

SỞ GD & ĐT TỈNH NAM ĐỊNH
THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG
Sưu tầm đề: Thầy Nguyễn Văn Huy

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 – LẦN 2
Môn: TOÁN
 Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

NỘI DUNG ĐỀ

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1(C)$. Đường thẳng đi qua điểm $A(-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là:

- A. $y = -x$. B. $y = 2x + 3$. C. $x - 4y + 5 = 0$. D. $x - 2y + 3 = 0$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^0} + \log_2(8-x^2)$?

- A. $D = (2; 2\sqrt{2})$. B. $D = (2; 8)$. C. $D = (2\sqrt{2}; +\infty)$. D. $D = (2; +\infty)$.

Câu 3. Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- A. $\{4; 3\}$. B. $\{3; 4\}$. C. $\{3; 3\}$. D. $\{5; 3\}$.

Câu 4. Cho $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Biểu thức rút gọn của P là:

- A. $2x$. B. x . C. $x + y$. D. $x - y$.

Câu 5. Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0; x = 2$, cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 2)$ ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của phần vật thể B .

- A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $V = 4\sqrt{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sin 3x + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + C$.
 C. $\int f(x)dx = \cos 3x + C$. D. $\int f(x)dx = -3\cos 3x + C$

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 - 1$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 8. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$ có nghiệm.

- A. $m \geq -\frac{6}{7}$. B. $m \geq \frac{6}{7}$. C. $m < \frac{6}{7}$. D. $m < -\frac{6}{7}$.

Câu 9. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2-i)^2(1+i)$.

- A. $\bar{z} = -7 + i$. B. $\bar{z} = 7 - i$. C. $\bar{z} = -7 - i$. D. $\bar{z} = 7 + i$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x - 2m = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in (-\infty; 1)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in [1; +\infty)$. D. $m = 1$.

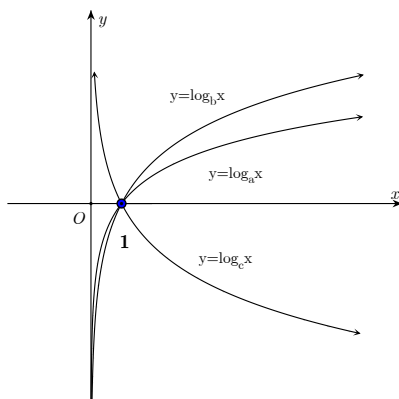
- Câu 11.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = \frac{1}{4}x^3 - x$ và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 .
 A. 27. B. 21. C. 25. D. 20.
- Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.
 A. $h = 3a$. B. $h = a$. C. $h = \sqrt{3}a$. D. $h = 2a$.
- Câu 13.** Ký hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $6z^2 - 12z + 7 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ tìm điểm biểu diễn của số phức $w = iz_1 - \frac{1}{\sqrt{6}}$?
 A. $(0; -1)$. B. $(1; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 0)$.
- Câu 14.** Tính thể tích của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .
 A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\pi}{4}$. D. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 15.** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên R và $\int_0^1 f(x)dx = 2017$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin 2x)\cos 2x dx$.
 A. $\frac{2}{2017}$. B. $\frac{2017}{2}$. C. 2017. D. $-\frac{2017}{2}$.
- Câu 16.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 1}{m \cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.
 A. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; 0)$.
 C. $m \in (1; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; 1)$.
- Câu 17.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ và $F(0) = 2$. Tính $F(e)$.
 A. $F(e) = \frac{1}{2}\ln(2e+1)$. B. $F(e) = \ln\sqrt{2e+1} + 2$.
 C. $F(e) = \ln(2e+1) - 2$. D. $F(e) = \frac{1}{2}\ln(2e+1) - 2$.
- Câu 18.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên $[-1; 2]$.
 A. $\min_{[-1; 2]} f(x) = -e^2$. B. $\min_{[-1; 2]} f(x) = -2e^2$. C. $\min_{[-1; 2]} f(x) = 2e^4$. D. $\min_{[-1; 2]} f(x) = 2e^2$.
- Câu 19.** Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x + 2}{2x + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
 A. Hàm số không có cực trị. B. Cực tiểu của hàm số bằng -6 .
 C. Cực đại của hàm số bằng 1 . D. Cực tiểu của hàm số bằng -3 .
- Câu 20.** Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2017\sqrt{5-x^2}}{x^2 - 5x + 6}$ bằng?
 A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$. Tìm một vec tơ chỉ

phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (0; 2; -1)$ B. $\vec{u} = (0; 1; -1)$ C. $\vec{u} = (0; 2; 0)$ D. $\vec{u} = (0; 1; 1)$

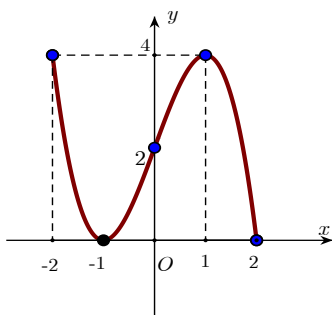
Câu 22. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ



Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

- A. $\log_b x < 0 \Leftrightarrow x \in (1; +\infty)$
 B. Hàm số $y = \log_c x$ đồng biến trên $(0; 1)$
 C. Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; 1)$
 D. $b > a > c$

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = -2$ D. $x = 2$

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-1; 0; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB ?

