

MÃ ĐỀ 101

Họ, tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |           |     |           |     |
|------|-----------|------|-----------|-----|-----------|-----|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$       | $1$ | $+\infty$ |     |
| $y'$ |           | $+$  | $0$       | $-$ | $0$       | $+$ |
| $y$  |           | $2$  | $+\infty$ | $4$ | $+\infty$ |     |

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A.  $(-1;1)$ . B.  $(0;1)$ . C.  $(4;+\infty)$ . D.  $(-\infty;2)$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; -3; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; 2; -1)$ ,  $\vec{c} = (3; -1; 5)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ .

- A.  $(10; -2; 13)$ . B.  $(-2; 2; -7)$ . C.  $(-2; -2; 7)$ . D.  $(-2; 2; 7)$ .

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A_1B_1C_1$ . Đặt  $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$ , trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ . B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ . C.  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ . D.  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .

**Câu 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 = 15$  và  $d = -2$ . Tìm  $u_n$

- A.  $u_n = -2n + 21$  B.  $u_n = -\frac{3}{2}n + 12$  C.  $u_n = -3n - 17$  D.  $u_n = -\frac{3}{2}n^2 - 4$

**Câu 5.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức sai?

- A.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$ . B.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ .  
C.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$ . D.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|         |           |      |     |           |     |     |           |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $f'(x)$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |           |
| $f(x)$  |           |      | $4$ |           | $0$ |     | $+\infty$ |
|         | $-\infty$ |      |     |           |     |     |           |

Hỏi đồ thị hàm số  $y = g(x) = \frac{x^4 - 1}{f^2(x) - 4f(x)}$  có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 7:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;2)$ . Gọi  $M$  là điểm trong không gian thỏa mãn:  $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$  ( $M$  không trùng với các điểm  $A, B, C$  và gốc  $O$ ). Tính  $x_M + y_M + z_M$

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 8.** Phương trình  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ , lấy các điểm  $M, N$  lần lượt thuộc cạnh  $BC, AD$  sao cho  $2BM = 3MC, 2AN = 3ND$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

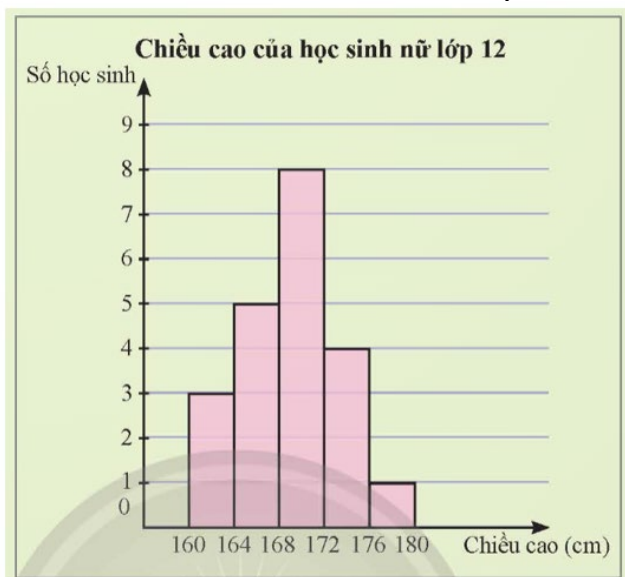
A.  $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CD}$ .

B.  $\overrightarrow{MN} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CD}$ .

C.  $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{CD}$ .

D.  $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{CD}$ .

**Câu 10.** Biểu đồ sau biểu diễn chiều cao của một nhóm học sinh nữ lớp 12.



Từ biểu đồ trên ta tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 4,26

B. 18,14

C. 13,02

D. 2,07

**Câu 11:** Biết  $\sin x = \frac{1}{3}$  và  $90^\circ < x < 180^\circ$  thì biểu thức  $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x - \cos 2x}$  có giá trị bằng:

A.  $2\sqrt{2}$ .

B.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

C.  $-2\sqrt{2}$ .

D.  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

**Câu 12.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một chi nhánh của doanh nghiệp A được ghi lại dưới bảng sau ( đơn vị: triệu đồng):

| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Hãy tính tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên? (giá trị gần nhất)

A. 7.86.

B. 7.68.

C. 7.81.

D. 7.56.

**Câu 13.** Cho  $\log_2 5 = a, \log_2 7 = b$ . Tính  $\log_5 2450$ .

A.  $\frac{1+2a+2b}{a}$ .

B.  $\frac{1+a+2b}{a}$ .

C.  $\frac{1+2a+b}{a}$ .

D.  $\frac{1+a+b}{a}$ .

**Câu 14.** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 27}{x - 3} = 9$ . Tính giới

hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 3} \left[ 2f(x) - 19x + 3 \right] \left( \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x^2-3x} \right)$ .

A.  $L = \frac{2}{3}$ .

B.  $L = -\frac{2}{3}$ .

C.  $L = \frac{1}{3}$ .

D.  $L = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 15.** Một hộp đựng chín quả cầu giống nhau được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu quả cầu để xác suất có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn  $\frac{5}{6}$ ?

A. 6

B. 5

C. 7

D. 8

**Câu 16.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2a, AD = 3a, AA' = 4a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(AB'D')$  và  $(A'C'D)$ . Giá trị của  $\cos \alpha$  bằng

A.  $\frac{29}{61}$ .

B.  $\frac{27}{34}$ .

C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $\frac{137}{169}$ .

**Câu 17.** Tính các tổng sau:  $S_2 = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$

A.  $2n.2^{n-1}$ .

B.  $n.2^{n+1}$ .

C.  $2n.2^{n+1}$ .

D.  $n.2^{n-1}$ .

**Câu 18.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để bất phương trình  $\frac{\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2}{\sqrt{m-2^x}} < 0$  có không quá 3 nghiệm nguyên dương?

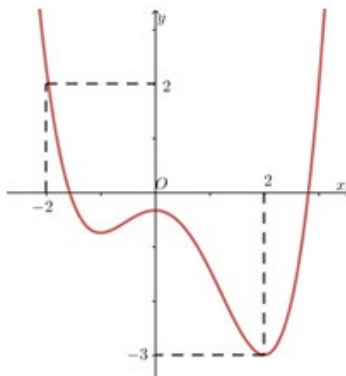
A. 127.

B. 128.

C. 63.

D. 64.

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của  $m \in (-20; 20)$  để hàm số  $g(x) = f\left(\frac{x^3}{4}\right) - \frac{m(x^2 + 4)^2}{20}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

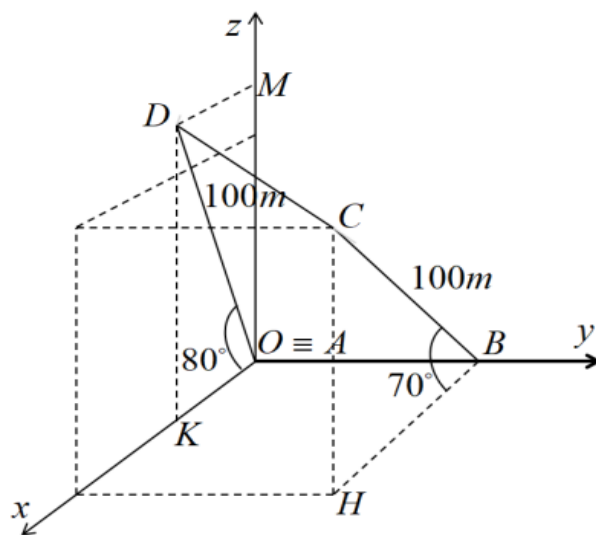
A. 6.

B. 7.

C. 17.

D. 18.

**Câu 20.** Vào dịp kỷ niệm Quốc khánh 02/9/2024, thành phố X tổ chức bắn pháo hoa. Có 2 ống bắn pháo hoa  $A$  và  $B$  được đặt trong 2 mặt phẳng song song với nhau và cách nhau 2 m, ống bắn  $A$  đặt nghiêng so với mặt đất một góc  $80^\circ$  và ống bắn  $B$  nghiêng so với mặt đất một góc  $70^\circ$ . Hai pháo  $A$  và  $B$  được bắn đồng thời và cùng đi được quãng đường  $100m$  thì nổ. Chọn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ.



Khi nổ hai quả pháo cách nhau bao nhiêu  $m$ . (Làm tròn đến hàng phần trăm)

A.  $17,55m$ .

B.  $17,54m$ .

C.  $15,55m$ .

D.  $15,54m$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \log_2 \left( \frac{\sqrt{2x^2 + mx + 1}}{x + 2} \right)$ .

- a) Khi  $m = 0$  thì đạo hàm của  $y = f(x)$  trên  $(-2; +\infty)$  là  $y' = \frac{2x}{(2x^2 + 1)\ln 2} - \frac{1}{(x + 2)\ln 2}$ .
- b) Khi  $m = -1$  thì phương trình  $f(x) = 1$  có hai nghiệm phân biệt.
- c) Khi  $0 < m < 2\sqrt{2}$  thì tập xác định của hàm số  $y = f(2 - x^2)$  là  $D = (-2; 2)$ .
- d) Tập các giá trị của  $m$  để phương trình  $f(x) + \sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 2$  có hai nghiệm phân biệt là  $\left(-\infty; \frac{9}{2}\right)$ .

