

Đề gồm 5 trang

**Mã đề thi
1211**

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

- A. Góc $\widehat{SIA}$ với I là trung điểm của BC .
B. Góc $\widehat{SBA}$.
C. Góc $\widehat{SCB}$.
D. Góc $\widehat{SCA}$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.
B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$.
C. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$.
D. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

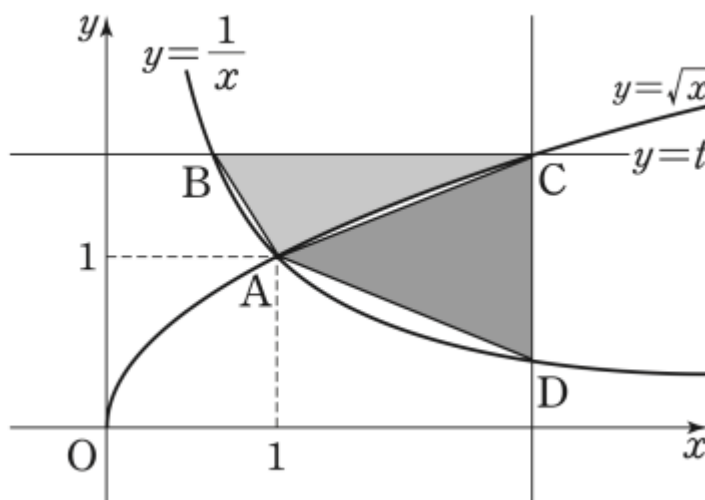
Câu 3. Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x} = 8$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. -3.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)x^2(x-3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.

Câu 5. Cho hai đồ thị $y = \frac{1}{x}$ và $y = \sqrt{x}$ cắt nhau tại điểm $A(1,1)$. Cho $t > 1$. Đường thẳng $y = t$ lần lượt cắt đồ thị $y = \frac{1}{x}$ và $y = \sqrt{x}$ tại các điểm B và C .



Từ C kẻ đường thẳng song song với trục Oy , cắt đồ thị $y = \frac{1}{x}$ tại điểm D . Gọi $f(t)$ là diện tích tam giác ACB , và $g(t)$ là diện tích tam giác ADC . Tính $L = \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{g(t)}{f(t)}$.

- A. $L = +\infty$. B. $L = \frac{5}{3}$. C. $L = 0$. D. $L = 2$.

Câu 6. Số tập con của tập hợp gồm 2026 phần tử là

- A. 2×2026 . B. 2026. C. 2026^2 . D. 2^{2026} .

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1); B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho

$MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ là

- A. 3. B. -2. C. 1. D. 2.

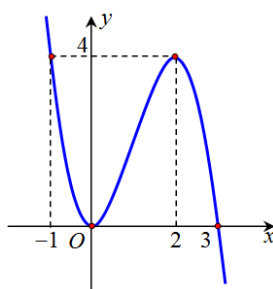
Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;4;5)$, $B(-1;0;1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

- A. $M(-4;-4;-4)$. B. $M(4;4;4)$. C. $M(-2;2;3)$. D. $M(1;2;3)$.

Câu 9. Diện tích rừng tự nhiên của nước ta năm 2021 là xấp xỉ 10171757ha. Giả sử tỉ lệ tăng diện tích rừng tự nhiên hàng năm kể từ năm 2021 là 0,7%/năm. Diện tích rừng tự nhiên của nước ta vào năm 2025 xấp xỉ bằng

- A. 10468251ha. B. 10459571ha. C. 10386863ha. D. 10532788ha.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hãy chọn đáp án đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(2;3)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilomet), ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(750;450;7)$ đến điểm $B(950;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay trong 10 phút đến điểm $C(x;y;z)$ thì $x + y + z$ bằng?

- A. 1931. B. 1811. C. 1691. D. 1781.

Câu 12. Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 4,63. B. 10,75. C. 4,38. D. 4,75.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3			$+\infty$
	$-\infty$			-1		

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

c) Cực tiểu của hàm số bằng 1

d) Hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến trên $(1;3)$.

Câu 14. Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một số học sinh lớp 4 hai trường X và Y được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Số học sinh trường X	8	10	13	10	9
Số học sinh trường Y	4	12	17	14	3

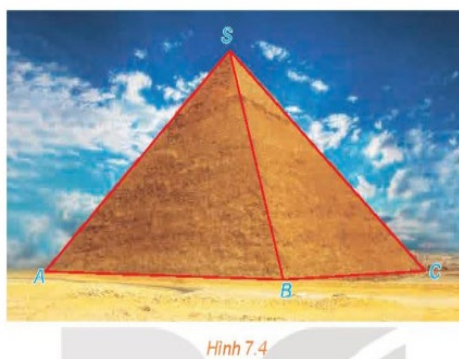
a) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn.

b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì học sinh trường X có tốc độ viết đồng đều hơn.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường X là 1,08 và phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường Y là 1,7584.

d) Nếu so sánh theo số trung bình thì học sinh trường Y viết nhanh hơn.

Câu 15. Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình vuông $ABCD$ tâm H và cạnh đáy dài 262m, các cạnh bên bằng nhau và dài 230m (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com). Biết căn phòng chứa đựng thông tin khảo cổ có dạng hình lập phương với thể tích $64m^3$ ngay tại trung tâm, có cạnh đáy song song với cạnh đáy của kim tự tháp và H cũng là tâm của mặt sàn căn phòng. Các nhà khảo cổ muốn tạo một lỗ khoan từ bên ngoài vào căn phòng này.



Hình 7.4

Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

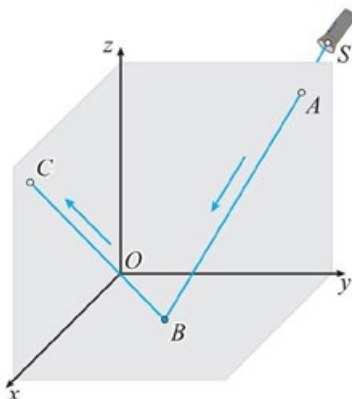
a) Chiều dài nhỏ nhất của lỗ khoan mà các nhà khảo cổ muốn tạo bằng 90 mét (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Kim tự tháp có hình dạng là một hình chóp đều.

c) Chiều cao của kim tự tháp là $\sqrt{18579}$ (m).

d) Phần không gian mà kim tự tháp chiếm chỗ là $3118752 m^3$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 16. Trong hệ tọa độ Oxyz, đơn vị mỗi trục là mét, mặt sàn là mặt (Oxy), trục Oz hướng lên, có hai bức tường (1) và (2) nằm lần lượt trên các mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) (tham khảo hình vẽ). Một tia Laze được chiếu từ điểm S xuyên qua một lỗ nhỏ tại $A(0;6;5)$ trên bức tường (1), tia sáng này phản xạ tại điểm B trên mặt sàn rồi đến bức tường (2) tại điểm $C(12;0;7)$. Theo tính chất phản xạ ta có AB và BC cùng tạo với mặt sàn các góc bằng nhau. Khi đó



a) Tung độ của điểm B là $y_B = 5$.

b) Nếu $B(x_B; y_B; 0)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B; y_B - 6; -5)$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm C trên mặt sàn (Oxy) là điểm $C'(0;0;7)$.