- A. $I(2; 2; 6)$ B. $I(2; 1; 3)$ C. $I(1; 1; 3)$ D. $I(-1; -1; 1)$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			3				$+\infty$	

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -1 -1

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt ?

- A. $(-1; +\infty)$ B. $(3; +\infty)$ C. $[-1; 3]$ D. $(-1; 3)$

Câu 26. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2+3i)+i=z$

- A. $|z| = \frac{1}{10}$. B. $|z| = \sqrt{10}$. C. $|z| = \frac{1}{\sqrt{10}}$. D. $|z| = 1$.

Câu 27. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+4}{1-2x}$.

- A. $y = -\frac{3}{2}$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{1}{2}$. D. $y = 3$.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(16x^2+1) - (m+1)x + m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; \infty)$.

- A. $m \in (-\infty; -3]$. B. $m \in [3; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; -3)$. D. $m \in [-3; 3]$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $2x - y + z + 2017 = 0$ và $x + y - z + 5 = 0$. Tính số đo độ góc giữa đường thẳng d và trục Oz .

- A. 60° . B. 0° . C. 45° . D. 30° .

Câu 30. Cho $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 16 - \log_{\sqrt{a}} \sqrt{3} + \log_{a^2} 4$ (với $a > 0, a \neq 1$). Tính x .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{16}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 31. Giả sử $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$. Tính giá trị biểu thức $S = -2a + b + 3c^2$.

- A. $S = 3$. B. $S = 6$. C. $S = 0$. D. $S = -2$.

Câu 32. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}-1}(x^2 - 2x + 1) > 0$.

- A. Vô số. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 81$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Góc giữa AA' và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{3a^3}{2}$. D. $V = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Khối hộp là khối đa diện lồi.
B. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.
C. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.

D. Hình tạo bởi hai hình lập phương chỉ chung nhau một đỉnh là một hình đa diện.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(2)=2$ và $f(4)=2018$. Tính

$$I = \int_1^2 f'(2x) dx.$$

- A. $I = -1008$. B. $I = 2018$. C. $I = 1008$. D. $I = -2018$.

Câu 37. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Hãy tìm tọa độ biểu diễn số phức z .

- A. $(1;2)$. B. $(1;-2)$. C. $(-1;-2)$. D. $(-1;2)$.

Câu 38. Cho hình thang vuông $ABCD$ có độ dài hai đáy $AB = 2a, DC = 4a$, đường cao $AD = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng AB thu được khối tròn xoay (H) . Tính thể tích V của khối (H) .

- A. $V = 8\pi a^3$. B. $V = \frac{20\pi a^3}{3}$. C. $V = 16\pi a^3$. D. $V = \frac{40\pi a^3}{3}$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + (1+i)^2 \bar{z} = 5-i$. Tính môđun của z .

- A. $|z| = \frac{\sqrt{20}}{3}$. B. $|z| = \sqrt{10}$. C. $|z| = \frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{29}}{3}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu (S) tâm I có phương trình $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 18$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm A, B . Tính diện tích tam giác IAB .

- A. $\frac{8\sqrt{11}}{3}$. B. $\frac{16\sqrt{11}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{6}$. D. $\frac{8\sqrt{11}}{9}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(-2; 1)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu trên.

- A. $I(1; -2; 1)$. B. $I(-1; -2; -1)$. C. $I(-1; 2; -1)$. D. $I(-1; -2; 1)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1), B(0; 4; 0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất.

- A. $2x - y - z - 4 = 0$. B. $2x + y - 3z - 4 = 0$.
C. $x + y - z + 4 = 0$. D. $x + y - z - 4 = 0$.

Câu 44. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 16$. B. $r = 4$. C. $r = 25$. D. $r = 9$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z}{4}$ và

$$d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}. \text{ Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?}$$

A. d_1 và d_2 vuông góc với nhau và cắt nhau.

B. d_1 và d_2 song song với nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 46. Một hình nón có thiết diện tạo bởi mặt phẳng qua trục của hình nón là một tam giác vuông cân với cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 2\pi\sqrt{2}a^3$. B. $V = 2\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{9}$. C. $V = \frac{2\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. D. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 47. Huyện A có 300 nghìn người. Với mức tăng dân số bình quân 1,2%/năm thì sau n năm dân số sẽ vượt lên 330 nghìn người. Hỏi n nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 8 năm.

B. 9 năm.

C. 7 năm.

D. 10 năm.

Câu 48. Tìm các nghiệm của phương trình $2^{x-2} = 8^{100}$.

A. $x = 204$.

B. $x = 102$.

C. $x = 302$.

D. $x = 202$.

Câu 49. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)\ln x$.

A. $y' = \frac{1+x^2(1+2\ln x)}{x}$.

B. $y' = 2x + \frac{1}{x}$.

C. $y' = \frac{1+x^2(1-2\ln x)}{x}$.

D. $y' = x\ln x + \frac{x^2+1}{x}$.

Câu 50. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều có các đỉnh là trung điểm của các cạnh của tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $a\sqrt{2}$.