**Câu 2:** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = \sqrt{6}$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ,  $A'C = 3$  và mặt phẳng  $(AA'C'C)$  vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng  $(AA'C'C)$ ,  $(AA'B'B)$  tạo với nhau góc  $\alpha$  có  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AA'$  và  $K$  là hình chiếu của  $B$  trên  $AC$ .

- a)  $\text{sđ}[B, AA', D] = \text{sđ}\widehat{BAD}$
- b)  $BK \perp AA'$
- c)  $CM = 2\sqrt{2}$
- d) Thể tích của khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  là 8

**Câu 3.** Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ  $40^\circ$  bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số:  $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$ ,  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố X có nhiều giờ ánh sáng nhất?

- a) Số giờ có ánh sáng trong ngày không vượt quá 15
- b) Chu kỳ của hàm số:  $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t - 80)\right] + 12$  là 364
- c) Trong tháng 1 có một ngày mà số giờ có ánh sáng là 9
- d) Ngày có nhiều giờ ánh sáng nhất là ngày 21 tháng 6

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ , biết điểm  $A(5; -2; 0)$ ,  $B(4; 5; -2)$ ,  $C(0; 3; 2)$ ,  $A'(9; 0; 5)$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AA'$ .

- a) Tọa độ  $D(1; -4; 4)$ .
- b) Giá trị  $\cos(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MD}) = \frac{3\sqrt{609}}{609}$ .
- c)  $|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{C'D'} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{29}$ .
- d) Điểm  $K$  di chuyển trên trục  $Ox$ . Đặt  $Q = 2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| + 3|\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $Q$  bằng  $6\sqrt{37}$ .

**Câu 5:** Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình ở khu vực A tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

| Lượng nước tiêu thụ ( $m^3$ ) | $[3; 6)$ | $[6; 9)$ | $[9; 12)$ | $[12; 15)$ | $[15; 18)$ |
|-------------------------------|----------|----------|-----------|------------|------------|
| Số hộ gia đình                | 24       | 57       | 42        | 29         | 8          |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

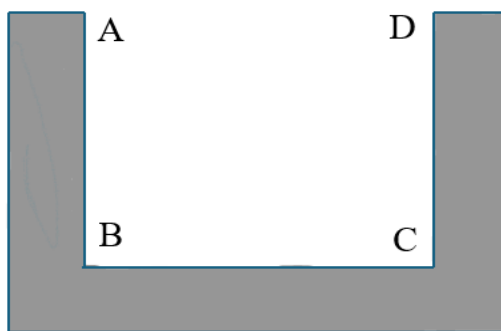
- a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho xấp xỉ bằng 5,94.
- c) Một của mẫu số liệu là  $M_o = 8,0625$ .
- d) Mức sử dụng nước của các hộ gia đình ở khu A đồng đều hơn các hộ gia đình ở khu B. Biết rằng người ta tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê lượng nước các hộ gia đình ở khu B sử dụng xấp xỉ bằng 2,75.

**Câu 6:** Một máy bay quân sự có 3 bộ phận A, B, C có tầm quan trọng khác nhau. Máy bay sẽ rơi khi có hoặc 1 viên đạn trúng vào A, hoặc 2 viên trúng vào B, hoặc 3 viên trúng vào C. Giả sử các bộ phận A, B, C lần lượt chiếm 15%, 30% và 55% diện tích máy bay. Tính xác suất để máy bay rơi nếu:

- Xác suất máy bay không rơi khi máy bay bị trúng 1 viên đạn là 0,45
- Khi máy bay trúng 2 viên đạn thì xác suất để 1 viên trúng B và 1 viên trúng C là 0,85
- Xác suất để máy bay rơi khi máy bay bị trúng 2 viên đạn là 0,3675
- Xác suất để máy bay rơi khi máy bay bị trúng 3 viên đạn là 0,72775

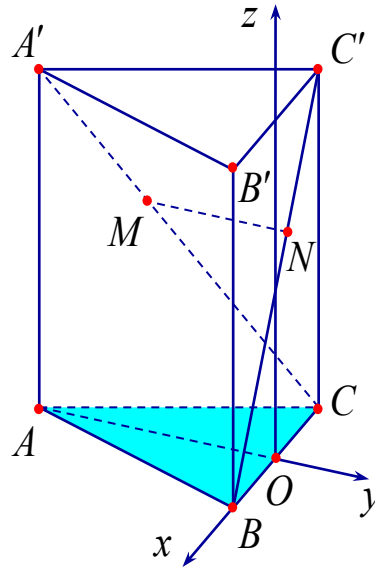
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.*

**Câu 1:** Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật ABCD. Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt ABCD là  $0,48m^2$ . Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài  $T = AB + BC + CD$  là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (*biết chiều rộng phải dưới 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).



**Câu 2:** Trong khoảng  $(-10;20)$  có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $4x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}]$  có đúng 2 nghiệm phân biệt.

**Câu 3.** Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 300 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh  $A'C'$ , điểm cuối thuộc cạnh  $BC'$ ) và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất. Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (*Làm tròn đến hàng đơn vị*)



**Câu 4:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $DA = DB = DC = 6$  và đôi một vuông góc với nhau. Điểm  $M$  thay đổi trong tam giác  $ABC$ . Các đường thẳng đi qua  $M$  song song  $DA, DB, DC$  theo thứ tự cắt các mặt phẳng  $(DBC), (DCA), (DAB)$  lần lượt tại  $A_1; B_1; C_1$ . Tìm thể tích lớn nhất của khối tứ diện  $MA_1B_1C_1$  khi  $M$  thay đổi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (x^2 + 9x)(x^2 - 9)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(|x^3 + 3x| + 2m - m^2)$  có không quá 6 điểm cực trị?

**Câu 6.** Gọi  $A$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập  $A$ . Gọi  $P$  là xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1. Tính  $1000.P$  (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

.....**HẾT**.....  
 Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT**

Thang điểm:

Phần I. TN: 20 câu x 0,4 đ

Phần II. Đ-S: 6 câu; Đúng 1 ý được 0,12 điểm; đúng 2 ý được 0,3 điểm; đúng 3 ý được 0,6 điểm; đúng 4 ý được 1,2 điểm.

Phần III. TLN: 6 câu x 0,8đ

**PHẦN I. Câu trả lời trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 26. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1B  | 2B  | 3C  | 4A  | 5D  | 6D  | 7D  | 8D  | 9C  | 10A |
| 11C | 12A | 13A | 14B | 15A | 16A | 17D | 18B | 19C | 20A |

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 27 đến câu 31. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 | Câu 5 | Câu 6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a)Đ   | a)S   | a)Đ   | a)Đ   | a)Đ   | a)Đ   |
| b)S   | b)Đ   | b)Đ   | b)S   | b)S   | b)S   |
| c)Đ   | c)Đ   | c)S   | c)Đ   | c)Đ   | c)Đ   |
| d)Đ   | d)Đ   | d)S   | d)Đ   | d)S   | d)Đ   |

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 32 đến câu 37, đáp số là số nguyên hoặc số thập phân có không quá 4 kí tự kể cả dấu “-” và dấu “,”.

Câu 1: 0,98

Câu 2: 23

Câu 3: 671

Câu 4: 1,33

Câu 5: 5

Câu 6: 14,3

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 26. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |    |           |           |           |
|------|-----------|----|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | -1 | 0         | 1         | $+\infty$ |
| $y'$ |           | +  | 0         | -         |           |
| $y$  |           |    | 2         |           |           |
|      |           |    | $+\infty$ |           |           |
|      |           |    | $-\infty$ |           |           |
|      |           |    |           | 4         |           |
|      |           |    |           | $+\infty$ |           |

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

A.  $(-1; 1)$ .

B.  $(0; 1)$ .

C.  $(4; +\infty)$ .

D.  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (2; -3; 3)$ ,  $\vec{b} = (0; 2; -1)$ ,  $\vec{c} = (3; -1; 5)$ . Tìm tọa độ của vector  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ .

A.  $(10; -2; 13)$ .

B.  $(-2; 2; -7)$ .

C.  $(-2; -2; 7)$ .

D.  $(-2; 2; 7)$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

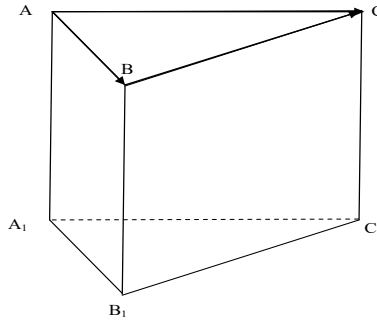
Có  $2\vec{a} = (4; -6; 6)$ ;  $3\vec{b} = (0; 6; -3)$ ;  $-2\vec{c} = (-6; 2; -10)$ . Khi đó:  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$ .

**Câu 3.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A_1B_1C_1$ . Đặt  $\overrightarrow{AA_1} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$ , trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      B.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ .      C.  $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ .      D.  $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**



+ Dễ thấy:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \Rightarrow \vec{b} + \vec{d} - \vec{c} = \vec{0}$ .

