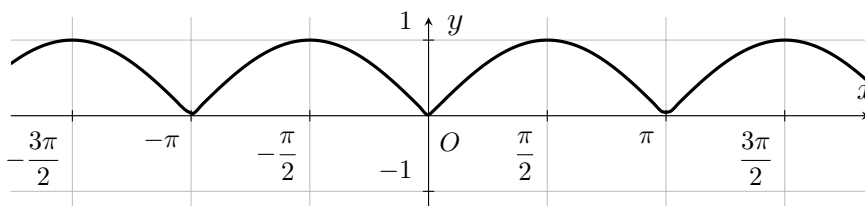
A



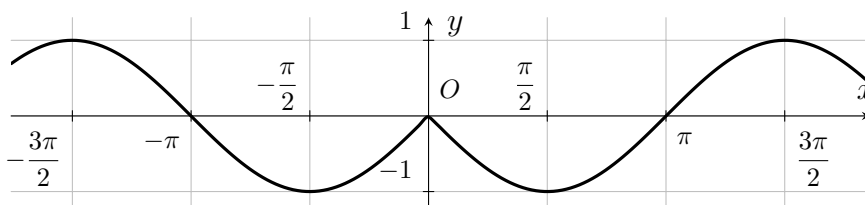
B



C

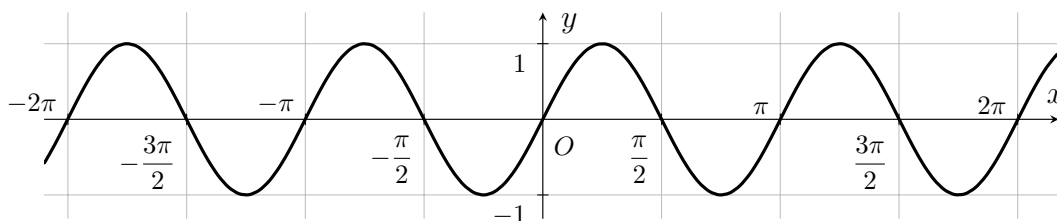


D

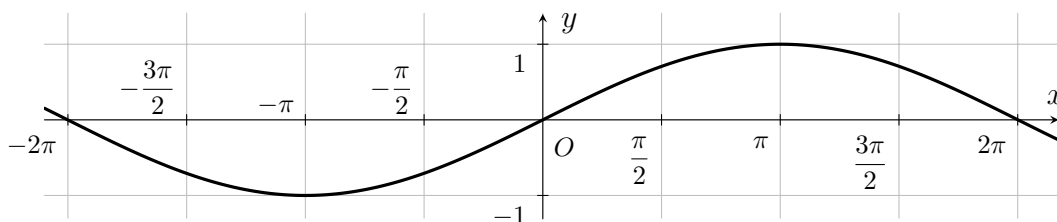


Câu 25. Đường cong trong hình nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = 2 \sin 2x$?

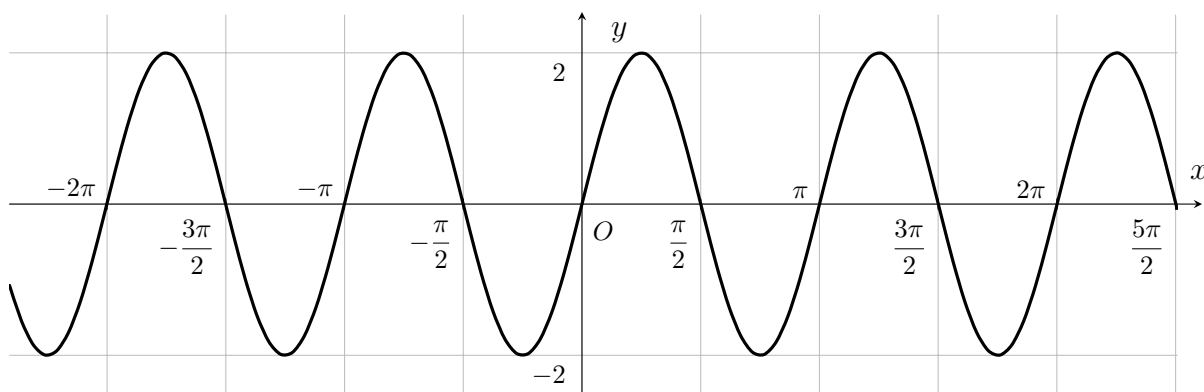
(A)



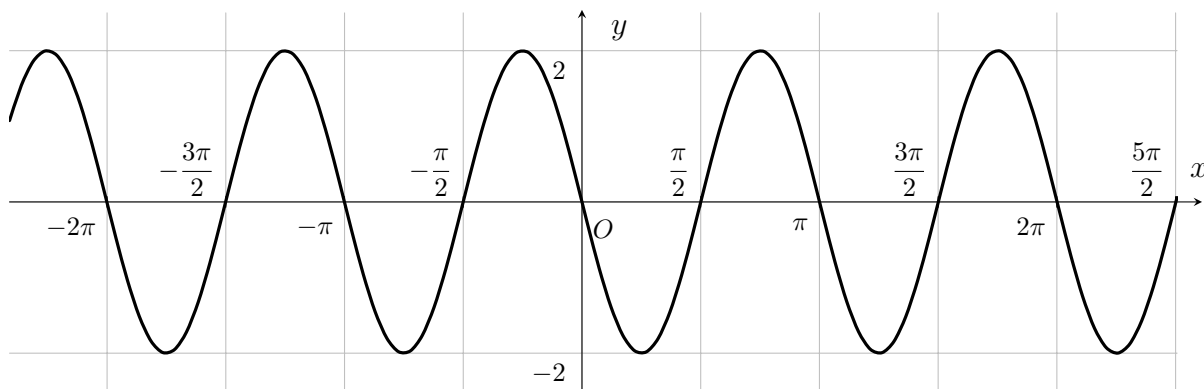
(B)



(C)

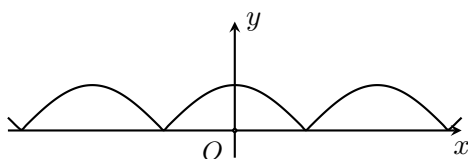


(D)

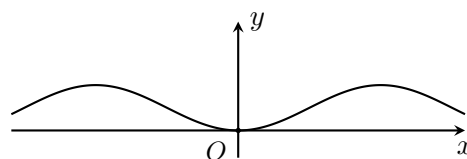


Câu 26. Hình nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = |\sin x|$?

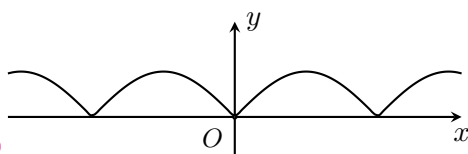
(A)



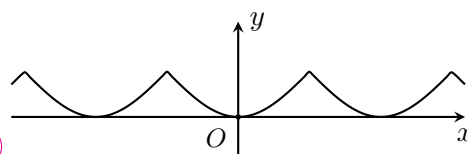
(B)



(C)

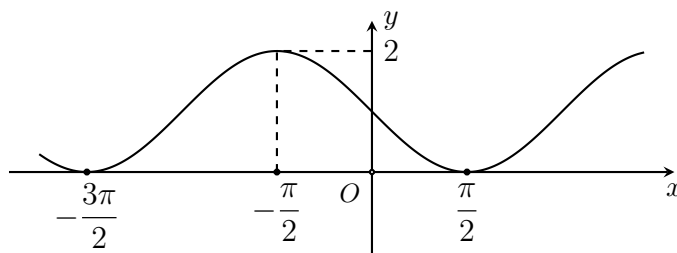


(D)

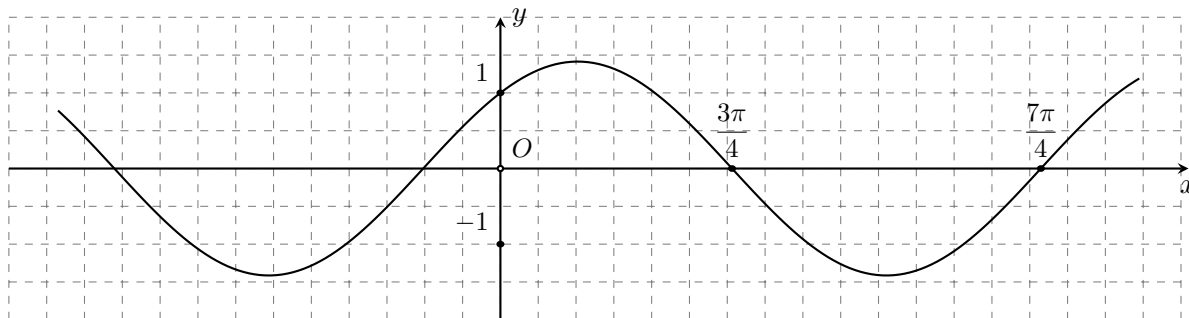


Câu 27. Đồ thị trong hình vẽ là của hàm số nào sau đây?

- (A) $y = 2 \cos x$.
 (B) $y = 1 + \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$.
 (C) $y = 1 + \cos x$.
 (D) $y = 1 + \cos \left(x + \frac{\pi}{2} \right)$.



Câu 28. Hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

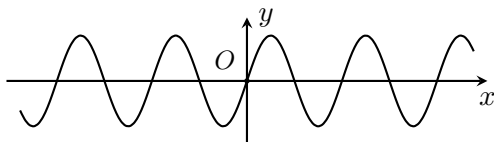


- (A) $y = \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$.
 (B) $y = \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$.
 (C) $y = \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$.
 (D) $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$.

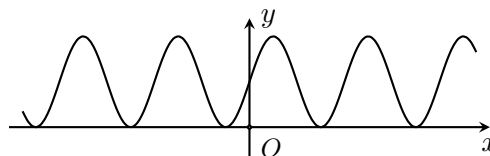
Câu 29. Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = \cos 2x + 2 \cos x$ đi qua điểm $M(a; b)$. Hỏi đồ thị hàm số $f(x)$ còn đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- (A) $A(a + \pi; -b)$.
 (B) $B(-a; -b)$.
 (C) $C(a - \pi; b)$.
 (D) $D(-a + 2\pi; b)$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \sin 3x$ có đồ thị ở Hình 1, hỏi trong Hình 2 là đồ thị của hàm số nào?



Hình 1

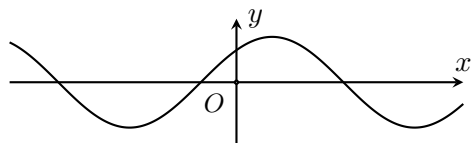


Hình 2

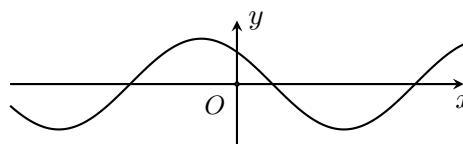
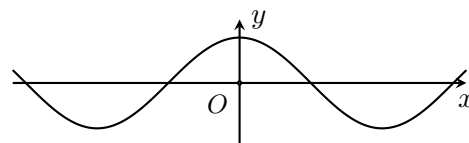
- (A) $y = \sin(3x + 1)$.
 (B) $y = 1 + \sin 3x$.
 (C) $y = -1 + \sin 3x$.
 (D) $y = |\sin 3x|$.

Câu 31.

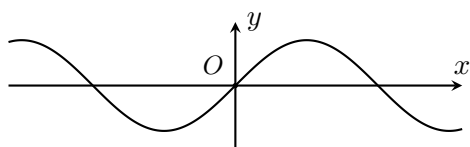
Cho đồ thị hàm số $y = \cos x$ ở hình bên. Hỏi đồ thị hàm số $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ ở hình nào trong các hình sau đây?



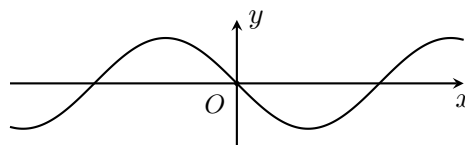
Hình 1



Hình 2



Hình 3

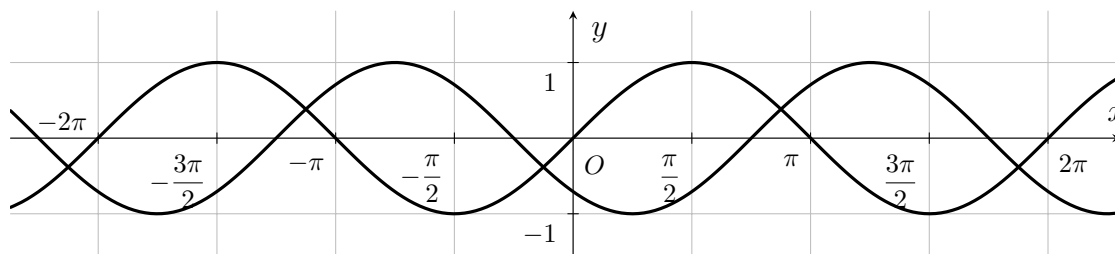
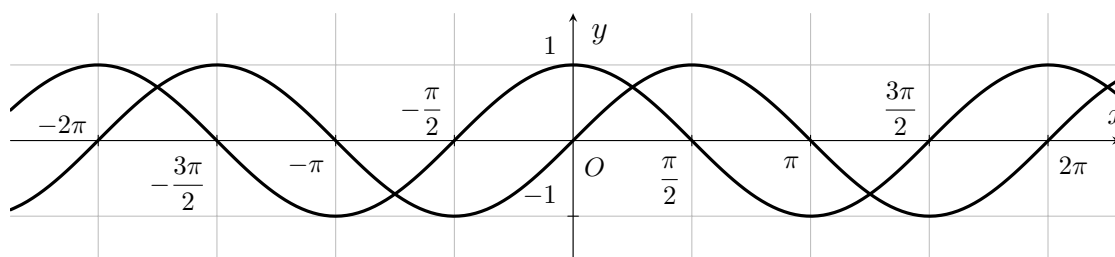
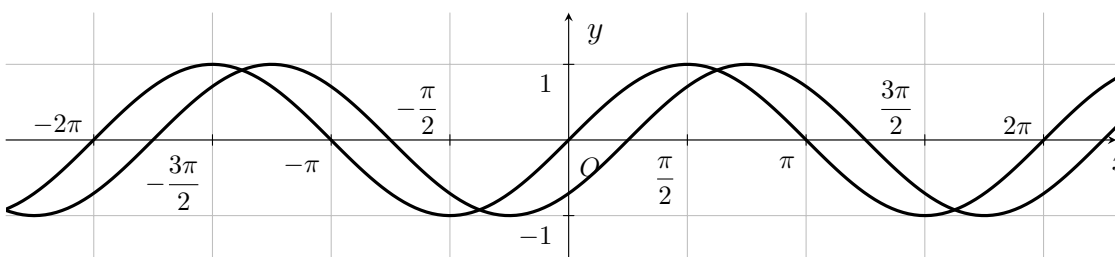


Hình 4

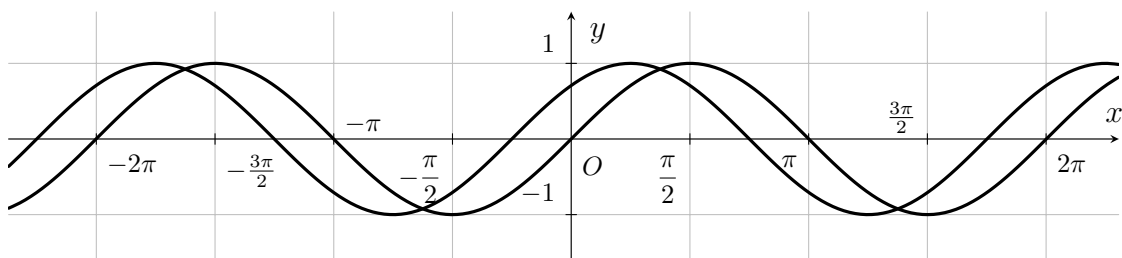
- ☐ A Hình 1.
 ☐ B Hình 2.
 ☐ C Hình 3.
 ☐ D Hình 4.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 32. Đồ thị các hàm số $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x + \cos x)$ và $y = \sin x$ là các đường cong trong hình nào dưới đây?

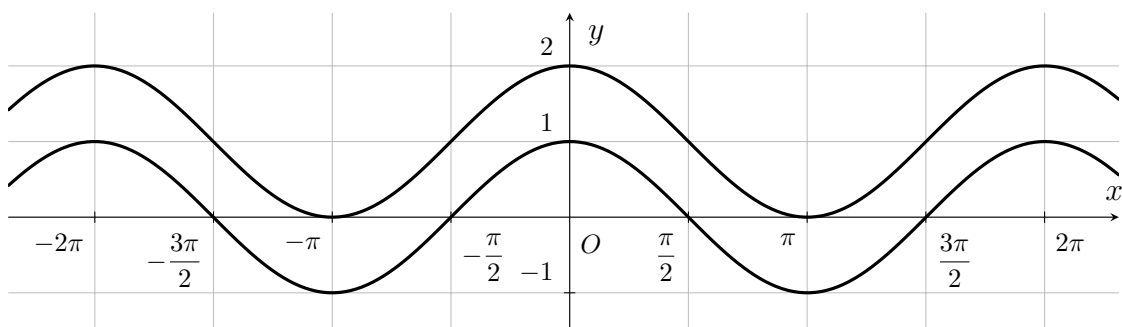

☐ A

☐ B

☐ C

D

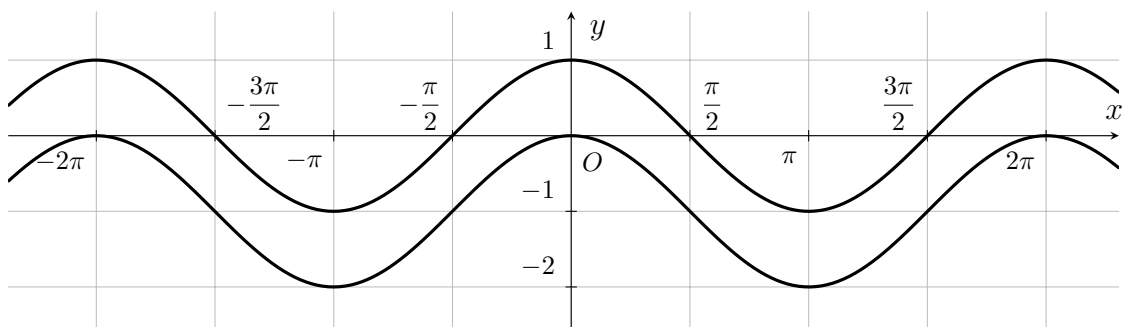


Câu 33. Đồ thị các hàm số $y = \sqrt{\frac{\cos 2x + 4 \cos x + 3}{2}}$ và $y = \cos x$ là các đường cong trong hình nào dưới đây?

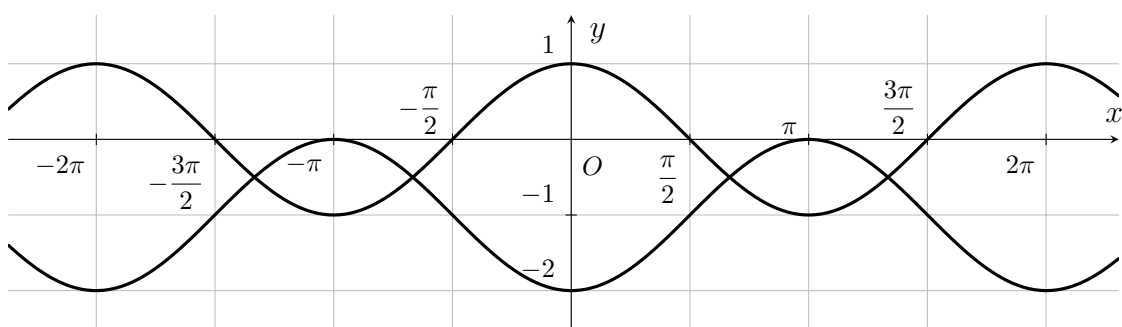
A

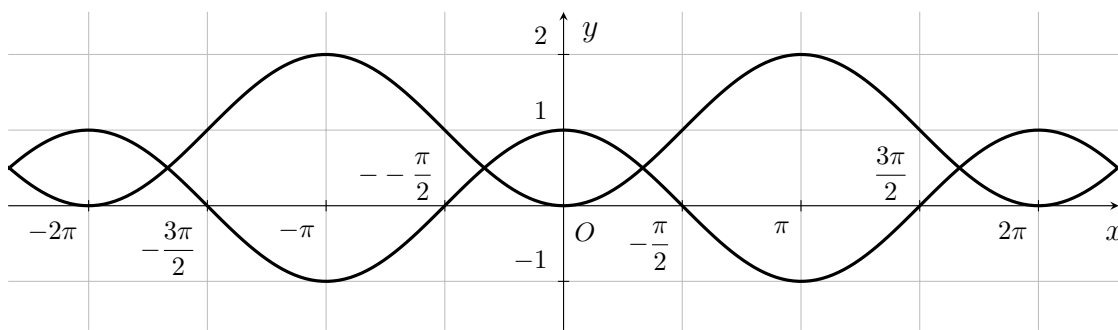


B



C





(D)

Câu 34.

Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = \tan x$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$. Tìm số nghiệm của

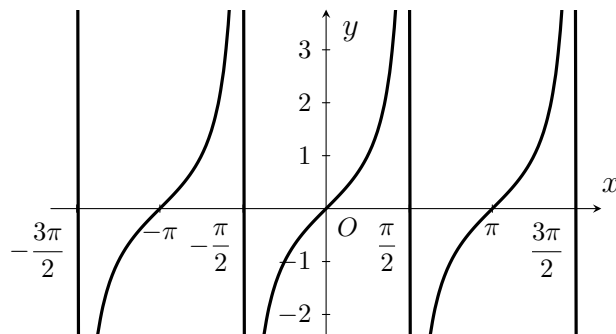
phương trình $|\tan x| = \pi$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.



Câu 35. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ và đường thẳng $y = m$ có điểm chung.

(A) $m \leq 1$.(B) $m \geq \frac{1}{4}$.(C) $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$.(D) $\begin{cases} m < \frac{1}{4} \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 36. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \cot(\sin x)$ và trục hoành.

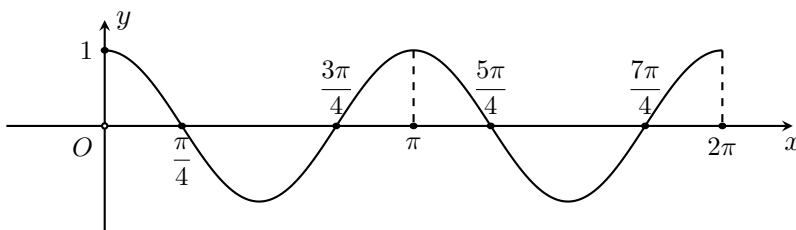
(A) Vô số.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 2.

Câu 37. Xét hàm số $f(x) = \cos 2x$ trên tập hợp $\mathcal{D} = [0; 2\pi]$ và có đồ thị cho ở hình vẽ. Tìm số giao điểm tối đa của đường thẳng $y = m$ với $m \in \mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $g(x) = |f(x)|$.



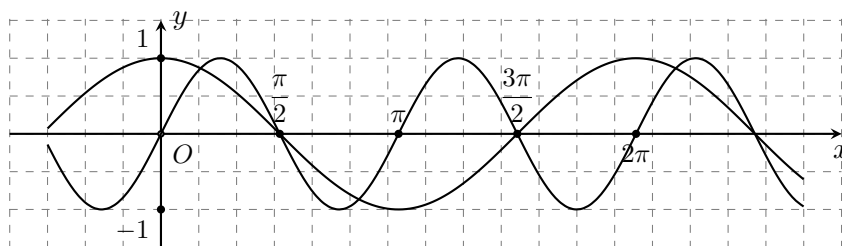
(A) 9.

(B) 8.

(C) 7.

(D) 10.

Câu 38. Cho các hàm số $y = \sin 2x$ và $y = \cos x$ có đồ thị trong cùng hệ tọa độ như sau



Hỏi hai đồ thị cắt nhau tại bao nhiêu điểm có hoành độ thuộc khoảng $(0; 2018)$?

