

Câu 1: Cho hàm số $y = 2x + 3\sqrt{9 - x^2}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng

- A. -6 B. -9 C. 9 D. 0

Câu 2: Tìm tập hợp tất cả các nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = (2\sqrt{2})^{x+2}$

- A. $\left\{\frac{-2}{11}\right\}$ B. $\left\{\frac{2}{11}\right\}$ C. $\left\{\frac{11}{2}\right\}$ D. $\left\{\frac{-11}{2}\right\}$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 1}$. Đồ thị hàm số có mấy tiệm cận

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

Câu 4: Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

- A. $y = x + \sqrt{x^2 - 1}$ B. $y = \frac{x^2}{x - 1}$ C. $y = \frac{x + 2}{x - 1}$ D. $y = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

Câu 5: Cho hàm số $y = (m - 1)x^3 + (m - 1)x^2 + x + m$. Tìm m để hàm số đồng biến trên R

- A. $m \geq 4, m < 1$ B. $1 < m \leq 4$ C. $1 < m < 4$ D. $1 \leq m \leq 4$

Câu 6: Số nghiệm thực của phương trình $2\log_2(x - 3) = 2 + \log_{\sqrt{2}}\sqrt{3 - 2x}$ là:

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 3

Câu 7: Cho số phức $z = (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^{22}$. Phần thực của số phức z là

- A. -2^{11} B. $-2^{11} + 2$ C. $-2^{11} - 2$ D. 2^{11}

Câu 8: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn phần thực của $\frac{z - 1}{z - i}$ bằng 0 là đường tròn tâm I, bán kính R (trừ một điểm)

- A. $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right), R = \frac{1}{\sqrt{2}}$ B. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right), R = \frac{1}{2}$
C. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), R = \frac{1}{2}$ D. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right), R = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Câu 9: Tìm nguyên hàm $I = \int (2x - 1)e^{-x} dx$

- A. $I = -(2x + 1)e^{-x} + C$ B. $I = -(2x - 1)e^{-x} + C$
C. $I = -(2x + 3)e^{-x} + C$ D. $I = -(2x - 3)e^{-x} + C$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách từ điểm A(1; -2; -3) đến mặt phẳng (P) bằng

- A. 2 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 1

Câu 11: Trong các hình hộp nội tiếp mặt cầu tâm I bán kính R, hình hộp có thể tích lớn nhất bằng

- A. $\frac{8}{3}R^3$ B. $\frac{8}{3\sqrt{3}}R^3$ C. $\frac{\sqrt{8}}{3\sqrt{3}}R^3$ D. $\sqrt{8}R^3$

Câu 12: Cho tứ diện đều ABCD cạnh a. Tính diện tích mặt cầu nội tiếp tứ diện ABCD.

A. $S = \frac{4\pi a^2}{3}$

B. $S = \frac{\pi a^2}{6}$

C. $S = \frac{\pi}{24} a^2$

D. $S = \pi a^2$

Câu 13: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - x - 1$ bằng:

A. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$

C. $\frac{10\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{10}}{3}$

Câu 14: Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x-1)e^x$, $y = x^2 - 1$

A. $S = e + \frac{8}{3}$

B. $S = e + \frac{2}{3}$

C. $S = e - \frac{2}{3}$

D. $S = e - \frac{8}{3}$

Câu 15: Cho hình chóp S.ABC có $SA = SB = SC = a$, $\angle ASB = 60^\circ$, $\angle BSC = 90^\circ$, $\angle CSA = 120^\circ$. Tính thể tích hình chóp S.ABC

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$

B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

Câu 16: Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' cạnh a. Tính thể tích khối nón có đỉnh là tâm hình vuông ABCD và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông A'B'C'D'

A. $V = \frac{\pi}{12} a^3$

B. $V = \frac{\pi}{6} a^3$

C. $V = \frac{\pi}{4} a^3$

D. $V = \frac{4\pi}{3} a^3$

Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-1)e^{2x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.

A. $\frac{e^4}{4} + \frac{e^2}{2} - \frac{3}{4}$

B. $\frac{e^4}{4} - \frac{e^2}{2} - \frac{3}{4}$

C. $\frac{e^4}{4} + \frac{e^2}{2} + \frac{3}{4}$

D. $\frac{e^4}{4} - \frac{e^2}{2} + \frac{3}{4}$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu

A. $I(-1; 2; -3), R = \sqrt{5}$

B. $I(1; -2; 3), R = \sqrt{5}$

C. $I(1; -2; 3), R = 5$

D. $I(-1; 2; -3), R = 5$

Câu 19: Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2}$

A. $y' = 2xe^{x^2}$

B. $y' = x^2e^{x^2-1}$

C. $y' = xe^{x^2-1}$

D. $y' = 2xe^{x^2-1}$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(-1; 2; -4) và B(1; 0; 2). Viết phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A và B.