**Câu 4.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 = 15$  và  $d = -2$ . Tìm  $u_n$

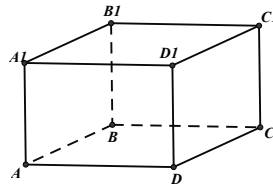
- A.  $u_n = -2n + 21$       B.  $u_n = -\frac{3}{2}n + 12$       C.  $u_n = -3n - 17$       D.  $u_n = -\frac{3}{2}n^2 - 4$

**Câu 5.** Cho hình hộp  $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ . Chọn đẳng thức sai?

- A.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$ .      B.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ .  
C.  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$ .      D.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**



Ta có:  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$  nên D sai.

Do  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$  và  $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$  nên  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$ . A đúng

Do  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$  nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$  nên B đúng.

Do  $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$  nên C đúng.

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau :

|         |           |      |     |           |     |
|---------|-----------|------|-----|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $4$  | $0$ | $+\infty$ |     |

Hỏi đồ thị hàm số  $y = g(x) = \frac{x^4 - 1}{f^2(x) - 4f(x)}$  có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 5.      B. 2.      C. 3.      D. 4.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$\text{Xét phương trình } f^2(x) - 4f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = a, a \in (-\infty; -1) \\ x = 1 \text{ (ng kép)} \\ x = -1 \text{ (ng kép)} \\ x = b, b \in (1; +\infty) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow f^2(x) - 4f(x) = h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2; h(x) \neq 0$$

$$\text{Do đó } y = g(x) = \frac{x^4 - 1}{f^2(x) - 4f(x)} = \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{h(x)(x-a)(x-1)^2(x-b)(x+1)^2} = \frac{x^2+1}{h(x)(x-a)(x-1)(x-b)(x+1)}.$$

$$\text{Vậy đồ thị hàm số } y = g(x) = \frac{x^4 - 1}{f^2(x) - 4f(x)} \text{ có 4 tiệm cận đứng.}$$

**Câu 7:** Trong không gian tọa độ  $Oxyz$ , cho  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;2;0)$ ,  $C(0;0;2)$ . Gọi  $M$  là điểm trong không gian thỏa mãn:  $\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ$  ( $M$  không trùng với các điểm  $A, B, C$  và gốc  $O$ ). Tính  $x_M + y_M + z_M$

A. 0.

B. 2.

C. 3.

**D. 4.**

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Gọi } M(x; y; z). \text{ Ta có: } \widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMA} = 90^\circ \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0 \\ \overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(x-2) + y(y-2) + z^2 = 0 \\ x^2 + y(y-2) + z(z-2) = 0 \\ x(x-2) + y^2 + z(z-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \\ x = z \\ y = z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x = 0 \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(0;0;0) \\ M\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \end{cases}$$

**Câu 8.** Phương trình  $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

**D. 2.**

**Câu 9.** Cho tứ diện  $ABCD$ , lấy các điểm  $M, N$  lần lượt thuộc cạnh  $BC, AD$  sao cho  $2BM = 3MC, 2AN = 3ND$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CD}$ .

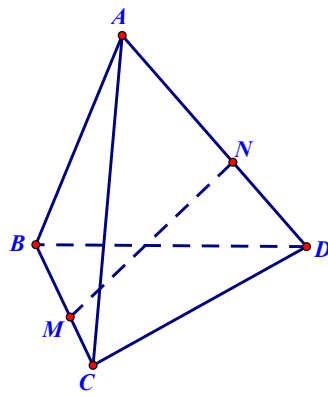
B.  $\overrightarrow{MN} = -\frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{CD}$ .

**C.**  $\overrightarrow{MN} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{CD}$ .

D.  $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{CD}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



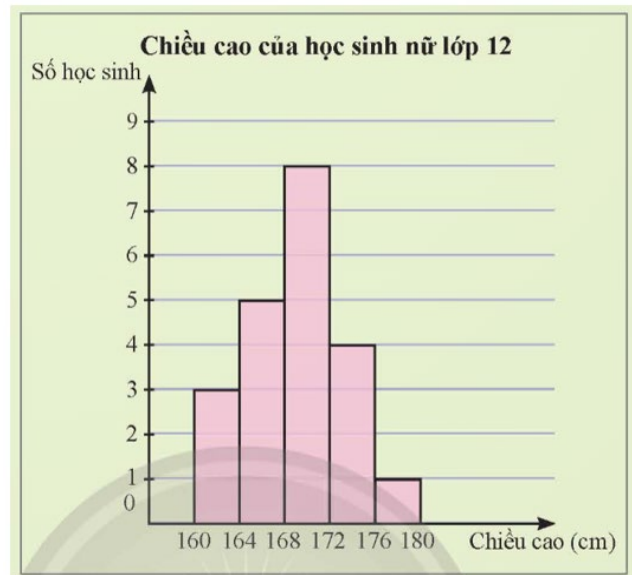
Vì  $M, N$  lần lượt thuộc cạnh  $BC, AD$  sao cho  $2BM = 3MC, 2AN = 3ND$  nên  $2\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{MC}, 2\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{ND}$ .

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DN} \Rightarrow 3\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{CD} + 3\overrightarrow{DN}$$

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN} \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{AN}$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MN} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5}\overrightarrow{CD}.$$

**Câu 10.** Biểu đồ sau biểu diễn chiều cao của một nhóm học sinh nữ lớp 12.



Từ biểu đồ trên ta tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A.** 4,26      **B.** 18,14      **C.** 13,02      **D.** 2,07

**Lời giải**

a) Từ biểu đồ, ta lập được bảng tần số ghép nhóm và tính được giá trị đại diện của mỗi nhóm như sau:

| Chiều cao (cm)   | [160; 164) | [164; 168) | [168; 172) | [172; 176) | [176; 180) |
|------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số học sinh      | 3          | 5          | 8          | 4          | 1          |
| Giá trị đại diện | 162        | 166        | 170        | 174        | 178        |

Số học sinh nữ lớp 12 tham gia khảo sát là  $n = 3 + 5 + 8 + 4 + 1 = 21$ .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 162 + 5 \cdot 166 + 8 \cdot 170 + 4 \cdot 174 + 1 \cdot 178}{21} = \frac{3550}{21}$$

b) Ta có bảng thống kê mẫu số liệu mới:

| Giá trị đại diện | 162 | 166 | 170 | 174 | 178 |
|------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Số học sinh      | 3   | 5   | 8   | 4   | 1   |

Cỡ mẫu  $n = 21$ .

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\bar{x} = \frac{3550}{21}$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{3\left(162 - \frac{3550}{21}\right)^2 + 5\left(166 - \frac{3550}{21}\right)^2 + 8\left(170 - \frac{3550}{21}\right)^2 + 4\left(174 - \frac{3550}{21}\right)^2 + 1\left(178 - \frac{3550}{21}\right)^2}{21} = \frac{8000}{441} \approx 18,14$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{8000}{441}} \approx 4,26$$

**Câu 11:** Biết  $\sin x = \frac{1}{3}$  và  $90^\circ < x < 180^\circ$  thì biểu thức  $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x - \cos 2x}$  có giá trị bằng:

- A.  $2\sqrt{2}$ .      B.  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .      C.  $-2\sqrt{2}$ .      D.  $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

**Câu 12.** Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một chi nhánh của doanh nghiệp A được ghi lại dưới bảng sau ( đơn vị: triệu đồng):

| Doanh thu | [5; 7) | [7; 9) | [9; 11) | [11; 13) | [13; 15) |
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Số ngày   | 2      | 7      | 7       | 3        | 1        |

Hãy tính tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên? (giá trị gần nhất)

- A. 7.86.      B. 7.68.      C. 7.81.      D. 7.56.

**Câu 13.** Cho  $\log_2 5 = a, \log_2 7 = b$ . Tính  $\log_5 2450$ .

- A.  $\frac{1+2a+2b}{a}$ .      B.  $\frac{1+a+2b}{a}$ .      C.  $\frac{1+2a+b}{a}$ .      D.  $\frac{1+a+b}{a}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $2450 = 2 \cdot 5^2 \cdot 7^2$ .

$$\text{Suy ra: } \log_5 2450 = \frac{\log_2 2450}{\log_2 5} = \frac{\log_2 (2 \cdot 5^2 \cdot 7^2)}{\log_2 5} = \frac{1 + 2\log_2 5 + 2\log_2 7}{\log_2 5} = \frac{1 + 2a + 2b}{a}.$$

**Câu 14:** Cho  $f(x)$  là đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 27}{x - 3} = 9$ . Tính giới hạn

$$L = \lim_{x \rightarrow 3} \left[ 2f(x) - 19x + 3 \right] \left( \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x^2-3x} \right).$$

- A.  $L = \frac{2}{3}$ .      B.  $L = -\frac{2}{3}$ .      C.  $L = \frac{1}{3}$ .      D.  $L = -\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\begin{aligned} \text{Ta có } L &= \lim_{x \rightarrow 3} \left[ 2f(x) - 19x + 3 \right] \left( \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x^2-3x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \left[ 2f(x) - 54 - 19(x-3) \right] \cdot \frac{1}{x-3} \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2[f(x) - 27] - 19(x-3)}{x-3} \cdot \left( 1 - \frac{1}{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \left[ 2 \frac{f(x) - 27}{x-3} - 19 \right] \cdot \left( 1 - \frac{1}{x} \right) = (2 \cdot 9 - 19) \left( 1 - \frac{1}{3} \right) = -\frac{2}{3}. \end{aligned}$$

**Câu 15.** Một hộp đựng chín quả cầu giống nhau được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu quả cầu để xác suất có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn  $\frac{5}{6}$ ?

