

(Đề thi có 6 trang)

Họ và tên: .....

Số báo danh: .....

Mã đề 101

**Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x+1} \leq 4$  là

- A.  $(-\infty; 1]$ . B.  $(1; +\infty)$ . C.  $[1; +\infty)$ . D.  $(-\infty; 1)$ .

**Câu 2:** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$  bằng

- A. 8. B. 6. C. 16. D. 2

**Câu 3:** Cho  $\int \frac{1}{x \ln^2 x} dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.  $F'(x) = \frac{-1}{\ln x}$  B.  $F'(x) = \frac{-1}{\ln x} + C$ . C.  $F'(x) = \frac{1}{x \ln^2 x}$ . D.  $F'(x) = -\frac{1}{\ln^2 x}$

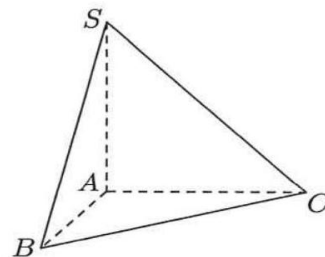
**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ . Hỏi  $d$  đi qua điểm nào trong các điểm sau:

- A.  $C(-3; 4; 5)$ . B.  $D(3; -4; -5)$ . C.  $B(-1; 2; -3)$ . D.  $A(1; -2; 3)$ .

**Câu 5:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 3$  (tham khảo hình bên).

Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 2. C. 6. D. 4.



**Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ . Tính bán kính  $r$  của mặt cầu.

- A.  $r = 2\sqrt{2}$ . B.  $r = \sqrt{26}$ . C.  $r = 4$ . D.  $r = \sqrt{2}$ .

**Câu 7:** Cho một tổ có 15 thành viên. Số cách chọn ra 2 người lần lượt làm tổ trưởng và tổ phó là

- A. 225. B. 30. C. 210. D. 105.

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1; 2; 3)$ . Điểm đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

- A.  $(1; -2; 3)$ . B.  $(1; 2; -3)$ . C.  $(-1; -2; -3)$ . D.  $(-1; 2; 3)$ .

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x - 2z + 3 = 0$  có một vector pháp tuyến là:

- A.  $\vec{n}_1 = (1; 0; -2)$  B.  $\vec{n}_4 = (1; -2; 3)$  C.  $\vec{n}_3 = (1; -2; 0)$ . D.  $\vec{n}_2 = (-1; 2; -3)$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \pi^x$  là:

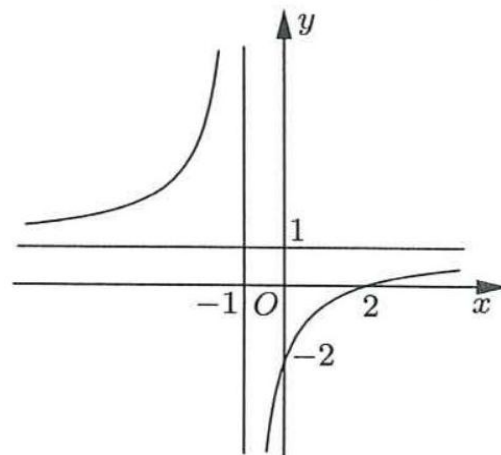
- A.  $y' = \pi^x \ln \pi$ . B.  $y' = x \cdot \pi^{x-1}$ . C.  $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$ . D.  $y' = \frac{\pi^{x+1}}{x+1}$ .

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; -1; -1)$  và  $N(5; 5; 1)$ . Đường thẳng  $MN$  có phương trình là:

- A.  $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$  C.  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = t \end{cases}$  D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

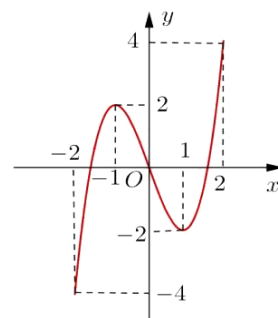
**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- A.  $(0; -2)$ .    B.  $(2; 0)$ .  
C.  $(-2; 0)$ .    D.  $(0; 2)$ .



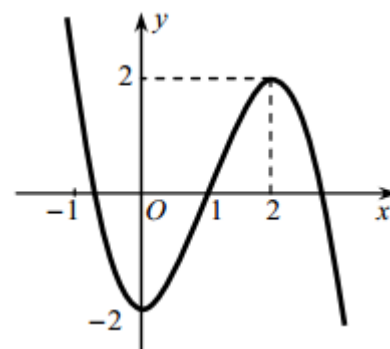
**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn có  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = f(x)$  là

- A.  $-4$ .    B.  $-2$ .    C.  $(1; -2)$ .    D.  $x = 1$ .



**Câu 14:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. 2.    B. 5.  
C. 3.    D. 4.



**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a; x = b$  ( $a < b$ ) là

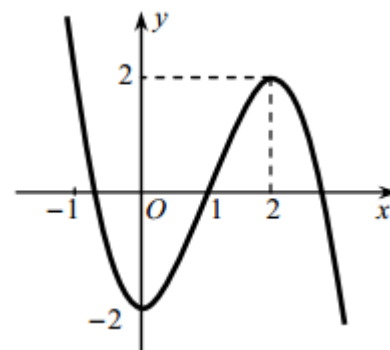
- A.  $S = \int_b^a |f(x)| dx$ .    B.  $S = \int_a^b f(x) dx$ .    C.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ .    D.  $S = \int_b^a f(x) dx$ .

**Câu 16:** Trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log_3 |x|$  là:

- A.  $y' = \frac{1}{|x| \ln 3}$ .    B.  $y' = \frac{1}{x \ln 3}$ .    C.  $y' = \frac{\ln 3}{x}$ .    D.  $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$ .

**Câu 17:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 2)$ .    B.  $(-\infty; 0)$ .  
C.  $(0; 2)$ .    D.  $(2; +\infty)$ .



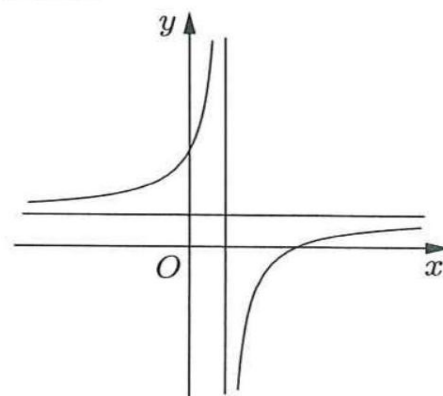
**Câu 18:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{x-3}{x-1}$ .

C.  $y = x^2 - 4x + 1$ .

D.  $y = x^3 - 3x - 5$ .



**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 1 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

A.  $(-1; -2; -3)$ .

B.  $(2; 4; 6)$ .

C.  $(-2; -4; -6)$ .

D.  $(1; 2; 3)$ .

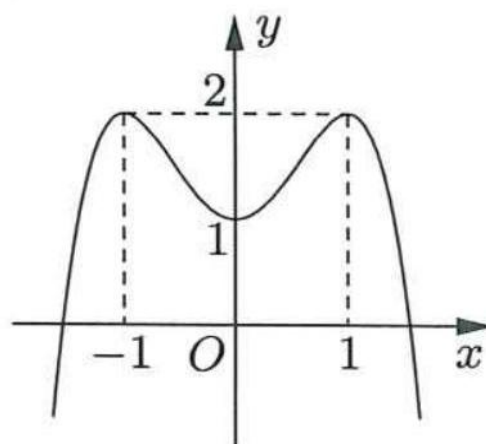
**Câu 20:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A.  $y_{ct} = 1$ .

B.  $x_{ct} = 0$ .

C.  $(1; 2)$ .

D.  $(0; 1)$ .



**Câu 21:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

A. 3.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{4}$ .

D.  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 22:** Cho hình trụ có đường kính đáy  $2r$  và độ dài đường sinh  $l$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A.  $2\pi rl$ .

B.  $4\pi rl$ .

C.  $\pi rl$ .

D.  $\pi r^2 h$ .

**Câu 23:** Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 16.

B. 8.

C. 4.

D. 64.

**Câu 24:** Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2i| = 2023$  là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A.  $(0; 2)$ .

B.  $(-2; 0)$ .

C.  $(0; -2)$ .

D.  $(2; 0)$ .

**Câu 25:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{3x-1}$  là đường thẳng có phương trình:

A.  $x = \frac{1}{3}$ .

B.  $y = -\frac{2}{3}$ .

C.  $x = -\frac{1}{3}$ .

D.  $y = \frac{2}{3}$ .

**Câu 26:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(x-2) < 1$  là

A.  $(2; 12)$ .

B.  $(-\infty; 12)$ .

C.  $(-\infty; 3)$ .

D.  $(12; +\infty)$ .

**Câu 27:** Giả sử  $\int_0^9 f(x) dx = 7$  và  $\int_9^0 g(x) dx = 1$ . Khi đó,  $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$  bằng:

A.  $I = 11$ .

B.  $I = 17$ .

C.  $I = 23$ .

D.  $I = 8$ .

**Câu 28:** Nếu  $\int_{-1}^4 f(x) dx = 2$  và  $\int_{-1}^4 g(x) dx = 3$  thì  $\int_{-1}^4 [f(x) - g(x)] dx$  bằng

A. 5.

B. 6.

C. 1.

D. -1.

**Câu 29:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z = 7 - 6i$  có tọa độ là

- A.  $(-6; 7)$ . B.  $(6; 7)$ . C.  $(7; 6)$ . D.  $(7; -6)$ .

**Câu 30:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

- A.  $x^3 - \cos x$ . B.  $6x + \cos x + C$ . C.  $x^3 - \cos x + C$ . D.  $6x - \cos x + C$ .

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-3)^4(2-x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; 2)$ . B.  $(3; +\infty)$ . C.  $(2; +\infty)$ . D.  $(-\infty; 3)$ .

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(Oxy)$  và  $(Oyz)$  bằng

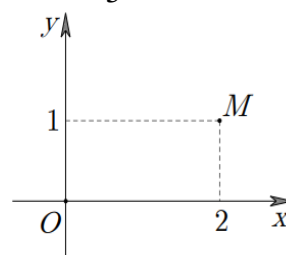
- A.  $30^\circ$ . B.  $45^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $90^\circ$ .

**Câu 33:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_a b$  bằng

- A.  $3 + \log_a b$  B.  $3 \log_a b$  C.  $\frac{1}{3} + \log_a b$  D.  $\frac{1}{3} \log_a b$

**Câu 34:** Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức  $z$ . Số phức  $\bar{z}$  là:

- A.  $1 - 2i$ . B.  $2 + i$ .  
C.  $1 + 2i$ . D.  $2 - i$ .

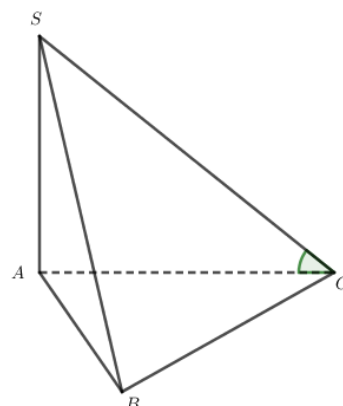


**Câu 35:** Cho số phức  $z = 2 + 9i$ , phần ảo của số phức  $z^2$  bằng

- A. 36. B.  $36i$ . C. 18. D. 9.

