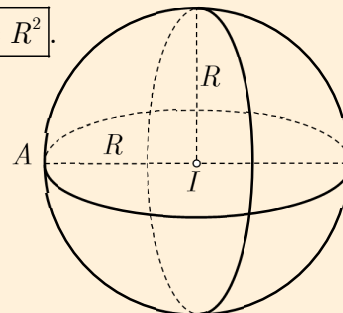


VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

① Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R .

$$\text{Khi đó: } (S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm: } I(a;b;c) \\ \bullet \text{ Bán kính: } R \end{cases} \Leftrightarrow (S): \boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2}.$$



② Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:

$$(S): \boxed{x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0}.$$

Với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình mặt cầu dạng 2

Tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} > 0$.

BÀI TẬP MẪU

Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.

B. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.

C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$.

D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán viết phương trình của mặt cầu.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: $(S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm: } I(a;b;c) \\ \bullet \text{ Bán kính: } R \end{cases} \Leftrightarrow (S): \boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2}.$

B2: $R = IM = \sqrt{(4-0)^2 + (0-0)^2 + (0+3)^2} = 5$

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:

Lời giải

Chọn A

Theo bài ta có bán kính của mặt cầu (S) là $R = IM = \sqrt{(4-0)^2 + (0-0)^2 + (0+3)^2} = 5$.

Từ đó ta có phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$.

Bài tập tương tự và phát triển:

Câu 33.1: Viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua giao điểm của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ với mặt phẳng } (Oxy).$$

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 27$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 27$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3\sqrt{3}$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $Oxyz$ là: $z = 0$

Gọi $A = d \cap (Oxyz) \Rightarrow t = -3 \Rightarrow A(-2;5;0)$

Vì điểm A nằm trên mặt cầu nên bán kính của mặt cầu là $R = IA = \sqrt{(-3)^2 + 3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{3}$.

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$ là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 27.$$

Câu 33.2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Ox . Phương trình của (S) là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 13$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{13}$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{13}$

Lời giải

Chọn C

Gọi A là hình chiếu của I lên trục $Ox \Rightarrow A(-1;0;0)$.

Vì điểm A nằm trên mặt cầu nên bán kính của mặt cầu là $R = IA = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$.

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{13}$ là

$$(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 13.$$

Câu 33.3: Mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x+2y+2z+1=0$ có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = \frac{2}{3}$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

• Bán kính mặt cầu là : $R = d(I, (P)) = \frac{|-1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-3) + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{2}{3}$.

• Phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Câu 33.4: Mặt cầu (S) tâm $I(2;1;5)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3$ có phương trình:

A. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 12 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 48 \end{cases}$

B. $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 2\sqrt{3} \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 4\sqrt{3} \end{cases}$

C. $\begin{cases} (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 12 \\ (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 48 \end{cases}$

D. $\begin{cases} (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 2\sqrt{3} \\ (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+5)^2 = 4\sqrt{3} \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Từ $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3 \Rightarrow$ Tâm $I_1(1;0;0)$ và bán kính $r_1 = \sqrt{3}$

Do $II_1 = \sqrt{27} > \sqrt{3} = r_1$ vậy điểm $I(2;1;5)$ nằm ngoài mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + y^2 + z^2 = 3$

Ta có pt đường thẳng II_1 là $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -t \\ z = -5t \end{cases}$

Gọi $A = II_1 \cap (S_1) \Rightarrow A(1-t; -t; -5t)$. Do $A \in (S_1)$ nên

$$t^2 + t^2 + 25t^2 = 3 \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} A\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right) \rightarrow AI = 4\sqrt{3} \\ A\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right) \Rightarrow AI = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

• Bán kính mặt cầu là : $R = 2\sqrt{3}$.

• Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 12$.

• Bán kính mặt cầu là : $R = 4\sqrt{3}$.

• Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 48$.

Câu 33.5: Mặt cầu (S) tâm $I(1;2;4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(S_1): (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 27$ có phương trình:

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = \sqrt{3}$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Từ $(S_1): (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 27$ Tâm $I_1(-1;0;2)$ và bán kính $R_1 = 3\sqrt{3}$.

Do $II_1 = 2\sqrt{3} < 3\sqrt{3} = R_1$ vậy điểm $I(1;2;4)$ nằm trong mặt cầu (S_1) .

$$(S) \text{ và } (S_1) \text{ tiếp xúc} \Leftrightarrow |R - R_1| = II_1 \Leftrightarrow |R - 3\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \begin{cases} R = 5\sqrt{3} \\ R = \sqrt{3} \end{cases}$$

• Bán kính mặt cầu là : $R = \sqrt{3}$.

• Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

Câu 33.6: Mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (Oyz) có phương trình:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$

Lời giải

Chọn C

• PT mp $(Oyz): x = 0$

• Bán kính mặt cầu là : $R = d(I, (Oyz)) = \frac{|-1|}{\sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 0^2}} = 1$.

