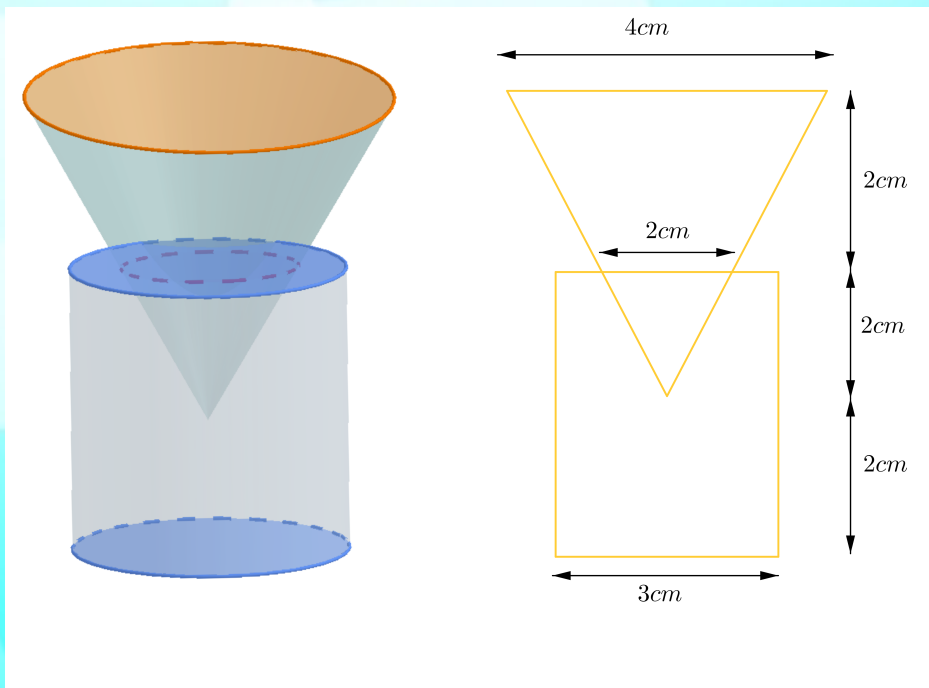


NGUYỄN NGỌC DŨNG

TUYỂN TẬP CÂU HỎI PHÂN LOẠI

MÔN TOÁN 12



Câu 1. (Mục tiêu 8 điểm). Giả sử $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ là số phức có môđun nhỏ nhất thỏa mãn $|z - i| = |(1 + i)z|$. Khi đó $a + b$ có giá trị là?

(A) $\sqrt{2} + 1$.

(B) $2\sqrt{2} - 1$.

(C) $\sqrt{2}$.

(D) $\sqrt{2} - 1$.

Lời giải:

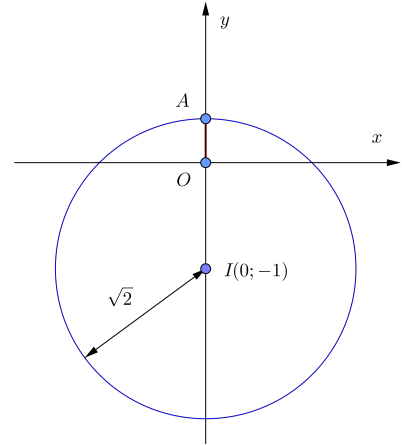
Theo đề bài ta có:

$$|z - i| = |(1 + i)z| \Leftrightarrow |a + (b - 1)i| = |z - b + (z + b)i| \Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 \Leftrightarrow (a - b)^2 + (a + b)^2 \Leftrightarrow a^2 + (b + 1)^2 = 2.$$

Suy ra: tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(0; -1)$ bán kính $R = \sqrt{2}$ (hình vẽ bên).

Từ hình vẽ, ta thấy ngay $A(0; \sqrt{2} - 1)$ chính là điểm biểu diễn số phức z có môđun nhỏ nhất (môđun chính là độ dài OA).

Vậy $a + b = \sqrt{2} - 1$.



Câu 2. (Sở GD Đồng Tháp - mục tiêu 8 điểm). Giả sử $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ là số phức có môđun nhỏ nhất thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = |z - i|$, Khi đó $a + b$ có giá trị là?

(A) $-\frac{2}{5}$.

(B) $\frac{2}{5}$.

(C) $\frac{17}{5}$.

(D) $-\frac{17}{5}$.

Lời giải: Giả sử $z = a + bi$. Khi đó theo đề bài ta có:

$$|z - 1 + 2i| = |z - i| \Leftrightarrow |a - 1 + (2 + b)i| = |a + (b - 1)i| \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b + 2)^2 = a^2 + (b - 1)^2 \Leftrightarrow -2a + 6b + 4 = 0.$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $\Delta : -2x + 6y + 4 = 0$.

Từ đó số phức z có môđun nhỏ nhất ứng với điểm M thỏa $OM \perp \Delta$, nghĩa là $M\left(\frac{1}{5}; -\frac{3}{5}\right)$. □

Câu 3. (Mục tiêu 9.5 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P_m) : 2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$ và điểm $A(2; 11; -5)$. Biết rằng khi m thay đổi thì (P_m) luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu có bán kính cố định và cùng đi qua A . Tổng bán kính 2 mặt cầu đó là?

(A) $2\sqrt{2}$.

(B) $5\sqrt{2}$.

(C) $7\sqrt{2}$.

(D) $12\sqrt{2}$.

Lời giải: Gọi $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu cố định luôn tiếp xúc với (P_m) .

$$\text{Ta có: } d[I; (P_m)] = \frac{|2ma + (m^2 + 1)b + (m^2 - 1)c - 10|}{\sqrt{4m^2 + (m^2 + 1)^2 + (m^2 - 1)^2}} = \left| \frac{(b + c)m^2 + 2ma + (b - c - 10)}{(m^2 + 1)\sqrt{2}} \right|.$$

Để $d[I; (P_m)]$ là một hằng số thì các hệ số tương ứng phải tỉ lệ với nhau, nghĩa là:

$$\begin{cases} a = 0 \\ b + c = b - c - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ c = -5 \end{cases}. \text{ Suy ra: } I(0; b; -5).$$

$$\text{Khi đó: } d[I; (P_m)] = IA \Leftrightarrow \frac{|b - 5|}{\sqrt{2}} = \sqrt{4 + (b - 11)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 9 \\ b = 25 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} I_1 = (0; 9; -5) \\ I_2 = (0; 25; -5) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } R_1 + R_2 = 12\sqrt{2}.$$

Câu 4. (Chuyên ĐH Vinh - lần 3 - mục tiêu 8 điểm). Cho các số phức z và w khác 0 thỏa mãn $|z - w| = 2|z| = |w|$. Phần thực a của số phức $u = \frac{z}{w}$ là?

- (A) $a = -\frac{1}{8}$. (B) $a = \frac{1}{4}$. (C) $a = 1$. (D) $a = \frac{1}{8}$.

Lời giải: Gọi M là điểm biểu diễn số phức $u = \frac{z}{w}$.

Ta có: $2|z| = |w| \Rightarrow \left| \frac{z}{w} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow M \in (C_1) : \left(0; \frac{1}{2} \right)$

$|z - w| = |w| \Rightarrow \left| \frac{z}{w} - 1 \right| = 1 \Rightarrow M \in (C_2) : (I, 1)$ với $I(1; 0)$.

Suy ra: $M \in (C_1) \cap (C_2)$.

Tọa độ M là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} (C_1) : x^2 + y^2 = \frac{1}{4} \\ (C_2) : (x - 1)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$.

Do đó: $x_M = \frac{1}{8}$.

Vậy $a = \frac{1}{8}$. □

Câu 5. (Mục tiêu 9.5 điểm). Cho A, B là hai điểm lần lượt biểu diễn hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = -4 - 5i$. Điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1 - 2i| = 2\sqrt{2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + 2MB$?

- (A) $2\sqrt{10}$. (B) $\sqrt{82}$. (C) $2\sqrt{82}$. (D) $4\sqrt{10}$.

Lời giải:

Ta có $A(5; -6)$ và $B(-4; -5)$.

Giả sử $z = a + bi$. Khi đó, ta có:

$$|\bar{z} - 1 - 2i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow |a - 1 - (b + 2)i| = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (b + 2)^2 = 8$$

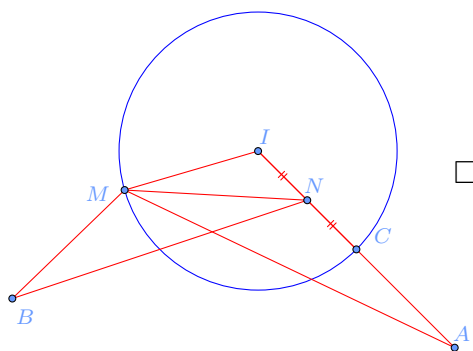
Suy ra: tập hợp các điểm M là đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Dễ dàng thấy được $IA = 2R$, $C(3; -4)$.

Gọi N là trung điểm của IC , khi đó $N(2; -3)$.