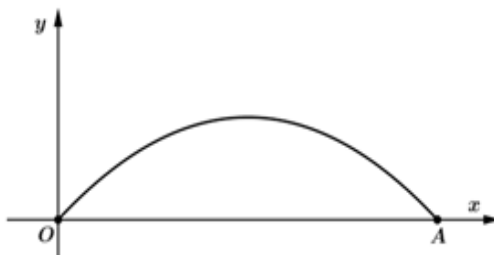
d) Biết điểm S cách lỗ A một khoảng là $SA=3$ (mét) và $S(a;b;c)$ thì $a+b+c=12$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Cho tứ diện $SABC$ có $SA=SB=SC=5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm G của tứ diện và cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C' . Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'}.$$

Câu 18. Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8\sin\frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như ở hình dưới đây:

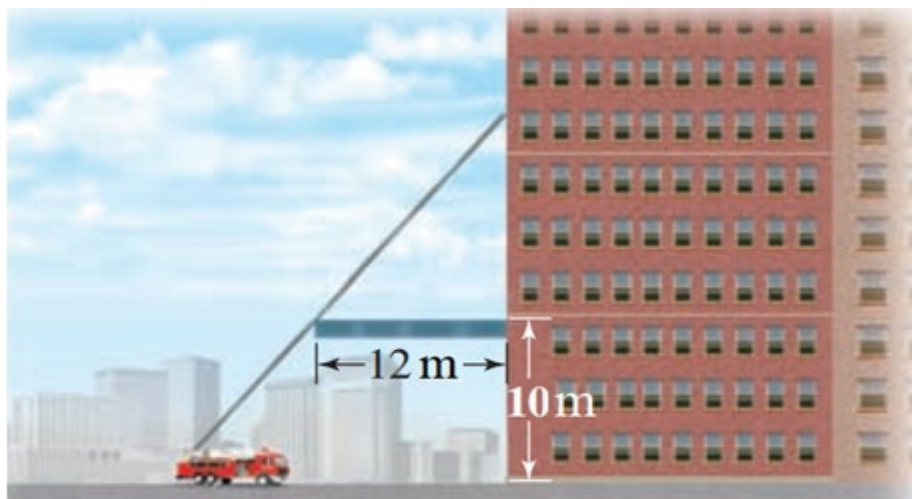


Một xà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9m sao cho xà lan có thể đi qua được gầm cầu (trục Ox nằm trên mặt sàn của xà lan), để đảm bảo an toàn thì vị trí cao nhất của thùng hàng cách mép dưới cầu 70cm (Thẳng vị trí cao nhất hướng lên). Tính chiều cao tối đa của khối hàng hóa đó để xà lan có thể đi qua được gầm cầu (làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao 3m được dựng vuông góc với mặt phẳng (Oxy) với hai điểm $A(3;1;0)$ và $B(1;4;0)$. Giả sử rằng mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Oz hướng lên trên và mỗi đơn vị trên hệ trục tương ứng với 1m. Một trạm phát sóng được đặt tại điểm $M(5;6;5)$. Trạm phát sóng phát ra các sóng thẳng và truyền về mọi hướng nhưng khi gặp bức tường thì bị chắn lại vì vậy có một vùng sau bức tường không có sóng. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều trong mặt phẳng (Oxy) từ điểm $N(-6;-4;0)$ qua gốc tọa độ O đến chân tường với vận tốc $0,8m/s$. Tính thời gian theo giây từ lúc chất điểm bắt đầu đi vào vùng mất sóng đến lúc chất điểm chạm vào chân tường và quay về vị trí ban đầu, giả thiết độ dày của bức tường là không đáng kể (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

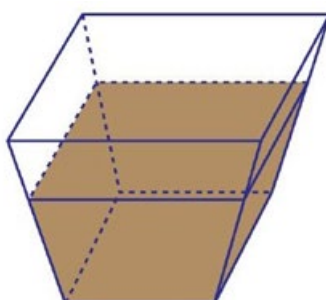
Câu 20. Hình bên mô tả một mặt cắt ngang của một tòa nhà cao tầng.



Một chiếc thang từ xe cứu hỏa lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao 10m so với mặt đất và vùng mái này nhô ra 12m so với tường. Giả sử, độ cao từ mặt sàn đặt thang của xe cứu hỏa là 1,2 m, hãy tìm độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hỏa có thể thực hiện nhiệm vụ này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Câu 21. Hai thí sinh A và B cùng tham gia một cuộc thi vấn đáp. Cán bộ coi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi phong bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì để xác định câu hỏi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi của các thí sinh là như nhau. Hai phong bì được gọi là giống nhau nếu chứa cùng một câu hỏi. Xác suất để 3 phong bì A chọn và 3 phong bì B chọn có ít nhất hai phong bì giống nhau là $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$). Tính $a^2 + b^2$.

Câu 22. Bác Bình có một chậu cảnh trồng hoa hình chóp cụt tứ giác đều với chiều cao 30 cm, cạnh đáy lần lượt là 20 cm và 40 cm.



Bác Bình đổ đất vào chậu để tiến hành trồng, chiều cao của đất bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của chậu. Tính thể tích lượng đất bác Bình đã đổ vào chậu theo dm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

---HẾT---

Đề gồm 5 trang

Mã đề thi
1212

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

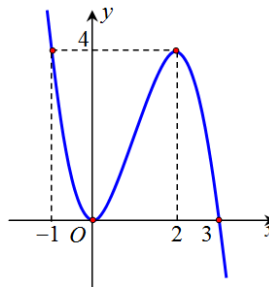
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)x^2(x-3)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 2. Tích các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x} = 8$ là

- A. 3. B. 2. C. -3. D. 0.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



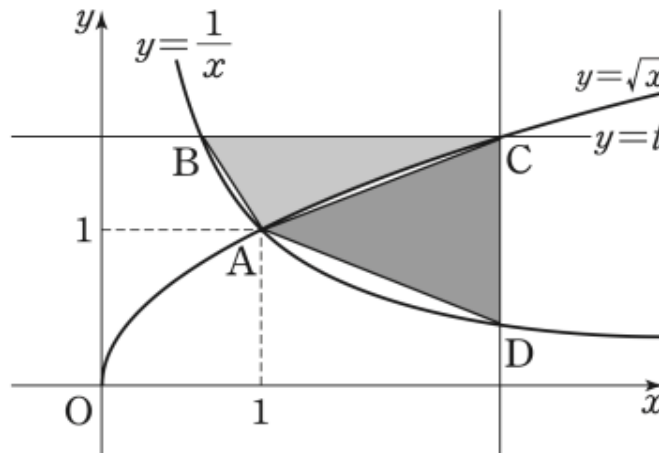
Hãy chọn đáp án đúng.

- A. Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(2; 3)$.

Câu 4. Số tập con của tập hợp gồm 2026 phần tử là

- A. 2026^2 . B. 2026. C. 2^{2026} . D. 2×2026 .

Câu 5. Cho hai đồ thị $y = \frac{1}{x}$ và $y = \sqrt{x}$ cắt nhau tại điểm $A(1, 1)$. Cho $t > 1$. Đường thẳng $y = t$ lần lượt cắt đồ thị $y = \frac{1}{x}$ và $y = \sqrt{x}$ tại các điểm B và C .



Từ C kẻ đường thẳng song song với trục Oy , cắt đồ thị $y = \frac{1}{x}$ tại điểm D . Gọi $f(t)$ là diện tích tam

giác ACB , và $g(t)$ là diện tích tam giác ADC . Tính $L = \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{g(t)}{f(t)}$.

A. $L = \frac{5}{3}$.

B. $L = +\infty$.

C. $L = 2$.

D. $L = 0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilomet), ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(750;450;7)$ đến điểm $B(950;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay trong 10 phút đến điểm $C(x;y;z)$ thì $x+y+z$ bằng?

