ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

PHIÊN BẢN ĐẶC BIỆT

MẶT NÓN-MẶT TRỤ MẶT CẦU

* CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
* CẬP NHẬT THÊM NHIỀU DẠNG TOÁN MỚI
* KIẾN THỨC TỪ CƠ BẢN ĐẾN NÂNG CAO
* CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG

ÔN THI THPT QUỐC GIA

MẶT NÓN, MẶT TRỤ, MẶT CẦU

CHỦ ĐỀ 1: HÌNH NÓN KHỐI NÓN
Dạng 1: Tính độ dài đường sinh, bán kính đáy, đường cao
Dạng 2: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần
Dạng 3: Tính thể tích khối nón, khối liên quan nón
Dạng 4: Bài toán liên quan thiết diện với khối nón
Dạng 5: Hình nón nội tiếp-ngoại tiếp khối chóp

CHỦ ĐỀ 2: HÌNH TRỤ KHỐI TRỤ
Dạng 1: Tính độ dài đường sinh, bán kính đáy, đường cao
Dạng 2: Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần
Dạng 3: Tính thể tích khối trụ, khối liên quan trụ
Dạng 4: Bài toán liên quan thiết diện
Dạng 5: Hình trụ nội tiếp-ngoại tiếp khối lăng trụ

CHỦ ĐỀ 3: KHỐI CẦU
Dạng 1: Tính bán kính khối cầu
Dạng 2: Tính diện tích mặt cầu
Dạng 3: Tính thể tích khối cầu
Dạng 4: Bài toán liên quan thiết diện, dây cung
Dạng 5: Mặt cầu nội tiếp-ngoại tiếp đa diện

CHỦ ĐỀ 4: TỔNG HỢP NÓN-TRỤ-CẦU
Dạng 1: Toán tổng hợp nón-trụ-cầu

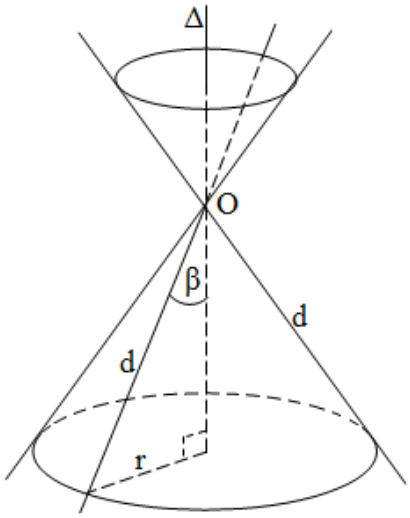
CHỦ ĐỀ 5: MIN-MAX NÓN-TRỤ-CẦU
Dạng 1: Toán Max-Min liên quan khối nón
Dạng 2: Toán Max-Min liên quan khối trụ
Dạng 3: Toán Max-Min liên quan khối cầu

CHỦ ĐỀ 6: TOÁN THỰC TẾ
Dạng 1: Toán thực tế liên quan mặt và khối nón
Dạng 2: Toán thực tế liên quan mặt và khối trụ
Dạng 3: Toán thực tế liên quan mặt và khối cầu
Dạng 4: Toán thực tế tổng hợp

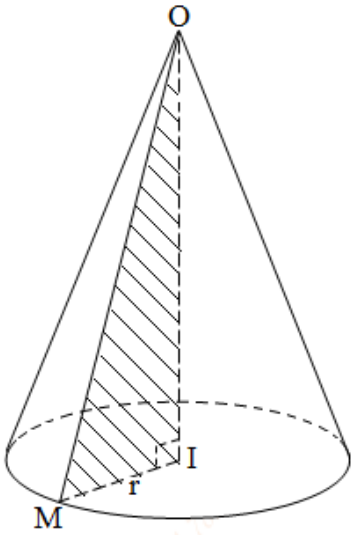
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

MẶT NÓN, KHỐI NÓN

A – KIẾN THỨC CHUNG



Hình 1



Hình 2

1) Mặt nón tròn xoay

Trong mặt phẳng (P), cho 2 đường thẳng d, Δ cắt nhau tại O và chúng tạo thành góc β với $0^0 < \beta < 90^0$. Khi quay $mp(P)$ xung quanh trục Δ với góc β không thay đổi được gọi là mặt nón tròn xoay đỉnh O (hình 1).

✧ Người ta thường gọi tắt mặt nón tròn xoay là mặt nón.

✧ Đường thẳng Δ gọi là trục, đường thẳng d được gọi là đường sinh và góc 2β gọi là góc ở đỉnh.

2) Hình nón tròn xoay

Cho ΔOIM vuông tại I quay quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình, gọi là hình nón tròn xoay (gọi tắt là hình nón) (hình 2).

✧ Đường thẳng OI gọi là trục, O là đỉnh, OI gọi là đường cao và OM gọi là đường sinh của hình nón.

✧ Hình tròn tâm I, bán kính $r = IM$ là đáy của hình nón.

3) Công thức diện tích và thể tích của hình nón

Cho hình nón có chiều cao là h, bán kính đáy r và đường sinh là l thì có:

✧ Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq} = \pi.r.l}$

✧ Diện tích đáy (hình tròn): $\boxed{S_{đ} = \pi.r^2}$

$\Rightarrow$ Diện tích toàn phần hình nón: $\boxed{S_{tp} = S_{xq} + S_{đ}}$.

✧ Thể tích khối nón: $\boxed{V_{non} = \frac{1}{3}S_{đ}.h = \frac{1}{3}\pi.r^2.h}$.

4) Tính chất:

✧ TH1: Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi $mp(P)$ **đi qua đỉnh** thì có các trường hợp sau xảy ra:

+ Nếu $mp(P)$ cắt mặt nón theo 2 đường sinh $\Rightarrow$ Thiết diện là tam giác cân.
+ Nếu $mp(P)$ tiếp xúc với mặt nón theo một đường sinh. Trong trường hợp này, người ta gọi đó là mặt phẳng tiếp diện của mặt nón.

✧ TH2: Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi mp (Q) **không đi qua đỉnh** thì có các trường hợp sau xảy ra:

+ Nếu $mp(Q)$ vuông góc với trục hình nón $\Rightarrow$ giao tuyến là một đường tròn.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

+ Nếu $mp(Q)$ song song với 2 đường sinh hình nón $\Rightarrow$ giao tuyến là 2 nhánh của 1 hypebol.
+ Nếu $mp(Q)$ song song với 1 đường sinh hình nón $\Rightarrow$ giao tuyến là 1 đường parabol.

