

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HƯNG YÊN

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT
NĂM HỌC 2025-2026

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 6 trang)

Môn: TOÁN

Thời gian: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Mã đề thi: 1003

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 20. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a, AD = a\sqrt{3}$. SA vuông góc với $(ABCD)$ và SC tạo với đáy một góc 45° . Gọi α là số đo góc phẳng nhị diện $[S, BD, A]$. Khi đó $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{57}}{19}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

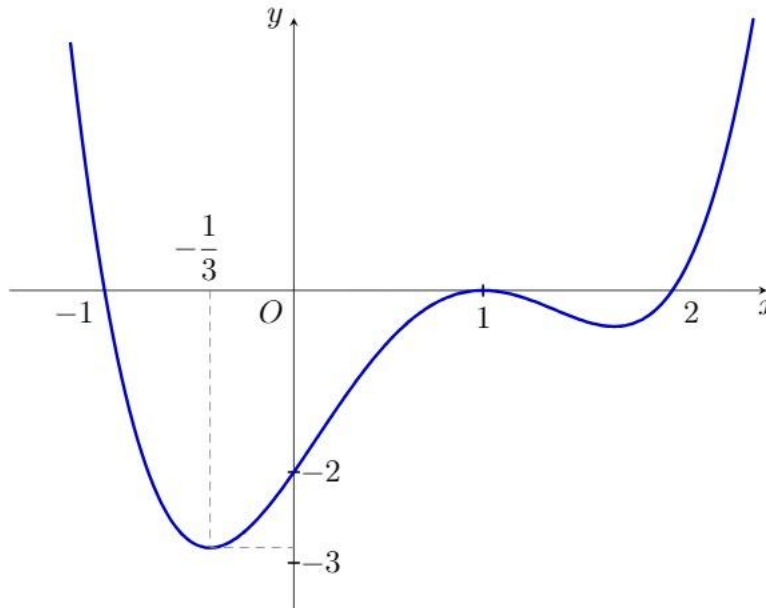
Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy các điểm P, Q sao cho $3\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{AD}; 3\overrightarrow{BQ} = 2\overrightarrow{BC}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MP} + \frac{1}{2}\overrightarrow{MQ}$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MP} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MQ}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MP} + \frac{3}{2}\overrightarrow{MQ}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MP} + \frac{2}{3}\overrightarrow{MQ}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 5$. Giá trị của $|\vec{u} + 2\vec{v}|$ bằng

- A. 84. B. $2\sqrt{31}$. C. 124. D. $2\sqrt{21}$.

Câu 4. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ.



Đặt $g(x) = f(f'(x) - 1)$. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $g'(x) = 0$ là

- A. 6. B. 9. C. 5. D. 10.

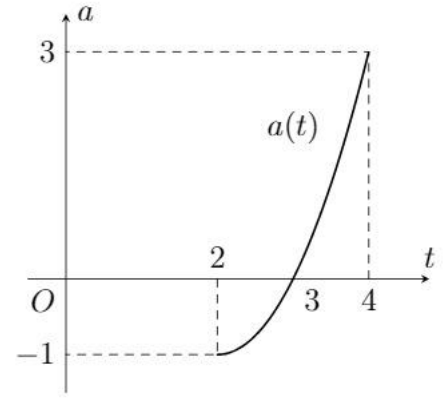
Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{2x+5} + ax + b}{(x+2)^2}$ (a, b là các tham số). Biết đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. Khi đó $a - b$ bằng

- A. 4. B. -4. C. 2. D. -2.

Câu 6. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2025$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$. Số phần tử của S bằng

- A. 25. B. 4. C. 23. D. 24.

Câu 7. Gia tốc $a(t)$ (t tính theo giây) của một vật chuyển động là một hàm số liên tục có đồ thị từ giây thứ hai đến giây thứ tư như hình vẽ. Tại thời điểm nào vật có vận tốc nhỏ nhất?



- A. $t = 2, 5$. B. $t = 4$.
C. $t = 2$. D. $t = 3$.