Ta có: $\triangle INM \sim \triangle IMA$ (vì $\frac{IN}{IM} = \frac{IM}{IA} = \frac{1}{2}$).

$$\Rightarrow AM = 2MN \Rightarrow MA + 2MB = 2(MN + MB) \geq 2BN = 2\sqrt{6^2 + 2^2} = 4\sqrt{10}.$$



Câu 6. (GTNN - mục tiêu 9 điểm). Cho x, y là các số dương thỏa mãn $xy \leq 4y - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{6(2x + y)}{x} + \ln \frac{x + 2y}{y}$ là $a + \ln b$. Giá trị của tích ab là

- (A) 45. (B) 108. (C) 98. (D) 81.

Lời giải: Ta có: $\begin{cases} x, y > 0 \\ xy \leq 4y - 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} \leq \frac{4}{y} - \frac{1}{y^2} \leq 4 - \left(\frac{1}{y} - 2\right)^2 \leq 4.$

Suy ra: $\frac{x}{y} \in (0; 4]$.

Ta có: $P = 6\frac{x}{y} + 12 + \ln\left(\frac{x}{y} + 2\right).$

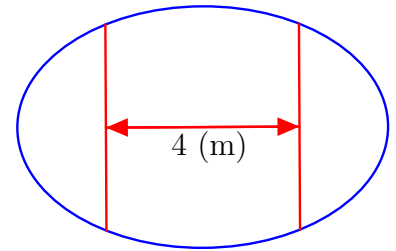
Đặt $t = \frac{x}{y}$, $t \in (0; 4]$. Khi đó: $P = 12 + \frac{6}{t} + \ln(t + 2)$ và $P' = \frac{1}{t+2} - \frac{6}{t^2} < 0, \forall t \in (0; 4]$.

Suy ra: $\min_{t \in (0; 4]} P = P(4) = \frac{27}{2} + \ln 6.$

Vậy $a = \frac{27}{2}$ và $b = 6.$ □

Câu 7. (Mục tiêu 7 điểm).

Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 8 m, độ dài trục nhỏ bằng 6 m, ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 4 m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đ/m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



- Ⓐ 1.531.000 đồng. Ⓑ 2.296.000 đồng.
Ⓒ 2.041.000 đồng. Ⓓ 3.061.000 đồng.

Lời giải: Chọn hệ trục tọa độ thỏa trục hoành là trục lớn của elip, trục tung là trục nhỏ của elip. Ta sẽ chia miếng đất thành hai phần bằng nhau là phần phía trên và phía dưới trục hoành.

Khi đó: $S_{\text{trên}} = \int_{-2}^2 \sqrt{-\frac{9}{16}x^2 + 9} dx.$

Suy ra số tiền ông An cần là: $T = 2.S_{\text{trên}}.100000 \simeq 2296000$ (đồng). □

Câu 8. (Đề tự luyện - Bùi Thế Việt - mục tiêu 8 điểm).

Đầu năm 2016, Curtis Cooper và các cộng sự tại nhóm nghiên cứu Đại học Central Mis-souri, Mỹ vừa công bố số nguyên tố lớn nhất tại thời điểm đó. Số nguyên tố này là một số dạng số nguyên tố Mersenne, có giá trị bằng $M = 2^{74207281} - 1$. Hỏi M có bao nhiêu chữ số?

- Ⓐ 22338617 chữ số. Ⓑ 22338618 chữ số. Ⓒ 2233863 chữ số. Ⓓ 2233862 chữ số.

Lời giải: Ta có mệnh đề sau: nếu $[\log |M|] = n$ thì M có $n + 1$ chữ số, với $[\log |M|]$ là phần nguyên của $\log |M|$, $n \in \mathbb{N}$.

Áp dụng, ta có: $\log M < \log(2^{74207281}) = 22338617,48.$

Vậy M có $22338617 + 1 = 22338618$ chữ số. □

Câu 9. (Đề tự luyện - Bùi Thế Việt - mục tiêu 8 điểm).

Trên mỗi chiếc Radio FM đều có vạch chia để người dùng dễ dàng chọn sóng Radio cần tìm. Vạch ngoài cùng bên trái và bên phải tương ứng với 88 MHz và 108 MHz. Hai vạch cách nhau 12 cm. Biết vị trí của vạch cách vạch ngoài cùng bên trái d cm thì có tần số $F = ka^d$ MHz với k và a là hằng số. Tìm vị trí của vạch ứng với tần số 91 MHz để bắt sóng VOV Giao Thông Quốc Gia.

- Ⓐ Cách vạch ngoài cùng bên trái 2.05 cm. Ⓑ Cách vạch ngoài cùng bên trái 1.92 cm.
Ⓒ Cách vạch ngoài cùng bên phải 8.47 cm. Ⓓ Cách vạch ngoài cùng bên phải 10.04 cm.

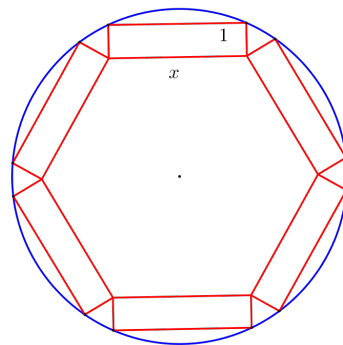
Lời giải: Ta có: với $d = 0$ thì $F = 88$ suy ra $k = 88$; với $d = 12$ thì $F = 108$ suy ra $a = \sqrt[12]{\frac{27}{22}}$.

Do đó: $F = 88 \cdot \left(\sqrt[12]{\frac{27}{22}} \right)^d$.

Từ đó suy ra vị trí của vạch ứng với tần số 91 MHz cách vạch ngoài cùng bên trái là: $d = \log_{\sqrt[12]{\frac{27}{22}}} \frac{91}{88}$, nghĩa là cách vạch ngoài cùng bên phải $12 - d \simeq 10,04$ cm. $\square$

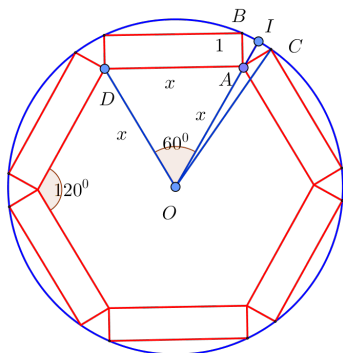
Câu 10. (Đề tự luyện - Bùi Thế Việt - mục tiêu 9.5 điểm).

Cho một chiếc bàn hình tròn bán kính bằng 4. Có 6 miếng vải hình chữ nhật với chiều dài là x , chiều rộng là 1 đặt vào bàn như hình vẽ. Tìm x ?



- Ⓐ $x = \frac{3\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$.
 Ⓑ $x = \sqrt{5} - \sqrt{3}$.
 Ⓒ $x = \frac{5 + 2\sqrt{3}}{2}$.
 Ⓓ $x = 2\sqrt{3}$.

Lời giải: Ta có hình vẽ sau:



Giải thích:

Lục giác bên trong hình tròn là lục giác đều nên mỗi góc bằng 120° , từ đó ta suy ra ngay $\widehat{DOA} = 60^\circ$ và $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

Do đó: $OA = x$ và $\widehat{OAC} = 180^\circ - \widehat{IAC} = 180^\circ - \frac{\widehat{BAC}}{2} = 150^\circ$.

Áp dụng định lý cosin trong tam giác OAC ta có phương trình:

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 - 2OA \cdot AC \cdot \cos \widehat{OAC} \Rightarrow x^2 - 2x \cos 150^\circ - 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{3\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}.$$

$\square$

Câu 11. (Mục tiêu 7,5 điểm).

Xét số phức z thỏa mãn $|z - 3| + |z + 3| \leq 10$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ $0 \leq |z| \leq 3$. Ⓑ $3 \leq |z| \leq \sqrt{10}$. Ⓒ $4 \leq |z| \leq 5$. Ⓓ $0 \leq |z| \leq 5$.

Lời giải: Ta có: $|z - 3| + |z + 3| \leq 10 \Leftrightarrow 2z^2 + 18 + 2|z^2 - 9| \leq 100 \Leftrightarrow |z^2 - 9| \leq 41 - z^2 \Leftrightarrow z^2 - 41 \leq z^2 - 9 \leq 41 - z^2 \Leftrightarrow z^2 \leq 25 \Leftrightarrow 0 \leq |z| \leq 5$. $\square$

Câu 12. (Đề tự luyện - Đặng Thúc Hứa - lần 2 - mục tiêu 8 điểm).

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$, $f(0) = 1$. Biết $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm thực phân biệt?

- Ⓐ $m > e$. Ⓑ $0 < m \leq 1$. Ⓒ $0 < m < e$. Ⓓ $1 < m < e$.

Lời giải: Ta có: $\frac{f'(x)}{f(x)} = 2 - 2x \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (2 - 2x) dx \Rightarrow \ln f(x) = -x^2 + 2x + C \Rightarrow$

$$f(x) = e^{-x^2+2x+C}.$$

Ta lại có: $f(0) = 1$, suy ra $f(x) = e^{-x^2+2x}$.

Ta có: $f'(x) = (-2x + 2) \cdot e^{-x^2+2x}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

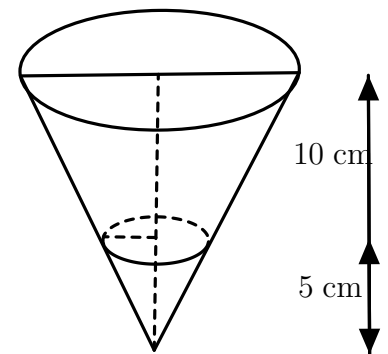
x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	e	0

Từ bảng biến thiên suy ra: $0 < m < e$. □

Câu 13. (Mục tiêu 8 điểm).

Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu (như hình vẽ bên). Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước bằng bao nhiêu? Biết rằng chiều cao của phễu là 15cm.

- Ⓐ 0,188(cm). Ⓑ 0,216(cm).
Ⓒ 0,3(cm). Ⓓ 0,5(cm).



Lời giải:

Gọi V là thể tích của ly nước, v là thể tích nước có trong ly.

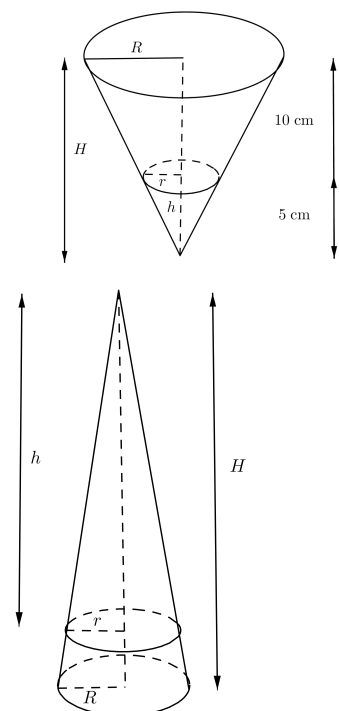
Khi đó, từ hình vẽ, theo định lý Ta-lét ta có $\begin{cases} H = 3h \\ R = 3r \end{cases} \Rightarrow V = 27v$.

Khi lộn ngược phễu lại ta có hình vẽ sau:

Gọi v là thể tích phần không khí phía trên mặt nước, V là thể tích của ly nước. Khi đó, theo chứng minh trên $V = \frac{27}{26}v$.

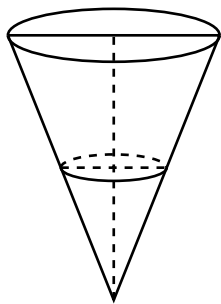
Giả sử $H = xh$. Khi đó $R = xr \Rightarrow \frac{V}{v} = x^3 = \frac{27}{26} \Rightarrow$

$x = 3 \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{26}} \Rightarrow h = 5 \cdot \sqrt[3]{26} \Rightarrow$ Chiều cao mực nước là $15 - 5\sqrt[3]{26} \approx 0,188$ (cm).

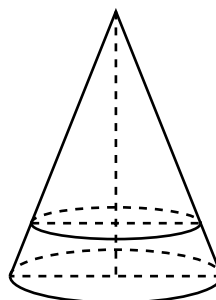


Câu 14. (Sở GD & ĐT Hà Tĩnh - 2017 - lần 3 - mục tiêu 8 điểm).

Một cái phễu có dạng hình nón với chiều cao là 30 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 15 cm (Hình 1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (Hình 2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



Hình 1



Hình 2

- (A) 15 cm. (B) 1,306 cm. (C) 1,233 cm. (D) 1,553 cm.

Lời giải: Cách làm tương tự câu trên. □

Câu 15. (Đề tự luyện - Bùi Thế Việt - mục tiêu 7 điểm).

Cho hàm số $f(x) = \int_x^{x+1} t^{2017} e^t dt$ với $x > 1$. Tính $f'(0)$?

- (A) $f'(0) = 2e$. (B) $f'(0) = e$. (C) $f'(0) = e^{2017}$. (D) $f'(0) = e^2$.

Lời giải: Gọi $F(t)$ là một nguyên hàm của $t^{2017}e^t$, nghĩa là $F'(x) = t^{2017}e^t$. Khi đó:
 $f(x) = F(x+1) - F(x) \Rightarrow f'(x) = F'(x+1) - F'(x) \Rightarrow f'(0) = F'(1) - F'(0) = e - 0 = e$. □

Câu 16. (Đề tự luyện - Bùi Thế Việt - mục tiêu 7,5 điểm).

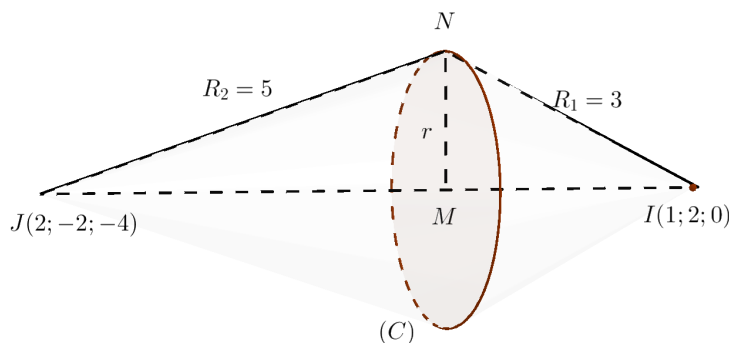
Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y = 4$ và $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y + 8z = 1$. Biết hai mặt cầu cắt nhau tại một đường tròn. Tính độ dài bán kính đường tròn đó?

- (A) $\sqrt{\frac{932}{453}}$. (B) $\sqrt{\frac{899}{132}}$. (C) $\sqrt{\frac{123}{877}}$. (D) $\sqrt{\frac{746}{175}}$.

Lời giải:

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (hình vẽ bên), (C) có tâm M và bán kính r . Gọi I và J lần lượt là tâm của hai mặt cầu, R_1 và R_2 lần lượt là bán kính hai mặt cầu. Khi đó tọa độ $I; J$ và độ dài $R_1; R_2$ được tính như trên hình vẽ bên.

Ta có $\vec{IJ} = (1; -4; -4) \Rightarrow IJ = \sqrt{33}$.



Áp dụng định lý cosin trong tam giác IJN , ta có: $\cos \widehat{NJI} = \frac{49}{10\sqrt{33}} \Rightarrow JM = \cos \widehat{NJI} \cdot JN =$

$$5 \cdot \frac{49}{10\sqrt{33}} = \frac{49}{2\sqrt{33}} \Rightarrow r = NM = \sqrt{\frac{899}{132}}. \quad \square$$

Câu 17. (Đề thi thử Đặng Thúc Hứa - lần 2 - mục tiêu 9 điểm).

Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-2; 0; 0), B(0; 4; 2), C(2; 2; -2)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A vuông góc với (ABC) , S là điểm di động trên đường thẳng d , G và H lần lượt là trọng tâm của $\triangle ABC$, trực tâm của $\triangle SBC$. Đường thẳng GH cắt đường thẳng d tại S' . Tính tích $SA.S'A$?

- (A) $SA.S'A = \frac{3}{2}$. (B) $SA.S'A = \frac{9}{2}$. (C) $SA.S'A = 12$. (D) $SA.S'A = 6$.

Lời giải:

Theo giả thiết đề bài $\triangle ABC$ chắc chắn cân tại A , kiểm tra thì thấy $\triangle ABC$ đều luôn.

Gọi I và M lần lượt là trung điểm của BC và AC ; $N = BH \cap SC$.

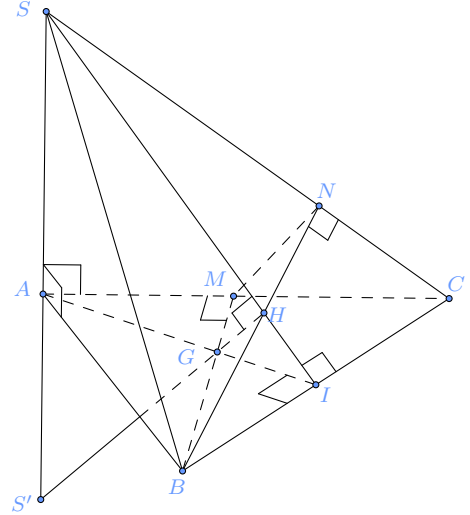
Dễ dàng chứng minh $SC \perp (BMN) \Rightarrow SC \perp S'H \Rightarrow S'H \perp (SBC) \Rightarrow S'H \perp SI$.

Từ đó suy ra $\triangle S'AG \sim \triangle IAS \Rightarrow S'A.SA = IA.AG = \frac{2}{3}IA^2$.

Ta có: $I(1; 3; 0) \Rightarrow \frac{2}{3}IA^2 = 12$.

Vậy $SA.S'A = 12$.

□

**Câu 18. (Sở GD & ĐT Hà Tĩnh - 2017 - lần 1 - mục tiêu 8 điểm).**

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất là

- (A) $2x - y + 2z - 1 = 0$. (B) $10x - 7y + 13z + 3 = 0$.
(C) $2x + y - z = 0$. (D) $-x + 6y + 4z + 5 = 0$.

Lời giải:

Gọi A là giao điểm của Δ và (P) , m là giao tuyến của (P) và (Q) . Lấy điểm I trên Δ . Gọi H là hình chiếu của I trên (P) , dựng $HE \perp m$. Khi đó $[(P); (Q)] = \widehat{IEH}$.

Ta có: $\tan \widehat{IEH} = \frac{IH}{HE} \geq \frac{IH}{HA}$. Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi $E \equiv A$.