**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ; tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và  $SA = a$ . Tìm góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

- A.  $60^\circ$ . B.  $45^\circ$ .  
C.  $90^\circ$ . D.  $30^\circ$ .



**Câu 37:** Giải bóng đá Mini cấp trường của một trường THPT, có 16 đội đăng kí tham dự trong đó có 3 đội  $12A_1$ ,  $12A_2$  và  $12A_3$ . Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia đều 16 đội vào 4 bảng (mỗi bảng 4 đội) để đá vòng loại. Tính xác suất để 3 đội của 3 lớp  $12A_1$ ,  $12A_2$  và  $12A_3$  nằm ở 3 bảng khác nhau.

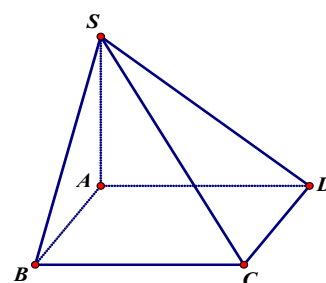
- A.  $\frac{3}{56}$ . B.  $\frac{19}{28}$ . C.  $\frac{53}{56}$ . D.  $\frac{16}{35}$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,

$SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$  (tham khảo hình bên dưới).

Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  là

- A.  $a$ . B.  $\frac{a}{2}$ . C.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ . D.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .



**Câu 39:** Số các giá trị nguyên của  $x$  thỏa  $(2^{x^2} - 16)(\log_3 x - 4) \leq 0$  là

- A. Vô số. B. 80. C. 17. D. 78.

**Câu 40:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 13 = 0$  và  $A, B$  lần lượt là hai điểm biểu diễn hai số phức  $z_1, z_2$  trong mặt phẳng  $Oxy$ . Diện tích của tam giác  $OAB$  bằng

A. 6.

B. 12.

C. 13.

D.  $\frac{13}{2}$ .

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn

$(x^3 + 4x)f'(x) = -(3x^2 + 4)f(x) + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = f(x)$ , hai trục tọa độ và  $x=2$  là

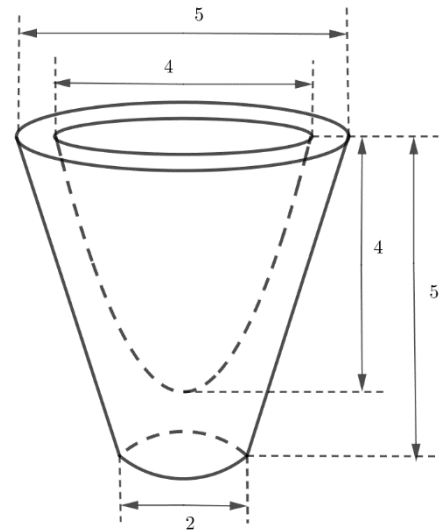
A. đáp án khác.

B.  $\frac{\pi}{2}$ .C.  $\frac{4\pi}{3}$ .D.  $2\pi$ .

**Câu 42:** Một cái ly làm bằng thủy tinh, có hình dạng là khối nón cụt và các kích thước như hình vẽ.

Phần rỗng bên trong có thiết diện qua trục là Parabol.

Thể tích khối thủy tinh bằng bao nhiêu?

A.  $\frac{43}{4}\pi$ B.  $\frac{55}{4}\pi$ C.  $\frac{33}{4}\pi$ D.  $\frac{65}{4}\pi$ 

**Câu 43:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0;1;2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ . Gọi  $(P)$

là mặt phẳng chứa  $d$  và cách  $A$  một khoảng lớn nhất. Khoảng cách từ điểm  $M(5;-1;3)$  đến  $(P)$  bằng

A.  $\frac{2}{3}$ .B.  $\frac{7}{3}$ .C.  $\frac{1}{3}$ .

D. 1.

**Câu 44:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2023; 2023]$  để hàm số  $y = \left| \frac{x-10}{x-m} \right|$  đồng biến trên khoảng  $(-5; 5]$ ?

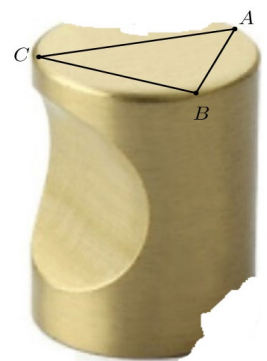
A. 2017.

B. 2019.

C. 2018.

D. 4.

**Câu 45:** Cho một cổ vật hình trụ có chiều cao đo được là 81cm, do bị hư hại nên khi tiến hành đo đạc lại thu được  $AB = 50\text{cm}, BC = 70\text{cm}, CA = 80\text{cm}$ , với  $A, B, C$  thuộc đường tròn nắp trên như hình vẽ. Thể tích khối cổ vật ban đầu gần nhất với số nào sau đây?

A.  $6,56\text{m}^3$ .B.  $0,42\text{m}^3$ .C.  $1,03\text{m}^3$ .D.  $0,43\text{m}^3$ .

**Câu 46:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{5}$ ,  $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$ ,  $\widehat{ABC} = 135^\circ$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(ABD)$  và  $(BCD)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng

A.  $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$ .B.  $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$ .C.  $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ .D.  $\frac{a^3}{6}$ .

**Câu 47:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;0;10)$  và  $B\left(3;4;\frac{19}{2}\right)$ . Xét các điểm  $M$  thay đổi sao cho tam giác  $OAM$  không phải là tam giác nhọn và có diện tích bằng 20. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng  $MB$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $(5;10)$ .

B.  $(3;5)$ .

C.  $\left(\frac{3}{2};3\right)$ .

D.  $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 48:** Cho các số phức  $z, w, u$  thỏa mãn  $|z-4+2i|=|2z+\bar{z}|$ ,  $\frac{w-8-10i}{w-6-10i}$  là số thuần ảo và  $|u+1-2i|=|u-2+i|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $T=|u-z|+|\bar{u}-\bar{w}|$  thuộc khoảng nào sau đây?

A.  $(0;5]$ .

B.  $(5;8)$ .

C.  $[8;10)$ .

D.  $[10;+\infty)$ .

**Câu 49:** Có bao nhiêu số nguyên dương  $y$  để tồn tại số thực  $x > 1$  thỏa mãn

$$x(2^{xy} + \log_2(xy)) = xy^4 + 15xy - 30 + 10y?$$

A. 16.

B. 15.

C. 26.

D. 27.

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = (x-3)^2(2x-7)^3(3x-10)^{2023}(x-4)^{2024}$ . Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $h(x) = f(|-x^4 + 8x^2 + mx|)$  có số điểm cực tiểu nhiều nhất là

$S = (a;b) \setminus \{c\}$ . Giá trị của biểu thức  $T = a^2 - ab + b^2 + abc$  thuộc khoảng nào sau đây?

A.  $(1;100)$ .

B.  $(115;130)$ .

C.  $(100;115)$ .

D.  $(130;2023)$ .

----- **HẾT** -----

(Đề thi có 6 trang)

Họ và tên: .....

Số báo danh: .....

Mã đề 102

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;3)$ . Điểm đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

- A.  $(1;-2;3)$ . B.  $(1;2;-3)$ . C.  $(-1;-2;-3)$ . D.  $(-1;2;3)$ .

**Câu 2:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ . Hỏi  $d$  đi qua điểm nào trong các điểm sau:

- A.  $C(-3;4;5)$ . B.  $D(3;-4;-5)$ . C.  $B(-1;2;-3)$ . D.  $A(1;-2;3)$ .

**Câu 3:** Cho một tổ có 15 thành viên. Số cách chọn ra 2 người lần lượt làm tổ trưởng và tổ phó là

- A. 225. B. 30. C. 210. D. 105.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x-2z+3=0$  có một vector pháp tuyến là:

- A.  $\vec{n}_1 = (1;0;-2)$  B.  $\vec{n}_4 = (1;-2;3)$  C.  $\vec{n}_3 = (1;-2;0)$  D.  $\vec{n}_2 = (-1;2;-3)$ .

**Câu 5:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 1 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

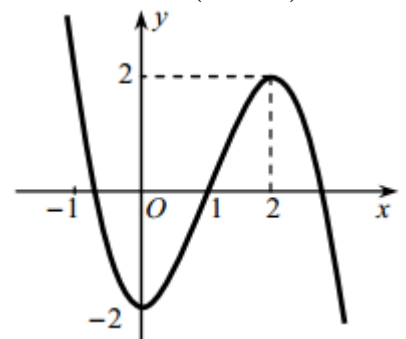
- A.  $(-1;-2;-3)$ . B.  $(2;4;6)$ . C.  $(-2;-4;-6)$ . D.  $(1;2;3)$ .

**Câu 6:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(x-2) < 1$  là

- A.  $(2;12)$ . B.  $(-\infty;12)$ . C.  $(-\infty;3)$ . D.  $(12;+\infty)$ .

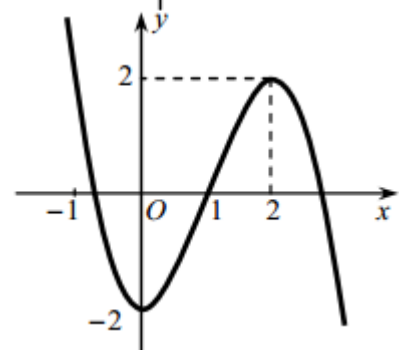
**Câu 7:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2;2)$ . B.  $(-\infty;0)$ . C.  $(0;2)$ . D.  $(2;+\infty)$ .



**Câu 8:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.



**Câu 9:** Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 16. B. 8. C. 4. D. 64.

**Câu 10:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{3x-1}$  là đường thẳng có phương trình:

- A.  $x = \frac{1}{3}$ . B.  $y = -\frac{2}{3}$ . C.  $x = -\frac{1}{3}$ . D.  $y = \frac{2}{3}$ .

**Câu 11:** Giả sử  $\int_0^9 f(x)dx = 7$  và  $\int_9^0 g(x)dx = 1$ . Khi đó,  $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx$  bằng:

- A.  $I = 11$ . B.  $I = 17$ . C.  $I = 23$ . D.  $I = 8$ .

**Câu 12:** Trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log_3 |x|$  là:

- A.  $y' = \frac{1}{|x|\ln 3}$ . B.  $y' = \frac{1}{x\ln 3}$ . C.  $y' = \frac{\ln 3}{x}$ . D.  $y' = -\frac{1}{x\ln 3}$ .

**Câu 13:** Cho số phức  $z = 2 + 9i$ , phần ảo của số phức  $z^2$  bằng

- A. 36. B. 36i. C. 18. D. 9.

**Câu 14:** Cho hình trụ có đường kính đáy  $2r$  và độ dài đường sinh  $l$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

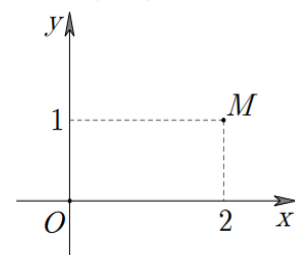
- A.  $2\pi rl$ . B.  $4\pi rl$ . C.  $\pi rl$ . D.  $\pi r^2 h$ .

