

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn: $\frac{z+i-2}{i-1} = 1+4i$. Tìm các căn bậc hai của số phức z .

b) Giải bất phương trình: $\log_2^2 x + \log_2 4x - 4 \geq 0$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (3x-1)\cos 2x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng: $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$ và điểm $A(1; -1; -3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt đường thẳng d .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho $\cos \alpha = \frac{-4}{5}$ biết $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của biểu thức: $P = (1 + 2 \sin 2\alpha)(3 - 2 \cos 2\alpha)$

b) Một lớp có 32 học sinh, trong đó có 3 học sinh giỏi, 11 học sinh khá và 18 học sinh trung bình. Có bao nhiêu cách chia lớp học thành hai nhóm sao cho mỗi nhóm có 16 học sinh, trong mỗi nhóm đều có học sinh giỏi và có ít nhất 5 học sinh khá?

Câu 7 (1,0 điểm). Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = a$, $BC = 2a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của lăng trụ. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và I là trung điểm cạnh $A'B'$, tính góc giữa đường thẳng IG và mặt phẳng (ABC) .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình thang $ABCD$ có $AD \parallel BC$ và $AD = 3BC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đường thẳng qua M , vuông góc với AC và đường thẳng qua N , vuông góc với BD cắt nhau tại P . Tìm tọa độ các đỉnh của hình thang biết $M(1; -1)$, $N(5; 3)$, $P(-1; 3)$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^3y^3 + 3xy^3 - 5y^2 + 1 = 0 \\ 3xy^3 - 2y^2 - 1 = 0 \end{cases}$$
 trên tập số thực.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 + a + b = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

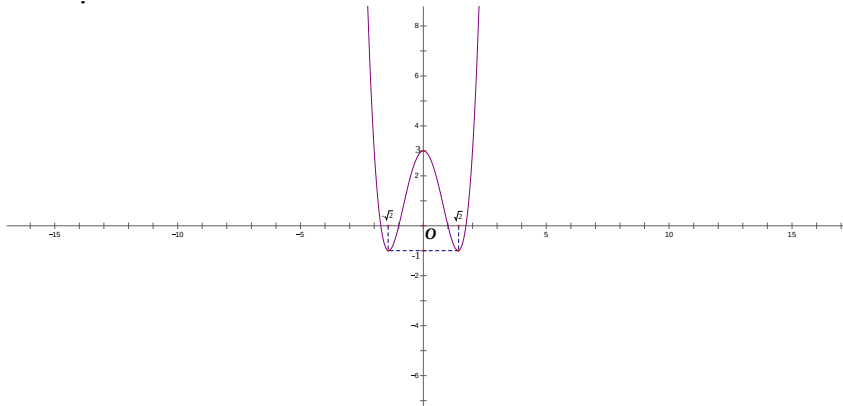
$$A = 2 \left(\frac{a^2+1}{a^2+a} + \frac{b^2+1}{b^2+b} \right) + \frac{a+b}{\sqrt{(a+b)^2+1}}$$

-----HẾT-----

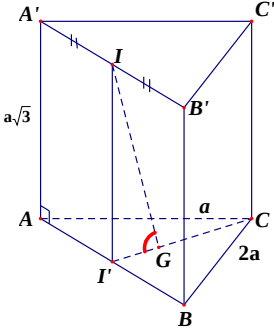
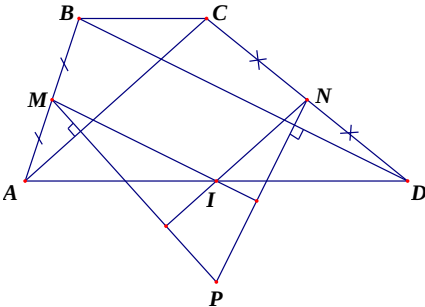
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ ĐỢT 1 – KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2016