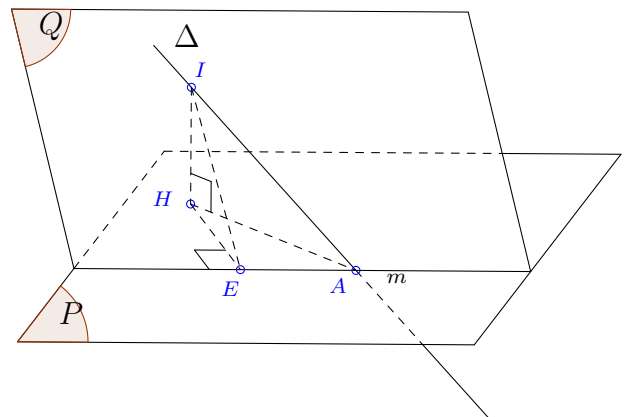
Vậy $\widehat{IEH}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $m \perp HA$ hay $m \perp \Delta$.

Chọn vtcp của m là $\vec{n}_m = [\vec{n}_\Delta, \vec{u}_{(P)}] = (-1; 6; 4)$, với $\vec{n}_\Delta$ là vtcp của Δ ; $\vec{u}_{(P)}$ là vtpt của (P) .

Suy ra vtpt của (Q) là $[\vec{n}_m, \vec{n}_\Delta] = (10; -7; 13)$.

Vậy $(Q) : 10x - 7y + 13z + 3 = 0$.

□



Câu 19. (Sở GD & ĐT Hà Tĩnh - 2017 - lần 1 - mục tiêu 7.5 điểm).

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $A(2; 5; 3)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất là

- (A) $2x + y - 2z - 10 = 0$. (B) $2x + y - 2z - 12 = 0$.
(C) $x - 2y - z - 1 = 0$. (D) $x - 4y + z - 3 = 0$.

Lời giải: Đáp án D. Cách làm tương tự bài trên. □

Câu 20. (Đoàn Trí Dũng - 2017 - mục tiêu 8 điểm). Cho số phức z thỏa mãn $|(z+2)i+1| + |(z-2)i-1| = 6$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $T = M + m$.

- (A) $T = 5$. (B) $T = 4$. (C) $T = 10$. (D) $T = 16$.

Lời giải:

Đặt $z = x + yi$. Ta có: $|(z+2)i+1| + |(z-2)i-1| = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} + \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = 6$.

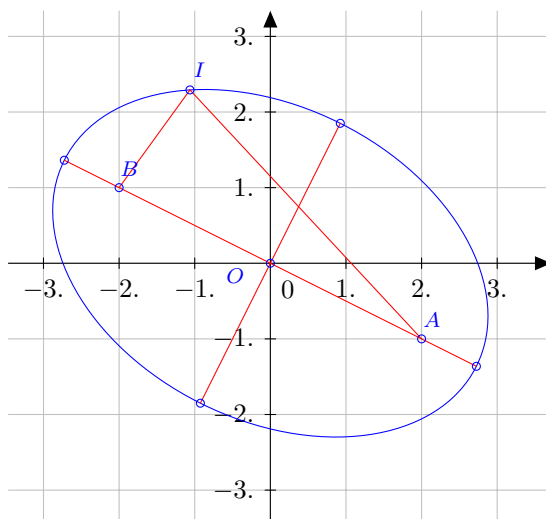
Gọi I là điểm biểu diễn số phức z và tọa độ các điểm $A(2; -1)$, $B(-2; 1)$. Khi đó: $IA + IB = 6$.

Mặt khác khi $IA + IB = 2a$ thì quỹ tích của điểm I là 1 elip trong đó $AB = 2c$ do vậy elip này có:

- Trục lớn: $a = 3$.
- Tiêu cự: $AB = 2\sqrt{5} = 2c \Rightarrow c = \sqrt{5}$.
- Trục bé: $b^2 = a^2 - c^2 = 4 \Rightarrow b = 2$.
- Tâm elip là gốc tọa độ O .

Như vậy $|z| = OI$, suy ra: $\max |z| = 3$ và $\min |z| = 2$.

Do đó ta chọn A. □



Câu 21. (Mục tiêu 8 điểm). Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$. Tính tổng

$$S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{3}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right) + f(1)$$

- (A) $S = 1008$. (B) $S = \frac{4035}{4}$. (C) $S = \frac{8067}{4}$. (D) $S = \frac{8071}{4}$.

Lời giải: □

Câu 22. (Chuyên Lào Cai - lần 2 - mục tiêu 7.5 điểm).

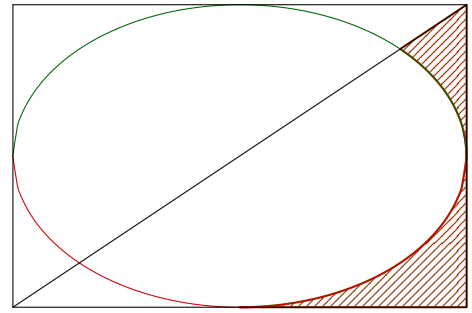
Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 10 m và chiều rộng 6 m, được phân chia thành các phần bởi một đường chéo và một đường elip nội tiếp bên trong như hình vẽ. Hãy tính diện tích phần gạch chéo (theo đơn vị m^2)?

(A) $\frac{45(4 - \pi)}{8}$.

(B) $5(\pi - 2)$.

(C) $5(\pi - 4)$.

(D) $\frac{45(4 - \pi)}{7}$.



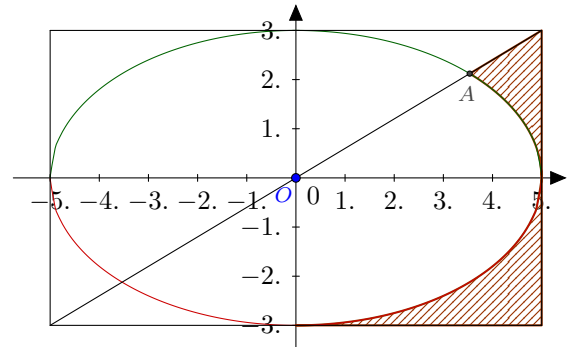
Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ có gốc O trùng với tâm elip, trục hoành và trục tung trùng với trục lớn và trục bé của elip. Khi đó, ta có:

Elip đã cho có phương trình là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Phương trình đường chéo hình chữ nhật là: $y = \frac{3}{5}x$.

Tọa độ điểm A là: $A\left(\frac{5}{\sqrt{2}}; \frac{3}{\sqrt{2}}\right)$.



Từ đó, diện tích phần gạch chéo phía trên là: $\int_{\frac{5}{\sqrt{2}}}^5 \left(\frac{3}{5}x - \sqrt{9 - \frac{9}{25}x^2} \right) dx$.

Diện tích phần gạch chéo phía dưới là: $\int_0^5 \left(-\sqrt{9 - \frac{9}{25}x^2} + 3 \right) dx$.

Do đó chọn đáp án A. □

Câu 23. (Mục tiêu 7.5 điểm). Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\int_0^{10} f(x)dx = 10$; $\int_1^2 f(2x + 1)dx = 3$; $\int_0^9 f\left(\frac{x}{3}\right)dx = 3$. Tính giá trị của tổng $S = 2 \int_0^{10} f(x)dx + 3 \int_3^5 f(x)dx + 4 \int_0^3 f(x)dx + 5 \int_5^{10} f(x)dx$.

(A) 69.

(B) 96.

(C) 57.

(D) 43.

Lời giải: Ta có: $\int_1^2 f(2x + 1)dx = 3$, bằng cách đặt $t = 2x + 1$ suy ra $\int_3^5 f(x)dx = 6$.

Tương tự, ta có: $\int_0^9 f\left(\frac{x}{3}\right)dx = 3 \Rightarrow \int_0^3 f(x)dx = 1$.

Suy ra: $\int_5^{10} f(x)dx = \int_0^{10} f(x)dx - \int_0^3 f(x)dx - \int_3^5 f(x)dx = 10 - 1 - 6 = 3$.

Vậy $S = 2 \cdot 10 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 3 = 57$. □

Câu 24. (Trích đề Sở GD và ĐT Điện Biên - 2017 - Mục tiêu 7.5 điểm). Vi khuẩn HP (*Helicobacter pylori*) gây đau dạ dày tại ngày thứ t với số lượng là $F(t)$, biết nếu phát hiện sớm khi số lượng không vượt quá 4000 con thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa, Biết $F'(t) = \frac{1000}{2t+1}$ và ban đầu bệnh nhân có 2000 con vi khuẩn. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày và bệnh nhân có cứu chữa được không?

- (A) 5434 và không cứu được (B) 1500 và cứu được
(C) 283 và cứu được (D) 3717 và cứu được.

Lời giải:

□

Câu 25. (Trích đề Sở GD và ĐT Đà Nẵng - 2017 - Mục tiêu 8 điểm). Cho sáu số thực m, n, p, q, r, s thỏa $2m + n + 2p + 3 = 0$, $2q + 4r + 4s + 5 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (m - r)^2 + (n - q)^2 + (p - s)^2$ có dạng $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = b^2 - a^2$.

- (A) $S = 671$ (B) $S = 80$ (C) $S = 1295$ (D) $S = 35$

Lời giải: Cách 1: Theo giả thiết ta có: $4(m - r) + 2(n - q) + 4(p - s) + 1 = 0$.

