Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA
☎: 098 373 4349

Trường THPT .....

Họ và tên học sinh: .....

Lớp:..... STT: .....

Tài liệu tự học

TOÁN

LỚP 12 - NH 17-18

Chủ đề 3
NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN ỨNG DỤNG

- Tóm tắt lý thuyết
- Các dạng toán thường gặp
- Phương pháp giải toán
- Toán mẫu
- Bài tập cơ bản
- Bài tập nâng cao
- Bài tập tổng ôn

Năm học 2017 - 2018

Lưu hành nội bộ

Chủ đề 3 NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

Vấn đề 1. NGUYÊN HÀM CỦA HÀM SỐ

1. Định nghĩa:

- Cho hàm $f(x)$ xác định trên K (với K là một khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng của $\mathbb{R}$). Hàm số $F(x)$ là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x)=f(x)$ với mọi $x\in K$.
- Trong trường hợp $K=[a;b]$:

  $F(x)$ là nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} F'(x) \text{ là nguyên hàm của } f(x) \text{ trong } (a;b) \\ F'(a)=f(a) \\ F'(b)=f(b) \end{cases}$$

2. Định lí 1:

Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên K thì ta có:

- $F(x)+C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K (C: *hằng số*)
- Nếu $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì: $G(x)=F(x)+C$ *(với C là hằng số)*

3. Định lí 2: Mọi hàm số liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K.

4. Kí hiệu:

Nếu hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên K thì

$$\boxed{\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C}$$

Trong đó:
- $f(x)$: hàm dưới tích phân
- $f(x)\mathrm{d}x$: biểu thức dưới dấu tích phân.
- x : biến số của tích phân.

5. Chú ý:

- $F(x)+C$ gọi là họ các nguyên hàm của f trên K.
- $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C \Leftrightarrow F'(x)=f(x)$.
- $\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]' = f(x)$

6. Tính chất: $\int\left[m.f(x)\pm \mathrm{n}.\mathrm{g}(x)\right]\mathrm{d}x = m\int f(x)\mathrm{d}x \pm n\int g(x)\mathrm{d}x$.

Dạng 1: Dùng định nghĩa nguyên hàm

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. Để chứng minh $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x)+C$ ta chứng minh $F'(x)=f(x)$.

2. Các công thức đạo hàm:

1) $\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$

2) $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

3) $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$

4) $\left(\sin x\right)' = \cos x$

5) $\left(\cos x\right)' = -\sin x$

6) $\left(\tan x\right)' = 1+\tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

7) $\left(\cot x\right)' = -\left(1+\cot^2 x\right) = \dfrac{-1}{\sin^2 x}$

8) $\left(a^x\right)' = a^x.\ln a$

9) $\left(\mathrm{e}^x\right)' = \mathrm{e}^x$

10) $\left(\log_a|x|\right)' = \dfrac{1}{x\ln a}$

11) $\left(\log|x|\right)' = \dfrac{1}{x\ln 10}$

12) $\left(\ln|x|\right)' = \dfrac{1}{x}$

13) $\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$

14) $\left(u^n\right)' = nu^{n-1}.u'$

15) $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

16) $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

17) $\left(\sin u\right)' = u'\cos u$

18) $\left(\cos u\right)' = -u'\sin u$

19) $\left(\tan u\right)' = \left(1+\tan^2 u\right).u' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$

20) $\left(\cot u\right)' = -\left(1+\cot^2 u\right).u' = \dfrac{-u'}{\sin^2 u}$

21) $\left(a^u\right)' = u'.a^u.\ln a$

22) $\left(\mathrm{e}^u\right)' = u'.\mathrm{e}^u$

23) $\left(\log_a|u|\right)' = \dfrac{u'}{u\ln a}$

24) $\left(\log|u|\right)' = \dfrac{u'}{u\ln 10}$

25) $\left(\ln|u|\right)' = \dfrac{u'}{u}$

26) $\left(\sqrt[n]{u}\right)' = \dfrac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 1. Chứng minh: $\int\left(3x^2-\dfrac{1}{2x-1}\right)\mathrm{d}x = x^3-\dfrac{1}{2}\ln(2x-1)+C$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Chứng minh: $\int(3-\sin 4t)\,\mathrm{d}t = 3t+\frac{1}{4}\cos 4t + C$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Chứng minh các hàm số $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}$, $G(x) = -\cos^2 x + \sqrt{2}$, $H(x) = \sin^2 x - \frac{\pi}{2}$ là những nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Chứng minh:

a. $\int\left(3x+4-5\mathrm{e}^{4x}\right)\mathrm{d}x = \frac{3x^2}{2}+4x-\frac{5\mathrm{e}^{4x}}{4}+C$.

b. $\int(2t-\cos 3t+\tan t)\,\mathrm{d}t = t^2-\frac{1}{3}\cos 3t-\ln|\cos t|+C$.

c. $\int(u+1)\mathrm{e}^u\,\mathrm{d}u = u\mathrm{e}^u+C$.

d. $\int(\sin x + x\cos x)\,\mathrm{d}x = x\sin x+C$.

Bài 2. Chứng minh:

a. $\int\frac{u}{u^2-1}\mathrm{d}u = \ln\sqrt{u^2+1}+C$.

b. $\int\frac{2}{(\cos x-\sin x)^2}\mathrm{d}x = \frac{\cos x+\sin x}{\cos x-\sin x}+C$.

c. $\int\frac{1}{1+\mathrm{e}^t}\mathrm{d}t = t-\ln\left(\mathrm{e}^t+1\right)+C$.

d. $\int\frac{1}{\sin x}\mathrm{d}x = \ln\left|\tan\frac{x}{2}\right|+C$.

e. $\int\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+C$.

f. $\int\frac{1}{t^2-1}\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right|+C$.

Dạng 2: Tìm nguyên hàm dựa vào bảng công thức

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

SỬ DỤNG BẢNG CÔNG THỨC NGUYÊN HÀM

1. $\int k\mathrm{d}x = kx + C$	**2.** $\int \frac{u'}{u}\mathrm{d}x = \ln\lvert u\rvert + C$
3. $\int x^n\mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\ (n \neq -1)$	**4.** $\int (ax+b)^n\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C\ (n \neq -1)$
5. $\int \frac{1}{x^n}\mathrm{d}x = \int x^{-n}\mathrm{d}x = \frac{x^{-n+1}}{-n+1} + C\ (n \neq 1)$	**6.** $\int \frac{1}{(ax+b)^n}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot\frac{(ax+b)^{-n+1}}{-n+1} + C\ (n \neq 1)$
7. $\int \sqrt{x}\mathrm{d}x = \int x^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}x = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$	**8.** $\int \sqrt{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot\frac{2}{3}(ax+b)\sqrt{ax+b} + C$
9. $\int \frac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}x = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{x} + C$	**10.** $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot 2\sqrt{ax+b} + C$
11. $\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x = \int x^{-2}\mathrm{d}x = \frac{x^{-1}}{-1} + C = -\frac{1}{x} + C$	**12.** $\int \frac{1}{(ax+b)^2}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{ax+b} + C$
13. $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln\lvert x\rvert + C$	**14.** $\int \frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot\ln\lvert ax+b\rvert + C$
15. $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$	**16.** $\int \sin(ax+b)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cdot\cos(ax+b) + C$
17. $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$	**18.** $\int \cos(ax+b)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot\sin(ax+b) + C$
19. $\int \tan x\mathrm{d}x = -\ln\lvert\cos x\rvert + C$	**20.** $\int \tan(ax+b)\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cdot\ln\lvert\cos(ax+b)\rvert + C$
21. $\int \cot x\mathrm{d}x = \ln\lvert\sin x\rvert + C$	**22.** $\int \cot(ax+b)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot\ln\lvert\sin(ax+b)\rvert + C$
23. $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \tan x + C$	**24.** $\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot\tan(ax+b) + C$
25. $\int (1+\tan^2 x)\mathrm{d}x = \tan x + C$	**26.** $\int \left[1+\tan^2(ax+b)\right]\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\cdot\tan(ax+b) + C$
27. $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = -\cot x + C$	**28.** $\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)}\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cdot\cot(ax+b) + C$
29. $\int (1+\cot^2 x)\mathrm{d}x = -\cot x + C$	**30.** $\int \left[1+\cot^2(ax+b)\right]\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cdot\cot(ax+b) + C$
31. $\int a^x\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C$	**32.** $\int a^{mx+n}\mathrm{d}x = \frac{1}{m}\cdot\frac{a^{mx+n}}{\ln a} + C$
33. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$	**34.** $\int \mathrm{e}^{mx+n}\mathrm{d}x = \frac{1}{m}\cdot\mathrm{e}^{mx+n} + C$
35. $\int \frac{1}{x^2-a^2}\mathrm{d}x = \frac{1}{2a}\ln\left\lvert\frac{x-a}{x+a}\right\rvert + C$	**36.** $\int \frac{1}{(x+a)(x+b)}\mathrm{d}x = \frac{1}{b-a}\ln\left\lvert\frac{x+a}{x+b}\right\rvert + C$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 4. Tính các nguyên hàm sau: $I=\int\dfrac{(2x+1)^5}{4}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 5. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{3}{4(t-1)^3}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 6. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{6}{\sqrt{u-1}}\mathrm{d}u$.

.....

.....

Ví dụ 7. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{4}{3(2t-5)^2}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 8. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{3}{8(5-x)}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 9. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{1}{4}\cos 2t\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 10. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{\sqrt{3}\sin 2u}{2}\mathrm{d}u$.

.....

.....

Ví dụ 11. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{3\tan 3x}{2}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 12. Tính nguyên hàm $I=\int\frac{4\cos 2t}{9}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 13. Tính nguyên hàm $I=\int\frac{15\left(1+\tan^2 2x\right)}{8}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 14. Tính nguyên hàm $I=\int\frac{9}{4\cos^2 2t}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 15. Tính nguyên hàm $I=\int\frac{3\left(1+\cot^2 u\right)}{4}\mathrm{d}u$.

.....

.....

Ví dụ 16. Tính nguyên hàm $I=\int\frac{5}{2\sin^2 2x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 17. Tính nguyên hàm $I=\int\frac{5.2^{3x}}{6}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 18. Tính nguyên hàm $I=\int 2\mathrm{e}^{4u}\mathrm{d}u$.

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 3. Tính các nguyên hàm sau:

a. $I=\int\left(\frac{3x}{2}+2\right)^5\mathrm{d}x$. b. $I=\int\frac{7}{3\left(2-t\right)^6}\mathrm{d}t$. c. $I=\int\frac{4}{\sqrt{3-5u}}\mathrm{d}u$. d. $I=\int\frac{2}{3\left(2-3t\right)^2}\mathrm{d}t$.

e. $I=\int\frac{3}{4\left(4-5x\right)}\mathrm{d}x$. f. $I=\int\frac{\cos 3t}{4}\mathrm{d}t$. g. $I=\int\frac{9\sin 5x}{4}\mathrm{d}x$. h. $I=\int 6\tan 3u\mathrm{d}u$.

i. $I=\int\left(1+\cot^2 7x\right)\mathrm{d}x$. j. $I=\int\frac{2}{25\sin^2 9u}\mathrm{d}u$. k. $I=\int 2^{4x}\mathrm{d}x$. l. $I=\int\frac{3}{x^2-16}\mathrm{d}x$.

Dạng 3: Tìm nguyên hàm bằng phương pháp phân tích

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ Để tính $\int f(x)\mathrm{d}x$, ta phân tích $f(x)$ thành **tổng**, **hiệu** các hàm số có tổng bảng nguyên hàm, rồi dựa vào tính chất $\int\left[m.f(x)\pm \mathrm{n}.\mathrm{g}(x)\right]\mathrm{d}x = m\int f(x)\mathrm{d}x \pm n\int g(x)\mathrm{d}x$ và bảng công thức nguyên hàm để tính.

❖ **Đối với một số hàm hữu tỉ:**

➢ Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{P(x)}{Q(x)}\mathrm{d}x$ với $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức không căn.

➢ **Phương pháp giải**:

- Nếu bậc của tử số $P(x)\geq$ bậc của mẫu số $Q(x)\xrightarrow{PP}$ Chia đa thức.
- Nếu bậc của tử số $P(x)<$ bậc của mẫu số $Q(x)\xrightarrow{PP}$ Xem xét mẫu số và khi đó:
- Nếu mẫu số phân tích được thành tích số, ta sẽ sử dụng đồng nhất thức để đưa về dạng tổng của các phân số. Một số trường hợp đồng nhất thức thường gặp:

✓ $\dfrac{1}{(ax+m)(bx+n)}=\dfrac{1}{an-bm}\cdot\left(\dfrac{a}{ax+m}-\dfrac{b}{bx+n}\right)$

✓ $\dfrac{mx+n}{(x-a)(x-b)}=\dfrac{A}{x-a}+\dfrac{B}{x-b}=\dfrac{(A+B)x-(Ab+Ba)}{(x-a)(x-b)}\Rightarrow\begin{cases}A+B=m\\Ab+Ba=-n\end{cases}$

✓ $\dfrac{1}{(x-m)\left(ax^2+bx+c\right)}=\dfrac{A}{x-m}+\dfrac{Bx+C}{ax^2+bx+c}$, với $\Delta=b^2-4ac<0$.

✓ $\dfrac{1}{(x-a)^2(x-b)^2}=\dfrac{A}{x-a}+\dfrac{B}{(x-a)^2}+\dfrac{C}{x-b}+\dfrac{D}{(x-b)^2}$

- Nếu mẫu số không phân tích được thành tích số (biến đổi và đưa về dạng lượng giác).

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 19. Tính các nguyên hàm sau:

a. $I=\int x\left(3x^2-2\right)\mathrm{d}x$ b) $I=\int(t-3)\left(4t^2-1\right)\mathrm{d}t$. c) $I=\int\dfrac{\mathrm{e}^{3u-4}}{\mathrm{e}^{u+1}}\mathrm{d}u$.

d) $I=\int\sin^2 x\mathrm{d}x$. e) $I=\int\tan^2 x\mathrm{d}t$. f) $I=\int\left(3\cos x-3^{x-1}\right)\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 20. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\frac{2x+1}{x-1}\mathrm{d}x$. b) $I=\int\frac{x^2+x+1}{x+2}\mathrm{d}x$. c) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2-6x+5}$ d) $I=\int\frac{5x-3}{x^2-3x-2}\mathrm{d}x$

e) $I=\int\frac{3x+1}{(x+1)^3}\mathrm{d}x$ f) $I=\int\frac{x^2+1}{x^2-1}\mathrm{d}x$ g) $I=\int\frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}\mathrm{d}x$

Ví dụ 21. 1) Xác định các số A, B sao cho: $\dfrac{3x+1}{(x+1)^3}=\dfrac{A}{(x+1)^3}+\dfrac{B}{(x+1)^2}$.

2) Tính: $I=\int\dfrac{3x+1}{(x+1)^3}\mathrm{d}x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 4. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int u^2(u-3)\mathrm{d}u$.

b) $I=\int\dfrac{x^3-2x^2+5x-1}{x^2}\mathrm{d}x$

c) $I=\int\dfrac{2t+4}{t+2}\mathrm{d}t$

d) $I=\int\sin x\cos x\mathrm{d}x$

e) $I=\int\cos^2 x\mathrm{d}x$

f) $I=\int \mathrm{e}^{x-3}.\mathrm{e}^{3x+1}\mathrm{d}x$

Bài 5. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\dfrac{3x+1}{x-2}\mathrm{d}x$

b) $I=\int\dfrac{x+1}{2x+3}\mathrm{d}x$

c) $I=\int\dfrac{x^4-3x^2+2x-1}{x^2}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\dfrac{4x^2+6x+1}{2x+1}\mathrm{d}x$

e) $I=\int\dfrac{4x^3+4x^2-1}{2x+1}\mathrm{d}x$

f) $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x(x+1)}$

g) $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2-4}$

h) $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2-6x+9}$

i) $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{2x^2+x-3}$

j) $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{2x^2-7x+5}$

k) $I=\int\dfrac{4x-5}{x^2-x-2}\mathrm{d}x$

l) $I=\int\dfrac{4x+11}{x^2+5x+6}\mathrm{d}x$

m) $I=\int\dfrac{x+1}{x^2-x-6}\mathrm{d}x$

n) $I=\int\dfrac{1-2x}{x^2-2x}\mathrm{d}x$

o) $I=\int\dfrac{x^2\mathrm{d}x}{x^2-7x+12}$

p) $I=\int\dfrac{x^2}{x+2}\mathrm{d}x$

q) $I=\int\dfrac{3x+2}{4x^2-4x+1}\mathrm{d}x$

r) $I=\int\dfrac{3x^2-x^4}{x^2-2}\mathrm{d}x$

s) $I=\int\dfrac{x^2+x}{(x+2)^2}\mathrm{d}x$

t) $I=\int\dfrac{x^2\,\mathrm{d}x}{(1-x^2)^2}$

u) $I=\int\dfrac{2x^2-5x-3}{x^3+x^2-2x}\mathrm{d}x$

v) $I=\int\dfrac{2x^2-8x+10}{x^3+x^2-4x-4}\mathrm{d}x$

w) $I=\int\dfrac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}\mathrm{d}x$

x) $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x\cdot(x^3+1)}$

Bài 6. 1) Xác định A, B, C sao cho: $\dfrac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{(x-1)^2}+\dfrac{C}{x+2}$.

2) Tính: $I=\int\dfrac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}\mathrm{d}x$.

Dạng 4: Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số và phương pháp sử dụng gián tiếp bảng nguyên hàm

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. *Định lý:* Nếu $t=u(x)$ có đạo hàm liên tục và $\int f(t)\mathrm{d}t=F(t)+C$ thì

$$\int f\left[u(x)\right].u'(x)\mathrm{d}x=F\left[u(x)\right]+C$$

2. *Cách giải:* Đặt $t=u(x)\Rightarrow \mathrm{d}t=u'(x)\mathrm{d}x$, sau đó thế một lúc t và $\mathrm{d}t$ vào biểu thức dưới dấu nguyên hàm.

❖ Ý tưởng của phương pháp đổi biến số là: Đặt t như thế nào để thỏa 2 điều kiện:

- $\mathrm{d}t$ có mặt trong biểu thức dưới dấu nguyên hàm.
- Phần còn lại của biểu thức thế t vào được.

❖ **Một số dạng đổi biến loại 1, đặt $t=u(x)$:**

- $\left[\begin{array}{l} I=\int f(ax+b)^n x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=ax+b\Rightarrow \mathrm{d}t=a.\mathrm{d}x \\ I=\int\left(\dfrac{x^n}{ax^{n+1}+1}\right)^m \mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=x^{n+1}+1\Rightarrow \mathrm{d}t=(n+1)x^n\mathrm{d}x,\ \text{với } m,\ n\in\mathbb{Z}. \\ I=\int f\left(ax^2+b\right)^n \mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=ax^2+b\Rightarrow \mathrm{d}t=2ax\mathrm{d}x \end{array}\right.$
- $I=\int \sqrt[n]{f(x)}f'(x)\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\sqrt[n]{f(x)}$, trừ một số trường hợp đổi biến dạng 2.
- $\left[\begin{array}{l} I=\int f(\ln x)\cdot\dfrac{1}{x}\cdot\mathrm{d}x \\ I=\int f(a+b\ln x)\cdot\dfrac{1}{x}\cdot\mathrm{d}x \end{array}\right. \xrightarrow{PP} \left[\begin{array}{l} t=\ln x \\ t=a+b\ln x \end{array}\right.$.
- $I=\int f\left(\mathrm{e}^x\right)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\mathrm{e}^x$.
- $I=\int f(\cos x)\cdot\sin x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\cos x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin x\mathrm{d}x.$
- $I=\int f(\sin x)\cdot\cos x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\sin x\Rightarrow \mathrm{d}t=\cos x\mathrm{d}x.$
- $I=\int f(\tan x)\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\tan x\Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\left(1+\tan^2 x\right)\mathrm{d}x.$
- $I=\int f(\cot x)\cdot\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\cot x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\dfrac{1}{\sin^2 x}\cdot\mathrm{d}x=-\left(1+\cot^2 x\right)\mathrm{d}x$
- $I=\int f\left(\sin^2 x;\cos^2 x\right)\sin 2x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} \left[\begin{array}{l} t=\sin^2 x\Rightarrow \mathrm{d}t=\sin 2x\mathrm{d}x \\ t=\cos^2 x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin 2x\mathrm{d}x \end{array}\right.$.

$I=\int f(\sin x\pm\cos x)(\sin x\mp\cos x)\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\sin x\pm\cos x.$

❖ **Một số dạng đổi biến loại 2, đặt $x=\varphi(t)$:**

- $I=\int f\left(\sqrt{a^2-x^2}\right)\cdot x^{2n}\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} x=a.\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=a.\cos t.\mathrm{d}t$
- $I=\int f\left(\sqrt{x^2+a^2}\right)\cdot x^{2n}\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} x=a.\tan t\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{a\mathrm{d}t}{\cos^2 t}$
- $I=\int f\left(\sqrt{x^2-a^2}\right)\cdot x^{2n}\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} x=\dfrac{a}{\cos t}\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{a\sin t}{\cos^2 t}\mathrm{d}t$
- $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{(x-a)^n.\sqrt{ax^2+bx+c}} \xrightarrow{PP} x-a=\dfrac{1}{t}\Rightarrow \mathrm{d}x=-\dfrac{\mathrm{d}t}{t^2}\cdot$
- $I=\int R\left[\sqrt[n_1]{ax+b},...,\sqrt[n_k]{ax+b}\right]\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t^n=ax+b$ với $n=B.C.N.N\{n_1;n_2;...;n_k\}\cdot$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 22. Tính nguyên hàm $I=\int x\left(x^2+3\right)^6\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 23. Tính nguyên hàm $I=\int x\mathrm{e}^{x^2+1}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 24. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{2+\ln x}{x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 25. Tính nguyên hàm $I=\int\sin x.\cos^5 x\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 26. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{1}{x^2}\cdot\sin\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 27. Tính nguyên hàm $I=\int x\sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 28. Tính nguyên hàm $I=\int\dfrac{x^3}{\left(6x^4+5\right)^3}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 29. Tính nguyên hàm $I=\int\frac{\mathrm{e}^{-x}}{1+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 30. Tính nguyên hàm a) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-4}}$ b) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2-4}}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 7. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\left(x^2-1\right)\left(x^3-3x\right)^5\mathrm{d}x$ b) $I=\int u^2(u-3)\mathrm{d}u$ c) $I=\int x(1-x)^{2018}\mathrm{d}x$

d) $I=\int x\left(x^2+1\right)^3\mathrm{d}x$ e) $I=\int x^2(x-1)^9\mathrm{d}x$ f) $I=\int x^3\left(2-3x^2\right)^8\mathrm{d}x$

g) $I=\int\frac{x}{x^2+2}\mathrm{d}x$ h) $I=\int\frac{2x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$ i) $I=\int\frac{x}{(x+1)^5}\mathrm{d}x$

j) $I=\int\left(\frac{x}{1+x^2}\right)^3\mathrm{d}x$ k) $I=\int\left(1+\frac{1}{x}\right)^3\cdot\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x$ l) $I=\int\frac{x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$

m) $I=\int\frac{x}{(2x+1)^3}\mathrm{d}x$ n) $I=\int\frac{x^5}{x^2+1}\mathrm{d}x$ o) $I=\int\frac{x^4}{x^{10}-4}\mathrm{d}x$

Bài 8. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x-4}}\mathrm{d}x$ b) $I=\int x.\sqrt{2-x^2}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+4}}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\frac{x^2}{\sqrt{1-x}}\mathrm{d}x$ e) $I=\int 5x.\sqrt[3]{1-x^2}\mathrm{d}x$ f) $I=\int x^5.\sqrt[3]{\left(1-2x^2\right)^2}\mathrm{d}x$

g) $I=\int\frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2}\mathrm{d}x$ h) $I=\int\frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}\mathrm{d}x$ i) $I=\int\frac{1}{x\sqrt{x^2+4}}\mathrm{d}x$

j) $I=\int\frac{2x^3-3x^2+x}{\sqrt{x^2-x+1}}\mathrm{d}x$ k) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{x\ln x.\sqrt{1+3\ln^2 x}}$ l) $I=\int\frac{x}{x+\sqrt{x^2-1}}\mathrm{d}x$

Bài 9. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int \ln^2 x\cdot\frac{1}{x}\mathrm{d}x$

b) $I=\int \frac{3\ln x+1}{x\ln x}\mathrm{d}x$

c) $I=\int (1+\ln x)\cdot\frac{1}{x}\mathrm{d}x$

d) $I=\int \frac{\ln x}{\sqrt{1+\ln x}}\cdot\frac{1}{x}\mathrm{d}x$

e) $I=\int \frac{\ln x.\sqrt[3]{2+\ln^2 x}}{x}\mathrm{d}x$

f) $I=\int \frac{\log_2^3 x}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}}\mathrm{d}x$

g) $I=\int \frac{(x+1)(x+\ln x)}{x}\mathrm{d}x$

h) $I=\int \frac{\ln^2 x-2\ln x+3}{x}\mathrm{d}x$

Bài 10. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x-1}$

b) $I=\int \frac{1+\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x$

c) $I=\int \left(2\mathrm{e}^x-1\right)^4\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$

d) $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+\mathrm{e}^x}}$

e) $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+2}$

f) $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+2\mathrm{e}^{-x}-3}$

g) $I=\int \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x$

h) $I=\int \frac{1}{\mathrm{e}^x-4.\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x$

i) $I=\int \frac{\left(1+\mathrm{e}^x\right)^3}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x$

j) $I=\int \frac{\mathrm{e}^{2x}+3\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x}+3\mathrm{e}^x+2}\mathrm{d}x$

k) $I=\int \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\sqrt{\mathrm{e}^x-1}}\mathrm{d}x$

l) $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x-\sqrt{\mathrm{e}^x}}$

Bài 11. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int \frac{\cos x}{3\sin x-7}\mathrm{d}x$

b) $I=\int \sin x.\mathrm{e}^{2\cos x+3}\mathrm{d}x$

c) $I=\int x\cos\left(x^2\right)\mathrm{d}x$

d) $I=\int \frac{\sin x+x\cos x}{(x\sin x)^2}\mathrm{d}x$

e) $I=\int \frac{1}{\cos^4 x}\mathrm{d}x$

f) $I=\int \sin x\cos x\mathrm{d}x$

g) $I=\int \frac{\cos x}{1+\sin x}\mathrm{d}x$

h) $I=\int \frac{(2\sin x-3)\cos x}{2\sin x+1}\mathrm{d}x$

i) $I=\int \frac{3\cos x}{(1-\sin x)^2}\mathrm{d}x$

j) $I=\int \frac{2\cos x}{3+2\sin x}\mathrm{d}x$

k) $I=\int \sin^2 x.\cos^3 x.\mathrm{d}x$

l) $I=\int \frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x}\mathrm{d}x$

m) $I=\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$

n) $I=\int \frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2}\mathrm{d}x$

o) $I=\int \mathrm{e}^{\sin x}.\cos x.\mathrm{d}x$

p) $I=\int \left(\cos^3 x-1\right).\cos^2 x\mathrm{d}x$

q) $I=\int \frac{\cos x}{6-5\sin x+\sin^2 x}\mathrm{d}x$

r) $I=\int \frac{\cos x}{11-7\sin x-\cos^2 x}\mathrm{d}x$

Bài 12. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int \frac{\sin x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

b) $I=\int \frac{4\sin^3 x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

c) $I=\int \cos^2 x\sin^3 x\mathrm{d}x$

d) $I=\int \frac{\sin 2x\cos x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

e) $I=\int \frac{\sin 4x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$

f) $I=\int \frac{\sin x+\sin 3x}{\cos 2x}\mathrm{d}x$

g) $I=\int \frac{\tan\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right).\sin x.(1-\sin x)}{\cos^3 x}\mathrm{d}x$

h) $I=\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x}\mathrm{d}x$

Dạng 5: Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi từng phần

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. ***Định lý:*** Nếu $u(x)$ và $v(x)$ có đạo hàm liên tục $\int u\,\mathrm{d}v = uv - \int v\,\mathrm{d}u$

2. ***Cách giải:*** Tính $I = \int u\,\mathrm{d}v$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ldots \\ \mathrm{d}v = \text{Phần còn lại} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \text{lấy đạo hàm} \\ v = \text{lấy nguyên hàm} \end{cases} \Rightarrow I = uv - \int v\,\mathrm{d}u$$

❖ Phương pháp tích phân từng phần thường dùng để tính các tích phân mà hàm số dưới dấu tích phân có dạng tích của hàm đa thức với hàm lượng giác, hàm đa thức với hàm logarit, với hàm mũ… Lưu ý khi đặt:

- Đặt u sao cho dễ lấy đạo hàm và theo thứ tự ưu tiên:

$$\boxed{\log/\ln \to \text{đa thức} \to \text{mũ} \to \text{lượng giác}}$$

- Đặt $\mathrm{d}v$ sao cho dễ tìm nguyên hàm.
- Một số cách đặt thường gặp:

✓ Dạng $I = \int \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \\ \mathrm{e}^x, a^x \end{bmatrix} . P(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $u = P(x)$, $\mathrm{d}v = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \\ \mathrm{e}^x, a^x \end{bmatrix} \mathrm{d}x$, với $P(x)$ là đa thức.

✓ Dạng $I = \int \begin{bmatrix} \ln x \\ \log_a x \end{bmatrix} . P(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $u = \begin{bmatrix} \ln x \\ \log_a x \end{bmatrix} \mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v = P(x)\,\mathrm{d}x$, với $P(x)$ là đa thức hoặc $P(x) = \dfrac{1}{x^n}$.

✓ Dạng $I = \int \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} . \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$.

Đặt $u = \mathrm{e}^x$, rồi áp dụng nhiều lần.

3. ***Một số dạng không nằm trong 3 dạng trên:***

Vấn đề then chốt của phương pháp tích phân từng phần là cách lựa chọn hàm u cho thích hợp. Hàm u cần chọn sao cho việc tính $\int v\,\mathrm{d}u$ là dễ dàng và cần đảm bảo sao cho nếu như ta cần sử dụng nhiều lần công thức nguyên hàm từng phần, thì càng ngày việc lấy nguyên hàm càng phải dễ đi.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 31. Tính nguyên hàm $I = \int x.\sin x\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

Ví dụ 32. Tính nguyên hàm $\int x.\ln x\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 33. Tính nguyên hàm $I=\int x.\mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 34. Tính nguyên hàm $I=\int \mathrm{e}^{x}\cos x\,\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 35. Tính nguyên hàm $I=\int \sin\left(\ln x\right)\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 36. Tính nguyên hàm $I=\int \frac{x}{\left(x+1\right)^{2}}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 13. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int(x+1)\cos x\,dx$ b) $I=\int(2x-1)\ln x\,dx$ c) $I=\int(3x+2)e^x dx$

d) $I=\int x^2e^x\,dx$ e) $I=\int(2x^2+3x)\sin 2x\,dx$ f) $I=\int e^{2x}\cos 3x\,dx$

g) $I=\int x^2\ln 2x\,dx$ h) $I=\int 3x^2\cos 2x\,dx$ i) $I=\int(2x-1)\ln^2 x\,dx$

j) $I=\int(1-2x)e^x dx$ k) $I=\int(2x-1)\ln x\,dx$ l) $I=\int xe^{3x}dx$

m) $I=\int x^2\ln 2x\,dx$ n) $I=\int\ln x\,dx$ o) $I=\int e^x\sin x\,dx$

p) $I=\int(x+1)\sin 2x\,dx$ q) $I=\int xe^{-x}dx$ r) $I=\int x\cos x\,dx$

s) $I=\int x\sin\frac{x}{2}dx$ t) $I=\int x\ln(1-x)dx$ u) $I=\int x\sin^2 x\,dx$

v) $I=\int\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)dx$ w) $I=\int x\cdot\ln\frac{1+x}{1-x}dx$ x) $I=\int\frac{\ln x}{x^3}dx$

Dạng 6: Tìm nguyên hàm bằng cách thêm bớt vào biểu thức dưới dấu tích phân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Bằng cách thêm, bớt một cách thích hợp vào biểu thức dưới dấu tích phân, ta đưa nguyên hàm cần tính về dạng tổng hoặc hiệu các nguyên hàm cơ bản dễ tính hơn.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 37. Tính nguyên hàm $I=\int\frac{1}{1+e^x}dx$.

.....

.....

.....

Ví dụ 38. Tính nguyên hàm $\int\frac{\sin 2x}{\cos x+1}dx$.

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 14. Tính các nguyên hàm sau:

a. $I=\int\frac{x}{(x+1)^2}dx$. b. $I=\int\frac{1}{2x^2-3x-5}dx$.

c. $I=\int\frac{2x-3}{x^2+2x+4}dx$. d. $I=\int\frac{x^2-2x+3}{x^2-4x+5}dx$.

Dạng 7: Nguyên hàm có điều kiện

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Tìm hằng số C của nguyên hàm với các điều kiện cho trước ta qui về việc giải phương trình dựa vào điều kiện bài cho.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 39. Tìm hàm số $y=f(x)$, biết rằng $f'(x)=-3x^2+2x$ và $f(1)=-2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 40. Tìm hàm số $y=f(x)$, biết rằng $f'(x)=2\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}$ và $f(1)=1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 41. Tìm hàm số $y=f(x)$, biết rằng $f'(x)=2\sin x-3\cos\frac{x}{2}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 42. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $y=\dfrac{15\sqrt{x}}{14}$, biết rằng $f(1)=4$ và $f(4)=9$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 43. Tìm hàm số $y=f(x)$, biết rằng $f'(x)=ax+\dfrac{b}{x^2}$, $f(-1)=2$, $f(1)=4$ và $f'(1)=0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 15. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của các hàm số sau:

1) $y=2x^2-\dfrac{3}{x}$ biết $F(1)=4$

2) $y=\cos 5x.\cos 3x$ biết $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$.

3) $y=\sin^2 x.\cos x$ biết giá trị của nguyên hàm đó bằng $-\dfrac{\sqrt{3}}{8}$ khi $x=\dfrac{\pi}{3}$.

4) $y=\dfrac{x^3+3x^2+3x+1}{x^2+2x+1}$, biết $F(1)=\dfrac{1}{3}$.

5) $y=\dfrac{x^3-1}{x^2}$, biết rằng $F(x)$ triệt tiêu tại $x=1$.

6) $y=3x^2-2x+1$, biết $F(1)=0$.

7) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}$, biết $F(0)=2$.

8) $y=e^{1-2x}$, biết $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$.

9) $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$, biết đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua gốc toạ độ.

10) $y=\sin x.\sin 2x.\cos 3x$, biết $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 1

Bài 16. Chứng minh rằng: $F(x)$ là 1 nguyên hàm của hàm $f(x)$.

1) $F(x)=x\ln x-x$ và $f(x)=\ln x$.

2) $F(x)=\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ và $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.

3) $F(x)=\ln\left|\dfrac{2x-1}{x+1}\right|$ và $f(x)=\dfrac{3}{2x^2+x-1}$

4) $F(x)=5x^3+4x^2-7x+120$ và $f(x)=15x^2+8x-7$

5) $F(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+3}\right)$ và $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}}$.

6) $F(x)=(4x-5)\cdot e^x$ và $f(x)=(4x-1)\cdot e^x$.

7) $F(x)=\tan^4 x+3x-5$ và $f(x)=4\tan^5 x+4\tan^3 x+3$.

8) $F(x)=\ln\left(\dfrac{x^2+4}{x^2+3}\right)$ và $f(x)=\dfrac{-2x}{(x^2+4)\cdot(x^2+3)}$

9) $F(x)=\ln\dfrac{x^2-x\sqrt{2}+1}{x^2+x\sqrt{2}+1}$ và $f(x)=\dfrac{2\sqrt{2}(x^2-1)}{x^4+1}$.

Bài 17. Tính đạo hàm của hàm $G(x)$ rồi suy ra một nguyên hàm của hàm $f(x)$.

1) $G(x)=x^2\ln x$ và $f(x)=2x\ln x$

2) $G(x)=(x^2-1)\ln|1+x|-x^2.\ln x$ và $f(x)=x.\ln\left(\dfrac{1+x}{x}\right)^2$.

Bài 18. Tìm m, a, b, c sao cho hàm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$?

1) $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ và $f(x)=(2x^2-5x+2)e^x$.

2) $F(x)=(ax^2+bx)\sqrt{x^2-4x}$ và $f(x)=(x-2)\sqrt{x^2-4x}$.

3) $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{2x-3}$ và $f(x)=\dfrac{20x^2-30x+7}{\sqrt{2x-3}}$.

4) $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ và $f(x)=3x^2+10x-4$.

5) $F(x)=\ln|x^2-mx+5|$ và $f(x)=\dfrac{2x+3}{x^2+3x+5}$.

6) $F(x)=(ax^2+bx+c)\cdot e^x$ và $f(x)=(x-3)\cdot e^x$.

7) $F(x)=(ax^2+bx+c)\cdot e^{-2x}$ và $f(x)=-(2x^2-8x+7)\cdot e^{-2x}$.

8) $F(x)=(ax^2+bx+c)\cdot e^{-x}$ và $f(x)=(x^2-3x+2)\cdot e^{-x}$.

9) $F(x)=(a+1)\sin x+\dfrac{b}{2}\sin 2x+\dfrac{c}{3}\sin 3x$ và $f(x)=\cos x$.

10) $F(x)=(ax^2+bx+c)\cdot\sqrt{3-x}$ và $f(x)=x\sqrt{3-x},\ (x\le 3)$.

Bài 19. Tìm nguyên hàm của cá hàm số sau:

1) $y=\sqrt{x-2}$ 2) $y=x(x+1)^5$ 3) $y=4^x+e^{3x}$

4) $y=2^x+3^x$ 5) $y=\left(\sqrt{x}+1\right)\left(x-\sqrt{x}+1\right)$ 6) $y=e^x\left(1-e^{-x}\right)$

7) $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$ 8) $y=x^3-3x+\dfrac{1}{x}$ 9) $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

Bài 20. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau:

1) $y=\cot x$ 2) $y=\sin 3x$ 3) $y=\sin 3x.\cos 5x$

4) $y=\sin 5x.\sin 3x$ 5) $y=\cos 3x.\cos 5x$ 6) $y=\sin x\sin 2x\sin 4x$

7) $y=4\sin^2\dfrac{x}{3}$ 8) $y=\mathrm{e}^x\left(2+\dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{\cos^2 x}\right)$ 9) $y=\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-2x\right)$

Bài 21. Tính:

1) $\int x(x+3)^{10}\,\mathrm{d}x$ 2) $\int(2x+1)^{20}\,\mathrm{d}x$ 3) $\int x^2\sqrt{x^3+1}\,\mathrm{d}x$

4) $\int(2x+3)\,\mathrm{d}x$ 5) $\int(x^2-4x+3)\,\mathrm{d}x$ 6) $\int(4x^2-4x+1)\,\mathrm{d}x$

7) $\int\dfrac{x^6-1}{x^2}\mathrm{d}x$ 8) $\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2}$ 9) $\int\dfrac{x+1}{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$

10) $\int\sqrt[3]{x}\mathrm{d}x$ 11) $\int x\sqrt{x}\mathrm{d}x$ 12) $\int(2x^3-1)^2\,\mathrm{d}x$

13) $\int(1+x^2)^{\frac{1}{2}}x\mathrm{d}x$ 14) $\int(2^x-\mathrm{e}^x)^2\,\mathrm{d}x$ 15) $\int\dfrac{2x-4}{x^2-4x+2}\mathrm{d}x$

16) $\int\dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$ 17) $\int\dfrac{(\ln x)^4}{x}\mathrm{d}x$ 18) $\int\dfrac{x}{x^2+a}\mathrm{d}x$

19) $\int\dfrac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$ 20) $\int\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)\mathrm{d}x$ 21) $\int\dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}\mathrm{d}x$

22) $\int\dfrac{2x^5+4x^2-3}{x^3}\mathrm{d}x$ 23) $\int\left(\mathrm{e}^x-\dfrac{1}{x}+5\right)\mathrm{d}x$ 24) $\int\dfrac{2^{x+1}-5^{x-1}}{10^x}\mathrm{d}x$

25) $\int\dfrac{x+2}{x-1}\mathrm{d}x$ 26) $\int\dfrac{x}{3x-2}\mathrm{d}x$ 27) $\int\dfrac{4x^3+4x^2-1}{2x-1}\mathrm{d}x$

Bài 22. Tính:

1) $\int\tan x\mathrm{d}x$ 2) $\int\cos^5 x\sin x\mathrm{d}x$ 3) $\int(\sin x+2\cos x)\,\mathrm{d}x$

4) $\int\dfrac{\tan 2x}{\cos^2 2x}\mathrm{d}x$ 5) $\int\cos x.\mathrm{e}^{\sin x}\mathrm{d}x$ 6) $\int\left(3\cos^2\dfrac{x}{2}-\sin x\right)\mathrm{d}x$

7) $\int\cos^2 x\mathrm{d}x$ 8) $\int\tan^2 x\mathrm{d}x$ 9) $\int\sin x.\mathrm{e}^{2\cos x}\mathrm{d}x$

10) $\int\cot^2 x\mathrm{d}x$ 11) $\int(\tan x+\cot x)^2\,\mathrm{d}x$ 12) $\int\sin^2 5x\mathrm{d}x$

13) $\int\dfrac{2\cos^2 x-3}{\sin^2 x\cos^2 x}\mathrm{d}x$ 14) $\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x\cos^2 x}$ 15) $\int\dfrac{2\,\mathrm{d}x}{1-\cos 2x}$

16) $\int 2x\sin(x^2)\mathrm{d}x$ 17) $\int\dfrac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ 18) $\int\cos x.\sqrt{\sin x}\,\mathrm{d}x$

19) $\int(\tan^4 x+\tan^6 x)\mathrm{d}x$ 20) $\int(\sin x+\cos x)^2\,\mathrm{d}x$ 21) $\int\sin^2 x\mathrm{d}x$

22) $\int\cos^3 x\mathrm{d}x$ 23) $\int\cos^4 x\mathrm{d}x$ 24) $\int\sin 3x.\cos 2x\mathrm{d}x$

25) $\int\sin 4x\sin 7x\mathrm{d}x$ 26) $\int(\sin^4 x+\cos^4 x)\mathrm{d}x$ 27) $\int(\sin^6 x+\cos^6 x)\mathrm{d}x$

28) $\int\dfrac{\cos x}{3\sin^2 x}\mathrm{d}x$ 29) $\int\dfrac{\cos 2x}{\sin^2 x\cos^2 x}\mathrm{d}x$ 30) $\int\dfrac{1}{\sin^2\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)}\mathrm{d}x$

Bài 23. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\frac{\tan x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

b) $I=\int\frac{\sin^4 x}{\cos^6 x}\mathrm{d}x$

c) $I=\int\frac{\tan^4 x}{\cos 2x}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{5\cos^2 x-8\sin x\cos x+3\sin^2 x}$

e) $I=\int\frac{(1+\sin 2x)}{2\sin x\cos^3 x+\cos^4 x}\mathrm{d}x$

f) $I=\int\frac{1}{\cos^4 x\sin^2 x}\mathrm{d}x$

g) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{\cos x\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$

h) $I=\int\frac{\tan\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\cos 2x}\mathrm{d}x$

Bài 24. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}\mathrm{d}x$

b) $I=\int\frac{\cos^2 x}{\sin^8 x}\mathrm{d}x$

c) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x\cdot\sqrt[4]{\cot x}}$

d) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{\cos x\sin^3 x}$

e) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{\sin x\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}$

f) $I=\int\frac{\sin x}{(\sin x+\cos x)^3}\mathrm{d}x$

Bài 25. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$

b) $I=\int\frac{\cos 2x}{\sin x+\cos x+2}\mathrm{d}x$

c) $I=\int\frac{\cos 2x}{(\sin x+\cos x+2)^3}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\sin 2x.(1+\sin^2 x)^3\,\mathrm{d}x$

e) $I=\int\sin^3 x.\sqrt{\cos x}\mathrm{d}x$

Bài 26. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$

b) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2\sqrt{9-x^2}}$

c) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$

d) $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2\sqrt{25-x^2}}$

e) $I=\int\frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}\mathrm{d}x$

f) $I=\int\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}\mathrm{d}x$

Bài 27. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của các hàm số sau:

a) $f(x)=x^3-4x+5$ biết $F(1)=3$

b) $f(x)=\frac{2\cos^2 x-1}{\cos^2 x}$ biết $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{2}$.

c) $f(x)=\frac{3-5x^2}{x}$ biết $F(\mathrm{e})=1$.

d) $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$ biết $F(1)=\frac{3}{2}$

e) $f(x)=x\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}$ biết $F(1)=-2$

f) $f(x)=\sin 2x.\cos x$ biết $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$.

g) $f(x)=\frac{3x^4-2x^3+5}{x^2}$ biết $F(1)=2$.

h) $f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x-7}{(x+1)^2}$ biết $F(0)=8$.

i) $f(x)=\sin^2\frac{x}{2}$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{4}$.

j) $f(x)=x\cdot\left(x+\frac{1}{x}\right)$ biết $F(1)=\frac{7}{2}$

Bài 28. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int x\sin x\cos x\,\mathrm{d}x$ b) $I=\int \mathrm{e}^{-2x}\cdot\cos 3x\,\mathrm{d}x$ c) $I=\int\dfrac{x}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x$

d) $I=\int x\left(2\cos^2 x-1\right)\mathrm{d}x$ e) $I=\int x^3\cdot\ln x\,\mathrm{d}x$ f) $I=\int\dfrac{x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$

g) $I=\int(x-2)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ h) $I=\int x\ln\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$

Bài 29. Tính các nguyên hàm sau:

a) $I=\int\dfrac{x^2-1}{x^2}\cdot\ln x\mathrm{d}x$ b) $I=\int\cos\sqrt{x}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\sin\sqrt{x}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\left(8x^3-2x\right)\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$ e) $I=\int x^3.\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$ f) $I=\int x^5\mathrm{e}^{x^3}\mathrm{d}x$

g) $I=\int\mathrm{e}^{\sin x}\cdot\sin 2x\mathrm{d}x$ h) $I=\int\sqrt{x}.\mathrm{e}^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ i) $I=\int x\ln\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$

j) $I=\int\dfrac{1+\ln(x+1)}{x^2}\mathrm{d}x$ k) $I=\int\mathrm{e}^x\ln\left(\mathrm{e}^x+1\right)\mathrm{d}x$ l) $I=\int\dfrac{\ln\left(4x^2+8x+3\right)}{(x+1)^3}\mathrm{d}x$

m) $I=\int\dfrac{x^2\mathrm{e}^x}{(x+2)^2}\mathrm{d}x$ n) $I=\int\sqrt{x}\ln x\,\mathrm{d}x$ o) $I=\int\left(1+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)\cdot\ln\left(x+\sqrt{x}-1\right)\mathrm{d}x$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 1

Câu 1. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(2x+1)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos(2x+1)+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cos(2x+1)+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos(2x+1)+C$.

Câu 2. **[2D3-1]** Tính nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{3x+2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x+2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{3x+2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\mathrm{e}^{3x+2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=(3x+2)\mathrm{e}^{3x+2}+C$.

Câu 3. **[2D3-1]** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. $\int\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int 0\,\mathrm{d}x=0$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$. **D.** $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$.

Câu 4. **[2D3-1]** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x^4+3}{x^2}$. Chọn phương án đúng:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2x^3}{3}+\dfrac{3}{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2x^3}{3}-\dfrac{3}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x^3-\dfrac{3}{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2x^3}{3}+\dfrac{3}{2x}+C$.

Câu 5. **[2D3-1]** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left(2+\mathrm{e}^{3x}\right)^2$ là:

A. $4x+\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{3x}+\dfrac{1}{6}\mathrm{e}^{6x}+C$. **B.** $3x+\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{3x}+\dfrac{1}{6}\mathrm{e}^{6x}+C$.

C. $4x+\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{3x}-\dfrac{1}{6}\mathrm{e}^{6x}+C$. **D.** $3x+\dfrac{4}{3}\mathrm{e}^{3x}+\dfrac{5}{6}\mathrm{e}^{6x}+C$.

Câu 6. [2D3-1] Hàm số $F(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\sin 4x+C$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây:

A. $\frac{1}{2}\sin 2x$. **B.** $\cos^2 2x$. **C.** $\frac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $\sin^2 2x$.

Câu 7. [2D3-1] Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\int \ln x\mathrm{d}x=\frac{1}{x}+C$. **B.** $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$.

C. $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$. **D.** $\int \sin 2x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 8. [2D3-1] Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x=\sqrt{x}+C$. **B.** $\int \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{x}+C$.

C. $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x=\frac{a^x}{\ln a}+C$.

Câu 9. [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{3x+1}$ là:

A. $F(x)=\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x+1}+C$. **B.** $F(x)=3\mathrm{e}^{3x+1}+C$.

C. $F(x)=3\mathrm{e}^{3x+1}.\ln 3+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x+1}.\ln 3+C$.

Câu 10. [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x^2}+2^x$ là

A. $F(x)=\ln x^2+2^x.\ln 2+C$. **B.** $F(x)=\ln x^2+\frac{2^x}{\ln 2}+C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{x}+\frac{2^x}{\ln 2}+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{x}+2^x.\ln 2+C$.

Câu 11. [2D3-1] Tính nguyên hàm $\int \cos 3x\mathrm{d}x$.

A. $-\frac{1}{3}\sin 3x+C$ **B.** $-3\sin 3x+C$ **C.** $\frac{1}{3}\sin 3x+C$ **D.** $3\sin 3x+C$

Câu 12. [2D3-1] Biết $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$ Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(2x-1)\mathrm{d}x=2F(2x-1)+C$. **B.** $\int f(2x-1)\mathrm{d}x=2F(x)-1+C$.

C. $\int f(2x-1)\mathrm{d}x=F(2x-1)+C$. **D.** $\int f(2x-1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}F(2x-1)+C$.

Câu 13. [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2x}$.

A. $\int \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}+C$. **B.** $\int \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{2x}+C$.

C. $\int \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=2\mathrm{e}^{2x}+C$. **D.** $\int \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{e}^{2x+1}}{2x+1}+C$.

Câu 14. [2D3-1] Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2-3x+\frac{1}{x}$ là:

A. $x^3-3x^2+\ln x+C$. **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

C. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$.

Câu 15. **[2D3-1]** Hàm số $F(x)=\mathrm{e}^x-\cot x+C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào?

A. $f(x)=\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{\sin^2 x}$. **B.** $f(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

C. $f(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{1}{\cos^2 x}$. **D.** $f(x)=\mathrm{e}^{-x}+\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 16. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$.

A. $2\cos 2x+C$. **B.** $-2\cos 2x+C$. **C.** $\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 17. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^{2x}$.

A. $\int 2^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{4^x}{\ln 2}+C$. **B.** $\int 2^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{2^{2x}}{\ln 2}$. **C.** $\int 2^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{2^{2x-1}}{\ln 2}+C$. **D.** $\int 2^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{2^{2x+1}}{\ln 2}+C$.

Câu 18. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$

A. $\int (x)\mathrm{d}x=\dfrac{5^x}{\ln x}+C$. **B.** $\int (x)\mathrm{d}x=5^x\ln 5+C$.

C. $\int (x)\mathrm{d}x=5^x+C$. **D.** $\int (x)\mathrm{d}x=\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$.

Câu 19. **[2D3-1]** Công thức nào sau đây **sai**?

A. $\int \mathrm{e}^{3x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}+C$. **B.** $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$.

C. $\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln x+C$. **D.** $\int \sin 2x\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 20. **[2D3-1]** Với $a>0$, cho các mệnh đề sau

$(i).\int \dfrac{\mathrm{d}x}{ax+1}=\dfrac{1}{a}\ln(ax+1)+C$. $(ii).\int a^{x+3}\mathrm{d}x=\dfrac{a^{x+3}}{\ln a}+C$ $(iii).\int (ax+b)^{22}\mathrm{d}x=\dfrac{(ax+b)^{23}}{23}+C$

Số các khẳng định **sai** là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 21. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x$.

A. $\int 2\sin x\mathrm{d}x=2\cos x+C$. **B.** $\int 2\sin x\mathrm{d}x=\sin^2 x+C$.

C. $\int 2\sin x\mathrm{d}x=\sin 2x+C$. **D.** $\int 2\sin x\mathrm{d}x=-2\cos x+C$.

Câu 22. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

A. $\int 7^x\mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$. **B.** $\int 7^x\mathrm{d}x=\dfrac{7^x}{\ln 7}+C$. **C.** $\int 7^x\mathrm{d}x=7^{x+1}+C$. **D.** $\int 7^x\mathrm{d}x=\dfrac{7^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 23. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5x-2}$.

A. $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$. **B.** $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\dfrac{1}{5}\ln|5x-2|+C$.

C. $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$. **D.** $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{5x-2}=-\dfrac{1}{2}\ln|5x-2|+C$.

Câu 24. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}$.

A. $\ln(2x-1)+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln(2x-1)+C$. **C.** $\ln|2x-1|+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln|2x-1|+C$.

Câu 25. [2D3-1] Hàm số $F(x)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$ là nguyên hàm của hàm số

A. $f(x)=\mathrm{e}^{2x}$. **B.** $f(x)=2x\mathrm{e}^{x^2}$. **C.** $f(x)=\frac{\mathrm{e}^{x^2}}{2x}$. **D.** $f(x)=x^2\mathrm{e}^{x^2}-1$.

Câu 26. [2D3-1] Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)=\mathrm{e}^{2x}$

A. e^{2x}. **B.** $\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}$. **C.** $2\mathrm{e}^{2x}$. **D.** e^{x^2}.

Câu 27. [2D3-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $F(x)$, $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)+G(x)=C$, với C là một hằng số.

B. Mọi hàm số liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K.

C. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$, với C là một hằng số.

D. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)+1$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

Câu 28. [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^{2x+1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=(2x+1)3^{2x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^{2x+1}}{\ln 3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^{2x+1}}{\ln 9}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3^{2x+1}\ln 3+C$.

Câu 29. [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{\mathrm{e}}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^{\mathrm{e}}+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}x^{\mathrm{e}+1}+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^{\mathrm{e}}}{\ln x}+C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^{\mathrm{e}+1}}{\mathrm{e}+1}+C$

Câu 30. [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.

Câu 31. [2D3-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$. **B.** $\int 2x\mathrm{d}x=x^2+C$.

C. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$. **D.** $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$.

Câu 32. [2D3-1] Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}+C$. **B.** $\int 2^x\mathrm{d}x=2^x+C$. **C.** $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2}=\frac{1}{x}+C$. **D.** $\int \frac{\mathrm{d}x}{x+1}=\ln|x|+C$.

Câu 33. [2D3-1] Tìm nguyên hàm $\int \frac{1}{1-2x}\mathrm{d}x$.

A. $\int \frac{1}{1-2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{1}{1-2x}\right|+C$. **B.** $\int \frac{1}{1-2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln|1-2x|+C$.

C. $\int \frac{1}{1-2x}\mathrm{d}x=\ln|1-2x|+C$. **D.** $\int \frac{1}{1-2x}\mathrm{d}x=\ln\left|\frac{1}{1-2x}\right|+C$.

Câu 34. **[2D3-1]** Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + \sin x + C$ thì $f(x)$ bằng:

A. $\mathrm{e}^x + \sin x$. **B.** $\mathrm{e}^x - \sin x$. **C.** $\mathrm{e}^x - \cos x$. **D.** $\mathrm{e}^x + \cos x$.

Câu 35. **[2D3-1]** Tính $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x}}$. Kết quả là

A. $\frac{C}{\sqrt{1-x}}$. **B.** $C\sqrt{1-x}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{1-x}} + C$. **D.** $-2\sqrt{1-x} + C$.

Câu 36. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{\cos^2 2x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{\sin^2 2x} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\tan 2x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\tan 2x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{-1}{\cos x} + C$.

Câu 37. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln^2 x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\ln^2 x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln x + C$.

Câu 38. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 3\sin x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x + 3\cos x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - \cos x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \sin x - 3\cos x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\sin x + 3\cos x + C$.

Câu 39. **[2D3-1]** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int (x^2+1)^2\mathrm{d}x = \frac{x^2+1}{3} + C$. **B.** $\int (x^2+1)^2\mathrm{d}x = 2(x^2+1) + C$.

C. $\int (x^2+1)^2\mathrm{d}x = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + C$. **D.** $\int (x^2+1)^2\mathrm{d}x = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x$.

Câu 40. **[2D3-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\int f(x)\mathrm{d}x = 4x^3 - 3x^2 + 2x + C$. Hàm số $f(x)$ là

A. $f(x) = x^4 - x^3 + x^2 + Cx$. **B.** $f(x) = 12x^2 - 6x + 2 + C$.

C. $f(x) = x^4 0x^3 + x^2 + Cx + C'$. **D.** $f(x) = 12x^2 - 6x + 2$.

Câu 41. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\sqrt{x} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}\sqrt{x} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2}x\sqrt{x} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$.

Câu 42. **[2D3-1]** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f'(x) = 2 + \cos 2x$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $f(0) = \pi$. **B.** $f(x) = 2x + \frac{\sin 2x}{2} + \pi$.

C. $f(x) = 2x - \frac{\sin 2x}{2} + \pi$. **D.** $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

Câu 43. [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cot x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cot x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\tan x+C$.

Câu 44. [2D3-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

A. $\int\left(f_1(x)+f_2(x)\right)\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)-G(x)=C$ (với C là hằng số).

C. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x+\int v(x)u'(x)\mathrm{d}x=u(x)v(x)$.

D. $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)=2x$.

Câu 45. [2D3-1] Nguyên hàm của hàm số $f(x)=7x^5$ là

A. $F(x)=35x^4+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{7}{6}x^6+C$. **C.** $F(x)=35x^6+C$. **D.** $F(x)=5x^6+C$.

Câu 46. [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\dfrac{2}{x^2}$?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2}{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 47. [2D3-1] Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=4^x$ và $F(1)=\dfrac{3}{\ln 2}$. Khi đó giá trị của $F(2)$ bằng

A. $\dfrac{9}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{3}{\ln 2}$. **C.** $\dfrac{8}{\ln 2}$. **D.** $\dfrac{7}{\ln 2}$.

Câu 48. [2D3-1] Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\dfrac{1}{\cos^2 x}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ là

A. $F(x)=-\cos x+\tan x+C$. **B.** $F(x)=-\cos x+\tan x-\sqrt{2}+1$.

C. $F(x)=\cos x+\tan x+\sqrt{2}-1$. **D.** $F(x)=-\cos x+\tan x+\sqrt{2}-1$.

Câu 49. [2D3-1] Hàm số $y=\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\sin x+1$. **B.** $y=\cos x$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\cot x$.

Câu 50. [2D3-1] Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số và $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=0$ thì $F(x)$ là

A. $\sqrt{3}-\cot x$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\cot x$. **C.** $-\sqrt{3}-\cot x$. **D.** $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}-\cot x$.

Câu 51. [2D3-1] Phát biểu nào sau đây là đúng

A. $\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x=-\mathrm{e}^x\cos x+\int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x$. **B.** $\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x\cos x-\int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x$.

C. $\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x\cos x+\int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x$. **D.** $\int \mathrm{e}^x\sin x\mathrm{d}x=-\mathrm{e}^x\cos x-\int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x$.

Câu 52. **[2D3-1]** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$ là

A. $\dfrac{1}{2}\sqrt{2x+1}+C$. **B.** $2\sqrt{2x+1}+C$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}+C$. **D.** $\sqrt{2x+1}+C$.

Câu 53. **[2D3-1]** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-x}$

A. $F(x)=-\ln|x|+\ln|x-1|$. **B.** $F(x)=\ln|x|+\ln|x-1|$.

C. $F(x)=-\ln|x|-\ln|x-1|$. **D.** $F(x)=\ln|x|-\ln|x-1|$.

Câu 54. **[2D3-1]** Tính nguyên hàm $\int\left(\dfrac{1}{2x+3}\right)\mathrm{d}x$

A. $\dfrac{1}{2}\ln|2x+3|+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\ln(2x+3)+C$. **C.** $2\ln|2x+3|+C$. **D.** $\ln|2x+3|+C$.

Câu 55. **[2D3-1]** Tìm $\int\dfrac{\mathrm{d}x}{2x+1}$.

A. $-\dfrac{1}{(2x+1)^2}+C$. **B.** $\ln|2x+1|+C$. **C.** $\dfrac{1}{2}\ln|2x+1|+C$. **D.** $-\dfrac{2}{(2x+1)^2}+C$.

Câu 56. **[2D3-1]** Trong các hàm số sau:

(I) $f(x)=\tan^2 x+2$ (II) $f(x)=\dfrac{2}{\cos^2 x}$ (III) $f(x)=\tan^2 x+1$

Hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $g(x)=\tan x$.

A. (I), (II), (III). **B.** Chỉ (II), (III). **C.** Chỉ (III). **D.** Chỉ (II).

Câu 57. **[2D3-1]** Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int\sin 2x\mathrm{d}x=\dfrac{\cos 2x}{2}+C,(C\in\mathbb{R})$. **B.** $\int\sin 2x\mathrm{d}x=\cos 2x+C,(C\in\mathbb{R})$.

C. $\int\sin 2x\mathrm{d}x=-\dfrac{\cos 2x}{2}+C,C\in\mathbb{R}$. **D.** $\int\sin 2x\mathrm{d}x=2\cos 2x+C,C\in\mathbb{R}$.

Câu 58. **[2D3-1]** Nguyên hàm của hàm số $y=(x+1)\cos x$ là

A. $F(x)=(x+1)\sin x-\cos x+C$. **B.** $F(x)=(x+1)\sin x+\cos x+C$.

C. $F(x)=-(x+1)\sin x-\cos x+C$. **D.** $F(x)=-(x+1)\sin x+\cos x+C$.

Câu 59. **[2D3-1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y=\ln x$ là một nguyên hàm của hàm số

A. $y=x\ln x-x$. **B.** $y=x\ln x-x+C,C\in\mathbb{R}$.

C. $y=\dfrac{1}{x}+C,C\in\mathbb{R}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x}$.

Câu 60. **[2D3-1]** Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{-2x}$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\mathrm{e}^{-2x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\mathrm{e}^{-2x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}+C$.

