

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ (C) tại giao điểm của đồ thị (C) với trục Ox .

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(z-i)(1-2i)-1-3i=0$. Tìm môđun của số phức z .

b) Giải bất phương trình $\log_2(x+1) - \log_{\frac{1}{2}}(x-2) \geq 2$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{2x+1}{x+1} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z+2=0$. Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua A và có tâm I là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tính giá trị của biểu thức $P = 5 \sin \alpha \cdot \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$, biết $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

b) Để bảo vệ Đại hội Đảng toàn quốc lần thứ XII diễn ra từ ngày 20 đến 28 tháng 01 năm 2016, Bộ Công an thành lập 5 đội bảo vệ, Bộ Quốc phòng thành lập 7 đội bảo vệ. Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên 5 đội thường trực để bảo vệ tại Trung tâm Hội nghị Quốc gia Mỹ Đình (nơi diễn ra Đại hội). Tính xác suất để trong 5 đội được chọn có ít nhất 1 đội thuộc Bộ Công an, ít nhất 1 đội thuộc Bộ Quốc phòng.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh BC sao cho $HC = 2HB$, góc giữa SA với mặt đáy (ABC) bằng 45° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có tâm I . Các điểm $G\left(\frac{10}{3}; \frac{11}{3}\right)$, $E\left(3; -\frac{2}{3}\right)$ lần lượt là trọng tâm của tam giác ABI và tam giác ADC . Xác định tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$, biết tung độ đỉnh A là số nguyên.

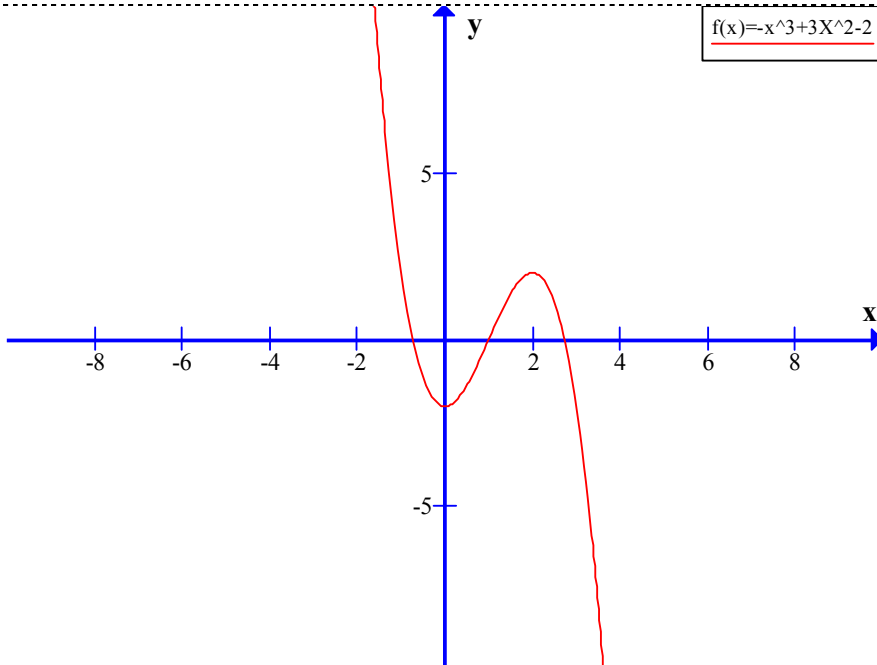
Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{9y^2 + (2y+3)(y-x)} + 4\sqrt{xy} = 7x \\ (2y-1)\sqrt{1+x} + (2y+1)\sqrt{1-x} = 2y \end{cases}$$
 trên tập số thực.

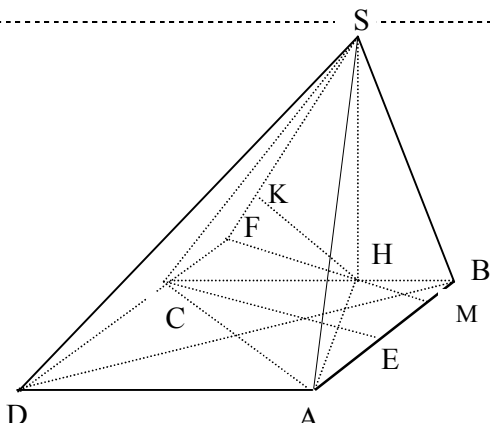
Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương $x+y+z^2=xy+5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2x}{x^2+y^2+18} + \frac{y}{x+y+4z} - \frac{4(x+y)}{25z}$.