D. $2a$.

-----oOo-----

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	C	B	B	B	D	B	D	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	C	B	B	B	D	A	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	D	A	C	D	C	A	B	C	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	A	C	D	C	B	D	D	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	D	B	D	C	A	C	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1(C)$. Đường thẳng đi qua điểm $A(-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là:

- A. $y = -x$. B. $y = 2x + 3$. C. $x - 4y + 5 = 0$. D. $x - 2y + 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$y' = 3x^2 - 6x.$$

$$\text{NX: } y = \frac{1}{3}(x+1).y' + (-2x+1).$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị (Δ) : $y = -2x + 1$.

Đường thẳng (d) vuông góc (Δ) có phương trình: $y = \frac{1}{2}x + b$.

$$\text{Do } A(-1;1) \in (d) \Rightarrow 1 = -\frac{1}{2} + b \Rightarrow b = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } (d): y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}.$$

$$\text{Hay } (d): x - 2y + 3 = 0.$$

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{(x-2)^0} + \log_2(8-x^2)$?

- A. $D = (2; 2\sqrt{2})$. B. $D = (2; 8)$. C. $D = (2\sqrt{2}; +\infty)$. D. $D = (2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-2 > 0 \\ 8-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2\sqrt{2} < x < 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 2\sqrt{2}.$$

Câu 3. Khối tứ diện đều là khối đa diện đều loại nào?

- A. $\{4;3\}$. B. $\{3;4\}$. C. $\{3;3\}$. D. $\{5;3\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 4. Cho $P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1}$. Biểu thức rút gọn của P là:

- A. $2x$. B. x . C. $x + y$. D. $x - y$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$P = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}\right)^{-1} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \left[\left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2\right]^{-1} = x.$$

Câu 5. Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0; x=2$, cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x (0 \leq x \leq 2)$ ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của phần vật thể B .

- A. $V = \frac{4}{3}$. B. $V = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $V = 4\sqrt{3}$. D. $V = \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$V = \int_0^2 \frac{(x\sqrt{2-x})^2 \sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 x^2 (2-x) dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \sin 3x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C$.
C. $\int f(x) dx = \cos 3x + C$. D. $\int f(x) dx = -3 \cos 3x + C$

Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + C.$$

Chọn B.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 - 1$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 + x^2 = -x^2 - 1 \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 1)^2 = 0$ (vô nghiệm)

Suy ra đồ thị hai hàm số không có điểm chung.

Chọn D.

Câu 8. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x}$ có nghiệm.

- A. $m \geq -\frac{6}{7}$. B. $m \geq \frac{6}{7}$. C. $m < \frac{6}{7}$. D. $m < -\frac{6}{7}$.

Hướng dẫn giải.

$$\text{Ta có } 4^{\sin^2 x} + 5^{\cos^2 x} \leq m \cdot 7^{\cos^2 x} \Leftrightarrow 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^{\cos^2 x} + \left(\frac{5}{7}\right)^{\cos^2 x} \leq m.$$

$$\text{Đặt } t = \cos^2 x, t \in [0;1] \text{ thì BPT trở thành: } 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^t + \left(\frac{5}{7}\right)^t \leq m.$$

$$\text{Xét } f(t) = 4 \cdot \left(\frac{1}{28}\right)^t + \left(\frac{5}{7}\right)^t \text{ là hàm số nghịch biến trên } [0;1].$$

$$\text{Suy ra: } f(1) \leq f(t) \leq f(0) \Leftrightarrow \frac{6}{7} \leq f(t) \leq 5.$$

Từ đó BPT có nghiệm $\Leftrightarrow m \geq \frac{6}{7}$.

Chọn B.

Câu 9. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2-i)^2(1+i)$.

- A. $\bar{z} = -7+i$. B. $\bar{z} = 7-i$. C. $\bar{z} = -7-i$. D. $\bar{z} = 7+i$.

Hướng dẫn giải.

Ta có: $z = (3-4i)(1+i) = 7-i \Rightarrow \bar{z} = 7+i$.

Chọn D.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^x + (\sqrt{3}+\sqrt{2})^x - 2m = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in (-\infty; 1)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in [1; +\infty)$. D. $m = 1$.

Hướng dẫn giải.

Đặt $t = (\sqrt{3}+\sqrt{2})^x > 0$ thì phương trình trở thành: $\frac{1}{t} + t - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m = t + \frac{1}{t}$.

Xét $f(t) = t + \frac{1}{t} \Rightarrow f'(t) = 1 - \frac{1}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1$ (do $t > 0$).

BBT:

t	0	1	$+\infty$	
$f'(t)$		-	0	+
$f(t)$	$+\infty$			$+\infty$

Từ đó PT có nghiệm $\Leftrightarrow 2m \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Chọn C.

Câu 11. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = \frac{1}{4}x^3 - x$ và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2 .

- A. 27. B. 21. C. 25. D. 20.

Hướng dẫn.

Ta có: $y' = \frac{3}{4}x^2 - 1 \Rightarrow y'(-2) = 2$. Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 2x + 4$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{1}{4}x^3 - x = 2x + 4 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^3 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$

Diện tích cần tìm là: $S = \int_{-2}^4 \left(\frac{1}{4}x^3 - x - (2x + 4) \right) dx = 27$.

Chọn A.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = 3a$. B. $h = a$. C. $h = \sqrt{3}a$. D. $h = 2a$.

Hướng dẫn.