Câu 8. Một đại lý kinh doanh xe gắn máy với giá mua vào mỗi chiếc xe là 39 triệu đồng, nếu giá bán ra mỗi chiếc xe là 45 triệu đồng thì số lượng xe bán ra mỗi năm là 600 chiếc. Nếu mỗi chiếc xe khi bán giảm 1 triệu đồng thì số lượng xe bán ra trong năm tăng 150 chiếc. Đại lý muốn thu được lợi nhuận cao nhất trong một năm thì phải bán mỗi chiếc xe có giá bao nhiêu (đơn vị triệu đồng)?

- A. 43. B. 45. C. 46. D. 44.

Câu 9. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây?

x	$-\infty$	0		1	2		$+\infty$	
y'	+		0	-	-		0	+
y	$-\infty$	2			$+\infty$	6		$+\infty$

- A. $y = \frac{x^2 + 4x - 2}{x - 1}$. B. $y = \frac{x^2 + 2}{x - 1}$. C. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 1}$.

Câu 10. Số điểm cực trị của hàm số $y = 2 \cos \left(3x + \frac{\pi}{3} \right) - 3\sqrt{3}x$ trên khoảng $\left(0; \frac{3\pi}{2} \right)$ bằng

- A. 6. B. 4. C. 3. D. 5.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a > 0$) có đồ thị (C) đi qua các điểm $O(0; 0); A(1; 1); B(2; 4)$ và hàm số $g(x) = f(x) - x^2$ có giá trị cực đại bằng $\frac{\sqrt{3}}{18}$. Khi đó tiếp tuyến của đồ thị (C) có hệ số góc nhỏ nhất bằng

- A. -1. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 12. Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 13. Thống kê theo độ tuổi số lượng thành viên của một câu lạc bộ người cao tuổi được mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Độ tuổi	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90]
Số thành viên	2	7	9	4	2	1

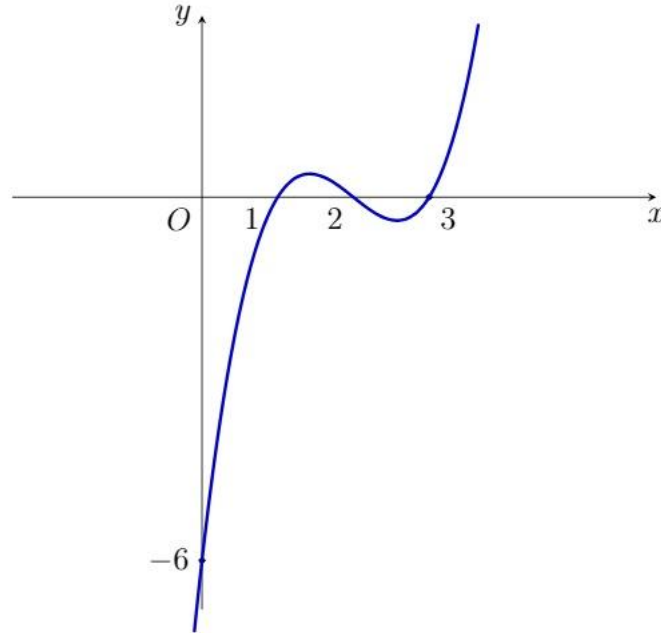
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 7, 5. B. 7, 25. C. 7, 9. D. 9, 5.

Câu 14. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3\sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2$ bằng

A. $\frac{61}{4}$. B. $\frac{31}{2}$. C. $\frac{41}{4}$. D. $\frac{11}{2}$.

Câu 15. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của biểu thức $T = 2a + b - c + d$ bằng

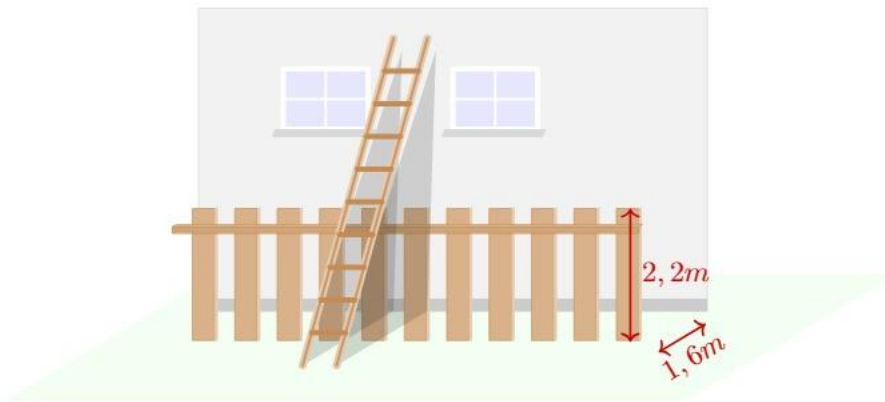


A. 9. B. 11. C. -21. D. -9.

Câu 16. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 2 và $AB' \perp BC'$. Độ dài cạnh bên của hình lăng trụ đã cho bằng

