

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số: $y = \frac{2x-1}{x-2}$ (C)

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 3mx + 5$ đạt cực đại tại $x = -3$

Câu 3 (1,0 điểm). a) Tìm số phức z thỏa mãn đẳng thức $z + 2\bar{z} = 3 - 2i$

b) Giải phương trình: $2^{x+4} + 2^{x+2} = 5^{x+1} + 3.5^x$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^3 x \cos x) \sin x dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1,1,-2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2t \\ z = -3-2t \end{cases}$. Viết

phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d . Tìm tọa độ điểm M trên đường thẳng d sao cho $AM = \sqrt{22}$.

Câu 6 (1,0 điểm). a) Giải phương trình: $4\sin 5x \sin x - 2\cos 4x - \sqrt{3} = 0$.

b) Trường THPT Quỳnh Châu có 15 học sinh là Đoàn viên ưu tú, trong đó khối 12 có 3 nam và 3 nữ, khối 11 có 2 nam và 3 nữ, khối 10 có 2 nam và 2 nữ. Đoàn trường chọn ra 1 nhóm gồm 5 học sinh là Đoàn viên ưu tú để tham gia lao động Nghĩa trang liệt sĩ. Tính xác suất để nhóm được chọn có cả nam và nữ, đồng thời mỗi khối có 1 học sinh nam.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $\angle ACB = 135^\circ$, $AC = a\sqrt{2}$, $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của C' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm M của AB và $C'M = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và góc tạo bởi đường thẳng $C'M$ và mặt phẳng $(ACC'A')$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A , M là điểm trên cạnh AC sao cho $AB = 3AM$. Đường tròn tâm $I(1;-1)$ đường kính CM cắt BM tại D . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết đường thẳng BC đi qua $N\left(\frac{4}{3}; 0\right)$, phương trình đường thẳng $CD: x - 3y - 6 = 0$ và C có hoành độ dương.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{(x+4)(y^2+1)} + \sqrt{y^2(x+3)} = y^2 + x + 4 \\ x^2(y^2-1) - 2x + 1 = \sqrt[3]{x^2 + 6y^2 - 17} \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{(ab+2)(2ab+1)} + \frac{b^2}{(bc+2)(2bc+1)} + \frac{c^2}{(ac+2)(2ac+1)} \geq \frac{1}{3}$$

-----Hết-----

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM												
1(1đ)	a) <i>Khảo sát và vẽ đồ thị</i>													
	TXĐ: $R \setminus \{2\}$ $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} > 0, \forall x \neq 2$ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ Hàm số không có cực trị	0,25												
	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận ngang $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận đứng $x = 2$	0,25												
	BBT <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td colspan="2">+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td colspan="2"> $+\infty$ </td><td> 2 </td></tr></table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	+		+	y	$+\infty$		2	0,25
	x	$-\infty$	2	$+\infty$										
y'	+		+											
y	$+\infty$		2											
Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0; \frac{1}{2})$ Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $B(\frac{1}{2}; 0)$ <i>(thí sinh tự vẽ hình)</i>	0,25													
2(1đ)	$\begin{cases} y' = x^2 + 2mx - 3m \\ y'' = 2x + 2m \end{cases}$. Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$ khi $\begin{cases} y'(-3) = 0 \\ y''(-3) < 0 \end{cases}$	0,25												
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 9m = 0 \\ 2m - 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$	0,25												
3a(0,5đ)	$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi, (a, b \in R)$ $z + 2\bar{z} = 3 - 2i \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 3 - 2i$ $\Leftrightarrow 3a - bi = 3 - 2i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ -b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$	0,25												
	Với $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + 2i$	0,25												

3b(0,5đ)	$2^{x+4} + 2^{x+2} = 5^{x+1} + 3.5^x \Leftrightarrow 20.2^x = 8.5^x \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 1$ Nghiem của phương trình là $x = 1$	0,25
4(1đ)	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^3 x \cos x) \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx$	0,25
	$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = 1$	
	$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x d \sin x = -\frac{1}{5} \cos^5 x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{5}$	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = \frac{6}{5}$	0,25
5(1đ)	Vecto pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_\alpha = (1; 2; -2)$	0,25
	mp (α) đi qua $A(1; 1; -2)$ nên có Phương trình $(x-1) + 2(y-1) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z - 7 = 0$	0,25
	$M \in d \Rightarrow M(1+t; 2t; -3-2t) \Rightarrow AM^2 = t^2 + (2t-1)^2 + (-2t-1)^2 = 5t^2 + 2$ $AM = \sqrt{22} \Leftrightarrow AM^2 = 22 \Leftrightarrow 5t^2 + 2 = 22 \Leftrightarrow t = \pm 2$	0,25
	$t = 2 \Rightarrow M(3; 4; -5)$ $t = -2 \Rightarrow M(-1; -4; -1)$	0,25
6a(0,5đ)	$4 \sin 5x \sin x - 2 \cos 4x - \sqrt{3} = 0$ $\Leftrightarrow 2(\cos 4x - \cos 6x) - 2 \cos 4x - \sqrt{3} = 0$ $\Leftrightarrow \cos 6x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{36} + \frac{k\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
		0,25
6b(0,5đ)	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$ Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_3^1 C_2^1 C_2^1 C_8^2 = 336$	0,25
	Xác suất của biến cố là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{336}{3003} = \frac{16}{143}$	0,25