Ta có: $V = \frac{1}{3} S.h \Rightarrow h = \frac{3V}{S} = \frac{3a^3}{a^2} = 3a.$

Chọn A.

Câu 13. Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $6z^2 - 12z + 7 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ tìm điểm biểu diễn của số phức $w = iz_1 - \frac{1}{\sqrt{6}}$?

A. (0; -1).

B. (1;1).

C. (0;1).

D. (1;0).

Hướng dẫn.

Ta có: $6z^2 - 12z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6}i \\ z = 1 - \frac{\sqrt{6}}{6}i \end{cases}$

$w = iz_1 - \frac{1}{\sqrt{6}} = i \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{6}i \right) - \frac{1}{\sqrt{6}} = i = 0 + 1.i$

Chọn C.

Câu 14. Tính thể tích của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}.$

B. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{2}.$

C. $\frac{a^3\pi}{4}.$

D. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{4}.$

Hướng dẫn.

Bán kính mặt cầu là $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = \frac{AC'}{2} = \frac{\sqrt{(A'A)^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 2a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Thể tích cần tìm là: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}.$

Chọn B.

Câu 15. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên R và $\int_0^1 f(x) dx = 2017$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x) \cos 2x dx$.

A. $\frac{2}{2017}.$

B. $\frac{2017}{2}.$

C. 2017.

D. $-\frac{2017}{2}.$

Hướng dẫn.

Đặt: $t = \sin 2x \Rightarrow dt = 2 \cos 2x dx$; Ta có: $I = \frac{1}{2} \int_0^1 f(t) dt = \frac{2017}{2}$

Chọn B.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 1}{m \cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng

$\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2} \right).$

A. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty).$

B. $m \in (-\infty; 0).$

C. $m \in (1; +\infty).$

D. $m \in (-\infty; 1).$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y' = \frac{-(1+\cot^2 x)(m \cot x - 1) + m(1+\cot^2 x)(\cot x - 1)}{(m \cot x - 1)^2} = \frac{(1+\cot^2 x)(1-m)}{(m \cot x - 1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m \cot x - 1 \neq 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \\ y' = \frac{(1+\cot^2 x)(1-m)}{(m \cot x - 1)^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \frac{1}{\cot x} = \tan x \\ 1-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0.$$

Chọn B.

Câu 17. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ và $F(0) = 2$. Tính $F(e)$.

A. $F(e) = \frac{1}{2} \ln(2e+1)$.

B. $F(e) = \ln \sqrt{2e+1} + 2$.

C. $F(e) = \ln(2e+1) - 2$.

D. $F(e) = \frac{1}{2} \ln(2e+1) - 2$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $F(e) - F(0) = \int_0^e \frac{1}{2x+1} dx = \frac{1}{2} \ln(2x+1) \Big|_0^e = \frac{1}{2} \ln(2e+1)$.

$\Rightarrow F(e) = \frac{1}{2} \ln(2e+1) + F(0) = \frac{1}{2} \ln(2e+1) + 2$.

Chọn D.

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên $[-1; 2]$.

A. $\min_{[-1;2]} f(x) = -e^2$. B. $\min_{[-1;2]} f(x) = -2e^2$. C. $\min_{[-1;2]} f(x) = 2e^4$. D. $\min_{[-1;2]} f(x) = 2e^2$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $f'(x) = 2xe^{2x} + 2(x^2 - 2)e^{2x} = 2(x^2 + x - 2)e^{2x}$.

Do đó: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (do $x \in [-1; 2]$).

Mà: $f(-1) = -e^{-2}$, $f(2) = 2e^4$, $f(1) = -e^2$ nên $\min_{[-1;2]} f(x) = -e^2$.

Chọn A.

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{-2x^2 + x + 2}{2x+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Cực tiểu của hàm số bằng -6 .

C. Cực đại của hàm số bằng 1 .

D. Cực tiểu của hàm số bằng -3 .

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y' = \frac{-4x^2 - 4x - 3}{(2x+1)^2} = \frac{-(2x+1)^2 - 2}{(2x+1)^2} < 0, \forall x \neq -\frac{1}{2}$ nên hàm số không có cực trị.

Chọn A.

Câu 20. Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2017\sqrt{5-x^2}}{x^2 - 5x + 6}$ bằng?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Hàm số có tập xác định là $D = [-\sqrt{5}; \sqrt{5}] \setminus \{2\}$.

Do đó không có các quá trình $x \rightarrow \pm\infty$ và $x \rightarrow 3$.

Do $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2017\sqrt{5-x^2}}{x^2-5x+6} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2017\sqrt{5-x^2}}{x^2-5x+6} = +\infty$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 tiệm cận đứng và không có tiệm cận ngang.

Chọn C.

