

LÊ BÁ BẢO

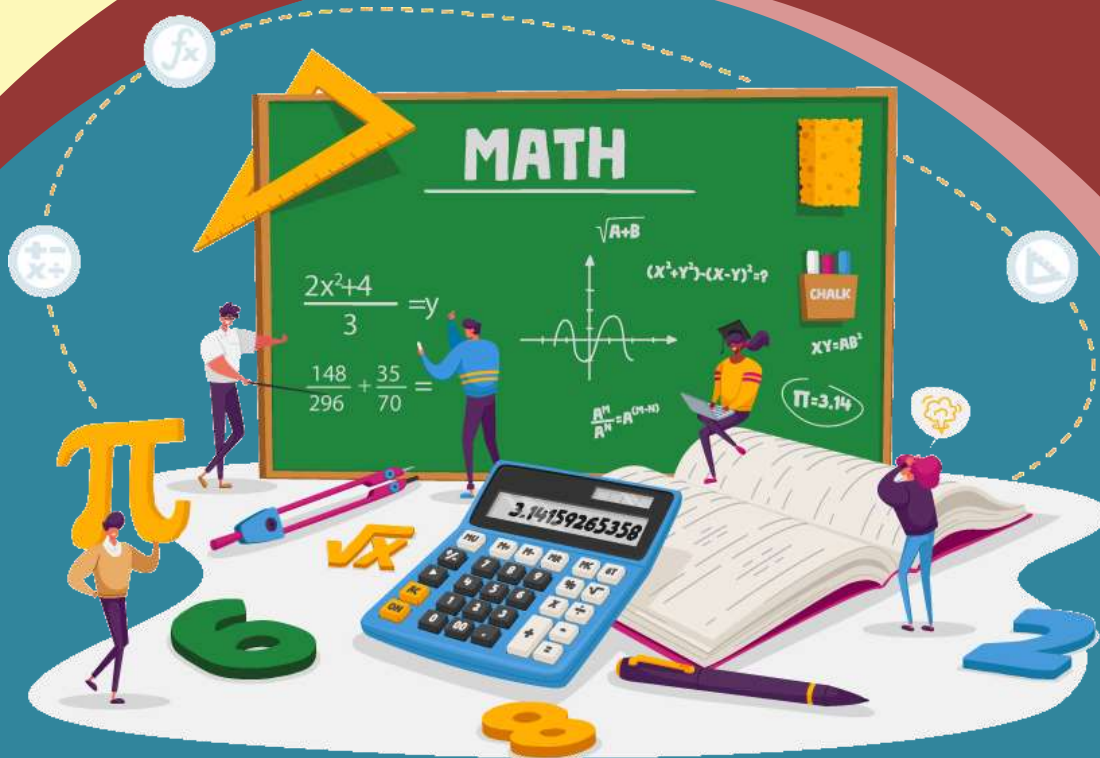
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT





ĐỀ ÔN TẬP SỐ 1_TrNg 2022

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

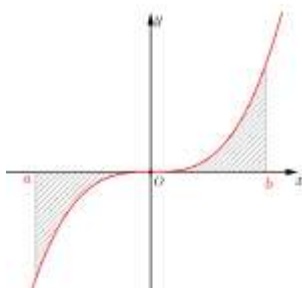
SĐT: 0935.785.115

Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm KM 10 HƯơng Trà, Huế.

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S_D = \int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx$.

B. $S_D = -\int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx$.

C. $S_D = \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx$.

D. $S_D = -\int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx$.

Câu 2: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x}dx$.

B. $S = \int_0^2 e^x dx$.

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$.

D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

Câu 3: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

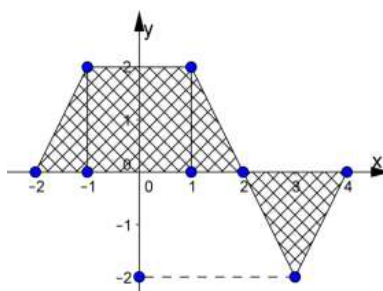
A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3|dx$.

B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3)dx$.

C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|)dx$.

D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3|dx$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục và có nguyên hàm trên $[-2; 4]$ đồng thời có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tính $I = \int_{-2}^4 f(x) dx$

- A. $I = 8$. B. $I = 4$. C. $I = 6$. D. $I = 2$.

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

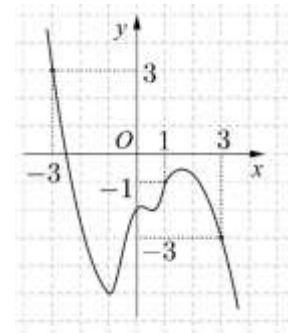
- A. $S = 8$. B. $S = 4$. C. $S = 12$. D. $S = 16$.

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^3$, $y = -\pi$, $x = 4$ và trục tung được tính bởi công thức nào dưới đây ?

- A. $S = \int_0^4 (2x^3 - \pi) dx$. B. $S = \pi \int_{-\pi}^4 |2x^3| dx$.
C. $S = \int_0^4 (2x^3 + \pi) dx$. D. $S = \int_{-\pi}^4 |2x^3| dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

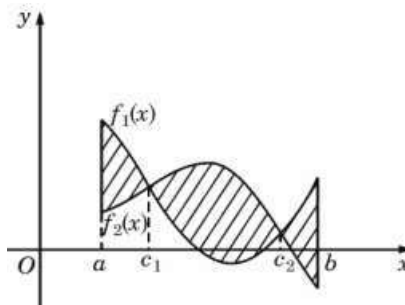
- A. $g(3) > g(-3) > g(1)$. B. $g(1) < g(3) < g(-3)$.
C. $g(1) < g(-3) < g(3)$. D. $g(-3) < g(3) < g(-1)$.



Câu 8: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2 - 4$, tiếp tuyến của (P) tại $M(2;0)$ và trục Oy là

- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = 2$. C. $S = \frac{8}{3}$. D. $S = \frac{7}{3}$.

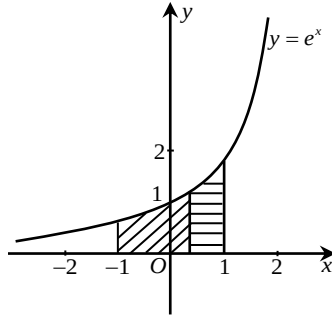
Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới).



Công thức tính diện tích của hình (H) là

- A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$. B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.
C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$. D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx$.

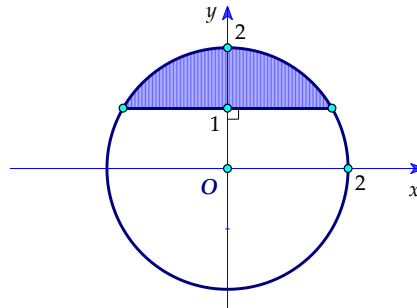
Câu 10: Cho hàm số $y = e^x$, gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $x = -1$; $x = k$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $x = k$; $x = 1$. (tham khảo hình vẽ).



Xác định k để $S_1 = S_2$.

- A. $k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2$. B. $k = 2\ln\left(e - \frac{1}{e}\right) - 1$. C. $k = 2\ln 2 - 1$. D. $k = \ln 2$.

Câu 11: Trong mặt phẳng cho đường tròn (C) (tham khảo hình vẽ dưới đây).



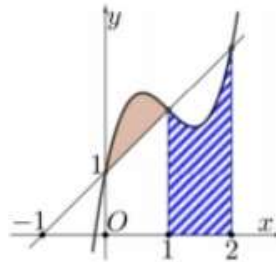
Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

- A. 2,01. B. 2,46. C. 1,81. D. 3,13.

Câu 12: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$. Kí hiệu S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3f(x)$, $y = 3g(x)$, $x = a$, $x = b$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) - 2$, $y = g(x) - 2$, $x = a$, $x = b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S_1 = 2S_2$. B. $S_1 = 3S_2$. C. $S_1 = 2S_2 - 2$. D. $S_1 = 2S_2 + 2$.

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đường thẳng $d: g(x) = mx + n$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Nếu diện tích phần tô bằng bằng $\frac{1}{2}$ thì diện tích phần gạch bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

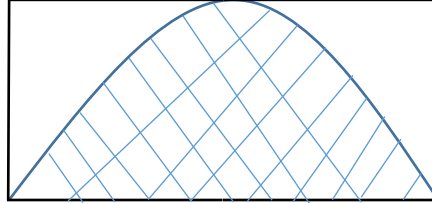
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-1) > 0 > f(0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx$ B. $S = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 |f(x)| dx$

$$C. S = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right|$$

$$D. S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$$

Câu 15: Một sân bóng hình chữ nhật với diện tích $200m^2$. Người ta muốn trồng cỏ trên sân bóng theo hình một parabol bậc hai sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một cạnh của sân bóng như hình vẽ bên. Biết chi phí trồng cỏ là 300 ngàn đồng cho mỗi mét vuông. Xác định chi phí trồng cỏ cần có cho sân bóng trên?



A. 30 triệu đồng. B. 60 triệu đồng. C. 50 triệu đồng. D. 40 triệu đồng.

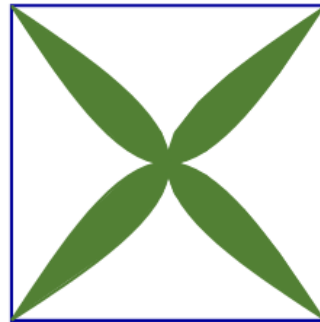
Câu 16: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - |x|$ và trục hoành là

A. 4. B. 0. C. 16. D. 8.

Câu 17: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y = x - 2$.

A. $S = 2$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = \frac{16}{3}$. D. $S = \frac{22}{3}$.

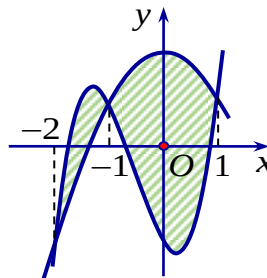
Câu 18: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

A. $800cm^2$. B. $\frac{800}{3}cm^2$. C. $\frac{400}{3}cm^2$. D. $250cm^2$.

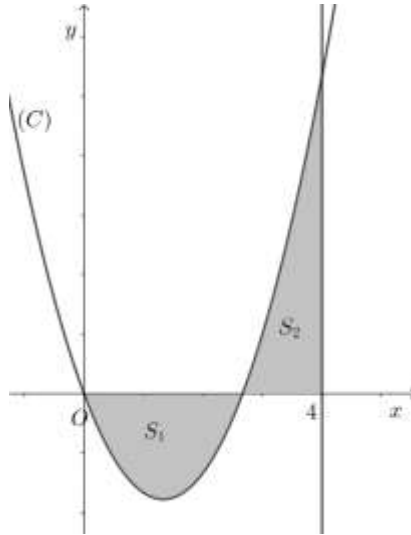
Câu 19: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; -1 ; 1 (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{6}$. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{37}{12}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = x^2 - mx$ ($0 < m < 4$) có đồ thị (C) . Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là



A. $m = 3$.

B. $m = \frac{10}{3}$.

C. $m = 2$.

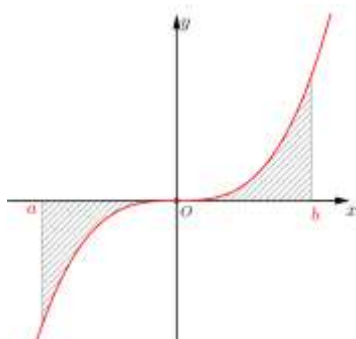
D. $m = \frac{8}{3}$.

HẾT

Huế, 11h00' Ngày 09 tháng 02 năm 2022

**ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ****Môn: Toán 12****Chủ đề: Ứng dụng tích phân****DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ dưới đây).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S_D = \int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx$.

B. $S_D = -\int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx$.

C. $S_D = \int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx$.

D. $S_D = -\int_a^0 f(x)dx - \int_0^b f(x)dx$.

Lời giải:

+ Nhìn đồ thị ta thấy:

- Đồ thị (C) cắt trục hoành tại $O(0;0)$
- Trên đoạn $[a;0]$, đồ thị (C) ở dưới trục hoành nên $|f(x)| = -f(x)$
- Trên đoạn $[0;b]$, đồ thị (C) ở trên trục hoành nên $|f(x)| = f(x)$

+ Do đó: $S_D = \int_a^b |f(x)|dx = \int_a^0 |f(x)|dx + \int_0^b |f(x)|dx = -\int_a^0 f(x)dx + \int_0^b f(x)dx$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 2: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x}dx$.

B. $S = \int_0^2 e^x dx$.

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$.

D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là $S = \int_0^2 e^x dx$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 3: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

B. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx$.

C. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx$.

D. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx$.

Lời giải:

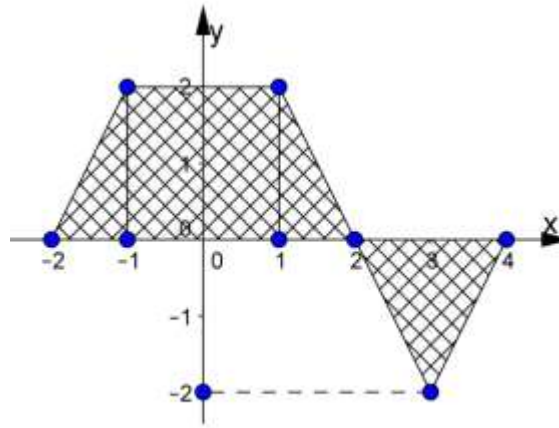
Ta có phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$ là:

$$x^2 + 3 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Diện tích của hình phẳng cần tìm là: $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục và có nguyên hàm trên $[-2; 4]$ đồng thời có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tính $I = \int_{-2}^4 f(x) dx$

A. $I = 8$.

B. $I = 4$.

C. $I = 6$.

D. $I = 2$.

Lời giải:

Ta có giá trị của tích phân $I = \int_{-2}^4 f(x) dx$ là hiệu của diện tích hình thang với diện tích tam giác.

Từ hình vẽ ta có hình thang cân, độ dài đáy lớn bằng 4, độ dài đáy bé bằng 2, chiều cao bằng 2. Diện tích hình thang là 6

Tam giác cân có cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng 2. Diện tích của tam giác là 2

Vậy $I = \int_{-2}^4 f(x) dx = 6 - 2 = 4$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

Diện tích cần tìm

$$S = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx = \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^3$, $y = -\pi$, $x = 4$ và trục tung được tính bởi công thức nào dưới đây ?

A. $S = \int_0^4 (2x^3 - \pi) dx.$

B. $S = \pi \int_{-\pi}^4 |2x^3| dx.$

C. $S = \int_0^4 (2x^3 + \pi) dx.$

D. $S = \int_{-\pi}^4 |2x^3| dx.$

Lời giải:

Diện tích S của hình phẳng được tính bởi công thức: $S = \int_0^4 |2x^3 + \pi| dx = \int_0^4 (2x^3 + \pi) dx.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

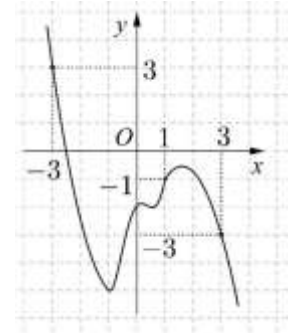
Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $g(3) > g(-3) > g(1).$

B. $g(1) < g(3) < g(-3).$

C. $g(1) < g(-3) < g(3).$

D. $g(-3) < g(3) < g(-1).$

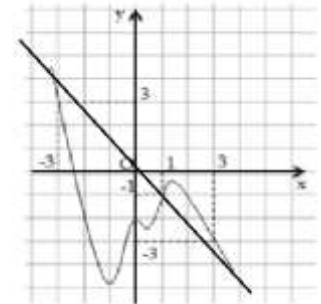


Lời giải:

Ta có $g'(x) = 2f'(x) + 2x \Rightarrow g'(x) = 0 \Rightarrow x \in \{-3; 1; 3\}.$

Từ đồ thị của $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên. (Chú ý là hàm $g(x)$ và $g'(x)$)

x	$-\infty$	-3	1	3	$+\infty$				
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$									



Suy ra $g(3) > g(1)$. Kết hợp với đồ thị ta có: $\int_{-3}^1 (-g'(x)) dx > \int_1^3 g'(x) dx$

$$\Leftrightarrow \int_1^{-3} g'(x) dx > \int_1^3 g'(x) dx \Leftrightarrow g(-3) - g(1) > g(3) - g(1) \Leftrightarrow g(-3) > g(3).$$

Vậy ta có $g(-3) > g(3) > g(1).$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 8: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2 - 4$, tiếp tuyến của (P) tại $M(2; 0)$ và trục Oy là

A. $S = \frac{4}{3}.$

B. $S = 2.$

C. $S = \frac{8}{3}.$

D. $S = \frac{7}{3}.$

Lời giải:

Ta có: $y' = 2x$; $y'(2) = 4$.

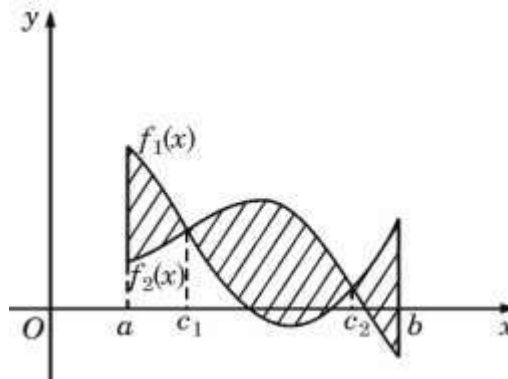
Phương trình tiếp tuyến của (P) tại $M(2;0)$: $y = 4(x-2) = 4x-8$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^2 |x^2 - 4 - (4x-8)| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 4x + 4) dx \right|$

$$= \left| \frac{(x-2)^3}{3} \right|_0^2 = \frac{8}{3}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 9: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới).



Công thức tính diện tích của hình (H) là

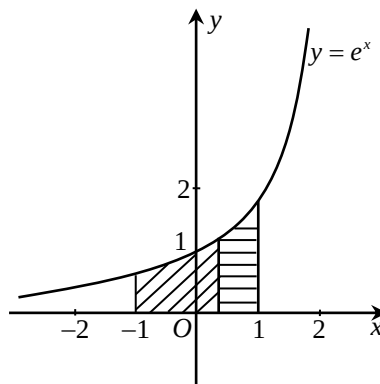
A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx.$

C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx.$

D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx.$

Câu 10: Cho hàm số $y = e^x$, gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $x = -1$; $x = k$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $x = k$; $x = 1$. (tham khảo hình vẽ).



Xác định k để $S_1 = S_2$.

A. $k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2.$

B. $k = 2 \ln\left(e - \frac{1}{e}\right) - 1.$

C. $k = 2 \ln 2 - 1.$

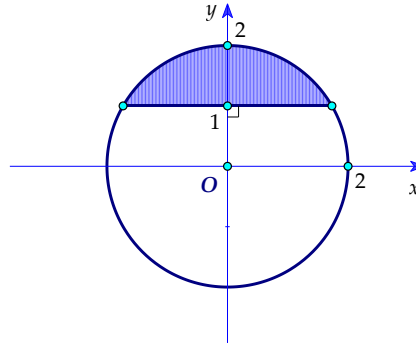
D. $k = \ln 2.$

Lời giải:

Ta có $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \int_{-1}^k e^x dx = \int_k^1 e^x dx \Leftrightarrow e^k - \frac{1}{e} = e - e^k \Leftrightarrow k = \ln\left(e + \frac{1}{e}\right) - \ln 2.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 11: Trong mặt phẳng cho đường tròn (C) (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

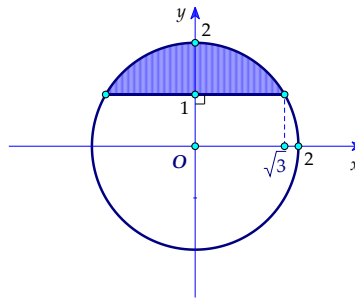
A. 2,01.

B. 2,46.

C. 1,81.

D. 3,13.

Lời giải:



Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{4 - x^2} \\ y = -\sqrt{4 - x^2} \end{cases}$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$.

Diện tích cần tính là $S = 2 \int_0^{\sqrt{3}} (\sqrt{4 - x^2} - 1) dx \approx 2,46$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 12: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$. Kí hiệu S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3f(x)$, $y = 3g(x)$, $x = a$, $x = b$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) - 2$, $y = g(x) - 2$, $x = a$, $x = b$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_1 = 2S_2$.

B. $S_1 = 3S_2$.

C. $S_1 = 2S_2 - 2$.

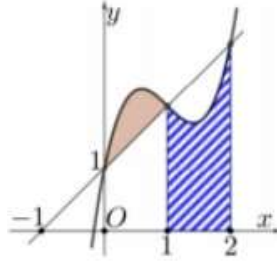
D. $S_1 = 2S_2 + 2$.

Lời giải:

Ta có $S_1 = \int_a^b |3f(x) - 3g(x)| dx = 3 \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = 3 \int_a^b |(f(x) - 2) - (g(x) - 2)| dx = 3S_2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 13: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đường thẳng $d: g(x) = mx + n$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Nếu diện tích phần tô bằng bằng $\frac{1}{2}$ thì diện tích phần gạch bằng

- A. $\frac{5}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Cách 1:

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow$ đường thẳng $d : g(x) = x + 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của của hai đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ là

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = x + 1 \Leftrightarrow ax^3 + bx^2 + (c-1)x + d-1 = 0 \quad (1)$$

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ cắt nhau tại ba điểm $x = 0, x = 1, x = 2$.

$$(1) \Rightarrow ax(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow a(x^3 - 3x^2 + 2x) = 0.$$

$$\text{Diện tích phần tô màu: } \int_0^1 a(x^3 - 3x^2 + 2x) dx = \frac{1}{4}a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 2.$$

Diện tích phần không tô màu giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ và hai đường thẳng

$$x = 1, x = 2 \text{ là } S_1 = \int_1^2 -2(x^3 - 3x^2 + 2x) dx = \frac{1}{2}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = x + 1$, Ox , $x = 1, x = 2$ là $S_2 = \frac{5}{2}$.

$$\text{Diện tích phần gạch chéo là } S = S_2 - S_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2.$$

Cách 2:

Diện tích phần không tô màu giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, $g(x)$ và hai đường thẳng

$x = 1, x = 2$ là S_1 .

$$\text{Diện tích phần tô màu là } S_2 = \frac{1}{2}. \text{ Dựa vào đồ thị ta thấy } S_1 = S_2 = \frac{1}{2}.$$

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow$ đường thẳng $d : g(x) = x + 1$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = x + 1$, Ox , $x = 1, x = 2$ là $S_3 = \frac{5}{2}$.

$$\text{Diện tích phần gạch chéo là } S = S_3 - S_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = 2.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-1) > 0 > f(0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx$ B. $S = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 |f(x)| dx$

$$C. S = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right|$$

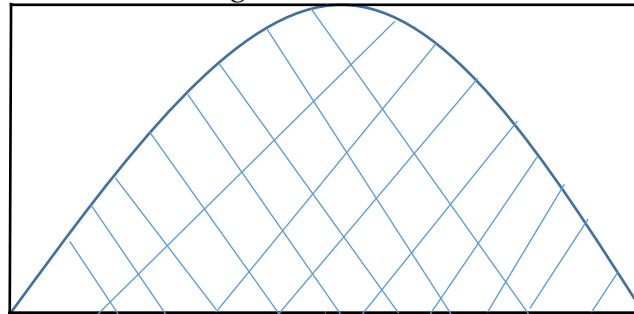
$$D. S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$$

Lời giải:

Từ giả thiết ta có diện tích hình phẳng cần tìm được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 1$, nên: $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 15: Một sân bóng hình chữ nhật với diện tích $200m^2$. Người ta muốn trồng cỏ trên sân bóng theo hình một parabol bậc hai sao cho đỉnh của parabol trùng với trung điểm một cạnh của sân bóng như hình vẽ bên. Biết chi phí trồng cỏ là 300 ngàn đồng cho mỗi mét vuông. Xác định chi phí trồng cỏ cần có cho sân bóng trên?



A. 30 triệu đồng.

B. 60 triệu đồng.

C. 50 triệu đồng.

D. 40 triệu đồng.

Lời giải:

Gọi chiều dài của hình chữ nhật là m , chiều rộng là n ($m > n > 0$).

Ta có diện tích hình chữ nhật là $S = mn = 200 (m^2)$.

Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc Oxy sao cho đỉnh của parabol là $I(0;n)$. Parabol đi qua

2 điểm $A\left(\frac{-m}{2};0\right)$ và $B\left(\frac{m}{2};0\right)$.

Do đó parabol có dạng $y = \frac{-4n}{m^2}x^2 + n$.

Vậy phần diện tích trồng cỏ là $S = 2 \int_0^{\frac{m}{2}} \left(\frac{-4n}{m^2}x^2 + n \right) dx = \frac{2mn}{3}$.

Vậy số tiền trồng cỏ cần là: $\frac{2mn}{3} \cdot 300000 = \frac{2 \cdot 200}{3} \cdot 300000 = 40000000$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 16: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 4 - |x|$ và trục hoành là

A. 4.

B. 0.

C. 16.

D. 8.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $4 - |x| = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng là.

$$S = \int_{-4}^4 |4 - |x|| dx = \int_{-4}^0 (4 + x) dx + \int_0^4 (4 - x) dx = \left| \int_{-4}^0 (4 + x) dx \right| + \left| \int_0^4 (4 - x) dx \right| = 16.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 17: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y = x - 2$.

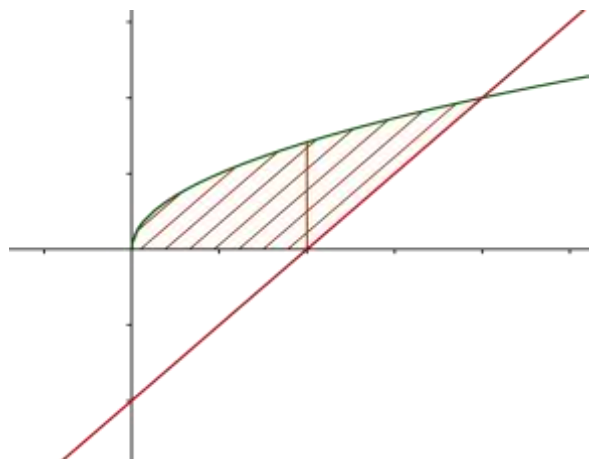
A. $S = 2$.

B. $S = \frac{10}{3}$.

C. $S = \frac{16}{3}$.

D. $S = \frac{22}{3}$.

Lời giải:



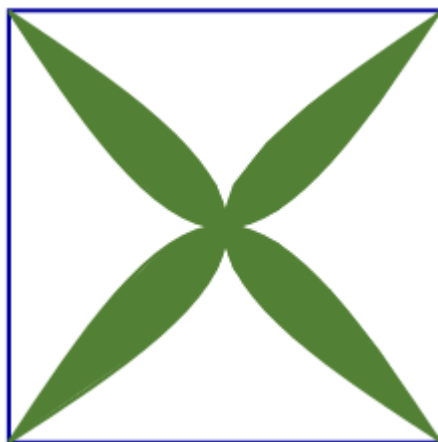
Hoành độ giao điểm $\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow x = 4 (x \geq 0)$.

$$\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0; \quad x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

$$\text{Diện tích } S = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \int_0^2 \sqrt{x} dx + \int_2^4 (\sqrt{x} - x + 2) dx = \frac{10}{3}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 18: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ).



Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

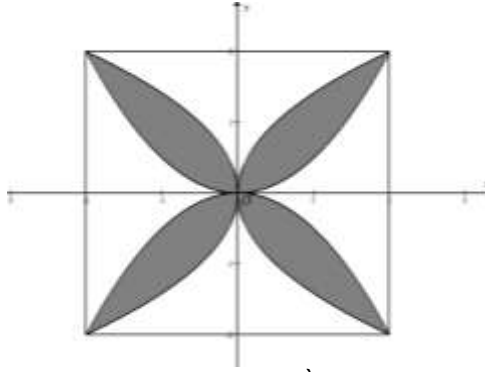
A. 800 cm^2 .

B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$.

C. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

D. 250 cm^2 .

Lời giải:



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ (1 đơn vị trên trục bằng $10\text{cm} = 1\text{dm}$), các cánh hoa tạo bởi các đường parabol có phương trình $y = \frac{x^2}{2}$, $y = -\frac{x^2}{2}$, $x = -\frac{y^2}{2}$, $x = \frac{y^2}{2}$.

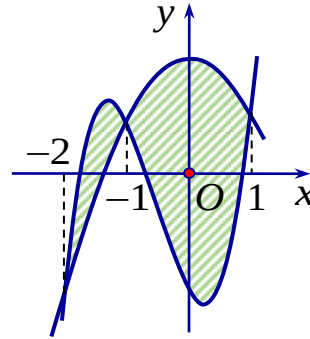
Diện tích một cánh hoa (nằm trong góc phần tư thứ nhất) bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{2}$, $y = \sqrt{2x}$ và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$.

Do đó diện tích một cánh hoa bằng

$$\int_0^2 \left(\sqrt{2x} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{(2x)^3} - \frac{x^3}{6} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2) = \frac{4}{3} (\text{dm}^2) = \frac{400}{3} (\text{cm}^2).$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 19: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; -1 ; 1 (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{6}$.

B. $\frac{13}{2}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{37}{12}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là

$$ax^3 + bx^2 + cx - 2 = dx^2 + ex + 2 \Leftrightarrow a^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = 0. \quad (*)$$

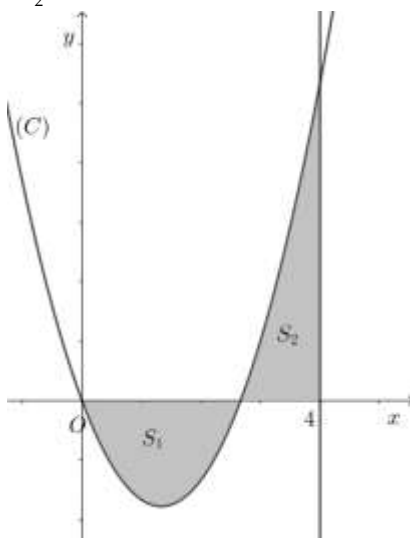
Do đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ba điểm suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm $x = -2$; $x = -1$; $x = 1$. Ta được

$$ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = k(x+2)(x+1)(x-1). \text{ Khi đó } -4 = -2k \Rightarrow k = 2.$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là $\int_{-2}^1 |2(x+2)(x+1)(x-1)| dx = \frac{37}{6}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 20: Cho hàm số $y = x^2 - mx$ ($0 < m < 4$) có đồ thị (C) . Gọi $S_1 + S_2$ là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 4$ (phần tô đậm trong hình vẽ bên dưới). Giá trị của m sao cho $S_1 = S_2$ là



A. $m = 3$.

B. $m = \frac{10}{3}$.

C. $m = 2$.

D. $m = \frac{8}{3}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục Ox là: $x^2 - mx = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = m (0 < m < 4) \end{cases}$

$$S_1 = \int_0^m |x^2 - mx| dx = \int_0^m (mx - x^2) dx = \left(m \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^m = \frac{m^3}{6}.$$

$$S_2 = \int_m^4 |x^2 - mx| dx = \int_m^4 (x^2 - mx) dx = \left(\frac{x^3}{3} - m \frac{x^2}{2} \right) \Big|_m^4 = \frac{64}{3} - 8m + \frac{m^3}{6}.$$

Ta có: $S_1 = S_2 \Leftrightarrow 8m - \frac{64}{3} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

HẾT

Huế, 11h00' Ngày 09 tháng 02 năm 2022



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 2_TrNg 2022

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

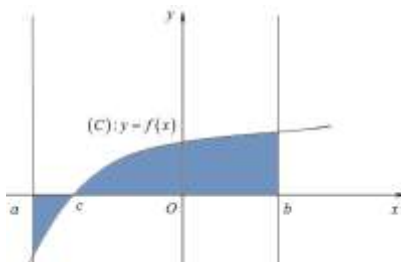
Trường THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm KM 10 Hường Trà, Huế.

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây) tính theo công thức:



A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = -3$, $x = 1$, $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây ?

A. $S = \pi \int_1^2 (-x^2 + 2x + 3)^2 dx$.

B. $S = \int_1^2 (-x^2 + 2x - 3) dx$.

C. $S = \int_1^2 (-x^2 + 2x + 3) dx$.

D. $S = \int_1^2 (x^2 - 2x - 3) dx$.

Câu 3: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ bằng

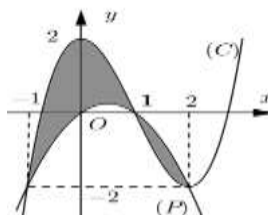
A. 5. B. 3. C. 4. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ là

$S = \sqrt{a} - b$. Khi đó $a + b$ bằng:

A. 4. B. 5. C. 6. D. 3.

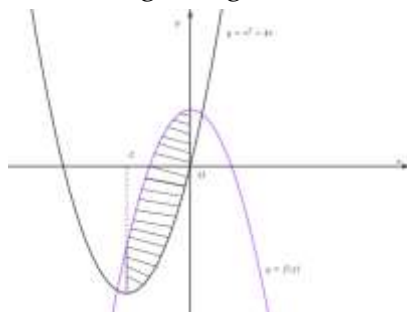
Câu 5: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành.



Phần **tô đậm** của hình vẽ có diện tích bằng

- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 6: Phần hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 0$.



Biết $\int_{-2}^0 f(x)dx = \frac{4}{3}$. Diện tích hình (H) bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{20}{3}$.

Câu 7: Tính diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

- A. $S = \frac{2000}{3}$. B. $S = 2008$. C. $S = \frac{2008}{3}$. D. 2000 .

Câu 8: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x-3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi k_1 , k_2 ($k_1 > k_2$) là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0;9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $k_1 - k_2$.

- A. $\frac{13}{2}$. B. 7 . C. $\frac{25}{4}$. D. $\frac{27}{4}$.

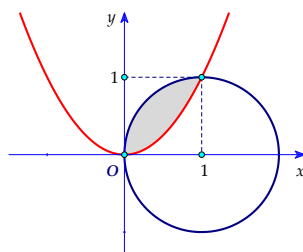
Câu 9: Anh Toàn có một cái ao hình elip với độ dài trục lớn và độ dài trục bé lần lượt là 100m và 80m. Anh chia ao ra hai phần theo một đường thẳng từ một đỉnh của trục lớn đến một đỉnh của trục bé (Bề rộng không đáng kể). Phần rộng hơn anh nuôi cá lấy thịt, phần nhỏ anh nuôi cá giống. Biết lãi nuôi cá lấy thịt và lãi nuôi cá giống trong 1 năm lần lượt là 20.000 đồng/m² và 40.000 đồng/m². Hỏi trong 1 năm anh Toàn có bao nhiêu tiền lãi từ nuôi cá trong ao đã nói trên (Lấy làm tròn đến hàng nghìn)?

- A. 176350000 đồng. B. 137080000 đồng. C. 139043000 đồng. D. 105664000 đồng.

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = e$ và $x = 0$ bằng

- A. $\frac{e^2}{2}$. B. $\frac{e^2}{3}$. C. 1 . D. $\frac{1}{2}$.

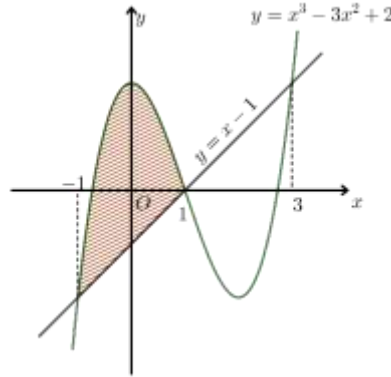
Câu 11: Trong mặt phẳng cho đường tròn (C) và parabol (P) (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

- A. 1,04. B. 0,21. C. 0,67. D. 0,45.

Câu 12: Diện tích S của hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



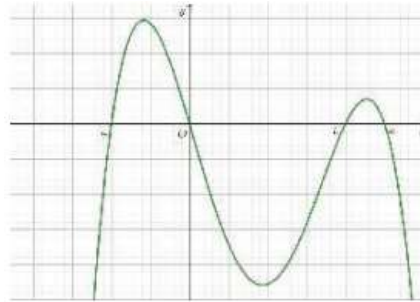
A. $S = \int_{-1}^1 (-x^3 + 3x^2 + x - 3) dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 + x + 3) dx.$

D. $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx.$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

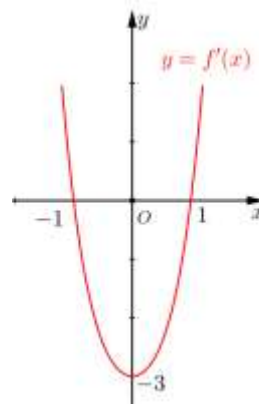
A. $f(a) > f(c) > f(b).$

B. $f(a) > f(b) > f(c).$

C. $f(c) > f(a) > f(b).$

D. $f(b) > f(a) > f(c).$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây:



Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

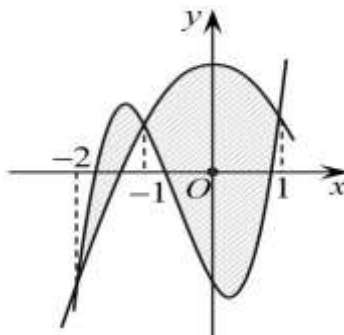
A. $S = 9.$

B. $S = \frac{27}{4}.$

C. $\frac{21}{4}.$

D. $\frac{5}{4}.$

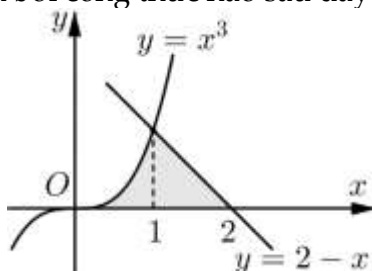
Câu 15: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; -1 ; 1 (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

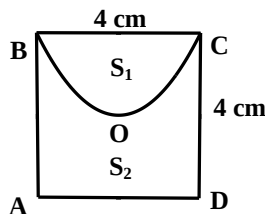
- A. $\frac{37}{6}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{37}{12}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 16: Diện tích hình phẳng S giới hạn các đồ thị hàm số $y = x^3$, $y = 2 - x$ và trục hoành Ox (như hình vẽ dưới đây) được tính bởi công thức nào sau đây ?



- A. $S = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx$. B. $S = \int_0^2 |x^3 - (2 - x)| dx$.
C. $S = \int_0^2 |(2 - x) - x^3| dx$. D. $S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x - 2) dx$.

Câu 17: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong BOC là một phần của parabol đỉnh O chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (tham khảo hình vẽ).



Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là:

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 19: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $y = 2x$; $y = x^2$; $y = 1$ trên miền $x \geq 0$; $y \leq 1$, bằng

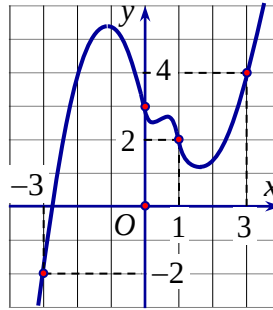
A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây.



Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(3) > g(-3) > g(1)$.

B. $g(-3) > g(3) > g(1)$.

C. $g(1) > g(-3) > g(3)$.

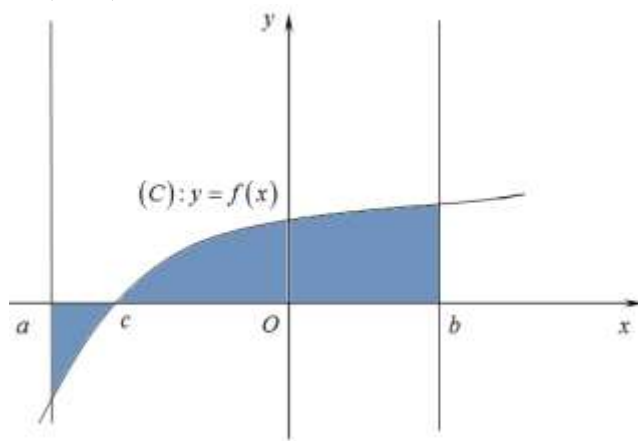
D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.

HẾT

Huế, 21h00' Ngày 09 tháng 02 năm 2022

**ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ****Môn: Toán 12****Chủ đề: Ứng dụng tích phân****DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG****LỜI GIẢI CHI TIẾT**

Câu 1: Diện tích của hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây) tính theo công thức:



A. $S = \int_a^b f(x) dx$.

B. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng ta có:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c [0 - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - 0] dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = -3$, $x = 1$, $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây ?

A. $S = \pi \int_1^2 (-x^2 + 2x + 3)^2 dx$.

B. $S = \int_1^2 (-x^2 + 2x - 3) dx$.

C. $S = \int_1^2 (-x^2 + 2x + 3) dx$.

D. $S = \int_1^2 (x^2 - 2x - 3) dx$.

Lời giải:

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, $y = -3$, $x = 1$, $x = 2$ là:

$$S = \int_1^2 |-x^2 + 2x + 3| dx = \int_1^2 (-x^2 + 2x + 3) dx.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 3: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ bằng

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. $\frac{5}{2}$.**Lời giải:**

Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = 7 - 2x^2$, $y = x^2 + 4$ là

$$7 - 2x^2 = x^2 + 4 \Leftrightarrow 3x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_{-1}^1 \left| (7 - 2x^2) - (x^2 + 4) \right| dx = \int_{-1}^1 |3 - 3x^2| dx = \left| \int_{-1}^1 (3 - 3x^2) dx \right| = 4.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ là

$$S = \sqrt{a} - b. \text{ Khi đó } a + b \text{ bằng:}$$

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải:

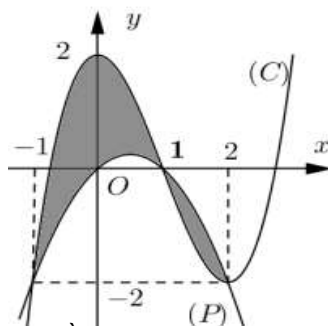
$$\text{Xét phương trình } \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\text{Vậy diện tích cần tính bằng } S = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx = \sqrt{1+x^2} \Big|_0^1 = \sqrt{2} - 1.$$

$$\text{Vậy } a = 2; b = 1 \text{ nên } a + b = 3.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 5: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành.



Phần **tô đậm** của hình vẽ có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải:

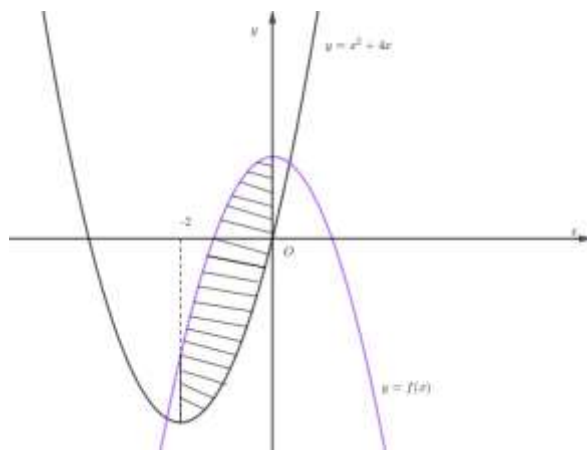
Vì đồ thị hàm số (C): $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và (P): $g(x) = mx^2 + nx + p$ có 3 hoành độ giao điểm là $-1, 1, 2$ nên $f(x) - g(x) = a(x+1)(x-1)(x-2)$.

$$\text{Ta có } f(0) = 2, g(0) = 0 \text{ nên } f(0) - g(0) = a \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-2) \Leftrightarrow 2 = 2a \Leftrightarrow a = 1.$$

$$\text{Vậy phần diện tích tô đậm là } S = \int_{-1}^2 \left| (x+1)(x-1)(x-2) \right| dx = \frac{37}{12}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 6: Phần hình phẳng (H) được gạch chéo trong hình vẽ dưới đây được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = -2$; $x = 0$.



Biết $\int_{-2}^0 f(x)dx = \frac{4}{3}$. Diện tích hình (H) bằng

A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải:

Diện tích hình (H) là :

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^0 [f(x) - (x^2 + 4x)] dx = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_{-2}^0 (x^2 + 4x) dx \\ &= \frac{4}{3} - \left(\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 = \frac{4}{3} + \frac{(-2)^3}{3} + 2(-2)^2 = \frac{20}{3}. \end{aligned}$$

Vậy diện tích hình (H) là $S = \frac{20}{3}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 7: Tính diện tích miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

A. $S = \frac{2000}{3}$.

B. $S = 2008$.

C. $S = \frac{2008}{3}$.

D. 2000.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = x^2 - 2x$ và $y = 0$ là $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

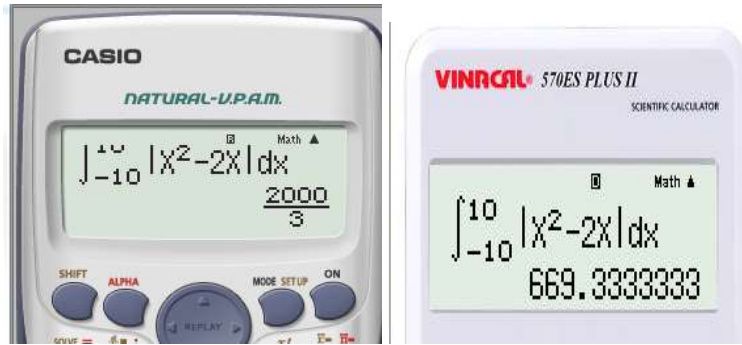
Trên đoạn $[-10; 10]$ ta có: $x^2 - 2x \geq 0$, $\forall x \in [-10; 0]$ và $[2; 10]$; $x^2 - 2x \leq 0$, $\forall x \in [0; 2]$.

$$\text{Do đó } S = \int_{-10}^{10} |x^2 - 2x| dx = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx = \frac{2008}{3} \text{ (đvdt)}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Nhận xét:

Nếu học sinh sử dụng MTCT tính tích phân mà không chia khoảng thì có sự sai khác về kết quả giữa máy **casio** và **vinacal**. Trong trường hợp này máy **vinacal** cho đáp số đúng.



Câu 8: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (x-3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi k_1, k_2 ($k_1 > k_2$) là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0;9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau. Tính $k_1 - k_2$.

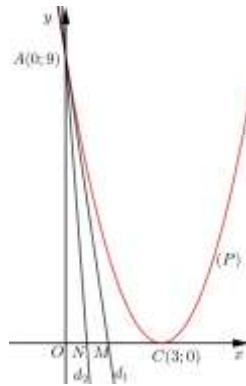
A. $\frac{13}{2}$.

B. 7.

C. $\frac{25}{4}$.

D. $\frac{27}{4}$.

Lời giải:



Gọi $d_1: y = k_1x + 9$, $d_2: y = k_2x + 9$ ($k_1 > k_2$).

Gọi $M = d_1 \cap Ox \Rightarrow M\left(-\frac{9}{k_1}; 0\right)$; $N = d_2 \cap Ox \Rightarrow N\left(-\frac{9}{k_2}; 0\right)$ $\left(-\frac{9}{k_2} < -\frac{9}{k_1}\right)$

Giao điểm của $(P): y = (x-3)^2$ với hai trục tọa độ lần lượt là $C(3;0)$, $A(0;9)$.

Theo giả thiết ta có $S_{\Delta AON} = S_{\Delta ANM} \Leftrightarrow OM = 2ON \Leftrightarrow -\frac{9}{k_1} = -\frac{18}{k_2} \Leftrightarrow k_2 = 2k_1$.

Lại có $S_{(H)} = 3S_{\Delta AON} \Leftrightarrow \int_0^3 (x-3)^2 dx = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot OA \cdot ON \Leftrightarrow 9 = -\frac{243}{2k_2} \Leftrightarrow k_2 = -\frac{27}{2}$.

Suy ra $k_1 = -\frac{27}{4} \Rightarrow k_1 - k_2 = \frac{27}{4}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 9: Anh Toàn có một cái ao hình elip với độ dài trục lớn và độ dài trục bé lần lượt là 100m và 80m. Anh chia ao ra hai phần theo một đường thẳng từ một đỉnh của trục lớn đến một đỉnh của trục bé (Bề rộng không đáng kể). Phần rộng hơn anh nuôi cá lấy thịt, phần nhỏ anh nuôi cá giống. Biết lãi nuôi cá lấy thịt và lãi nuôi cá giống trong 1 năm lần lượt là 20.000 đồng/m² và 40.000 đồng/m². Hỏi trong 1 năm anh Toàn có bao nhiêu tiền lãi từ nuôi cá trong ao đã nói trên (Lấy làm tròn đến hàng nghìn)?

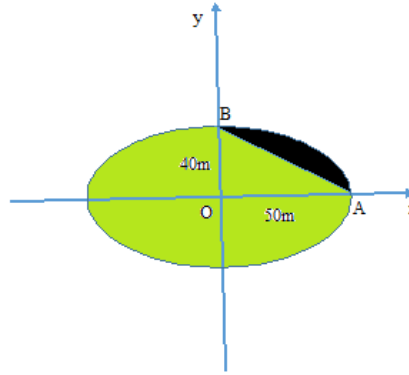
A. 176350000 đồng.

B. 137080000 đồng.

C. 139043000 đồng.

D. 105664000 đồng.

Lời giải:



Diện tích toàn bộ ao là $S = \pi \cdot 40 \cdot 50 = 2000\pi (\text{m}^2)$.

Diện tích phần nuôi cá giống là: $S_1 = \frac{S}{4} - S_{\Delta OAB} = 500\pi - 1000 (\text{m}^2)$.

Diện tích phần nuôi cá thịt là: $S_2 = S - S_1 = 1500\pi + 1000 (\text{m}^2)$.

Tiền lãi từ nuôi cá là: $40000 \cdot S_1 + 20000 \cdot S_2 \approx 137\,080\,000$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = e$ và $x = 0$ bằng

A. $\frac{e^2}{2}$.

B. $\frac{e^2}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Ta có: $e^x - e = 0 \Leftrightarrow e^x = e \Leftrightarrow x = 1$.

Xét dấu $e^x - e$

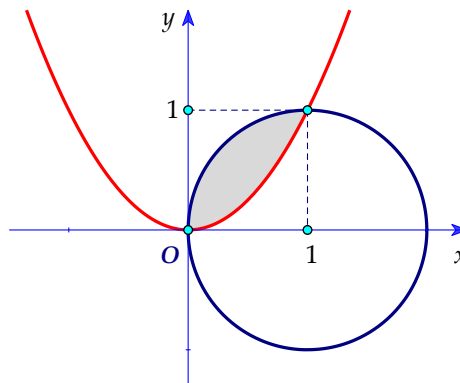
x	$-\infty$	1	$+\infty$
$e^x - e$		0	
	-		+

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$; $y = e$ và $x = 0$; $x = 1$ là

$$S = \int_0^1 |e^x - e| dx = \int_0^1 (e - e^x) dx = (ex - e^x) \Big|_0^1 = (e - e) - (0 - e^0) = 1.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 11: Trong mặt phẳng cho đường tròn (C) và parabol (P) (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

A. 1,04.

B. 0,21.

C. 0,67.

D. 0,45.

Lời giải:

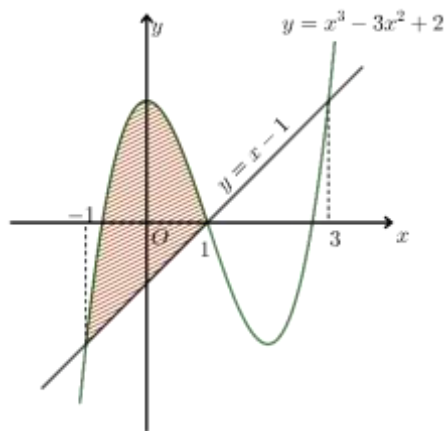
Phương trình đường tròn là $(x-1)^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{2x-x^2} \\ y = -\sqrt{2x-x^2} \end{cases}$.

Phương trình parabol là $y = x^2$.

Diện tích cần tính là $S = \int_0^1 (\sqrt{2x-x^2} - x^2) dx \approx 0,45$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 12: Diện tích S của hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-1}^1 (-x^3 + 3x^2 + x - 3) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$.

C. $S = \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 + x + 3) dx$.

D. $S = \int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx$.

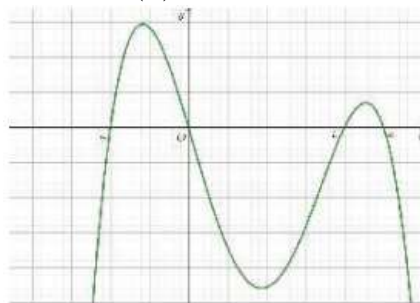
Lời giải:

Diện tích phần gạch chéo được tính bởi công thức :

$$S = \int_{-1}^1 |x^3 - 3x^2 + 2 - x + 1| dx = \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết phương trình $f'(x) = 0$ có bốn nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(a) > f(c) > f(b)$.

B. $f(a) > f(b) > f(c)$.

C. $f(c) > f(a) > f(b)$.

D. $f(b) > f(a) > f(c)$.

Lời giải:

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	a	0	b	c	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$									

$\swarrow f(a)$ $\nearrow f(0)$ $\searrow f(b)$ $\nearrow f(c)$ $\searrow$

Suy ra $f(c) > f(b)$ (1)

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$, đường thẳng $x = a$, $x = 0$.

S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$, đường thẳng $x = 0$, $x = b$.