**A. 6**

**B. 5**

**C. 7**

**D. 8**

**Lời giải:**

**Chọn A**

Nhận thấy trong chín quả cầu đã cho có hai quả ghi số chia hết cho 4 (các quả ghi số 4 hoặc số 8) ; bảy quả còn lại ghi số không chia hết cho 4.

Giả sử rút ra  $x$  quả ( $1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N}$ ) ; số cách chọn  $x$  từ 9 quả trong hộp là  $C_9^x$  ; số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = C_9^x$ .

Gọi  $A$  là biến cố: ‘Trong số  $x$  quả lấy ra, có ít nhất một quả ghi số chia hết cho 4’’. Thế thì biến cố đối của  $A$  là  $\bar{A}$  : ‘Trong số  $x$  quả lấy ra, không có quả nào ghi số chia hết cho 4’.

Số cách chọn tương ứng với biến cố  $\bar{A}$  là  $n(\bar{A}) = C_7^x$ .

$$\text{Ta có } P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{C_7^x}{C_9^x} = \frac{(9-x)(8-x)}{72}$$

$$\text{Do đó } P(A) = 1 - P(\bar{A}) > \frac{5}{6} \Leftrightarrow P(\bar{A}) < \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{(9-x)(8-x)}{72} < \frac{1}{6}$$

$$\text{hay } x^2 - 17x + 60 < 0 \Leftrightarrow 5 < x < 12$$

$$\text{Suy ra } 6 \leq x \leq 9 \quad (1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{N})$$

Giá trị nhỏ nhất của  $x$  là 6. Vậy số quả cầu phải rút ra ít nhất mà ta phải tìm là 6.

**Câu 16.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = 2a$ ,  $AD = 3a$ ,  $AA' = 4a$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(AB'D')$  và  $(A'C'D)$ . Giá trị của  $\cos \alpha$  bằng

**A.**  $\frac{29}{61}$ .

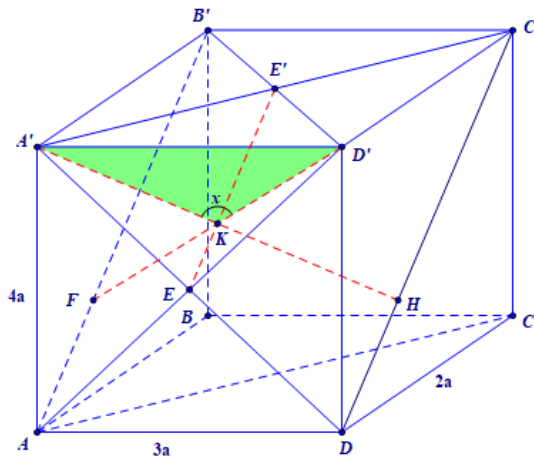
**B.**  $\frac{27}{34}$ .

**C.**  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**D.**  $\frac{137}{169}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi  $E, E'$  lần lượt là tâm của hình chữ nhật  $ADD'A'$ ,  $A'B'C'D'$ .

Khi đó:  $EE' = (DA'C') \cap (AB'D')$ .

Dựng  $A'H$ ,  $D'F$  lần lượt là đường cao của hai tam giác  $DA'C'$ ,  $AB'D'$ .

Dễ thấy:  $A'H, D'F, EE'$  đồng qui tại  $K$  và  $\begin{cases} A'K \perp EE' \\ D'K \perp EE' \end{cases}$ .

Hình chữ nhật  $DD'C'C$  có:  $DC' = \sqrt{DD'^2 + D'C'^2} = 2\sqrt{5}a$ .

Hình chữ nhật  $ADD'A'$  có:  $A'D = \sqrt{AD^2 + AA'^2} = 5a$ .

Hình chữ nhật  $A'B'C'D'$  có:  $A'C' = \sqrt{A'B'^2 + B'C'^2} = \sqrt{13}a$ .

$$\text{Suy ra: } S_{\Delta DA'C'} = \sqrt{61}a^2 \Rightarrow A'H = \frac{2S_{\Delta DA'C'}}{DC'} = \frac{\sqrt{305}}{5}a \Rightarrow A'K = \frac{\sqrt{305}}{10}a.$$

Hoàn toàn tương tự ta có:  $D'K = \frac{\sqrt{305}}{10}a$ .

Trong tam giác  $A'D'K$  có:  $\cos x = \frac{A'K^2 + D'K^2 - A'D'^2}{2 \cdot A'K \cdot D'K} = -\frac{29}{61}$ .

$$\Rightarrow \cos \alpha = |\cos x| = \frac{29}{61}.$$

**Câu 17.** Tính các tổng sau:  $S_2 = C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n$

A.  $2n \cdot 2^{n-1}$ .

B.  $n \cdot 2^{n+1}$ .

C.  $2n \cdot 2^{n+1}$ .

**D.  $n \cdot 2^{n-1}$**

**Hướng dẫn giải:**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có: } kC_n^k = k \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}$$

$$= n \frac{(n-1)!}{(k-1)![(n-1)-(k-1)]!} = nC_{n-1}^{k-1}, \forall k \geq 1$$

$$\Rightarrow S_2 = \sum_{k=1}^n nC_{n-1}^{k-1} = n \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k = n \cdot 2^{n-1}.$$

**Câu 18.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để bất phương trình  $\frac{\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2}{\sqrt{m-2^x}} < 0$  có không quá 3 nghiệm nguyên dương?

A. 127.

**B. 128.**

C. 63.

D. 64.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Điều kiện của bất phương trình } \begin{cases} x > 0 \\ m - 2^x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2^x < m \end{cases} (*).$$

Với  $m=1$  không tồn tại  $x > 0$  để bất phương trình tồn tại. Do đó  $m=1$  thỏa mãn.

Với điều kiện trên bất phương trình tương đương  $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2 < 0 \Leftrightarrow 3 < x < 9 (**).$

$$\text{Kết hợp điều kiện (*) và (**)} \text{ ta được } \begin{cases} 3 < x < 9 \\ 2^x < m \\ m > 1 \end{cases}.$$

Khi đó bài yêu cầu của bài toán trở thành. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m > 1$  để bất phương trình  $2^x < m (***)$  có không quá 3 nghiệm nguyên  $3 < x < 9$

Xét hàm số  $f(x) = 2^x$ , có  $f'(x) = 2^x \ln 2 > 0, \forall x$ .

BBT

|      |   |   |   |     |   |     |
|------|---|---|---|-----|---|-----|
| $x$  | 3 | 4 | 5 | 6   | 7 | 9   |
| $y'$ |   |   |   | +   |   |     |
| $y$  | 8 |   |   |     |   | 512 |
|      |   |   |   | 228 |   |     |

TH1:  $1 < m \leq 8$  bất phương trình (\*\*\*) vô nghiệm. (thỏa mãn yêu cầu bài toán)

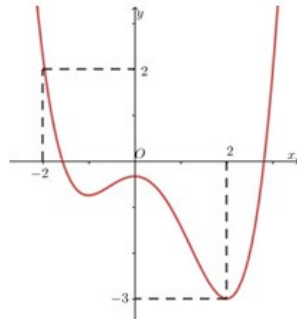
$\Rightarrow m \in \{2, 3, 4, \dots, 8\}$  có 7 giá trị  $m$ .

TH2:  $8 < m \leq 2^7 \Leftrightarrow 8 < m \leq 128$  bất phương trình (\*\*\*) có không quá 3 nghiệm nguyên dương thuộc  $(3; 9)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$\Rightarrow m \in \{9, 10, 11, \dots, 128\}$  có 120 giá trị  $m$ .

Vậy có tổng cộng 128 giá trị nguyên dương của tham số  $m$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ , có đồ thị  $f'(x)$  như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của  $m \in (-20; 20)$  để hàm số  $g(x) = f\left(\frac{x^3}{4}\right) - \frac{m(x^2 + 4)^2}{20}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$ .