Câu 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$. Tìm một vec tơ chỉ

phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (0; 2; -1)$

B. $\vec{u} = (0; 1; -1)$

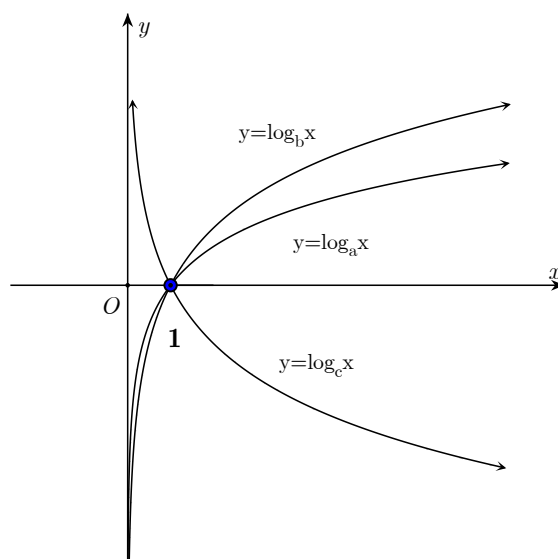
C. $\vec{u} = (0; 2; 0)$

D. $\vec{u} = (0; 1; 1)$

Hướng dẫn giải:

Để thấy d có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; 1; -1)$ Ta chọn đáp án B

Câu 22. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1. Các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ



Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

A. $\log_b x < 0 \Leftrightarrow x \in]1; +\infty[$

B. Hàm số $y = \log_c x$ đồng biến trên $]0; 1[$

C. Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $]0; 1[$

D. $b > a > c$

Hướng dẫn giải:

A. sai vì $\log_b x < 0 \Leftrightarrow x \in]0; 1[$

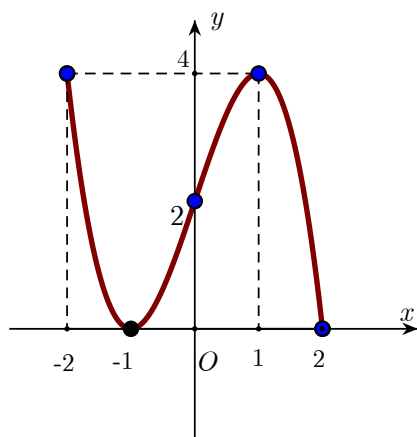
B. sai vì $y = \log_c x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

C. sai vì $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

D. đúng vì đồ thị $y = \log_b x$ nằm trên $y = \log_a x$, còn $y = \log_c x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

Ta chọn đáp án D

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $x = -2$

D. $x = 2$

Hướng dẫn giải :

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$, đồ thị ta thấy $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Ta chọn đáp án A

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-1;0;5)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB ?

A. $I(2;2;6)$

B. $I(2;1;3)$

C. $I(1;1;3)$

D. $I(-1;-1;1)$

Hướng dẫn giải :

Dựa vào công thức trung điểm $I(x_I; y_I; z_I)$ của đoạn AB .

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \text{ ta suy ra đáp án là C. } I(1;1;3)$$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	-1	3	-1	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt ?

A. $(-1; +\infty)$

B. $(3; +\infty)$

C. $[-1; 3]$

D. $-1; 3$

Hướng dẫn giải :

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m \in (-1; 3)$. Ta chọn đáp án D.

Câu 26. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2 + 3i) + i = z$

A. $|z| = \frac{1}{10}$.

B. $|z| = \sqrt{10}$.

C. $|z| = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

D. $|z| = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $z(2 + 3i) + i = z \Leftrightarrow z(1 + 3i) = -i \Leftrightarrow z = \frac{-i}{1 + 3i} = -\frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$.

$$\Rightarrow |z| = \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

Câu 27. Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 4}{1 - 2x}$.

A. $y = -\frac{3}{2}$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{1}{2}$.

D. $y = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 4}{1 - 2x} = -\frac{3}{2}$. Suy ra đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Câu 28. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \ln(16x^2 + 1) - m + 1$ nghịch biến trên khoảng $-\infty; \infty$.

A. $m \in (-\infty; -3]$.

B. $m \in [3; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; -3)$.

D. $m \in [-3; 3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $y = \ln(16x^2 + 1) - m + 1$

$$y' = \frac{32x}{16x^2 + 1} - m + 1$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\frac{32x}{16x^2 + 1} - m + 1 \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Cách 1: $\frac{32x}{16x^2 + 1} - m + 1 \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 32x - m + 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -16(m + 1)x^2 + 32x - m + 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -16(m + 1) < 0 \\ \Delta' = 16^2 - 16(m + 1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ -16m^2 - 32m + 240 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m \leq -5 \Leftrightarrow m \geq 3 \\ m \geq 3 \end{cases}$$

Cách 2: $\frac{32x}{16x^2 + 1} - m + 1 \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{32x}{16x^2 + 1} \leq m + 1, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m + 1 \geq \max_{\mathbb{R}} g(x), \text{ với } g(x) = \frac{32x}{16x^2 + 1}$$

Ta có: $g'(x) = \frac{-512x^2 + 32}{16x^2 + 1}$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{4}$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} g(x) = 0, g\left(\frac{1}{4}\right) = 4, g\left(-\frac{1}{4}\right) = -4$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$	
$g' x$	$-$	0	$+$	0	$-$
$g x$	0	-4	4	0	

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max_{\mathbb{R}} g(x) = 4$

Do đó: $m + 1 \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 29. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng có phương trình lần lượt là $2x - y + z + 2017 = 0$ và $x + y - z + 5 = 0$. Tính số đo độ góc giữa đường thẳng d và trục Oz .

A. 60° .

B. 0° .

C. 45° .

D. 30° .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hai mặt phẳng vuông góc với d lần lượt có các vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = 2; -1; 1$ và $\vec{n}_2 = 1; 1; -1$ nên đường thẳng d có vector chỉ phương là: $\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = 0; 3; 3$.