Câu 61. **[2D3-2]** Cho $y=f(x)$, $y=g(x)$ là các hàm số liên tục trên. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau?

A. $\int\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int k.f(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x,\ (k\in\mathbb{R}\setminus\{0\})$.

C. $\int\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\left(\int f(x)\mathrm{d}x\right)'=f(x)$.

Câu 62. [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)=\sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{3}{4}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5}{4}$.

Câu 63. [2D3-2] Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$ là:

A. $2x+5\ln|x-1|+C$. **B.** $2x^2-5\ln x-1+C$.

C. $2x^2+\ln|x-1|+C$. **D.** $2x+5\ln(x-1)+C$.

Câu 64. [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x^2+3x+1}$ là

A. $\ln\left|\frac{2x+1}{x+1}\right|+C$. **B.** $\ln\left|\frac{x+1}{2x+1}\right|+C$. **C.** $\ln\left|\frac{2x-1}{x-1}\right|+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{2x+1}{x+1}\right|+C$.

Câu 65. [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x)=\frac{1}{x+2}$ và $F(-3)=1$. Tính $F(0)$.

A. $F(0)=\ln 2+1$. **B.** $F(0)=\ln 2-1$. **C.** $F(0)=\ln 2$. **D.** $F(0)=\ln 2-3$.

Câu 66. [2D3-2] Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=4^x.2^{2x+3}$

A. $F(x)=\frac{2^{4x+1}}{\ln 2}$. **B.** $F(x)=2^{4x+3}.\ln 2$. **C.** $F(x)=\frac{2^{4x+3}}{\ln 2}$. **D.** $F(x)=2^{4x+1}.\ln 2$

Câu 67. [2D3-2] Trong các hàm số dưới đây hàm số nào không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$?

A. $F_1(x)=\frac{1}{2}\cos 2x$. **B.** $F_2(x)=\sin^2 x+2$.

C. $F_3(x)=\frac{1}{2}\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)$. **D.** $F_4(x)=-\cos^2 x$.

Câu 68. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{5x}$.

A. $\int \mathrm{d}x=\mathrm{e}^{5x}\ln 5+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\mathrm{e}^{5x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=5\mathrm{e}^{5x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{5x}+C$.

Câu 69. [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x)=2x-3\cos x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi^2}{4}$. Giá trị $F(\pi)$ là

A. $F(\pi)=\pi^2-3$. **B.** $F(\pi)=\pi^2+3$. **C.** $F(\pi)=\pi+3$. **D.** $F(\pi)=\pi-3$.

Câu 70. [2D3-2] Biết $F(x)=(ax+b)\mathrm{e}^x$ là nguyên hàm của hàm số $y=(2x+3)\mathrm{e}^x$. Khi đó $a+b$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 71. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{-x}\left(2\mathrm{e}^x+1\right)$ biết $F(0)=1$.

A. $F(x)=2x+\mathrm{e}^{-x}$. **B.** $F(x)=2x-\mathrm{e}^{-x}+2$.

C. $F(x)=2+\mathrm{e}^{-x}$. **D.** $F(x)=2x-\mathrm{e}^{-x}+1$.

Câu 72. [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=e^{3x}$ thỏa $F(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+1$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{2}{3}$. **D.** $F(x)=-\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{4}{3}$.

Câu 73. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f''(x)=12x^2+6x-4$ và $f(0)=1, f(1)=3$. Tính $f(-1)$.

A. $f(-1)=-5$. **B.** $f(-1)=3$. **C.** $f(-1)=-3$. **D.** $f(-1)=-1$.

Câu 74. [2D3-2] Hàm số $F(x)=3x^4+\sin x+3$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $f(x)=12x^3+\cos x+3x$. **B.** $f(x)=12x^3-\cos x$.

C. $f(x)=12x^3+\cos x$. **D.** $f(x)=12x^3-\cos x+3x$.

Câu 75. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{e^{2x}+e^{-2x}+2}$.

A. $F(x)=e^x+e^{-x}+C$. **B.** $F(x)=\frac{1}{2}e^x-\frac{1}{2}e^{-x}+C$.

C. $F(x)=e^x-e^{-x}+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}-\frac{1}{2}e^{-2x}+C$.

Câu 76. [2D3-2] (THPTQG-17) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(x)=3x+5\cos x+5$. **B.** $f(x)=3x+5\cos x+2$.

C. $f(x)=3x-5\cos x+2$. **D.** $f(x)=3x-5\cos x+15$.

Câu 77. [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=\frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=e^x+x^2+\frac{3}{2}$. **B.** $F(x)=2e^x+x^2-\frac{1}{2}$.

C. $F(x)=e^x+x^2+\frac{5}{2}$. **D.** $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$.

Câu 78. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$ thoả mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$

A. $F(x)=\cos x-\sin x+3$. **B.** $F(x)=-\cos x+\sin x+3$.

C. $F(x)=-\cos x+\sin x-1$. **D.** $F(x)=-\cos x+\sin x+1$.

Câu 79. [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{2x-1}$ và $F(2)=3+\frac{1}{2}\ln 3$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=2\ln 5+3$. **B.** $F(3)=\frac{1}{2}\ln 5+3$. **C.** $F(3)=\frac{1}{2}\ln 5+5$. **D.** $F(3)=-2\ln 5+5$.

Câu 80. [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x+\frac{1}{x}$ là:

A. $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}+\ln x+C$. **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$.

C. $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$. **D.** $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln x+C$.

Câu 81. [2D3-2] Tìm giá trị của m để hàm số $F(x)=m^2x^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+10x-4$.

A. $m=2$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 82. [2D3-2] Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{2x-1}$, $f(1)=1$. Tính $f(5)$.

A. $f(5)=\dfrac{1}{2}\ln 3$. **B.** $f(5)=\ln 2$. **C.** $f(5)=\ln 3+1$. **D.** $f(5)=2\ln 3+1$.

Câu 83. [2D3-2] Cặp hàm số nào sau đây có tính chất: có một hàm số là nguyên hàm của hàm số còn lại?

A. $f(x)=\tan^2 x$, $g(x)=\dfrac{1}{\cos^2 x^2}$. **B.** $f(x)=\sin 2x$, $g(x)=\cos^2 x$.

C. $f(x)=\mathrm{e}^x$, $g(x)=\mathrm{e}^{-x}$. **D.** $f(x)=\sin 2x$, $g(x)=\sin^2 x$.

Câu 84. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1-x\sin x}{x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2x^2}+\cos x+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x|-\cos x+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{x^2}+\cos x+C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|x|+\cos x+C$

Câu 85. [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ trên $\left(\dfrac{-1}{2};+\infty\right)$ và $F(0)=1$. Tính giá trị của $F(2)$.

A. $F(2)=1+\ln 5$. **B.** $F(2)=1+\dfrac{\ln 5}{2}$. **C.** $F(2)=\dfrac{\ln 5}{2}$. **D.** $F(2)=\dfrac{\ln 5}{2}-1$.

Câu 86. [2D3-2] Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x).g(x)$, biết $F(2)=5$, $\int f(x)\mathrm{d}x=x+C$ và $\int g(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{4}+C$.

A. $F(x)=\dfrac{x^2}{4}+4$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^2}{4}+5$. **C.** $F(x)=\dfrac{x^3}{4}+5$. **D.** $F(x)=\dfrac{x^3}{4}+3$.

Câu 87. [2D3-2] Xác định hàm số $y=f(x)$, biết $f'(x)=\sqrt[3]{x}+x^3+1$ và $f(1)=2$

A. $f(x)=\dfrac{4}{3}x^{\frac{3}{4}}+\dfrac{x^4}{4}+x-\dfrac{7}{2}$. **B.** $f(x)=\dfrac{4}{3}x^{\frac{4}{3}}+\dfrac{x^4}{4}+x-\dfrac{7}{2}$.

C. $f(x)=\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+\dfrac{x^4}{4}+x$. **D.** $f(x)=\dfrac{3}{4}x^{\frac{3}{4}}+\dfrac{x^4}{4}+x-\dfrac{7}{2}$.

Câu 88. [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=\ln 2-1$. **B.** $F(3)=\ln 2+1$. **C.** $F(3)=\dfrac{1}{2}$. **D.** $F(3)=\dfrac{7}{4}$.

Câu 89. [2D3-2] Cho $f(x)=\dfrac{1}{2x+3}$. Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của $f(x)$

A. $F(x)=\dfrac{\ln|4x+6|}{4}+4$. **B.** $F(x)=\dfrac{\ln|2x+3|}{2}+4$.

C. $F(x)=\dfrac{\ln|4x+6|}{2}+4$. **D.** $F(x)=\dfrac{\ln\left|x+\frac{3}{2}\right|}{2}+4$.

Câu 90. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}\sqrt[3]{4x^2}+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{4}\sqrt[3]{4x^2}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{4\sqrt[3]{16x^4}}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{3}{8\sqrt[3]{16x^4}}+C$.

Câu 91. [2D3-2] Tính $\int(x-\sin 2x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{x^2}{2}+\sin x+C$.
B. $\frac{x^2}{2}+\cos 2x+C$.
C. $x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.
D. $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 92. [2D3-2] Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(1-2x)$ và thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right)=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=-\frac{1}{2}\cos(1-2x)+\frac{3}{2}$.
B. $F(x)=\cos(1-2x)$.
C. $F(x)=\cos(1-2x)+1$.
D. $F(x)=\frac{1}{2}\cos(1-2x)+\frac{1}{2}$.

Câu 93. [2D3-2] Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$ với mọi hàm $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.
B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ với mọi hằng số k và với mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$, với mọi hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
D. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$, với mọi hàm số $f(x)$, $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 94. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2 x$ ta được

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}-\frac{\cos 2x}{4}+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}-\frac{\sin 2x}{4}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}+\frac{\cos 2x}{4}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+C$.

Câu 95. [2D3-2] Các mệnh đề sau, mệnh đề nào **SAI**?

A. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x,\ (k\in\mathbb{R}^*)$
B. $\int f(x).g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.
C. $\int f^m(x)f'(x)\mathrm{d}x=\frac{f^{m+1}(x)}{m+1}+C,\ (m\neq -1)$.
D. $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 96. [2D3-2] Tính $\int\frac{2^{\sqrt{x}}.\ln 2}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$. Kết quả **sai** là

A. $2\left(2^{\sqrt{x}}+1\right)+C$.
B. $2^{\sqrt{x}+1}+C$.
C. $2\left(2^{\sqrt{x}}-1\right)+C$.
D. $2^{\sqrt{x}}+C$.

Câu 97. [2D3-2] Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x\left(x^2+1\right)^4$, biết $F(1)=6$.

A. $F(x)=\frac{x^2\left(x^2+1\right)^5}{5}-\frac{2}{5}$.
B. $F(x)=\frac{\left(x^2+1\right)^5}{5}-\frac{2}{5}$.
C. $F(x)=\frac{x^2\left(x^2+1\right)^5}{5}+\frac{2}{5}$.
D. $F(x)=\frac{\left(x^2+1\right)^4}{4}-\frac{2}{5}$.

Câu 98. [2D3-2] Nếu $F(x)=G(x)+3$ thì

A. $\int F'(x)\mathrm{d}x=\int G'(x)\mathrm{d}x$.
B. $\int F'(x)\mathrm{d}x=\int\left[G'(x)+3\right]\mathrm{d}x$.
C. $\int F'(x)\mathrm{d}x\neq\int G'(x)\mathrm{d}x$.
D. $\int F'(x)\mathrm{d}x=\int 3.G'(x)\mathrm{d}x$.

Câu 99. [2D3-2] Biết $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin 3x+C$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $f(x)=-3\cos 3x$ **B.** $f(x)=3\cos 3x$ **C.** $f(x)=-\dfrac{\cos 3x}{3}$. **D.** $f(x)=\dfrac{\cos 3x}{3}$.

Câu 100. [2D3-2] Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\dfrac{b}{x^2}(x\neq 0)$, biết rằng $F(-1)=1$, $F(1)=4$, $f(1)=0$.

A. $F(x)=\dfrac{3x^2}{4}+\dfrac{3}{2x}+\dfrac{7}{4}$.
B. $F(x)=\dfrac{3x^2}{4}-\dfrac{3}{2x}-\dfrac{7}{4}$.
C. $F(x)=\dfrac{3x^2}{2}+\dfrac{3}{4x}-\dfrac{7}{4}$.
D. $F(x)=\dfrac{3x^2}{2}-\dfrac{3}{2x}-\dfrac{1}{2}$.

Câu 101. [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cot x$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$. Thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\ln\sqrt{2}$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\ln 2$. **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\ln 2$. **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-2\ln 2$.

Câu 102. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $F(x)=\int(x+\sin x)\mathrm{d}x$ biết $F(0)=19$.

A. $F(x)=x^2+\cos x+20$.
B. $F(x)=x^2-\cos x+20$.
C. $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\cos x+20$.
D. $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2+\cos x+20$.

Câu 103. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x\left(2+\dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{\cos^2 x}\right)$?

A. $F(x)=2\mathrm{e}^x+\cot x+C$.
B. $F(x)=2\mathrm{e}^x-\tan x+C$.
C. $F(x)=2\mathrm{e}^x+\tan x+C$.
D. $F(x)=2\mathrm{e}^x-\tan x$.

Câu 104. [2D3-2] Tìm $\int\dfrac{(x+1)^2}{x^2}\mathrm{d}x$.

A. $x+2\ln|x|+\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $x-2\ln|x|-\dfrac{1}{x}+C$. **C.** $x-2\ln|x|+\dfrac{1}{x}+C$. **D.** $x+2\ln|x|-\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 105. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^5 x\sin x$?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{6}\cos^6 x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{6}\sin^6 x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{6}\cos^6 x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{4}\cos^4 x+C$.

Câu 106. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(\tan x+\cot x)^2$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cot(2x+2017\pi)+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x-\cot x+2x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+\cot x+2x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cot 2x+C$.

Câu 107. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 2x$, biết rằng $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\pi$.

A. $F(x)=\sin x+2\pi$.
B. $F(x)=x+\sin 2x+\frac{3\pi}{2}$.
C. $F(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+2\pi$.
D. $F(x)=2x+2\pi$.

Câu 108. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x+1)^9$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{20}(2x+1)^{10}+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{10}(2x+1)^9+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{10}(2x+1)^{10}+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{20}(2x+1)^9+C$.

Câu 109. [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$ và $F(\mathrm{e})=3$. Tính $F\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$.

A. $F\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)=\frac{1}{3}$.
B. $F\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)=3$.
C. $F\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)=\ln 3$.
D. $F\left(\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)\right)=1-\ln 3$.

Câu 110. [2D3-2] Cho hai hàm $y=f(x), y=g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=\int g(x)\mathrm{d}x$ thì $f(x)=g(x), \forall x\in\mathbb{R}$.
B. Nếu $f(x)=g(x)+2017, \forall x\in\mathbb{R}$ thì $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int g'(x)\mathrm{d}x$.
C. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=\int g(x)\mathrm{d}x$ thì $f(x)\neq g(x), \forall x\in\mathbb{R}$.
D. Nếu $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int g'(x)\mathrm{d}x$ thì $f(x)=g(x), \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 111. [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sqrt{1+x^2}$ là

A. $\frac{1}{2}\left(x^2\sqrt{1+x^2}\right)+C$.
B. $\frac{1}{3}\left(x^2\sqrt{1+x^2}\right)^3+C$.
C. $\frac{1}{3}\left(\sqrt{1+x^2}\right)^3+C$.
D. $\frac{1}{3}\left(x^2\sqrt{1+x^2}\right)+C$.

Câu 112. [2D3-2] Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\mathrm{e}^x+3}$ và $F(0)=-\frac{1}{3}\ln 4$. Tập nghiệm S của phương trình $3F(x)+\ln\left(\mathrm{e}^x+3\right)=2$ là:

A. $S=\{2\}$.
B. $S=\{-2;2\}$.
C. $S=\{1;2\}$.
D. $S=\{-2;1\}$.

Câu 113. [2D3-2] Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thoả mãn $F(2)=0$. Khi đó phương trình $F(x)=x$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $1+\sqrt{3}$.
B. 2.
C. 1.
D. $1-\sqrt{3}$.

Câu 114. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\ln 3x}{x}$.

A. $\int\frac{\ln 3x}{x}\mathrm{d}x=\frac{1}{6}\ln^2 3x+C$
B. $\int\frac{\ln 3x}{x}\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\ln^2 3x+C$
C. $\int\frac{\ln 3x}{x}\mathrm{d}x=\frac{3}{2}\ln^2 3x+C$
D. $\int\frac{\ln 3x}{x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\ln^2 3x+C$

Câu 115. [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{\ln^2 x+1}.\dfrac{\ln x}{x}$ và $F(1)=\dfrac{1}{3}$. Tính $\left[F(\mathrm{e})\right]^2$.

A. $\left[F(\mathrm{e})\right]^2=\dfrac{8}{3}$. **B.** $\left[F(\mathrm{e})\right]^2=\dfrac{8}{9}$. **C.** $\left[F(\mathrm{e})\right]^2=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\left[F(\mathrm{e})\right]^2=\dfrac{1}{9}$.

Câu 116. [2D3-2] Nếu $F(x)=\int x(3-x)^5\,\mathrm{d}x$ thì

A. $F(x)=(3-x)^6\left(\dfrac{3-x}{6}-\dfrac{1}{2}\right)+C$. **B.** $F(x)=(3-x)^6\left(\dfrac{3-x}{7}+\dfrac{1}{2}\right)+C$.

C. $F(x)=(3-x)^6\left(\dfrac{3-x}{7}-\dfrac{1}{2}\right)+C$. **D.** $F(x)=(3+x)^6\left(\dfrac{3-x}{7}-\dfrac{1}{2}\right)+C$.

Câu 117. [2D3-2] Cho $I=\int x\left(1-x^2\right)^{10}\mathrm{d}x$. Đặt $u=1-x^2$, khi đó viết I theo u và $\mathrm{d}u$ ta được

A. $I=\int 2u^{10}\mathrm{d}u$. **B.** $I=-2\int u^{10}\mathrm{d}u$.

C. $I=-\dfrac{1}{2}\int u^{10}\mathrm{d}u$. **D.** $I=\dfrac{1}{2}\int u^{10}\mathrm{d}u$.

Câu 118. [2D3-2] Cho nguyên hàm $\mathrm{I}=\int\dfrac{x}{1+\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sqrt{x+1}$ thì $\mathrm{I}=\int f(t)\mathrm{d}t$, trong đó:

A. $f(t)=t^2+t$. **B.** $f(t)=2t^2+2t$.

C. $f(t)=t^2-t$. **D.** $f(t)=2t^2-2t$.

Câu 119. [2D3-2] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$. Tính $F(0)$

A. $F(0)=-\dfrac{1}{3}\ln 2+2$. **B.** $F(0)=-\dfrac{2}{3}\ln 2+2$.

C. $F(0)=-\dfrac{2}{3}\ln 2-2$. **D.** $F(0)=-\dfrac{1}{3}\ln 2-2$.

Câu 120. [2D3-2] Tìm hàm số $f(x)$ biết $f'(x)=\dfrac{2x+3}{x+1}$ và $f(0)=1$.

A. $f(x)=x^2+\ln|x+1|$. **B.** $f(x)=2x+\ln|2x+1|-1$.

C. $f(x)=2x+\ln|x+1|+1$. **D.** $f(x)=x+\ln|x+1|+1$.

Câu 121. [2D3-2] Hàm số nào sau đây không phải là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$?

A. $F(x)=\ln|2x+1|+1$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln|2x+1|+2$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln|4x+2|+3$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{4}\ln\left(4x^2+4x+1\right)+3$.

Câu 122. [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là:

A. $\int\dfrac{2x+1}{x+1}\mathrm{d}x=2x-\dfrac{1}{2}\ln|x+1|+C$. **B.** $\int\dfrac{2x+1}{x+1}\mathrm{d}x=2x-\ln|x+1|+C$.

C. $\int\dfrac{2x+1}{x+1}\mathrm{d}x=x^2-\ln|x+1|+C$. **D.** $\int\dfrac{2x+1}{x+1}\mathrm{d}x=2x+\ln|x+1|+C$.

Câu 123. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x$.

A. $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x = 2\ln|x+2| - \ln|x+1| + C$.
B. $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x = 2\ln|x+1| - \ln|x+2| + C$.
C. $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x = 2\ln|x+1| + \ln|x+2| + C$.
D. $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x = \ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C$.

Câu 124. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $I = \int \frac{1}{4-x^2}\mathrm{d}x$.

A. $I = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right| + C$. **B.** $I = \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + C$. **C.** $I = \frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right| + C$. **D.** $I = \frac{1}{4}\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right| + C$.

Câu 125. [2D3-2] Hàm số nào dưới đây không là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$?

A. $\frac{x^2-x-1}{x+1}$. **B.** $\frac{x^2}{x+1}$. **C.** $\frac{x^2+x+1}{x+1}$. **D.** $\frac{x^2+x-1}{x+1}$.

Câu 126. [2D3-2] Giả sử $f(x) = \int \sin 2x.\cos 3x\mathrm{d}x = F(x) + C$ ($F(x)$ không chứa hệ số tự do) và $f(0) = 0$. Giá trị của C là

A. $-\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $-\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Câu 127. [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1-\cos 2x}{\cos^2 x}$ là

A. $2(\tan x + x) + C$. **B.** $\tan x - x + C$. **C.** $2(\tan x - x) + C$. **D.** $2\tan x + C$.

Câu 128. [2D3-2] Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x.\cos x$, biết $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$.

A. $F(x) = -\frac{1}{4}\cos 2x + 1$. **B.** $F(x) = -\frac{1}{2}\cos^2 x + 1$.
C. $F(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x + 1$. **D.** $F(x) = -\cos x \sin x + 1$.

Câu 129. [2D3-2] Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = x + \cos x + C$.
B. $\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = x - \cos x + C$.
C. $\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = x + 2\cos x + C$.
D. $\int \left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{1}{3}\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right)^3 + C$.

Câu 130. [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số: $y = \cos^2 x.\sin x$ là:

A. $\frac{-1}{3}\cos^3 x + C$. **B.** $\frac{1}{3}\cos^3 x + C$. **C.** $-\cos^3 x + C$. **D.** $\frac{1}{3}\sin^3 x + C$.

Câu 131. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)=\frac{a}{\pi}+\cos^2 x$. Tìm tất cả các giá trị của a để $f(x)$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn $F(0)=\frac{1}{4}$, $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$.

A. $\pi-2$. **B.** $\pi-1$. **C.** $\frac{\pi}{2}-1$. **D.** $\frac{\pi}{2}-2$.

Câu 132. [2D3-2] Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int \tan^2 x\,\mathrm{d}x=\tan x-x+C, C\in\mathbb{R}$. **B.** $\int \tan^2 x\,\mathrm{d}x=\tan x-x$.

C. $\int \tan^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{\tan^3 x}{x}$. **D.** $\int \tan^2 x\,\mathrm{d}x=\frac{\tan^3 x}{x}+C, C\in\mathbb{R}$.

Câu 133. [2D3-2] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x\cos x$ là

A. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{x}{2}\cos 2x\right)+C$. **B.** $-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 2x-\frac{x}{2}\cos 2x\right)+C$.

C. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 2x-\frac{x}{2}\cos 2x\right)+C$. **D.** $-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{x}{2}\cos 2x\right)+C$.

Câu 134. [2D3-2] Cho $F(x)=\frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}+C$.

Câu 135. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x.\sin 5x$.

A. $-\cos x+\frac{\cos 5x}{5}+C$. **B.** $\frac{1}{8}\sin 4x-\frac{1}{12}\sin 6x+C$.

C. $-\frac{1}{8}\sin 4x+\frac{1}{12}\sin 6x+C$. **D.** $\frac{1}{2}(\sin 4x-\sin 6x)+C$.

Câu 136. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $y=f(x)=\cos^3 x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{\cos^4 x}{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\left(\frac{\sin 3x}{3}+3\sin x\right)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{12}\sin 3x-\frac{3}{4}\sin x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{\cos^4 x.\sin x}{4}+C$.

Câu 137. [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^x.\cos x$ là:

A. $\int \mathrm{e}^x.\cos x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{e}^x(\sin x+\cos x)+C$. **B.** $\int \mathrm{e}^x.\cos x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{e}^x(\sin x-\cos x)+C$.

C. $\int \mathrm{e}^x.\cos x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x(\sin x+\cos x)+C$. **D.** $\int \mathrm{e}^x.\cos x\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\mathrm{e}^x(\sin x+\cos x)+C$.

Câu 138. [2D3-2] $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln x$ và $F(1)=3$. Khi đó giá trị của $F(\mathrm{e})$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 139. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $\int \sin\sqrt{x}dx$.

A. $\int \sin\sqrt{x}dx=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x}+C$.
B. $\int \sin\sqrt{x}dx=-\cos\sqrt{x}+C$.
C. $\int \sin\sqrt{x}dx=\cos\sqrt{x}+C$.
D. $\int \sin\sqrt{x}dx=-2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}+2\sin\sqrt{x}+C$.

Câu 140. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^{-x}$.

A. $\int xe^{-x}dx=(x+1)e^{x}+C$.
B. $\int xe^{-x}dx=(x-1)e^{x}+C$.
C. $\int xe^{-x}dx=-(x+1)e^{-x}+C$.
D. $\int xe^{-x}dx=-(x-1)e^{-x}+C$.

Câu 141. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $I=\int x\ln(2x-1)dx$.

A. $I=\dfrac{4x^2-1}{8}\ln|2x-1|+\dfrac{x(x+1)}{4}+C$.
B. $I=\dfrac{4x^2-1}{8}\ln|2x-1|-\dfrac{x(x+1)}{4}+C$.
C. $I=\dfrac{4x^2+1}{8}\ln|2x-1|+\dfrac{x(x+1)}{4}+C$.
D. $I=\dfrac{4x^2+1}{8}\ln|2x-1|-\dfrac{x(x+1)}{4}+C$.

Câu 142. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $I=\int(x-1)\sin 2xdx$

A. $I=\dfrac{(1-2x)\cos 2x+\sin 2x}{2}+C$.
B. $I=\dfrac{(2-2x)\cos 2x+\sin 2x}{2}+C$.
C. $I=\dfrac{(1-2x)\cos 2x+\sin 2x}{4}+C$.
D. $I=\dfrac{(2-2x)\cos 2x+\sin 2x}{4}+C$.

Câu 143. [2D3-2] Biết $\int(x+3).e^{-2x}dx=-\dfrac{1}{m}e^{-2x}(2x+n)+C$. Khi đó tổng $S=m^2+n^2$ có giá trị bằng

A. 10. **B.** 5. **C.** 65. **D.** 41.

Câu 144. [2D3-2] Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(x+1)e^{x}$ và $\int f(x)dx=(ax+b)e^{x}+c$, với a, b, c là các hằng số. Khi đó

A. $a+b=0$. **B.** $a+b=3$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a+b=1$.

Câu 145. [2D3-2] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x$.

A. $-x\cos x+\sin x+C$. **B.** $x\cos x+\sin x+C$. **C.** $-x\cos x-\sin x+C$. **D.** $x\cos x-\sin x+C$.

Câu 146. [2D3-3] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x)=\sin x$ và đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M(0;1)$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$ **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-1$ **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$ **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

Câu 147. [2D3-3] Hãy xác định hàm số $F(x)=ax^3+bx^2+cx+1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(1)=2$, $f(2)=3$ và $f(3)=4$.

A. $F(x)=x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x+1$.
B. $F(x)=\dfrac{1}{3}x^3+x^2+2x+1$.
C. $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2+x+1$.
D. $F(x)=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x+1$.

Câu 148. [2D3-3] Biết hàm số $F(x)=ax^3+(a+b)x^2+(2a-b+c)x+1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+6x+2$. Tổng $a+b+c$ là:

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 149. [2D3-3] Giả sử $\int e^{2x}\left(2x^3+5x^2-2x+4\right)dx=\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)e^{2x}+C$. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 150. [2D3-3] (THPTQG-17) Cho $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx=-x^2+2x+C.$ **B.** $\int f'(x)e^{2x}dx=-x^2+x+C.$

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=2x^2-2x+C.$ **D.** $\int f'(x)e^{2x}dx=-2x^2+2x+C.$

Câu 151. [2D3-3] Cho $F(x)=(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}dx=(x-2)e^x+C$. **B.** $\int f'(x)e^{2x}dx=\dfrac{2-x}{2}e^x+C$.

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=(2-x)e^x+C$. **D.** $\int f'(x)e^{2x}dx=(4-2x)e^x+C$.

Câu 152. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)=\dfrac{m}{\pi}+\sin x$. Tìm m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=0$, $F(\pi)=5$.

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

Câu 153. [2D3-3] Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ x có số lượng $N(x)$ con. Biết rằng $N'(x)=\dfrac{2017}{x+1}$ và lúc đầu đám vi khuẩn có 30000 con. Hỏi số lượng vi khuẩn sau đúng một tuần gần với số nào sau đây?

A. 36194. **B.** 38417. **C.** 35194. **D.** 34194.

Câu 154. [2D3-3] Hàm số $F(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+a}\right)+C$ $(a>0)$ là nguyên hàm của hàm số nào sau?

A. $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+a}}$. **B.** $\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+a}}$. **C.** $\sqrt{x^2+a}$. **D.** $x+\sqrt{x^2+a}$.

Câu 155. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)=(2x+1)^{2017}$. Tìm tất cả các hàm số $F(x)$ thỏa mãn $F'(x)=f(x)$ và $F\left(-\dfrac{1}{2}\right)=2018$.

A. $F(x)=\dfrac{(2x+1)^{2018}}{4036}+2018$. **B.** $F(x)=2017(2x+1)^{2016}+2018$.

C. $\dfrac{(2x+1)^{2018}}{2018}+2018$. **D.** $F(x)=4034(2x+1)^{2016}+2018$.

Câu 156. [2D3-3] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{2}{x+1}$. Biết $F(-2)=3$. Tính $F(2)$ kết quả là

A. $2\ln 3-3$. **B.** $2\ln 3+3$. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 157. [2D3-3] Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int \tan x.\mathrm{d}x = -\ln|\cos x| + C$.

B. $\int \cot x.\mathrm{d}x = -\ln|\sin x| + C$.

C. $\int \sin\frac{x}{2}.\mathrm{d}x = 2\cos\frac{x}{2} + C$.

D. $\int \cos\frac{x}{2}.\mathrm{d}x = -2\sin\frac{x}{2} + C$.

Câu 158. [2D3-3] Một công ty phải gánh chịu nợ với tốc độ $D(t)$ đô la mỗi năm, với $D'(t) = 90(t+6)\sqrt{t^2+12t}$ trong đó t là thời gian (tính theo năm) kể từ khi công ty bắt đầu vay nợ. Sau 4 năm công ty đã phải chịu 1626000 đô la tiền nợ nần. Tìm hàm số biểu diễn tốc độ nợ nần của công ty này.

A. $D(t) = 30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3} + 1610640$.

B. $D(t) = 30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3} + 1595280$.

C. $D(t) = 30\sqrt{\left(t^2+12t\right)^3} + C$.

D. $D(t) = 30\sqrt[3]{\left(t^2+12t\right)^2} + 1610640$.

Câu 159. [2D3-3] Cho $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} = a(x+2)\sqrt{x+2} + b(x+1)\sqrt{x+1} + C$. Khi đó $3a+b$ bằng:

A. $\frac{-2}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Câu 160. [2D3-3] Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\left(2\sqrt{x^2+1}+5\right)$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa $F(0) = 6$. Tính $F\left(\frac{3}{4}\right)$.

A. $\frac{125}{16}$.

B. $\frac{126}{16}$.

C. $\frac{123}{16}$.

D. $\frac{127}{16}$.

Câu 161. [2D3-3] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x^2+2x-3}$, $F(0) = 0$. Tính $F(-2)$

A. $-2\ln 3$.

B. $\ln\frac{3}{2}$.

C. $\ln 2$.

D. $-\frac{2}{3}\ln 3$.

Câu 162. [2D3-3] Tính $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$

A. $F(x) = \frac{2}{3}\left(x^2+2\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + C$.

B. $F(x) = \frac{1}{3}\left(x^2+2\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + C$.

C. $F(x) = \frac{1}{3}\left(x^2+2\right)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + C$.

D. $F(x) = \frac{2}{3}\left(x^2+2\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}\left(x^2+1\right)^{\frac{3}{2}} + C$.

Câu 163. [2D3-3] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{-3\sin 3x + 2\cos 3x}{5\sin 3x - \cos 3x}$ là

A. $-\frac{17}{26}x + \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

B. $-\frac{17}{26}x - \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

C. $\frac{17}{26}x + \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

D. $\frac{17}{26}x - \frac{7}{78}\ln|5\sin 3x - \cos 3x| + C$

Câu 164. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)=\dfrac{m}{2\pi}+\cos^2 x$. Tìm tất cả các giá trị của m để nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=\dfrac{-1}{4}$ và $F\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{4}$.

A. $m=-\dfrac{7}{12}+\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3+\pi$. **D.** $m=0$.

Câu 165. [2D3-3] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1-2\sin^2 x}{2\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|\sin x+\cos x|+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln|\sin x+\cos x|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|1+\sin 2x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln|1+\sin 2x|+C$.

Câu 166. [2D3-3] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan^2 x$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=1$. Tính $F\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $F\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{4}-1$. **B.** $F\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{2}-1$. **C.** $F\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$. **D.** $F\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{2}+1$.

Câu 167. [2D3-3] Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cot x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1+\ln\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1-\ln 2$. **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1-\ln\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1+\ln 2$.

Câu 168. [2D3-3] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}(1-\tan x)^2+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|\sin x+\cos x|+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln|\sin x-\cos x|+C$.

Câu 169. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)=(2x-3)\mathrm{e}^x$. Nếu $F(x)=(mx+n)\mathrm{e}^x$ $(m,n\in\mathbb{R})$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì hiệu $m-n$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 170. [2D3-3] Cho $F(x)=-\dfrac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{5x^5}+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}-\dfrac{1}{5x^5}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C$.

Câu 171. [2D3-3] Biết $\int \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x(A\cos x+B\sin x)+C$ (A, B, C là hằng số, C bất kỳ). Tổng $A+B$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 172. [2D3-3] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin 4x}{1+\cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$. Tính $F(0)$.

A. $F(0)=-4+6\ln 2$. **B.** $F(0)=-4-6\ln 2$. **C.** $F(0)=4-6\ln 2$. **D.** $F(0)=4+6\ln 2$.

Câu 173. [2D3-3] Giả sử hàm số $f(x)=(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=x(1-x)\mathrm{e}^{-x}$. Tính $S=a+2b+2015c$.

A. $S=2015$. **B.** $S=2018$. **C.** $S=-2017$. **D.** $S=2017$.

Câu 174. [2D3-3] Biết $F(x)=(ax^2+bx+c)\mathrm{e}^{x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2.\mathrm{e}^{x}$. Tính a, b và c.

A. $a=1$, $b=2$, $c=-2$. **B.** $a=2$, $b=1$, $c=-2$.
C. $a=-2$, $b=2$, $c=1$. **D.** $a=1$, $b=-2$, $c=2$.

Câu 175. [2D3-3] Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn trong hồ bơi được mô hình bởi hàm số $B'(t)=\dfrac{1000}{(1+0,3t)^2}, t\ge 0$, trong đó $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước tại ngày thứ t.

Số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con trên một ml nước. Biết rằng mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3000 con trên mỗi ml nước. Hỏi vào ngày thứ bao nhiêu thì nước trong hồ không còn an toàn nữa?

A. 9 **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 176. [2D3-4] Giả sử một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}+\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$ có dạng $A\sqrt{1-x^3}+\dfrac{B}{1+\sqrt{x}}$. Hãy tính $A+B$.

A. $A+B=-2$. **B.** $A+B=\dfrac{8}{3}$. **C.** $A+B=2$. **D.** $A+B=-\dfrac{8}{3}$.

Câu 177. [2D3-4] Cho $I=\int\dfrac{\cos x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$, $J=\int\dfrac{\sin x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$. Đặt $T=4J-2I$. Tìm biểu thức của T:

A. $x-3\ln|\sin x+\cos x|+C$. **B.** $x+3\ln|\sin x+\cos x|+C$.
C. $3x-\ln|\sin x+\cos x|+C$. **D.** $2x-\ln|\sin x+\cos x|+C$.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	D	B	A	D	A	D	A	C	C	D	A	B	A	D	C	D	C	A
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
D	B	B	D	A	B	A	C	D	A	A	A	A	D	D	C	A	C	C	D
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
D	B	C	C	B	A	A	D	B	A	A	D	A	A	C	C	C	B	D	C
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
C	C	A	A	A	A	A	A	B	B	B	C	C	C	C	A	D	D	B	C
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**	**91**	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**
D	C	D	D	B	A	C	B	A	B	D	D	B	C	B	D	B	A	B	A
101	**102**	**103**	**104**	**105**	**106**	**107**	**108**	**109**	**110**	**111**	**112**	**113**	**114**	**115**	**116**	**117**	**118**	**119**	**120**
B	C	C	D	A	A	C	A	B	C	C	A	D	D	B	C	C	D	B	C
121	**122**	**123**	**124**	**125**	**126**	**127**	**128**	**129**	**130**	**131**	**132**	**133**	**134**	**135**	**136**	**137**	**138**	**139**	**140**
A	B	B	D	D	C	C	B	A	A	D	A	C	A	B	B	A	C	D	C
141	**142**	**143**	**144**	**145**	**146**	**147**	**148**	**149**	**150**	**151**	**152**	**153**	**154**	**155**	**156**	**157**	**158**	**159**	**160**
B	D	C	A	A	A	C	A	B	D	C	B	D	A	A	B	A	A	C	A
161	**162**	**163**	**164**	**165**	**166**	**167**	**168**	**169**	**170**	**171**	**172**	**173**	**174**	**175**	**176**	**177**	**178**	**179**	**180**
A	C	A	B	A	B	B	C	A	C	A	A	B	D	B	D	A			

Vấn đề 2. TÍCH PHÂN

1. Định nghĩa:

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$$

(Công thức Niuton-Laipnit)

Tên gọi: ◆ $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ đọc là: "Tích phân từ a đến b của $f(x)\,\mathrm{d}x$"

◆ a và b gọi là hai cận tích phân, trong đó a là cận dưới, b là cận trên.

2. Tính chất:

(1) $\int_a^a f(x) = 0$ (2) $\int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x = -\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$

(3) $\int_a^b kf(x)\,\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x\ (k\in\mathbb{R})$

(4) $\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x + \int_b^c f(x)\,\mathrm{d}x$

(5) $\int_a^b \left[f(x)\pm g(x)\right]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \pm \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$

(6) $f(x)\ge 0$ trên $[a;\,b] \Rightarrow \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \ge 0$

(7) $f(x)\ge g(x)$ trên $[a;\,b] \Rightarrow \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x \ge \int_a^b g(x)\,\mathrm{d}x$

(8) $m\le f(x)\le M$ trên $[a;\,b] \Rightarrow m(b-a)\le \int_b^a f(x)\,\mathrm{d}x \le M(b-a)$

(9) t biến thiên trên $[a;\,b] \Rightarrow G(t) = \int_a^t f(x)\,\mathrm{d}x$ là một nguyên hàm của $f(t)$ và $G(a)=0$.

Dạng 1: Tính tích phân bằng định nghĩa

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Dùng bảng nguyên hàm và áp dụng định nghĩa: $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = F(x)\Big|_a^b = F(b)-F(a)$ trong đó $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.
- Cách phân tích: Dùng biến đổi đại số như lũy thừa, các hằng đẳng thức, các công thức lượng giác…

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 1. Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-1)^5\,\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 2. Tính tích phân $I=\int\limits_{2}^{3}\dfrac{1}{(t-1)^3}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 3. Tính tích phân $I=\int\limits_{2}^{5}\dfrac{2}{\sqrt{u-1}}\mathrm{d}u$.

.....

.....

Ví dụ 4. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{4}{(2t+1)^2}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 5. Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{3}\dfrac{3}{x-5}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 6. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}4\cos 2t\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 7. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\sin 3u\mathrm{d}u$.

.....

.....

Ví dụ 8. Tính tích phân $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan x\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 9. Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot x\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 10. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{8}}2\left(1+\tan^2 2x\right)\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 11. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{9}{\cos^2 t}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 12. Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}3\left(1+\cot^2 u\right)\mathrm{d}u$.

.....

.....

Ví dụ 13. Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{5}{\sin^2 2x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 14. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}2.3^{2x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 15. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\ln 3}\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 16. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{1}{t^2-4}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 17. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{1}{2}}\dfrac{3}{x^2-1}\mathrm{d}x$.

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_{-3}^{-2}(x+2)^5\,\mathrm{d}x$ b) $I=\int_0^1\frac{7}{(2-t)^6}\mathrm{d}t$ c) $I=\int_0^1\frac{4}{\sqrt{1+3u}}\mathrm{d}u$

d) $I=\int_0^1\frac{4}{(3-t)^2}\mathrm{d}t$ e) $I=\int_0^1\frac{3}{4-2x}\mathrm{d}x$ f) $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos 3t\mathrm{d}t$

g) $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}}2\sin 4x\mathrm{d}x$ h) $I=\int_0^{\frac{\pi}{12}}\tan 3x\mathrm{d}x$ i) $I=\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}}\cot 2x\mathrm{d}x$

j) $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}}3\left(1+\tan^2 2x\right)\mathrm{d}x$ k) $I=\int_0^{\frac{\pi}{8}}\frac{8}{\cos^2 2t}\mathrm{d}t$ l) $I=\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{6}}\left(1+\cot^2 3x\right)\mathrm{d}x$

m) $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{2}{\sin^2 u}\mathrm{d}u$ n) $I=\int_0^1 2^{3x}\mathrm{d}x$ o) $I=\int_0^1 3.e^x\mathrm{d}x$

Dạng 2: Tính tích phân bằng cách sử dụng tính chất của tích phân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Giả sử hàm f, g liên tục trên K; a, b, c là ba số bất kì thuộc K; $m,n\in\mathbb{R}$ thì

$$\int_a^c f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_b^c f(x)\mathrm{d}x$$

$$\int_a^b\left[m.f(x)\pm n.g(x)\right]\mathrm{d}x=m.\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\pm n.\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 18. Cho biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-4$, $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=6$, $\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x=8$. Tính:

a) $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ b) $\int_1^2 3f(x)\mathrm{d}x$ c) $\int_1^5\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ d) $\int_1^5\left[4f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 19. Cho $\int_1^3 f(x)\,dx=-2$ và $\int_1^3 g(x)\,dx=3$. Tính $\int_1^3 [3f(x)-g(x)]\,dx$ và $\int_1^3 [5-4f(x)]\,dx$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

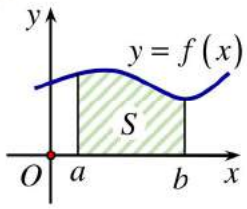
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 2. Cho biết $\int_0^3 f(z)\,dz=3$, $\int_0^4 f(x)\,dx=7$. Tính $\int_3^4 f(t)\,dt$.

Dạng 3: Tính tích phân thông qua tính diện tích hình phẳng

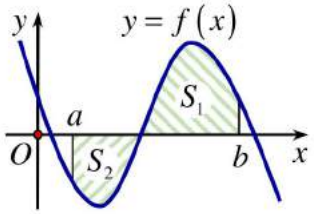
A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Cho $f(x)$ liên tục và không âm trên $[a;b]$, khi đó $\int_a^b f(x)\,dx$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$.



$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx=S}$$

- Cho $f(x)$ liên tục và có dấu thay đổi trên $[a;b]$, khi đó $\int_a^b f(x)\,dx$ là tổng diện tích các phần phía trên trục hoành trừ đi tổng diện tích các phần nằm phía dưới trục hoành của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$.



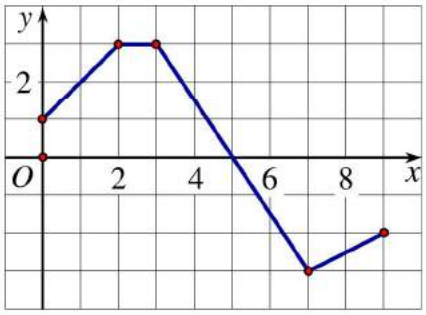
$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx=S_1-S_2}$$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 20. Đồ thị của f được biểu diễn như hình bên. Tính mỗi tích phân sau bằng cách diễn giải dưới dạng diện tích.

a) $\int_0^2 f(x)\,dx$ b) $\int_0^5 f(x)\,dx$

c) $\int_5^7 f(x)\,dx$ d) $\int_0^9 f(x)\,dx$



.....

.....

.....

.....

.....

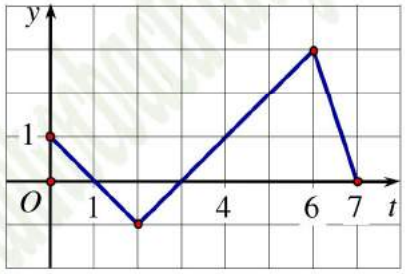
.....

.....

.....

Ví dụ 21. Cho $g(x)=\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$, trong đó f là hàm số mà đồ thị của nó được biểu diễn như hình bên.

Tính $g(0)$, $g(1)$, $g(3)$, $g(7)$.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

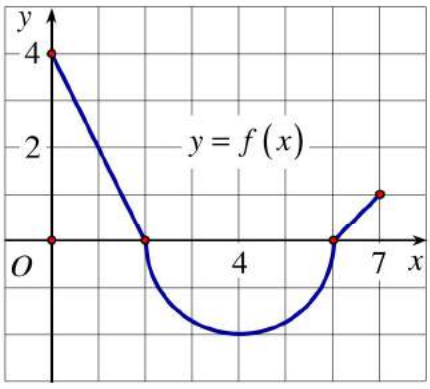
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 3. Đồ thị của f bao gồm hai đường thẳng và nửa đường tròn như hình bên. Sử dụng nó để tính mỗi tích phân sau:

a) $\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$

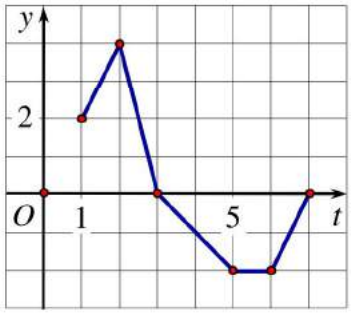
b) $\int_2^6 f(x)\,\mathrm{d}x$

c) $\int_0^7 f(x)\,\mathrm{d}x$



Bài 4. Cho $g(x)=\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$, trong đó f là hàm số mà đồ thị của nó được biểu diễn như hình bên.

Tính $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$, $g(3)$ và $g(6)$.



Dạng 4: Tính tích phân hàm đa thức bằng phương pháp phân tích

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để tính $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$, ta phân tích $f(x)$ thành tổng, hiệu các hàm số có trong bảng nguyên hàm, rồi dựa vào tính chất $\int\limits_a^b \left[m.h(x)\pm n.g(x)\right]\mathrm{d}x = m.\int\limits_a^b h(x)\mathrm{d}x \pm n.\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$ và bảng công thức nguyên hàm để tính.
- **Một số hằng đẳng thức đáng nhớ:**

1) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
2) $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
3) $a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$
4) $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
5) $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
6) $a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$
7) $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$
8) $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

- **Một số công thức nguyên hàm thường dùng:**

1) $\int k\mathrm{d}x = kx+C$
2) $\int x^n\mathrm{d}x = \dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C\ (n\neq -1)$
3) $\int \dfrac{1}{x^n}\mathrm{d}x = \dfrac{x^{-n+1}}{-n+1}+C\ (n\neq 1)$
4) $\int \sqrt{x}\mathrm{d}x = \dfrac{2}{3}x\sqrt{x}+C$
5) $\int \dfrac{1}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 2\sqrt{x}+C$
6) $\int \dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{x}+C$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 22. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 (x-2)(x-1)^2\,\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 23. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 x(x+1)^3\,\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 24. Tính tích phân $I = \int\limits_1^2 \dfrac{x^4+8x^2-2}{x^2}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 25. Tính tích phân $I = \int\limits_1^4 \dfrac{2x\sqrt{x}-3\sqrt{x}}{x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 26. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 \dfrac{t^3+8}{t+2}\mathrm{d}t$.

.....

.....

Ví dụ 27. Tính tích phân $I=\int\limits_1^4 \dfrac{x-4}{\sqrt{x}+2}\mathrm{d}x$.

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 5. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_0^1 (x+1)^2(x-1)^2\,\mathrm{d}x$ b) $\int\limits_{-1}^1 (x^2-1)\mathrm{d}x$ c) $\int\limits_1^2 x(x-1)^3\,\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_2^3 \dfrac{x^2-3x+2}{x-1}\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_2^3 \dfrac{x^3-x}{x-1}\mathrm{d}x$ f) $\int\limits_0^1 \dfrac{\mathrm{e}^{3x}+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x$

g) $\int\limits_1^{\mathrm{e}^2} \dfrac{2\sqrt{x}+5-7x}{x}\mathrm{d}x$ h) $\int\limits_1^2 \left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^2\mathrm{d}x$ i) $\int\limits_1^2 \dfrac{4x^5-3x^4-1}{x^4}\mathrm{d}x$

Dạng 5: Tính tích phân hàm lượng giác bằng phương pháp phân tích

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Để tính $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$, ta phân tích $f(x)$ thành tổng, hiệu các hàm số có trong bảng nguyên hàm, rồi dựa vào tính chất $\int\limits_a^b \left[m.h(x)\pm n.g(x)\right]\mathrm{d}x=m.\int\limits_a^b h(x)\mathrm{d}x\pm n.\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$ và bảng công thức nguyên hàm để tính.
- **Một số công thức lượng giác thường dùng:**

1) $\tan^2 x=\dfrac{1}{\cos^2 x}-1$ **2)** $\cot^2 x=\dfrac{1}{\sin^2 x}-1$

3) $\sin^2 x=\dfrac{1}{2}(1-\cos 2x)$ **4)** $\cos^2 x=\dfrac{1}{2}(1+\cos 2x)$

5) $\cos 2x=\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x=\cos^4 x-\sin^4 x$

6) $\sin 2x=2\sin x.\cos x$ **7)** $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$ **8)** $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$

9) $\sin a.\cos b=\dfrac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$ **10)** $\cos a.\sin b=\dfrac{1}{2}\left[\sin(a+b)-\sin(a-b)\right]$

11) $\cos a.\cos b=\dfrac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$ **12)** $\sin a.\sin b=-\dfrac{1}{2}\left[\cos(a+b)-\cos(a-b)\right]$

- **Một số công thức nguyên hàm thường dùng:**

1) $\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$ 2) $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$

3) $\int \tan x\mathrm{d}x=-\ln\left|\cos x\right|+C$ 4) $\int \cot x\mathrm{d}x=\ln\left|\sin x\right|+C$

5) $\int (1+\tan^2 x)\mathrm{d}x=\tan x+C$ 6) $\int (1+\cot^2 x)\mathrm{d}x=-\cot x+C$

7) $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$ 8) $\int \dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+C$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 28. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 29. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos^4 x\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 30. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos 4x\cos 2x\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 31. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 3x\cos x\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 32. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 4x\sin 2x\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 33. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\cos 2x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 34. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan^2 x\mathrm{d}x$.

.....

.....

Ví dụ 35. Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot^2 x\mathrm{d}x$.

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 6. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\cos^2 x\mathrm{d}x$ b) $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)\mathrm{d}x$ c) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 x\mathrm{d}x$

d) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin^4 x-\cos^4 x\right)\mathrm{d}x$ e) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin x+\cos x\right)^2\mathrm{d}x$ f) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\cos^2 x\mathrm{d}x$

g) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cos x\cos 2x\mathrm{d}x$ h) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos 5x\cos 3x\mathrm{d}x$ i) $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(3+\tan^2 x\right)\mathrm{d}x$

k) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 6x\sin 2x\mathrm{d}x$ l) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 5x\cos x\mathrm{d}x$ m) $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\left(2-\cot^2 x\right)\mathrm{d}x$

Dạng 6: Tính tích phân hàm hữu tỉ

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

➢ **Tính tích phân** $I=\int_a^b\frac{P(x)}{Q(x)}\mathrm{d}x$ với $P(x)$ và $Q(x)$ là các đa thức không căn.

➢ **Phương pháp giải**:

- Nếu bậc của tử số $P(x)\geq$ bậc của mẫu số $Q(x)\xrightarrow{PP}$ Chia đa thức.
- Nếu bậc của tử số $P(x)<$ bậc của mẫu số $Q(x)\xrightarrow{PP}$ Xem xét mẫu số và khi đó:
- Nếu mẫu số phân tích được thành tích số, ta sẽ sử dụng đồng nhất thức để đưa về dạng tổng của các phân số. Một số trường hợp đồng nhất thức thường gặp:

✓ $\frac{1}{(ax+m)(bx+n)}=\frac{1}{an-bm}\cdot\left(\frac{a}{ax+m}-\frac{b}{bx+n}\right)$

✓ $\frac{mx+n}{(x-a)(x-b)}=\frac{A}{x-a}+\frac{B}{x-b}=\frac{(A+B)x-(Ab+Ba)}{(x-a)(x-b)}\Rightarrow\begin{cases}A+B=m\\Ab+Ba=-n\end{cases}$

✓ $\frac{1}{(x-m)\left(ax^2+bx+c\right)}=\frac{A}{x-m}+\frac{Bx+C}{ax^2+bx+c}$, với $\Delta=b^2-4ac<0$.

✓ $\frac{1}{(x-a)^2(x-b)}=\frac{A}{(x-a)^2}+\frac{B}{x-a}+\frac{C}{x-b}$

✓ $\frac{1}{(x-a)^2(x-b)^2}=\frac{A}{x-a}+\frac{B}{(x-a)^2}+\frac{C}{x-b}+\frac{D}{(x-b)^2}$

- Nếu mẫu số không phân tích được thành tích số (biến đổi và đưa về dạng lượng giác).

➢ **Một số công thức nguyên hàm thường dùng:**

1) $\int\frac{1}{x^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{x}+C$ 2) $\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$ 3) $\int\frac{u'}{u}\mathrm{d}x=\ln|u|+C$

4) $\int\frac{1}{(ax+b)^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{a}\cdot\frac{1}{ax+b}+C$ 5) $\int\frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x=\frac{1}{a}\cdot\ln|ax+b|+C$

➢ **Vài ví dụ cụ thể về tích phân hữu tỉ:**

a) **Dạng 1:** $I=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\dfrac{ax+b}{cx+d}\mathrm{d}x$

Phương pháp: Chia tử cho mẫu, phân tích thành tổng.

Ví dụ: Tính $I=\int\limits_{1}^{2}\dfrac{2x-3}{x+1}\mathrm{d}x$

Giải: Ta có $I=\int\limits_{1}^{2}\left(2-\dfrac{5}{x+1}\right)\mathrm{d}x=\left(2x-5\ln|x+1|\right)\Big|_{1}^{2}=2+5\ln\dfrac{2}{3}$

b) **Dạng 2:** $I=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\dfrac{ax^2+bx+c}{a'x+b'}\mathrm{d}x$

Phương pháp: Chia tử cho mẫu, phân tích thành tổng.

Ví dụ: Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{-x^2+x}{x+1}\mathrm{d}x$

Giải: Ta có $I=\int\limits_{0}^{1}\left(-x+2-\dfrac{2}{x+1}\right)\mathrm{d}x=\left(-\dfrac{x^2}{2}+2x-2\ln|x+1|\right)\Big|_{0}^{1}=\boxed{\dfrac{3}{2}-2\ln 2}$.

c) **Dạng 3:** $I=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\dfrac{ax+b}{a'x^2+b'x+c'}\mathrm{d}x$

Trường hợp 1: $a'x^2+b'x+c'$ $(a'\neq 0)$ **có 2 nghiệm phân biệt** x_1, x_2

Ví dụ: Tính $I=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{5x-7}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x$

Giải: Ta có $\dfrac{5x-7}{x^2-3x+2}=\dfrac{5x-7}{(x-1)(x-2)}=\dfrac{A}{x-1}+\dfrac{B}{x-2}$, $\forall x\neq 1, x\neq 2$.

$\Rightarrow 5x-7=(A+B)x-2A-B$

Đồng nhất hệ số, ta được $\begin{cases}A+B=5\\-2A-B=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=2\\B=3\end{cases}$

Do đó: $A=\int\limits_{-1}^{0}\left(\dfrac{2}{x-1}+\dfrac{3}{x-2}\right)\mathrm{d}x=\left(2\ln|x-1|+3\ln|x-2|\right)\Big|_{-1}^{0}=\boxed{\ln 2-3\ln 3}$.

Trường hợp 2: $a'x^2+b'x+c'$ $(a'\neq 0)$ **có nghiệm kép**

Ví dụ: Tính $I=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{3x+5}{x^2-4x+4}\mathrm{d}x$

Giải: (nháp: $\left(x^2-4x+4\right)'=2x-4$)

Ta có $T=\dfrac{3}{2}\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{2x-4+4+\dfrac{10}{3}}{x^2-4x+4}\mathrm{d}x$

$=\dfrac{3}{2}\left[\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{2x-4}{x^2-4x+4}\mathrm{d}x+\dfrac{22}{3}\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{\mathrm{d}x}{(x-2)^2}\right]=\dfrac{3}{2}I_1+11.I_2$

* $I_1=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{2x-4}{x^2-4x+4}\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{\mathrm{d}\left(x^2-4x+4\right)}{x^2-4x+4}\mathrm{d}x=\ln\left|x^2-4x+4\right|\Big|_{-1}^{0}=2\ln\dfrac{2}{3}$

Chú ý: ta có thể đổi biến bằng cách đặt $t=x^2-4x+4\Rightarrow \mathrm{d}t=(2x-4)\Rightarrow\ldots$

* $I_2=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{\mathrm{d}x}{(x-2)^2}=\int\limits_{-1}^{0}(x-2)^{-2}\,\mathrm{d}x=\dfrac{(x-2)^{-2+1}}{-2+1}\Big|_{-1}^{0}=\dfrac{-1}{x-2}\Big|_{-1}^{0}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$.

Vậy $I=\dfrac{3}{2}I_1+11.I_2=\boxed{3\ln\dfrac{2}{3}+\dfrac{11}{6}}$.

Trường hợp 3: $a'x^2+b'x+c'$ $(a'\neq 0)$ vô nghiệm

Ví dụ: Tính $I=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{2x-3}{x^2+2x+4}\mathrm{d}x$

Giải: (nháp: $\left(x^2+2x+4\right)'=2x+2$)

Ta có: $I=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{2x+2-5}{x^2+2x+4}\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{2x+2}{x^2+2x+4}\mathrm{d}x-5\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2+3}=I_1-5I_2$.

* $I_1=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{\mathrm{d}\left(x^2+2x+4\right)}{x^2+2x+4}=\ln\left|x^2+2x+4\right|\Big|_{-1}^{0}=\ln\dfrac{4}{3}$

Chú ý: ta có thể đổi biến bằng cách đặt $t=x^2+2x+4\Rightarrow \mathrm{d}t=(2x+2)\Rightarrow\ldots$

* $I_2=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)^2+3}$.

Đặt $x+1=\sqrt{3}\tan t\ \Rightarrow \mathrm{d}x=\sqrt{3}\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$

Đổi cận: khi $x=-1\Rightarrow t=0$, khi $x=0\Rightarrow t=\dfrac{\pi}{6}$.

Suy ra $I_2=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\sqrt{3}\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t}{3\tan^2 t+3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\mathrm{d}t=\dfrac{\pi\sqrt{3}}{18}$.

Vậy $I=I_1-5I_2=\ln\dfrac{4}{3}-5\cdot\dfrac{\pi\sqrt{3}}{18}=\boxed{\ln\dfrac{4}{3}-\dfrac{5\pi\sqrt{3}}{18}}$.

d) Dạng 4: $I=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\dfrac{a^2x+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}\mathrm{d}x$

Phương pháp: Chia tử cho mẫu ta được **dạng 3**.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 36. Tính tích phân $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{2x^2-3x+4}{x+1}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 37. Tính tích phân $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{x-4}{x(x+1)}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 38. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{x-2}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 39. Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{2x-3}{(x+1)(x+2)}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 40. Tính tích phân $I=\int_{-1}^0 \frac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 41. Tính tích phân $I=\int_{-1}^0 \frac{4x+4}{\left(x^2-4x+3\right)^2}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 42. Tính tích phân $I=\int_1^2 \frac{1}{x\left(x^3+1\right)}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 7. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^1 \frac{x^2-4x+1}{x-2}\mathrm{d}x$ b) $I=\int_0^1 \frac{(x+3)^2}{x+1}\mathrm{d}x$ c) $I=\int_0^1 \frac{(x-2)^2}{3-x}\mathrm{d}x$

d) $I=\int_0^1 \frac{x^3-2x+5}{x+1}\mathrm{d}x$ e) $I=\int_1^2 \frac{2x-4}{x(2x+1)}\mathrm{d}x$ f) $I=\int_1^2 \frac{x+1}{2x^2+x}\mathrm{d}x$

g) $I=\int_1^2 \frac{x-1}{3x+2x^2}\mathrm{d}x$ h) $I=\int_1^2 \frac{x+1}{2x^2+x}\mathrm{d}x$ i) $I=\int_0^1 \frac{x+1}{(x+2)^2}\mathrm{d}x$

k) $I=\int_0^1 \frac{4x-2}{x^2+2x+1}\mathrm{d}x$ l) $I=\int_0^1 \frac{2x-5}{x^2-6x+9}\mathrm{d}x$ m) $I=\int_0^1 \frac{4x-5}{(2x+1)^3}\mathrm{d}x$

n) $I=\int_2^3 \frac{2x}{(x-1)(x+1)}\mathrm{d}x$ o) $I=\int_0^1 \frac{5}{(x+2)(x-3)}\mathrm{d}x$ p) $I=\int_3^4 \frac{2x-1}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x$

q) $I=\int_1^2 \frac{x^2-x+1}{x^3+x^2}\mathrm{d}x$ r) $I=\int_0^1 \frac{x-1}{x^2-x-6}\mathrm{d}x$ s) $I=\int_2^3 \frac{-x^2+4x-2}{x^3-2x^2+x}\mathrm{d}x$

Dạng 7: Tính tích phân hàm chứa dấu trị tuyệt đối Tích phân min, max

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

➢ **Tích phân hàm chứa dấu giá trị tuyệt đối** $I=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$

Phương pháp: • Xét dấu $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$

• Dùng tính chất $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$, với $c\in[a;b]$.