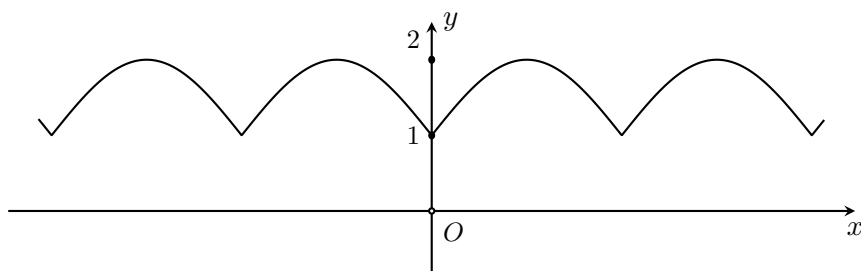
(A) 1285 điểm.

(B) 321 điểm.

(C) 1284 điểm.

(D) 4036 điểm.

Câu 39. Hình sau là đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



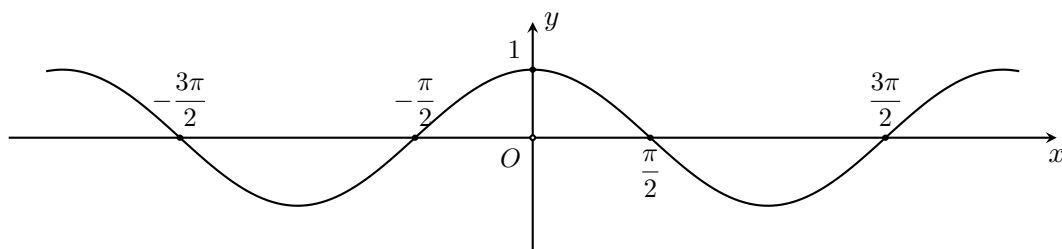
(A) $y = 1 + |\sin x|$.

(B) $y = 1 + |\cos x|$.

(C) $y = 1 + \sin |x|$.

(D) $y = 1 + |\sin |x||$.

Câu 40. Dựa vào đồ thị hàm số $y = \cos x$ (tham khảo hình vẽ dưới đây), hãy tìm tất cả các giá trị của x để $\cos x < 0$.



(A) $-\frac{3\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{2}$.

(B) $\begin{cases} -\frac{3\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases}$.

(C) $-\frac{3\pi}{2} + k2\pi < x < -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $\frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. B	4. C	5. B	6. B	7. A	8. C	9. D	10. B
11. C	12. B	13. D	14. D	15. A	16. C	17. D	18. D	19. D	20. C
21. D	22. A	23. A	24. B	25. C	26. C	27. D	28. B	29. D	30. B
31. A	32. D	33. A	34. D	35. C	36. B	37. B	38. A	39. A	40. C

BÀI 3. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC: GTLN, GTNN

– NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 3 + 2 \cos x$.

- (A) $M = 1$. (B) $M = 4$. (C) $M = 2$. (D) $M = 5$.

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{2 \sin x - 1}{3}$.

- (A) $m = -\frac{1}{3}$. (B) $m = -\frac{2}{3}$. (C) $m = -3$. (D) $m = -1$.

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2 - |\cos x|$.

- (A) $M = 1$. (B) $M = 3$. (C) $M = 0$. (D) $M = 2$.

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \cos x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- (A) $M = \frac{1}{2}$. (B) $M = 0$. (C) $M = 1$. (D) $M = -1$.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 1 - 2 \sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = 0$. (C) $m = 2$. (D) $m = \frac{1}{2}$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 3 - \tan x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}\right]$.

- (A) $M = 0$. (B) $M = 2$. (C) $M = 3 - \sqrt{3}$. (D) $M = 4$.

Câu 7. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \cot x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

- (A) $m = 0$. (B) $m = -1$. (C) $m = 1$. (D) $m = -\sqrt{3}$.

Câu 8. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 2 + 3 \cos x$.

- (A) $M = 5$ và $m = 2$. (B) $M = 5$ và $m = 1$. (C) $M = 2$ và $m = -1$. (D) $M = 2$ và $m = 1$.

Câu 9. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 2 \sin x - 3$.

- (A) $M = -1$ và $m = -5$. (B) $M = -1$ và $m = -3$.
(C) $M = 5$ và $m = -1$. (D) $M = -5$ và $m = 5$.

Câu 10. Giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 3 - 2 \sin 3x$ là:

- (A) $M = -1$. (B) $M = 5$. (C) $M = 3$. (D) $M = 1$.

Câu 11. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 5 - 8 \sin^2 2x \cos^2 2x$ lần lượt là:

- (A) $M = 13$ và $m = 5$. (B) $M = 5$ và $m = 3$.
(C) $M = 5$ và $m = -3$. (D) $M = 13$ và $m = -3$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là 3, đạt được khi $\sin^2 4x = 1$

$$\Leftrightarrow \sin 4x = \pm 1 \Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5, đạt được khi $\sin 4x = 0 \Leftrightarrow x = 4k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{1 + 4 \cos^2 x}{3}$ lần lượt là:

- (A) $M = 3$ và $m = 2$. (B) $M = \frac{5}{3}$ và $m = \frac{1}{3}$.
(C) $M = \frac{5}{3}$ và $m = -1$. (D) $M = 3$ và $m = -\frac{2}{3}$.

- VẬN DỤNG**Câu 13.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \sin x - \cos x$.

- (A) $M = 0$. (B) $M = 1$. (C) $M = 2$. (D) $M = \sqrt{2}$.

Câu 14. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 3 - 2\cos^2 x \sin^2 x$.

- (A) $m = 3$. (B) $m = 2$. (C) $m = 1$. (D) $m = \frac{5}{2}$.

Câu 15. Tính tổng S của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin x + 4\cos x + 1$.

- (A) $S = 12$. (B) $S = 10$. (C) $S = 0$. (D) $S = 2$.

Câu 16. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sqrt{3}\sin 2x + 2\cos^2 x$.

- (A) $m = -1 - \sqrt{3}$. (B) $m = -3$. (C) $m = -\sqrt{3}$. (D) $m = -1$.

Câu 17. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = |\tan x + \cot x|$.

- (A) $m = -2$. (B) $m = 1$. (C) $m = 0$. (D) $m = 2$.

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sin^2 x + \sin x + 1$.

- (A) $m = 0$. (B) $m = 3$. (C) $m = 1$. (D) $m = \frac{3}{4}$.

Câu 19. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

- (A) $M = 1 + \sqrt{3}$. (B) $M = 1$. (C) $M = \sqrt{3}$. (D) $M = 2$.

Câu 20. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 2\sin^2 x - \cos 2x$ lần lượt là:

- (A) $M = 3$ và $m = 2$. (B) $M = 3$ và $m = -1$. (C) $M = 2$ và $m = -1$. (D) $M = 2$ và $m = 0$.

Câu 21. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x + 4$ lần lượt là:

- (A) $M = 4 + \sqrt{3}$ và $m = 4 - \sqrt{3}$. (B) $M = 5 + \sqrt{3}$ và $m = 3 - \sqrt{3}$.
(C) $M = 4$ và $m = 4 - \sqrt{3}$. (D) $M = 5$ và $m = 3$.

Câu 22. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \cos x + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ lần lượt là:

- (A) $M = \frac{3}{2}$ và $m = 0$. (B) $M = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $m = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
(C) $M = \sqrt{3}$ và $m = -\sqrt{3}$. (D) $M = 2$ và $m = -2$.

Câu 23. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \cos^2 x + 2\cos 2x$ lần lượt là:

- (A) $M = 3$ và $m = -1$. (B) $M = 1$ và $m = -1$. (C) $M = 3$ và $m = -2$. (D) $M = 2$ và $m = 1$.

Câu 24. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sqrt{5 - 2\cos^2 x \sin^2 x}$ lần lượt là:

- (A) $M = \sqrt{7}$ và $m = \sqrt{5}$. (B) $M = \frac{\sqrt{78}}{4}$ và $m = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.
(C) $M = \sqrt{5}$ và $m = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. (D) $M = \sqrt{5}$ và $m = \sqrt{3}$.

Câu 25. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 3\cos^2 x + 2\sin 2x - \sin^2 x + 5$ lần lượt là:

- (A) $M = 8$ và $m = 4$. (B) $M = 5 + \sqrt{3}$ và $m = 5 - \sqrt{3}$.
(C) $M = 6 + 2\sqrt{2}$ và $m = 6 - 2\sqrt{2}$. (D) $M = 7 + \sqrt{3}$ và $m = 7 - \sqrt{3}$.

Câu 26. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 5\cos^2 x + 3\sin 2x - \sin^2 x + 6$ lần lượt là:

- (A) $M = 11$ và $m = 5$. (B) $M = \frac{13 + 3\sqrt{3}}{2}$ và $m = \frac{13 - 3\sqrt{3}}{2}$.
(C) $M = 3\sqrt{2}$ và $m = -3\sqrt{2}$. (D) $M = \frac{19 + 3\sqrt{3}}{2}$ và $m = \frac{19 - 3\sqrt{3}}{2}$.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 27. Tính tổng S của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{3 - 2\sin^2 x \cos^2 x}$.

- (A) $S = 1 + \sqrt{3}$. (B) $S = 1$. (C) $S = \sqrt{3}$. (D) $S = \frac{2\sqrt{3} + \sqrt{10}}{2}$.

Câu 28. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x - 1}{\sin x - \cos x + 3}$.

Tính $s = m + 7M$.

- (A) $s = 2$. (B) $s = -\frac{3}{7}$. (C) $s = -\frac{6}{7}$. (D) $s = 0$.

Câu 29. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \sin^2 x + 3\cos x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

- (A) $M = \frac{9}{4}$. (B) $M = \frac{13}{4}$. (C) $M = 4$. (D) $M = 3$.

Câu 30. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \tan x + 2\cot x$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right]$.

- (A) $m = 2\sqrt{2}$. (B) $m = 3$. (C) $m = \frac{7\sqrt{3}}{3}$. (D) $m = \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 31. Cho các số thực a, b thay đổi, thỏa mãn $a^2 + b^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức

$$P = \frac{a + 2b + 3}{2a - b + 4}.$$

- (A) $P_{\max} = \frac{5}{3}$. (B) $P_{\max} = 2$. (C) $P_{\max} = \frac{6}{5}$. (D) $P_{\max} = 6$.

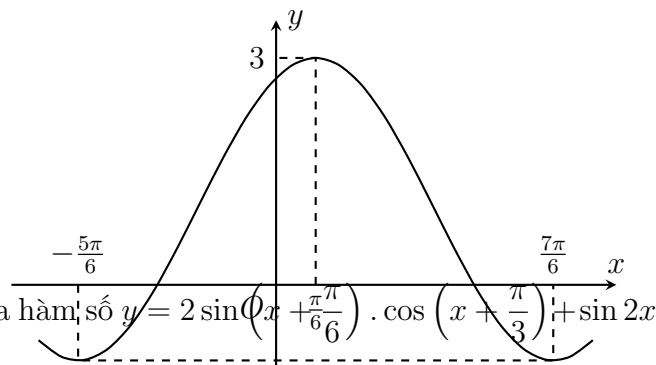
Câu 32. Cho các số thực x_1, x_2, y_1, y_2 thay đổi, thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = y_1^2 + y_2^2 = 2$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = (1 - x_1)(1 - y_1) + (1 - x_2)(1 - y_2)$.

- (A) $P_{\max} = 4 - 2\sqrt{2}$. (B) $P_{\max} = 8$. (C) $P_{\max} = 2$. (D) $P_{\max} = 4 + 2\sqrt{2}$.

Câu 33.

Đường cong trong hình dưới mô tả đồ thị của hàm số $y = A\sin(x + \alpha) + B$ (A, B, α là các hằng số, $\alpha \in [-\pi; 0]$). Tính $S = A + B - \frac{3\alpha}{\pi}$.

- (A) $S = 2$. (B) $S = 1$.
(C) $S = 3$. (D) $S = 0$.



Câu 34. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 2x$ lần lượt là:

- (A) $M = \frac{1}{2}$ và $m = -\frac{3}{2}$. (B) $M = \frac{1}{2}$ và $m = -\frac{1}{2}$.
(C) $M = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$ và $m = -\sqrt{2} - \frac{1}{2}$. (D) $M = 0$ và $m = -1$.

Câu 35. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^4 x + \cos^4 x$.

- (A) 0. (B) $\frac{1}{2}$. (C) 1. (D) 2.

Câu 36. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số của hàm số $y = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x + \cos x + 2}$ lần lượt là:

- (A) $M = -1; m = -2$. (B) $M = 2; m = -1$. (C) $M = 1; m = -2$. (D) $M = 2; m = 1$.

Câu 37. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số của hàm số $y = \frac{2 + \cos x}{\sin x + \cos x - 2}$ lần lượt là:

- (A) $M = \frac{1}{3}; m = -3$. (B) $M = \frac{-5 + \sqrt{19}}{2}; m = \frac{-5 - \sqrt{19}}{2}$.

Ⓒ $M = -\frac{1}{3}; m = -3.$

Ⓓ $M = 3; m = -\frac{1}{3}.$

Câu 38. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số của hàm số $y = \frac{2 \sin x + \cos x + 3}{2 \cos x - \sin x + 4}$ lần lượt là:

Ⓐ $M = 1; m = -1.$

Ⓑ $M = 1; m = -2.$

Ⓒ $M = 2; m = \frac{2}{11}.$

Ⓓ $M = \frac{2}{3}; m = 0.$

Câu 39. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số của hàm số $y = \frac{\cos x - 2 \sin x}{2 - \sin x}$ lần lượt là:

Ⓐ $M = 1; m = -\frac{2}{3}.$

Ⓑ $M = \frac{1}{2}; m = -\frac{1}{2}.$

Ⓒ $M = \frac{1}{2}; m = -2.$

Ⓓ $M = \frac{-2 + \sqrt{19}}{3}; m = \frac{-2 + \sqrt{19}}{3}.$

Câu 40. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số của hàm số $y = \frac{\sin x + 2 \cos x - 1}{\sin x + \cos x + 2}$ lần lượt là:

Ⓐ $M = 2; m = -1.$

Ⓑ $M = 1; m = -2.$

Ⓒ $M = -2; m = -\frac{1}{2}.$

Ⓓ $M = 2; m = 1.$

Câu 41. Cho $y = \frac{m \sin x + 1}{2 + \cos x}$. Tìm m để $\min y < -1$.

Ⓐ $m < -3.$

Ⓑ $m < 0.$

Ⓒ $m > 2.$

Ⓓ $m > 2\sqrt{2} \vee m < -2\sqrt{2}.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. D	4. A	5. A	6. D	7. D	8. B	9. A	10. B
11. B	12. B	13. D	14. D	15. D	16. D	17. D	18. D	19. D	20. B
21. D	22. C	23. C	24. C	25. C	26. C	27. D	28. D	29. D	30. B
31. B	32. B	33. B	34. C	35. B	36. A	37. B	38. C	39. D	40. C
41. D									

BÀI 4. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN VỚI $\sin x, \cos x$

– NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Hỏi $x = \frac{\pi}{4}$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin x = 1.$ (B) $\cos x = 1.$ (C) $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}.$ (D) $\sin 2x = 0.$

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin x \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$

- (A) $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$ (B) $S = \left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$
 (C) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$ (D) $S = \left\{k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0.$

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$ (B) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$
 (C) $S = \left\{\frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$ (D) $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 4. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{\cos x(\sin 2x + 1)}.$

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$ (B) $\mathcal{D} = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$ (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 5. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{1}{(\cos x - 1) \cdot \sin x}.$

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$ (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$ (D) $\mathcal{D} = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 6. Cho phương trình $(\sin x - 1) \cdot \cos x = 0.$ Tìm tập hợp S tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ của phương trình đã cho.

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right\}.$ (B) $S = \left\{\frac{\pi}{2}\right\}.$
 (C) $S = \left\{-\frac{\pi}{2}\right\}.$ (D) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

Câu 7. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin(x + 30^\circ) \cdot \cos(x - 45^\circ) = 0.$

- (A) $S = \{-30^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$ (B) $S = \{-30^\circ + k180^\circ; 135^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$
 (C) $S = \{135^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$ (D) $S = \{45^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$

Câu 8. Hỏi $x = \frac{\pi}{3}$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $2 \sin x = -1.$ (B) $2 \sin x = 1.$ (C) $2 \sin x = -\sqrt{3}.$ (D) $2 \sin x = \sqrt{3}.$

Câu 9. Hỏi $x = \arcsin\left(-\frac{1}{3}\right)$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin x = \frac{1}{3}.$ (B) $\sin(x + 2\pi) = -\frac{1}{3}.$
 (C) $\sin x = \arcsin\left(-\frac{1}{3}\right).$ (D) $\sin(x + \pi) = -\frac{1}{3}.$

Câu 10. Cho a là một số thực. Phương trình $\sin x = \sin a$ tương đương với

(A) $\begin{cases} x = a + k2\pi \\ x = -a + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = a + k2\pi \\ x = \pi - a + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = a + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = -a + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 11. Phương trình $\sin x = -1$ tương đương với

(A) $\cos x = 0.$

(B) $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 12. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$

(A) $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(B) $S = \left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(D) $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{5\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 13. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin 3x = 0$ thuộc khoảng $(0, \pi).$

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos x = 1.$

(A) $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

(B) $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(D) $S = \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 15. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x = 0.$

(A) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(B) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(D) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 16. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$

(A) $S = \left\{ -\frac{3\pi}{8} + k\pi; \frac{3\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(B) $S = \left\{ -\frac{3\pi}{8} + k2\pi; \frac{3\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(C) $S = \left\{ \frac{3\pi}{8} + k\pi; \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(D) $S = \left\{ \frac{3\pi}{8} + k2\pi; \frac{\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 17. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 3x = \frac{1}{3}.$

(A) $S = \left\{ -\frac{1}{3} \arccos \frac{1}{3} + k2\pi; \frac{1}{3} \arccos \frac{1}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(B) $S = \left\{ -\arccos \frac{1}{9} + \frac{k2\pi}{3}; \arccos \frac{1}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(C) $S = \left\{ -\arccos \frac{1}{9} + k2\pi; \arccos \frac{1}{9} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(D) $S = \left\{ -\frac{1}{3} \arccos \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{1}{3} \arccos \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 18. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x = \sqrt{2}.$

(A) $S = \mathbb{R}.$

(B) $S = \left\{ -\frac{1}{2} \arccos \sqrt{2} + k\pi; \frac{1}{2} \arccos \sqrt{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

(C) $S = \emptyset.$

(D) $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k2\pi \right\}.$

Câu 19. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos(x + 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(A) $S = \{120^\circ + k360^\circ; k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $S = \{120^\circ + k360^\circ; -180^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $S = \{120^\circ + k180^\circ; k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $S = \{120^\circ + k180^\circ; -180^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x = \cos \frac{\pi}{3}$.

(A) $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 21. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos x = \cos \frac{1}{2}$.

(A) $S = \left\{\frac{1}{2} + k2\pi; \pi - \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $S = \left\{-\frac{1}{2} + k2\pi; \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $S = \left\{-\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 3x = \cos 45^\circ$.

(A) $S = \{15^\circ + k120^\circ; 45^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $S = \{-15^\circ + k120^\circ; 15^\circ + k120^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $S = \{15^\circ + k360^\circ; 45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $S = \{-15^\circ + k360^\circ; 15^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị của số thực a để phương trình $\cos 2x = a - 2$ có nghiệm.

(A) $a \in [-1; 1]$.

(B) $[0; 4]$.

(C) $a \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

(D) $a \in [1; 3]$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị của số thực a để phương trình $\cos x = a^2$ có nghiệm.

(A) $a \in \mathbb{R}$.

(B) $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

(C) $a \in [0; 1]$.

(D) $a \in [-1; 1]$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của số thực m để phương trình $\cos 2x = \cos m$ có nghiệm.

(A) $m \in \mathbb{R}$.

(B) Không tồn tại m .

(C) $m \in [-1; 1]$.

(D) $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

- VẬN DỤNG

Câu 26. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 27. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{3}{(1 - \sin 2x) \cdot (\cos 3x - 1)}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{2\pi}{3}; \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 28. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos 3x}{(\sin 4x + 1) \cdot (1 - \cos x)}}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 29. Cho phương trình $\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình đã cho.

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

Câu 30. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ của phương trình $\sin x + \sin 2x = 0$.

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 31. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin 5x = 0$.

- (A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

Câu 32. Tìm số điểm biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 33. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin \frac{2x - \pi}{7} = \frac{1}{2}$ thuộc khoảng $(0, 2\pi)$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 34. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin 3x = \sin 5x$ thuộc đoạn $[0, 2\pi]$.

- (A) 7. (B) 8. (C) 9. (D) 11.

Câu 35. Phương trình $\sin 4x + \sin x = 0$ **không** tương đương với

- (A) $\sin 4x = \sin(x + \pi)$. (B) $\sin 4x = \sin(-x)$.

- (C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{k2\pi}{5} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\sin 5x = 0$.

Câu 36. Phương trình $\sin 2x = \cos x$ **không** tương đương với

- (A) $\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$. (B) $\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$.

- (C) $\sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 37. Phương trình $\sin 3x + \cos x = 0$ tương đương với

- (A) $\sin 3x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$. (B) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

- (C) $x = \frac{3\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5} (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\sin 3x = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 38. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 4x \cos x = \sin 5x \cos 2x$?

- (A) 2 điểm. (B) 5 điểm. (C) 9 điểm. (D) 14 điểm.

Câu 39. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin 2x$?

- (A) 2 điểm. (B) 3 điểm. (C) 4 điểm. (D) 1 điểm.

Câu 40. Nghiệm lớn nhất của phương trình $(\sin x - 2)(\sin 4x - 1) = 0$ trong khoảng $[0; 2\pi]$ gần bằng giá trị nào nhất trong các giá trị sau?

- (A) 5, 11. (B) 5. (C) 5, 5. (D) 3, 53.

Câu 41. Một vật thể chuyển động với vận tốc thay đổi có phương trình $v(t) = 2 + \sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ (t tính bằng giây, vận tốc tính bằng m/s²). Trong khoảng 1 giây đầu chuyển động, thời điểm vật thể đạt vận tốc 3 m/s² là

- (A) 1 giây. (B) $\frac{1}{4}$ giây. (C) $\frac{1}{2}$ giây. (D) $\frac{3}{4}$ giây.

Câu 42. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos(2x - 30^\circ) = -\frac{1}{2}$.

(A) $S = \{-45^\circ + k360^\circ; 75^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $S = \{-45^\circ + k180^\circ; 45^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $S = \{-45^\circ + k180^\circ; 75^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $S = \{-75^\circ + k180^\circ; 75^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 43. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos\left(\frac{x}{2} + 20^\circ\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(A) $S = \{260^\circ + k360^\circ; 20^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $S = \{260^\circ + k360^\circ; -340^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $S = \{260^\circ + k720^\circ; 20^\circ + k720^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $S = \{260^\circ + k720^\circ; -340^\circ + k720^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 44. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

(A) $S = \left\{\frac{7\pi}{24} + k\pi; \frac{11\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $S = \left\{\frac{7\pi}{24} + k\pi; -\frac{\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $S = \left\{-\frac{\pi}{24} + k\pi; \frac{\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $S = \left\{-\frac{7\pi}{24} + k2\pi; \frac{7\pi}{24} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 45. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

(A) $S = \left\{-\frac{\pi}{12} + k2\pi; \frac{11\pi}{36} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $S = \left\{-\frac{\pi}{12} + k2\pi; -\frac{\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $S = \left\{-\frac{\pi}{12} + k2\pi; \frac{5\pi}{36} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $S = \left\{-\frac{\pi}{12} + k2\pi; -\frac{7\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của x để giá trị của hai hàm số $y = \cos(2x + 1)$ và $y = \cos(x - 2)$ tương ứng bằng nhau.

(A) $S = \left\{-3 + k2\pi; -1 + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(B) $S = \left\{-3 + k2\pi; \frac{\pi}{3} - 1 + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(C) $S = \left\{-3 + k2\pi; \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

(D) $S = \left\{-3 + k2\pi; \frac{\pi}{3} + \frac{1}{3} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 47. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sin x + 2\sin 2x + \sin 3x = 0$.