B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: TÍNH ĐỘ DÀI ĐƯỜNG SINH, BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO, GÓC Ở ĐỈNH

Câu 1: Cho hình nón có đường sinh bằng $4a$, diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$. Tính chiều cao của hình nón đó theo a.

A. $2a$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 2: Một hình nón có đường sinh bằng l và bằng đường kính đáy. Bán kính hình cầu nội tiếp hình nón bằng:

A. $\frac{3}{4}l$. **B.** $\frac{1}{3}l$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}l$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{6}l$.

Câu 3: Một khối nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi\ (\text{cm}^2)$ và bán kính đáy $\frac{1}{2}(\text{cm})$. Khi đó độ dài đường sinh là

A. $2\ (\text{cm})$. **B.** $3\ (\text{cm})$. **C.** $1\ (\text{cm})$. **D.** $4\ (\text{cm})$.

Câu 4: Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy hình nón bằng 9π. Khi đó đường cao hình nón bằng

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA=BC=a$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $3a$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính R. Biết $SO=h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $\sqrt{h^2+R^2}$. **B.** $2\sqrt{h^2-R^2}$. **C.** $2\sqrt{h^2+R^2}$. **D.** $\sqrt{h^2-R^2}$.

Câu 7: Một hình nón có bán kính đáy $r=1$, chiều cao $h=\frac{4}{3}$. Kí hiệu góc ở đỉnh của hình nón là 2α. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. $\cos\alpha=\frac{3}{5}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{3}{5}$. **C.** $\cot\alpha=\frac{3}{5}$. **D.** $\tan\alpha=\frac{3}{5}$.

Câu 8: Cho hình nón có diện tích xung quanh là S_{xq} và bán kính đáy là r. Công thức nào dưới đây dùng để tính đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l=\frac{S_{xq}}{\pi r}$. **B.** $l=\frac{2S_{xq}}{\pi r}$. **C.** $l=2\pi S_{xq}r$. **D.** $l=\frac{S_{xq}}{2\pi r}$.

Câu 9: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng π. Chiều cao của hình nón bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 10: Khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ thì có đường sinh bằng:

A. 4 **B.** 3 **C.** 16 **D.** 2

Câu 11: Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r, chiều cao h và đường sinh l. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$. **B.** $h^2=r^2+l^2$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 12: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 6cm, góc ở đỉnh bằng 60°. Thể tích khối nón là:

A. $27\pi cm^3$. **B.** $9\pi cm^3$. **C.** $9\sqrt{3}\pi cm^3$. **D.** $27cm^3$.

Câu 13: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng R, chiều cao bằng h, độ dài đường sinh bằng l. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $l=\sqrt{R^2-h^2}$. **B.** $R=l^2+h^2$. **C.** $h=\sqrt{R^2-l^2}$. **D.** $l=\sqrt{R^2+h^2}$.

Câu 14: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=3a$ và $AC=4a$. Độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay ΔABC xung quanh trục AC bằng

A. $l=a$. **B.** $l=\sqrt{2}a$. **C.** $l=\sqrt{3}a$. **D.** $l=5a$.

Câu 15: Một hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng 9π. Tính đường cao h của hình nón.

A. $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $h=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $h=3\sqrt{3}$. **D.** $h=\sqrt{3}$.

Câu 16: Cho nửa hình tròn tâm O, đường kính AB. Người ta ghép hai bán kính OA, OB lại tạo thành mặt xung quanh của hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón đó.

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 17: Người ta cắt hết một miếng tôn hình tròn ra làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quấn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón.

A. $2\varphi=2\arcsin\frac{1}{2}$. **B.** $2\varphi=2\arcsin\frac{1}{3}$. **C.** $2\varphi=120^\circ$. **D.** $2\varphi=60^\circ$.

DẠNG 2: TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

Câu 18: Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r.

A. $S_{xq}=\pi r^2l$. **B.** $S_{xq}=2\pi r^2l$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 19: Một hình nón có đường cao $h=20cm$, bán kính đáy $r=25cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $5\pi\sqrt{41}$. **B.** $25\pi\sqrt{41}$. **C.** $+\infty$. **D.** $125\pi\sqrt{41}$.

Câu 20: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $\frac{1}{2}\pi a^2$. **D.** $\frac{3}{4}\pi a^2$.

Câu 21: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$. Quay tam giác ABC (kể cả các điểm bên trong tam giác) quanh BC, ta thu được khối tròn xoay. Tính diện tích bề mặt của khối tròn xoay đó.

A. $\frac{6\pi a^2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{3\pi a^2}{\sqrt{5}}$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 22: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=2$ và đường sinh $l=3$ bằng:

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Câu 23: Cho tam giác đều ABC quay quanh đường cao AH tạo ra hình nón có chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón này

A. $S_{xq}=6\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\frac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $S_{xq}=\frac{8\pi a^2}{3}$. **D.** $S_{xq}=\frac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

Câu 24: Một hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, đường sinh bằng $2a$, diện tích xung quanh của hình nón là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=8\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=4\pi a^2$.

Câu 25: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=3a$, $AC=4a$. Gọi M là trung điểm của AC. Khi qua quanh AB, các đường gấp khúc AMB, ACB sinh ra các hình nón có diện tích xung quanh lần lượt là S_1, S_2. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\sqrt{13}}{10}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$.

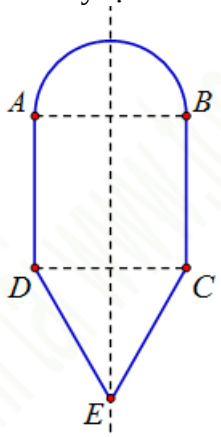
Câu 26: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{6}$ **C.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$

Câu 27: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S=\frac{\pi a^2}{3}$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\pi a$. **D.** $S=2\pi a^2$.

Câu 28: Cho một hình phẳng gồm nửa đường tròn đường kính $AB=2$, hai cạnh BC, DA của hình vuông $ABCD$ và hai cạnh ED, EC của tam giác đều DCE (như hình vẽ bên). Tính diện tích S của mặt tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng trên quanh trục đối xứng của nó.