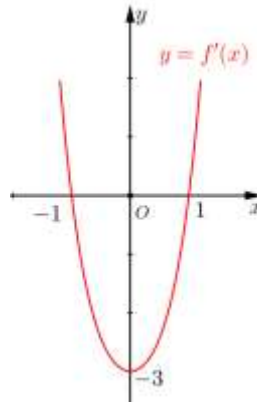
S_3 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f'(x)$, đường thẳng $x = b$, $x = c$.

$$\begin{aligned}
 \text{Vì } S_1 + S_3 < S_2 &\Leftrightarrow \int_a^0 |f'(x)| dx + \int_b^c |f'(x)| dx < \int_0^b |f'(x)| dx \\
 &\Leftrightarrow \int_a^0 f'(x) dx + \int_b^c f'(x) dx < -\int_0^b f'(x) dx \\
 &\Leftrightarrow f(0) - f(a) + f(c) - f(b) < -f(b) + f(0) \\
 &\Leftrightarrow f(a) > f(c) \quad (2)
 \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow f(a) > f(c) > f(b)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây:



Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

A. $S = 9$.

B. $S = \frac{27}{4}$.

C. $\frac{21}{4}$.

D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải:

Từ đồ thị suy ra $f'(x) = 3x^2 - 3$.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 3) dx = x^3 - 3x + C.$$

Do (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ x_0 âm nên

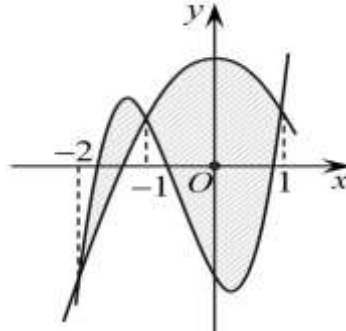
$$f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1. \text{ Suy ra } f(-1) = 4 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow (C): y = x^3 - 3x + 2$$

$$\text{Xét phương trình } x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $\int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx = \frac{27}{4}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 15: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; -1 ; 1 (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{37}{6}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{37}{12}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải:

Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = 0 \quad (1).$$

Vì phương trình (1) là phương trình bậc 3 và $x = -2$; $x = -1$; $x = 1$ là 3 nghiệm phân biệt của phương trình (1) nên ta suy ra

$$f(x) - g(x) = a(x+2)(x-1)(x+1) \quad (2).$$

Ta có $f(0) = -2$, $g(0) = 2$ nên $f(0) - g(0) = -4$.

Mặt khác từ (2) ta có $f(0) - g(0) = a(0+2)(0-1)(0+1) = -2a$.

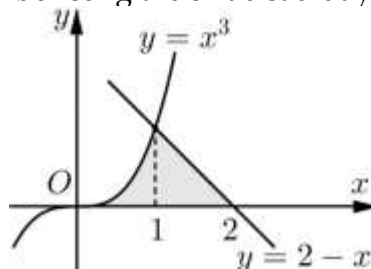
Suy ra $-2a = -4 \Leftrightarrow a = 2$.

Do đó $f(x) - g(x) = 2(x+2)(x-1)(x+1) = 2(x+2)(x^2 - 1)$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_{-2}^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^1 |2(x+2)(x^2 - 1)| dx = \frac{37}{6}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 16: Diện tích hình phẳng S giới hạn các đồ thị hàm số $y = x^3$, $y = 2 - x$ và trục hoành Ox (như hình vẽ dưới đây) được tính bởi công thức nào sau đây ?



A. $S = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx$.

B. $S = \int_0^2 |x^3 - (2 - x)| dx$.

C. $S = \int_0^2 |(2 - x) - x^3| dx$.

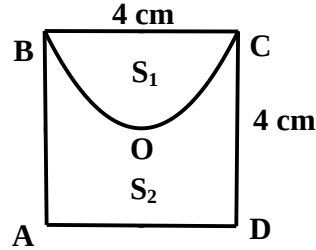
D. $S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x - 2) dx$.

Lời giải:

$$S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (2-x) dx = \frac{1}{2} + \int_0^1 x^3 dx.$$

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 17: Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , độ dài cạnh là 4 cm. Đường cong BOC là một phần của parabol đỉnh O chia hình vuông thành hai hình phẳng có diện tích lần lượt là S_1 và S_2 (tham khảo hình vẽ).



Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

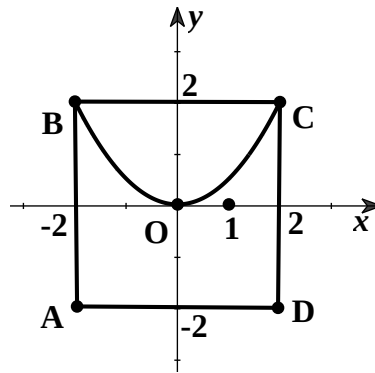
A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải:



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có phương trình parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$.

Suy ra $S_1 = \int_{-2}^2 \left(2 - \frac{1}{2}x^2\right) dx = \frac{16}{3}$ (đvdt).

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 4^2 = 16$ (đvdt).

Do đó diện tích S_2 là $S_2 = S_{ABCD} - S_1 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$ (đvdt).

Vậy tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{16}{3} : \frac{32}{3} = \frac{1}{2}$.

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 18: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + m - 1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là:

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. $y' = 3x^2 - 6x + 3m = 3(x^2 - 2x + m)$.

Yêu cầu bài toán suy ra đồ thị hàm số cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt nên.

$$x^2 - 2x + m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Khi đó đồ thị hàm số đối xứng qua tâm $I(1; -3 + 4m)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với $I \in Ox \Leftrightarrow -3 + 4m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4} \text{ (t/m)} \Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$

$\Rightarrow \text{Chọn đáp án A.}$

Câu 19: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $y = 2x$; $y = x^2$; $y = 1$ trên miền $x \geq 0$; $y \leq 1$, bằng

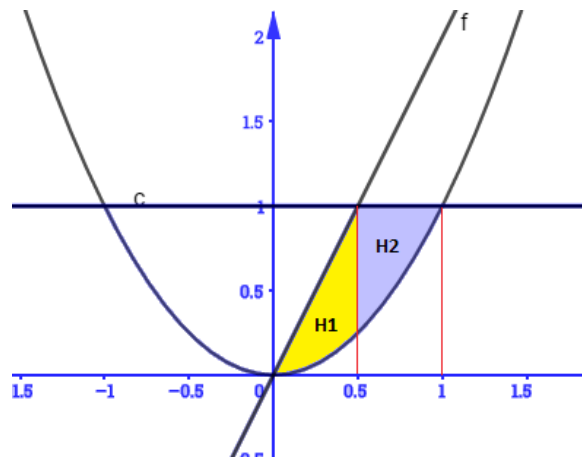
A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải:



Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1$; $2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Hình phẳng cần tính được tạo từ hai hình (H_1) và (H_2)

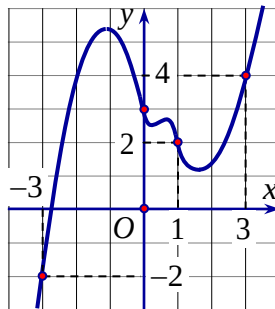
$$\text{Trong đó } (H_1) \begin{cases} y = 2x \\ y = x^2 \\ x = 0; \quad x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow S_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} |2x - x^2| dx = \frac{5}{24}.$$

$$\text{Và } (H_2) = \begin{cases} y = 1 \\ y = x^2 \\ x = \frac{1}{2}; \quad x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow S_2 = \int_{\frac{1}{2}}^1 |1 - x^2| dx = \frac{5}{24}.$$

$$\text{Vậy diện tích hình phẳng cần tính là } S = S_1 + S_2 = \frac{5}{24} + \frac{5}{24} = \frac{5}{12}.$$

$\Rightarrow \text{Chọn đáp án C.}$

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới đây.



Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

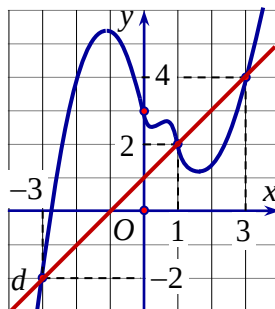
A. $g(3) > g(-3) > g(1)$.

B. $g(-3) > g(3) > g(1)$.

C. $g(1) > g(-3) > g(3)$.

D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.

Lời giải:



Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 2(x+1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\pm 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	3	5	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$		
$g(x)$	$+\infty$		$g(-1)$		$g(3)$		$g(5)$	$+\infty$

Suy ra $g(-3) < g(1)$ và $g(3) < g(1)$.

Theo hình vẽ $\int_{-3}^1 [f'(x) - (x+1)] dx > \int_1^3 [(x+1) - f'(x)] dx \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_{-3}^1 g'(x) dx > -\frac{1}{2} \int_1^3 g'(x) dx$

$$\Leftrightarrow g(x) \Big|_{-3}^1 > -g(x) \Big|_1^3 \Leftrightarrow g(1) - g(-3) > -g(3) + g(1) \Leftrightarrow g(3) > g(-3).$$

Vậy $g(1) > g(3) > g(-3)$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

HẾT

Huế, 21h00' Ngày 09 tháng 02 năm 2022



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 3_TrNg 2022

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trở lại THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115

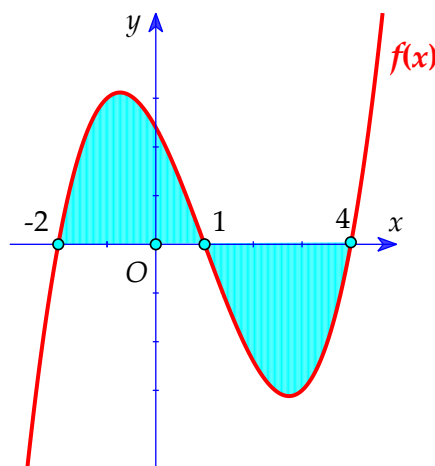
Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

Trung tâm KM 10 HƯng Trà, Huế.

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2$, $x = 4$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$.

B. $S_D = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$.

C. $S_D = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right|$.

D. $S_D = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - x$, $y = 2x - 2$, $x = 0$, $x = 3$ được tính bởi công thức

A. $S = \left| \int_0^3 (x^2 - 3x + 2) dx \right|$.

B. $S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

C. $S = \int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$.

D. $S = \int_1^2 |x^2 + x - 2| dx$.

Câu 3: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x$; $y = 0$ và $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ bằng

A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4} + 1$.

C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$.

D. $\frac{\pi}{8}$.

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$ là

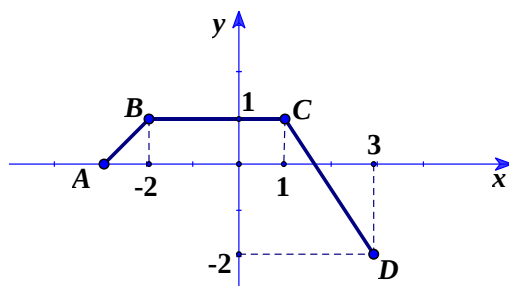
A. $S = 9$.

B. $S = \frac{9}{4}$.

C. $S = \frac{9}{2}$.

D. $S = \frac{8}{9}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

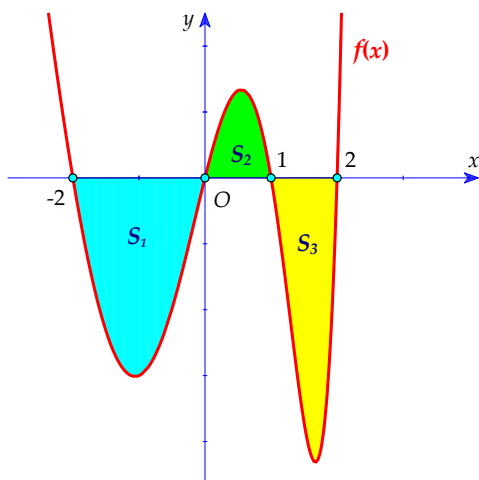
A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{35}{6}$.

C. $\frac{-5}{2}$.

D. $\frac{-35}{6}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$, có đồ thị tạo với trục hoành một hình phẳng gồm 3 phần có diện tích $S_1; S_2; S_3$ như hình vẽ bên dưới:



Tích phân $\int_{-2}^2 f(x) dx$ bằng

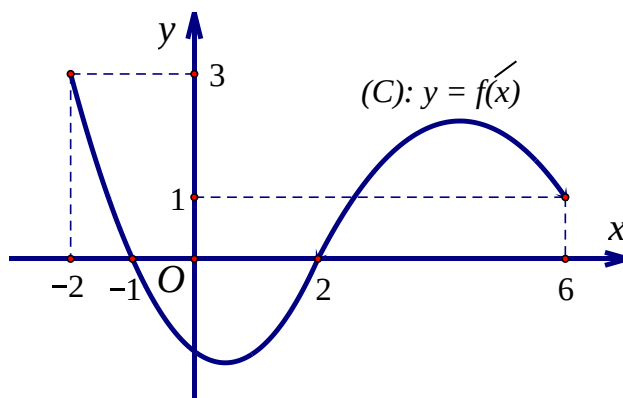
A. $S_2 + S_3 - S_1$.

B. $S_1 - S_2 + S_3$.

C. $S_1 + S_2 + S_3$.

D. $-S_1 + S_2 - S_3$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$.

B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.

C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$.

D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.

Câu 8: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|$, $y = x^2 - 2$.

A. $S = \frac{13}{3}$.

B. $S = 3$.

C. $S = \frac{11}{2}$.

D. $S = \frac{20}{3}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

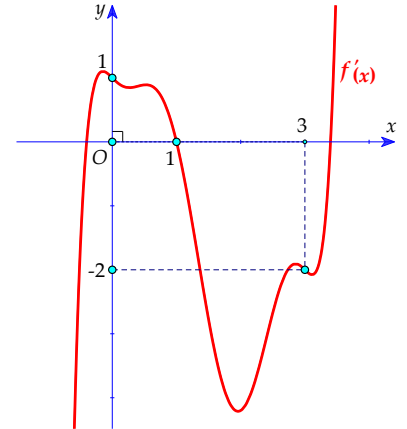
Đặt $g(x) = 2f(x) + (-x+1)^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $g(3) > g(1) > g(0)$.

B. $g(1) > g(0) > g(3)$.

C. $g(0) > g(3) > g(1)$.

D. $g(1) > g(3) > g(0)$.



Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = (e+1)x$ và $y = (1+e^x)x$ là.

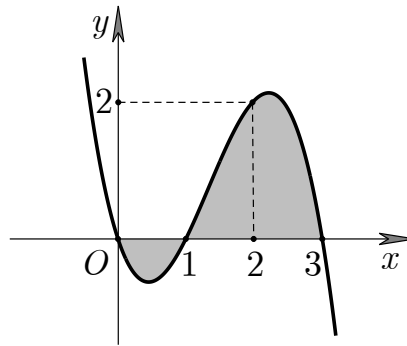
A. $\frac{3}{e} - 1$.

B. $2 - \frac{e}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{e}{2} - 1$.

Câu 11: Cho $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tính diện tích hình phẳng được tô đậm.

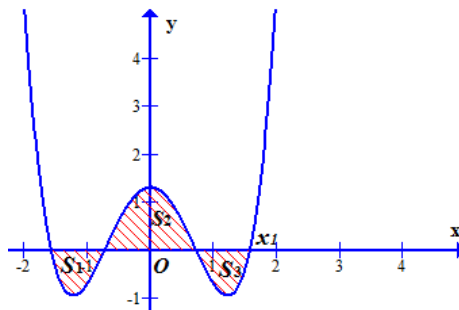
A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1 , S_2 , S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là

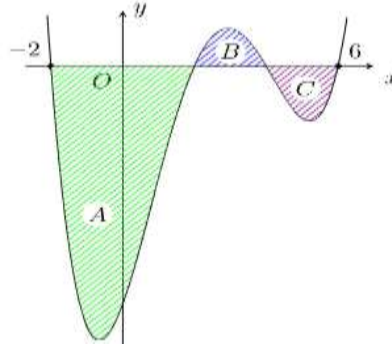
A. $-\frac{5}{2}$

B. $\frac{5}{4}$

C. $-\frac{5}{4}$

D. $\frac{5}{2}$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên dưới. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 32, 2 và 3.



Tích phân $I = \int_{-2}^2 (3x - 4) \left(1 + f \left(-\frac{3}{4}x^2 + 2x + 5 \right) \right) dx$ bằng

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = -82$.

C. $I = 66$.

D. $I = 50$.

Câu 14: Biết rằng hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 2 - x$, $y = 0$, $x = k$, $x = 3$ ($k < 2$) và có diện tích bằng S_k . Xác định giá trị k để $S_k = 16$.

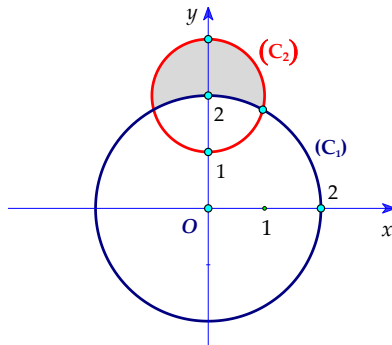
A. $k = -2 - \sqrt{15}$.

B. $k = 2 - \sqrt{31}$.

C. $k = 2 - \sqrt{15}$.

D. $k = -2 - \sqrt{31}$.

Câu 15: Trong mặt phẳng cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) gần nhất với giá trị bằng

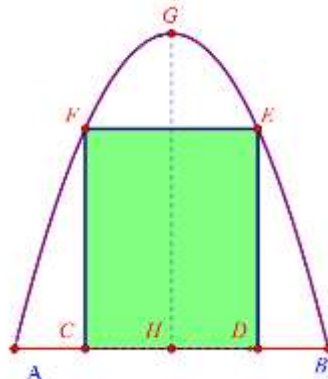
A. 1,04.

B. 2,21.

C. 1,71.

D. 1,45.

Câu 16: Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1200000 đồng/ m^2 , còn các phần để trồng làm xiên hoa có giá là 900000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 11445000 đồng.

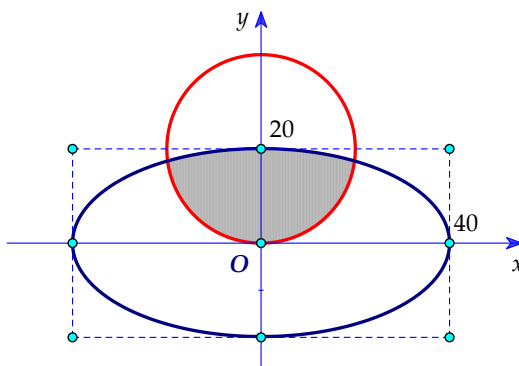
B. 4077000 đồng.

C. 7368000 đồng.

D. 11370000 đồng.

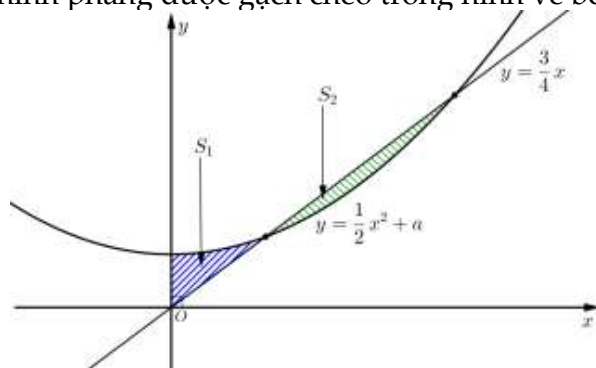
- Câu 17:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành.
- A. $\frac{11}{6}$. B. $\frac{61}{3}$. C. $\frac{343}{162}$. D. $\frac{39}{2}$.

Câu 18: Trong mặt phẳng cho elip và đường tròn như hình vẽ.



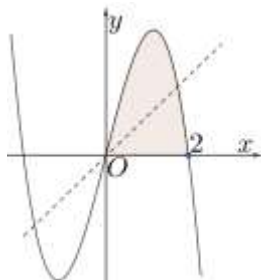
Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

- A. 593,92. B. 602,22. C. 570,14. D. 613,02.
- Câu 19:** Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$. B. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$. C. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$. D. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$.
- Câu 20:** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 4x - x^3$ trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Đường thẳng $y = (a - \sqrt{b})x$ (với a, b là các số nguyên dương) chia (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- A. 12. B. 4. C. 16. D. 14.

HẾT

Huế, 11h00' Ngày 11 tháng 02 năm 2022



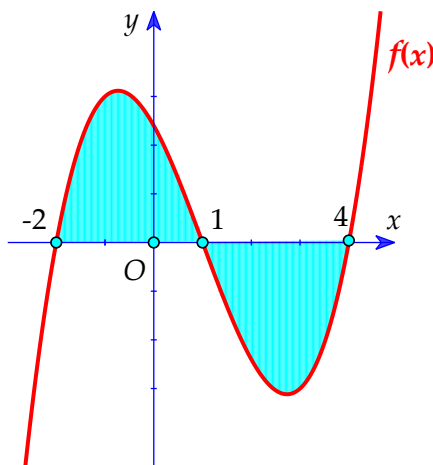
ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2$, $x = 4$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $S_D = \int_{-2}^4 |f(x)| dx$.

B. $S_D = \left| \int_{-2}^4 f(x) dx \right|$.

C. $S_D = \left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^4 f(x) dx \right|$.

D. $S_D = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - x$, $y = 2x - 2$, $x = 0$, $x = 3$ được tính bởi công thức

A. $S = \left| \int_0^3 (x^2 - 3x + 2) dx \right|$.

B. $S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

C. $S = \int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$.

D. $S = \int_1^2 |x^2 + x - 2| dx$.

Lời giải:

Ta có $S = \int_0^3 |(x^2 - x) - (2x - 2)| dx = \int_0^3 |x^2 - 3x + 2| dx$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 3: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos^2 x$; $y = 0$ và $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$ bằng

A. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

B. $\frac{\pi}{4} + 1$.

C. $\frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}$.

D. $\frac{\pi}{8}$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{4}} |\cos^2 x| dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = x + 2$ là

A. $S = 9$.

B. $S = \frac{9}{4}$.

C. $S = \frac{9}{2}$.

D. $S = \frac{8}{9}$.

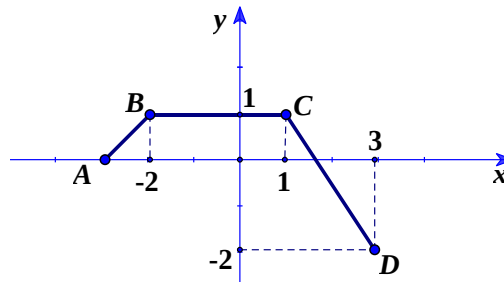
Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^2 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Ta có $S = \int_{-1}^2 |x^2 - x - 2| dx = \left| \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x \right) \right|_{-1}^2 = \frac{9}{2}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3; 3]$ là đường gấp khúc $ABCD$ như hình vẽ.



Tính $\int_{-3}^3 f(x) dx$.

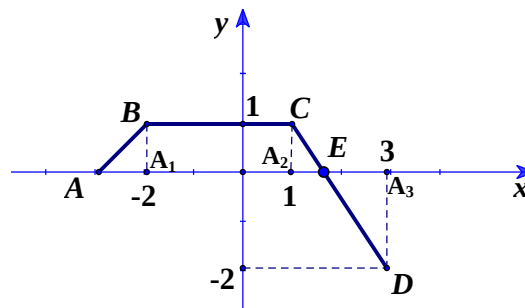
A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{35}{6}$.

C. $\frac{-5}{2}$.

D. $\frac{-35}{6}$.

Lời giải:



Phương trình đường thẳng CD đi qua $C(1; 1)$ và nhận $\overrightarrow{CD} = (2; -3)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình chính tắc $(CD): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} \Leftrightarrow -3x - 2y = -5$.

Đặt $E = (CD) \cap Ox$.

Ta được $\begin{cases} -3x - 2y = -5 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

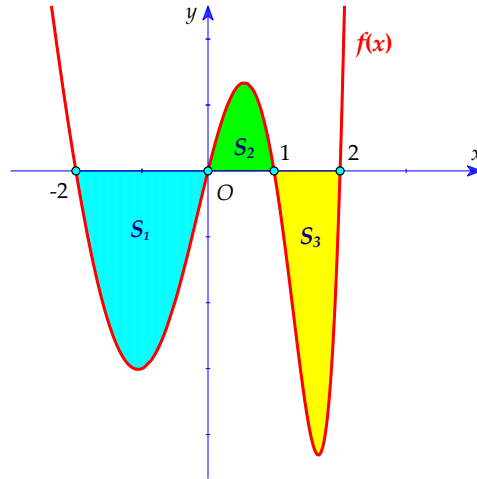
Do đó

$$\int_{-3}^3 |f(x)| dx = \int_{-3}^{-2} |f(x)| dx + \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^{\frac{5}{3}} |f(x)| dx + \int_{\frac{5}{3}}^3 |f(x)| dx$$

$$= S_{ABA_1} + S_{A_1BCA_2} + S_{A_2CE} + S_{EDA_3} = \frac{1}{2}(1 \times 1) + (3 \times 1) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} \times 1\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3} \times 2\right) = \frac{1}{2} + 3 + \frac{1}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, có đồ thị tạo với trục hoành một hình phẳng gồm 3 phần có diện tích $S_1; S_2; S_3$ như hình vẽ bên dưới:



Tích phân $\int_{-2}^2 f(x) dx$ bằng

A. $S_2 + S_3 - S_1$.

B. $S_1 - S_2 + S_3$.

C. $S_1 + S_2 + S_3$.

D. $-S_1 + S_2 - S_3$.

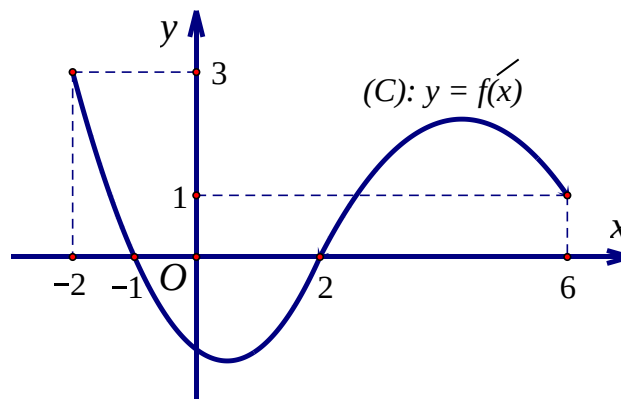
Lời giải:

Ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -2; x = 0; x = 1; x = 2$.

Ta có: $\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = -S_1 + S_2 - S_3$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2; 6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$.

B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.

C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$.

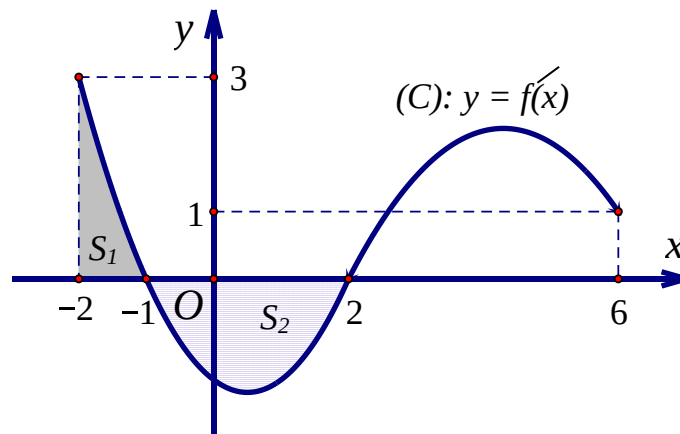
D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như sau:

x	-2	-1	2	6		
$f'(x)$	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$f(-2) \rightarrow f(-1) \rightarrow f(2) \rightarrow f(6)$					

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(-2) < f(-1) \\ f(2) < f(-1) \\ f(2) < f(6) \end{cases}$ nên A, D sai.