Câu	Đáp án	Điểm																										
1 (1,0 điểm)	$y = x^4 - 4x^2 + 3$ - Tập xác định: $\mathbb{R}$ - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$	0,25																										
	Các khoảng đồng biến: $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$; các khoảng nghịch biến: $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$. - Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT1} = -\sqrt{2}, y_{CT1} = -1$ và $x_{CT2} = \sqrt{2}, y_{CT2} = -1$; Hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = 0, y_{CD} = 3$ - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$	0,25																										
	- Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\sqrt{2}$</td><td>0</td><td>$\sqrt{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+		y	$+\infty$		-1		3		-1		$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$																						
y'		-	0	+	0	-	0	+																				
y	$+\infty$		-1		3		-1		$+\infty$																			
Đồ thị: 	0,25																											
2 (1,0 điểm)	$f(x) = x\sqrt{1 - x^2}$ - Tập xác định: $D = [-1; 1]$ $f'(x) = \sqrt{1 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} = \frac{1 - 2x^2}{\sqrt{1 - x^2}}$	0,25																										
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \in [-1; 1]$	0,25																										
	$f(-1) = f(1) = 0; f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}; f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{2}$	0,25																										
	$\text{Max}_{[-1;1]} f(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}; \text{Min}_{[-1;1]} f(x) = f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\frac{1}{2}$	0,25																										

3 (1,0 điểm)	a. (0,5 điểm)	
	$\frac{z+i-2}{i-1} = 1+4i \Leftrightarrow z = (1+4i)(i-1) + 2-i \Leftrightarrow z = -3-4i$	0,25
	$z = -3-4i = 1-4-4i = 1-4i-4i^2 = (1-2i)^2 = (-1+2i)^2$ Vậy z có hai căn bậc hai là $1-2i$ và $-1+2i$.	0,25
	b. (0,5 điểm)	
	$\log_2^2 x + \log_2 4x - 4 \geq 0$ (Điều kiện: $x > 0$) $\Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_2 x - 2 \geq 0$ $\Leftrightarrow (\log_2 x + 2)(\log_2 x - 1) \geq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \geq 1 \\ \log_2 x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{1}{4} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện, suy ra bpt có nghiệm: $x \geq 2$ hoặc $0 < x \leq \frac{1}{4}$.	0,25
4 (1,0 điểm)	$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (3x-1) \cos 2x dx$ Đặt $\begin{cases} u = 3x-1 \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 3dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$	0,25
	$I = \frac{1}{2} (3x-1) \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} 3 \sin 2x dx = \frac{3\pi}{8} - \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{3\pi}{8} - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{3\pi}{8} - \frac{5}{4}$	0,75
5 (1,0 điểm)	Gọi $\{M\} = d \cap \Delta \Rightarrow M(1+2t; t; -2-3t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (2t; t+1; 1-3t)$	0,25
	$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 14t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{7}$	0,25
	Vtcp $\overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{AM} = \left(\frac{2}{7}; \frac{8}{7}; \frac{4}{7}\right)$ cùng phương với $(1; 4; 2)$	0,25
	Đường thẳng Δ có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{4} = \frac{z+3}{2}$	0,25
6 (1,0 điểm)	a. (0,5 điểm)	
	Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25}$ Mà $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow 0 < \sin \alpha < 1 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{5}$ $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{24}{25}; \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \frac{7}{25}$	0,25
	$P = (1 + 2 \sin 2\alpha)(3 - 2 \cos 2\alpha) = \left(1 - \frac{48}{25}\right) \left(3 - \frac{14}{25}\right) = -\frac{1403}{625}$	0,25
	b. (0,5 điểm)	
	TH1: Một nhóm có 1 HSG, 5 HSK, 10 HSTB, còn lại xếp vào nhóm kia. • Chia 3 bạn học sinh giỏi thành 2 nhóm có C_3^1 cách • Chọn 5 HSK vào nhóm có 1 HSG và xếp 6 bạn còn lại vào nhóm kia có C_{11}^5 cách • Chọn 10 HSTB vào nhóm 1 HSG, 5 HSK và xếp 8 bạn còn lại vào nhóm kia có C_{18}^{10} cách	