A. $S=6\pi$. **B.** $S=\left(6+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\pi$. **C.** $S=8\pi$. **D.** $S=\left(\frac{20+\sqrt{3}}{6}\right)\pi$.

Câu 29: Một hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh bằng a. Tính diện tích S_{tp} toàn phần của hình nón đó:

A. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+8\right)}{2}$. **B.** $S_{tp}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

C. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$. **D.** $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+4\right)}{2}$.

Câu 30: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân cạnh bằng a. Diện tích hình nón là.

A. $\sqrt{2}\pi a^2$.. **B.** $S=\frac{\pi a^2}{\sqrt{2}}+\frac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S=\frac{\pi a^2}{\sqrt{2}}$. **D.** $2\frac{\pi a^2}{\sqrt{2}}+\frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 31: Cho hình nón có đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là α, diện tích xung quanh của hình nón là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\pi a^2 \cos\alpha$ **B.** $2\pi a \sin\alpha$ **C.** $\pi a^2 \sin\alpha$ **D.** $2\pi a \cos\alpha$

Câu 32: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại cân A, gọi I là trung điểm của BC, $BC=2$.Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI.

A. $S_{xq}=2\sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq}=4\pi$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq}=2\pi$.

Câu 33: Một hình nón có đường cao $h=20$ cm, bán kính đáy $r=25$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó:

A. $75\pi\sqrt{41}$. **B.** $5\pi\sqrt{41}$. **C.** $125\pi\sqrt{41}$. **D.** $25\pi\sqrt{41}$.

Câu 34: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A, gọi I là trung điểm của BC, $BC=2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI.

A. $2\sqrt{2}\pi$. **B.** $\sqrt{2}\pi$. **C.** 2π. **D.** 4π.

Câu 35: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=a\sqrt{3}$, $AC=a$. Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác quanh đường thẳng AB là:

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 36: Một hình nón có đường cao $h=4cm$, bán kính đáy $r=5cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. 20π. **B.** 15π. **C.** $4\pi\sqrt{41}$. **D.** $5\pi\sqrt{41}$.

Câu 37: **– 2017]** Một hình nón đỉnh S, đáy hình tròn tâm O và $SO=h$. Một mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung AB sao cho góc $\widehat{AOB}=90^\circ$, biết khoảng cách từ O đến (P) bằng $\dfrac{h}{2}$. Khi đó diện tích xung quanh hình nón bằng.

A. $\dfrac{\pi h^2\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi h^2\sqrt{10}}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{2\pi h^2\sqrt{10}}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi h^2\sqrt{10}}{6}$.

Câu 38: Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S=10\pi a^2$. **B.** $S=14\pi a^2$. **C.** $S=36\pi a^2$. **D.** $S=20\pi a^2$.

Câu 39: Cho tam giác ABC vuông tại A, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$, $b<c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC, quanh cạnh AC, quanh cạnh AB, ta được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_c>S_a>S_b$. **B.** $S_a>S_c>S_b$. **C.** $S_b>S_c>S_a$. **D.** $S_b>S_a>S_c$.

Câu 40: Cho tam giác đều ABC quay quanh đường cao AH tạo ra hình nón có chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón này.

A. $S_{xq}=6\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{8\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

Câu 41: Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $6\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Câu 42: Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq}=2a^2$. **B.** $S_{xq}=2\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2$.

Câu 43: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\pi a^2\sqrt{2}$ **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$

Câu 44: **– 2017]** Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón Diện tích xung quanh S của hình nón đó là:

A. $S=\frac{3\pi a^2}{4}$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\frac{\pi a^2}{2}$. **D.** $S=2\pi a^2$.

Câu 45: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là:

A. $S=\pi a^2$ **B.** $S=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{7}+1\right)}{4}$ **C.** $S=\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$ **D.** $S=\frac{3}{2}\pi a^2$

Câu 46: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

A. $S=25\pi$. **B.** $S=20\pi$. **C.** $S=15\pi$. **D.** $S=60\pi$.

Câu 47: Cho hình nón có đường sinh $l=2a$ và hợp với đáy một góc $60°$. Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón bằng.

A. $S_{xq}=2a^2$. **B.** $S_{xq}=a^2$. **C.** $S_{xq}=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. **D.** $S_{xq}=2\pi a^2$.

Câu 48: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 9π. **B.** 30π. **C.** 15π. **D.** 12π.

Câu 49: Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $3\pi a^2$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 50: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2cm$, góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $3\pi\ cm^2$. **B.** $6\pi\ cm^2$. **C.** $\pi\ cm^2$. **D.** $2\pi\ cm^2$.

Câu 51: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc ACA' khi quay quanh trục AA'.

A. $\pi\sqrt{6}$. **B.** $\pi\sqrt{3}$. **C.** $\pi\sqrt{2}$. **D.** $\pi\sqrt{5}$.

Câu 52: Cho hình nón đỉnh S biết rằng nếu cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** $S_{xq}=\frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. **C.** $S_{xq}=\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 53: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 30π. **B.** 15π. **C.** 12π. **D.** 9π.

Câu 54: Cho tam giác ABC có $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$. Cho tam giác quay quanh AB và AC ta được 2 hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh tương ứng là S_1 và S_2. Chọn câu đúng.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{4}{3}$.

Câu 55: Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB. Biết $AC=2a\sqrt{2}$, $\widehat{ACB}=45^\circ$. Diện tích toàn phần của hình trụ (T) là:

A. $S_{TP}=8\pi a^2$. **B.** $S_{TP}=16\pi a^2$. **C.** $S_{TP}=10\pi a^2$. **D.** $S_{TP}=12\pi a^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 56: Cho hình tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC}=30°$ và cạnh góc vuông $AC=2a$ quay quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

A. $\frac{4}{3}\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $8\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $16\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 57: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S=\frac{\pi a^2}{3}$ **B.** $S=\pi a^2$ **C.** $S=\pi a$ **D.** $S=2\pi a^2$

Câu 58: Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I, góc $\widehat{IOM}=45°$ và cạnh $IM=a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Khi đó, diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay đó bằng

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** πa^2. **D.** $\pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 59: Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^2$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^2$.

Câu 60: Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

A. $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq}=18\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=9\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$.