A. 1781.

B. 1691.

C. 1811.

D. 1931.

Câu 7. Diện tích rừng tự nhiên của nước ta năm 2021 là xấp xỉ 10171757ha. Giả sử tỉ lệ tăng diện tích rừng tự nhiên hàng năm kể từ năm 2021 là 0,7%/năm. Diện tích rừng tự nhiên của nước ta vào năm 2025 xấp xỉ bằng

A. 10532788ha.

B. 10468251ha.

C. 10459571ha.

D. 10386863ha.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. Góc $\widehat{SIA}$ với I là trung điểm của BC .

B. Góc $\widehat{SCB}$.

C. Góc $\widehat{SBA}$.

D. Góc $\widehat{SCA}$.

Câu 9. Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 10,75.

B. 4,63.

C. 4,38.

D. 4,75.

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;4;5)$, $B(-1;0;1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

A. $M(1;2;3)$.

B. $M(4;4;4)$.

C. $M(-2;2;3)$.

D. $M(-4;-4;-4)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1); B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho

$MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ là

A. 1.

B. -2.

C. 3.

D. 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3			$+\infty$
	$-\infty$				-1	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

c) Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên $(1;3)$.

d) Cực tiểu của hàm số bằng 1

Câu 14. Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một số học sinh lớp 4 hai trường X và Y được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Số học sinh trường X	8	10	13	10	9
Số học sinh trường Y	4	12	17	14	3

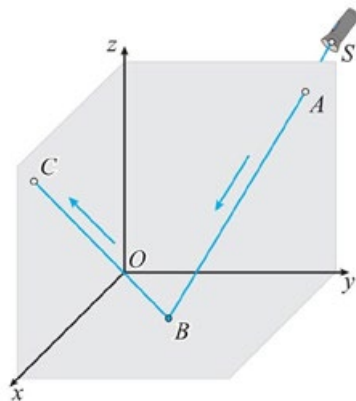
a) Nếu so sánh theo số trung bình thì học sinh trường Y viết nhanh hơn.

b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì học sinh trường X có tốc độ viết đồng đều hơn.

c) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường X là 1,08 và phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường Y là 1,7584.

Câu 15. Trong hệ toạ độ Oxyz, đơn vị mỗi trục là mét, mặt sàn là mặt (Oxy), trục Oz hướng lên, có hai bức tường (1) và (2) nằm lần lượt trên các mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) (tham khảo hình vẽ). Một tia Laser được chiếu từ điểm S xuyên qua một lỗ nhỏ tại $A(0;6;5)$ trên bức tường (1), tia sáng này phản xạ tại điểm B trên mặt sàn rồi đến bức tường (2) tại điểm $C(12;0;7)$. Theo tính chất phản xạ ta có AB và BC cùng tạo với mặt sàn các góc bằng nhau. Khi đó



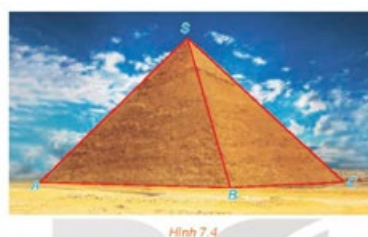
a) Tung độ của điểm B là $y_B = 5$.

b) Hình chiếu vuông góc của điểm C trên mặt sàn (Oxy) là điểm $C'(0;0;7)$.

c) Nếu $B(x_B; y_B; 0)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B; y_B - 6; -5)$.

d) Biết điểm S cách lỗ A một khoảng là $SA = 3$ (mét) và $S(a;b;c)$ thì $a + b + c = 12$.

Câu 16. Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình vuông $ABCD$ tâm H và cạnh đáy dài 262m, các cạnh bên bằng nhau và dài 230m (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com). Biết căn phòng chứa đựng thông tin khảo cổ có dạng hình lập phương với thể tích $64m^3$ ngay tại trung tâm, có cạnh đáy song song với cạnh đáy của kim tự tháp và H cũng là tâm của mặt sàn căn phòng. Các nhà khảo cổ muốn tạo một lỗ khoan từ bên ngoài vào căn phòng này.



Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

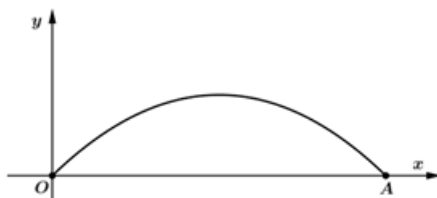
- a) Chiều dài nhỏ nhất của lỗ khoan mà các nhà khảo cổ muốn tạo bằng 90 mét (làm tròn đến hàng đơn vị).
- b) Kim tự tháp có hình dạng là một hình chóp đều.
- c) Phần không gian mà kim tự tháp chiếm chỗ là 3118752 m^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Chiều cao của kim tự tháp là $\sqrt{18579}$ (m).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $3m$ được dựng vuông góc với mặt phẳng (Oxy) với hai điểm $A(3;1;0)$ và $B(1;4;0)$. Giả sử rằng mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Oz hướng lên trên và mỗi đơn vị trên hệ trục tương ứng với $1m$. Một trạm phát sóng được đặt tại điểm $M(5;6;5)$. Trạm phát sóng phát ra các sóng thẳng và truyền về mọi hướng nhưng khi gặp bức tường thì bị chặn lại vì vậy có một vùng sau bức tường không có sóng. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều trong mặt phẳng (Oxy) từ điểm $N(-6;-4;0)$ qua gốc tọa độ O đến chân tường với vận tốc $0,8m/s$. Tính thời gian theo giây từ lúc chất điểm bắt đầu đi vào vùng mất sóng đến lúc chất điểm chạm vào chân tường và quay về vị trí ban đầu, giả thiết độ dày của bức tường là không đáng kể (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 18. Hai thí sinh A và B cùng tham gia một cuộc thi vấn đáp. Cán bộ coi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi phong bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì để xác định câu hỏi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi của các thí sinh là như nhau. Hai phong bì được gọi là giống nhau nếu chứa cùng một câu hỏi. Xác suất để 3 phong bì A chọn và 3 phong bì B chọn có ít nhất hai phong bì giống nhau là $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$). Tính $a^2 + b^2$.

Câu 19. Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8\sin\frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như ở hình dưới đây:



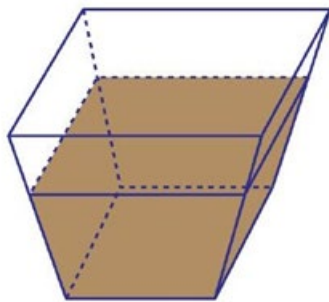
Một xà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9m sao cho xà lan có thể đi qua được gầm cầu (trục Ox nằm trên mặt sàn của xà lan), để đảm bảo an toàn thì vị trí cao nhất của thùng hàng cách mép dưới cầu 70cm (Thẳng vị trí cao nhất hướng lên). Tính chiều cao tối đa của khối hàng hóa đó để xà lan có thể đi qua được gầm cầu (làm tròn đến hàng phần trăm).