(A) 6.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 3.

Câu 48. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\frac{\sin 4x - 2\cos 2x}{\cos 2x} = 0$.

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Câu 49. Cho phương trình $\cos(5x + \pi) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - 5x\right) \cdot \sin 3x = 0$. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình đã cho.

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 50. Cho phương trình $\sin x + 2\sin 2x + \sin 3x = \cos x + 2\cos 2x + \cos 3x$. Tính tổng S tất cả các nghiệm trong đoạn $(0; \pi)$ của phương trình đã cho.

(A) $S = \frac{3\pi}{4}$.

(B) $S = \frac{5\pi}{8}$.

(C) $S = \frac{17\pi}{12}$.

(D) $S = \frac{13\pi}{12}$.

Câu 51. Cho phương trình $\sin x \cos 2x - \sin x = \cos 2x - 1$. Tính tổng S tất cả các nghiệm thuộc $(0; \pi)$ của phương trình đã cho.

(A) $S = \frac{\pi}{2}$.

(B) $S = \frac{2\pi}{3}$.

(C) $S = \frac{3\pi}{4}$.

(D) $S = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 52. Cho phương trình $\sin 2x + 2\cos x + \cos 2x - 2\sin x - 1 = 0$. Tính tổng S tất cả các nghiệm thuộc $(-\pi; \pi)$ của phương trình đã cho.

(A) $S = 2\pi$.

(B) $S = \frac{2\pi}{3}$.

(C) $S = -\pi$.

(D) $S = \frac{6\pi}{7}$.

Câu 53. Cho phương trình $\sin x \cos x = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) - \frac{3}{2}$. Tính tổng S tất cả các nghiệm thuộc $(0; \frac{\pi}{2})$ của phương trình đã cho.

- (A) $S = \frac{\pi}{2}$. (B) $S = \frac{5\pi}{12}$. (C) $S = \frac{\pi}{12}$. (D) $S = \frac{5\pi}{4}$.

Câu 54. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x \cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{8}$?

- (A) 2 điểm. (B) 4 điểm. (C) 8 điểm. (D) 16 điểm.

Câu 55. Phương trình $|\sin 9x| + |\sin 4x| = 0$ tương đương với

- (A) $x = n\pi (n \in \mathbb{Z})$. (B) $x = n2\pi (n \in \mathbb{Z})$. (C) $x = n3\pi (n \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \frac{n\pi}{2} (n \in \mathbb{Z})$.

Câu 56. Tìm số nghiệm của phương trình $\sqrt{x - x^2} \cdot \sin 2017x = 0$.

- (A) 645 nghiệm. (B) 644 nghiệm. (C) 643 nghiệm. (D) 642 nghiệm.

Câu 57. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố A ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

$$d(t) = 3 \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 12 \text{ với } t \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 < t \leq 365.$$

Vào ngày nào trong năm thì thành phố có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

- (A) Ngày thứ 170 trong năm. (B) Ngày thứ 171 trong năm.
(C) Ngày thứ 172 trong năm. (D) Ngày thứ 173 trong năm.

Câu 58. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 59. Phương trình $|\cos x| = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[-\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$?

- (A) 8. (B) 9. (C) 10. (D) 11.

Câu 60. Phương trình $\cos(\sin x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm trên khoảng $(-2\pi; 4\pi)$?

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

Câu 61. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos(3 \sin x) = 0$ trên khoảng $(-\pi; 3\pi)$.

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

Câu 62. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos(\pi \sin x) = -1$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 63. Tìm số nghiệm của phương trình $\cos(3\pi \sin x) = \cos(\pi \sin x)$ trên đoạn $[-\pi; 4\pi]$.

- (A) 19. (B) 20. (C) 21. (D) 22.

Câu 64. Tính tổng S của tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x \cos x = 1 + \sin 2x \sin x$ trên đoạn $[-\pi; 4\pi]$.

- (A) $S = 3\pi$. (B) $S = 4\pi$. (C) $S = 5\pi$. (D) $S = 6\pi$.

Câu 65. Tính tổng S của tất cả các nghiệm của phương trình $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$ trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$.

- (A) $S = -\pi$. (B) $S = 2\pi$. (C) $S = 4\pi$. (D) $S = 6\pi$.

Câu 66. Gọi m là số nghiệm của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$ thuộc đoạn $[0; 50]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $0 < m \leq 8$. (B) $8 < m \leq 13$. (C) $13 < m \leq 17$. (D) $m > 17$.

Câu 67. Tính tổng S tất cả các nghiệm trên khoảng $(0; 100\pi)$ của phương trình $\cos x = 0$.

(A) $S = 4950\pi$.

(B) $S = 5000\pi$.

(C) $S = 5050\pi$.

(D) $S = 5100\pi$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. A	4. A	5. B	6. A	7. B	8. D	9. B	10. B
11. C	12. A	13. B	14. A	15. B	16. A	17. D	18. C	19. B	20. A
21. B	22. B	23. D	24. D	25. A	26. C	27. A	28. A	29. D	30. A
31. B	32. D	33. A	34. D	35. D	36. A	37. D	38. D	39. C	40. A
41. B	42. C	43. D	44. B	45. D	46. C	47. D	48. A	49. C	50. A
51. A	52. C	53. A	54. C	55. A	56. B	57. B	58. C	59. B	60. A
61. D	62. B	63. C	64. D	65. B	66. C	67. B			

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN VỚI TAN, COT

– NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Phương trình $\cot x = 1$ tương đương với

- (A) $\cos x = 1$. (B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (C) $\tan x = 1$. (D) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin x = m \cos x$ với $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ có nghiệm?

- (A) $|m| \leq 1$. (B) $m \in \mathbb{R}$. (C) $|m| < 1$. (D) $m \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau.

- (A) $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (B) $\tan x = m \Leftrightarrow x = \arctan m + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) Phương trình $\tan x = m$ chỉ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \leq 1$.
 (D) Phương trình $\tan x = m$ chỉ có nghiệm khi và chỉ khi $|m| \geq 1$.

Câu 4. Cho phương trình $\cot x = m$. Họ nghiệm của phương trình này là

- (A) $x = \arctan m + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (B) $x = \arctan \frac{1}{m} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = \arctan \frac{1}{m} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (D) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ nếu $m = 0$ và $x = \arctan \frac{1}{m} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ nếu $m \neq 0$.

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $3 \tan \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{3} = 0$ thuộc đoạn $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 6. Tìm họ nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cot \left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$.

- (A) $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Phương trình $1 + \tan x = 0$ có họ nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Phương trình $\tan 2x = 1$ có họ nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9. Họ nghiệm của phương trình $\cot x + \sqrt{3} = 0$ là

- (A) $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 10. Phương trình $\tan (2x + 12^\circ) = 0$ có họ nghiệm là

- (A) $x = -6^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = -6^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = -12^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = -6^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11. Họ nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \tan \left(3x + \frac{3\pi}{5} \right) = 0$ là

(A) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = -\frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 12. Phương trình $\tan \frac{x}{2} = \tan x$ có họ nghiệm là

(A) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 13. Họ nghiệm của phương trình $\tan^2 x = 3$ là

(A) $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) phương trình vô nghiệm.

(D) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

- VẬN DỤNG

Câu 14. Phương trình $\tan \left(\frac{\pi}{3} - x \right) \tan \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right) = 1$ có nghiệm là

(A) $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) Vô nghiệm.

(D) $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 15. Phương trình $6 \tan x \sin x + 3\sqrt{3} + 9 \tan x + 2\sqrt{3} \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2\pi; 2\pi]$?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 16. Phương trình $\sin \left(5x - \frac{\pi}{8} \right) - \cos \left(5x - \frac{\pi}{8} \right) + 2 \tan \left(5x - \frac{\pi}{8} \right) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

(A) 11.

(B) 10.

(C) 9.

(D) 8.

Câu 17. Tổng của tất cả các nghiệm của phương trình $(2 \sin^2 x - 1) \tan 2x + 2 \cos^2 x - 1 = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ bằng

(A) $\frac{9}{2}.$

(B) $\frac{5}{2}.$

(C) $\frac{11}{2}.$

(D) $\frac{7}{2}.$

Câu 18. Phương trình $\tan 3x - 2 \sin^2 x - 2 \cos^2 x + \sqrt{3} = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

(A) 5.

(B) 6.

(C) 7.

(D) 8.

Câu 19. Phương trình $\sqrt{3} \tan \left(3x + \frac{3\pi}{5} \right) = 0$ có 1 họ nghiệm là $x = a\pi + kb\pi, k \in \mathbb{Z}$. Hỏi $a + b$ bằng bao nhiêu?

(A) $\frac{2\pi}{5}.$

(B) $\frac{2}{15}.$

(C) $\frac{2\pi}{15}.$

(D) $\frac{2}{5}.$

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\tan 2x - \cot \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0$ có dạng $x = \frac{\pi}{n} + \frac{k\pi}{m}, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó $m.n$ bằng

(A) 8.

(B) 32.

(C) 36.

(D) 12.

Câu 21. Nghiệm của phương trình $\frac{1}{\cos^2 x} - 2 \tan x - 4 = 0$ là

(A) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(3) + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-3) + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 22. Số nghiệm của phương trình $3 \tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + \sqrt{3} = 0$ với $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]$ là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cot 2x - 1 = 0$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2} \right)$ là

(A) 0.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $\cot \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \sqrt{3}$ có dạng $x = -\frac{\pi}{n} + \frac{k\pi}{m}, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó $n - m$ bằng

(A) -3.

(B) 5.

(C) -5.

(D) 3.

Câu 25. Phương trình $\tan^2 x + 5 \tan x - 6 = 0$ có họ nghiệm là

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan(-6) + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-6) + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan(-6) + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \arctan(-6) + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 26. Họ nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + 1 = 0$ là

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 27. Phương trình $\tan x = \cot x$ có họ nghiệm là

(A) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 28. Họ nghiệm của phương trình $\tan 3x \tan x = 1$ là

(A) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 29. Giải phương trình $\tan 3x \cdot \cot 2x = 1$.

(A) Phương trình vô nghiệm.

(B) $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 30. Họ nghiệm của phương trình $\tan x + \cot x = -2$ là

(A) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 31. Phương trình $\tan x + 3 \cot x = 4$ có nghiệm là:

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \arctan 3 + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \arctan 4 + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 32. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3 \tan \frac{x}{4} - \sqrt{3} = 0$ biết rằng $x \in [0; 2\pi)$

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right\}$. (B) $S = \left\{ \frac{3\pi}{2} \right\}$. (C) $S = \left\{ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right\}$. (D) $S = \left\{ \frac{2\pi}{3} \right\}$.

Câu 33. Cho phương trình $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ biết rằng $-90^\circ < x < 90^\circ$. Số nghiệm của phương trình là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 34. Số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan\left(\frac{3\pi}{11}\right)$ trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 35. Số nghiệm của phương trình $2 \tan x - 2 \cot x - 3 = 0$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ là

- (A) 2. (B) 1. (C) 4. (D) 3.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 36. Cho phương trình $\frac{\tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{1}{2} \cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Số nghiệm của phương trình là

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 37. Phương trình: $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \tan\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 38. Phương trình: $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan x = 1$ có họ nghiệm là

- (A) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \arctan 3 + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) Phương trình vô nghiệm.

Câu 39. Phương trình $2 \tan^2 x + 3 \tan x + 2 \cot^2 x + 3 \cot x + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong nửa khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{23\pi}{4}\right]$?

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

Câu 40. Phương trình $\tan 2x + \tan x = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[-4\pi; 5\pi]$?

- (A) 28. (B) 27. (C) 19. (D) 18.

Câu 41. Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ là nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ trong đoạn $\left[\frac{-\pi}{2}, 11\pi\right]$. Tính tổng $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n$.

- (A) 126π . (B) 66π . (C) 65π . (D) 125π .

Câu 42. Phương trình $\frac{\tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{\cot\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $\left[\frac{-\pi}{2}, 6\pi\right]$?

- (A) 12. (B) 18. (C) 19. (D) 11.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. D	5. B	6. D	7. C	8. A	9. B	10. D
11. D	12. A	13. B	14. C	15. D	16. B	17. D	18. B	19. B	20. C
21. A	22. C	23. C	24. B	25. C	26. A	27. B	28. C	29. A	30. D
31. B	32. D	33. B	34. B	35. D	36. A	37. B	38. A	39. C	40. A
41. B	42. A								

BÀI 6. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH CỦA MỘT HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

- NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Giải phương trình $\sin x + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 2$.

(A) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2. Giải phương trình $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = 2\sqrt{3}$.

(A) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3. Giải phương trình $|\sin x| = 1$.

(A) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \pm\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4. Giải phương trình $2\sin^2 x + 5\sin x + 3 = 0$.

(A) $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -\frac{\pi}{2} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = -\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Giải phương trình $\frac{1}{\sin^2 x} + 3\cot x + 1 = 0$

(A) $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, x = \operatorname{arccot}(-2) + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{3}, x = \operatorname{arccot}(-2) + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \operatorname{arccot}(-2) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \operatorname{arccot}(2) + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6. Giải phương trình $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0$.

(A) $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -\frac{\pi}{6} + k3\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{6} + k4\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Giải phương trình $\tan x + 2\cot x - 3 = 0$.

(A) $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \pm \arctan 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Giải phương trình $\frac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} = 5$.

(A) $x = \arctan 5 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \frac{1}{2} \arctan 5 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{1}{2} \arctan 5 + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \arctan \frac{5}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9. Giá trị nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \cos x = 1$?

(A) $x = \frac{\pi}{4}$.

(B) $x = -\frac{\pi}{4}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{2}$.

(D) $x = 0$.

Câu 10. Một bạn học sinh giải phương trình $\cos 2x + 2\sin x = 0$ theo trình tự như sau:

Bước 1: $\cos 2x + 2\sin x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -2\sin x$

Bước 2: $\Leftrightarrow 2\cos x = -2\sin x$

Bước 3: $\Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Bước 4: Vậy nghiệm của phương trình là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở Bước nào?

- (A) Sai ở Bước 1. (B) Sai ở Bước 2. (C) Sai ở Bước 3. (D) Đúng.

Câu 11. Giải phương trình $-\sin^2 x + 2\cos x - 2 = 0$.

- (A) Phương trình có nghiệm $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 (B) Phương trình có nghiệm $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) Phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
 (D) Phương trình vô nghiệm.

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sin x - \cos x}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 13. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos 2x + 9\cos x + 5 = 0$.

- (A) $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{7\pi}{6} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{-\frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{-\arccos\left(\frac{9 - \sqrt{129}}{4}\right) + k2\pi, \arccos\left(\frac{9 - \sqrt{129}}{4}\right) + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{-\frac{2\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cot^2 x - \frac{4}{\tan x} + 3 = 0$.

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, \arccot 3 + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, \arccot 3 + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi, \frac{\pi}{4} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 15. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\frac{1}{\cos^2 x} + (1 - \sqrt{3})\tan x - (1 + \sqrt{3}) = 0$.

- (A) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi, \frac{\pi}{6} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 16. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4\sin x - \sin 3x - 1 = 0$.

- (A) $S = \emptyset$. (B) $S = \left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{\pi}{6} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi, \frac{2\pi}{3} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{5\pi}{6} + k2\pi | k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 17. Phương trình $2\cos^2 x - 3\sin\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) + 1 = 0$ tương đương với phương trình nào dưới đây?

(A) $2\cos^2 x - 3\sin x + 1 = 0.$

(B) $2\cos^2 x - 3\cos x + 1 = 0.$

(C) $2\cos^2 x + 3\sin x + 1 = 0.$

(D) $2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0.$

Câu 18. Phương trình nào sau đây là phương trình bậc hai theo một hàm số lượng giác?

(A) $2\cos^2 2x - \cos 2x = 0.$

(B) $2\sin^2 x + \sin 2x - 1 = 0.$

(C) $\cot^2 x + \cos 2x - 7 = 0.$

(D) $\tan^2 5x + \cot x - 5 = 0.$

Câu 19. Trong các phương trình sau, phương trình nào có nghiệm?

(A) $\sqrt{3}\sin x = 2.$

(B) $\cos^3 x + \cos^2 x + 3\cos x - 5 = 0.$

(C) $\frac{1}{4}\cos 4x = \frac{1}{2}.$

(D) $\tan^2 x + \tan x + 7 = 0.$

Câu 20. Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ có nghiệm chung là

(A) $x = \frac{\pi}{6}.$

(B) $x = -\frac{\pi}{6}.$

(C) $x = \frac{\pi}{3}.$

(D) $x = \frac{\pi}{4}.$

Câu 21. Phương trình $1 - 5\sin x + 2\cos^2 x = 0$ tương đương với phương trình nào dưới đây?

(A) $2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0.$

(B) $2\cos^2 x + 5\cos x - 3 = 0.$

(C) $4\sin x \cos x + 5\sin x - 3 = 0.$

(D) $\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0.$

Câu 22. Giải phương trình $\cos 2x + 3\sin x - 1 = 0.$

(A) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 23. Tìm nghiệm $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} = 3\tan x + \sqrt{3}.$

(A) Vô nghiệm.

(B) $x = \frac{\pi}{3}.$

(C) $x = \frac{\pi}{6}.$

(D) $x = \frac{\pi}{4}.$

Câu 24. Giải phương trình $\sqrt{3}\tan x + \cot x - \sqrt{3} - 1 = 0.$

(A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ với $k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{4} + k3\pi, x = \frac{\pi}{6} + k3\pi$ với $k \in \mathbb{Z}.$

Câu 25. Nghiệm dương bé nhất của phương trình $-2\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$ là

(A) $x = \frac{\pi}{12}.$

(B) $x = \frac{5\pi}{6}.$

(C) $x = \frac{\pi}{6}.$

(D) $x = \frac{3\pi}{2}.$

Câu 26. Hàm số $y = \frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\cos 2x}$ xác định khi và chỉ khi

(A) $x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $x \neq \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

-VẬN DỤNG

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\tan^2 x + 2\tan x - 1 = m$ có nghiệm.

(A) $[-2; +\infty).$

(B) $(-2; +\infty).$

(C) $[-1; 1].$

(D) $(-1; 1).$

Câu 28. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin^2 x + |\sin x| = m$ có nghiệm.

(A) $[-1; 1].$

(B) $[0; 2].$

(C) $[0; 1].$

(D) $[0; +\infty).$

Câu 29. Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $2\sin^2 x + \cos^2 2x = m$ có nghiệm.

(A) $[0; 1].$

(B) $[0; 3].$

(C) $[-1; 1].$

(D) $\left[\frac{3}{4}; 3\right].$

Câu 30. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{4}{1 + 2\sin^2 x}$.

(A) $m = \frac{4}{3}, M = 4$. (B) $m = \frac{4}{3}, M = 3$. (C) $m = \frac{4}{3}, M = 2$. (D) $m = \frac{1}{2}, M = 4$.

Câu 31. Giải phương trình $\tan x + \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

(A) $x = k\pi, x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k2\pi, x = \arctan 3 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = k\pi, x = -\arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = k\pi, x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 32. Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ của phương trình $2\tan x - 2\cot x - 3 = 0$ là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 33. Giải phương trình $\sin^2 2x = \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

(A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 34. Giải phương trình $4\cos^5 x \sin x - 4\sin^5 x \cos x = \sin^2 4x$.

(A) $x = k\pi, x = \frac{\pi}{8} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = -\frac{k\pi}{4}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) $x = \frac{k\pi}{4}, x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \frac{k\pi}{4}, x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 35. Phương trình $\cos 4x - 3\cos 2x = 4\cos^2 x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

Câu 36. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $2\tan^2 x - 3\cot^2 x = 5$ trên đường tròn lượng giác là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 37. Cho phương trình $\sin^4 x + \sin^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^4\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 5 (*)$.
 Nếu đặt $t = \cos 2x, (t \in [-1; 1])$ thì phương trình (*) trở thành

(A) $t(t - 2) = 0$. (B) $t(t + 2) = 0$. (C) $2t(t + 2) = 5$. (D) $2t(t - 2) = 5$.

Câu 38. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos x + 2\cos^2 \frac{x}{2} + 4\sin \frac{x}{2} = 4$ là

(A) $x = -\frac{7\pi}{3}$. (B) $x = -\frac{11\pi}{3}$. (C) $x = -\frac{5\pi}{3}$. (D) $x = -\frac{\pi}{3}$.

Câu 39. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình

$$\frac{2\cos\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) + 8\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - 5}{\cos x} = 0.$$

(A) $x = \frac{\pi}{3}$. (B) $x = \frac{\pi}{2}$. (C) $x = \frac{\pi}{6}$. (D) $x = \frac{11\pi}{6}$.

Câu 40. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{-1}{2\sqrt{2}\cos x}$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ là

(A) $\frac{9\pi}{8}$. (B) $\frac{15\pi}{8}$. (C) 5π . (D) $\frac{11\pi}{8}$.

Câu 41. Các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin x (4\cos^2 x - 1) = 1$ trên đường tròn lượng giác tạo thành các đỉnh của một hình đa giác. Đa giác đó là hình gì trong các hình sau đây?

(A) Tam giác đều. (B) Hình vuông. (C) Ngũ giác đều. (D) Lục giác đều.

Câu 42. Phương trình $\cos 3x - 4 \cos 2x + 3 \cos x - 4 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 14]$?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 43. Nghiệm của phương trình $2 + \cos x = 2 \tan \frac{x}{2}$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 44. Cho phương trình $1 - 5 \sin x + 2 \cos^2 x = 0$. Tìm các nghiệm x thỏa mãn điều kiện $\cos x \geq 0$.

- (A) $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 45. Giải phương trình $\cos^2 3x \cdot \cos 2x - \cos^2 x = 0$.

- (A) $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (C) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|\sin x + \cos 2x| = m$ có nghiệm?

- (A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x$, ta có phương trình $m = |2t^2 - t - 1|$.

Xét hàm số $f(t) = |2t^2 - t - 1|$ với $t \in [-1; 1]$, được miền giá trị của $f(t)$ là $[0; 2]$.

Do đó, có 3 giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm.

Chọn đáp án (C) □

Câu 47. Trong khoảng $(0; 20\pi)$ phương trình $\frac{2 \sin^2 x - \sin x - 1}{2 \cos x - \sqrt{3}} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 30. (B) 20. (C) 10. (D) 15.

Lời giải.

Điều kiện xác định $2 \cos x - \sqrt{3} \neq 0$.

Khi đó, phương trình tương đương với $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Phương trình $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. Dễ thấy các giá trị này thỏa mãn điều kiện xác định và trong khoảng $(0; 20\pi)$ họ này có 10 nghiệm.

Phương trình $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$. Dễ thấy các giá trị $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ thỏa mãn điều kiện xác

định và trong khoảng $(0; 20\pi)$ họ này có 10 nghiệm.

Vậy trong khoảng $(0; 20\pi)$ phương trình có 20 nghiệm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 48. Xét phương trình $5(1 + \cos x) = 2 + \sin^4 x - \cos^4 x$. Gọi M, m lần lượt là nghiệm lớn nhất và nhỏ nhất của phương trình trong khoảng $(0; 100\pi)$. Tính tổng $M + m$.

- (A) 100π . (B) 101π . (C) 99π . (D) 98π .

 Lời giải.

Phương trình tương đương với $2\cos^2 x + 5\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -2 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Phương trình $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Trong khoảng $(0; 100\pi)$ giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của họ nghiệm $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ lần lượt là $\frac{2\pi}{3}$ và $\frac{296\pi}{3}$.

Trong khoảng $(0; 100\pi)$ giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của họ nghiệm $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ lần lượt là $\frac{4\pi}{3}$ và $\frac{298\pi}{3}$.

Vậy $M + m = 100\pi$.

Chọn đáp án **(A)** □

Câu 49. Xét phương trình $2\sin^2 x + (m^2 - 1)\sin x + 2m + 1 = 0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình đã cho trên đường tròn lượng giác là bốn đỉnh của một hình chữ nhật?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

 Lời giải.

Đặt $t = \sin x$, được phương trình $2t^2 + (m^2 - 1)t + 2m + 1 = 0$ (1).

Các điểm biểu diễn các họ nghiệm của phương trình $\sin x = t$ đối xứng nhau qua trục Oy .

