

MOON.VN

CÔNG LUYỆN THI TRỰC TUYẾN

ĐẶNG VIỆT HÙNG



THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI THPT QUỐC GIA – MOON.VN
[Môn Toán – Đề tham khảo số 01]
 Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO và LỜI GIẢI CHI TIẾT CHỈ CÓ TẠI WEBSITE MOON.VN

[Link Khóa học: [Luyện đề thi thử THPT Quốc gia 2015](#)]

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$, (C) và đường thẳng $d: y = x + m$

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C) đã cho.
 b) Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm tam giác OAB nằm trên đường tròn (T): $x^2 + y^2 - 3y = 4$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình
$$\frac{\sin 2x - \cos 2x + 4\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3\cos x}{\cos x - 1} = 1.$$

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{\sqrt{2x+1}}{(2x+1)\sqrt{2x+4}} dx.$

Câu 4 (1,0 điểm).

- a) Tìm số phức z thỏa mãn các điều kiện $|z+1-i| = |z|$ và $z^2 + 4(\bar{z} - 2i)$ là số thực.
 b) Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Xét các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập A. Trong các số ấy lấy ra 1 số. Tính xác suất để số đó chia hết cho 5.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(1; 0; 0)$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình (P) đi qua A, cắt các trục tọa độ Oy, Oz tại B, C sao cho (P) song với đường thẳng d và khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (P) bằng $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $SA = SB$ và $\widehat{ACB} = 30^\circ$; $SA \perp SB$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{3a}{4}$. Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a và cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $B(-4; -2)$, $\widehat{ACB} = 75^\circ$. Đường cao kẻ từ đỉnh A có phương trình $2x + y = 0$, D là điểm thuộc cạnh BC sao cho $DC = 2DB$. Tìm tọa độ điểm A biết $\widehat{ADC} = 60^\circ$ và điểm A có hoành độ âm.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải bất phương trình
$$\frac{x+2}{\sqrt{2(x^4 - x^2 + 1)}} \geq \frac{1}{x-1}.$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy \geq 1$ và $z \geq 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x}{y+1} + \frac{y}{x+1} + \frac{z^3 + 2}{3(xy+1)}.$

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1 (2,0 điểm).

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là: $\frac{x+1}{x-2} = x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ g(x) = x^2 + (m-3)x - 2m - 1 = 0 \end{cases}$

+) Để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $A, B \Leftrightarrow g(x)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{g(x)} > 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 13 > 0 \\ -3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}$$

+) Khi đó $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$ theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 - m \\ x_1 x_2 = -2m - 1 \end{cases}$

+) Gọi G là trọng tâm $\Delta OAB \Rightarrow G\left(\frac{x_1 + x_2}{3}; \frac{x_1 + x_2 + 2m}{3}\right)$ hay $G\left(\frac{3-m}{3}; \frac{m+3}{3}\right)$

$$\text{+) Do } G \in (T) \Rightarrow \frac{(m-3)^2 + (m+3)^2}{9} - m - 3 = 4 \Leftrightarrow 2m^2 - 9m - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = \frac{15}{2} \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy $m = -3; m = \frac{15}{2}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 2 (1,0 điểm).

Điều kiện $\cos x \neq 1$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\sin 2x - \cos 2x + 4\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 3\cos x = \cos x - 1 \Leftrightarrow \sin 2x - \cos 2x + 4(\sin x + \cos x) = 4\cos x - 1$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x + 4\sin x + 1 - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x \cos x + 4\sin x + 2\sin^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x (\cos x + \sin x + 2) = 0$$

$$\text{Xét } \sin x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = -1 \end{cases} \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Xét } \cos x + \sin x = -2 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} < -1 \text{ (Vô nghiệm).}$$

Kết luận nghiệm $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3 (1,0 điểm).

Đặt $t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow tdt = 2dx; x=0 \Rightarrow t=1; x=1 \Rightarrow t=\sqrt{3}$.

$$I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{t^2 dt}{t^2(\sqrt{t^2+3})} = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{\sqrt{t^2+3}}. \text{ Đặt } t = \sqrt{3} \tan u \Rightarrow dt = \sqrt{3}(\tan^2 u + 1) du.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{3}(\tan^2 u + 1)}{\sqrt{3}(\tan^2 u + 1)} du = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{du}{\cos u} = \frac{1}{2} \ln \frac{6-3\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}.$$

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ta có: $|z+1-i| = |z| \Leftrightarrow |(a+1) + (b-1)i| = |a+bi|$

$$\Leftrightarrow (a+1)^2 + (b-1)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow a - b = -1 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } z^2 + 4(\bar{z} - 2i) = (a + bi)^2 + 4(a - bi - 2i) = (a^2 - b^2 + 4a) + (2ab - 4b - 8)i$$

là số thực do đó $2ab - 4b - 8 = 0 \Leftrightarrow ab - 2b - 4 = 0 \quad (2)$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \begin{cases} a = b - 1 \\ (b - 1)b - 2b - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b - 1 \\ b^2 - 3b - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1, a = -2 \\ b = 4, a = 3 \end{cases}$$

Vậy $z = 3 + 4i; z = -2 - i$ là các số phức cần tìm.

b) Xét các số có 5 chữ số sẽ có dạng: $\overline{abcde}$ ($a, b, c, d, e \in A$)

+) Số các số có 5 chữ số đôi một khác nhau thuộc tập A là: $\Omega = 6.6.5.4.3 = 2160$

+) Xét các số có năm chữ số thuộc tập A chia hết cho 5 $\Rightarrow e \in \{0; 5\}$

TH1: $e = 0$ có 6 cách chọn a , 5 cách chọn b , 4 cách chọn c và 3 cách chọn d .

TH2: $e = 5$ có 5 cách chọn a , 5 cách chọn b , 4 cách chọn c và 3 cách chọn d .

+) Vậy số các số có 5 chữ số chia hết cho 5 là: $6.5.4.3 + 5.5.4.3 = 660$

$$\text{+) Xác suất cần tìm là: } P = \frac{660}{2160} = \frac{11}{36}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{11}{36} \approx 0,306.$$

Câu 5 (1,0 điểm).

+) Gọi $B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ ta có PT mặt phẳng (P) theo đoạn chắn là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($b, c \neq 0$)

$$\text{+) Khi đó } \vec{n}_p = \left(1; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}\right), \vec{u}_d = (1; 1; 1).$$

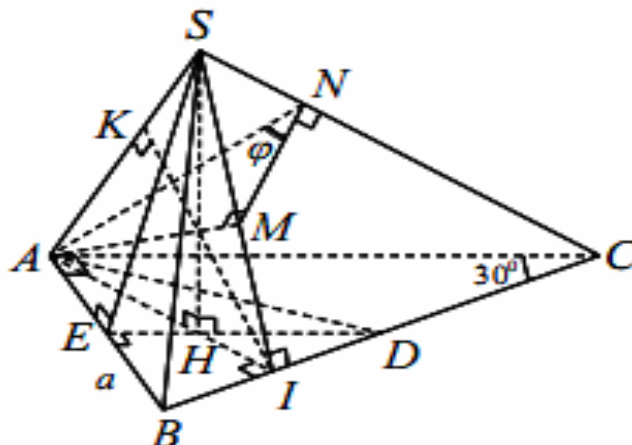
$$\text{+) Do } d // (P) \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \vec{n}_p = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = -1 \quad (1)$$

$$\text{+) Mặt khác ta có: } d(O; (P)) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 5 \quad (2)$$

$$\text{+) Từ (1), (2)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = -1 \\ \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{b} = -2, \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow (P): x - 2y + z - 1 = 0 \\ \frac{1}{b} = 1, \frac{1}{c} = -2 \Rightarrow (P): x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$$

Kết luận: $(P): x - 2y + z - 1 = 0; (P): x + y - 2z - 1 = 0$ là các mặt phẳng cần tìm.

Câu 6 (1,0 điểm).



+) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

Gọi D là trung điểm của BC , suy ra tam giác ABD đều cạnh a .

Gọi I, E là trung điểm của BD và AB , H là giao của AI và DE . Khi đó dễ thấy H là trọng tâm tam giác ABD .