A. 6.

B. 7.

C. 17.

D. 18.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } g'(x) = \frac{3}{4}x^2 f'\left(\frac{x^3}{4}\right) - \frac{2 \cdot m \cdot 2x \cdot (x^2 + 4)}{20} = \frac{3}{4}x^2 f'\left(\frac{x^3}{4}\right) - \frac{mx(x^2 + 4)}{5}.$$

Để hàm số  $g(x) = f\left(\frac{x^3}{4}\right) - \frac{m(x^2 + 4)^2}{20}$  đồng biến trên khoảng  $(0; +\infty)$  thì

$$g'(x) \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x^2 f'\left(\frac{x^3}{4}\right) - \frac{mx(x^2 + 4)}{5} \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow m \leq \frac{15}{4} \cdot f'\left(\frac{x^3}{4}\right) \cdot \frac{x}{x^2 + 4}, \forall x \in (0; +\infty).$$

$$\text{Xét hàm số } h(x) = \frac{15}{4} \cdot f'\left(\frac{x^3}{4}\right) \cdot \frac{x}{x^2 + 4}, (x \in (0; +\infty)).$$

Dựa vào đồ thị ta có:  $\min_{(0; +\infty)} f'(x) = -3$ , đạt được khi  $x = 2$  nên  $\min_{(0; +\infty)} f'\left(\frac{x^3}{4}\right) = -3$ , đạt được khi  $x = 2$ . (\*)

$$\text{Xét hàm số } p(x) = \frac{x}{x^2 + 4}; p'(x) = \frac{4 - x^2}{(x^2 + 4)^2}.$$

Bảng biến thiên của hàm số  $p(x)$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ :

|         |   |               |           |
|---------|---|---------------|-----------|
| $x$     | 0 | 2             | $+\infty$ |
| $p'(x)$ | + | 0             | -         |
| $p(x)$  | 0 | $\frac{1}{4}$ | 0         |

Suy ra  $0 < p(x) \leq \frac{1}{4}$  và  $\max_{(0; +\infty)} p(x) = \frac{1}{4}$ , đạt được khi  $x = 2$ . (\*\*)

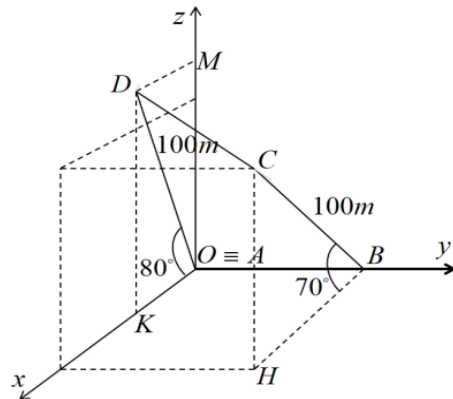
Từ (\*) và (\*\*) ta có:  $\min_{(0; +\infty)} h(x) = \frac{15}{4} \cdot (-3) \cdot \frac{1}{4} = -\frac{45}{16}$ , đạt được khi  $x = 2$ .

Do đó:  $m \leq -\frac{45}{16}$  mà  $m$  là số nguyên âm nên  $m \in \{-19; -18; \dots; -3\}$ .

Vậy có 17 giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 20.** Vào dịp kỷ niệm Quốc khánh 02/9/2024, thành phố X tổ chức bắn pháo hoa. Có 2 ống bắn pháo hoa A và B được đặt trong 2 mặt phẳng song song với nhau và cách nhau 2 m, ống bắn A đặt nghiêng so với mặt đất một góc  $80^\circ$  và ống bắn B nghiêng so với mặt đất một góc  $70^\circ$ . Hai

pháo  $A$  và  $B$  được bắn đồng thời và cùng đi được quãng đường  $100m$  thì nổ. Chọn hệ trục  $Oxyz$  như hình vẽ.



Khi nổ hai quả pháo cách nhau bao nhiêu  $m$ . (Làm tròn đến hàng phần chục)

**A.**  $17,55m$ .

**B.**  $17,54m$ .

**C.**  $15,55m$ .

**D.**  $15,54m$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có: } \sin DOK = \frac{DK}{DO} \Rightarrow DK = 100 \sin 80^\circ.$$

$$\cos DOK = \frac{OK}{DO} \Rightarrow OK = 100 \cos 80^\circ.$$

$$\Rightarrow D(100 \cos 80^\circ; 0; 100 \sin 80^\circ).$$

$$\text{Ta có: } \sin CBH = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH = 100 \sin 70^\circ$$

$$\cos CBH = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BH = 100 \cos 70^\circ.$$

$$\Rightarrow C(100 \cos 70^\circ; 2; 100 \sin 70^\circ).$$

$$\text{Ta có: } DC = \sqrt{(100 \cos 70^\circ - 100 \cos 80^\circ)^2 + 2^2 + (100 \sin 70^\circ - 100 \sin 80^\circ)^2} \approx 17,55m.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x) = \log_2 \left( \frac{\sqrt{2x^2 + mx + 1}}{x + 2} \right)$ .

a) Khi  $m = 0$  thì đạo hàm của  $y = f(x)$  trên  $(-2; +\infty)$  là  $y' = \frac{2x}{(2x^2 + 1) \ln 2} - \frac{1}{(x + 2) \ln 2}$ .

b) Khi  $m = -1$  thì phương trình  $f(x) = 1$  có hai nghiệm phân biệt.

c) Khi  $0 < m < 2\sqrt{2}$  thì tập xác định của hàm số  $y = f(2 - x^2)$  là  $D = (-2; 2)$ .

d) Tập các giá trị của  $m$  để phương trình  $f(x) + \sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 2$  có hai nghiệm phân biệt là  $\left(-\infty; \frac{9}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng.**

$$\text{a) Khi } m = 0 \text{ thì ta có } y = f(x) = \log_2 \left( \frac{\sqrt{2x^2 + mx + 1}}{x + 2} \right) = \frac{1}{2} \log_2 (2x^2 + 1) - \log_2 (x + 2).$$

$$\text{Do đó, } f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4x}{(2x^2 + 1) \ln 2} - \frac{1}{(x + 2) \ln 2} = \frac{2x}{(2x^2 + 1) \ln 2} - \frac{1}{(x + 2) \ln 2}.$$

**Chọn ĐÚNG.**

b) Khi  $m = -1$  thì phương trình  $f(x) = 1$  trở thành  $\log_2 \left( \frac{\sqrt{2x^2 - x + 1}}{x + 2} \right) = 1$ .

Khi đó  $\sqrt{2x^2 - x + 1} = 2 \cdot (x + 2)$ , ( $x > -2$ ) hay  $2x^2 + 17x + 15 = 0$ , ( $x > -2$ ). Suy ra  $x = -1$ .

**Chọn SAI.**

c) Khi  $0 < m < 2\sqrt{2}$  thì  $2x^2 + mx + 1$  có  $\Delta = m^2 - 8 < 0$  nên  $2x^2 + mx + 1 > 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Do đó, hàm số  $y = f(2 - x^2)$  xác định khi  $2 - x^2 + 2 > 0$  hay  $4 - x^2 > 0$ . Suy ra  $-2 < x < 2$ .

**Chọn ĐÚNG.**

d) Điều kiện:  $\begin{cases} 2x^2 + mx + 1 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases}$ . Ta có  $\log_2 \left( \frac{\sqrt{2x^2 + mx + 1}}{x + 2} \right) + \sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 2$

nên  $\log_2 \sqrt{2x^2 + mx + 1} + \sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 2 + \log_2 (x + 2)$

Xét hàm số  $f(t) = \log_2 t + t$  trên khoảng  $(0; +\infty)$ ,

có  $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty) \Rightarrow$  hàm số  $f(t)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$

Mà  $f(\sqrt{2x^2 + mx + 1}) = f(x + 2) \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x^2 + (m - 4)x - 3 = 0 \end{cases}$

Do  $h(x) = x^2 + (m - 4)x - 3$  là tam thức bậc hai nên có bảng biến thiên

|         |           |                               |           |
|---------|-----------|-------------------------------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | $\frac{4-m}{2}$               | $+\infty$ |
| $h'(x)$ |           | $0$                           |           |
|         |           | $-$                           | $+$       |
| $h(x)$  | $+\infty$ |                               | $+\infty$ |
|         |           | $h\left(\frac{4-m}{2}\right)$ |           |

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình  $h(x) = x^2 + (m - 4)x - 3 = 0$  có hai nghiệm phân biệt lớn hơn  $-2$ .

Suy ra:  $\begin{cases} -2 < \frac{4-m}{2} \\ h\left(\frac{4-m}{2}\right) < 0 < 9 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 8 \\ m < \frac{9}{2} \\ \left(\frac{4-m}{2}\right)^2 - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{9}{2}.$

Vậy  $m \in \left(-\infty; \frac{9}{2}\right)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán..

**Chọn ĐÚNG.**

**Câu 2:** Cho lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = \sqrt{6}$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ,  $A'C = 3$  và mặt phẳng  $(AA'C'C)$  vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng  $(AA'C'C)$ ,  $(AA'B'B)$  tạo với nhau góc  $\alpha$  có  $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AA'$  và  $K$  là hình chiếu của  $B$  trên  $AC$ .

a) số  $[B, AA', D] = \widehat{BAD}$

b)  $BK \perp AA'$

c)  $CM = 2\sqrt{2}$

d) Thể tích của khối lăng trụ  $ABCD.A'B'C'D'$  là 8

A.  $V = 12$ .

B.  $V = 6$ .

C.  $V = 8$ .

D.  $V = 10$ .

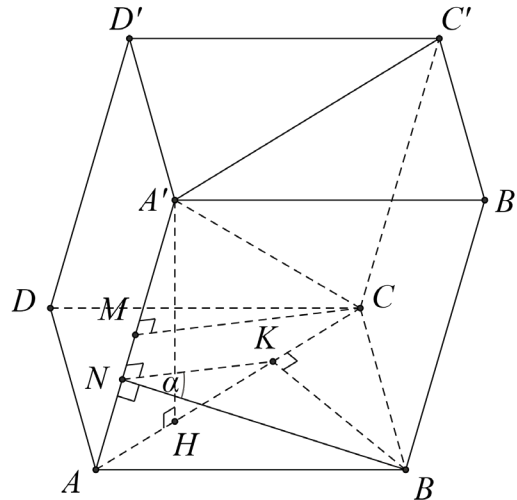
Lời giải

**Sai – đúng – đúng – đúng**

a)  $\text{sđ}[B, AA', D] = \text{sđ}\widehat{BAD}$  **Mệnh đề sai**

b) Kẻ  $A'H$  vuông góc với  $AC$  tại  $H$ ,  $KN$  vuông góc với  $AA'$  tại  $N$ .