A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$

B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{3}$

C. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+4}{3}$

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{3}$

Câu 21: Tìm tập nghiệm của phương trình $2^{(x-1)^2} = 4^x$

A. $\{4 + \sqrt{3}, 4 - \sqrt{3}\}$

B. $\{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$

C. $\{-4 + \sqrt{3}, -4 - \sqrt{3}\}$

D. $\{-2 + \sqrt{3}, -2 - \sqrt{3}\}$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $(d): \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

Tính khoảng cách từ điểm M(-2, 1, -1) tới (d).

A. $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

D. $\frac{5}{3}$

Câu 23: Tìm nguyên hàm $I = \int x \ln(2x-1) dx$

A. $I = \frac{4x^2-1}{8} \ln|2x-1| + \frac{x(x+1)}{4} + C$

B. $I = \frac{4x^2-1}{8} \ln|2x-1| - \frac{x(x+1)}{4} + C$

C. $I = \frac{4x^2+1}{8} \ln|2x-1| + \frac{x(x+1)}{4} + C$

D. $I = \frac{4x^2+1}{8} \ln|2x-1| - \frac{x(x+1)}{4} + C$

Câu 24: Tính thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2$ quay quanh trục Ox.

A. $\frac{4}{3}$

B. $\frac{4\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 25: Cho $\log 2 = a; \log 3 = b$. Tính $\log_6 90$ theo a, b.

A. $\frac{2b-1}{a+b}$

B. $\frac{b+1}{a+b}$

C. $\frac{2b+1}{a+b}$

D. $\frac{2b+1}{a+2b}$

Câu 26: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2017$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

Câu 27: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1+i)z - (2-i)\bar{z}$

A. $-9i$

B. -9

C. -5

D. $-5i$

Câu 28: Phương trình $4^{x^2} - 2^{(x+1)^2} = 2x + 1 - x^2$ có bao nhiêu nghiệm dương

A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

Câu 29: Phương trình $\log_2(x^3 - 2x) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{1+x}$ có bao nhiêu nghiệm

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Câu 30: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| = |\bar{z} + 2i|$ là đường thẳng.

A. $4x - 2y + 1 = 0$

B. $4x - 6y - 1 = 0$

C. $4x + 2y - 1 = 0$

D. $4x - 2y - 1 = 0$

Câu 31: Cho số phức $z = -3 - 4i$. Tìm mô đun của số phức $w = iz + \frac{25}{z}$

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. 5

D. $\sqrt{5}$

Câu 32: Trong không gian với tọa độ Oxyz cho đường thẳng $(d_1): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và

đường thẳng $(d_2): \frac{x+3}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+2}{-1}$. Vị trí tương đối của (d_1) và (d_2) là:

A. Cắt nhau.

B. Song song.

C. Chéo nhau.

D. Vuông góc.

Câu 33: Trong không gian với tọa độ Oxyz cho đường thẳng $(d): \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng qua điểm $A(3, 1, 0)$ và chứa đường thẳng (d) .

A. $x + 2y + 4z - 1 = 0$

B. $x - 2y + 4z - 1 = 0$

C. $x - 2y + 4z + 1 = 0$

D. $x - 2y - 4z - 1 = 0$

Câu 34: Tìm nguyên hàm $I = \int (x-1) \sin 2x dx$

A. $I = \frac{(1-2x) \cos 2x + \sin 2x}{2} + C$

B. $I = \frac{(2-2x) \cos 2x + \sin 2x}{2} + C$

C. $I = \frac{(1-2x)\cos 2x + \sin 2x}{4} + C$

D. $I = \frac{(2-2x)\cos 2x + \sin 2x}{4} + C$

Câu 35: Phương trình $(x-1).2^x = x+1$ có bao nhiêu nghiệm thực

A. 1

B. 0

C. 3

D. 2

Câu 36: Tính đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^3 \sqrt{x^4 \sqrt{x}}}$

A. $y' = \frac{7^{24}\sqrt{x^7}}{24}$

B. $y' = \frac{14^{24}\sqrt{x^7}}{24}$

C. $y' = \frac{17}{24^{24}\sqrt{x^7}}$

D. $y' = \frac{7}{24^{24}\sqrt{x^7}}$

Câu 37: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x \sin 2x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0, x=\pi$

A. 2π

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{2}$

D. π

Câu 38: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có tất cả các cạnh bằng a, các cạnh xuất phát từ đỉnh A của hình hộp đôi một tạo với nhau một góc 60° . Tính thể tích hình hộp ABCD.A'B'C'D'

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3$

Câu 39: Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có $AB=a$, mặt bên (SAB) tạo với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích hình chóp S.ABC

A. $V = \frac{1}{24\sqrt{3}}a^3$

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$

C. $V = \frac{\sqrt{3}}{8}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{3}}{24}a^3$

Câu 40: Số nghiệm thực của phương trình $\log_3(x^3 + 3x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x - x^2) = 0$ là:

A. 0

B. 1

C. 3

D. 2

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC cân tại C, $AB=AA'=a$, góc giữa BC' và mặt phẳng (ABB'A') bằng 60° . Tính thể tích hình lăng trụ ABC.A'B'C'.