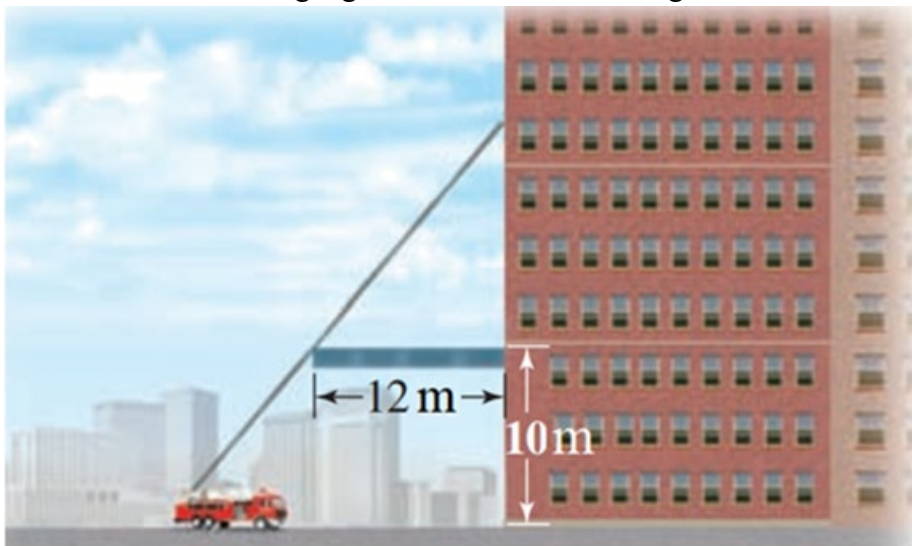
Câu 20. Cho tứ diện $SABC$ có $SA = SB = SC = 5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm G của tứ diện và cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C' . Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'}.$$

Câu 21. Bác Bình có một chậu cảnh trồng hoa hình chóp cụt tứ giác đều với chiều cao 30 cm, cạnh đáy lần lượt là 20 cm và 40 cm. Bác Bình đổ đất vào chậu để tiến hành trồng, chiều cao của đất bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của chậu. Tính thể tích lượng đất bác Bình đã đổ vào chậu theo dm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 22. Hình bên mô tả một mặt cắt ngang của một tòa nhà cao tầng.



Một chiếc thang từ xe cứu hỏa lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao 10m so với mặt đất và vùng mái này nhô ra 12m so với tường. Giả sử, độ cao từ mặt sàn đặt thang của xe cứu hỏa là 1,2 m, hãy tìm độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hỏa có thể thực hiện nhiệm vụ này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

---HẾT---

Câu hỏi	Mã đề thi					
	1211	1212	1213	1214	1215	1216
1	B	C	D	C	C	A
2	A	C	A	D	C	B
3	D	C	B	C	D	D
4	B	C	C	B	C	B
5	D	C	D	C	D	C
6	D	C	C	D	A	B
7	D	C	D	D	C	D
8	C	C	C	A	D	A
9	B	D	D	B	A	A
10	D	D	B	A	D	C
11	B	C	C	C	B	A
12	D	D	D	B	B	A
13	ĐĐSĐ	ĐĐĐS	SĐĐS	SĐĐĐ	SĐĐĐ	SĐSĐ
14	ĐSSĐ	ĐSĐS	SĐĐĐ	SĐSĐ	SSĐĐ	ĐĐĐS
15	ĐĐSĐ	SSĐĐ	ĐSĐS	SĐĐĐ	SSĐĐ	ĐĐĐS
16	SĐSĐ	ĐĐĐS	ĐĐĐS	ĐSSĐ	ĐSĐĐ	SĐSĐ
17	0,8	21,1	29,3	0,8	14,5	0,8
18	3,51	3721	3721	14,5	3,51	21,1
19	21,1	3,51	14,5	3,51	21,1	14,5
20	29,3	0,8	0,8	3721	0,8	3,51
21	3721	14,5	3,51	21,1	3721	29,3
22	14,5	29,3	21,1	29,3	29,3	3721

HD ĐỀ KSCL PHẦN VD

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) [NB]** $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.
- b) [TH]** Cực tiểu của hàm số bằng 1
- c) [TH]** Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.
- d) [VD]** Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên $(1;3)$.

Lời giải

a) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$. Vậy a) **đúng**.

b) Cực tiểu của hàm số bằng -1 . Suy ra b) **sai**.

c) Ta có : $-1 < 0 < 3 \Rightarrow$ Đường thẳng $y = 0$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt hay đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt. Vậy c) **đúng**.

d) Ta có:

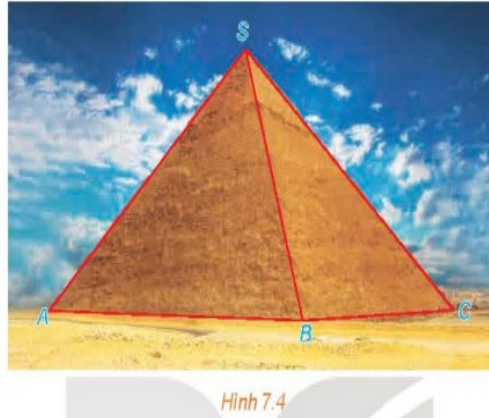
$$\text{Hàm số } y = f(2-x) \text{ đồng biến} \Leftrightarrow (f(2-x))' > 0$$

$$\Leftrightarrow -f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow -1 < 2-x < 1 \Leftrightarrow 1 < x < 3.$$

Vậy hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên $(1;3)$.

Suy ra d) **đúng**

Câu 14: Kim tự tháp Cheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ thứ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp $S.ABCD$ với đáy là hình vuông $ABCD$ tâm H và cạnh đáy dài 262m, các cạnh bên bằng nhau và dài 230m (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com). Biết căn phòng chứa đựng thông tin khảo cổ có dạng hình lập phương với thể tích $64m^3$ ngay tại trung tâm, có cạnh đáy song song với cạnh đáy của kim tự tháp và H cũng là tâm của mặt sàn căn phòng. Các nhà khảo cổ muốn tạo một lỗ khoan từ bên ngoài vào căn phòng này.



Xét tính **đúng-sai** của các mệnh đề sau:

a) **[NB]** Kim tự tháp có hình dạng là một hình chóp đều.

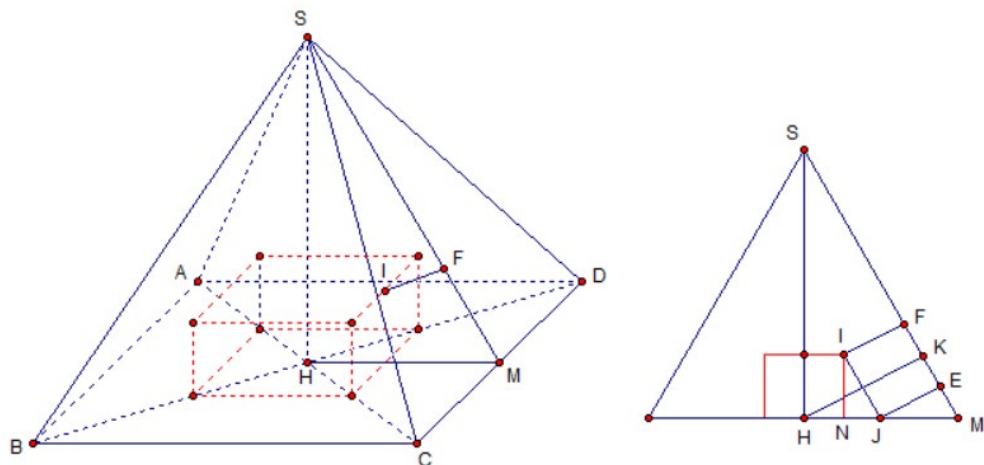
b) **[TH]** Chiều cao của kim tự tháp là $\sqrt{18579}$ (m).

c) **[TH]** Phần không gian mà kim tự tháp chiếm chỗ là 3118752 m^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) **[VD]** Chiều dài nhỏ nhất của lỗ khoan mà các nhà khảo cổ muốn tạo bằng 90 mét (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Mô hình hoá bài toán ta được hình vẽ minh hoạ sau :



a) Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là đa giác đều (hình vuông), có các cạnh bên bằng nhau, suy ra kim tự tháp có hình dạng là một hình chóp đều là mệnh đề **đúng**.

b) **Sai**.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{262^2 + 262^2} = 262\sqrt{2}$ (m)

$$\Rightarrow HC = \frac{AC}{2} = 131\sqrt{2} \text{ (m)}$$

Xét $\triangle SHC$ vuông tại H , ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{230^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578}$ (m).