➢ **Tích phân min/max** $I=\int_a^b \min\{f(x),g(x)\}\mathrm{d}x$ **hoặc** $I=\int_a^b \max\{f(x),g(x)\}\mathrm{d}x$

Phương pháp: • Xét dấu $f(x)-g(x)$ trên đoạn $[a;b]$, suy ra min/max.

• Dùng tính chất $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$, với $c\in[a;b]$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 43. Tính tích phân $I=\int_0^2 |x^2-4x+3|\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 44. Tính tích phân $I=\int\limits_{-2}^{5}\left(\left|x+2\right|-\left|x-2\right|\right)\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 45. Tính tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left|\sin x\right|\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 46. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\pi}\sqrt{1+\cos 2x}\,\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 47. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{2}\min\left\{1,x^2\right\}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 48. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{2}\max\left\{x^2,x\right\}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 8. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{-3}^{3}\left|x^2-1\right|\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{0}^{2}\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{-1}^{4}\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2}\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_{0}^{3}\left|2^x-4\right|\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_{0}^{1}x\left|x-m\right|\mathrm{d}x$

g) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\left|\sin 2x\right|\mathrm{d}x$ h) $I=\int\limits_{0}^{2\pi}\sqrt{1+\cos x}\,\mathrm{d}x$ i) $I=\int\limits_{-\pi}^{\pi}\sqrt{1-\sin x}\,\mathrm{d}x$

j) $I=\int\limits_{0}^{2}\left|x^2+2x-3\right|\mathrm{d}x$ k) $I=\int\limits_{1}^{2}\sqrt{x^2-8x+16}\,\mathrm{d}x$ l) $\int\limits_{-3}^{5}\left(\left|x+2\right|-\left|x-2\right|\right)\mathrm{d}x$

Bài 9. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{-2}^{3}\min\left\{x,x^2-3\right\}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\min\left\{\sin x,\cos x\right\}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{-2}^{3}\max\left\{x^2,4x-3\right\}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_{0}^{2}\max\left\{x^3,x\right\}\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_{0}^{4}\max\left\{x^2+1,4x-2\right\}\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_{0}^{2}\min\left\{3^x,4-x\right\}\mathrm{d}x$

Dạng 8: Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến

1. *Định lý:* Nếu $u(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[a;b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[a;b]$ thì

$$\int\limits_{a}^{b}f\left[u(x)\right].u'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{u(a)}^{u(b)}f(u)\mathrm{d}u$$

2. *Phương pháp giải:*

❖ **Phương pháp đổi biến dạng 1: Tính $I=\int\limits_{a}^{b}g(x)\mathrm{d}x$**

Bước 1: ◆ Phân tích $g(x)\mathrm{d}x=f\left[u(x)\right].u'(x)\mathrm{d}x=f\left[u(x)\right]\mathrm{d}\left[u(x)\right]$

◆ Đặt $t=u(x)$

Bước 2: Đổi cận ◆ Với $x=a$ thì $t=u(a)$

◆ Với $x=b$ thì $t=u(b)$

Bước 3: Khi đó $I=\int\limits_{a}^{b}g(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{u(a)}^{u(b)}f(t)\mathrm{d}t=F(t)\Big|_{u(a)}^{u(b)}=F\left[u(b)\right]-F\left[u(a)\right]$.

❖ **Phương pháp đổi biến dạng 2: $I=\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x$** (với $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$)

Bước 1: Chọn $x=\varphi(t)$, trong đó $\varphi(t)$ là hàm số được lựa chọn một cách thích hợp.

Bước 2: Lấy vi phân $\mathrm{d}x=\varphi'(t)\mathrm{d}t$, giả sử $\varphi'(t)$ liên tục.

Bước 3: Ta chọn một trong hai hướng:

Hướng 1: Nếu tính được các cận α và β tương ứng theo a và b

($a=\varphi(\alpha)$ và $b=\varphi(\beta)$) thì ta được

$$I=\int_{\alpha}^{\beta} f\left[\varphi(t)\right].\varphi'(t)\,\mathrm{d}t$$

Hướng 2: Nếu không tính được dễ dàng các cận tương ứng theo a và b thì ta lựa chọn việc xác định nguyên hàm, từ đó suy ra giá trị của tích phân xác định.

Dạng 8.1: Tích phân $I_1=\int_a^b u'(x).u^n(x)\,dx$ hoặc $I_2=\int_a^b \frac{u'(x)}{u^n(x)}\,dx$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đặt $t=u(x)$, suy ra $\mathrm{d}t=u'(x)\mathrm{d}x$.
- Đổi cận: khi $x=a\Rightarrow t=\varphi(a)$, $x=b\Rightarrow t=\varphi(b)$.
- Khi đó $I_1=\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} t^n\mathrm{d}t$, $I_2=\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} \frac{1}{t^n}\mathrm{d}t$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 49. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_{-1}^{0} x^5\left(x^3+1\right)^4\mathrm{d}x$

b) $I=\int_{0}^{1}(1+3x).\left(1+2x+3x^2\right)^{10}\mathrm{d}x$

c) $I=\int_{0}^{1}\frac{3x+1}{(3-x)^3}\mathrm{d}x$

d) $I=\int_{0}^{1}\frac{x}{\left(x^2+1\right)^3}\mathrm{d}x$

e) $I=\int_{0}^{1}\frac{x^3}{\left(x^2+2\right)^3}\mathrm{d}x$

f) $I=\int_{0}^{1}\frac{x^3}{x^4+2x^2+1}\mathrm{d}x$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 10. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_0^1 x^3\left(x^2+1\right)^4\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_0^1 x\left(x+1\right)^5\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_0^1 \left(x+1\right)\left(x^2+2x\right)^4\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_0^1 \dfrac{4x+2}{x^2+x+1}\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_0^1 \dfrac{x+3}{x^2+6x+1}\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_{-1}^0 \left(x-2\right)\left(x+1\right)^4\mathrm{d}x$

g) $I=\int\limits_0^1 \dfrac{4x+1}{\left(2-x\right)^4}\mathrm{d}x$ h) $I=\int\limits_0^1 \dfrac{x+1}{\left(x+3\right)^3}\mathrm{d}x$ i) $I=\int\limits_0^1 \dfrac{2x-5}{x^2-4x+4}\mathrm{d}x$

j) $I=\int\limits_1^2 \dfrac{x^2+1}{\left(x^3+3x\right)^3}\mathrm{d}x$ k) $I=\int\limits_0^1 \dfrac{x}{\left(4-x^2\right)^2}\mathrm{d}x$ l) $I=\int\limits_0^1 \dfrac{x^5}{x^6+3x^3+2}\mathrm{d}x$

Dạng 8.2: Tích phân $I=\int\limits_a^b u'(x).e^{u(x)}dx$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đặt $t=u\left(x\right)$, suy ra $\mathrm{d}t=u'\left(x\right)\mathrm{d}x$.
- Đổi cận: khi $x=a\Rightarrow t=\varphi\left(a\right)$, $x=b\Rightarrow t=\varphi\left(b\right)$.
- Khi đó $I=\int\limits_{\varphi(a)}^{\varphi(b)}\mathrm{e}^t\mathrm{d}t$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 50. Tính các tích phân sau

a) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\mathrm{e}^{2\cot x-1}}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{e}^{\sin x}\cos x\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{e}^{2\cos x+1}\sin x\mathrm{d}x$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 11. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{1}^{4}\dfrac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$ b) $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{e^{2\ln x+1}}{x}dx$ c) $I=\int\limits_{0}^{1}xe^{x^2+2}dx$

d) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}dx$ e) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}e^{\cos^2 x}\sin 2xdx$ f) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}e^{\sin x}\cos xdx$

Dạng 8.3: Tích phân $I=\int\limits_{a}^{b}\dfrac{f(\ln x)}{x}dx$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đặt $t=\ln x$, suy ra $dt=\dfrac{dx}{x}$.
- Đổi cận: khi $x=a\Rightarrow t=\ln a$, $x=b\Rightarrow t=\ln b$.
- Khi đó $I=\int\limits_{\ln a}^{\ln b}f(t)dt$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 51. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{\ln^2 x-\ln x+3}{x(\ln x+1)}dx$ b) $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{1+\ln^2 x}{x}dx$ c) $I=\int\limits_{e}^{e^2}\dfrac{1+\ln^2 x}{x\ln x}dx$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 12. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{1}^{e^{\frac{\pi}{2}}}\dfrac{2+\cos(\ln x)}{x}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2}\dfrac{3\ln x-2}{x\left(\ln^2 x+3\ln x\right)}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}\dfrac{1}{x\left(\ln^2 x+2\ln x+1\right)}\mathrm{d}x$

Dạng 8.4: Tích phân $I=\int\limits_{a}^{b}f\left(\mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đặt $t=\mathrm{e}^x$, suy ra $\mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.
- Đổi cận: khi $x=a\Rightarrow t=\mathrm{e}^a$, $x=b\Rightarrow t=\mathrm{e}^b$.
- Khi đó $I=\int\limits_{\mathrm{e}^a}^{\mathrm{e}^b}f(t)\mathrm{d}t$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 52. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^x}{2+\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 13. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x}+4\mathrm{e}^x+4}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{\mathrm{e}^{2x}-\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+4}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{\mathrm{e}^x+2}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{1}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$ f)

Dạng 8.5: Tích phân chứa căn

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đặt $t =$ "căn".
  - ✓ $t = \sqrt{f(x)} \Rightarrow t^2 = f(x) \Rightarrow 2t\mathrm{d}t = f'(x)\mathrm{d}x$
  - ✓ $t = \sqrt[n]{f(x)} \Rightarrow t^n = f(x) \Rightarrow nt^{n-1}\mathrm{d}t = f'(x)\mathrm{d}x$
- Đổi cận.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 53. Tính các tích phân sau:

a) $I = \int_1^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$ b) $I = \int_0^2 \dfrac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}\mathrm{d}x$ c) $I = \int_0^{\frac{7}{3}} \dfrac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}\mathrm{d}x$

d) $I = \int_1^{\mathrm{e}} \dfrac{3-2\ln x}{x\sqrt{1+3\ln x}}\mathrm{d}x$ e) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+3\sin x}.\cos x\,\mathrm{d}x$ f) $I = \int_{\ln 3}^{\ln 8} \sqrt{\mathrm{e}^x+1}\,\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 14. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_1^4 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}\left(1+2\sqrt{x}\right)}$ b) $I=\int_1^4 \frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^4}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ c) $I=\int_1^4 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}\left(x+2\sqrt{x}+1\right)}$

d) $I=\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$ e) $I=\int_0^1 x^3\sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x$ f) $I=\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$

g) $I=\int_1^2 \frac{x}{1+\sqrt{x-1}}\mathrm{d}x$ h) $I=\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x$ i) $I=\int_0^{\sqrt{7}} \frac{x^3}{\sqrt[3]{1+x^2}}\mathrm{d}x$

j) $I=\int_1^{\mathrm{e}^3} \frac{\cos x}{\sqrt{1+3\sin x}}\mathrm{d}x$ k) $I=\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\sqrt{1+3\ln x}\ln x}{x}\mathrm{d}x$ l) $I=\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x}{x\sqrt{1+8\ln x}}\mathrm{d}x$

m) $I=\int_0^{\ln 8} \frac{\mathrm{e}^x}{\sqrt{1+3\mathrm{e}^x}}\mathrm{d}x$ n) $I=\int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\sqrt{\mathrm{e}^x-1}}\mathrm{d}x$ o) $I=\int_0^{\ln 6} \mathrm{e}^x\sqrt{\mathrm{e}^x+3}\,\mathrm{d}x$

Dạng 8.6: Tích phân hàm lẻ đối với sin x (hoặc cos x)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Biểu thức dưới dấu tích phân là hàm lẻ đối với $\sin x$: Đặt $t=\cos x$.
- Biểu thức dưới dấu tích phân là hàm lẻ đối với $\cos x$: Đặt $t=\sin x$.

Chú ý:

✓ $t=\cos x \Rightarrow -\mathrm{d}t=\sin x\mathrm{d}x$

✓ $t=\sin x \Rightarrow \mathrm{d}t=\cos x\mathrm{d}x$

- Đổi cận.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 54. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\mathrm{d}x$ b) $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x\cos^2 x\mathrm{d}x$ c) $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{\sin 2x}{(3+\sin x)^2}\mathrm{d}x$

d) $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^5 x\mathrm{d}x$ e) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(2+\sin x)^2}\mathrm{d}x$ f) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x\cos x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 15. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^3 x\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\sin^5 x\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 x\cos x\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cos^6 x\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\cos^3 x\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{5-2\sin x}\mathrm{d}x$

g) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{1+3\cos x}\mathrm{d}x$ h) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{2\cos x}{1+\sin x}\mathrm{d}x$ i) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{3\sin x}{(1+\cos x)^3}\mathrm{d}x$

j) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin 3x}{2\cos 3x+1}\mathrm{d}x$ k) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos 2x}{1+2\sin 2x}\mathrm{d}x$ l) $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\dfrac{\sin 2x}{(3+\sin x)^2}\mathrm{d}x$

m) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\cos^3 x\mathrm{d}x$ n) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\sin^5 x\mathrm{d}x$ o) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\cos x\mathrm{d}x$

Dạng 8.7: Tích phân hàm chẵn đối với sin x (hoặc cos x)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đặt $t=\tan x$ hoặc $t=\cot x$.

Chú ý:

✓ $t=\tan x\Rightarrow \mathrm{d}t=\left(1+\tan^2 x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

✓ $t=\cot x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\left(1+\cot^2 x\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$

- Đổi cận.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 55. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{1}{\cos^4 x}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1}{\sin^6 x}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{2\sin x+\cos x}{\cos^3 x}\mathrm{d}x$ d) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cot^2 x+5}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 16. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{2\tan^2 x-\tan x+5}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos^2 x+2\sin x\cos x}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{\sin^4 x}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{5\sin x-3\cos x}{\sin^3 x}\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{5}{\sin^2 x+3\sin x\cos x}\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos^6 x}\mathrm{d}x$

Dạng 8.8: Tích phân chứa $\sin 2x\mathrm{d}x$ (hoặc $\sin x\cos x\mathrm{d}x$) và phần còn lại $\sin x$, $\cos x$ mang lũy thừa chẵn

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đặt $t=\sin^2 x$ hoặc $t=\cos^2 x$.

✍ Chú ý:

✓ $t=\sin^2 x\Rightarrow \mathrm{d}t=2\sin x\cos x\mathrm{d}x=\sin 2x\mathrm{d}x$

✓ $t=\cos^2 x\Rightarrow \mathrm{d}t=-2\sin x\cos x\mathrm{d}x=-\sin 2x\mathrm{d}x$

- Đổi cận.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 56. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\sin^4 x\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cos^3 x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 17. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\left(1+\sin^2 x\right)^3\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cos x}{4\sin^2 x+\cos^2 x}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x\left(1+\cos^2 x\right)^4\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{2\sin^2 x+5\cos^2 x}\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cos^3 x\sin^5 x\mathrm{d}x$

Dạng 8.9: Thêm bớt 1 để sử dụng công thức $I=\int\left(1+\tan^2 x\right)dx$ và $I=\int\left(1+\cot^2 x\right)dx$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Đặt $t=\tan x$ hoặc $t=\cot x$.

Chú ý:

- ✓ $t=\tan x\Rightarrow dt=\left(1+\tan^2 x\right)dx=\dfrac{1}{\cos^2 x}dx$
- ✓ $t=\cot x\Rightarrow dt=-\left(1+\cot^2 x\right)dx=-\dfrac{1}{\sin^2 x}dx$
- ✓ $\int\tan x dx=\int\dfrac{\sin x}{\cos x}dx=-\int\dfrac{d(\cos x)}{\cos x}=-\ln|\cos x|+C$
- ✓ $\int\cot x dx=\int\dfrac{\cos x}{\sin x}dx=\int\dfrac{d(\sin x)}{\sin x}=\ln|\sin x|+C$

- Đổi cận.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 57. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^4 x dx$

b) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot^3 x dx$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 18. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^5 x dx$

b) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot^4 x dx$

c) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\tan^3 x+\tan x\right)dx$

d) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\cot^5 x+\cot^3 x\right)dx$

e)

f)

Dạng 8.10: Phân tích thành tổng (hiệu) hai tích phân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dùng các phép biến đổi đại số, lượng giác để đưa tích phân cần tính về tổng (hiệu) của các tích phân đơn giản hơn.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 58. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{1+\sin 2x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_0^{\ln 2}\mathrm{e}^x\left(\dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{x+1}+\dfrac{1}{\mathrm{e}^x+1}\right)\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\dfrac{x+\ln x}{x}\mathrm{d}x$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 19. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{3-2\sin 2x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x-2\cos^4 x}{\sin x}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{3\cos x-4\sin^3 x}{\cos x}\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\sin x\left(\cot x+\cos^4 x\right)\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\dfrac{\ln^3 x-2x^4}{x}\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\dfrac{x^4+\ln^3 x-\ln x+3}{x}\mathrm{d}x$

Dạng 8.11: Phương pháp đổi biến dạng 2

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- $\int\left(x,\sqrt{a^2-x^2}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $x=a.\sin t\,(a>0)\Rightarrow \mathrm{d}x=a.\cos t.\mathrm{d}t$, $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.
- $\int\left(x,\sqrt{a^2+x^2}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $x=a.\tan t\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{a\mathrm{d}t}{\cos^2 t}$, $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.
- $\int\left(x,\frac{1}{a^2+x^2}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $x=a.\tan t\Rightarrow \mathrm{d}x=a\left(1+\tan^2 t\right)\mathrm{d}t$, $t\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$.
- $\int\left(x,\sqrt{x^2-a^2}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $x=\frac{a}{\cos t}\Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{a\sin t}{\cos^2 t}\mathrm{d}t$, $t\in[0;\pi]\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$.
- $\int\left(x,\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}\text{ hoặc }\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $x=a.\cos 2t$.
- $\int\left[x,\sqrt{(x-a)(b-x)}\right]\mathrm{d}x$. Đặt $x=a+(b-a)\sin^2 t$.
- $\int\left(x,\frac{1}{(x-a)^n.\sqrt{ax^2+bx+c}}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $x-a=\frac{1}{t}\Rightarrow \mathrm{d}x=-\frac{\mathrm{d}t}{t^2}$.
- $\int\left(\sqrt[n_1]{ax+b},...,\sqrt[n_k]{ax+b}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $t^n=ax+b$ với $n=BCNN(n_1;n_2;...;n_k)$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 59. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^1\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x$ b) $I=\int_0^1\frac{x^2}{4+x^2}\mathrm{d}x$ c) $I=\int_0^1\frac{x+2}{\sqrt{4-x^2}}\mathrm{d}x$

Ví dụ 60. Tính các tích phân sau: a) $I=\int\limits_{0}^{\frac{5}{2}}\sqrt{\frac{5+x}{5-x}}\,\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{0}^{\frac{3}{2}}x^2\sqrt{\frac{3+x}{3-x}}\,\mathrm{d}x$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 20. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{x-3}{1+x^2}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_{0}^{1}x^2\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$

Dạng 9: Tính tích phân bằng phương pháp tích phân từng phần

1. *Định lý:* Nếu $u(x)$ và $v(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $[a;b]$ thì

$$\boxed{\int_a^b u\,\mathrm{d}v = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\,\mathrm{d}u}$$

2. *Cách giải:* Tính $I = \int_a^b u\,\mathrm{d}v$

Đặt $\begin{cases} u = \ldots \\ \mathrm{d}v = \text{Phần còn lại} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \text{lấy đạo hàm} \\ v = \text{lấy nguyên hàm} \end{cases}$

Suy ra $I = \int_a^b u\,\mathrm{d}v = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\,\mathrm{d}u$

❖ Phương pháp tích phân từng phần thường dùng để tính các tích phân mà hàm số dưới dấu tích phân có dạng tích của hàm đa thức với hàm lượng giác, hàm đa thức với hàm logarit, với hàm mũ… Lưu ý khi đặt:

- Đặt u sao cho dễ lấy đạo hàm và theo thứ tự ưu tiên:

$$\boxed{\log/\ln \to \text{đa thức} \to \text{mũ} \to \text{lượng giác}}$$

- Đặt $\mathrm{d}v$ sao cho dễ tìm nguyên hàm.
- Một số cách đặt thường gặp:

✓ Dạng $I = \int \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \\ \mathrm{e}^x, a^x \end{bmatrix} . P(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $u = P(x)$, $\mathrm{d}v = \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \\ \mathrm{e}^x, a^x \end{bmatrix} \mathrm{d}x$, với $P(x)$ là đa thức.

✓ Dạng $I = \int \begin{bmatrix} \ln x \\ \log_a x \end{bmatrix} . P(x)\,\mathrm{d}x$.

Đặt $u = \begin{bmatrix} \ln x \\ \log_a x \end{bmatrix} \mathrm{d}x$; $\mathrm{d}v = P(x)\,\mathrm{d}x$, với $P(x)$ là đa thức hoặc $P(x) = \dfrac{1}{x^n}$.

✓ Dạng $I = \int \begin{bmatrix} \sin x \\ \cos x \end{bmatrix} . \mathrm{e}^x \mathrm{d}x$.

Đặt $u = \mathrm{e}^x$, rồi áp dụng nhiều lần.

3. *Một số dạng không nằm trong 3 dạng trên:*

Vấn đề then chốt của phương pháp tích phân từng phần là cách lựa chọn hàm u cho thích hợp. Hàm u cần chọn sao cho việc tính $\int_a^b v\,\mathrm{d}u$ là dễ dàng và cần đảm bảo sao cho nếu như ta cần sử dụng nhiều lần công thức nguyên hàm từng phần, thì càng ngày việc lấy nguyên hàm càng phải dễ đi.

Dạng 9.1: Tích phân $I=\int_a^b P(x).(\text{lượng giác})dx$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đặt $u=P(x)\Rightarrow du=P'(x)dx$

$dv=(\text{lượng giác})dx \Rightarrow v=...$

Suy ra $I=...$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 61. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x-1)\cos x dx$ b) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\cos^2 x}dx$ c) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}2x\cos^2 x dx$ d) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}4x\sin x\cos x dx$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 21. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^{\pi}x\cos x\,dx$ b) $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}(2-3x)\sin 3x\,dx$ c) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}2x\left(2\cos^2 x-1\right)dx$

d) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\left(1-2\sin^2 x\right)dx$ e) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}4x\sin^2 x\,dx$ f) $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{x}{\sin^2 x}dx$

Dạng 9.2: Tích phân $I=\int_a^b P(x).(\text{hàm số mũ})dx$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đặt $u=P(x)\Rightarrow du=P'(x)dx$

$dv=(\text{hàm số mũ})dx \Rightarrow v=...$

Suy ra $I=...$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 62. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^1 xe^x dx$ b) $I=\int_1^2 \frac{x}{e^x}dx$ c) $I=\int_0^1 (x+1)e^x dx$ d) $I=\int_0^1 (2x-1)e^{2x}dx$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 22. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^1 (x+1)e^x dx$ b) $I=\int_0^1 xe^x dx$ c) $I=\int_0^1 (3x-1)e^{3x}dx$

d) $I=\int_0^1 (x-1)(2+e^x)dx$ e) $I=\int_0^1 \frac{(x-1)}{e^x}dx$ f) $I=\int_0^1 \frac{(2x+1)}{e^{2x}}dx$

Dạng 9.3: Tích phân $I=\int_a^b P(x).(\text{hàm số logarit})dx$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Đặt $u=$ **(hàm đố logarit)** $\Rightarrow du=...$

$dv=P(x)dx\Rightarrow v=...$

Suy ra $I=...$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 63. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_1^e x\ln x\,dx$ b) $I=\int_1^e x\ln^2 x\,dx$ c) $I=\int_0^1 (2x+7)\ln(x+1)dx$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 23. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_1^2 \ln(x+1)dx$ b) $I=\int_1^e (1-2x)\ln x\,dx$ c) $I=\int_0^1 2x\ln(3+x)dx$

d) $I=\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$ e) $I=\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$ f) $I=\int_1^e (x\ln x)^2\,dx$

Dạng 9.4: Tích phân $I=\int_a^b$ (hàm số mũ) . (hàm số lượng giác) dx

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dùng **hai lần** từng phần và cả hai lần đều đặt $u=$ hàm số mũ (hoặc $u=$ hàm số lượng giác).

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 64. Tính các tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^x \cos x\,\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 24. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^{2x}\sin x\,\mathrm{d}x$ b) $I=\int_0^{\pi} \mathrm{e}^{2x}\sin^2 x\,\mathrm{d}x$ c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^{3x}\sin 2x\mathrm{d}x$

Dạng 9.5: Tính tích phân, tìm nguyên hàm bằng cách phối hợp hai phương pháp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Một số bài toán tính tích phân hoặc tìm nguyên hàm sử dụng đồng thời cả hai phương pháp đổi biến và từng phần.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 65. Tìm các nguyên hàm sau bằng cách phối hợp hai phương pháp $I=\int \mathrm{e}^{\sqrt{7x+4}}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 25. Tìm các nguyên hàm sau bằng cách phối hợp hai phương pháp:

a) $I=\int \ln\left(x+x^2\right)\mathrm{d}x$ b) $I=\int x\tan^2 x\,\mathrm{d}x$ c) $I=\int \sin\left(\ln x\right)\mathrm{d}x$

Bài 26. Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^1 \mathrm{e}^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$ b) $\int_0^{\pi^2/4} \sin\sqrt{x}\,\mathrm{d}x$ c) $I=\int_1^{\mathrm{e}^{\frac{\pi}{2}}} \cos\left(\ln x\right)\mathrm{d}x$

Dạng 9.6: Phân tích thành tổng, hiệu hai tích phân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dùng các phép biến đổi đại số, lượng giác để đưa tích phân cần tính về tổng (hiệu) của các tích phân để việc tính toán sẽ đơn giản hơn.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 66. Tính tích phân $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\ln x\,\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 27. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_1^{e}\dfrac{x^3+1}{x}\ln x\,\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(x+\sin x)\cos x\,\mathrm{d}x$ c) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(x+\cos^3 x\right)\sin x\,\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+\sin x)\sin x\,\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_{-1}^{0}x\left(\mathrm{e}^{2x}+\sqrt[3]{x+1}\right)\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{x+\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

Dạng 10: Những bài tích phân tính được bằng nhiều phương pháp

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Một số bài tích phân có thể được tính bằng nhiều cách khác nhau: biến đổi đưa về tích phân đơn giản, phương pháp đổi biến số, phương pháp tích phân từng phần, …

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 67. Tính các tích phân sau bằng hai phương pháp $I=\int\limits_0^1 x(1-x)^5\,\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 68. Tính các tích phân sau bằng ba phương pháp $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}\dfrac{x^3\mathrm{d}x}{x^2+1}$. ĐS: $I=\dfrac{3}{2}-\ln 2$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 28. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{-1}^{0}\dfrac{x^2}{\left(x^2+1\right)^3}\mathrm{d}x$ b) $I=\int\limits_1^2\dfrac{\mathrm{d}x}{x^4+1}$ c) $I=\int\limits_0^1 x^3\left(3-2x^4\right)^3\mathrm{d}x$

d) $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\dfrac{x^2-2}{x^4+2x^3+5x^2+4x+4}\mathrm{d}x$ e) $I=\int\limits_1^{\sqrt{3}}\dfrac{x^2-1}{x^4+x^2}\mathrm{d}x$ f) $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\dfrac{x^2-3}{x\left(x^4+3x^2+2\right)}\mathrm{d}x$

g) $I=\int\limits_0^1\dfrac{(2x+5)\mathrm{d}x}{\left(x^2+3x+2\right)\left(x^2+7x+12\right)}$ h) $I=\int\dfrac{\mathrm{d}x}{x\left(1+x^{2018}\right)}$ i) $I=\int\dfrac{x^2\mathrm{d}x}{(1-x)^{2018}}$

Đáp số: *a) 2 cách, $I=\pi/32$* *b) 2 cách, $I=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\arctan\dfrac{3}{2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{4\sqrt{2}}\left(\ln\dfrac{5-2\sqrt{2}}{5+2\sqrt{2}}-\ln\dfrac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\right)$*

c) 3 cách, $I=5/2$ *d) Có 3 cách giải, $I=-3/44$* *e) 2 cách, $I=\dfrac{1}{\sqrt{3}}-1+\dfrac{\pi}{6}$*

f) 2 cách, $I=-\dfrac{21}{4}\ln 2+\dfrac{13}{4}\ln 3$ *g) 3 cách, $I=\dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{5}{4}\right)$* *h) 2 cách, $I=\ln|x|-\dfrac{1}{2018}\ln\left(x^{2018}+1\right)+C$*

j) 2 cách, $I=\dfrac{1}{2017(1-x)^{2017}}-\dfrac{1}{1008(1-x)^{2016}}+\dfrac{1}{2015(1-x)^{2015}}+C$

Dạng 11: Chứng minh đẳng thức, bất đẳng thức tích phân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Thông thường để chứng minh các đẳng thức tích phân, hay tích phân bằng nhau ta thường dùng phương pháp đổi biến.
- Để chứng minh các bất đẳng thức tích phân ta dùng tính đơn điệu của hàm số.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 69. Chứng minh rằng

a) $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 f(1-x)\mathrm{d}x$

b) $\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 \left[f(x)+f(-x)\right]\mathrm{d}x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 70. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $\int_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x$ trong các trường hợp:

a) f là hàm lẻ.

b) f là hàm chẵn.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 71. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $f(x)\ge 0$ trên $[a;\ b] \Rightarrow \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \ge 0$

b) $f(x)\ge g(x)$ trên $[a;\ b] \Rightarrow \int_a^b f(x)\mathrm{d}x \ge \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$

c) $m\le f(x)\le M$ trên $[a;\ b] \Rightarrow m(b-a)\le \int_b^a f(x)\mathrm{d}x \le M(b-a)$.

Ví dụ 72. a) Sử dụng bất đẳng thức ở ví dụ trên để đánh giá các tích phân:

$$I=\int\limits_{0}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{1+x^2},\ J=\int\limits_{0}^{0,5}\frac{\mathrm{d}x}{1+x^2},\ K=\int\limits_{0,5}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{1+x^2}.$$

b) Từ công thức $I=J+K$, hãy đưa ra một đánh giá chsinh xác hơn cho I.

Ví dụ 73. Chứng minh các mệnh đề sau

a) Nếu f là hàm chẵn và liên tục trên đoạn $[-a;\ a]$ thì $\int\limits_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_{0}^{a}f(x)\mathrm{d}x$.

b) Nếu f là hàm lẻ và liên tục trên đoạn $[-a;\ a]$ thì $\int\limits_{-a}^{a}f(x)\mathrm{d}x=0$.

Áp dụng tính các tích phân sau:

a) $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\cos^7x\,\mathrm{d}x$ b) $J=\int\limits_{-1}^{1}\left[\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\right]^{2017}\mathrm{d}x$ ĐS: $I=\dfrac{1065\sqrt{3}}{448}$, $J=0$.

Ví dụ 74. Chứng minh mệnh đề:

Cho $f(x)$ là hàm chẵn và liên tục trên đoạn $[-a;\ a]$, khi đó $I=\int\limits_{-a}^{a}\frac{f(x)}{m^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{a}f(x)\mathrm{d}x$.

Áp dụng tính tích phân a) $I=\int\limits_{-1}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{\left(2^x+1\right)\left(x^2+1\right)}$ b) $J=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{x^2\cos x}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$. ĐS: $I=\frac{\pi}{4}$, $J=\frac{\pi^2}{4}-\pi$.

Ví dụ 75. Chứng minh mệnh đề:

a) Cho $f(x)$ là hàm chẵn và liên tục trên đoạn $[-a;\ a]$, khi đó $I=\int\limits_{-a}^{a}\dfrac{f(x)}{m^x+1}\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{a}f(x)\mathrm{d}x$.

b) Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;\ b]$ thì $\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{a}^{b}f(a+b-x)\mathrm{d}x$.

c) Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;\ 1]$ thì $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}f(\sin x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}f(\cos x)\mathrm{d}x$.

d) Nếu $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;\ 2a]$ thì $\int\limits_{0}^{2a}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{a}\left[f(x)+f(2a-x)\right]\mathrm{d}x$.

Áp dụng: tính các tích phân sau:

$I=\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{\mathrm{d}x}{\left(2^x+1\right)\left(x^2+1\right)}$ (ĐS: $I=\dfrac{\pi}{4}$)

$J=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\ln\left(1+\tan x\right)\mathrm{d}x$ (ĐS: $J=\dfrac{\pi}{8}\ln 2$)

$K=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin^n x.\cos x}{\sin^{n-1}x+\cos^{n-1}x}\mathrm{d}x$ (ĐS: $I=\dfrac{1}{4}$)

$L=\int\limits_{0}^{3\pi}\sin x.\sin 2x.\sin 3x\,\mathrm{d}x$ (ĐS: $L=0$)

Bài 29. Chứng minh:

a) $1\le\int\limits_0^1\frac{\sqrt{4+x^2}}{2}\mathrm{d}x\le\frac{\sqrt{5}}{2}$

b) $\frac{\pi}{27}\le\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{5+4\cos^2 x}\le\frac{\pi}{18}$

c) $\frac{2}{9}\le\int\limits_{-1}^1\frac{\mathrm{d}x}{8+x^3}\le\frac{2}{7}$

d) $\frac{\pi}{4}\le\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}\frac{\mathrm{d}x}{3-2\sin^2 x}\le\frac{\pi}{2}$

e) $\int\limits_1^{e^2}\sqrt{2+\ln x}\,\mathrm{d}x\le 2\left(\mathrm{e}^2-1\right)$

f) $1\le\int\limits_{-1}^1 2^{x^3}\mathrm{d}x\le 4$

g) $\int\limits_0^1 x(1-x)\mathrm{d}x\le\frac{1}{4}$

h) $\frac{2}{5}\le\int\limits_1^2\frac{x}{x^2+1}\mathrm{d}x\le\frac{1}{2}$

i) $\frac{\pi}{16}\le\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{5+3\cos^2 x}\le\frac{\pi}{10}$

j) $0\le\int\limits_0^1 x(1-x)^2\mathrm{d}x\le\frac{4}{27}$

k) $\pi\le\int\limits_0^{\pi}\frac{\mathrm{d}x}{\sin^4 x+\cos^4 x}\le 2\pi$

l) $\frac{\sqrt{3}}{4}<\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x<\frac{1}{2}$

m) $54\sqrt{2}\le\int\limits_{-7}^{11}\left(\sqrt{x+7}+\sqrt{11-x}\right)\mathrm{d}x\le 108$

n) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\sqrt{\tan x}\left(2+3\sqrt{\tan x}\right)\left(7-4\sqrt{\tan x}\right)\mathrm{d}x<\frac{27\pi}{4}$

o) $\int\limits_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}}\left(\sqrt{\cos^2 x+2\sin^2 x}+\sqrt{\sin^2 x+2\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x\le\frac{\pi\sqrt{6}}{3}$

Dạng 12: Tích phân truy hồi

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Thông thường sử dụng công thức tích phân từng phần, ta sẽ biểu diễn được I_n theo các I_k với $k \le n-1$. Công thức đó gọi là công thức truy hồi.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 76. Cho $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x\,dx$ với $n \in \mathbb{N}$. a) Chứng minh $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$ với $n \ge 2$. b) Áp dụng tính I_5.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 77. Cho $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \mathrm{e}^x\,dx$ với $n \in \mathbb{N}$. a) Chứng minh $I_n = \mathrm{e} - nI_{n-1}$ với $n \ge 1$. b) Áp dụng tính I_5.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 30. Cho $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^n x\,dx$ với $n \in \mathbb{N}$. a) Tìm một công thức truy hồi cho I_n. b) Áp dụng tính I_5.

Bài 31. Cho $I_n = \int_0^{\pi} \cos^n x.\cos nx\,dx$ với $n \in \mathbb{N}$. a) Chứng minh $I_{n+1} = \frac{1}{2} I_n$. b) Áp dụng tính I_5.

Bài 32. Cho $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x\,dx$ với $n \in \mathbb{N}^*$. a) Chứng minh $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$. b) Áp dụng tính I_6, I_7.

Dạng 13: Hàm số dưới dạng tích phân

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Hàm số dưới dạng tích phân là hàm số có dạng $G(x)=\int\limits_0^{h(x)} f(t)\mathrm{d}t$

Bước 1: Tính tích phân theo tham số.
Bước 2: Giải bài toán theo đề bài để tìm tham số.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 78. Tính đạo hàm của hàm số $G(x)=\int\limits_0^{\sqrt{x}} \cos t\,\mathrm{d}t$ với $(x>0)$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 79. Tìm $f(4)$, biết $\int\limits_0^{x^2} f(t)\mathrm{d}t = x\cos(\pi x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 80. Giải phương trình $f(x)=\int\limits_0^{x}\left(4\sin^4 t-\frac{3}{2}\right)\mathrm{d}t=0$. (ĐS: $x=\frac{k\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}^+$)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 33. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $G(x)=\int\limits_1^{\sin x} 3t^2\mathrm{d}t$ b) $G(x)=\int\limits_1^{\sqrt{x}} \sin t^2\mathrm{d}t$ với $(x>0)$ c) $G(x)=\int\limits_1^{x^2} \cos\sqrt{t}\,\mathrm{d}t$

Bài 34. Tìm $f(4)$, biết $\int\limits_0^{f(x)} t^2\,\mathrm{d}t = x\cos(\pi x)$.

BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 1

Bài 35. Cho biết $\int_0^4 f(z)\,\mathrm{d}z = 7$, $\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 3$. Tính $\int_3^4 f(t)\,\mathrm{d}t$.

Bài 36. Cho biết $\int_{-1}^1 f(t)\,\mathrm{d}t = 5$, $\int_{-1}^3 f(r)\,\mathrm{d}r = 6$. Tính $\int_1^3 f(u)\,\mathrm{d}u$.

Bài 37. Cho biết $\int_1^9 f(x)\,\mathrm{d}x = -1$, $\int_7^9 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$, $\int_7^9 g(x)\,\mathrm{d}x = 4$. Tính:

a) $\int_1^9 -2f(x)\,\mathrm{d}x$ b) $\int_7^9 \left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ c) $\int_7^9 \left[2f(x)-3g(x)\right]\mathrm{d}x$ d) $\int_1^7 f(x)\,\mathrm{d}x$

Bài 38. Tính các tích phân sau:

a) $\int_1^2 \dfrac{x^2-2x}{x^3}\,\mathrm{d}x$ b) $\int_1^3 \dfrac{\left(x^2-x\right)^3}{x^3}\,\mathrm{d}x$ c) $\int_{-2}^{-1}\left(\dfrac{1-x}{x}\right)^2\mathrm{d}x$

d) $\int_1^8 \left(4x-\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right)\mathrm{d}x$ e) $\int_0^1 \sqrt{x\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ f) $\int_1^2 \left(2^x+\mathrm{e}^{2x}\right)\mathrm{d}x$

g) $\int_0^4 \left(3x-\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}}\right)\mathrm{d}x$ h) $\int_0^1 \dfrac{1}{x^2+2x+1}\,\mathrm{d}x$ i) $\int_0^1 \sqrt{x}\left(1+x^2\right)\mathrm{d}x$

k) $\int_0^9 \dfrac{1}{\sqrt{x+16}-\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$ l) $\int_1^2 \dfrac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x+1}}\,\mathrm{d}x$ m) $\int_0^1 \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$

Bài 39. Tính các tích phân sau:

a) $\int_2^3 \dfrac{2x^2-3x+5}{x-1}\,\mathrm{d}x$ b) $\int_{-1}^0 \left(\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}\right)^2\mathrm{d}x$ c) $\int_2^3 \left(\dfrac{x+2}{x-1}\right)^2\mathrm{d}x$

d) $\int_{-1}^0 \dfrac{3x-4}{x+2}\,\mathrm{d}x$ e) $\int_1^2 \dfrac{x+2}{2x-1}\,\mathrm{d}x$ f) $\int_{-1}^0 \dfrac{x^2-4x+4}{2x-1}\,\mathrm{d}x$

g) $\int_0^1 \dfrac{x^2-x+5}{x+2}\,\mathrm{d}x$ h) $\int_0^1 \dfrac{2x^3-3x^2+x-4}{x^2+2x+1}\,\mathrm{d}x$ i) $\int_2^5 \dfrac{-x^4-3x^2+4}{x^2-1}\,\mathrm{d}x$

Bài 40. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{3\sin^2 x-4\cos^2 x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$ b) $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\cos 2x}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x$ c) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos 2x-3\sin^2 x}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$

d) $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{2\cos 2x+5}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x$ e) $I=\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \dfrac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x\cos^2 x}$ f) $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\cos 2x\,\mathrm{d}x}{\sin^2 x\cos^2 x}$

g) $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\cos 3x}{\cos x}\,\mathrm{d}x$ h) $I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin 3x}{\sin x}\,\mathrm{d}x$ i) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{1+\sin 2x}{\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x$

k) $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}} \dfrac{1-\sin 2x+\cos 2x}{\sin x-\cos x}\,\mathrm{d}x$ l) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos^3 x}{1+\sin x}\,\mathrm{d}x$ m) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\mathrm{d}x$

Bài 41. Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^{\pi} \sin^2 2x\,dx$ b) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x\,dx$ c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x\,dx$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x\,dx$ e) $\int_{\frac{\pi}{5}}^{\frac{\pi}{3}} (\tan x+\cot x)^2\,dx$ f) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\cos 3x\,dx$

g) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos 2x\cos 5x\,dx$ h) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \sin 3x\sin 4x\,dx$ i) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\sin x+\cos x)^2\,dx$

k) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos^4 x-\sin^4 x)\,dx$ l) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x\cos 5x\,dx$ m) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\sin 7x\,dx$

n) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x\sin\frac{x}{2}\,dx$ o) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2\frac{x}{2}\cos^2\frac{x}{2}}$ p) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{dx}{\sin^2 x\cos^2 x}$

q) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^6 x+\cos^6 x)\,dx$ r) $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin^4 x+\cos^4 x}{\cos^2 2x}\,dx$ s) $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (2\tan x-3\cot x)^2\,dx$

Bài 42. Tính các tích phân sau:

a) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sqrt{1-\sin^2 x}\,dx$ b) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \sqrt{1+\cos 2x}\,dx$ c) $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\tan^2 x+\cot^2 x-2}\,dx$

d) $\int_0^{\pi} \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}\,dx$ e) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{1-\cos^2 x}\,dx$ f) $I=\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1-\cos 2x}\,dx$

g) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\cos x-\cos^3 x}\,dx$ h) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\sin 2x}\,dx$ i) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{1+\sin 2x}\,dx$

Bài 43. Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^2 |x^2+4x+3|\,dx$ b) $\int_0^3 |x^2+x-2|\,dx$ c) $\int_{-3}^3 |x^2-4|\,dx$

d) $\int_0^2 x|x-1|\,dx$ e) $\int_1^2 \sqrt{x^2-4x+4}\,dx$ f) $\int_{-3}^5 (|2x-1|-|x|)^2\,dx$

Bài 44. Tính các tích phân sau:

a) $\int_{-1}^0 x(3x+2)^4\,dx$ b) $\int_0^c (2x+1)^4\,dx$ c) $\int_1^4 x^2\sqrt{x^3-1}\,dx$

d) $\int_0^1 x^3.\sqrt[3]{x^2+1}\,dx$ e) $\int_0^{\sqrt{2}} x^3\sqrt{x^2+2}\,dx$ f) $\int_0^1 (x-1).\sqrt[3]{9x-1}\,dx$

g) $\int_0^1 x^2\sqrt{3x+1}\,dx$ h) $\int_0^1 x.\sqrt[3]{1-x}\,dx$ i) $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1}\,dx$

k) $\int_0^1 x\left(x^2+3\right)^5 dx$ l) $\int_0^2 \frac{x}{x^2+1}dx$ m) $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{x\sqrt{1-x^2}}$

n) $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x}dx$ o) $\int_1^2 \frac{x^2}{\sqrt{x^3+2}}dx$ p) $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{\sqrt{x^2-2}}{x}dx$

q) $\int_{-2}^1 \frac{x}{\sqrt{2-x}}dx$ r) $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{1+x^2}}$ s) $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}dx$

t) $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x^5\sqrt{x^2-1}}$ u) $\int_1^3 \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}dx$ v) $\int_0^{\sqrt{3}} x^5\sqrt{1+x^2}dx$

Bài 45. Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^2 x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$ b) $\int_1^3 \frac{x^2}{x^2+3}dx$ c) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2+3}$

d) $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^2\sqrt{1-x^2}\,dx$ e) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ f) $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}dx$

g) $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}dx$ h) $\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ i) $\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,dx$

k) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}dx$ l) $\int_0^1 \frac{x^2dx}{\sqrt{\left(4-x^2\right)^3}}$ m) $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{\left(x^2+16\right)^3}}$

n) $\int_{\sqrt{3}}^{3\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+9}}$ o) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2\sqrt{4-x^2}}$ p) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{\left(2-x^2\right)^3}}$

q) $\int_{\sqrt{3}}^3 \frac{dx}{\sqrt{\left(x^2+9\right)^3}}$ r) $\int_0^1 \frac{x^2}{\left(1+x^2\right)^3}dx$ s) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{\left(x^2+3\right)^5}}$

t) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2+2x+2}$ u) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2-x+1}$ v) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2+2x+4}$

Bài 46. Tính các tích phân sau:

a) $\int_1^e \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}dx$ b) $\int_1^e \frac{dx}{x(1+\ln x)}$ c) $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{x^2}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}dx$

d) $\int_1^e \frac{\ln x}{(1+\ln x)x}dx$ e) $\int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}dx$ f) $\int_2^3 \frac{dx}{x\ln^5 x}$

g) $I=\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} \frac{\sin(\ln x)}{x}dx$ h) $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x}dx$ i) $\int_1^e \frac{\cos(\ln x)}{x}dx$

Bài 47. Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x}dx$ b) $\int_0^3 \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}}dx$ c) $\int_{\ln 2}^{\ln 5} \frac{e^x\left(1+e^x\right)}{\sqrt{e^x-1}}dx$

d) $\int_0^1 e^x\left(1+e^x\right)^4 dx$ e) $\int_0^1 x.e^{x^2-1}dx$ f) $\int_0^e e^{-x}xdx$

Bài 48. Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x\,dx$ b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx$ c) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cot x\,dx$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x\,dx$ e) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+3\cos x}\,dx$ f) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1+4\sin x}\cos x\,dx$

g) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin x}\,dx$ h) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin^2 x}\,dx$ i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x}\cos x\,dx$

k) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4\sin^3 x}{1+\cos x}\,dx$ l) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1+\sin x}\,dx$ m) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3 2x\cos 2x\,dx$

n) $\int_{\frac{\pi^2}{16}}^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$ o) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1+\sin 2x}{\cos^2 x}\,dx$ p) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x(1-\cot x)}$

q) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x\,dx$ r) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sqrt[3]{1+\cos x}}\,dx$ s) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x\sqrt{\cot x}}$

t) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\cos^4 x\,dx$ u) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^4 x}\,dx$ v) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x\,dx}{13-10\sin x-\cos 2x}$

w) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}\,dx$ x) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x}\,dx$ y) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\cos^3 x\,dx$

Bài 49. Chứng minh $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^4 x}{\cos^4 x+\sin^4 x}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^4 x}{\cos^4 x+\sin^4 x}\,dx$. Từ đó suy ra $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^4 x}{\cos^4 x+\sin^4 x}\,dx$.

Bài 50. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sin^2 x}{\sin x+\sqrt{3}\cos x}\,dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos^2 x}{\sin x+\sqrt{3}\cos x}\,dx$.

a) Tính $I-3J$ và $I+J$.

b) Từ kết quả trên hãy tính các tích phân I, J và $K = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{3}} \frac{\cos 2x}{\sin x+\sqrt{3}\cos x}\,dx$.

Bài 51. Tính các tích phân sau:

a) $\int_0^1 \frac{2x+1}{x-2}\,dx$ b) $\int_{-1}^0 \frac{x^2-x+3}{2x-2}\,dx$ c) $\int_{-1}^0 \frac{3x-2}{x^2-x-6}\,dx$

d) $\int_0^1 \left(\frac{x-3}{x+1}\right)^2 dx$ e) $\int_1^2 \frac{dx}{x^2-4x+5}$ f) $\int_1^3 \frac{dx}{x^2-2x+5}$

g) $\int_3^4 \frac{dx}{2x^2-5x+2}$ h) $\int_0^1 \frac{dx}{2x^2+4x+1}$ i) $\int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{x\,dx}{2x^2+2x+5}$

k) $\int_2^4 \frac{3x-1}{x^2-4x+8}\mathrm{d}x$ l) $\int_0^1 \frac{2x+5}{x^2-2x-5}\mathrm{d}x$ m) $\int_0^1 \frac{x^2-2x+3}{x^2-4x+5}\mathrm{d}x$

n) $\int_4^5 \frac{1-2x}{x^2-6x+9}\mathrm{d}x$ o) $\int_0^1 \frac{x^2+2}{x^2-6x+10}\mathrm{d}x$ p) $\int_{-3}^0 \frac{x^3-x^2+1}{1-x}\mathrm{d}x$

q) $\int_0^1 \frac{x^2}{x^2-2x-3}\mathrm{d}x$ r) $\int_{-1}^0 \frac{x^3-2x^2+x+1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x$ s) $\int_{-1}^0 \frac{x^2-x+1}{x-1}\mathrm{d}x$

t) $\int_0^1 \frac{3x^3}{x^2+2x+1}\mathrm{d}x$ u) $\int_{2+\sqrt{5}}^{2+\sqrt{15}} \frac{\mathrm{d}x}{x^2-4x+9}$ v) $\int_0^1 \frac{x^6+x^5+x^4+2}{x^6+1}\mathrm{d}x$

Bài 52. a) Xác định các số A, B sao cho: $\frac{3x+1}{(x+1)^3}=\frac{A}{(x+1)^3}+\frac{B}{(x+1)^2}$.

b) Tính: $I=\int_0^2 \frac{3x+1}{(x+1)^3}\mathrm{d}x$.

Bài 53. a) Xác định A, B, C sao cho: $\frac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}=\frac{A}{(x-1)^2}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{x+2}$.

b) Tính: $I=\int_2^4 \frac{3x^2+3x+3}{x^3-3x+2}\mathrm{d}x$.

Bài 54. Tính các tích phân sau:

a) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2+2x)\sin x\,\mathrm{d}x$ b) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)^2\cos x\,\mathrm{d}x$

c) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2}x(\sin x+\cos x)\mathrm{d}x$ d) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\sin x}{\cos^3 x}\mathrm{d}x$

e) $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\cos x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$ f) $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x\cos 2x}{(1+\sin 2x)^2}\mathrm{d}x$

g) $I=\int_0^1 (x^2+1)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$ h) $I=\int_0^1 (x+1)^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$

i) $I=\int_0^1 (x+\mathrm{e}^x)^2\,\mathrm{d}x$ k) $I=\int_3^8 \frac{\ln x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$

l) $I=\int_1^2 \frac{\ln x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$ m) $I=\int_0^4 \ln\left(\sqrt{x^2+9}-x\right)\mathrm{d}x$

n) $I=\int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^2}\mathrm{d}x$ o) $I=\int_1^2 \frac{\ln(x^2+1)}{x^3}\mathrm{d}x$

p) $I=\int_0^{\frac{1}{2}} x\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)\mathrm{d}x$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 1

Câu 1. **[2D3-1]** Tích phân $\int_0^{2016} 7^x \mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{7^{2016}-1}{\ln 7}$. **B.** $\left(7^{2016}-1\right)\ln 7$. **C.** $\dfrac{7^{2017}}{2017}-7$. **D.** 2016.7^{2015}.

Câu 2. **[2D3-1]** Với a,b là các tham số thực. Giá trị tích phân $\int_0^b \left(3x^2+2ax+1\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $3b^2+2ab$. **B.** b^3+b^2a+b. **C.** b^3+b. **D.** $a+2$.

Câu 3. **[2D3-1]** Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(y)\mathrm{d}y$ **B.** $\int_a^b\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^b g(x)\mathrm{d}x.$

C. $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0.$ **D.** $\int_a^b\left[f(x).g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\int_a^b g(x)\mathrm{d}x.$

Câu 4. **[2D3-1]** Giả sử hàm số f liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số bất kì thuộc K. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x;\ (c\in(a;b))$. **B.** $\int_a^a f(x)\mathrm{d}x=0.$

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\neq\int_a^b f(t)\mathrm{d}t.$ **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int_b^a f(t)\mathrm{d}t.$

Câu 5. **[2D3-1]** Giả sử $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và các số thực $a<b<c$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_b^c f(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x-\int_b^c f(x)\mathrm{d}x.$

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_b^a f(x)\mathrm{d}x+\int_a^c f(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $\int_a^b cf(x)\mathrm{d}x=-c\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 6. **[2D3-1]** Cho $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $\int_0^2\left[4f(x)-3\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 7. **[2D3-1]** Giả sử $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=37$ và $\int_9^0 g(x)\mathrm{d}x=16$. Khi đó, $I=\int_0^9\left[2f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=122.$ **B.** $I=58.$ **C.** $I=143.$ **D.** $I=26.$

Câu 8. **[2D3-1]** Nếu $b-a=2$ thì biểu thức $\int_a^b 2x\mathrm{d}x$ có giá trị bằng:

A. $-(b+a).$ **B.** $2(b+a).$ **C.** $b+a.$ **D.** $-2(b+a).$

Câu 9. **[2D3-1]** Tính $I=\int_0^1 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

A. $\mathrm{e}^2-1.$ **B.** $\mathrm{e}-1.$ **C.** $\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2}.$ **D.** $\mathrm{e}+\dfrac{1}{2}.$

Câu 10. [2D3-1] Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) + 2\sin x \right] \mathrm{d}x$.

A. $I = 7$. **B.** $I = 5 + \dfrac{\pi}{2}$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 5 + \pi$.

Câu 11. [2D3-1] Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int\limits_{-1}^{2} \left[x + 2f(x) - 3g(x) \right] \mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{11}{2}$. **B.** $I = \dfrac{17}{2}$. **C.** $I = \dfrac{5}{2}$. **D.** $I = \dfrac{7}{2}$.

Câu 12. [2D3-1] Tích phân $I = \int\limits_2^3 \dfrac{1}{x+1}\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\ln\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\ln\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $\ln\dfrac{3}{4}$.

Câu 13. [2D3-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K và a, b, c là ba số bất kỳ thuộc K. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\int\limits_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x$ với $c \in (a;b)$.

C. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(t)\mathrm{d}t$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 14. [2D3-1] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int\limits_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$

A. $I = 1$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = \dfrac{7}{2}$.

Câu 15. [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}\sin 3x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{3}\cos 3x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos 3x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -3\cos 3x + C$

Câu 16. [2D3-1] Giá trị của $\int_0^1 (3x+1)^3\,\mathrm{d}x$ là

A. 63. **B.** $\dfrac{170}{4}$. **C.** $\dfrac{85}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Câu 17. [2D3-1] Nếu $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_5^7 f(x)\mathrm{d}x = 9$ thì $\int\limits_2^7 f(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** −6.

Câu 18. [2D3-1] Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[2;\ 9]$. $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $[2;\ 9]$ và $F(2) = 5$; $F(9) = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int\limits_2^9 f(x)\mathrm{d}x = -1$. **B.** $\int\limits_2^9 f(x)\mathrm{d}x = -1$. **C.** $\int\limits_2^9 f(x)\mathrm{d}x = 1$. **D.** $\int\limits_2^9 f(x)\mathrm{d}x = 20$.

Câu 19. [2D3-1] Cho hai hàm số f, g liên tục trên đoạn $[a;b]$ và số thực k tùy ý. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int_a^b xf(x)\mathrm{d}x = x\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int_a^b kf(x)\mathrm{d}x = k\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int_a^b [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 20. [2D3-2] Cho các số thực $a<b<c$, $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x = 7$, $\int_c^b f(x)\mathrm{d}x = -2$. Khi đó $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-7}{2}$. **B.** -14. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 21. [2D3-2] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[0;10]$, thỏa mãn $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$ và $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P=4$. **B.** $P=2$. **C.** $P=10$. **D.** $P=3$.

Câu 22. [2D3-2] Cho $\int_{-2}^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$, $\int_{-2}^4 f(t)\mathrm{d}t = -4$. Tính $I = \int_2^4 f(y)\mathrm{d}y$.

A. $I=-5$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=3$. **D.** $I=5$.

Câu 23. [2D3-2]Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 4$, $\int_2^6 f(t)\mathrm{d}t = -3$. Khi đó $\int_0^2 [f(v)-3]\mathrm{d}v$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 24. [2D3-2]Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;4]$, $f(1)=1$ và $\int_1^4 f'(x)\mathrm{d}x = 2$. Giá trị $f(4)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 25. [2D3-2] Cho $\int_0^{\frac{1}{2}} x^n\mathrm{d}x = \frac{1}{64}$ và $\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{2x-1} = \ln m$, với n, m là các số nguyên dương. Khi đó:

A. $n>m$. **B.** $1<n+m<5$. **C.** $n<m$. **D.** $n=m$.

Câu 26. [2D3-2] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2016$, $\int_4^3 f(x)\mathrm{d}x = 2017$. Tính $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 4023$. **B.** $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 1$. **C.** $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = -1$. **D.** $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 0$.

Câu 27. [2D3-2]Cho $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^3 g(x)\mathrm{d}x = 1$. Tính $I = \int_1^3 [1008f(x)+2g(x)]\mathrm{d}x$.

A. $x=2017$. **B.** $x=2016$. **C.** $x=2019$. **D.** $x=2018$.

Câu 28. [2D3-2]Tích phân $\int\limits_0^{\ln 2}\dfrac{\mathrm{e}^{2x+1}+1}{\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x=\mathrm{e}+\dfrac{a}{b}$. Tính tích $a.b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 29. [2D3-2]Giả sử $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_0^5 f(z)\mathrm{d}z=9$. Tổng $\int\limits_1^3 f(t)\mathrm{d}t+\int\limits_3^5 f(t)\mathrm{d}t$ bằng

A. 12. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 30. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)=a\sin 2x-b\cos 2x$ thỏa mãn $f'\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-2$ và $\int\limits_a^b a\mathrm{d}x=3$. Tính tổng $a+b$ bằng:

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 31. [2D3-2] Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số liên tục trên đoạn $[2;6]$ và thỏa mãn $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=3$; $\int\limits_3^6 f(x)\mathrm{d}x=7$; $\int\limits_3^6 g(x)\mathrm{d}x=5$. Hãy tìm mệnh đề sai?

A. $\int\limits_3^6\left[3g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x=8$. **B.** $\int\limits_2^3\left[3f(x)-4\right]\mathrm{d}x=5$.

C. $\int\limits_2^{\ln e^6}\left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x=16$. **D.** $\int\limits_3^{\ln e^6}\left[4f(x)-2g(x)\right]\mathrm{d}x=16$.

Câu 32. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)=\int\limits_1^{\sqrt{x}}\left(4t^3-8t\right)\mathrm{d}t$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;6]$. Tính $M-m$.

A. 18. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 9.

Câu 33. [2D3-2] Cho $\int\limits_0^1\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=2$. **B.** $a-2b=0$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a+2b=0$.

Câu 34. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[2;3]$, $f(2)=1$ và $\int\limits_2^3 f'(x)\mathrm{d}x=2017$. Tính $f(3)$.

A. $f(3)=2016$. **B.** $f(3)=2017$. **C.** $f(3)=1$. **D.** $f(3)=2018$.

Câu 35. [2D3-2] Cho $\int\limits_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x=5$, $\int\limits_4^5 f(x)\mathrm{d}t=-2$ và $\int\limits_{-1}^4 g(x)\mathrm{d}u=\dfrac{1}{3}$. Tính $I=\int\limits_{-1}^4\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{8}{3}$. **B.** $I=\dfrac{10}{3}$. **C.** $I=\dfrac{22}{3}$. **D.** $I=\dfrac{-20}{3}$.

Câu 36. [2D3-2] Giả sử $\int\limits_1^5\dfrac{\mathrm{d}x}{2x-1}=\ln K$. Giá trị của K là

A. 9. **B.** 3. **C.** 81. **D.** 8.

Câu 37. [2D3-2] Cho $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$, $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=-4$, khi đó $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. −6. **B.** −2. **C.** 6. **D.** −8.

Câu 38. [2D3-2] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-2;1]$ và $f(-2)=3$, $f(1)=7$. Tính $I=\int_{-2}^{1} f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{7}{3}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=10$.

Câu 39. [2D3-2] Cho $\int_a^d f(x)\,\mathrm{d}x=5$; $\int_b^d f(x)\,\mathrm{d}x=2$ với $a<d<b$. Tính $I=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=3$. **B.** $I=0$. **C.** $I=7$. **D.** $I=-3$

Câu 40. [2D3-2] Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a}-\sqrt{b}+1=0$. Tính tích phân $I=\int_a^b \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}}$.

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=\frac{1}{2}$.