Do  $(AA'C'C) \perp (ABCD)$  suy ra  $A'H \perp (ABCD)$  và  $BK \perp (AA'C'C) \Rightarrow BK \perp AA'$  **Mệnh đề đúng**



c)  $\Rightarrow AA' \perp (BKN) \Rightarrow AA' \perp NB$  suy ra  $\left( (AA'C'C), (AA'B'B) \right) = \widehat{KNB} = \alpha$ .

Ta có:  $ABCD$  là hình chữ nhật với  $AB = \sqrt{6}$ ,  $AD = \sqrt{3}$  suy ra  $BD = 3 = AC$

Suy ra  $\triangle ACA'$  cân tại  $C$ . Suy ra  $CM \perp AA' \Rightarrow KN \parallel CM \Rightarrow \frac{AK}{AC} = \frac{AN}{AM} = \frac{NK}{MC}$ .

Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $B$  có  $BK$  là đường cao suy ra  $BK = \frac{BA \cdot BC}{AC} = \sqrt{2}$  và

$$AB^2 = AK \cdot AC \Rightarrow AK = \frac{AB^2}{AC} = 2$$

Xét  $\triangle NKB$  vuông tại  $K$  có  $\tan \alpha = \tan \widehat{KNB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{KB}{KN} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow KN = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ .

Xét  $\triangle ANK$  vuông tại  $N$  có  $KN = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ ,  $AK = 2$  suy ra  $AN = \frac{2}{3}$ .

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{\frac{2}{3}}{AM} = \frac{\frac{4\sqrt{2}}{3}}{MC} \Rightarrow \begin{cases} AM = 1 \Rightarrow AA' = 2 \\ CM = 2\sqrt{2} \end{cases} \quad \text{Mệnh đề đúng}$$

$$\text{d) Ta lại có: } A'H \cdot AC = CM \cdot AA' \Rightarrow A'H = \frac{CM \cdot AA'}{AC} = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

Suy ra thể tích khối lăng trụ cần tìm là:  $V = A'H \cdot AB \cdot AD = \frac{4\sqrt{2}}{3} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = 8$ . **Mệnh đề đúng**

**Câu 3.** Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ  $40^\circ$  bắc trong ngày thứ  $t$  của một năm không nhuận được cho bởi hàm số:  $d(t) = 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12$ ,  $t \in \mathbb{Z}$  và  $0 < t \leq 365$ . Vào ngày nào trong năm thì thành phố X có nhiều giờ ánh sáng nhất?

a) Số giờ có ánh sáng trong ngày không vượt quá 15

b) Chu kỳ của hàm số :  $d(t) = 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12$  là 364

c) Trong tháng 1 có một ngày mà số giờ có ánh sáng là 9

d) Ngày có nhiều giờ ánh sáng nhất là ngày 21 tháng 6

**Lời giải**

**Đúng – đúng – sai – sai**

a) Ta có:  $d(t) = 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12 \leq 3 + 12 = 15$

**Mệnh đề đúng**

b) Chu kỳ của hàm số :  $d(t) = 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12$  là  $T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{182}} = 364$  **Mệnh đề đúng**

c) Trong tháng 1 có một ngày mà số giờ có ánh sáng là 9

$$d(t) = 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12 = 9 \Leftrightarrow \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t-80) \right] = -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow t = -11 + 364k. \text{ Vì trong tháng 1 nên } 1 < t < 31$$

$$1 < -11 + 364k < 31 \Leftrightarrow \frac{12}{364} < k < \frac{42}{364}. \text{ Vì } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \emptyset$$

**Mệnh đề sai**

d) Ta có :  $d(t) = 3 \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t-80) \right] + 12 \leq 3 + 12 = 15$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \sin \left[ \frac{\pi}{182}(t-80) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{182}(t-80) = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Leftrightarrow t = 171 + 364k.$$

$$\text{Mặt khác } t \in (0; 365] \text{ nên } 0 < 171 + 364k \leq 365 \Leftrightarrow -\frac{171}{364} < k \leq \frac{194}{364}.$$

Mà  $k \in \mathbb{Z}$  nên  $k = 0$ .

Vậy  $t = 171$ . Ngày thứ 171 là ngày 20 tháng 6

**Mệnh đề sai**

**Câu 4.** Cho hình hộp  $ABCD \cdot A'B'C'D'$ , biết điểm  $A(5; -2; 0), B(4; 5; -2), C(0; 3; 2), A'(9; 0; 5)$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AA'$ .

a) Tọa độ  $D(1; -4; 4)$ .

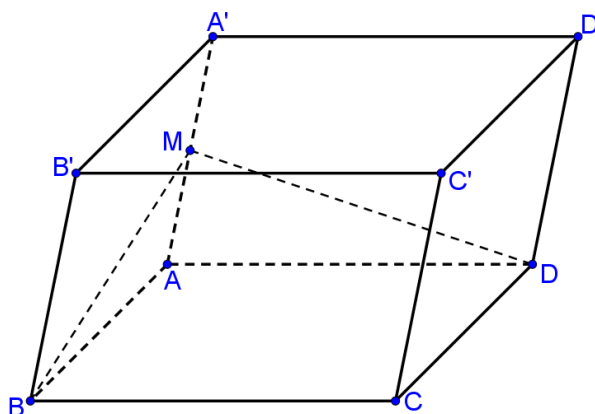
b) Giá trị  $\cos(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MD}) = \frac{3\sqrt{609}}{609}$ .

c)  $|\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{C'D'} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{29}$ .

d) Điểm  $K$  di chuyển trên trục  $Ox$ . Đặt  $Q = 2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| + 3|\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $Q$  bằng  $6\sqrt{37}$ .

**Lời giải**

**Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng.**



a) Gọi  $D(x; y; z)$ .

Ta có:  $ABCD$  là hình bình hành  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 7; -2) \\ \overrightarrow{DC} = (-x; 3-y; 2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x = -1 \\ 3-y = 7 \\ 2-z = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \\ z = 4 \end{cases} \Leftrightarrow D(1; -4; 4)$$

**Chọn ĐÚNG.**

b)  $M$  là trung điểm  $AA' \Rightarrow M\left(7; -1; \frac{5}{2}\right)$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MB} = \left(-3; 6; -\frac{9}{2}\right) \Rightarrow MB = \frac{3\sqrt{29}}{2}, \overrightarrow{MD} = \left(-6; -3; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow MD = \frac{3\sqrt{21}}{2}.$$

$$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = 18 - 18 - \frac{27}{4} = -\frac{27}{4}.$$

$$\text{Ta có: } \cos(\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MD}) = \frac{\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}}{|\overrightarrow{MB}| \cdot |\overrightarrow{MD}|} = \frac{-\frac{27}{4}}{\frac{3\sqrt{29}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{21}}{2}} = \frac{-3\sqrt{609}}{609}.$$

**Chọn SAI.**

$$\text{c) Ta có: } |\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{C'D'} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CC'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}| = |\overrightarrow{CA'} + \overrightarrow{CA}| = 2|\overrightarrow{CM}|.$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{CM} = \left(7; -4; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow CM = \frac{3\sqrt{29}}{2}$$

$$\text{Vậy } |\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{C'D'} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{29}.$$

**Chọn ĐÚNG.**

$$\text{d) Ta có } Q = 2|\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| + 3|\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC}| = 2|3\overrightarrow{KG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| + 3|2\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}|$$

Với  $G(3; 2; 0)$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $I(2; 4; 0)$  là trung điểm  $BC$ .

$$\text{Ta có: } Q = 2|3\overrightarrow{KG}| + 3|2\overrightarrow{KI}| = 6(KG + KI)$$

Do  $G$  và  $I$  nằm cùng phía so với  $Ox$  nên gọi  $G'(3; -2; 0)$  là điểm đối xứng của  $G$  qua  $Ox$ .

$$\text{Khi đó } Q = 2|3\overrightarrow{KG}| + 3|2\overrightarrow{KI}| = 6(KG + KI) = 6(KG' + KI) \geq 6G'I = 6\sqrt{37}.$$

Đẳng thức xảy ra khi  $K$  là giao điểm của  $G'I$  và  $Ox$ .