Ta cần so sánh $f(-2)$ và $f(2)$.

Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm như trên hình vẽ.

$$\text{Ta có: } S_1 = \int_{-2}^{-1} |f'(x)| dx = \int_{-2}^{-1} f'(x) dx = f(-1) - f(-2).$$

$$S_2 = \int_{-1}^2 |f'(x)| dx = -\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(-1) - f(2).$$

Dựa vào đồ thị ta thấy $S_1 < S_2$ nên $f(-1) - f(-2) < f(-1) - f(2) \Leftrightarrow f(-2) > f(2)$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Câu 8: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = |x|$, $y = x^2 - 2$.

A. $S = \frac{13}{3}$.

B. $S = 3$.

C. $S = \frac{11}{2}$.

D. $S = \frac{20}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Xét phương trình: } |x| = x^2 - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} |x| > \sqrt{2} \\ x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm: } S = \int_{-2}^2 ||x| - x^2 + 2| dx = \frac{20}{3}.$$

$\Rightarrow$ Chọn đáp án D.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

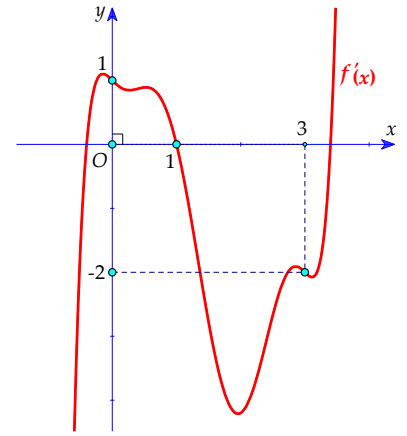
Đặt $g(x) = 2f(x) + (-x+1)^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $g(3) > g(1) > g(0)$.

B. $g(1) > g(0) > g(3)$.

C. $g(0) > g(3) > g(1)$.

D. $g(1) > g(3) > g(0)$.



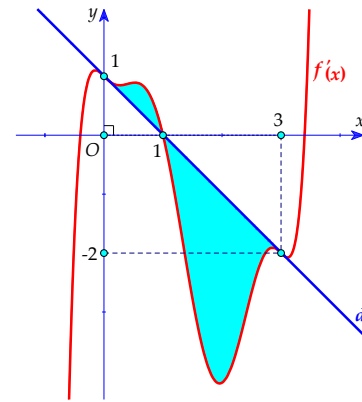
Lời giải:

Ta có $g(x) = 2f(x) - 2(-x+1)^2 = 2[f'(x) - (-x+1)]$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$		$g(0)$	$g(1)$	$g(3)$		$+\infty$	

Suy ra $g(0) < g(1)$ và $g(3) < g(1)$.



Theo hình vẽ $\int_0^1 [f'(x) - (-x+1)] dx < \int_1^3 [(-x+1) - f'(x)] dx \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_0^1 g'(x) dx < -\frac{1}{2} \int_1^3 g'(x) dx$
 $\Leftrightarrow g(x) \Big|_0^1 < -g(x) \Big|_1^3 \Leftrightarrow g(1) - g(0) < -g(3) + g(1) \Leftrightarrow g(3) < g(0)$. Vậy $g(1) > g(0) > g(3)$.
 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = (e+1)x$ và $y = (1+e^x)x$ là.

A. $\frac{3}{e} - 1$.

B. $2 - \frac{e}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{e}{2} - 1$.

Lời giải:

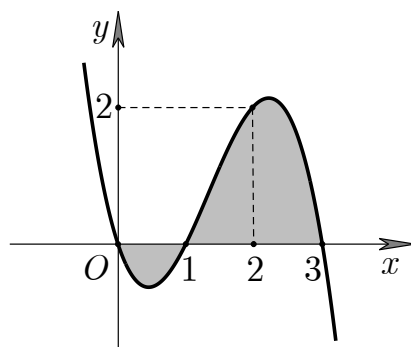
Ta có: Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong là $(e+1)x = (1+e^x)x$.

Suy ra $x=0$; $x=1$.

Do đó $S = \int_0^1 |(1+e)x - (1+e^x)x| dx = \dots = \frac{e}{2} - 1$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 11: Cho $y = f(x)$ là hàm số đa thức bậc ba có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng được tô đậm.



A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{5}{12}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải:

Giả sử $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ trên.

Điểm $O(0;0) \in (C) \Rightarrow d = 0 \Rightarrow f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$.

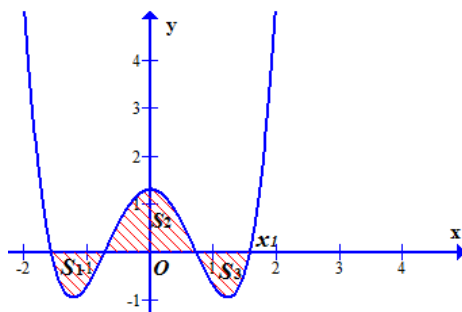
Các điểm $A(1;0), B(2;2), D(3;0) \in (C) \Rightarrow \begin{cases} a+b+c=0 \\ 4a+2b+c=1 \\ 9a+3b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x^3 + 4x^2 - 3x$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 [0 - f(x)]dx + \int_1^3 [f(x) - 0]dx = \int_0^1 (x^3 - 4x^2 + 3x)dx + \int_1^3 (-x^3 + 4x^2 - 3x)dx = \frac{37}{12}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 12: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là

A. $-\frac{5}{2}$

B. $\frac{5}{4}$

C. $-\frac{5}{4}$

D. $\frac{5}{2}$

Lời giải:

Gọi x_1 là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$, ta có $m = -x_1^4 + 3x_1^2$ (1).

Vì $S_1 + S_3 = S_2$ và $S_1 = S_3$ nên $S_2 = 2S_3$ hay $\int_0^{x_1} f(x)dx = 0$.

$$\text{Mà } \int_0^{x_1} f(x)dx = \int_0^{x_1} (x^4 - 3x^2 + m)dx = \left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right).$$

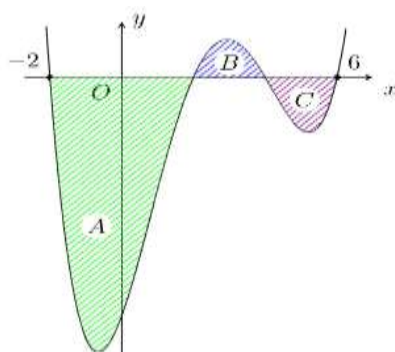
Do đó, $x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m = 0 \quad (2).$

Từ (1) và (2), ta có phương trình $\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 - x_1^4 + 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow -4x_1^4 + 10x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = \frac{5}{2}.$

Vậy $m = -x_1^4 + 3x_1^2 = \frac{5}{4}.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 6]$ như hình vẽ bên dưới. Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là 32, 2 và 3.



Tích phân $I = \int_{-2}^2 (3x-4) \left(1 + f \left(-\frac{3}{4}x^2 + 2x + 5 \right) \right) dx$ bằng

A. $I = \frac{1}{2}$

B. $I = -82.$

C. $I = 66.$

D. $I = 50.$

Lời giải:

Đặt $t = -\frac{3}{4}x^2 + 2x + 5 \Rightarrow dt = \left(-\frac{3}{2}x + 2 \right) dx \Rightarrow (3x-4)dx = -2dt$

Đổi cận: - Với $x = -2 \Rightarrow t = -2$

- Với $x = 2 \Rightarrow t = 6$

Ta được: $I = -2 \int_{-2}^6 [1 + f(t)] dt = -2 \int_{-2}^6 dt - 2 \int_{-2}^6 f(t) dt = -16 - 2M.$

Với $M = \int_{-2}^6 f(t) dt = \int_{-2}^2 f(t) dt + \int_2^4 f(t) dt + \int_4^6 f(t) dt = -32 + 2 - 3 = -33.$

Vậy: $I = -16 - 2(-33) = 50.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 14: Biết rằng hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 2 - x$, $y = 0$, $x = k$, $x = 3$ ($k < 2$) và có diện tích bằng S_k . Xác định giá trị k để $S_k = 16$.

A. $k = -2 - \sqrt{15}.$

B. $k = 2 - \sqrt{31}.$

C. $k = 2 - \sqrt{15}.$

D. $k = -2 - \sqrt{31}.$

Lời giải:

$$S_k = \int_k^3 |2-x| dx = \int_k^2 |2-x| dx + \int_2^3 |2-x| dx = \int_k^2 (2-x) dx - \int_2^3 (2-x) dx$$

$$= \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_k^2 - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}k^2 - 2k + \frac{5}{2}$$

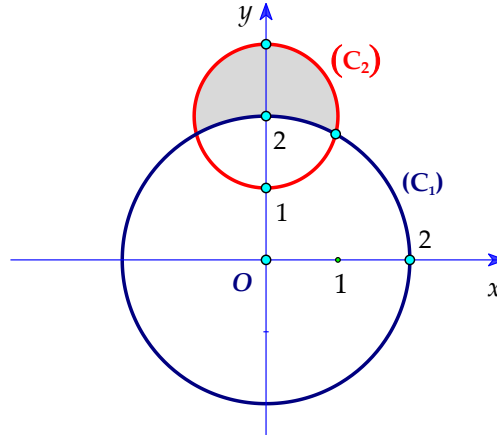
$$= \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_k^2 - \left(2x - \frac{1}{2}x^2 \right) \Big|_2^3$$

Mà $S_k = 16$ nên suy ra $\frac{1}{2}k^2 - 2k + \frac{5}{2} = 16 \Leftrightarrow \frac{1}{2}k^2 - 2k - \frac{27}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 + \sqrt{31} \\ k = 2 - \sqrt{31} \end{cases}$.

Vì $k < 2$ nên $k = 2 - \sqrt{31}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 15: Trong mặt phẳng cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) gần nhất với giá trị bằng

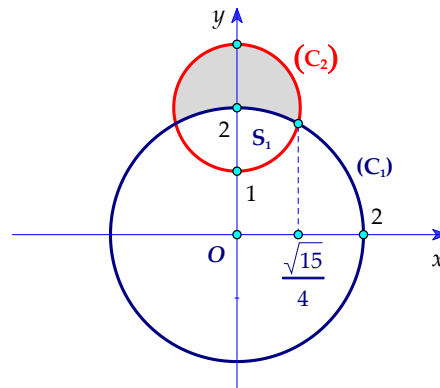
A. 1,04.

B. 2,21.

C. 1,71.

D. 1,45.

Lời giải:



Phương trình đường tròn (C_1) là $x^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{4 - x^2} \\ y = -\sqrt{4 - x^2} \end{cases}$.

Phương trình đường tròn (C_2) là $x^2 + (y - 2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 + \sqrt{1 - x^2} \\ y = 2 - \sqrt{1 - x^2} \end{cases}$.

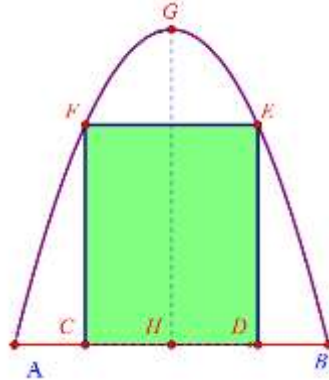
Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + (y - 2)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{7}{4} \\ x^2 = 4 - y^2 = \frac{15}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{15}}{4} \\ x = -\frac{\sqrt{15}}{4} \end{cases}$.

Diện tích cần tính là $S = S_{(C_2)} - 2S_1 = \pi - 2 \int_0^{\frac{\sqrt{15}}{4}} \left[\sqrt{4 - x^2} - \left(2 - \sqrt{1 - x^2} \right) \right] dx \approx 1,71$.

Cách 2: $S = 2 \int_0^{\frac{\sqrt{15}}{4}} \left[\left(2 + \sqrt{1 - x^2} \right) - \sqrt{4 - x^2} \right] dx \approx 1,71$.

⇒ **Chọn đáp án C.**

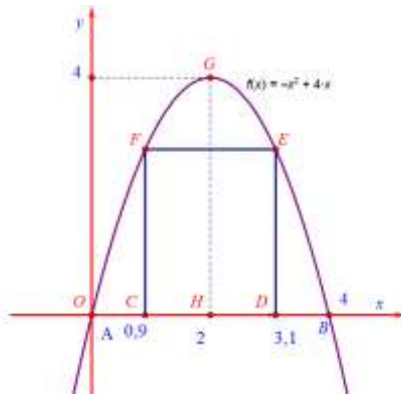
Câu 16: Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là $1200000 \text{ đồng}/m^2$, còn các phần để trồng làm xiên hoa có giá là $900000 \text{ đồng}/m^2$. Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?



A. 11445000 đồng. B. 4077000 đồng. C. 7368000 đồng. D. 11370000 đồng.

Lời giải:

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox , A trùng O khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.



Giả sử phương trình của parabol có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

$$\text{Vì parabol có đỉnh là } G(2;4) \text{ và đi qua điểm } O(0;0) \text{ nên ta có } \begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình parabol là $y = f(x) = -x^2 + 4x$.

$$\text{Diện tích của cả cổng là } S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right) \Big|_0^4 = \frac{32}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Mặt khác chiều cao $CF = DE = f(0,9) = 2,79 \text{ (m)}$; $CD = 4 - 2 \cdot 0,9 = 2,2 \text{ (m)}$.

$$\text{Diện tích hai cánh cổng là } S_{CDEF} = CD \cdot CF = 6,138 \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Diện tích phần xiên hoa là } S_{xh} = S - S_{CDEF} = \frac{32}{3} - 6,14 = \frac{6793}{1500} \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\text{Vậy tổng số tiền để làm cổng là } 6,138 \cdot 1200000 + \frac{6793}{1500} \cdot 900000 = 11441400 \text{ đồng.}$$

⇒ **Chọn đáp án A.**

Câu 17: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ và trục hoành.

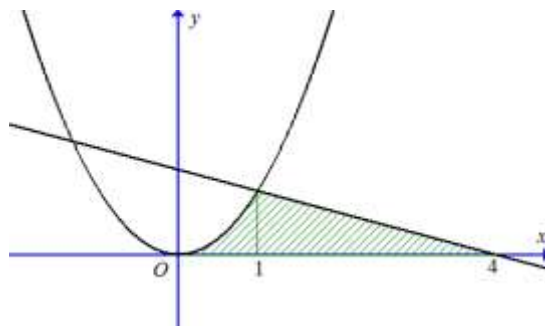
A. $\frac{11}{6}$.

B. $\frac{61}{3}$.

C. $\frac{343}{162}$.

D. $\frac{39}{2}$.

Lời giải:



Phương trình hoành độ giao điểm của các đường $y = x^2$, $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ là

$$x^2 = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{4}{3} \end{cases}.$$

Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ với trục hoành là $x = 4$.

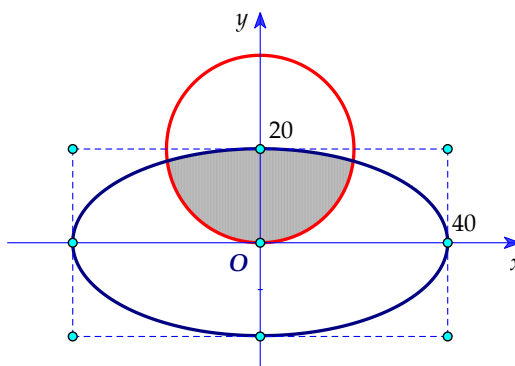
Hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2$ với trục hoành là $x = 0$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^4 \left(-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} \right) dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 + \left(-\frac{1}{6}x^2 + \frac{4}{3}x \right) \Big|_1^4 = \frac{11}{6}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 18: Trong mặt phẳng cho elip và đường tròn như hình vẽ.



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

A. 593,92.

B. 602,22.

C. 570,14.

D. 613,02.

Lời giải:

Đường tròn có phương trình là: $x^2 + (y - 20)^2 = 400 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 + \sqrt{400 - x^2} \\ y = 20 - \sqrt{400 - x^2} \end{cases}.$

Elip có phương trình là: $\frac{x^2}{1600} + \frac{y^2}{400} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{400\left(1 - \frac{x^2}{1600}\right)} \\ y = -\sqrt{400\left(1 - \frac{x^2}{1600}\right)} \end{cases}$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + (y - 20)^2 = 400 \\ \frac{x^2}{1600} + \frac{y^2}{400} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 1600\left(1 - \frac{y^2}{400}\right) \end{cases}$

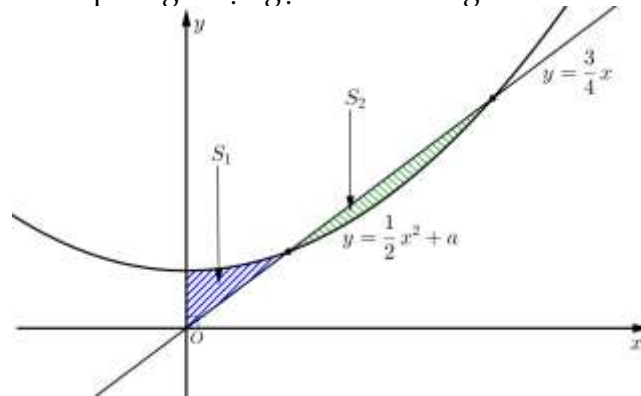
$\Rightarrow 1600\left(1 - \frac{y^2}{400}\right) + (y - 20)^2 = 400 \Leftrightarrow -3y^2 - 40y + 1600 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{-20 + 20\sqrt{13}}{3} \approx 17,37 \\ y = \frac{-20 - 20\sqrt{13}}{3} \end{cases}$.

Xét $y = \frac{-20 + 20\sqrt{13}}{3} \Rightarrow x \approx 19,83$.

Lúc đó: $S_{\text{gạch}} = 2 \int_0^{19,83} \left[\sqrt{400\left(1 - \frac{x^2}{1600}\right)} - (20 - \sqrt{400 - x^2}) \right] dx \approx 593,92$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án A.

Câu 19: Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$.

B. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$.

D. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{1}{2}x^2 + a = \frac{3}{4}x \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{4}x + a = 0$ (*).

Do đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ cắt parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương nên phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt $0 < x_1 < x_2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{16} - 2a > 0 \\ 2a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a < \frac{9}{32}$.

Ta có:

$$S_1 = \int_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx; S_2 = \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x^2 + a \right) dx = - \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx.$$

$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow S_1 - S_2 = 0 \Leftrightarrow \int_0^{x_1} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx + \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{x_2} \left(\frac{1}{2}x^2 + a - \frac{3}{4}x \right) dx = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{6} + ax - \frac{3}{8}x^2 \right) \Big|_0^{x_2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^3 + ax_2 - \frac{3}{8}x_2^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{6}x_2^2 + a - \frac{3}{8}x_2 = 0.$$

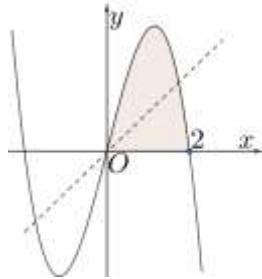
Mà x_2 là nghiệm phương trình (*) nên $\frac{1}{2}x_2^2 - \frac{3}{4}x_2 + a = 0$.

$$\text{Trừ vế với vế hai phương trình được: } -\frac{1}{3}x_2^2 + \frac{3}{8}x_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 0 & (L) \\ x_2 = \frac{9}{8} & (TM) \end{cases}.$$

$$\text{Với } x_2 = \frac{9}{8} \Rightarrow a = \frac{27}{128} \text{ (tm). Vậy } a = \frac{27}{128} \in \left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32} \right).$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 20: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 4x - x^3$ trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Đường thẳng $y = (a - \sqrt{b})x$ (với a, b là các số nguyên dương) chia (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A.12.

B.4 .

C.16.

D.14.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $f(x) = 0 \Leftrightarrow 4x - x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 2$.

Diện tích miền (H) là: $S = \int_0^2 (4x - x^3) dx = 4$.

Giả sử đường thẳng $y = kx$ chia miền (H) thành 2 phần có diện tích bằng nhau và bằng 2.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $4x - x^3 = kx \Rightarrow x = 0, x = \pm \sqrt{4-k}$.

$$\text{Ta có: } 2 = \int_0^{\sqrt{4-k}} ((4-k)x - x^3) dx = \left((4-k) \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{\sqrt{4-k}} = \frac{(4-k)^2}{2} - \frac{(4-k)^2}{4} = \frac{(4-k)^2}{4}$$

$$\Rightarrow (4-k)^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} 4-k = 2\sqrt{2} \\ 4-k = -2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow k = 4 - 2\sqrt{2} \Rightarrow a = 4, b = 8 \Rightarrow a + b = 12.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

HẾT

Huế, 11h00' Ngày 11 tháng 02 năm 2022

**ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ****Môn: Toán 12****Chủ đề: Ứng dụng tích phân**
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG**Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO**

Trở ngại THPT Đặng Huy Trứ

SĐT: 0935.785.115

Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

Trung tâm KM 10 Hường Trà, Huế.

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

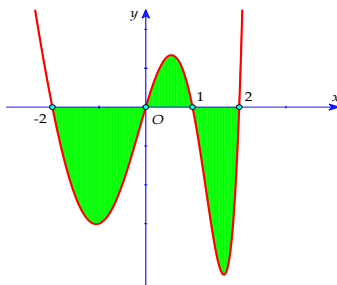
Câu 1: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[b; a]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a > b$), diện tích của D được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$. C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_b^a |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 3$ là:

A. $\frac{32}{3}$. B. 3. C. $\frac{25}{3}$. D. $\frac{23}{3}$.

Câu 3: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Mệnh đề nào dưới đây sai?

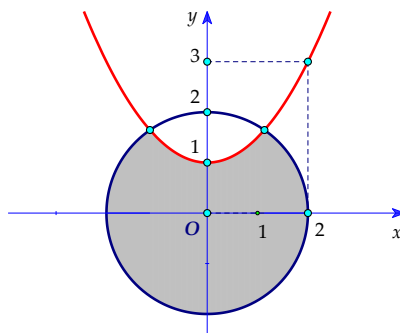
A. $S_H = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$.

B. $S_H = \int_{-2}^0 |f(x)| dx + \int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx$.

C. $S_H = -\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S_H = \left| \int_{-2}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

Câu 4: Trong mặt phẳng cho đường tròn (C) và parabol (P) (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

A. 11,04.

B. 12,04.

C. 9,13.

D. 13,13.

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số: $y = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ và đường thẳng $y = -x - 1$ là:

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng D được giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 2x$ và đường thẳng $d: y = x + 4$ xác định bởi công thức nào dưới đây?

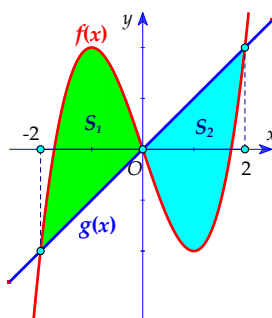
A. $S = \pi \int_{-1}^4 (x^2 - 3x - 4)^2 dx$.

B. $S = \int_{-1}^4 (-x^2 + 3x + 4) dx$.

C. $S = \int_{-1}^4 (x^2 - 3x - 4) dx$.

D. $S = \int_1^4 (-x^2 + 3x + 4) dx$.

Câu 7: Biết đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$ cắt đường thẳng $g(x)$ tạo thành các hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên dưới:



Tính $I = \int_{-2}^2 (f(x) - g(x) + 2) dx$.

A. $I = S_1 - S_2 + 2$.

B. $I = S_1 + S_2 + 8$.

C. $I = S_1 - S_2 + 8$.

D. $I = S_1 + S_2 + 2$.

Câu 8: Kí hiệu $S(t)$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1, y = 0, x = 1, x = t, (t > 1)$. Tìm t để $S(t) = 10$.

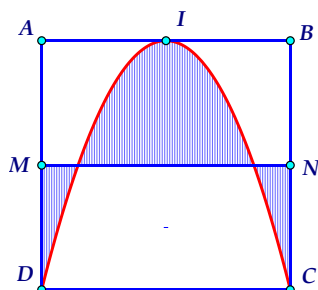
A. $t = 4$.

B. $t = 13$.

C. $t = 3$.

D. $t = 14$.

Câu 9: Cho mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $40m$, M, N, I lần lượt là trung điểm AD, BC, AB . Biết đường cong là parabol đỉnh I (tham khảo hình vẽ).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

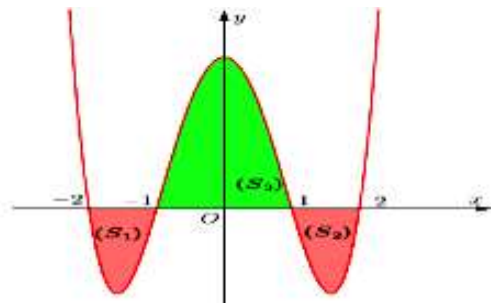
A. $203,15 m^2$.

B. $487,59 m^2$.

C. $601,25 m^2$.

D. $450,35 m^2$.

Câu 10: Cho hàm $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$, biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ như hình vẽ ở bên dưới và có diện tích $S_1 = S_2 = \frac{22}{15}, S_3 = \frac{76}{15}$.



Giá trị của biểu thức $F(2) + F(1) - F(-1) - F(-2)$ bằng

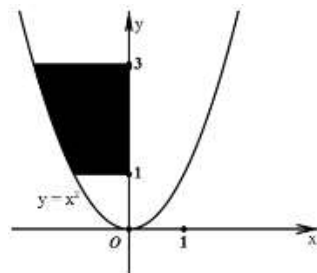
A. $I = \frac{36}{5}$.

B. $I = \frac{32}{15}$.

C. $I = \frac{18}{5}$.

D. $I = -\frac{32}{15}$.

Câu 11: Tính diện tích hình phẳng được đánh dấu trên hình dưới:



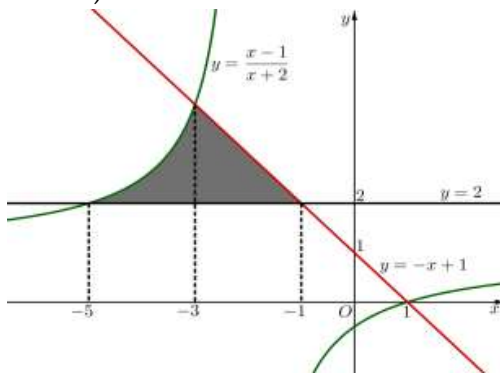
A. $S = \frac{28}{3}$.

B. $S = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3}$.

C. $S = \frac{18}{3}$.

D. $S = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}$.

Câu 12: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y = 2$, $y = -x + 1$ (tham khảo hình vẽ).



Tính diện tích S của hình phẳng (H).