Từ giả thiết, phải có hai điểm biểu diễn nghiệm của phương trình đối xứng nhau qua gốc tọa độ, từ đó phương trình (1) phải có hai nghiệm đối nhau, từ đó có $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Với $m = 1$ thì (1) trở thành $2t^2 + 3 = 0$. Phương trình này vô nghiệm.

Với $m = -1$ thì (1) trở thành $2t^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$. Dễ thấy các nghiệm của phương trình thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn đáp án **(B)** □

Câu 50. Xét phương trình $\cos^2 x + (a + b)\cos x + 2a - b = 0$ với a, b là tham số. Có bao nhiêu bộ số thực (a, b) để các nghiệm của phương trình đã cho có điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là ba đỉnh của một tam giác đều?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) Vô số.

 Lời giải.

Đặt $t = \cos x$, ta được phương trình $t^2 + (a + b)t + 2a - b = 0$ (1).

Các điểm biểu diễn các họ nghiệm của phương trình $\cos x = t$ đối xứng nhau qua trục Ox .

Từ giả thiết, phương trình (1) phải có một nghiệm $t = 1$ và một nghiệm $t = -\frac{1}{2}$ hoặc $t = -1$ và một nghiệm $t = \frac{1}{2}$.

Từ đó có hai hệ phương trình $\begin{cases} a + b = -\frac{1}{2} \\ 2a - b = -\frac{1}{2} \end{cases}$ và $\begin{cases} a + b = \frac{1}{2} \\ 2a - b = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Giải các hệ này, được 2 bộ số (a, b) .

Chọn đáp án **(C)** □

Câu 51. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 2x - (2m - 1)\cos x - m + 1 = 0$ có đúng hai nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

(A) $-1 < m \leq 0$.

(B) $0 \leq m < 1$.

(C) $0 \leq m \leq 1$.

(D) $-1 < m < 1$.

Câu 52. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình $\frac{a^2}{1 - \tan^2 x} = \frac{\sin^2 x + a^2 - 2}{\cos 2x}$ có nghiệm.

(A) $a \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

(B) $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

(C) $a \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

(D) $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \setminus \{\pm\sqrt{3}\}$.

Câu 53. Xác định m để phương trình $m \cos^2 2x - 4 \sin x \cos x + m - 2 = 0$ có nghiệm trong khoảng $(0; \frac{\pi}{4})$.

(A) $0 < m < 1$.

(B) $1 < m < 4$.

(C) $m < -1$.

(D) Không có m .

Câu 54. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos 4x + 6 \sin x \cos x = m$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $[0; \frac{\pi}{4}]$?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 55. Định tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos^4 x + (1 - \cos x)^4 = m$ vô nghiệm.

(A) $m < \frac{1}{8}$ hoặc $m > 17$.

(B) $m < \frac{1}{8}$.

(C) $m < 0$ hoặc $m > 2$.

(D) $m \leq 0$.

Câu 56. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2 - 3) \sin 3x - \cos^2 3x + m^2 - 3 = 0$ có đúng 4 nghiệm thuộc đoạn $[\frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}]$.

(A) $m = -2$.

(B) $m = 2$.

(C) $m = \pm 2$.

(D) Không có m .

Câu 57. Phương trình $\cos \left[2 \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \right] + 4 \cos \left(\frac{\pi}{6} - x \right) = \frac{5}{2}$ có nghiệm là

(A) $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 58. Phương trình $\frac{(3 + 2 \sin x) \cos x - (2 + \cos^2 x)}{\sin 2x} = 1$ có bao nhiêu nghiệm trên $[0; 4\pi]$?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Câu 59. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x - \cos 2x + \frac{1}{4} \sin^2 2x + m = 0$ có nghiệm.

(A) $m < -2$.

(B) $m > 0$.

(C) $-2 \leq m \leq 0$.

(D) $-2 < m < 0$.

Câu 60. Cho phương trình $\sqrt{5 \sin x + \cos 2x} + 2 \cos x = 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

(A) Phương trình có nghiệm trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

(B) Phương trình vô nghiệm trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.

(C) Mọi nghiệm x_0 của phương trình đều thỏa mãn $\sin 3x_0 = 1$.

(D) Một họ nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. D	4. C	5. C	6. D	7. C	8. C	9. C	10. B
11. A	12. B	13. D	14. B	15. A	16. D	17. D	18. A	19. B	20. B
21. A	22. D	23. B	24. A	25. C	26. C	27. A	28. B	29. D	30. A
31. A	32. C	33. B	34. B	35. C	36. D	37. B	38. A	39. D	40. C

41. A	42. D	43. B	44. B	45. A	46. C	47. B	48. A	49. B	50. C
51. B	52. D	53. B	54. A	55. A	56. C	57. A	58. A	59. C	60. C

BÀI 7. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC BẬC NHẤT ĐỐI VỚI $\sin x$, $\cos x$

- NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Cho phương trình $a \sin x + \cos x = b$. Tìm tất cả các giá trị thực của a, b để phương trình có nghiệm.

- (A) $b^2 - a^2 \leq 1$. (B) $b^2 - a^2 < 1$. (C) $b^2 + a^2 \leq 1$. (D) $b^2 + a^2 \geq 1$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m \cos x + \sin x = 1 - m$ có nghiệm.

- (A) $m \leq 0$. (B) $m < 0$. (C) $m \geq 0$. (D) $m < 1$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m \sin 2x + (m - 1) \cos 2x = \sqrt{2}m$ vô nghiệm.

- (A) $m \leq \frac{1}{2}$. (B) $m > \frac{1}{2}$. (C) $m \geq \frac{1}{2}$. (D) $m < 1$.

Câu 4. Một nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -2$ là

- (A) $x = -\frac{5\pi}{6}$. (B) $x = -\frac{\pi}{3}$. (C) $x = -\frac{\pi}{2}$. (D) $x = -\frac{2\pi}{3}$.

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $2 \sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 5$ là

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) vô số.

Câu 6. Điều kiện tồn tại nghiệm của phương trình $(a + 2) \sin x + (b + 2) \cos x = a + b$, với $a, b \in \mathbb{R}$ là

- (A) $a^2 + b^2 \geq 2ab$ và $(a + 2)^2 + (b + 2)^2 \neq 0$. (B) $a + b \geq \frac{ab}{2} - 2$ và $(a + 2)^2 + (b + 2)^2 \neq 0$.
(C) $a + b \leq ab$. (D) $(a + 2)^2 + (b + 2)^2 \geq 1$.

Câu 7. Giải phương trình $\sin(x + 32^\circ) + \sqrt{3} \cos(x + 32^\circ) = 1$.

- (A) $x = -62^\circ + k2\pi, x = 58^\circ + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = -62^\circ + k360^\circ, x = 58^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $x = 60^\circ + k360^\circ, x = -58^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = -62^\circ + k180^\circ, x = 78^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = -2$.

- (A) $S = \emptyset$. (B) $S = \left\{ -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ -\frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 9. Giải phương trình $\sin 3x - \cos 3x = -1$.

- (A) $x = \frac{2\pi}{3} + k\frac{\pi}{3}, x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = k\frac{2\pi}{3}, x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $x = k\frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = k\frac{2\pi}{3}, x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 10. Tìm tập nghiệm của phương trình $\sin 2x + 2 \cos^2 x = 2$.

- (A) $S = \emptyset$. (B) $S = \left\{ -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ -\frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11. Phương trình $\cos 2x + \sin 2x = 1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
(C) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$. (D) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

Câu 12. Giải phương trình $\sqrt{3} \cos x + \sin x = -2$.

(A)

$$x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)

$$x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)

$$x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)

$$x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 13. Phương trình $\sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x = -1$ tương đương với phương trình nào sau đây?

(A)

$$\sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2}.$$

(C)

$$\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{1}{2}.$$

(B)

$$\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\pi}{6}.$$

(D)

$$\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}.$$

Câu 14. Phương trình nào trong các phương trình sau vô nghiệm?

(A)

$$3 \sin x + 4 \cos x = 5.$$

(C)

$$-12 \sin x + 5 \cos x = -13.$$

(B)

$$\sin x + 2 \cos x = 3.$$

(D)

$$\sqrt{5} \sin x + 2 \cos x = 3.$$

Câu 15. Hỏi $x = \frac{\pi}{3}$ là nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

(A)

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1.$$

(C)

$$\sin x - \cos x = \sqrt{2}.$$

(B)

$$\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x.$$

(D)

$$\sin x (1 - \sin x) = \cos x (1 - \cos x).$$

Câu 16. Tìm điều kiện có nghiệm của phương trình $a \sin x + b \cos x = c$, với a, b, c là các số thực và $a^2 + b^2 \neq 0$.

(A)

$$a^2 + b^2 < c^2.$$

(B)

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

(C)

$$a^2 + b^2 \leq c^2.$$

(D)

$$a^2 + b^2 \geq c^2.$$

Câu 17. Giải phương trình $\sin x - \cos x = 0$.

(A)

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)

$$x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)

$$x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)

$$x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 18. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x = \frac{\pi}{4}$ là nghiệm của phương trình $\sin x + m \cos x = \sqrt{2}$.

(A)

$$m = -1.$$

(B)

$$m = 2.$$

(C)

$$m = 1.$$

(D)

$$m = -2.$$

Câu 19. Xét các phương trình sau (m là tham số thực) (I) $\sin x + \cos x = 2$, (II) $(m-1) \cos x + m \sin x = m\sqrt{2}$, (III) $2 \cos x - \sqrt{3} \sin x = 7$, (IV) $m \sin x + \cos x = m$. Trong các phương trình trên, phương trình nào luôn có nghiệm?

(A)

$$(I).$$

(B)

$$(II).$$

(C)

$$(III).$$

(D)

$$(IV).$$

Câu 20. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\cos x + \sqrt{3} \sin x = -1$.

(A)

$$S = \left\{ -\pi + k2\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

(C)

$$S = \left\{ \pi + k2\pi, -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

(B)

$$S = \left\{ -\pi + k2\pi, -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

(D)

$$S = \left\{ \pi + k2\pi, \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Câu 21. Phương trình $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2}$ tương đương với phương trình nào sau đây?

(A)

$$\sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(C)

$$\cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 1.$$

(B)

$$\cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(D)

$$\sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) = 1.$$

Câu 22. Tìm điều kiện đối với các số thực a, b, c để phương trình $a \sin 2x + b \cos 2x = c$ có nghiệm.

(A)

$$a^2 + b^2 \geq c^2.$$

(B)

$$a^2 + b^2 < c^2.$$

(C)

$$a^2 + b^2 \geq c.$$

(D)

$$a + b < c.$$

Câu 23. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x = \frac{\pi}{2}$ là một nghiệm của phương trình $2 \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = m$.

(A)

$$m = 0.$$

(B)

$$m = 2.$$

(C)

$$m = 2 - \sqrt{3}.$$

(D)

$$m = \sqrt{3}.$$

Câu 24. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

(A) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $S = \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x = \pi$ là một nghiệm của phương trình $m \cos 3x + \sin 3x = m^2$.

(A) $m \in (-1; 0)$.

(B) $m \in \{-1; 0\}$.

(C) $m < -1$.

(D) $m > 0$.

- VẬN DỤNG

Câu 26. Giải phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$.

(A) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 27. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3 \cos x + \sqrt{3} \sin x = 1$.

(A) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} \pm \arccos \frac{1}{2\sqrt{3}} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} \pm \arccos \frac{1}{2\sqrt{3}} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{3}} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $S = \left\{ \frac{\pi}{3} \pm \arccos \frac{1}{\sqrt{3}} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 28. Giải phương trình $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 1$.

(A) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{\pi}{12} + k\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = k\pi, x = \frac{4\pi}{3} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 29. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin 5x}{\sin 5x + \cos 5x + 1}$ là

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{2\pi}{5} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5}; \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{5} + k\frac{2\pi}{5} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{2} + k\frac{2\pi}{5} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 30. Giải phương trình $\sin 7x - \cos 2x = \sqrt{3} (\sin 2x - \cos 7x)$.

(A) $x = -\frac{\pi}{30} + k\frac{2\pi}{5}, x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = -\frac{\pi}{30} + k\frac{2\pi}{9}, x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{5}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{\pi}{30} + k\frac{2\pi}{5}, x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = -\frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{36} + k\frac{\pi}{3}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 31. Giải phương trình $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = 2 \sin 2x$.

(A) $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, x = -\frac{4\pi}{15} + k\frac{2\pi}{5}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(B) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{4\pi}{15} + k\frac{2\pi}{5}$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(C) $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{5}, x = \frac{4\pi}{15} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

(D) $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{5}, x = \frac{4\pi}{15} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 32. Số nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ thuộc đoạn $[0; \pi]$ là

(A) 2.

(B) 0.

(C) 3.

(D) 1.

Câu 33. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x - \cos 2x + \sin x = \sqrt{3} \sin 2x$ thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ là

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 34. Số nghiệm của phương trình $\sin 5x + \cos 5x = \sqrt{2}$ thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ là

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 35. Số nghiệm của phương trình $3 \sin 3x - \sqrt{3} \cos 9x = 1 + 4 \sin^3 3x$ thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là

- (A) 4. (B) 6. (C) 3. (D) 5.

Câu 36. Phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$ có 2 họ nghiệm được viết dưới dạng $x = \alpha + k2\pi$ và $x = \beta + k2\pi$, với $\alpha, \beta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$. Khi đó, giá trị $\alpha^2 + \beta^2$ bằng bao nhiêu?

- (A) $\frac{5\pi^2}{18}$. (B) $\frac{7\pi^2}{18}$. (C) $\frac{5\pi^2}{9}$. (D) $\frac{11\pi^2}{36}$.

Câu 37. Một học sinh giải phương trình $\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x}$ theo các bước như sau:

Bước 1: $\sin x + \cos x = \frac{1}{\cos x} \Leftrightarrow \sin x \cos x + \cos^2 x = 1$.

Bước 2: $\sin x \cos x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x + 2 \cos^2 x - 1 = 1 \Leftrightarrow \sin 2x + \cos 2x = 1$.

Bước 3: $\sin 2x + \cos 2x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hỏi các phép biến đổi trên sai ở các bước nào?

- (A) Bước 1 và 3. (B) Bước 2 và 3. (C) Bước 1 và 2. (D) Cả ba bước.

Câu 38. Cho phương trình $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{3}$. Tổng bình phương 3 nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình đã cho bằng bao nhiêu?

- (A) $\frac{107\pi^2}{16}$. (B) $\frac{256\pi^2}{48}$. (C) $\frac{179\pi^2}{144}$. (D) $\frac{\pi^2}{8}$.

Câu 39. Cho phương trình $\sqrt{3} \cos 5x - 2 \sin 3x \cos 2x - \sin x = 0$. Tập nghiệm của phương trình trên có tất cả bao nhiêu điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác thuộc góc phần tư thứ nhất?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 5.

Câu 40. Cho phương trình $(m+1) \sin 2x + (m-2) \cos 2x = 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm.

- (A) $m \leq -1 \vee m \geq 2$. (B) $-1 \leq m \leq 2$. (C) $m \leq -2 \vee m \geq 1$. (D) $m \geq 2$.

Câu 41. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 3x = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. (B) $\left(-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}\right)$. (C) $\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$. (D) $\left(-\frac{\pi}{2}; -1\right)$.

Câu 42. Cho phương trình $(\sqrt{3}+1) \cos 2x + (\sqrt{3}-1) \sin 2x + \sqrt{3} - 1 = 0$. Bằng cách đặt $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$, với $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, phương trình đã cho tương đương với phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin(2x - \alpha) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$. (B) $\sin(2x + \alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.
(C) $\sin(2x + \alpha) = \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$. (D) $\cos(2x - \alpha) = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 43. Phương trình nào dưới đây vô nghiệm?

- (A) $\cos 3x + \sqrt{3} \sin 3x = 2$. (B) $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = -\frac{5}{2}$.
(C) $\cos x = \frac{\pi}{4}$. (D) $3 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 4 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 5 = 0$.

Câu 44. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \sin 2x + \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) = 1$ có tất cả bao nhiêu điểm biểu diễn phân biệt trên đường tròn lượng giác?

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 45. Tìm giá trị lớn nhất $y_{\max}$ của hàm số $y = -3 \sin x + 4 \cos x$.

- (A) $y_{\max} = 5$. (B) $y_{\max} = 4$. (C) $y_{\max} = 3$. (D) $y_{\max} = 7$.

Câu 46. Giải phương trình $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \sin 3x$.

(A)

$$x = \frac{\pi}{24} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{24} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)

$$x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)

$$x = \frac{\pi}{24} + k\pi, x = \frac{5\pi}{24} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)

$$x = \frac{\pi}{12} + k\pi, x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 47. Giải phương trình $\cos 5x - \sin 3x = \sqrt{3}(\cos 3x - \sin 5x)$.

(A)

$$x = \frac{\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{3\pi}{16} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)

$$x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, x = \frac{\pi}{16} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)

$$x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, x = \frac{3\pi}{16} + \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)

$$x = \frac{\pi}{12} + k\pi, x = \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{4} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos x + 2\sqrt{2} \sin x = m - 1$ có nghiệm.

(A) $m > 4$.

(B)

$$m \leq -2 \text{ hoặc } m \geq 4.$$

(C)

$$-2 \leq m \leq 4.$$

(D)

$$m < -2.$$

Câu 49. Giải phương trình $\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 2$.

(A)

$$x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = \frac{\pi}{6} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)

$$x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 50. Giải phương trình $\sqrt{3} \cos 5x - 2 \sin 3x \cdot \cos 2x - \sin x = 0$.

(A)

$$x = \frac{\pi}{12} + k2\pi, x = \frac{\pi}{9} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)

$$x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, x = -\frac{\pi}{9} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)

$$x = -\frac{\pi}{12} + k\pi, x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)

$$x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, x = \frac{\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 51. Giải phương trình $\tan x - 3 \cot x = 4(\sin x + \sqrt{3} \cos x)$.

(A)

$$x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)

$$x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)

$$x = \frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)

$$x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 52. Cho phương trình $\sqrt{3} \sin 5x + \cos 5x = \sqrt{2}$. Gọi $\mathcal{S}$ là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{2\pi}{5}; \frac{7\pi}{5}\right)$ của phương trình trên. Tính số phần tử của tập hợp $\mathcal{S}$.

(A) 4.

(B) 6.

(C) 3.

(D) 5.

Câu 53. Tìm tập giá trị T của hàm số $y = 4 \cos 2x - 3 \sin 2x + 6$.

(A) $T = [3; 10]$.

(B) $T = [6; 10]$.

(C) $T = [-1; 13]$.

(D) $T = [1; 11]$.

Câu 54. Tìm nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

(A) $-\frac{5\pi}{4}$.

(B) $-\frac{13\pi}{4}$.

(C) $-\frac{\pi}{4}$.

(D) $-\frac{11\pi}{4}$.

Câu 55. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x = 2$.

(A) $\frac{\pi}{3}$.

(B) $\frac{\pi}{2}$.

(C) $\frac{\pi}{6}$.

(D) $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 56. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = m$ có nghiệm.

(A) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

(B) $[-1; 1]$.

(C) $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

(D) $[-2; 2]$.

Câu 57. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{3}(\sin 2x + \cos 7x) = \sin 7x - \cos 2x$.

(A) $S = \left\{ -\frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5}, \frac{7\pi}{54} + \frac{k2\pi}{9}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $S = \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5}, \frac{7\pi}{54} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $S = \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}, \frac{7\pi}{54} + \frac{k\pi}{9}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $S = \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5}, \frac{7\pi}{54} + \frac{k2\pi}{9}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 58. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $m \sin 2x + (m - 1) \cos 2x = 1$ vô nghiệm.

(A) $m = 0$.

(B) $m < 0$.

(C) $0 < m < 1$.

(D) $m > 1$.

Câu 59. Kí hiệu x_1, x_2 lần lượt là nghiệm lớn nhất và nhỏ nhất của phương trình $\sin 5x - \sqrt{3} \cos 5x = 2 \sin 3x$ trên đoạn $[0; \pi]$. Tính tổng $T = x_1 + x_2$.

(A) $T = \frac{13\pi}{12}$.

(B) $T = \frac{11\pi}{12}$.

(C) $T = \frac{15\pi}{12}$.

(D) $T = \frac{17\pi}{12}$.

Câu 60. Tính tổng tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x - 2 \sin 2x = 0$.

(A) $\frac{2\pi}{3}$.

(B) π .

(C) $\frac{\pi}{3}$.

(D) $-\frac{\pi}{3}$.

Câu 61. Họ nghiệm của phương trình $\sin 2x - 3 \cos 2x = 3$ là

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \alpha + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}), \text{ với } \tan \alpha = 3.$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \alpha + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}), \text{ với } \tan \alpha = 3.$

(C) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \alpha + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}), \text{ với } \tan \alpha = 3.$

Câu 62. Họ nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \sin x + \cos x = \sqrt{3}$ là

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, \text{ với } k \in \mathbb{Z}.$

Câu 63. Số họ nghiệm của phương trình $2\sqrt{2}(\sin x + \cos x) \cos x = 3 + \cos 2x$ là

(A) không có.

(B) có 1 họ nghiệm.

(C) có 2 họ nghiệm.

(D) có 3 họ nghiệm.

Câu 64. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2 \sin^2 3x + 4 \sin 3x \cos 3x + 1}{\sin 6x + 4 \cos 6x + 10}$.

(A) $\min y = \frac{11 - 9\sqrt{7}}{83}; \max y = \frac{11 + 9\sqrt{7}}{83}$.

(B) $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{11}; \max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{11}$.

(C) $\min y = \frac{33 - 9\sqrt{7}}{83}; \max y = \frac{33 + 9\sqrt{7}}{83}$.

(D) $\min y = \frac{22 - 9\sqrt{7}}{83}; \max y = \frac{22 + 9\sqrt{7}}{83}$.

Câu 65. Cho phương trình $\sin x(\sin x + 2 \cos x) = 2$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

(A) Phương trình có đúng 1 nghiệm.

(B) Phương trình vô nghiệm.

(C) Phương trình có đúng 4 nghiệm.

(D) Phương trình có đúng 2 họ nghiệm.

Câu 66. Họ nghiệm của phương trình $(1 + \sqrt{3}) \sin x + (1 - \sqrt{3}) \cos x = 2$ là

(A) $\begin{cases} x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 67. Giải phương trình $\cos 7x - \sin 5x = \sqrt{3}(\cos 5x - \sin 7x)$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{6} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{6} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{12} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{6} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 68. Giải phương trình $\sqrt{3}(\sin 2x + \cos 7x) = \sin 7x - \cos 2x$.

(A)
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{3\pi}{5} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\pi}{5} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{\pi}{9} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{10} + k\frac{2\pi}{5} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 69. Giải phương trình $4(\sin^4 x + \cos^4 x) + \sqrt{3} \sin 4x = 2$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{7} \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{7} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{5} \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{5} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 70. Giải phương trình $\frac{1 + \cos x + \cos 2x + \cos 3x}{2 \cos^2 x + \cos x - 1} = \frac{2}{3} (3 - \sqrt{3} \sin x)$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(B) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k3\pi \\ x = k3\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = k3\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 71. Giải phương trình $\frac{\cos x - 2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x + \sin x - 1} = \sqrt{3}$.

(A) $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(C) $x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 72. Giải phương trình: $3 \sin 3x - \sqrt{3} \cos 9x = 1 + 4 \sin^3 3x$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{\pi}{9} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(C)
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \\ x = \frac{7\pi}{54} + k\frac{2\pi}{9} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 73. Tìm các nghiệm $x \in \left(\frac{2\pi}{5}; \frac{6\pi}{7}\right)$ của phương trình $\cos 7x - \sqrt{3} \sin 7x = -\sqrt{2}$.

(A) $x \in \left\{\frac{35\pi}{84}; \frac{53\pi}{84}; \frac{59\pi}{84}\right\}$.

(B) $x \in \left\{\frac{35\pi}{84}; \frac{53\pi}{84}\right\}$.

(C) $x \in \left\{\frac{53\pi}{84}; \frac{59\pi}{84}\right\}$.

(D) $x \in \left\{\frac{35\pi}{84}; \frac{59\pi}{84}\right\}$.

Câu 74. Giải phương trình $3 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 5 \sin\left(5x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$.