**Câu 15:** Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2i| = 2023$  là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A.  $(0; 2)$ . B.  $(-2; 0)$ . C.  $(0; -2)$ . D.  $(2; 0)$ .

**Câu 16:** Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức  $z$ . Số phức  $\bar{z}$  là:

- A.  $1 - 2i$ . B.  $2 + i$ .  
C.  $1 + 2i$ . D.  $2 - i$ .



**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1; -1; -1)$  và  $N(5; 5; 1)$ . Đường thẳng  $MN$  có phương trình là:

- A.  $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$  B.  $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$  C.  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = t \end{cases}$  D.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

**Câu 18:** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(Oxy)$  và  $(Oyz)$  bằng

- A.  $30^\circ$ . B.  $45^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $90^\circ$ .

**Câu 19:** Nếu  $\int_{-1}^4 f(x)dx = 2$  và  $\int_{-1}^4 g(x)dx = 3$  thì  $\int_{-1}^4 [f(x) - g(x)]dx$  bằng

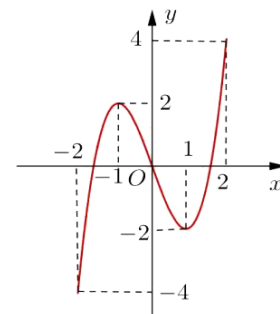
- A. 5. B. 6. C. 1. D. -1.

**Câu 20:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z = 7 - 6i$  có tọa độ là

- A.  $(-6; 7)$ . B.  $(6; 7)$ . C.  $(7; 6)$ . D.  $(7; -6)$ .

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn có  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = f(x)$  là

- A. -4. B. -2.  
C.  $(1; -2)$ . D.  $x = 1$ .



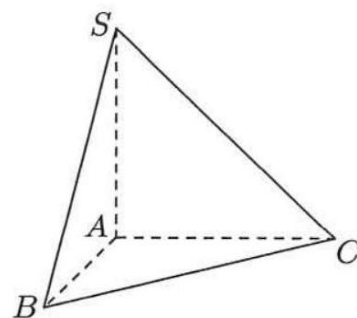
**Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ . Tính bán kính  $r$  của mặt cầu.

- A.  $r = 2\sqrt{2}$ . B.  $r = \sqrt{26}$ . C.  $r = 4$ . D.  $r = \sqrt{2}$ .

**Câu 23:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2$ ,  $SA$  vuông góc với đáy và  $SA = 3$  (tham khảo hình bên).

Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12 .                      B. 2 .  
C. 6.                         D. 4 .

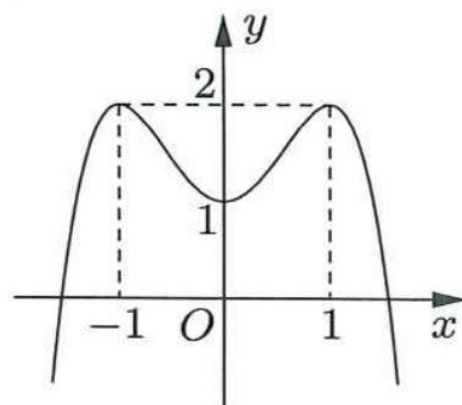


**Câu 24:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

- A.  $x^3 - \cos x$  .                      B.  $6x + \cos x + C$  .                      C.  $x^3 - \cos x + C$  .                      D.  $6x - \cos x + C$  .

**Câu 25:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A.  $y_{ct} = 1$  .                      B.  $x_{ct} = 0$  .  
C.  $(1; 2)$  .                      D.  $(0; 1)$  .

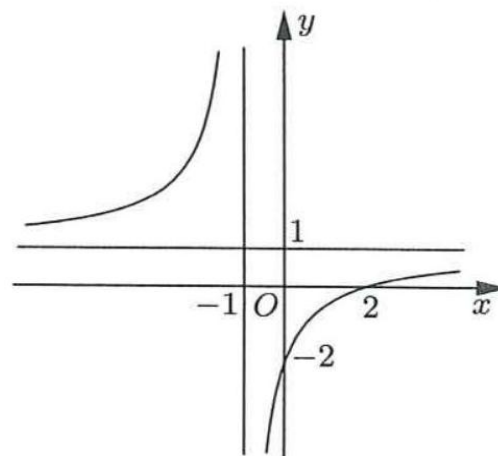


**Câu 26:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a; x = b$  ( $a < b$ ) là

- A.  $S = \int_b^a |f(x)| dx$  .                      B.  $S = \int_a^b f(x) dx$  .                      C.  $S = \int_a^b |f(x)| dx$  .                      D.  $S = \int_b^a f(x) dx$  .

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

- A.  $(0; -2)$  .                      B.  $(2; 0)$  .  
C.  $(-2; 0)$  .                      D.  $(0; 2)$  .



**Câu 28:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^3} b$  bằng

- A.  $3 + \log_a b$                       B.  $3 \log_a b$                       C.  $\frac{1}{3} + \log_a b$                       D.  $\frac{1}{3} \log_a b$

**Câu 29:** Đạo hàm của hàm số  $y = \pi^x$  là:

- A.  $y' = \pi^x \ln \pi$  .                      B.  $y' = x \cdot \pi^{x-1}$  .                      C.  $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$  .                      D.  $y' = \frac{\pi^{x+1}}{x+1}$  .

**Câu 30:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x+1} \leq 4$  là

- A.  $(-\infty; 1]$  .                      B.  $(1; +\infty)$  .                      C.  $[1; +\infty)$  .                      D.  $(-\infty; 1)$  .

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-3)^4(2-x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; 2)$  .                      B.  $(3; +\infty)$  .                      C.  $(2; +\infty)$  .                      D.  $(-\infty; 3)$  .

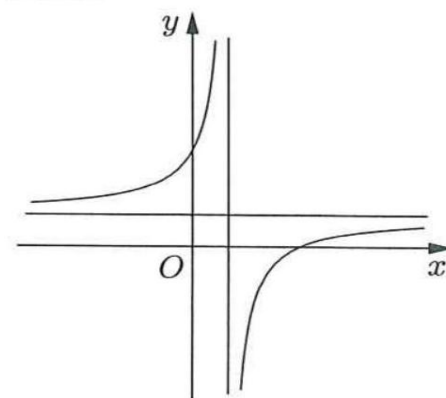
**Câu 32:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .

B.  $y = \frac{x-3}{x-1}$ .

C.  $y = x^2 - 4x + 1$ .

D.  $y = x^3 - 3x - 5$ .



**Câu 33:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

A. 3.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{4}$ .

D.  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 34:** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$  bằng

A. 8.

B. 6.

C. 16.

D. 2.

**Câu 35:** Cho  $\int \frac{1}{x \ln^2 x} dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $F'(x) = \frac{-1}{\ln x}$

B.  $F'(x) = \frac{-1}{\ln x} + C$ .

C.  $F'(x) = \frac{1}{x \ln^2 x}$ .

D.  $F'(x) = -\frac{1}{\ln^2 x}$

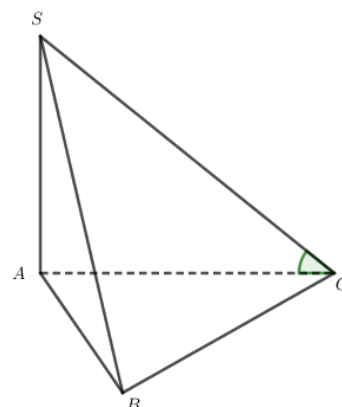
**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ; tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và  $SA = a$ . Tìm góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

A.  $30^\circ$ .

B.  $45^\circ$ .

C.  $60^\circ$ .

D.  $90^\circ$ .



**Câu 37:** Giải bóng đá Mini cấp trường của một trường THPT, có 16 đội đăng kí tham dự trong đó có 3 đội  $12A_1$ ,  $12A_2$  và  $12A_3$ . Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia đều 16 đội vào 4 bảng (mỗi bảng 4 đội) để đá vòng loại. Tính xác suất để 3 đội của 3 lớp  $12A_1$ ,  $12A_2$  và  $12A_3$  nằm ở 3 bảng khác nhau.

A.  $\frac{53}{56}$ .

B.  $\frac{16}{35}$ .

C.  $\frac{19}{28}$ .

D.  $\frac{3}{56}$ .

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,

$SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \frac{a\sqrt{3}}{3}$  (tham khảo hình bên dưới).

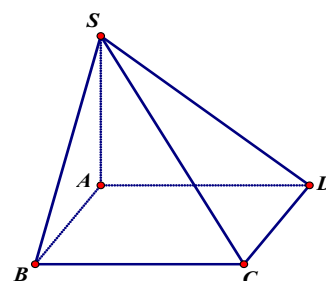
Khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  là

A.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

C.  $\frac{a}{2}$ .

D.  $a$ .



**Câu 39:** Số các giá trị nguyên của  $x$  thỏa  $(2^{x^2} - 16)(\log_3 x - 4) \leq 0$  là

A. Vô số.

B. 17.

C. 80.

D. 78.

**Câu 40:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 13 = 0$  và  $A, B$  lần lượt là hai điểm biểu diễn hai số phức  $z_1, z_2$  trong mặt phẳng  $Oxy$ . Diện tích của tam giác  $OAB$  bằng

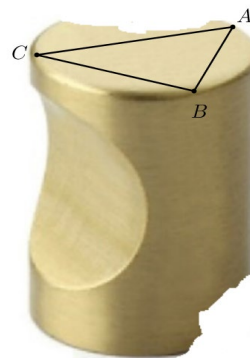
A.  $\frac{13}{2}$ .

B. 6.

C. 13.

D. 12.

**Câu 41:** Cho một cổ vật hình trụ có chiều cao đo được là 81cm, do bị hư hại nên khi tiến hành đo đạc lại thu được  $AB = 50\text{cm}$ ,  $BC = 70\text{cm}$ ,  $CA = 80\text{cm}$ , với  $A, B, C$  thuộc đường tròn nắp trên như hình vẽ. Thể tích khối cổ vật ban đầu gần nhất với số nào sau đây?



- A.  $1,03\text{m}^3$ .      B.  $6,56\text{m}^3$ .  
C.  $0,42\text{m}^3$ .      D.  $0,43\text{m}^3$ .

**Câu 42:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn

$(x^3 + 4x)f'(x) = -(3x^2 + 4)f(x) + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = f(x)$ , hai trục tọa độ và  $x=2$  là

- A. đáp án khác.      B.  $2\pi$ .      C.  $\frac{4\pi}{3}$ .      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

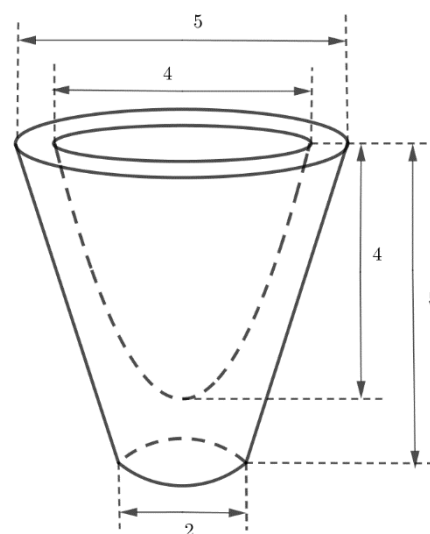
**Câu 43:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2023; 2023]$  để hàm số  $y = \left| \frac{x-10}{x-m} \right|$  đồng biến trên khoảng  $(-5; 5]$ ?