Câu 61: Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $24\pi a^2$. **B.** $20\pi a^2$. **C.** $40\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Câu 62: Cho khối nón có bán kính đáy $r=1(cm)$ và góc ở đỉnh $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $2\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $\sqrt{2}\pi\left(cm^2\right)$. **C.** $\sqrt{3}\pi\left(cm^2\right)$. **D.** $\pi\left(cm^2\right)$.

Câu 63: Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S=16\sqrt{3}\pi$. **B.** $S=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S=8\sqrt{3}\pi$. **D.** $S=24\pi$.

Câu 64: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB=a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

Câu 65: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=6, AC=8$. Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $S_{xq}=160\pi$. **B.** $S_{xq}=80\pi$. **C.** $S_{xq}=120\pi$. **D.** $S_{xq}=60\pi$.

Câu 66: Hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, độ dài đường sinh bằng a. Khi đó, diện tích xung quanh của hình nón là.

A. $\frac{a^2}{2}+\frac{\pi a^2}{4}$. **B.** $\frac{a^2}{4}+\frac{\pi a^2}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^2}{2}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 67: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC=a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính diện tích toàn phần của khối nón tròn xoay sinh ra khi cho ΔABC quay quanh AI một góc $360°$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\left(2\sqrt{2}+1\right)\pi a^2$. **B.** $\dfrac{\left(2\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\left(\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$.

Câu 68: Cho hình nón có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 69: Cho tam giác AOB vuông tại O, có $\widehat{OAB}=30°$ và $AB=a$. Quay tam giác AOB quanh trục AO ta được một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S_{xq}=\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{4}$.

Câu 70: Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a, có diện tích xung quanh là:

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 71: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 72: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **B.** . . **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** πa^2.

Câu 73: Cho hình nón đỉnh S và đường tròn đáy có tâm là O. điểm A thuộc đường tròn đáy. Tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích đáy là 2. Số đo của góc SAO là?

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 60^0.

Câu 74: C ho tam giác OAB vuông tại O có $OA=3$, $OB=4$. Tính diện tích toàn phần của hình nón tạo thành khi quay tam giác OAB quanh OA.

A. $S=36\pi$. **B.** $S=20\pi$. **C.** $S=26\pi$. **D.** $S=52\pi$.

Câu 75: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC=a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính diện tích toàn phần của khối nón tròn xoay sinh ra khi cho ΔABC quay quanh AI một góc $360°$.

A. $\dfrac{\left(\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{\left(2\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\left(2\sqrt{2}+1\right)\pi a^2$.

Câu 76: Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, Một hình nón tròn xoay có đỉnh là tâm của hinh vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. $\dfrac{a^2\pi\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a^2\pi\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^2\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 77: Cho tam giác ABO vuông tại O có góc $\widehat{BAO}=30°$, $AB=a$ .Quay tam giác ABO quanh trục AO ta được một hình nón có diện tích xung quanh bằng.

A. $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2}{4}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 78: Trong không gian, cho tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, gọi I là trung điểm của BC, $BC=2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AI .

A. $S_{xq}=\sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq}=2\pi$. **C.** $S_{xq}=2\sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq}=4\pi$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 79: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 12π. Tính diện tích xung quanh của khối nón (N).

A. 36π. **B.** 15π. **C.** 3π. **D.** 5π.

Câu 80: Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a.

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$.

Câu 81: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng $45°$. Tính diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

A. $2\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 82: Hình nón có đường sinh $l=2a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 83: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A với $AC=3a,\ AB=4a$. Tính theo a diện tích xung quanh S của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AC.

A. $S=15a^2\pi$ **B.** $S=30a^2\pi$ **C.** $S=40a^2\pi$ **D.** $S=20a^2\pi$

Câu 84: Cho hình nón có chiều cao $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq}=\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=2\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{2}$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2$.

Câu 85: Cho hình nón có đường sinh $l=5$, bán kính đáy $r=3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là:

A. $S_{tp}=24\pi$. **B.** $S_{tp}=20\pi$. **C.** $S_{tp}=22\pi$. **D.** $S_{tp}=15\pi$.

Câu 86: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO}=30°$, $\widehat{SAB}=60°$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $S_{xq}=2\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 87: Hình nón đường sinh l, thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân. Diện tích xung quanh của hình nón là.

A. $\dfrac{\pi l^2}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi l^2}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{\pi l^2}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi l^2}{\sqrt{2}}$.

Câu 88: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A với $AC=3a$, $AB=4a$. Tính theo a diện tích xung quanh S của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AC.

A. $S=40a^2\pi$. **B.** $S=30a^2\pi$. **C.** $S=20a^2\pi$. **D.** $S=15a^2\pi$.

Câu 89: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 12π. Tính diện tích xung quanh của khối nón (N).

A. 3π. **B.** 5π. **C.** 36π. **D.** 15π.

Câu 90: Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $S=24\pi$. **B.** $S=8\sqrt{3}\pi$. **C.** $S=16\sqrt{3}\pi$. **D.** $S=4\sqrt{3}\pi$.

Câu 91: Cho tam giác ABC vuông tại B có $AC=2a, BC=a$, khi quay tam giác ABC quay quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $3\pi a^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 92: Đường cao của một hình nón bằng $a(a>0)$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120^0. Diện tích toàn phần của hình nón là:

A. $\pi a^2\left(3+\sqrt{3}\right)$. **B.** $\pi a^2\left(3+3\sqrt{3}\right)$. **C.** $\pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$. **D.** $\pi a^2\left(2+\sqrt{3}\right)$.

Câu 93: Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều bằng:

A. 8π. **B.** 20π. **C.** 12π. **D.** 16π.

Câu 94: Hình nón đường sinh l, thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân. Diện tích xung quanh của hình nón là.

A. $\frac{\pi l^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi l^2}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{\pi l^2}{4}$. **D.** $\frac{\pi l^2}{\sqrt{2}}$.

Câu 95: Một hình nón có bán kính đáy bằng 1 và có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\sqrt{2}\pi$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}\pi$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** π.

Câu 96: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AC.

A. $S_{xq}=\pi\sqrt{2}a^2$. **B.** $S_{xq}=\pi\sqrt{3}a^2$. **C.** $S_{xq}=2\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2$.