• Phương trình mặt cầu là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

Câu 33.7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;2)$, $B(3;5;0)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12$.

C. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 12$.

D. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

• Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(2;4;1)$, $AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{3}$

• Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(2;4;1)$, bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$

• Vậy phương trình của mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Câu 33.8: Trong không gian $Oxyz$, Viết phương trình mặt cầu (S) biết (S) có bán kính $R=3$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $M(1;2;0)$

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z + 5 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 11 = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 2y + 6z + 11 = 0$

Lời giải

Chọn A

• Giả sử mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$,

Do mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $M(1;2;0)$ nên M là hình chiếu của $I(a; b; c)$

lên mp (Oxy) suy ra $I(2; 1; c)$

Ta có mp(Oxy) có pt là $z = 0$

Ta có $d(I, (Oxy)) = \frac{|c|}{1} \Leftrightarrow c = \pm 3$.

➤ Với $c = 3$

Mặt cầu $I(2; 1; 3)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 6z + 5 = 0.$$

➤ Với $c = -3$

Mặt cầu $I(2; 1; -3)$, bán kính $R = 3$ có phương trình là:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 6z + 5 = 0.$$

Câu 33.9: Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; 3)$, $B(4; -6; 2)$ và có tâm I thuộc trục Ox là

A. (S): $(x-7)^2 + y^2 + z^2 = 6$.

B. (S): $(x+7)^2 + y^2 + z^2 = 36$.

C. (S): $(x+7)^2 + y^2 + z^2 = 6$.

D. (S): $(x-7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Lời giải

Chọn D

Vì $I \in Ox$ nên gọi $I(x; 0; 0)$.

Do (S) đi qua $A; B$ nên $IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{(1-x)^2 + 4 + 9} = \sqrt{(4-x)^2 + 36 + 4} \Leftrightarrow x = 7$.

Suy ra $I(7; 0; 0) \Rightarrow R = IA = 7$.

Do đó (S): $(x-7)^2 + y^2 + z^2 = 49$.

Câu 33.10: Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2; 0; -2)$, $B(-1; 1; 2)$ và có tâm I thuộc trục Oy là

A. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0$.

B. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 8 = 0$.

C. (S): $x^2 + y^2 + z^2 + 2y + 8 = 0$.

D. (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $I \in Oy$ nên gọi $I(0; y; 0)$.

Do (S) đi qua $A; B$ nên $IA = IB \Leftrightarrow \sqrt{4 + (-y)^2 + 4} = \sqrt{1 + (1 - y)^2 + 4} \Leftrightarrow y = -1$.

Suy ra $I(0; -1; 0) \Rightarrow R = IA = 3$.

Do đó $(S): x^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 8 = 0$.

Câu 33.11: Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$ và tâm $I \in (Oxy)$ là.

A. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$.

C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26$.

D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Vì $I \in (Oxy)$ nên gọi $I(x; y; 0)$. Ta có:
$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 3)^2 + 1^2} \\ \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + 4^2} = \sqrt{(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + 3^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10y = 10 \\ 2x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(-2; 1; 0) \Rightarrow R = IA = \sqrt{26}.$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 26.$$

Câu 33.12: Viết phương trình mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ và đi qua điểm $M(2; 1; 1)$

A.
$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 1 \\ (x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 9 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1 \\ (x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 3)^2 = 9 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 3 \\ (x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z + 3)^2 = 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 3 \\ (x - 3)^2 + (y - 3)^2 + (z - 3)^2 = 1 \end{cases}$$

Lời giải

Chọn B

Gia sử $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu (S) tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ và đi qua điểm $M(2; 1; 1)$.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với cả ba mặt phẳng tọa độ và đi qua điểm $M(2; 1; 1)$ có các thành phần tọa độ đều dương nên $a = b = c = r$.

Phương trình mặt cầu (S) là $(x - a)^2 + (y - a)^2 + (z - a)^2 = a^2$

Vì mặt cầu (S) đi qua điểm $M(2;1;1)$ nên

$$(2-a)^2 + (1-a)^2 + (1-a)^2 = a^2 \Leftrightarrow 2a^2 - 8a + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1 \\ a=3 \Rightarrow (S): (x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 9 \end{cases}$$

Câu 33.13: Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-4)$ và thể tích bằng 36π . Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9.$

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3.$

Khi đó $(S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm: } I(1;2;-4) \\ \bullet \text{ Bán kính: } R = 3 \end{cases}$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9.$$

Câu 33.14: Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và diện tích bằng 32π . Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 16.$

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 16.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 8.$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 8.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S = 4\pi R^2 \Leftrightarrow 4\pi R^2 = 32\pi \Leftrightarrow R = \sqrt{8}.$

Khi đó $(S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm: } I(1;2;3) \\ \bullet \text{ Bán kính: } R = \sqrt{8} \end{cases}$

$$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 8.$$

Câu 33.15: Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;0)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường

tròn (C) Biết diện tích lớn nhất của (C) bằng 3π . Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3.$

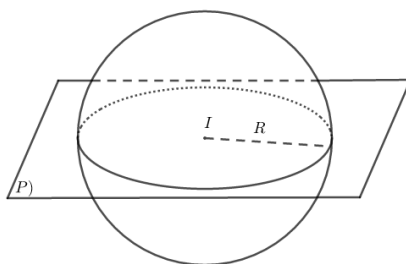
B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.