A. $V = \sqrt{15}a^3$

B. $V = \frac{3\sqrt{15}}{4}a^3$

C. $V = \frac{\sqrt{15}}{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{15}}{4}a^3$

Câu 42: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$. Tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng -1 có hệ số góc bằng

A. $\frac{1}{6}$

B. $-\frac{1}{6}$

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 43: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{\sqrt{1-x}}$

A. $y' = \frac{-\ln 2}{2\sqrt{1-x}} 2^{\sqrt{1-x}}$

B. $y' = \frac{\ln 2}{2\sqrt{1-x}} 2^{\sqrt{1-x}}$

C. $y' = \frac{-2^{\sqrt{1-x}}}{2\sqrt{1-x}}$

D. $y' = \frac{-2^{\sqrt{1-x}}}{2\sqrt{1-x}}$

Câu 44: Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)^2.2^x = 2x(x^2-1) + 4(2^{x-1} - x^2)$ bằng

A. 4

B. 5

C. 2

D. 3

Câu 45: Cho $a, b > 0, a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tổng $a+b$ bằng

A. 12

B. 10

C. 16

D. 18

Câu 46: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log(x^2 + 3x) - 1}$

A. $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(1; +\infty)$

D. $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$

Câu 47: Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{1}{4-x^2} dx$

A. $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$ **B.** $I = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ **C.** $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ **D.** $I = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$

Câu 48: Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = BC = a$. Giá trị lớn nhất của thể tích hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{12}$ **B.** $\frac{a^3}{8}$ **C.** $\frac{a^3}{4}$ **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$

Câu 49: Cho các số phức z thỏa mãn $|z-i| = |z-1+2i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (2-i)z+1$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường thẳng. Viết phương trình đường thẳng đó.

A. $-x+7y+9=0$ **B.** $x+7y-9=0$ **C.** $x+7y+9=0$ **D.** $x-7y+9=0$

Câu 50: Số nghiệm thực của phương trình $2^x = \log_2(8-x)$

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

HẾT

Đáp án

1-A	2-A	3-C	4-B	5-D	6-B	7-C	8-D	9-A	10-A
11-B	12-B	13-C	14-D	15-A	16-A	17-A	18-B	19-A	20-C
21-B	22-A	23-B	24-C	25-C	26-A	27-C	28-B	29-D	30-D
31-A	32-A	33-B	34-D	35-D	36-C	37-D	38-D	39-D	40-B
41-D	42-C	43-A	44-B	45-D	46-A	47-D	48-B	49-C	50-B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Cách 1.

Điều kiện $x \in [-3; 3]$

$$y' = 2 - \frac{3x}{\sqrt{9-x^2}} = 0 \Rightarrow 4(9-x^2) = 9x^2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

$$y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{7}; y(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2} + 3\sqrt{7}; y(-3) = -6; y(3) = 6$$

Cách 2: Dùng MTCT

Câu 2: Đáp án A

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} = (2\sqrt{2})^{x+2} \Rightarrow 2^{-4x+2} = 2^{\frac{3}{2}(x+2)} \Rightarrow -4x+2 = \frac{3}{2}(x+2) \Rightarrow x = -\frac{2}{11}$$

Câu 3: Đáp án C

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-1} = 1; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-1} = -1$$

Đồ thị chỉ có hai tiệm cận

Câu 4: Đáp án B

Rõ ràng phương án C, D có tiệm cận ngang lần lượt là $y=1, y=0$

$$\text{Xét phương án B: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x-1} \right) = +\infty$$

Lưu ý: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + \sqrt{x^2-1}) = +\infty$ nhưng

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2-1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2-1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x - |x|\sqrt{1-\frac{1}{x}}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x \left(1 + \sqrt{1-\frac{1}{x}} \right)} = 0$$

Như vậy đồ thị $y = x + \sqrt{x^2-1}$ vẫn có tiệm cận ngang là $y=0$

Câu 5: Đáp án D

+ TH 1: Khi $m=1$ thì $y = x+1$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