Trục Oz có vector chỉ phương là $\vec{k} = 0; 0; 1$.

$$\cos \vec{u}; \vec{k} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{k}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{k}|} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \vec{u}; \vec{k} = 45^\circ.$$

Đây là góc nhọn nên góc giữa d và trục Oz cũng bằng 45° .

Câu 30. Cho $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 16 - \log_{\sqrt{a}} \sqrt{3} + \log_{a^2} 4$ (với $a > 0, a \neq 1$). Tính x .

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$.

B. $\frac{3}{8}$.

C. $\frac{16}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 16 - \log_{\sqrt{a}} \sqrt{3} + \log_{a^2} 4 \Leftrightarrow \log_a x = \log_a 4 - 2 \log_a \sqrt{3} + \frac{1}{2} \log_a 4$

$$\Leftrightarrow \log_a x = \log_a 4 - \log_a 3 + \log_a 2 = \log_a \left(\frac{4}{3} \cdot 2 \right) = \log_a \frac{8}{3} \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}.$$

Câu 31. Giả sử $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$. Tính giá trị biểu thức $S = -2a + b + 3c^2$.

A. $S = 3$.

B. $S = 6$.

C. $S = 0$.

D. $S = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - x} = \int_3^5 \frac{dx}{x(x-1)} = \int_3^5 \frac{dx}{x-1} - \int_3^5 \frac{dx}{x} = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| \Big|_3^5 = \ln \frac{4}{5} - \ln \frac{2}{3} = \ln 4 - \ln 5 - \ln 2 + \ln 3 = \ln 2 + \ln 3 - \ln 5$$

suy ra $a = -1; b = 1; c = 1$

Vậy $S = 2 + 1 + 3 = 6$.

Câu 32. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}-1}(x^2 - 2x + 1) > 0$.

A. Vô số.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện: $x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

$$\log_{\sqrt{3}-1}(x^2 - 2x + 1) > 0 \Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}-1}(x^2 - 2x + 1) > \log_{\sqrt{3}-1} 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 < 1$$

$$x^2 - 2x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$$

Vì x nguyên, $x \neq 1 \Rightarrow x = \emptyset$

Câu 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 81$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Mặt cầu tâm } M \text{ và tiếp xúc với mặt phẳng } (P) \Rightarrow R = d(M; (P)) = \frac{|1 + 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-3) - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 3$$

$$\text{Phương trình mặt cầu là: } (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9.$$

Câu 34. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm của BC . Góc giữa AA' và (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{3a^3}{2}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

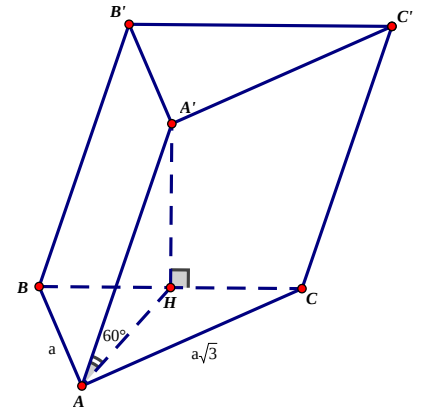
Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a \Rightarrow AH = \frac{BC}{2} = a$$

$$A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } V = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{2}$$



Câu 35. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. Khối hộp là khối đa diện lồi.
- B. Khối lăng trụ tam giác là khối đa diện lồi.
- C. Khối tứ diện là khối đa diện lồi.
- D. Hình tạo bởi hai hình lập phương chỉ chung nhau một đỉnh là một hình đa diện.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương án A, B, C đúng.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(2) = 2$ và $f(4) = 2018$. Tính

$$I = \int_1^2 f'(2x) dx.$$

- A. $I = -1008$.
- B. $I = 2018$.
- C. $I = 1008$.
- D. $I = -2018$.

Chọn C.

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2 \cdot dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{2}$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow t = 2$$

$$x = 2 \Rightarrow t = 4$$

$$\text{Khi đó: } I = \frac{1}{2} \int_2^4 f'(t) dt = \frac{1}{2} [f(t)]_2^4 = \frac{1}{2} [f(4) - f(2)] = \frac{1}{2} (2018 - 2) = 1008$$

Câu 37. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Hãy tìm tọa độ biểu diễn số phức z .

- A. $(1; 2)$.
- B. $(1; -2)$.
- C. $(-1; -2)$.
- D. $(-1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 38. Cho hình thang vuông $ABCD$ có độ dài hai đáy $AB = 2a$, $DC = 4a$, đường cao $AD = 2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng AB thu được khối tròn xoay (H) . Tính thể tích V của khối (H) .

- A. $V = 8\pi a^3$.
- B. $V = \frac{20\pi a^3}{3}$.
- C. $V = 16\pi a^3$.
- D. $V = \frac{40\pi a^3}{3}$.

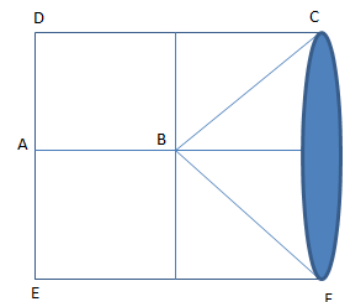
Chọn D.