Ta có $AI \perp BC; DE \perp AB$.

Vì $SA = SB \Rightarrow SE \perp AB$, suy ra $AB \perp (SDE) \Rightarrow AB \perp SH$

Khi đó ta có $SH \perp (ABC)$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên SA , khi đó IK là đoạn vuông góc chung của SA và BC .

Do đó $IK = d(SA; BC) = \frac{3a}{4}$.

$$\text{Đặt } SH = h; AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; AH = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SA = \sqrt{\frac{a^2}{3} + h^2}$$

$$\text{Lại có } AI \cdot SH = IK \cdot SA = 2S_{SAI} \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot h = \frac{3a}{4} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{3} + h^2} \Rightarrow h = a$$

$$\text{Từ đó ta dễ tính được } V_{SABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6} \text{ (đvtt)}$$

+) Tính góc giữa hai mặt phẳng:

Gọi M là hình chiếu của A lên SI , khi đó $AM \perp (SBC)$. Gọi N là hình chiếu của M lên SC , khi đó

$$SC \perp (AMN) \Rightarrow \left(\widehat{(SAC), (SBC)} \right) = \widehat{ANM} = \varphi$$

$$\text{Ta có } HI = \frac{a\sqrt{3}}{6}; SI = \frac{a\sqrt{39}}{6} \Rightarrow AM = \frac{AI \cdot SH}{SI} = \frac{3a}{\sqrt{13}}$$

$$\text{Mặt khác, } IM = \sqrt{AI^2 - AM^2} = \frac{a\sqrt{39}}{26} < SI \Rightarrow SM = SI - IM = \frac{5a}{\sqrt{39}}; SC = \frac{a\sqrt{30}}{3}$$

$$\text{Ta lại có } \triangle SMN \sim \triangle SCI \Rightarrow \frac{MN}{CI} = \frac{SM}{SC} \Rightarrow MN = \frac{SM \cdot CI}{SC} = \frac{3a\sqrt{130}}{52}$$

$$\Rightarrow \tan \varphi = \frac{AM}{MN} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \text{ hay } \cos \varphi = \frac{\sqrt{65}}{13}$$

$$\text{Vậy góc giữa hai mặt phẳng } (SBC) \text{ và } (SAC) \text{ là } \varphi \text{ với } \cos \varphi = \frac{\sqrt{65}}{13}$$

Câu 7 (1,0 điểm).

+) Phương trình đường thẳng BC qua $B(-4; -2)$ và vuông góc với đường cao AH có dạng $BC: x - 2y = 0$.

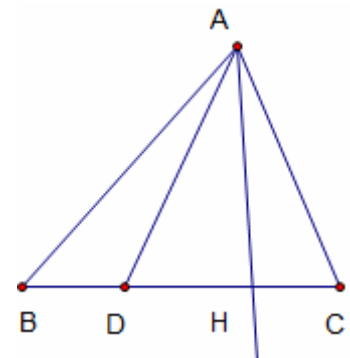
$$+) \text{ Lại có: } BH = d(B; AH) = \frac{|10|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

+) Đặt $AH = x (x > 0)$. Xét các tam giác vuông ACH và ADH

$$\text{Ta có: } CH = \frac{x}{\tan 75^\circ}, DH = \frac{x}{\tan 60^\circ} = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow DC = \frac{x}{\tan 75^\circ} + \frac{x}{\sqrt{3}}$$

$$+) \text{ Mặt khác: } DC = 2DB \Rightarrow x \left(\frac{1}{\tan 75^\circ} + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 2 \left(2\sqrt{5} - \frac{x}{\sqrt{3}} \right) \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{5}}{\frac{1}{\tan 75^\circ} + \sqrt{3}} = 2\sqrt{5}$$

$$+) \text{ Gọi } A(t; -2t) \in AH: 2x + y = 0 \Rightarrow AH = d(A; BC) = \frac{|5t|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow A(2; -4) \text{ (loại)} \\ t = -2 \Rightarrow A(-2; 4) \end{cases}$$



Kết luận bất phương trình đã cho có nghiệm $x < 1; x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 9 (1,0 điểm).

Viết lại $P = \frac{x^2}{xy+x} + \frac{y^2}{xy+y} + \frac{z^3+2}{3xy+3}$

Ta có BĐT phụ: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y} \Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \right) (x+y) \stackrel{\text{Bunhiacopxki}}{\geq} (a+b)^2, \forall a, b; x, y > 0$

Theo đề bài $z \geq 1 \Leftrightarrow z^3 \geq 1$ suy ra $P \geq \frac{(x+y)^2}{x+y+xy} + \frac{3}{3xy+3} = \frac{(x+y)^2}{x+y+xy} + \frac{1}{xy+1}$

Mặt khác theo AM-GM ta có: $1 \leq xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}$ (đẳng thức $\Leftrightarrow x = y$) nên:

$\Rightarrow P \geq \frac{2(x+y)^2}{2(x+y)+(x+y)^2} + \frac{4}{(x+y)^2+4} \rightarrow \text{Đặt: } x+y=t \Rightarrow t^2 \geq 4 \Leftrightarrow t \geq 2$

Ta xét hàm: $f(t) = \frac{2t}{2+t} + \frac{4}{t^2+4}, \forall t \in [2; +\infty)$

$\Rightarrow f' = \frac{2(t^5+t^4+4t^3-8t^2+16)}{(t^2+4)(2+t)} = \frac{2[(t^2-4)^2+t^5+4t^3]}{(t^2+4)(2+t)} > 0, \forall t \geq 2$

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[2; +\infty) \Rightarrow f(t) \geq f(2) = \frac{3}{2}$

Vậy GTNN của biểu thức P bằng $\frac{3}{2} \Leftrightarrow (x; y; z) = (1; 1; 1)$

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI THPT QUỐC GIA – MOON.VN**[Môn Toán – Đề tham khảo số 02]****Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]****VIDEO và LỜI GIẢI CHI TIẾT CHỈ CÓ TẠI WEBSITE MOON.VN**[Link Khóa học: [Luyện đề thi thử THPT Quốc gia 2015](#)]**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 1 - m$ (1), với m là tham số thực.**a)** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1) khi $m = 0$.**b)** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số (1) có cực trị đồng thời đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1) chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích bằng nhau, với $A(0;1), B(-1;-3), C(3;1)$.**Câu 2 (1,0 điểm).** Giải phương trình $\cos 3x + 3\cos x + 4\cos^2 x + 8\sin x - 8 = 0$ **Câu 3 (1,0 điểm).** Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2\sqrt{1+x}}{x(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})} dx$.**Câu 4 (1,0 điểm).****a)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn cho số phức w biết w và z là hai số phức thỏa mãn $w = \bar{z} + 2 - i$ và $|z - 2 - i| = 1$.**b)** Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu chữ số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau sao cho mỗi số đó đều lớn hơn 2011.**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(5;-2;2), B(3;-2;6)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 5 = 0$ sao cho $MA = MB$ và $\widehat{MAB} = 90^\circ$.**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC , mặt phẳng (P) chứa đường thẳng AG và song song với đường thẳng BC cắt SB, SC lần lượt tại B_1, C_1 . Tính thể tích khối chóp $A.BCC_1B_1$ và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SG theo a .**Câu 7 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho điểm M thuộc elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ có $F_1(-2;0), F_2(2;0)$. Gọi A là điểm đối xứng của F_1 qua M và B là điểm đối xứng của M qua F_2 . Viết phương trình (E) biết tam giác ABF_1 vuông tại B và diện tích tam giác $MF_1F_2 = \sqrt{15}$.**Câu 8 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x(x^2y + \sqrt{x-2y}) = 3x+1 \\ 2xy(x-2y) + 2y(x+1) = x+1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$
Câu 9 (1,0 điểm). Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\frac{1}{4} \leq a \leq 1; b, c \geq 1$ và $abc = 1$.Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c}$.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1 (2,0 điểm).

a) Với $m = 0 \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 1$ (C).

• Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

• Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$

+) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên $(0; 2)$.

+) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; $y_{CT} = 1$, đạt cực đại tại $x = 2$; $y_{CD} = -3$

• Giới hạn, điểm uốn:

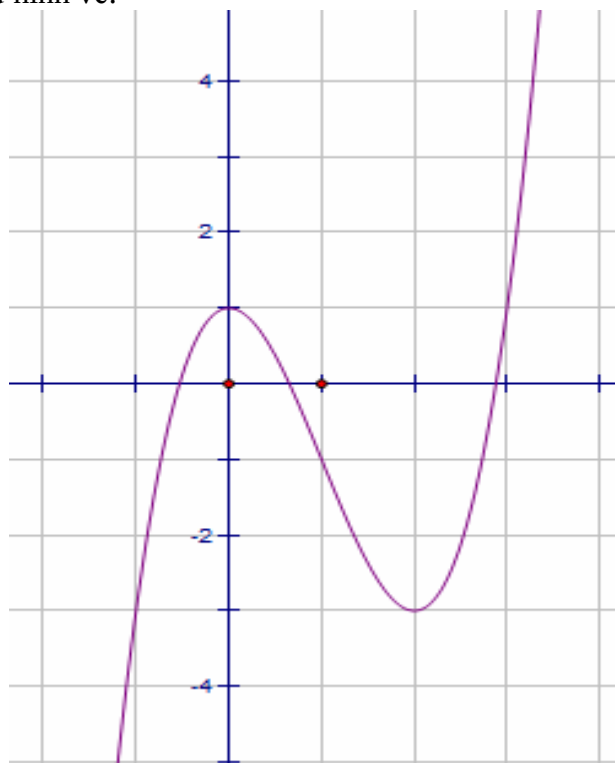
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$$

Ta có $y'' = 6x - 6 \Rightarrow y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \rightarrow U(1; -1)$.

• Bảng biến thiên:

	x						
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

• Đồ thị hàm số có dạng như hình vẽ:



Nhận xét: Đồ thị hàm số nhận $U(1; -1)$ làm tâm đối xứng

b) Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0$ (1)

Để đồ thị hàm số có CĐ, CT $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 > m$.

Khi đó gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ (với $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của (1)) là các điểm cực trị.

Mặt khác ta có $y = (x-1)(x^2 - 2x + m) + (2m-2)x + 1$ do đó:
$$\begin{cases} y_1 = 2(m-1)x_1 + 1 \\ y_2 = 2(m-1)x_2 + 1 \end{cases}$$

Phương trình đường thẳng qua các điểm cực trị là $AB: y = 2(m-1)x + 1 \quad (d)$.

Nhận xét $A(0;1) \in d$ do đó giả thiết bài toán $\Leftrightarrow d$ cắt đoạn BC tại I sao cho $S_{AIB} = S_{AIC}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} AH \cdot IB = \frac{1}{2} AH \cdot IC \Leftrightarrow IB = IC \Leftrightarrow I \text{ là trung điểm của } BC \Leftrightarrow I(1; -1)$$

Giải $I \in (d) \Rightarrow -1 = 2m - 2 + 1 \Leftrightarrow m = 0 \quad (tm)$

Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm.

Câu 2 (1,0 điểm).

Phương trình đã cho tương đương với

$$4\cos^3 x - 3\cos x + 3\cos x + 4\cos^2 x + 8\sin x - 8 = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x (\cos x + 1) = 2(1 - \sin x)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin x)(1 + \sin x)(\cos x + 1) = 2(1 - \sin x) \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ (1 + \sin x)(\cos x + 1) = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x + \cos x + \sin x \cos x = 1 \quad (1) \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \sin x + \cos x = t \left(|t| \leq \sqrt{2} \right) \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2},$$

$$(1) \text{ trở thành } t + \frac{t^2 - 1}{2} = 1 \Leftrightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow (t - 1)(t + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \quad (L) \end{cases}$$

• Với $t = 1 \Rightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z})$.

• Với $\sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3 (1,0 điểm).

$$\text{Ta có } I = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{2\sqrt{1+x}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})}{2x^2} dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} \right) dx = \left(-\frac{1}{x} + \ln x \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^1 + J = 1 + \ln 2 + J$$

$$\text{Đặt } x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6} \\ x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó ta có } J = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 t}{\sin^2 t} dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\sin^2 t} - 1 \right) dt = (-\cot t - x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{\pi}{3} + \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } I = 1 + \sqrt{3} + \ln 2 - \frac{\pi}{3}.$$

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Xét số phức $w = a + bi \Rightarrow a + bi = \bar{z} + 2 - i \Leftrightarrow \bar{z} = a - 2 + (b+1)i \Rightarrow z = a - 2 - (b+1)i$

Theo giả thiết: $|z - 2 - i| = 1$ nên ta có:

$$|a - 2 - (b+1)i - 2 - i| = |a - 4 - (b+2)i| = 1 \Leftrightarrow (a-4)^2 + (b+2)^2 = 1$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(4; -2)$ có bán kính $R = 1$

b) Xét các trường hợp

+) Chữ số cuối cùng là chữ số 2 hoặc 4 hoặc 6, suy ra có 5 cách chọn chữ số đầu tiên $\Rightarrow A_6^2 = 30$ cách chọn 2 trong số 6 chữ số còn lại.

+) Chữ số cuối cùng là chữ số 0, suy ra có 6 cách chọn chữ số đầu tiên $\Rightarrow A_6^2 = 30$ cách chọn 2 trong số 6 chữ số còn lại.

Vậy có tổng cộng $3.5.30 + 6.30 = 630$ số cần lập theo yêu cầu bài toán.

Câu 5 (1,0 điểm).

+) Lại có: $MA = MB \Leftrightarrow (a-5)^2 + (b+2)^2 + (c-2)^2 = (a-3)^2 + (b+2)^2 + (c-6)^2 \Leftrightarrow a-2c = -4 \quad (2)$

+) Mặt khác: $\widehat{MAB} = 90^\circ \Leftrightarrow MA^2 + MB^2 = AB^2 \Leftrightarrow 2MA^2 = AB^2 \Leftrightarrow MA^2 = MB^2 = \frac{AB^2}{2} = 10 \quad (3)$

$$+) \text{ Từ } (1), (2), (3) \Rightarrow \begin{cases} 2a+b+c=5 \\ a-2c=-4 \\ (a-5)^2+(b+2)^2+(c-2)^2=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2c-4 \\ 2(2c-4)+b+c=5 \Rightarrow b=-5c+13 \\ (2c-9)^2+(-5c+15)^2+(c-2)^2=10 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2c-4 \\ b=-5c+13 \\ 30c^2-190c+300=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2, b=-2, c=-3 \\ a=\frac{8}{3}, b=-\frac{11}{3}, c=\frac{10}{3} \end{cases}$$

Vậy $M(2; -2; 3), M\left(\frac{8}{3}; -\frac{11}{3}; \frac{10}{3}\right)$ là các điểm cần tìm.

Câu 6 (1,0 điểm).

• **Tính thể tích khối chóp $A.BCC_1B_1$**

Nhận xét: $(SAB) \& (SAC)$ cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Suy ra $SA \perp (ABC)$.