Câu 97: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 98: Thiết diện qua trục của một hình nón (N) là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông bằng a, diện tích toàn phần của hình nón (N) bằng:

A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi\left(1+\sqrt{2}\right)a^2}{2}$. **D.** $\frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)a^2}{2}$.

Câu 99: Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{2}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S=4\sqrt{2}\pi$. **B.** $S=8\sqrt{2}\pi$. **C.** $S=16\sqrt{2}\pi$. **D.** $S=16\pi$.

Câu 100: Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng chứa trục của (N) thu được thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng $4\ \text{cm}^2$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq}=8\pi\sqrt{2}\ \text{cm}^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi\ \text{cm}^2$. **C.** $S_{xq}=4\pi\sqrt{2}\ \text{cm}^2$. **D.** $S_{xq}=8\pi\ \text{cm}^2$.

Câu 101: Cho hình nón (N) có bán kính đường tròn đáy $R=2$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq}=8$. **B.** $S_{xq}=4\pi$. **C.** $S_{xq}=8\pi$. **D.** $S_{xq}=16\pi$.

Câu 102: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính diện tích xung quanh của khối nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{8}$. **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{16}$. **C.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$. **D.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{5}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 103: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối nón đó có dạng bằng $\frac{\pi a^2}{4}\left(\sqrt{b}+c\right)$ với b và c là hai số nguyên dương và $b>1$. Tính bc.

A. $bc=7$. **B.** $bc=8$. **C.** $bc=15$. **D.** $bc=5$.

Câu 104: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R có $\widehat{BAC}=75°, \widehat{ACB}=60°$. Kẻ $BH\perp AC$. Quay ΔABC quanh AC thì ΔBHC tạo thành hình nón xoay (N). Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay (N) theo R..

A. $\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{4}\pi R^2$. **B.** $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}\pi R^2$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+1\right)}{4}\pi R^2$. **D.** $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}\pi R^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HÌNH NÓN KHỐI NÓN

DẠNG 1: TÍNH ĐỘ DÀI ĐƯỜNG SINH, BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO, GÓC Ở ĐỈNH

Câu 1: Cho hình nón có đường sinh bằng $4a$, diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$. Tính chiều cao của hình nón đó theo a.

A. $2a$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $S_{xq}=\pi rl=8\pi a^2 \Rightarrow r=\frac{8a^2}{l}=\frac{8a^2}{4a}=2a \Rightarrow h=\sqrt{(4a)^2-(2a)^2}=2\sqrt{3}a$.

Câu 2: Một hình nón có đường sinh bằng l và bằng đường kính đáy. Bán kính hình cầu nội tiếp hình nón bằng:

A. $\frac{3}{4}l$. **B.** $\frac{1}{3}l$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}l$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{6}l$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dễ thấy thiết diện qua trục hình nón là một tam giác đều cạnh l.

Bán kính hình cầu nội tiếp hình nón chính là bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác đều nói trên: $R=\frac{\sqrt{3}}{6}l$.

Câu 3: Một khối nón có diện tích xung quanh bằng $2\pi\ (\text{cm}^2)$ và bán kính đáy $\frac{1}{2}\ (\text{cm})$. Khi đó độ dài đường sinh là

A. $2\ (\text{cm})$. **B.** $3\ (\text{cm})$. **C.** $1\ (\text{cm})$. **D.** $4\ (\text{cm})$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $S_{xq}=\pi Rl \Rightarrow l=\frac{S_{xq}}{\pi R}=\frac{2\pi}{\pi.\frac{1}{2}}=4$.

Câu 4: Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy hình nón bằng 9π. Khi đó đường cao hình nón bằng

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$l=2R$; $S=\pi R^2=9\pi \Rightarrow R=3$; $h=\sqrt{l^2-R^2}=R\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.

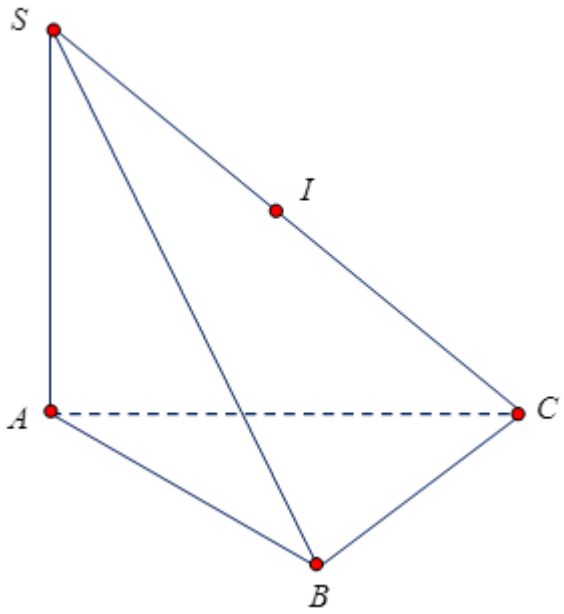
Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA=BC=a$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $3a$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi I là trung điểm cạnh SC.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A. Suy ra: $IA = IC = IS$.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ và $BC \perp AB$ (do ΔABC vuông tại B).

Suy ra: $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B. Do đó $IB = IC = IS$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Khi đó $R = IS = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 6: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, bán kính R. Biết $SO = h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $\sqrt{h^2 + R^2}$. **B.** $2\sqrt{h^2 - R^2}$. **C.** $2\sqrt{h^2 + R^2}$. **D.** $\sqrt{h^2 - R^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có đường sinh $l = \sqrt{h^2 + R^2}$.

Câu 7: Một hình nón có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = \frac{4}{3}$. Kí hiệu góc ở đỉnh của hình nón là 2α.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. $\cos\alpha = \frac{3}{5}$. **B.** $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. **C.** $\cot\alpha = \frac{3}{5}$. **D.** $\tan\alpha = \frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình nón có bán kính đáy $r = 1$, chiều cao $h = \frac{4}{3} \Rightarrow$ đường sinh $l = \frac{5}{3}$.

Ta có : $\sin\alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 8: Cho hình nón có diện tích xung quanh là S_{xq} và bán kính đáy là r. Công thức nào dưới đây dùng để tính đường sinh l của hình nón đã cho.