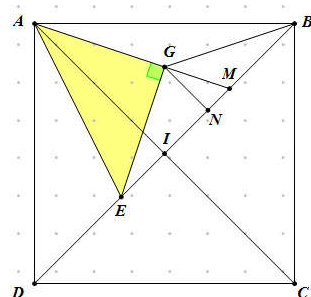
-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Câu	Đáp án	Điểm															
1 (1,0đ)	Tập xác định: $D = R$	0,25															
	Sự biến thiên: Chiều biến thiên: Ta có : $y' = -3x(x-2) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$																
	Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$, đồng biến trên khoảng $(0; 2)$	0,25															
	Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và $y_{CT}=-2$ Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và $y_{CD}=2$ Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$																
	Bảng biến thiên:	0,25															
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	-	0	+	0	-	y	$+\infty$		2
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	-	0	+	0	-												
y	$+\infty$		2		$-\infty$												
		0,25															
2 (1,0đ)	Đồ thị (C) cắt Ox tại A(1;0)	0,25															
	$f'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2} \forall x \neq 2$	0,25															
	Hệ số góc của tiếp tuyến tại A là: $k = f'(1) = -1$	0,25															
	Phương trình tiếp tuyến là $y = -1(x-1) + 0 \Leftrightarrow y = -x + 1$	0,25															
3 (1,0đ)	a) Ta có $(z-i)(1-2i) - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow z - i = -1 + i \Leftrightarrow z = -1 + 2i$	0,25															
	Do đó số phức z có mô đun bằng $\sqrt{5}$.	0,25															
	b) Điều kiện: $x > 2$. Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow (x+1)(x-2) \geq 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \geq 0$	0,25															

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -2 \end{cases}$. Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của BPT là $[3; +\infty)$	0,25
4 (1,0đ)	Tính: $\int_0^1 \left(2 - \frac{1}{x+1}\right) dx$	0,25
	$= 2 \int_0^1 dx - \int_0^1 \frac{d(x+1)}{x+1}$	0,25
	$= (2x - \ln x+1) \Big _0^1$	0,25
	$= 2 - \ln 2$	0,25
5 (1,0đ)	(P) có vtpt $\vec{n} = (1; -2; 1)$, d đi qua A vuông góc với (P) có vtcp $\vec{u} = \vec{n} = (1; -2; 1)$.	0,25
	Phương trình đường thẳng d $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = t \end{cases}$ Do $I \in d \Rightarrow I(2+t; -1-2t; t)$	0,25
	I thuộc (P) nên $(2+t) - 2(-1-2t) + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Vậy $I(1; -1; -1)$.	0,25
	Mặt cầu (S) có bán kính $R = IA = \sqrt{6}$ có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$	0,25
6 (1,0đ)	a) Ta có: $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = -\frac{7}{25}, \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{16}{25}$	0,25
	Suy ra $P = 10\sin^2 \alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha = \frac{89}{25}$.	0,25
	b) Số cách chọn ngẫu nhiên 5 đội trong 12 đội là $C_{12}^5 = 792 \Rightarrow n(\Omega) = 792$	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố A: 'Mỗi Bộ có ít nhất một đội bảo vệ' là $n(A) = C_{12}^5 - C_5^5 - C_7^5 = 770 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{35}{36}$	0,25
7 (1,0đ)	Áp dụng định lý cosin trong tam giác AHB có $AH^2 = HB^2 + AB^2 - 2HB \cdot AB \cos 60^\circ = \frac{7a^2}{9} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{7}}{3}$	0,25
	Góc giữa đường thẳng SA và mp(ABC) là góc $\angle SAH = 45^\circ$.	
	Tam giác SHA vuông cân tại H nên $SH = AH = \frac{a\sqrt{7}}{3}$	
	Thể tích của khối chóp S.ABC là $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot AH = \frac{a^3 \sqrt{21}}{36}$	0,25
	Gọi E là trung điểm của AB, D là đỉnh thứ tư của hình bình hành ABCD.	
	Ta có $AB \parallel CD \Rightarrow d(AB, SC) = d(AB, SCD) = d(B, SCD) = \frac{3}{2} d(H, SCD)$.	0,25
		
Trong mp(ABC) Qua H kẻ đường thẳng song song với CE cắt đường thẳng CD tại F và AB tại M thì tứ giác CEMF là hình chữ nhật. Kẻ HK vuông góc với SF tại K. $CD \perp (SFM) \Rightarrow CD \perp HK$, $\begin{cases} CD \perp HK \\ SF \perp HK \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SCD)$ Ta có $HF = \frac{2}{3} MF = \frac{2}{3} CE = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Tam giác SHF vuông tại H: $\frac{1}{SH^2} + \frac{1}{FH^2} = \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{210}}{30}$ $\Rightarrow d(AB, SC) = \frac{3}{2} d(H, SCD) = \frac{3}{2} HK = \frac{a\sqrt{210}}{20}$		0,25