Đặt $x = m - r, y = n - q, z = p - s$, ta được: $P = x^2 + y^2 + z^2$ và $4x + 2y + 4z + 1 = 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P chính là khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $4x + 2y + 4z + 1 = 0$.

Cách 2: $9P = [(m - r)^2 + (n - q)^2 + (p - s)^2] (2^2 + 1^2 + 2^2) \geq [2(m - r) + 1(n - q) + 2(p - s)]^2$
 $= [2m + n + 2p - (2r + q + 2s)]^2 = \frac{1}{4}$.

$\Rightarrow \min P = \frac{1}{36} \Rightarrow S = 1295$.

□

Câu 26. (THPT Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - lần 2 - mục tiêu 7.5 điểm). Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Có bao nhiêu mặt cầu có tâm nằm trên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$ và tiếp xúc với cả ba đường thẳng AB, BC, CA ?

- (A) 1. (B) 4. (C) 7. (D) Vô số.

Câu 27. (THPT Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - lần 2).

Giả sử tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{1 + \pi^x} dx = a\pi + b$, trong đó $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $a + b + a^2b$.

- (A) $\frac{5}{32}$. (B) $\frac{10}{21}$. (C) $\frac{13}{64}$. (D) $\frac{13}{16}$.

Lời giải:

□

Câu 28. (THPT Chuyên Thái Bình - lần 3). Một bể nước có dung tích 1000 lít. Người ta mở vòi cho nước chảy vào bể, ban đầu bể cạn nước. Trong giờ đầu vận tốc nước chảy vào bể là 1 lít/phút. Trong các giờ tiếp theo vận tốc nước chảy giờ sau gấp đôi giờ liền trước. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu thì bể đầy nước (kết quả gần đúng nhất).

- (A) 3, 14 giờ. (B) 4, 64 giờ. (C) 4, 14 giờ. (D) 3, 64 giờ.

Lời giải:

□

Câu 29. (THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - mục tiêu 9 điểm). Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

- (A) $9V_1 = 8V_2$. (B) $3V_1 = 2V_2$. (C) $16V_1 = 9V_2$. (D) $27V_1 = 8V_2$.

Lời giải:

□

Câu 30. (THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - mục tiêu 7 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài đoạn AM là:

- (A) $2\sqrt{17}$. (B) $\sqrt{29}$. (C) $3\sqrt{3}$. (D) $\sqrt{30}$.

Lời giải:

□

Câu 31. (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - lần 1 - mục tiêu 9 điểm). Một thùng đựng nước có dạng hình trụ (khi đầy nắp thì kín 2 đầu) có chiều cao $4m$ và bán kính $1,5m$. Khi đặt thùng nằm ngang thì mực nước trong thùng cao $1m$ so với mặt đất. Người ta chuyển thùng sang vị trí khác và đặt thùng đứng lên. Hỏi chiều cao của mực nước khi đó (làm tròn đến phần vạn):

- (A) $0,9775m$. (B) $0,6318m$. (C) $0,7883m$. (D) $0,5113m$.

Lời giải:

□

Câu 32. (THPT Chuyên Hạ Long - lần 2). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , chiều cao bằng a . Điểm M thay đổi trên đoạn AB' sao cho mặt phẳng qua M và vuông góc với AB cắt đoạn BC' tại N . Xác định tỷ số $\frac{AM}{AB'}$ sao cho giá trị biểu thức $2AM^2 + MN^2$ nhỏ nhất.

- (A) $\frac{16}{25}$. (B) $\frac{9}{25}$. (C) $\frac{9}{16}$. (D) $\frac{4}{9}$.

Lời giải:

□

Câu 33. (THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - mục tiêu 9 điểm). Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian trống trong hộp chiếm:

- (A) $65,09\%$. (B) $47,64\%$. (C) $82,55\%$. (D) $83,3\%$.

Lời giải:

□

Câu 34. (THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - mục tiêu 9 điểm). Bạn A có một đoạn dây dài $20m$. Bạn chia đoạn dây thành hai phần. Phần đầu uốn thành một tam giác đều. Phần còn lại uốn thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

- (A) $\frac{40}{9 + 4\sqrt{3}}m$. (B) $\frac{180}{9 + 4\sqrt{3}}m$. (C) $\frac{120}{9 + 4\sqrt{3}}m$. (D) $\frac{60}{9 + 4\sqrt{3}}m$.

Lời giải:

□

Câu 35. (THPT Trần Phú - Hà Tĩnh - lần 1 - mục tiêu 9.5 điểm). Một thùng hình trụ đựng đầy nước có đường kính bằng 12 dm , chiều cao là 10 dm . Một khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 8 dm được đặt lên hình trụ sao cho các đỉnh A, C' và hai tâm đáy của hình trụ thẳng hàng. Tính thể tích nước còn lại trong hình trụ (giá trị gần nhất):

- (A) $618,4dm^3$. (B) $1130,4dm^3$. (C) $1063,9dm^3$. (D) $512dm^3$.

Lời giải:

□

Câu 36. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 7.5 điểm). Tiếp tuyến của parabol $y = 4 - x^2$ tại điểm $(1; 3)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông. Tính diện tích S tam giác vuông đó.

- (A) $S = \frac{25}{4}$. (B) $S = \frac{5}{4}$. (C) $S = \frac{25}{2}$. (D) $S = \frac{5}{2}$.

Lời giải:

□

Câu 37. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 7 điểm). Nếu gọi (G_1) là đồ thị hàm số $y = a^x$ và (G_2) là đồ thị hàm số $y = \log_a x$ với $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) (G_1) và (G_2) đối xứng với nhau qua trục hoành.
 (B) (G_1) và (G_2) đối xứng với nhau qua trục tung.
 (C) (G_1) và (G_2) đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.
 (D) (G_1) và (G_2) đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.

Lời giải:

□

Câu 38. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 9 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C khác với gốc tọa độ O sao cho biểu thức $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ có giá trị nhỏ nhất.

- (A) $(P) : x + 2y + 3z - 14 = 0$. (B) $(P) : x + 2y + 3z - 11 = 0$.
 (C) $(P) : x + 2y + z - 14 = 0$. (D) $(P) : x + y + 3z - 14 = 0$.

Lời giải:

□

Câu 39. (Chuyên KHTN - ĐH Khoa Học Huế - mục tiêu 7 điểm). Giả sử tích phân $I = \int_0^4 x \ln(2x+1)^{2017} dx = a + \frac{b}{c} \ln 3$, ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Với $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Khi đó:

- (A) $b+c=127075$. (B) $b+c=127073$. (C) $b+c=127072$. (D) $b+c=127071$.

Lời giải:

□

Câu 40. (Sở GD & ĐT Bà Rịa - Vũng Tàu - mục tiêu 9 điểm).

Một người có một dải ruy băng đỏ dài 180cm , người đó cần bọc dải ruy băng đỏ quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 20cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ). Hỏi dải ruy băng đó có thể bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?



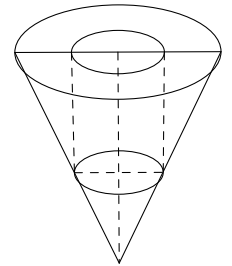
- (A) $\frac{54000\pi}{27}\text{cm}^3$. (B) $\frac{64000\pi}{27}\text{cm}^3$. (C) $\frac{54000\pi}{81}\text{cm}^3$. (D) $\frac{64000\pi}{81}\text{cm}^3$.

Lời giải:

□

Câu 41. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 9 điểm).

Một bình đựng nước dạng hình nón (không có nắp đáy), đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính của nó. Người ta thả vào bình đó một khối trụ và đo được thể tích nước trào ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}(\text{dm}^3)$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón (như hình vẽ bên). Tính bán kính đáy R của bình nước?



- (A) $R=3(\text{dm})$. (B) $R=4(\text{dm})$. (C) $R=2(\text{dm})$. (D) $R=5(\text{dm})$.

Lời giải:

□

Câu 42. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 8 điểm). Cho a, b là hai số thực dương khác 1 và thỏa mãn $\log_a^2 b - 8 \log_b(a\sqrt[3]{b}) = -\frac{8}{3}$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_a(a\sqrt[3]{ab}) + 2017$.

- (A) $P=2016$. (B) $P=2017$. (C) $P=2020$. (D) $P=2019$.

Lời giải:

□

Câu 43. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 8 điểm). Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \ln x$, $y = 0$, $x = k$ ($k > 1$). Tìm k để diện tích hình phẳng (H) bằng 1.

- (A) $k=2$. (B) $k=e^2$. (C) $k=e$. (D) $k=e^3$.

Lời giải:

□

Câu 44. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 9 điểm). Một viên đạn bắn theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $29,4 \text{ m/s}$. Gia tốc trọng trường là $9,8 \text{ m/s}^2$. Tính quãng đường S viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất.

- (A) $S = 88,2 \text{ m}$. (B) $S = 88 \text{ m}$. (C) $S = 88,5 \text{ m}$. (D) $S = 89 \text{ m}$.

Lời giải: ☐

Câu 45. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 9 điểm). Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ (T) có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là tổng diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ (T). Hãy tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

- (A) $\frac{6}{\pi}$. (B) $\frac{1}{2}$. (C) $\frac{\pi}{6}$. (D) $\frac{1}{6}$.