A. $l = \frac{S_{xq}}{\pi r}$. **B.** $l = \frac{2S_{xq}}{\pi r}$. **C.** $l = 2\pi S_{xq} r$. **D.** $l = \frac{S_{xq}}{2\pi r}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

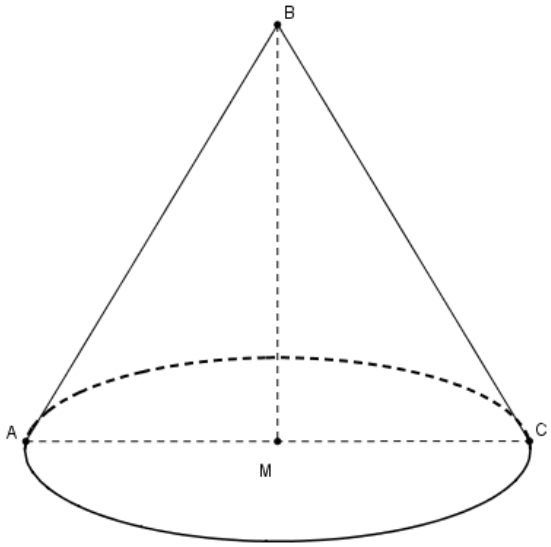
Ta có $S_{xq}=\pi rl \Leftrightarrow l=\dfrac{S_{xq}}{\pi r}$.

Câu 9: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng π. Chiều cao của hình nón bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Theo đề bài, ta có $BC=AC=2R$.

Mà $S_{\text{day}}=\pi R^2=\pi \Rightarrow R=1$.

Do đó $BC=2$.

Tam giác MBC vuông tại M nên chiều cao hình nón $BM=\sqrt{BC^2-MC^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$.

Câu 10: Khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ thì có đường sinh bằng:

A. 4 **B.** 3 **C.** 16 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn A

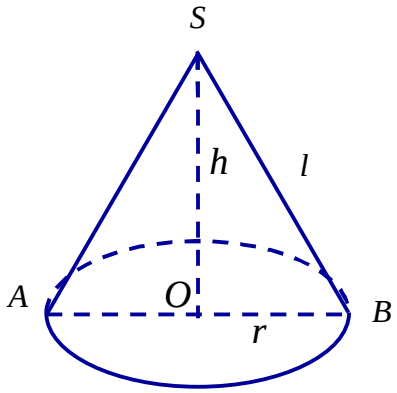
Ta có $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{2^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=4$.

Câu 11: Cho hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy r, chiều cao h và đường sinh l. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$. **B.** $h^2=r^2+l^2$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



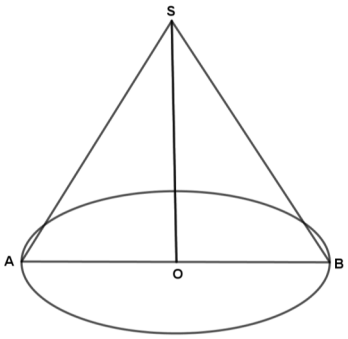
Ta có tam giác SOB vuông tại O nên: $h^2+r^2=l^2\Rightarrow h^2=l^2-r^2$.

Câu 12: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 6cm, góc ở đỉnh bằng 60°. Thể tích khối nón là:

A. $27\pi cm^3$. **B.** $9\pi cm^3$. **C.** $9\sqrt{3}\pi cm^3$. **D.** $27cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° nên thiết diện chứa trục của hình nón là tam giác đều có độ dài cạnh bằng 6cm.

Thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}.3^2.\pi.3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$

Câu 13: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng R, chiều cao bằng h, độ dài đường sinh bằng l. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. $l=\sqrt{R^2-h^2}$. **B.** $R=l^2+h^2$. **C.** $h=\sqrt{R^2-l^2}$. **D.** $l=\sqrt{R^2+h^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $l^2=R^2+h^2\Rightarrow l=\sqrt{R^2+h^2}$.

Câu 14: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=3a$ và $AC=4a$. Độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay ΔABC xung quanh trục AC bằng

A. $l=a$. **B.** $l=\sqrt{2}a$. **C.** $l=\sqrt{3}a$. **D.** $l=5a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

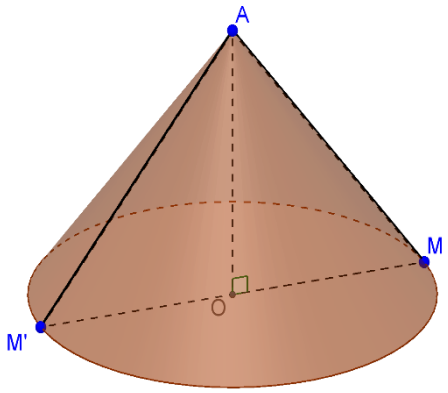
Đường sinh của hình nón có độ dài bằng đoạn $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=5a$.

Câu 15: Một hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích đáy của hình nón bằng 9π. Tính đường cao h của hình nón.

A. $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $h=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $h=3\sqrt{3}$. **D.** $h=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Chọn C

Ta có $l = 2R$ và $S = 9\pi \Leftrightarrow \pi R^2 = 9 \Leftrightarrow R = 3$

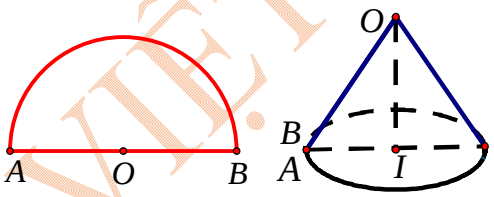
$\Rightarrow h = AO = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$.

Câu 16: Cho nửa hình tròn tâm O, đường kính AB. Người ta ghép hai bán kính OA, OB lại tạo thành mặt xung quanh của hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón đó.

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi R, r lần lượt là bán kính của nửa hình tròn tâm O và hình nón.

Hình nón có đường sinh $l = OA = R$ và chu vi đường tròn đáy bằng nửa chu vi hình tròn tâm O, đường kính AB. Do đó $2\pi r = \pi R \Leftrightarrow r = \dfrac{R}{2}$.