Lại có $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow SB \perp BC$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{SBA} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$$

Kẻ SG cắt BC tại M .

$$\text{Khi đó, } BC \parallel (AB_1C_1) \Rightarrow \frac{SB_1}{SB} = \frac{SC_1}{SC} = \frac{SG}{SM} = \frac{2}{3}$$

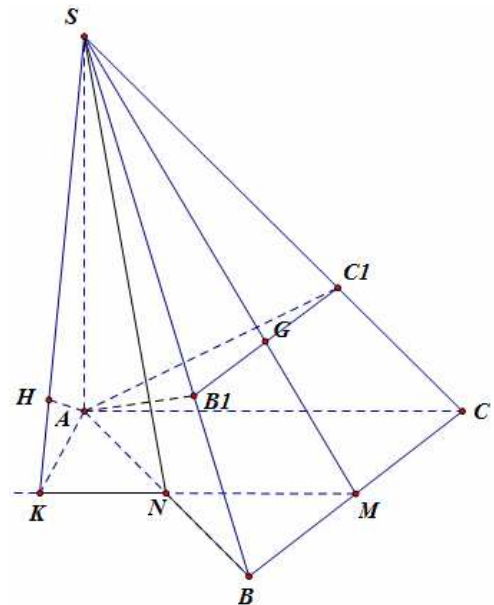
$$\text{Ta có: } \frac{V_{S.AB_1C_1}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SC_1}{SC} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{S.AB_1C_1} = \frac{4}{9} V_{S.ABC} \Rightarrow V_{A.BCC_1B_1} = V_{S.ABC} - V_{S.AB_1C_1} = \frac{5}{9} V_{S.ABC}$$

$$\Rightarrow V_{A.BCC_1B_1} = \frac{5}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{54} \text{ (đvtt)}$$

• **Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SG**

Gọi N là trung điểm $AB \Rightarrow AC \parallel (SMN) \Rightarrow d(AC; SG) = d(AC; (SMN)) = d(A, (SMN))$

Cách 1: Từ A dựng AK, AH lần lượt vuông góc với MN, SK



Ta có:
$$\begin{cases} SA \perp MN \\ AK \perp MN \\ AH \perp SK \in (SMN) \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAK) \rightarrow MN \perp AH \in (SAK) \Rightarrow AH \perp (SMN)$$

Suy ra $d(AC; SG) = d(A, (SMN)) = AH$.

Dễ dàng tính được: $AK = \frac{a\sqrt{2}}{4} (\Delta_{v.c} AKN)$

Xét $\Delta_v SAK$: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{5} \Rightarrow d(AC; SG) = \frac{a\sqrt{3}}{5}$

Cách 2: Nhận xét: $V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{AMN} = \frac{1}{3} \cdot d(A, (SMN)) \cdot S_{SMN}$

Ta tính được:

• $S_{AMN} = \frac{1}{2} S_{ABM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BM = \frac{a^2}{8}$

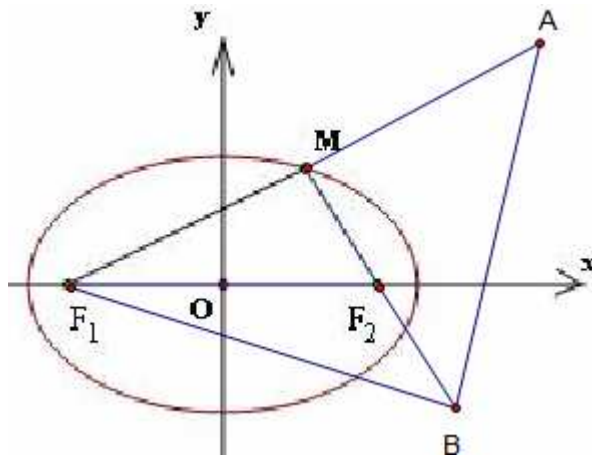
• $SN = \sqrt{SA^2 + AN^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$; $SM = \sqrt{SA^2 + AB^2 + BM^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$; $MN = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \cos \widehat{SMN} = \frac{SM^2 + MN^2 - SN^2}{2 \cdot SM \cdot SN} = \frac{3}{\sqrt{34}} \Rightarrow \sin \widehat{SMN} = \frac{5}{\sqrt{34}} \Rightarrow S_{SMN} = \frac{1}{2} \cdot SM \cdot MN \cdot \sin \widehat{SMN} = \frac{5a^2}{8}$

Suy ra $d(AC; SG) = d(A, (SMN)) = \frac{SA \cdot S_{AMN}}{S_{SMN}} = \frac{a\sqrt{3}}{5}$

Đáp số: $V_{S.BCC_1B_1} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{54}$; $d(AC; SG) = \frac{a\sqrt{3}}{5}$

Câu 7 (1,0 điểm).



+) Ta có: $c = 2 = \sqrt{a^2 - b^2} \Rightarrow b^2 = a^2 - 4$

+) Gọi $M(x_0; y_0) \Rightarrow \frac{1}{2} d(M; Ox) \cdot F_1F_2 = \sqrt{15} \Rightarrow |y_0| = \frac{\sqrt{15}}{2}$

+) Tam giác ABF_1 vuông tại B suy ra $MB = \frac{1}{2} AF_1 = MF_1 \Rightarrow 2MF_2 = MF_1$ (1)

+) Ta có: $MF_1 + MF_2 = 2a$ (2). Kết hợp (1), (2) $\Rightarrow \begin{cases} MF_1 = \frac{4a}{3} = a + \frac{2}{a} x_M \\ MF_2 = \frac{2a}{3} = a - \frac{2}{a} x_M \end{cases} \Rightarrow x_M = \frac{a^2}{6}$

$$+) \text{ Cho } M \in (E) \Rightarrow \frac{a^4}{36a^2} + \frac{15}{4b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{a^2}{9} + \frac{15}{a^2 - 4} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow b^2 = a^2 - 4 = 5 \\ a^2 = 31 \Rightarrow b^2 = a^2 - 4 = 27 \end{cases}$$

Vậy $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ hoặc $(E): \frac{x^2}{31} + \frac{y^2}{27} = 1$ là các elip cần tìm.

Câu 8 (1,0 điểm).

Đk: $x \geq 2y \Leftrightarrow x - 2y \geq 0$.

Từ phương trình (2) ta có $2xy(x - 2y) + 2xy - 1 - (x - 2y) = 0$

$$\Leftrightarrow (2xy - 1)(x - 2y) + (2xy - 1) = 0 \Leftrightarrow (2xy - 1)(x - 2y + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2xy = 1 \\ x - 2y = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Thay vào phương trình (1) ta có $x^2 + 2x\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3x + 1$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq 2y \\ x \geq 1, x \in [-1; 0) \end{cases} \quad (**)$$

$$\text{Khi đó } (**) \Leftrightarrow x + 2\sqrt{x - \frac{1}{x}} = 3 + \frac{1}{x} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{x}\right) + 2\sqrt{x - \frac{1}{x}} - 3 = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x - \frac{1}{x}}, (t \geq 0) \Rightarrow t^2 = x - \frac{1}{x}$$

$$\text{Khi đó ta có phương trình } t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \text{ (L)} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta được } x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ thỏa mãn, suy ra } y = \frac{1}{2x} = \frac{\pm\sqrt{5} - 1}{4}$$

$$\text{Vậy, hệ có 2 nghiệm } (x; y) = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}\right), \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{4}\right)$$

Câu 9 (1,0 điểm).

$$\text{Theo bài: } b, c \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} \geq \frac{2}{1+\sqrt{bc}} \Leftrightarrow (1 - \sqrt{bc})(\sqrt{b} + \sqrt{c})^2 \leq 0 \rightarrow \text{true}$$

$$\text{Khi đó ta có: } \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} \geq \frac{2}{1+\sqrt{bc}} = \frac{2\sqrt{abc}}{\sqrt{abc} + \sqrt{bc}} = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}$$

$$\text{Suy ra: } P \geq \frac{1}{1+a} + \frac{2\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} \rightarrow \text{Đặt } \sqrt{a} = x \left(\frac{1}{2} \leq x \leq 1\right) \rightarrow P \geq \frac{1}{1+x^2} + \frac{2x}{x+1}$$

$$\text{Ta đi khảo sát hàm số } f(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{2x}{x+1} \left(x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]\right)$$

$$\text{Nhận xét: } f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+1)^2} + \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{x(2x-1)(x^2+1)+2}{(x+1)^2(x^2+1)^2} > 0 \text{ do } x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$$

$$\text{Do đó hàm số } f(x) \text{ đồng biến trên } \left[\frac{1}{2}; 1\right] \Rightarrow f(x) \geq f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{22}{15}$$

$$\text{Vậy GTNN của } P \text{ bằng } \frac{22}{15} \Leftrightarrow (a; b; c) = \left(\frac{1}{4}; 2; 2\right)$$