+ TH 2: Khi $m \neq 1$. Ta có

$$y' = 3(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 1$$

$$y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m-1)^2 - 3(m-1) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \in [1; 4] \end{cases} \Rightarrow m \in (1; 4]$$

Vậy $m \in [1; 4]$

Lời bình: Thật ra nếu đề bài cho 4 đáp án như trên, ta chỉ cần xét trường hợp 1 thì đã chọn được đáp án {không cần làm thêm trường hợp 2}

Câu 6: Đáp án B

Điều kiện $\begin{cases} x > 3 \\ 3 - 2x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in \emptyset$. Phương trình đã cho vô nghiệm

Câu 7: Đáp án C

Cách 1: Dùng công thức Moivre $[k(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = k^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$

$$\text{Ta có } (1+i)^n = \left[\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right]^n = \left[\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \right]^n = (\sqrt{2})^n \left(\cos \frac{n\pi}{4} + i \sin \frac{n\pi}{4} \right)$$

$$z = [1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{22}] - (2+i) = \frac{(1+i)^{23} - 1}{(1+i) - 1} - (2+i)$$

$$= \frac{(\sqrt{2})^{23} \left(\cos \frac{23\pi}{4} + i \sin \frac{23\pi}{4} \right) - 1}{i} - (2+i)$$

$$= \frac{2^{11} \sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - i \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - 1}{i} - (2+i) = \frac{2^{11} - 1 - 2^{11}i}{i} - (2+i) = -2^{11} + (1 - 2^{11})i - (2+i)$$

$$= (-2^{11} - 2) - 2^{11}i$$

Vậy phần thực của z là $-2^{11} - 2$

Cách 2: Ở bước $\frac{(1+i)^{23} - 1}{(1+i) - 1} - (2+i)$ ta có thể tính như sau:

$$\frac{(1+i)^{23} - 1}{(1+i) - 1} - (2+i) = \frac{\left((1+i)^2 \right)^{10} \cdot (1+i)^3 - 1}{(1+i) - 1} - (2+i)$$

$$= \frac{-2^{10} \cdot (1+i)^3 - 1}{(1+i) - 1} - (2+i) = \underbrace{-2050}_{\text{C}} - 2048i$$

Câu 8: Đáp án D

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$

$$\frac{z-1}{z-i} = \frac{a-1+bi}{a+(b-1)i} = \frac{(a-1+bi)(a-(b-1)i)}{a^2+(b-1)^2} = \frac{a^2+b^2-b+ai}{a^2+(b-1)^2}$$

$$\text{Ta có phần thực bằng 0 nên: } \frac{a^2+b^2-b}{a^2+(b-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2-a-b=0 \\ (a,b) \neq (0;1) \end{cases}$$

$$\text{Là đường tròn tâm } I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right); R = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Câu 9: Đáp án A

Cách 1:

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = 2x - 1 \\ dv = e^{-x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = -e^{-x} \end{cases}$$

$$\int (2x-1)e^{-x} dx = -(2x-1)e^{-x} + 2 \int e^{-x} dx = -(2x-1)e^{-x} - 2e^{-x} + C = (-2x-1)e^{-x} + C$$

Cách 2: Dùng MTCT

Câu 10: Đáp án A

$$d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2(-3) + 3|}{\sqrt{1 + 2^2 + (-2)^2}} = 2$$

Câu 11: Đáp án B

Ta chú ý tính chất sau: Trong các hình hộp nội tiếp một mặt cầu, hình lập phương có thể tích lớn nhất.

Hình lập phương nội tiếp mặt cầu có đường chéo lớn bằng $a\sqrt{3} = 2R$ nên có cạnh $a = \frac{2R}{\sqrt{3}}$ và

$$\text{thể tích} \left(\frac{2R}{\sqrt{3}} \right)^3 = \frac{8}{3\sqrt{3}} R^3$$

Câu 12: Đáp án B

Ta chú ý tính chất: Tứ diện đều thì tâm mặt cầu ngoại tiếp trùng với tâm mặt cầu nội tiếp.