Câu 41. [2D3-2] Cho $a<b<c$, $\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x=5$ và $\int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Tính $\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x=-2$. **B.** $\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x=3$. **C.** $\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x=7$. **D.** $\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x=1$.

Câu 42. [2D3-2] Tính tích phân $\int_{4\pi}^{2017\pi} \sin x\mathrm{d}x$.

A. -2. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 43. [2D3-2] Tìm số thực a sao cho $\int_a^2 x^3\mathrm{d}x=2$

A. $a=\pm 2\sqrt[4]{2}$. **B.** $a=\pm 1$. **C.** $a=\pm 2\sqrt{2}$. **D.** $a=\pm\frac{2}{\sqrt[4]{2}}$.

Câu 44. [2D3-2] Giải phương trình $\int_0^x \mathrm{e}^t\mathrm{d}t=2^{2017}-1$

A. $x=2017\ln 2$. **B.** $x=\frac{2017}{\ln 2}$. **C.** $x=2017$. **D.** $x=2017$.

Câu 45. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;1]$, $f(0)=1$, $f(1)=-1$, tính $I=\int_1^0 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=0$.

Câu 46. [2D3-2] Tập hợp các giá trị của a thỏa mãn $\int_1^a (2x-3)\,\mathrm{d}x=0$ là

A. $\{1;2\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{1;-2\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 47. [2D3-2] Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x)+3g(x)]\,\mathrm{d}x=10$. $\int_1^3 [2f(x)-g(x)]\,\mathrm{d}x=6$. Tính $\int_1^3 [f(x)+g(x)]\,\mathrm{d}x$.

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 48. [2D3-2] Biết $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=10$, $\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int\limits_a^b\left(3f(x)-5g(x)\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-5$. **B.** $I=15$. **C.** $I=5$. **D.** $I=10$.

Câu 49. [2D3-2] Nếu $f(1)=12$, $f'(x)$ liên tục và $\int\limits_1^4 f'(x)\mathrm{d}x=17$. Giá trị của $f(4)$ bằng:

A. 29. **B.** 15. **C.** 5. **D.** 19.

Câu 50. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)=\ln\left|x+\sqrt{x^2+1}\right|$. Tính $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$

A. $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=\ln\sqrt{2}$. **B.** $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=\ln\left|1+\sqrt{2}\right|$.

C. $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=1+\ln\sqrt{2}$. **D.** $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x=2\ln 2$.

Câu 51. [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $[2;\,4]$. Biết $f'(2)=1$, $f'(4)=5$. Tính $I=\int\limits_2^4 f''(x)\mathrm{d}x$, kết quả là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 52. [2D3-2] Tính $I=\int\limits_0^2 \min\left(1;x^2\right)\mathrm{d}x$

A. $I=2$. **B.** $I=\dfrac{8}{3}$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\dfrac{4}{3}$.

Câu 53. [2D3-2] Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn $\int\limits_a^2 x^3\mathrm{d}x=2$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 54. [2D3-2] Cho $\int\limits_{-2}^2 f(x)\mathrm{d}x=1$, $\int\limits_{-2}^4 f(t)\mathrm{d}t=-4$. Tính $\mathrm{I}=\int\limits_2^4 f(y)\mathrm{d}y$.

A. $\mathrm{I}=-5$. **B.** $\mathrm{I}=5$. **C.** $\mathrm{I}=-3$. **D.** $\mathrm{I}=3$.

Câu 55. [2D3-2] Cho $\mathrm{I}=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x.\sin^2 x}=a+b\sqrt{3}$ với a,b là số thực. Tính giá trị của $a-b$.

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $-\dfrac{2}{3}$.

Câu 56. [2D3-2] Cho số thực m thoả mãn $\int\limits_1^e \dfrac{1+m\ln t}{t}\mathrm{d}t=0$, các giá trị tìm được của m thỏa mãn điều kiện nào sao đây?

A. $-5\le m\le 0$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $-6<m<-4$. **D.** $m<-2$.

Câu 57. [2D3-2] Tính tích phân $I=\int\limits_{-3}^0 \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Câu 58. **[2D3-2]** Biết $\int_2^3 \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = a\ln 2 - b\ln 3$, trong đó $a,b\in\mathbb{Q}$. Khi đó, a và b đồng thời là hai nghiệm của phương trình nào dưới đây?

A. $x^2-4x+3=0$. **B.** $x^2-2x+\frac{3}{4}=0$. **C.** $x^2-x-\frac{3}{4}=0$. **D.** $x^2-2x-3=0$.

Câu 59. **[2D3-2]** Trong các đẳng thức sau đẳng thức nào **sai**?

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x = \int_0^1 \mathrm{d}x$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t\mathrm{d}t$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin t\mathrm{d}t$.

D. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\mathrm{d}x = \frac{\sin^3 x}{x}\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$.

Câu 60. **[2D3-2]** Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x\cos x\mathrm{d}x$.

A. $I=-\frac{1}{7}$. **B.** $I=-\frac{1}{6}$. **C.** $I=\frac{1}{7}$. **D.** $I=\frac{1}{6}$.

Câu 61. **[2D3-2]** Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn: $\int_1^3 \left[f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x = 10$. $\int_1^3 \left[2f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x = 6$. Tính $\int_1^3 \left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 62. **[2D3-3]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ thỏa mãn: $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$, $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P=10$. **B.** $P=4$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-4$.

Câu 63. **[2D3-3]** Để hàm số $f(x)=a\sin\pi x+b$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì a và b nhận giá trị:

A. $a=\pi, b=0$. **B.** $a=\pi, b=2$. **C.** $a=2\pi, b=2$. **D.** $a=2\pi, b=3$.

Câu 64. **[2D3-3]** Tích phân $I = \int_0^2 \min\left(x^2, \sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$ có kết quả là:

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{2}-1}{3}$. **D.** 0.

Câu 65. **[2D3-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để bất phương trình sau đây nghiệm đúng với mọi giá trị thực của x: $\int_0^x \left(\frac{1}{2}t+2(a+1)\right)\mathrm{d}t \ge -1$.

A. $a\in\left[-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right]$. **B.** $a\in[0;1]$. **C.** $a\in[-2;-1]$. **D.** $a\le 0$.

Câu 66. [2D3-3] Tập hợp nghiệm của phương trình $\int_0^x \sin 2t\mathrm{d}t = 0$ (ẩn x) là

A. $k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **C.** $\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 67. [2D3-3] Cho $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x = 10$ và $\int_2^4 g(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $I = \int_2^4 \left[3f(x)-5\mathrm{g}(x)\right]\mathrm{d}x$

A. $I=5$. **B.** $I=15$. **C.** $I=-5$. **D.** $I=10$.

Câu 68. [2D3-3]Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 4$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[f(2x)-\sin x\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $2+\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $3-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $2-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 69. [2D3-3] Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2 & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 2-x & \text{khi } 1\le x\le 2\end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 70. [2D3-3] Tìm tất cả các tham số thực $m>1$ để phương trình $\int_0^m (2x-1)\mathrm{d}x = x^2-3x+4$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m>3$. **B.** $2<m<3$. **C.** $m>2$. **D.** $1<m<2$.

Câu 71. [2D3-3] Số các số nguyên $m\in(0;2017)$ thỏa mãn $\int_0^m \cos 2x\mathrm{d}x = 0$ là

A. 643. **B.** 1284. **C.** 1285. **D.** 642.

Câu 72. [2D3-3] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;2]$ thỏa mãn $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $\int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x = \ln 2$. Biết rằng $f(x)>0,\ \forall x\in[1;2]$. Tính $f(2)$.

A. $f(2)=-10$. **B.** $f(2)=20$. **C.** $f(2)=10$. **D.** $f(2)=-20$.

Câu 73. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=-\pi$, $\int_0^{2\pi} f'(x)\mathrm{d}x = 6\pi$. Tính $f(2\pi)$.

A. $f(2\pi)=6\pi$. **B.** $f(2\pi)=7\pi$. **C.** $f(2\pi)=5\pi$. **D.** $f(2\pi)=0$.

Câu 74. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-12$. **B.** $I=8$. **C.** $m=1$. **D.** $I=-8$.

Câu 75. **[2D3-1]** Cho tích phân $\int_0^1 \sqrt[3]{1-x}\mathrm{d}x$, với cách đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$ thì tích phân đã cho bằng với tích phân nào sau đây?

A. $3\int_0^1 t\mathrm{d}t$. **B.** $\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$. **C.** $3\int_0^1 t^2\mathrm{d}t$. **D.** $3\int_0^1 t^3\mathrm{d}t$.

Câu 76. **[2D3-1]** Cho tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{e}^{\sin^2 x}\sin x\cos^3 x\mathrm{d}x$. Nếu đổi biến số $t=\sin^2 x$ thì:

A. $I=\frac{1}{2}\left[\int_0^1 \mathrm{e}^t\mathrm{d}t+\int_0^1 t\mathrm{e}^t\mathrm{d}t\right]$. **B.** $I=\frac{1}{2}\left[\int_0^1 \mathrm{e}^t\mathrm{d}t-\int_0^1 t\mathrm{e}^t\mathrm{d}t\right]$.

C. $I=2\left[\int_0^1 \mathrm{e}^t\mathrm{d}t+\int_0^1 t\mathrm{e}^t\mathrm{d}t\right]$. **D.** $I=2\left[\int_0^1 \mathrm{e}^t\mathrm{d}t-\int_0^1 t\mathrm{e}^t\mathrm{d}t\right]$.

Câu 77. **[2D3-1]** Cho $f(x)=3^{\sqrt{x}}\frac{\ln 3}{\sqrt{x}}$. Hàm số nào dưới đây không là nguyên hàm của hàm số $f(x)$?

A. $F(x)=2\left(3^{\sqrt{x}}+1\right)+\mathrm{C}$. **B.** $F(x)=2.3^{\sqrt{x}}+\mathrm{C}$.

C. $F(x)=2\left(3^{\sqrt{x}}-1\right)+\mathrm{C}$. **D.** $F(x)=3^{\sqrt{x}}$.

Câu 78. **[2D3-1]** Tìm nguyên hàm $\int x\left(x^2+1\right)^9\mathrm{d}x$

A. $-\frac{1}{20}\left(x^2+1\right)^{10}+C$. **B.** $\frac{1}{20}\left(x^2+1\right)^{10}+C$. **C.** $\frac{1}{10}\left(x^2+1\right)^{10}+C$. **D.** $\left(x^2+1\right)^{10}+C$.

Câu 79. **[2D3-1]** Giả sử $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin 5x\mathrm{d}x=a+b\frac{\sqrt{2}}{2}(a,b\in\mathbb{Q})$. Khi đó tính giá trị của $a-b$.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{10}$. **D.** 0.

Câu 80. **[2D3-1]** Cho $I=\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính $I=\int_0^1 f(4x)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=4$. **D.** $I=2$.

Câu 81. **[2D3-2]** Trong các tích phân sau, tích phân nào không có cùng giá trị với $I=\int_1^2 x^3\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$?

A. $\frac{1}{2}\int_1^2 t\sqrt{t-1}\mathrm{d}t$. **B.** $\frac{1}{2}\int_1^4 t\sqrt{t-1}\mathrm{d}t$. **C.** $\int_0^{\sqrt{3}}\left(t^2+1\right)t^2\mathrm{d}t$. **D.** $\int_0^{\sqrt{3}}\left(x^2+1\right)x^2\mathrm{d}x$.

Câu 82. **[2D3-3]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=2$. **C.** $I=3$. **D.** $I=1$.

Câu 83. [2D3-3] Cho $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = a$. Tính $I = \int_0^1 x.f\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$ theo a.

A. $I = 2a$. **B.** $I = 4a$. **C.** $I = \frac{a}{2}$. **D.** $I = \frac{a}{4}$.

Câu 84. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^4 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int_{-1}^2 f(2x)\mathrm{d}x = 2$. **B.** $\int_{-3}^3 f(x+1)\mathrm{d}x = 2$. **C.** $\int_{-1}^2 f(2x)\mathrm{d}x = 1$. **D.** $\int_0^6 \frac{1}{2} f(x-2)\mathrm{d}x = 1$.

Câu 85. [2D3-3] Biết rằng $\int_0^1 3\mathrm{e}^{\sqrt{1+3x}}\mathrm{d}x = \frac{a}{5}\mathrm{e}^2 + \frac{b}{3}\mathrm{e} + c$ $(a,b,c \in \mathbb{Z})$. Tính $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

A. $T = 6$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 10$. **D.** $T = 5$.

Câu 86. [2D3-3] Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên R và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2017$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x \cos 2x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{2}{2017}$. **B.** $\frac{2017}{2}$. **C.** 2017. **D.** $-\frac{2017}{2}$.

Câu 87. [2D3-1] Tính tích phân $I = \int_0^1 x\left(1+x^2\right)^4\mathrm{d}x$?

A. $-\frac{31}{10}$. **B.** $\frac{30}{10}$. **C.** $\frac{31}{10}$. **D.** $\frac{32}{10}$.

Câu 88. [2D3-1] Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x\mathrm{d}x$ và $u = \sin x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \int_0^1 u^2\mathrm{d}u$. **B.** $I = 2\int_0^1 u\mathrm{d}u$. **C.** $I = -\int_{-1}^0 u^2\mathrm{d}u$. **D.** $I = -\int_0^1 u^2\mathrm{d}u$.

Câu 89. [2D3-2] Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} x\cos x\mathrm{d}x$.

A. $I = 2$. **B.** $I = -2$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = 1$.

Câu 90. [2D3-2] Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}\mathrm{d}x$, đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{2}{3}\int_1^e t^2\mathrm{d}t$. **B.** $I = \frac{2}{3}\int_1^2 t\mathrm{d}t$. **C.** $I = \frac{2}{3}\int_1^2 t^2\mathrm{d}t$. **D.** $I = \frac{2}{3}\int_1^e t\mathrm{d}t$.

Câu 91. [2D3-2] Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$ nếu đặt $t = \sqrt{x+1}$ thì I là

A. $I = \int_1^2 \left(t^2+t\right)\mathrm{d}t$. **B.** $I = \int_1^2 \left(2t^2+2t\right)\mathrm{d}t$. **C.** $I = \int_1^2 \left(t^2-t\right)\mathrm{d}t$. **D.** $I = \int_1^2 \left(2t^2-2t\right)\mathrm{d}t$.

Câu 92. **[2D3-2]** Xét tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin 2x\mathrm{d}x}{\sqrt{1+\cos x}}$. Nếu đặt $t=\sqrt{1+\cos x}$, ta được:

A. $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{1}\dfrac{4t^3-4t}{t}\mathrm{d}t$ **B.** $I=-4\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}\left(t^2-1\right)\mathrm{d}t$ **C.** $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{1}\dfrac{-4t^3+4t}{t}\mathrm{d}x$ **D.** $I=4\int\limits_{1}^{\sqrt{2}}\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x$

Câu 93. **[2D3-2]**Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4\sin x+1}.\cos x\mathrm{d}x$.

A. $3-\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}-1}{6}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}-1}{2}$. **D.** $3+\sqrt{3}$.

Câu 94. **[2D3-2]** (THPT Quốc Gia 2017) Cho $\int\limits_{0}^{6}f\left(x\right)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int\limits_{0}^{2}f\left(3x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=6.$ **B.** $I=36.$ **C.** $I=2.$ **D.** $I=4.$

Câu 95. **[2D3-2]** Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{\ln x}{x}$. Tính: $I=F\left(\mathrm{e}\right)-F\left(1\right)$?

A. $I=\dfrac{1}{2}.$ **B.** $I=\dfrac{1}{\mathrm{e}}.$ **C.** $I=1.$ **D.** $I=\mathrm{e}.$

Câu 96. **[2D3-2]** Cho $\int\limits_{0}^{2}f\left(2x\right)\mathrm{d}x=8$. Tính $I=\int\limits_{0}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=16.$ **B.** $I=4.$ **C.** $I=8.$ **D.** $I=24.$

Câu 97. **[2D3-2]** Tính tích phân $I=\int\limits_{1}^{2}x\left(1-x\right)^5\mathrm{d}x$

A. $I=-0,3$. **B.** $I=-\dfrac{13}{42}$. **C.** $I=-0,3095$. **D.** $I=-\dfrac{42}{13}$.

Câu 98. **[2D3-2]** Cho $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\sin^n x\cos x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{64}$. Khi đó n bằng

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 99. **[2D3-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm, liên tục trên khoảng $\left(a;b\right)$ thỏa mãn $f\left(a\right)=f\left(b\right)$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $\int\limits_{a}^{b}f'\left(x\right)\mathrm{e}^{f\left(x\right)}\mathrm{d}x>0$. **B.** $\int\limits_{a}^{b}f'\left(x\right)\mathrm{e}^{f\left(x\right)}\mathrm{d}x\neq 0$. **C.** $\int\limits_{a}^{b}f'\left(x\right)\mathrm{e}^{f\left(x\right)}\mathrm{d}x=0$. **D.** $\int\limits_{a}^{b}f'\left(x\right)\mathrm{e}^{f\left(x\right)}\mathrm{d}x<0$.

Câu 100. **[2D3-2]** Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{2}x^2\sqrt{x^3+1}\mathrm{d}x$.

A. $I=-\dfrac{16}{9}.$ **B.** $I=\dfrac{52}{9}.$ **C.** $I=\dfrac{16}{9}.$ **D.** $I=-\dfrac{52}{9}.$

Câu 101. **[2D3-2]** Cho $\int\limits_{0}^{1}f\left(4x\right)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_{0}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=1$. **C.** $I=4$. **D.** $I=16$.

Câu 102. [2D3-2] Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=16$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=32$. **B.** $I=8$. **C.** $I=16$. **D.** $I=4$.

Câu 103. [2D3-2] Biết $\int\limits_1^3 f(3x-1)\mathrm{d}x=20$. Khi đó giá trị $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ là

A. 20. **B.** 40. **C.** 10. **D.** 60.

Câu 104. [2D3-2] Biết rằng $\int\limits_1^{\mathrm{e}} \frac{\left(\sqrt{1+3\ln x}\right)\ln x}{x}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$, trong đó a, b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $P=a-b$.

A. –19. **B.** –18. **C.** –2. **D.** –21.

Câu 105. [2D3-2] Nếu $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^n x.\cos x\mathrm{d}x=\frac{1}{64}$ thì n bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 106. [2D3-2] Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=-1$. Khi đó $I=\int\limits_0^1 f(4x)\mathrm{d}x$ bằng:

A. $I=\frac{1}{4}$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=\frac{-1}{4}$. **D.** $I=\frac{-1}{2}$.

Câu 107. [2D3-2] Cho $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(3x+1)\mathrm{d}x$.

A. $I=9$. **B.** $I=3$. **C.** $I=1$. **D.** $I=27$.

Câu 108. [2D3-2] Cho $\int\limits_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính $\int\limits_0^3 f(3x)\mathrm{d}x$

A. $\int\limits_0^3 f(3x)\mathrm{d}x=1$. **B.** $\int\limits_0^3 f(3x)\mathrm{d}x=-3$. **C.** $\int\limits_0^3 f(3x)\mathrm{d}x=3$. **D.** $\int\limits_0^3 f(3x)\mathrm{d}x=27$.

Câu 109. [2D3-2] Cho $I=\int\limits_1^2 x\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$ và $t=\sqrt{4-x^2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $I=\sqrt{3}$. **B.** $I=\frac{t^2}{2}\Big|_0^{\sqrt{3}}$. **C.** $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}} t^2\mathrm{d}t$. **D.** $I=\frac{t^3}{3}\Big|_0^{\sqrt{3}}$.

Câu 110. [2D3-2] Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=2\int\limits_0^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int\limits_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int\limits_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$.

Câu 111. [2D3-2] Cho $\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1}=a+b\ln\frac{1+\mathrm{e}}{2}$, với a,b là các số hữu tỉ. Tính $S=a^3+b^3$.

A. $S=2$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=1$.

Câu 112. **[2D3-2]** Tính $I=\int\limits_0^{\mathrm{e}} x\sqrt{\mathrm{e}+x^2}\mathrm{d}x$ được kết quả:

A. $\left(\mathrm{e}+\mathrm{e}^2\right)\sqrt{\mathrm{e}+\mathrm{e}^2}-\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}$.

B. $\mathrm{e}^2\sqrt{\mathrm{e}+\mathrm{e}^2}-\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}$.

C. $\frac{1}{3}\left[\left(\mathrm{e}+\mathrm{e}^2\right)\sqrt{\mathrm{e}+\mathrm{e}^2}-\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}\right]$.

D. $\frac{1}{3}\left(\mathrm{e}^2\sqrt{\mathrm{e}+\mathrm{e}^2}-\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}\right)$.

Câu 113. **[2D3-2]** Kết quả phép tính tích phân $\int\limits_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}$ có dạng $I=a\ln 3+b\ln 5\ (a,b\in\mathbb{Z})$. Khi đó $a^2+ab+3b^2$ có giá trị là

A. 4.

B. 5.

C. 1.

D. 0.

Câu 114. **[2D3-2]** Bài toán tích phân $\int\limits_1^{\mathrm{e}} \frac{\sqrt{\ln x+1}.\ln x}{x}\mathrm{d}x$ được một học sinh giải theo ba bước sau:

I. Đặt ẩn phụ $t=\ln x+1$, suy ra $\mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$ và $x=1\Rightarrow t=1; x=e\Rightarrow t=2$.

II. $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}} \frac{\sqrt{\ln x+1}.\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 \sqrt{t}\left(t-1\right)\mathrm{d}t$.

III. $I=\int\limits_1^2 \sqrt{t}\left(t-1\right)\mathrm{d}t=\left(\sqrt{t^5}-\frac{2}{\sqrt{t}}\right)\Big|_1^2=1+3\sqrt{2}$.

Học sinh này giải đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Bài giải đúng.

B. Sai ở bước III.

C. Sai từ bước II.

D. Sai từ bước I.

Câu 115. **[2D3-3]** Biết $I=\int\limits_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}-5}\mathrm{d}x=a+b\ln 2$ với a,b là số nguyên. Tính $S=a+b$.

A. $S=3$.

B. $S=-3$.

C. $\mathrm{S}=5$.

D. $\mathrm{S}=7$.

Câu 116. **[2D3-3]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_1^9 \frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\sin x\right)\cos x\mathrm{d}x=2$. Tích phân $I=\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=2$.

B. $I=6$.

C. $I=4$.

D. $I=10$.

Câu 117. **[2D3-3]** Giả sử $I=\int\limits_1^{64} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}=a\ln\frac{2}{3}+b$ với a,b là số nguyên. Khi đó giá trị $a-b$ là

A. -17.

B. 5.

C. -5.

D. 17.

Câu 118. **[2D3-3]**Tính $\int \frac{\left(x^2+x\right)\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x$

A. $F\left(x\right)=x\mathrm{e}^x+1+\ln\left|x\mathrm{e}^x+1\right|+C$.

B. $F\left(x\right)=x\mathrm{e}^x-\ln\left|x\mathrm{e}^x+1\right|+C$.

C. $F\left(x\right)=x\mathrm{e}^x+1-\ln\left|x\mathrm{e}^{-x}+1\right|+C$.

D. $F\left(x\right)=\mathrm{e}^x+1+\ln\left|x\mathrm{e}^x+1\right|+C$.

Câu 119. **[2D3-3]** Khi đổi biến $x=\sqrt{3}\tan t$, tích phân $I=\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+3}$ trở thành tích phân nào?

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{3}\mathrm{d}t$.

B. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{d}t$.

C. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{3}t\mathrm{d}t$.

D. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t}\mathrm{d}t$.

Câu 120. [2D3-3] Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{e^x}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ và $I=\displaystyle\int_1^3 \dfrac{e^{3x}}{x}\mathrm{d}x$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $I=F(3)-F(1)$. **B.** $I=F(6)-F(3)$. **C.** $I=F(9)-F(3)$. **D.** $I=F(4)-F(2)$.

Câu 121. [2D3-3] Có bao nhiêu số $a\in(0;20\pi)$ sao cho $\displaystyle\int_0^a \sin^5 x\sin 2x\mathrm{d}x=\frac{2}{7}$.

A. 20. **B.** 19. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 122. [2D3-3] Cho biết $\displaystyle\int_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x=15$. Tính giá trị của $P=\displaystyle\int_0^2 \left[f(5-3x)+7\right]\mathrm{d}x$

A. $P=15$. **B.** $P=37$. **C.** $P=27$. **D.** $P=19$.

Câu 123. [2D3-3] Biết $\displaystyle\int_1^2 x\sqrt{x+1}\mathrm{d}x=a\sqrt{3}+b\sqrt{2}$. Tính $S=a+b$.

A. $S=\dfrac{4}{3}$. **B.** $S=\dfrac{13}{15}$. **C.** $S=-\dfrac{8}{15}$. **D.** $S=-\dfrac{1}{15}$.

Câu 124. [2D3-3] Biết $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\left(a-\sqrt{b}\right)$, với a,b là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $a=2b$. **B.** $a<b$. **C.** $a=b$. **D.** $a=3b$.

Câu 125. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;+\infty)$ và $\displaystyle\int_0^3 f\left(\sqrt{x+1}\right)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\displaystyle\int_1^2 x.f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=4$. **C.** $I=16$. **D.** $I=2$.

Câu 126. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(2)=2$ và $f(4)=2018$. Tính $I=\displaystyle\int_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-1008$. **B.** $I=2018$. **C.** $I=1008$. **D.** $I=-2018$.

Câu 127. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\displaystyle\int_0^{2017} f(x)\mathrm{d}x=1$. Tính $\displaystyle\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x$.

A. $\displaystyle\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x=2017$. **B.** $\displaystyle\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x=0$.

C. $\displaystyle\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x=1$. **D.** $\displaystyle\int_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2017}$.

Câu 128. [2D3-3] Cho f là hàm số liên tục trên $[a;b]$ thỏa $\displaystyle\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=7$. Tính $I=\displaystyle\int_a^b f(a+b-x)\mathrm{d}x$

A. $I=7$. **B.** $I=a+b-7$. **C.** $I=7-a-b$. **D.** $I=a+b+7$.

Câu 129. [2D3-3] Giá trị của $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\int_n^{n+1}\frac{\mathrm{d}x}{1+e^x}$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** e. **D.** 0.

Câu 130. **[2D3-3]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{27} f(x)\mathrm{d}x = 81$. Tính $I = \int_0^3 f(9x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 3$. **B.** $I = 81$. **C.** $I = 27$. **D.** $I = 9$.

Câu 131. **[2D3-3]** Nếu $\int_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x)\sin 4x\mathrm{d}x$ bằng:

A. 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 132. **[2D3-4]** Giá trị của $\lim\limits_{n\to+\infty} \int_n^{n+1} \dfrac{1}{1+\mathrm{e}^x}\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** e. **D.** 0.

Câu 133. **[2D3-4]** Có bao nhiêu giá trị của a trong đoạn $\left[\dfrac{\pi}{4};2\pi\right]$ thỏa mãn $\int_0^a \dfrac{\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\mathrm{d}x = \dfrac{2}{3}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 134. **[2D3-1]** Tích phân $\int_0^1 \dfrac{2\mathrm{d}x}{3-2x} = \ln a$. Giá trị của a bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 135. **[2D3-1]** Tích phân $I = \int_1^e \dfrac{1}{x+3}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\ln\left(\dfrac{3+\mathrm{e}}{4}\right)$. **B.** $\ln(\mathrm{e}-2)$. **C.** $\ln(\mathrm{e}-7)$. **D.** $\ln\left[4(\mathrm{e}+3)\right]$.

Câu 136. **[2D3-1]** Biết $I = \int_0^1 \dfrac{2x+3}{2-x}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b$, $(a,b\in\mathbb{Q})$. Khi đó: $a+2b$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 137. **[2D3-1]** Tính tích phân $I = \int_1^2 \left(\dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = 2\mathrm{e} + \dfrac{1}{2}$. **B.** $I = 2\ln 2 - \dfrac{1}{2}$. **C.** $I = 2\ln 2$. **D.** $I = 0$.

Câu 138. **[2D3-1]** Giả sử tích phân $\int_1^5 \dfrac{\mathrm{d}x}{2x-1} = \ln M$. Khi đó, giá trị của M là

A. 9. **B.** 3. **C.** 81. **D.** 8.

Câu 139. **[2D3-1]** Tính $\int_0^1 \dfrac{3x^2}{x^3+1}\mathrm{d}x$. Kết quả là

A. $\ln 2$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 5$. **D.** $\ln 7$.

Câu 140. **[2D3-1]** Biết $\int_0^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{3x-1} = \dfrac{1}{a}\ln b$ thì a^2+b là:

A. 12. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 14.

Câu 141. **[2D3-2]** Giả sử $\int_0^2 \dfrac{x-1}{x^2+4x+3}\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 3$; $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính $P = ab$.

A. $P = 8$. **B.** $P = -6$. **C.** $P = -4$. **D.** $P = -5$.

Câu 142. [2D3-2] Xét tích phân $A=\int_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+x^2}$. Giá trị của e^A bằng?

A. 12. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 143. [2D3-2] Tích phân $\mathrm{I}=\int_0^1 \frac{x}{(x+1)^3}\mathrm{d}x$ có giá trị là:

A. $-\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 144. [2D3-2] Đặt $I=\int_0^a \frac{x^3+x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$. Ta có:

A. $I=\left(a^2+1\right)\sqrt{a^2+1}-1$. **B.** $I=\frac{1}{3}\left[\left(a^2+1\right)\sqrt{a^2+1}+1\right]$.

C. $I=\left(a^2+1\right)\sqrt{a^2+1}+1$. **D.** $I=\frac{1}{3}\left[\left(a^2+1\right)\sqrt{a^2+1}-1\right]$.

Câu 145. [2D3-2] Giả sử $I=\int_{-1}^0 \frac{3x^2+5x-1}{x-2}\mathrm{d}x=a.\ln\frac{2}{3}+b$. Khi đó giá trị $a+2b$ là:

A. 30. **B.** 40. **C.** 50. **D.** 60.

Câu 146. [2D3-2] Tính $\int_1^4 \frac{\mathrm{d}x}{x\left(1+\sqrt{x}\right)}$. Kết quả là

A. $\ln\frac{4}{3}$. **B.** $2\ln\frac{4}{3}$. **C.** $3\ln\frac{4}{3}$. **D.** $4\ln\frac{4}{3}$.

Câu 147. [2D3-2] Tính $\int_1^2 \frac{x^2+2\ln x}{x}\mathrm{d}x$. Kết quả là

A. $\frac{3}{2}+\ln^2 2$. **B.** $\frac{3}{2}-\ln^2 2$. **C.** $\frac{1}{2}+\ln^2 2$. **D.** $\frac{3}{2}+\ln 2$.

Câu 148. [2D3-2] Biết $\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-5x+6}=a\ln 2+b\ln 3$, với a, b là các số nguyên. Tính $S=a+b$

A. $S=-3$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=1$. **D.** $S=0$.

Câu 149. [2D3-2] Biết $\int_2^3 \frac{x^2-3x+2}{x^2-x+1}\mathrm{d}x=a\ln 7+b\ln 3+c$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}$. Tính $T=a+2b^2+3c^3$.

A. $T=4$. **B.** $T=6$. **C.** $T=3$. **D.** $T=5$.

Câu 150. [2D3-2] Biết $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1}\mathrm{d}x=a+\ln b$. Gọi $S=2a+b$, giá trị của S thuộc khoảng nào sau đây?

A. $S\in(8;10)$. **B.** $S\in(6;8)$. **C.** $S\in(4;6)$. **D.** $S\in(2;4)$.

Câu 151. [2D3-2] Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9}\mathrm{d}x=3\ln\frac{a}{b}-\frac{5}{6}$, trong đó a,b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính ab ta được kết quả.

A. $ab=-5$. **B.** $ab=27$. **C.** $ab=6$. **D.** $ab=12$.

Câu 152. [2D3-2] Biết $\int_1^{\mathrm{e}} \frac{1}{x^3+x}\mathrm{d}x = a\ln\left(\mathrm{e}^2+1\right)+b\ln 2+c$, với a,b,c là các số hữu tỉ. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=0$. **D.** $S=2$.

Câu 153. [2D3-2] Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9}\mathrm{d}x = 3\ln\frac{a}{b}-\frac{5}{6}$, trong đó a, b nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính ab.

A. $ab=-5$. **B.** $ab=\frac{5}{4}$. **C.** $ab=12$. **D.** $ab=6$.

Câu 154. [2D3-3]Cho tích phân: $I=\int_0^2 \frac{1}{x^2+4}\mathrm{d}x = \frac{\pi}{b}+c$. Tính $b; c\in\mathbb{Z}; b\neq 0$.

A. 5. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 155. [2D3-3]Tính tích phân: $I=\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}}$ được kết quả $I=a\ln 3+b\ln 5$. Tổng $a+b$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 156. [2D3-3] Biết $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+4x+7}\mathrm{d}x = a\ln\sqrt{12}+b\ln\sqrt{7}$, với a,b là các số nguyên. Tính tổng $a+b$ bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 157. [2D3-3] Biết rằng $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x}\mathrm{d}x = a\ln 5+b\ln 2$ $(a,\,b\in\mathbb{Z})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=0$. **B.** $2a-b=0$. **C.** $a-b=0$. **D.** $a+b=0$.

Câu 158. [2D3-3]Biết $I=\int_1^5 \frac{2|x-2|+1}{x}\mathrm{d}x = 4+a\ln 2+b\ln 5$, với a, b là các số nguyên. Tính $S=a-b$.

A. $S=9$. **B.** $S=11$. **C.** $S=5$. **D.** $S=-3$.

Câu 159. [2D3-3]Tính tích phân $I=\int_0^1 \frac{5-2x}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x$.

A. $9\ln 3-16\ln 2$. **B.** $16\ln 2-9\ln 3$. **C.** $16\ln 2+9\ln 3$. **D.** $9\ln 3-6\ln 2$.

Câu 160. [2D3-3] Cho $\int_2^3 \frac{\mathrm{d}x}{-2x^2+3x-1} = a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$ (a,b,c là các số nguyên). Tính $Q=2a+b^2+2^c$.

A. $Q=1$. **B.** $Q=-1$. **C.** $Q=\frac{7}{2}$. **D.** $Q=-\frac{7}{2}$.

Câu 161. [2D3-3] Cho $\int_1^3 \frac{2x^2+x+2}{(x+1)^2}.\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \frac{a}{b}.\mathrm{e}^3-\frac{c}{d}.\mathrm{e}$ (trong đó $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ phân số tối giản). Tính $F=a^2+b^2+c^2+d^2$.

A. $F=45$. **B.** $F=47$. **C.** $F=46$. **D.** $F=48$.

Câu 162. [2D3-3] Biết $\int_1^2 \frac{x^2}{x^2-7x+12}\mathrm{d}x = 1+a\ln 2+b\ln 3, (a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{Z})$, tổng $a+b$ có giá trị bằng

A. -9. **B.** 41. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 163. [2D3-3] Biết $I=\int\limits_3^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=6$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=0$.

Câu 164. [2D3-3] Giả sử tích phân $I=\int\limits_1^5 \dfrac{1}{1+\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x=a+b.\ln 3+c.\ln 5$ $(a,b,c\in\mathbb{Z})$. Lúc đó:

A. $a+b+c=\dfrac{4}{3}$. **B.** $a+b+c=\dfrac{5}{3}$. **C.** $a+b+c=\dfrac{7}{3}$. **D.** $a+b+c=\dfrac{8}{3}$.

Câu 165. [2D3-3] Tính $I=\int\limits_0^1 \dfrac{2x^2+5x-2}{x^3+2x^2-4x-8}\mathrm{d}x$

A. $I=\dfrac{1}{6}+\ln 12$. **B.** $I=\dfrac{1}{6}+\ln\dfrac{3}{4}$. **C.** $I=\dfrac{1}{6}-\ln 3+2\ln 2$. **D.** $I=\dfrac{1}{6}-\ln\dfrac{3}{4}$.

Câu 166. [2D3-3] Cho $\int\limits_2^3 \dfrac{x^2+1}{x^2\left(x^2-1\right)}\mathrm{d}x=\ln a-\dfrac{1}{6},\left(a\in\mathbb{Q}\right)$. Tính $2a$

A. 3. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 6. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 167. [2D3-3] Biết $\int\limits_1^2 \dfrac{x\mathrm{d}x}{(x+1)(2x+1)}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=2$.

Câu 168. [2D3-3] Cho tích phân $\int\limits_2^3 \dfrac{1}{x^3+x^2}\mathrm{d}x=a\ln 3+b\ln 2+c$ với a, b, $c\in\mathbb{Q}$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $S=-\dfrac{7}{6}$. **C.** $S=\dfrac{2}{3}$. **D.** $S=\dfrac{7}{6}$.

Câu 169. [2D3-3] Biết $\int\limits_0^1 \dfrac{x^3}{x^2+1}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{a+1}\ln 2$. Tính a.

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=0$.

Câu 170. [2D3-4]Tìm tất cả các số thực m dương thỏa mãn $\int\limits_0^m \dfrac{x^2\mathrm{d}x}{x+1}=\ln 2-\dfrac{1}{2}$:

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m>3$.

Câu 171. [2D3-4] Tính tích phân $\int\limits_1^{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3}} \dfrac{-4x^4+x^2-3}{x^4+1}\mathrm{d}x=\dfrac{\sqrt{2}}{8}\left(a\sqrt{3}+b+c\pi\right)+4$. Với a, b, c là các số nguyên. Khi đó biểu thức $a+b^2+c^4$ có giá trị bằng

A. 20. **B.** 241. **C.** 196. **D.** 48.

Câu 172. [2D3-1] Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\pi} \dfrac{\sin x\mathrm{d}x}{\sqrt{1-2\alpha\cos x+\alpha^2}}$ (với $\alpha>1$) thì giá trị của I bằng:

A. 2. **B.** $\dfrac{\alpha}{2}$. **C.** 2α. **D.** $\dfrac{2}{\alpha}$.

Câu 173. **[2D3-1]** Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x.\cos x\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=1$. **C.** $I=\frac{1}{3}$. **D.** $I=\frac{\pi^3}{24}$.

Câu 174. **[2D3-2]** Cho biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x=a\pi+b\ln 2$ với a và b là các số hữu tỉ. Khi đó $\frac{a}{b}$ bằng:

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 175. **[2D3-3]** Cho các tích phân $I=\int\limits_0^{\alpha}\frac{1}{1+\tan x}\mathrm{d}x$ và $J=\int\limits_0^{\alpha}\frac{\sin x}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}x$ với $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$, khẳng định **sai** là:

A. $I=\int\limits_0^{\alpha}\frac{\cos x}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}x$. **B.** $I-J=\ln\left|\sin\alpha+\cos\alpha\right|$

C. $I=\ln\left|1+\tan\alpha\right|$. **D.** $I+J=\alpha$.

Câu 176. **[2D3-3]** Cho biết $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}xf\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$. Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f\left(\sin x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=2$. **B.** $I=\frac{\pi}{3}$. **C.** $I=\frac{1}{2}$. **D.** $I=1$.

Câu 177. **[2D3-3]** Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\left(\sin x\right)^2-5\sin x+6}\mathrm{d}x=a\ln\frac{4}{c}+b$, với a,b là các số hữu tỉ, $c>0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=3$. **B.** $S=4$. **C.** $S=0$. **D.** $S=1$.

Câu 178. **[2D3-3]** Biết rằng $\int\limits_0^{1}x\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\left(a\sin 2+b\cos 2+c\right)$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $2a+b+c=-1$. **B.** $a+2b+c=0$. **C.** $a-b+c=0$. **D.** $a+b+c=1$.

Câu 179. **[2D3-3]** Xét tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos x}}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\sqrt{1+\cos x}$, ta được:

A. $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{1}\frac{4t^3-4t}{t}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{1}\frac{-4t^3+4t}{t}\mathrm{d}t$. **C.** $I=4\int\limits_1^{\sqrt{2}}\left(t^2-1\right)\mathrm{d}t$. **D.** $I=-4\int\limits_1^{\sqrt{2}}\left(t^2-1\right)\mathrm{d}t$.

Câu 180. **[2D3-1]** Biết rằng tích phân $\int\limits_0^{1}\left(2x+1\right)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=a+b.\mathrm{e}$ với $a,b\in\mathbb{Z}$, tích ab bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** -15. **D.** 20.

Câu 181. **[2D3-2]** Biết $\int\limits_0^{2}\mathrm{e}^x\left(2x+\mathrm{e}^x\right)\mathrm{d}x=a.\mathrm{e}^4+b.\mathrm{e}^2+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=2$. **B.** $S=-4$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=4$.

Câu 182. [2D3-2]Tích phân $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}(x-1)\ln x\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=\dfrac{\mathrm{e}^2+3}{4}$. **B.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{4}$. **C.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}$. **D.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^2-3}{4}$.

Câu 183. [2D3-2] Đặt $I_k=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\ln\dfrac{k}{x}\mathrm{d}x$. k nguyên dương. Ta có $I_k<\mathrm{e}-2$ khi:

A. $k\in\{1;2\}$. **B.** $k\in\{2;3\}$. **C.** $k\in\{4;1\}$. **D.** $k\in\{3;4\}$.

Câu 184. [2D3-2] Tích phân $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}x^2\ln x\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\dfrac{2\mathrm{e}^2+3}{3}$. **B.** $\dfrac{2\mathrm{e}^3+1}{9}$. **C.** $\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}$. **D.** $\dfrac{3\mathrm{e}^3+2}{8}$.

Câu 185. [2D3-2] Cho $I=\int\limits_0^1 x\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=a\mathrm{e}^2+b$ (a,b là các số hữu tỷ). Khi đó tổng $a+b$ là

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 186. [2D3-2] Nếu $\int\limits_0^a x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=1$ thì giá trị của a bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** e.

Câu 187. [2D3-2] Xét tích phân $I=\int\limits_0^1\left(2x^2-4\right)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $u=2x^2-4$, $v'=\mathrm{e}^{2x}$, ta được tích phân $I=\phi(x)\big|_0^1-\int\limits_0^1 2x\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$, trong đó:

A. $\phi(x)=\left(2x^2-4\right)\mathrm{e}^{2x}$. **B.** $\phi(x)=\left(x^2-2\right)\mathrm{e}^{2x}$.

C. $\phi(x)=\left(x^2-2\right)\mathrm{e}^{x}$. **D.** $\phi(x)=\dfrac{1}{2}\left(2x^2-4\right)\mathrm{e}^{x}$.

Câu 188. [2D3-2] Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(x-1)\sin 2x\mathrm{d}x$. Tìm đẳng thức đúng

A. $I=-(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$. **B.** $I=-(x-1)\cos 2x-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

C. $I=-\dfrac{1}{2}(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\dfrac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$. **D.** $I=-\dfrac{1}{2}(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

Câu 189. [2D3-2] Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\ln 2}xe^{-2x}\mathrm{d}x$

A. $I=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{4}{3}-\dfrac{\ln 2}{2}\right)$. **B.** $I=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{\ln 2}{2}\right)$.

C. $I=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{\ln 2}{2}\right)$. **D.** $I=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{4}{3}-\dfrac{\ln 2}{3}\right)$.

Câu 190. [2D3-2] Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x.\mathrm{e}^{2x}$ là:

A. $F(x)=2\mathrm{e}^{2x}(x-2)+C$.
B. $F(x)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}(x-2)+C$.
C. $F(x)=\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C$.
D. $F(x)=2\mathrm{e}^{2x}\left(x-\frac{1}{2}\right)+C$.

Câu 191. [2D3-2] Tích phân $I=\int_1^{\mathrm{e}} x\ln x\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{\mathrm{e}^2-1}{4}$.
B. $I=\frac{\mathrm{e}^2-2}{2}$.
C. $\frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$.
D. $I=\frac{1}{2}$.

Câu 192. [2D3-2] Tính tích phân $I=\int_1^2 x^2\ln x\mathrm{d}x$

A. $\frac{8}{3}\ln 2-\frac{7}{9}$.
B. $\frac{8}{3}\ln 2-\frac{7}{3}$.
C. $24\ln 2-7$.
D. $8\ln 2-\frac{7}{3}$.

Câu 193. [2D3-2] Tính $\int_0^{\pi} x(1+\cos x)\mathrm{d}x$. Kết quả là

A. $\frac{\pi^2}{2}-2$.
B. $\frac{\pi^2}{3}+3$.
C. $\frac{\pi^2}{3}-3$.
D. $\frac{\pi^2}{2}+2$.

Câu 194. [2D3-2] Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}}(x+\sin^2 x)\cos x\mathrm{d}x$. Kết quả là

A. $\frac{\pi}{2}+\frac{2}{3}$.
B. $\frac{\pi}{3}+\frac{2}{3}$.
C. $\frac{\pi}{3}-\frac{2}{3}$.
D. $\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3}$.

Câu 195. [2D3-2] Tính tích phân $I=\int_4^5(x+1)\ln(x-3)\mathrm{d}x$?

A. $10\ln 2-\frac{19}{4}$.
B. $10\ln 2+\frac{19}{4}$.
C. $10\ln 2$.
D. $\frac{19}{4}-10\ln 2$.

Câu 196. [2D3-2] Cho hàm số $G(x)=\int_0^{x^2}\cos\sqrt{t}\mathrm{d}t$. Đạo hàm của hàm số $G(x)$ là.

A. $G'(x)=2x\cos|x|$.
B. $G'(x)=2x\cos x$.
C. $G'(x)=x\cos x$.
D. $G'(x)=2x\sin x$.

Câu 197. [2D3-2] Nếu $\int_0^a x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=1$ thì giá trị của a bằng

A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. e.

Câu 198. [2D3-2] Tìm nguyên hàm $I=\int(2x-1)\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x$.

A. $I=-(2x+1)\mathrm{e}^{-x}+C$.
B. $I=-(2x-1)\mathrm{e}^{-x}+C$.
C. $I=-(2x+3)\mathrm{e}^{-x}+C$.
D. $I=-(2x-3)\mathrm{e}^{-x}+C$.

Câu 199. [2D3-2] Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+x)\cos 2x\mathrm{d}x=\frac{1}{a}+\frac{\pi}{b}$ (a, b là các số nguyên khác 0). Giá trị của tích ab bằng

A. 32.
B. 2.
C. 4.
D. 12.

Câu 200. [2D3-2] Cho $0<a<\dfrac{\pi}{2}$ và $\int\limits_0^a x\tan x\mathrm{d}x=m$. Tính $I=\int\limits_0^a\left(\dfrac{x}{\cos x}\right)^2\mathrm{d}x$ theo a và m.

A. $I=a\tan a-2m$. **B.** $I=-a^2\tan a+m$. **C.** $I=a^2\tan a-2m$. **D.** $I=a^2\tan a-m$.

Câu 201. [2D3-2] Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\pi}x^2\cos x\mathrm{d}x$ và $u=x^2$, $\mathrm{d}v=\cos x\mathrm{d}x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}-2\int\limits_0^{\pi}x\sin x\mathrm{d}x$. **B.** $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}-\int\limits_0^{\pi}x\sin x\mathrm{d}x$.

C. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}+\int\limits_0^{\pi}x\sin x\mathrm{d}x$. **D.** $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}+2\int\limits_0^{\pi}x\sin x\mathrm{d}x$.

Câu 202. [2D3-2] Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 3x.\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{3\mathrm{e}^2+3}{16}$. **B.** $I=\dfrac{2\mathrm{e}^2+2}{9}$. **C.** $I=\dfrac{3\mathrm{e}^2+3}{4}$. **D.** $I=\dfrac{\mathrm{e}^2+2}{3}$.

Câu 203. [2D3-2] Tính tích phân $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\dfrac{\ln^2 x}{x}\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{6}$. **B.** $I=\dfrac{1}{8}$. **C.** $I=\dfrac{1}{3}$. **D.** $I=\dfrac{1}{4}$.

Câu 204. [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_0^1 x.f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. 13. **B.** 12. **C.** 20. **D.** 7.

Câu 205. [2D3-3] Kết quả của phép tính tích phân $\int\limits_0^1\ln(2x+1)\mathrm{d}x$ được biểu diễn dạng $a.\ln 3+b$, khi đó giá trị của tích ab^3 bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Câu 206. [2D3-3] Cho hàm số $y=f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên đoạn $[1;2]$, $F(2)=1$ và $\int\limits_1^2 F(x)\mathrm{d}x=5$. Tính tích phân $I=\int\limits_1^2(x-1)f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=-3$. **B.** $I=6$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=1$.

Câu 207. [2D3-3] Biết $\int\limits_2^3\ln(x^3-3x+2)\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 2+c$, với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $S=a.b+c$

A. $S=60$. **B.** $S=-23$. **C.** $S=12$. **D.** $S=-2$.

Câu 208. [2D3-3] Giả sử $\int\limits_1^2\dfrac{4\ln x+1}{x}\mathrm{d}x=a\ln^2 2+b\ln 2$, với a, b là các số hữu tỷ. Khi đó, tổng $4a+b$ bằng:

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 209. **[2D3-3]** Có bao nhiêu số nguyên dương n sao cho $n\ln n-\int_1^n \ln x\mathrm{d}x$ có giá trị không vượt quá 2017?

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 4034. **D.** 4036.

Câu 210. **[2D3-3]** Kết quả tích phân $I=\int_0^1 (2x+3)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$ được viết dưới dạng $I=a\mathrm{e}+b$ với a, b là các số hữu tỉ. Tìm khẳng định đúng.

A. $a^3+b^3=28$. **B.** $a+2b=1$. **C.** $a-b=2$. **D.** $ab=3$.

Câu 211. **[2D3-3]**Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x=a\pi+b\ln 2$, với a, b là các số thực. Tính $16a-8b$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 212. **[2D3-3]**Tính tích phân $I=\int_1^{\mathrm{e}} x\ln^2 x\mathrm{d}x$

A. e^2-1. **B.** $\frac{\mathrm{e}^2-1}{4}$. **C.** $\frac{\mathrm{e}^2+1}{4}$. **D.** $\frac{\mathrm{e}^2-1}{2}$.

Câu 213. **[2D3-3]** Biết $I=\int_0^4 x\ln(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\ln 3-c$, trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=60$. **B.** $S=70$. **C.** $S=72$. **D.** $S=68$.

Câu 214. **[2D3-3]** Tính giá trị của $K=\int_0^1 x\ln(1+x^2)\mathrm{d}x$.

A. $K=\ln 2-\frac{1}{4}$. **B.** $K=\ln 2-\frac{1}{2}$. **C.** $K=\ln 2+\frac{1}{2}$. **D.** $K=-\ln 2+\frac{1}{2}$.

Câu 215. **[2D3-3]** Giả sử tích phân $\int_0^1 x.\ln(2x+1)^{2017}\mathrm{d}x=a+\frac{b}{c}\ln 3$. Với phân số $\frac{b}{c}$ tối giản. Lúc đó

A. $b+c=6057$. **B.** $b+c=6059$. **C.** $b+c=6058$. **D.** $b+c=6056$.

Câu 216. **[2D3-3]** Giả sử $\int_1^2 (2x-1)\ln x\mathrm{d}x=a\ln 2+b,(a;b\in\mathbb{Q})$. Khi đó $a+b$?

A. $\frac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 217. **[2D3-3]** Với các số nguyên a,b thỏa mãn $\int_1^2 (2x+1)\ln x\mathrm{d}x=a+\frac{3}{2}+\ln b$. Tính tổng $P=a+b$.

A. $P=27$. **B.** $P=28$. **C.** $P=60$. **D.** $P=61$.

Câu 218. **[2D3-3]** Kết quả tích phân $I=\int_0^1 (2x+3)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$ được viết dưới dạng $I=ae+b$. với a,b là các số hữu tỉ. Tìm khẳng định đúng.

A. $a-b=2$ **B.** $a^3+b^3=28$. **C.** $ab=3$. **D.** $a+2b=1$.

Câu 219. **[2D3-3]** Cho hàm số $f(x)=\ln^2 x$. Tính $I=\int_1^{\mathrm{e}} g(x)\mathrm{d}x$, với $g(x)$ là đạo hàm cấp 2 của $f(x)$

A. $I=\frac{2}{\mathrm{e}}$. **B.** $I=1$. **C.** $I=\mathrm{e}-1$. **D.** $I=\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 220. [2D3-3] Tính $K=\int\limits_{-3}^{\mathrm{e}-4}(x+4)\ln(x+4)\,\mathrm{d}x$

A. $K=\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{4}$. **B.** $K=\dfrac{\mathrm{e}^2-2}{2}$. **C.** $K=\dfrac{1}{2}$. **D.** $K=\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}$.

Câu 221. [2D3-3] Cho hàm số $g(x)=\int\limits_{\sqrt{x}}^{x^2}\sqrt{t}\sin t\,\mathrm{d}t$ xác định với mọi $x>0$. Tính $g'(x)$ được kết quả

A. $g'(x)=x^2\sin(x^2)-\dfrac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt[4]{x}}$. **B.** $g'(x)=2x^2\sin(x^2)-\dfrac{\sin(\sqrt{x})}{2\sqrt[4]{x}}$.

C. $g'(x)=2x^2\sin(x^2)-\dfrac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt[4]{x}}$. **D.** $g'(x)=x^2\sin(x^2)-\dfrac{\sin(\sqrt{x})}{2\sqrt[4]{x}}$.

Câu 222. [2D3-3] Giả sử hàm số f có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thoả mãn điều kiện $f(1)=6$, $\int\limits_0^1 xf'(x)\,\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$ bằng:

A. 1. **B.** -1. **C.** 11. **D.** 3.

Câu 223. [2D3-2] Tính tích phân $I=\int\limits_1^2\left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\dfrac{1}{6}$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

Câu 224. [2D3-2] Tích phân $\int\limits_0^1\left(\left|3x-1\right|-2\left|x\right|\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{7}{6}$. **B.** $-\dfrac{1}{6}$. **C.** $-\dfrac{11}{6}$. **D.** 0.

Câu 225. [2D3-2] Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và $\int\limits_{-2}^0 f(x)\,\mathrm{d}x=a$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=-a.$ **B.** $\int\limits_{-2}^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2a.$ **C.** $\int\limits_{-2}^2 f(x)\,\mathrm{d}x=0.$ **D.** $\int\limits_0^{-2} f(x)\,\mathrm{d}x=a.$

Câu 226. [2D3-2] Cho $f(x)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\int\limits_{-3}^0 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. Chọn mệnh đề đúng

A. $\int\limits_{-3}^3 f(x)\,\mathrm{d}x=2$. **B.** $\int\limits_{-3}^3 f(x)\,\mathrm{d}x=4$. **C.** $\int\limits_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x=-2$. **D.** $\int\limits_3^0 f(x)\,\mathrm{d}x=2.$

Câu 227. [2D3-2] Tích phân $I=\int\limits_{-2}^2\dfrac{x^{2016}}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** $\dfrac{2^{2018}}{2017}$. **C.** $\dfrac{2^{2017}}{2017}$. **D.** $\dfrac{2^{2018}}{2018}$.

Câu 228. [2D3-3] Cho $y=f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6;6]$. Biết rằng $\int\limits_{-1}^2 f(x)\,\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_1^3 f(-2x)\,\mathrm{d}x=3$. Tính $\int\limits_{-1}^6 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=11$. **B.** $I=5$. **C.** $I=2$. **D.** $I=14$.

Câu 229. **[2D3-3]** Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}x^{2017}\sqrt{x^2+2017}\mathrm{d}x$.

A. 0. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 230. **[2D3-4]** Biết $\int\limits_{-a}^{a}\frac{x^2}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x=9$, trong đó $a\in\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+\frac{1}{a}$.

A. $T=-\frac{10}{3}$. **B.** $T=\frac{5}{2}$. **C.** $T=0$. **D.** $T=\frac{10}{3}$.

Câu 231. **[2D3-4]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x},\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Tính $I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-6$. **B.** $I=0$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=6$.

Câu 232. **[2D3-2]** Cho $\int\limits_{-1}^{5}f(x)\mathrm{d}x=5$, $\int\limits_{4}^{5}f(t)\mathrm{d}t=-2$ và $\int\limits_{-1}^{4}g(u)\mathrm{d}u=\frac{1}{3}$. Tính $\int\limits_{-1}^{4}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{22}{3}$. **D.** $\frac{-20}{3}$.

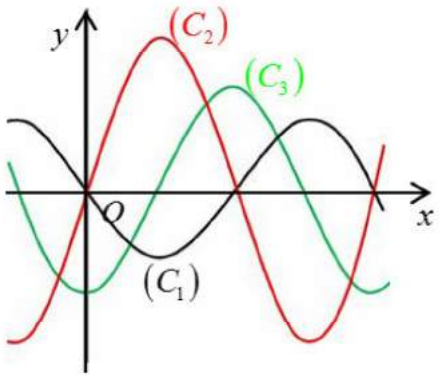
Câu 233. **[2D3-2]** Cho $\int\limits_{0}^{x^2}f(t)\mathrm{d}t=x.\cos(\pi x)$. Tính giá trị của $f(4)$.

A. $f(4)=1$. **B.** $f(4)=\frac{1}{4}$. **C.** $f(4)=-\frac{1}{4}$. **D.** $f(4)=\frac{1}{2}$.

Câu 234. **[2D3-3]** Cho hàm số $G(x)=\int\limits_{0}^{x^2}\cos\sqrt{t}\mathrm{d}t$. Đạo hàm của $G(x)$ là

A. $G'(x)=2x\cos|x|$. **B.** $G'(x)=2x\cos x$. **C.** $G'(x)=x\cos x$. **D.** $G'(x)=2x\sin x$.

Câu 235. **[2D3-4]** Cho đồ thị của ba hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=\int\limits_{0}^{x}f(t)\mathrm{d}t$ ở hình dưới. Xác định xem (C_1), (C_2), (C_3) tương ứng là đồ thị hàm số nào?



A. $y=f'(x), y=f(x), y=\int\limits_{0}^{x}f(t)\mathrm{d}t$. **B.** $y=f(x), y=\int\limits_{0}^{x}f(t)\mathrm{d}t, y=f'(x)$.

C. $y=f(x), y=\int\limits_{0}^{x}f(t)\mathrm{d}t, y=f'(x)$. **D.** $y=\int\limits_{0}^{x}f(t)\mathrm{d}t, y=f'(x), y=f(x)$.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	C	C	C	B	D	B	C	A	B	A	B	A	B	C	C	A	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	A	B	D	C	D	B	C	C	D	C	D	D	C	B	A	B	A	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	C	D	A	B	A	C	C	A	B	C	D	D	A	A	A	C	B	D	C
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
D	B	B	C	A	A	A	C	B	C	B	B	C	D	D	B	D	B	D	B
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A	A	C	A	C	B	C	A	B	C	D	D	B	D	A	A	B	C	C	B
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
D	B	D	A	A	C	B	C	B	C	C	C	B	B	B	C	C	B	B	C
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
D	D	A	A	D	C	D	A	D	D	D	D	B	B	A	C	B	B	C	D
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
B	B	D	D	B	B	A	C	A	D	D	A	C	B	D	D	D	B	B	A
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
C	C	B	A	B	A	B	D	A	C	B	D	C	C	C	D	B	C	C	A
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
D	D	A	B	D	B	B	C	C	C	C	A	A	D	A	A	B	A	A	C
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
A	C	C	D	D	C	B	D	B	B	A	B	B	B	B	D	C	D	A	D
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235					
B	A	C	B	B	B	C	D	A	D	D	C	B	B	D					

Tài liệu phát hành miễn phí

MỤC LỤC

Vấn đề 2. TÍCH PHÂN 1

Dạng 1: Tính tích phân bằng định nghĩa 1

Dạng 2: Tính tích phân bằng cách sử dụng tính chất của tích phân 4

Dạng 3: Tính tích phân thông qua tính diện tích hình phẳng 5

Dạng 4: Tính tích phân hàm đa thức bằng phương pháp phân tích 7

Dạng 5: Tính tích phân hàm lượng giác bằng phương pháp phân tích 8

Dạng 6: Tính tích phân hàm hữu tỉ 10

Dạng 7: Tính tích phân hàm chứa dấu trị tuyệt đối Tích phân min, max 14

Dạng 8: Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến 16

Dạng 9: Tính tích phân bằng phương pháp tích phân từng phần 29

Dạng 10: Những bài tích phân tính được bằng nhiều phương pháp 34

Dạng 11: Chứng minh đẳng thức, bất đẳng thức tích phân 36

Dạng 12: Tích phân truy hồi 41

Dạng 13: Hàm số dưới dạng tích phân 42

BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 1 43

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 1 48

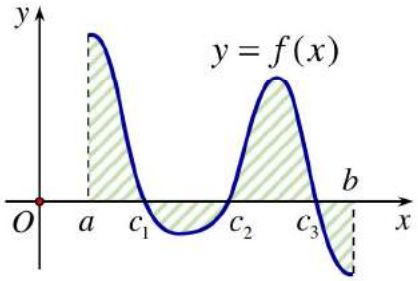
BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 73

MỤC LỤC 74

Vấn đề 3. ỨNG DỤNG NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

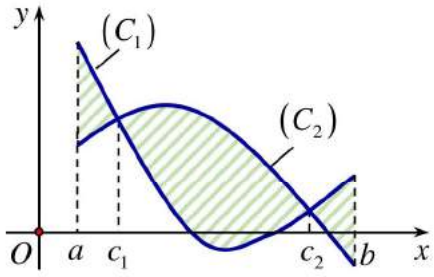
Dạng 1. DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$:



$$(H):\begin{cases} y=f(x) \\ y=0 \\ x=a \\ x=b \end{cases} \qquad \boxed{S=\int_a^b |f(x)|\,dx}$$

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C_1): y=f_1(x)$, $(C_2): y=f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$:



$$(H):\begin{cases} (C_1): y=f_1(x) \\ (C_2): y=f_2(x) \\ x=a \\ x=b \end{cases} \qquad \boxed{S=\int_a^b |f_1(x)-f_2(x)|\,dx}$$

✍ **Chú ý:**

- ✓ Nếu trên đoạn $[a;b]$, hàm số $f(x)$ không đổi dấu thì: $\int_a^b |f(x)|\,dx = \left|\int_a^b f(x)\,dx\right|$.
- ✓ Nắm vững cách tính tích phân của hàm số có chứa giá trị tuyệt đối.
- ✓ Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=g(y)$, $x=h(y)$ và hai đường thẳng $y=c$, $y=d$ được tính theo công thức: $S=\int_c^d |g(y)-h(y)|\,dy$.