Lời giải: ☐

Câu 46. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 8 điểm). Một chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (USD). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.
 (B) Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).
 (C) Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.
 (D) Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

Lời giải: ☐

Câu 47. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 7 điểm). Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)dx$.

- (A) $\frac{5}{6}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

Lời giải: ☐

Câu 48. (THPT Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - lần 1 - mục tiêu 8 điểm). Với m là tham số thực dương khác 1. Hãy tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_m(3x^2 - x)$. Biết rằng $x = 1$ là một nghiệm của bất phương trình.

- (A) $S = (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. (B) $S = (-1; 0) \cup (1; 3]$.
 (C) $S = [-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 3\right]$. (D) $S = (-1; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; 2\right]$.

Lời giải: ☐

Câu 49. (Sở GD & ĐT Hà Nội - mục tiêu 9 điểm). Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng $x \in \mathbb{R}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe máy có trị giá 30 triệu đồng.

- (A) 140 triệu đồng. (B) 154 triệu đồng. (C) 145 triệu đồng. (D) 150 triệu đồng.

Lời giải:

□

Câu 50. (Sở GD & ĐT Hà Nội - lần 1 - mục tiêu 9,5 điểm).

Cho hàm số $f(x) = e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1).f(2)...f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

- (A) $m - n^2 = 2018$. (B) $m - n^2 = 1$. (C) $m - n^2 = -1$. (D) $m - n^2 = -2018$.

Lời giải: Ta có $1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2} = \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)^2 \Rightarrow f(x) = e^{\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)}$.

$$f(1) \dots f(2017) = e^{\left(1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + 1 + \frac{1}{2016} - \frac{1}{2017} + 1 + \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}\right)} = e^{2018 - \frac{1}{2018}}$$

Vậy $m - n^2 = (2018^2 - 1) - 2018^2 = -1$.

□

Câu 51. Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn một năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm n nguyên dương nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được hơn 40 triệu đồng. (Giả sử rằng lãi suất hàng năm không thay đổi).

- (A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Lời giải:

□

Câu 52. Một người thợ xây cần xây một bể chứa $180m^3$ nước, có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông và không có nắp. Hỏi chiều dài, chiều rộng và chiều cao của lòng bể bằng bao nhiêu để số viên gạch dùng xây bể là ít nhất? Biết thành bể và đáy bể đều được xây bằng gạch, độ dày của thành bể và đáy bể là như nhau, các viên gạch có kích thước như nhau và số viên gạch trên một đơn vị diện tích là bằng nhau.

- (A) 6; 6; 3. (B) $2\sqrt{3}$; $2\sqrt{3}$; 9. (C) $3\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$; 6. (D) $3\sqrt{3}$; $3\sqrt{3}$; 4.

Lời giải:

□

Câu 53. Cường độ một trận động đất M (Richter) được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20 một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh hơn gấp 4 lần. Cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là?

- (A) 8,9... (B) 33,2... (C) 2,0... (D) 11...

Lời giải: □

Câu 54. Một chiếc xe đang chạy với vận tốc 100 km/h thì đạp phanh dừng lại, vận tốc của xe giảm dần theo công thức $v(t) = -5000t + 100 \text{ (km/h)}$ cho đến khi dừng lại. Hỏi xe chạy thêm được bao nhiêu mét thì dừng lại?

- (A) 1000. (B) 25. (C) 1. (D) 100.

Lời giải: □

Câu 55. Xác định tập hợp các điểm trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện sau: $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$.

- (A) $3x + 4y - \frac{25}{2} = 0$. (B) $3x + 4y + 25 = 0$.
(C) $3x - 4y - \frac{25}{2} = 0$. (D) $3x - 4y - 25 = 0$.

Lời giải: □

Câu 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 4$.

Xét đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -mt \\ z = (m - 1)t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}), m$ là tham số thực. Giả sử (P) và (P') là hai mặt

phẳng chứa d , tiếp xúc với (S) lần lượt tại T và T' . Khi m thay đổi, tính giá trị nhỏ nhất của đoạn TT' .

- (A) $\frac{4\sqrt{13}}{5}$. (B) $2\sqrt{2}$. (C) 2. (D) $\frac{2\sqrt{11}}{3}$.

Lời giải: Gọi M là hình chiếu của tâm I của đường tròn lên đường thẳng d . Đặt $IM = x$.

Khi đó $TT' = 4\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}$. Chú ý đường thẳng d nằm trên mặt phẳng $(Q) : x + y + z = 1$ nên

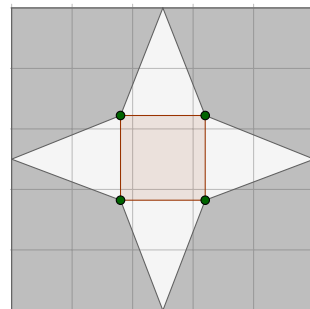
$IM \geq d(I, (Q))$. Từ đó $TT' \geq 4\sqrt{1 - \frac{4}{[d(I, (Q))]^2}}$. Từ đó suy ra giá trị nhỏ nhất của TT' là $\frac{4\sqrt{13}}{5}$. □

Câu 57. Từ một miếng bìa hình vuông có cạnh bằng 5, người ta

cắt 4 góc bìa 4 tứ giác bằng nhau và gấp lại phần còn lại của tấm bìa để được một khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x (xem hình).

Nếu chiều cao khối chóp tứ giác đều này bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$ thì x bằng?

- (A) $x = 1$. (B) $x = 2$.
(C) $x = 3$. (D) $x = 4$.

Lời giải: □

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$ và đường thẳng Δ có phương trình tham số $\Delta : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng Δ sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tọa độ điểm M và chu vi tam giác ABC là?

- (A) $M(1; 0; 2); P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$. (B) $M(1; 2; 2); P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$.
 (C) $M(1; 0; 2); P = \sqrt{11} + \sqrt{29}$. (D) $M(1; 2; 2); P = \sqrt{11} + \sqrt{29}$.

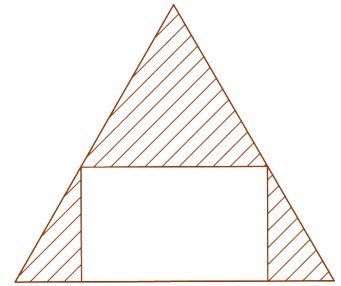
Lời giải:

□

Câu 59.

Một miếng gỗ hình tam giác đều chiều dài cạnh là a . Cắt bỏ 3 phần như hình vẽ để được một miếng gỗ hình chữ nhật có diện tích lớn nhất. Tính diện tích lớn nhất đó?

- (A) $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. (B) $\frac{a^2}{8}$.
 (C) $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{6}}{8}$.



Lời giải:

□

Câu 60. Cho hàm số $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$, $x \in \mathbb{R}$. Tính $P = f(\sin^2 10^\circ) + f(\sin^2 20^\circ) + \dots + f(\sin^2 80^\circ)$.

- (A) 4. (B) 8. (C) 3. (D) 3.

Lời giải:

□

Câu 61. Cho $f(x)$ là hàm liên tục và $a > 0$. Giả sử rằng với mọi $x \in [0; a]$, ta có $f(x) > 0$ và $f(x)f(a-x) = 1$. Tính $\int_0^a \frac{dx}{1+f(x)}$?

- (A) $\frac{a}{2}$. (B) $2a$. (C) $\frac{a}{3}$. (D) $a \ln(a+1)$.

Lời giải:

□

Câu 62. Trong các số phức z thỏa mãn $\left| \frac{2z-i}{2+iz} \right| \leq 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

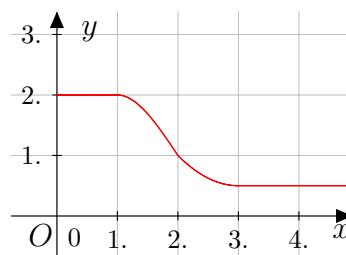
- (A) 1. (B) 2. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{3}$.

Lời giải:

□

Câu 63. (mục tiêu 8 điểm). Cho hàm số $f(x)$ có đồ

thị như hình bên. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 2,3$ và $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in [0; 4]$. Tính hiệu $F(3) - F(0)$?



- (A) 0, 3. (B) 1, 3.
(C) 3, 3. (D) 4, 3.

Lời giải: Ta có: $F(3) - F(0) = \int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = 2 + 2,3 = 4,3$.

Chú ý: Nhìn đồ thị, ta thấy $\int_1^3 f(x)dx$ chính là diện tích hình chữ nhật độ dài cạnh lần lượt là 1 và 2. □

Câu 64. Một hình chóp có đáy là hình chữ nhật và có chiều cao h . Tính thể tích của hình chóp đó biết năm mặt của hình chóp có diện tích bằng nhau.

- (A) $\frac{4h^3}{45}$. (B) $\frac{h^3}{45}$. (C) $\frac{h^3}{3}$. (D) $\frac{2h^3}{15}$.

Lời giải: □

Câu 65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(7; -2; 3)$ và đường

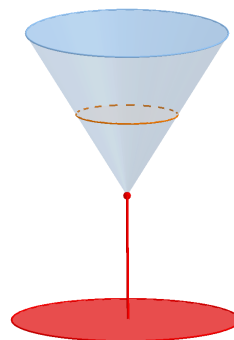
thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \\ z = 4 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$. Tìm tổng tọa độ của điểm M trên d sao cho tổng khoảng cách từ M đến A và B là nhỏ nhất.