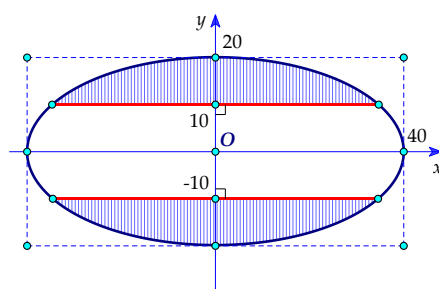
A. $S = 8 + 3\ln 3$.

B. $S = 8 - 3\ln 3$.

C. $S = 3\ln 3$.

D. $S = -4 + 3\ln 3$.

Câu 13: Trong mặt phẳng cho elip và hai đường thẳng như hình vẽ bên dưới:



Diện tích phần **không** tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

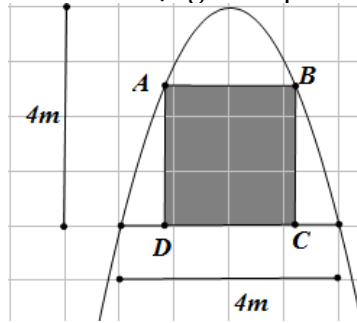
A. $1203,15 \text{ m}^2$.

B. $1350,25 \text{ m}^2$.

C. $1530,58 \text{ m}^2$.

D. $1450,35 \text{ m}^2$.

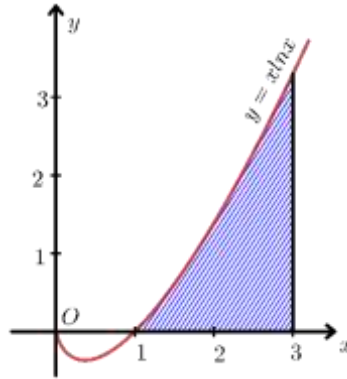
Câu 14: Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X. Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một Pano có dạng hình parabol như hình vẽ.



Biết rằng Đoàn trường X sẽ yêu cầu các lớp gửi ảnh dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật ABCD, phần còn lại sẽ được tranh trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho $1 m^2$. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên Pano sẽ là bao nhiêu?

A. 1.230.000 đồng. B. 900.000 đồng. C. 1.232.000 đồng. D. 902.000 đồng.

Câu 15: Cho hình phẳng (H) (phần gạch đậm) như hình vẽ bên dưới:



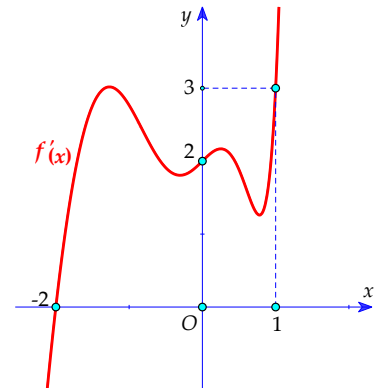
Tính diện tích hình phẳng (H).

A. 1. B. $\frac{9}{2} \ln 3 - 2$. C. $\frac{9}{2} \ln 3 - \frac{3}{2}$. D. $\frac{9}{2} \ln 3 + 2$.

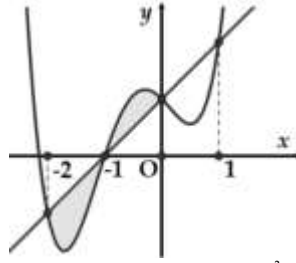
Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+2)^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $g(0) > g(-2) > g(1)$. B. $g(1) > g(-2) > g(0)$.
C. $g(-2) > g(1) > g(0)$. D. $g(0) > g(1) > g(-2)$.



Câu 17: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, ($a \neq 0$) có đồ thị (C) và đường $d: y = mx + n$ cắt đồ thị (C) tại các điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; -1 ; 0 ; 1 . Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (C), d và đường thẳng $x = -2$, $x = 0$ có diện tích bằng 1.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), đường thẳng d , trục tung và đường $x=1$ bằng

- A. $\frac{11}{30}$. B. $\frac{19}{30}$. C. $\frac{49}{30}$. D. $\frac{19}{15}$.

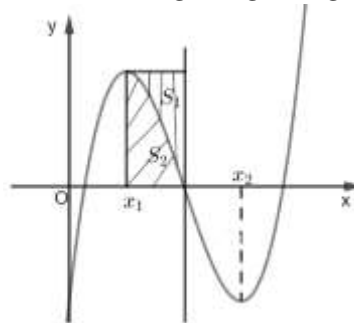
Câu 18: Người ta xây sân khấu với mặt sàn có dạng hợp của hai đường tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn lần lượt là $20m$ và $15m$. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là $30m$. Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 nghìn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông còn lại là 100 nghìn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sàn sân khấu gần với số nào trong các số dưới đây?

- A. 202 triệu đồng. B. 208 triệu đồng. C. 218 triệu đồng. D. 200 triệu đồng.

Câu 19: Với mọi m thì đường thẳng $d: y = mx + 2$ luôn cắt parabol $(P): y = x^2 + 1$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 . Tìm m để diện tích của hình phẳng giới hạn bởi d và (P) là nhỏ nhất.

- A. $m = 0$. B. $m = \frac{4}{3}$. C. $m = \frac{3}{4}$. D. $m = 4$.

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 4$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi

S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{3}{5}$. C. 1. D. $\frac{3}{4}$.

HẾT

Huế, 15h00' Ngày 11 tháng 02 năm 2022



ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[b; a]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a > b$), diện tích của D được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

D. $\int_b^a |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 3$ là:

A. $\frac{32}{3}$.

B. 3.

C. $\frac{25}{3}$.

D. $\frac{23}{3}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm giữa $(P): y = -x^2 + 4$ và trục hoành:

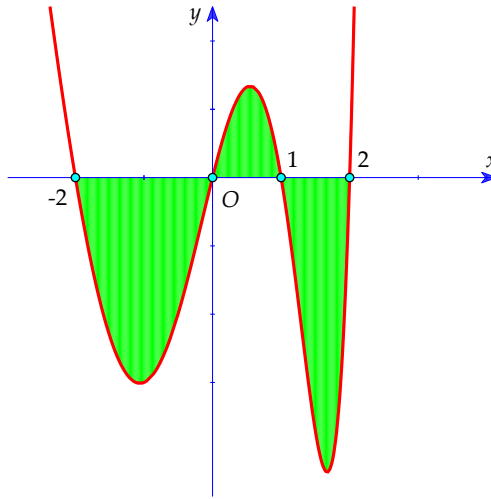
$$-x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in (0; 3) \\ x = -2 \notin (0; 3) \end{cases}.$$

Vậy diện tích hình phẳng là:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 |-x^2 + 4| dx + \int_2^3 |-x^2 + 4| dx = \left| \int_0^2 (-x^2 + 4) dx \right| + \left| \int_2^3 (-x^2 + 4) dx \right| \\ &= \left| \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_0^2 \right| + \left| \left(-\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_2^3 \right| = \left| \frac{16}{3} \right| + \left| 3 - \frac{16}{3} \right| = \frac{23}{3}. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 3: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

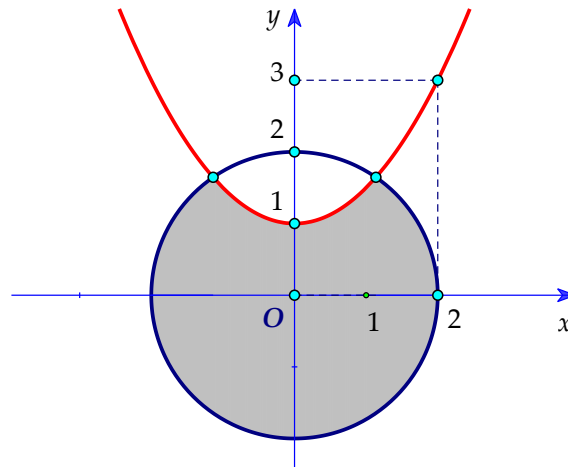
A. $S_H = \int_{-2}^2 |f(x)| dx.$

B. $S_H = \int_{-2}^0 |f(x)| dx + \int_0^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx.$

C. $S_H = -\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S_H = \left| \int_{-2}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^2 f(x) dx \right|.$

Câu 4: Trong mặt phẳng cho đường tròn (C) và parabol (P) (tham khảo hình vẽ dưới đây).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

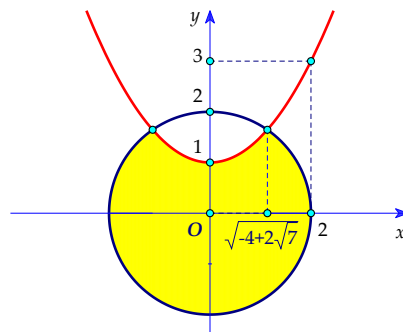
A. 11,04.

B. 12,04.

C. 9,13.

D. 13,13.

Lời giải:



Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{4-x^2} \\ y = -\sqrt{4-x^2} \end{cases}$.

Gọi $(P): y = ax^2 + c$ (Do (P) đối xứng qua Oy)

Ta có: $\begin{cases} A(0;1) \in (P) \longrightarrow c = 1 \\ B(2;3) \in (P) \longrightarrow 4a + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ c = 1 \end{cases}$. Vậy $(P): y = \frac{1}{2}x^2 + 1$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = \frac{1}{2}x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + \left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -4 + 2\sqrt{7} > 0 \\ x^2 = -4 - 2\sqrt{7} < 0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{-4 + 2\sqrt{7}} \\ x = -\sqrt{-4 + 2\sqrt{7}} \end{cases}$.

Diện tích cần tính là $S = 4\pi - 2 \int_0^{\sqrt{-4+2\sqrt{7}}} \left[\sqrt{4-x^2} - \left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right) \right] dx \approx 11,04$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số: $y = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$ và đường thẳng $y = -x - 1$ là:

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{9}{4}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải:

Xét phương trình $x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = -x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Ta có diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $h(x)$ và $g(x)$ bằng

$S = \int_{-1}^2 |x^3 - 2x^2 - x + 2| dx = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 6: Diện tích S của hình phẳng D được giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 2x$ và đường thẳng $d: y = x + 4$ xác định bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_{-1}^4 (x^2 - 3x - 4) dx$.

B. $S = \int_{-1}^4 (-x^2 + 3x + 4) dx$.

C. $S = \int_{-1}^4 (x^2 - 3x - 4) dx$.

D. $S = \int_1^4 (-x^2 + 3x + 4) dx$.

Lời giải:

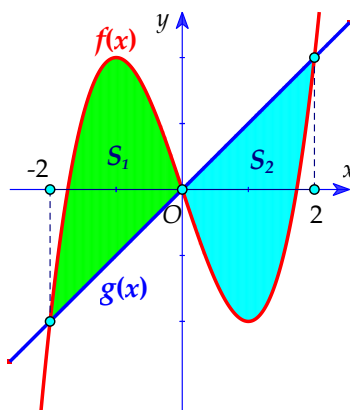
Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d

$x^2 - 2x = x + 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$.

Suy ra $S = \int_{-1}^4 |x^2 - 3x - 4| dx = \int_{-1}^4 (-x^2 + 3x + 4) dx$ (do $x^2 - 3x - 4 \leq 0, \forall x \in [-1; 4]$).

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 7: Biết đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$ cắt đường thẳng $g(x)$ tạo thành các hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên dưới:



Tính $I = \int_{-2}^2 (f(x) - g(x) + 2) dx$.

A. $I = S_1 - S_2 + 2$.

B. $I = S_1 + S_2 + 8$.

C. $I = S_1 - S_2 + 8$.

D. $I = S_1 + S_2 + 2$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } I &= \int_{-2}^2 (f(x) - g(x) + 2) dx = \int_{-2}^2 (f(x) - g(x)) dx + \int_{-2}^2 2 dx \\ &= \int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^2 (f(x) - g(x)) dx + 8 = S_1 - S_2 + 8. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 8: Kí hiệu $S(t)$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x + 1$, $y = 0$, $x = 1$, $x = t$, ($t > 1$). Tìm t để $S(t) = 10$.

A. $t = 4$.

B. $t = 13$.

C. $t = 3$.

D. $t = 14$.

Lời giải:

Ta có $S(t) = \int_1^t |2x + 1| dx$. Do $x \in [1; t]$, $t > 1$ nên $2x + 1 > 0$.

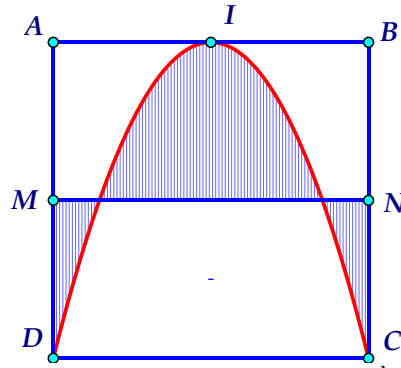
Khi đó: $S(t) = \int_1^t (2x + 1) dx = (x^2 + x) \Big|_1^t = t^2 + t - 2$.

Để $S(t) = 10$ thì $t^2 + t - 2 = 10 \Leftrightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}$.

Do $t > 1$ nên $t = 3$ thỏa mãn.

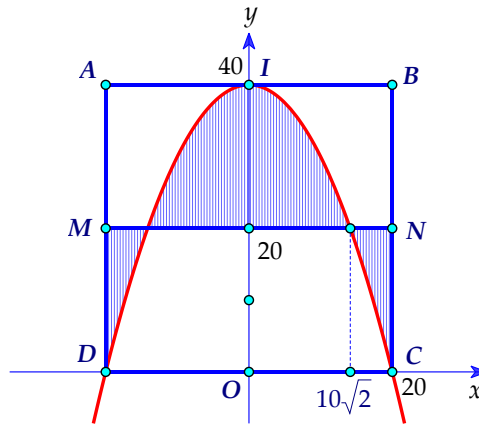
$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 9: Cho mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $40m$, M, N, I lần lượt là trung điểm AD, BC, AB . Biết đường cong là parabol đỉnh I (tham khảo hình vẽ).



Diện tích phần tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng
 A. $203,15 \text{ m}^2$. B. $487,59 \text{ m}^2$. C. $601,25 \text{ m}^2$. D. $450,35 \text{ m}^2$.

Lời giải:



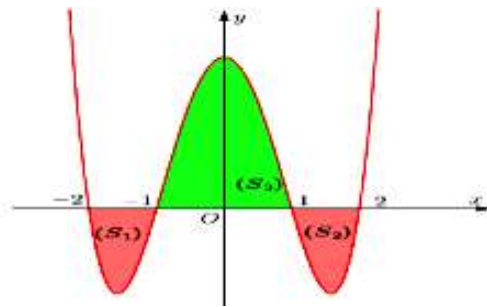
Do (P) có đỉnh là $A(0;40)$ và qua $B(20;0)$ nên (P): $y = -\frac{1}{10}x^2 + 40$.

Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} y = -\frac{1}{10}x^2 + 40 \\ y = 20 \end{cases} \Rightarrow x^2 = 200 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10\sqrt{2} \\ x = -10\sqrt{2} \end{cases}$$

Diện tích cần tính là $S = 2 \left[\int_0^{10\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{10}x^2 + 40 - 20 \right) dx + \int_{10\sqrt{2}}^{20} \left(20 - \left(-\frac{1}{10}x^2 + 40 \right) \right) dx \right] \approx 487,59 \text{ m}^2$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 10: Cho hàm $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$, biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ như hình vẽ ở bên dưới và có diện tích $S_1 = S_2 = \frac{22}{15}$, $S_3 = \frac{76}{15}$.



Giá trị của biểu thức $F(2) + F(1) - F(-1) - F(-2)$ bằng

- A. $I = \frac{36}{5}$. B. $I = \frac{32}{15}$. C. $I = \frac{18}{5}$. D. $I = -\frac{32}{15}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } F(2) - F(1) = \int_1^2 f(x) dx = -S_2 = -\frac{22}{15}.$$

$$F(1) - F(-1) = \int_{-1}^1 f(x) dx = S_3 = \frac{76}{15}.$$

$$F(-1) - F(-2) = \int_{-2}^{-1} f(x) dx = -S_1 = -\frac{22}{15}.$$

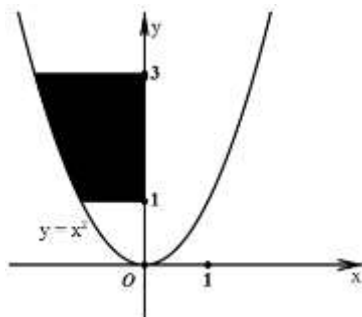
Vậy có :

$$F(2) - F(1) + 2[F(1) - F(-1)] + F(-1) - F(-2) = -\frac{22}{15} + 2 \cdot \frac{76}{15} - \frac{22}{15} = \frac{108}{15}$$

$$\Leftrightarrow F(2) + F(1) - F(-1) - F(-2) = \frac{108}{15} = \frac{36}{5}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 11: Tính diện tích hình phẳng được đánh dấu trên hình dưới:



A. $S = \frac{28}{3}.$

B. $S = 3\sqrt{2} - \frac{1}{3}.$

C. $S = \frac{18}{3}.$

D. $S = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}.$

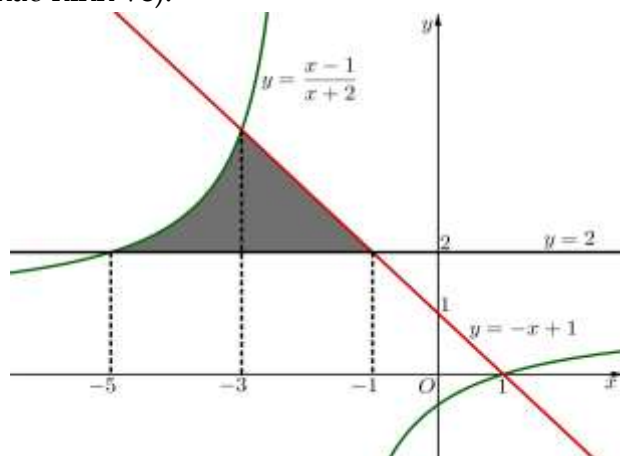
Lời giải:

Ta có $y = x^2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{y}$, từ hình vẽ ta thấy $x < 0 \Rightarrow x = -\sqrt{y}$.

$$S = \int_1^3 |-\sqrt{y}| dy = \int_1^3 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \Big|_1^3 = \frac{2}{3} (3\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 12: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ và hai đường thẳng $y = 2$, $y = -x+1$ (tham khảo hình vẽ).



Tính diện tích S của hình phẳng (H).

A. $S = 8 + 3\ln 3$.

B. $S = 8 - 3\ln 3$.

C. $S = 3\ln 3$.

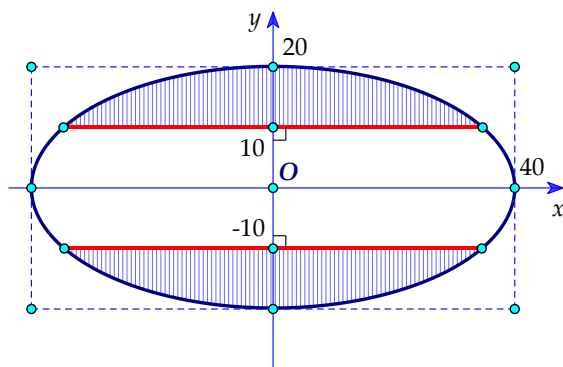
D. $S = -4 + 3\ln 3$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta có

$$S = \int_{-5}^{-3} \left(\frac{x-1}{x+2} - 2 \right) dx + \int_{-3}^{-1} (-x+1-2) dx = \int_{-5}^{-3} \left(-1 - \frac{3}{x+2} \right) dx + \int_{-3}^{-1} (-x-1) dx$$

$$= \left(-x - 3\ln|x+2| \right) \Big|_{-5}^{-3} + \left(-\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_{-3}^{-1} = 3\ln 3.$$

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.****Câu 13:** Trong mặt phẳng cho elip và hai đường thẳng như hình vẽ bên dưới:Diện tích phần **không** tô đậm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) bằng

A. $1203,15 \text{ m}^2$.

B. $1350,25 \text{ m}^2$.

C. $1530,58 \text{ m}^2$.

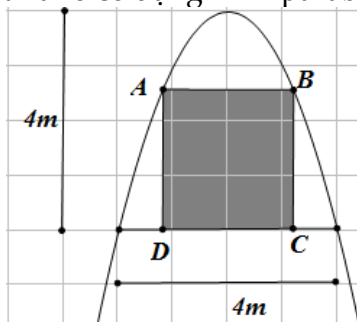
D. $1450,35 \text{ m}^2$.

Lời giải:

Elip có phương trình là: $\frac{x^2}{1600} + \frac{y^2}{400} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \sqrt{400 \left(1 - \frac{x^2}{1600} \right)} \\ y = -\sqrt{400 \left(1 - \frac{x^2}{1600} \right)} \end{cases}$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} y = 10 \\ \frac{x^2}{1600} + \frac{y^2}{400} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20\sqrt{3} \\ x = -20\sqrt{3} \end{cases}$

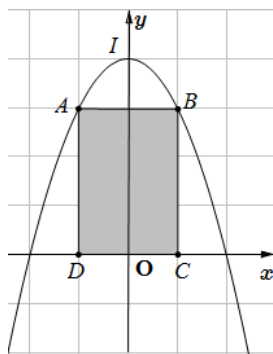
Lúc đó: $S_{\text{gạch}} = 40 \cdot 20 - 4 \int_0^{20\sqrt{3}} \left[\sqrt{400 \left(1 - \frac{x^2}{1600} \right)} - 10 \right] dx \approx 1530,58$.

 $\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.****Câu 14:** Trong đợt hội trại “Khi tôi 18” được tổ chức tại trường THPT X. Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một Pano có dạng hình parabol như hình vẽ.

Biết rằng Đoàn trường X sẽ yêu cầu các lớp gửi ảnh dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật ABCD, phần còn lại sẽ được tranh trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho $1 m^2$. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên Pano sẽ là bao nhiêu?

A. 1.230.000 đồng. B. 900.000 đồng. C. 1.232.000 đồng. **D. 902.000 đồng.**

Lời giải:



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, khi đó ta được phương trình của parabol là $y = -x^2 + 4$.

Gọi $C(x; 0) (0 < x < 2) \Rightarrow D(-x; 0), B(x; -x^2 + 4), A(-x; -x^2 + 4)$.

Ta có diện tích của Pano là $\int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \frac{32}{3} (m^2)$.

Diện tích hình chữ nhật ABCD là $S_{ABCD} = CD \cdot BC = 2x \cdot (-x^2 + 4)$.

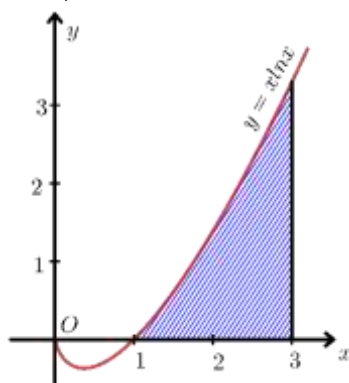
Chi phí dán hoa văn thấp nhất khi và chỉ khi diện tích hình chữ nhật ABCD lớn nhất.

Xét hàm số $f(x) = 2x \cdot (-x^2 + 4), x \in (0; 2)$ có $\max_{x \in (0; 2)} f(x) = \frac{32\sqrt{3}}{9}$.

Chi phí thấp nhất cho việc dán hoa văn là $\left(\frac{32}{3} - \frac{32\sqrt{3}}{9} \right) \cdot 200000 \approx 902.000$ đồng.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 15: Cho hình phẳng (H) (phần gạch đậm) như hình vẽ bên dưới:



Tính diện tích hình phẳng (H).

A. 1. **B. $\frac{9}{2} \ln 3 - 2$.** C. $\frac{9}{2} \ln 3 - \frac{3}{2}$. D. $\frac{9}{2} \ln 3 + 2$.

Lời giải:

Ta có: diện tích cần tìm là $S = \int_1^3 x \ln x dx$

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$ khi đó: $S = \frac{x^2}{2} \ln x \Big|_1^3 - \int_1^3 \frac{1}{x} \frac{x^2}{2} dx = \frac{9}{2} \ln 3 - \frac{1}{2} \frac{x^2}{2} \Big|_1^3 = \frac{9}{2} \ln 3 - 2.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.

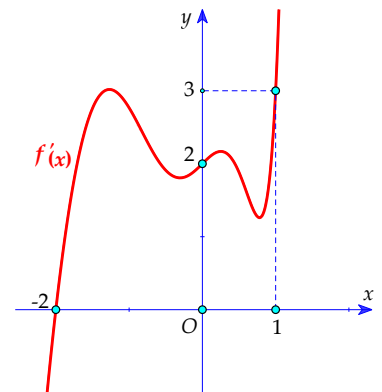
Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+2)^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $g(0) > g(-2) > g(1).$

B. $g(1) > g(-2) > g(0).$

C. $g(-2) > g(1) > g(0).$

D. $g(0) > g(1) > g(-2).$



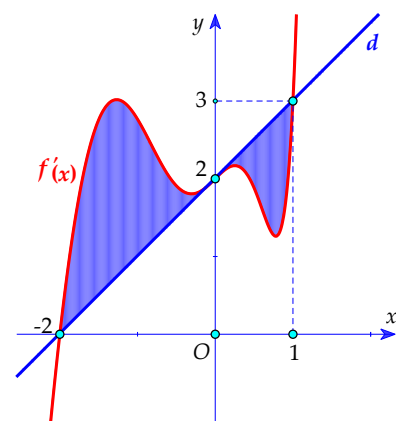
Lời giải:

Ta có $g(x) = 2f(x) - 2(x+2) = 2[f'(x) - (x+2)]$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$g(-2)$	$g(0)$	$g(1)$	$+\infty$

Suy ra $g(-2) < g(0)$ và $g(1) < g(0)$.

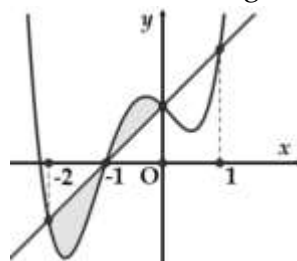


Theo hình vẽ $\int_{-2}^0 [f'(x) - (x+2)] dx > \int_0^1 [(x+2) - f'(x)] dx \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_{-2}^0 g'(x) dx > -\frac{1}{2} \int_0^1 g'(x) dx$

$\Leftrightarrow g(x) \Big|_{-2}^0 > -g(x) \Big|_0^1 \Leftrightarrow g(0) - g(-2) > -g(1) + g(0) \Leftrightarrow g(1) > g(-2).$ Vậy $g(0) > g(1) > g(-2).$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 17: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, ($a \neq 0$) có đồ thị (C) và đường $d: y = mx + n$ cắt đồ thị (C) tại các điểm có hoành độ lần lượt là -2 ; -1 ; 0 ; 1 . Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (C), d và đường thẳng $x = -2$, $x = 0$ có diện tích bằng 1.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), đường thẳng d , trục tung và đường $x=1$ bằng

A. $\frac{11}{30}$.

B. $\frac{19}{30}$.

C. $\frac{49}{30}$.

D. $\frac{19}{15}$.

Lời giải:

Theo bài ra phương trình $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = mx + n$ có 4 nghiệm phân biệt $-2; -1; 0; 1$.

$$\Leftrightarrow f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + (d-m)x + e-n = 0 \text{ có 4 nghiệm phân biệt } -2; -1; 0; 1.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = a(x+2)(x+1)(x-0)(x-1) = ax(x+2)(x+1)(x-1).$$

Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), d và đường thẳng $x=-2$, $x=0$ ta có

$$S_1 = \int_{-2}^0 |f(x)| dx = |a| \int_{-2}^0 |x(x+2)(x+1)(x-1)| dx = 1 \Leftrightarrow |a| \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow |a| = 1.$$

$$\text{Vậy diện tích } S \text{ cần tìm là } S = \int_0^1 |f(x)| dx = \int_0^1 |x(x+2)(x+1)(x-1)| dx = \frac{19}{30}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 18: Người ta xây sân khấu với mặt sàn có dạng hợp của hai đường tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn lần lượt là $20m$ và $15m$. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là $30m$. Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 nghìn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông còn lại là 100 nghìn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sàn sân khấu gần với số nào trong các số dưới đây?