Vậy chiều cao của kim tự tháp là khoảng $\sqrt{18578}$ mét. Suy ra mệnh đề b) **sai**.

c) **Đúng**.

Phần kim tự tháp chiếm chỗ trong không gian là phần thể tích của kim tự tháp bằng thể tích của khối chóp $S.ABCD$

$$\text{Ta có : } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{18578} \cdot 262^2 \approx 3118751,754 \approx 3118752.$$

d) **Đúng**.

Để mũi khoan có chiều dài ngắn nhất, các nhà khảo cổ phải khoan từ mặt bên vào vị trí cạnh của khối lập phương (căn phòng).

Khoảng cách ngắn nhất là khoảng cách từ một điểm I thuộc cạnh trên của khối lập phương đến mặt bên.

Gọi M là trung điểm của cạnh CD . Kẻ HK vuông góc với SM , suy ra HK là khoảng cách từ H đến mặt bên (SCD).

Trong tam giác $\triangle SHM$ vuông tại H , HK là đường cao, ta có:

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{18578} + \frac{1}{17161} = \frac{35739}{18578 \cdot 17161}.$$

$$\Rightarrow HK^2 = \frac{18578 \cdot 17161}{35739} \Rightarrow HK = \frac{131\sqrt{18578}}{57\sqrt{11}} \text{ (m)}$$

Gọi N là hình chiếu của I trên HM , qua I kẻ đường thẳng song song với SM , cắt HM tại J .

Khối lập phương có độ dài cạnh $IN = \sqrt[3]{64} = 4$.

Ta có: $\triangle SHM \sim \triangle INJ$, suy ra: $\frac{NJ}{HM} = \frac{IN}{SH} \Rightarrow NJ = \frac{IN}{SH} \cdot HM = \frac{4 \cdot 131}{\sqrt{18578}}.$

Suy ra: $\frac{JE}{HK} = \frac{JM}{HM} = 1 - \frac{HJ}{HM} \Rightarrow JE = HK \left(1 - \frac{HN + NJ}{HM} \right).$

Vậy khoảng cách ngắn nhất: $IF = JE = \frac{131\sqrt{18578}}{57\sqrt{11}} \left(1 - \frac{2 + \frac{524}{\sqrt{18578}}}{131} \right) \approx 90,23571587 \approx 90 \text{ (m)}. \text{ Suy}$

ra mệnh đề **đúng**.

Câu 15. Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một số học sinh lớp 4 hai trường X và Y được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Số học sinh trường X	8	10	13	10	9
Số học sinh trường Y	4	12	17	14	3

a) Nếu so sánh theo số trung bình thì học sinh trường Y viết nhanh hơn.

b) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì học sinh trường X có tốc độ viết đồng đều hơn.

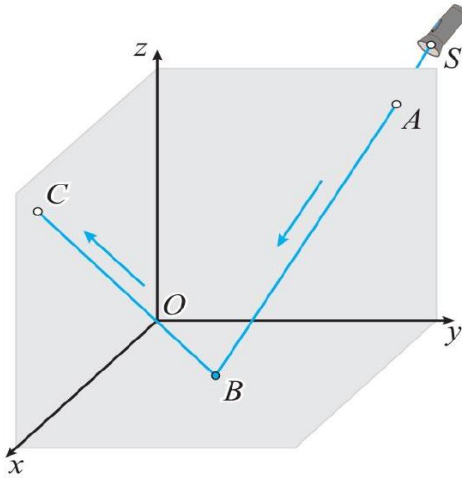
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường X là 1,08 và phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của trường Y là 1,7584.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh trường Y có tốc độ viết đồng đều hơn.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

Câu 16. Trong hệ toạ độ Oxyz, đơn vị mỗi trục là mét, mặt sàn là mặt (Oxy), trục Oz hướng lên, có hai bức tường (1) và (2) nằm lần lượt trên các mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) (tham khảo hình vẽ). Một tia Laser được chiếu từ điểm S xuyên qua một lỗ nhỏ tại $A(0;6;5)$ trên bức tường (1), tia sáng này phản xạ tại điểm B trên mặt sàn rồi đến bức tường (2) tại điểm $C(12;0;7)$. Theo tính chất phản xạ ta có AB và BC cùng tạo với mặt sàn các góc bằng nhau. Khi đó



- a) Hình chiếu vuông góc của điểm C trên mặt sàn (Oxy) là điểm $C'(0;0;7)$.
- b) Nếu $B(x_B; y_B; 0)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B; y_B - 6; -5)$.
- c) Tung độ của điểm B là $y_B = 5$.
- d) Biết điểm S cách lỗ A một khoảng là $SA = 3$ (mét) và $S(a; b; c)$ thì $a + b + c = 12$.

Lời giải

a) Sai.

Nguyên tắc chung:

Trong hệ trục tọa độ **Oxyz**, hình chiếu vuông góc của một điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ lên các mặt phẳng được xác định:

Hình chiếu lên mặt (Oxy): Tọa độ là $(x_M; y_M; 0)$.

Hình chiếu lên mặt (Oxz): Tọa độ là $(x_M; 0; z_M)$.

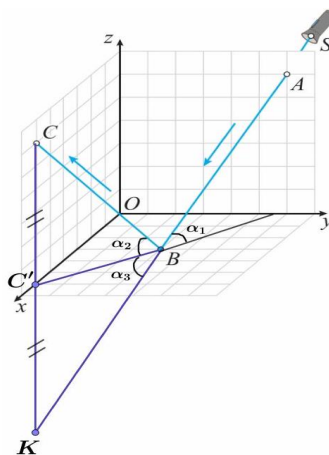
Hình chiếu lên mặt (Oyz): Tọa độ là $(0; y_M; z_M)$.

Sử dụng nguyên tắc trên, suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $C(12; 0; 7)$ trên mặt sàn (Oxy) là điểm $C'(12; 0; 0)$.

(b) Đúng.

Nếu $B(x_B; y_B; 0)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B; y_B - 6; -5)$.

(c) Sai.



Gọi $C'(12; 0; 0)$ là hình chiếu của điểm C trên mặt phẳng (Oxy).

Lấy điểm $K(x_K; y_K; z_K)$ là điểm đối xứng của C qua C' .

Suy ra C' là trung điểm của đoạn thẳng CK.

$$\begin{cases} \frac{x_K + 12}{2} = 12 \\ \frac{y_K + 0}{2} = 0 \\ \frac{z_K + 7}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_K = 12 \\ y_K = 0 \\ z_K = -7 \end{cases} \Rightarrow K(12; 0; -7).$$

Xét hai tam giác vuông $\Delta CC'B$ và $\Delta C'BK$, ta có $CC' = C'K$. $C'B$: cạnh chung

Suy ra $\Delta CC'B = \Delta KC'B$ ($c - g - c$). $\Rightarrow \widehat{CBC'} = \widehat{KBC'}$

hay $\alpha_2 = \alpha_3$. Mà $\alpha_1 = \alpha_2$ (theo tính chất phản xạ của ánh sáng) nên $\alpha_1 = \alpha_3$ (hai góc ở vị trí đối đỉnh).

Do đó ba điểm C', B, A thẳng hàng.

Ta có $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AK} \Leftrightarrow (x_B; y_B - 6; -5) = k(12; -6; -12)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 12k \\ y_B - 6 = -6k \\ -5 = -12k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 12 \cdot \frac{5}{12} = 5 \\ y_B = -6 \cdot \frac{5}{12} + 6 = \frac{7}{2} \\ k = \frac{5}{12} \end{cases} \Rightarrow B\left(5; \frac{7}{2}; 0\right).$$

d) Đúng.