	cách $\Rightarrow$ có $C_3^1 \cdot C_{11}^5 \cdot C_{18}^{10} = 60\,648\,588$ cách.	0,25
	TH2: Một nhóm có 1 HSG, 6 HSK, 9 HSTB, còn lại chia vào nhóm kia. - Chia 3 bạn học sinh giỏi thành 2 nhóm có C_3^1 cách - Chọn 6 HSK vào nhóm có 1 HSG và xếp 5 bạn còn lại vào nhóm kia có C_{11}^6 cách - Chọn 9 HSTB vào nhóm 1 HSG, 6 HSK và xếp 9 bạn còn lại vào nhóm kia có C_{18}^9 cách $\Rightarrow$ có $C_3^1 \cdot C_{11}^6 \cdot C_{18}^9 = 67\,387\,320$ cách. Vậy có tất cả 128 035 908 cách chia nhóm.	0,25
7 (1,0 điểm)		
	Tam giác ABC vuông tại A $\Rightarrow AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = a\sqrt{3}$ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$	0,25
	Vậy $V_{lt} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{2}$ (đvtt)	0,25
	Gọi I' là trung điểm của $AB \Rightarrow II' \perp (ABC) \Rightarrow I'G$ là hình chiếu của IG lên mp (ABC) nên góc giữa IG và mp (ABC) là góc $(IG, I'G) = \widehat{IGI'}$ (do $\triangle II'G$ vuông tại $I' \Rightarrow \widehat{IGI'} < 90^\circ$) Ta có : $GI' = \frac{1}{3} CI' = \frac{1}{3} \sqrt{AC^2 + AI'^2} = \frac{1}{3} \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{7}}{6}$ Trong tam giác vuông IGI', $\tan \widehat{IGI'} = \frac{II'}{I'G} = \frac{6\sqrt{21}}{7} \Rightarrow \widehat{IGI'} \approx 75^\circ 43'$	0,25
Câu 8 (1,0 điểm)		
	Gọi $I(a;b)$ là trung điểm của AD $\Rightarrow \begin{cases} MI \parallel BD \\ NI \parallel AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} MI \perp NP \\ NI \perp MP \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \\ \overrightarrow{NI} \cdot \overrightarrow{MP} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ a-5-2(b-3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$ Vậy $I(1;1)$	0,25

	Ta có: $AD + BC = 2MN$, mà $AD = 3BC \Rightarrow AD = \frac{3}{2}MN \Rightarrow \overline{ID} = \frac{3}{4}\overline{MN}$	0,25
	$\Rightarrow \begin{cases} x_D - 1 = 3 \\ y_D - 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 4 \end{cases} \Rightarrow D(4;4)$	0,25
	$\Rightarrow A(-2;-2), B(4;0), C(6;2)$	0,25
9 (1,0 điểm)	NX: $y = 0$ không là nghiệm của hệ.	
	Xét $y \neq 0$, hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x - \frac{5}{y} + \frac{1}{y^3} = 0 \\ 3x - \frac{2}{y} - \frac{1}{y^3} = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + 3x = \frac{5}{y} - \frac{1}{y^3} \\ 6x = \frac{4}{y} + \frac{2}{y^3} \end{cases} \Rightarrow x^3 + 9x = \frac{9}{y} + \frac{1}{y^3} \quad (*)$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = t^3 + 9t$ $f'(t) = 3t^2 + 9 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. $(*) \Leftrightarrow f(x) = f\left(\frac{1}{y}\right) \Leftrightarrow x = \frac{1}{y} \Leftrightarrow xy = 1$	0,25
	Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 1 \\ y^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$ Vậy hệ phương trình có hai cặp nghiệm (1;1) và (-1;-1)	0,25
10 (1,0 điểm)	Từ giả thiết: $4 = a^2 + b^2 + a + b \geq \frac{(a+b)^2}{2} + a + b \Rightarrow 0 < a + b \leq 2$	0,25
	Ta có $\forall t > 0, \frac{2(t^2+1)}{t^2+t} \geq \frac{(t+1)^2}{t(t+1)} = \frac{t+1}{t} = 1 + \left(t + \frac{1}{t}\right) - t \geq 3 - t$ $\Rightarrow A \geq 6 - (a+b) + \frac{a+b}{\sqrt{(a+b)^2+1}}$ Đặt $t = a + b \Rightarrow 0 < t \leq 2$ và $A \geq 6 - t + \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}$	0,25
	Xét $f(t) = 6 - t + \frac{t}{\sqrt{t^2+1}}$ trên $(0;2]$ $f'(t) = -1 + \frac{1}{(\sqrt{t^2+1})^3} < 0, \forall t \in (0;2] \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $(0;2]$	0,25
	$\Rightarrow A \geq f(t) \geq f(2) = 4 + \frac{2}{\sqrt{5}}$ Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 1$ Vậy $\min A = 4 + \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow a = b = 1$	0,25