(A) $\begin{cases} x = \frac{9\pi}{24} + \frac{\alpha}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{36} - \frac{\alpha}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = \frac{9\pi}{24} - \frac{\alpha}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{36} - \frac{\alpha}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $\begin{cases} x = \frac{9\pi}{24} + \frac{\alpha}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{36} + \frac{\alpha}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $\begin{cases} x = \frac{9\pi}{24} + \frac{\alpha}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{36} - \frac{\alpha}{6} + k\frac{\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 75. Cho hàm số $y = \frac{m \sin x + 1}{2 + \cos x}$. Tìm tất cả các giá trị m để $\min y < -1$.

(A) $|m| > 2\sqrt{2}$.

(B) $m > 2\sqrt{2}$.

(C) $m < -2\sqrt{2}$.

(D) $|m| \geq 2\sqrt{2}$.

Câu 76. Họ nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \sin 2x - 2 \cos^2 x = 2\sqrt{2} + 2 \cos 2x$ là

(A) $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 77. Họ nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x + \sqrt{\sin x + \sqrt{3} \cos x} = 2$ là

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

- VẬN DỤNG CAO

Câu 78. Gọi x_1 là nghiệm không âm nhỏ nhất, x_2 là nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\tan x - \sin 2x - \cos 2x + 2\left(2 \cos x - \frac{1}{\cos x}\right) = 0$. Khi đó tổng $S = x_1 + x_2$ bằng

(A) $\frac{\pi}{2}$.

(B) 1.

(C) 0.

(D) $\frac{\pi}{4}$.

Câu 79. Tổng tất cả các nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $8 \sin x = \frac{\sqrt{3}}{\cos x} + \frac{1}{\sin x}$ là

(A) $\frac{3\pi}{2}$.

(B) $\frac{\pi}{6}$.

(C) $\frac{7\pi}{12}$.

(D) $\frac{\pi}{12}$.

Câu 80. Số nghiệm của phương trình $1 + \sin^3 2x + \cos^3 2x = \frac{1}{2} \sin 4x$ thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ là

(A) 1.

(B) 2.

(C) 4.

(D) 3.

Câu 81. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos^4 x + \sin^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{m}{4}$ có nghiệm.

(A) $m \in [3 - 2\sqrt{2}; 3 + 2\sqrt{2}]$.

(B) $m \in (3 - 2\sqrt{2}; 3 + 2\sqrt{2})$.

(C) $m \in (-\infty; 3 - 2\sqrt{2}]$.

(D) $m \in [3 + 2\sqrt{2}; +\infty)$.

Câu 82. Số nghiệm của phương trình $4 \sin^3 x \cos 3x + 4 \cos^3 x \sin 3x + 3\sqrt{3} \cos 4x = 3$ thuộc khoảng $(0; \pi)$ là

(A) 2.

(B) 4.

(C) 1.

(D) 3.

Câu 83. Cho phương trình $2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) + \sqrt{3} \cos 4x = 4 \cos^2 x - 1$. Hỏi tập nghiệm của phương trình đã cho có tất cả bao nhiêu điểm biểu diễn phân biệt trên đường tròn lượng giác?

(A) 2.

(B) 6.

(C) 8.

(D) 5.

Câu 84. Cho phương trình $3 \sin \left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin \left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 5 \sin \left(5x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$. Các điểm biểu diễn nghiệm của phương trình đã cho tạo thành một đa giác có bao nhiêu cạnh?

(A) 5.

(B) 4.

(C) 7.

(D) 8.

Câu 85. Cho phương trình $\sin(x + \alpha) - \sqrt{3} \cos(x + \alpha) = \cos x - \sqrt{3} \sin x$, với $\alpha \in (0; \pi)$ có một nghiệm được viết dưới dạng $x = \beta + k\pi$, $\beta \in \left(\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right)$, với $k \in \mathbb{Z}$. Khi đó, giá trị của β^2 là

(A) $\frac{1}{4}(\pi + \alpha)^2$.

(B) $\frac{1}{16}(5\pi - 2\alpha)^2$.

(C) $\frac{1}{16}(\pi - 2\alpha)^2$.

(D) $\frac{1}{12}(2\pi - \alpha)^2$.

Câu 86. Cho phương trình $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x - \sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$. Có tất cả bao nhiêu họ nghiệm của phương trình trên được viết dưới dạng $\alpha + k2\pi$, với $\alpha \in (0; 2\pi)$ và $k \in \mathbb{Z}$.

(A) 4.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Câu 87. Cho phương trình $4 \sin x + 3 \cos x + \frac{1}{4 \sin x + 3 \cos x + 1} = m$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

(A) $m \in \left(1; \frac{31}{6}\right)$.

(B) $m \in \left(\frac{13}{4}; \frac{31}{6}\right)$.

(C) $m \in (1; 3)$.

(D) $m \in (-1; 1)$.

Câu 88. Cho phương trình $(m^2 + 2) \cos^2 x - 2m \sin 2x + 1 = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình trên có nghiệm.

(A) $-1 \leq m \leq 1$.

(B) $|m| \geq 1$.

(C) $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$.

(D) $-\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{1}{4}$.

Câu 89. Tìm giá trị lớn nhất M , giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{2 \sin 2x + \cos 2x}{\sin 2x - \cos 2x + 3}$.

(A) $M = \frac{5}{7}, m = -1$.

(B) $M = 1, m = -1$.

(C) $M = 1, m = -\frac{5}{7}$.

(D) $M = \frac{6}{7}, m = \frac{1}{7}$.

Câu 90. Cho hai số x, y thỏa mãn $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = x + 2y$.

(A) $P_{\max} = 5$.

(B) $P_{\max} = 7$.

(C) $P_{\max} = 9$.

(D) $P_{\max} = 4$.

Câu 91. Cho phương trình $\sin x + m \cos x = 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình trên có đúng hai nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.

(A) $-1 \leq m < 1$.

(B) $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 1$ và $m \neq 0$.

(C) $-1 \leq m < 0$ hoặc $0 < m \leq 1$.

(D) $0 \leq m \leq 1$.

Câu 92. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m \sin x + \cos x + 1}{\cos x + 2}$ có giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ sao cho $y_{\min} < 1$.

(A) $m \in \mathbb{R}$.

(B) $m \neq 0$.

(C) $m \in [-1; 1]$.

(D) $m \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$.

Câu 93. Trong tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$, gọi x_1, x_2 lần lượt là nghiệm âm lớn nhất và nghiệm dương nhỏ nhất. Biết rằng $x_1 + 3x_2 = \frac{a\pi}{b}$, với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $T = 2a + b$.

(A) $T = 5$.

(B) $T = 16$.

(C) $T = 17$.

(D) $T = 15$.

Câu 94. Kí hiệu M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3 \sin x}{\cos x + 2}$ trên đoạn $[0; \pi]$. Tính tổng $T = M + m$.

(A) $T = 0$.

(B) $T = \sqrt{3}$.

(C) $T = \frac{2}{3}$.

(D) $T = 1$.

Câu 95. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của x thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$ sao cho biểu thức $P = \frac{\sin x + 1}{2 + \cos x}$ nhận giá trị nguyên. Tính số phần tử của tập hợp S .

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 96. Gọi S là tập hợp các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $3 \sin x + 4 \cos x = 4$ trên đường tròn lượng giác. Tính số phần tử của tập hợp S .

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Câu 97. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2 \sin x + m \cos x = 1 - m$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

(A) $-3 \leq m \leq 1$.

(B) $-2 \leq m \leq 6$.

(C) $1 \leq m \leq 3$.

(D) $-1 \leq m \leq 3$.

Câu 98. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình

$$2 \sin x + m \cos x = 1 - m \quad (1)$$

có nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

(A) $-1 < m < 3$.

(B) $m \leq 3$.

(C) $-1 \leq m \leq 3$.

(D) $m \geq -1$.

Câu 99. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $(m + 2) \sin x - 2m \cos x = 2(m + 1)$ có nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

(A) $-\frac{4}{3} \leq m \leq 0$.

(B) $m \geq -\frac{4}{3}$.

(C) $m \leq 0$.

(D) $-\frac{4}{3} < m < 0$.

Câu 100. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $m \sin x + (m + 1) \cos x + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2 \in [0; 2\pi]$ và hai nghiệm này cách nhau một khoảng $\frac{\pi}{2}$.

(A) $m = \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$.

(B) $m = \frac{-1 - \sqrt{3}}{2}$.

(C) $m = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$.

(D) $m \neq \frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}$.

Câu 101. Tìm tất cả các giá trị m để $\frac{m \cos x + m - 1}{3 + \sin x + \cos x} < 1$ đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

(A) $m < \frac{7}{3}$.

(B) $m \leq \frac{7}{3}$.

(C) $m = \frac{7}{3}$.

(D) $m < -\frac{7}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. B	4. A	5. C	6. B	7. B	8. B	9. D	10. B
11. A	12. D	13. C	14. B	15. B	16. D	17. A	18. C	19. D	20. C
21. C	22. A	23. D	24. B	25. B	26. C	27. A	28. B	29. B	30. A

31. B	32. D	33. C	34. D	35. A	36. A	37. A	38. C	39. B	40. A
41. D	42. C	43. B	44. B	45. A	46. C	47. D	48. C	49. B	50. D
51. D	52. B	53. D	54. A	55. C	56. D	57. D	58. C	59. A	60. B
61. D	62. A	63. A	64. D	65. B	66. B	67. A	68. D	69. D	70. B
71. A	72. A	73. A	74. A	75. A	76. D	77. C	78. C	79. C	80. D
81. A	82. B	83. C	84. C	85. B	86. C	87. B	88. B	89. A	90. A
91. C	92. A	93. B	94. B	95. D	96. C	97. D	98. C	99. A	100. A
101. A									

BÀI 8. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐỒNG BẬC (ĐẲNG CẤP, THUẦN NHẤT) ĐỐI VỚI $\sin x, \cos x$

- NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Tất cả nghiệm của phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$ là

- ☐ A $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
☐ B $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- ☐ C $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$
☐ D $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \arctan 2 + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 2. Tất cả nghiệm của phương trình $2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x \cos x - \cos^2 x = 4$ là

- ☐ A $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$
☐ B $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z}).$
- ☐ C Vô nghiệm.
 ☐ D Vô số nghiệm.

Câu 3. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = \frac{1}{2}$ là

- ☐ A $\arctan(-5).$
☐ B $\arctan(-5) + \pi.$
☐ C $\frac{\pi}{4}.$
☐ D $\frac{3\pi}{4}.$

Câu 4. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $3\sin^2 x + 4\sin 2x + (8\sqrt{3} - 9)\cos^2 x = 0$ là

- ☐ A $\arctan\left(-\frac{8}{3} + \sqrt{3}\right).$
☐ B $-\frac{\pi}{3}.$
- ☐ C $-\frac{4\pi}{3}.$
☐ D $\arctan\left(-\frac{8}{3} + \sqrt{3}\right) + \pi.$

Câu 5. Cho phương trình $\sin^2 x + \sin 2x + \cos^2 x = 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- ☐ A Phương trình vô nghiệm.
 ☐ B Phương trình có một nghiệm.
- ☐ C Phương trình có hai nghiệm.
 ☐ D Phương trình có vô số nghiệm.

Câu 6. Phương trình $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos^2 x + 2 = 0$ có cùng tập nghiệm với phương trình nào trong số bốn phương trình sau?

- ☐ A $4\sin^2 x - 5\sin x \cos x - \cos x = 0.$
☐ B $4\sin^2 x + 5\sin x \cos x + \cos^2 x = 0.$
- ☐ C $4\tan^2 x - 5\tan x + 1 = 0.$
☐ D $5\sin 2x + 3\cos 2x = 2.$

Câu 7. Tất cả nghiệm của phương trình lượng giác $\sin^3 x - \sqrt{3}\cos^3 x - \sin x \cos^2 x + \sqrt{3}\sin^2 x \cos x = 0$ là

- ☐ A $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
☐ B $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
- ☐ C $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$
☐ D $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 8. Số nghiệm của phương trình $\sin^2 x(\sin x + \cos x) = 3\sin x \cos x(\cos x - \sin x) + 3\sin x$ trong khoảng $(\pi; 2\pi)$ là

- ☐ A 0.
 ☐ B 1.
 ☐ C 2.
 ☐ D 3.

Câu 9. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$.

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \{1; 3\}$.
 (C) $S = \{1 + k\pi; 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; 1, 25 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 10. Tìm tập nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2$.

- (A) $\left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $\left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11. Họ nào sau đây là một họ nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 1$?

- (A) $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (C) $-\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. (D) $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 12. $x = \frac{\pi}{2}$ là một nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin^2 2x + \sin 2x \cos 2x + 2 \cos^2 2x = 1$. (B) $\sin x + \sin x \cos x + 2 \cos x = 1$.
 (C) $\sin x \cos x + \cos^2 x = 1$. (D) $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 2$.

Câu 13. Tìm tập nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x - \sqrt{3} \sin x \cos x + \cos^2 x = 1$.

- (A) $\left\{ k2\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $\left\{ k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\left\{ k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\left\{ k\pi; -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 14. Tập nào sau đây là tập nghiệm của phương trình $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 1$?

- (A) $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \arctan \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \arctan 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \arctan \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \arctan \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 15. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3 \sin x \cos x + \cos^2 x = 2$.

- (A) $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi; \arctan \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; 0,46 + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \arctan \frac{1}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi; \arctan \frac{1}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 16. $x = \frac{3\pi}{4}$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin^2 \frac{x}{2} + 5 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = -2$. (B) $\sin^2 x + 5 \sin x \cos x = -2$.
 (C) $\sin^2 2x + 5 \sin 2x \cos 2x = -2$. (D) $\sin^2 4x + 5 \sin 4x \cos 4x = -2$.

Câu 17. Trong các PTLG dưới đây, phương trình nào là phương trình đồng bậc (đẳng cấp) đối với $\sin x, \cos x$?

- (A) $\sin^2 x + 2 \cos x = 0$.
 (B) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$.
 (C) $4 \sin^2 x + \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 1$.
 (D) $2 \sin^3 x + \sin^2 x \cos x + 2 \sin x \cos^2 x - 3 \cos^3 x = 1$.

Câu 18. Tập nghiệm S của phương trình $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x = 0$ là

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan(-3) + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, \arctan(-3) + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan(3) + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan(3) + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 19. Tập nghiệm S của phương trình $2\sin^2 x - \sin x \cos x - 5\cos^2 x = 1$ là

- (A) $S = \{\arctan(2) + k\pi, \arctan(-3) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 (B) $S = \{\arctan(2) + k\pi, \arctan(3) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 (C) $S = \{\arctan(-2) + k\pi, \arctan(3) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 (D) $S = \{\arctan(-2) + k\pi, \arctan(-3) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 20. Tập nghiệm S của phương trình $4\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x \cos x - 2\cos^2 x = 4$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, \arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi, \arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, -\arctan\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 21. Tập nghiệm S của phương trình $\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x - 1 = 0$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 22. Tập nghiệm S của phương trình $4\cos^2 x + \sin 2x - 3 = 0$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 23. Tập nghiệm S của phương trình $\sin^3 x - 12\cos^3 x - \sin x + 2\cos x = 0$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \arctan(2) + k\pi, \arctan\left(-\frac{5}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \arctan(-2) + k\pi, \arctan\left(\frac{5}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, \arctan(-2) + k\pi, \arctan\left(\frac{5}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{\arctan(-2) + k\pi, \arctan\left(\frac{5}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 24. Tập nghiệm S của phương trình $\frac{\cos^2 x + \sin x \cos x}{1 + \sin^2 x} = 1$ là

- (A) $S = \left\{\arctan\left(\frac{1}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{k2\pi, \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{k\pi, \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{k\pi, \arctan\left(-\frac{1}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

- VẬN DỤNG

Câu 25. Phương trình $2\sin^2 x + m\sin 2x - 4\cos^2 x = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi

- (A) $m = 4$.
 (B) $m \geq 4$.
 (C) $m \leq 4$.
 (D) $m \in \mathbb{R}$.

Câu 26. Số nghiệm của phương trình $\sin^2 x + 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 3$ thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là

- (A) 1.
 (B) 2.
 (C) 3.
 (D) 4.

Câu 27. Tất cả nghiệm của phương trình $\cos^3 x - \sin^3 x = \sin x - \cos x$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (B) $x = \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = \frac{4\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (D) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 28. Số vị trí ngọn cung khi biểu diễn cung đáp số của phương trình:

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x \sin x + \sin^2 x = 0 \text{ trên đường tròn lượng giác là}$$

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 29. Phương trình $\sin^2 x + 4 \sin x \cos x + 2m \cos^2 x = 0$ có nghiệm khi và chỉ khi

- (A) $m \geq 2$. (B) $m \leq 2$. (C) $m \geq 4$. (D) $m \leq 4$.

Câu 30. Tổng các nghiệm thuộc $(0; \pi)$ của phương trình:

$$\sqrt{4 - \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} + x \right)} = \sqrt{2 \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \sin x - \sin^2 x + 3} \text{ là}$$

- (A) $\frac{\pi}{4}$. (B) 2π . (C) $\frac{5\pi}{4}$. (D) 3π .

Câu 31. Trong khoảng $(0; \pi)$, phương trình $\sin^3 x - \sqrt{3} \cos^3 x = \sin x \cos^2 x - \sqrt{3} \sin^2 x \cos x$ có số nghiệm là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 32. Tổng của nghiệm âm lớn nhất với nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin^2 x (\tan x + 1) = 3 \sin x (\cos x - \sin x) + 3$ là

- (A) $\frac{5\pi}{12}$. (B) $\frac{\pi}{12}$. (C) $\frac{\pi}{2}$. (D) $-\frac{\pi}{6}$.

Câu 33. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{\sin^2 x + 3 \sin x \cos x - 4 \cos^2 x}$.

- (A) $D = \mathbb{R}$.
 (B) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{4} + m\pi, k, m \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + m\pi; -\arctan 4 + n\pi, m, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 34. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x}$.

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m\pi}{2}; -\frac{3\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}, m, n \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m\pi}{2}; \frac{\pi}{8} + \frac{m\pi}{2}, m \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{m\pi}{2}, m \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 35. Tìm tập nghiệm của phương trình $\sin^3 x + 3 \sin^2 x \cos x + 5 \sin x \cos^2 x + 3 \cos^3 x = 0$

- (A) $\left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $\left\{ \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\emptyset$.

Câu 36. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ là họ nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin x \tan x + \sin x + (1 - \sqrt{3}) \cos x = \frac{1}{\cos x}$. (B) $\frac{\sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x}{2 \cos x - 1} = 0$.
 (C) $2 \sin \frac{x}{2} \tan \frac{x}{2} + \sqrt{3} \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = \frac{2}{\cos \frac{x}{2}}$. (D) $2 \sin x \tan x + \sqrt{3} \sin x + \cos x = \frac{2}{\cos x}$.

Câu 37. $x = \frac{3\pi}{2}$ là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $\sin 2x + 2 \cos^2 x = 1$. (B) $\sin x + 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 1$.
 (C) $\sin \frac{x}{2} + 2 \cos^2 \frac{x}{4} = 1$. (D) $\sin 4x + 2 \cos^2 2x = 1$.

Câu 38. Có bao nhiêu nghiệm của phương trình $\frac{1}{\cos x} = 3 \sin x + 5 \cos x$ nằm trong khoảng $(-3; 3)$?

- (A) 2. (B) 4. (C) 6. (D) 8.

Câu 39. Cho phương trình $2 \sin^2 x + (\sqrt{3} + 1) \sin x \cos x + (\sqrt{3} + 1) \cos^2 x = 1$ (1). Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình (1). $S \cap [-\pi; \pi]$ là tập nào sau đây?

- (A) $\left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $\left\{-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{3}\right\}$.
(C) $\left\{-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right\}$. (D) $\left\{-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right\}$.

Câu 40. Tập nghiệm S của phương trình $4 \sin^3 2x = \sin 2x + \cos 2x$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 41. Tập nghiệm S của phương trình $3 \sin 2x + \cos 2x = \frac{1}{\cos 2x}$ là

- (A) $S = \left\{\frac{k\pi}{2}, \arctan\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \{k\pi, \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
(C) $S = \left\{\frac{k\pi}{2}, \frac{1}{2} \arctan(3) + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{k\pi, \arctan\left(\frac{3}{2}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 42. Tập nghiệm S của phương trình $(1 + \tan x) \sin^2 x = 3(\cos x - \sin x) \sin x + 3$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 43. Tập nghiệm S của phương trình $1 + \sin 4x = 2 \tan 2x$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{k\pi, \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 44. Tập nghiệm S của phương trình $1 + 2 \cos^2 \frac{x}{2} = 2 \tan \frac{x}{2}$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 45. Tập nghiệm S của phương trình

$$4 \sin x \cos \left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 4 \sin(x + \pi) \cos x + 2 \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cos(x + \pi) = 1$$

- (A) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan\left(\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan\left(-\frac{1}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 46. Tập nghiệm S của phương trình $2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 2 \sin^2 x - \tan x$ là

- (A) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{\pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{\pm \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 47. Tổng giá trị lớn nhất với giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sin^2 x + \sin x \cos x + 2 \cos^2 x$ là

- (A) $\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\sqrt{2}$. (C) 3. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 48. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\sin^2 x + (2m - 2) \sin x \cos x - (m + 1) \cos^2 x = m$ có nghiệm.

- (A) $m \leq -2$. (B) $m \geq 1$. (C) $-2 \leq m \leq 1$. (D) $-2 \leq m < 1$.

Câu 49. Tìm tất cả giá trị của m để phương trình $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x - m \cos^2 x = 2$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right]$.

- (A) $m \geq -1$. (B) $-2 < m \leq -1$. (C) $-2 < m < -1$. (D) $-\frac{3}{2} < m \leq -1$.

Câu 50. Tìm tập giá trị của m để phương trình $2 \sin^2 x - m \sin 2x + (m + 1) \cos^2 x = 1$ không có 2 nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- (A) $(1; +\infty)$. (B) $(-\infty; 1]$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $[0; 1]$.

Câu 51. Tìm tập nghiệm của phương trình $\frac{\sqrt{3} \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x}{(2 \sin x + \sqrt{3})(4 \cos^2 x - 3)} = 0$.

- (A) $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\left\{-\frac{\pi}{6} + (4k + 1)\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 52. Cho phương trình $\sqrt{3} \sin^3 x - (2 - \sqrt{3}) \sin^2 x \cos x - (2 + \sqrt{3}) \sin x \cos^2 x = \sqrt{3} \cos^3 x$. Tìm tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình trên nằm trong khoảng $(-1; 1)$.

- (A) $\left\{-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}\right\}$. (B) $\left\{-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right\}$.
(C) $\left\{-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}; -\frac{2\pi}{3}\right\}$. (D) $\left\{-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{6}\right\}$.

Câu 53. Tìm tập nghiệm của phương trình $2 \sin^4 x + 7 \sin^2 x \cos^2 x + \cos^4 x = 2$.

- (A) $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $\left\{\frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 54. Tìm tập nghiệm của phương trình $2 \tan x + \cot x = \sqrt{3} + \frac{2}{\sin 2x}$.