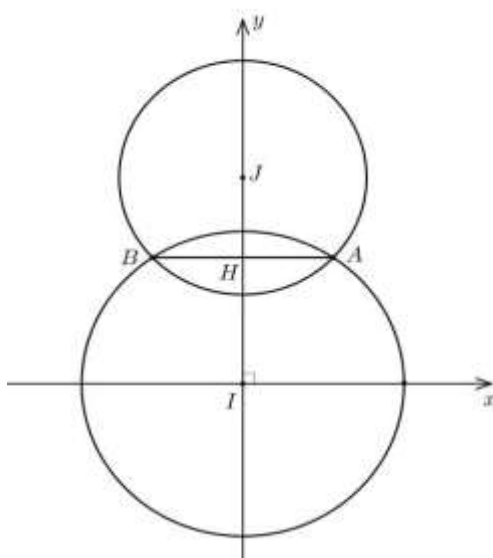
A. 202 triệu đồng.

B. 208 triệu đồng.

C. 218 triệu đồng.

D. 200 triệu đồng.

Lời giải:



Gọi I, J lần lượt là tâm của hai đường tròn bán kính $20m, 15m$.

Gọi A, B là giao của hai đường tròn.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho Oy trùng IJ và Ox song song với AB và I là gốc tọa độ (như hình vẽ).

Khi đó đường tròn tâm I bán kính $R = 20m$ có phương trình $x^2 + y^2 = 400$.

Vì khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là $30m$ nên $J(0; 30)$. Do đó đường tròn

tâm $J(0; 30)$ bán kính $R = 15m$ có phương trình $x^2 + (y - 30)^2 = 225$.

Khi đó phần chung của hai đường tròn giới hạn bởi $\left\{ y = \sqrt{400 - x^2}; y = 30 - \sqrt{225 - x^2} \right\}$.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} y = \sqrt{400 - x^2} \\ y = 30 - \sqrt{225 - x^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{4\sqrt{455}}{12} \\ y = \frac{215}{12} \end{cases}.$$

Diện tích phần chung của hai đường tròn là

$$S_1 = \int_{\frac{-5\sqrt{455}}{12}}^{\frac{5\sqrt{455}}{12}} \left(\sqrt{400 - x^2} + \sqrt{225 - x^2} - 30 \right) dx \approx 60,2.$$

Diện tích riêng của hai đường tròn là $S_2 = 625\pi - 2S_1 \approx 625\pi - 120,4$.

Số tiền chi phí là $300000S_1 + 100000S_2 \approx 300000.60,2 + 100000.(625\pi - 120,4) \approx 202\,369\,540$.

Vậy số tiền làm mặt sàn sân là gần 202 triệu đồng.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 19: Với mọi m thì đường thẳng $d: y = mx + 2$ luôn cắt parabol $(P): y = x^2 + 1$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 . Tìm m để diện tích của hình phẳng giới hạn bởi d và (P) là nhỏ nhất.

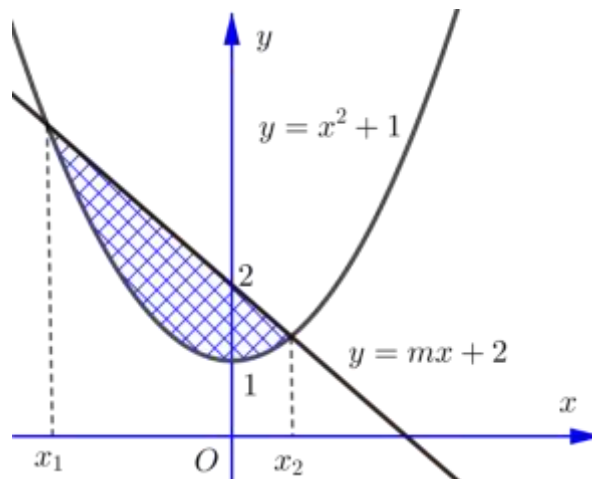
A. $m = 0$.

B. $m = \frac{4}{3}$.

C. $m = \frac{3}{4}$.

D. $m = 4$.

Lời giải:

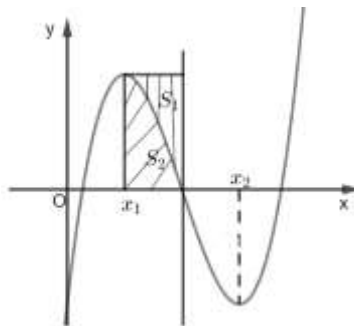


Ta có x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $-x^2 + mx + 1 = 0$. Khi đó

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} (mx + 2 - x^2 - 1) dx = \left(\frac{mx^2}{2} - \frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_{x_1}^{x_2} = (x_2 - x_1) \left[-\frac{1}{3}((x_1 + x_2)^2 - x_1x_2) + \frac{m}{2}(x_1 + x_2) + 1 \right] \\ &= -\frac{1}{6}\sqrt{m^2 + 4} \left[2(m^2 + 1) - 3m^2 - 6 \right] = \frac{1}{6}\sqrt{m^2 + 4} (m^2 + 4) \geq \frac{\sqrt[3]{4}}{6} \\ &\Rightarrow S_{\min} \Leftrightarrow m = 0. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:



Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 4$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. 1.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải:

Cách 1:

Gọi $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, (với $a > 0, a, b, c, d \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{aligned} f'(x_1) = f'(x_2) = 0 &\Rightarrow f'(x) = 3a(x - x_1)(x - x_2) = 3a(x - x_1)(x - x_1 - 4) \\ &= 3a(x - x_1)^2 - 12a(x - x_1). \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = a(x - x_1)^3 - 6a(x - x_1)^2 + C.$$

$$f(x_1) + f(x_2) = 0 \Leftrightarrow f(x_1) + f(x_1 + 4) = 0 \Leftrightarrow C + (64a - 96a + C) = 0 \Leftrightarrow C = 16a.$$

$$\text{Vậy } f(x) = a(x - x_1)^3 - 6a(x - x_1)^2 + 16a.$$

$$S_1 + S_2 \text{ là diện tích hình chữ nhật có các kích thước là } 2 \text{ và } f(x_1) = 16a \Rightarrow S_1 + S_2 = 32a.$$

$$S_2 = \int_{x_1}^{x_1+2} f(x) dx = 20a. \text{ Suy ra } S_1 = 12a. \text{ Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}.$$

Cách 2:

Kết quả bài toán sẽ không đổi nếu ta tịnh tiến đồ thị của hàm số đã cho sang trái sao cho điểm uốn trùng với gốc tọa độ O .

Gọi $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a > 0$ là hàm số đó và ta thấy đồ thị của hàm số $g(x)$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ O nên $g(x)$ là hàm số lẻ $\Rightarrow b = d = 0 \Rightarrow g(x) = ax^3 + cx$.

$$g(x) \text{ có hai cực trị là } 2, -2 \text{ nên } g'(2) = g'(-2) = 0 \Rightarrow 12a + c = 0 \Rightarrow c = -12a.$$

$$\text{Vậy } g(x) = ax^3 - 12ax.$$

$$S_1 + S_2 \text{ là diện tích hình chữ nhật có các kích thước là } 2 \text{ và } g(-2) = 16a \Rightarrow S_1 + S_2 = 32a.$$

$$S_2 = \int_{-2}^0 g(x) dx = 20a. \text{ Suy ra } S_1 = 12a. \text{ Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

HẾT

Huế, 15h00' Ngày 11 tháng 02 năm 2022



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 5_TrNg 2022

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trở lại THPT Đặng Huy Trứ

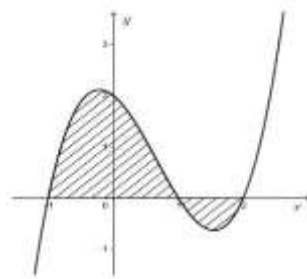
SĐT: 0935.785.115

Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm KM 10 Hường Trà, Huế.

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ sau đây:



Diện tích của hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ là

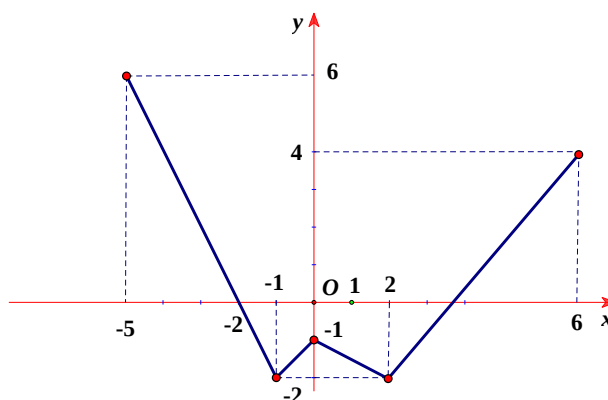
A. $S = \int_{-1}^2 f(x)dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-5; 6]$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị của $\int_{-5}^0 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{25}{2}$.

B. $\frac{19}{2}$.

C. $\frac{11}{2}$.

D. $\frac{13}{2}$.

Câu 3: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

A. $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$.

B. $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$.

C. $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$.

D. $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

C. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$.

D. $S = \int_a^b (|f(x)| - |g(x)|) dx$.

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{1+3x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ bằng

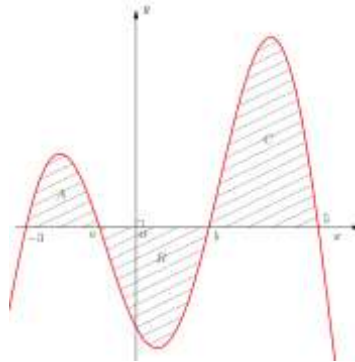
A. $\int_0^1 (1+3x) dx$

B. $\int_0^1 \sqrt{1+3x} dx$.

C. $\pi \int_0^1 \sqrt{1+3x} dx$.

D. $\pi \int_0^1 (1+3x) dx$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên $[-3; 5]$ như hình bên.



Biết các miền A , B , C có diện tích lần lượt là $S_A = 188$, $S_B = \frac{1377}{4}$, $S_C = \frac{2673}{4}$. Khi đó

$\int_{-3}^5 [f(x) + 1] dx$ bằng

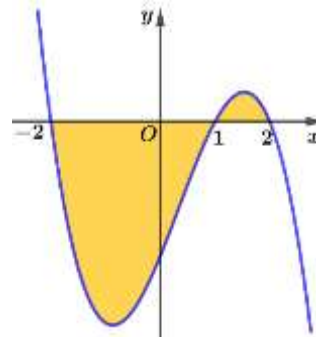
A. 520.

B. $\frac{2417}{2}$.

C. -504.

D. $\frac{2401}{2}$.

Câu 7: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ sau đây. Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$ và $\int_1^2 f(x) dx = b$. Tính diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm.



A. $S = -a - b$.

B. $S = a + b$.

C. $S = b - a$.

D. $S = a - b$.

Câu 8: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2x + 1$; $y = m$ ($m < 0$) và $x = 0$; $x = 1$. Tìm m sao cho $S = 4$.

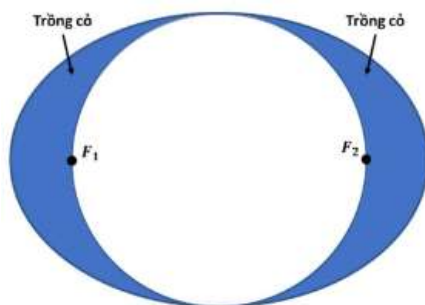
A. $m = \frac{5}{3}$.

B. $m = -\frac{5}{3}$.

C. $m = -\frac{3}{5}$.

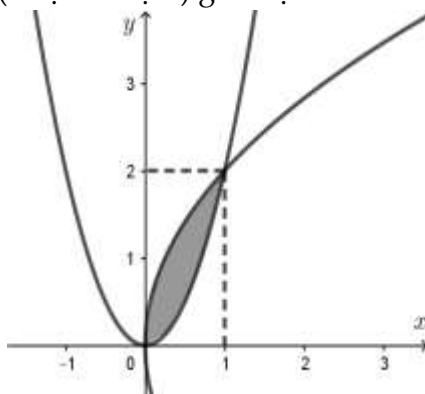
D. $m = -4$.

Câu 9: Ông A đã cải tạo một miếng đất thành hình elip. Elip này có độ dài trục lớn là 12 mét. Trong elip có một đường tròn đi qua các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm F_1, F_2 . Ông A muốn trồng cỏ May Mắn cho mảnh đất là phần bên trong Elip và bên ngoài đường tròn. Biết rằng chi phí cho việc trồng cỏ May Mắn là 60 nghìn đồng trên một mét vuông. Hỏi tổng chi phí trồng cỏ May Mắn gần nhất với số tiền nào sau đây?



A. 2811 nghìn đồng. B. 1405 nghìn đồng. C. 447 nghìn đồng. D. 895 nghìn đồng.

Câu 10: Tính diện tích của hình phẳng (được tô đậm) giới hạn bởi hai đường $y = 2x^2$, $y^2 = 4x$.

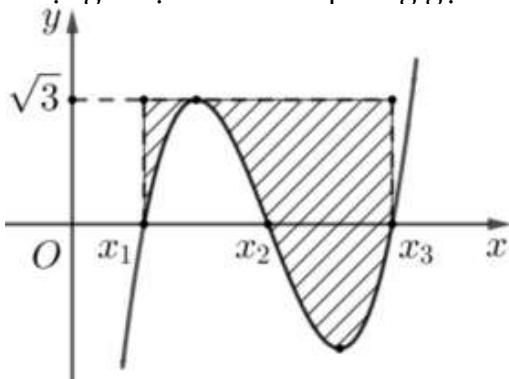


A. $S = \frac{2\pi}{3}$. B. $S = \frac{4\pi}{3}$. C. $S = \frac{4}{3}$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$ là

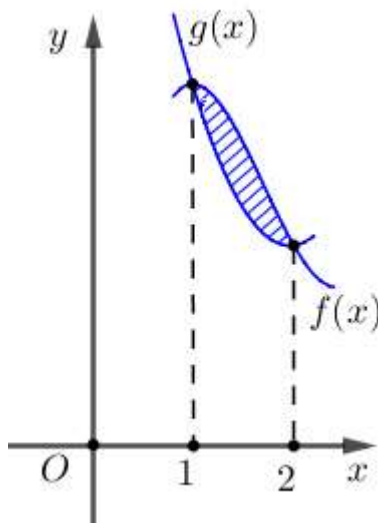
A. $S = \frac{189}{4}$. B. $S = \frac{27}{4}$. C. $S = 6$. D. $S = \frac{3}{4}$.

Câu 12: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $x_3 = x_1 + 2\sqrt{3}$ và x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bằng



A. $6\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{6}$. C. $4\sqrt{3}$. D. 6.

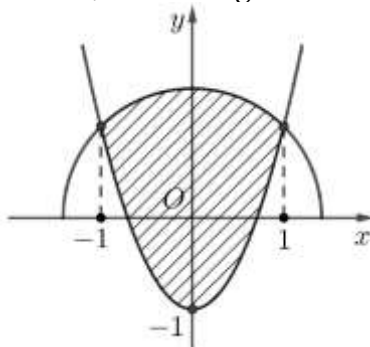
Câu 13: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 1 và 2, phần hình phẳng gạch sọc giới hạn bởi hai đồ thị đã cho và hai đường thẳng $x=1$, $x=2$ có diện tích bằng 4 và $\int_1^2 g(x)dx = 7$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_1^2 f(x)dx = 15$. B. $\int_1^2 f(x)dx = 11$. C. $\int_1^2 f(x)dx = 22$. D. $\int_1^2 f(x)dx = 3$.

Câu 14: Hình giới hạn bởi một đường parabol và một nửa đường tròn tâm O bán kính bằng $\sqrt{2}$ (phần gạch sọc) trong hình vẽ bên có diện tích bằng



- A. $\frac{5}{3} + \frac{\pi}{2}$. B. $\frac{7}{3} + \frac{\pi}{2}$. C. $\frac{4}{3} + \frac{\pi}{2}$. D. $\frac{2}{3} + \frac{\pi}{2}$.

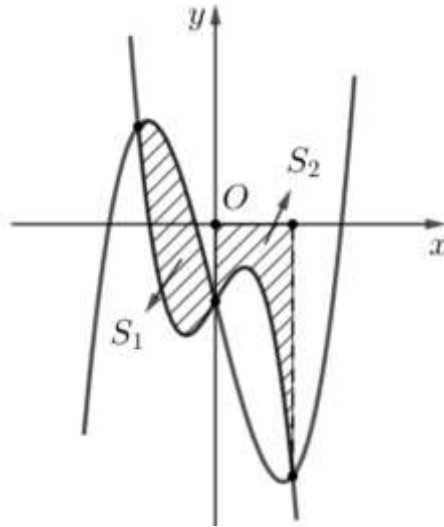
Câu 15: Cho đường cong $(C): y = x^3$. Xét điểm A có hoành độ dương thuộc (C) , tiếp tuyến của (C) tại A tạo với (C) một hình phẳng có diện tích bằng 27. Hoành độ điểm A thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Câu 16: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ và $y = 3 - x$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{13}{6}$. D. 2.

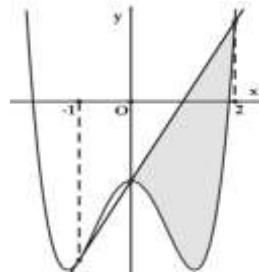
Câu 17: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx + c$, $g(x) = bx^3 + ax + c$, ($a > 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Khi $S_1 + S_2 = 3$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 6. D. -6.

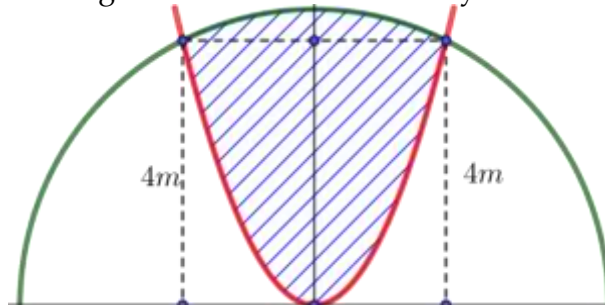
Câu 18: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị (C) và tiếp tuyến d của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$, cắt (C) tại hai giao điểm còn lại có hoành độ bằng $x = 0, x = 2$ (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (C), d và đường thẳng $x = 0, x = 2$ có diện tích bằng $28/5$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), đường thẳng d và $x = 0, x = -1$.

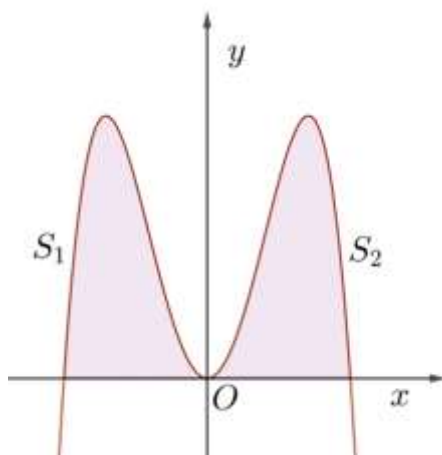
- A. $\frac{27}{5}$. B. $\frac{29}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 19: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4m. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/ m^2 và 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền cần để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó gần nhất với số nào sau đây?



- A. 3.739.000 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 3.926.000 (đồng). D. 4.115.000 (đồng).

Câu 20: Cho hàm số $y = -x^4 + mx^2$ có đồ thị (C_m) với tham số $m > 0$ được cho như hình vẽ. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt như hình vẽ bên dưới:



Gọi S_1 và S_2 là diện tích các miền được giới hạn bởi đồ thị (C_m) và trục Ox . Biết m_0 là giá trị để $S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3}$, hỏi m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(15;30)$.

B. $(5;10)$.

C. $(0;3)$.

D. $(2;6)$.

HẾT

Huế, 11h00' Ngày 14 tháng 02 năm 2022



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 5_TrNg 2022

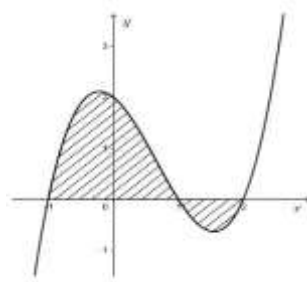
ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ sau đây:



Diện tích của hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ là

A. $S = \int_{-1}^2 f(x)dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$.

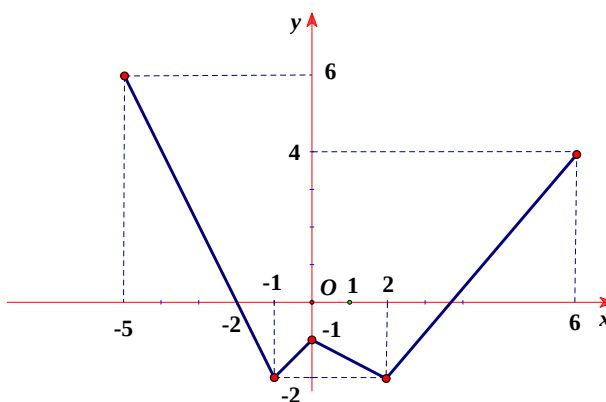
D. $S = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx$.

Lời giải:

♦ Có $S = \int_{-1}^2 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^2 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^2 (-f(x))dx$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-5; 6]$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Giá trị của $\int_{-5}^0 f(x)dx$ bằng

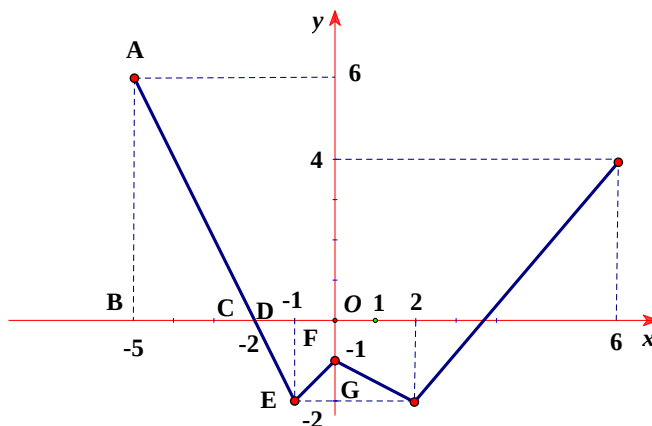
A. $\frac{25}{2}$.

B. $\frac{19}{2}$.

C. $\frac{11}{2}$.

D. $\frac{13}{2}$.

Lời giải:



Ta có

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9; S_{DEE} = \frac{1}{2} DF \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1.$$

$$S_{FEGO} = \frac{1}{2} (GO + EF) DO = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } \int_{-5}^0 f(x) dx = \int_{-5}^{-2} f(x) dx - \int_{-2}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^0 f(x) dx = S_{ABC} - S_{DEE} - S_{FEGO} = 9 - 1 - \frac{3}{2} = \frac{13}{2}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 3: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là

A. $\frac{e^6}{2} + \frac{1}{2}$.

B. $\frac{e^6}{3} + \frac{1}{3}$.

C. $\frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}$.

D. $\frac{e^6}{3} - \frac{1}{3}$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = e^{2x}$, trục hoành Ox :

$$e^{2x} = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tính là } S = \int_0^3 |e^{2x}| dx = \int_0^3 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big|_0^3 = \frac{1}{2} (e^6 - 1) = \frac{e^6}{2} - \frac{1}{2}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

A. $S = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$.

B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

C. $S = \left| \int_a^b (f(x) - g(x)) dx \right|$.

D. $S = \int_a^b (|f(x)| - |g(x)|) dx$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ được tính theo công thức } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{1+3x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=0, x=1$ bằng

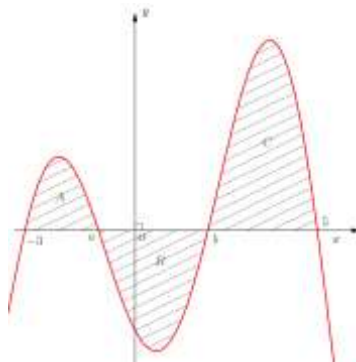
- A. $\int_0^1 (1+3x) dx$ B. $\int_0^1 \sqrt{1+3x} dx$. C. $\pi \int_0^1 \sqrt{1+3x} dx$. D. $\pi \int_0^1 (1+3x) dx$.

Lời giải:

$$S = \int_0^1 |\sqrt{1+3x}| dx = \int_0^1 \sqrt{1+3x} dx .$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên $[-3;5]$ như hình bên.



Biết các miền A, B, C có diện tích lần lượt là $S_A = 188, S_B = \frac{1377}{4}, S_C = \frac{2673}{4}$. Khi đó

$$\int_{-3}^5 [f(x) + 1] dx \text{ bằng}$$

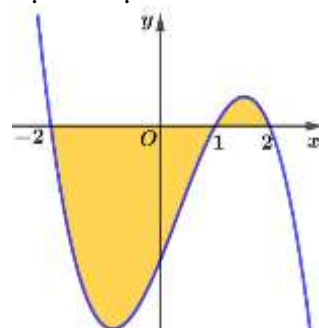
- A. 520. B. $\frac{2417}{2}$. C. -504. D. $\frac{2401}{2}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \int_{-3}^5 [f(x) + 1] dx &= \int_{-3}^5 f(x) dx + \int_{-3}^5 1 dx = \int_{-3}^a f(x) dx + \int_a^b f(x) dx + \int_b^5 f(x) dx + 8 = S_A - S_B + S_C + 8 \\ &= 188 - \frac{1377}{4} + \frac{2673}{4} + 8 = 520. \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 7: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ sau đây. Biết rằng $\int_{-2}^1 f(x) dx = a$ và $\int_1^2 f(x) dx = b$. Tính diện tích S của phần hình phẳng được tô đậm.



- A. $S = -a - b$. B. $S = a + b$. C. $S = b - a$. D. $S = a - b$.

Lời giải:

Ta có $S = -\int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = -a + b$.

⇒ **Chọn đáp án C.**

Câu 8: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2x + 1$; $y = m$ ($m < 0$) và $x = 0$; $x = 1$. Tìm m sao cho $S = 4$.