Thể tích V của khối (H) bằng thể tích của khối trụ $DCFE$

trừ thể tích khối nón BCF .

Vậy thể tích cần tìm:

$$V = V_{DCFE} - V_{BCF} = \pi (2a)^2 \cdot 4a - \frac{1}{3} \pi (2a)^2 \cdot 2a = \frac{40\pi a^3}{3}.$$



Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + (1+i)^2 \bar{z} = 5-i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = \frac{\sqrt{20}}{3}$.

B. $|z| = \sqrt{10}$.

C. $|z| = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $|z| = \frac{\sqrt{29}}{3}$.

Chọn D.

Đặt $z = x + iy$ với $x, y \in \mathbb{R}$

Thay vào : $(1-3i)z + 2i\bar{z} = 5-i$ ta được

$$(1-3i)(x+iy) + 2i(x-iy) = 5-i$$

$$\Leftrightarrow x + iy - 3ix + 3y + 2ix + 2y = 5-i$$

$$\Leftrightarrow x + 5y + i(-x + y) = 5-i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 5y = 5 \\ -x + y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{29}}{3}.$$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu (S) tâm I có phương trình $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 18$. Đường thẳng d cắt (S) tại hai điểm A, B. Tính diện tích tam giác IAB.

A. $\frac{8\sqrt{11}}{3}$.

B. $\frac{16\sqrt{11}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{6}$.

D. $\frac{8\sqrt{11}}{9}$.

Chọn A.

Đường thẳng d đi qua điểm $C(1;0;-3)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (-1;2;-1)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$, bán kính $R = 3\sqrt{2}$

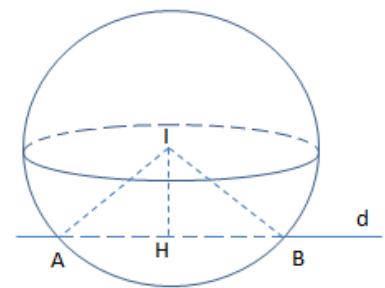
Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d .

$$\text{Khi đó: } IH = \frac{|\overrightarrow{IC}; \vec{u}|}{|\vec{u}|} \quad \text{Với } \overrightarrow{IC} = (0; -2; -2); [\overrightarrow{IC}; \vec{u}] = (6; 2; -2)$$

$$\text{Vậy } IH = \frac{\sqrt{6^2 + 2^2 + 2^2}}{\sqrt{1+4+1}} = \frac{\sqrt{66}}{3}$$

$$\text{Suy ra: } HB = \sqrt{18 - \frac{22}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Vậy: } S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{66}}{3} \cdot \frac{8\sqrt{6}}{3} = \frac{8\sqrt{11}}{3}.$$



Câu 41. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-2; 1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

☑ **Chọn đáp án A.**

Ta có $y' = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = -2$. Do hệ số $a > 0$.

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu trên.

A. $I(1; -2; 1)$.

B. $I(-1; -2; -1)$.

C. $I(-1; 2; -1)$.

D. $I(-1; -2; 1)$.

Hướng dẫn giải

☑ **Chọn đáp án C.**

Ta có $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 4$
 $\Rightarrow I(-1; 2; -1)$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1), B(0; 4; 0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất.

A. $2x - y - z - 4 = 0$.

B. $2x + y - 3z - 4 = 0$.

C. $x + y - z + 4 = 0$.

D. $x + y - z - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

☑ **Chọn đáp án D.**

Cách 1: Đáp án A, B và C loại do mặt phẳng không đi qua điểm A.

Cách 2: Gọi M là giao điểm của AB và mặt phẳng (P) , H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) . Ta có $\angle AMH = \alpha$ là góc tạo bởi AB và mặt phẳng (P) .

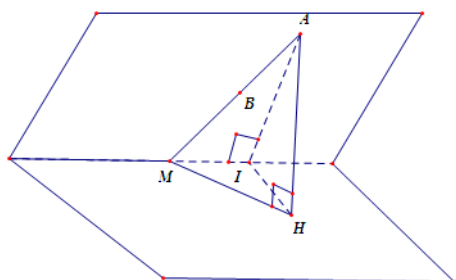
Kẻ AI vuông góc với giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Ta có $\angle AIH = \beta$ là góc tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) . Ta dễ dàng chứng minh, góc tạo bởi giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) nhỏ nhất bằng $\angle AMH$ là góc tạo bởi AB và mặt phẳng (P) .

Ta có $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Gọi $\vec{n}(A; B; C)$ là VTPT của mặt phẳng (Q) , khi đó:

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -A + 2B + C = 0 \\ \frac{|2A - B - 2C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases} \quad (1) \quad (2)$$

Từ (1) $\Rightarrow C = A - 2B$. Thay vào (2) ta được $A^2 - 2AB + B^2 = 0 \Leftrightarrow A = B \Rightarrow C = -A$

Khi đó $\vec{n}(A; A; -A) = A(1; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x + y - z - 4 = 0$.