- A. 2019.      B. 2017.      C. 4.      D. 2018.

**Câu 44:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0;1;2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và cách A một khoảng lớn nhất. Khoảng cách từ điểm  $M(5;-1;3)$  đến  $(P)$  bằng

- A.  $\frac{7}{3}$ .      B. 1.      C.  $\frac{1}{3}$ .      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 45:** Một cái ly làm bằng thủy tinh, có hình dạng là khối nón cụt và các kích thước như hình vẽ. Phần rỗng bên trong có thiết diện qua trục là Parabol. Thể tích khối thủy tinh bằng bao nhiêu?



- A.  $\frac{55}{4}\pi$       B.  $\frac{43}{4}\pi$   
C.  $\frac{33}{4}\pi$       D.  $\frac{65}{4}\pi$

**Câu 46:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{5}$ ,  $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$ ,  $\widehat{ABC} = 135^\circ$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(ABD)$  và  $(BCD)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng

- A.  $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$ .      B.  $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$ .      C.  $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ .      D.  $\frac{a^3}{6}$ .

**Câu 47.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;0;10)$  và  $B\left(3;4;\frac{19}{2}\right)$ . Xét các điểm  $M$  thay đổi sao cho tam giác  $OAM$  không phải là tam giác nhọn và có diện tích bằng 20. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng  $MB$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.  $(5;10)$ .      B.  $(3;5)$ .      C.  $\left(\frac{3}{2};3\right)$ .      D.  $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 48:** Cho các số phức  $z, w, u$  thỏa mãn  $|z - 4 + 2i| = |2z + \bar{z}|$ ,  $\frac{w - 8 - 10i}{w - 6 - 10i}$  là số thuần ảo và

$|u + 1 - 2i| = |u - 2 + i|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $T = |u - z| + |\bar{u} - \bar{w}|$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A.  $(0; 5]$ .                      B.  $(5; 8)$ .                      C.  $[8; 10)$ .                      D.  $[10; +\infty)$ .

**Câu 49:** Có bao nhiêu số nguyên dương  $y$  để tồn tại số thực  $x > 1$  thỏa mãn

$$x(2^{xy} + \log_2(xy)) = xy^4 + 15xy - 30 + 10y?$$

- A. 16.                      B. 15.                      C. 26.                      D. 27.

**Câu 50.** Cho hàm số  $f(x) = (x - 3)^2(2x - 7)^3(3x - 10)^{2023}(x - 4)^{2024}$ . Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $h(x) = f(|-x^4 + 8x^2 + mx|)$  có số điểm cực tiểu nhiều nhất là

$S = (a; b) \setminus \{c\}$ . Giá trị của biểu thức  $T = a^2 - ab + b^2 + abc$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A.  $(1; 100)$ .                      B.  $(115; 130)$ .                      C.  $(100; 115)$ .                      D.  $(130; 2023)$ .

----- **HẾT** -----

| Đề\câu | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1      | A   | D   | C   | C   | B   | D   | A   | A   |
| 2      | A   | D   | A   | A   | C   | B   | A   | C   |
| 3      | C   | C   | C   | A   | A   | A   | B   | A   |
| 4      | D   | A   | A   | A   | B   | B   | C   | D   |
| 5      | B   | A   | A   | D   | D   | D   | D   | A   |
| 6      | A   | A   | D   | D   | A   | C   | D   | B   |
| 7      | C   | C   | A   | A   | C   | D   | B   | A   |
| 8      | D   | C   | B   | A   | B   | C   | C   | C   |
| 9      | A   | D   | A   | C   | D   | B   | A   | A   |
| 10     | A   | A   | A   | A   | B   | C   | B   | B   |
| 11     | C   | A   | B   | A   | D   | D   | A   | D   |
| 12     | A   | B   | B   | B   | A   | A   | A   | D   |
| 13     | B   | A   | D   | D   | A   | A   | C   | C   |
| 14     | C   | A   | B   | A   | D   | A   | C   | D   |
| 15     | C   | A   | D   | D   | C   | C   | D   | A   |
| 16     | B   | D   | A   | D   | D   | D   | A   | D   |
| 17     | C   | C   | C   | A   | A   | B   | A   | A   |
| 18     | B   | D   | A   | A   | A   | B   | B   | C   |
| 19     | A   | D   | C   | C   | C   | D   | A   | A   |
| 20     | B   | D   | B   | B   | B   | A   | A   | C   |
| 21     | B   | B   | A   | C   | A   | C   | D   | A   |
| 22     | A   | A   | D   | C   | A   | A   | A   | A   |
| 23     | D   | B   | D   | D   | C   | A   | D   | B   |
| 24     | A   | C   | A   | A   | A   | A   | D   | C   |
| 25     | A   | B   | D   | C   | A   | A   | A   | D   |
| 26     | A   | C   | A   | B   | A   | A   | A   | D   |
| 27     | A   | A   | C   | D   | D   | D   | C   | B   |
| 28     | D   | D   | A   | B   | D   | A   | C   | D   |
| 29     | D   | A   | B   | A   | A   | A   | C   | C   |
| 30     | C   | A   | A   | A   | B   | D   | A   | A   |
| 31     | A   | A   | D   | B   | C   | A   | D   | B   |
| 32     | D   | B   | A   | D   | A   | C   | D   | A   |
| 33     | D   | B   | D   | C   | D   | B   | A   | A   |
| 34     | D   | A   | C   | B   | A   | C   | B   | B   |
| 35     | A   | C   | C   | A   | C   | A   | B   | A   |
| 36     | B   | B   | A   | B   | C   | B   | D   | B   |
| 37     | D   | B   | C   | B   | B   | C   | A   | D   |
| 38     | B   | C   | A   | A   | C   | D   | A   | B   |
| 39     | B   | C   | B   | A   | D   | A   | D   | B   |
| 40     | A   | B   | C   | B   | A   | B   | C   | A   |
| 41     | B   | C   | D   | B   | B   | C   | B   | B   |
| 42     | C   | D   | B   | C   | A   | C   | C   | C   |
| 43     | A   | C   | A   | B   | D   | A   | B   | B   |
| 44     | D   | D   | D   | C   | D   | A   | D   | D   |
| 45     | B   | C   | C   | D   | B   | D   | D   | C   |
| 46     | D   | D   | D   | D   | D   | D   | D   | D   |
| 47     | D   | D   | D   | D   | D   | D   | D   | D   |
| 48     | B   | B   | B   | B   | B   | B   | B   | B   |
| 49     | A   | A   | A   | A   | A   | A   | A   | A   |
| 50     | B   | B   | B   | B   | B   | B   | B   | B   |

## BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.A  | 2.A  | 3.C  | 4.D  | 5.B  | 6.A  | 7.C  | 8.D  | 9.A  | 10.A |
| 11.C | 12.A | 13.B | 14.C | 15.C | 16.B | 17.C | 18.B | 19.A | 20.B |
| 21.B | 22.C | 23.D | 24.A | 25.A | 26.A | 27.A | 28.D | 29.D | 30.C |
| 31.A | 32.D | 33.D | 34.D | 35.A | 36.B | 37.D | 38.B | 39.B | 40.D |
| 41.B | 42.C | 43.A | 44.D | 45.B | 46.D | 47.D | 48.B | 49.A | 50.B |

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Tập nghiệm của bất phương trình  $2^{x+1} \leq 4$  là

- A.**  $(-\infty; 1]$       **B.**  $(1; +\infty)$       **C.**  $[1; +\infty)$       **D.**  $(-\infty; 1)$

**Lời giải**

**Chọn A**

$$2^{x+1} \leq 4$$

$$\Leftrightarrow x+1 \leq 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq 1$$

**Câu 2:** Tích tất cả các nghiệm của phương trình  $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0$  bằng

- A.** 8      **B.** 6      **C.** 16      **D.** 2

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } x_1 \cdot x_2 = 8$$

**Câu 3:** Cho  $\int \frac{1}{x \ln^2 x} dx = F(x) + C$ . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.**  $F'(x) = \frac{-1}{\ln x}$       **B.**  $F'(x) = \frac{-1}{\ln x} + C$ .  
**C.**  $F'(x) = \frac{1}{x \ln^2 x}$ .      **D.**  $F'(x) = -\frac{1}{\ln^2 x}$

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Vì } \int F'(x) dx = F(x) + C. \text{ Nên } F'(x) = \frac{1}{x \ln^2 x}$$

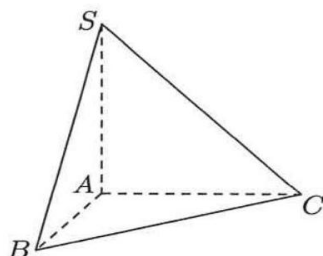
**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ . Hỏi  $d$  đi qua điểm nào trong các điểm sau:

- A.**  $C(-3; 4; 5)$ .      **B.**  $D(3; -4; -5)$ .      **C.**  $B(-1; 2; -3)$ .      **D.**  $A(1; -2; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Câu 5:** Cho khối chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2$ ,  $SA$  vuông



góc với đáy và  $SA = 3$  (tham khảo hình bên).

Thể tích khối chóp đã cho bằng

**A.** 12.

**B.** 2.

**C.** 6.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SA = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2$$

**Câu 6:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$ . Tính bán kính  $r$  của mặt cầu.

**A.**  $r = 2\sqrt{2}$ .

**B.**  $r = \sqrt{26}$ .

**C.**  $r = 4$ .

**D.**  $r = \sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Bán kính  $r$  của mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 2 = 0$  là

$$r = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2 + 2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}.$$

**Câu 7:** Cho một tổ có 15 thành viên. Số cách chọn ra 2 người lần lượt làm tổ trưởng và tổ phó là

**A.** 225.

**B.** 30.

**C.** 210.

**D.** 105.

**Lời giải**

**Chọn C**

Số cách chọn ra 2 người lần lượt làm tổ trưởng và tổ phó từ tổ có 15 thành viên là:  $A_{15}^2 = 210$ .

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(1;2;3)$ . Điểm đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là

**A.**  $(1;-2;3)$ .

**B.**  $(1;2;-3)$ .

**C.**  $(-1;-2;-3)$ .

**D.**  $(-1;2;3)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điểm  $A'$  đối xứng với  $A$  qua mặt phẳng  $(Oyz)$  có tọa độ là  $(-1;2;3)$ .