- (A) $\left\{k\pi; \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\left\{-\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 55. Tìm số nghiệm của phương trình $5 \sin^2 x + \sin 2x = 2 \sin^4 \frac{x}{2} + 2 \cos^4 \frac{x}{2}$ trong khoảng $(-1; 3)$.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 56. Tập nghiệm S của phương trình $\tan^3 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \tan x - 1$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{k2\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{k2\pi, \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 57. Tập nghiệm S của phương trình $\cos\left(x + \frac{3\pi}{7}\right) - 3\cos\left(\frac{\pi}{14} - x\right) + \frac{2\sin\left(x + \frac{3\pi}{7}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{7} - 2x\right)} = 0$ là

- (A) $S = \left\{-\frac{5\pi}{28} + k\pi, -\frac{3\pi}{7} + \arctan(2) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, \arctan(2) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{-\frac{19\pi}{28} + k\pi, -\frac{3\pi}{7} - \arctan(2) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, -\arctan(2) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 58. Tập nghiệm S của phương trình $\sin\left(\frac{3\pi}{10} - \frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{10} + \frac{3x}{2}\right)$ là

- (A) $S = \left\{\frac{7\pi}{15} + k\pi, \frac{2\pi}{15} + k\pi, \frac{3\pi}{10} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{\frac{14\pi}{15} + k2\pi, \frac{4\pi}{15} + k2\pi, \frac{3\pi}{5} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{\frac{14\pi}{15} + k\pi, \frac{4\pi}{15} + k\pi, \frac{3\pi}{5} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 59. Tập nghiệm S của phương trình $\sin 5x = 5\cos^3 2x \sin x$ là

- (A) $S = \left\{\arctan\left(\frac{6 + \sqrt{21}}{3}\right) + k\pi, \arctan\left(\frac{6 - \sqrt{21}}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{\arctan\left(\pm\sqrt{\frac{6 + \sqrt{21}}{3}}\right) + k\pi, \arctan\left(\pm\sqrt{\frac{6 - \sqrt{21}}{3}}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{k\pi, \arctan\left(\frac{6 + \sqrt{21}}{3}\right) + k\pi, \arctan\left(\frac{6 - \sqrt{21}}{3}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{k\pi, \arctan\left(\pm\sqrt{\frac{6 + \sqrt{21}}{3}}\right) + k\pi, \arctan\left(\pm\sqrt{\frac{6 - \sqrt{21}}{3}}\right) + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 60. Tập nghiệm S của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\sin^3 3x + \cos\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)\cos^3 x = 0$ là

- (A) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (B) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (C) $S = \left\{-\frac{\pi}{4} - \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
 (D) $S = \left\{-\frac{\pi}{4}\right\}$.

ĐÁP ÁN

1 A	7 C	13 C	19 C	25 D	31 C	37 C	43 A	49 B	55 C
2 C	8 A	14 A	20 B	26 C	32 B	38 B	44 A	50 B	56 D
3 C	9 A	15 C	21 D	27 A	33 D	39 C	45 B	51 D	57 A
4 A	10 D	16 B	22 A	28 D	34 A	40 D	46 C	52 A	58 B
5 D	11 B	17 C	23 B	29 B	35 C	41 C	47 C	53 D	59 D
6 C	12 B	18 A	24 C	30 A	36 A	42 B	48 C	54 B	60 C

BÀI 9. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐỐI XỨNG, NỬA ĐỐI XỨNG ĐỐI VỚI $\sin x$, $\cos x$

– NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Giải phương trình $\sin x + \cos x - \sin x \cos x = 1$.

(A)
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 2. Giải phương trình $(1 + \sqrt{2})(\sin x + \cos x) - \sin 2x - 1 - \sqrt{2} = 0$.

(A)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 3. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $5 \sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$?

- (A) 1 điểm. (B) 2 điểm. (C) 3 điểm. (D) 0 điểm.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\cos x \sin x = 6(\sin x - \cos x - 1)$ có tập hợp điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác là

- (A) 1 điểm. (B) 3 điểm. (C) 2 điểm. (D) 4 điểm.

Câu 5. Giải phương trình $\sin x + \cos x + \sin x \cos x - 1 = 0$.

(A)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 6. Giải phương trình $5 + \cos 2x = (4 - 2 \cos x)(\sin x - \cos x)$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 7. Giải phương trình $2(\sin x + \cos x) + 6 \sin x \cos x = 2$.

(A)
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 8. Giải phương trình $(1 + \sqrt{2})(\sin x - \cos x) + 2 \sin x \cos x = 1 + \sqrt{2}$.

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 9. Giải phương trình $2\sqrt{2}(\sin x - \cos x) = 3 - \sin 2x$.

$$\textcircled{A} \quad x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{B} \quad x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{C} \quad x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{D} \quad x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 10. Giải phương trình $(1 - \sqrt{2})(1 + \sin x - \cos x) = \sin 2x$.

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 11. Giải phương trình $2\sqrt{2}(\sin x - \cos x) - 2\sin 2x = 1$.

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 12. Giải phương trình $\sin x - \cos x = 2\sqrt{2}\sin x \cos x$.

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 13. Giải phương trình $\sin x + \cos x + \sin x \cos x = 1$.

$$\textcircled{A} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{C} \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

$$\textcircled{D} \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 14. Giải phương trình $|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = 1$.

- (A) $x = \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (C) $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 15. Giải phương trình $4(\sin x - \cos x) + 2\sin x \cos x = 4$.

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pi + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}k\pi \\ x = \pi + \frac{2}{3}k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}k\pi \\ x = \pi + \frac{1}{2}k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \pi + 2k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 16. Giải phương trình $\sin x - \cos x + \sin x \cos x = 1$.

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 17. Giải phương trình $2(\sin x + \cos x) + \sin x \cos x = 2$.

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 18. Phương trình $\sin x + \cos x = 0$ tương đương với

- (A) $\cos x = 0$. (B) $x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\sin x = -1$ hoặc $\cos x = 1$. (D) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 19. Trong các phương trình dưới đây, phương trình nào có tập nghiệm khác rỗng?

- (A) $\sin x + \cos x = 2$. (B) $\sin x + \cos x = \sqrt{3}$. (C) $\sin x + \cos x = \frac{3}{2}$. (D) $\sin x + \cos x = \frac{4}{5}$.

Câu 20. Cho phương trình: $3(\cos x - \sin x) + 2\sin x \cos x - 3 = 0$, nếu đặt $t = \cos x - \sin x$, với $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$ thì phương trình trên trở thành

- (A) $3t^2 + 2t - 3 = 0$. (B) $t^2 + 3t - 3 = 0$. (C) $-t^2 + 3t - 1 = 0$. (D) $-t^2 + 3t - 2 = 0$.

Câu 21. Trong các phương trình sau đây, phương trình nào nhận $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ làm nghiệm?

- (A) $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$. (B) $\sin x = 1$.
(C) $\cos x = 0$. (D) $\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$.

Câu 22. Giải phương trình $\sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}) + \sin x \cos x + 1 = 0$.

- (A) $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (D) $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 23. Giải phương trình $|\sin x - \cos x| + 4\sin 2x = 1$.

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = \frac{k\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.
(C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 24. Giải phương trình $(1 + \cos x)(1 + \sin x) = 2$.

(A) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

- VẬN DỤNG

Câu 25. Giải phương trình $\sin x \cos x + |\sin x + \cos x| = 1$.

(A) $x = k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = k\frac{\pi}{4} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = k2\pi (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 26. Giải phương trình $2 \sin 2x + 8 = 3\sqrt{6}|\sin x + \cos x|$.

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{12}{5\pi} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{12}{5\pi} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{12}{5\pi} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{12}{5\pi} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 27. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $|\sin x - \cos x| + 4 \sin 2x = 1$.

(A) 4.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 2.

Câu 28. Giải phương trình $2 \sin^3 x - \cos 2x + \cos x = 0$.

(A) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 29. Giải phương trình $2 \cos^3 x + \cos 2x + \sin x = 0$.

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 30. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $2 \sin^3 x - \sin x = 2 \cos^3 x - \cos x + \cos 2x$?

(A) 1 điểm.

(B) 2 điểm.

(C) 6 điểm.

(D) 3 điểm.

Câu 31. Giải phương trình $\sin^3 x - \cos^3 x = 1 - \sin 2x$.

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 32. Giải phương trình $\cos^3 x + \sin^3 x = \sin 2x + \sin x + \cos x$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 33. Giải phương trình $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} = 2\sqrt{2}$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{11\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 34. Giải phương trình $\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\sin x} = 2\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 35. Giải phương trình $-4(\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x) + 5(\sin x + \cos x) = 1$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = 2k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(C)
$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(D)
$$x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 36. Giải phương trình $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$.

(A)
$$x \in \left\{ \pi + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}, (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$x \in \left\{ \pi + k\pi; -\frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 37. Giải phương trình $(1 + \sin x)(1 + \cos x) - 2 = 0$.

(A)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(C)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(B)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

(D)
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 38. Giải phương trình $\sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}(\sin^2 x + \cos^2 x)$.

(A)
$$x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

(C)
$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{6}, (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$x = \frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z}).$$

(D)
$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 39. Giải phương trình $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \tan x + \cot x$.

(A)
$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

(B)
$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$$

(C) $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2}{3}k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 40. Giải phương trình $\cos^3 x - \sin^3 x = -1.$

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\pi + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 3k\pi \\ x = -\pi + 3k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 7k\pi \\ x = -\pi + 7k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = -\pi + 2k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 41. Giải phương trình $|\cos x - \sin x| + 2 \sin 2x = 1.$

(A) $x = \frac{3k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$ (B) $x = \frac{5k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$ (C) $x = \frac{7k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$ (D) $x = \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 42. Giải phương trình $\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{10}{3}.$

(A) $x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{2 + \sqrt{19}}{3\sqrt{2}} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{2 - \sqrt{19}}{3\sqrt{2}} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{2 + \sqrt{19}}{\sqrt{2}} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = \frac{\pi}{4} \pm \arccos \frac{2 - \sqrt{19}}{\sqrt{2}} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 43. Giải phương trình $\sin^3 x + \cos^3 x + 1 = \frac{3}{2} \sin 2x.$

(A) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \pi + 2k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \pi + 2k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\pi + k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ x = \pi + 2k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 44. Giải phương trình $\sin x + \cos x = \frac{2\sqrt{3}}{3} \sqrt{1 + \sin x \cos x}.$

(A) $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 45. Phương trình $(1 + \sin^2 x) \cos x + (1 + \cos^2 x) \sin x = 1 + \sin 2x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

Câu 46. Phương trình $(1 + \sqrt{2})(\sin x - \cos x) + 2 \sin x \cos x = 1 + \sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$?

(A) 1.

(B) 4.

(C) 2.

(D) 3.

Câu 47. Phương trình $1 + \sin^3 x + \cos^3 x = \frac{3}{2} \sin 2x$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

(A) 2.

(B) 6.

(C) 8.

(D) 4.

Câu 48. Khẳng định nào sau đây là **đúng** về phương trình $\sin 2x - \sin x - \cos x + 1 = 0$?

(A) Có tập nghiệm biểu diễn bởi 2 điểm trên đường tròn lượng giác.

(B) Có tập nghiệm biểu diễn bởi 3 điểm trên đường tròn lượng giác.

(C) Có tập nghiệm biểu diễn bởi 4 điểm trên đường tròn lượng giác.

(D) Có tập nghiệm biểu diễn bởi 5 điểm trên đường tròn lượng giác.

Câu 49. Phương trình $(1 - \sin x \cos x)(\sin x + \cos x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ có tất cả các nghiệm có dạng: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$; $x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin(m) + k2\pi$; $x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin(m) + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). Khi đó giá trị của m là

- (A) $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$. (B) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.
 (C) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$ hoặc $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$. (D) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ hoặc $\frac{-\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$.

Câu 50. Phương trình $\sin 2x + \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; \pi]$?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Câu 51. Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos x + \frac{1}{\cos x} + \sin x + \frac{1}{\sin x} = \frac{10}{3}$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{4} \pm \alpha + 2k\pi$ (Với $k \in \mathbb{Z}$ và $\cos \alpha = \frac{2 - \sqrt{19}}{3}$).
 (B) $x = \frac{\pi}{4} \pm \alpha + 2k\pi$ (Với $k \in \mathbb{Z}$ và $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{38}}{6}$).
 (C) $x = \frac{\pi}{2} \pm \alpha + 2k\pi$ (Với $k \in \mathbb{Z}$ và $\cos \alpha = \frac{2 - \sqrt{19}}{3}$).
 (D) $x = \frac{\pi}{2} \pm \alpha + 2k\pi$ (Với $k \in \mathbb{Z}$ và $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2} - \sqrt{38}}{6}$).

Câu 52. Phương trình $2\sin^3 x - \sin x = 2\cos^3 x - \cos x + \cos 2x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$?

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 4.

Câu 53. Phương trình $\sin x - \cos x + 2\sin 2x = -1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(-\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$?

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 54. Giải phương trình $2(\tan x - \sin x) + 3(\cot x - \cos x) + 5 = 0$.

- (A) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
 $x = \arctan\left(-\frac{3}{2}\right) + k2\pi$
 (B) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1 - \sqrt{2}}{2\sqrt{2}}\right) + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
 $x = \arctan\left(-\frac{3}{2}\right) + k\pi$

$$\begin{aligned} \textcircled{C} \quad & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \arctan\left(-\frac{3}{2}\right) + k\pi \end{cases} \\ \textcircled{D} \quad & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \arctan\left(-\frac{3}{2}\right) + k\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 55. Giải phương trình $\tan^2 x = \frac{1 - \cos^3 x}{1 - \sin^3 x}$.

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \\ \textcircled{B} \quad & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \\ \textcircled{C} \quad & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \\ \textcircled{D} \quad & \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + \arcsin\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} - \arcsin\left(\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right) + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 56. Giải phương trình $\sin 2x - 3\sqrt{3} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 4 = 0$.

$$\begin{aligned} \textcircled{A} \quad & \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{12}{\pi} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ \textcircled{B} \quad & \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{12}{\pi} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ \textcircled{C} \quad & \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{12}{\pi} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ \textcircled{D} \quad & \begin{cases} x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{12}{\pi} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}). \end{aligned}$$

Câu 57. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tập hợp các điểm biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin 2x + 2\sqrt{2}m(\sin x - \cos x) + 1 - 4m = 0$ chỉ là một điểm trên đường tròn lượng giác.

- (A) $\begin{cases} m \leq 0 \\ m > 1 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$

Câu 58. Tìm m để phương trình $\sin x \cos x - \sin x - \cos x + m = 0$ có nghiệm.

- (A) $\frac{3-2\sqrt{2}}{2} < m < 1$. (B) $m > \frac{3-2\sqrt{2}}{2}$. (C) $m < 1$. (D) $\frac{3-2\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 1$.

Câu 59. Tìm m để phương trình $\sin x + \cos x = m + \sin 2x$ vô nghiệm.

- (A) $\begin{cases} m \geq \frac{5}{4} \\ m < -1 - \sqrt{2} \end{cases}$ (B) $\begin{cases} m > \frac{5}{4} \\ m \leq -1 - \sqrt{2} \end{cases}$ (C) $\begin{cases} m \geq \frac{5}{4} \\ m \leq -1 - \sqrt{2} \end{cases}$ (D) $\begin{cases} m > \frac{5}{4} \\ m < -1 - \sqrt{2} \end{cases}$

Câu 60. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $m(\sin x + \cos x) + \sin 2x = 0$ có nghiệm.

- (A) $m \in \mathbb{R}$. (B) $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. (C) $\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. (D) $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 61. Để phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = m$ có nghiệm, tham số m phải thỏa mãn điều kiện nào dưới đây?

- (A) $-2 \leq m \leq -1$. (B) $-\frac{7}{4} \leq m \leq -\frac{1}{4}$. (C) $1 \leq m \leq 2$. (D) $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$.

Câu 62. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^3 x - \cos^3 x = m$ có nghiệm.

- (A) $-1 \leq m \leq 1$. (B) $-1 < m < 1$. (C) $\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. (D) $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 63. Phương trình $\sqrt{2}(\sin x + \cos x) - \sin x \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 64. Phương trình $(1 + \sqrt{2})(\sin x - \cos x) + \sqrt{2} \sin x \cos x = 1 + \sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[-\pi; \pi]$?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 65. Cho hàm số $y = f(x) = \cos 4x + \sin 2x$ và hàm số $y = g(x)$. Giả sử phương trình $f(x) = 0$ có tập nghiệm là S_1 , phương trình $g(x) = 0$ có tập nghiệm là S_2 . Biết rằng $S_1 \subset S_2$. Tìm đáp án ĐÚNG?

- (A) $g(x) = 2\sin^2 2x + 3\sin 2x + 1$.
 (B) $g(x) = \sin^3 x - \cos^3 x + \sin x \cos^2 x - \cos x \sin^2 x$.
 (C) $g(x) = \sin 4x + \cos 2x$.
 (D) $g(x) = 2\sin 2x + 1$.

Câu 66. Cho phương trình $m(\sin x + \cos x) + \sin 2x = 0$. Tìm m để phương trình có đúng 2 nghiệm thuộc $[0; \pi]$.

- (A) $\frac{-\sqrt{2}}{2} \leq m \leq 0$. (B) $0 \leq m \leq \sqrt{2}$. (C) $0 \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $-\sqrt{2} \leq m \leq 0$.

Câu 67. Cho phương trình $\sin 2x + 2\sqrt{2}m(\sin x - \cos x) + 1 - 4m = 0$. Tìm m để tập nghiệm của phương trình được biểu diễn bởi nhiều hơn 1 điểm trên đường tròn lượng giác?

- (A) $-\frac{1}{2} \leq m < \frac{1}{2}$. (B) $m < 0 \vee m \geq 1$. (C) $0 \leq m < 1$. (D) $m < -\frac{1}{2} \vee m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 68. Phương trình $\sin 2x - 12(\sin x - \cos x) + 12 = 0$ có hai họ nghiệm dạng $x = \alpha + k2\pi$; $x = \beta + k2\pi$ ($\alpha, \beta \in [0; \pi]$). Khi đó $\alpha + \beta$ bằng

- (A) π . (B) $\frac{5\pi}{2}$. (C) $\frac{3\pi}{4}$. (D) $\frac{3\pi}{2}$.

1. D	2. A	3. B	4. C	5. D	6. A	7. C	8. D	9. A	10. B
11. C	12. D	13. C	14. A	15. D	16. A	17. C	18. D	19. D	20. D
21. A	22. D	23. B	24. B	25. B	26. C	27. A	28. A	29. B	30. C
31. D	32. A	33. B	34. C	35. A	36. A	37. C	38. B	39. D	40. D
41. D	42. B	43. A	44. A	45. A	46. D	47. A	48. C	49. B	50. B
51. B	52. B	53. A	54. D	55. A	56. B	57. D	58. D	59. D	60. A
61. D	62. A	63. C	64. D	65. C	66. A	67. C	68. D		

BÀI 10. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

– NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Phương trình $\sin 2x - 2 \sin x = 0$ nhận giá trị nào dưới đây là nghiệm?

(A) $\frac{\pi}{2}$.

(B) $\frac{\pi}{3}$.

(C) π .

(D) $-\frac{\pi}{2}$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\sin x + 4 \cos x = 2 + \sin 2x$ được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 3. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn nghiệm của phương trình $\sin x \cdot \sin 3x + \sin 4x \sin 8x = 0$?

(A) 22.

(B) 24.

(C) 20.

(D) 26.

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\cos x(1 - \cos 2x) - \sin^2 x = 0$ trong đoạn $[0; \pi]$ là

(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 5.

Câu 5. Phương trình $\frac{\cos 4x}{\cos 2x} = \tan 2x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

Câu 6. Phương trình $\sin x(1 + \cos 2x) = \cos^2 x$ có tập nghiệm được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

(A) 5.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 2.

Câu 7. Tìm họ nghiệm của phương trình $1 + \sin 2x \cdot \cos x = \cos x + \sin 2x$?

(A) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$.

Câu 8. Phương trình $\sqrt{2} \sin x - \sin 2x = 0$ tương đương với

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 9. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 5x = \cos 3x$?

(A) 8 điểm.

(B) 9 điểm.

(C) 10 điểm.

(D) 11 điểm.

Câu 10. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos x = \cot x$?

(A) 1 điểm.

(B) 2 điểm.

(C) 3 điểm.

(D) 4 điểm.

Câu 11. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $2 \sin x + \tan x = 0$?

(A) 1 điểm.

(B) 2 điểm.

(C) 3 điểm.

(D) 4 điểm.

Câu 12. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos 3x - 3 \cos x = 0$?

- (A) 2 điểm. (B) 4 điểm. (C) 6 điểm. (D) 1 điểm.

Câu 13. Phương trình $\tan x - 2 \tan 2x = 0$ tương đương với

- (A) $x = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). (B) $\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$
- (C) $\begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$ (D) $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

- VẬN DỤNG

Câu 14. Phương trình $\cos 2x + (1 + 2 \sin x)(\sin x - \cos x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; \pi]$?

- (A) 2. (B) 3. (C) 6. (D) 4.

Câu 15. Họ nghiệm của phương trình $\sin x + \cos x + 1 + \sin 2x + \cos 2x = 0$ là

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$

Câu 16. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $1 - \tan x \tan 2x = \cos 3x$.

- (A) $\frac{5\pi}{12}$. (B) $\frac{5\pi}{6}$. (C) $\frac{\pi}{6}$. (D) $\frac{\pi}{12}$.

Câu 17. Giải phương trình sau $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x = 0$.

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = +k\pi \end{cases}$

Câu 18. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $1 + \tan x = 2\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ trên đoạn $[0; \pi]$.

- (A) $\frac{5\pi}{12}$. (B) $\frac{7\pi}{12}$. (C) $\frac{13\pi}{12}$. (D) $\frac{11\pi}{12}$.

Câu 19. Phương trình $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x = 0$ không tương đương với

- (A) $\cos x(\sin 6x + \sin 2x) = 0$. (B) $\sin 2x(4 \cos^2 x + 2 \cos x - 1) = 0$.
- (C) $\cos \frac{x}{2} \left(\sin \frac{3x}{2} + \sin \frac{7x}{2} \right) = 0$. (D) $\sin \frac{5x}{2} \left(\cos \frac{3x}{2} - \cos \frac{x}{2} \right) = 0$.

Câu 20. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos^2 \frac{x}{2} = 2(1 + \cos x) \sin 3x$?

- (A) 4 điểm. (B) 5 điểm. (C) 6 điểm. (D) 7 điểm.

Câu 21. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $1 + 2 \sin 4x = 2 \cos^2 x$?

- (A) 6. (B) 8. (C) 10. (D) 12.

Câu 22. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $2(1 + \sin x) \cos^2 2x = \cos^2 x$?

- (A) 6 điểm. (B) 7 điểm. (C) 8 điểm. (D) 9 điểm.

Câu 23. Phương trình $1 + \tan x = \sin x + \cos x$ tương đương với

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 24. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = (\sin x + \cos x)^4$?

(A) 1 điểm.

(B) 2 điểm.

(C) 3 điểm.

(D) 4 điểm.

Câu 25. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $1 + \sin 2x = 2 \sin 3x \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$?

(A) 6 điểm.

(B) 8 điểm.

(C) 10 điểm.

(D) 12 điểm.

Câu 26. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1 - \cos 2x$ trên đoạn $[0; \pi]$. S là tập con của tập nào sau đây?

(A) $\left\{0; \frac{\pi}{2}; \pi\right\}.$

(B) $\left\{0; \frac{\pi}{3}; \pi\right\}.$

(C) $\left\{0; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \pi\right\}.$

(D) $\left\{0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \pi\right\}.$

- VẬN DỤNG CAO

Câu 27. Tìm nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin x + \sin 2x = \cos x + 2 \cos^2 x$.

(A) $\frac{\pi}{6}.$

(B) $\frac{2\pi}{3}.$

(C) $\frac{\pi}{4}.$

(D) $\frac{\pi}{3}.$

Câu 28. Nghiệm của phương trình $\sin 3x + (1 - \cos x) \cos 2x = (\sin x + 2 \cos x) \sin 2x$ được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

(A) 2.

(B) 5.

(C) 4.

(D) Vô số.

Câu 29. Nghiệm của phương trình $\cos 2x + 3 \sin 2x + 5 \sin x - 3 \cos x = 3$ được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

(A) 2.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 5.

Câu 30. Nghiệm của phương trình: $\sin^2 x + \sin^2 3x = \cos^2 2x + \cos^2 4x$ được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

(A) 14.

(B) 16.

(C) 18.

(D) 12.

Câu 31. Cho phương trình $\sin x \cos 4x - \sin^2 2x = 4 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) - \frac{7}{2}$. Tìm số nghiệm của phương trình thỏa mãn $|x - 1| < 3$.

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 32. Họ nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos 2x + \sin x - \cos x = 1$ được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 6.

(D) 4.

Câu 33. Nghiệm của phương trình $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$ được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 34. Phương trình $\sqrt{4 - x^2} (\sin 2\pi x - 3 \cos \pi x) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

(A) Vô số.

(B) 4.

(C) 6.

(D) 10.