Lời giải

Chọn B



Nhận xét : Mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) và diện tích của (C) lớn nhất khi (P) qua tâm I của (S) .

Ta có: $S = \pi R^2 = 3\pi \Leftrightarrow R = \sqrt{3}$.

Khi đó $(S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm: } I(1;2;0) \\ \bullet \text{ Bán kính: } R = \sqrt{3} \end{cases}$

$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$.

Câu 33.16: Cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) . Biết chu vi lớn nhất của (C) bằng $2\pi\sqrt{2}$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn (C) đạt chu vi lớn nhất khi (C) đi qua tâm I của mặt cầu (S) .

Ta có: $C = 2\pi R = 2\pi\sqrt{2} \Leftrightarrow R = \sqrt{2}$.

Khi đó $(S): \begin{cases} \bullet \text{ Tâm: } I(1;1;1) \\ \bullet \text{ Bán kính: } R = \sqrt{2} \end{cases}$

$\Rightarrow (S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 33.17: Cho $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I , cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$.

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16.$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 20.$

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25.$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Lời giải

Chọn A

Gọi M là hình chiếu vuông góc của $I(1; -2; 3)$ trên trục Ox

$\Rightarrow M(1; 0; 0)$ và M là trung điểm của AB

Ta có: $IM = \sqrt{(1-1)^2 + (0+2)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{13}$, $AM = \frac{AB}{2} = \sqrt{3}$.

ΔIMA vuông tại $M \Rightarrow IA = \sqrt{IM^2 + AM^2} = \sqrt{13+3} = 4 \Rightarrow R = 4$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Câu 33.18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Viết phương trình mặt cầu đi qua $A(2; 3; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(3; 3; 4)$ và có tâm nằm trên mặt phẳng (Oxy) .

A. $(x-6)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 29.$

B. $(x+6)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 29.$

C. $(x-6)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{29}.$

D. $(x+6)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{29}.$

Lời giải

Chọn A

Giả sử $I(a; b; 0) \in (Oxy)$ và r là tâm và bán kính của mặt cầu (S) và đi qua

$A(2; 3; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(3; 3; 4)$

Phương trình mặt cầu (S) là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2 = r^2$

Vì mặt cầu đi qua $A(2; 3; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(3; 3; 4)$ nên

$$\begin{cases} (2-a)^2 + (3-b)^2 + (-3)^2 = r^2 \\ (2-a)^2 + (-2-b)^2 + 2^2 = r^2 \\ (3-a)^2 + (3-b)^2 + 4^2 = r^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10b+10=0 \\ 2a-12=0 \\ (3-a)^2 + (3-b)^2 + 4^2 = r^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=6 \\ r^2=29 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-6)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 29$.

Câu 33.19: Trong không gian $Oxyz$ cho 4 điểm $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$, $D(1; 0; 4)$. Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26.$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 26.$

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{26}$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = \sqrt{26}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 (a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$ là phương trình mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Thay lần lượt tọa độ của A, B, C, D vào phương trình ta được

$$\begin{cases} 1^2 + 2^2 + 4^2 - 2a - 4b + 8c + d = 0 \\ 1^2 + 3^2 + 1^2 - 2a + 6b - 2c + d = 0 \\ 2^2 + 2^2 + 3^2 - 4a - 4b - 6c + d = 0 \\ 1^2 + 0^2 + 4^2 - 2a + 0 - 8c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = 0 \\ d = -21 \end{cases}$$

Do đó: $I(-2; 1; 0)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{26}$.

Vậy $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26$.

Câu 33.20: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 3)$ và cắt $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$ tại hai

điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{9}$.

B. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{40}{9}$.

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{2\sqrt{10}}{3}$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = \frac{2\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; 2)$ và $P(1; -1; 1) \in d$.

Ta có: $\overrightarrow{IP} = (0; -1; -2) \Rightarrow [\vec{u}, \overrightarrow{IP}] = (0; -4; 2)$. Suy ra: $d(I; d) = \frac{[\vec{u}, \overrightarrow{IP}]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{20}}{3}$.

ΔIAB vuông tại $I \Leftrightarrow \Delta IAB$ vuông cân tại I $IA = \sqrt{2}d(I, d) = \frac{\sqrt{40}}{3}$.

Vậy $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = \frac{40}{9}$.