Dạng 1.1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C_1): y=f(x)$ và $(C_2): y=g(x)$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Giải phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2). Phương trình này cho hai nghiệm $x=a$, $x=b$. (Giả sử $a<b$).
- Diện tích hình phẳng cần tính là: $S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx = \left|\int_a^b [f(x)-g(x)]\,dx\right|$ (đvdt)

✍ **Chú ý**: Khi $(C_2): y=0$ thì $S=\int_a^b |f(x)|\,dx$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = \dfrac{\ln^2 x - \ln x}{x}$ và trục hoành.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(P_1): y = x^2 - 2x$ và $(P_2): y = -x^2 + 4x$.

Bài 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường: $(P): y = x^2 + 2$ và $d: 4 - x$.

Bài 3. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường: $(P): y = x^2 + 2x$ và $d: x - y + 2 = 0$.

Bài 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = x(x-1)^2$ và trục hoành.

Bài 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = \dfrac{x^2 + 3x + 2}{x}$ và trục hoành.

Bài 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = (x-2)\ln x$ và trục Ox.

Bài 7. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = x\sqrt{x+1}$ và trục hoành.

Dạng 1.2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C_1): x = f(y)$ và $(C_2): x = g(y)$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Giải phương trình tung độ giao điểm của (C_1) và (C_2). Phương trình này cho hai nghiệm $y = a$, $y = b$. (Giả sử $a < b$).
- Diện tích hình phẳng cần tính là: $S = \int_a^b \left| f(y) - g(y) \right| \mathrm{d}y = \left| \int_a^b \left[f(y) - g(y) \right] \mathrm{d}y \right|$ (đvdt)

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 3. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y^2 - x - y = 0$ và đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường: $(P): y^2 + x - 5 = 0$ và $d: x + y - 3 = 0$.

Bài 9. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường: $(P): y^2 - 2y + x = 0$ và $d: x + y = 0$.

Bài 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường: $(P): y^2 = 2x + 1 = 0$ và $d: y = x - 1$.

Bài 11. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường: $(C): y = x^3$ và $(P): y^2 = x$.

Dạng 1.3: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C_1): y = f(x)$, $(C_2): y = g(x)$ và đường thẳng $x = a$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Giải phương trình tung độ giao điểm của (C_1) và (C_2). Phương trình này cho một nghiệm $x = b$. (Giả sử $a < b$).
- Diện tích hình phẳng cần tính là: $S = \int_a^b \left| f(x) - g(x) \right| \mathrm{d}x = \left| \int_a^b \left[f(x) - g(x) \right] \mathrm{d}x \right|$ (đvdt)

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = \dfrac{x-1}{x+1}$ và hai trục tọa độ.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = \ln x$, trục hoành và đường thẳng $x = \mathrm{e}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 12. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = \dfrac{x-2}{x+1}$ và hai trục tọa độ.

Bài 13. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = \mathrm{e}^x$ và hai đường thẳng $y = 1$, $x = 1$.

Bài 14. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $(C_1): y = \mathrm{e}^x$, $(C_2): y = \mathrm{e}^{-x}$ và đường thẳng $x = 1$.

Bài 15. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = (x-1)\mathrm{e}^x$ và hai trục tọa độ.

Dạng 1.4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C_1): x = f(y)$, $(C_2): x = g(y)$ và đường thẳng $y = b$

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Giải phương trình tung độ giao điểm của (C_1) và (C_2). Phương trình này cho hai nghiệm $y = b$. (Giả sử $a < b$).
- Diện tích hình phẳng cần tính là: $S = \int_a^b \left| f(y) - g(y) \right| \mathrm{d}y = \left| \int_a^b \left[f(y) - g(y) \right] \mathrm{d}y \right|$ (đvdt)

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(P): x = y^2 + 1$ và hai đường thẳng $x - 2y = 0$, $y = 0$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 16. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y^2 = 2x$ và hai đường thẳng $2x + 2y + 1 = 0$, $y = 0$.

Bài 17. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = \sqrt{x}$ và hai đường thẳng $x + y - 2 = 0$, $y = 0$.

Dạng 1.5: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C_1): y = f(x)$, $(C_2): y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $y = b$ ($a < b$)

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ Diện tích cần tính là $S = \int_a^b \left| f(x) - g(x) \right| dx$ (đvdt)

- Nếu phương trình $f(x) = g(x)$ vô nghiệm trên $[a;b]$ thì

$$S = \int_a^b \left| f(x) - g(x) \right| dx = \left| \int_a^b \left[f(x) - g(x) \right] dx \right|$$

- Nếu phương trình $f(x) = g(x)$ có nghiệm $x = c$ trên $[a;b]$ thì

$$S = \int_a^b \left| f(x) - g(x) \right| dx = \left| \int_a^c \left[f(x) - g(x) \right] dx \right| + \left| \int_c^b \left[f(x) - g(x) \right] dx \right|$$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 7. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(P): y = x^2 - x + 1$, $d: y = x - 3$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 18. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $(P_1): y=2x^2-2x$, $(P_2): y=x^2+3x-6$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=4$.

Bài 19. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C): y=e^x$, $d: y=-2$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$.

Bài 20. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C): y=\sin^2 x$, $d: y=2$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$.

Bài 21. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C): y=x^3$, $d: y=0$ và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$.

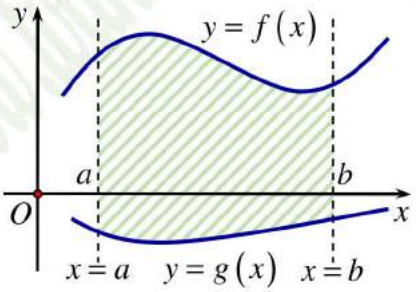
Bài 22. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $(C): y=\ln x$, $d: y=0$ và hai đường thẳng $x=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$, $x=\mathrm{e}$.

Dạng 1.6: Dùng đồ thị để tính diện tích

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

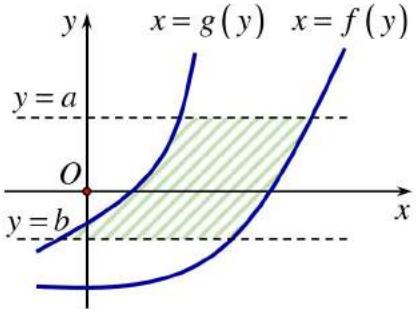
Bài toán 1: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1): y=f(x)$, $(C_2): y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ được xác định công thức $\boxed{S=\int_a^b \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x}$.

(*Lấy trên trừ dưới*)



Bài toán 2: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1): x=f(y)$, $(C_2): x=g(y)$ và hai đường thẳng $y=a$, $y=b$ $(a<b)$ được xác định công thức $\boxed{S=\int_a^b \left[f(y)-g(y)\right]\mathrm{d}y}$.

(*Lấy phải trừ trái*)

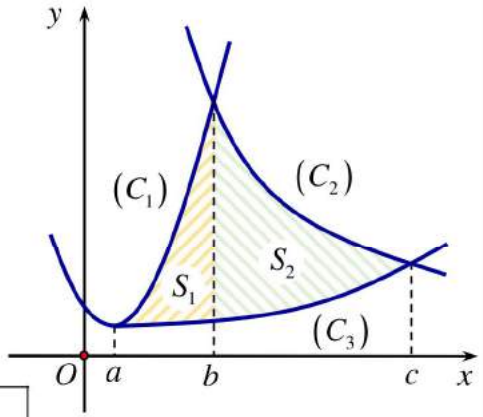


Bài toán 3: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1): y=f(x)$, $(C_2): y=g(x)$ và $(C_3): y=h(x)$.

Phương pháp:

- **Bước 1:** Lần lượt vẽ tìm giao điểm của (C_1), (C_2) và (C_3).
- **Bước 2:** Phân chia hình ban đầu thành các hình nhỏ như ở bài toán 1 hoặc bài toán 2.

$$\boxed{S=S_1+S_2=\int_a^b \left[f(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x+\int_b^c \left[g(x)-h(x)\right]\mathrm{d}x}$$



B. TOÁN MẪU

Ví dụ 9. Cho hàm số: $y=\dfrac{x+1}{x-2}$:

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), đường tiệm cận ngang và hai đường thẳng $x=3,\ x=4$.

c) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), Ox, Oy và đường thẳng $x=-3$.

d) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), đường tiệm cận ngang, Ox, Oy và đường thẳng $x=-3$.

e) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), đường tiệm cận đứng và hai đường thẳng $y=2,\ y=4$.

Ví dụ 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = x^2 - 4x + 5$ và hai tiếp tuyến của (P) tại các điểm $A(1;2)$ và $B(4;5)$ nằm trên parabol.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 23. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và đường thẳng $y = 3$.

Bài 24. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

Bài 25. Cho hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), Ox, Oy và đường thẳng $x = 2$.

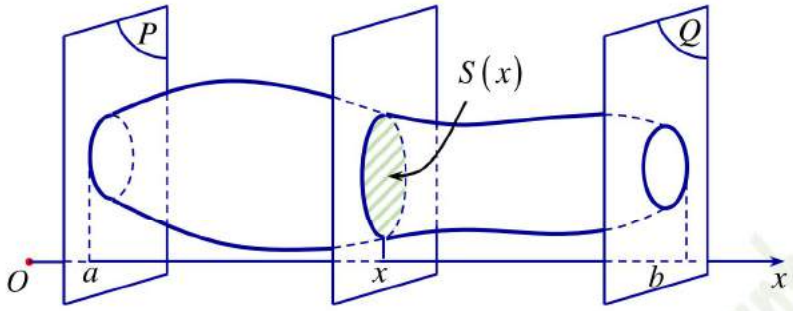
c) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục tung và hai đường thẳng $y = -5$, $y = -3$.

Dạng 2. THỂ TÍCH

Dạng 2.1: Thể tích vật thể

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b; $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x, $(a \le x \le b)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$.



$$V_B = \int_a^b S(x)\,dx$$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 11. Tính thể tích vật thể có đáy là một tam giác cho bởi $y = x$, $y = 0$ và $x = 1$. Mỗi thiết diện vuông góc với trục Ox là một hình vuông.

.....

.....

.....

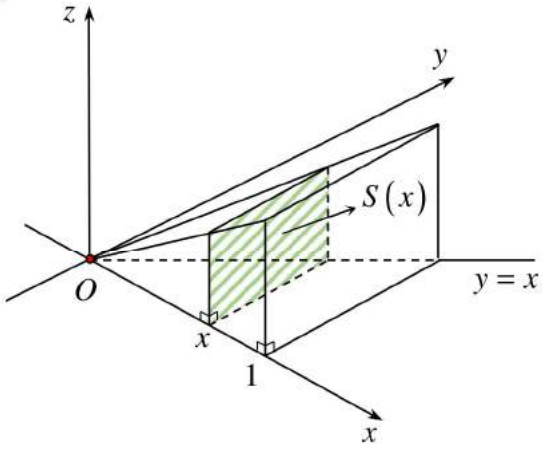
.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 12. Tính thể tích vật thể có đáy là một hình tròn giới hạn bởi $x^2 + y^2 = 1$. Mỗi thiết diện vuông góc với trục Ox là một hình vuông.

.....

.....

.....

.....

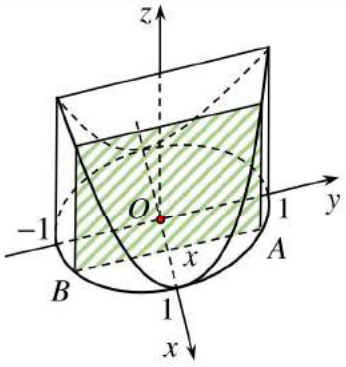
.....

.....

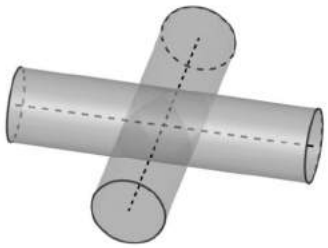
.....

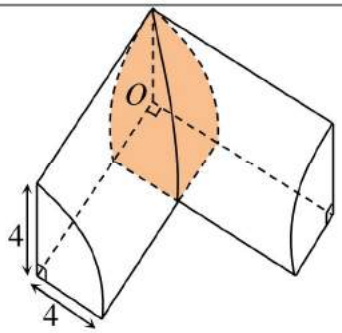
.....

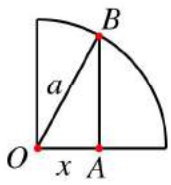
.....

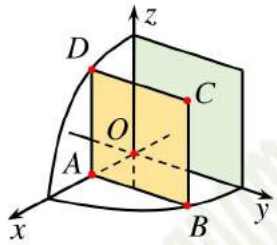


Ví dụ 13. Cho hai mặt trụ có cùng bán kính bằng 4 được đặt lồng vào nhau như hình vẽ. Tính thể tích phần chung của chúng biết hai trục của hai mặt trụ vuông góc và cắt nhau.









.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

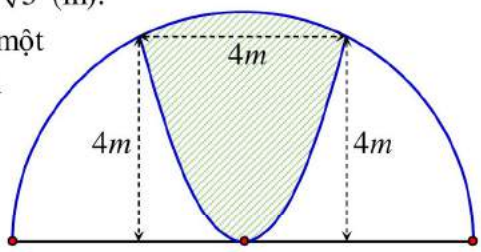
.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 26. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}$ (m). Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng bằng 4 (m), phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100.000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên phần đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



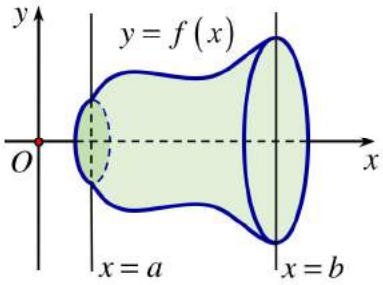
Bài 27. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (0\le x\le 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

Bài 28. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=1$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (-1\le x\le 1)$ là một hình vuông cạnh là $2\sqrt{1-x^2}$.

Dạng 2.2: Thể tích khối tròn xoay

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

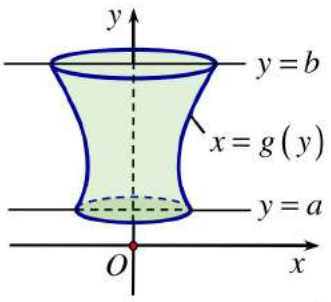
Bài toán 1: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$ $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ quanh trục Ox:



$$\begin{cases} y=f(x) \\ y=0 \\ x=a \\ x=b \end{cases}$$

$$V=\pi\int_a^b\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x$$

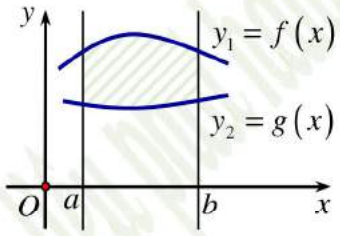
Bài toán 2: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=g(y)$, $x=0$ $y=a$, $y=b$ $(a<b)$ quanh trục Oy:



$$\begin{cases} x=g(y) \\ x=0 \\ y=a \\ y=b \end{cases}$$

$$V=\pi\int_a^b\left[g(y)\right]^2\mathrm{d}y$$

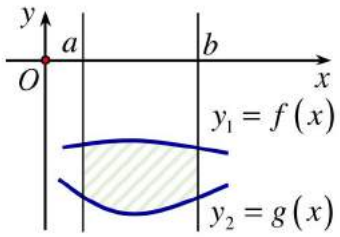
Bài toán 3: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y_1=f(x)$, $y_2=g(x)$, $x=a$, $x=b$ (với $a<b$ và $0\le y_2\le y_1, \forall x\in[a;b]$) quanh trục Ox:



$$\begin{cases} y_1=f(x) \\ y_2=g(x) \\ x=a \\ x=b \end{cases}$$

$$V=\pi\int_a^b\left|\left[f(x)\right]^2-\left[g(x)\right]^2\right|\mathrm{d}x$$

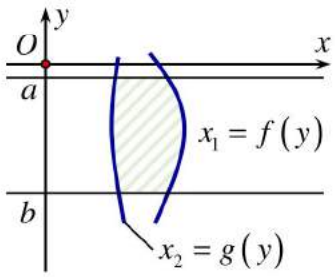
Bài toán 4: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y_1=f(x)$, $y_2=g(x)$, $x=a$, $x=b$ (với $a<b$ và $y_2\le y_1\le 0, \forall x\in[a;b]$) quanh trục Ox:



$$\begin{cases} y_1=f(x) \\ y_2=g(x) \\ x=a \\ x=b \end{cases}$$

$$V=\pi\int_a^b\left|\left[g(x)\right]^2-\left[f(x)\right]^2\right|\mathrm{d}x$$

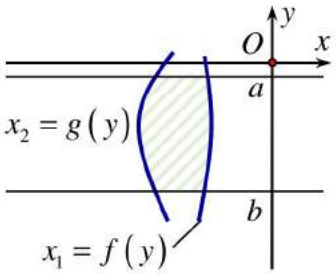
Bài toán 5: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x_1 = f(y)$, $x_2 = g(y)$, $y = a$, $y = b$ (với $a < b$ và $0 \le x_2 \le x_1, \forall y \in [a;b]$) quanh trục Oy:



$$\begin{cases} x_1 = f(y) \\ x_2 = g(y) \\ y = a \\ y = b \end{cases}$$

$$V = \pi \int_a^b \left| [f(y)]^2 - [g(y)]^2 \right| dy$$

Bài toán 6: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x_1 = f(y)$, $x_2 = g(y)$, $y = a$, $y = b$ (với $a < b$ và $x_2 \le x_1 \le 0, \forall y \in [a;b]$) quanh trục Oy:



$$\begin{cases} x_1 = f(y) \\ x_2 = g(y) \\ y = a \\ y = b \end{cases}$$

$$V = \pi \int_a^b \left| [g(y)]^2 - [f(y)]^2 \right| dy$$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 14. Cho miền D được giới hạn bởi hai đường: $x^2 + y - 5 = 0$, $x + y - 3 = 0$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên do D quay quanh trục Ox.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 15. Cho miền D được giới hạn bởi các đường: $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$, $y = 0$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên do D quay quanh trục Oy.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 29. Cho miền D được giới hạn bởi hai đường $y=(x-2)^2$ và $y=4$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên do D quay quanh: a) Trục Ox b) Trục Oy.

Bài 30. Cho miền D được giới hạn bởi hai đường $y=4-x^2$, $y=x^2+2$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên do D quay quanh trục Ox.

Bài 31. Cho miền D được giới hạn bởi các đường $y=2x^2$ và $y=2x+4$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên do D quay quanh trục Ox.

Bài 32. Cho miền D được giới hạn bởi các đường $y=x^{\frac{1}{2}}\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$, $x=1$, $x=2$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên do D quay quanh trục Ox.

Bài 33. Cho miền D được giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, $y=0$, $x=1$, $x=\mathrm{e}$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên do D quay quanh trục Ox.

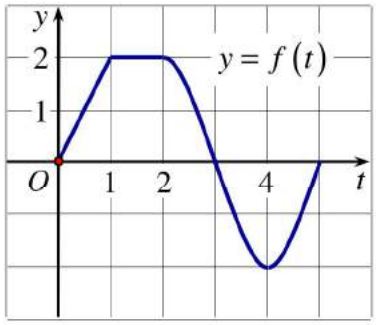
Dạng 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÌM KHOẢNG ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ TỪ ĐÓ PHÁC HỌA ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Xem dạng 3 vấn đề 2: TÍCH PHÂN.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 16. Nếu f là hàm số có đồ thị được biểu diễn trong hình bên dưới và $g(x)=\int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$.



a) Tìm các giá trị $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$, $g(3)$, $g(4)$ và $g(5)$.

b) Dự đoán sự biến thiên của hàm số g.

c) Phác họa đồ thị g.

.....

.....

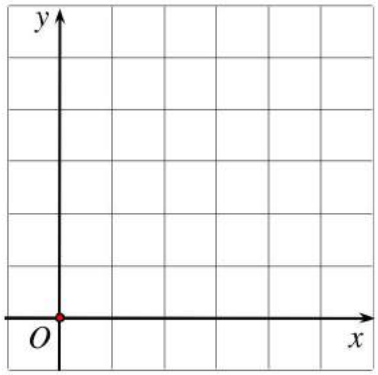
.....

.....

.....

.....

.....



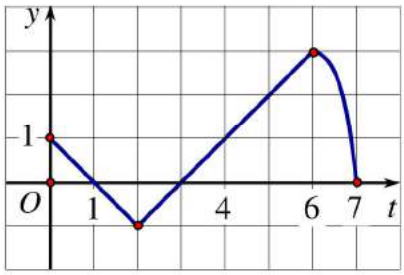
.....

.....

.....

.....

Ví dụ 17. Cho $g(x)=\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$, trong đó f là hàm số mà đồ thị của nó được biểu diễn như hình bên.

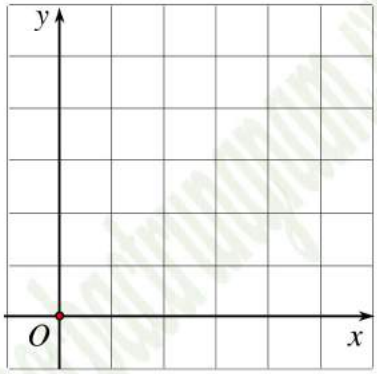


a) Tìm $g(x)$ với $x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$.

b) Ước tính $g(7)$.

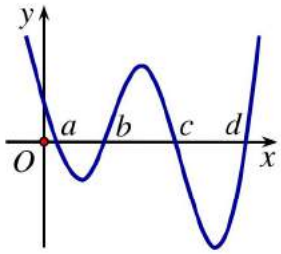
c) g có giá trị lớn nhất ở đâu? Giá trị nhỏ nhất ở đâu?

d) Phác họa đồ thị của g.



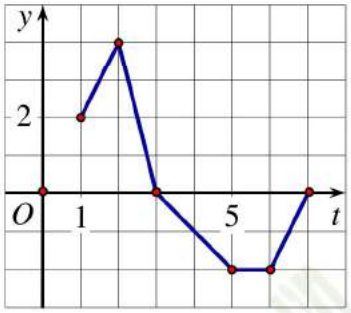
Ví dụ 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ cắt trục hoành tại điểm $a,\ b,\ c,\ d$ (hình bên).

So sánh $f(a),\ f(b),\ f(c),\ f(d)$.



C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 34. Cho $g(x)=\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$, trong đó f là hàm số mà đồ thị của nó được biểu diễn như hình bên.

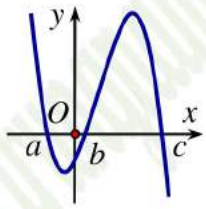


a) Tính $g(0)$, $g(1)$, $g(2)$, $g(3)$ và $g(6)$.

b) g có giá trị lớn nhất ở đâu? Giá trị nhỏ nhất ở đâu?

c) Phác họa đồ thị của g.

Bài 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a<b<c$ như hình vẽ bên.



So sánh $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$.

Dạng 4. SỬ DỤNG TÍCH PHÂN TRONG CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC CỦA C_n^k

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ Công thức khai triển nhị thức Newton:

$$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b^1+\ldots+C_n^ka^{n-k}b^k+\ldots+C_n^{n-1}ab^{n-1}+C_n^nb^n$$

$$(a-b)^n=(-1)^k\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n-C_n^1a^{n-1}b^1+\ldots+(-1)^kC_n^ka^{n-k}b^k+\ldots+(-1)^nC_n^nb^n$$

❖ Tính chất: $\boxed{C_n^k=C_n^{n-k}}$ $(0\le k\le n)$; $\boxed{C_n^{k-1}+C_n^k=C_{n+1}^k}$ $(0\le k\le n)$; $\boxed{C_n^0=C_n^n=1}$

Phương pháp:

- Viết khai triển Newton của $(ax+b)^n$.
- Lấy nguyên hàm / tích phân 2 vế theo cận thích hợp.
- Chọn giá trị x sao cho thay vào ta được đẳng thức phải chứng minh.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 19. Cho $n\in\mathbb{N}$ và $n\ge 2$.

a) Tính $I=\int_0^1 x^2\left(1+x^3\right)^n\mathrm{d}x$. b) Chứng minh: $\frac{1}{3}C_n^0+\frac{1}{6}C_n^1+\frac{1}{9}C_n^2+\ldots+\frac{1}{3(n+1)}C_n^n=\frac{2^{n+1}-1}{3(n+1)}$

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 20. Cho $n\in\mathbb{N}$ và $n\geq 2$.

a) Tính $I=\int\limits_0^1 x^2\left(1+x^3\right)^n \mathrm{d}x$. b) Chứng minh: $\frac{1}{3}C_n^0+\frac{1}{6}C_n^1+\frac{1}{9}C_n^2+\ldots+\frac{1}{3(n+1)}C_n^n=\frac{2^{n+1}-1}{3(n+1)}$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 36. Cho $n\in\mathbb{N}^*$. Chứng minh $\frac{1}{2}C_n^1-\frac{1}{3}C_n^2+\ldots+\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}C_n^n=\frac{n}{n+1}$.

Bài 37. Cho $n\in\mathbb{N}^*$. Chứng minh $2C_n^0-\frac{1}{2}.2^2C_n^1+\frac{1}{3}.2^3C_n^2-\ldots+\frac{(-1)^n}{n+1}.2^{n+1}C_n^n=\frac{1+(-1)^n}{n+1}$

Bài 38. Cho $n\in\mathbb{N}^*$. Chứng minh $\frac{1}{2}C_n^0-\frac{1}{4}C_n^1+\frac{1}{6}C_n^2-\ldots+\frac{(-1)^n}{n+1}.2^{n+1}C_n^n=\frac{1}{2(n+1)}$

Bài 39. Cho n là số nguyên dương. Chứng minh $1+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{3}C_n^2+\frac{1}{4}C_n^3+\ldots+\frac{1}{n+1}C_n^n=\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$

Dạng 5. SỬ DỤNG TÍCH PHÂN TRONG BÀI TOÁN CHUYỂN ĐỘNG

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

❖ **Mối liên hệ giữa quãng đường, vận tốc và gia tốc:**
Cho một chất điểm chuyển động với quãng đường là một hàm số theo biến số thời gian t là $s(t)$. Khi đó:

✓ Vận tốc của chất điểm là $v(t)=s'(t)\Rightarrow s(t)=\int v(t)\,\mathrm{d}t$.

✓ Gia tốc của chất điểm là $a(t)=v'(t)\Rightarrow v(t)=\int a(t)\,\mathrm{d}t$.

❖ **Nhắc lại một số kiến thức Vật lí:**

✓ *Chuyển động thẳng đều:*
- Phương trình chuyển động: $x=x_0+vt$
- Trong đó: x_0 là tọa độ ba đầu lúc $t=0$, x là tọa độ ở thời điểm t, v là vận tốc, t là thời gian.

✓ *Chuyển động thẳng biến đổi đều:*
- Chuyển động thẳng biến đổi đều bào gồm: chuyển động thẳng nhanh dần đều và chuyển động thẳng chậm dần đều.
- Vận tốc $v=v_0+at$
- Quãng đường đi được $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$.
- Phương trình chuyển động $x=x_0+v_0t+\frac{1}{2}at^2$
- Công thức độc lập với thời gian $v^2-v_0^2=2as$

✓ *Chuyển động rơi tự do:*
- Chuyển động thẳng biến đổi đều bào gồm: chuyển động thẳng nhanh dần đều và chuyển động thẳng chậm dần đều.
- Vận tốc $v=gt$
- Quãng đường vật rơi được $s=\frac{1}{2}gt^2$.
- Công thức độc lập với thời gian $v^2=2gs$

❖ **<u>Phương pháp</u>**:
✓ Xác định kỹ bản chất chuyển động là chuyển động thẳng đều, biến đổi đều, …
✓ Xác định mốc thời gian của chuyển động.
✓ Sử dụng công thức thích hợp.
✓ Đối với bài toán liên quan đến vận tốc, gia tốc lớn nhất thì chúng ta có thể dùng: parabol, bất đẳng thức Cô-si, khảo sát hàm số.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 21. Một ôtô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đo, ôtô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+10\,(\mathrm{m/s})$, trong đó t tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ôtô đó còn di chuyển bao nhiêu mét?

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 22. Một vậy chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t)=3t+t^2$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng 10 s kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 23. Một viên đạn được bắn lên trời với vận tốc là 72 m/s bắt đầu từ độ cao 2 m. Hãy xác định chiều cao của viên đạn sau thời gian 5s kể từ lúc bắn.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 40. Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t)=160-10t$ (m/s). Hỏi rằng trong 3 s trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét?

Bài 41. Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=\dfrac{3}{t+1}(\text{m/s}^2)$. Vận tốc ban đầu của vật là 6 m/s. Hỏi vận tốc của vật tại giây thứ 10 bằng bao nhiêu?

Bài 42. Một xe ô tô chuyển động với vận tốc tại giây thứ t là $v(t)=4t^3+2t+3(\text{m/s})$. Hỏi xe đã đi được quãng đường là bao nhiêu kể từ lúc bắt đầu $(t=0)$ cho đến lúc $t=5\text{s}$.

Bài 43. Vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t)=3t^2+5(\text{m/s})$. Tính quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10.

Bài 44. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)=1,2+\dfrac{t^2+4}{t+3}(\text{m/s})$. Quãng đường đi được của vật đó trong 4 s đầu tiên bằng bao nhiêu?

Dạng 6. SỬ DỤNG TÍCH PHÂN TRONG TÍNH CÔNG CỦA LỰC TÁC DỤNG

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Nếu một lực không đổi F tác dụng lên vật M dọc theo một khoảng cách (độ dời) d, thì công W sinh ra trong quá trình dịch chuyển bằng tích của lực F và độ dài khoảng cách d mà nó đã tác dụng, ta có công thức
$$W = F.d$$
trong đó, lực F được hiểu là tác dụng dọc theo hướng (phương) chuyển động.
- Định nghĩa trên luôn đúng khi lực F không đổi. Tuy nhiên, nhiều trường hợp lực F biến thiên trong suốt quá trình thực hiện công. Trong các tình huống như vậy, người ta thường chia quá trình này thành nhiều phần nhỏ và tính công toàn phần nhờ lấy tổng các công tương ứng với các phần được chia (được tính nhờ phép tính tích phân).
- Giả sử $f(x)$ là lực tác dụng lên vật tại vị trí x, đường đi của lực tác dụng (quỹ đạo của vật được tác dụng lực) tương ứng với trục tọa độ Ox. Khi đó, công toàn phần sinh ra trong cả quá trình chuyển động của vật từ vị trí $x=a$ đến vị trí $x=b$ là:
$$W = \int_a^b f(x)\mathrm{d}x$$

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 24. Một lực $40\ \text{N}$ cần thiết để kéo căng một chiếc lò xo có độ dài tự nhiên từ $10\ \text{cm}$ đến $15\ \text{cm}$. Hãy tính công sinh ra khi kéo lò xo từ độ dài từ $15\ \text{cm}$ đến $18\ \text{cm}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 45. Người thợ hồ nâng một xô nước bị rỉ lên cao $20\ \text{m}$ với tốc độ cố định. Cho trọng lượng của xô là $3\ \text{N}$, trọng lượng ban đầu của nước là $2\ \text{N}$. Biết rằng xô nước bị rỉ nên lượng nước trong xô sẽ chảy ra với tốc độ không đổi trong thời gian nâng xô nước lên. Người ta ước tính rằng lượng nước trong xô sẽ thay đổi theo đồ thị hàm số $f(x) = -\frac{1}{10}x + 2$. Hỏi người thợ hồ đã dùng một công là bao nhiêu để nâng xô nước lên cao $20\ \text{m}$, với giả sử rằng bỏ qua trọng lượng sợi dây?

Dạng 7. SỬ DỤNG TÍCH PHÂN TRONG BÀI TOÁN TĂNG TRƯỞNG VÀ PHÁT TRIỂN

A. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

- Cho hàm số $f(x)$ biểu diễn cho sự tăng (hay giảm) số lượng của một đối tượng nào đó (số người, vi khuẩn, vi trùng, lượng nước chảy, ...).
- Giá trị $f(x)$ là số lượng của đối tượng đó tại thời điểm x.
- Đạo hàm $f'(x)$ chính là tốc độ tăng (hay giảm) của đối tượng đó tại thời điểm x.
- Số lượng tăng thêm (hoặc giảm đi) của đối tượng trong khoảng $x\in[a;b]$ là $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. TOÁN MẪU

Ví dụ 25. Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau x tháng kể từ bây giờ, dân số của thành phố A sẽ tăng với tốc độ $v(x)=10+2\sqrt{2x+1}$ (người/tháng). Dân số của thành phố sẽ tăng thêm bao nhiêu trong 4 tháng tới.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 26. Tốc độ thay đổi của số lượng người V (tính bằng ngàn người) tham gia công tác tình nguyện ở nước Mỹ từ năm 2000 đến năm 2006 có thể được mô hình bởi hàm số $V(t)=119,85t^2-30\mathrm{e}^t+37,26\mathrm{e}^{-t}$ với t là năm ($t=0$ ứng với năm 2000). Hỏi số lượng người tham gia tình nguyện trong giai đoạn trên tăng lên hay giảm đi với số lượng bao nhiêu. *(Nguồn: Cục thống kê lao động nước Mỹ).*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 27. Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn trong hồ bơi được mô hình bởi hàm số $B'(t)=\dfrac{1000}{(1+0,3t)^2}$, $t\geq 0$, trong đó $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước tại ngày thứ t.

Số lượng vi khuẩn ban đầu là 500 con trên mỗi ml nước. Biết rằng mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 3000 con trên mỗi ml nước. Hỏi sau bao nhiêu ngày thì người ta phải xử lí và thay nước mới cho hồ bơi.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 46. Tốc độ tăng các cặp đôi kết hôn (đơn vị tính: triệu người) của nước Mỹ từ năm 1970 đến năm 2005 có thể được mô hình bởi hàm số $f(t)=1,218t^2-44,72t+709,1$ với t là năm ($t=0$ ứng với năm 1970) . Số lượng cặp đôi kết hôn vào năm 2005 là 59513 ngàn người.

a) Tìm một mô hình biểu thị cho số lượng các cặp đôi kết hôn của nước Mỹ.

b) Sử dụng mô hình đó để dự đoán số lượng các cặp đôi kết hôn của nước Mỹ vào năm 2012. Kết quả của bạn liệu có hợp lí? Giải thích vì sao?

Bài 47. Một hồ nước bị ô nhiễm được xử lý bằng một chất diệt khuẩn. Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn sống sót được mô hình bởi $B'(t)=\dfrac{3000}{(1+0,2t)^2}$, $t\geq 0$ với $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước là t là số ngày tính từ khi hồ nước được xử lý. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu là 10000 con/ml nước. Sử dụng mô hình này xác định số lượng vi khuẩn sau 5 ngày. Liệu số lượng vi khuẩn có thể vượt 2000 con/ml nước.

BÀI TẬP TỔNG HỢP VẤN ĐỀ 3

Bài 48. Tính thể tích các khối tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi:

a) $y=2-x^2$, $y=1$, quay quanh trục Ox

b) $y=2x-x^2$, $y=x$, quay quanh trục Ox

c) $y=x^2+1$, $x=0$ và tiếp tuyến với $y=x^2+1$ tại $(1;2)$, quanh trục Ox

d) $y=\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$, quanh trục Oy.

e) $y=x^2+x-5$, $x+y-3=0$, quay quanh trục Ox.

f) $y=\sqrt{x}$, $y=-x$, $x=5$, quay quanh trục Ox.

g) $y=(x-2)^2$, $y=4$, quay quanh trục Ox.

h) $y=4-x^2$, $y=x^2+2$, quay quanh trục Ox.

i) $y=\dfrac{1}{x^2+1}$, $y=\dfrac{x^2}{2}$, quay quanh trục Ox.

j) $y=2x^2$, $y=2x+4$, quay quanh trục Ox.

k) $y=y^2=4x$, $y=x$, quay quanh trục Ox.

l) $y=x^{\frac{1}{2}}.\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$; $y=0$; $x=1$; $x=2$, quay quanh trục Ox.

m) $y=x\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$, quay quanh trục Ox.

n) $y=x\ln x$; $y=0$; $x=1$; $x=\mathrm{e}$, quay quanh trục Ox.

o) $y=\ln x$; $y=0$; $x=1$; $x=2$, quay quanh trục Ox.

p) $y=x\sqrt{\ln\left(1+x^3\right)}$; $y=0$; $x=1$, quay quanh trục Ox.

q) $y=\sin x$, $y=0$, $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{4}$, quay quanh trục Ox.

r) $y=\cos x$, $y=0$, $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{4}$, quay quanh trục Ox.

s) $y=\sin^2 x$, $y=0$, $x=0$, $x=\pi$, quay quanh trục Ox.

t) $y=0$, $y=\sqrt{\cos^6 x+\sin^6 x}$, $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$, quay quanh trục Ox.

u) $y=0$, $y=\sqrt{1+\cos^4 x+\sin^4 x}$, $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$, quay quanh trục Ox.

v) $y=0$, $y=\sqrt{\cos^2 x+x\sin x}$, $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$, quay quanh trục Ox.

Bài 49. Tính thể tích các khối tròn xoay khi quay hình phẳng xác định bởi:

a) $y=\sqrt[3]{2x+1}$, $x=0$, $y=3$, quay quanh trục Oy.

b) $y=\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$, quanh trục Oy.

c) $y=\sqrt{x}$, $y=2-x$, $y=0$, quay quanh trục Oy.

d) $y=(x-2)^2$, $y=4$, quay quanh trục Oy.

e) $y=\dfrac{x^2}{2}$, $y=2$, $y=4$, $x=0$, quay quanh trục Oy.

f) $y=\dfrac{1}{2}x$, $y=x$, $y=2$, quay quanh trục Oy.

Bài 50. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (0\le x\le\pi)$ là một tam giác đều cạnh là $2\sqrt{\sin x}$.

Bài 51. Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=f(x)$ cho bởi $y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{2-x^2} & \text{khi } -\sqrt{2}\le x\le 1\\ \dfrac{x^2}{2}-\dfrac{5x}{2}+3 & \text{khi } 1\le x\end{cases}$

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục Ox

Bài 52. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $[0;3]$, cho bởi qui tắc $y=f(x)=\begin{cases}x & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 1 & \text{khi } 1\le x\le 2\\ 3-x & \text{khi } 2\le x\le 3\end{cases}$

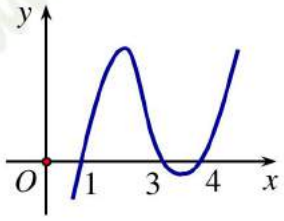
a) Vẽ đồ thị của hàm số $y=f(x)$.

b) Tính diện tích hình (H) chắn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và tục Ox.

c) Tính thể tích khối tròn xoay khi quay (H) quanh trục Ox.

Bài 53. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ trên $[1;4]$.

So sánh $f(1)$, $f(3)$, $f(4)$.



Bài 54. Cho $I=\int_0^1 x(1-x)^{19}\,dx$.

a) Tính I. b) Rút gọn: $S=\frac{1}{2}C_{19}^0-\frac{1}{3}C_{19}^1+\frac{1}{4}C_{19}^2-\ldots+\frac{1}{20}C_{18}^{18}-\frac{1}{21}C_{19}^{19}$.

Bài 55. Cho n là số nguyên dương. Tính tổng: $C_n^0+\frac{2^2-1}{2}C_n^1+\frac{2^3-1}{3}C_n^2+\ldots+\frac{2^{n+1}-1}{n+1}C_n^n$.

Bài 56. Một học sinh tự chế tên lửa và phóng tên lửa từ mặt đất với vận tốc ban đầu là 20 m/s. Giả sử bỏ qua sức cản của gió, tên lửa chỉ chịu tác động của trọng lực.

a) Hỏi sau 2 s thì tên lửa đạt đến độ cao là bao nhiêu?

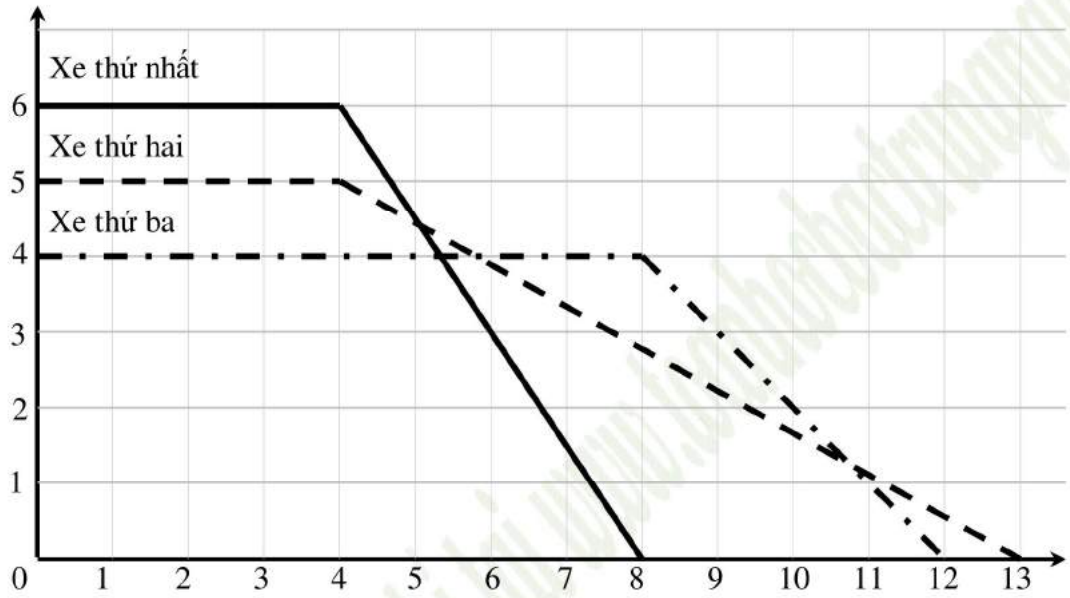
b) Tính độ cao lớn nhất mà tên lửa có thể đạt được.

Bài 57. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trong thành phố thì các xe khi dừng lại phải cách nhau một khoảng tối thiểu là 1m. Một xe máy di chuyển trên đường thì gặp đèn đỏ từ xa, người điều khiển xe máy đạp phanh và xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=10-5t$ (m/s). Hỏi để giữ khoảng cách an toàn, người điều khiển xe máy phải bắt đầu đạp phanh khi cách xe đang dừng phía trước tối thiểu một khoảng bao xa, biết rằng ngay lúc đạp phanh thì xe phía trước đang đứng yên?

Bài 58. Người ta thay nước mới cho 1 bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là $h_1=280$ cm. Giả sử $h(t)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là $h'(t)=\frac{1}{500}\sqrt[3]{t+3}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao lâu thì nước bơm được $\frac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi?

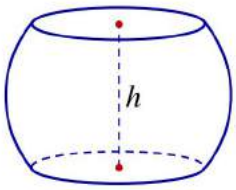
Bài 59. Một vận động viên điền kinh xuất phát chạy với gia tốc $a(t)=-\frac{1}{24}t^3+\frac{5}{16}t^2\left(\text{m/s}^2\right)$. Hỏi vào thời điểm 5 s sau khi xuất phát thì vận tốc của vận động viên là bao nhiêu ?

Bài 60. Tại một thời điểm t trước lúc đỗ xe ở trạm dừng nghỉ, ba xe đang chuyển động đều với vận tốc lần lượt là 60 km/h. 50 km/h và 40 km/h Xe thứ nhất đi thêm 4 phút thì bắt đầu chuyển động chậm dần đều và dừng hẳn ở trạm tại phút thứ 8; xe thứ hai đi thêm 4 phút, bắt đầu chuyển động chậm dần đều và dừng hẳn ở trạm tại phút thứ 13, xe thứ hai đi thêm 8 phút, bắt đầu chuyển động chậm dần đều và dừng hẳn ở trạm tại phút thứ 12. Đồ thị biểu diễn vận tốc ba xe theo thời gian như sau: (đơn vị trục tung x 10 km/h. đơn vị trục hoành là phút).

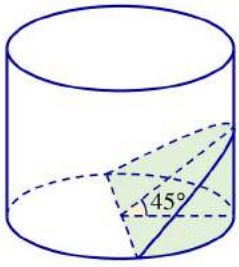


Giả sử tại thời điểm t trên, ba xe đang cách trạm lần lượt là d_1, d_2, d_3. So sánh các khoảng cách này.

Bài 61. Coi cái trống trường là vật thể giới hạn bởi một mặt cầu bán kính $R=0,5\text{ m}$ và hai mặt phẳng song song cách đều tâm (như hình vẽ). Biết chiều cao của trống là $h=0,8\text{ m}$. Tính thể tích của cái trống.



Bài 62. Một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng $10(\text{cm})$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy góc $45°$. Tính thể tích của khối gỗ bé.



Bài 63. Một thùng rượu có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính là 40 cm, chiều cao thùng rượu là 1 m (hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục và cắt mặt xung quanh thùng rượu là các đường parabol, hỏi thể tích của thùng rượu (đơn vị lít) là bao nhiêu?



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẤN ĐỀ 3

Câu 1. [2D3-2] Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và có đồ thị (C_1) và (C_2) tương ứng thì công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C_1), (C_2) và hai đường thẳng $x=a, x=b$ là

A. $S=\int_a^b \left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_a^b \left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\int_a^b \left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

D. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 2. [2D3-1] Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int_a^b k.f(x)\mathrm{d}x=k\left[F(b)-F(a)\right]$.

B. $\int_b^a f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$.

C. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x=a, x=b$, đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành được tính theo công thức $S=F(b)-F(a)$.

D. $\int_a^b f(2x+3)\mathrm{d}x=F(2x+3)\Big|_a^b$.

Câu 3. [2D3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số, đường thẳng $x=a$, đường thẳng $x=b(b>a)$ và trục hoành là

A. $S=\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

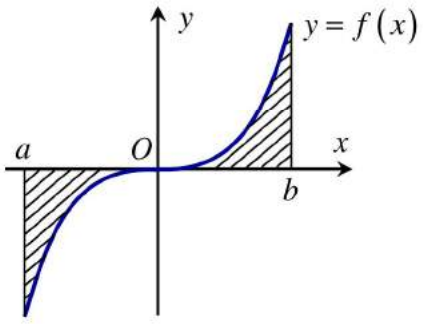
Câu 4. [2D3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ *(như hình vẽ bên dưới)*. Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D. Chọn công thức đúng trong các phương án A, B, C, D dưới đây?

A. $S_D=\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. $S_D=-\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S_D=\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S_D=-\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.



Câu 5. [2D3-1] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=\mathrm{e}$.

A. $S=\mathrm{e}^2-1$. **B.** $S=\dfrac{\mathrm{e}^2+1}{4}$. **C.** $S=\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2}$. **D.** $S=\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{4}$.

Câu 6. [2D3-1] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{(x+1)^2}$, trục hoành, đường thẳng $x=0$, $x=4$.

A. $S=\dfrac{5}{4}$. **B.** $S=\dfrac{8}{5}$. **C.** $S=\dfrac{4}{5}$. **D.** $S=\dfrac{5}{8}$.

Câu 7. [2D3-1] Hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=-1$, $x=2$, $y=0$, $y=x^2-2x$ có diện tích được tính theo công thức:

A. $S=\int\limits_{-1}^{2}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^{0}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-1}^{0}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{0}^{2}\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x$.

Câu 8. [2D3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x=a$, $x=b$ là

A. $\int\limits_{a}^{b}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_{b}^{a}f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $-\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 9. [2D3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x=a$, $x=b$ là:

A. $-\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_{b}^{a}f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_{a}^{b}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 10. [2D3-1] Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$ và các đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$ là

A. $S=\int\limits_{a}^{b}\left|f_1(x)-f_2(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{a}^{b}\left[f_2(x)-f_1(x)\right]\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\int\limits_{a}^{b}\left[f_1(x)-f_2(x)\right]\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int\limits_{a}^{b}\left|f_1(x)+f_2(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 11. [2D3-1] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x^2-2x$ trên đoạn $[-1;2]$ và trục hoành.

A. $\dfrac{37}{12}$. **B.** $\dfrac{28}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{9}{4}$.

Câu 12. [2D3-1] Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=\mathrm{e}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** e. **D.** e^{-1}.

Câu 13. [2D3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x=a$, $x=b$ là

A. $\int\limits_{a}^{b}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $-\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_{b}^{a}f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 14. **[2D3-2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x$, $y=0$, $x=\dfrac{\pi}{4}$ và trục tung là

A. $1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi^2}{4}-1$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi^2}{4}$.

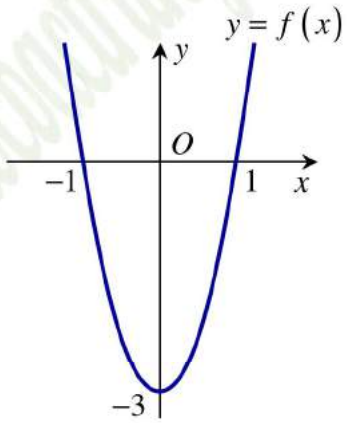
Câu 15. **[2D3-2]** Cho S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và trục hoành. Số nguyên lớn nhất không vượt quá S là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. **[2D3-2]** Gọi $S(t)$ là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{(x+1)(x+2)^2}$, $y=0$, $x=0$, $x=t$ $(t>0)$. Tìm $\lim\limits_{t\to+\infty} S(t)$.

A. $-\ln 2-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\ln 2-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}-\ln 2$. **D.** $\ln 2+\dfrac{1}{2}$.

Câu 17. **[2D3-2]** Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, với $(a,b,c,d\in\mathbb{R}, a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.



A. $S=9$. **B.** $S=\dfrac{27}{4}$.

C. $S=\dfrac{21}{4}$. **D.** $S=\dfrac{5}{4}$.

Câu 18. **[2D3-2]** Cho $(C): y=\dfrac{1}{3}x^3+mx^2-2x-2m-\dfrac{1}{3}$. Giá trị $m\in\left(0;\dfrac{5}{6}\right)$ sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), $y=0$, $x=0$, $x=2$ có diện tích bằng 4 là:

A. $m=\dfrac{1}{4}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 19. **[2D3-2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1$, $x=\mathrm{e}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** e **D.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 20. **[2D3-2]** Tính diện tích S của miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2$ và trục hoành.

A. $S=\dfrac{13}{2}$. **B.** $S=\dfrac{29}{4}$. **C.** $S=-\dfrac{27}{4}$. **D.** $S=\dfrac{27}{4}$.

Câu 21. **[2D3-2]** Để tìm diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3$, $y=0$, $x=-1$, $x=2$ một học sinh thực hiện theo các bước như sau:

Bước I. $S=\left|\int\limits_{-1}^{2}x^3\mathrm{d}x\right|$ Bước II. $S=\left|\dfrac{x^4}{4}\right|_{-1}^{2}$ Bước III. $S=\left|4-\dfrac{1}{4}\right|=\dfrac{15}{4}$

Cách làm trên *sai* từ bước nào?

A. Không có bước nào sai. **B.** Bước I.

C. Bước II. **D.** Bước III.

Câu 22. [2D3-2] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3\sqrt{x}$, $x=4$, trục Ox là

A. 72. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** 16. **D.** 24.

Câu 23. [2D3-2] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2x$ và các đường thẳng $y=0$, $x=-1$, $x=1$ là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 24. [2D3-2] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(-1)>0>f(0)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=-1$ và $x=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $S=\int_{-1}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-1}^{1}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\left|\int_{-1}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

Câu 25. [2D3-2] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3-x; y=2x$ và các đường $x=-1; x=1$ được xác định bởi công thức.

A. $S=\left|\int_{-1}^{1}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x\right|$. **B.** $S=\int_{-1}^{1}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_{-1}^{0}\left(x^3-3x\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_{-1}^{0}\left(3x-x^3\right)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}\left(x^3-3x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 26. [2D3-2] Tính diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=6-x$ và trục hoành.

A. $\frac{20}{3}$. **B.** $\frac{25}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{22}{3}$.

Câu 27. [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x$, $y=x+\sin^2 x$, $x=0$, $x=\pi$.

A. $S=\pi$. **B.** $S=\pi-\frac{1}{2}$. **C.** $S=\pi-1$. **D.** $S=\frac{\pi}{2}$.

Câu 28. [2D3-2] Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đường cong $y^2=4x$ và đường thẳng $x=1$ bằng S. Giá trị của S là

A. 1. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** 16.

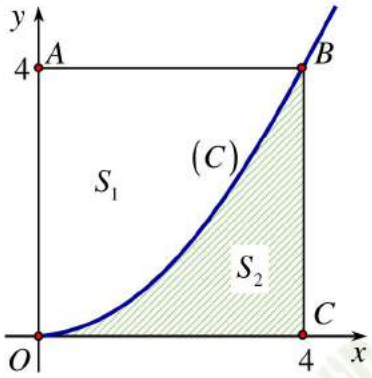
Câu 29. [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=(x-1)\mathrm{e}^{2x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=2$.

A. $\frac{\mathrm{e}^4}{4}+\frac{\mathrm{e}^2}{2}-\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{\mathrm{e}^4}{4}-\frac{\mathrm{e}^2}{2}-\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{\mathrm{e}^4}{4}+\frac{\mathrm{e}^2}{2}+\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{\mathrm{e}^4}{4}-\frac{\mathrm{e}^2}{2}+\frac{3}{4}$.

Câu 30. [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\sin 2x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$.

A. 2π. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** π.

Câu 31. **[2D3-2]** Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y=\frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 là diện tích của phần không bị gạch và phần bị gạch (như hình vẽ). Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.



A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=2$.

C. $\frac{S_1}{S_2}=1$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$.

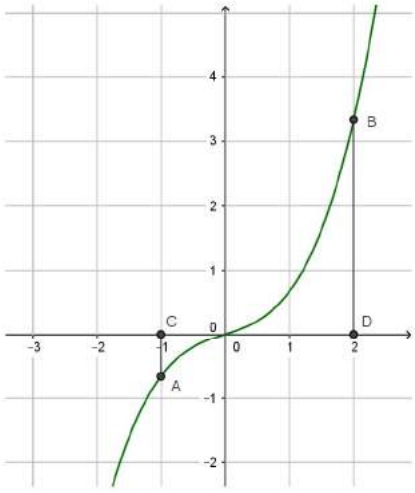
Câu 32. **[2D3-2]** Xét hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y=(x+3)^2$, $y=0$, $x=0$. Gọi $A(0;9)$, $B(b;0)$ $(-3<b<0)$. Tìm b để đoạn thẳng AB chia (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

A. $b=-2$. **B.** $b=-\frac{1}{2}$. **C.** $b=-1$. **D.** $b=-\frac{3}{2}$.

Câu 33. **[2D3-2]** Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+m-1$. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số và trục Ox có diện tích phần nằm phía trên trục Ox và phần nằm dưới trục Ox bằng nhau. Giá trị của m là:

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 34. **[2D3-2]** Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a=\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, $b=\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S=b-a$.
B. $S=b+a$.
C. $S=-b+a$.
D. $S=-b-a$

Câu 35. **[2D3-2]**Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $y=x-2$ là

A. $\frac{14}{3}$. **B.** $\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 6.

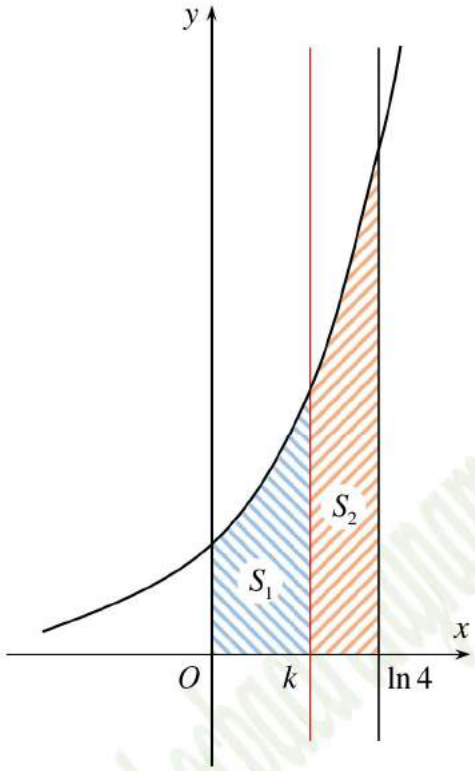
Câu 36. **[2D3-3]** Cho hàm số $y=x^4-(m^2+2)x^2+m^2+1$ có đồ thị (C_m). Các giá trị của m thỏa (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng $\frac{96}{15}$ thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 37. **[2D3-3]**Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\ln x$, $y=0$, $x=k$, $(k>1)$. Tìm k để diện tích hình phẳng (H) bằng 1.

A. $k=2$. **B.** $k=\mathrm{e}^3$. **C.** $k=\mathrm{e}^2$. **D.** $k=\mathrm{e}$.

Câu 38. **[2D3-3]** Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x$, $y=0$, $x=0$, $x=\ln 4$. Đường thẳng $x=k$ $(0<k<\ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1=2S_2$.



A. $k=\dfrac{2}{3}\ln 4$.

B. $k=\ln 2$.

C. $k=\ln\dfrac{8}{3}$.

D. $k=\ln 3$.

Câu 39. **[2D3-3]** Biết rằng hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=2-x$, $y=0$, $x=k$, $x=3$ $(k<2)$ và có diện tích bằng S_k. Xác định giá trị của k để $S_k=16$.

A. $k=2-\sqrt{31}$. **B.** $k=2+\sqrt{31}$. **C.** $k=2+\sqrt{15}$. **D.** $k=2-\sqrt{15}$.

Câu 40. **[2D3-3]** Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0\le x\le 2)$ ta được thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của phần vật thể B.

A. $V=\dfrac{4}{3}$. **B.** $V=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $V=4\sqrt{3}$. **D.** $V=\sqrt{3}$.

Câu 41. **[2D3-3]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=4-|x|$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 16. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 42. **[2D3-3]** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số: $y=x^2-4x+4$, trục tung và trục hoành. Xác định k để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(0;4)$ có hệ số góc k chia (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

A. $k=-4$. **B.** $k=-8$. **C.** $k=-6$. **D.** $k=-2$.

Câu 43. **[2D3-3]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^4-10x^2+9$ và trục hoành

A. $S=\dfrac{784}{15}$. **B.** $S=\dfrac{487}{15}$. **C.** $S=\dfrac{748}{15}$. **D.** $S=\dfrac{847}{15}$.

Câu 44. **[2D3-3]** Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị $y=3^x$, $y=4-x$ và trục tung.

A. $S=\dfrac{9}{2}+\dfrac{2}{\ln 3}$. **B.** $S=\dfrac{9}{2}+\dfrac{3}{\ln 3}$. **C.** $S=\dfrac{7}{2}-\dfrac{3}{\ln 3}$. **D.** $S=\dfrac{7}{2}-\dfrac{2}{\ln 3}$.

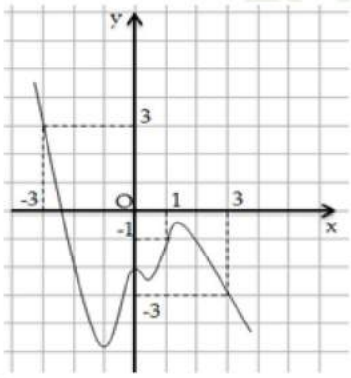
Câu 45. [2D3-3] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=ax^3\,(a>0)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=k\,(k>0)$ bằng $\frac{15a}{4}$. Tìm k.

A. $k=1$. **B.** $k=\frac{1}{4}$. **C.** $k=\frac{1}{2}$. **D.** $k=2$.

Câu 46. [2D3-3] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=x^3-3x^2+2x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=3$ là

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{11}{4}$. **D.** $\frac{17}{3}$.

Câu 47. [2D3-4] Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)+x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(3)<g(-3)<g(1)$.

B. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

C. $g(1)<g(-3)<g(3)$.

D. $g(-3)<g(3)<g(1)$.

Câu 48. [2D3-4] Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^3$ và trục hoành trên $[0;2]$. Tìm m để đường thẳng $y=mx$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau

A. $m=4-2\sqrt{2}$. **B.** $m=-3+4\sqrt{2}$. **C.** $m=4-3\sqrt{2}$. **D.** $m=4+\sqrt{2}$.

Câu 49. [2D3-1] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x$ là:

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 50. [2D3-1] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-x$, $y=0$, $x=0$ và $x=2$ được tính bởi công thức:

A. $\int_0^2\left(x-x^2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_1^2\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x-\int_0^1\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int_0^1\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x+\int_1^2\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^2\left(x^2-x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 51. [2D3-1] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2; y=0; x=2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V=\frac{32\pi}{5}$. **B.** $V=\frac{32}{5}$. **C.** $V=\frac{8\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{8}{3}$.

Câu 52. [2D3-1] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$ và đường thẳng $y=x$.

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 53. [2D3-1] Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=x^2$, $y=2x$.

A. $S=\frac{4}{3}$. **B.** $S=\frac{20}{3}$. **C.** $S=\frac{3}{4}$. **D.** $S=\frac{3}{20}$.

Câu 54. **[2D3-1]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+4$ và đường thẳng $x-y+1=0$.

A. 0 (đvdt). **B.** 4 (đvdt). **C.** 8 (đvdt). **D.** 6 (đvdt).

Câu 55. **[2D3-1]** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=x$. Tính diện tích S của hình phẳng (H).