Câu 35. Phương trình $\frac{1 + \cos 2x}{\cos x} = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$ tương đương với

(A) $1 - \cos^2 2x = \sin 2x \cos x.$

(B) $\sin 2x(\sin 2x + \cos x) = 0.$

(C) $\begin{cases} x = \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{\pi}{2} - k2\pi \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} - k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 36. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos^2 x + 2(\sin 3x - 1) \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) = 0$?

(A) 4 điểm.

(B) 5 điểm.

(C) 6 điểm.

(D) 7 điểm.

Câu 37. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cos 3x + (2 \sin 2x + 1)(\sin 2x - \cos x) = 0$?

(A) 7 điểm.

(B) 8 điểm.

(C) 9 điểm.

(D) 10 điểm.

Câu 38. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $(1 + \sin x)(1 + \cos x) \tan(\pi - x) = \sin 2x + 2 \sin x + 2 \cos x + 2$?

(A) 2 điểm.

(B) 3 điểm.

(C) 4 điểm.

(D) 5 điểm.

Câu 39. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\frac{1 - \cos 2x}{\sin^2 2x} = 1 + \cot 2x$?

(A) 1 điểm.

(B) 2 điểm.

(C) 3 điểm.

(D) 4 điểm.

Câu 40. Có bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác biểu diễn các nghiệm của phương trình $\cot x = \cos x + \tan x + \cos 3x$?

(A) 4 điểm.

(B) 5 điểm.

(C) 6 điểm.

(D) 7 điểm.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. B	5. A	6. B	7. B	8. B	9. C	10. B
11. D	12. A	13. D	14. D	15. D	16. C	17. A	18. C	19. D	20. D
21. B	22. D	23. A	24. D	25. B	26. C	27. C	28. C	29. B	30. A
31. A	32. D	33. A	34. C	35. D	36. A	37. B	38. C	39. D	40. A

BÀI 11. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CÓ TẬP NGHIỆM BỊ GIỚI HẠN

– NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 2. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ thuộc khoảng $(0; 2\pi)$.

- (A) $\frac{10\pi}{3}$. (B) $\frac{7\pi}{3}$. (C) $\frac{8\pi}{3}$. (D) $\frac{\pi}{3}$.

Câu 3. Gọi n là số nghiệm của phương trình $\cos^2 x = \frac{1}{2}$ trên khoảng $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính n .

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 4. Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cos x - \sin x = 1$ với x thuộc đoạn $[0; 2\pi]$. Tính tổng các phần tử của S .

- (A) $\frac{5\pi}{3}$. (B) 2π . (C) $\frac{7\pi}{3}$. (D) $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 5. Phương trình $\tan x = \cot x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(\pi; 3\pi)$?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 6. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x - \cos x = 0$ với x thuộc khoảng $(0; 10)$.

- (A) $\frac{3\pi}{2}$. (B) $\frac{5\pi}{2}$. (C) $\frac{15\pi}{4}$. (D) $\frac{19\pi}{4}$.

Câu 7. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = 0$ trên khoảng $(0, \pi)$ là

- (A) Không có. (B) Một. (C) Hai. (D) Vô số.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ là

- (A) $\frac{\pi}{6}$. (B) $\frac{\pi}{3}$. (C) $-\frac{\pi}{3}$. (D) $-\frac{\pi}{6}$.

Câu 9. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ là

- (A) $\frac{\pi}{2}$. (B) $\frac{\pi}{6}$. (C) $\frac{\pi}{3}$. (D) $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 10. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$ thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

- (A) $\frac{9\pi}{4}$. (B) $\frac{5\pi}{8}$. (C) $\frac{13\pi}{8}$. (D) π .

Câu 11. Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm trong $\left(-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right)$?

- (A) 6. (B) 7. (C) 3. (D) 5.

– VẬN DỤNG

Câu 12. Phương trình $-2\sin^2 x + \sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 6)$?

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

Câu 13. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\cos^3 x - \sin^3 x = 1$ với $-2\pi < x < 2\pi$. Tính tổng các phần tử của S .

- (A) $-\frac{\pi}{2}$. (B) 0. (C) $\frac{3\pi}{2}$. (D) π .

Câu 14. Gọi m là số nghiệm của phương trình $\frac{\cos 2x - \sin 2x + 3 \sin x + \cos x - 2}{2 - 3 \cos^2 x} = 0$ với $0 < x < 10$. Tính giá trị của $m^2 - m + 1$.

- (A) 21. (B) 31. (C) 43. (D) 13.

Câu 15. Phương trình $\frac{\sin 3x}{3} = \frac{\sin 5x}{5}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 30)$?

- (A) 26. (B) 28. (C) 30. (D) 32.

Câu 16. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\cos 3x - 2 \sin 3x - 6 \sin 2x - 5 \cos 2x + 6 \sin x - 9 \cos x + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$. Tính tổng các phần tử của S .

- (A) $\frac{3\pi}{2}$. (B) $\frac{5\pi}{2}$. (C) $\frac{7\pi}{2}$. (D) $\frac{9\pi}{2}$.

Câu 17. Phương trình $\frac{1}{\cos^2 x} + 2 \cos 2x - 4 \cos x + 2\sqrt{3} \tan x + 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2018)$?

- (A) 640. (B) 642. (C) 320. (D) 321.

Câu 18. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(\cos x + 1)(\cos 2x + 1)(\cos 3x + 1) = \frac{1}{2}$. Tính tổng các phần tử của tập hợp $S \cap (0; 4\pi)$.

- (A) 24π . (B) $\frac{53\pi}{3}$. (C) 18π . (D) 20π .

Câu 19. Phương trình $\sin x \cdot \cos 4x - \sin^2 2x = 4 \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right) - \frac{7}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thỏa mãn $|x - 1| < 3$?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 20. Tổng các nghiệm của phương trình $(\sin x - 1)(2 \sin x - 1)(4 \sin x - 1) = 0$ trên $[0; \pi]$ là

- (A) $\frac{7\pi}{2}$. (B) 2π . (C) $\frac{5\pi}{2}$. (D) 3π .

Câu 21. Số nghiệm âm của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$ trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 22. Số nghiệm của phương trình $\cos 2x + 3 \sin x + 4 = 0$ trên khoảng $\left(-3\pi; \frac{7\pi}{2}\right)$ là

- (A) 2. (B) 5. (C) 3. (D) 4.

Câu 23. Gọi m là số nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x - \sin 2x + 3 \cos^2 x = 2$ trong đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$. Tính $A = m^2 + 3m - 1$.

- (A) 53. (B) 87. (C) 39. (D) 69.

Câu 24. Xác định số nghiệm của phương trình $2 \sin 2x + \sin x + \cos x = 1$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

- (A) 4. (B) 3. (C) 6. (D) 2.

Câu 25. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $8 \sin x \cos x \cos 2x = 1$ có dạng $\frac{m\pi}{n}$ với m, n là các số nguyên và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khi đó, tính giá trị của $A = m^2 + 2n$.

- (A) 43. (B) 49. (C) 21. (D) 25.

Câu 26. Xét phương trình $\tan \frac{\pi}{15} \cos x + \sin x = 1$. Trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right)$, một trong các nghiệm của phương trình là:

- (A) $x = \frac{7\pi}{2}$. (B) $x = \frac{9\pi}{2}$.
(C) $x = \frac{71\pi}{30}$. (D) Không tồn tại nghiệm đang xét.

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos x + 1} = 0$ thuộc đoạn $[2\pi; 4\pi]$.

- (A) 2. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 28. Với giá trị nào của m thì phương trình $\sin x = m$ có nghiệm trong khoảng $\left(\frac{5\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right)$?

- (A) $m \in \left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$. (B) $m \in \left[-1; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. (C) $m \in \left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right]$. (D) $m = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 29. Trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $\sin^2 4x + 3 \sin 4x \cos 4x - 4 \cos^2 4x = 0$ có

- (A) một nghiệm. (B) hai nghiệm. (C) bốn nghiệm. (D) ba nghiệm.

Câu 30. Tích các nghiệm trong khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $\sin\left(2x + \frac{9\pi}{2}\right) - 3 \cos\left(x - \frac{15\pi}{2}\right) = 1 + 2 \sin x$ là

- (A) $\frac{5\pi^4}{18}$. (B) $\frac{7\pi^4}{9}$. (C) $\frac{5\pi^3}{18}$. (D) $\frac{5\pi^3}{36}$.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 31. Cho $m < p$ là hai số nguyên dương trong đó m chẵn, p lẻ. Gọi n là số nghiệm của phương trình $\sin mx + \sin px = 0$ trên khoảng $(0; \pi)$. Tính giá trị của n theo m và p .

- (A) $2p - m - 3$. (B) $p - m$. (C) $p - 1$. (D) $m - 1$.

Câu 32. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x + \cos 5x = -\frac{1}{2}$ với x thuộc $(0; \pi)$. Tính tổng các phần tử của tập S .

- (A) $\frac{24\pi}{11}$. (B) $\frac{30\pi}{11}$. (C) $\frac{36\pi}{11}$. (D) $\frac{42\pi}{11}$.

Câu 33. Phương trình $\cos^2(\pi \sin x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 2017\pi]$?

- (A) 4033. (B) 4034. (C) 4035. (D) 4036.

Câu 34. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $(\cos x - 1)(2 \cos x - 1)(3 \cos x - 1) \dots (2017 \cos x - 1) = 0$ với $x \in [0; 2\pi]$. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- (A) 0. (B) 2π . (C) 2017π . (D) 4034π .

Câu 35. Cho các số thực x, y, z thuộc đoạn $[0; \pi]$. Có tất cả bao nhiêu bộ ba số $(x; y; z)$ thỏa mãn $\frac{\sin x}{1} = \frac{\sin y}{\sqrt{3}} = \frac{\sin z}{2}$ và $x + y + z = \pi$?

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 36. Gọi $x_1, x_2, \dots, x_n$ là tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 1009x - \cos 1008x = 0$ với $0 < x < \pi$. Tính tổng $S = \cos x_1 + \cos x_2 + \dots + \cos x_n$.

- (A) 0. (B) $-\frac{1}{2}$. (C) $-\frac{3}{4}$. (D) -1.

Câu 37. Gọi S là tập hợp các nghiệm của phương trình $\frac{\sqrt{1 + \cos x} + \sqrt{1 - \cos x}}{\cos x} = 4 \sin x$ trong khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S là

(A) $\frac{7\pi}{15}$.

(B) $\frac{13\pi}{15}$.

(C) $\frac{4\pi}{15}$.

(D) $\frac{8\pi}{15}$.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2\sin^2 x + 3\sin 2x - (m+2)\cos^2 x = 3$ có nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$.

(A) $m \leq 4$.

(B) $-2 < m < 1$.

(C) $-12 < m < 0$.

(D) $-12 < m < 4$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\cos 2x + 3\sin^2 x - 3m + 1 = 0$ có nghiệm trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right]$.

(A) $m \in \left[\frac{2}{3}; 1\right)$.

(B) $m \in \left(-\frac{2}{3}; 1\right]$.

(C) $m \in \left[-\frac{2}{3}; 1\right)$.

(D) $m \in \left(\frac{2}{3}; 1\right]$.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x = 3m - 2$ có nghiệm trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$

(A) $0 \leq m < \frac{4}{3}$.

(B) $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$.

(C) $0 \leq m < \frac{\sqrt{3}+2}{3}$.

(D) $0 \leq m \leq \frac{\sqrt{3}+2}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. B	4. A	5. D	6. C	7. B	8. D	9. D	10. A
11. A	12. B	13. D	14. C	15. B	16. C	17. D	18. A	19. B	20. C
21. A	22. C	23. D	24. B	25. B	26. D	27. D	28. B	29. C	30. D
31. C	32. B	33. C	34. D	35. B	36. B	37. A	38. C	39. D	40. C

BÀI 12. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CHỨA THAM SỐ

- NHẬN BIẾT - THÔNG HIỂU

Câu 1. Điều kiện để phương trình $\cos x = m$ có nghiệm là

- (A) $|m| \leq 1$. (B) $m < 1$. (C) $m \leq 1$. (D) $-1 < m < 1$.

Câu 2. Điều kiện để phương trình $\sin 2x = m$ có nghiệm là

- (A) $|m| < 1$. (B) $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$. (C) $-2 \leq m \leq 2$. (D) $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 3. Điều kiện để phương trình $\sin^2 x = m$ có nghiệm là

- (A) $|m| < 1$. (B) $0 \leq m \leq 1$. (C) $m \geq 0$. (D) $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 4. Điều kiện để phương trình $5 \cos^2 3x = m$ có nghiệm là

- (A) $0 \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{5}}$. (B) $-\frac{1}{\sqrt{5}} \leq m \leq \frac{1}{\sqrt{5}}$. (C) $0 \leq m \leq \frac{1}{5}$. (D) $0 \leq m \leq 5$.

Câu 5. Tìm m để phương trình $3 \sin 2x + m \cos 2x = m + 2$ nhận $x = \frac{\pi}{4}$ làm nghiệm.

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = 0$. (D) $m = -2$.

Câu 6. Tìm m để phương trình $\sin 5x + \cos 5x = m - 1$ vô nghiệm.

- (A) $\begin{cases} m \geq 1 + \sqrt{2} \\ m \leq 1 - \sqrt{2} \end{cases}$. (B) $\begin{cases} m > 1 + \sqrt{2} \\ m < 1 - \sqrt{2} \end{cases}$.
(C) $1 - \sqrt{2} \leq m \leq 1 + \sqrt{2}$. (D) $\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin 2x + 2m = 3$ nhận $x = \frac{\pi}{4}$ là nghiệm.

- (A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = \pm 1$. (D) $m = \frac{3}{2}$.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2 \sin x + 1 = m$ có nghiệm.

- (A) $-1 \leq m \leq 3$. (B) $-2 \leq m \leq 2$. (C) $0 \leq m \leq 2$. (D) $-2 \leq m \leq -1$.

Câu 9. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos x + 2m - 1 = 0$ vô nghiệm.

- (A) $m > 1$. (B) $m < 0$. (C) $\begin{cases} m < 0 \\ m > 1 \end{cases}$. (D) $0 \leq m \leq 1$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $3 \sin^2 x - m = 0$ có nghiệm.

- (A) $-3 \leq m \leq 3$. (B) $-1 \leq m \leq 1$. (C) $0 \leq m \leq 1$. (D) $0 \leq m \leq 3$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin x + \cos x = m$ có nghiệm.

- (A) $-2 \leq m \leq 2$. (B) $-1 \leq m \leq 1$. (C) $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. (D) $0 \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt{2} \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = m$ có nghiệm.

- (A) $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. (B) $-1 \leq m \leq 1$. (C) $0 \leq m \leq \sqrt{2}$. (D) $-1 \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = \sin 2x + m$.

- (A) $D = \mathbb{R}$. (B) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 14. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin 2x = m$ có nghiệm.

- (A) $m \in \mathbb{R}$. (B) $m \in (1; +\infty)$. (C) $m \in (-\infty; -1)$. (D) $m \in [-1; 1]$.

Câu 15. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\tan^2 x + 2 \tan x - m = 0$ có nghiệm.

- (A) $m \in \mathbb{R}$. (B) Không tồn tại m . (C) $m \geq -1$. (D) $m \geq 0$.

Câu 16. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin 2018x + \cos 2018x = m$ có nghiệm.

- (A) $m \in [-1; 1]$. (B) $m \in [-2018; 2018]$. (C) $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. (D) $m \in [0; \sqrt{2}]$.

Câu 17. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{1}{\cos^2 x} + \tan^2 x = m$ nhận $x = \frac{\pi}{4}$ là một nghiệm.

- (A) $m = 1$. (B) $m = 2$. (C) $m = 3$. (D) $m = \frac{3}{2}$.

- VẬN DỤNG

Câu 18. Tìm m để phương trình $2 \sin x + m \cos x = m + 1$ có nghiệm.

- (A) $m \leq \frac{2}{3}$. (B) $m \geq \frac{3}{2}$. (C) $m \leq \frac{3}{2}$. (D) $m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 19. Tìm m để phương trình $5 \cos 3x + m \sin 3x = m - 2$ vô nghiệm.

- (A) $m < \frac{21}{4}$. (B) $m < -\frac{21}{4}$. (C) $m < \frac{29}{4}$. (D) $m > -\frac{21}{4}$.

Câu 20. Tìm m để phương trình $2 \sin(7x + 33) = m - 3$ có nghiệm.

- (A) $1 \leq m \leq 5$. (B) $2 \leq m \leq 4$. (C) $1 < m \leq 5$. (D) $2 \leq m < 4$.

Câu 21. Giá trị của m để phương trình $\frac{\sin x - m}{\cos x} = 0$ có nghiệm là

- (A) $m < 0$. (B) $m \notin \{-1; 1\}$. (C) $m \in [-1; 1]$. (D) $m \in (-1; 1)$.

Câu 22. Tìm m để phương trình $(m - 2) \cos 5x = m$ có nghiệm.

- (A) $m < 1$. (B) $m \leq 1$. (C) $m \neq 2$. (D) $m < 0$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^2 2018x = \frac{m}{2017}$ có nghiệm?

- (A) 2015. (B) 2016. (C) 2017. (D) 2018.

Câu 24. Biết rằng điều kiện của tham số m để phương trình $\sin x + (m - 1) \cos x = 2m$ có nghiệm là $m \in [a; b]$. Tính ab .

- (A) $-\frac{2}{3}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) $-\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = m$ có nghiệm $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

- (A) $1 < m \leq \sqrt{2}$. (B) $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$. (C) $-1 \leq m \leq 1$. (D) $0 \leq m \leq \sqrt{2}$.

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(2m - 1) \cos x = m \cos x - 5$ có nghiệm.

- (A) $\begin{cases} m \geq 6 \\ m \leq -4 \end{cases}$. (B) $-4 < m < 6$. (C) $m \leq -4$. (D) $m \geq 6$.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin x + m \cos x = 1 - m$ vô nghiệm.

- (A) $m > 1$. (B) $m < -1$. (C) $m > 0$. (D) $m < 0$.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\frac{1 + \sin x}{2 + \cos x} = m$ có nghiệm?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 29. Biết tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $(m+2)\sin x + m\cos x = 2$ vô nghiệm là khoảng (a, b) . Tính $S = a + b$.

- (A) $S = 0$. (B) $S = 2$. (C) $S = -1$. (D) $S = -2$.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos^2 x - (3m+1)\cos x + 6m - 2 = 0$ có nghiệm.

- (A) $m \in [0; 1]$. (B) $m \in \left[\frac{2}{3}; 1\right]$. (C) $m \in \left[0; \frac{2}{3}\right]$. (D) $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right]$.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^2 x - (m+1)\sin x + 3m - 6 = 0$ có nghiệm $x \in (0; \pi)$.

- (A) $2 < m \leq 3$. (B) $2 \leq m \leq 3$. (C) $0 \leq m \leq 1$. (D) $0 < m \leq 1$.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2\cos^2 x - (m+2)\cos x + m = 0$ có đúng hai nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- (A) $m \in (0; 2)$. (B) $m \in [0; 2]$. (C) $m \in [0; 2)$. (D) $m \in (0; 2]$.

Câu 33. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{m + \sin x}$ xác định với $\forall x \in \mathbb{R}$.

- (A) $m \geq 0$. (B) $m \in \mathbb{R}$. (C) $m \geq 1$. (D) $m \in [-1; 1]$.

Câu 34. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\cos x \cdot \cos 3x = m + \frac{1}{2}\cos 4x$ có nghiệm.

- (A) $m \in [-1; 1]$. (B) $m \in \mathbb{R}$. (C) $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. (D) $m \in (-1; 1)$.

Câu 35. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3\sin^2 2x + 2m\sin 2x + 3m + 2 = 0$ nhận $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ là nghiệm.

- (A) $m = -1$. (B) $m = \frac{-2}{3}$. (C) $m = 0$. (D) $m = 1$.

Câu 36. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{3}\sin 2x + m\cos 2x = 2$ có nghiệm.

- (A) $m \in [-1; 1]$. (B) $m \geq 2 - \sqrt{3}$.
(C) $m \geq 1$. (D) $m \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

Câu 37. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $m = \frac{\sin x + 2\cos x + 1}{\sin x - \cos x + 2}$ có nghiệm?

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

Câu 38. Cho $f(x) = 2\sin x + m + 5$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của của hàm số bằng 2018.

- (A) $m = 2010$. (B) $m = 2011$. (C) $m = 2012$. (D) $m = 2013$.

- VẬN DỤNG CAO

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình sau có nghiệm:

$$\sin^6 x + \cos^6 x = m(\sin^4 x + \cos^4 x).$$

- (A) $\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$. (B) $m \in (-\infty; 1] \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.
(C) $m \in (-\infty; 1]$. (D) $\frac{1}{2} \leq m \leq 1$.

Câu 40. Tìm điều kiện của m để phương trình $\sin^2 x + \cos 2x = m$ có nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

- (A) $m < 1$. (B) $0 \leq m \leq 1$. (C) $\frac{1}{4} \leq m \leq 1$. (D) $\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 41. Tìm m để phương trình $\sin x + \cos x = m + \sin 2x$ có nghiệm.

- (A) $m \leq \frac{5}{4}$. (B) $m > \frac{5}{4}$. (C) $-\sqrt{2} + 1 \leq m \leq \frac{5}{4}$. (D) $-\sqrt{2} - 1 \leq m \leq \frac{5}{4}$.

Câu 42. Tìm m để bất phương trình $\sin x + \cos x \leq m + \sin 2x$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- (A) $m \geq \frac{5}{4}$. (B) $m > \frac{5}{4}$. (C) $m \geq -\sqrt{2} - 1$. (D) $m \geq \sqrt{2} - 1$.

Câu 43. Tìm m để phương trình $\sin^4 x + \cos 2x + m \cos^6 x = 0$ có nghiệm trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- (A) $m \in (-2; -1)$. (B) $m \in (-2; 0)$. (C) $m \in (-\infty; -1)$. (D) $m \in (1; 2)$.

Câu 44. Cho phương trình: $\cos 2x - (2m + 1) \cos x + m + 1 = 0$. Tìm m để phương trình có nghiệm $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

- (A) $-1 \leq m < 0$. (B) $-1 \leq m \leq 0$. (C) $-1 < m < 0$. (D) $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 45. Cho phương trình $\sin^2 4x + (m^2 - 3) \sin 4x + m^2 - 4 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm $x \in \left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$.

- (A) $-2 < m < 2$. (B) $-2 \leq m < 2$. (C) $m = 2, m = -2$. (D) $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $4 \cos^2 2x - 4 \cos 2x - 3 - 3m = 0$ có nghiệm.

- (A) $m \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{3}\right)$. (B) $m \in \left[-\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right]$. (C) $m \in \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$. (D) $m \in \left(-\infty; \frac{5}{3}\right]$.

Câu 47. Biết tập hợp các giá trị của m để phương trình $m \sin^2 x + 2 \sin 2x + 3m \cos^2 x = 2$ có nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 3b$.

- (A) $T = \frac{8}{3}$. (B) $T = 8$. (C) $T = \frac{4}{3}$. (D) $T = \frac{8}{9}$.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x = m$ có nghiệm.

- (A) $m \in [0; \sqrt{2}]$. (B) $m \in [0; 1]$. (C) $m \in [1; \sqrt{2}]$. (D) $m \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

Câu 49. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2 \sin^2 2x - 3 \sin 2x + m - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

- (A) $m \in \left(1; \frac{17}{8}\right)$. (B) $m \in (1; 2)$. (C) $m \in \left[2; \frac{17}{8}\right]$. (D) $m \in \left[2; \frac{17}{8}\right]$.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\cos^2 x + (m - 4) \cos x - 2m + 4 = 0$ có đúng hai nghiệm $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; 2\pi\right]$.

- (A) $\begin{cases} m = 1 \\ \frac{3}{2} \leq m \leq 3 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} m = 1 \\ \frac{3}{2} < m < 3 \end{cases}$. (C) $1 \leq m < \frac{3}{2}$. (D) $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$.

Câu 51. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $2(\sin^4 x + \cos^4 x) + \cos 4x + 2 \sin 2x + m = 0$ có ít nhất một nghiệm $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- (A) $m \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$. (B) $m \in \left[-\frac{10}{3}; -2\right]$. (C) $m \in \left[-\frac{1}{3}; 0\right]$. (D) $m \in \left[-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}\right]$.