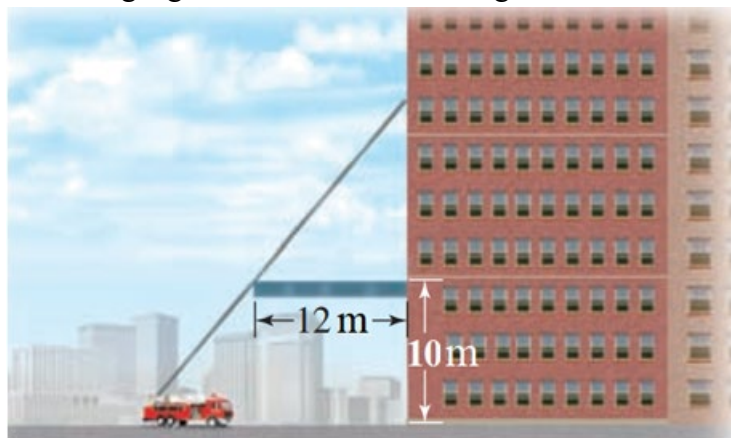
Ta có $AB = \sqrt{5^2 + \left(\frac{7}{2} - 6\right)^2 + (-5)^2} = \frac{15}{2}$; $SA = 3$. Suy ra $\frac{AB}{SA} = \frac{\frac{15}{2}}{3} = \frac{5}{2}$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{SA}. \Leftrightarrow 2\left(5; -\frac{5}{2}; -5\right) = 5(-a; 6-b; 5-c)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2.5 = -5a \\ 2.\left(-\frac{5}{2}\right) = 5.(6-b) \\ 2.(-5) = 5.(5-c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 = -5a \\ -5 = 30 - 5b \\ -10 = 25 - 5c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 7 \\ c = 7 \end{cases}. \text{ Vậy } a + b + c = 12.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

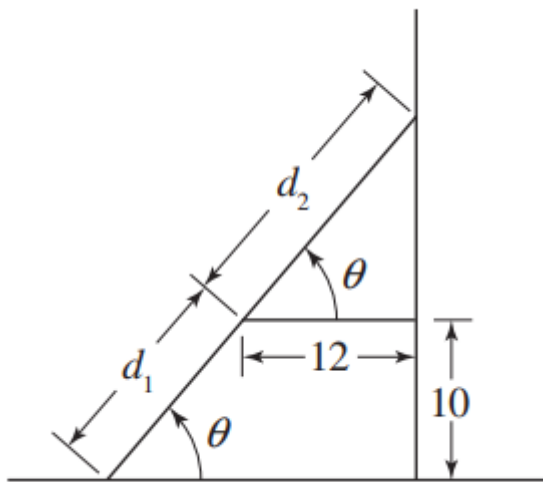
Câu 17. Hình bên mô tả một mặt cắt ngang của một tòa nhà cao tầng.



Một chiếc thang từ xe cứu hỏa lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao 10m so với mặt đất và vùng mái này nhô ra 12m so với tường. Giả sử, độ cao từ mặt sàn đặt thang của xe cứu hỏa là $1,2m$, hãy tìm độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hỏa có thể thực hiện nhiệm vụ này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Đáp án: 29,3.



Đặt L là độ dài của chiếc thang (tính từ mặt đất), và θ là góc tạo bởi thang với phương ngang, gọi d_1 là đoạn thẳng từ mặt đất lên tới mái hiên, d_2 là đoạn từ mái hiên tới tường. Khi đó

$$L = d_1 + d_2 = \frac{10}{\sin \theta} + \frac{12}{\cos \theta}.$$

Miền xác định của $L(\theta)$ là $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Hàm số $f(\theta) = \frac{10}{\sin \theta} + \frac{12}{\cos \theta}$ liên tục trên $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

Ta tính đạo hàm $f'(\theta) = -\frac{10}{\sin^2 \theta} \cot \theta + \frac{12}{\cos^2 \theta} \tan \theta$

Giải $f'(\theta) = 0$:

$$\frac{12}{\cos \theta} \tan \theta = \frac{10}{\sin \theta} \cot \theta \Rightarrow 12 \frac{1}{\cos \theta} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = 10 \frac{1}{\sin \theta} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \Leftrightarrow \frac{\sin^3 \theta}{\cos^3 \theta} = \frac{10}{12} \Leftrightarrow \tan^3 \theta = \frac{5}{6}.$$

Do đó $\theta \approx 0,76 \text{ rad}$

Lập bảng xét dấu $f'(\theta)$, ta thấy đây là điểm cực tiểu duy nhất trên $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

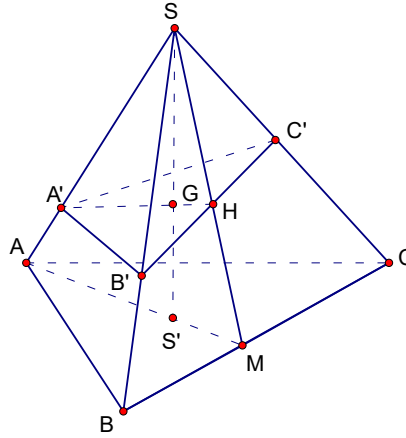
Cuối cùng $f(0,76) \approx 31,07$ nên độ dài thang ngắn nhất cần thiết là $f(0,76) - \frac{1,2}{\sin(0,76)} \approx 29,3 \text{ m}$.

Câu 18: Cho tứ diện $SABC$ có $SA = SB = SC = 5$. Một mặt phẳng (α) thay đổi luôn đi qua trọng tâm G của tứ diện và cắt các cạnh SA , SB , SC lần lượt tại A' , B' , C' . Tính giá trị của biểu thức

$$T = \frac{1}{SA'} + \frac{1}{SB'} + \frac{1}{SC'}.$$

Lời giải

Đáp án: 0,8.



Vì G là trọng tâm tứ diện $SABC$ nên ta có tính chất: $\overrightarrow{MG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{MS} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$, với M là điểm tùy ý.

Áp dụng tính chất trên cho điểm $M \equiv S$ ta có: $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{SS} + \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}) = \frac{1}{4}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.

Lại có $\overrightarrow{SA} = \frac{SA}{SA'} \overrightarrow{SA'} = \frac{5}{SA'} \overrightarrow{SA'}$, $\overrightarrow{SB} = \frac{SB}{SB'} \overrightarrow{SB'} = \frac{5}{SB'} \overrightarrow{SB'}$, $\overrightarrow{SC} = \frac{SC}{SC'} \overrightarrow{SC'} = \frac{5}{SC'} \overrightarrow{SC'}$.

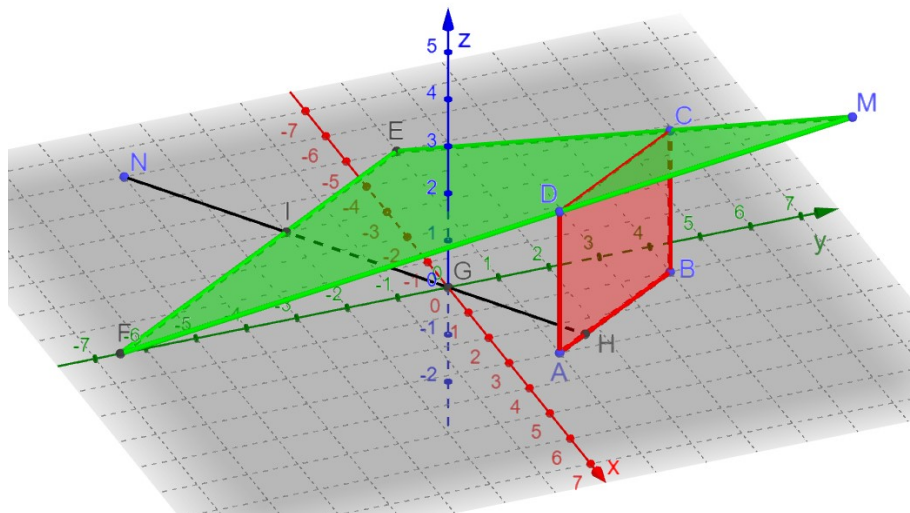
Do đó $\overrightarrow{SG} = \frac{1}{4} \left(\frac{5}{SA'} \overrightarrow{SA'} + \frac{5}{SB'} \overrightarrow{SB'} + \frac{5}{SC'} \overrightarrow{SC'} \right) = \frac{5}{4SA'} \overrightarrow{SA'} + \frac{5}{4SB'} \overrightarrow{SB'} + \frac{5}{4SC'} \overrightarrow{SC'}$.