- (A) 6. (B) 4. (C) 2. (D) 0.

Lời giải: □

Câu 66. (Thi thử nhóm 3K - lần 24 - mục tiêu 9 điểm).

Một ly nước có chân gắn với hình nón ngược (như hình vẽ). Ban đầu ly chứa nước có độ cao là 3 cm (chiều cao mực nước trong ly). Biết góc ở đỉnh của hình nón là 60° và chiều cao của hình nón lớn hơn 6 cm. Người ta thả vào ly nước một viên bi thủy tinh đặc hình cầu có bán kính R , khi đó mặt nước là mặt phẳng tiếp xúc với viên bi. Bán kính R gần với giá trị nào sau đây nhất?



- (A) 1,21641. (B) 1,21642.
(C) 1,21643. (D) 1,21644.

Lời giải: □

Câu 67. Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích của khối trụ đó bằng 2 và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy gần số nào nhất?

Ⓐ 0,6827..

Ⓑ 0,8627..

Ⓒ 0,6287..

Ⓓ 0,6872..

Lời giải:



Câu 68. Khi xây dựng nhà, chủ nhà cần làm một bể nước bằng gạch có dạng hình hộp có đáy là hình chữ nhật chiều dài $d(\text{m})$ và chiều rộng $r(\text{m})$ với $d = 2r$. Chiều cao bể nước là $h(\text{m})$ và thể tích bể là 2m^3 . Hỏi chiều cao bể nước như thế nào thì chi phí xây dựng là thấp nhất?

Ⓐ $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}(\text{m})$.

Ⓑ $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}(\text{m})$.

Ⓒ $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}(\text{m})$.

Ⓓ $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}(\text{m})$.

Lời giải:



Câu 69. Một khách sạn có 500 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 200 ngàn đồng thì có thêm 2 phòng trống. Giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

Ⓐ 480 ngàn.

Ⓑ 500 ngàn.

Ⓒ 450 ngàn.

Ⓓ 800 ngàn.

Lời giải:



Câu 70. Phương trình $3^{3+3x} + 3^{3-3x} + 3^{4+x} + 3^{4-x} = 10^3$ có tổng các nghiệm là?

Ⓐ 0.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ 3.

Lời giải:



Câu 71. Tính đến đầu năm 2010 dân số toàn tỉnh Bình Phước đạt gần 90% mức tăng dân số là 1,37% mỗi năm. Tỉnh thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ đúng độ tuổi đều vào lớp 1. Đến năm học 2020 ngành giáo dục của tỉnh cần chuẩn bị bao nhiêu phòng học cho học sinh lớp 1, mỗi phòng dành cho 35 học sinh? (Giả sử trong năm sinh của lứa học sinh vào lớp 1 đó toàn tỉnh có 240 người chết, số trẻ tử vong trước 6 tuổi không đáng kể).

Ⓐ 458.

Ⓑ 222.

Ⓒ 459.

Ⓓ 221.

Lời giải:



Câu 72. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu % mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t) = 75 - 20\ln(t+1)$, $t \leq 0$ (đơn vị %). Hỏi sau khoảng bao lâu thì nhóm học sinh nhớ được danh sách đó dưới 10%?

Ⓐ 25 tháng.

Ⓑ 23 tháng.

Ⓒ 24 tháng.

Ⓓ 22 tháng.

Lời giải: Chọn đáp án là A.



Câu 73. Diện tích hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ là $\frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó $a + b$ bằng?

- (A) 68. (B) 67. (C) 66. (D) 65.

Lời giải: ☐

Câu 74. Theo số liệu Facebook, số lượng các tài khoản hoạt động tăng một cách đáng kể tính từ thời điểm tháng 2 năm 2000. Bảng dưới đây mô tả số lượng $U(x)$ là số tài khoản hoạt động, trong đó x là số tháng kể từ sau tháng 2 năm 2000. Biết số lượt tài khoản hoạt động tăng theo hàm số mũ xấp xỉ như sau: $U(x) = A \cdot (1 + 0,04)^x$ với A là số tài khoản hoạt động đầu tháng 2 năm 2000. Hỏi đến sau bao lâu thì số tài khoản hoạt động xấp xỉ là 194790 người, biết sau hai tháng thì số tài khoản hoạt động là 108160 người.

- (A) 1 năm 5 tháng. (B) 1 năm 2 tháng. (C) 1 năm. (D) 11 tháng.

Lời giải: ☐

Câu 75. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có M là trung điểm SB , N là điểm trên cạnh SC sao cho $NS = 2NC$, P là điểm trên cạnh SA sao cho $PA = 2PS$. Ký hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của các khối tứ diện $BMNP$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- (A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{9}$. (B) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. (C) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$. (D) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Lời giải: ☐

Câu 76. Cho tứ diện $S.ABC$, M và N là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $MA = 2SM$, $SN = 2NB$, (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SC . Ký hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó, (H_1) chứa điểm S , (H_2) chứa điểm A ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?

- (A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{5}$. (B) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}$. (C) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$. (D) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}$.

Lời giải: ☐

Câu 77. Trong số các hình trụ có diện tích toàn phần đều bằng S thì bán kính R và chiều cao h của khối trụ có thể tích lớn nhất là:

- (A) $R = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}$; $h = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{S}{2\pi}}$. (B) $R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$; $h = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$.
(C) $R = \sqrt{\frac{2S}{3\pi}}$; $h = 4\sqrt{\frac{2S}{3\pi}}$. (D) $R = \sqrt{\frac{S}{6\pi}}$; $h = 2\sqrt{\frac{S}{6\pi}}$.

Lời giải: ☐

Câu 78. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(1; -1; 2)$, song song với mặt phẳng $(P) : 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta : \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là?

(A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$.

(C) $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{7}$.

(B) $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z+2}{7}$.

(D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{-7}$.

Lời giải:

□

Câu 79. Một người dự định làm một thùng đựng đồ hình lăng trụ tứ giác đều có thể tích là V . Để làm thùng hàng tốn ít nguyên liệu nhất thì chiều cao của thùng đựng đồ bằng?

(A) $x = V^{\frac{2}{3}}$.

(B) $x = \sqrt[3]{V}$.

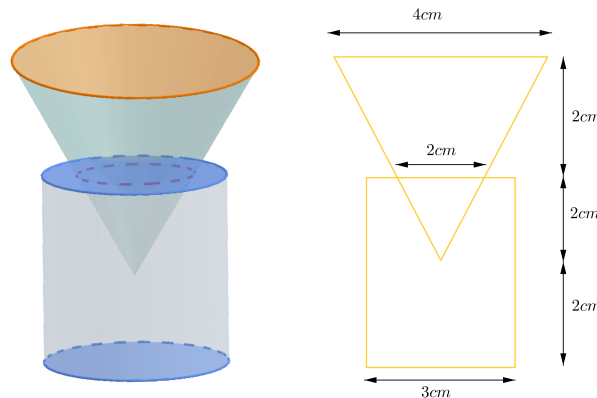
(C) $V^{\frac{1}{4}}$.

(D) $\sqrt{V}$.

Lời giải:

□

Câu 80. (Chuyên KHTN Hà Nội - lần 4). Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H) , một mặt phẳng chứa trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ bên. Tính thể tích của (H) (đơn vị cm^3).



(A) $V_{(H)} = 23\pi$.

(B) $V_{(H)} = 13\pi$.

(C) $V_{(H)} = \frac{41\pi}{3}$.

(D) $V_{(H)} = 17\pi$.

Lời giải:

□

Câu 81. Một khu rừng có trữ lượng gỗ là $3 \cdot 10^6 \text{ (m}^3\text{)}$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây trong khu rừng đó là 5% mỗi năm. Sau 10 năm nữa, trữ lượng gỗ trong rừng là?

(A) $4886683,88 \text{ (m}^3\text{)}$. (B) $4668883 \text{ (m}^3\text{)}$. (C) $4326671,91 \text{ (m}^3\text{)}$. (D) $4499251 \text{ (m}^3\text{)}$.

Lời giải:

□

Câu 82. Một viên đạn được bắn lên theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu là $24,5 \text{ (m/s)}$ và gia tốc trọng trường là $9,8 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Quãng đường viên đạn đi từ lúc bắn lên cho tới khi rơi xuống đất là (coi như viên đạn được bắn lên từ mặt đất)?

- (A) 61, 25 (m). (B) 30, 625 (m). (C) 29, 4 (m). (D) 59, 5 (m).

Lời giải: □

Câu 83. Cho số phức $z = \frac{m+1}{1+m(2i-1)}$ ($m \in \mathbb{R}$). Số các giá trị nguyên của m để $|z-i| < 1$ là?

- (A) 0. (B) 1. (C) 4. (D) Vô số.

Lời giải: □

Câu 84. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , góc $\widehat{BAC}$ nhọn. Góc giữa AA' và BC' là 30° , khoảng cách giữa AA' và BC' là a . Góc giữa hai mặt bên $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ là 60° . Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là?

- (A) $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải: □

Câu 85. Cho x, y là số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$?