	$\vec{n}_1 = (a; b), a^2 + b^2 > 0$ là VTPT của AC, $\vec{n}_2 = (1; -3)$ là VTPT của DC $\cos \angle DCM = \left \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right \Leftrightarrow \frac{ a - 3b }{\sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$ $\Leftrightarrow 4a^2 + 3ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 4a = -3b \end{cases}$	0,25
	Với $a = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow \vec{n}_1 = (0; 1)$, mà AC đi qua $I(1; -1)$ nên có pt $y + 1 = 0$	
	Tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} y + 1 = 0 \\ x - 3y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow C(3; -1) \Rightarrow M(-1; -1)$	
	BC đi qua $C(3; -1), N\left(\frac{4}{3}; 0\right) \Rightarrow BC: 3x + 5y - 4 = 0$ BD đi qua $M(-1; -1)$, vuông góc với BC $\Rightarrow BD: 3x + y + 4 = 0$ Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 5y - 4 = 0 \\ 3x + y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow B(-2; 2)$ Phương trình AB: $x + 2 = 0$ Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + 2 = 0 \\ y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow A(-2; -1)$	0,25
	Với $4a = -3b \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow AC: 3x - 4y - 7 = 0$ Tọa độ C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x - 4y - 7 = 0 \\ x - 3y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = -\frac{11}{5} \end{cases}$ (loại)	0,25
	Vậy $A(-2; -1), B(-2; 2), C(3; -1)$	
8(1đ)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{(x+4)(y^2+1)} + \sqrt{y^2(x+3)} = y^2 + x + 4 & (1) \\ x^2(y^2 - 1) - 2x + 1 = \sqrt[3]{x^2 + 6y^2 - 17} & (2) \end{cases}$ Giải: Điều kiện: $x \geq -3$ $\begin{cases} \sqrt{(x+4)(y^2+1)} \leq \frac{x+4+y^2+1}{2} \\ \sqrt{y^2(x+3)} \leq \frac{y^2+x+3}{2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{(x+4)(y^2+1)} + \sqrt{y^2(x+3)} \leq y^2 + x + 4$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow y^2 = x + 3$ Lưu ý: Có thể đặt ẩn phụ đưa về tích hoặc liên hợp nhé	0,25
	Thay $y^2 = x + 3$ vào (2) ta được phương trình $x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = \sqrt[3]{x^2 + 6x + 1} \Leftrightarrow (x+1)^3 + (x+1) = x^2 + 6x + 1 + \sqrt[3]{x^2 + 6x + 1}$	0,25

	Xét hàm số $f(t)=t^3+t, \forall t \in R$. Ta có $f'(t)=3t^2+1>0, \forall t \in R$ Vậy hàm số đồng biến trên R. Do đó $f(x+1)=f(\sqrt[3]{x^2+6x+1}) \Leftrightarrow \sqrt[3]{x^2+6x+1}=x+1$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2+6x+1=(x+1)^3 \Leftrightarrow x(x^2+2x-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=\sqrt{3} \\ x=1 \Rightarrow y=\pm 2 \\ x=-3 \Rightarrow y=0 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x; y)=\{(0; \sqrt{3}), (1; \pm 2), (-3; 0)\}$	0,25
10(1đ)	Ta có VT = $\frac{a^2}{(ab+2)(2ab+1)} + \frac{b^2}{(bc+2)(2bc+1)} + \frac{c^2}{(ac+2)(2ac+1)}$ = $\frac{1}{(b+\frac{2}{a})(2b+\frac{1}{a})} + \frac{1}{(c+\frac{2}{b})(2c+\frac{1}{b})} + \frac{1}{(a+\frac{2}{c})(2a+\frac{1}{c})}$ Vì a, b, c dương và $abc=1$ nên đặt $a=\frac{y}{x}, b=\frac{z}{y}, c=\frac{x}{z}$ với $x, y, z>0$ Khi đó VT = $\frac{1}{(\frac{y}{x}+2\frac{z}{x})(\frac{z}{x}+2\frac{y}{x})} + \frac{1}{(\frac{z}{y}+2\frac{x}{y})(\frac{x}{y}+2\frac{z}{y})} + \frac{1}{(\frac{x}{z}+2\frac{y}{z})(\frac{y}{z}+2\frac{x}{z})}$ = $\frac{x^2}{(y+2z)(z+2y)} + \frac{y^2}{(z+2x)(x+2z)} + \frac{z^2}{(x+2y)(y+2x)}$	0,25
	Ta có $(y+2z)(z+2y)=yz+2y^2+2z^2+4yz=2(y+z)^2+5yz \leq \frac{9}{2}(y^2+z^2)$ Suy ra $\frac{x^2}{(y+2z)(z+2y)} \geq \frac{2}{9} \frac{x^2}{y^2+z^2}$ (1) Tương tự có $\frac{y^2}{(z+2x)(x+2z)} \geq \frac{2}{9} \frac{y^2}{x^2+z^2}$ (2); $\frac{z^2}{(x+2y)(y+2x)} \geq \frac{2}{9} \frac{z^2}{y^2+x^2}$ (3) Cộng (1), (2), (3) vế theo vế ta được VT $\geq \frac{2}{9}(\frac{x^2}{y^2+z^2} + \frac{y^2}{x^2+z^2} + \frac{z^2}{y^2+x^2})$	0,5
	Lại có $\frac{x^2}{y^2+z^2} + \frac{y^2}{x^2+z^2} + \frac{z^2}{y^2+x^2} = (x^2+y^2+z^2)(\frac{1}{y^2+z^2} + \frac{1}{x^2+z^2} + \frac{1}{y^2+x^2}) - 3$ = $= \frac{1}{2}((x^2+y^2)+(y^2+z^2)+(z^2+x^2))(\frac{1}{y^2+z^2} + \frac{1}{x^2+z^2} + \frac{1}{y^2+x^2}) - 3 \geq \frac{1}{2}.9 - 3 = \frac{3}{2}$ Suy ra VT $\geq \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{3}$ (đpcm)	0,25

Chú ý: Nếu học sinh giải theo cách khác, các đồng chí tự chia thang điểm hợp lý.