**Câu 9:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x - 2z + 3 = 0$  có một vector pháp tuyến là:

**A.**  $\vec{n}_1 = (1;0;-2)$

**B.**  $\vec{n}_4 = (1;-2;3)$

**C.**  $\vec{n}_3 = (1;-2;0)$

**D.**  $\vec{n}_2 = (-1;2;-3)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Mặt phẳng  $(P): x - 2z + 3 = 0$  có một vector pháp tuyến là:  $\vec{n}_1 = (1;0;-2)$ .

**Câu 10:** Đạo hàm của hàm số  $y = \pi^x$  là:

**A.**  $y' = \pi^x \ln \pi$ .

**B.**  $y' = x \cdot \pi^{x-1}$ .

**C.**  $y' = \frac{\pi^x}{\ln \pi}$ .

**D.**  $y' = \frac{\pi^{x+1}}{x+1}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$y = \pi^x \Rightarrow y' = \pi^x \ln \pi.$$

**Câu 11:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $M(1;-1;-1)$  và  $N(5;5;1)$ . Đường thẳng  $MN$  có phương trình là:

**A.**  $\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = t \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$

**Lời giải**

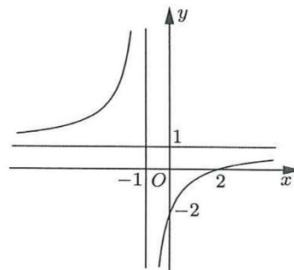
**Chọn C**

$$\overrightarrow{MN} = (4; 6; 2) \Rightarrow \overrightarrow{u_{MN}} = (2; 3; 1)$$

Phương trình đường thẳng  $MN$  đi qua điểm  $M(1; -1; -1)$  và có vector chỉ phương  $\overrightarrow{u_{MN}} = (2; 3; 1)$  là:

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

**Câu 12:** Cho hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là:

**A.**  $(0; -2)$

**B.**  $(2; 0)$

**C.**  $(-2; 0)$

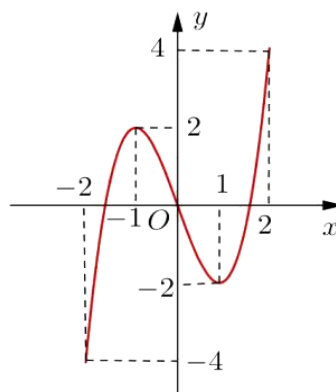
**D.**  $(0; 2)$

**Lời giải**

**Chọn A**

Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là  $(0; -2)$

**Câu 13:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn có  $[-2; 2]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = f(x)$  là:

**A.**  $-4$

**B.**  $-2$

**C.**  $(1; -2)$

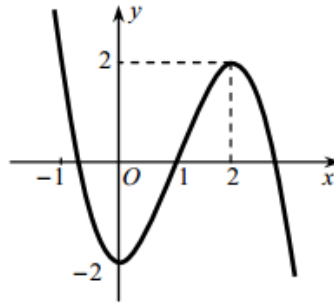
**D.**  $x = 1$

**Lời giải**

**Chọn B**

Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = f(x)$  là  $-2$  tại  $x = 1$

**Câu 14:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm thực phân biệt?

**A.** 2

**B.** 5

**C.** 3

**D.** 4

**Lời giải**

**Chọn C**

Phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$  Đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow m \in (-2; 2)$

Mà  $m \in \mathbb{Z}$

Nên  $m \in \{-1; 0; 1\}$ .

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có ba nghiệm thực phân biệt.

**Câu 15:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = a; x = b$  ( $a < b$ ) là:

**A.**  $S = \int_a^b |f(x)| dx$

**B.**  $S = \int_a^b f(x) dx$

**C.**  $S = \int_a^b |f(x)| dx$

**D.**  $S = \int_b^a f(x) dx$

**Lời giải**

**Chọn C**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng

$x = a; x = b$  ( $a < b$ ) là:  $S = \int_a^b |f(x)| dx$

**Câu 16:** Trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ , đạo hàm của hàm số  $y = \log_3 |x|$  là:

**A.**  $y' = \frac{1}{|x| \ln 3}$

**B.**  $y' = \frac{1}{x \ln 3}$

**C.**  $y' = \frac{\ln 3}{x}$

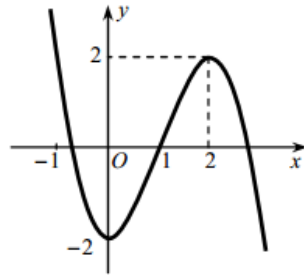
**D.**  $y' = -\frac{1}{x \ln 3}$

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = (\log_3 |x|)' = \frac{1}{x \ln 3}$ .

**Câu 17:** Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A.  $(-2; 2)$ .      B.  $(-\infty; 0)$ .      C.  $(0; 2)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có hàm số đồng biến trên  $(0; 2)$ .

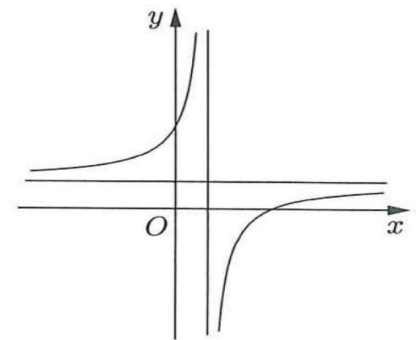
**Câu 18:** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{x-3}{x-1}$ .  
C.  $y = x^2 - 4x + 1$ .      D.  $y = x^3 - 3x - 5$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đồ thị hàm số dạng  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  và hàm số đồng biến



trên

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y + 6z + 1 = 0$ . Tâm của  $(S)$  có tọa độ là

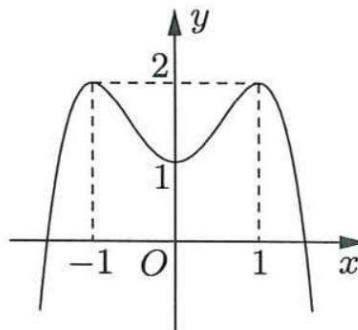
- A.  $(-1; -2; -3)$ .      B.  $(2; 4; 6)$ .      C.  $(2; 3; 4)$ .      D.  $(1; 2; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tâm của  $(S)$  có tọa độ là  $(-1; -2; -3)$ .

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là



- A.  $y_{ct} = 1$ .      B.  $x_{ct} = 0$ .      C.  $(1; 2)$ .      D.  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là  $x_{ct} = 0$ .

**Câu 21:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $u_3$  bằng

A. 3.

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $\frac{1}{4}$ .

D.  $\frac{7}{2}$ .

Lời giải

Chọn B

$$u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

**Câu 22:** Cho hình trụ có đường kính đáy  $2r$  và độ dài đường sinh  $l$ . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A.  $2\pi rl$ .

B.  $4\pi rl$ .

C.  $\pi rl$ .

D.  $\pi r^2 h$ .

Lời giải

Chọn C

**Câu 23:** Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 16.

B. 8.

C. 4.

D. 64.

Lời giải

Chọn D

$$V = 4^3 = 64$$

**Câu 24:** Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z - 2i| = 2023$  là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A.  $(0; 2)$ .

B.  $(-2; 0)$ .

C.  $(0; -2)$ .

D.  $(2; 0)$ .

Lời giải

Chọn A

Gọi  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ )

$$|z - 2i| = 2023 \Leftrightarrow |x + yi - 2i| = 2023 \Leftrightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 2023^2$$

**Câu 25:** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{3x-1}$  là đường thẳng có phương trình

A.  $x = \frac{1}{3}$ .

B.  $y = -\frac{2}{3}$ .

C.  $x = -\frac{1}{3}$ .

D.  $y = \frac{2}{3}$ .

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{2x+1}{3x-1} = \infty \text{ nên } x = \frac{1}{3} \text{ là tiệm cận đứng.}$$

**Câu 26:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log(x-2) < 1$  là

A.  $(2; 12)$ .

B.  $(-\infty; 12)$ .

C.  $(-\infty; 3)$ .

D.  $(12; +\infty)$ .

Lời giải

Chọn A

$$\log(x-2) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 < 10 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x < 12.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $S = (2; 12)$ .

**Câu 27:** Giả sử  $\int_0^9 f(x)dx = 7$  và  $\int_9^0 g(x)dx = 1$ . Khi đó  $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx$  bằng

**A.**  $I = 11$ .                      **B.**  $I = 17$ .                      **C.**  $I = 23$ .                      **D.**  $I = 8$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$I = 2 \int_0^9 f(x)dx + 3 \int_9^0 g(x)dx = 2 \cdot 7 + 3 \cdot (-1) = 11.$$

**Câu 28:** Nếu  $\int_{-1}^4 f(x)dx = 2$  và  $\int_{-1}^4 g(x)dx = 3$ . Khi đó  $\int_{-1}^4 [f(x) - g(x)]dx$  bằng

**A.** 5.                      **B.** 6.                      **C.** 1.                      **D.** -1.

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\int_{-1}^4 [f(x) - g(x)]dx = \int_{-1}^4 f(x)dx - \int_{-1}^4 g(x)dx = 2 - 3 = -1.$$

**Câu 29:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức  $z = 7 - 6i$  có tọa độ là

**A.**  $(-6; 7)$ .                      **B.**  $(6; 7)$ .                      **C.**  $(7; 6)$ .                      **D.**  $(7; -6)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Điểm biểu diễn số phức  $z = 7 - 6i$  là  $M(7; -6)$ .

**Câu 30:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x^2 + \sin x$  là

**A.**  $x^3 - \cos x$ .                      **B.**  $6x + \cos x + C$ .                      **C.**  $x^3 - \cos x + C$ .                      **D.**  $6x - \cos x + C$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\int f(x)dx = \int (3x^2 + \sin x)dx = x^3 - \cos x + C.$$

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-3)^4(2-x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

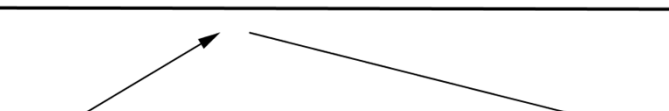
**A.**  $(1; 2)$ .                      **B.**  $(3; +\infty)$ .                      **C.**  $(2; +\infty)$ .                      **D.**  $(-\infty; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$f'(x) = (x-3)^4(2-x)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

|         |                                                                                      |   |   |           |   |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|---|---|-----------|---|
| $x$     | $-\infty$                                                                            | 2 | 3 | $+\infty$ |   |
| $f'(x)$ | +                                                                                    | 0 | - | 0         | - |
| $f(x)$  |  |   |   |           |   |

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên  $(1;2)$ .

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , góc giữa hai mặt phẳng  $(Oxy)$  và  $(Oyz)$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

Lời giải

**Chọn D**

Do mặt phẳng  $(Oxy)$  vuông góc với mặt phẳng  $(Oyz)$  nên góc giữa hai mặt phẳng  $(Oxy)$  và  $(Oyz)$  bằng  $90^\circ$ .

**Câu 33:** Với  $a, b$  là các số thực dương tùy ý và  $a \neq 1$ ,  $\log_{a^3} b$  bằng

- A.  $3 + \log_a b$ .                      B.  $3 \log_a b$ .                      C.  $\frac{1}{3} + \log_a b$ .                      D.  $\frac{1}{3} \log_a b$ .