Vì bốn điểm A' , B' , C' , G đồng phẳng nên phải có $\frac{5}{4SA'} + \frac{5}{4SB'} + \frac{5}{4SC'} = 1 \Rightarrow T = \frac{4}{5} = 0,8$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $3m$ được dựng vuông góc với mặt phẳng (Oxy) với hai điểm $A(3;1;0)$ và $B(1;4;0)$. Giả sử rằng mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, trục Oz hướng lên trên và mỗi đơn vị trên hệ trục tương ứng với $1m$. Một trạm phát sóng được đặt tại điểm $M(5;6;5)$. Trạm phát sóng phát ra các sóng thẳng và truyền về mọi hướng nhưng khi gặp bức tường thì bị chắn lại vì vậy có một vùng sau bức tường không có sóng. Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều trong mặt phẳng (Oxy) từ điểm $N(-6;-4;0)$ qua gốc tọa độ O đến chân tường với vận tốc $0,8m/s$. Tính thời gian theo giây từ lúc chất điểm bắt đầu đi vào vùng mất sóng đến lúc chất điểm chạm vào chân tường và quay về vị trí ban đầu, giả thiết độ dày của bức tường là không đáng kể (kết quả làm tròn đến hàng phân chục).

Lời giải

Đáp án: 21,1.



Ta có: $C(1;4;3)$, $D(3;1;3)$.

Gọi $E; F$ lần lượt là giao điểm của $MC; MD$ với mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{Gọi } E(x; y; 0), \text{ ta có: } \overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{ME} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-5 = k(x-5) \\ 4-6 = k(y-6) \\ 3-5 = k(0-5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 1 \\ k = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow E(-5; 1; 0).$$

$$\text{Tương tự: } F\left(0; -\frac{13}{2}; 0\right).$$

Gọi $I; H$ lần lượt là giao điểm của đường thẳng NO với EF và AB .

Tính IH :

Vì các $I; H; O; N \in (Oxy)$ nên chúng ta sẽ chuyển về hệ trục tọa độ trong mặt phẳng Oxy để tìm tọa độ $I; H$.

$$\text{Ta có: } N(-6; -4); O(0; 0) \Rightarrow NO: 2x - 3y = 0; E(-5; 1); F\left(0; -\frac{13}{2}\right) \Rightarrow EF: 3x + 2y + 13 = 0;$$

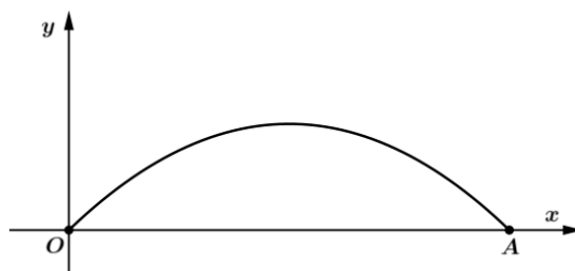
$$A(3; 1); B(1; 4) \Rightarrow AB: 3x + 2y - 11 = 0.$$

$$\text{Suy ra: } I(-3; -2), H\left(\frac{33}{13}; \frac{22}{13}\right) \Rightarrow IH = \frac{24\sqrt{13}}{13}, IN = \sqrt{13}.$$

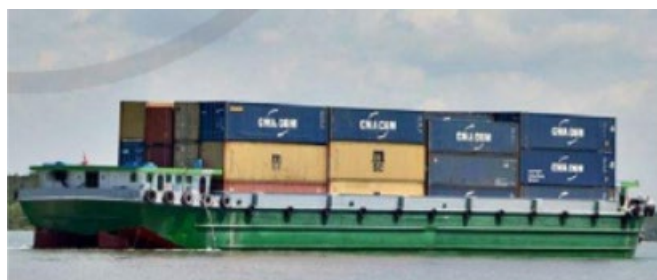
$$\text{Tổng quãng đường chất điểm di chuyển cần tính thời gian là } IH + HN = 2IH + IN = \frac{61\sqrt{13}}{13}.$$

$$\text{Vậy thời gian cần tìm là: } t = \left(\frac{61\sqrt{13}}{13}\right): 0,8 \approx 21,1 \text{ (giây)}.$$

Câu 20: Một cây cầu có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8\sin\frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như ở hình dưới đây:



Một xà lan chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9 m sao cho xà lan có thể đi qua được gầm cầu (trục Ox nằm trên mặt sàn của xà lan), để đảm bảo an toàn thì vị trí cao nhất của thùng hàng cách mép dưới cầu 70 cm (Thẳng vị trí cao nhất hướng lên). Tính chiều cao tối đa của khối hàng hóa đó để xà lan có thể đi qua được gầm cầu (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 3,51.

Giải phương trình $y = 0 \Leftrightarrow 4,8 \sin \frac{x}{9} = 0 \Leftrightarrow \sin \frac{x}{9} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{9} = k\pi \Leftrightarrow x = k9\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Do đó đồ thị cắt trục Ox tại các điểm có hoành độ $0; 9\pi; 18\pi; \dots$

Vì thế $A(9\pi; 0)$ nên chiều rộng của con sông là $OA = 9\pi \approx 28,3m$

Cho $0 < m < 4,8$, giải sử đường thẳng $y = m$ cắt (C) tại hai điểm $P(x_3; m), Q(x_4; m), x_3, x_4$ là hai nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $4,8 \sin \frac{x}{9} = m(2)$ sao cho $x_4 - x_3 = 9$.

$$\Leftrightarrow \sin \frac{x}{9} = \frac{m}{4,8}, \text{ vì } 0 < \frac{m}{4,8} < 1 \text{ nên } \exists \beta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ sao cho } \sin \beta = \frac{m}{4,8} (*)$$

$$\text{Khi đó (2) trở thành } \Leftrightarrow \sin \frac{x}{9} = \sin \beta \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9\beta + k18\pi \\ x = 9(\pi - \beta) + k18\pi \end{cases} k \in \mathbb{Z}$$

Hai nghiệm dương nhỏ nhất của (2) là $x_3 = 9\beta, x_4 = 9(\pi - \beta)$

Ta có $x_4 - x_3 = 9(\pi - \beta) - 9\beta = 0$. Do vậy $m = 4,8 \sin \beta$ hay $m = 4,8 \sin \frac{\pi - 1}{2} \approx 4,21$

Vậy chiều cao của mỗi khối hàng hoá tối đa là $4,21 - 0,7 = 3,51$ mét.

Câu 21. Hai thí sinh A và B cùng tham gia một cuộc thi vấn đáp. Cán bộ coi thi đưa cho mỗi thí sinh một bộ câu hỏi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi phong bì đựng 1 câu hỏi; thí sinh chọn 3 phong bì để xác định câu hỏi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi của các thí sinh là như nhau. Hai phong bì được gọi là giống nhau nếu chứa cùng một câu hỏi. Xác suất để 3 phong bì A chọn và 3 phong bì B chọn có ít nhất hai phong bì giống nhau là $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$). Tính $a^2 + b^2$.