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI THPT QUỐC GIA – MOON.VN**[Môn Toán – Đề tham khảo số 03]****Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]****VIDEO và LỜI GIẢI CHI TIẾT CHỈ CÓ TẠI WEBSITE MOON.VN**[Link Khóa học: [Luyện đề thi thử THPT Quốc gia 2015](#)]**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{x-1}$, có đồ thị là (C_m) với m là tham số.**a)** Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số đã cho với $m = 3$.**b)** Cho hai điểm $A(-3;4), B(3;-2)$. Tìm m để trên đồ thị (C_m) tồn tại hai điểm P, Q cùng cách đều các điểm A, B đồng thời tứ giác $APBQ$ có diện tích bằng 24.**Câu 2 (1,0 điểm).** Giải phương trình $16 \cos^4 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - 4\sqrt{3} \cos 2x + 5 = 0$.**Câu 3 (1,0 điểm).** Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 + \sin^2 x - 3\cos^2 x - 2\sin x}{x + 2\cos x} dx$.**Câu 4 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^{\log_3 y} + 2y^{\log_3 x} = 27 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{cases}$$
Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 12 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 4 \\ z = 7 + t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ tiếpxúc mặt cầu (S) tại điểm $M(5;0;1)$ biết đường thẳng Δ tạo với đường thẳng d một góc φ thỏa mãn

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{7}}.$$

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B . Biết $AB = BC = a$; $AD = 2a$; ΔSAC cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, SB tạo với mặt phẳng (SAC) góc 60° . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O và song song với SC , (P) cắt SA ở M . Tính thể tích khối chóp $MBCD$ và khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SCD) theo a .**Câu 7 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn $(T): x^2 + (y+1)^2 = 5$. Giao điểm của BC với phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ là $D\left(0; -\frac{7}{2}\right)$ và phương trìnhđường cao CH (của tam giác ABC) là $x + 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết phân giác của $\widehat{ABC}$ là $x - y - 1 = 0$.**Câu 8 (1,0 điểm).** Giải phương trình $5\sqrt{(x+1)^3} = 21\sqrt{x+1} + \sqrt{x^2 - x - 20}(\sqrt{5x+9} + 5)$.**Câu 9 (1,0 điểm).** Cho a, b, c là các số thực dương.Chứng minh rằng $\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right)^2 + 3\sqrt{\frac{3abc}{(a+b+c)(ab+bc+ca)}} \geq 9 + \sqrt{3}$.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1 (2,0 điểm).

Ta có $\overline{AB} = (6; -6) \Rightarrow AB = 6\sqrt{2}$.

P, Q cách đều A, B nên P, Q thuộc đường trung trực của AB .

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0; 1)$, đường thẳng PQ đi qua I và nhận $\frac{1}{6}\overline{AB} = (1; -1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình $(PQ): x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = x + 1$.

Theo bài, $S_{APBQ} = \frac{1}{2} AB \cdot PQ = 24 \Leftrightarrow PQ = \frac{2S}{AB} = \frac{48}{6\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$.

Bài toán trở thành tìm m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số (C_m) tại hai điểm phân biệt P, Q sao cho $PQ = 4\sqrt{2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $y = \frac{mx+2}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow g(x) = x^2 - mx - 3 = 0, (1)$

d cắt (C_m) tại hai điểm phân biệt khi (1) có hai nghiệm phân biệt và khác 1.

Tức là $\begin{cases} \Delta_g > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 12 > 0 \\ -m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -2, (*)$

Gọi $P(x_1; x_1 + 1), Q(x_2; x_2 + 1)$ là các giao điểm của d với (C_m) , với x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt khác 1 của phương trình (1). Theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$

Khi đó $PQ = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (x_1 + 1 - x_2 - 1)^2} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 16$

$(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 16 \Leftrightarrow m^2 + 12 = 16 \Leftrightarrow m = \pm 2$.

Kết hợp với điều kiện (*) ta được $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Cách khác:

Đường thẳng PQ đi qua trung điểm $I(0; 1)$ của AB và vuông góc với AB .

Do $(AB): x + y - 1 = 0 \Rightarrow (PQ): x - y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = x + 1$.

Giả sử $P(a; a+1), Q(b; b+1)$

$S_{APBQ} = 24 \Leftrightarrow [d(P; AB) + d(Q; AB)] \cdot AB = 48 \Leftrightarrow |a| + |b| = 4$.

mà $P \in (C_m) \Rightarrow a+1 = \frac{ma+2}{a-1} \Leftrightarrow a^2 - ma - 3 = 0$

Tương tự, $Q \in (C_m) \Rightarrow b+1 = \frac{mb+2}{b-1} \Leftrightarrow b^2 - mb - 3 = 0$

Do đó a, b thỏa mãn phương trình $x^2 - mx - 3 = 0$

Kết hợp (*) và định lí Vi-ét ta được $\begin{cases} |a| + |b| = 4 \\ a + b = m \\ ab = -3 \end{cases} \Rightarrow m = \pm 2$.

Thay lại chỉ có $m = 2$ là thỏa mãn.

Câu 2 (1,0 điểm).

Ta có $\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x - \sin x$ nên phương trình đã cho tương đương với

$4(\cos x - \sin x)^4 - 4\sqrt{3} \cos 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 4(1 - \sin 2x)^2 - 4\sqrt{3} \cos 2x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow 4\sin^2 2x - 8\sin 2x - 4\sqrt{3} \cos 2x + 9 = 0 \Leftrightarrow (8\sin^2 2x - 8\sin 2x + 2) - 4\sin^2 2x - 4\sqrt{3} \cos 2x + 7 = 0$

$\Leftrightarrow 2(4\sin^2 2x - 4\sin 2x + 1) + 4(1 - \sin^2 2x) - 4\sqrt{3} \cos 2x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 2(2\sin 2x - 1)^2 + (2\cos 2x - \sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin 2x - 1 = 0 \\ 2\cos 2x - \sqrt{3} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 2x = \frac{1}{2} \\ \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi ; \quad 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{\pi}{6} + \ell 2\pi ; \quad 2x = -\frac{\pi}{6} + \ell 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{6} + m2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + m\pi$$

Vậy phương trình đã cho có một họ nghiệm $x = \frac{\pi}{12} + m\pi, (m \in \mathbb{R})$.

Cách khác:

$$\text{Đặt } t = x + \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 2x = 2t - \frac{\pi}{2}, \text{ phương trình trở thành } 16\cos^4 t - 4\sqrt{3}\cos\left(2t - \frac{\pi}{2}\right) + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(1 + \cos 2t)^2 - 4\sqrt{3}\sin 2t + 5 = 0 \Leftrightarrow 4\cos^2 2t + 8\cos 2t - 4\sqrt{3}\sin 2t + 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(4\cos^2 2t + 4\cos 2t + 1) + (4\sin^2 2t - 4\sqrt{3}\sin 2t + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(2\cos 2t + 1)^2 + (2\sin 2t - \sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\cos 2t + 1 = 0 \\ 2\sin 2t - \sqrt{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2t = -\frac{1}{2} \\ \sin 2t = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2t = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = t - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 3 (1,0 điểm).

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 + 1 - \cos^2 x - 3\cos^2 x - 2\sin x}{x + 2\cos x} dx \Leftrightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - 2\cos x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - 2\sin x}{x + \cos x} dx$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - 2\cos x) dx = \left(\frac{1}{2}x^2 - 2\sin x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^2}{8} - 2$$

$$I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - 2\sin x}{x + 2\cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(x + 2\cos x)}{x + 2\cos x} = \ln|x + 2\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \ln \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Từ đó ta được } I = \frac{\pi^2}{8} - 2 + \ln \frac{\pi}{4}$$

Câu 4 (1,0 điểm).

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0, x \neq 1 \\ y > 0, y \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{Từ (2) ta có } \log_3 \frac{y}{x} = 1 \Leftrightarrow y = 3x.$$

$$(1) \Leftrightarrow x^{\log_3(3x)} + 2(3x)^{\log_3 x} = 27 \Leftrightarrow x^{1+\log_3 x} + 2 \cdot 3^{\log_3 x} \cdot x^{\log_3 x} = 27 \Leftrightarrow x^{1+\log_3 x} + 2x^{1+\log_3 x} = 27$$

$$\Leftrightarrow x^{1+\log_3 x} = 9, (*)$$

$$\text{Lấy logarit cơ số 3 cả hai vế ta được } (*) \Leftrightarrow \log_3 (x^{1+\log_3 x}) = \log_3 9 \Leftrightarrow (1 + \log_3 x) \log_3 x = 2$$

$$\Leftrightarrow (\log_3 x)^2 + \log_3 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Với } x = 3 \Rightarrow y = 9$$

$$\bullet \text{ Với } x = \frac{1}{9} \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

Các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện, vậy hệ đã cho có nghiệm $(3;9), \left(\frac{1}{9}; \frac{1}{3}\right)$.