A. $S=\dfrac{1}{6}$. **B.** $S=\dfrac{2}{15}$. **C.** $S=\dfrac{1}{12}$. **D.** $S=\dfrac{1}{4}$.

Câu 56. **[2D3-1]** Nếu hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ thì diện tích S được cho bởi công thức:

A. $S=\int\limits_a^b\left[\left|f_1(x)\right|+\left|f_2(x)\right|\right]\mathrm{d}x$. **B.** $S=\left|\int\limits_a^b\left[f_1(x)-f_2(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

C. $S=\int\limits_a^b\left|f_1(x)+f_2(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_a^b\left|f_1(x)-f_2(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 57. **[2D3-2]** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y=x^2$ và $y=x^3$ là

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Câu 58. **[2D3-2]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau: $y=x\sin 2x$, $y=2x$, $x=\dfrac{\pi}{2}$.

A. $\dfrac{\pi^2}{4}-4$. **B.** $\pi^2-\pi$. **C.** $\dfrac{\pi^2}{4}-\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi^2}{4}+\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 59. **[2D3-2]** Khi tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3, y=2x-x^2$, một học sinh tính theo các bước sau.

Bước 1: Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3=2x-x^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

Bước 2: $S=\int\limits_{-2}^{1}\left|x^3-\left(2x-x^2\right)\right|\mathrm{d}x$.

Bước 3: $S=\left|\int_{-2}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x\right|=\dfrac{9}{4}$ (đvdt).

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Bước 3. **B.** Đúng. **C.** Bước 2. **D.** Bước 1.

Câu 60. **[2D3-2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đường cong $y^2=x$ và $y=x$ là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 61. **[2D3-2]**Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=x^2+x-1$ và đường thẳng $y=2x+1$ là

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{11}{2}$. **D.** 3.

Câu 62. **[2D3-2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^2$ và $y=x$ là:

A. $\dfrac{1}{2}$ (đvdt). **B.** $\dfrac{1}{3}$ (đvdt). **C.** $\dfrac{1}{4}$ (đvdt). **D.** $\dfrac{1}{6}$ (đvdt).

Câu 63. **[2D3-2]** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $(C): y=x^3$, $d: y=-x+2$, Ox. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{\pi}{7}$. **B.** $\frac{10\pi}{21}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{21}$.

Câu 64. **[2D3-2]** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng:

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{64\pi}{15}$. **C.** $\frac{21\pi}{15}$. **D.** $\frac{32\pi}{15}$.

Câu 65. **[2D3-2]** Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=x^2$ và $y=x+2$ quanh trục Ox là

A. $\frac{72\pi}{10}$ (đvtt). **B.** $\frac{72\pi}{5}$ (đvtt). **C.** $\frac{81\pi}{10}$ (đvtt). **D.** $\frac{81\pi}{5}$ (đvtt).

Câu 66. **[2D3-2]** Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $2my=x^2$, $mx=\frac{1}{2}y^2$, $(m>0)$. Tìm giá trị của m để $S=3$.

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

Câu 67. **[2D3-2]** Hình phẳng giới hạn bởi $y=x^2$, $y=4x^2$, $y=4$ có diện tích bằng

A. $\frac{13}{4}(đvdt)$. **B.** $\frac{8}{3}(đvdt)$. **C.** $\frac{17}{3}(đvdt)$. **D.** $\frac{16}{3}(đvdt)$.

Câu 68. **[2D3-2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=(\mathrm{e}+1)x$, $y=(1+\mathrm{e}^x)x$ bằng:

A. $\mathrm{e}+\frac{1}{2}$. **B.** $\mathrm{e}-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\mathrm{e}}{2}-1$. **D.** $\frac{\mathrm{e}}{2}+1$.

Câu 69. **[2D3-2]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$ và đường thẳng $y=2x$ là

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{23}{15}$.

Câu 70. **[2D3-2]** Giả sử hình phẳng tạo bởi các đường $y=f(x)$, $y=0$, $x=a$, $x=b$ có diện tích S_1, hình phẳng tạo bởi các đường $y=|f(x)|$, $y=0$, $x=a$, $x=b$ có diện tích S_2, còn hình phẳng tạo bởi các đường $y=-f(x)$, $y=0$, $x=a$, $x=b$ có diện tích S_3. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $S_2>S_3$. **B.** $S_1=S_3$. **C.** $S_1=-S_3$. **D.** $S_2>S_1$.

Câu 71. **[2D3-2]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3$, $y=x^5$.

A. $S=1$. **B.** $S=2$. **C.** $S=\frac{1}{6}$. **D.** $S=\frac{1}{3}$.

Câu 72. **[2D3-2]** Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y^2=2x$ và đường thẳng $x=2$?

A. $S=5$. **B.** $S=\frac{16}{3}$. **C.** $S=6$. **D.** $S=7$.

Câu 73. **[2D3-2]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=2x+1$ và đồ thị hàm số $y=x^2-x+3$.

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{7}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 74. [2D3-2]Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y=x^3-x$ và $y=x-x^2$.

A. $S=\dfrac{12}{37}$. **B.** $S=\dfrac{37}{12}$. **C.** $S=\dfrac{9}{4}$. **D.** $S=\dfrac{19}{6}$.

Câu 75. [2D3-2] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3$, $y=2-x$ và $y=0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $S=\int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x+\int\limits_1^2(x-2)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\left|\int\limits_0^2\left(x^3+x-2\right)\mathrm{d}x\right|$.

C. $S=\dfrac{1}{2}+\int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_0^1\left|x^3-(2-x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 76. [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1):y=x^2+2x$ và $(C_2):y=x^3$.

A. $S=\dfrac{83}{12}$. **B.** $S=\dfrac{15}{4}$. **C.** $S=\dfrac{37}{12}$. **D.** $S=\dfrac{9}{4}$.

Câu 77. [2D3-2] Diện tích hình phẳng bị giới hạn bởi đường cong $y=x^2$ và đường thẳng $y=2-x$, trục hoành và miền trong $x\ge 0$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{7}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{6}$.

Câu 78. [2D3-2] Tìm diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-1)\mathrm{e}^x$, $y=x^2-1$?

A. $S=\mathrm{e}+\dfrac{8}{3}$. **B.** $S=\mathrm{e}+\dfrac{2}{3}$. **C.** $S=\mathrm{e}-\dfrac{2}{3}$. **D.** $S=\mathrm{e}-\dfrac{8}{3}$.

Câu 79. [2D3-2] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{2x}$, $y=4-x$ và trục Ox được tính bởi công thức:

A. $\int\limits_0^4\sqrt{2x}\mathrm{d}x+\int\limits_0^4(4-x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_0^2\sqrt{2x}\mathrm{d}x+\int\limits_2^4(4-x)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_0^4\left(\sqrt{2x}-4+x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_0^2\left(4-x-\sqrt{2x}\right)\mathrm{d}x$.

Câu 80. [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=x^3$, $y=2-x^2$, $x=0$.

A. $-\dfrac{17}{12}$. **B.** $\dfrac{12}{17}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{17}{12}$.

Câu 81. [2D3-3] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ và $y=x^2+2x-3$ bằng

A. $\dfrac{5}{12}$. **B.** $\dfrac{37}{12}$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Câu 82. [2D3-3] Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=x^2-4x+6$, $y=-x^2-2x+6$.

A. 3π. **B.** $\pi-1$. **C.** π. **D.** 2π.

Câu 83. [2D3-3] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=-\dfrac{2}{x}$ và $y=x-3$. Tính S

A. $S=\dfrac{1}{6}$. **B.** $S=-4+2\ln 2$. **C.** $S=\dfrac{3}{2}-2\ln 2$. **D.** $S=-\dfrac{1}{6}$.

Câu 84. **[2D3-3]** Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$; $y=2-x$ và $y=0$.

A. $\frac{2\pi}{3}$. **B.** π. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 85. **[2D3-3]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3+11x-6; y=6x^2; x=0; x=2$ có kết quả là $\frac{a}{b}$ trong đó a và b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó giá trị $a-b$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 59.

Câu 86. **[2D3-3]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y^2=4x$ và đường thẳng $x=1$ bằng S. Giá trị của S là

A. 1. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** 16.

Câu 87. **[2D3-3]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nhánh đường cong $y=x^2$ với $x\ge 0$, đường thẳng $y=2-x$ và trục hoành bằng

A. 2. **B.** $\frac{7}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 88. **[2D3-3]**Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{1}{2}\left(x^2-4x+3\right)$ và hai tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(3;-2)$ là

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{13}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Câu 89. **[2D3-3]**Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $(C): y=3x^3-x^2-4x+1$, $(C'): y=2x^3+x^2-3x-1$, $x=1$ và $x=2$.

A. $\frac{29}{12}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{7}{12}$.

Câu 90. **[2D3-3]** Parabol $y=\frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$ thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2, trong đó $S_1<S_2$. Tìm tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{3\pi+2}{21\pi-2}$. **B.** $\frac{3\pi+2}{9\pi-2}$. **C.** $\frac{3\pi+2}{12\pi}$. **D.** $\frac{9\pi-2}{3\pi+2}$.

Câu 91. **[2D3-3]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=2-x^2$ là:

A. $\int_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{0}^{1}\left(1-x^2\right)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_{-1}^{1}\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{0}^{1}\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x$.

Câu 92. **[2D3-3]** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=x^2-3x-1$, $y=-3x+2$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{3}$.

Câu 93. [2D3-3] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $x^2-2y=0$ và $x^2+y^2=8$

A. $2\left(\pi+\frac{4}{3}\right)$. **B.** $2\left(\pi+\frac{2}{3}\right)$. **C.** $2\left(2\pi+\frac{4}{3}\right)$. **D.** $2\left(\pi-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 94. [2D3-3] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^3+3x^2-x$ và đồ thị hàm số $y=2x^2+x$.

A. $\frac{81}{12}$. **B.** 13. **C.** $\frac{37}{12}$. **D.** $\frac{9}{4}$.

Câu 95. [2D3-3] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường parabol: (P): $y=x^2-2x+2$, tiếp tuyến của (P) tại $M(3;5)$ và trục Oy. Tính diện tích của hình (H)

A. 18 $(đvdt)$. **B.** 9 $(đvdt)$. **C.** 15 $(đvdt)$. **D.** 12 $(đvdt)$.

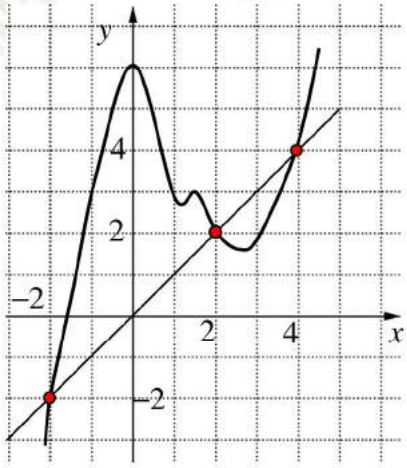
Câu 96. [2D3-4] Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn $x^2+y^2=2, y\ge 0$ và parabol $y=x^2$ bằng

A. $\frac{\pi}{2}-1$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{2}+\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 97. [2D3-4] Diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường: $y=2^x$, $y=-x+3$ và $y=1$ là:

A. $S=\frac{1}{\ln 2}-\frac{1}{2}$. **B.** $S=\frac{1}{\ln 2}+1$. **C.** $S=\frac{47}{50}$. **D.** $S=\frac{1}{\ln 2}+3$.

Câu 98. [2D3-4] (THPT Quốc Gia 2017) Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x)=2f(x)-x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



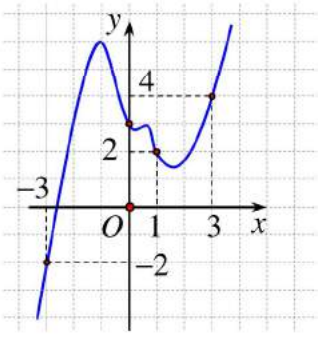
A. $h(4)=h(-2)>h(2)$.

B. $h(4)=h(-2)<h(2)$.

C. $h(2)>h(4)>h(-2)$.

D. $h(2)>h(-2)>h(4)$.

Câu 99. [2D3-4] Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(3)>g(-3)>g(1)$.

B. $g(-3)>g(3)>g(1)$.

C. $g(1)>g(-3)>g(3)$.

D. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Câu 100. [2D3-4] Cho parabol (P): $y=x^2+1$ và đường thẳng $d: y=mx+2$. Biết rằng tồn tại m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và d đạt giá trị nhỏ nhất, tính diện tích nhỏ nhất đó.

A. $S=0$. **B.** $S=\frac{4}{3}$. **C.** $S=\frac{2}{3}$. **D.** $S=4$.

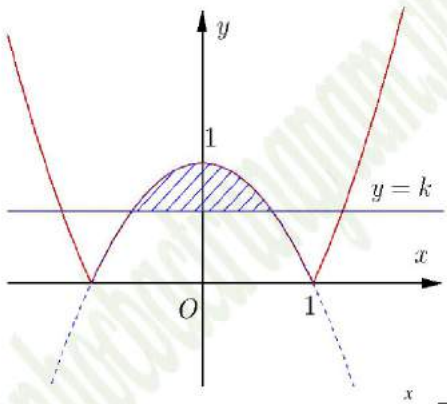
Câu 101. [2D3-4] Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường: $y=\left|x^2-4x+3\right|$, $x=-1$. bằng:

A. $\frac{107}{6}$. **B.** $\frac{109}{6}$. **C.** $\frac{109}{7}$. **D.** $\frac{109}{8}$.

Câu 102. [2D3-4] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,(0<b<a)$ và đường tròn $(C):x^2+y^2=7$. Biết diện tích elip (E) gấp 7 lần diện tích hình tròn (C). Khi đó

A. $ab=7$. **B.** $ab=7\sqrt{7}$. **C.** $ab=\sqrt{7}$. **D.** $ab=49$.

Câu 103. [2D3-4] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\left|x^2-1\right|$ và $y=k,0<k<1$. Tìm k để diện tích của hình phẳng (H) gấp hai lần diện tích hình phẳng được kẻ sọc trong hình vẽ bên.



A. $k=\sqrt[3]{4}$. **B.** $k=\sqrt[3]{2}-1$.

C. $k=\frac{1}{2}$. **D.** $k=\sqrt[3]{4}-1$.

Câu 104. [2D3-1] Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\sqrt{x}$, $x=1$, $x=2$ *và* $y=0$ quanh trục Ox là:

A. $\pi\mathrm{e}$. **B.** $\pi\left(\mathrm{e}^2-\mathrm{e}\right)$. **C.** $\pi\mathrm{e}^2$. **D.** $\pi\left(\mathrm{e}^2+\mathrm{e}\right)$.

Câu 105. [2D3-1] Cho hình (H) giới hạn bởi đường $y=-x^2+2x$ và trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{32\pi}{15}$. **C.** $\frac{496\pi}{15}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 106. [2D3-1] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=2x-x^2$, $y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox ta được $V=\pi\left(\frac{a}{b}+1\right)$ với $a,b\in\mathbb{R}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a,b.

A. $a=1,\ b=15$. **B.** $a=-7,\ b=15$. **C.** $a=241,\ b=15$. **D.** $a=16,\ b=15$.

Câu 107. [2D3-1] Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C):y=-x^2+4x$ và đường thẳng $(d):y=x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

A. $V=\frac{81\pi}{10}$. **B.** $V=\frac{81\pi}{5}$. **C.** $V=\frac{108\pi}{5}$. **D.** $V=\frac{108\pi}{10}$.

Câu 108. [2D3-1] Cho hình (D) giới hạn bởi các đường $y=f(x),\mathrm{y}=0,x=\pi,x=e,\left\{e=\lim\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$.

Quay (D) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V=\pi\int\limits_{\mathrm{e}}^{\pi}f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_{\mathrm{e}}^{\pi}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_{\pi}^{\mathrm{e}}f^2(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int\limits_{\mathrm{e}}^{\pi}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 109. [2D3-1] Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ quay xung quanh trục Ox được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi\int_0^{\frac{1}{2}} x^2\mathrm{d}x - 4\pi\int_0^{\frac{1}{2}} x^4\mathrm{d}x$.

B. $V = \pi\int_0^{\frac{1}{2}} \left(x - 2x^2\right)\mathrm{d}x$.

C. $V = \pi\int_0^{\frac{1}{2}} \left(2x^2 - x\right)^2\mathrm{d}x$.

D. $V = \pi\int_0^{\frac{1}{2}} x^2\mathrm{d}x + 4\pi\int_0^{\frac{1}{2}} x^4\mathrm{d}x$.

Câu 110. [2D3-1] Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$.

A. $V = \dfrac{8\pi}{15}$.

B. $V = \dfrac{7\pi}{8}$.

C. $V = \dfrac{8\pi}{7}$.

D. $V = \dfrac{15\pi}{8}$.

Câu 111. [2D3-1] Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \dfrac{2}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ quanh trục Ox.

A. 2π.

B. 3π.

C. 4π.

D. $6\pi\ln 2$.

Câu 112. [2D3-1] Thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ quay quanh trục hoành là:

A. $V = \dfrac{16\pi}{15}$.

B. $V = \dfrac{2\pi}{3}$.

C. $V = \dfrac{4\pi}{3}$.

D. $V = \dfrac{8\pi}{15}$.

Câu 113. [2D3-2] Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = \tan x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \dfrac{\pi}{4}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V = -\pi\left(1 - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

B. $V = \left(1 - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

C. $V = \pi\left(1 - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

D. $V = \pi\left(2 - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Câu 114. [2D3-2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2; y = 0; x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V = \dfrac{8}{3}$.

B. $V = \dfrac{32}{5}$.

C. $V = \dfrac{8\pi}{3}$.

D. $V = \dfrac{32\pi}{5}$.

Câu 115. [2D3-2]Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \dfrac{1}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = a$, $(a > 1)$ quay xung quanh trục Ox.

A. $V = \left(1 - \dfrac{1}{a}\right)$.

B. $V = \left(1 - \dfrac{1}{a}\right)\pi$.

C. $V = \left(1 + \dfrac{1}{a}\right)\pi$.

D. $V = \left(1 + \dfrac{1}{a}\right)$.

Câu 116. [2D3-2] Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0$, $y = x\sqrt{\ln(x+1)}$ và $x = 1$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \dfrac{5\pi}{6}$.

B. $V = \dfrac{\pi}{6}(12\ln 2 - 5)$.

C. $V = \dfrac{5\pi}{18}$.

D. $V = \dfrac{\pi}{18}(12\ln 2 - 5)$.

Câu 117. [2D3-2] Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}\mathrm{e}^x$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ quanh Ox là

A. $\dfrac{\pi}{4}\left(\mathrm{e}^2 + 1\right)$.

B. $\dfrac{\pi}{4}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)$.

C. $\dfrac{\pi}{2}\left(\mathrm{e}^2 - 1\right)$.

D. $\dfrac{\pi}{2}\left(\mathrm{e}^2 + 1\right)$.

Câu 118. [2D3-2] Gọi V là thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox của một Elip có phương trình $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 60. **B.** 500. **C.** 10. **D.** 50.

Câu 119. [2D3-2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=\sqrt{x}$. Khối tròn xoay tạo ra khi (H) quay quanh Ox có thể tích là:

A. $\pi\int_0^1\left(x^4-x\right)\mathrm{d}x$ (đvtt). **B.** $\pi\int_0^1\left(x^2-\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

C. $\pi\int_0^1\left(\sqrt{x}-x^2\right)\mathrm{d}x$ (đvtt). **D.** $\pi\int_0^1\left(x-x^4\right)\mathrm{d}x$ (đvtt).

Câu 120. [2D3-2] Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2-2x$, $y=0$, $x=-1$, $x=2$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{5\pi}{18}$. **B.** $\frac{18\pi}{5}$. **C.** $\frac{17\pi}{5}$. **D.** $\frac{16\pi}{5}$.

Câu 121. [2D3-2] Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=x$ quay xung quanh trục Ox bằng:

A. $\pi\int_0^1 x^2\mathrm{d}x-\pi\int_0^1 x^4\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_0^1 x^2\mathrm{d}x+\pi\int_0^1 x^4\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_0^1\left(x^2-x\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_0^1\left(x-x^2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 122. [2D3-2] Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $(C): y=\frac{2}{(x-2)^2}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$ quanh Ox.

A. 3π. **B.** π. **C.** $\frac{7}{6}\pi$. **D.** $\frac{5}{6}\pi$.

Câu 123. [2D3-2] (THPT Quốc Gia 2017) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=(\pi-1)\pi$. **C.** $V=(\pi+1)\pi$. **D.** $V=\pi+1$.

Câu 124. [2D3-2] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\mathrm{e}^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thanh khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{\pi\mathrm{e}^2}{2}$. **B.** $V=\frac{\pi\left(\mathrm{e}^2+1\right)}{2}$. **C.** $V=\frac{\mathrm{e}^2-1}{2}$. **D.** $V=\frac{\pi\left(\mathrm{e}^2-1\right)}{2}$.

Câu 125. [2D3-2] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=2\pi^2$. **B.** $V=2\pi(\pi+1)$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=2(\pi+1)$.

Câu 126. [2D3-2] Gọi V là thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}\sqrt{x}$ $x=1$ $x=2$ và $y=0$ quanh trục Ox. Tính giá trị của V.

A. $V=\pi^2\mathrm{e}$. **B.** $V=\pi\left(\mathrm{e}^2-\mathrm{e}\right)$. **C.** $V=\pi\mathrm{e}^2$. **D.** $V=\pi\left(\mathrm{e}^2+\mathrm{e}\right)$.

Câu 127. [2D3-2] Thể tích khối tròn xoay tạo nên do quay xung quanh trục trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(1-x)^2$, $y=0$, $x=0$, $x=2$ bằng:

A. $\dfrac{8\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{5\pi}{2}$. **D.** 2π.

Câu 128. [2D3-2] Cho hình (D) giới hạn bởi các đường $y=2\sqrt{x}-x$, trục hoành. Quay hình (D) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\dfrac{8\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{213\pi}{100}$. **C.** $(\pi-1)\pi$. **D.** $\dfrac{32\pi}{15}$.

Câu 129. [2D3-2] Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $x=y^2$ quay quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{3\pi}{10}$. **B.** 10π. **C.** $\dfrac{10\pi}{3}$. **D.** 3π.

Câu 130. [2D3-2] Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và trục Ox. Tính thể tích vật thể tròn xoay được sinh ra bởi hình phẳng (H) khi nó quay quanh trục Ox.

A. $\dfrac{17\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{18\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{19\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{16\pi}{15}$.

Câu 131. [2D3-2] Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$ và các đường thẳng $y=0$, $x=1$, $x=2$ xung quanh trục hoành là

A. $V=\dfrac{7}{3}$. **B.** $V=\dfrac{31\pi}{5}$. **C.** $V=\dfrac{7\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{31}{5}$.

Câu 132. [2D3-2] Tính thể tích khối tròn xoay có được khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\ln x}$, $y=0$, $x=2$ quay xung quanh trục hoành

A. $2\pi(\ln 2-1)$. **B.** $\pi(\ln 2+1)$. **C.** $2\pi\ln 2$. **D.** $\pi(2\ln 2-1)$.

Câu 133. [2D3-2] Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^{\sqrt{3x+1}}$, $x=0$, $x=1$, $y=0$ quay quanh Ox.

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi\left(\mathrm{e}^3-\mathrm{e}\right)$. **B.** $V=\dfrac{\pi}{6}\left(3\mathrm{e}^4-\mathrm{e}^2\right)$. **C.** $V=\pi\left(\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^3-\mathrm{e}\right)$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi\left(\mathrm{e}^3+\mathrm{e}\right)$.

Câu 134. [2D3-2] Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y=\sin 2x.\cos x$, $y=0$, $(0\le x\le\pi)$ xung quanh trục Ox.

A. $\dfrac{\pi^2}{8}$. **B.** $\dfrac{\pi}{8}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi^2}{4}$.

Câu 135. [2D3-2] Tính thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2-2x$ và $y=-x^2$ quay quanh trục Ox.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 136. [2D3-2] Thể tích của khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x(4-x)$ với trục hoành bằng

A. $\frac{512}{15}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{512\pi}{15}$. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 137. [2D3-2] Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{1}{x}+1$, $y=0$, $x=1$, $x=k(k>1)$ quay xung quanh trục Ox. Tìm k để $V=\pi\left(\frac{15}{4}+\ln 16\right)$.

A. $k=4$. **B.** $k=8$. **C.** $k=4e$. **D.** $k=e^2$.

Câu 138. [2D3-2] Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y=x^{\frac{1}{2}}.\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$, $x=1$, $x=2$, $y=0$ quanh trục Ox là $V=\pi\left(a+b\mathrm{e}^2\right)$ (đvtt). Tính giá trị biểu thức $a+b$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 139. [2D3-2] Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^{\frac{1}{2}}.\mathrm{e}^{\frac{x}{2}}$, $x=1$, $x=2$, $y=0$ quanh trục Ox là:

A. $\pi(e^2+e)$. **B.** $\pi(e^2-e)$. **C.** πe. **D.** πe^2.

Câu 140. [2D3-2] Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-4)\mathrm{e}^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V=\frac{\mathrm{e}^8-39}{4}$. **B.** $V=\frac{\mathrm{e}^8-41}{4}$. **C.** $V=\frac{(\mathrm{e}^8-39)\pi}{4}$. **D.** $V=\frac{(\mathrm{e}^8-41)\pi}{4}$.

Câu 141. [2D3-2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=4-x^2$, $y=0$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V=\frac{512}{15}$ (đvdt). **B.** $V=\frac{512\pi}{15}$ (đvdt). **C.** $V=2\pi$ (đvdt). **D.** $V=\frac{32\pi}{3}$ (đvdt).

Câu 142. [2D3-3] Cho $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\sin x+1}\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$. Khi đó giá trị của ab là

A. 2. **B.** –2. **C.** –4. **D.** 3.

Câu 143. [2D3-3] Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$; $y=-3x+10$ và $y=1$ nằm trong góc phần tư thứ nhất.

A. 60π. **B.** $\frac{56\pi}{5}$. **C.** $\frac{8\pi}{5}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 144. [2D3-3] Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P):y=x^2$ và đường thẳng $d:y=2x$ quay xung quanh trục Ox bằng

A. $\pi\int\limits_0^2\left(x^2-2x\right)^2\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int\limits_0^2\left(2x-x^2\right)\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int\limits_0^2 4x^2\mathrm{d}x-\pi\int\limits_0^2 x^4\mathrm{d}x$.

Câu 145. [2D3-3] Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$ quay xung quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\frac{\pi}{a}\left(b\mathrm{e}^3-2\right)$. Tìm a và b.

A. $a=27$; $b=5$. **B.** $a=26$; $b=6$. **C.** $a=24$; $b=5$ **D.** $a=27$; $b=6$.

Câu 146. [2D3-3] Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình Elip $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{b^2}=1$ quay xung quanh trục Ox.

A. $4\pi b$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi b^2$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi b^2$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi b^2$.

Câu 147. [2D3-3] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, trục hoành, trục tung, đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V hình tròn xoay sinh bởi (H) khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V=\frac{4\pi}{3}$. B $V=\frac{7\pi}{8}$. **C.** $V=\frac{15\pi}{8}$. **D.** $V=\frac{8\pi}{15}$.

Câu 148. [2D3-3] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\ln x}$, $y=0$, $x=1$ và $x=k$ $(k>1)$. Gọi V_k là thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quay trục Ox. Biết rằng $V_k=\pi$, hãy chọn khẳng định đúng?

A. $3<k<4$. **B.** $1<k<2$. **C.** $2<k<3$. **D.** $4<k<5$.

Câu 149. [2D3-3] Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(C):x^2+(y-3)^2=1$ xung quanh trục hoành là

A. $V=6\pi$. **B.** $V=6\pi^3$. **C.** $V=3\pi^2$. **D.** $V=6\pi^2$.

Câu 150. [2D3-3] Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$ và trục hoành quanh trục Ox bằng

A. $\frac{35\pi}{3}$ **B.** $\frac{31\pi}{3}$ **C.** $\frac{32\pi}{3}$ **D.** $\frac{34\pi}{3}$

Câu 151. [2D3-3] Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=\mathrm{e}$. Thể tích hình tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là

A. $\frac{\pi\left(5\mathrm{e}^3-2\right)}{27}$. **B.** $\frac{\pi\left(5\mathrm{e}^3-2\right)}{25}$. **C.** $\frac{\pi\left(5\mathrm{e}^3+2\right)}{25}$. **D.** $\frac{\pi\left(5\mathrm{e}^3+2\right)}{27}$.

Câu 152. [2D3-3] Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2+1$, trục tung và tiếp tuyến với $y=x^2+1$ tại điểm có tọa độ $(1;2)$ khi quay quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích được tính như sau:

A. $\pi\int_0^1\left(x^2+1\right)^2\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_0^1\left[\left(x^2+1\right)^2-4x^2\right]\mathrm{d}x$.

C. $\pi\int_0^1(2x)^2\mathrm{d}x$. **D.** $\pi\int_0^1\left[4x^2-\left(x^2+1\right)^2\right]\mathrm{d}x$.

Câu 153. [2D3-3] Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên bởi phép quay xung quanh trục Ox của một hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{x-1}{x}$, $y=\dfrac{1}{x}$, $x=1$.

A. $\pi(2\ln 2-1)$. **B.** $-\pi$. **C.** $\pi(1-2\ln 2)$. **D.** 0.

Câu 154. [2D3-3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang $ABCD$ với $A(-1;2)$, $B(5;5)$, $C(5;0)$, $D(-1;0)$. Quay hình thang $ABCD$ xung quanh trục Ox thì thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng bao nhiêu?

A. 72π. **B.** 74π. **C.** 76π. **D.** 78π.

Câu 155. [2D3-3] Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành phần hình phẳng giới bạn bởi hai đường $y=x^2$ và $y=\sqrt{x}$ là:

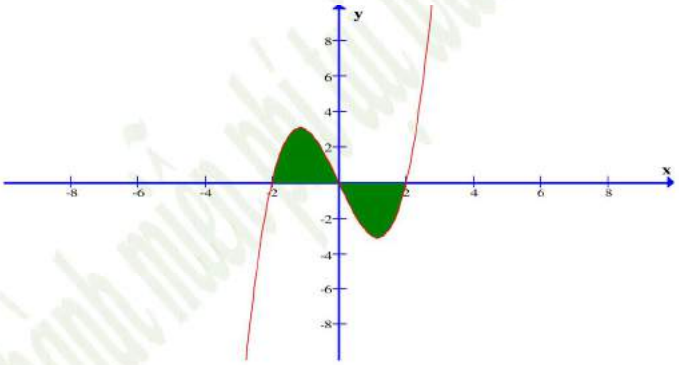
A. $\dfrac{\pi}{10}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{10}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{5}$.

Câu 156. [2D3-3] Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{2-x}$, $y=x$, $y=0$ xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V=\pi\displaystyle\int_0^1(2-x)\,\mathrm{d}x+\pi\int_1^2 x^2\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\displaystyle\int_0^2(2-x)\,\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi\displaystyle\int_0^1 x\,\mathrm{d}x+\pi\int_1^2\sqrt{2-x}\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\displaystyle\int_0^1 x^2\,\mathrm{d}x+\pi\int_1^2(2-x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 157. [2D3-2] Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là



A. $\left|\displaystyle\int_{-2}^2 f(x)\,\mathrm{d}x\right|$. **B.** $\displaystyle\int_{-2}^0 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

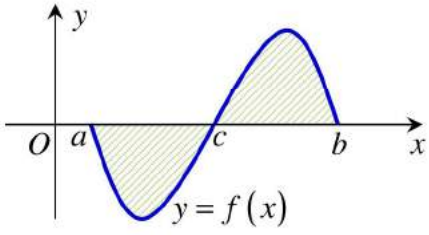
C. $\left|\displaystyle\int_{-2}^0 f(x)\,\mathrm{d}x+\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x\right|$. **D.** $\left|\displaystyle\int_{-2}^0 f(x)\,\mathrm{d}x\right|+\left|\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

Câu 158. [2D3-2] Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a$, $x=b$ (như hình bên dưới). Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?

A. $S=\left|\displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=\displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

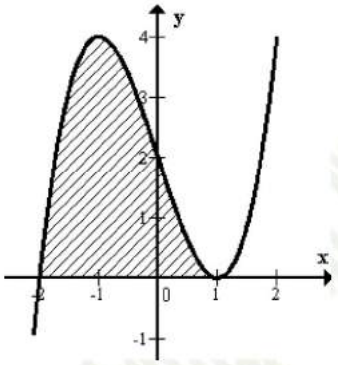
C. $S=-\displaystyle\int_a^c f(x)\,\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.



Câu 159. **[2D3-3]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y=\frac{1}{4}x^3-x$ và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2.

A. 27. **B.** 21. **C.** 25. **D.** 20.

Câu 160. **[2D3-3]** Tính diện tích S của phần hình phẳng gạch sọc (bên dưới) giới hạn bởi đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ và trục hoành



A. $S=\frac{31}{5}\pi$.

B. $S=\frac{27}{4}$.

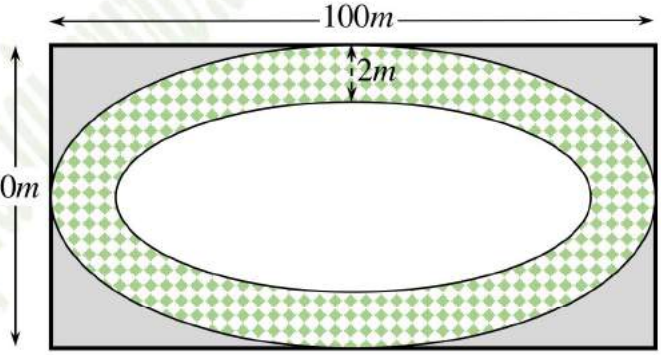
C. $\frac{19}{3}$.

D. $\frac{31}{5}$.

Câu 161. **[2D3-3]** Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$ và S_2 là diện tích của hình thoi có các đỉnh là đỉnh của elip đó. Tính tỉ số giữa S_1 và S_2.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{\pi}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{\pi}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\pi}{2}$.

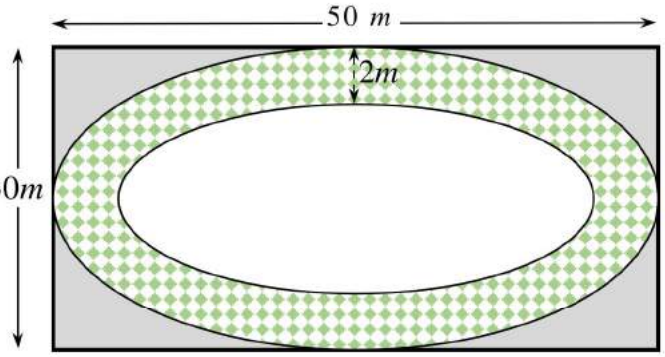
Câu 162. **[2D3-4]** Một sân chơi cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 100 và chiều rộng là 60 m người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip, Elip của đường viền ngoài có trục lớn và trục bé lần lượt song song với các cạnh hình chữ nhật và chiều rộng của mặt đường là 2 m.



Kinh phí cho mỗi m^2 làm đường 600.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

A. 293904000. **B.** 283904000. **C.** 293804000. **D.** 283604000.

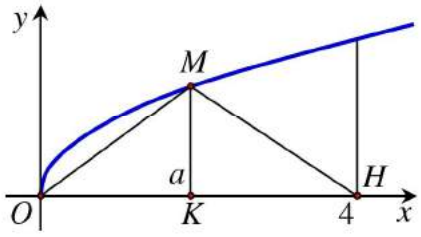
Câu 163. **[2D3-4]** Một sân chơi dành cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 50 m và chiều rộng là 30 m người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là 2m.



Kinh phí để làm mỗi m^2 làm đường 500.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó. (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)

A. 119000000. **B.** 152000000. **C.** 119320000. **D.** 125520000.

Câu 164. [2D3-4] Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=0$ và $x=4$ quanh trục Ox. Đường thẳng $x=a\ (0<a<4)$ cắt đồ thị hàm $y=\sqrt{x}$ tại M (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox. Biết rằng $V=2V_1$. Khi đó



A. $a=2$. **B.** $a=2\sqrt{2}$. **C.** $a=\dfrac{5}{2}$. **D.** $a=3$.

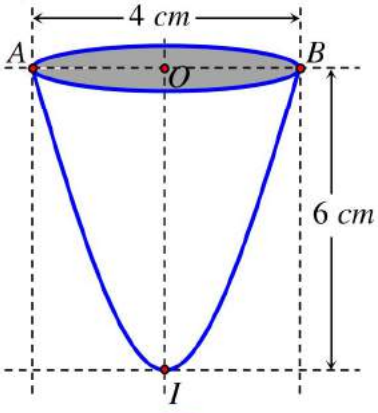
Câu 165. [2D3-2] Thầy Tâm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền Thầy Tâm phải trả là:

A. 12750000 đồng. **B.** 3750000 đồng. **C.** 6750000 đồng. **D.** 33750000 đồng.

Câu 166. [2D3-3] Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t)=\dfrac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Sau 10 ngày, đám vi trùng có khoảng bao nhiêu con?

A. 322542 con. **B.** 332542 con. **C.** 312542 con. **D.** 302542 con.

Câu 167. [2D3-3] Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây

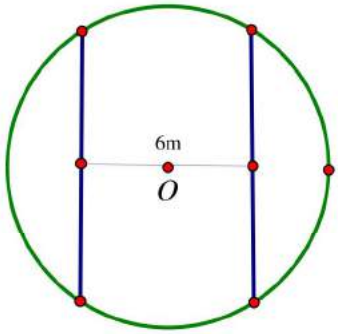


Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V\left(\text{cm}^3\right)$ của vật thể đã cho.

A. $V=12\pi$. **B.** $V=12$.

C. $V=\dfrac{72}{5}\pi$. **D.** $V=\dfrac{72}{5}$.

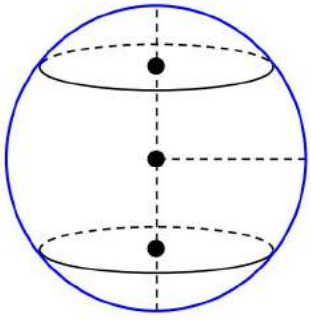
Câu 168. [2D3-3] Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 6m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 6 m nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)



A. 8412322 đồng. **B.** 8142232 đồng.

C. 4821232 đồng. **D.** 4821322 đồng.

Câu 169. [2D3-3] Một khối cầu có bán kính là $5(\text{dm})$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3(\text{dm})$ để làm một chiếc lu đựng nước (như hình vẽ). Tính thể tích mà chiếc lu chứa được.



A. $\dfrac{100}{3}\pi\left(\text{dm}^3\right)$ **B.** $\dfrac{43}{3}\pi\left(\text{dm}^3\right)$

C. $41\pi\left(\text{dm}^3\right)$ **D.** $132\pi\left(\text{dm}^3\right)$

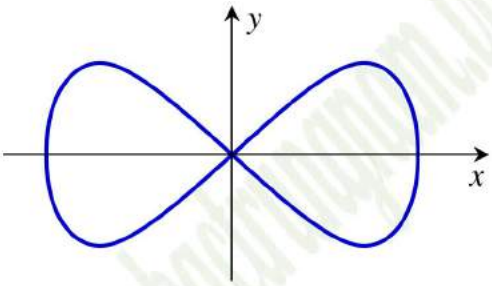
Câu 170. **[2D3-3]** Vòm cửa lớn của một trung tâm văn hóa có dạng hình parabol. Người ta dự định lắp cửa kính cho vòm cửa này. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào biết rằng vòm cửa cao 8m và rộng 8m.

A. $\frac{128}{3}\text{m}^2$. **B.** $\frac{131}{3}\text{m}^2$. **C.** $\frac{28}{3}\text{m}^2$. **D.** $\frac{26}{3}\text{m}^2$.

Câu 171. **[2D3-3]** Trên cùng một mặt phẳng, cho mô hình gồm một hình vuông $ABCD$ có cạnh $2a$ và đường tròn có đường kính AB. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Diện tích toàn phần của khối tròn xoay tạo thành khi quay mô hình trên xung quanh trục MN là

A. $V=10\pi a^2$. **B.** $V=7\pi a^2$. **C.** $V=9\pi a^2$. **D.** $V=8\pi a^2$.

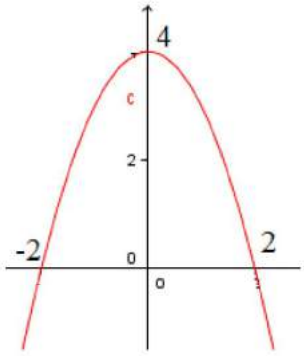
Câu 172. **[2D3-3]** Trong Công viên Toán học có những mảnh đất mang hình dáng khác nhau. Mỗi mảnh được trồng một loài hoa và nó được tạo thành bởi một trong những đường cong đẹp trong toán học. Ở đó có một mảnh đất mang tên Bernoulli, nó được tạo thành từ đường Lemniscate có phương trình trong hệ tọa độ Oxy là $16y^2=x^2\left(25-x^2\right)$ như hình vẽ bên.



Tính diện tích S của mảnh đất Bernoulli biết rằng mỗi đơn vị trong hệ tọa độ Oxy tương ứng với chiều dài 1 mét.

A. $S=\frac{125}{6}\left(\text{m}^2\right)$ **B.** $S=\frac{125}{4}\left(\text{m}^2\right)$ **C.** $S=\frac{250}{3}\left(\text{m}^2\right)$ **D.** $S=\frac{125}{3}\left(\text{m}^2\right)$

Câu 173. **[2D3-3]**Một người làm một cái cổng cổ xưa có dạng Parabol như hình vẽ. Hãy tính diện tích của cái cổng?



A. $\frac{28}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

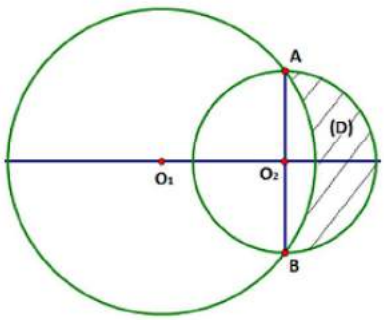
C. 16.

D. $\frac{32}{3}$.

Câu 174. **[2D3-3]** Để trang trí toà nhà người ta vẽ lên tường một hình như sau: trên mỗi cạnh hình lục giác đều có cạnh là 2dm là một cánh hoa hình parabol mà đỉnh parabol (P) cách cạnh lục giác là 3dm và nằm phía ngoài hình lục giác, 2 đầu mút của cạnh cũng là 2 điểm giới hạn của đường (P) đó. Hãy tính diện tích hình trên (kể cả lục giác).

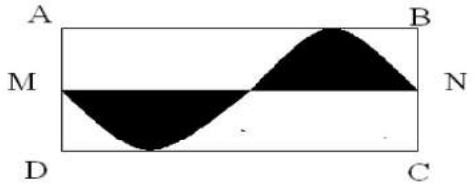
A. $6\sqrt{3}+24\left(\text{dm}^2\right)$. **B.** $6\sqrt{3}+12\left(\text{dm}^2\right)$. **C.** $8\sqrt{3}+24\left(\text{dm}^2\right)$. **D.** $8\sqrt{3}+12\left(\text{dm}^2\right)$.

Câu 175. **[2D3-3]** Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2). Gọi (D) là hình thẳng được giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần được gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



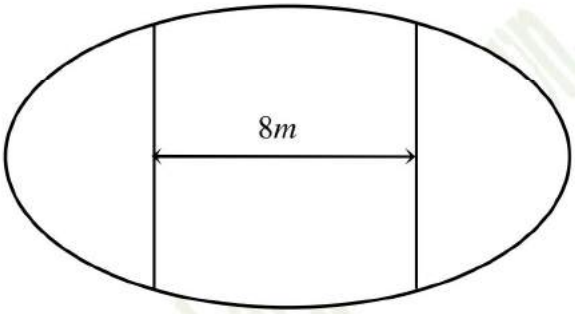
A. $V=\frac{14\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{68\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{40\pi}{3}$. **D.** $V=36\pi$.

Câu 176. **[2D3-4]** Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD, đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB=2\pi(\text{m})$, $AD=2(\text{m})$. Tính diện tích phần còn lại.



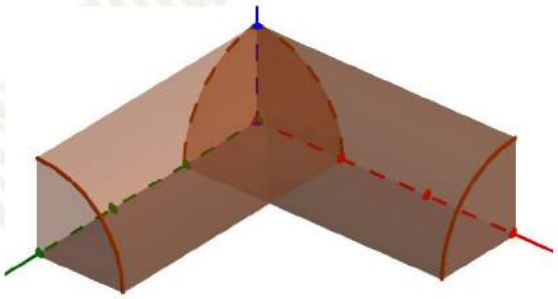
A. $4\pi-1$. **B.** $4(\pi-1)$. **C.** $4\pi-2$. **D.** $4\pi-3$.

Câu 177. **[2D3-4]** Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng $16\,\text{m}$ và độ dài trục bé bằng $10\,\text{m}$. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng $8\,\text{m}$ và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1m^2. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn.)



A. 7.862.000 đồng. **B.** 7.653.000 đồng. **C.** 7.128.000 đồng. **D.** 7.826.000 đồng.

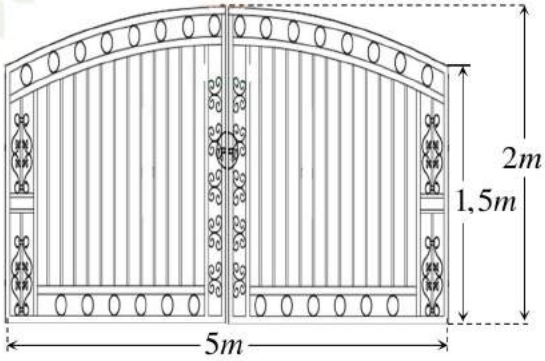
Câu 178. **[2D3-4]** Gọi (H) là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ có bán kính a, hai trục hình trụ vuông góc với nhau. Xem hình vẽ bên. Tính thể tích của (H).



A. $V_{(H)}=\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $V_{(H)}=\dfrac{3a^3}{4}$.

C. $V_{(H)}=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V_{(H)}=\dfrac{\pi a^3}{4}$.

Câu 179. **[2D3-4]** Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá $1(\text{m}^2)$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn).

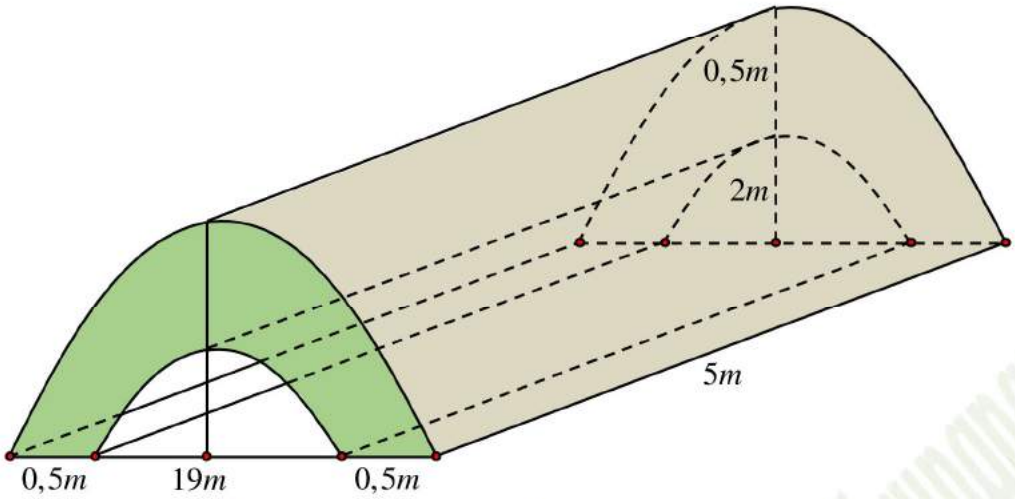


A. 6.520.000 đồng. **B.** 6.320.000 đồng. **C.** 6.417.000 đồng. **D.** 6.620.000 đồng.

Câu 180. **[2D3-4]** Ông B có một khu vườn giới hạn bởi một đường parabol và một đường thẳng. Nếu đặt trong hệ tọa độ Oxy như hình vẽ bên thì parabol có phương trình $y=x^2$ và đường thẳng là $y=25$. Ông B dự định dùng một mảnh vườn nhỏ được chia từ khu vườn bởi một đường thẳng đi qua O và điểm M trên parabol để trồng một loại hoa. Hãy giúp ông B xác định điểm M bằng cách tính độ dài OM để diện tích mảnh vườn nhỏ bằng $\frac{9}{2}$.

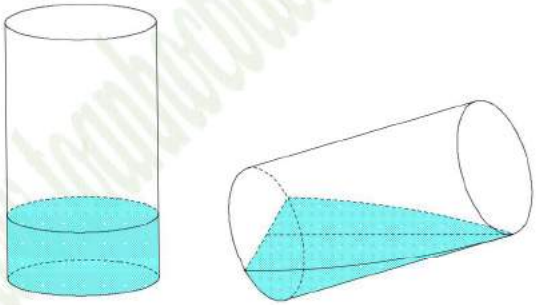
A. $OM=2\sqrt{5}$. **B.** $OM=15$. **C.** $OM=10$. **D.** $OM=3\sqrt{10}$.

Câu 181. **[2D3-4]** Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã X có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).



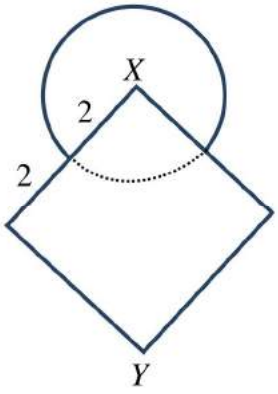
A. 19m^3. **B.** 21m^3. **C.** 18m^3. **D.** 40m^3.

Câu 182. **[2D3-4]** Bạn A có một cốc thủy tinh hình trụ, đường kính trong lòng đáy cốc là 6cm, chiều cao trong lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Bạn A nghiêng cốc nước, vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy. Tính thể tích lượng nước trong cốc.



A. 60cm^3. **B.** $15\pi\,\text{cm}^3$.
C. 70cm^3. **D.** $60\pi\,\text{cm}^3$.

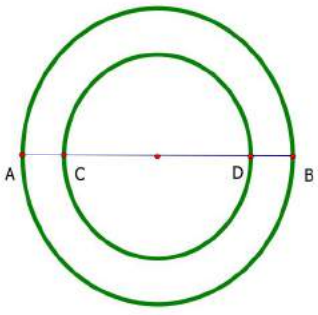
Câu 183. **[2D3-4]** Cho hình tròn có bán kính bằng 2 và hình vuông có cạnh bằng 4 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của hình vuông là tâm của hình tròn (như hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.

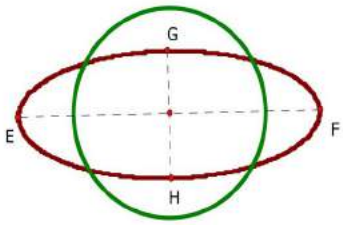


A. $V=\dfrac{32\left(\sqrt{2}+1\right)\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{8\left(5\sqrt{2}+3\right)\pi}{3}$.
C. $V=\dfrac{8\left(5\sqrt{2}+2\right)\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{8\left(4\sqrt{2}+3\right)\pi}{3}$.

Câu 184. **[2D3-4]**Vật thể hình đĩa bay (UFO) có thiết diện qua tâm đối xứng và hình chiếu mặt trên theo phương thẳng đứng như hình vẽ. Hãy tính thể tích của vật thể này biết $AB=EF=10\,\text{m}$, $GH=6\,\text{m}$, $CD=8\,\text{m}$.







A. $112\pi\,\text{m}^3$. **B.** $\dfrac{556}{3}\pi\,\text{m}^3$. **C.** $\dfrac{337}{3}\pi\,\text{m}^3$. **D.** $\dfrac{118}{3}\pi\,\text{m}^3$.

Câu 185. [2D3-1] Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc thay đổi theo thời gian $v(t)=3t^2-6t$ (m/s). Tính quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1=0$ (s), $t_2=4$ (s).

A. 16. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 186. [2D3-2] Bạn An ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t)=3t^2+5(\text{m/s})$. Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là

A. 996 m. **B.** 876 m. **C.** 966 m. **D.** 1086 m.

Câu 187. [2D3-2] Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t)=5t+1$, thời gian tính theo đơn vị giây, quãng đường vật đi được tính theo đơn vị mét. Quãng đường vật đó đi được trong 10 giây đầu tiên là:

A. 15 m. **B.** 620 m. **C.** 51 m. **D.** 260 m.

Câu 188. [2D3-2] Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=7t(\text{m/s})$. Đi được $5(\text{s})$, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-70(\text{m/s}^2)$. Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $S=95,70(\text{m})$. **B.** $S=96,25(\text{m})$. **C.** $S=87,50(\text{m})$. **D.** $S=94,00(\text{m})$.

Câu 189. [2D3-2] Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=10-5t$ (m/s) với t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường đi được của ô tô từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn.

A. 10 m. **B.** 20 m. **C.** 2 m. **D.** 0,2 m.

Câu 190. [2D3-2] Một hạt proton di chuyển trong điện trường có gia tốc $a(t)=\dfrac{-20}{(2t+1)^2}\left(cm/s^2\right)$ với t tính bằng giây. Tìm hàm vận tốc v theo t, biết rằng khi $t=0$ thì $v=30\,cm/s$.

A. $\dfrac{-20}{2t+1}+30$. **B.** $\dfrac{10}{2t+1}$. **C.** $\dfrac{10}{2t+1}+20$. **D.** $(2t+1)^{-3}+30$.

Câu 191. [2D3-2] Giả sử một vật từ trạng thái nghỉ khi $t=0$ (s) chuyển động thẳng với vận tốc $v(t)=t(5-t)$ (m/s). Tìm quảng đường vật đi được cho tới khi nó dừng lại.

A. 20,8 m. **B.** 20,83 m. **C.** $\dfrac{125}{6}$ m. **D.** 20,83333 m.

Câu 192. [2D3-2] Một vật chuyển động theo quy luật $s=-t^3+6t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì quãng đường vật đi được là bao nhiêu?

A. 12 m. **B.** 16 m. **C.** 20 m. **D.** 24 m.

Câu 193. [2D3-2] Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $v(t)=10t+500\left(\text{m}^3/\text{s}\right)$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu?

A. $5.10^4\left(\text{m}^3\right)$. **B.** $4.10^6\left(\text{m}^3\right)$. **C.** $3.10^7\left(\text{m}^3\right)$. **D.** $6.10^6\left(\text{m}^3\right)$.

Câu 194. **[2D3-2]** Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t)=3t+2$, thời gian tính theo đơn vị giây, quãng đường vật đi được tính theo đơn vị mét. Biết tại thời điểm $t=2\,\text{s}$ thì vật đi được quãng đường là $10\,\text{m}$. Hỏi tại thời điểm $t=30\,\text{s}$ thì vật đi được quãng đường là bao nhiêu?

A. $240\,\text{m}$. **B.** $1140\,\text{m}$. **C.** $300\,\text{m}$. **D.** $1410\,\text{m}$.

Câu 195. **[2D3-3]** Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=30-2t$ (m/s). Hỏi trong $5s$ trước khi dừng hẳn, vật di chuyển động được bao nhiêu mét?

A. 50 m. **B.** 225 m. **C.** 125 m. **D.** 25 m.

Câu 196. **[2D3-3]** Một vận động viên đua xe F đang chạy với vận tốc $10(\text{m/s})$ thì anh ta tăng tốc với gia tốc $a(t)=6t(\text{m/s}^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng tốc. Hỏi quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian $10(\text{s})$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu?

A. $1100\,\text{m}$. **B.** $100\,\text{m}$. **C.** $1010\,\text{m}$. **D.** $1110\,\text{m}$.

Câu 197. **[2D3-3]** Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t)=160-10t$ (m/s). Tìm quãng đường S mà vật di chuyển trong khoảng thời gian từ thời điểm $t=0(s)$ đến thời điểm vật dừng lại.

A. $S=2560\,\text{m}$. **B.** $S=1280\,\text{m}$. **C.** $S=2480\,\text{m}$. **D.** $S=3840\,\text{m}$.

Câu 198. **[2D3-3]** Bạn Minh ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới và vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t)=3t^2+5$ (m/s). Tính quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10.

A. $246\,\text{m}$. **B.** $252\,\text{m}$. **C.** $1134\,\text{m}$. **D.** 966 m

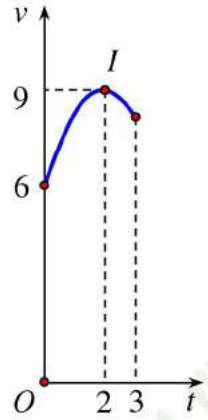
Câu 199. **[2D3-3]** Một ôtô đang chạy với vận tốc 19m/s thì người lái hãm phanh, ôtô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-38t+19(\text{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ôtô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 4,75 m. **B.** 4,5 m. **C.** 4,25 m. **D.** 5 m.

Câu 200. **[2D3-3]**Một viên đạn được bắn theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $29,4$ m/s. Gia tốc trọng trường là $9,8\,\text{m/s}^2$. Tính quãng đường S viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất.

A. $S=88,2\,\text{m}$. **B.** $S=88,5\,\text{m}$. **C.** $S=88\,\text{m}$. **D.** $S=89\,\text{m}$.

Câu 201. [2D3-3] Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $s=26,75(\text{km})$.

B. $s=25,25(\text{km})$.

C. $s=24,25(\text{km})$.

D. $s=24,75(\text{km})$.

Câu 202. [2D3-3] Một chất điểm đang cuyển động với vận tốc $v_0=15\text{m/s}$ thì tăng vận tốc với gia tốc $a(t)=t^2+4t\left(\text{m/s}^2\right)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 68,25 m. **B.** 70,25 m. **C.** 69,75 m. **D.** 67,25 m.

Câu 203. [2D3-3] Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s) có gia tốc $v'(t)=\dfrac{3}{t+1}\left(\text{m/s}^2\right)$. Vận tốc ban đầu của vật là 6m/s. Tính vận tốc của vật sau 10 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. $v=10(\text{m/s})$. **B.** $v=8(\text{m/s})$. **C.** $v=15(\text{m/s})$. **D.** $v=13(\text{m/s})$.

Câu 204. [2D3-3] Một vật chuyển động với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t)=3t+t^2$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng 10s kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

A. $\dfrac{3400}{3}\text{m}$. **B.** $\dfrac{4300}{3}\text{m}$. **C.** $\dfrac{130}{3}\text{m}$. **D.** 130m.

Câu 205. [2D3-3] Một vật di chuyển với gia tốc $a(t)=-20(1+2t)^{-2}\left(\text{m/s}^2\right)$. Khi $t=0$ thì vận tốc của vật bằng 30 m/s. Tính quãng đường vật đó di chuyển sau 2 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. 48 m. **B.** 68 m. **C.** 108 m. **D.** 8 m.

Câu 206. [2D3-3] Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v=30$ (m/s) thì đột ngột thay đổi gia tốc $a(t)=4-t$ (m/s^2). Tính quãng được đi được của chất điểm kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến thời điểm vận tốc lớn nhất.

A. $\dfrac{848}{3}$ (m). **B.** $\dfrac{424}{3}$ (m). **C.** $\dfrac{128}{3}(\text{m})$. **D.** $\dfrac{64}{3}(\text{m})$.

Câu 207. [2D3-3] Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=-20(1+2t)^{-2}\,(\text{m/s}^2)$. Khi $t=0$ thì vận tốc của vật là $30(\text{m/s})$. Tính quãng đường vật đó di chuyển sau 2 giây (m là mét, s là giây).

A. 46 m. **B.** 48 m. **C.** 47 m. **D.** 49 m.

Câu 208. [2D3-3] Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 (mét) so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t)=10t-t^2$, trong đó t (phút) là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút (m/p). Nếu như vậy thì khi bắt đầu tiếp đất vận tốc v của khí cầu là

A. $v=5(\text{m/p})$. **B.** $v=7(\text{m/p})$. **C.** $v=9(\text{m/p})$. **D.** $v=3(\text{m/p})$.

Câu 209. [2D3-3] Một ôtô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ôtô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-12t+24$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ôtô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 18 m. **B.** 15 m. **C.** 20 m. **D.** 24 m.

Câu 210. [2D3-3]Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(h)$ có đồ thị của vận tốc. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường Parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động trong 4 giờ đó.

A. $s=26,5\,(\text{km})$ **B.** $s=28,5\,(\text{km})$. **C.** $s=27\,(\text{km})$. **D.** $s=24\,(\text{km})$.

Câu 211. [2D3-4]Một người lái xe ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào ngăn đường ở phía trước cách 45m (tính từ vị trí đầu xe đến hàng rào) vì vậy, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách hàng rào ngăn cách bao nhiêu mét (tính từ vị trí đầu xe đến hàng rào)?

A. 5 m. **B.** 4 m. **C.** 6 m. **D.** 3 m.

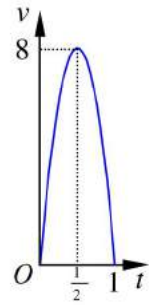
Câu 212. [2D3-4] Một ôtô đang chạy đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ôtô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a$ m/s^2. Biết ôtô chuyển động thêm được 20m thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây.

A. $(3;4)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(5;6)$. **D.** $(6;7)$.

Câu 213. [2D3-4] Người ta thay nước mới cho một bể bơi dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu $h_1=280\,\text{cm}$. Giả sử $h(t)$ cm là chiều cao của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, bết rằng tốc độ tăng của chiều cao nước tại giây thứ t là $h'(t)=\dfrac{1}{500}\sqrt[3]{t+3}$. Hỏi sau bao lâu thì nước bơm được $\dfrac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi?

A. 7545,2 s. **B.** 7234,8 s. **C.** 7200,7 s. **D.** 7560,5 s.

Câu 214. [2D3-4] Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh $I\left(\dfrac{1}{2};\,8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quảng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi chạy.