Câu 44. Cho các số phức z thỏa mãn $|z-1|=2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(1+i\sqrt{3})z+2$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

A. $r=16$.

B. $r=4$.

C. $r=25$.

D. $r=9$.

Hướng dẫn giải

☒ **Chọn đáp án B.**

Ta có:

$$w=(1+i\sqrt{3})z+2 \Leftrightarrow w-(1+i\sqrt{3})-2=(1+i\sqrt{3})(z-1) \Leftrightarrow |w-(3+i\sqrt{3})|=|(1+i\sqrt{3})(z-1)|$$

$$\Leftrightarrow |w-(3+i\sqrt{3})|=4. \text{ Vậy số phức } w \text{ nằm trên đường tròn có bán kính } r=4.$$

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z}{4}$ và

$d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. d_1 và d_2 vuông góc với nhau và cắt nhau. B. d_1 và d_2 song song với nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 chéo nhau.

Hướng dẫn giải

☒ **Chọn đáp án D.**

Đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z}{4}$ có VTCP $\vec{u}_1=(2;1;4)$.

Đường thẳng $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{-1}$ có VTCP $\vec{u}_2=(1;2;-1)$.

Ta thấy $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương nên đáp án **B, C** sai.

Phương trình tham số của $d_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=7+t \\ z=4t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x=-1+s \\ y=2+2s \\ z=2-s \end{cases}$

Xét hệ $\begin{cases} 1+2t=-1+s \\ 7+t=2+2s \\ 4t=2-s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-s=-2 \\ t-2s=-5 \\ 4t=2-s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\frac{1}{3} \\ s=\frac{8}{3} \\ 4 \cdot \frac{1}{3} \neq 2-\frac{8}{3} \end{cases}$ hệ vô nghiệm. Suy ra d_1 và d_2 chéo nhau.

Câu 46. Một hình nón có thiết diện tạo bởi mặt phẳng qua trục của hình nón là một tam giác vuông cân với cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V=2\pi\sqrt{2}a^3$.

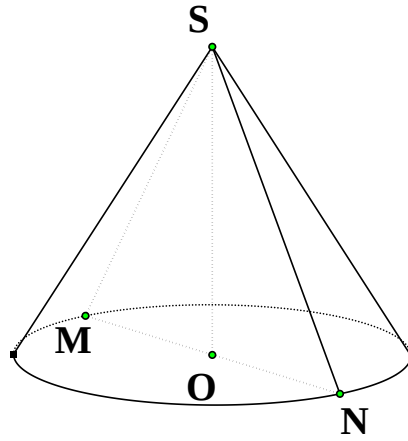
B. $V=2\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{9}$.

C. $V=\frac{2\pi\sqrt{2}a^3}{3}$.

D. $V=\frac{2\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có tam giác SMN cân tại S . Giả thiết tam giác, suy ra tam giác SMN vuông cân tại S . Thiết diện qua trục nên tâm O đường tròn đáy thuộc cạnh huyền MN .

Vậy hình nón có bán kính đáy $R = \frac{1}{2}MN = a\sqrt{2}$, đường cao $h = \frac{1}{2}MN = a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{2\pi\sqrt{2}a^3}{3}.$$

Câu 47. Huyện A có 300 nghìn người. Với mức tăng dân số bình quân $1,2\%$ /năm thì sau n năm dân số sẽ vượt lên 330 nghìn người. Hỏi n nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. 8 năm. B. 9 năm. C. 7 năm. D. 10 năm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số dân của huyện A sau n năm là $x = 300.000(1+0,012)^n$.

$$x > 300.000 \Leftrightarrow 300.000(1+0,012)^n > 330.000 \Leftrightarrow n > \log_{1,012} \frac{33}{30} \Leftrightarrow n > 7,99.$$

Câu 48. Tìm các nghiệm của phương trình $2^{x-2} = 8^{100}$.

- A. $x = 204$. B. $x = 102$. C. $x = 302$. D. $x = 202$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$2^{x-2} = 8^{100} \Leftrightarrow 2^{x-2} = 2^{300} \Leftrightarrow x-2 = 300 \Leftrightarrow x = 302$$

Câu 49. Tính đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)\ln x$.

- A. $y' = \frac{1+x^2(1+2\ln x)}{x}$. B. $y' = 2x + \frac{1}{x}$. C. $y' = \frac{1+x^2(1-2\ln x)}{x}$. D. $y' = x\ln x + \frac{x^2+1}{x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

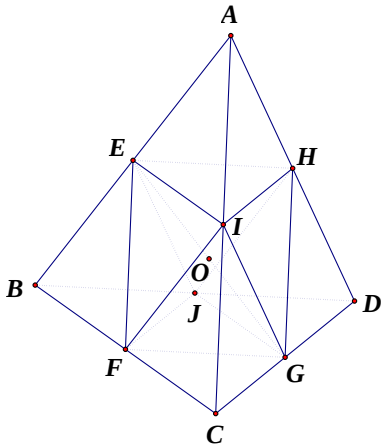
$$\text{Ta có: } y' = (x^2 + 1)' \ln x + (\ln x)' (x^2 + 1) = 2x \ln x + \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{1 + x^2(1 + 2\ln x)}{x}.$$

Câu 50. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều có các đỉnh là trung điểm của các cạnh của tứ diện $ABCD$.

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Bát diện đều $IEFGHJ$ có cạnh $IE = \frac{1}{2}BC = a$ nội tiếp trong mặt cầu tâm O bán kính $R = \frac{1}{2}EG = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

----- HẾT -----