Câu 5 (1,0 điểm).

Ta có (S): $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 26 \Rightarrow$ (S) có tâm $I(2; -1; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{26}$.

$\overrightarrow{IM} = (3; 1; 4), \overrightarrow{u_1} = (2; 0; 1)$ là 1 VTCP của (d).

Giả sử $\overrightarrow{u_2} = (a; b; c)$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ , $(a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$

Do Δ tiếp xúc mặt cầu (S) tại $M \Rightarrow \overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{u_2} \Leftrightarrow 3a + b + 4c = 0 \Leftrightarrow b = -3a - 4c$ (1)

Mà góc giữa đường thẳng Δ và đường thẳng (d) bằng φ .

$$\Rightarrow |\cos(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2})| = \cos \varphi \Leftrightarrow \frac{|\overrightarrow{u_1} \cdot \overrightarrow{u_2}|}{|\overrightarrow{u_1}| \cdot |\overrightarrow{u_2}|} = \frac{1}{\sqrt{7}} \Leftrightarrow \frac{|2a + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được $\sqrt{7}|2a + c| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + (3a + 4c)^2 + c^2}$

$$\Leftrightarrow 7(4a^2 + 4ac + c^2) = 5(a^2 + 9a^2 + 24ac + 16c^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow 22a^2 + 92ac + 78c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3c \\ a = -\frac{13}{11}c \end{cases}$$

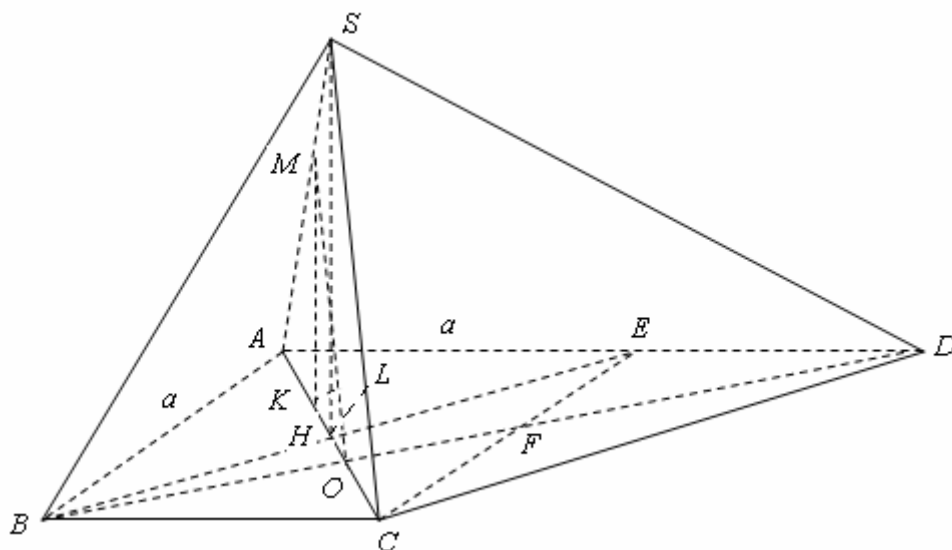
▪ Với $a = -3c$, do $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0 \Rightarrow c \neq 0$. Chọn $c = -1 \Rightarrow a = 3; b = -5$

$$\Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là: } \begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = -5t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

▪ Với $a = -\frac{13}{11}c$, do $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0 \Rightarrow c \neq 0$. Chọn $c = -11 \Rightarrow a = 13; b = 5$

$$\Rightarrow \text{phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là: } \begin{cases} x = 5 + 13t \\ y = 5t \\ z = 1 - 11t \end{cases}$$

Câu 6 (1,0 điểm).



Gọi H là trung điểm của AC, do đó $SH \perp AC$. Mà $(SAC) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Gọi E là trung điểm của AD, khi đó ABCE là hình vuông $\Rightarrow BH = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \left(y + \frac{7}{2}\right) = 0 \\ \frac{x}{2} - \frac{y - \frac{7}{2}}{2} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5}{2} \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow D' \left(\frac{-5}{2}; -1 \right)$$

PT đường thẳng AB qua $D' \left(-\frac{5}{2}; -1 \right)$ và vuông góc với CH là $AB: 2x - y + 4 = 0$.

Do I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$

$\Rightarrow$ PT đường thẳng AD qua $I(0;1)$ và $D \left(0; -\frac{7}{2} \right)$ là $x = 0$.

$$A = AD \cap AB \Rightarrow A(0;4), B = AB \cap BI \Rightarrow \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x - y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow B(-5; -6)$$

$$\text{Ta có } BC: x - 2y - 7 = 0 \Rightarrow C = BC \cap CH \Rightarrow \begin{cases} x - 2y - 7 = 0 \\ x + 2y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow C(3; -2)$$

Kết luận: Vậy $A(0;4), B(-5; -6), C(3; -2)$ là các điểm cần tìm.

Câu 8 (1,0 điểm).

Điều kiện: $x \geq 5$.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương với } 5(x+1)\sqrt{x+1} - 21\sqrt{x+1} = \sqrt{(x-5)(x+4)}(\sqrt{5x+9}+5)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}[(5x+9) - 25] = \sqrt{(x-5)(x+4)}(\sqrt{5x+9}+5)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}(\sqrt{5x+9}-5) = \sqrt{(x-5)(x+4)}; (\text{vì } \sqrt{5x+9}+5 > 0 \quad \forall x \geq 5)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5x^2+14x+9} = 5\sqrt{x+1} + \sqrt{(x-5)(x+4)}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2+14x+9 = x^2+24x+5+10\sqrt{(x+1)(x-5)(x+4)}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2+14x+9 = x^2+24x+5+10\sqrt{(x^2-4x-5)(x+4)}$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2-4x-5)+3(x+4)-5\sqrt{(x^2-4x-5)(x+4)}=0, \quad (*)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \sqrt{x^2-4x-5}; u \geq 0 \\ v = \sqrt{x+4}; v \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 = x^2-4x-5 \\ v^2 = x+4 \end{cases}, \text{ khi đó } (*) \Leftrightarrow 2u^2+3v^2-5uv=0 \Leftrightarrow \begin{cases} u=v \\ u=\frac{3}{2}v \end{cases}$$

$$\bullet \text{ Với } u=v \Leftrightarrow x^2-4x-5=x+4 \Leftrightarrow x=\frac{5 \pm \sqrt{61}}{2}.$$

$$\bullet \text{ Với } u=\frac{3}{2}v \Leftrightarrow u^2=\frac{9}{4}v^2 \Leftrightarrow x^2-4x-5=\frac{9}{4}(x+4) \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=-\frac{7}{4} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=8; x=\frac{5+\sqrt{61}}{2}$.

Câu 9 (1,0 điểm).

Sử dụng BĐT phụ: $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} \geq \frac{(x+y+z)^2}{x+y+z}$, (**Bất Đẳng Thức Cauchy – Schwarz**)

Theo Bunhiacopxki ta có: $\left(\frac{x^2}{\sqrt{y} \cdot \sqrt{y}} + \frac{y^2}{\sqrt{z} \cdot \sqrt{z}} + \frac{z^2}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} \right) (\sqrt{y} \cdot \sqrt{y} + \sqrt{z} \cdot \sqrt{z} + \sqrt{x} \cdot \sqrt{x}) \geq (x+y+z)^2$

Suy ra điều phải chứng minh.