A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. $2\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 17. Cho ngôi nhà có bức tường cao $8(m)$, một hàng rào cao $2,2(m)$ song song và cách bức tường đó một khoảng bằng $1,6(m)$. Một cái thang thẳng có một đầu chạm đất, đầu kia chạm vào bức tường ngôi nhà, thân của thang chạm vào mép trên hàng rào (tham khảo hình vẽ). Chiều dài ngắn nhất của cái thang là bao nhiêu (đơn vị là mét, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



A. 5,44. B. 5,35. C. 5,82. D. 5,25.

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 2; -1)$ và $C(-1; 1; 2)$. $M(x; y; z)$ là điểm sao cho biểu thức $P = MA^2 + 3MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $x + y + z$ bằng

A. 2. B. $\frac{23}{6}$. C. 3. D. $\frac{13}{6}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 - 4x + 1}{x - 2}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 20. Một nhóm học sinh sử dụng các khối lập phương nhỏ giống nhau để xếp thành một mô hình tháp. Tổng cộng nhóm đã sử dụng 567 khối lập phương. Biết rằng tầng dưới cùng (tầng 1) có 95 khối, và cứ lên thêm một tầng thì số khối lập phương lại giảm đi 8 khối so với tầng ngay bên dưới. Hỏi mô hình tháp này có tất cả bao nhiêu tầng?

A. 8. B. 11. C. 9. D. 10.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

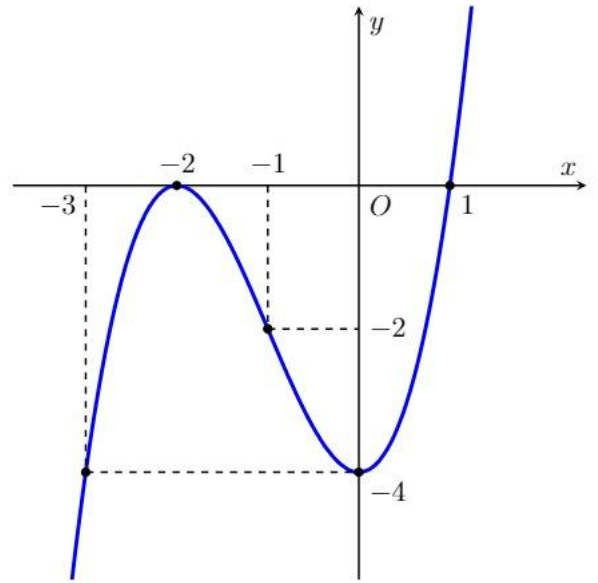
Câu 1. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ.

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

b) Phương trình $f(x) = f(0)$ có bốn nghiệm phân biệt.

c) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x$ có hai điểm cực tiểu.

d) Đồ thị hàm số $h(x) = \frac{x+1}{f'(x)+2}$ có một tiệm cận ngang và ba tiệm cận đứng.



Câu 2. Tại một trường THPT, để đánh giá chất lượng môn Toán của hai lớp 12A và 12B, giáo viên đã cho học sinh ở hai lớp làm bài kiểm tra khảo sát đầu năm, thống kê điểm của học sinh được cho trong bảng sau:

Lớp điểm thi	$[0; 2)$	$[2; 4)$	$[4; 6)$	$[6; 8)$	$[8; 10)$
Số học sinh lớp A	1	6	13	25	5
Số học sinh lớp B	2	4	18	19	7

- a) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu thống kê điểm của lớp 12A nhỏ hơn 2,5.
- b) Số học sinh đạt từ điểm 4 trở lên của lớp 12A nhiều hơn của lớp 12B.
- c) Dựa vào độ lệch chuẩn của mẫu số liệu, ta thấy rằng lớp 12A học đều hơn lớp 12B.
- d) Điểm trung bình môn Toán lớp 12A lớn hơn điểm trung bình môn Toán lớp 12B.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-5; 2; 0)$, $B(-4; -5; 2)$, $C(0; -3; -2)$ và $D(4; 0; 0)$.