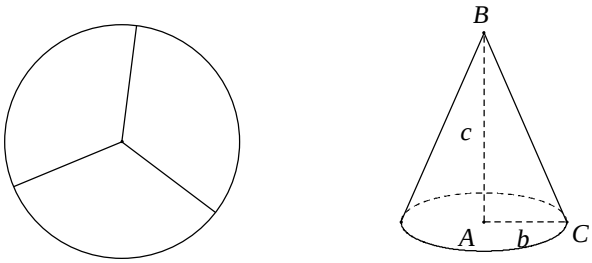
Gọi I là tâm đường tròn đáy của hình nón.

Xét ΔOAI vuông tại I có : $\sin \widehat{AOI} = \dfrac{AI}{OA} = \dfrac{\frac{R}{2}}{R} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AOI} = 30°$.

Do đó góc ở đỉnh của hình nón bằng $60°$.

Câu 17: Người ta cắt hết một miếng tôn hình tròn ra làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quấn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón.

A. $2\varphi = 2\arcsin\dfrac{1}{2}$. **B.** $2\varphi = 2\arcsin\dfrac{1}{3}$. **C.** $2\varphi = 120^\circ$. **D.** $2\varphi = 60^\circ$.



Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn B

Chu vi đường tròn lớn: $2\pi R$.

Chu vi hình nón: $\frac{1}{3}.2\pi R$ nên bán kính của hình nón là: $\frac{R}{3}$.

$\sin\varphi = \frac{r}{l} = \frac{\frac{R}{3}}{R} = \frac{1}{3}$ nên $\varphi = \arcsin\frac{1}{3} \Rightarrow 2\varphi = 2\arcsin\frac{1}{3}$.

DẠNG 2: TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

Câu 18: Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đường tròn đáy r.

A. $S_{xq} = \pi r^2 l$. **B.** $S_{xq} = 2\pi r^2 l$. **C.** $S_{xq} = \pi rl$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

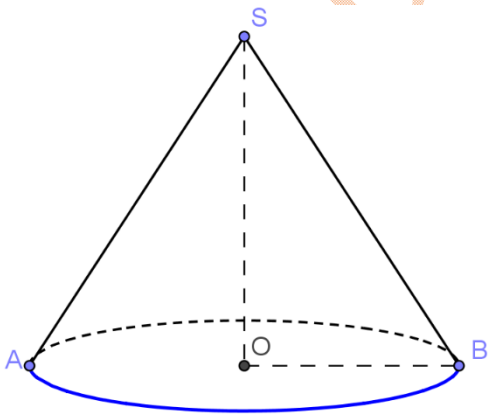
Công thức.

Câu 19: Một hình nón có đường cao $h = 20cm$, bán kính đáy $r = 25cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $5\pi\sqrt{41}$. **B.** $25\pi\sqrt{41}$. **C.** $+\infty$. **D.** $125\pi\sqrt{41}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5\sqrt{41}$.

Diện tích xung quanh:

$S_{xq} = \pi rl = 125\pi\sqrt{41}$.

Câu 20: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

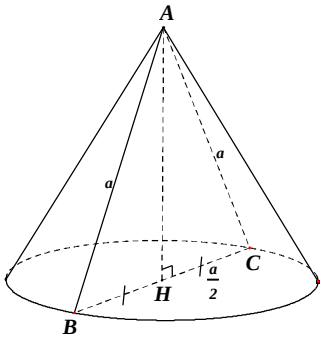
A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $\frac{1}{2}\pi a^2$. **D.** $\frac{3}{4}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Khi quay tam giác đều ABC xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón có.

Đường sinh $l = a$; bán kính đáy $r = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$.



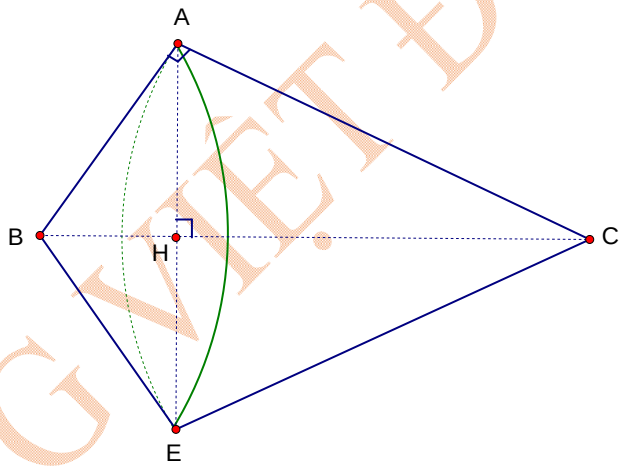
Khi đó $S_{xq}=\pi rl=\dfrac{\pi a^2}{2}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$. Quay tam giác ABC (kể cả các điểm bên trong tam giác) quanh BC, ta thu được khối tròn xoay. Tính diện tích bề mặt của khối tròn xoay đó.

A. $\dfrac{6\pi a^2}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{\sqrt{5}}$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của ΔABC.Ta có ΔABC vuông tại A

$\Rightarrow AH.BC=AB.AC\Rightarrow AH=\dfrac{AB.AC}{BC}=\dfrac{AB.AC}{\sqrt{AB^2+AC^2}}=\dfrac{a.2a}{\sqrt{a^2+4a^2}}=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$

Khi quay ΔABC quanh cạnh BC ta được vật thể là hai khối nón tròn xoay có chung đáy là đường tròn tâm H, bán kính $R=AH=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow$ Diện tích bề mặt của vật thể tròn xoay đó là: $S=\pi R\left(AB+AC\right)=\pi.\dfrac{2a}{\sqrt{5}}.\left(a+2a\right)=\dfrac{6\pi a^2}{\sqrt{5}}$.

Câu 22: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=2$ và đường sinh $l=3$ bằng:

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 4π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

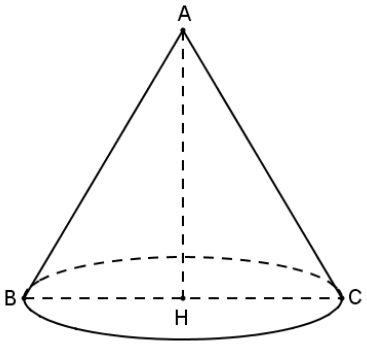
Ta có $S_{xq}=2\pi Rl=2\pi.2.3=12\pi$.

Câu 23: Cho tam giác đều ABC quay quanh đường cao AH tạo ra hình nón có chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón này

A. $S_{xq}=6\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{8\pi a^2}{3}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C



Xét ΔABH có $AH^2=AB^2-BH^2=AB^2-\dfrac{BC^2}{4}=\dfrac{3AB^2}{4}$.