Và nếu O là tâm của đáy, A là đỉnh thì $r = \frac{DO}{4}$

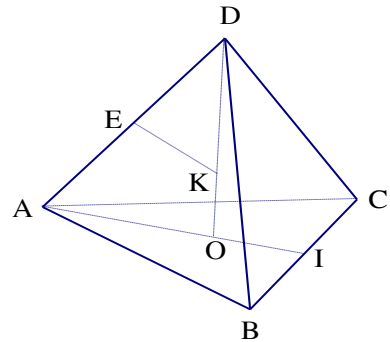
$$\text{Có } AO = \frac{a\sqrt{3}}{3} \text{ nên } DO = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp bằng

$$\frac{AG}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}$$

Diện tích mặt cầu nội tiếp tứ diện là:

$$4\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{\pi a^2}{6}$$



Câu 13: Đáp án C

Ta có:

$$y' = x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 + \sqrt{2}; x_2 = 1 - \sqrt{2}$$

$$A(x_1; y_1); B(x_2; y_2) \Rightarrow \overline{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1); |\overline{AB}| = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \frac{10\sqrt{2}}{3}$$

Câu 14: Đáp án D

$$\text{Xét } (x-1)e^x = x^2 - 1 \Rightarrow (x-1)(e^x - x - 1) = 0 \Rightarrow x = 1; x = 0$$

$$S = \int_0^1 |(x-1)e^x - x^2 + 1| dx = e - \frac{8}{3}$$

Câu 15: Đáp án A

$$\text{Sử dụng công thức tổng quát ta có: } V = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$$

Với $BAC = \alpha; DAC = \beta; BAD = \gamma$ Và $AB = a, AC = b, AD = c$

Thay số ta có

$$V = \frac{a \cdot a \cdot a}{6} \sqrt{1 - \cos^2 60^\circ - \cos^2 90^\circ - \cos^2 120^\circ + 2 \cos 60^\circ \cos 90^\circ \cos 120^\circ} = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$$

Câu 16: Đáp án A

$$\text{Tính thể tích khối nón } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 a = \frac{1}{12} \pi a^3$$

Câu 17: Đáp án A

$$S = \int_0^2 |(x-1)e^{2x}| dx = \frac{e^4}{4} + \frac{e^2}{2} - \frac{3}{4}$$

Câu 18: Đáp án B

Câu 19: Đáp án A

Câu 20: Đáp án C

$$\overrightarrow{AB}(2; -2; 6) \Rightarrow \vec{u}_d(1; -1; 3)$$

Câu 21: Đáp án B

$$\text{Cách 1: } 2^{(x-1)^2} = 4^x \Rightarrow (x-1)^2 = 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{3} \\ x = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Cách 2: Dùng Dùng MTCT

Câu 22: Đáp án A

Cách 1: Dùng công thức

$$M_1(1; 2; -2) \in d; \overrightarrow{MM_1}(3; 1; -1); d(M; d) = \frac{|\overrightarrow{MM_1} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{|(0; 5; 5)|}{\sqrt{1+2^2+(-2)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{3}$$

Cách 2: Tìm hình chiếu H của M lên d, sau đó khoảng cách chính là MH

Câu 23: Đáp án B

$$\text{Cách 1: Đặt } \begin{cases} u = \ln(2x-1) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x-1} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int x \ln(2x-1) dx &= \frac{x^2}{2} \cdot \ln(2x-1) - \int \frac{x^2}{2x-1} dx = \frac{x^2}{2} \cdot \ln(2x-1) - \frac{1}{2} \int \left((x+1) + \frac{1}{2x-1} \right) dx \\ &= \frac{4x^2-1}{8} \ln|2x-1| - \frac{x(x+1)}{4} + C \end{aligned}$$

Cách 2: Dùng Dùng MTCT

Câu 24: Đáp án C

$$\text{Xét } x^2 - 2x = -x^2 \Rightarrow x = 0; x = 1$$

$$V_1 = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \frac{8\pi}{15}; V_2 = \pi \int_0^1 (-x^2)^2 dx = \frac{1}{5}\pi$$

$$V = \frac{8\pi}{15} - \frac{1}{5}\pi = \frac{\pi}{3}$$

Câu 25: Đáp án C

$$\text{Cách 1: } \log_6 90 = \frac{\log 90}{\log 6} = \frac{\log 9 + \log 10}{\log 2 + \log 3} = \frac{2b+1}{a+b}$$

Cách 2: Dùng MTCT

Câu 26: Đáp án A

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1. \text{ Vẽ bảng biến thiên hoặc xét dấu } y'$$

Câu 27: Đáp án C

$$w = (1+i)(2-3i) - (2-i)(2+3i) = -2 - 5i$$

Câu 28: Đáp án B

Phương trình đã cho tương đương với

$$2^{2x^2} - 2^{(x+1)^2} = (x+1)^2 - 2x^2 \Leftrightarrow 2^{2x^2} + 2x^2 = 2^{(x+1)^2} + (x+1)^2 (*)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t + t$ trên $[0; +\infty)$, ta có f liên tục và $f'(t) = 2^t \ln 2 + 1 > 0, \forall t \geq 0$

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow f(2x^2) = f((x+1)^2) \Leftrightarrow 2x^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

Phương trình cuối cùng có $\Delta < 0$ nên có 2 nghiệm trái dấu

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm dương.