Lời giải

Đáp án: 3721.

Để dễ hình dung, hãy tưởng tượng bạn A có một hộp bi gồm 10 viên bi đánh số từ 1 đến 10 (tương ứng với 10 câu hỏi được đựng trong phong bì) và bạn B cũng vậy.

Số cách bạn A chọn ra 3 viên bi bất kì là: C_{10}^3 cách.

Số cách bạn B chọn ra 3 viên bi bất kì là: C_{10}^3 cách.

Vậy số phần tử của không gian mẫu là: $n_{\Omega} = C_{10}^3 \cdot C_{10}^3$.

Gọi X là biến cố: "3 phong bì A chọn và 3 phong bì B chọn có ít nhất hai phong bì giống nhau"

Nếu coi là các viên bi, biến cố X sẽ là: "3 viên bi A chọn và 3 viên bi B chọn có ít nhất hai viên bi đánh số giống nhau"

TH1: Cả ba viên bi A chọn và B chọn được đánh số giống nhau. Số cách bạn A chọn ra 3 viên bi bất kì là: C_{10}^3 cách.

Khi đó B có một cách duy nhất để chọn bi sao cho "Cả ba viên bi A chọn và B chọn được đánh số giống nhau". Do vậy trường hợp này có: C_{10}^3 cách.

TH2: "3 viên bi A chọn và 3 viên bi B chọn có đúng hai viên bi đánh số giống nhau" Số cách bạn A chọn ra 3 viên bi bất kì là: C_{10}^3 cách (chẳng hạn 3, 4, 5).

Khi đó B chọn bi theo hai bước:

Bước 1: Chọn 2 viên đánh số giống A chọn có C_3^2 cách (chẳng hạn 3, 4 hoặc 4, 5 hoặc 3, 5).

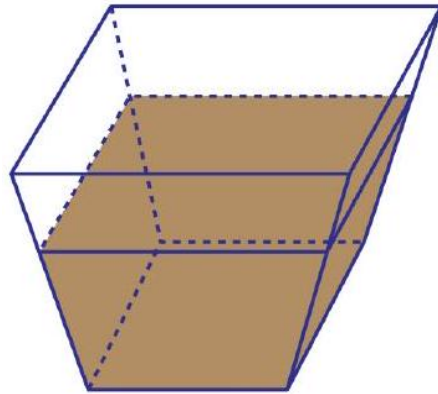
Bước 2: Chọn 1 viên đánh số khác A chọn có $10 - 3 = 7$ cách.

Do vậy theo quy tắc nhân TH2 có: $C_{10}^3 \cdot C_3^2 \cdot 7$ cách. Khi đó $n_X = C_{10}^3 + C_{10}^3 \cdot C_3^2 \cdot 7$

cách nên xác suất cần tìm là $P(X) = \frac{n_X}{n_{\Omega}} = \frac{11}{60}$.

Vậy $a = 11, b = 60 \Rightarrow a^2 + b^2 = 3721$.

Câu 22. Bác Bình có một chậu cảnh trồng hoa hình chóp cắt tứ giác đều với chiều cao 30 cm, cạnh đáy lần lượt là 20 cm và 40 cm. Bác Bình đổ đất vào chậu để tiến hành trồng, chiều cao của đất bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của chậu. Tính thể tích lượng đất bác Bình đã đổ vào chậu theo dm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Lời giải

Đáp án: 14,5.

Nhắc lại:

Hình chóp cắt tứ giác đều có 2 mặt đáy là hình vuông song song với nhau; 4 mặt bên là các hình thang cân bằng nhau; chiều cao là đoạn thẳng nối tâm của hai đáy và vuông góc với hai đáy.

Thể tích hình chóp cắt tứ giác đều: $V = \frac{1}{3} \cdot h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2})$

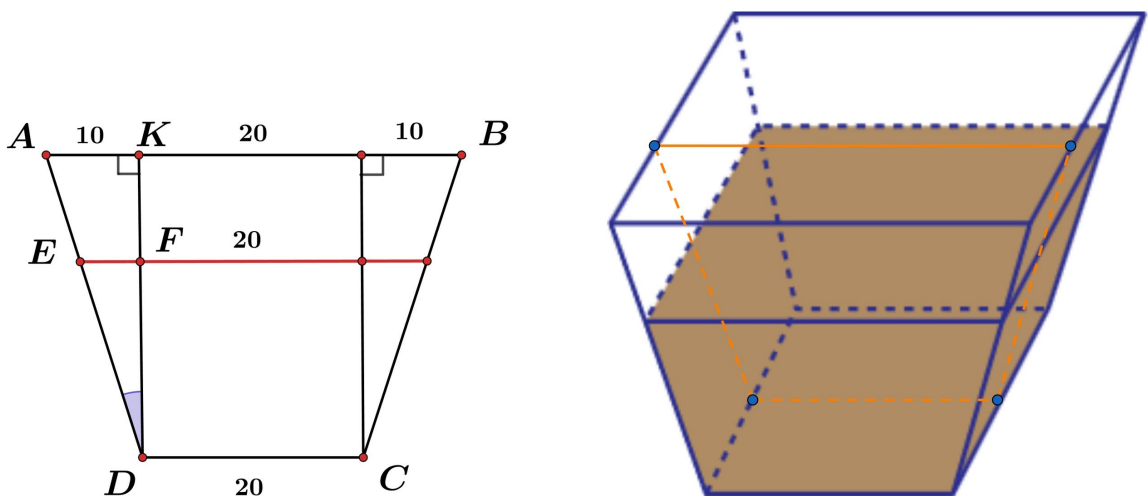
với h là chiều cao của hình chóp cắt (khoảng cách giữa hai đáy), S_1 là diện tích đáy bé và S_2 là diện tích đáy lớn.

Thể tích lượng đất bác Bình đã đổ vào chậu (tạo thành hình chóp cắt đều) bằng với thể tích của hình chóp cắt tứ giác đều có chiều cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của chậu. Do đó ta đi xác định các giá trị còn thiếu là chiều cao h , S_1, S_2 .

Vì chiều cao của đất bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của chậu nên $h = \frac{2}{3} \cdot 30 = 20$ (cm).

Diện tích đáy bé (hình vuông cạnh 20 cm) nên có diện tích $S_1 = 20^2 = 400$ (cm^2).

Mô tả mặt cắt dọc của chậu cảnh và kí hiệu như hình vẽ.



Gọi độ dài cạnh của đáy lớn là x .

Từ hình vẽ, ta có $x = 2EF + 20$; Trong tam giác vuông AKD, ta có $\tan \widehat{KDA} = \frac{AK}{DK} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Trong tam giác vuông DEF, ta có $\tan \widehat{EDF} = \frac{EF}{FD} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{EF}{h} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow EF = \frac{h}{3} = \frac{20}{3}$.

Suy ra độ dài đáy lớn là $x = 2EF + 20 = 2 \cdot \frac{20}{3} + 20 = \frac{100}{3}$. Suy ra $S_2 = x^2 = \left(\frac{100}{3}\right)^2 = \frac{10000}{9}$.

Vậy thể tích của lượng đất cần tính là $V = \frac{1}{3} \cdot h(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 \cdot S_2})$

$$= \frac{1}{3} \cdot 20 \left(400 + \frac{10000}{9} + \sqrt{400 \cdot \frac{10000}{9}} \right) = 14518,51852 \text{ (cm}^3 \text{) } \approx 14,5 \text{ (dm}^3 \text{)}.$$

----- *Hết* -----

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>