A. $m = \frac{5}{3}$.

B. $m = -\frac{5}{3}$.

C. $m = -\frac{3}{5}$.

D. $m = -4$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2x + 1$; $y = m$ ($m < 0$) và $x = 0$; $x = 1$ là

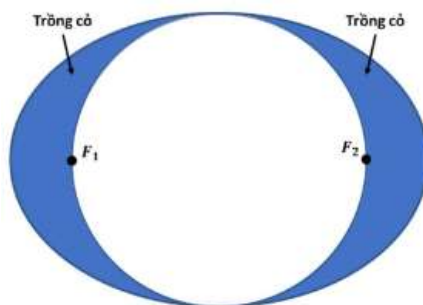
$$S = \int_0^1 |x^2 + 2x + 1 - m| dx = \int_0^1 (x^2 + 2x + 1 - m) dx \quad (\text{do } m < 0).$$

$$\text{Suy ra } S = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 (x^2 + 2x + 1 - m) dx = 4 \Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x - mx \right) \Big|_0^1 = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} + 1^2 + 1 - m = 4 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{3}.$$

⇒ **Chọn đáp án B.**

Câu 9: Ông A đã cải tạo một miếng đất thành hình elip. Elip này có độ dài trục lớn là 12 mét. Trong elip có một đường tròn đi qua các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm F_1, F_2 . Ông A muốn trồng cỏ May Mắn cho mảnh đất là phần bên trong Elip và bên ngoài đường tròn. Biết rằng chi phí cho việc trồng cỏ May Mắn là 60 nghìn đồng trên một mét vuông. Hỏi tổng chi phí trồng cỏ May Mắn gần nhất với số tiền nào sau đây?



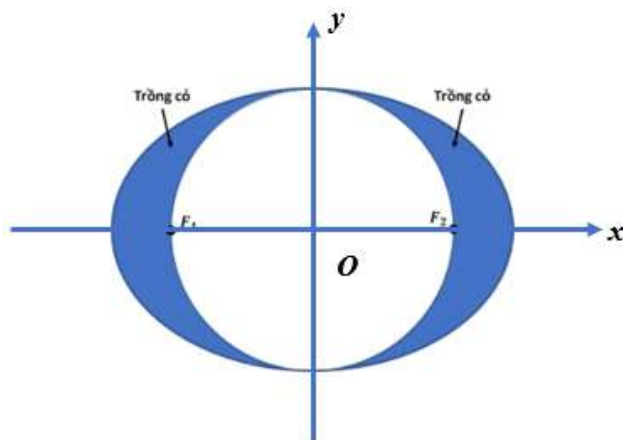
A. 2811 nghìn đồng.

B. 1405 nghìn đồng.

C. 447 nghìn đồng.

D. 895 nghìn đồng.

Lời giải:



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Phương trình elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$ và phương trình đường tròn $x^2 + y^2 = R^2$.

Độ dài trục lớn là 12 mét, suy ra $a = 6$.

Vì đường tròn đi qua các đỉnh trên trục nhỏ và tiêu điểm của elip nên $b = c = R$.

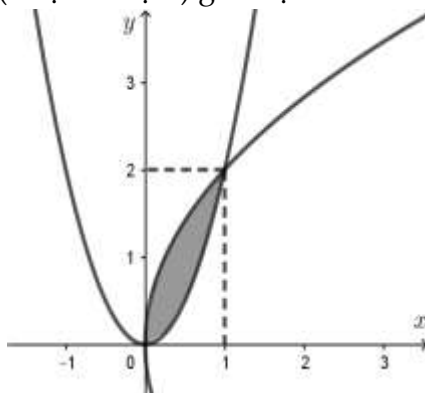
Do đó $c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow 2c^2 = a^2 \Leftrightarrow 2c^2 = 36 \Rightarrow c = 3\sqrt{2}$

Tổng chi phí để trồng cỏ May Mẩn là

$$T = 4 \cdot \left(3\sqrt{2} \int_0^6 \sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} dx - \int_0^{3\sqrt{2}} \sqrt{18 - x^2} dx \right) \cdot 60000 \approx 1405 \text{ nghìn đồng.}$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 10: Tính diện tích của hình phẳng (được tô đậm) giới hạn bởi hai đường $y = 2x^2$, $y^2 = 4x$.



A. $S = \frac{2\pi}{3}$.

B. $S = \frac{4\pi}{3}$.

C. $S = \frac{4}{3}$.

D. $S = \frac{2}{3}$.

Lời giải:

Theo hình vẽ ta có $y^2 = 4x \Leftrightarrow y = 2\sqrt{x}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y = 2x^2$, $y = 2\sqrt{x}$

$$2x^2 = 2\sqrt{x} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 0 \\ \sqrt{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Dựa vào đồ thị, diện tích của hình phẳng cần tính là

$$S = \int_0^1 (2\sqrt{x} - 2x^2) dx = \left(\frac{4}{3} x\sqrt{x} - \frac{2}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{3}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$ là

A. $S = \frac{189}{4}$.

B. $S = \frac{27}{4}$.

C. $S = 6$.

D. $S = \frac{3}{4}$.

Lời giải:

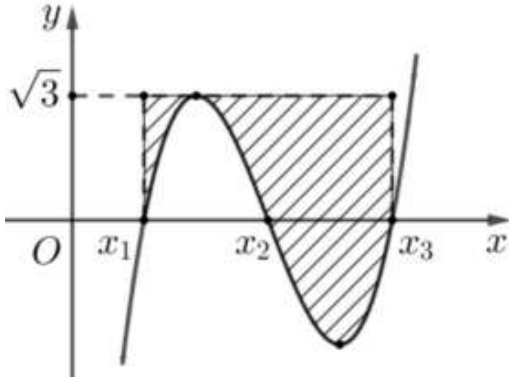
Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là

$x^3 - 2x^2 + 1 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$. Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_0^3 \left| (x^3 - 2x^2 + 1) - (x^2 + 1) \right| dx = - \int_0^3 (x^3 - 3x^2) dx = - \left(\frac{1}{4} x^4 - x^3 \right) \Big|_0^3 = \frac{27}{4}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 12: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $x_3 = x_1 + 2\sqrt{3}$ và x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bằng



A. $6\sqrt{3}$.

B. $4\sqrt{6}$.

C. $4\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải:

Diện tích phần gạch sọc trên hình là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{3}, y = f(x), x = x_1, x = x_3$. Do đó,

$$S = \int_{x_1}^{x_3} (\sqrt{3} - f(x)) dx = \int_{x_1}^{x_3} \sqrt{3} dx - \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx = \sqrt{3}(x_3 - x_1) - \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx = 6 - \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx$$

Xét $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Theo Viet có $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$

Mặt khác x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành cấp số cộng nên

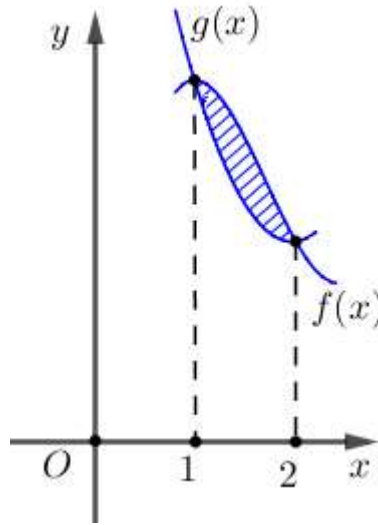
$$x_1 + x_2 + x_3 = (x_1 + x_3) + x_2 = 2x_2 + x_2 = 3x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_2 = -\frac{b}{3a} \Rightarrow U(x_2; 0) \text{ là điểm uốn của đồ thị}$$

hàm số đã cho. Vì vậy, trục hoành cùng với đồ thị hàm số $f(x)$ tạo thành hai hình có

diện tích bằng nhau tức $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = -\int_{x_2}^{x_3} f(x) dx \Leftrightarrow \int_{x_1}^{x_3} f(x) dx = 0$. Vậy $S = 6$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

Câu 13: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 1 và 2, phần hình phẳng gạch sọc giới hạn bởi hai đồ thị đã cho và hai đường thẳng $x=1, x=2$ có diện tích bằng 4 và $\int_1^2 g(x) dx = 7$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int_1^2 f(x) dx = 15$. B. $\int_1^2 f(x) dx = 11$. C. $\int_1^2 f(x) dx = 22$. D. $\int_1^2 f(x) dx = 3$.

Lời giải:

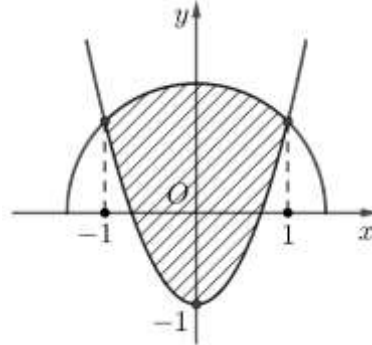
Từ hình vẽ suy ra

$$\int_1^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_1^2 [f(x) - g(x)] dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx - \int_1^2 g(x) dx = 4$$

$$\Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 4 + \int_1^2 g(x) dx = 4 + 7 = 11.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 14: Hình giới hạn bởi một đường parabol và một nửa đường tròn tâm O bán kính bằng $\sqrt{2}$ (phần gạch sọc) trong hình vẽ bên có diện tích bằng



- A. $\frac{5}{3} + \frac{\pi}{2}$. B. $\frac{7}{3} + \frac{\pi}{2}$. C. $\frac{4}{3} + \frac{\pi}{2}$. D. $\frac{2}{3} + \frac{\pi}{2}$.

Lời giải:

Phương trình nhánh trên đường tròn $y = \sqrt{2 - x^2}$. $x = \pm 1 \Rightarrow y = 1$.

Parabol có đỉnh $(0; -1)$ và đi qua hai điểm $(-1; 1)$, $(1; 1)$ có phương trình: $y = 2x^2 - 1$.

$$S = \int_{-1}^1 [\sqrt{2 - x^2} - (2x^2 - 1)] dx = \frac{5}{3} + \frac{\pi}{2}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 15: Cho đường cong $(C): y = x^3$. Xét điểm A có hoành độ dương thuộc (C) , tiếp tuyến của (C) tại A tạo với (C) một hình phẳng có diện tích bằng 27. Hoành độ điểm A thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. C. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Lời giải:

Ta có $y' = 3x^2$.

Do $A \in (C) \Rightarrow A(a; a^3), a > 0$.

Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại A là $d: y = 3a^2(x - a) + a^3$ hay $d: y = 3a^2(x - a) + a^3$.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$x^3 = 3a^2(x - a) + a^3 \Leftrightarrow (x - a)^2(x + 2a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = -2a \end{cases}.$$

Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi tiếp tuyến d và (C) .

$$\text{Ta có } S = 27 \Leftrightarrow \int_{-2a}^a |x^3 - 3a^2(x - a) - a^3| dx = 27$$

$$\Leftrightarrow \left| \int_{-2a}^a (x^3 - 3a^2x + 2a^3) dx \right| = 27 \Leftrightarrow \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3a^2x^2}{2} + 2a^3x \right) \right|_{-2a}^a = 27$$

$$\Leftrightarrow \frac{27}{4}a^4 = 27 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{2} \\ a = -\sqrt{2} \text{ (ktm } a > 0) \end{cases}.$$

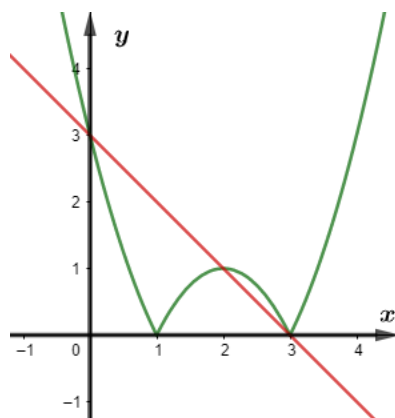
Vậy $a = \sqrt{2}$.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 16: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ và $y = 3 - x$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{13}{6}$. D. 2.

Lời giải:



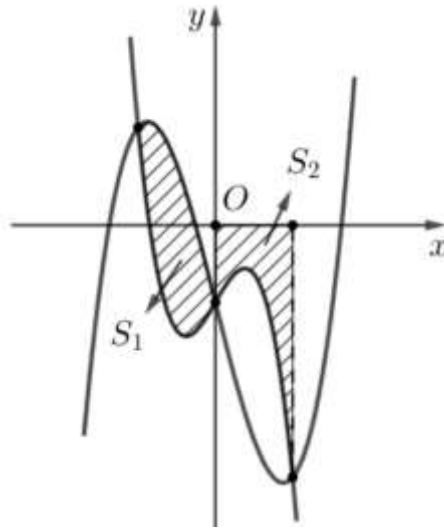
$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm: } |x^2 - 4x + 3| = 3 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là:

$$S = \int_0^2 \left| (3-x) - |x^2 - 4x + 3| \right| dx + \int_2^3 \left| |x^2 - 4x + 3| - (3-x) \right| dx = 2 + \frac{1}{6} = \frac{13}{6}.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

Câu 17: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx + c$, $g(x) = bx^3 + ax + c$, ($a > 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Gọi S_1 , S_2 là diện tích hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Khi $S_1 + S_2 = 3$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. -3.

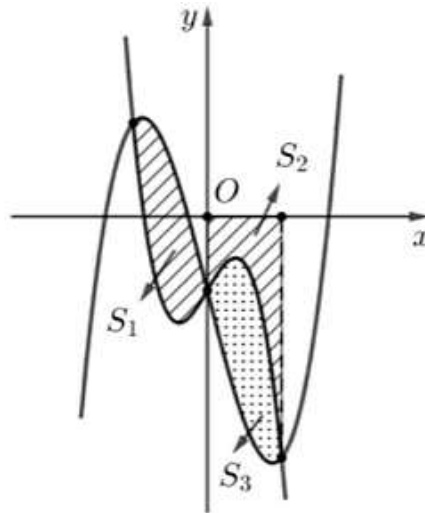
C. 6.

D. -6.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $(a-b)x^3 + (b-a)x = 0 \Leftrightarrow (a-b)(x^3 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = 0 \end{cases}$

Ký hiệu S_3 là diện tích hình phẳng như hình vẽ dưới.



Cách 1: Ta có:
$$\begin{cases} S_1 = \int_{-1}^0 (f(x) - g(x)) dx = (a-b) \int_{-1}^0 (x^3 - x) dx = \frac{1}{4}(a-b) \\ S_3 = \int_0^1 (g(x) - f(x)) dx = (a-b) \int_0^1 -(x^3 - x) dx = \frac{1}{4}(a-b) \end{cases} \Rightarrow S_1 = S_3.$$

Vậy $S_1 + S_2 = 3 \Leftrightarrow S_3 + S_2 = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 (g(x) - f(x)) dx + \int_0^1 -g(x) dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = -3.$

Cách 2: $S_1 = \int_{-1}^0 (f(x) - g(x))dx = (a-b) \int_{-1}^0 (x^3 - x)dx = \frac{1}{4}(a-b);$

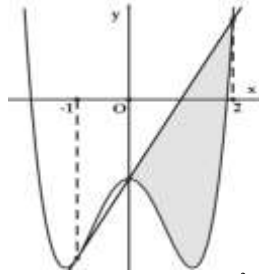
$$S_2 = -\int_0^1 g(x)dx = -\int_0^1 (bx^3 + ax + c)dx = -\left(\frac{b}{4} + \frac{a}{2} + c\right)$$

Vì vậy $S_1 + S_2 = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(a-b) - \frac{b}{4} - \frac{a}{2} - c = 3 \Leftrightarrow a + 2b + 4c = -12.$

Suy ra $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (ax^3 + bx + c)dx = \frac{a}{4} + \frac{b}{2} + c = \frac{a + 2b + 4c}{4} = -3.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án B.**

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị (C) và tiếp tuyến d của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -1$, cắt (C) tại hai giao điểm còn lại có hoành độ $x = 0$, $x = 2$ (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (C), d và đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ có diện tích bằng $28/5$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), đường thẳng d và $x = 0$, $x = -1$.

A. $\frac{27}{5}.$

B. $\frac{29}{5}.$

C. $\frac{1}{5}.$

D. $\frac{5}{12}.$

Lời giải:

Phương trình tiếp tuyến có dạng $d: y = mx + n$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d là

$$ax^4 + bx^2 + c = mx + n \Leftrightarrow f(x) = ax^4 + bx^2 - mx + c - n = 0 \quad (1)$$

Theo bài ra phương trình (1) có 3 nghiệm $x = -1$, $x = 0$, $x = 2$ trong đó $x = -1$ là nghiệm

kép, suy ra $f(x) = ax^4 + bx^2 - mx + c - n = a(x+1)^2(x-0)(x-2) = ax(x+1)^2(x-2)$

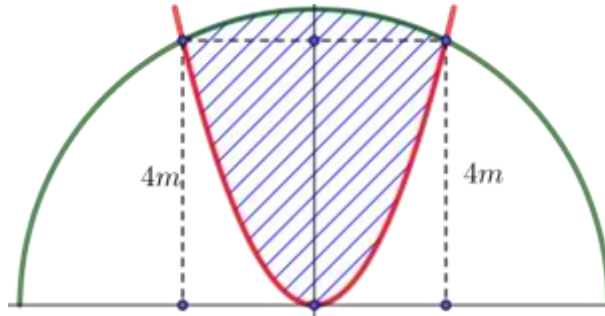
Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), d và đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ ta có

$$\frac{28}{5} = S_1 = \int_0^2 |ax(x+1)^2(x-2)|dx = |a| \int_0^2 |x(x+1)^2(x-2)|dx = \frac{28|a|}{5} \Rightarrow |a| = 1.$$

Vậy diện tích S cần tìm là $S = \int_{-1}^0 |f(x)|dx = \int_{-1}^0 |x(x-2)(x+1)^2|dx = \frac{1}{5}.$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án C.**

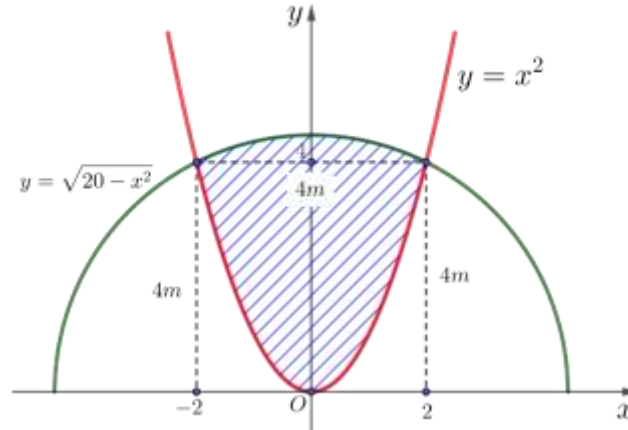
Câu 19: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4m. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/m² và 100.000 đồng/m². Hỏi số tiền cần để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó gần nhất với số nào sau đây?



A. 3.739.000 (đồng). B. 1.948.000 (đồng). C. 3.926.000 (đồng). D. 4.115.000 (đồng).

Lời giải:

Kết hợp vào hệ trục tọa độ, ta được:



Gọi parabol là $(P): y = ax^2$. Do $F(2;4) \in (P)$ nên $(P): y = x^2$.

Gọi đường tròn có tâm ở gốc tọa độ là $(C): x^2 + y^2 = R^2$. Do $F(2;4) \in (C)$ nên nửa đường tròn trên là $y = \sqrt{20 - x^2}$.

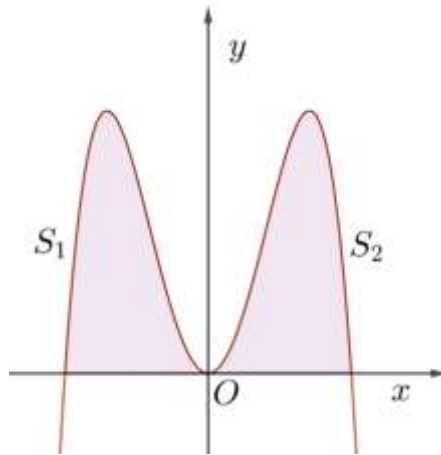
Đặt S_1 là diện tích phần tô đậm. Khi đó: $S_1 = 2 \cdot \int_0^2 (\sqrt{20 - x^2} - x^2) dx = 20 \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right) + \frac{8}{3}$.

Đặt S_2 là diện tích phần không tô đậm. Khi đó: $S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 - S_1 = 10\pi - 20 \arcsin\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right) - \frac{8}{3}$.

Vậy: Số tiền cần để trồng hoa và cỏ Nhật Bản là: $T = 150000 \cdot S_1 + 100000 \cdot S_2 \approx 3738574$ (đồng).

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 20: Cho hàm số $y = -x^4 + mx^2$ có đồ thị (C_m) với tham số $m > 0$ được cho như hình vẽ. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt như hình vẽ bên dưới:



Gọi S_1 và S_2 là diện tích các miền được giới hạn bởi đồ thị (C_m) và trục Ox . Biết m_0 là giá trị để $S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3}$, hỏi m_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(15;30)$.

B. $(5;10)$.

C. $(0;3)$.

D. $(2;6)$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là

$$-x^4 + mx^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m} \end{cases}.$$

Do đồ thị hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng nên $S_1 = S_2$.

$$\text{Ta có } S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow 2S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow S_2 = \frac{5\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Mà } S_2 = \int_0^{\sqrt{m}} (-x^4 + mx^2) dx = \frac{5\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \left(-\frac{x^5}{5} + \frac{mx^3}{3} \right) \Big|_0^{\sqrt{m}} = \frac{5\sqrt{5}}{3}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{(\sqrt{m})^5}{5} + \frac{m(\sqrt{m})^3}{3} = \frac{5\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow m^{\frac{5}{2}} = \frac{25\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow m = \frac{5}{\sqrt[5]{4}} \approx 3,78.$$

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D.**

HẾT

Huế, 11h00' Ngày 14 tháng 02 năm 2022



ĐỀ ÔN TẬP SỐ 6_TrNg 2024

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ

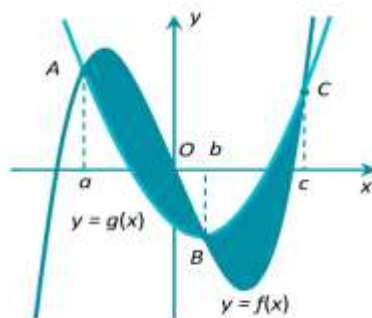
SĐT: 0935.785.115

Facebook: Lê Bá Bảo

116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế Trung tâm KM 10 Hương Trà, Huế.

NỘI DUNG ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức nào dưới đây?

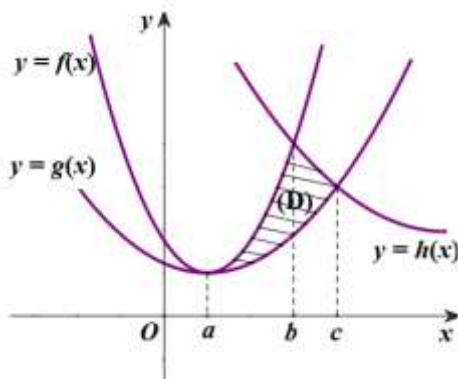
A. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx$.

B. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx$.

C. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|$.

D. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 2: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ như hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng (D) là S . Mệnh đề nào sau đây đúng?

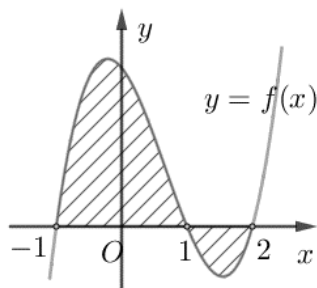
A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx$.

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx$.

C. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$.

D. $S = \int_a^b [f(x) - h(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

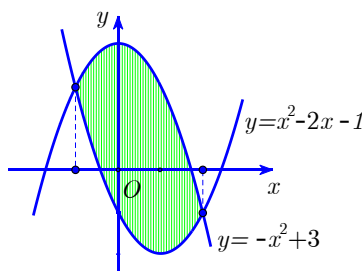
A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

Câu 4: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$

B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$

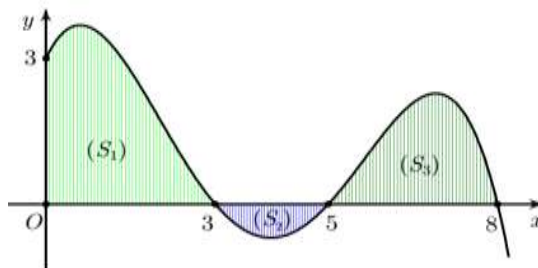
C. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

Câu 5: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^2$ và $y = x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = \pi \int_0^1 (x - x^2) dx.$ B. $S = \int_0^1 (x^2 - x) dx.$ C. $S = \int_0^1 (x^2 - x^4) dx.$ D. $S = \int_0^1 (x - x^2) dx.$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 8]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?

A. $\int_0^3 f(x) dx.$

B. $\int_3^8 f(x) dx.$

C. $\int_0^8 f(x) dx.$

D. $\int_0^5 f(x) dx.$

Câu 7: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

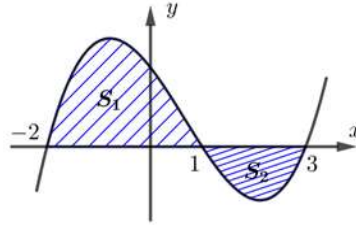
A. $S = 11.$

B. $S = 12.$

C. $S = 10.$

D. $S = 9.$

- Câu 8:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ, diện tích hai phần S_1, S_2 lần lượt bằng 12 và 3.



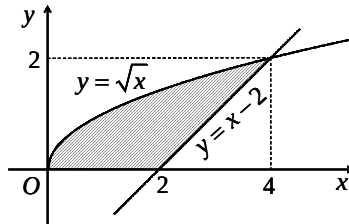
Giá trị của $I = \int_{-2}^3 f(x) dx$ bằng

- A. 15. B. 9. C. 36. D. 27.

- Câu 9:** Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó, giá trị của S bằng

- A. $\ln 2 + 1$. B. $2 \ln 2 + 1$. C. $\ln 2 - 1$. D. $2 \ln 2 - 1$.

- Câu 10:** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

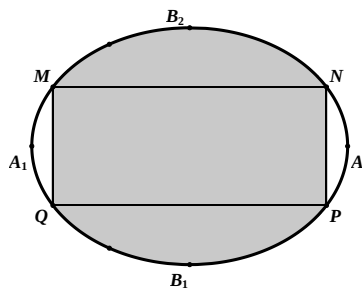
- Câu 11:** Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^4$ và $y = 32 - x^4$ được xác định bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = 2 \int_{-2}^2 (x^4 - 16) dx$. B. $S = \int_{-2}^2 (16 - x^4) dx$. C. $S = 4 \int_0^2 (16 - x^4) dx$. D. $S = 2 \int_0^2 (16 - x^4) dx$

- Câu 12:** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính S .

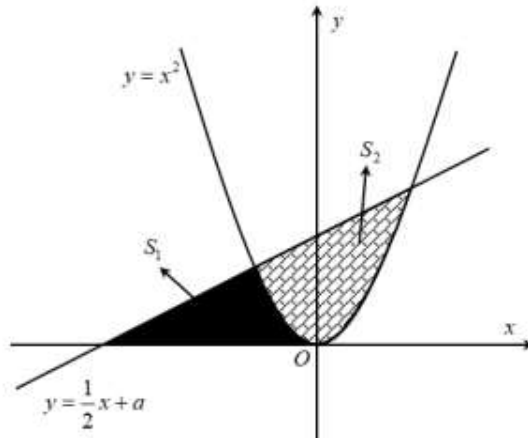
- A. $S = 4$. B. $S = 8$. C. $S = 2$. D. $S = 0$.