**Chọn ĐÚNG.**

**Câu 5:** Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình ở khu vực  $A$  tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

|                               |       |       |        |         |         |
|-------------------------------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Lượng nước tiêu thụ ( $m^3$ ) | [3;6) | [6;9) | [9;12) | [12;15) | [15;18) |
| Số hộ gia đình                | 24    | 57    | 42     | 29      | 8       |

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho xấp xỉ bằng 5,94.

c) Một của mẫu số liệu là  $M_o = 8,0625$ .

d) Mức sử dụng nước của các hộ gia đình ở khu  $A$  đồng đều hơn các hộ gia đình ở khu  $B$ . Biết rằng người ta tính được độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê lượng nước các hộ gia đình ở khu  $B$  sử dụng xấp xỉ bằng 2,75.

**Lời giải**

**Chọn a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai.**

a) Đúng.

|                               |       |       |        |         |         |
|-------------------------------|-------|-------|--------|---------|---------|
| Giá trị đại diện              | 4,5   | 7,5   | 10,5   | 13,5    | 16,5    |
| Lượng nước tiêu thụ ( $m^3$ ) | [3;6) | [6;9) | [9;12) | [12;15) | [15;18) |

|                |    |    |    |    |   |
|----------------|----|----|----|----|---|
| Số hộ gia đình | 24 | 57 | 42 | 29 | 8 |
|----------------|----|----|----|----|---|

Cỡ mẫu là  $n = 24 + 57 + 42 + 29 + 8 = 160$

Số trung bình của mẫu số liệu là  $\bar{x} = \frac{4,5 \cdot 24 + 7,5 \cdot 57 + 10,5 \cdot 42 + 13,5 \cdot 29 + 16,5 \cdot 8}{160} = 9,375$ .

**Chọn ĐÚNG.**

b) Gọi  $x_1, \dots, x_{160}$  là lượng nước tiêu thụ của 160 hộ gia đình trên và giả sử rằng dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là  $\frac{x_{40} + x_{41}}{2}$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm  $[6;9)$  và ta

$$\text{có: } Q_1 = 6 + \left( \frac{\frac{160}{4} - 24}{57} \right) \cdot 3 = \frac{130}{19}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là  $\frac{x_{120} + x_{121}}{2}$  nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm  $[9;12)$  và ta có:

$$Q_3 = 9 + \left[ \frac{\frac{160 \cdot 3}{4} - (24 + 57)}{42} \right] \cdot 3 = \frac{165}{14}.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{165}{14} - \frac{130}{19} \approx 4,94$ .

**Chọn SAI.**

c) Ta thấy  $[6;9)$  là nhóm chứa tần số lớn nhất nên

Mốt của mẫu số liệu là:  $M_o = 6 + \frac{57 - 24}{(57 - 24) + (57 - 42)} \cdot 3 = 8,0625$ .

**Chọn ĐÚNG.**

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của khu A là:

$$s_A^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n} \approx 10,771875$$

$\Rightarrow$  Độ lệch chuẩn là:  $s_A = 3,282$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của khu A là:  $s_A = 3,282$ .

Vậy mức sử dụng nước của các hộ gia đình ở khu B đồng đều hơn các hộ gia đình ở khu A. **Chọn SAI.**

**Câu 6:** Một máy bay quân sự có 3 bộ phận A, B, C có tầm quan trọng khác nhau. Máy bay sẽ rơi khi có hoặc 1 viên đạn trúng vào A, hoặc 2 viên trúng vào B, hoặc 3 viên trúng vào C. Giả sử các bộ phận A, B, C lần lượt chiếm 15%, 30% và 55% diện tích máy bay. Tính xác suất để máy bay rơi nếu:

a) Xác suất máy bay không rơi khi máy bay bị trúng 1 viên đạn là 0,45

b) Khi máy bay trúng 2 viên đạn thì xác suất để 1 viên trúng B và 1 viên trúng C là 0,85

c) Xác suất để máy bay rơi khi máy bay bị trúng 2 viên đạn là 0,3675

d) Xác suất để máy bay rơi khi máy bay bị trúng 3 viên đạn là 0,72775

**\* Lời giải**

**Sai – sai – đúng – đúng**

a) Khi trúng 1 viên đạn để máy bay không rơi thì không được trúng A

$\Rightarrow$  Phải trúng B hoặc C  $\Rightarrow$  Xác suất là  $P = 30\% + 55\% = 0,85$ . **Mệnh đề sai**

b) Xác suất 1 viên trúng B và 1 viên trúng C là:  $P = 30\% \cdot 55\% = 0,165$  **Mệnh đề sai**

a) Gọi A là biến cố: “Có ít nhất 1 viên đạn trúng A”

B là biến cố: “Cả 2 viên trúng B”

$\Rightarrow$  A, B xung khắc

$\Rightarrow \bar{A}$  là biến cố: “Không có viên nào trúng A”

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = (1 - 0,15)^2 = 0,85^2 \quad \Rightarrow P(A) = 1 - 0,85^2$$

$$P(B) = 0,3^2$$

Vậy xác suất máy bay rơi khi trúng hai viên đạn là:

$$P = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 1 - 0,85^2 + (0,3)^2 = 0,3675 \quad \text{Mệnh đề đúng}$$

b) Khi máy bay trúng 3 viên đạn. Ta trường hợp máy bay không rơi:

Máy bay không rơi nếu 1 trúng vào B và 2 viên trúng vào C.

Tương tự câu a, thì máy bay không rơi khi trúng 3 viên đạn là:  $P = C_3^2 \cdot (0,55)^2 \cdot (0,3)$

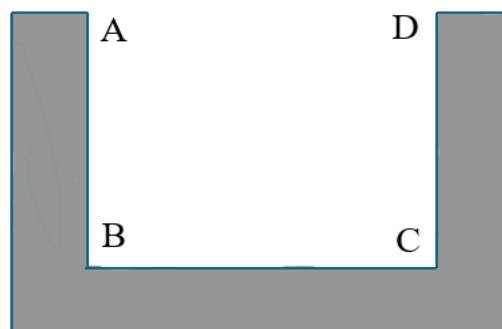
Vậy xác suất để máy bay rơi khi trúng ba viên đạn là:

$$P(\text{máy bay rơi}) = 1 - C_3^2 (0,55)^2 (0,3) = 0,72775.$$

**Mệnh đề đúng**

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật  $ABCD$ . Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt  $ABCD$  là  $0,48 m^2$ . Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài  $T = AB + BC + CD$  là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (biết chiều rộng phải dưới 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



**Lời giải**

**Đáp số: 0,98**

Đặt  $BC = x(m)$ ,  $0 < x < 1$ . Theo đề bài, ta có  $AB \cdot BC = 0,48 \Rightarrow AB = \frac{0,48}{BC} = \frac{0,48}{x}$ .

$$T = f(x) = AB + BC + CD = x + 2 \cdot AB = x + \frac{0,96}{x}.$$

$$f'(x) = 1 - \frac{0,96}{x^2}. \text{ Khi đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 0,96 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{5} \approx 0,98(m).$$

| $x$     | 0           | $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ | 1               |
|---------|-------------|-----------------------|-----------------|
| $f'(x)$ | $\parallel$ | -                     | 0               |
| $f(x)$  | $+\infty$   | $\frac{4\sqrt{6}}{5}$ | $\frac{49}{25}$ |

Vậy chiều rộng đáy mương  $BC = 0,98(m)$  thỏa ycbt.

**Câu 2:** Trong khoảng  $(-10; 20)$  có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $4x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}]$  có đúng 2 nghiệm phân biệt.

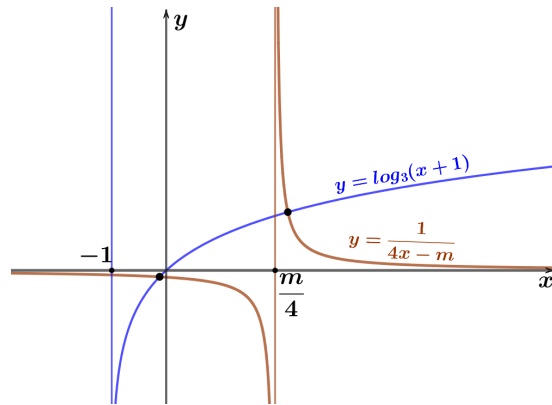
**Lời giải**

**Đáp số: 23**

Với điều kiện:  $x > -1$  thì phương trình ban đầu  $\Leftrightarrow 4x \log_3(x+1) = 1 + m \log_3(x+1)$

$$\Leftrightarrow \log_3(x+1) = \frac{1}{4x-m}$$

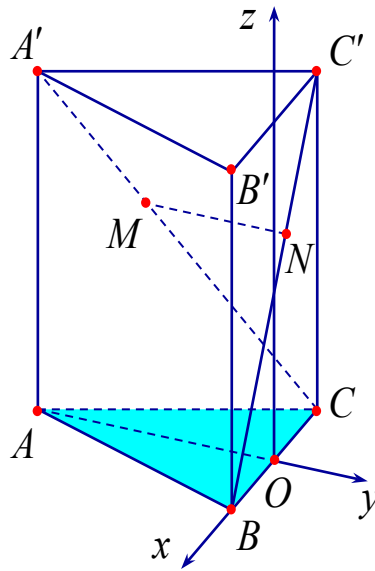
Để phương trình có đúng 2 nghiệm phân biệt thì đồ thị hai hàm số  $\begin{cases} y = \log_3(x+1) \\ y = \frac{1}{4x-m} \end{cases}$  có 2 giao điểm.