- (A) $P = 6$. (B) $P = 2\sqrt{2} + 3$. (C) $P = 2 + 3\sqrt{2}$. (D) $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

Lời giải: □

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x - \frac{2}{\log_3(x+1)} = m$ có hai nghiệm phân biệt?

- (A) $-1 < m \neq 0$. (B) $m > -1$. (C) Không tồn tại m . (D) $-1 < m < 0$.

Lời giải: □

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^4 - 2mx^2$ đồng biến trên $(1; +\infty)$?

- (A) $m \leq -1$ hoặc $m > 1$. (B) $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
 (C) $m = -1$ hoặc $m > \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. (D) $m \leq -1$.

Lời giải: □

Câu 88. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 0)$ và $N(0; 0; -1)$, mặt phẳng (P) đi qua điểm M, N và tạo với mặt phẳng $(Q): x - y - 4 = 0$ một góc bằng 45° . Phương trình mặt phẳng (P) là:

(A) $x + y + z + 6 = 0$.

(B) $x + y + z - 6 = 0$.

(C) $x + y - z - 6 = 0$.

(D) $x + y + z - 3 = 0$.

Lời giải:

□

Câu 89. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(P) : x + 4y - 2z - 6 = 0$, $(Q) : x - 2y + 4z - 6 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của (P) , (Q) và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O.ABC$ là hình chóp đều.

(A) $x + y + z + 6 = 0$.

(B) $x + y + z - 6 = 0$.

(C) $x + y - z - 6 = 0$.

(D) $x + y + z - 3 = 0$.

Lời giải:

□

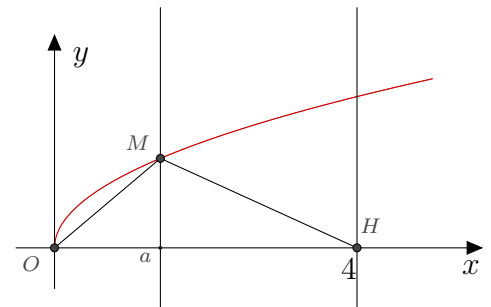
Câu 90. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó:

(A) $a = 2$.

(B) $a = 2\sqrt{2}$.

(C) $a = \frac{5}{2}$.

(D) $a = 3$.



Lời giải:

□

Câu 91. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi I là giao điểm của 2 đường tiệm cận của (C) . Tìm tọa độ điểm M trên (C) sao cho độ dài IM là ngắn nhất?

(A) $M_1(0; -3)$ và $M_2(-2; 5)$.

(B) $M_1(1; -1)$ và $M_2(-3; 3)$.

(C) $M_1\left(2; -\frac{1}{3}\right)$ và $M_2\left(-4; \frac{7}{3}\right)$.

(D) $M_1\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{3}\right)$ và $M_2\left(-\frac{5}{2}; \frac{11}{3}\right)$.

Lời giải: Đáp án B.

□

Câu 92. (Đại học Vinh - lần 2 - GTNN - mục tiêu 9,5 điểm).

Cho $x + y = 2(\sqrt{x-3} + \sqrt{y+3})$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 4(x^2 + y^2) + 15xy$$

(A) -83 .

(B) -63 .

(C) -91 .

(D) -80 .

Lời giải: Ta có:

$$x+y=2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right) \Leftrightarrow (x+y)^2=4\left(x+y+2\sqrt{(x-3)(y+3)}\right) \geq 4(x+y) \Leftrightarrow x+y \geq 4.$$

Hơn nữa theo điều kiện $x \geq 3, y \geq -3$, khi đó

$$(x+3)(y+3) \geq 0 \Leftrightarrow xy \geq -3(x+y)-9$$

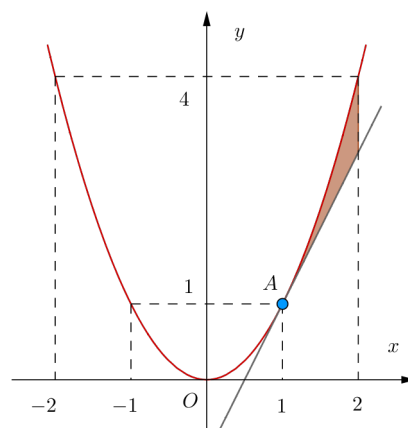
Từ đó

$$P=4\left(x^2+y^2\right)+15xy=4\left(x^2+y^2+2xy\right)+7xy \geq 4(x+y)^2-21(x+y)-63 \geq -83$$

□

Câu 93. (Mục tiêu 7 điểm).

Phần bôi đen trên hình vẽ là hình phẳng (D) giới hạn giữa parabol (P) và tiếp tuyến d của (P) tại điểm $A(1; 1)$ và đường thẳng $x=2$. Tính diện tích hình phẳng (D) .



- (A) $\frac{1}{3}$.
 (B) $\frac{2}{3}$.
 (C) $\frac{4}{3}$.
 (D) Một đáp số khác.

Lời giải: Ta có: $(P): y = x^2, d: y = 2x - 1$.

Từ đó diện tích hình phẳng (D) là $S_D = \int_1^2 (x^2 - 2x + 1) dx = \frac{1}{3}$.

□

Câu 94. Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là?

- (A) $10\sqrt{2}$ cm. (B) 20cm. (C) $50\sqrt{2}$ cm. (D) 25cm.

Lời giải:

□

Câu 95. Tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^{2001}}{(1+x^2)^{1002}} dx$ có giá trị là?

- (A) $\frac{1}{2002 \cdot 2^{1001}}$. (B) $\frac{1}{2001 \cdot 2^{1001}}$. (C) $\frac{1}{2001 \cdot 2^{1002}}$. (D) $\frac{1}{2002 \cdot 2^{1002}}$.

Lời giải:

□

Câu 96. Trong mặt phẳng phức $Oxyz$, cho số phức z thỏa lần lượt một trong bốn điều kiện $(I): |z + \bar{z}| = 2$; $(II): z \cdot \bar{z} = 5$; $(III): |z - 2i| = 4$; $(IV): |i(z - 4i)| = 3$. Hỏi điều kiện nào để số phức z có tập hợp biểu diễn là đường thẳng?

- Ⓐ (II), (III), (IV). Ⓑ (I), (II). Ⓒ (I), (IV). Ⓓ (I).

Lời giải:

□

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết rằng diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là $4\pi(\text{dm}^2)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC gần với giá trị nào nhất sau đây?

- Ⓐ $\frac{2}{7}\text{dm}$. Ⓑ $\frac{3}{7}\text{dm}$. Ⓒ $\frac{4}{7}\text{dm}$. Ⓓ $\frac{6}{7}\text{dm}$.

Lời giải:

□

Câu 98. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa $A'C$ và $C'D'$ là 1cm . Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là?

- Ⓐ 8cm^3 . Ⓑ $2\sqrt{2}\text{cm}^3$. Ⓒ $3\sqrt{3}\text{cm}^3$. Ⓓ 27cm^3 .

Lời giải:

□

Câu 99. Thang đo Richter được Charles Francis Richter đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị là độ Richter. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, với M_L là độ chấn động, A là biên độ tối đa đo được bằng địa chấn kế và A_0 là một biên độ chuẩn (nguồn: Trung tâm tư liệu khí tượng thủy văn). Hỏi theo thang độ Richter, với cùng một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một trận động đất 7 độ Richter sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất 5 độ Richter?

- Ⓐ 2. Ⓑ 200. Ⓒ $10^{\frac{7}{5}}$. Ⓓ 100.

Lời giải:

□

Câu 100. Cho hàm số $y = x^3 + 3mx^2 - m^3$ có đồ thị (C_m) và đường thẳng $d: y = m^2x + 2m^3$. Biết rằng m_1, m_2 ($m_1 > m_2$) là hai giá trị thực của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 = 83$. Phát biểu nào sau đây là đúng về quan hệ giữa hai giá trị m_1, m_2 ?

- Ⓐ $m_1 + m_2 = 0$. Ⓑ $m_1^2 + 2m_2 > 4$. Ⓒ $m_2^2 + 2m_1 > 4$. Ⓓ $m_1 - m_2 = 0$.

Lời giải:

□

Câu 101. Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $(\sqrt{5} - 1)^x + (\sqrt{5} + 1)^x = 5 \cdot 2^{x-1}$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào sai?

- Ⓐ $(x_1; +\infty) \cap (-1; 1) = (-1; 1)$. Ⓑ $(x_2; +\infty) \cap (-1; 1) = (-1; 1)$.
Ⓒ $(x_1; x_2) \cap (-1; 0) = (-1; 0)$. Ⓓ $(x_1; x_2) \cap (-1; 1) = (-1; 1)$.

Lời giải: □

Câu 102. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -2; 0)$, đường thẳng $\Delta : \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax + by + cz + d = 0$ đi qua A , song song với Δ và khoảng cách từ Δ tới mặt phẳng (P) lớn nhất. Biết a, b là các số nguyên dương có ước chung lớn nhất bằng 1. Hỏi tổng $a + b + c + d$ bằng bao nhiêu?

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) -1.

Lời giải: □

Câu 103. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(10; 2; 1)$, và đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (P) là?

- (A) $\frac{97\sqrt{3}}{15}$. (B) $\frac{76\sqrt{790}}{790}$. (C) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$. (D) $\frac{3\sqrt{29}}{29}$.

Lời giải: □