Câu 29: Đáp án D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^3 - 2x > 0 \\ 1+x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \in (-\sqrt{2}; 0) \cup (\sqrt{2}; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$$

$$\log_2(x^3 - 2x) = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{1+x} \Rightarrow x^3 - 2x = 1+x \Rightarrow \begin{cases} x = 1,8 \\ x = -1,5 (\text{loại}) \\ x = -0,3 \end{cases}$$

Câu 30: Đáp án D

Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$. Khi đó

$$|a - 2 + (b-1)i| = |a + (2-b)i| \Rightarrow (a-2)^2 + (b-1)^2 = a^2 + (2-b)^2 \Rightarrow 4a - 2b - 1 = 0$$

Câu 31: Đáp án A

$$w = i(-3-4i) + \frac{25}{-3-4i} = -3i + 4 - \frac{25(3-4i)}{9+16} = 1+i \Rightarrow |w| = \sqrt{2}$$

Câu 32: Đáp án A

$$\vec{u}(2;1;-3); \vec{v}(2;2;-1)$$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 4 + 2 + 3 \neq 0$ Nên hai đường thẳng không song song và không vuông góc.

$M(-1+2t; 1+t; -1-3t)$ thuộc d_1 thay vào d_2

$$\text{Ta có } \frac{-1+2t+3}{2} = \frac{1+t+2}{2} = \frac{-1-3t+2}{-1} \Rightarrow t = 1$$

Câu 33: Đáp án B

Lấy $M(3;-1;-1)$ thuộc d .

$$\overrightarrow{AM}(0;-2;-1); \vec{u}(-2;1;1) \Rightarrow \vec{n_p} = [\overrightarrow{AM}; \vec{u}] = (-1; 2; -4)$$

$$\Rightarrow (P): -1(x-3) + 2(y-1) - 4z = 0 \Rightarrow -x + 2y - 4z + 1 = 0$$

Câu 34: Đáp án D

$$\text{Cách 1: Đặt } \begin{cases} u = x-1 \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$$

$$\int (x-1) \sin 2x dx = -(x-1) \frac{1}{2} \cos 2x + \int \frac{1}{2} \cos 2x dx = -(x-1) \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

Cách 2: Dùng MTCT

Câu 35: Đáp án D

$$(x-1)2^x = x+1 \Rightarrow 2^x = \frac{x+1}{x-1}$$

Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Do đó: Phương trình đã cho có hai nghiệm.

Lời bình: Học sinh thường mắc sai lầm khi xem 1 hàm đồng biến và 1 hàm nghịch biến thì có nghiệm duy nhất {chưa hiểu bản chất}

Câu 36: Đáp án C**Cách 1:** Biến đổi trực tiếp sau đó đạo hàm**Cách 2:** Dùng Dùng MTCT**Câu 37: Đáp án D**

$$\text{Ta có } S = \int_0^{\pi} |x \sin 2x| dx = \left| \int_0^{\pi} x \sin 2x dx \right|$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$$

$$S = \left| -\frac{1}{2} x \cdot \cos 2x \Big|_0^{\pi} + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \cos 2x dx \right| = \pi$$

Câu 38: Đáp án D**Chú ý:** Ta có công thức thể tích tứ diện đều

$$\text{cạnh } a \text{ là } V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

Vì $AB = AD$ và góc $BAD = 60^\circ$ nên tam giác ABD đều

Tương tự ta có $\triangle ADA'$ và $\triangle ABA'$ là các tam giác đều cạnh a

Suy ra tứ diện $ABDA'$ là tứ diện đều cạnh a

Thể tích hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng 6 lần thể tích tứ diện $ABDA'$ và bằng

$$6 \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$$

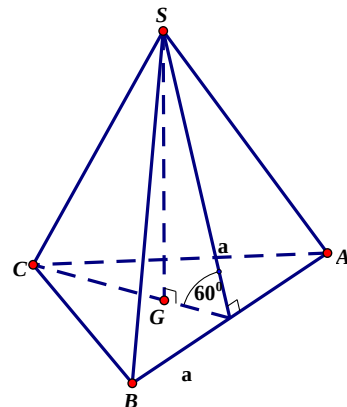
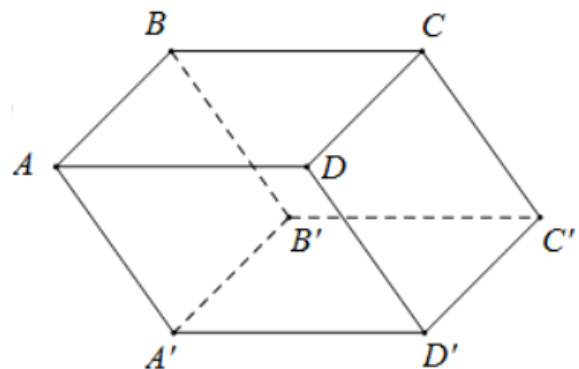
Câu 39: Đáp án D

Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên hình chiếu của S xuống mặt đáy là tâm G .