- Câu 13:** Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là $200.000 \text{ VNĐ} / \text{m}^2$ và phần còn lại $100.000 \text{ VNĐ} / \text{m}^2$. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?



- A. 5.526.000 đồng. B. 5.782.000 đồng. C. 7.322.000 đồng. D. 7.213.000 đồng.

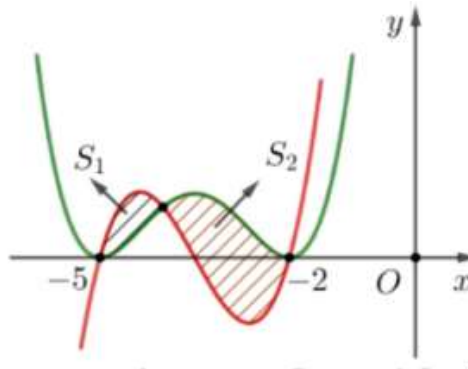
Câu 14: Cho đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + a$ và parabol $y = x^2$ (a là tham số thực). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được tô đậm và gạch chéo trong hình vẽ bên dưới:



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$. B. $\left(-\frac{1}{16}; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$. D. $\left(3; \frac{7}{2}\right)$.

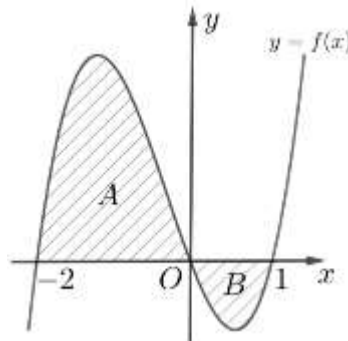
Câu 15: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị $f(x); f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Gọi $S_1; S_2$ là diện tích hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ, khi $S_1 = 1$ thì S_2 bằng

- A. $\frac{104}{23}$. B. $\frac{70}{23}$. C. $\frac{57}{23}$. D. $\frac{84}{23}$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2.



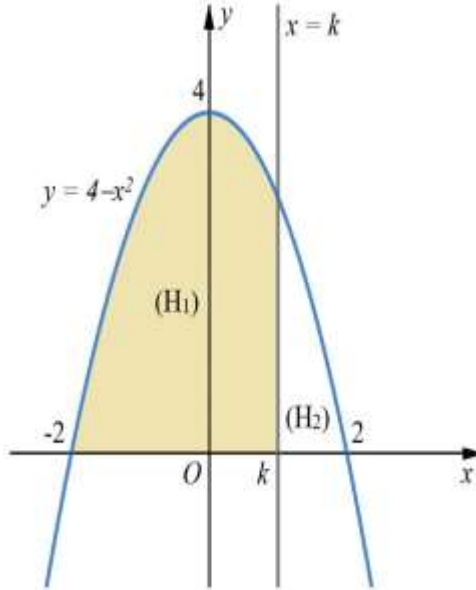
Giá trị của $I = \int_{-1}^0 f(3x+1)dx$ bằng

- A. $\frac{13}{3}$. B. 3. C. 9. D. 13.

Câu 17: Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S .

- A. $S_{\max} = \frac{2018^3 + 1}{6}$. B. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$. C. $S_{\max} = \frac{2018^3 - 1}{6}$. D. $S_{\max} = \frac{2018^3}{6}$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy cho là hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành. Đường thẳng $x = k, (-2 < k < 2)$ chia (H) thành hai phần $(H_1), (H_2)$ như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng diện tích (H_1) gấp $\frac{20}{7}$ lần diện tích (H_2) , hỏi giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 2)$.

Câu 19: Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - 2x$ với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1; 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- A. $\frac{32}{3}$. B. $\frac{71}{9}$. C. $\frac{71}{6}$. D. $\frac{64}{9}$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($b, c, d, e \in \mathbb{R}$) có các giá trị cực trị là $1, 4$ và 9 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

- A. 4 . B. 6 . C. 2 . D. 8 .

HẾT

Huế, 11h00' Ngày 13 tháng 01 năm 2024



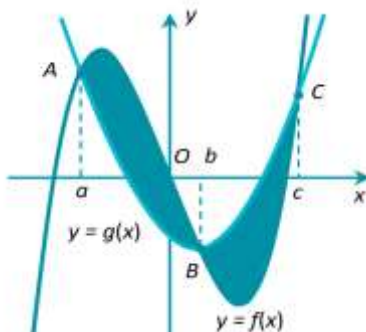
ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ

Môn: Toán 12

Chủ đề: Ứng dụng tích phân
DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx$.

B. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx$.

C. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|$.

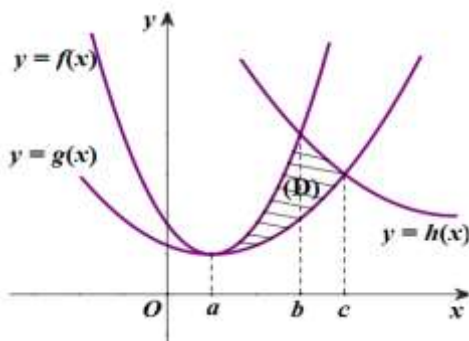
D. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = f(x)$,

$y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = c$ ta có $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 2: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ như hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng (D) là S . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx$.

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx$.

C. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx$.

D. $S = \int_a^b [f(x) - h(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx$.

Lời giải:

Dựa vào hình trên, ta thấy

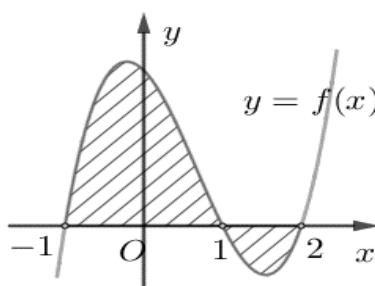
$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |g(x) - h(x)| dx$$

Trên đoạn $a; b$, $f(x) > g(x)$ nên $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Trên đoạn $b; c$, $g(x) < h(x)$ nên $\int_b^c |g(x) - h(x)| dx = -\int_b^c [g(x) - h(x)] dx$.

$$\text{Vậy } S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

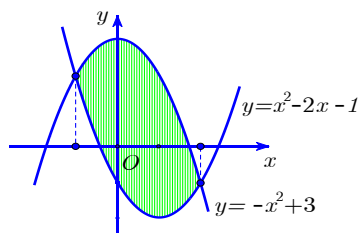
C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 4: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$.

B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$.

C. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x - 1 = -x^2 + 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_{-1}^2 \left[(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1) \right] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 5: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^2$ và $y = x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

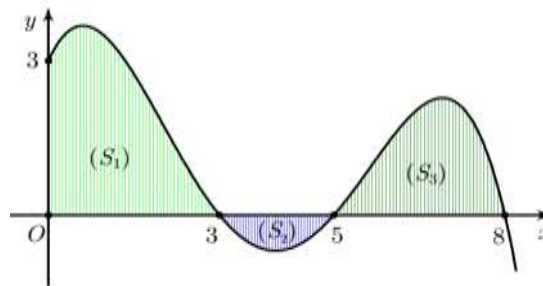
A. $S = \pi \int_0^1 (x - x^2) dx$. B. $S = \int_0^1 (x^2 - x) dx$. C. $S = \int_0^1 (x^2 - x^4) dx$. **D. $S = \int_0^1 (x - x^2) dx$.**

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Suy ra: $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 8]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?

A. $\int_0^3 f(x) dx$. B. $\int_3^8 f(x) dx$. **C. $\int_0^8 f(x) dx$.** D. $\int_0^5 f(x) dx$.

Lời giải:

Ta có: $\int_0^8 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3$.

$S_3 > S_2 \Leftrightarrow -S_2 + S_3 > 0 \Rightarrow \int_0^8 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3 > S_1 \Leftrightarrow \int_0^8 f(x) dx > \int_0^3 f(x) dx$ (1)

$S_1 > S_2 \Leftrightarrow -S_2 + S_1 > 0 \Rightarrow \int_0^8 f(x) dx = S_1 - S_2 + S_3 > S_3 \Leftrightarrow \int_0^8 f(x) dx > \int_5^8 f(x) dx$ (2)

Ta có $\int_0^5 f(x) dx = S_1 - S_2 < S_1 \Rightarrow \int_0^3 f(x) dx > \int_0^5 f(x) dx$ (2)

Từ (1), (2) và (3) suy ra trong các giá trị trên, giá trị nào lớn nhất là $\int_0^8 f(x) dx$.

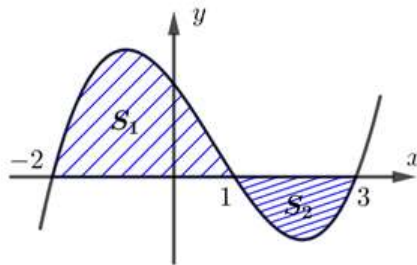
Câu 7: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

A. $S = 11$. B. $S = 12$. **C. $S = 10$.** D. $S = 9$.

Lời giải:

Ta có $S = \int_0^2 (3x^2 + 1) dx = (x^3 + x) \Big|_0^2 = 8 + 2 = 10$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ, diện tích hai phần S_1, S_2 lần lượt bằng 12 và 3.



Giá trị của $I = \int_{-2}^3 f(x) dx$ bằng

A. 15.

B. 9.

C. 36.

D. 27.

Lời giải:

$$I = \int_{-2}^3 f(x) dx = S_1 - S_2 = 9.$$

Câu 9: Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó, giá trị của S bằng

A. $\ln 2 + 1$.

B. $2 \ln 2 + 1$.

C. $\ln 2 - 1$.

D. $2 \ln 2 - 1$.

Lời giải:

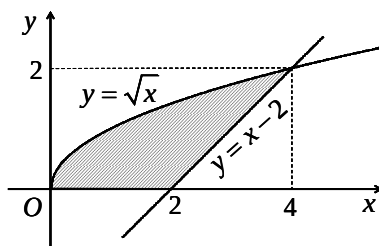
Phương trình trục (Ox) và (Oy) lần lượt là $y = 0$ và $x = 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của hàm số (H) và trục Ox : $\frac{x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có: $S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx$. Vì $\frac{x-1}{x+1} \leq 0, \forall x \in [0; 1]$ nên diện tích cần tìm là:

$$S = - \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx = \int_0^1 \left(-1 + \frac{2}{x+1} \right) dx = \left(-x + 2 \ln|x+1| \right) \Big|_0^1 = 2 \ln 2 - 1.$$

Câu 10: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải:

Xét các hình phẳng $(H_1): \begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = 0 \\ x = 0, x = 4 \end{cases}$ và $(H_2): \begin{cases} y = x - 2 \\ y = 0 \\ x = 2, x = 4 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} (H) = (H_1) \setminus (H_2) \\ (H) \cup (H_2) = (H_1) \end{cases}$.

$$\text{Do đó } S(H) = S(H_1) - S(H_2) = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x-2) dx = \frac{2}{3} x \sqrt{x} \Big|_0^4 - \left(\frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^4 = \frac{16}{3} - 2 = \frac{10}{3}$$

Cách khác: Ta có $(H): \begin{cases} x = y^2 \\ x = y + 2 \\ y = 0, y = 2 \end{cases}$. Suy ra $S(H) = \int_0^2 |y^2 - (y + 2)| dy = \frac{10}{3}$.

Câu 11: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^4$ và $y = 32 - x^4$ được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $S = 2 \int_{-2}^2 (x^4 - 16) dx$. B. $S = \int_{-2}^2 (16 - x^4) dx$. **C. $S = 4 \int_0^2 (16 - x^4) dx$.** D. $S = 2 \int_0^2 (16 - x^4) dx$

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^4$ và $y = 32 - x^4$:

$$x^4 = 32 - x^4 \Leftrightarrow x^4 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số là:

$$S = \int_{-2}^2 |x^4 - 32 + x^4| dx = \int_{-2}^2 |2x^4 - 32| dx = \int_{-2}^2 (32 - 2x^4) dx = 2 \int_{-2}^2 (16 - x^4) dx$$

Mặt khác vì hàm số $y = 16 - x^4$ là hàm số chẵn nên $\int_{-2}^2 (16 - x^4) dx = 2 \int_0^2 (16 - x^4) dx$.

Vậy $S = 4 \int_0^2 (16 - x^4) dx$.

Câu 12: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính S .

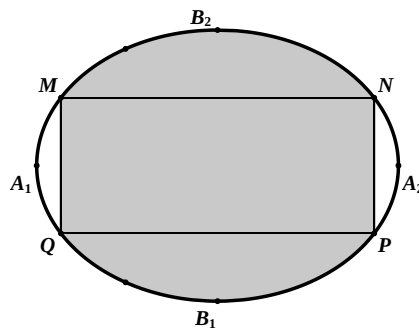
A. $S = 4$. **B. $S = 8$.** C. $S = 2$. D. $S = 0$.

Lời giải:

Ta có $x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

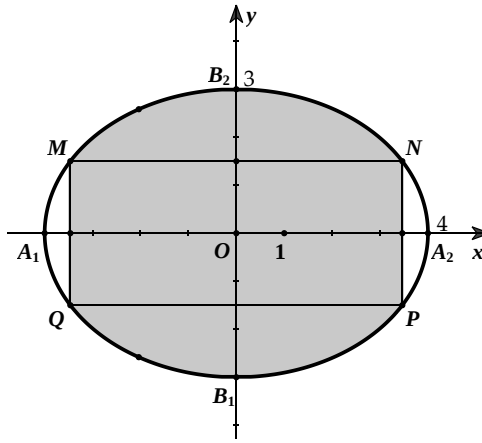
Vậy $S = \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = 4 + 4 = 8$.

Câu 13: Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200.000 VNĐ / m² và phần còn lại 100.000 VNĐ / m². Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8m$, $B_1B_2 = 6m$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3m$?



A. 5.526.000 đồng. B. 5.782.000 đồng. **C. 7.322.000 đồng.** D. 7.213.000 đồng.

Lời giải:



Gọi phương trình chính tắc của elip (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Với $\begin{cases} A_1A_2 = 8 = 2a \\ B_1B_2 = 6 = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \rightarrow (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2}.$

Suy ra diện tích của hình elip là $S_{(E)} = \pi a.b = 12\pi \text{ (m}^2\text{)}.$

Vì $MNPQ$ là hình chữ nhật và $MQ = 3 \rightarrow M\left(x; \frac{3}{2}\right) \in (E)$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{1}{4} = 1 \Rightarrow x^2 = 12 \rightarrow M\left(-2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right); N\left(2\sqrt{3}; \frac{3}{2}\right)$$

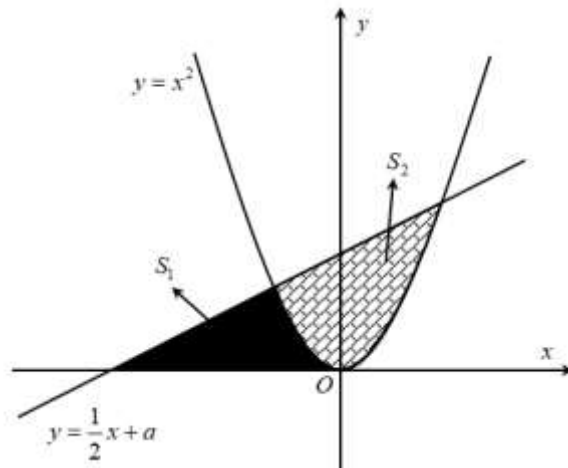
Gọi $S_1; S_2$ lần lượt là diện tích phần bị tô màu và không bị tô màu

Ta có: $S_2 = 4 \cdot \frac{3}{4} \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \sqrt{16 - x^2} dx = 3 \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \sqrt{16 - x^2} dx \xrightarrow{x=4\sin t} S_2 = 4\pi - 6\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}$

Suy ra: $S_1 = S_{(E)} - S_2 = 8\pi + 6\sqrt{3}$. Gọi T là tổng chi phí. Khi đó ta có

$$T = (4\pi - 6\sqrt{3}).100 + (8\pi + 6\sqrt{3}).200 \approx 7.322.000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 14: Cho đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + a$ và parabol $y = x^2$ (a là tham số thực). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được tô đậm và gạch chéo trong hình vẽ bên dưới:



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{7}{2}; 4\right).$

B. $\left(-\frac{1}{16}; \frac{5}{2}\right).$

C. $\left(\frac{5}{2}; 3\right).$

D. $\left(3; \frac{7}{2}\right).$

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của của hai đồ thị: $\frac{1}{2}x + a = x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 2a = 0$

Theo giả thiết, phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 1 + 16a > 0 \Leftrightarrow a > -\frac{1}{16}$

Khi đó, phương trình có hai nghiệm $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ thỏa:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \\ P = x_1 \cdot x_2 = -a \end{cases}$$

Lưu ý: $x_2 - x_1 = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 4a}$.

Diện tích hình phẳng:
$$S_1 = \int_{-2a}^{x_1} \left(\frac{x}{2} + a \right) dx + \int_{x_1}^0 x^2 dx = \left(\frac{x^2}{4} + ax \right) \Big|_{-2a}^{x_1} + \frac{x^3}{3} \Big|_{x_1}^0$$

$$= \frac{1}{4}x_1^2 + ax_1 - \frac{1}{4} \cdot 4a^2 + 2a^2 - \frac{1}{3}x_1^3 = -\frac{1}{3}x_1^3 + \frac{1}{4}x_1^2 + ax_1 + a^2$$

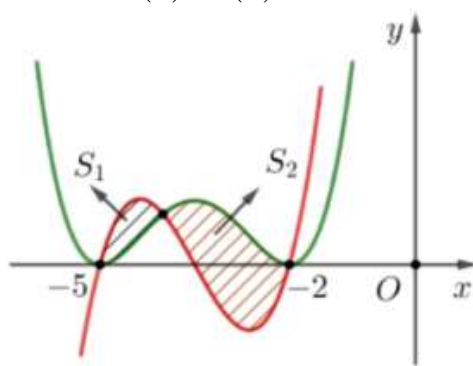
Diện tích hình phẳng
$$S_2 = \int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{1}{2}x + a - x^2 \right) dx = \frac{(x_2 - x_1)^3}{6}$$

Theo giả thiết, $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x_1^2 - 4a^2) + a(x_1 + 2a) - \frac{x_1^3}{3} = \frac{(x_2 - x_1)^3}{6}$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{6}(x_1^3 + x_2^3) + \frac{1}{2}x_1 \cdot x_2(x_2 - x_1) + \frac{x_1^2}{4} + a \cdot x_1 + a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{6} \left(\frac{1}{8} + \frac{3a}{2} \right) - \frac{a}{2} \sqrt{\frac{1}{4} + 4a} + \frac{(1 - \sqrt{1 + 16a})^2}{64} + a \cdot \frac{1 - \sqrt{1 + 16a}}{4} + a^2 = 0 \Rightarrow a \approx 3,684.$$

Câu 15: Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị $f(x)$; $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới:



Gọi $S_1; S_2$ là diện tích hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ, khi $S_1 = 1$ thì S_2 bằng

A. $\frac{104}{23}.$

B. $\frac{70}{23}.$

C. $\frac{57}{23}.$

D. $\frac{84}{23}.$

Lời giải:

Đặt $f(x) = k(x+5)^2(x+2)^2, k > 0.$

Khi đó $f'(x) = 2k(x+5)(x+2)^2 + 2k(x+5)^2(x+2) = k(x+5)(x+2)(4x+14)$

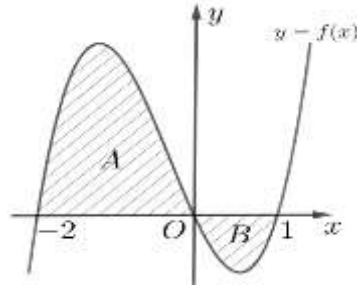
Xét hàm $g(x) = f(x) - f'(x) = k(x+5)(x+2)(x^2 + 3x - 4)$

$$\text{Suy ra } g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -2 \\ x = -4 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó ta suy ra: } S_1 &= \int_{-5}^{-2} |g(x)| dx = - \int_{-5}^{-4} g(x) dx = -k \int_{-5}^{-4} (x+5)(x+2)(x^2+3x-4) dx \\ &= \frac{23}{10} k = 1 \Rightarrow k = \frac{10}{23} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S_2 = \int_{-4}^{-2} |g(x)| dx = \int_{-4}^{-2} \left| \frac{10}{23} (x+5)(x+2)(x^2+3x-4) \right| dx = \frac{104}{23}$$

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2.



Giá trị của $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$ bằng

A. $\frac{13}{3}$.

B. 3.

C. 9.

D. 13.

Lời giải:

+) Xét $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$, đặt $(3x+1) = t \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$

+) Đổi cận $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = -2 \\ x = 0 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3} \int_{-2}^1 f(t) dt = \frac{1}{3} \left[\int_{-2}^0 f(t) dt + \int_0^1 f(t) dt \right] = \frac{1}{3} (S_A - S_B) = \frac{1}{3} (11 - 2) = 3.$$

Câu 17: Cho parabol $(P): y = x^2$ và một đường thẳng d thay đổi cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 2018$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng d . Tìm giá trị lớn nhất $S_{\max}$ của S .

A. $S_{\max} = \frac{2018^3 + 1}{6}$.

B. $S_{\max} = \frac{2018^3}{3}$.

C. $S_{\max} = \frac{2018^3 - 1}{6}$.

D. $S_{\max} = \frac{2018^3}{6}$.

Lời giải:

Giả sử $A(a; a^2); B(b; b^2) (b > a)$ sao cho $AB = 2018$.

Phương trình đường thẳng d là: $y = (a+b)x - ab$.

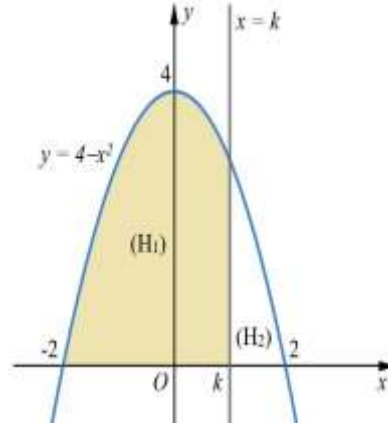
$$\text{Khi đó: } S = \int_a^b |(a+b)x - ab - x^2| dx = \int_a^b ((a+b)x - ab - x^2) dx = \frac{1}{6} (b-a)^3.$$

$$\text{Vì } AB = 2018 \Leftrightarrow (b-a)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 2018^2 \Leftrightarrow (b-a)^2 (1 + (b+a)^2) = 2018^2.$$

$$\Rightarrow (b-a)^2 \leq 2018^2 \Rightarrow |b-a| = b-a \leq 2018 \Rightarrow S \leq \frac{2018^3}{6}.$$

$$\text{Vậy } S_{\max} = \frac{2018^3}{6} \text{ khi } a = -1009 \text{ và } b = 1009.$$

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy cho là hình phẳng (H) giới hạn bởi parabol $y = 4 - x^2$ và trục hoành. Đường thẳng $x = k, (-2 < k < 2)$ chia (H) thành hai phần $(H_1), (H_2)$ như hình vẽ bên dưới:



Biết rằng diện tích (H_1) gấp $\frac{20}{7}$ lần diện tích (H_2) , hỏi giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?

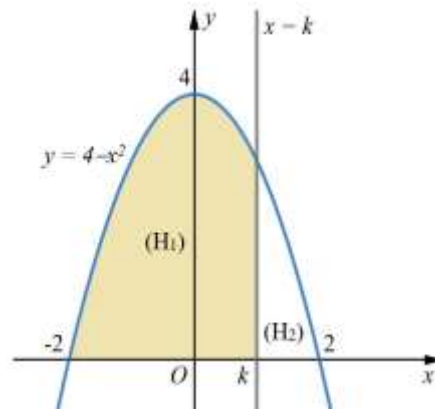
A. $(-2; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải:



Gọi S, S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hình phẳng $(H), (H_1)$ và (H_2) .

$$\text{Ta có } S = S_1 + S_2, S_1 = \frac{20}{7} S_2 \Rightarrow S = \frac{27}{7} S_2.$$

$$\text{Mặt khác } S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \frac{32}{3} \Rightarrow S_2 = \frac{7}{27} \cdot \frac{32}{3} = \frac{224}{81}.$$

$$\text{Mà } S_2 = \int_k^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_k^2 = \frac{16}{3} + \frac{k^3}{3} - 4k \text{ nên ta được } \frac{16}{3} + \frac{k^3}{3} - 4k = \frac{224}{81}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k^3}{3} - 4k + \frac{208}{81} = 0 \Leftrightarrow 27k^3 - 324k + 208 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3k - 2)(9k^2 + 6k - 104) = 0 \Leftrightarrow k = \frac{2}{3} \text{ (do } k \in (-2; 2) \text{)}.$$

Câu 19: Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 2x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - 2x$ với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1; 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$.

B. $\frac{71}{9}$.

C. $\frac{71}{6}$.

D. $\frac{64}{9}$.

Lời giải:

Ta có: $y = h(x) = f(x) - g(x)$

$$\Rightarrow h'(x) = f'(x) - g'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + 2 - 3mx^2 - 2nx + 2.$$

$$\Rightarrow h'(x) = 4ax^3 + (3b - 3m)x^2 + (2c - 2n)x + 4$$

Do hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ có ba cực trị là $-1; 2$ và 3 nên $h'(x)$ có dạng

$$h'(x) = 4a(x+1)(x-2)(x-3); h'(0) = 4 \Rightarrow 4a \cdot 1 \cdot (-2) \cdot (-3) = 4 \Rightarrow a = \frac{1}{6}$$

$$f'(x) - g'(x) = \frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)$$

$$\text{Vậy } S = \int_{-1}^3 |f'(x) - g'(x)| dx = \int_{-1}^3 \left| \frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3) \right| dx = \frac{71}{9}.$$

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($b, c, d, e \in \mathbb{R}$) có các giá trị cực trị là $1, 4$ và 9 . Diện

tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

A. 4.

B. 6.

C. 2.

D. 8.

Lời giải:

+) Gọi $x_1 < x_2 < x_3$ là ba điểm cực trị của hàm số $f(x)$. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$+\infty$

+) Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $g(x)$ và trục hoành là:

$$g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_i \ (i = 1, 2, 3) \\ f(x_i) > 0 \text{ (TM)} \end{cases}$$

+) Diện tích cần tìm là:

$$S = \int_{x_1}^{x_2} \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx - \int_{x_2}^{x_3} \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}} dx = 2\sqrt{f(x)} \Big|_{x_1}^{x_2} - 2\sqrt{f(x)} \Big|_{x_2}^{x_3} = 4\sqrt{f(x_2)} - 2\sqrt{f(x_1)} - 2\sqrt{f(x_3)} = 6.$$

HẾT

Huế, 11h00' Ngày 13 tháng 01 năm 2024