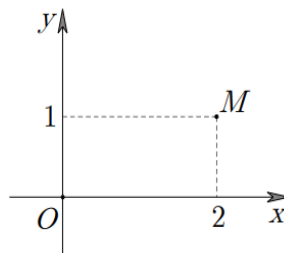
Lời giải

**Chọn D**

$$\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b.$$

**Câu 34:** Trong hình vẽ bên, điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z$ . Số phức  $\bar{z}$  là

- A.  $1 - 2i$ .                      B.  $2 + i$ .                      C.  $1 + 2i$ .                      D.  $2 - i$ .



Lời giải

**Chọn D**

$$\text{Ta có } M(2;1) \Rightarrow z = 2 + i \Rightarrow \bar{z} = 2 - i.$$

**Câu 35:** Cho số phức  $z = 2 + 9i$ , phần ảo của số phức  $z^2$  bằng

- A. 36.                      B.  $36i$ .                      C. 18.                      D. 9.

Lời giải

**Chọn A**

$$\text{Ta có } z = 2 + 9i \Rightarrow z^2 = -77 + 36i.$$

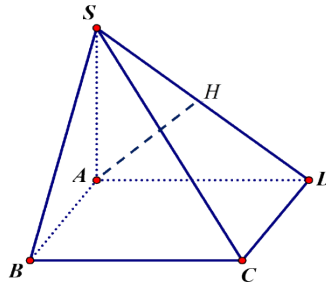
Phần ảo của số phức  $z^2$  bằng 36.

**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ ; tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$  và  $SA = a$ . Tìm góc giữa  $SC$  và mặt phẳng  $(ABC)$ .

- ### Lời giải

**Chọn B**

Kẻ  $AH \perp SD$  tại  $H$ .



Dễ thấy  $CD \perp AB, CD \perp SA \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow AH \perp CD$ , mà  $AH \perp SD \Rightarrow AH \perp (SCD)$ .

Suy ra  $d(A; (SCD)) = AH$ .

$$\text{Mà } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}. \text{ Vậy } d(A; (SCD)) = AH = \frac{a}{2}.$$

**Câu 39:** Số các giá trị nguyên của  $x$  thỏa  $(2^{x^2} - 16)(\log_3 x - 4) \leq 0$  là

A. Vô số.

B. 80.

C. 17.

D. 78.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$(2^{x^2} - 16)(\log_3 x - 4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} - 16 \geq 0 \\ \log_3 x - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \geq 4 \\ 0 \leq x \leq 3^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \\ 0 \leq x \leq 81 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 81.$$

$x$  nguyên nên có 80 giá trị thỏa mãn.

**Câu 40:** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 4z + 13 = 0$  và  $A, B$  lần lượt là hai điểm biểu diễn hai số phức  $z_1, z_2$  trong mặt phẳng  $Oxy$ . Diện tích của tam giác  $OAB$  bằng

A. 6.

B. 12.

C. 13.

D.  $\frac{13}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |z_1| \cdot |z_2| = \frac{1}{2} |z_1 z_2| = \frac{13}{2}.$$

**Câu 41:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $(x^3 + 4x)f'(x) = -(3x^2 + 4)f(x) + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường:  $y = f(x)$ , hai trục tọa độ và  $x = 2$  là

A. đáp án khác.

B.  $\frac{\pi}{2}$ .

C.  $\frac{4\pi}{3}$ .

D.  $2\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

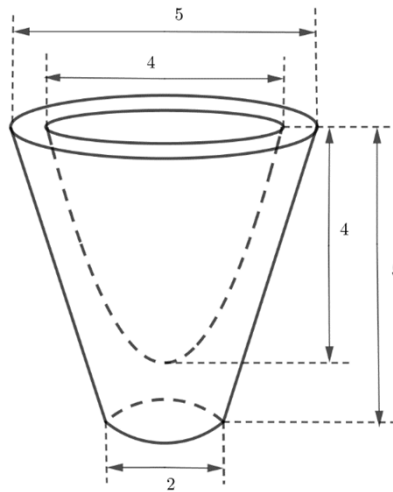
$$(x^3 + 4x)f'(x) = -(3x^2 + 4)f(x) + 4 \Leftrightarrow \left[ (x^3 + 4x)f(x) \right]' = 4 \Leftrightarrow x(x^2 + 4)f(x) = 4x + C$$

Đẳng thức đúng với  $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow C = 0$  và  $f(x) = \frac{4}{x^2 + 4}$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn cần tính là

$$S = \int_0^2 |f(x)| dx = \int_0^2 \frac{4}{x^2 + 4} dx = \frac{\pi}{2}.$$

**Câu 42:** Một cái ly làm bằng thủy tinh, có hình dạng là khối nón cụt và các kích thước như hình vẽ. Phần rỗng bên trong có thiết diện qua trục là Parabol.



Thể tích khối thủy tinh bằng bao nhiêu?

**A.**  $\frac{43}{4}\pi$

**B.**  $\frac{55}{4}\pi$

**C.**  $\frac{33}{4}\pi$

**D.**  $\frac{65}{4}\pi$

**Lời giải**

**Chọn C**

Thể tích khối nón cụt là  $V_1 = \frac{\pi h(R^2 + r^2 + Rr)}{3} = \frac{\pi 5 \left( \left( \frac{5}{2} \right)^2 + 1^2 + \frac{5}{2} \right)}{3} = \frac{65\pi}{4}$

Thể tích phần rỗng bên trong là một chảo parabol  $V_2 = \frac{\pi R^2 h}{2} = \frac{\pi 2^2 \cdot 4}{2} = 8\pi$

Thể tích khối thủy tinh bằng  $V_1 - V_2 = \frac{65\pi}{4} - 8\pi = \frac{33\pi}{4}$ .

**Câu 43:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $A(0;1;2)$  và đường thẳng  $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ . Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và cách  $A$  một khoảng lớn nhất. Khoảng cách từ điểm  $M(5;-1;3)$  đến  $(P)$  bằng

**A.**  $\frac{2}{3}$

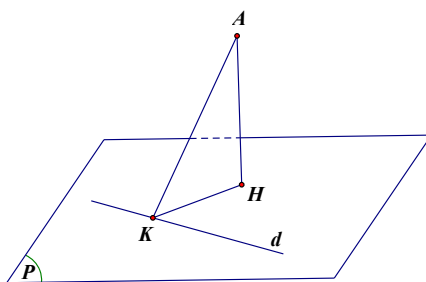
**B.**  $\frac{7}{3}$

**C.**  $\frac{1}{3}$

**D.** 1.

**Lời giải**

**Chọn A**



Gọi khoảng cách từ  $A$  tới mặt phẳng  $(P)$  là  $AH$ , khoảng cách từ  $A$  tới đường thẳng  $d$  là  $AK$  không đổi.

Nhận xét  $AH \leq AK$

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow H \equiv K$  Khi đó  $AK$  vuông góc mặt phẳng  $(P)$  tại  $K$ .

Mặt phẳng  $(AHK)$  có vector pháp tuyến  $\vec{n} = \vec{u}_d = (2; -1; -2)$  và đi qua  $A(0; 1; 2)$

$$\Rightarrow (AHK): 2x - y - 2z + 5 = 0.$$

$$\text{Thế } \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \text{ vào } 2x - y - 2z + 5 = 0 \Rightarrow 2(4 + 2t) - 2 + t - 2(1 - 2t) + 5 = 0 \Leftrightarrow t = -1$$

Suy ra  $K(2; 3; 3)$ .

Mặt phẳng  $(P)$  có vector pháp tuyến  $\vec{n} = \vec{AK} = (2; 2; 1)$  và đi qua  $K(2; 3; 3)$

$$\Rightarrow (P): 2x + 2y + z - 13 = 0.$$

$$\text{Vậy } d[M; (P)] = \frac{|2 \cdot 5 + 2(-1) + 3 - 13|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{2}{3}.$$

**Câu 44:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2023; 2023]$  để hàm số  $y = \left| \frac{x-10}{x-m} \right|$  đồng biến trên khoảng  $(-5; 5]$ ?

**A.** 2017.

**B.** 2019.

**C.** 2018.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

ĐKXĐ:  $x \neq m$

$$y' = \left( \left| \frac{x-10}{x-m} \right| \right)' = \frac{\frac{x-10}{x-m} \cdot \frac{10-m}{(x-m)^2}}{\left| \frac{x-10}{x-m} \right|} s$$

TH1:  $m < 10$

| $x$  | $-\infty$ | $m$        | $10$       | $+\infty$  |
|------|-----------|------------|------------|------------|
| $y'$ |           | +          | -          | +          |
|      |           | $+\infty$  | $+\infty$  |            |
| $y$  |           | $\nearrow$ | $\searrow$ | $\nearrow$ |
|      | $1$       |            | $0$        | $1$        |

Để hàm số  $y = \left| \frac{x-10}{x-m} \right|$  đồng biến trên khoảng  $(-5; 5]$  thì  $m > 5$ .

TH2:  $m > 10$

|      |           |   |    |  |           |           |           |
|------|-----------|---|----|--|-----------|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ |   | 10 |  | $m$       |           | $+\infty$ |
| $y'$ |           | - |    |  | +         |           | -         |
| $y$  | 1         |   |    |  | $+\infty$ | $+\infty$ | 1         |

Để hàm số  $y = \left| \frac{x-10}{x-m} \right|$  đồng biến trên khoảng  $(-5; 5]$  thì  $m \in \emptyset$ .

Vậy  $10 > m > 5$  và  $m \in \mathbb{Z}$  nên có 4 giá trị.

**Câu 45:** Cho một cổ vật hình trụ có chiều cao đo được là 81cm, do bị hư hại nên khi tiến hành đo đạc lại thu được  $AB = 50\text{cm}$ ,  $BC = 70\text{cm}$ ,  $CA = 80\text{cm}$ , với  $A, B, C$  thuộc đường tròn nắp trên như hình vẽ. Thể tích khối cổ vật ban đầu gần nhất với số nào sau đây?

- A.  $6,56\text{m}^3$ .      B.  $0,42\text{m}^3$ .  
C.  $1,03\text{m}^3$ .      D.  $0,43\text{m}^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đổi:  $50\text{cm} = 0,5\text{m}$ ;  $70\text{cm} = 0,7\text{m}$ ;  $80\text{cm} = 0,8\text{m}$ ;  $81\text{cm} = 0,81\text{m}$

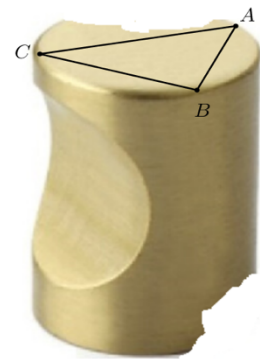
Nửa chu vi tam giác ABC:  $p = \frac{0,5 + 0,7 + 0,8}{2} = 1\text{m}$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{\sqrt{3}}{10} (\text{m}^2)$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC:

$$R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S} = \frac{7\sqrt{3}}{30} \text{m}$$

$$V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left( \frac{7\sqrt{3}}{30} \right)^2 \cdot 0,81 \approx 0,42\text{m}^3$$

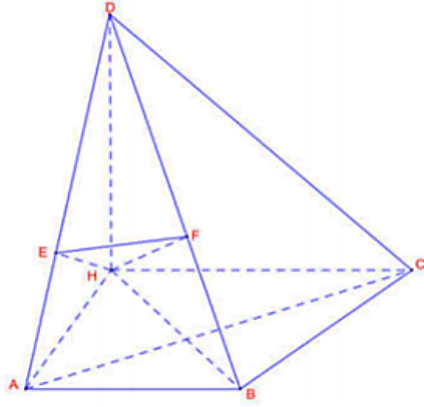


**Câu 46:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB = a$ ,  $AC = a\sqrt{5}$ ,  $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$ ,  $\widehat{ABC} = 135^\circ$ . Biết góc giữa hai mặt phẳng  $(ABD)$  và  $(BCD)$  bằng  $30^\circ$ . Thể tích khối tứ diện  $ABCD$  bằng

- A.  $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$ .      B.  $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$ .      C.  $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$ .      D.  $\frac{a^3}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Dựng  $DH \perp (ABC)$ .