Áp dụng BĐT phụ trên ta có: $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{bc} + \frac{c^2}{ca} \geq \frac{(a+b+c)^2}{ab+bc+ca}$ (1)

Và: $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{a^2c^2}{abc^2} + \frac{b^2a^2}{bca^2} + \frac{c^2b^2}{cab^2} \geq \frac{(ab+bc+ca)^2}{abc(a+b+c)}$ (2)

Nhân (1) & (2) theo vế $\Leftrightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right)^2 \geq \frac{(a+b+c)(ab+bc+ca)}{abc}$

Suy ra: $VT = P \geq \frac{(a+b+c)(ab+bc+ca)}{abc} + 3\sqrt{\frac{3abc}{(a+b+c)(ab+bc+ca)}}$

Đặt: $\sqrt{\frac{(a+b+c)(ab+bc+ca)}{abc}} = t$.

Do $(a+b+c)(ab+bc+ca) \stackrel{\text{AM-GM}}{\geq} 3\sqrt[3]{abc} \cdot 3\sqrt[3]{a^2b^2c^2} = 9abc \Rightarrow t \geq 3$

$\Rightarrow P \geq f(t) = t^2 + \frac{3\sqrt{3}}{t} \quad (t \geq 3) \Rightarrow f'(t) = 2t - \frac{3\sqrt{3}}{t^2} > 0, \forall t \geq 3.$

Suy ra hàm $f(t)$ đồng biến trên $[3; +\infty)$.

Vậy $VT = P \geq f(t) \geq f(t)_{\min} = f(3) = 9 + \sqrt{3}.$

Vậy phép chứng minh hoàn tất. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI THPT QUỐC GIA – MOON.VN

[Môn Toán – Đề tham khảo số 04]

Thầy Đặng Việt Hùng [ĐVH]

VIDEO và LỜI GIẢI CHI TIẾT CHỈ CÓ TẠI WEBSITE MOON.VN

[Link Khóa học: [Luyện đề thi thử THPT Quốc gia 2015](#)]

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + x^2 - (m+2)x - 2m$, với m là tham số.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số với $m = -2$.

b) Tìm m để đồ thị hàm số cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $A(-2;0)$, B và C thỏa mãn $4AB^2 + AC^2 = 20$.

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình $\frac{(1+\sin x)(5-2\sin x)}{(2\sin x+3)\cos x} = \sqrt{3}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln^2 x - 3\ln x + 3}{x(\ln x - 2)} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^2 = -1$.

Tính giá trị của biểu thức $P = (1+z_1^2)(1+z_2^2)$.

b) Cho số nguyên dương n thỏa mãn điều kiện: $A_n^2 - 14 = C_{n+1}^{n-2} - 14n$.

Tìm số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của biểu thức $\left(\frac{n}{3} + \frac{3x}{n} + \frac{3x^2}{64n}\right)^n$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(2;1;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;2;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$. Lập phương trình đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (ABC) và cắt d tại điểm D sao cho bốn điểm A, B, C, D tạo thành một tứ diện có thể tích bằng $19/6$.

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C , $AB = 2BC = 4CD = 2a$, giả sử M và N lần lượt là trung điểm AB và BC . Hai mặt phẳng (SMN) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SB hợp với $(ABCD)$ một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa SN và BD .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) tâm I bán kính $R = 2$. Lấy điểm M trên đường thẳng $d: x + y = 0$. Từ M kẻ 2 tiếp tuyến MA, MB đến (C) , (với A, B là các tiếp điểm). Biết phương trình đường thẳng $AB: 3x + y - 2 = 0$ và khoảng cách từ tâm I đến d bằng $2\sqrt{2}$. Viết phương trình đường tròn (C) .

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{3x-2y} + 3\sqrt{8+x-y} = 11 \\ \sqrt{8+x-y} - 2\sqrt{4-2x+y} = 1 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương.

Chứng minh rằng
$$\sqrt{\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right)\left(\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}\right)} + 1 \geq 2\sqrt{\frac{(a^2+bc)(b^2+ca)(c^2+ab)}{a^2b^2c^2}}.$$

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1 (2,0 điểm).

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và Ox là:

$$\Leftrightarrow (x+2)(x^2-x-m)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \Rightarrow A(-2;0) \\ g(x)=x^2-x-m=0 \Rightarrow x^2=x+m \end{cases}$$

Điều kiện để (C) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt: $\begin{cases} \Delta_{g(x)} > 0 \\ g(-2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+4m > 0 \\ m \neq 6 \end{cases} (*)$

Khi đó, giả sử $B(x_1;0), C(x_2;0)$ với x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

Theo giả thiết ta có: $4(x_1+2)^2 + (x_2+2)^2 = 20 \Leftrightarrow 4(x_1^2+4x_1) + (x_2^2+4x_2) = 0$

$$\Leftrightarrow 4(x_1+m+4x_1) + (x_2+m+4x_2) = 0 \Leftrightarrow 4x_1+x_2 = -m$$

$$\text{Kết hợp định lý Vi-et giải hệ ta có: } \begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1x_2=m \\ 4x_1+x_2=-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-m-1}{3} \\ x_2 = \frac{m+4}{3} \\ x_1x_2=m \end{cases}$$

$$\Rightarrow (m+1)(m+4)=9m \Leftrightarrow m^2-4m+4=0 \Leftrightarrow m=2 \text{ (tm)}$$

Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

Câu 2 (1,0 điểm).

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

$$\text{Ta có } PT \Leftrightarrow \frac{(1+\sin x)(5-2\sin x)}{(2\sin x+3)\cos x} = \sqrt{3} \Leftrightarrow 5+3\sin x-2\sin^2 x = \sqrt{3}\sin 2x+3\sqrt{3}\cos x$$

$$\Leftrightarrow (\cos 2x - \sqrt{3}\sin 2x) + 3(\sin x - \sqrt{3}\cos x) + 4 = 0 \Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) - 3\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 3\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện ta có nghiệm của phương trình là $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3 (1,0 điểm).

Đặt: $\ln x = t \Leftrightarrow \frac{1}{x}dx = dt$. Đổi cận: $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=0 \\ x=e \Rightarrow t=1 \end{cases}$

$$\Rightarrow I = \int_0^1 \frac{t^2-3t+3}{t-2} dt = \int_0^1 \frac{(t-2)(t-1)+1}{t-2} dt$$

$$= \int_0^1 (t-1)dt + \int_0^1 \frac{dt}{t-2} = \left(\frac{1}{2}t^2 - t \right) \Big|_0^1 + \ln|t-2| \Big|_0^1 = -\ln 2 - \frac{1}{2}.$$

Vậy $I = -\ln 2 - \frac{1}{2}.$

Câu 4 (1,0 điểm).

a) Từ giả thiết: $\left(\frac{z-1}{2z-i} \right)^2 = -1 = i^2 \Leftrightarrow \frac{z-1}{2z-i} = i$ (1) hoặc $\frac{z-1}{2z-i} = -i$ (2)

+) Với $\frac{z-1}{2z-i} = i \Leftrightarrow z-1 = 2iz+1 \Rightarrow z = \frac{2}{1-2i} = \frac{2(1+2i)}{5} = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$, hay $z_1 = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$

+) Với $\frac{z-1}{2z-i} = -i \Leftrightarrow z-1 = -2iz-1 \Rightarrow z = 0$, hay $z_2 = 0$

Suy ra: $P = (1+z_1^2)(1+z_2^2) = \frac{13}{25} + \frac{16}{25}i$

b) Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{Z}^+$

Phương trình $\Leftrightarrow (n-1)(n^2-5n-84) = 0 \Leftrightarrow n=12$ (loại $n=1$ và $n=-7$)

Với $n=12$, ta có: $\left(2 + \frac{x}{16} \right)^{24} = \sum_{k=0}^{24} C_{24}^k \cdot 2^{24-k} \cdot \left(\frac{x}{16} \right)^k = \sum_{k=0}^{24} C_{24}^k \cdot 2^{24-5k} \cdot x^k$

Số hạng tổng quát trong khai triển trên: $T_{k+1} = 2^{24-5k} \cdot C_{24}^k \cdot x^k$

Số hạng chứa x^6 ứng với $k=6$

Số hạng cần tìm là: $\frac{33649}{16}x^6$

Câu 5 (1,0 điểm).