I là trung điểm AB nên góc giữa (SAB) và (ABC) bằng góc SIG và bằng 60°

$$\text{Ta có } SG = \sqrt{3} \cdot IG = \sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a}{2}$$

$$V = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$$

**Câu 40: Đáp án B**

Điều kiện $x^3 + 3x^2 > 0$; $x - x^2 > 0 \Rightarrow x \in (0; 1)$

$$\log_3(x^3 + 3x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x - x^2) = 0 \Rightarrow \log_3(x^3 + 3x^2) - \log_3(x - x^2) = 0$$

$$\Rightarrow \log_3 \frac{(x^3 + 3x^2)}{x - x^2} = 0 \Rightarrow \frac{(x^3 + 3x^2)}{(x - x^2)} = 1 \Rightarrow x^3 + 3x^2 = (x - x^2)$$

$$\Rightarrow x^3 + 4x^2 - x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0(L) \\ x = -2 + \sqrt{5} \\ x = -2 - \sqrt{5}(L) \end{cases}$$

Câu 41: Đáp án D

Gọi M là trung điểm A'B'.

Khi đó góc giữa đường thẳng BC' và (ABB'A') bằng góc MBC' và bằng 60°.

Gọi AC = CB = x

Ta có:

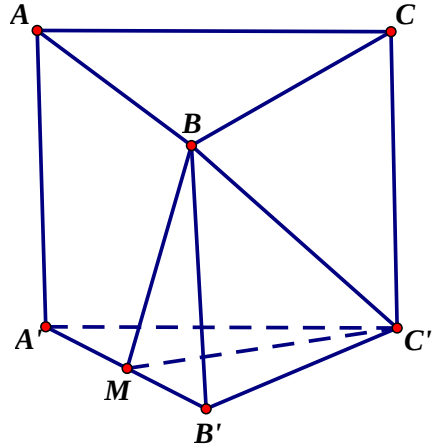
$$BC'^2 = \sqrt{a^2 + x^2} \Rightarrow MC'^2 = x^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4x^2 - a^2}{4}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{MC'}{BC'} = \frac{\sqrt{4x^2 - a^2}}{2\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 4x^2 - a^2 = 3a^2 + 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 4a^2 \Rightarrow x = 2a$$

$$\Rightarrow MC' = \frac{\sqrt{15}a^2}{2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$$

$$V = AA' \cdot S_{A'B'C'} = a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{15}}{2} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{15}}{4}$$



Câu 42: Đáp án C

$$y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} \Rightarrow y'(-1) = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

Câu 43: Đáp án A

Cách 1: Sử dụng công thức $(a^u)' = u' \cdot \ln a \cdot a^u$

$$(2^{\sqrt{1-x}})' = \frac{-\ln 2 \cdot 2^{\sqrt{1-x}}}{2\sqrt{1-x}}$$

Cách 2: Dùng Dùng MTCT

Câu 44: Đáp án B

$$(x-1)^2 \cdot 2^x = 2x(x^2-1) + 4(2^{x-1} - x^2) \Leftrightarrow (x-1)^2 \cdot 2^x = 2x^3 - 4x^2 - 2x + 2^{x+1}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) \cdot 2^x = 2x(x^2 - 2x - 1) + 2 \cdot 2^x \Leftrightarrow (x^2 - 2x - 1)(2^x - 2x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 = 0(1) \\ 2^x = 2x(2) \end{cases}$$

Phương trình (1) có tổng 2 nghiệm bằng 2

Phương trình (2) $\Leftrightarrow f(x) = 2^x - 2x = 0$. Có $f'(x) = 2^x \ln 2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{2}{\ln 2}$, $f'(x)$ có 1

nghiệm nên $f(x)$ có tối đa 2 nghiệm. Vì $f(1) = f(2) = 0$ nên $(2) \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$

Hai nghiệm này không là nghiệm của (1)

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $2 + 1 + 2 = 5$.