Câu 52. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(1 - m) \tan^2 x - \frac{2}{\cos x} + 1 + 3m = 0$ có nhiều hơn một nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

(A) $\begin{cases} m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} \frac{1}{3} < m < 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} \frac{1}{3} \leq m \leq 1 \\ m \neq \frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 53. Cho phương trình chứa tham số thực m

$$(m - 2 \sin x)(m \sin x - 2) = (m \cos x - 2)(m - 2 \cos x)$$

Khi $m \neq 0$, phương trình đã cho có bao nhiêu nghiệm nằm trong đoạn $[20\pi; 25\pi]$?

(A) 3.
 (B) 4.
 (C) 5.
 (D) 6.

Câu 54. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$m \cos \left(\frac{9\pi}{2} - x \right) + (2m - 1) \sin(7\pi - x) + 5m - 7 = 2 \cos \left(x - \frac{5\pi}{2} \right)$$

có đúng một nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$.

(A) $m = \frac{5}{4}$.
 (B) $\begin{cases} m = \frac{5}{4} \\ m = 0 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} m = \frac{5}{4} \\ \frac{17}{13} \leq m \leq \frac{11}{7} \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} m = \frac{5}{4} \\ \frac{17}{13} < m \leq \frac{11}{7} \end{cases}$

Câu 55. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos^2 x - 2m \cos x + 6m - 9 = 0$ có nghiệm $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

(A) $m = 2$.
 (B) $\frac{3}{2} \leq m \leq 2$.
 (C) $\frac{3}{2} < m \leq 2$.
 (D) $m \leq 2$.

Câu 56. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$4(\sin^4 x + \cos^4 x) - 4(\sin^6 x + \cos^6 x) - \sin^2 4x = m$$

có nghiệm.

(A) $m \leq \frac{-9}{16}$.
 (B) $\frac{-9}{16} < m < 1$.
 (C) $m \geq 1$.
 (D) $\frac{-9}{16} \leq m \leq 1$.

Câu 57. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin^4 x + (\sin x - 1)^4 = m$ có nghiệm thuộc khoảng $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2} \right]$.

(A) $m \leq 1$.
 (B) $m \geq \frac{1}{8}$.
 (C) $\frac{1}{8} \leq m \leq 1$.
 (D) $\frac{1}{8} < m \leq 1$.

Câu 58. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$\sin 2x - 4(\sin x - \cos x) - m = 0$$

có nghiệm.

(A) $m \leq 4\sqrt{2} - 1$.
 (B) $m < 4\sqrt{2} - 1$.
 (C) $m \geq -4\sqrt{2} - 1$.
 (D) $-4\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 4\sqrt{2} - 1$.

Câu 59. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình

$$\sin 2x - (2m + \sqrt{2})(\sin x + \cos x) + 2m\sqrt{2} + 1 = 0$$

có đúng hai nghiệm thuộc $\left(0; \frac{5\pi}{4} \right)$.

(A) $\frac{-\sqrt{2}}{2} < m \leq \frac{1}{2}$.
 (B) $m \leq \frac{1}{2}$.
 (C) $m > \frac{-\sqrt{2}}{2}$.
 (D) $m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 60. Gọi a, b là các số để phương trình $x^2 + 5 = 2[x - 2\cos(ax + b)]$ có nghiệm. Tính tổng $T = a + b$.

(A) $T = k2\pi$.

(B) $T = k\pi$.

(C) $T = \pi + k2\pi$.

(D) $T = \frac{k\pi}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. B	4. D	5. A	6. B	7. A	8. A	9. C	10. D
11. C	12. C	13. A	14. D	15. C	16. C	17. C	18. C	19. B	20. A
21. D	22. B	23. D	24. A	25. A	26. A	27. D	28. C	29. D	30. C
31. A	32. C	33. C	34. C	35. A	36. D	37. C	38. B	39. D	40. C
41. D	42. A	43. A	44. A	45. C	46. B	47. B	48. D	49. C	50. B
51. B	52. B	53. C	54. D	55. C	56. D	57. C	58. D	59. A	60. C

BÀI 13. ĐỀ KIỂM TRA

- ĐỀ SỐ 1

Câu 1. Phương trình $\sin 2x = \frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (B) $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $S = \left\{ \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $2 \cos 3x + 1 = 0$ là

- (A) $S = \left\{ \pm \frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (B) $S = \left\{ \pm \frac{2\pi}{9} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ \pm \frac{2\pi}{9} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $S = \left\{ \pm \frac{2\pi}{9} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin 2x}{1 - \cos x}$ là

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + \sqrt{3} \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{3} \right)$ là

- (A) 1. (B) $1 + \sqrt{3}$. (C) $1 - \sqrt{3}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 5. Tổng của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = -\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \sin 3x$ là

- (A) $\frac{4}{3}$. (B) $-\frac{4}{3}$. (C) $\frac{5}{3}$. (D) -1.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $2 \sin^2 x + 5 \sin x + 2 = 0$ là

- (A) $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{7\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (B) $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k2\pi, \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k3\pi, \frac{7\pi}{6} + k3\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $S = \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 7. Giải phương trình $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

- (A) $x = k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 (B) $x = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = 60^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
 (D) $x = 30^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8. Giải phương trình $\sin 3x = \sin x$.

- (A) $x = k\pi, x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.
 (B) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (C) $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
 (D) $x = k2\pi, x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 9. Tìm chu kỳ tuần hoàn của hàm số $y = \cot x$.

- (A) $\frac{\pi}{2}$. (B) $\frac{\pi}{3}$. (C) π . (D) $-\pi$.

Câu 10. Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ của phương trình $\sin 2x = 0$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 11. Số nghiệm của phương trình $\sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = -1$ thuộc đoạn $[0; \pi]$ là

- (A) 4. (B) 3. (C) 3. (D) 1.

Câu 12. Biết tập nghiệm của phương trình $2 \cos 2x \cos x = 1 + 2 \sin 2x \sin x$ có dạng

$$S = \{\pm a\pi + kb\pi\} \text{ với } a, b \in \mathbb{Q}.$$

Tính $3a + b$.

- (A) 1. (B) $\frac{5}{3}$. (C) -1. (D) 0.

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\left(\cos \frac{x}{2} - 3\right) (\tan x - \sqrt{3})}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 14. Giải phương trình $\cos^2 2x + \cos 2x - \frac{3}{4} = 0$.

- (A) $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (B) $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
(C) $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. (D) $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 15. Biết tập nghiệm của phương trình $(2 \cos x - 1)(2 \sin x + \cos x) = \sin 2x - \sin x$ có dạng $\{a\pi + k\pi, \pm b\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a + b$.

- (A) $\frac{1}{4}$. (B) $\frac{7}{6}$. (C) $\frac{1}{12}$. (D) $\frac{5}{12}$.

Ta có: $a = -\frac{1}{4}, b = \frac{1}{3} \Rightarrow a + b = \frac{1}{12}$.

Câu 16. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2} \sin 3x - \sqrt{2} \cos 3x = -1$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{\frac{\pi}{36} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{\frac{\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, \frac{17\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{\pi}{12} + k2\pi, \frac{17\pi}{12} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 17. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- (A) $y = \sin 3x$. (B) $y = x \cos x$. (C) $y = \cos x \tan 2x$. (D) $y = \tan x \sin x$.

Câu 18. Trong các phương trình sau phương trình nào có nghiệm?

- (A) $\sqrt{3} \sin x = 2$. (B) $\frac{1}{4} \cos 4x = \frac{1}{2}$.
(C) $2 \sin x + 3 \cos x = 1$. (D) $\cot^2 x - \cot x + 5 = 0$.

Câu 19. Cho các phương trình: (1) $\cos x = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, (2) $\sin x = 1 - \sqrt{2}$, (3) $\sin x + \cos x = 2$. Những phương trình vô nghiệm là

- (A) (1). (B) (2). (C) (3). (D) (1) và (2).

Câu 20. Tìm m để phương trình $\sin 2x + \cos 2x = \frac{m}{2}$ có nghiệm.

- (A) $-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$. (B) $m \leq -2\sqrt{2}, m \geq 2\sqrt{2}$.
(C) $1 - \sqrt{2} \leq m \leq 1 + \sqrt{2}$. (D) $0 \leq m \leq 2$.

Câu 21. Số điểm biểu diễn nghiệm của phương trình $3 \cot x + \sqrt{3} \tan x - 3 - \sqrt{3} = 0$ trên đường tròn lượng giác là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 0.

Câu 22. Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \sin x \cos x - \sin^2 x = \frac{\sqrt{2} - 1}{2}$ là

- (A) $S = \left\{\frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (B) $S = \left\{\frac{\pi}{24} + k\pi, \frac{7\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
(C) $S = \left\{\frac{\pi}{24} + k2\pi, \frac{7\pi}{24} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{24} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $\cos \frac{4x}{3} = \cos^2 x$ là

- (A) $S = \left\{ k6\pi, \pm \frac{\pi}{2} + k6\pi, \pm \frac{5\pi}{2} + k6\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (B) $S = \left\{ k2\pi, \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi, \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ k3\pi, \pm \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $S = \left\{ k3\pi, \pm \frac{\pi}{4} + k\pi, \pm \frac{5\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 24. Tập giá trị của hàm số $y = 3\sin^2 x + 4\sin x \cos x - \cos^2 x + 1$ là

- (A) $[0; 2]$. (B) $[-\sqrt{2} - 1; \sqrt{2} - 1]$.
 (C) $[-2\sqrt{2} + 2; 2\sqrt{2} + 2]$. (D) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2} + 1]$.

. Vậy tập giá trị của hàm số là $T = [-2\sqrt{2} + 2; 2\sqrt{2} + 2]$.

Câu 25. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sin^4 x + \cos 4x$ lần lượt là

- (A) 4 và $-\frac{5}{11}$. (B) 3 và $-\frac{5}{11}$. (C) 3 và -5 . (D) 4 và -5 .

- ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \cot \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$ là

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 - 4\cos 2x$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 5. (D) 6.

Câu 3. Giải phương trình $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

- (A) $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4. Giải phương trình $\tan \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$.

- (A) $x = -\frac{\pi}{12} + \arctan \left(\frac{1}{4} \right) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (B) $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{1}{2} \right) + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = -\frac{\pi}{12} + \arctan \left(\frac{1}{4} \right) + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 5. Số nghiệm của phương trình $\tan \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = \tan 2x$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 6. Giải phương trình $2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$.

- (A) $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. (B) $\begin{cases} x = \arccos \left(-\frac{3}{2} \right) + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) $x = \pi + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$. (D) $x = k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 7. Tập nghiệm của phương trình $3 \sin 3x - \sqrt{3} \cos 3x = \sqrt{6}$ là

- (A) $S = \left\{ \frac{5\pi}{36} + \frac{k\pi}{2}, \frac{11\pi}{36} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (B) $S = \left\{ \frac{5\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}, \frac{11\pi}{36} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ \frac{5\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $S = \left\{ \frac{5\pi}{36} + k2\pi, \frac{11\pi}{36} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8. Giải phương trình $\cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) + \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0$.

- (A) $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} \\ x = -\frac{19\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 (B) $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{19\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{36} + k2\pi \\ x = -\frac{19\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 (D) $\begin{cases} x = \frac{11\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{19\pi}{12} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 9. Số nghiệm của phương trình $\sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{1 + \cos x}{\sin x}$. Hãy chọn mệnh đề sai?

- (A) Tập xác định của hàm số là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}, (k \in \mathbb{Z})$.
 (B) Hàm số là một hàm tuần hoàn chu kỳ là 2π .
 (C) Hàm số tăng trên tập xác định của nó.
 (D) Là một hàm số lẻ.

Câu 11. Hàm số $y = \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{2x}{3}$ tuần hoàn, chu kỳ tuần hoàn là

- (A) $T = 3\pi$. (B) $T = 6\pi$. (C) $T = 9\pi$. (D) $T = 12\pi$.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 2$ là

- (A) 0. (B) 4. (C) -2. (D) 1.

Câu 13. Tập nghiệm của phương trình $\sin 7x - \sin 3x = \cos 5x$ là

- (A) $S = \left\{ \frac{\pi}{10} + k\pi, \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (B) $S = \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{3}, \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (C) $S = \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{5}, \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
 (D) $S = \left\{ \frac{\pi}{10} + \frac{k\pi}{7}, \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, \frac{5\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $2 \cos^2 x + 4m \sin x \cos x = m$ có nghiệm.

- (A) $m < -\frac{2}{3}$.
 (B) $m \leq -\frac{2}{3}$ hoặc $m \geq 0$.
 (C) $-\frac{2}{3} \leq m \leq 0$.
 (D) $m \geq 0$.

Câu 15. Giải phương trình $2 \sin^2 x - 3 \sin 2x + \cos^2 x = 2$

- (A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-6) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 (B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \operatorname{arccot}(-6) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 (C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{2} \\ x = \operatorname{arccot}(-6) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.
 (D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \operatorname{arccot}(-6) + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 16. Phương trình $\frac{\sin 3x}{\cos 2x} + \frac{\cos 3x}{\sin 2x} = \frac{2}{\sin 3x}$ có nghiệm là

(A) $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 17. Tập giá trị của hàm số $y = \frac{3 \sin x + \cos x + 1}{\cos x + 2}$ là

(A) $[-\sqrt{2}; 2].$

(B) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}].$

(C) $\left[\frac{3 - 2\sqrt{7}}{3}; \frac{3 + 2\sqrt{7}}{3} \right].$

(D) $\left[\frac{1 - 2\sqrt{7}}{3}; \frac{1 + 2\sqrt{7}}{3} \right].$

Câu 18. Giải phương trình $\sin^3 x - \cos^3 x = \sin x + \cos x.$

(A) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 19. Nghiệm của phương trình $\cos 5x + \cos 4x + \cos 2x + \cos x = 0$ có số ngọn cung biểu diễn lên đường tròn lượng giác được bao nhiêu điểm khác nhau?

(A) 3.

(B) 6.

(C) 9.

(D) 12.

Câu 20. Giải phương trình $\sqrt{3} \cos 2x + \sin 2x = 2 \sin x.$

(A) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 21. Phương trình $\sin^2 3x - \cos^2 4x = \sin^2 5x - \cos^2 6x$ có nghiệm là.

(A) $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{9} \\ x = k\frac{\pi}{2} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(B) $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = k\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(C) $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{3} \\ x = k\frac{\pi}{4} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

(D) $\begin{cases} x = k\frac{\pi}{6} \\ x = k\frac{\pi}{3} \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$

Câu 22. Số nghiệm của phương trình $\frac{\sin x}{x} = \frac{\pi}{18}$ là

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) Vô số.

Câu 23. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\cos \pi \left(x^2 + 2x - \frac{1}{2} \right) = \sin(\pi x^2)$ là

(A) $x = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}.$

(B) $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}.$

(C) $x = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}.$

(D) $x = \frac{\sqrt{2} - 1}{2}.$

Câu 24. Cho phương trình $m \sin x + (m + 1) \cos x = \frac{m}{\cos x}$. Tìm các giá trị của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm.

(A) $-4 < m < 0.$

(B) $\begin{cases} m \geq 0 \\ m < -4 \end{cases}.$

(C) $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -4 \end{cases}.$

(D) $-4 \leq m \leq 0.$

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = 2m \cdot \tan 2x$ có nghiệm?

(A) $m \leq -2$ hoặc $m \geq 2.$

(B) $m \leq -1$ hoặc $m \geq 1.$

(C) $m \leq -\frac{1}{8}$ hoặc $m \geq \frac{1}{8}.$

(D) $m \leq -\frac{1}{4}$ hoặc $m \geq \frac{1}{4}.$

-ĐỀ SỐ 3

Câu 1. Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$.

(A) $T = \pi$.

(B) $T = \frac{\pi}{3}$.

(C) $T = 2\pi$.

(D) $T = \frac{\pi}{2}$.

Câu 2.

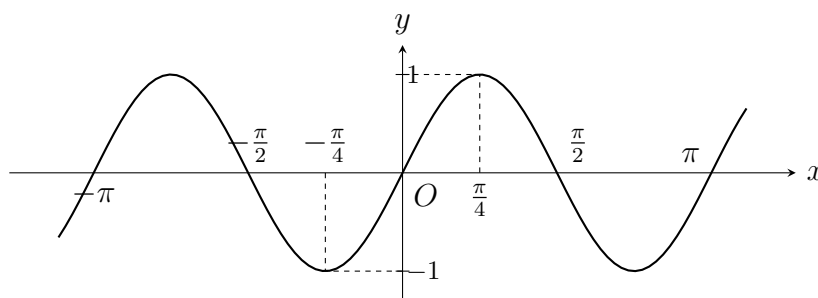
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định chu kỳ tuần hoàn T của hàm số này.

(A) $T = \pi$.

(B) $T = 2\pi$.

(C) $T = \frac{\pi}{2}$.

(D) $T = \frac{\pi}{4}$.



Câu 3. Cho hàm số $y = \sin x$. Tìm mệnh đề đúng.

(A) Hàm số đồng biến trên $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

(B) Hàm số đồng biến trên $(0; \pi)$.

(C) Hàm số nghịch biến trên $(0; \pi)$.

(D) Hàm số nghịch biến trên $(-\pi; 0)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \tan(x + \frac{\pi}{4})$. Tìm mệnh đề đúng.

(A) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(B) Hàm số đồng biến trên $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.

(C) Hàm số đồng biến trên $(-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4})$.

(D) Hàm số đồng biến trên $(0; \frac{\pi}{2})$.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 3 - 2\sin 2x$.

(A) $M = 5$.

(B) $M = 3$.

(C) $M = 1$.

(D) $M = 6$.

Câu 6.

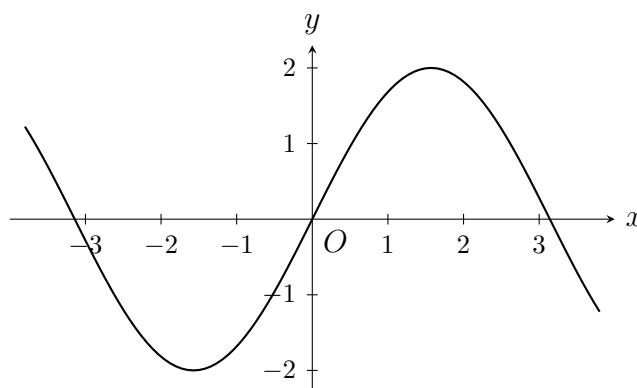
Biết đồ thị trong hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các lựa chọn **A, B, C, D**. Đó là hàm số nào?

(A) $y = 2\sin x$.

(B) $y = 2\cos x$.

(C) $y = \sin 2x$.

(D) $y = \cos 2x$.



Câu 7. Hãy chọn biến đổi đúng (k tùy ý thuộc $\mathbb{Z}$).

(A) $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

(B) $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$.

(C) $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$.

(D) $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 8. Hãy chọn biến đổi đúng (k tùy ý thuộc $\mathbb{Z}$).

(A) $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}$

(B) $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}$

(C) $\sin x = \sin \alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + \pi + k2\pi \end{cases}$

(D) $\tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k2\pi$.

Câu 9. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \tan x + \frac{1}{\sin x}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 10. Số nghiệm thuộc $[0; 2\pi)$ của phương trình $\sin x = \frac{1}{3}$ là

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = 3\sin^2 x - 2\cos^2 x$.

- (A) $m = -5$. (B) $m = 1$. (C) $m = 3$. (D) $m = -2$.

Câu 12. Tìm chu kì tuần hoàn T của hàm số $y = \sin^2 x - 2\cos^2 x$.

- (A) $T = 2\pi$. (B) $T = \pi$. (C) $T = 4\pi$. (D) $T = \frac{\pi}{2}$.

Câu 13. Phương trình $\sin^2 x = 2\cos^2 x$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[0; 4\pi]$?

- (A) 12. (B) 4. (C) 8. (D) 6.

Câu 14. Phương trình $4\cos^2 x - 8\sin x - 7 = 0$ tương đương với

- (A) $\begin{cases} \cos x = -\frac{1}{2} \\ \cos x = -\frac{3}{2} \end{cases}$. (B) $\begin{cases} \sin x = -\frac{1}{2} \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$. (C) $\sin x = -\frac{1}{2}$. (D) $\begin{cases} \cos x = \frac{2 + \sqrt{11}}{2} \\ \cos x = \frac{2 + \sqrt{11}}{2} \end{cases}$.

Câu 15. Cho phương trình $2 + 2\sin 2x + \sin x - \cos x = 0$. Đặt $t = \sin x - \cos x$, ta thu được phương trình nào?

- (A) $2t^2 + t = 0$. (B) $2 + 2t^2 + t = 0$. (C) $-2t^2 + t + 4 = 0$. (D) $-2t^2 + t + 2 = 0$.

Câu 16. Cho phương trình $\tan x \cdot \tan 2x = -1$ có tập nghiệm T . Hãy chọn nhận xét đúng về phương trình này.

- (A) Phương trình vô nghiệm. (B) $E = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ là tập con của T .
(C) $T = \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. (D) $T = \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 17. Biểu diễn điểm ngọn của tất cả cung có số đo là nghiệm của phương trình $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ ta được

- (A) hai điểm đối xứng nhau qua trục hoành.
(B) bốn đỉnh của một hình vuông.
(C) tám đỉnh của một bát giác đều.
(D) bốn đỉnh của một hình chữ nhật mà không phải là hình vuông.

Câu 18. Giải phương trình $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 0$, ta được tất cả nghiệm là

- (A) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). (B) $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
(C) $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). (D) $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 19. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$ là

- (A) $-\frac{\pi}{2}$. (B) $-\frac{5\pi}{4}$. (C) $-\frac{\pi}{4}$. (D) $-\frac{3\pi}{4}$.

Câu 20. Tất cả nghiệm của phương trình $\cos^2 x - 3\sin x \cos x + 2\sin^2 x = 0$ là

- (A) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$; $x = \arctan 2 + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
(B) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$; $x = \operatorname{arccot} 2 + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
(C) $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$; $x = \arctan(-2) + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
(D) $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 21. Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số thực m để phương trình $\sin^2 x + \sin x \cos x = m$ có nghiệm.

- (A) $\left[\frac{1 - \sqrt{2}}{2}; \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right]$. (B) $\left[\frac{2 - \sqrt{2}}{2}; \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \right]$. (C) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$. (D) $\left[-\frac{1}{4}; \frac{1}{4} \right]$.

Câu 22. Phương trình $\sin^2 x - \sin 2x + 2\cos^2 x = 1$ tương đương với phương trình nào?

- (A) $-2\tan x + 1 = 0$. (B) $\tan x(-2\tan x + 1) = 0$.

(C) $\sin x(2 \sin x - 1) = 0$.

(D) $\cos x(2 \sin x - 1) = 0$.

Câu 23. Tìm giá trị nhỏ nhất M của hàm số $y = 3 \sin x - 4 \cos x + 3$.

(A) $M = -2$.

(B) $M = -10$.

(C) $M = 2$.

(D) $M = 6$.

Câu 24. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 2 \sin x \cos x - 3 \cos^2 x + 2$. Tính giá trị của biểu thức $M^2 + m^2$.

(A) 9.

(B) 10.

(C) 15.

(D) 12.

Câu 25. Giả sử đoạn $[m, M]$ là tập giá trị của hàm số $y = \frac{\sin x + \cos x - 1}{\cos x - \sin x + 2}$. Tính $S = M^2 + m^2$.

(A) $S = 5$.

(B) $S = 4$.

(C) $S = 6$.

(D) $S = \frac{11}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. A	5. B	6. B	7. A	8. A	9. C	10. C
11. D	12. A	13. C	14. B	15. C	16. C	17. D	18. A	19. C	20. A
21. C	22. B	23. A	24. C	25. A	1. C	2. D	3. A	4. B	5. A
6. D	7. C	8. B	9. C	10. C	11. D	12. A	13. C	14. B	15. A
16. B	17. D	18. A	19. C	20. D	21. A	22. B	23. C	24. C	25. C
1. C	2. A	3. A	4. C	5. A	6. A	7. B	8. C	9. C	10. A
11. D	12. B	13. C	14. C	15. C	16. A	17. D	18. D	19. B	20. B
21. A	22. D	23. A	24. D	25. A					