8 (1,0đ)	Gọi M là trung điểm của BI và N là hình chiếu vuông góc của G lên BI. Ta có $GN \parallel AI \Rightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow IN = \frac{2}{3}IM = \frac{1}{3}BI$ (1). E là trọng tâm $\triangle ACD$ $\Rightarrow IE = \frac{1}{3}DI = \frac{1}{3}BI \Rightarrow EN = IN + IE = \frac{2}{3}BI = BN$ $\Rightarrow BN = EN \Rightarrow \triangle BGE$ cân tại G $\rightarrow GA = GB = GE \rightarrow A, E, B$ cùng thuộc đường tròn tâm G $\rightarrow \widehat{AGE} = 2\widehat{ABE} = 2.45^\circ = 90^\circ \rightarrow \triangle AGE$ vuông cân tại G 	0,25
	Phương trình $(AG): \begin{cases} \text{qua } G \\ \perp GE \end{cases} \rightarrow (AG): x + 13y - 51 = 0 \rightarrow A(51 - 13a; a)$ Khi đó $\triangle AGE$ vuông cân tại $G \rightarrow AG = GE$ $\rightarrow AG^2 = \left(\frac{143}{3} - 13a\right)^2 + \left(a - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{170}{9} \Leftrightarrow \left(a - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = \frac{10}{3} \end{cases} \rightarrow A(-1; 4)$	0,25
	Ta có $AG = \frac{2}{3}AM \rightarrow \overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AM} \rightarrow M\left(\frac{11}{2}; \frac{7}{2}\right)$ Phương trình (BD) đi qua E và $M \rightarrow (BD): 5x - 3y - 17 = 0$ Phương đường tròn $(G): \begin{cases} \text{tam } G \\ R = GA \end{cases} \rightarrow (G): \left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{170}{9}$ B là giao điểm thứ hai của (BD) và $(G) \rightarrow B(7; 6)$	0,25
	Phương trình $(AD): \begin{cases} \text{qua } A \\ \perp AB \end{cases} \rightarrow (AD): 4x + y = 0 \rightarrow D(1; -4)$ $ABCD$ là hình vuông $\rightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \rightarrow C(9; -2)$. Bài toán có 1 nghiệm $A(-1; 4), B(7; 6), C(9; -2)$ và $D(1; -4)$.	0,25
9 (1,0đ)	Điều kiện: $9y^2 + (2y + 3)(y - x) \geq 0; xy \geq 0; -1 \leq x \leq 1$. Từ phương trình thứ nhất, ta có được $x \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$. + Xét: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, thỏa mãn hệ phương trình. + Xét x, y không đồng thời bằng không, phương trình thứ nhất tương đương với $\sqrt{9y^2 + (2y + 3)(y - x)} - 3x + 4\sqrt{xy} - 4x = 0$ $\Leftrightarrow \frac{9y^2 + (2y + 3)(y - x) - 9x^2}{\sqrt{9y^2 + (2y + 3)(y - x)} + 3x} + \frac{4(xy - x^2)}{\sqrt{xy} + x} = 0$ $\Leftrightarrow (y - x) \left[\frac{11y + 9x + 3}{\sqrt{11y^2 + (2y + 3)(y - x)} + 3x} + \frac{4x}{\sqrt{xy} + x} \right] = 0 \Leftrightarrow y = x.$ Thế $y = x$ vào phương trình thứ hai, ta được $(2x - 1)\sqrt{1 + x} + (2x + 1)\sqrt{1 - x} = 2x$ $2x(\sqrt{1 + x} + \sqrt{1 - x} - 1) - (\sqrt{1 + x} - \sqrt{1 - x}) = 0. \text{ Đặt } \begin{cases} a = \sqrt{1 + x}; a \geq 0 \\ b = \sqrt{1 - x}; b \geq 0 \end{cases} \Rightarrow 2x = a^2 - b^2.$ Phương trình trở thành $(a^2 - b^2)(a + b - 1) - (a - b) = 0$ $\Leftrightarrow (a - b)[(a + b)(a + b + 1) - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ (a + b)^2 + (a + b) - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$	0,25 0,25 0,25

	+ Với $a = b \Leftrightarrow \sqrt{1+x} = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow x = 0$ (loại). + Với $a + b = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}}.$ Hệ phương trình có nghiệm: $(x; y) = (0; 0), \left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}}; \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}} \right)$	0,25
10 (1,0đ)	Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta có: $x^2 + y^2 \geq 2xy = 2(x + y + z^2 - 5) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 10 \geq 2(x + y + z^2)$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 18 \geq 2(x + y) + 2(z^2 + 4) \geq 2(x + y) + 8z = 2(x + y + 4z)$	0,25
	Từ đó suy ra $\frac{2x}{x^2 + y^2 + 18} \leq \frac{2x}{2(x + y + 4z)} = \frac{x}{x + y + 4z}.$ Khi đó $P \leq \frac{x}{x + y + 4z} + \frac{y}{x + y + 4z} - \frac{4(x + y)}{25z}.$ $= \frac{x + y}{x + y + 4z} - \frac{4(x + y)}{25z} = \frac{\frac{x + y}{z}}{\frac{x + y}{z} + 4} - \frac{4(x + y)}{25z} = f(t) = \frac{t}{t + 4} - \frac{4t}{25}$	0,25
	Với $t = \frac{x + y}{z} > 0$, xét hàm số $f(t) = \frac{t}{t + 4} - \frac{4t}{25}$, có $f'(t) = \frac{4}{(t + 4)^2} - \frac{4}{25}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t > 0 \\ (t + 4)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$	0,25
	Do đó suy ra $f(t) \leq f(1) = \frac{1}{25} \Rightarrow P_{\max} = \frac{1}{25}.$ Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x + y = z; x = y \\ x + y + z^2 = xy + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 1 \\ z = 2 \end{cases}.$ Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là $\frac{1}{25}.$	0,25

Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

---Hết---