Ta có  $\begin{cases} BA \perp DA \\ BA \perp DH \end{cases} \Rightarrow BA \perp AH$ . Tương tự  $\begin{cases} BC \perp DB \\ BC \perp DH \end{cases} \Rightarrow BC \perp BH$ .

Tam giác AHB có  $AB = a, \widehat{ABH} = 45^\circ \Rightarrow \triangle HAB$  vuông cân tại  $A \Rightarrow AH = AB = a$ .

Áp dụng định lý cosin, ta có  $BC = a\sqrt{2}$ .

$$\text{Vậy } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC \cdot \sin \widehat{CBA} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

Dựng  $\begin{cases} HE \perp DA \\ HF \perp DB \end{cases} \Rightarrow HE \perp (DAB) \text{ và } HF \perp (DBC)$ .

Suy ra  $\overline{((DBA), (DBC))} = (\widehat{HE}, \widehat{HF}) = \widehat{EHF}$  và tam giác HEF vuông tại  $E$ .

$$\text{Đặt } DH = x, \text{ khi đó } HE = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}, HF = \frac{xa\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + x^2}}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \widehat{EHF} = \frac{HE}{HF} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{x^2 + 2a^2}}{\sqrt{2x^2 + 2a^2}} \Rightarrow x = a.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot DH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3}{6}.$$

**Câu 47:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(0;0;10)$  và  $B\left(3;4;\frac{19}{2}\right)$ . Xét các điểm  $M$  thay đổi sao cho tam giác  $OAM$  không phải là tam giác nhọn và có diện tích bằng 20. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng  $MB$  thuộc khoảng nào dưới đây?

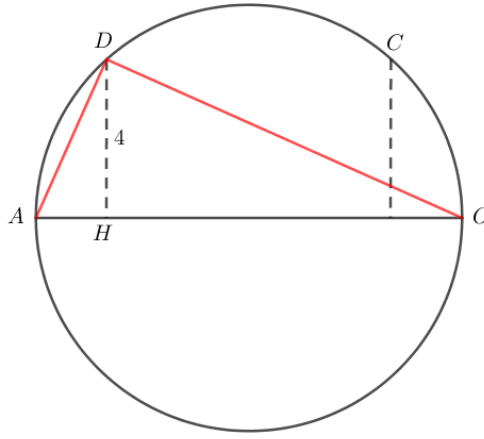
- A.  $(5;10)$       B.  $(3;5)$ .      C.  $\left(\frac{3}{2};3\right)$ .      D.  $\left(0;\frac{3}{2}\right)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } S_{OAM} = \frac{1}{2} OA \cdot d(M; OA) = 20 \Rightarrow d(M; OA) = 4.$$

Suy ra:  $M$  di động trên mặt trụ, bán kính bằng 4, trục là  $OA$ .

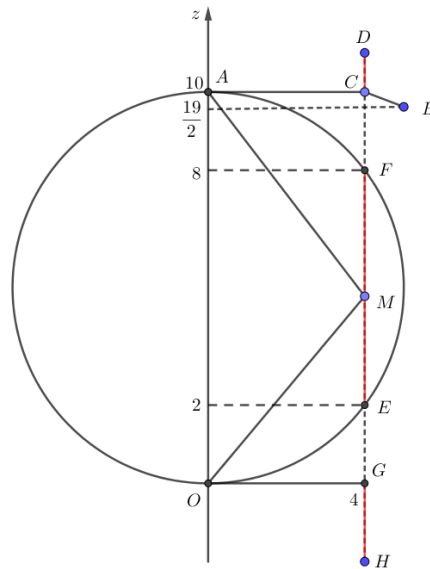


Xét điểm  $D$  như hình vẽ,  $\begin{cases} HA \cdot HO = HD^2 = 16 \\ HA + HO = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} HA = 2 \\ HO = 8 \end{cases}$ .

+**TH1**: Nếu tam giác  $OAM$  là tam giác có góc  $\widehat{AMO} \geq 90^\circ$  thì điểm  $M$  chạy trên đoạn  $EF$ , khi đó  $BM$  có giá trị nhỏ nhất bằng  $BF = \frac{\sqrt{13}}{2}$ .

+**TH2**: Nếu tam giác  $OAM$  là tam giác có góc  $\widehat{MAO} \geq 90^\circ$  thì điểm  $M$  chạy trên tia  $CD$ , khi đó  $BM$  có giá trị nhỏ nhất bằng  $BC = \frac{\sqrt{5}}{2}$ .

+**TH3**: Nếu tam giác  $OAM$  là tam giác có góc  $\widehat{MOA} \geq 90^\circ$  thì điểm  $M$  chạy trên tia  $GH$ , khi đó  $BM$  có giá trị nhỏ nhất bằng  $BG = \frac{\sqrt{365}}{2}$ .



So sánh ba trường hợp trên ta thấy  $BM_{\min} = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1,118033989$ .

**Câu 48:** Cho các số phức  $z, w, u$  thỏa mãn  $|z - 4 + 2i| = |2z + \bar{z}|$ ,  $\frac{w - 8 - 10i}{w - 6 - 10i}$  là số thuần ảo và

$|u + 1 - 2i| = |u - 2 + i|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $P = |u - z| + |\bar{u} - \bar{w}|$  thuộc khoảng nào sau đây?

**A.**  $(0; 5]$

**B.**  $(5; 8)$ .

**C.**  $[8; 10)$ .

**D.**  $[10; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đầu tiên ta gọi  $A, N_1, M$  lần lượt là các điểm biểu diễn số phức  $z, w, u$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

$$\text{Khi đó ta có: } \begin{cases} A(a; b): |z - 4 + 2i| = |2z + \bar{z}| \\ M(c; d): |u + 1 - 2i| = |u - 2 + i| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A \in (P): y = 2x^2 + 2x - 5 \\ M \in (d): y = x \end{cases}$$

Đặt  $w = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ , khi đó

$$e = \frac{w - 8 - 10i}{w - 6 - 10i} = ki \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow (w - 8 - 10i)(\overline{w - 6 - 10i}) = mi \quad (m \in \mathbb{R})$$

$$\Rightarrow (w - 8 - 10i)(\bar{w} - 6 + 10i) = |w|^2 + (-6 + 10i)w - (8 + 10i)\bar{w} + 148 - 20i \quad (2)$$

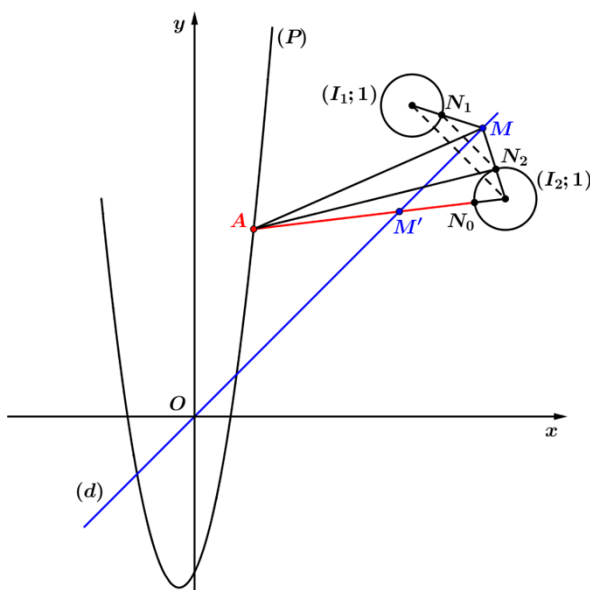
Thế  $w = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$  vào (2) kết hợp biến đổi đại số, ta được

$\text{Re}(e) = x^2 - 14x + y^2 - 20y + 148 = 0$ , suy ra  $N \in (C): (x - 7)^2 + (y - 10)^2 = 1$ , tức  $N_1$  thuộc đường tròn tâm  $I_1(7; 10)$ , bán kính  $R = 1$ .

Khi đó ta luôn có:  $P = |u - z| + |\overline{u - w}| = |u - z| + |u - w| = MA + MN_1 \geq MA + MI_1 - 1$

Gọi  $I_2$  là điểm đối xứng với  $I_1(7; 10)$  qua  $(d)$ , khi đó ta suy ra  $I_2(10; 7)$  tức  $N_2 \in (I_2; 1)$ .

Khi đó ta có hình vẽ như sau:



Từ hình vẽ, ta dễ dàng suy ra:  $P = MA + MI_1 - 1 = MA + MI_2 - 1 = MA + MN_2$

Mặt khác theo bất đẳng thức đường gấp khúc ta luôn có:  $MA + MN_2 \geq AN_2$  nên

$P \geq AN_2 = AI_2 - 1$  khi  $N_2 \equiv N_0$  tức  $P_{\min}$  khi và chỉ khi  $AI_2$  min. Lúc này ta quy về bài toán đơn giản hơn như sau:

“Cho  $A(a; b) \in (P): y = 2x^2 + 2x - 5$  và  $I_2(10; 7)$ , khi ấy tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng  $AI_2$ ”.

Lúc này ta có:  $AI_2 = \sqrt{(a-10)^2 + (2a^2 + 2a - 5 - 7)^2} = \sqrt{(a-10)^2 + 4(a^2 + a - 6)^2}$  (Cái hàm mệt mỏi nha).

Chạy TABLE ta suy ra  $AI_2 \geq \sqrt{63.85} - 1 \in (5; 8)$ .