Từ đồ thị, điều kiện có 2 giao điểm khi  $\frac{m}{4} > -1 \Leftrightarrow m > -4$  và  $m \in (-10; 20)$ ,  $m \in \mathbb{Z}$ .

$$\Rightarrow m = \{-3; -2; \dots; 19\}.$$

**Câu 3.** Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 300 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu  $MN$  bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh  $A'C'$ , điểm cuối thuộc cạnh  $BC'$ ) và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho  $MN$  ngắn nhất. Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (Làm tròn đến hàng đơn vị)



**Lời giải**

**Đáp số: 671**

Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ ( $O$  là trung điểm của  $BC$ ). Ta có:  
 $A'(0; -150\sqrt{3}; 300)$ ,  $B(150; 0; 0)$ ,  $C(-150; 0; 0)$ ,  $C'(-150; 0; 300)$ ,  $\overrightarrow{CA'} = (150; -150\sqrt{3}; 300)$ ,  
 $\overrightarrow{BC'} = (-300; 0; 300)$

Gọi  $m, n$  thỏa mãn  $\begin{cases} \overrightarrow{CM} = m\overrightarrow{CA'} \\ \overrightarrow{BN} = n\overrightarrow{BC'} \end{cases}$  ta có  $M(-150 + 150m; -150\sqrt{3}m; 300m)$ ,  
 $N(150 - 300n; 0; 300n)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-150m - 300n + 300; 150\sqrt{3}m; 300n - 300m).$$

$MN$  ngắn nhất  $\Leftrightarrow$  Đường thẳng  $MN$  là đường vuông góc chung của  $A'C$  và  $BC'$  nên:

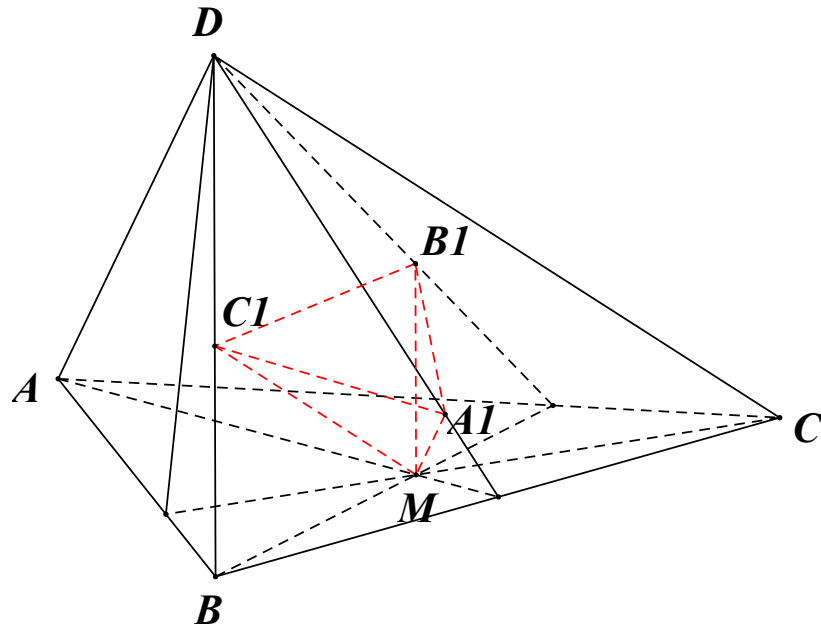
$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CA'} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m + n = -1 \\ -m + 4n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{5} \\ n = \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (60; 60\sqrt{3}; 60) \Rightarrow MN = 60\sqrt{5}$$

Số tiền xây cầu là:  $T = 60\sqrt{5} \cdot 5 \approx 671$  tỷ đồng.

**Câu 4:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $DA = DB = DC = 6$  và đôi một vuông góc với nhau. Điểm  $M$  thay đổi trong tam giác  $ABC$ . Các đường thẳng đi qua  $M$  song song  $DA, DB, DC$  theo thứ tự cắt các mặt phẳng  $(DBC), (DCA), (DAB)$  lần lượt tại  $A_1; B_1; C_1$ . Tìm thể tích lớn nhất của khối tứ diện  $MA_1B_1C_1$  khi  $M$  thay đổi (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

**Lời giải**

**Đáp số: 1,33**



Ta có  $\frac{V_{MBCD}}{V_{ABCD}} = \frac{d(M, (BCD))}{d(A, (BCD))} = \frac{MA_1}{AD} = \frac{MA_1}{6}$ . Tương tự  $\frac{V_{MADC}}{V_{ABCD}} = \frac{MB_1}{6}$ ;  $\frac{V_{MABD}}{V_{ABCD}} = \frac{MC_1}{6}$

Suy ra  $MA_1 + MB_1 + MC_1 = 6$ . Mặt khác  $MA_1; MB_1; MC_1$  đôi một vuông góc nên

$$V_{MA_1B_1C_1} = \frac{1}{6} MA_1 \cdot MB_1 \cdot MC_1 \leq \frac{1}{6} \left( \frac{MA_1 + MB_1 + MC_1}{3} \right)^3 = \frac{4}{3}$$

Dấu "=" xảy ra khi  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (x^2 + 9x)(x^2 - 9)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(|x^3 + 3x| + 2m - m^2)$  có không quá 6 điểm cực trị?

**Lời giải**

**Đáp số: 5**

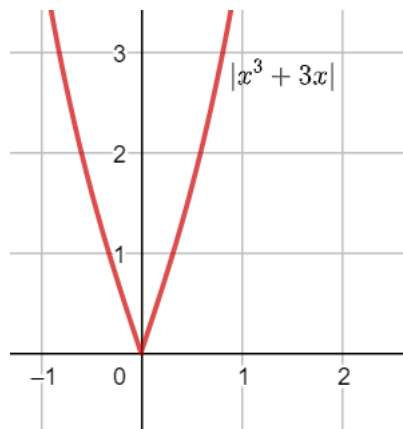
Ta có:  $g(x) = f(|x^3 + 3x| + 2m - m^2) \Rightarrow g'(x) = \frac{3x(x^2 + 3)(x^2 + 1)}{|x^3 + 3x|} \cdot f'(|x^3 + 3x| + 2m - m^2)$

Dễ thấy  $g'(x)$  không xác định tại  $x = 0$  và khi qua  $x = 0$  thì  $g'(x)$  đổi dấu nên  $x = 0$  là một điểm cực trị của hàm số  $g(x)$ .

Để  $g(x)$  có không quá 6 điểm cực trị thì phương trình  $f'(|x^3 + 3x| + 2m - m^2) = 0$  có thể có tối đa 5 nghiệm bội lẻ khác  $x = 0$ .

$$\text{Có: } f'(|x^3 + 3x| + 2m - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 3x| + 2m - m^2 = 0 \\ |x^3 + 3x| + 2m - m^2 = -9 \\ |x^3 + 3x| + 2m - m^2 = -3 \\ |x^3 + 3x| + 2m - m^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^3 + 3x| = m^2 - 2m \\ |x^3 + 3x| = m^2 - 2m - 9 \\ |x^3 + 3x| = m^2 - 2m - 3 \\ |x^3 + 3x| = m^2 - 2m + 3 \end{cases}$$

Dựa vào hình ảnh đồ thị hàm số  $|x^3 + 3x|$ :



Để  $g(x)$  có không quá 6 điểm cực trị thì:  $m^2 - 2m - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 3$

Vậy có 5 giá trị nguyên  $m$  thỏa mãn.

**Câu 6.** Gọi  $A$  là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập  $A$ . Gọi  $P$  là xác suất để chọn được một số chia hết cho 7 và chữ số hàng đơn vị bằng 1. Tính  $1000.P$  (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

**Lời giải**

**Chọn 14,3**

+ Gọi  $X$  là một số tự nhiên có năm chữ số chia hết cho 7 và chữ số tận cùng là 1.

+ Vì  $X$  chia hết cho 7 và chữ số tận cùng là 1 nên  $X = 7.\overline{Y3}$  với  $\overline{Y3}$  là số tự nhiên có chữ số tận cùng là 3.

+ Ta có:  $10000 \leq X \leq 99999 \Leftrightarrow 1429 \leq \overline{Y3} \leq 14285 \Leftrightarrow 1429 \leq 10Y + 3 \leq 14285$   
 $\Leftrightarrow 1426 \leq 10Y \leq 14282 \Leftrightarrow 142.6 \leq Y \leq 1428.2 \Leftrightarrow 143 \leq Y \leq 1428$ .

Suy ra  $n(A) = 1428 - 143 + 1 = 1286$ .

+ Vậy xác suất của biến cố  $A$  là  $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1286}{90000} = \frac{643}{45000}$ .

$\Rightarrow 1000.P = \frac{643}{45} \approx 14,3$

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 12  
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-12>