A. $s=4$ (km). **B.** $s=2,3$ (km). **C.** $s=4,5$ (km). **D.** $s=5,3$ (km).

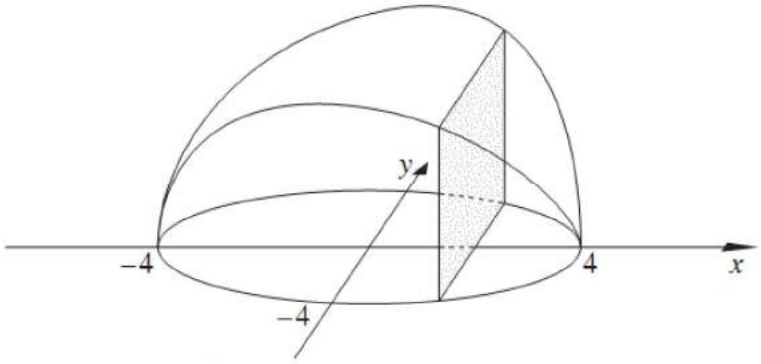
Câu 215. **[2D3-4]** Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm trên cùng đoạn đường thẳng AB, ô tô thứ nhất bắt đầu xuất phát từ A và đi theo hướng từ A đến B với vận tốc $v_a(t)=2t+1(\text{km/h})$; ô tô thứ hai xuất phát từ O cách A một khoảng 22 km và đi theo hướng từ A đến B với vận tốc 10km/h, sau một khoảng thời gian người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô thứ hai chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_0(t)=-5t+20(\text{km/h})$. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu kể từ khi xuất phát hai ô tô đó gặp nhau.

A. 6h. **B.** 8h. **C.** 7h. **D.** 4h.

Câu 216. **[2D3-2]** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=32+2\sqrt{15}$. **B.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124}{3}$. **D.** $V=\left(32+2\sqrt{15}\right)\pi$.

Câu 217. **[2D3-2]** Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2+y^2=16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy), cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là:



A. $\int_{-4}^{4}4\pi x^2\mathrm{d}x$. **B.** $\int_{-4}^{4}4x^2\mathrm{d}x$. **C.** $\int_{-4}^{4}4\left(16-x^2\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_{-4}^{4}4\pi\left(16-x^2\right)\mathrm{d}x$.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	D	B	B	C	B	A	D	A	A	B	A	A	B	B	B	C	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	C	B	B	C	D	D	C	A	D	D	C	C	A	C	B	D	D	A	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	C	A	D	D	C	B	A	A	B	A	D	A	C	A	D	D	C	A	D
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	D	B	B	B	A	D	C	A	B	C	B	B	B	C	C	D	D	B	D
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
B	A	C	D	A	C	D	A	B	B	A	C	B	C	B	C	A	C	D	B
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
B	D	D	C	C	A	C	A	A	A	B	D	C	D	B	D	A	D	D	B
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
A	C	C	D	B	C	B	D	A	D	B	D	B	D	C	C	A	C	D	D
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
B	B	B	D	A	C	D	C	D	C	A	B	A	D	C	D	D	C	A	B
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
D	A	C	D	C	C	A	D	D	A	B	D	D	A	C	B	B	D	A	C
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
D	A	C	C	A	C	D	B	A	C	C	B	C	D	D	A	B	D	A	A
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217			
D	C	D	B	A	B	B	C	D	C	A	C	B	C	A	C	C			

Tài liệu phát hành miễn phí tại ...

Vấn đề 4. NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN TRONG CÁC ĐỀ THI ĐH – CĐ - THPTQG

PHẦN 1 - CÁC ĐỀ TỰ LUẬN TRƯỚC 2017

I - NGUYÊN HÀM

Bài 1. Tìm họ nguyên hàm: $\int x\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)\mathrm{d}x$

ĐH Hàng hải – 98

ĐS: $\frac{x^2}{2}\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)-1+C$

Bài 2. Tìm họ nguyên hàm: $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sin 2x-2\sin x}$

ĐH Hàng hải – 99

ĐS: $\frac{1}{8}\ln\left(\cot^2\frac{x}{2}\right)+\frac{1}{8}\sin^2 x^2+C$

Bài 3. Tìm họ nguyên hàm của các hàm số sau: a) $f(x)=\frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}$ b) $f(x)=\frac{\cos 2x}{\sin x+\cos x}$

ĐH Ngoại thương – 99

ĐS: a) $-\ln|\sin x+\cos x|+C$ *b)* $\sin x+\cos x+C$

Bài 4. Tìm họ nguyên hàm: $\int\frac{\sin(\alpha+x)}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$, với α là hằng số.

ĐH Xây dựng HN – 99

ĐS: $\frac{\sin\alpha}{2}\ln\frac{1+\sin x}{1-\sin x}+\frac{\cos\alpha}{\cos x}+C$

Bài 5. Tìm họ nguyên hàm: $\int\frac{1}{\sqrt{2}-\sin x-\cos x}\mathrm{d}x$.

ĐH Bách khoa HN – 00

ĐS: $-\frac{1}{\sqrt{2}}\cot\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{8}\right)+C$

Bài 6. Tìm họ nguyên hàm: $\int\frac{x^2-1}{(x^2+5x+1)(x^2-3x+1)}\mathrm{d}x$

ĐH QG Hà Nội – HV Ngân hàng khối A – 01

ĐS: $-\frac{1}{8}\ln\left|\frac{x^2+5x+1}{x^2-3x+1}\right|+C$

Bài 7. Tìm họ nguyên hàm: $\int\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cot\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}x$

ĐH QG Hà Nội – HV Ngân hàng khối D – 01

ĐS: $x+\frac{1}{\sqrt{3}}\ln\left|\frac{1+\sqrt{3}\tan x}{1-\sqrt{3}\tan x}\right|+C$

Bài 8. Tìm họ nguyên hàm: $\int\cot^2\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x$

ĐH Công đoàn – 01

ĐS: $-\frac{1}{2}\cot\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)-x+C$

Bài 9. Tìm họ nguyên hàm: $\int \frac{x\,dx}{\sqrt[3]{x+1}}$

ĐH An ninh – 01 ĐS: $\frac{3}{5}(x+1)\sqrt[3]{(x+1)^2}-\frac{3}{2}\sqrt[3]{(x+1)^2}+C$

Bài 10. Tìm họ nguyên hàm: $\int \frac{\cot x}{1+\sin^9 x}dx$

ĐH Ngoại thương CSII – 01 ĐS: $\frac{1}{9}\ln\left|\frac{\sin^9 x}{1+\sin^9 x}\right|+C$

Bài 11. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}$ biết $F(1)=\frac{1}{3}$

Tốt nghiệp THPT – 03 ĐS: $F(x)=\frac{x^2}{2}+x+\frac{2}{x+1}-\frac{13}{6}$

Bài 12. Tìm nguyên hàm: $I=\int \frac{\sqrt{x+1}}{x}dx$

CĐ SP Hà Nam – 04 ĐS: $2t+\ln|t-1|-\ln|t+1|+C$

Bài 13. Tìm nguyên hàm: $f(x)=\frac{(x+3)^5}{(x-7)^7}$

CĐ Tài chính kế toán IV – 04 ĐS: $-\frac{1}{60}\left(\frac{x+3}{x-7}\right)^6+C$

II - TÍCH PHÂN

Bài 14. Cho hàm số $f(x)=\frac{a}{x^2}+\frac{b}{x}+2$. Tìm a và b biết rằng $f'\left(\frac{1}{2}\right)=-4$ và $\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)dx=2-3\ln 2$.

ĐH Bách khoa HN – 94 ĐS: $a = 1, b = -3$

Bài 15. Cho hàm số $f(x)=a\sin 2x-b\cos 2x$. Tìm a và b biết rằng $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2$ và $\int_{b}^{2b} a\,dx=1$.

ĐH Mỹ thuật Công nghiệp – 99 ĐS: $a = 1, b = -3$

Bài 16. Cho $f(x)=3x^3-x^2-4x+1$ và $g(x)=2x^3+x^2-3x-1$

a) Giải bất phương trình: $f(x)\ge g(x)$. b) Tính tích phân: $I=\int_{-1}^{2}|f(x)-g(x)|dx$

ĐH QG TpHCM khối D – 99 ĐS: a) $-1\le x\le 1\vee x\ge 2$ b) $\frac{37}{12}$

Bài 17. Tính tích phân: $I=\int_{0}^{3}|2^x-4|dx$

ĐH Cần Thơ – 00 ĐS: $4+\frac{1}{\ln 2}$

Bài 18. Tính tích phân: $I=\int_{0}^{2\pi}\sqrt{1+\sin x}dx$

ĐH Kỹ thuật Công nghiệp – 01 ĐS: $4\sqrt{2}$

Bài 19. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{1-\sin 2x}\,dx$

ĐH Sư phạm Vinh khối D – 01 *ĐS:* $2\sqrt{2}-2$

Bài 20. Tính tích phân: $I=\int_0^1\left(1-x-x^2\right)^2 dx$

ĐH Ngoại ngữ HN – 01 *ĐS: 11/30*

Bài 21. Tính tích phân: $I=\int_0^1 x|x-m|\,dx$ tùy theo m

ĐH Y dược TpHCM – 01 *ĐS:* $m\ge 1: I=\frac{3m-2}{6}; m\le 0: I=\frac{2-3m}{6}$; $0<m<1: I=\frac{2m^3-3m+2}{6}$

Bài 22. Tính tích phân: $I=\int_1^3\left|x^2-2x+m\right|dx$

a) Tính I với $m=1$. b) Tính I theo m với $m<-3$.

CĐ Sư phạm Hải Phòng – 04 *ĐS: a) 8/3 b) – 2m – 2/3*

Bài 23. Tính tích phân: $I=\int_{-3}^5\left(|x+2|-|x-2|\right)dx$

CĐ Giao Thông – 04 *ĐS: 8*

III - CÁC PHƯƠNG PHÁP TÍNH TÍCH PHÂN

A. Phương pháp đổi biến số

Bài 24. Tính tích phân: $I=\int_0^1\frac{2x}{(x+1)^3}dx$

ĐH Thủy sản Nha Trang – 97 *ĐS:* $\frac{1}{4}$

Bài 25. Tính tích phân: $I=\int_0^1\left(e^{2x}-\pi\sin\pi x\right)dx$

ĐH Văn Lang – 97 *ĐS:* $\frac{e^2-5}{2}$

Bài 26. Tính tích phân: $I_n=\int_0^1 x^2\left(1+x^3\right)^n dx$

ĐH Mở HN – 99 *ĐS:* $\frac{2^{n+1}-1}{3(n+1)}$

Bài 27. Tính tích phân: $I_n=\int_0^1\frac{e^x}{e^x+1}dx$

CĐ Kinh tế Đối ngoại – 99 *ĐS:* $\ln\frac{1+e}{2}$

Bài 28. Tính tích phân: $I=\int_1^e\frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$

ĐH Đà lạt – 99 *ĐS:* $\frac{2}{3}$

Bài 29. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{x^3+2x^2+10x+1}{x^2+2x+9}\mathrm{d}x$

ĐH Ngoại thương – 00 *ĐS:* $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln\frac{4}{3}$

Bài 30. Tính tích phân: $I=\int_1^e \frac{1+\ln^2 x}{x}\mathrm{d}x$

ĐH Kỹ thuật công nghệ – 00 *ĐS: 4/3*

Bài 31. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}}\mathrm{d}x$

CĐ Giao thông Vận tải – 01 *ĐS:* $\frac{1}{2}\ln\frac{e^2+1}{2}$

Bài 32. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln\left(1+\tan x\right)\mathrm{d}x$

ĐH Thủy lợi – 01 *ĐS:* $\frac{\pi}{8}\ln 2$

Bài 33. Tính tích phân: $I=\int_0^b \frac{a-x^2}{\left(a+x^2\right)^2}\mathrm{d}x$ *(với a, b là các tham số dương)*

HV Kỹ thuật quân sự – 01 *ĐS:* $\frac{b}{a+b^2}$

Bài 34. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{x^3\mathrm{d}x}{x^2+1}$

Dự bị 2 ĐH Khối D – 02 *ĐS:* $\frac{1-\ln 2}{2}$

Bài 35. Tính tích phân: $I=\int_0^{\pi} \frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$

CĐ SP Bình Phước – 04 *ĐS:* $\pi^2/4$

Bài 36. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{1+\mathrm{e}^x}$

CĐ SP Kon Tum – 04 *ĐS:* $\ln\frac{2e}{1+e}$

Bài 37. Tính tích phân: $I=\int_0^2 \frac{x^4}{\sqrt{x^5+1}}\mathrm{d}x$

CĐ Kinh tế Kỹ thuật – 04 *ĐS:* $\frac{2}{5}(\sqrt{33}-1)$

Bài 38. Tính tích phân: $I=\int_{-\frac{1}{2}}^3 \frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt[3]{2x+2}}$

Dự bị 1 ĐH Khối A – 08 *ĐS: 12/5*

Bài 39. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\cos^3 x-1\right)\cos^2 x\,dx$

ĐH Khối A – 09 *ĐS:* $\frac{8}{15}-\frac{\pi}{4}$

Bài 40. Tính tích phân: $I=\int_1^3\frac{dx}{e^x-1}$

ĐH Khối D – 09 *ĐS:* $\ln\left(e^2+e+1\right)-2$

Bài 41. Tính tích phân: $I=\int_0^1\frac{x^2+e^x+2x^2e^x}{1+2e^x}$

ĐH Khối A – 10 *ĐS:* $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\ln\frac{1+2e}{3}$

Bài 42. Tính tích phân: $I=\int_1^e\frac{\ln x}{x\left(2+\ln x\right)^2}dx$

ĐH Khối B – 10 *ĐS:* $\ln\frac{3}{2}-\frac{1}{3}$

Bài 43. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x\sin x+\left(x+1\right)\cos x}{x\sin x+\cos x}dx$

ĐH Khối A – 11 *ĐS:* $\frac{\pi}{4}+\ln\left(\frac{\pi\sqrt{2}}{8}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Bài 44. Tính tích phân: $I=\int_0^1 x\sqrt{2-x^2}dx$

ĐH Khối B – 13 *ĐS:* $(2\sqrt{2}-1)/3$

Bài 45. Tính tích phân: $I=\int_0^1\frac{\left(x+1\right)^2}{x^2+1}dx$

ĐH Khối D – 13 *ĐS: 1 + ln2*

Bài 46. Tính tích phân: $I=\int_1^5\frac{dx}{1+\sqrt{2x-1}}$

CĐ Khối A, A1, B, D – 13 *ĐS: 2 – ln2*

Bài 47. Tính tích phân: $I=\int_1^2\frac{x^2+3x+1}{x^2+x}dx$

ĐH Khối B – 14 *ĐS: 1 + ln3*

Bài 48. Tính tích phân: $I=\int_1^2\frac{x^2+2\ln x}{x}dx$

CĐ Khối A,A1,B,D – 14 *ĐS: 3/2 $ln^2$2*

Bài 49. Tính tích phân: $I=\int_0^3 3x\left(x+\sqrt{x^2+16}\right)dx$

THPTQG – 16 *ĐS:* 88

B. Phương pháp đa thức đồng nhất

Bài 50. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^4+4x^2+3}$

ĐH Mỏ - Địa chất – 95 *ĐS:* $\frac{\pi}{24}\left(3\sqrt{3}-2\right)$

Bài 51. Tìm A, B sao cho với mọi $x\neq 2$ và $x\neq 3$ ta có: $\frac{3x-7}{x^2-5x+6}=\frac{A}{x-2}+\frac{B}{x-3}$

Từ đó tính tích phân: $\int_4^5 \frac{3x-7}{x^2-5x+6}\mathrm{d}x$

ĐH Kỹ thuật công nghệ – 98 *ĐS:* $\ln 6$

Bài 52. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-x-2}$

CĐ Sư phạm – 98 *ĐS:* $-\frac{2}{3}\ln 2$

Bài 53. Cho hàm số: $y=\frac{x+3}{x^2+3x+2}$ có tập xác định D.

a) Tìm a, b sao cho: $y=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x+2}$, $\forall x\in D$.

b) Tính tích phân: $I=\int_0^{\ln 2} \frac{\mathrm{e}^{2x}+3\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^{2x}+3\mathrm{e}^x+2}\mathrm{d}x$

CĐ Sư phạm TPHCM – 00 *ĐS:* $\ln\frac{27}{16}$

Bài 54. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{3\mathrm{d}x}{1+x^3}$

ĐH Xây dựng HN – 00 *ĐS:* $\ln 2+\pi/\sqrt{3}$

Bài 55. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1}$

CĐDL Kỹ nghệ – 00 *ĐS:* $\ln\frac{2e}{1+e}$

Bài 56. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^{2x}+3}$

ĐH Công đoàn – 00 *ĐS:* $\frac{1}{6}\ln\frac{4e^2}{e^2+3}$

Bài 57. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{2^x+1}$

CĐ Kinh tế đối ngoại – 01 *ĐS:* $2-\frac{\ln 3}{\ln 2}$

Bài 58. Tính tích phân: $I=\int_{-1}^1 \frac{|x|\mathrm{d}x}{x^4-x^2-12}$

ĐH Xây dựng HN – 01 *ĐS:* $\frac{2}{7}\ln\frac{3}{4}$

Bài 59. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{|4x-1|}{x^2-3x+2}\mathrm{d}x$

ĐHDL Phương Đông – 01 *ĐS: 10ln3 + 19ln2 – 14ln7*

Bài 60. Tính tích phân: $I=\int_{-1}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{\left(1+x^2\right)^2}$

ĐH Nông nghiệp I HN – 01 *ĐS:* $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$

Bài 61. Tính tích phân: $I=\int_1^{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\frac{x^2+1}{x^4-x^2+1}\mathrm{d}x$

ĐH Thái Nguyên – 01 *ĐS: π/4*

Bài 62. Tính tích phân: $I=\int_2^3\frac{x^7}{1+x^8-2x^4}\mathrm{d}x$

CĐ Sư phạm Nha Trang – 02 *ĐS:* $\frac{1}{4}\left(\ln\frac{16}{3}-\frac{13}{240}\right)$

Bài 63. Tính tích phân: $I=\int_0^2\frac{x^4-x+1}{x^2+4}\mathrm{d}x$

Dự bị 2 ĐH Khối A – 04 *ĐS:*

Bài 64. Tính tích phân: $I=\int_1^{\sqrt{3}}\frac{\mathrm{d}x}{x+x^3}$

Dự bị 1 ĐH Khối B – 04 *ĐS:*

Bài 65. Tính tích phân: $I=\int_0^1\frac{\mathrm{d}x}{2x^2+5x+2}$

CĐ Khối A – 04 *ĐS:* $\frac{1}{3}\ln 2$

Bài 66. Tính tích phân: $I=\int_{-1}^2\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2\mathrm{d}x$

CĐ SP Ninh Bình – 04 *ĐS:* $39/4-6\ln 4$

Bài 67. Tính tích phân: $I=\int_0^1\frac{x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$

CĐ Lương thực Thực phẩm – 04 *ĐS:* $\ln 2-1/2$

Bài 68. Tính tích phân: $I=\int_{\ln 3}^{\ln 5}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+2\mathrm{e}^{-x}-3}$

ĐH Khối B – 06 *ĐS:* $\ln(3/2)$

Bài 69. Tính tích phân: $I=\int_0^1\frac{x(x-1)}{x^2-4}\mathrm{d}x$

Dự bị 1 ĐH Khối D – 07 *ĐS:* $1+\ln 2-\frac{3}{2}\ln 3$

Bài 70. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{2x-1}{x+1}\mathrm{d}x$

CĐ Khối A, B, D – 10 *ĐS: 2 – 3ln2*

Bài 71. Tính tích phân: $I=\int_1^2 \frac{2x+1}{x(x+1)}\mathrm{d}x$

CĐ Khối A, B, D – 11 *ĐS: ln3*

Bài 72. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{x^3}{x^4+3x^2+2}\mathrm{d}x.$

ĐH Khối B – 12 *ĐS:* $\ln 3-\frac{3}{2}\ln 2$

C. *Phương pháp hàm số lượng giác*

Bài 73. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\mathrm{d}x$

ĐH Bách khoa HN – 98 *ĐS: 0*

Bài 74. Tính tích phân: $I=\int_0^{\pi} |\cos x|\sqrt{\sin x}\mathrm{d}x$

ĐH Bách khoa HN – 98 *ĐS: 4/3*

Bài 75. Cho hai hàm số: $f(x)=4\cos x+3\sin x;\ g(x)=\cos x+2\sin x$

a) Tìm A, B để $g(x)=A.f(x)+B.f(x)$. b) Tính $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{g(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

ĐH Xây dựng HN – 98 *ĐS: a) A = 2/5; B = –1/5 b)* $\frac{\pi}{10}-\frac{1}{5}\ln\frac{7}{4\sqrt{2}}$

Bài 76. a) Tìm A, B để $h(x)=\frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2}=\frac{A\cos x}{(2+\sin x)^2}+\frac{B\cos x}{2+\sin x}$

b) Tính $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} h(x)\mathrm{d}x$.

ĐH Bách khoa HN – 99 *ĐS: a) A = – 4; B = 2 b) I = 2ln2 – 2*

Bài 77. Tính tích phân: a) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\left(1+\sin^2 x\right)^3\mathrm{d}x$) $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\cos x\left(1+\cos x\right)^2\mathrm{d}x$

ĐH Thủy sản Nha Trang – 99 *ĐS: a) 15/4 b)17/12*

Bài 78. a) Cho hai số nguyên dương p và q. Tính $I=\int_0^{2\pi} \cos px.\cos qx\,\mathrm{d}x$ trong hai trường hợp: $p=q$ và $p\neq q$.

b) Cho các số thực $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$. Giả sử $a_1\cos x+a_2\cos 2x+\ldots+a_n\cos nx=0$ với mọi $x\in[0;2\pi]$. Hãy sử dụng kết quả trên để tính $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$.

ĐH Quốc gia TPHCM khối A – 99 *ĐS: a)* $p=q: I=\pi;\ p\neq q: I=0$ *b)* $a_1=a_2=\ldots=a_n=0$

Bài 79. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}\sin x\cos^3 x\,dx$

ĐH Kiến trúc HN – 99 *ĐS:* $(e-2)/2$

Bài 80. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x\,dx$

ĐH Quốc gia TPHCM khối A – 00 *ĐS:* $\frac{3\pi-8}{32}$

Bài 81. Tính tích phân: $I=\int_0^{\pi} \cos^4 x\,dx$

ĐH Quốc gia TPHCM khối A – 00 *ĐS:* $3\pi/8$

Bài 82. Tính tích phân: $I=\int_0^{\pi} \cos^3 x\cos 5x\,dx$

ĐH Hồng Đức – 00 *ĐS: 0*

Bài 83. Tính tích phân: $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}dx$

ĐH Đà Nẵng – 00 *ĐS:* $\frac{1}{2}\ln 2$

Bài 84. Tính tích phân: a) $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\tan^2 x+\cot^2 x-2}\,dx$ b) $I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin x\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}$

ĐH Mỏ - Địa chất – 00 *ĐS: a)* $\ln\frac{4}{3}$ *b)* $2\ln\frac{3}{2}$

Bài 85. Tính tích phân: $I=\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{3\pi}{8}} \frac{4}{\sin^2 2x}dx$

CĐ Sư phạm Vinh – 01 *ĐS: 4*

Bài 86. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{\tan^3 x}{\cos 2x}dx$

ĐH Kinh tế – 01 *ĐS:* $-\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\ln\frac{2}{3}$

Bài 87. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4\cos^3 x}{1+\sin x}dx$

ĐH Văn Lang – 01 *ĐS: 2*

Bài 88. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x\,dx$

ĐH DL Bình Dương – 01 *ĐS: 8/15*

Bài 89. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\mathrm{d}x}{(\sin x+2\cos x)^2}$

ĐH Sư phạm TPHCM – 01 *ĐS: 1/6*

Bài 90. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\ln\frac{(1+\sin x)^{1+\cos x}}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

ĐH Sư phạm Vinh – 01 *ĐS:* $\ln\frac{3}{\mathrm{e}}$

Bài 91. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\mathrm{d}x}{4\sin^2 x-3}$

ĐH DL Ngoại ngữ Tin học – 01 *ĐS:* $\frac{1}{2\sqrt{3}}\ln\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$

Bài 92. Cho $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sin^2 x}{\sin x+\sqrt{3}\cos x}\mathrm{d}x$ và $J=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\cos^2 x}{\sin x+\sqrt{3}\cos x}\mathrm{d}x$

a) Tính $I-3J$, và $I+J$.

b) Từ kết quả trên, hãy tính các giá trị của I, J và tính tích phân: $K=\int\limits_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{3}}\frac{\cos 2x}{\sin x-\sqrt{3}\cos x}\mathrm{d}x$

ĐH QG TPHCM khối A – 01 *ĐS: a)* $I-3J=1-\sqrt{3}$; $I+J=\frac{1}{4}\ln 3$

b) $I=\frac{1}{4}\left(1-\sqrt{3}+\frac{3}{4}\ln 3\right)$; $J=\frac{1}{4}\left(\sqrt{3}-1+\frac{1}{4}\ln 3\right)$; $K=\frac{1}{2}\left(1-\sqrt{3}-\frac{1}{4}\ln 3\right)$

Bài 93. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sqrt{\cos x}-\sqrt{\sin x}\right)\mathrm{d}x$

ĐH Hồng Đức – 01 *ĐS: 0*

Bài 94. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^6 x\mathrm{d}x}{\sin^4 x}$

ĐH Nông nghiệp I HN – 01 *ĐS:* $\frac{5\pi}{8}-\frac{23}{12}$

Bài 95. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin 4x}{\sin^6 x+\cos^6 x}\mathrm{d}x$

ĐH Ngoại Thương khối A – 01 *ĐS:* $\frac{4}{3}\ln 2$

Bài 96. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{5\cos x-4\sin x}{(\cos x+\sin x)^3}\mathrm{d}x$

ĐH Giao thông vận tải – 01 *ĐS: 1/2*

Bài 97. a) Tính tích phân: $I=\int_1^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x\sin 2x\mathrm{d}x$

b) Chứng minh rằng: $\int_1^{\frac{\pi}{2}}\cos^6 x\cos 6x\mathrm{d}x=\int_1^{\frac{\pi}{2}}\cos^5 x\sin x\sin 6x\mathrm{d}x$ và tính $I=\int_1^{\frac{\pi}{2}}\cos^5 x\cos 7x\mathrm{d}x$

ĐH Nông Lâm TPHCM – 01 *ĐS: a) ½ b) 0*

Bài 98. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt[6]{1-\cos^3 x}.\sin x.\cos^5 x\mathrm{d}x$

Dự bị 1 ĐH Khối A – 02 *ĐS: 12/91*

Bài 99. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\sin 2x\sin 3x\mathrm{d}x$

CĐ Sư phạm Vĩnh Phúc – 02 *ĐS: 1/6*

Bài 100. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}\mathrm{d}x$

ĐH Nông nghiệp I HN – 01 *ĐS: π/4*

Bài 101. Tính các tích phân a) $I_1=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos 2x\left(\sin^4 x+\cos^4 x\right)\mathrm{d}x$ b) $I_2=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^5 x\mathrm{d}x$

CĐ Sư phạm Hà Tĩnh – 02 *ĐS: $I_1 = 0$; $I_2 = 8/15$*

Bài 102. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-2\sin^2 x}{1+\sin 2x}\mathrm{d}x$

ĐH Khối B – 03 *ĐS:* $\frac{1}{2}\ln 2$

Bài 103. Tính tích phân: $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\tan x}{\cos x\sqrt{1+\cos^2 x}}\mathrm{d}x$

CĐ SP Bắc Ninh – 04 *ĐS:* $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

Bài 104. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2004} x}{\sin^{2004} x+\cos^{2004} x}\mathrm{d}x$

CĐ Tài chính kế toán IV – 04 *ĐS: π/4*

Bài 105. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{4\sin^3 x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

CĐ Y tế Nghệ An – 04 *ĐS: 2*

Bài 106. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{\cos x+1}\mathrm{d}x$

CĐ KTKT Công nghiệp 2 – 04 *ĐS: 2(1 – ln2)*

Bài 107. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{1+3\cos x}\mathrm{d}x$

CĐ Công nghiệp IV – 04 *ĐS:* $\frac{1}{3}\ln 4$

Bài 108. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x\cos x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

ĐH Khối B – 05 *ĐS: 2ln2 – 1*

Bài 109. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\mathrm{e}^{\sin x}+\cos x\right)\cos x\mathrm{d}x$

ĐH Khối D – 05 *ĐS:* $\mathrm{e}+\frac{\pi}{4}-1$

Bài 110. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin^2 x\tan x\mathrm{d}x$

Dự bị 1 ĐH Khối A – 05 *ĐS:* $\ln 2-\frac{3}{8}$

Bài 111. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\tan x+\mathrm{e}^{\sin x}\cos x\right)\mathrm{d}x$

Dự bị 2 ĐH Khối B – 05 *ĐS:* $\frac{1}{2}\ln 2+\mathrm{e}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}-1$

Bài 112. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x+4\sin^2 x}}\mathrm{d}x$

ĐH Khối A – 06 *ĐS: 2/3*

Bài 113. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\tan^4 x}{\cos 2x}\mathrm{d}x$

ĐH Khối A – 08 *ĐS:* $\frac{1}{2}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)-\frac{10\sqrt{3}}{27}$

Bài 114. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)}{\sin 2x+2\left(1+\sin x+\cos x\right)}\mathrm{d}x$

ĐH Khối B – 08 *ĐS:* $\left(4-3\sqrt{2}\right)/4$

Bài 115. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x\mathrm{d}x}{3+4\sin x-\cos 2x}$

Dự bị 2 ĐH Khối A – 08 *ĐS:* $-\frac{1}{2}+\ln 2$

D. Phương pháp hàm số có chứa căn thức

Bài 116. Tính tích phân: $I=\int_{\sqrt{7}}^{4}\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2+9}}$

ĐH An ninh – 99 *ĐS:* $\frac{1}{6}\ln\frac{7}{4}$

Bài 117. Tính tích phân: $I=\int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+2}}\mathrm{d}x$

ĐH Quy Nhơn – 99 *ĐS:* $\frac{1}{10}\left(28-3\sqrt[3]{4}\right)$

Bài 118. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \frac{x^2+x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$

ĐH Hồng Đức – 99 *ĐS:* $\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}\ln\left(1+\sqrt{2}\right)-1$

Bài 119. Tính tích phân: $I=\int_0^{\ln 2} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\mathrm{e}^x+1}}$

ĐH Công đoàn – 99 *ĐS:* $\ln\left(2-\sqrt{3}\right)\left(3+2\sqrt{2}\right)$

Bài 120. Tính tích phân: $I=\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\ln x.\sqrt[3]{1+\ln^2 x}}{x}\mathrm{d}x$

HV Chính trị QG – 99 *ĐS:* $\frac{3}{8}\left(2\sqrt[3]{2}-1\right)$

Bài 121. Tính tích phân: $I=\int_0^{\ln 2} \frac{\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x}{\sqrt{\mathrm{e}^x+1}}$

ĐH Bách khoa HN – 00 *ĐS:* $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Bài 122. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \sqrt{\left(1-x^2\right)^3}\mathrm{d}x$

ĐH Y Hải Phòng – 00 *ĐS: 3π/16*

Bài 123. Tính tích phân: $I=\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$

ĐH SP Hà Nội - HV Chính trị QG – 01 *ĐS: 2/15*

Bài 124. Tính tích phân: $I=\int_0^1 x^5\sqrt{1-x^3}\mathrm{d}x$

ĐH QG TPHCM – 01 *ĐS: 4/45*

Bài 125. Tính tích phân: $I=\int_{\sqrt{2}}^3 \sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$

ĐH Y Hà Nội – 01 *ĐS:* $\frac{1}{2}\left[5\sqrt{2}-\ln\left(\sqrt{2}+1\right)\right]$

Bài 126. Tính tích phân: $I=\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{2\mathrm{d}x}{x\sqrt{4x^2-1}}$

CĐ Sư phạm Bà Rịa Vũng Tàu – 01 *ĐS: π/6*

Bài 127. Tính tích phân: $I=\int_0^{\ln 3} \frac{\mathrm{e}^x\mathrm{d}x}{\sqrt{\left(\mathrm{e}^x+1\right)^3}}$

Dự bị 2 ĐH Khối B – 02 *ĐS:* $\sqrt{2}-1$

Bài 128. Tính tích phân: $I=\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^2}\,dx$

Dự bị 2 ĐH Khối A – 03 *ĐS: 2/15*

Bài 129. Tính tích phân: $I=\int_{\ln 2}^{\ln 5}\frac{e^{2x}dx}{\sqrt{e^x-1}}$

Dự bị 1 ĐH Khối B – 03 *ĐS: 20/30*

Bài 130. Tính tích phân: $I=\int_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}}\frac{dx}{x\sqrt{x^2+4}}$

ĐH Khối A – 03 *ĐS:* $\frac{1}{4}\ln\frac{5}{3}$

Bài 131. Tính tích phân: $I=\int_0^{\sqrt{3}} x^3\sqrt{1+x^2}\,dx$

CĐ Khí Tượng Thủy Văn – 03 *ĐS: 58/15*

Bài 132. Tính tích phân: $I=\int_{-1}^{4}\frac{2dx}{\sqrt{x+5}+4}$

CĐ GTVT 3 – 04 *ĐS:* $4+16\ln\frac{6}{7}$

Bài 133. Tính tích phân: $I=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x^5+2x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$

CĐ SP Khối A – 04 *ĐS: 26/5*

Bài 134. Tính tích phân: $I=\int_1^2\frac{xdx}{\sqrt{2+x}+\sqrt{2-x}}$

CĐ Cơ Khí Luyện Kim – 04 *ĐS:* $\frac{7}{3}-\sqrt{3}$

Bài 135. Tính tích phân: $I=\int_0^2 x^2\sqrt{4-x^2}\,dx$

CĐ KTKT Công nghiệp 2 – 04 *ĐS:* π

Bài 136. Tính tích phân: $I=\int_{-1}^{0} x\sqrt{1+x}dx$

CĐ Hóa chất – 04 *ĐS: – 4/5*

Bài 137. Tính tích phân: $I=\int_1^9 x\sqrt[3]{1-x}dx$

Hệ CĐ ĐH Hùng Vương – 04 *ĐS:* $-66\frac{6}{7}$

Bài 138. Tính tích phân: $I=\int_0^{\sqrt{3}} x^3\sqrt{1+x^2}\,dx$

CĐ KT Kế hoạch Đà Nẵng – 04 *ĐS: 58/15*

Bài 139. Tính tích phân: $I=\int_1^2\frac{x}{1+\sqrt{x-1}}dx$

ĐH Khối A – 04 *ĐS:* $\frac{11}{3}-4\ln 2$

Bài 140. Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}\ln x}{x}dx$

ĐH Khối B – 04 *ĐS: 116/135*

Bài 141. Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x+\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}dx$

ĐH Khối A – 05 *ĐS: 34/27*

Bài 142. Tính tích phân: $I = \int_0^7 \frac{x+2}{\sqrt[3]{x+1}}dx$

Dự bị 2 ĐH Khối A – 05 *ĐS: 231/10*

Bài 143. Tính tích phân: $I = \int_1^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x\sqrt{\ln x+1}}dx$

Dự bị 1 ĐH Khối D – 05 *ĐS: 76/15*

Bài 144. Tính tích phân: $I = \int_2^6 \frac{dx}{2x+1+\sqrt{4x+1}}$

Dự bị 1 ĐH Khối A – 06 *ĐS:* $\ln\frac{3}{2}-\frac{1}{12}$

Bài 145. Tính tích phân: $I = \int_5^{10} \frac{dx}{x-2\sqrt{x-2}}$

Dự bị 1 ĐH Khối B – 06 *ĐS: 2ln2 + 1*

Bài 146. Tính tích phân: $I = \int_1^{\sqrt{e}} \frac{3-2\ln x}{x\sqrt{1+2\ln x}}dx$

Dự bị 2 ĐH Khối B – 06 *ĐS:* $\frac{10\sqrt{2}-11}{3}$

Bài 147. Tính tích phân: $I = \int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}}{1+\sqrt{2x+1}}dx$

Dự bị 1 ĐH Khối A – 07 *ĐS: 2 + ln2*

Bài 148. Tính tích phân: $I = \int_0^2 \frac{x+1}{\sqrt{4x+1}}dx$

Dự bị 1 ĐH Khối B – 08 *ĐS: 11/6*

Bài 149. Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x^3dx}{\sqrt{4-x^2}}$

Dự bị 2 ĐH Khối B – 08 *ĐS:* $\frac{16}{3}-3\sqrt{3}$

Bài 150. Tính tích phân: $I = \int_0^4 \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2}dx$

ĐH Khối D – 11 *ĐS:* $\frac{34}{3}+10\ln\frac{3}{5}$

Bài 151. Tính tích phân: $I = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$

CĐ Khối A, A1, B, D – 12 *ĐS: 8/3*

E. Phương pháp tích phân từng phần

Bài 152. Tính tích phân: $I=\int_0^1 (x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$

ĐH Ngoại ngữ Tin học – 97 *ĐS:* $\frac{3-\mathrm{e}^2}{4}$

Bài 153. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x-1)\cos^2 x\mathrm{d}x$

ĐH Công đoàn – 99 *ĐS:* $\frac{\pi}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)-\frac{1}{2}$

Bài 154. Tính tích phân: $I=\int_0^{\pi} x^2\sin x\mathrm{d}x$

ĐH An ninh – 99 *ĐS:* π^2-4

Bài 155. Cho tích phân: $I(t)=\int_0^t (x\sin x)^2\,\mathrm{d}x$

a) Tính tích phân khi $t=\pi$.

b) Chứng minh rằng $I(t)+I(-t)=0$.

ĐH Mở HN – 99 *ĐS: a)* $\frac{\pi^3}{6}-\frac{\pi}{4}$

Bài 156. 1) Tính tích phân: $I=\int_1^{\mathrm{e}} x^2\ln x\mathrm{d}x$

2) Đặt $I(t)=\int_0^t \mathrm{e}^{-x}\cos x\mathrm{d}x$

a) Tính $I(t)$.

B) Xác định $\lim\limits_{t\to+\infty} I(t)$

ĐH Hùng Vương – 99 *ĐS: 1)* $\frac{2\mathrm{e}^3+1}{9}$ *2)* $\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{-t}\sin t-\mathrm{e}^{-t}\cos t+1\right)$

Bài 157. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\ln(1+\cos x)\mathrm{d}x$

HV Kỹ thuật QS – 99 *ĐS:* $\frac{\pi}{2}-1$

Bài 158. Tính tích phân: $I=\int_0^{\pi} \mathrm{e}^x\cos x\mathrm{d}x$

ĐHDL KT Công nghệ – 00 *ĐS:* $-\frac{\mathrm{e}^{\pi}+1}{2}$

Bài 159. Tính tích phân: $I=\int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^2}\mathrm{d}x$

ĐH Công đoàn – 00 *ĐS:* $\ln\frac{8\sqrt{3}}{9}$

Bài 160. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^1 x\ln\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$

HV Ngân hàng TPHCM khối D – 00 *ĐS:* $\ln 2-\frac{1}{2}$

Bài 161. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{x+\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

HV Ngân hàng TPHCM khối A – 00 *ĐS:* $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}-\ln 2+1$

Bài 162. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2}\sin\sqrt[3]{x}\mathrm{d}x$

ĐH Kiến trúc HN – 01 *ĐS:* $3\pi-6$

Bài 163. Tính tích phân: $I=\int\limits_1^{10}x\lg^2 x\mathrm{d}x$

ĐH Luật - ĐH Dược HN – 01 *ĐS:* $50-\frac{50}{\ln 10}+\frac{99}{4\ln^2 10}$

Bài 164. Tính tích phân: $I=\int\limits_{-1}^{0}x\left(\mathrm{e}^{2x}+\sqrt[3]{x+1}\right)\mathrm{d}x$

Dự bị 2 ĐH Khối A – 02 *ĐS:* $\frac{3}{4\mathrm{e}^2}-\frac{4}{7}$

Bài 165. Tính tích phân: $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{x\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

ĐH Sư phạm Vinh – 01 *ĐS:* $\frac{4\pi}{3}-2\ln\left(\tan\frac{5\pi}{12}\right)$

Bài 166. Tính tích phân: $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\frac{\ln x}{x^3}\mathrm{d}x$

CĐ Nông Lâm – 01 *ĐS:* $\frac{\mathrm{e}^2-3}{4\mathrm{e}^2}$

Bài 167. Tính tích phân: $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}x^2\ln^2 x\mathrm{d}x$

CĐ KTKT Hải Dương – 02 *ĐS:* $\frac{5\mathrm{e}^3-2}{27}$

Bài 168. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x$

Dự bị 1 ĐH Khối A – 03 *ĐS:* $\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}\ln 2$

Bài 169. Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{a}{\left(x+1\right)^3}+bx\mathrm{e}^x$. Tìm a và b biết rằng $f'\left(0\right)=-22$ và $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=5$.

Dự bị 2 ĐH Khối B – 03 *ĐS:* $a=8,\ b=2$

Bài 170. Tính tích phân: $I=\int_0^1 x^3 e^{x^2}dx$

Dự bị 1 ĐH Khối D – 03 *ĐS: 1/2*

Bài 171. Tính tích phân: $I=\int_1^e \frac{x^2+1}{x}\ln x dx$

Dự bị 2 ĐH Khối D – 03 *ĐS:* $\frac{e^2+3}{4}$

Bài 172. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \left(x^2+1\right)e^x dx$

CĐ SP Nha Trang – 04 *ĐS: 2e – 3*

Bài 173. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} x\tan^2 x dx$

CĐ SP Hà Nam – 04 *ĐS:* $\frac{\pi}{4}+\ln\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\pi^2}{32}$

Bài 174. Tính tích phân: $I=\int_1^e \frac{x^3+1}{x}\ln x dx$

CĐ Điều dưỡng – 04 *ĐS:* $\frac{2e^3}{9}+\frac{11}{18}$

Bài 175. Tính tích phân: $I=\int_0^2 \frac{x^2e^x}{(x+2)^2}dx$

CĐ GTVT 2 – 04 *ĐS: 1*

Bài 176. Tính tích phân: $I=\int_0^1 \left(4x^2-2x-1\right).e^{2x}dx$

CĐ GTVT 3 – 04 *ĐS: – 1*

Tính tích phân: $I=\int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^2}dx$

CĐ KTKT Thái Bình – 04 *ĐS:* $\ln\frac{8\sqrt{3}}{9}$

Bài 177. Tính tích phân: $I=\int_2^3 \ln\left(x^2-x\right)dx$

ĐH Khối D – 04 *ĐS:* $3\ln 3-2$

Bài 178. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x}\sin 2x dx$

Dự bị 2 ĐH Khối B – 04 *ĐS:*

Bài 179. Tính tích phân: $I=\int_0^{\pi^2} \sqrt{x}\sin\sqrt{x}dx$

Dự bị 1 ĐH Khối D – 04 *ĐS:*

Bài 180. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 8} \mathrm{e}^{2x}\sqrt{\mathrm{e}^{x}+1}\mathrm{d}x$

Dự bị 2 ĐH Khối D – 04 *ĐS:*

Bài 181. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\mathrm{e}} x^{2}\ln x\mathrm{d}x$

Dự bị 1 ĐH Khối B – 05 *ĐS:* $\dfrac{2e^{3}+1}{9}$

Bài 182. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}(2x-1)\cos^{2}x\mathrm{d}x$

Dự bị 2 ĐH Khối D – 05 *ĐS:* $\dfrac{\pi^{2}}{8}-\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{2}$

Bài 183. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{1}(x-2)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$

ĐH Khối D – 06 *ĐS:* $\dfrac{5-3\mathrm{e}^{2}}{4}$

Bài 184. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}(x+1)\sin 2x\mathrm{d}x$

Dự bị 1 ĐH Khối D – 06 *ĐS:* $\dfrac{\pi}{4}+1$

Bài 185. Tính tích phân: $I=\int\limits_{1}^{2}(x-2)\ln x\mathrm{d}x$

Dự bị 2 ĐH Khối D – 06 *ĐS:* $\dfrac{5}{4}-\ln 4$

Bài 186. Tính tích phân: $I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}} x^{3}\ln^{2}x\mathrm{d}x$

ĐH Khối D – 07 *ĐS:* $\dfrac{5e^{4}-1}{32}$

Bài 187. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} x^{2}\cos x\mathrm{d}x$

Dự bị 2 ĐH Khối D – 07 *ĐS:* $\dfrac{\pi^{2}}{4}-2$

Bài 188. Tính tích phân: $I=\int\limits_{1}^{2}\dfrac{\ln x}{x^{3}}\mathrm{d}x$

ĐH Khối D – 08 *ĐS:* $\dfrac{3-2\ln 2}{16}$

Bài 189. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{1}\left(x\mathrm{e}^{2x}-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^{2}}}\right)\mathrm{d}x$

Dự bị 1 ĐH Khối D – 08 *ĐS:* $\sqrt{3}+\dfrac{e^{2}-7}{4}$

Bài 190. Tính tích phân: $I=\int_0^1\left(x^2+x+1\right)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$

Dự bị 2 ĐH Khối D – 08 *ĐS: 2e – 2*

Bài 191. Tính tích phân: $I=\int_1^3\frac{3+\ln x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$

ĐH Khối B – 09 *ĐS:* $\frac{1}{4}\left(3+\ln\frac{27}{16}\right)$

Bài 192. Tính tích phân: $I=\int_0^1\left(\mathrm{e}^{-2x}+x\right)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$

CĐ Khối A, B, D – 09 *ĐS:* $2-\frac{1}{\mathrm{e}}$

Bài 193. Tính tích phân: $I=\int_1^{\mathrm{e}}\left(2x-\frac{3}{x}\right)\ln x\mathrm{d}x$

ĐH Khối D – 10 *ĐS:* $\frac{\mathrm{e}^2}{2}-1$

Bài 194. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1+x\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$

ĐH Khối B – 11 *ĐS:* $\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}+\ln\left(2-\sqrt{3}\right)$

Bài 195. Tính tích phân: $I=\int_1^3\frac{1+\ln(x+1)}{x^2}\mathrm{d}x$

ĐH Khối A, A1 – 12 *ĐS:* $\frac{2}{3}+\ln 3-\frac{2}{3}\ln 2$

Bài 196. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}x(1+\sin 2x)\mathrm{d}x$

ĐH Khối D – 12 *ĐS:* $\frac{\pi^2}{32}+\frac{1}{4}$

Bài 197. Tính tích phân: $I=\int_1^3\frac{x^2-1}{x^2}\ln x\mathrm{d}x$

ĐH Khối A, A1 – 13 *ĐS:* $\frac{5}{2}\ln 2-\frac{3}{2}$

Bài 198. Tính tích phân: $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}}(x+1)\sin 2x\mathrm{d}x$

ĐH Khối D – 14 *ĐS: 3/4*

Bài 199. Tính tích phân: $I=\int_1^2\left(2x^3+\ln x\right)\mathrm{d}x$

Đề minh họa THPTQG – 15 *ĐS: 13/2 + 2ln2*

Bài 200. Tính tích phân: $I=\int_0^1(x-3)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$

THPTQG – 15 *ĐS: 4 – 3e*

F. Phương pháp dùng tính chất phụ

Bài 201. Tính tích phân: $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{g(x)\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1}$

ĐH Bách khoa HN – 99 *ĐS: 0*

Bài 202. Tính tích phân: $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin^6 x+\cos^6 x}{6^x+1}\mathrm{d}x$

ĐH Mỏ - Địa chất – 01 *ĐS: $5\pi/32$*

G. Những bài tích phân có nhiều cách giải

Bài 203. Tính tích phân: $I=\int\limits_1^2\frac{\mathrm{d}x}{x^5+x^3}$

Có 3 cách giải *ĐS: $I=\frac{3}{8}-\ln 2+\frac{1}{2}\ln\left(\frac{5}{2}\right)$*

Bài 204. Tính tích phân: $I=\int\limits_2^3\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-1}}$

Có 2 cách giải *ĐS: $I=-\frac{1}{2}\left(\ln\left|\frac{(\sin\alpha-1)(\sqrt{3}+2)}{(\sin\alpha+1)(\sqrt{3}-2)}\right|\right)$ với $\alpha=\arccos\frac{1}{3}$*

Bài 205. Tìm nguyên hàm: $I=\int\frac{x\mathrm{d}x}{\sqrt[2008]{1-3x}}$ với $x<\frac{1}{3}$

Có 2 cách giải *ĐS: $I=-\frac{2008}{9}\left[\frac{\sqrt[2008]{(1-3x)^{2007}}}{2007}-\frac{\sqrt[2008]{(1-3x)^{4015}}}{4015}\right]+C$*

Bài 206. Tìm nguyên hàm: $I=\int x\sqrt{2-5x}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS: $I=-\frac{8+30x}{375}\sqrt{(2-5x)^3}+C$*

Bài 207. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^2\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2-1}}$

Có 3 cách giải *ĐS: $I=\pi/12$*

Bài 208. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x-x^2}}$

Có 2 cách giải *ĐS: $I=\pi/6$*

Bài 209. Tính tích phân: $I=\int\limits_1^2\frac{\sqrt[3]{x-x^3}}{x^4}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS: $I=-\frac{9}{64}\sqrt[3]{6}$*

Bài 210. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\sqrt{\frac{x}{x^3+1}}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{1}{3}\ln\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)^2}{2}$

Bài 211. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{2008}\sqrt{2008^2-x^2}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{2008^2\pi}{4}$

Bài 212. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\sqrt{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{3+x^2}}$

Có 3 cách giải *ĐS:* $I=\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$

Bài 213. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\sqrt{3}}\frac{x^2\mathrm{d}x}{\sqrt{3+x^2}}$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}\ln\left(\sqrt{2}+1\right)$

Bài 214. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{1}x^2\sqrt{x^2+4}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{3\sqrt{5}}{4}-2\ln\left(1+\sqrt{5}\right)+2\ln\sqrt{2}$

Bài 215. Tìm nguyên hàm: $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{\sin x-\sin a}$ với a là hằng số

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{1}{\cos a}\ln\left|\frac{\sin\frac{x-a}{2}}{\cos\frac{x+a}{2}}\right|+C$ *với* $\cos a\neq 0,\sin x\neq\sin a$

Bài 216. Tìm nguyên hàm: $I=\int\frac{\sin x\mathrm{d}x}{\sin x+\cos x}$

Có 5 cách giải *ĐS:* $I=\frac{1}{2}\left(x-\ln\left|\sin x+\cos x\right|\right)+C$

Bài 217. Tìm nguyên hàm: $I=\int\frac{\mathrm{d}x}{\sin 2008x}$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{1}{4026}\ln\left|\frac{\cos 2013x-1}{\cos 2013x+1}\right|+C$

Bài 218. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{\sin^4 x}$

Có 2 cách giải *ĐS: I = 4/3*

Bài 219. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{\sin^3 x}$

Có 4 cách giải *ĐS:* $I=\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\ln 3$

Bài 220. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\cos^2 x.\cos 2x\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{\pi+4}{16}$

Bài 221. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\tan\left(x+\frac{\pi}{3}\right).\cot\left(x+\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{\sqrt{3}}\ln\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)^2}{2}$

Bài 222. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{40}}^{\frac{3\pi}{40}}\frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 5x.\cos^2 5x}$

Có 3 cách giải *ĐS: 4/5*

Bài 223. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\mathrm{d}x}{\sin x\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)}$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=2\ln\frac{3}{2}$

Bài 224. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\frac{4\sin x\mathrm{d}x}{\left(\sin x+\cos x\right)^3}$

Có 3 cách giải *ĐS:* $I=2$

Bài 225. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^6 x}{\sin^4 x}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{5\pi}{8}-\frac{23}{12}$

Bài 226. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{\left(\sin x+2\cos x\right)^3}\mathrm{d}x$

Có 3 cách giải *ĐS:* $I=1/36$

Bài 227. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-2\sin^2 x}{\left(\sin x+\cos x\right)^4}\mathrm{d}x$

Có 4 cách giải *ĐS:* $I=1/4$

Bài 228. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$

Có 3 cách giải *ĐS:* $I=2-\dfrac{2}{\sqrt{3}}-\dfrac{\pi}{6}$

Bài 229. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\tan^3 x\mathrm{d}x$

Có 3 cách giải *ĐS:* $I=1-\dfrac{1}{2}\ln 2$

Bài 230. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin^3 x\mathrm{d}x$

Có 3 cách giải *ĐS:* $I=2/3$

Bài 231. Tìm nguyên hàm: $I=\int\dfrac{\sin x\cos x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\dfrac{1}{2}(\sin x-\cos x)+\dfrac{1}{4\sqrt{2}}\ln\left|\dfrac{\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)-1}{\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)+1}\right|+C$

Bài 232. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\cos^6 x\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\dfrac{11}{48}+\dfrac{15\pi}{192}$

Bài 233. Tính tích phân: $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sqrt[3]{\sin^3 x-\sin x}}{\sin^3 x}.\cot x\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\dfrac{9\sqrt[3]{3}}{8}$

Bài 234. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt[3]{\cos^3 x-\cos x}}{\cos^3 x}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=1/2$

Bài 235. Tìm nguyên hàm: $I=\int\sqrt{\tan x}\mathrm{d}x$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\arcsin(\sin x-\cos x)+\ln\left|\sin x+\cos x+\sqrt{\sin 2x}\right|\right)+C$

Bài 236. Tính tích phân: $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{2\mathrm{e}^{2x}+2\mathrm{e}^{x}+1}}$

Có 3 cách giải *ĐS:* $I=\ln\dfrac{\mathrm{e}\left(2+\sqrt{5}\right)}{\mathrm{e}+1+\sqrt{2\mathrm{e}^2+2\mathrm{e}+1}}$

Bài 237. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^1 \frac{e^x dx}{e^x+e^{-x}}$

Có 3 cách giải *ĐS:* $I=\frac{1}{2}\ln\frac{e^2+1}{2}$

Bài 238. Tính tích phân: $I=\int\limits_1^e \frac{\ln x.\sqrt[3]{2+\ln^2 x}}{x}dx$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{3}{8}\left(3\sqrt[3]{3}-2\sqrt[3]{2}\right)$

Bài 239. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{40}} e^{2008x}.\cos 20x dx$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{1}{2008^2+20^2}\left(20e^{\frac{502\pi}{5}}-2008\right)$

Bài 240. Tính tích phân: $I=\int\limits_0^1 e^x.x^4 dx$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=9e-24$

Bài 241. Tính tích phân: $I=\int\limits_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$

Có 2 cách giải *ĐS:* $I=\frac{1}{2}-\frac{\ln 2}{2}$

IV - TÍCH PHÂN TRUY HỒI

Bài 242. Cho tích phân: $I_n=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} x\tan^n x dx$ với $n=0,1,2,\ldots$

a) Tính I_n với $n=2$.

b) Chứng minh rằng: $I_n>\frac{1}{n+2}\left(\frac{\pi}{4}\right)^{n+1}$.

ĐH Bách khoa HN – 97 *ĐS: a)* $\frac{\pi}{4}-\frac{\pi^2}{32}-\frac{1}{2}\ln 2$

Bài 243. Cho tích phân: $I_n=\int\limits_0^1 \frac{e^{-2nx}}{1+e^{2x}}dx$ với $n=0,1,2,\ldots$

a) Tính I_0.

b) Tính I_n+I_{n-1}.

ĐH Thương Mại – 01 *ĐS: a)* $1+\frac{1}{2}\ln\frac{2}{e^2+1}$ *b)* $\frac{1}{2(n+1)}\left(1-e^{-2(n+1)}\right)$

Bài 244. Cho tích phân: $I_n=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n x dx$ với n là số nguyên dương.

a) Tính I_3 và I_4.

b) Thiết lập hệ thức liên hệ giữa I_n và I_{n-2} với $n>2$. Từ đó tính I_{11}, I_{12}.

ĐH Thương Mại – 01 *ĐS: a)* $I_3=\frac{2}{3}$; $I_4=\frac{3\pi}{16}$

b) $I_n=\frac{n-1}{n}I_{n-2}$; $I_{11}=\frac{10}{11}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}$; $I_{12}=\frac{11}{12}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{3\pi}{16}$

V - CHỨNG MINH ĐẲNG THỨC BẤT ĐẲNG THỨC

Bài 245. Chứng minh rằng: $\int\limits_0^1 e^{\frac{1}{1+x^2}}dx > \frac{4+\pi}{4}$.

ĐH Xây dựng HN – 96

Bài 246. Giải bất phương trình: $\int\limits_{\ln x}^{2+\ln x} \frac{dt}{2\sqrt{t}} < \int\limits_{\frac{-3}{e^4}}^{x} \frac{dt}{t}$.

ĐH Mỏ - Địa chất – 99

Bài 247. Chứng minh rằng: $2,5 < \int\limits_2^3 \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}dx < \frac{9\sqrt{2}}{4}$.

ĐH Xây dựng HN – 99

Bài 248. Chứng minh rằng với m, n khác nhau thuộc $\mathbb{N}$: $\int\limits_{-\pi}^{\pi} \cos mx.\cos nxdx = \int\limits_{-\pi}^{\pi} \sin mx.\sin nxdx = 0$.

ĐH Xây dựng HN – 00

Bài 249. Chứng minh bất đẳng thức: $\int\limits_0^1 \frac{x\sin x}{1+x\sin x}dx \le 1-\ln 2$.

ĐH Sư phạm HN II – 01

Bài 250. Cho hàm số $f(x) = ax+b$, với $a^2+b^2>0$.

Chứng minh rằng: $\left(\int\limits_0^{\pi/2} f(x)\sin xdx\right)^2 + \left(\int\limits_0^{\pi/2} f(x)\cos xdx\right)^2 > 0$.

ĐH Cần Thơ khối A – 01

VI - ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

A. Diện tích hình phẳng

Bài 251. Cho hàm số $y = \frac{x^2}{x^2+1}$ có đồ thị (C). Tìm b sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và các đường thẳng $y=1$, $x=0$, $x=b$ bằng $\frac{\pi}{4}$.

ĐH Bách khoa HN – 93 *ĐS: $b = \pm 1$*

Bài 252. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = |x^2-4x+3|$ và $y = 3-x$.

ĐH Kiến trúc HN – 94 *ĐS: 13/6*

Bài 253. Cho đường cong $y^2 = 2x$ và đường $d: x-2y+2=0$. Chứng minh rằng d là tiếp tuyến của đường cong. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường này.

ĐH Kiến trúc HN – 97 *ĐS: 4/3*

Bài 254. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2-4x+5$ và hai tiếp tiến của (P) kẻ tại $A(1;2)$ và $B(4;5)$.

ĐH Bách khoa HN – 98 *ĐS: 9/4*

Bài 255. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = 2x-x^2$ và trục $Ox: y=0$.

ĐH Duy Tân – 99 *ĐS: 4/3*

Bài 256. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=-1;\ x=2;\ y=0$ và $y=x^2-2x$

ĐH Thương mại – 99 *ĐS: 8/3*

Bài 257. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y=2x^2+x$ và đường thẳng $y=x+2$.

ĐH Y Thái Bình – 99 *ĐS: 8/3*

Bài 258. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol: $y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$ và $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$

ĐH Thủy sản – 99 *ĐS: 8*

Bài 259. Cho hàm số: $y=x^3-3x^2+2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình các tiếp tuyến với (C), biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng: $5y-3x+4=0$.

c) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x^2+2,\ y=0,\ x=0$ và $x=2$

ĐH Nông nghiệp I – 99 *ĐS: b)* $y=-\frac{5}{3}x+\frac{29}{27}; y=-\frac{5}{3}x+\frac{61}{27}$ *c)* $\frac{5}{2}$

Bài 260. Cho hàm số $y=x^2-2x+2$ có đồ thị là đường cong (P). Gọi d là tiếp tuyến với (P) tại điểm $M(3;5)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P), d và trục Oy.

ĐH Thủy lợi – 00 *ĐS: 9*

Bài 261. Cho hàm số: $y=2x^3+3x^2-1$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Qua điểm $(0;-1)$ viết phương trình các tiếp tuyến với (C).

c) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

ĐHDL Đông Đô – 00 *ĐS: b)* $y=-1; y=-\frac{9}{8}x-1$ *c)* $\frac{27}{32}$

Bài 262. Cho hàm số: $y=\frac{-2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và đường thẳng $y=-\frac{x}{2}+1$.

CĐSP Hà Nội – 00 *ĐS:* $\frac{35}{4}-3\ln 6$

Bài 263. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=|x^2-1|$ và $y=|x|+5$.

ĐH Sư phạm HN – 00 *ĐS: 73/3*

Bài 264. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x+2,\ y=x^2+4x+5$ và $y=1$.

HV Ngân hàng – 00 *ĐS: 9/4*

Bài 265. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin^2 x\cos^3 x,\ y=0$ và $x=0,\ x=\frac{\pi}{2}$.

ĐH Bách khoa HN – 00 *ĐS: 2/15*

Bài 266. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{4x}{(x^4+1)},\ y=0,\ x=-1$ và $x=1$.

ĐH Kiến trúc HN – 00 *ĐS: 0*

Bài 267. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = 4x - x^2$ và các tiếp tuyến với (P) này, biết rằng các tiếp tuyến đó đi qua điểm $M\left(\frac{5}{2};6\right)$.

ĐH Kinh tế Quốc dân – 01 *ĐS: 9/4*

Bài 268. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{1}{\sqrt{2}}$, trục Ox và đường cong $y=\frac{x}{\sqrt{1-x^4}}$.

ĐH Cảnh sát Nhân dân – 01 *ĐS: π/12*

Bài 269. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+x-1}{x-1}$ khi $x>1$ và đường thẳng $y=\frac{11}{2}$.

CĐ Nông Lâm – 01 *ĐS:* $\frac{15}{8}-2\ln 2$

Bài 270. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2=6x$, $x^2+y^2=16$.