**Câu 49:** Có bao nhiêu số nguyên dương  $y$  để tồn tại số thực  $x > 1$  thỏa mãn

$$x(2^{xy} + \log_2(xy)) = xy^4 + 15xy - 30 + 10y$$

**A.** 16

**B.** 15.

**C.** 26.

**D.** 27.

**Lời giải**

**Chọn A**

Đầu tiên ta có phương trình sau:  $x(2^{xy} + \log_2(xy)) = xy^4 + 15xy - 30 + 10y$  (\*)

$$\Leftrightarrow 2^{xy} + \log_2(xy) = y^4 + 15y - \frac{30-10y}{x} \Leftrightarrow 2^{xy} + \log_2(xy) + \frac{30}{x} - \frac{10y}{x} = y^4 + 15y \quad (1)$$

Giải thích: ta cô lập về phải là một hàm theo biến  $y$  luôn đồng biến trên  $(0; +\infty)$  (

$$f'(y) = 4y^3 + 15 > 0 \quad \forall y \in (0; +\infty))$$

Tiếp theo ta khảo sát hàm số  $g(x) = 2^{xy} + \log_2(xy) + \frac{30}{x} - \frac{10y}{x}$  trên  $(1; +\infty)$

Ta có:  $g'(x) = y2^{xy} \ln 2 + \frac{1}{x \ln 2} - \frac{30}{x^2} + \frac{10y}{x^2}$ . Thế  $y = 3$  vào ta có

$$g'(3) = 8^{x+1} \ln 2 - \frac{1}{x \ln 2} > 64 \ln 2 - \frac{1}{\ln 2} > 0, \forall x > 1$$

Suy ra  $\forall y \geq 3$  thì  $g'(x) > 0$ , kéo theo đó ta có được: 
$$\begin{cases} g(x) > g(1) = 2^y + \log_2(y) - 10y + 30 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \end{cases}$$

Khi ấy để (\*) có nghiệm  $\forall x > 1$  thì cần có:  $2^{xy} + \log_2(xy) + \frac{30}{x} - \frac{10y}{x} > 2^y + \log_2(y) - 10y + 30$

(2)

Từ (1) và (2) ta suy ra

$$2^y + \log_2(y) - 10y + 30 < y^4 + 15y \Leftrightarrow 2^y + \log_2(y) - 25y + 30 - y^4 < 0, \quad \forall y \geq 3 \quad (3)$$

Cho vế trái (3) bằng không giải ra nghiệm (shift SOLVE)  $y \approx 16,01$  (\*\*), khi đó ta có ý tưởng sau:

Giả sử đảo chiều (3), ta có:

$$2^y + \log_2(y) - 10y + 30 > y^4 + 15y \Leftrightarrow 2^y + \log_2(y) - 25y + 30 - y^4 > 0 \quad (4).$$

Tới đây ta sẽ chứng minh bất phương trình (4) luôn đúng với mọi  $y \geq 17$ .

Xét hàm số  $h(y) = 2^y + \log_2(y) - 25y + 30 - y^4$  có  $h(16) = -366 < 0$ ;  $h(17) > 0$  nên suy ra  $h(y) < 0, \forall y < 17$  tức  $h(y) > 0, \forall y \geq 17$ . Suy ra bất phương trình (4) luôn đúng với mọi  $y \geq 17$  tức bất phương trình (3) luôn đúng với mọi  $3 \leq y \leq 17$ .

Do (\*\*) nên ta thử từng giá trị  $y: 3 \rightarrow 17$  theo thứ tự từ lớn xuống, nhận thấy  $y = 17$  không thỏa nên  $3 \leq y < 17$

Mà đề cho  $y \in \mathbb{Z}^+$  nên ta thử hai giá trị còn lại lần lượt là  $y \in \{1; 2\}$ , nhận thấy hai giá trị này đều thỏa nên suy ra  $1 \leq y < 17$  tức  $y \in \{1; 2; \dots; 15; 16\}$ . Vậy có tất cả 16 giá trị nguyên  $y$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 50:** Cho hàm số  $f(x) = (x-3)^2 (2x-7)^3 (3x-10)^{2023} (x-4)^{2024}$ . Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $h(x) = f(|-x^4 + 8x^2 + mx|)$  có số điểm cực tiểu nhiều nhất là  $S = (a; b) \setminus \{c\}$ . Giá trị của biểu thức  $T = a^2 - ab + b^2 + abc$  thuộc khoảng nào sau đây?

- A.** (1;100)                      **B.** (115;130).                      **C.** (100;115).                      **D.** (130;2023).

**Lời giải**

**Chọn B**

Trường hợp 1:  $f(x) = 0$  thì ta thu được các nghiệm bội lẻ lần lượt là  $x = \frac{7}{2}; x = \frac{10}{3}$  (1)

Trường hợp 2:  $f(x) \neq 0$ , thực hiện biến đổi

$$\begin{cases} \ln f(x) = 2 \ln|x-3| + 3 \ln|2x-7| + 2023 \ln|3x-10| + 2024 \ln|x-4| \\ x \in \mathbb{R} \setminus \left\{3; \frac{10}{3}; \frac{7}{2}; 4\right\} \end{cases}$$

Đạo hàm hai vế ta có:

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{2}{x-3} + \frac{6}{2x-7} + \frac{6069}{3x-10} + \frac{2024}{x-4} \Rightarrow f'(x) = f(x) \left( \frac{2}{x-3} + \frac{6}{2x-7} + \frac{6069}{3x-10} + \frac{2024}{x-4} \right)$$

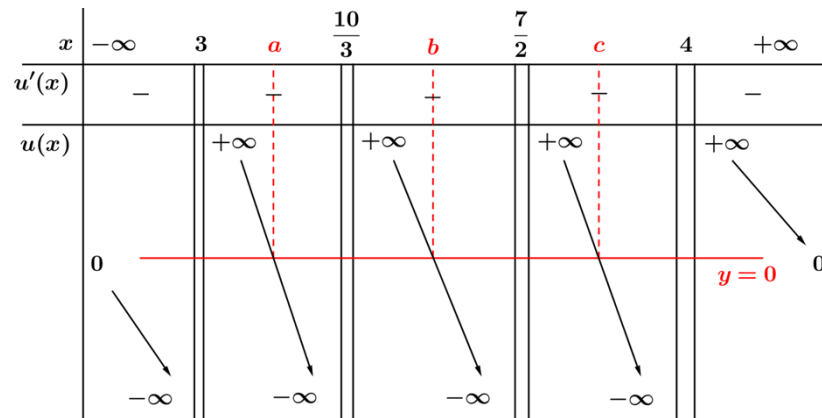
Giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) \left( \frac{2}{x-3} + \frac{6}{2x-7} + \frac{6069}{3x-10} + \frac{2024}{x-4} \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (L) \\ \frac{2}{x-3} + \frac{6}{2x-7} + \frac{6069}{3x-10} + \frac{2024}{x-4} = 0 & (2) \end{cases}$$

Xét hàm số  $u(x) = \frac{2}{x-3} + \frac{6}{2x-7} + \frac{6069}{3x-10} + \frac{2024}{x-4}$  có

$$u'(x) = -\frac{2}{(x-3)^2} - \frac{12}{(2x-7)^2} - \frac{3.6069}{(3x-10)^2} - \frac{2024}{(x-4)^2} < 0$$

Suy ra  $u(x)$  luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định. Với  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ , khi đó ta có bảng biến thiên sau:



Khi đó (2) có các nghiệm là:  $x = a \in \left(3; \frac{10}{3}\right); x = b \in \left(\frac{10}{3}; \frac{7}{2}\right); x = c \in \left(\frac{7}{2}; 4\right)$  (3).

Từ (1) và (3), ta suy ra  $f(x)$  có 5 điểm cực trị lần lượt là  $a, \frac{7}{2}, b, \frac{10}{3}, c$  (với

$$3 < a < \frac{7}{2} < b < \frac{10}{3} < c < 4).$$

Tiếp đến ta xét hàm số  $h(x) = f(|-x^4 + 8x^2 + mx|)$  có

$$h'(x) = \frac{(-4x^3 + 16x + m)(-x^4 + 8x^2 + mx)f'(|-x^4 + 8x^2 + mx|)}{|-x^4 + 8x^2 + mx|} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -4x^3 + 16x + m = 0 & (4) \\ -x^4 + 8x^2 + mx = 0 & (5) \\ f'(|-x^4 + 8x^2 + mx|) = 0 & (6) \end{cases}$$

.

Để hàm số  $h(x)$  có nhiều cực tiểu nhất thì (4), (5), (6) phải có nhiều nghiệm bội lẻ nhất.

Khi đó (4) tương đương với:

$$m = 4x^3 - 16x = q(x) \rightarrow m \in \left(q\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right); q\left(\frac{92}{\sqrt{3}}\right)\right) \Rightarrow m \in \left(\frac{-64}{3\sqrt{3}}; \frac{64}{3\sqrt{3}}\right) \quad (7).$$

Giải (5), khi đó phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} x = 0 \\ -x^3 + 8x + m = 0 \end{cases} (*) \Leftrightarrow m = x^3 - 8x = r(x) \rightarrow m \in \left(r\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right); r\left(\frac{-2\sqrt{6}}{3}\right)\right) \Rightarrow m \in \left(-\frac{32\sqrt{6}}{9}; \frac{32\sqrt{6}}{9}\right) \quad (8)$$

Từ (7) và (8) ta suy ra  $m \in \left(-\frac{32\sqrt{6}}{9}; \frac{32\sqrt{6}}{9}\right) \setminus \{0\}$ . (9)

Giải (6), khi đó phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} |-x^4 + 8x^2 + mx| = \frac{7}{2}; |-x^4 + 8x^2 + mx| = \frac{10}{3} \\ |-x^4 + 8x^2 + mx| = a; |-x^4 + 8x^2 + mx| = b; |-x^4 + 8x^2 + mx| = c \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -x^3 + 8x + m = \pm \frac{7}{2x}; -x^3 + 8x + m = \pm \frac{10}{3x} \\ -x^3 + 8x + m = \pm \frac{a}{x}; -x^3 + 8x + m = \pm \frac{b}{x}; -x^3 + 8x + m = \pm \frac{c}{x} \end{cases}.$$

Giả sử ta có hàm số  $p(x) = -x^3 + 8x + m$  ta suy ra để thỏa mãn đề bài thì hàm số  $p(x)$  phải luôn cắt các đường cong  $-\frac{7}{2x}; -\frac{10}{3x}; -\frac{a}{x}; -\frac{b}{x}; -\frac{c}{x}$  tại 2 điểm phân biệt tại mỗi đường.

Do  $c \approx 3.6667$  (sai số rất nhỏ) nên ta xem như  $c = \frac{7}{2} = 3.5$ , gọi  $x_0$  là hoành độ của điểm tiếp xúc giữa  $p(x)$  và  $y = \frac{7}{2x}$ , khi đó  $x_0$  là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} -x_0^3 + 8x_0 + m = \frac{7}{2x_0} \\ -3x_0^2 + 8 = -\frac{7}{2x_0^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_0^3 + 8x_0 + m = \frac{7}{2x_0} \\ 6x_0^4 - 16x_0^2 - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x_0^3 + 8x_0 + m = \frac{7}{2x_0} \\ x_0 = \pm 1,75 \end{cases}$$

Suy ra:  $-(\pm 1,75)^3 + 8(\pm 1,75) + m = \frac{7}{2(\pm 1,75)} \Leftrightarrow m = \pm 6.64$ . Như vậy để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì ta cần có  $m \in (-6.64; 6.64)$  (10).

Từ (9) và (10) ta suy ra  $m \in (-6.64; 6.64) \setminus \{0\}$ . Vậy  $T = a^2 - ab + b^2 = 3(6.64)^2 \in (115; 150)$ .