- a) Trọng tâm tam giác ABC thuộc mặt phẳng (Oxy) .
- b) Gọi $H(x_0; y_0; z_0)$ là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BC . Khi đó $y_0 > x_0 + 1$.
- c) Điểm M di động trên trục Ox . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| + \frac{3}{2}|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ có dạng $a\sqrt{b}$ trong đó $a, b \in \mathbb{N}$ và b là số nguyên tố. Khi đó $3a + 2b = 117$.
- d) Gọi $I(m; n; p)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OCD . Khi đó $m + 2n + p = -2$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABD . Số đo góc phẳng nhị diện $[S, AB, D]$ bằng α với $\tan \alpha = 6$.

- Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3a^3}{2}$.
- Khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC bằng $\frac{3\sqrt{30}a}{20}$.
- Số đo góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ bằng β , khi đó $\sin \beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.
- Hai điểm M, N lần lượt thuộc các đoạn thẳng AB và AD (M và N không trùng với A) sao cho $3\frac{AB}{AM} + 4\frac{AD}{AN} = 6$. Kí hiệu V, V_1 lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABCD$ và $S.MBCDN$. Giá trị lớn nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V}$ nhỏ hơn $\frac{3}{4}$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị là (H) .

- Điểm M bất kì thuộc đồ thị (H) . Khoảng cách nhỏ nhất từ điểm M đến đường thẳng $(d): y = 6x + 2$ bằng $\frac{18}{\sqrt{37}}$.
- $\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| = \frac{3}{2}$.
- Trên đồ thị (H) có 6 điểm có cả hoành độ và tung độ đều là các số nguyên.
- Có 52 đường thẳng phân biệt có điểm chung với đồ thị (H) mà điểm chung đó đều có hoành độ và tung độ là các số nguyên.

Câu 6. Có ba người cùng thi bằng lái xe ô tô độc lập với nhau. Xác suất thi đỗ của người thứ nhất là 0,5; xác suất thi đỗ của người thứ hai là 0,4; xác suất thi trượt của người thứ ba là 0,7.

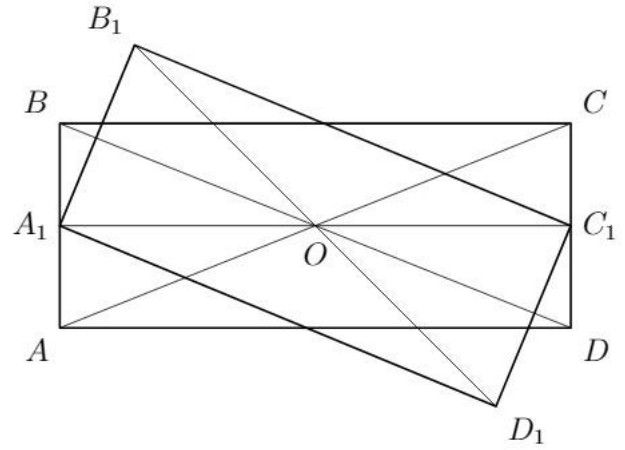
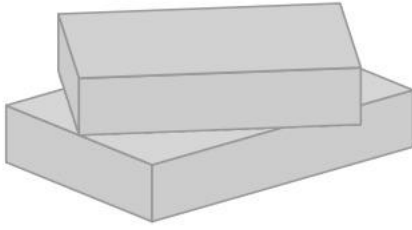
- Xác suất để trong ba người thi có người thứ 3 luôn thi đỗ bằng 0,3.
- Xác suất để trong ba người thi có đúng hai người thi đỗ bằng 0,29.
- Xác suất để trong ba người thi có ít nhất 1 người thi đỗ bằng 0,34.
- Xác suất để trong ba người thi có đúng một người thi đỗ bằng 0,79.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho dãy gồm 2023 số được sắp thứ tự tăng dần như sau: $C_4^4; C_5^4; \dots; C_{2025}^4; C_{2026}^4$. Lấy ngẫu nhiên ba số hạng liên tiếp từ dãy số đã cho, biết xác suất để tổng của ba số này là một số lẻ bằng $\frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị $a + b$. KQ:

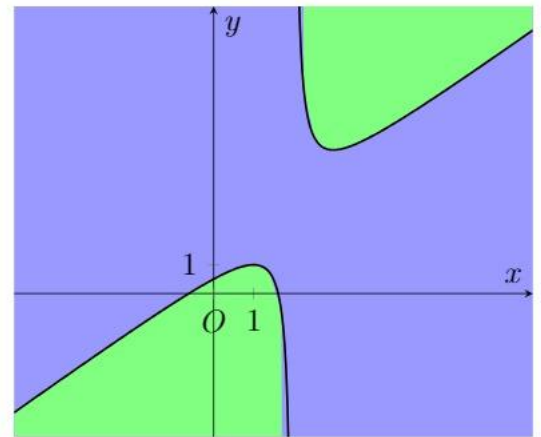
--	--	--	--

Câu 2. Trong một cuộc thi thiết kế mô hình để đặt tại sân trước thư viện sách, nhóm sinh viên một trường đại học dự định thiết kế một chiếc tháp sách được tạo bởi các phiến đá đặc hình hộp chữ nhật xếp liên tiếp chồng lên nhau, phiến to ở dưới phiến nhỏ ở trên (*những phiến đá biểu tượng cho những cuốn sách*) có tâm cùng nằm trên một đường thẳng vuông góc với mặt đất. Biết rằng các phiến đá có độ dày bằng nhau và bằng $0,2(m)$. Các mặt đáy của các phiến đá là các hình chữ nhật có tỷ lệ chiều rộng và chiều dài là 2:3. Mỗi phiến đá nằm liền kề phía trên có hai đỉnh đối nhau của hình chữ nhật đáy trùng với hai trung điểm của hai cạnh ngắn của đáy phiến đá nằm liền kề phía dưới (*tham khảo hình vẽ*). Tính thể tích khối đá thành phẩm dùng để làm chiếc tháp cao $3(m)$, biết phiến đá dưới cùng có kích thước mặt đáy là $3(m) \times 4,5(m)$ và được đặt trên nền đất phẳng. (*Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị là m^3*).



KQ:

Câu 3. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy , hình dáng phần đất liền của hai xã được mô hình hóa bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$ (tham khảo hình vẽ). Biết đồ thị hàm số có một điểm cực trị là $(1; 1)$, đơn vị trên mỗi trục là $60(m)$. Để thuận tiện cho giao thông hai xã, cần xây một chiếc cầu nối phần đất liền của hai xã này. Kỹ sư thiết kế được giao nhiệm vụ nghiên cứu chọn hai vị trí A, B trên phần đất liền hai xã để đặt hai trụ cầu sao cho độ dài đoạn AB là nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó. (Đơn vị là mét, làm tròn đến hàng đơn vị)?



KQ:

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\widehat{BAD} = \widehat{BAA'} = \widehat{DAA'} = 60^\circ$; $AA' = 1$; $AB.AD = 3$. Các điểm $M; N$ theo thứ tự thuộc đường thẳng $A'C$ và $C'D$ sao cho MN song song BD' . Khi độ dài đoạn MN đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị biểu thức $AB^2 + AD^2$.

KQ:

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_3(\sqrt{x^2 + 9} - x)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để phương trình $f(m + 4 \cdot 3^{x^2} - 3) + f(-3^{2x^2}) = 1$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Tập S có bao nhiêu phần tử?

KQ:

Câu 6. Trên bề mặt ngang đặt hai chiếc khay. Chiếc khay thứ nhất có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $30cm$, chiều rộng $20cm$, chiều cao $10cm$, đựng đầy nước. Chiếc khay thứ hai (không có nước) có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với hai đáy là hai hình vuông có tỷ lệ độ dài đường chéo giữa đáy khay và miệng khay bằng $1:2$. Để san bớt nước cho đỡ đầy, người ta đổ nước từ chiếc khay thứ nhất sang chiếc khay thứ hai. Sau khi đổ, mực nước ở khay thứ hai cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của khay đó và lượng nước trong khay thứ nhất giảm đi $\frac{1}{3}$ so với lượng nước ban đầu. Tính thể tích của chiếc khay thứ hai (đơn vị cm^3 , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:

———— HẾT ————

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu, Giám thị không giải thích gì thêm)