ĐH Sư phạm Hải Phòng – 01 *ĐS:* $\frac{4\left(4\pi+\sqrt{3}\right)}{3}$

Bài 271. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+2x$, $y=x+2$.

ĐH DL Bình Dương – 01 *ĐS: 9/2*

Bài 272. Cho hàm số $y=x^3+3x^2+4x$ có đồ thị (C). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục hoành và tiếp tuyến với (C) tại điểm uốn của nó.

ĐH Thăng Long – 01 *ĐS: 3/4*

Bài 273. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=xe^x$, $y=0$, $x=-1$ và $x=2$.

HV CNBCVT – 01 *ĐS:* $e^2+2-\frac{2}{e}$

Bài 274. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2+\sin x$ và $y=1+\cos^2 x$ với $x\in[0;\pi]$.

ĐH TCKT Hà Nội – 01 *ĐS:* $2+\frac{\pi}{2}$

Bài 275. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=\frac{x^2}{8}$ và $y=\frac{27}{x}$.

ĐH Y Hà Nội – 01 *ĐS: 27ln2*

Bài 276. Cho $a>0$, tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{x^2+2ax+3a^2}{1+a^4}$ và $y=\frac{a^2-ax}{1+a^4}$. Tìm giá trị của a để diện tích trên đạt giá trị lớn nhất.

ĐH Công đoàn – 01 *ĐS:* $\frac{a^3}{6\left(1+a^4\right)}$; $a=\sqrt[4]{3}$

Bài 277. Cho hàm số: $y=x^3-2x^2+x$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và đường thẳng $y=4x$.

ĐH Nông nghiệp I – 01 *ĐS: b) 71/6*

Bài 278. a) Xác định các số A, B, C sao cho $\int \frac{\mathrm{d}x}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{A}{x+2} + \int \left(\frac{B}{x+1} + \frac{C}{x+2} \right) \mathrm{d}x$.

b) Tính diện tích $S(t)$ của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{(x+1)(x+2)^2}$ trên đoạn $[0;t]$ với $t > 0$.

c) Tính $\lim\limits_{t \to +\infty} S(t)$.

ĐH Đà Lạt – 01 *ĐS: a) $A = B = 1$, $C = -1$ b) $S(t) = \frac{1}{t+2} - \frac{1}{2} + \ln \frac{2(t+1)}{t+2}$ c) $\lim\limits_{t \to +\infty} S(t) = \ln 2 - \frac{1}{2}$*

Bài 279. Cho hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và tiếp tuyến của (C) tại điểm $(-1;-1)$, biết rằng đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ lấy bằng $0,5$ cm.

c) Viết phương trình đường thẳng mà các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị (C) đối xứng nhau qua đường thẳng đó.

ĐH Phòng cháy chữa cháy – 01 *ĐS: b) 27 c) $x - 2y + 1 = 0$*

Bài 280. Cho hàm số: $y = x^4 - 4x^2 + m$ có đồ thị (C). Giả sử (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. hãy xác định m sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành có diện tích phần phía trên và phần phía dưới trục hoành bằng nhau.

ĐH Thủy lợi – 01 *ĐS: $m = 20/9$*

Bài 281. Cho hàm số: $y = \frac{(2m-1)x - m^2}{x-1}$ (1) *(m là tham số).*

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = -1$.

b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai trục tọa độ.

c) Tìm m để đồ thị hàm số (1) tiếp xúc với đường thẳng $y = x$.

ĐH Khối D – 02 *ĐS: b) $4\ln\frac{4}{3} - 1$ c) $m \neq 1$*

Bài 282. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \left| x^2 - 4x + 3 \right|$ và $y = x + 3$.

ĐH Khối A – 02 *ĐS: 109/6*

Bài 283. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ và $y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$.

ĐH Khối B – 02 *ĐS: $\frac{4}{3} + 2\pi$*

Bài 284. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2 - x + 3$ và đường thẳng $y = 2x + 1$.

Dự bị 2 ĐH Khối A – 06 *ĐS: 1/6*

Bài 285. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = (\mathrm{e} + 1)x$ và $y = (1 + \mathrm{e}^x)x$.

ĐH Khối A – 07 *ĐS: $\frac{\mathrm{e}}{2} - 1$*

Bài 286. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=0$ và $y=\dfrac{x(1-x)}{x^2+1}$.

Dự bị 1 ĐH Khối B – 07 *ĐS:* $\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}\ln 2-1$

Bài 287. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$ và $y=\sqrt{2-x^2}$.

Dự bị 2 ĐH Khối B – 07 *ĐS:* $\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{1}{3}$

Bài 288. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=x^2-x+3$ và đường $y=2x+1$.

ĐH Khối A, A1 – 14 *ĐS:* 1/6

B. Thể tích

Bài 289. Cho hình phẳng D bị giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\cos^4 x+\sin^4 x}$, $y=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$ và $x=\pi$. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi cho D quay quanh trục Ox.

ĐH Mỏ - Địa chất – 94 *ĐS:* $\dfrac{3\pi^2}{8}$

Bài 290. Cho hình phẳng D bị giới hạn bởi các đường $y^2=(4-x)^3$ và $y^2=4x$.

a. Tính diện tích miền D.

b. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho D quay quanh trục Ox.

ĐH Kiến trúc HN – 96 *ĐS: a)* $\dfrac{152\sqrt{2}}{5}$ *b)* 12π

Bài 291. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{x^3}{3}$, $y=x^2$ khi hình phẳng đó quay quanh trục Ox.

DH Hàng hải – 99 *DS:486π/35*

Bài 292. Tính thể tích khối tròn xoay do quay quanh trọc Ox phần mặt phẳng hữu hạn được giới hạn bởi hai trục tọa độ, đường thẳng $x=1$ và đường cong $y=1+x^3$.

ĐHDL Hải Phòng – 00 *ĐS:23π/14*

Bài 293. Cho hình phẳng D bị giới hạn bởi các đường $y=\tan^3 x$, $y=0$, $x=-\dfrac{\pi}{4}$ và $x=\dfrac{\pi}{4}$.

a) Tính diện tích miền D.

b) Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho D quay quanh trục Ox.

ĐH Nông nghiệp I HN – 00 *ĐS: a)* $1-\ln 2$ *b)* $-\dfrac{\pi^2}{2}+\dfrac{26\pi}{15}$

Bài 294. Cho hình phẳng D bị giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=2-x$ và $y=0$.

a) Tính diện tích miền D.

b) Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho D quay quanh trục Oy.

ĐH Quốc gia TPHCM khối A– 00 *ĐS: a) 6/7 b) 32π/15*

Bài 295. Cho hình phẳng (G) giới hạn bởi các đường $y=4-x^2$ và $y=2+x^2$. Quay hình phẳng (G) quanh trục Ox ta được một vật thể. Tính thể tích vật thể này.

ĐH Thủy sản Nha Trang – 00 *ĐS: 16π*

Bài 296. Gọi (D) là miền được giới hạn bởi các đường $y=-3x+10$, $y=1$, $y=x^2$ $(x>0)$ và (D) nằm ngoài parabol $(P): y=x^2$. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo nên khi quay hình phẳng (D) quanh trục Ox.

ĐH Y Dược TPHCM – 01 *ĐS: $56\pi/5$*

Bài 297. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox.

ĐH Kinh tế – 01 *ĐS: $\pi(\mathrm{e}-2)$*

Bài 298. Tính thể tích của vật thể sinh ra bởi phép quay quanh trục Ox của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=\mathrm{e}^{-x+2}$, $x=0$, $x=2$.

ĐH An Giang – 01 *ĐS: $\pi\left(\mathrm{e}^2-1\right)^2$*

Bài 299. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành do quay xung quanh trục Oy hình phẳng giới hạn bởi đường tròn $(x-a)^2+y^2=b^2$ với $0<b<a$.

ĐH Sư phạm HN 2 – 01 *ĐS: π^2ab^2*

Bài 300. Tính thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi phép quay quanh trục Ox của hình phẳng giới hạn bởi trục Ox và đường cong $y=\sqrt{x}\sin x$ $(0\le x\le\pi)$

Dự bị 1 ĐH Khối A – 04 *ĐS:*

Bài 301. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, $y=0$, $x=\mathrm{e}$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay hình (H) quanh trục Ox.

ĐH Khối B – 07 *ĐS: $\dfrac{\pi\left(5\mathrm{e}^3-2\right)}{27}$*

Bài 302. Trong mặt phẳng Oxy cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $4y=x^2$ và $y=x$. Tính thể tích vật thể tròn trong khi quay (H) quanh trục Ox trọn một vòng.

Dự bị 2 ĐH Khối A – 07 *ĐS: $128\pi/15$*

PHẦN 2. CÁC ĐỀ MINH HỌA, ĐỀ CHÍNH THỨC KỲ THI THPTQG 2017

Câu 1. **[2D3-1-MH2]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\sin 2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\sin 2x+C$.

Câu 2. **[2D3-1-MH3]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\frac{2}{x^2}$?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{2}{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-\frac{1}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{2}{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+\frac{1}{x}+C$.

Câu 3. **[2D3-1-101]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 3x$.

A. $\int \cos 3x\mathrm{d}x=3\sin 3x+C$. **B.** $\int \cos 3x\mathrm{d}x=\frac{\sin 3x}{3}+C$.

C. $\int \cos 3x\mathrm{d}x=-\frac{\sin 3x}{3}+C$. **D.** $\int \cos 3x\mathrm{d}x=\sin 3x+C$.

Câu 4. **[2D3-1-102]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{5x-2}$

A. $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\frac{1}{5}\ln|5x-2|+C$. **B.** $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=-\frac{1}{2}\ln(5x-2)+C$.

C. $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=5\ln|5x-2|+C$. **D.** $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2}=\ln|5x-2|+C$.

Câu 5. **[2D3-1-103]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x$.

A. $\int 2\sin x\mathrm{d}x=2\cos x+C$. **B.** $\int 2\sin x\mathrm{d}x=\sin^2 x+C$.

C. $\int 2\sin x\mathrm{d}x=\sin 2x+C$. **D.** $\int 2\sin x\mathrm{d}x=-2\cos x+C$.

Câu 6. **[2D3-1-104]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

A. $\int 7^x\mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$. **B.** $\int 7^x\mathrm{d}x=\frac{7^x}{\ln 7}+C$. **C.** $\int 7^x\mathrm{d}x=7^{x+1}+C$. **D.** $\int 7^x\mathrm{d}x=\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 7. **[2D3-1-MH1]** Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a$, $x=b(a<b)$, xung quanh trục Ox.

A. $V=\pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 8. **[2D3-1-MH2]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1)=1$ và $f(2)=2$. Tính $I=\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=3$. **D.** $I=\frac{7}{2}$.

Câu 9. **[2D3-1-102]** Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int\limits_{-1}^{2} \left[x + 2f(x) - 3g(x)\right]\mathrm{d}x$

A. $I = \dfrac{5}{2}$. **B.** $I = \dfrac{7}{2}$. **C.** $I = \dfrac{17}{2}$. **D.** $I = \dfrac{11}{2}$.

Câu 10. **[2D3-1-104]** Cho $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \left[f(x) + 2\sin x\right]\mathrm{d}x$.

A. $I = 7$. **B.** $I = 5 + \dfrac{\pi}{2}$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 5 + \pi$.

Câu 11. **[2D3-2-MH1]** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C$.

Câu 12. **[2D3-2-103]** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \mathrm{e}^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \dfrac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{3}{2}$. **B.** $F(x) = 2\mathrm{e}^x + x^2 - \dfrac{1}{2}$.

C. $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{5}{2}$. **D.** $F(x) = \mathrm{e}^x + x^2 + \dfrac{1}{2}$.

Câu 13. **[2D3-2-104]** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thoả mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2$

A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$. **B.** $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$.

C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$. **D.** $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$.

Câu 14. **[2D3-2-104]** Cho $F(x) = \dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = -\left(\dfrac{\ln x}{x^2} + \dfrac{1}{2x^2}\right) + C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = \dfrac{\ln x}{x^2} + \dfrac{1}{x^2} + C$.

C. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = -\left(\dfrac{\ln x}{x^2} + \dfrac{1}{x^2}\right) + C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x = \dfrac{\ln x}{x^2} + \dfrac{1}{2x^2} + C$.

Câu 15. **[2D3-2-MH1]** Tính tích phân $I = \int\limits_{1}^{\mathrm{e}} x\ln x\mathrm{d}x$:

A. $I = \dfrac{1}{2}$. **B.** $I = \dfrac{\mathrm{e}^2 - 2}{2}$. **C.** $I = \dfrac{\mathrm{e}^2 + 1}{4}$. **D.** $I = \dfrac{\mathrm{e}^2 - 1}{4}$.

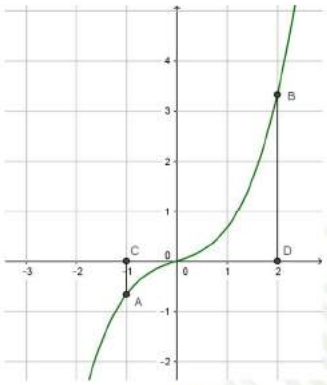
Câu 16. **[2D3-2-MH1]** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $\dfrac{37}{12}$. **B.** $I = \dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{81}{12}$. **D.** 13.

Câu 17. **[2D3-2-MH1]** Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2(x-1)\mathrm{e}^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox:

A. $V=4-2\mathrm{e}$. **B.** $V=(4-2\mathrm{e})\pi$. **C.** $V=\mathrm{e}^2-5$. **D.** $V=(\mathrm{e}^2-5)\pi$.

Câu 18. **[2D3-2-MH3]** Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$, $x=2$ (như hình vẽ bên dưới). Đặt $a=\int_{-1}^{0} f(x)\mathrm{d}x$, $b=\int_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S=b-a$. **B.** $S=b+a$. **C.** $S=-b+a$. **D.** $S=-b-a$.

Câu 19. **[2D3-2-MH3]** Tính tích phân $I=\int_{1}^{2} 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=2\int_{0}^{2}\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **B.** $I=\int_{1}^{2}\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int_{0}^{3}\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int_{1}^{2}\sqrt{u}\mathrm{d}u$.

Câu 20. **[2D3-2-MH3]** Cho $\int_{0}^{1}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1}=a+b\ln\frac{1+\mathrm{e}}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S=a^3+b^3$.

A. $S=2$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=1$.

Câu 21. **[2D3-2-MH3]** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=32+2\sqrt{15}$. **B.** $V=\frac{124\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{124}{3}$. **D.** $V=(32+2\sqrt{15})\pi$.

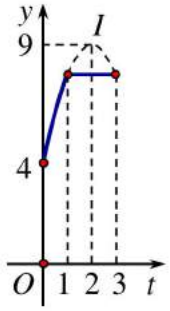
Câu 22. **[2D3-2-101]** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=(\pi-1)\pi$. **C.** $V=(\pi+1)\pi$. **D.** $V=\pi+1$.

Câu 23. **[2D3-2-101]** Cho $\int_{0}^{6} f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int_{0}^{2} f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=36$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Câu 24. **[2D3-2-101]** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



A. $s=23,25$ (km). **B.** $s=21,58$ (km). **C.** $s=15,50$ (km). **D.** $s=13,83$ (km).

Câu 25. **[2D3-2-102]** Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$. Tính $F(\mathrm{e})-F(1)$.

A. $I=\mathrm{e}$. **B.** $I=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **C.** $I=\dfrac{1}{2}$. **D.** $I=1$.

Câu 26. **[2D3-2-102]** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=2(\pi+1)$. **B.** $V=2\pi(\pi+1)$. **C.** $V=2\pi^2$. **D.** $V=2\pi$.

Câu 27. **[2D3-2-103]** Cho $\displaystyle\int_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$ với a, b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=2$. **B.** $a-2b=0$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a+2b=0$.

Câu 28. **[2D3-2-103]** Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\mathrm{e}^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thanh khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\pi\mathrm{e}^2}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\pi(\mathrm{e}^2+1)}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\mathrm{e}^2-1}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\pi(\mathrm{e}^2-1)}{2}$.

Câu 29. **[2D3-2-104]** Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y=\sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** $V=2\pi$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}$. **D.** $V=2$.

Câu 30. **[2D3-3-MH1]** Một ô tô đang chạy với tốc độ 10 m/s thì người lái đạp phanh ; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với $v(t)=-5t+10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2 m. **B.** 2 m. **C.** 10 m. **D.** 20 m.

Câu 31. **[2D3-3-MH1]** Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\pi}\cos^3 x.\sin x\mathrm{d}x$.

A. $I=-\frac{1}{4}\pi^4$. **B.** $I=-\pi^4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=-\frac{1}{4}$.

Câu 32. **[2D3-3-MH2]** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3)=\ln 2-1$. **B.** $F(3)=\ln 2+1$. **C.** $F(3)=\frac{1}{2}$. **D.** $F(3)=\frac{7}{4}$.

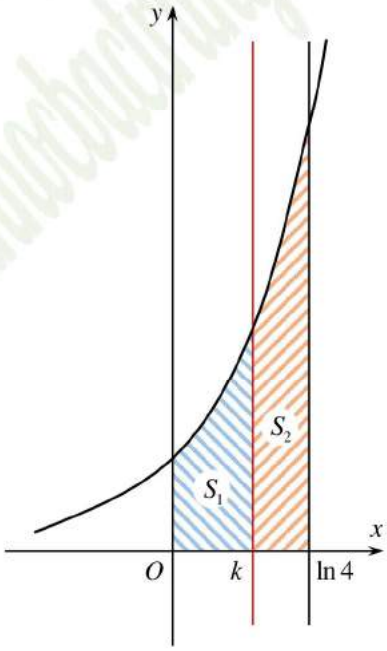
Câu 33. **[2D3-3-MH2]** Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=16$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=32$. **B.** $I=8$. **C.** $I=16$. **D.** $I=4$.

Câu 34. **[2D3-3-MH2]** Biết $I=\int\limits_3^4\frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=6$. **B.** $S=2$.
C. $S=-2$. **D.** $S=0$.

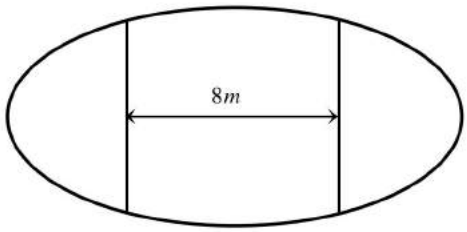
Câu 35. **[2D3-3-MH2]** Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=\mathrm{e}^x$, $y=0$, $x=0$, $x=\ln 4$. Đường thẳng $x=k$ $(0<k<\ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1=2S_2$.



A. $k=\frac{2}{3}\ln 4$. **B.** $k=\ln 2$.

C. $k=\ln\frac{8}{3}$. **D.** $k=\ln 3$.

Câu 36. **[2D3-3-MH2]** Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1 m^2. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 7.862.000 đồng. **B.** 7.653.000 đồng. **C.** 7.128.000 đồng. **D.** 7.826.000 đồng.

Câu 37. **[2D3-3-MH3]** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^1(x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

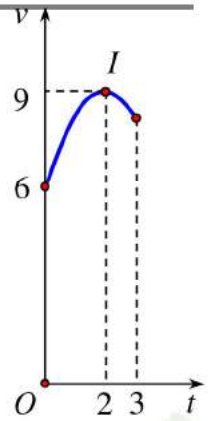
A. $I=-12$. **B.** $I=8$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-8$.

Câu 38. **[2D3-3-101]** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(x)=3x+5\cos x+5$. **B.** $f(x)=3x+5\cos x+2$.

C. $f(x)=3x-5\cos x+2$. **D.** $f(x)=3x-5\cos x+15$.

Câu 39. **[2D3-3-102]** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



A. $s=24,25$ (km) **B.** $s=26,75$ (km)

C. $s=24,75$ (km) **D.** $s=25,25$ (km)

Câu 40. **[2D3-3-102]** Cho $F(x)=(x-1)\mathrm{e}^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\mathrm{e}^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\mathrm{e}^{2x}$.

A. $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=(4-2x)e^x+C$. **B.** $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{2-x}{2}\mathrm{e}^x+C$.

C. $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=(2-x)\mathrm{e}^x+C$. **D.** $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=(x-2)\mathrm{e}^x+C$.

Câu 41. **[2D3-3-103]** Cho $F(x)=-\dfrac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{5x^5}+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}-\dfrac{1}{5x^5}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C$.

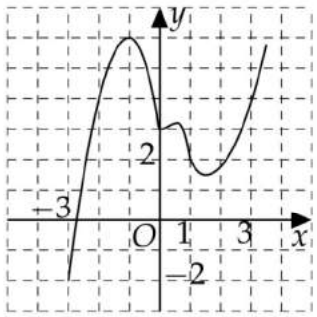
Câu 42. **[2D3-4-MH3]**Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\displaystyle\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=-6$. **B.** $I=0$.

C. $I=-2$. **D.** $I=6$.

Câu 43. **[2D3-4-104]** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.

Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



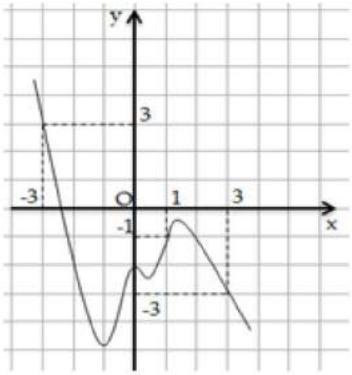
A. $g(3)>g(-3)>g(1)$.

B. $g(-3)>g(3)>g(1)$.

C. $g(1)>g(-3)>g(3)$.

D. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Câu 44. **[2D3-4-104]** Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)+x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(3)<g(-3)<g(1)$.

B. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

C. $g(1)<g(-3)<g(3)$.

D. $g(-3)<g(3)<g(1)$.

PHẦN 3. HƯỚNG DẪN GIẢI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. **Chọn A.**

Cách 1: (Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\sin(ax+b)+C$ với $a \neq 0$; thay $a=2$ và $b=0$).

Ta có: $\int \cos 2x\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Cách 2: Thay $x=\frac{\pi}{3}$ vào $f(x)=\cos 2x$ ta được $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cos\frac{2\pi}{3}=\frac{-1}{2}$; sau đó sử dụng *Casio* tìm đạo hàm của mỗi nguyên hàm ở các đáp án tại $x=\frac{\pi}{3}$ (bỏ C khi nhập).

Phân tích phương án nhiễu:
Phương án B. học sinh nhầm sang nguyên hàm của $\sin x$:
$\int \sin(ax+b)\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cos(ax+b)+C.$
Phương án C. học sinh nhầm giống tính đạo hàm.
Phương án D. học sinh nhầm đạo hàm của $\cos(ax+b)$.

Câu 2. **Chọn A.**

Ta có $\int\left(x^2+\frac{2}{x^2}\right)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3}-\frac{2}{x}+C$.

Phân tích phương án nhiễu:
Học sinh dễ nhầm phương án D. do nhầm dấu

Câu 3. **Chọn B.**

Áp dụng công thức $\int \cos(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\sin(ax+b)+C$ với $a \neq 0$; thay $a=3$ và $b=0$ để có kết quả.

Phân tích phương án nhiễu:
Phương án A. do nhầm dấu và nhầm sang tính đạo hàm.
Phương án C. học sinh nhầm sang nguyên hàm của sinx:
$\int \sin(ax+b)\mathrm{d}x = -\frac{1}{a}\cos(ax+b)+C.$
Phương án D. học sinh nhầm hệ số $3x$ (coi giống $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$).

Câu 4. **Chọn A.**

Áp dụng công thức $\int \frac{\mathrm{d}x}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln|ax+b|+C \ (a\neq 0)$ ta được $\int \frac{\mathrm{d}x}{5x-2} = \frac{1}{5}\ln|5x-2|+C$.

Phân tích phương án nhiễu:

Phương án B. sai do áp dụng nhầm $\int \frac{\mathrm{d}x}{ax+b} = \frac{1}{a}\ln(ax+b)+C$ nhầm a với b

Phương án C. nhầm hệ số (giống hệ số khi tính đạo hàm).
Phương án D. sai do nhầm coi $a=1$.

Câu 5. **Chọn D.**

$\int 2\sin x\mathrm{d}x = 2\int \sin x\mathrm{d}x = -2\cos x + c$.

Phân tích phương án nhiễu:
Học sinh thường sai phương án A. sai do áp dụng công thức đạo hàm.

Câu 6. **Chọn B.**

Sử dụng công thức nguyên hàm: $\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + c$; thay $a = 7$.

Phân tích phương án nhiễu:
Học sinh thường sai chon phương án A. do nhầm đạo hàm.
Phương án C. , D. sai do nhầm sang nguyên hàm hàm số lũy thừa.

Câu 7. **Chọn A.**

Cách 1: Áp dụng công thức SGK.
Cách 2: Trắc nghiệm
Vì bài toán tính thể tích nên đáp án phải có π trong công thức $\Rightarrow$ Loại B, D.
Vì trong công thức có $f^2(x)$ trong công thức $\Rightarrow$ Loại C.

Phân tích phương án nhiễu:
Phương án B sai do học sinh lẫn với tính diện tích hình phẳng (quên π).
Phương án C sai do học sinh lẫn với tính diện tích hình phẳng và thể tích.
Phương án D sai do học sinh lẫn với tính diện tích hình.

Câu 8. **Chọn A.**

$$I = \int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 2 - 1 = 1.$$

Phân tích phương án nhiễu:
Học sinh thường nhầm phương án B, C do nhầm cận.

Câu 9. **Chọn C.**

Ta có: $I = \int_{-1}^{2}\left[x + 2f(x) - 3g(x)\right]\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{2} + 2\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x - 3\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2} + 2.2 - 3(-1) = \frac{17}{2}.$

Phân tích phương án nhiễu:
Học sinh thường nhầm đáp án A vì:

$$I = \int_{-1}^{2}\left[x + 2f(x) - 3g(x)\right]\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{2} + 2\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x - 3\int_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2} + 2.2 - 3 = \frac{5}{2}.$$

Câu 10. **Chọn A.**

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x) + 2\sin x\right]\mathrm{d}x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x = 5 - 2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 7.$$

Phân tích phương án nhiễu:

Học sinh thường nhầm đáp án C. $= 5 - 2\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 3I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x + 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\mathrm{d}x$

Câu 11. **Chọn B.**

Cách 1: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \sqrt{2x-1}\mathrm{d}x = \int (2x-1)^{\frac{1}{2}}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.\frac{2}{3}.(2x-1)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$

Cách 2: Sử dụng MTCT, ta biết rằng $\int f(x)\mathrm{d}x = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = f(x)$

Phân tích phương án nhiễu:

Học sinh thường nhầm đáp án A. do thiếu $\frac{1}{a}$ trong công thức

$$\int (ax-1)^n \mathrm{d}x = \frac{1}{a}.\frac{1}{n+1}(ax-1)^{n+1} + C.$$

Câu 12. **Chọn D.**

$F(x)=\int\left(e^x+2x\right)dx=e^x+x^2+C$.

$F(0)=\frac{3}{2}\Leftrightarrow e^0+C=\frac{3}{2}\Leftrightarrow C=\frac{1}{2}$. Vậy $F(x)=e^x+x^2+\frac{1}{2}$.

Phân tích phương án nhiễu: Học sinh thường nhầm đáp án C. do $e^0=0$.

Câu 13. **Chọn D.**

$F(x)=\int(\sin x+\cos x)dx=-\cos x+\sin x+C$; Do $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\Rightarrow C=1$.

Phân tích phương án nhiễu:
Học sinh thường nhầm đáp án A do

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)+C=2\Rightarrow -1+0+C=2\Rightarrow C=3$.

Học sinh thường nhầm đáp án B, C do nhầm công thức nguyên hàm sinx và cosx.

Câu 14. **Chọn A.**

Vì $F(x)=\frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$ nên theo định nghĩa nguyên hàm ta có

$\left(\frac{1}{2x^2}\right)'=\frac{f(x)}{x}\Rightarrow f(x)=\frac{-1}{x^2}\Rightarrow f'(x)=\frac{2}{x^3}$.

Xét $f'(x)\ln x=\frac{2}{x^3}\ln x$; $I=\int\frac{2}{x^3}\ln x dx$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=\frac{dx}{x^3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ v=\frac{-1}{2x^2}\end{cases}$; $I=uv-\int vdu=2.\frac{-\ln x}{2x^2}+2.\int\frac{1}{2x^3}dx=-\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{2x^2}\right)+C$.

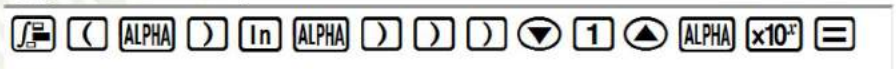
Phân tích phương án nhiễu:
Học sinh thường nhầm đáp án D do nhầm dấu khi tính nguyên hàm.

Câu 15. **Chọn C.**

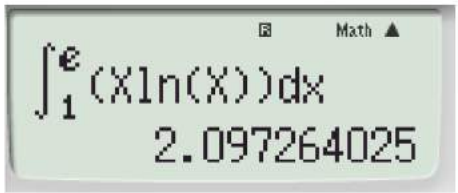
Cách 1: $I=\int_1^e x\ln x dx$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ dv=xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=\frac{1}{x}dx\\ v=\frac{x^2}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow I=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}\int_1^e xdx=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big|_1^e=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^2+1}{4}$.

Cách 2: Máy tính
Quy trình bấm máy:



Máy hiện:



Kiểm tra các kết quả ta có C thỏa mãn (lần lượt trừ từng đáp án).
Phân tích phương án nhiễu:
Học sinh thường nhầm đáp án D do nhầm dấu khi thay cận:

$\Rightarrow I=\frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e-\int_1^e\frac{1}{x}\cdot\frac{x^2}{2}dx=\frac{e^2}{2}-\frac{1}{2}\int_1^e xdx=\frac{e^2}{2}-\frac{x^2}{4}\Big|_1^e=\frac{e^2}{2}-\frac{e^2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{e^2+1}{4}$.

Câu 16. **Chọn A.**

Cách 1: Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-x=x-x^2 \Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$ là:

$$S=\int_{-2}^{1}\left|x^3-x-\left(x-x^2\right)\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x-\int_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)\mathrm{d}x$$

$$=\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{-2}^{0}-\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{0}^{1}=-\left(\frac{16}{4}-\frac{8}{3}-4\right)-\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-1\right)=\frac{37}{12}.$$

Cách 2: Máy tính

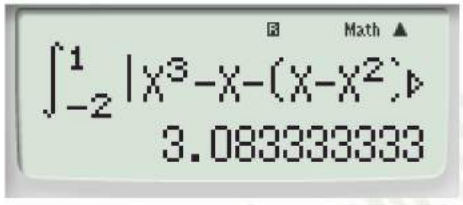
Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-x=x-x^2 \Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và đồ thị hàm số $y=x-x^2$ là:

$$S=\int_{-2}^{1}\left|x^3-x-\left(x-x^2\right)\right|\mathrm{d}x$$

Quy trình bấm:

∫ SHIFT hyp ALPHA) SHIFT x^2 − ALPHA) − (ALPHA) x^2) ▼ − 2 ▲ 1 =

Máy hiện: 

đối chiếu với phương án Chọn A.

Chú ý: do kết quả lặp lại ...(3) nên kết quả mẫu phải có chia 3 nên loại B, D.

Phân tích phương án nhiễu:

Học sinh áp dụng sai công thức tính diện tích hình phẳng nên bỏ qua đáp án đúng.

Câu 17. **Chọn D.**

Cách 1: Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)\mathrm{e}^x=0 \Leftrightarrow x=1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_{0}^{1}\left[2(x-1)\mathrm{e}^x\right]^2\mathrm{d}x=4\pi\int_{0}^{1}(x-1)^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x. \text{ Đặt } \begin{cases} u=(x-1)^2 \\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=2(x-1) \\ v=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V=4\pi(x-1)^2\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\Big|_{0}^{1}-4\pi\int_{0}^{1}2(x-1)\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\mathrm{d}x=4\pi(x-1)^2\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\Big|_{0}^{1}-4\pi\int_{0}^{1}(x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$$

Gọi $V_1=\int_{0}^{1}(x-1)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases} u=x-1 \Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v=\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x \Rightarrow v=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2} \end{cases}$

$$\Rightarrow V_1=4\pi(x-1)\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\Big|_{0}^{1}-4\pi\int_{0}^{1}\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\mathrm{d}x=2\pi-\pi\mathrm{e}^{2x}\Big|_{0}^{1}=2\pi-\pi\mathrm{e}^2+\pi=3\pi-\pi\mathrm{e}^2$$

$$V=4\pi(x-1)^2\frac{\mathrm{e}^{2x}}{2}\Big|_{0}^{1}-V_1=-2\pi-\left(3\pi-\pi\mathrm{e}^2\right)=\pi\left(\mathrm{e}^2-5\right)$$

Cách 2: Sử dụng MTCT

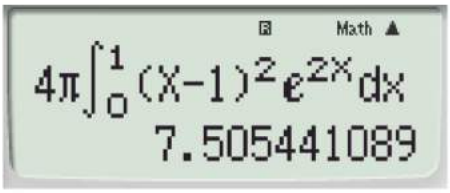
Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)\mathrm{e}^x=0\Leftrightarrow x=1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$$V=\pi\int_0^1\left[2(x-1)\mathrm{e}^x\right]^2\mathrm{d}x=4\pi\int_0^1(x-1)^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x.$$

4 SHIFT ×10^x ∫ (ALPHA) − 1) x² ALPHA ×10^x x^■ 2 ALPHA) ▶ ▼ 0 ▲ 1 =

Máy hiện:



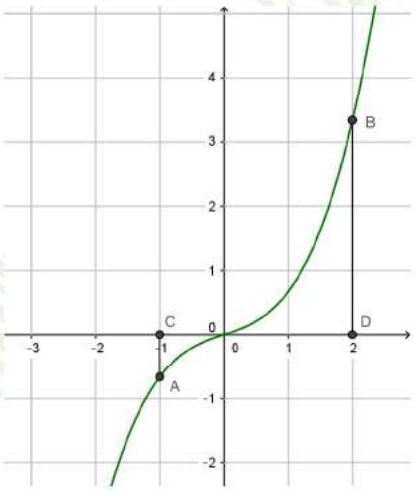
Kiểm tra các kết quả ta được đáp án D.

Phân tích phương án nhiễu:

- Học sinh dễ nhầm chọn phương án C. vì khi áp dụng công thức tính thể tích quên π.
- Nếu Chọn A. hoặc B. là do học sinh nhớ sai công thức $\mathrm{V}=\int_0^1\left|2(x-1)\mathrm{e}^x\right|\mathrm{d}x$ Và

$$\mathrm{V}=\pi\int_0^1\left|2(x-1)\mathrm{e}^x\right|\mathrm{d}x.$$

Câu 18. **Chọn A.**



Ta có:

$$S=\int_{-1}^2|f(x)|\mathrm{d}x=b=\int_{-1}^0|f(x)|\mathrm{d}x+\int_0^2|f(x)|\mathrm{d}x=-\int_{-1}^0f(x)\mathrm{d}x+\int_0^2f(x)\mathrm{d}x=-a+b.$$

Phân tích phương án nhiễu:

- Học sinh dễ nhìn đồ thị mà nhầm tưởng $S=b+a$ nên Chọn B.
- Còn nếu Chọn C. hoặc D. thi nhầm dấu.

Câu 19. **Chọn C.**

PP 1:

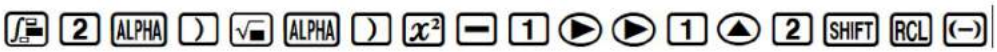
Đặt $u=x^2-1\Rightarrow\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x.$

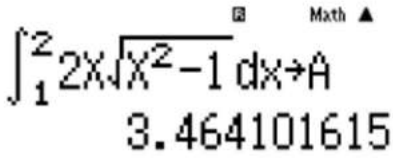
Đổi cận: khi $x=1\Rightarrow u=0$; khi $x=2\Rightarrow u=3$.

Do đó: $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x=\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u.$

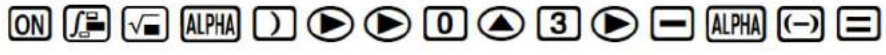
PP 2:

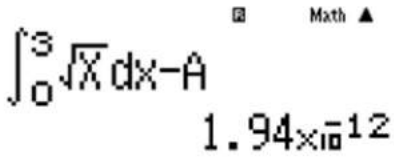
Dùng MTBT tính $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ gán cho biến A.





Tiếp tục dùng MTBT để tính, ta thấy $\int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u-A=0\left(\approx 1{,}94.10^{-12}\right)$ nên nhận Chọn C.





Phân tích phương án nhiễu:
- Học sinh Chọn B. hoặc D. là do không đổi cận và tính sai đạo hàm.
- Chọn A. là do tính sai đạo hàm dẫn đến đổi cận sai.

Câu 20. **Chọn C.**

Cách 1. Đặt $t=\mathrm{e}^x\Rightarrow \mathrm{d}t=\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1; x=1\Rightarrow t=\mathrm{e}$

$$\int_0^1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1}=\int_0^1\frac{\mathrm{e}^x\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x\left(\mathrm{e}^x+1\right)}=\int_1^{\mathrm{e}}\frac{\mathrm{d}t}{t(t+1)}=\int_1^{\mathrm{e}}\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{t+1}\right)\mathrm{d}t=\left(\ln|t|-\ln|t+1|\right)\Big|_1^{\mathrm{e}}=\left(1-\ln\left(1+\mathrm{e}\right)\right)-(-\ln 2)$$

$$=1+\ln\frac{2}{1+\mathrm{e}}=1-\ln\frac{1+\mathrm{e}}{2}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}\Rightarrow S=a^3+b^3=0.$$

Cách 2. $\int_0^1\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{e}^x+1}=\int_0^1\frac{\left(\mathrm{e}^x+1\right)-\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x=\int_0^1\mathrm{d}x-\int_0^1\frac{\mathrm{d}\left(\mathrm{e}^x+1\right)}{\mathrm{e}^x+1}\mathrm{d}x=x\Big|_0^1-\ln\left|\mathrm{e}^x+1\right|\Big|_0^1 1-\ln\frac{1+\mathrm{e}}{2}.$

Suy ra $a=1$ và $b=-1$. Vậy $S=a^3+b^3=0$.

Phân tích phương án nhiễu:
- Khi tính sai tích phân hs sẽ không chọn được kết quả đúng.

Câu 21. **Chọn C.**

Diện tích thiết diện là $S(x)=3x\sqrt{3x^2-2}$.

Suy ra thể tích vật thể tạo thành là: $V=\int_1^3 S(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}\mathrm{d}x=\frac{124}{3}$.

Phân tích phương án nhiễu:
- Áp dụng công thức sai sẽ dẫn đến kết quả B. A. và D.

Câu 22. **Chọn C.**

Ta có phương trình $\sqrt{2+\cos x}=0$ vô nghiệm nên:

$$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sqrt{2+\cos x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2+\cos x)\mathrm{d}x=\pi(2x+\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi(\pi+1).$$

Phân tích phương án nhiễu:
- Áp dụng sai công thức tính thể tích, thiếu π dẫn đến Chọn D. hoặc A.
- Khi tính tích phân nhầm dấu dẫn đến Chọn B.

Câu 23. **Chọn D.**

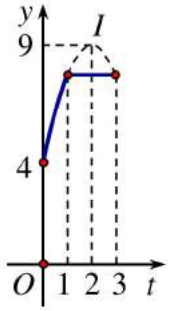
Đặt $t=3x$; $\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x$. Ta có $x=0\Rightarrow t=0$; $x=2\Rightarrow t=6$.

$$I=\frac{1}{3}\int_0^6 f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\int_0^6 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}.12=4.$$

Phân tích phương án nhiễu:

- Học sinh dễ nhầm B. do sau khi đặt $t=3x$ thay vào sai.

Câu 24. **Chọn B.**



Parapol (C) đi qua điểm $(0;4)$ và có đỉnh $I(2;9)$. Gọi phương trình parapol (C) có dạng

$v=at^2+bt+c$ thì: $\begin{cases} c=4 \\ 4a+2b+c=9 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} c=4 \\ 4a+2b+c=9 \\ 4a+b=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-\dfrac{5}{4} \\ b=5 \\ c=4 \end{cases}\Rightarrow (C):v=-\frac{5}{4}t^2+5t+4.$

$\Rightarrow$ phần parapol có phương trình $t=-\frac{5}{4}t^2+5t+4$, $0\le t\le 1$.

Ta có $A\left(1;\frac{31}{4}\right)\in(C)\Rightarrow$ phần còn lại của đồ thị là đoạn thẳng có phương trình $\begin{cases} v=\dfrac{31}{4} \\ 1\le t\le 3 \end{cases}$.

Vậy quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ là:

$$s=\int_0^1\left(-\frac{5}{4}t^2+5t+4\right)\mathrm{d}t+\int_1^3\frac{31}{4}\mathrm{d}t\simeq 21,58\ (\text{km}).$$

Phân tích phương án nhiễu:

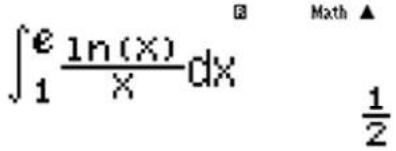
- Phân tích đề bài sai dẫn đến kết quả sai.

Câu 25. **Chọn C.**

PP 1: Tính $\int_1^e\frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x=\int_1^e\ln x\,\mathrm{d}\left(\ln x\right)=\left.\frac{\ln^2 x}{2}\right|_1^e=\frac{1}{2}$.

PP 2:

Bấm MTCT: ln ALPHA)) ▼ ALPHA) ▶ ▶ 1 ▲ ALPHA $\times 10^x$ =



Phân tích phương án nhiễu:

- Khi hiểu sai nguyên hàm dẫn đến tích sai tích phân học sinh dễ chọn nhầm đáp án.

Câu 26. **Chọn B.**

Ta có phương trình $\sqrt{2+\sin x}=0$ vô nghiệm nên:

$V=\pi\int\limits_0^{\pi}\left(\sqrt{2+\sin x}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^{\pi}(2+\sin x)\,\mathrm{d}x=\pi(2x-\cos x)\Big|_0^{\pi}=2\pi(\pi+1)$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Áp dụng sai công thức tính thể tích(thiếu π) nên dễ Chọn A.
- Khi nhầm $\cos 0=0$ dẫn đến Chọn C. hoặc tính sai tích phân thì Chọn D.

Câu 27. **Chọn D.**

Ta có $\int\limits_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=\left(\ln|x+1|-\ln|x+2|\right)\Big|_0^1=(\ln 2-\ln 3)-(\ln 1-\ln 2)=2\ln 2-\ln 3$

suy ra $a=2,b=-1\Rightarrow a+2b=0$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Tính sai tích phân sẽ không ra đáp án đúng.

Câu 28. **Chọn D.**

$V=\pi\int\limits_0^1\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\pi\mathrm{e}^{2x}\Big|_0^1=\frac{\pi\left(\mathrm{e}^2-1\right)}{2}$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Tính sai lũy thừa sẽ Chọn A. hoặc áp dụng sai công thức tính thể tích thiếu π sẽ chọn nhầm C.
- khi nhầm dấu tính cận trên với cận dưới khi tính tích phân sẽ chọn nhầm B.

Câu 29. **Chọn A.**

Vì phương trình $\sqrt{x^2+1}=0$ vô nghiệm nên

$V=\pi\int\limits_0^1\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^1\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_0^1=\frac{4\pi}{3}$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Áp dụng sai công thức tính thể tích thiếu π sẽ dẫn đến Chọn C.
- Tinh sai tích phân sẽ dẫn đến Chọn B. hoặc D.

Câu 30. **Chọn C.**

Cách 1: Quãng đường vật di chuyển $s(t)=\int v(t)\,\mathrm{d}t=\int(-5t+10)\,\mathrm{d}t=\frac{-5t^2}{2}+10t+C$

Tại thời điểm $t=0$ thì $s(t)=0$, do đó $C=0$ và $s(t)=\frac{-5t^2}{2}+10t=\frac{-5}{2}(t-2)^2+10\le 10$

Xe dừng hẳn khi được quãng đường $10(\mathrm{m})$ kể từ lúc đạp phanh

Cách 2: Khi vật dừng lại thì $v=0\Rightarrow -5t+10=0\Leftrightarrow t=2(s)$

Quãng đường vật đi được trong thời gian này là:

$s(t)=\int\limits_0^2 v(t)\,\mathrm{d}t=\int\limits_0^2(-5t+10)\,\mathrm{d}t=\left(\frac{-5t^2}{2}+10t\right)\Big|_0^2=10(\mathrm{m})$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Khi không phân tích đúng bài toán học sinh sẽ chọn sai đáp án.

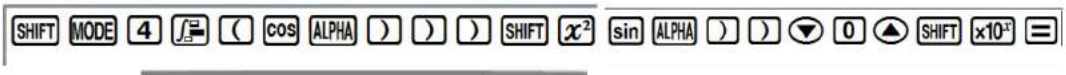
Câu 31. **Chọn C.**

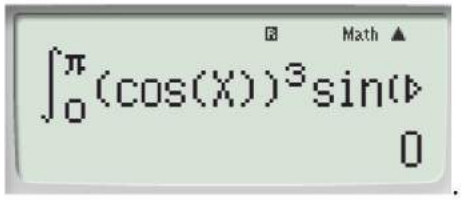
Cách 1: Ta có: $I=\int\limits_0^{\pi}\cos^3 x.\sin x\mathrm{d}x$. Đặt $t=\cos x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin x\mathrm{d}x\Leftrightarrow -\mathrm{d}t=\sin x\mathrm{d}x$

Đổi cận: với $x=0\Rightarrow t=1$; với $x=\pi\Rightarrow t=-1$. Vậy $I=-\int_{1}^{-1}t^3\mathrm{d}t=\int_{-1}^{1}t^3\mathrm{d}t=\left.\frac{t^4}{4}\right|_{-1}^{1}=\frac{1^4}{4}-\frac{(-1)^4}{4}=0$

Cách 2: Máy tính

Quy trình bấm



Máy hiện: 

Phân tích phương án nhiễu:

- Khi học sinh đổi biến nhưng quên không đổi cận dẫn đến Chọn A. Hoặc vừa quên không đổi cận và tính sai tích phân $I=-\int_{0}^{\pi}t^3\mathrm{d}t=-\int_{0}^{\pi}t^3\mathrm{d}t=-t^4\Big|_0^{\pi}=-\pi^4$ sẽ Chọn B.

- Hoặc đổi cận sai sẽ Chọn D.

Câu 32. **Chọn B.**

$F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x-1}\mathrm{d}x=\ln|x-1|+C$. $F(2)=1\Leftrightarrow\ln 1+C=1\Leftrightarrow C=1$.

Vậy $F(x)=\ln|x-1|+1$. Suy ra $F(3)=\ln 2+1$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Áp dụng sai công thức nguyên hàm dẫn đến Chọn C. Hoặc D.
- Tính nhầm $C=-1$ dẫn đến Chọn A.

Câu 33. **Chọn B.**

$I=\int_{0}^{2}f(2x)\mathrm{d}x$. Đặt $t=2x\Rightarrow\mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=2\Rightarrow t=4$.

Khi đó: $I=\frac{1}{2}\int_{0}^{4}f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_{0}^{4}f(x)\mathrm{d}x=8$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Đổi biến nhưng hs chuyển đổi nhầm $I=\frac{1}{2}\int_{0}^{4}f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.2\int_{0}^{4}f(x)\mathrm{d}x=16$. dẫn đến Chọn C.

Hoặc $I=\frac{1}{2}\int_{0}^{4}f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}\int_{0}^{4}f(x)\mathrm{d}x=4$ dẫn đến Chọn D.

- Tính sai dẫn đến kết qua A.

Câu 34. **Chọn B.**

Cách 1:

$I=\int_{3}^{4}\frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}$. Ta có: $\frac{1}{x^2+x}=\frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}$.

Khi đó:

$I=\int_{3}^{4}\frac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=\int_{3}^{4}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x=\left[\ln x-\ln(x+1)\right]\Big|_3^4=(\ln 4-\ln 5)-(\ln 3-\ln 4)=4\ln 2-\ln 3-\ln 5$.

Suy ra: $a=4, b=-1, c=-1$. Vậy $S=2$.

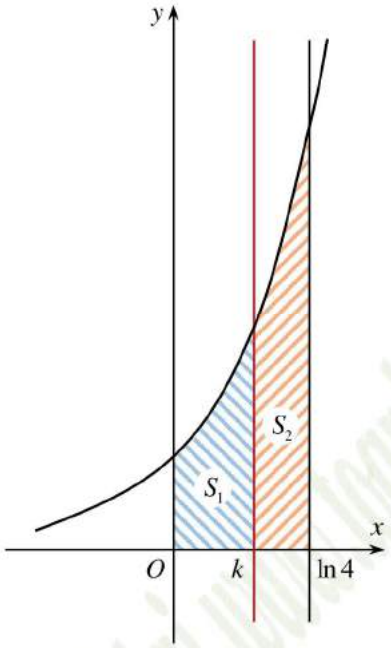
Cách 2: Casio

Ta có: $I=\int\limits_3^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2+x}=a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5\Rightarrow \mathrm{e}^I=\mathrm{e}^{a\ln 2+b\ln 3+c\ln 5}=\mathrm{e}^{\ln\left(2^a.3^b.5^c\right)}\Rightarrow \mathrm{e}^I=2^a.3^b.5^c$

Hay $\dfrac{16}{15}=2^a.3^b.5^c\Leftrightarrow 2^4=2^a.3^{b+1}.5^{c+1}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b+1=0\\c+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4\\b=-1\\c=-1\end{cases}\Rightarrow S=a+b+c=2.$

Phân tích phương án nhiễu:
- Xác định sai a, b, c dẫn đến chọn sai đáp án.

Câu 35. **Chọn D.**



PP1: Ta có $S_1=\int\limits_0^k \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x\big|_0^k=\mathrm{e}^k-1$ và $S_2=\int\limits_k^{\ln 4}\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x\big|_k^{\ln 4}=4-\mathrm{e}^k$.

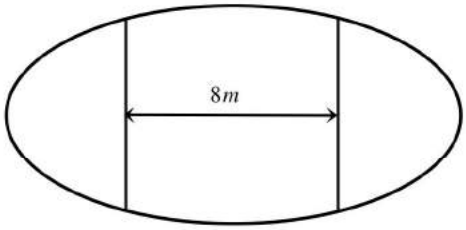
Ta có $S_1=2S_2\Leftrightarrow \mathrm{e}^k-1=2\left(4-\mathrm{e}^k\right)\Leftrightarrow k=\ln 3$.

PP2: CASIO

- Bước 1: NHẬP là biểu thức $\int\limits_0^Y \mathrm{e}^X\mathrm{d}x-2\int\limits_Y^{\ln 4}\mathrm{e}^X\mathrm{d}x$
- Bước 2: Dùng chức năng S_1-2S_2 CALC, gán X giá trị bất kỳ, Y là các giá trị trong 3 đáp án A, B, C, kết quả bằng 0 hoặc vô cùng nhỏ ở đáp nào. thì chọn đáp án đó, nếu không thỏa mãn thì Chọn D.

Phân tích phương án nhiễu:
- Bấm nhầm hoặc tính sai tích phân dẫn đến chọn sai đáp án.

Câu 36. **Chọn B.**



PP1: Giả sử elip có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, với $a>b>0$.

Từ giả thiết ta có $2a=16\Rightarrow a=8$ và $2b=10\Rightarrow b=5$

Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l} y=-\frac{5}{8}\sqrt{64-y^2}\ \ (E_1) \\ y=\frac{5}{8}\sqrt{64-y^2}\ \ (E_2)\end{array}\right.$

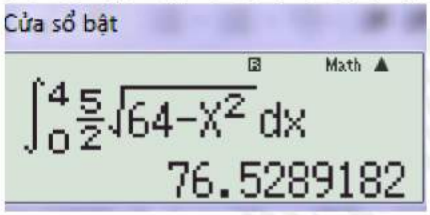
Khi đó diện tích dải vườn được giới hạn bởi các đường (E_1), (E_2), $x=-4$, $x=4$ và diện tích của dải vườn là $S=2\int\limits_{-4}^{4}\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\mathrm{d}x=\frac{5}{2}\int\limits_{0}^{4}\sqrt{64-x^2}\mathrm{d}x$

Tính tích phân này bằng phép đổi biến $x=8\sin t$, ta được $S=80\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Khi đó số tiền là $T=80\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4}\right).100000=7652891,82\simeq 7.653.000$.

PP2: Casio $S=\frac{5}{2}\int\limits_{0}^{4}\sqrt{64-x^2}\mathrm{d}x$

$(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\blacksquare)$ ▣ 5 ▼ 2 ▶ √ 6 4 − ALPHA x^2 ▼ 0 ▲ 4 =



$T=76,5289182.100000=7652891,82\simeq 7.653.000$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Tính sai tích phân, không đổi cận dẫn đến chọn sai đáp án.

Câu 37. **Chọn D.**

Đặt $\begin{cases}u=x+1\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$. Khi đó $I=(x+1)f(x)\big|_0^1-\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$

Suy ra $10=2f(1)-f(0)-\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-10+2=-8$

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-8$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Nhầm dấu khi thay tích phân từng phần sẽ chọn nhầm đáp án **A.** Hoặc **C.** hoặc **B.**

Câu 38. **Chọn A.**

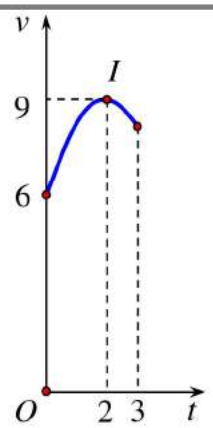
Ta có $f(x)=3x+5\cos x+C$ mà $f(0)=10$ nên $f(0)=3.0+5.\cos 0+C=10\Leftrightarrow C=5$.

Vậy $f(x)=3x+5\cos x+5$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Nhầm nguyên hàm $\sin x=\cos x$ dẫn đến Chọn C. hoặc D.
- Tính sai C dẫn đến Chọn B.

Câu 39. **Chọn C.**



Giả sử vận tốc của vật chuyển động có phương trình là $v(t)=at^2+bt+c$.

Ta có $v(2)=9 \Leftrightarrow 4a+2b+c=9$; $v(0)=6 \Leftrightarrow c=6$.

Vậy $\begin{cases}\dfrac{-b}{2a}=2\\ 4a+2b+6=9\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4a+b=0\\ 4a+2b=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=\dfrac{-3}{4}\\ b=3\end{cases}$.

Vậy: $v(t)=\dfrac{-3}{4}t^2+3t+6$.

Gọi $s(t)$ là quãng đường mà vật di chuyển được trong thời gian t. Ta có $s'(t)=v(t)$.

Vậy quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ là:

$s(t)=\int\limits_0^3\left(\dfrac{-3}{4}t^2+3t+6\right)\mathrm{d}t = \dfrac{99}{4}=24,75$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Tính sai tích phân dẫn đến chọn kết quả sai.

Câu 40. **Chọn C.**

Ta có $\int f(x).\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=(x-1)\mathrm{e}^x+C \Rightarrow f(x).\mathrm{e}^{2x}=\mathrm{e}^x+(x-1).\mathrm{e}^x=x.\mathrm{e}^x$

$\Rightarrow f(x)=x.\mathrm{e}^{-x} \Rightarrow f'(x)=(1-x).\mathrm{e}^{-x}$

Suy ra $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x=\int(1-x)\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\int(1-x)\mathrm{d}\left(\mathrm{e}^x\right)=\mathrm{e}^x(1-x)+\int\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x(2-x)+C$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Tính sai nguyên hàm $\int f'(x)\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$ dẫn đến Chọn A. hoặc B. hoặc D.

Câu 41. **Chọn C.**

Ta có: $F'(x)=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3x^2}{x^6}=\dfrac{1}{x^4}=\dfrac{f(x)}{x} \Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{x^3}$.

Xét $I=\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x$. Đặt $\begin{cases}u=\ln x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\mathrm{d}u=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Ta có: $I=\ln x.f(x)-\int\dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x+C=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Tính sai nguyên hàm dẫn đến chọn sai đáp án.

Câu 42. **Chọn D.**

PP 1: Đặt $t=-x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=-\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow t=\dfrac{3\pi}{2}$; $x=\dfrac{3\pi}{2}\Rightarrow t=-\dfrac{3\pi}{2}$. Suy ra: $I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(-t)\,\mathrm{d}t$.

Mặt khác: $f(t)+f(-t)=\sqrt{2+2\cos 2t}=\sqrt{4\cos^2 t}=2|\cos t|$ (thay $x=t$).

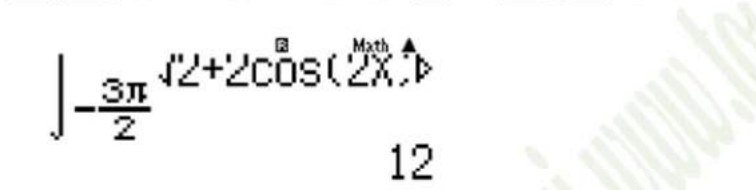
Ta có: $2I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\left[f(t)+f(-t)\right]\mathrm{d}t=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}2|\cos t|\,\mathrm{d}t$. Suy ra: $I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t$.

PP2: $I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t=2\int\limits_{0}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t$. (Do $|\cos t|$ là hàm số chẵn trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right]$)

$$=2\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t+2\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t=2\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos t\,\mathrm{d}t-2\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\cos t\,\mathrm{d}t=2\sin t\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}-2\sin t\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}=6.$$

PP 3: Dùng MTCT:





$f(x)$ là hàm chẵn nên ta được $2I=12\Rightarrow I=6$

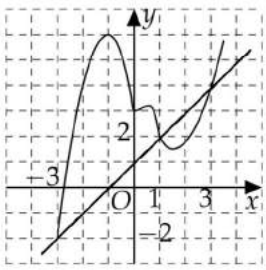
hoặc tính như sau:

$I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t=2\int\limits_{0}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t$. (Do $|\cos t|$ là hàm số chẵn trên đoạn $\left[-\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right]$)

$$=2\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t+2\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}|\cos t|\,\mathrm{d}t=2\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\cos t\,\mathrm{d}t-2\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}\cos t\,\mathrm{d}t=2\sin t\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}-2\sin t\Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}}=6.$$

Phân tích phương án nhiễu:

- Đổi cận sai, tính sai tích phân dẫn đến chọn sai đáp án.



Câu 43. **Chọn D.**

Ta có $g'(x)=2f'(x)-2(x+1)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\pm 3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(-3)$	$\nearrow$	$g(1)$	$\searrow$	$g(3)$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $g(-3)<g(1)$ và $g(3)<g(1)$.

Theo hình vẽ $\int\limits_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x>\int\limits_{1}^{3}\left[(x+1)-f'(x)\right]\mathrm{d}x\Leftrightarrow\frac{1}{2}\int\limits_{-3}^{1}g'(x)\mathrm{d}x>-\frac{1}{2}\int\limits_{1}^{3}g'(x)\mathrm{d}x$

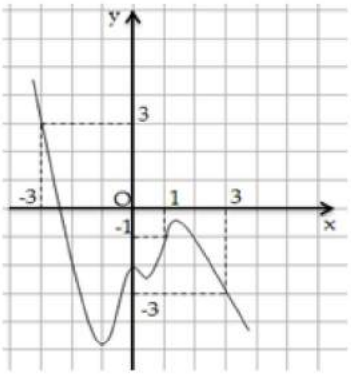
$\Leftrightarrow g(x)\big|_{-3}^{1}>-g(x)\big|_{1}^{3}\Leftrightarrow g(1)-g(-3)>-g(3)+g(1)\Leftrightarrow g(3)>g(-3)$.

Vậy $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Phân tích sai bảng biến thiên dẫn đến sai kết quả chọn sai phương án.

Câu 44. **Chọn B.**



Ta có $g'(x)=2f'(x)+2x\Rightarrow g'(x)=0\Rightarrow x\in\{-3;1;3\}$.

Từ đồ thị của $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên. (Chú ý là hàm $g(x)$ và $g'(x)$)

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗		↘		↗		↘	

Suy ra $g(3)>g(1)$.

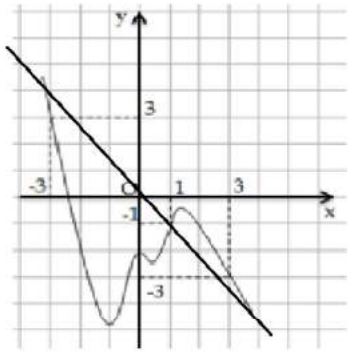
Kết hợp với đồ thị ta có: $\int\limits_{-3}^{1}\left(-g'(x)\right)\mathrm{d}x>\int\limits_{1}^{3}g'(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int\limits_{1}^{-3}g'(x)\mathrm{d}x>\int\limits_{1}^{3}g'(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow g(-3)-g(1)>g(3)-g(1)\Leftrightarrow g(-3)>g(3)$

Vậy ta có $g(-3)>g(3)>g(1)$.

Phân tích phương án nhiễu:

- Phân tích sai bảng biến thiên dẫn đến sai kết quả chọn sai phương án.



Gv: TRẦN QUỐC NGHĨA – 098 373 4349

***Chuyên:* TOÁN**

- LỚP 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12
- LUYỆN THI LỚP 10
- LUYỆN THI THPT QUỐC GIA

TRỌN BỘ TÀI LIỆU HỌC TẬP

Môn: TOÁN - Lớp: 12 và THPTQG

Năm học 2017-2018

1. *Tài liệu TOÁN 12 theo chủ đề (7 chủ đề)*
2. *Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 quyển 1*
3. *Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 quyển 2*
4. *Bài tập trắc nghiệm TOÁN 12 quyển 3*
5. *Bộ đề thi thử THPT năm 2017*
6. *Bộ đề thi thử THPT năm 2018*
7. *Bộ đề thi ĐH- CĐ - THPTQG từ 2002 → 2017*

Năm học 2017 - 2018

Lưu hành nội bộ