Câu 45: Đáp án D

$$\text{Ta có } \log_2 a = \frac{16}{b} \Rightarrow a = 2^{\frac{16}{b}} \Rightarrow \log_a b = \frac{b}{4}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{16}{2^b}} b = \frac{b}{4} \Rightarrow \frac{b}{16} \log_2 b = \frac{b}{4} \Rightarrow \log_2 b = 4 \Rightarrow 2^4 = b \Rightarrow b = 16; a = 2$$

Câu 46: Đáp án A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 + 3x > 0 \\ \log(x^2 + 3x) - 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty) \\ x^2 + 3x \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -3) \cup (0; +\infty) \\ x \in (-\infty; -5) \cup [2; +\infty) \end{cases}$$

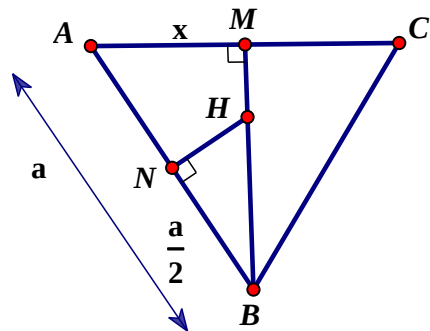
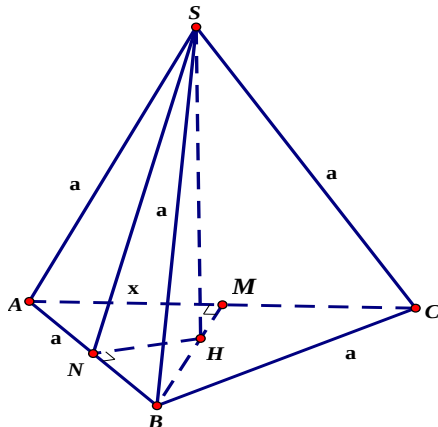
$$\Rightarrow x \in (-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$$

Câu 47: Đáp án D

$$\text{Cách 1: } \int \frac{1}{4-x^2} dx = \int \frac{1}{(2-x)(2+x)} dx = \frac{1}{4} \int \left(-\frac{1}{x-2} + \frac{1}{2+x} \right) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$$

Cách 2: Dùng MTCT

Câu 48: Đáp án B



Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC, AB. H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC . Ta có $BM \perp AC, HN \perp AB$. Vì $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$

Đặt $AM = x > 0$, lúc đó $BM = \sqrt{a^2 - x^2}$. Ta có:

$$\Delta ABM \sim \Delta HBN \Rightarrow \frac{NH}{AM} = \frac{BN}{BM} \Rightarrow NH = \frac{AM \cdot BN}{BM} = \frac{xa}{2\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$\text{Vì } \Delta SAB \text{ đều nên đường cao } SN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SN^2 - NH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{x^2 a^2}{4(a^2 - x^2)}} = \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{3a^2 - 4x^2}{a^2 - x^2}}$$

Thể tích khối chóp S.ABC là:

$$V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{3a^2 - 4x^2}{a^2 - x^2}} \cdot \frac{1}{2} BM \cdot AC = \frac{1}{12} \cdot a \sqrt{\frac{3a^2 - 4x^2}{a^2 - x^2}} \cdot \sqrt{a^2 - x^2} \cdot 2x = \frac{1}{12} \cdot a \cdot (2x \cdot \sqrt{3a^2 - 4x^2})$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số dương ta có

$$2x\sqrt{3a^2 - 4x^2} \leq \frac{4x^2 + 3a^2 - 4x^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow V_{SABC} \leq \frac{1}{12} a \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{8}$$

$$\text{Dấu "}" xảy ra } \Leftrightarrow 4x^2 = 3a^2 - 4x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{8}} a$$

$$\text{Kết quả } \frac{a^3}{8}$$

Câu 49: Đáp án C

Gọi $z = a + bi$. Khi đó

$$|z - i| = |z - 1 + 2i| \Rightarrow |a + (b - 1)i| = |(a - 1) + (b + 2)i|$$

$$\Rightarrow a^2 + (b - 1)^2 = (a - 1)^2 + (b + 2)^2$$

$$\Rightarrow a = 3b + 2$$

$$w = (2 - i)(a + bi) + 1 \Rightarrow w = 2a + b + 1 + (2b - a)i$$

$M(2a + b + 1; 2b - a)$ biểu thị số phức w trên trục số nên $M(7b + 5; -b - 2)$

Ta có: $(7b + 5) + 7(-b - 2) + 9 = 0$ nên

Tập hợp số phức w thuộc đường thẳng $x + 7y + 9 = 0$

Câu 50: Đáp án B

Điều kiện $8 - x > 0$ nên $x < 8$

$$\log_2(8 - x) = 2^x \Rightarrow 8 - x = 2^{2^x}$$

Nhận xét: Vế trái là hàm nghịch biến, Vế phải là hàm đồng biến nên nếu phương trình có nghiệm sẽ là nghiệm duy nhất (nghiệm này thuộc $(-\infty; 8)$)