Gọi H là chân đường cao hạ từ D xuống (ABC) , ta có $\frac{1}{3}DH \cdot S_{ABC} = V_{D.ABC} = \frac{19}{6} \Rightarrow DH = \frac{19}{2S_{ABC}}$ (*)

Giả sử $D(1+2t; -1+t; 2+3t)$ (Do $D \in d$)

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{9+4+16} = \frac{\sqrt{29}}{2}$

Ta có phương trình (ABC) : $3x+2y-4z-8=0$

Thay vào (*) ta có: $\frac{|3(1+2t)+2(-1+t)-4(2+3t)-8|}{\sqrt{9+4+16}} = \frac{19}{\sqrt{29}} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-\frac{17}{2} \end{cases}$

+) Khi $t=1 \Rightarrow D(3;0;5)$, phương trình Δ là: $\frac{x-3}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-5}{-4}$.

+) Khi $t=-\frac{17}{2} \Rightarrow D\left(-16; -\frac{19}{2}; -\frac{45}{2}\right)$, phương trình Δ là: $\frac{x+16}{3} = \frac{y+\frac{19}{2}}{2} = \frac{z+\frac{47}{2}}{-4}$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 6 (1,0 điểm).

+) Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên d , IH cắt AB tại K , IM cắt AB tại E .

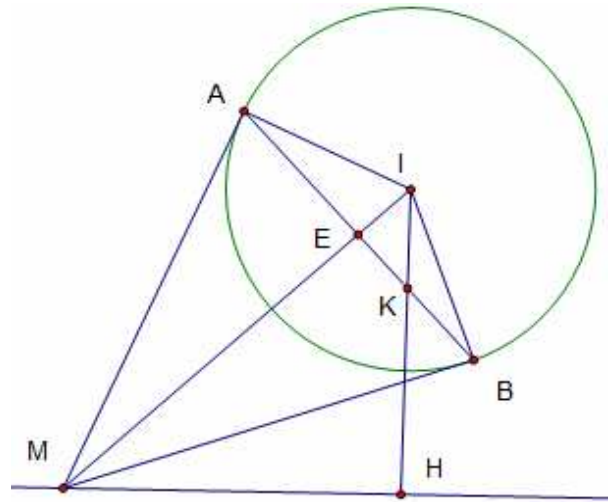
Ta có $IH = 2\sqrt{2}$.

$$\text{Mặt khác } \cos \widehat{MIH} = \frac{IE}{IK} = \frac{IH}{IM}$$

$$\Rightarrow IE \cdot IM = IK \cdot IH = IA^2 = R^2 = 4$$

(ta cũng có thể chứng minh

$IE \cdot IM = IK \cdot IH$ (phương tích) vì tứ giác $EMHK$ là tứ giác nội tiếp)



+) Theo giả thiết $IH = 2\sqrt{2} \Rightarrow IK = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow KH = \sqrt{2}$ do đó K là trung điểm của IH .

$$\text{Gọi } K(t; 2-3t) \Rightarrow d(K; d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2-2t|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |t-1| = 1 \Rightarrow \begin{cases} t=0 \Rightarrow K(0; 2) \\ t=2 \Rightarrow K(2; -4) \end{cases}$$

$$\text{+) Với } K(0; 2) \Rightarrow IH: x-y+2=0 \Rightarrow H(-1; 1) \Rightarrow I(1; 3) \Rightarrow (C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$$

$$\text{+) Với } K(2; -4) \Rightarrow IH: x-y+6=0 \Rightarrow H(-3; 3) \Rightarrow I(7; -11)$$

$$\Rightarrow (C): (x-7)^2 + (y+11)^2 = 4$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ và $(x-7)^2 + (y+11)^2 = 4$

Câu 8 (1,0 điểm).

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x-2y \geq 0 \\ x-y \geq -8 \\ 2x-y \leq 40 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \sqrt{3x-2y} = a; \sqrt{8+x-y} = b; \sqrt{4-2x+y} = c \quad (a; b; c \geq 0)$$

$$\text{Ta có hệ tương đương: } \begin{cases} a+3b=11 \\ b-2c=1 \\ a^2-b^2+c^2=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=11-3b=11-3(1+2c) \\ b=1+2c \\ a^2-b^2+c^2=-4 \end{cases} (*)$$

$$\text{Giải phương trình } (*) \Leftrightarrow (8-6c)^2 - (1+2c)^2 + c^2 = -4 \Leftrightarrow 33c^2 - 100c + 67 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c=1 \\ c=\frac{67}{33} \end{cases}$$

$$\text{+) Với } c=1 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x-2y}=2 \\ \sqrt{8+x-y}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{+) Với } c=\frac{67}{33} \Rightarrow \begin{cases} a=-\frac{46}{11} < 0 \\ b=\frac{145}{11} \end{cases} \Rightarrow \text{Mâu thuẫn điều kiện. Loại}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất: $(x; y) = (2; 1)$

Câu 9 (1,0 điểm).

Đặt: $\frac{a}{b} = x; \frac{b}{c} = y; \frac{c}{a} = z \Rightarrow xyz = 1$. Khi đó BĐT tương đương:

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)} + 1 \geq 2\sqrt[3]{\left(1 + \frac{z}{x}\right)\left(1 + \frac{x}{y}\right)\left(1 + \frac{y}{z}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3 + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y}} + 1 \geq 2\sqrt[3]{2 + \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y}}$$

Nhận xét: $\frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} = \sum_{cyc} \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) \stackrel{AM-GM}{\geq} 6$

Đặt: $\sum_{cyc} \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) = t \ (t \geq 6)$. Ta đi chứng minh: $\sqrt{3+t} + 1 \geq 2\sqrt[3]{2+t}$

$$\Leftrightarrow (6+t)\sqrt{3+t} \geq 5t+6 \Leftrightarrow t^3 - 10t^2 + 12t + 72 \geq 0 \Leftrightarrow (t+2)(t-6)^2 \geq 0 \rightarrow \text{Luôn đúng.}$$

Vậy suy ra ĐPCM. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$

Cách 2: Khảo sát hàm: $f(t) = \sqrt{3+t} + 1 - 2\sqrt[3]{2+t}, \forall t \geq 6$

Dễ nhận thấy $f(6) = 0$.

$$\text{Với } t > 6 \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t+3}} - \frac{2}{3\sqrt[3]{(t+2)^2}} = \frac{3\sqrt[3]{(t+2)^2} - 4\sqrt{t+3}}{6\sqrt{t+3} \cdot \sqrt[3]{(t+2)^2}} > 0$$

Suy ra $f_{\min}(t) \geq f(6) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3+t} + 1 \geq 2\sqrt[3]{2+t} \Rightarrow \text{dpcm.}$

CÁC KHÓA – GÓI LUYỆN THI KÌ THI THPT QUỐC GIA 2015 MÔN TOÁN TẠI MOON.VN

KHÓA HỌC	TÊN GÓI	PRO S1 PRO Standard 1	PRO S2 PRO Standard 2	PRO C - PRO Combo -	PRO ADV - PRO Advanced -
Khóa chuyên đề LTĐH - V1 750K		✓			
Khóa chuyên đề LTĐH - V2 600K			✓		
Khóa LTĐH nâng cao 500K					✓
Khóa luyện đề thi thử đại học - V1 400K		✓		✓	✓
Khóa luyện đề thi thử đại học - V2 300K			✓		
Khóa tổng ôn kiến thức thi đại học 400K		✓	✓		
Khóa chuyên đề LTĐH - V13 500K				✓	
Hãy đặt mua theo gói để được hưởng mức học phí rẻ hơn khi mua lẻ từng khóa học!		990K	850K	700K	600K
 Video giới thiệu		Đặt mua Gói VIP giá 999k được đổi tên thành gói Pro S	Đặt mua Dành cho học sinh biết Moon.vn từ tháng 9, 10, 11/2014	Đặt mua Gói VIP 13 giá 700k được đổi tên thành gói Pro C	Đặt mua Dành cho học sinh có lực học khá, giỏi