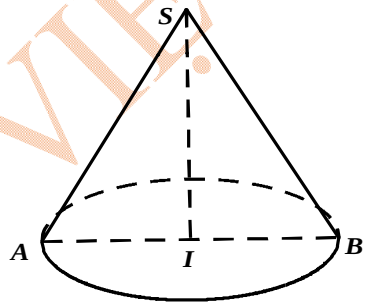
$\Rightarrow AB=\dfrac{2\sqrt{3}AH}{3}=\dfrac{4\sqrt{3}a}{3}$. Khi đó $S_{xq}=\pi.BH.AB=\pi.\dfrac{AB^2}{2}=\dfrac{8\pi a^2}{3}$.

Câu 24: Một hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, đường sinh bằng $2a$, diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=8\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có hình nón có góc ở đỉnh bằng $60^0\Rightarrow \widehat{ASB}=60°\Rightarrow \widehat{ISB}=30°$.

Đường sinh bằng $2a$ suy ra $SB=SA=2a$.

Bán kính đáy của hình nón là $R=IB=SB.\sin\widehat{ISB}=2a\sin 30°=a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S=\pi Rl=\pi 2a.a=2\pi a^2$.

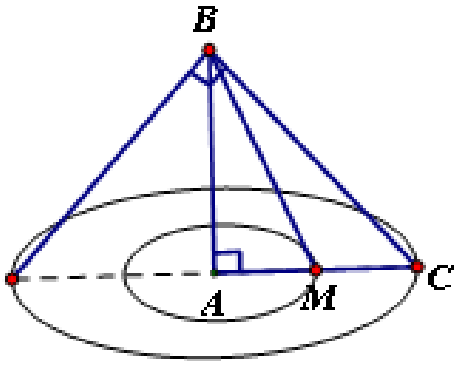
Câu 25: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=3a$, $AC=4a$. Gọi M là trung điểm của AC. Khi qua quanh AB, các đường gấp khúc AMB, ACB sinh ra các hình nón có diện tích xung quanh lần lượt là S_1, S_2. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

A. $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\sqrt{13}}{10}$. **B.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



$S_1 = \pi r_1 l_1 = \pi.\dfrac{AC}{2}.\sqrt{AB^2 + \left(\dfrac{AC}{2}\right)^2} = 2\pi\sqrt{13}$; $S_2 = \pi r_2 l_2 = \pi.AC.\sqrt{AB^2 + AC^2} = 20\pi$.

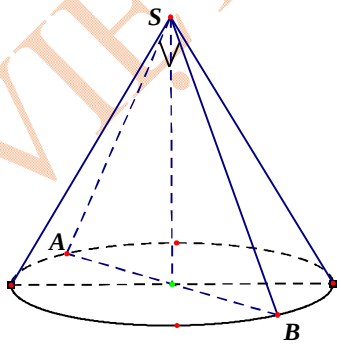
Do đó $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{\sqrt{13}}{10}$.

Câu 26: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **B.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{6}$ **C.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi S là đỉnh hình nón, thiết diện qua trục là tam giác SAB.

Ta có $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = a$, suy ra $l = SA = a$; $r = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a = \dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 27: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S = \dfrac{\pi a^2}{3}$. **B.** $S = \pi a^2$. **C.** $S = \pi a$. **D.** $S = 2\pi a^2$.

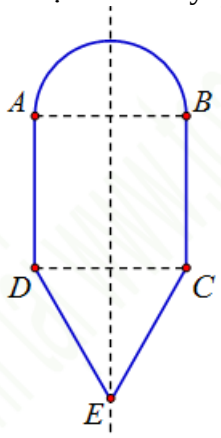
Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $2\pi R = 2\pi a \Rightarrow R = a$.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl = 2a^2\pi$.

Câu 28: Cho một hình phẳng gồm nửa đường tròn đường kính $AB=2$, hai cạnh BC, DA của hình vuông $ABCD$ và hai cạnh ED, EC của tam giác đều DCE (như hình vẽ bên). Tính diện tích S của mặt tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng trên quanh trục đối xứng của nó.



A. $S=6\pi$. **B.** $S=\left(6+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\pi$. **C.** $S=8\pi$. **D.** $S=\left(\frac{20+\sqrt{3}}{6}\right)\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi S_1 là diện tích của mặt cầu khi quay nửa đường tròn đường kính $AB=2$ khi quay quanh trục đối xứng của nó $\Rightarrow S_1=2\pi$.

Gọi S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ khi quay hình vuông $ABCD$ cạnh $AB=2$ quanh trục đối xứng của nó $\Rightarrow S_2=4\pi$.

Gọi S_3 là diện tích hình xung quanh của hình nón khi quay tam giác đều DCE cạnh $EC=2$ quanh trục đối xứng của nó $\Rightarrow S_3=2\pi$.

Vậy diện tích của mặt tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng trên quanh trục đối xứng của nó là $S=S_1+S_2+S_3=8\pi$.

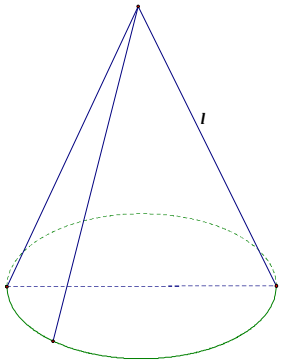
Câu 29: Một hình nón tròn xoay có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh bằng a. Tính diện tích S_{tp} toàn phần của hình nón đó:

A. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+8\right)}{2}$. **B.** $S_{tp}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

C. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$. **D.** $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+4\right)}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Theo đề suy ra đường sinh $l = a$, và đường tròn đáy có bán kính $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Khi đó

$S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$, diện tích đáy $S = \frac{\pi a^2}{2}$.

Vậy $S_{tp} = \frac{\pi a^2 \left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.

Câu 30: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân cạnh bằng a. Diện tích hình nón là.

A. $\sqrt{2}\pi a^2$.. **B.** $S = \frac{\pi a^2}{\sqrt{2}} + \frac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S = \frac{\pi a^2}{\sqrt{2}}$. **D.** $2\frac{\pi a^2}{\sqrt{2}} + \frac{\pi a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

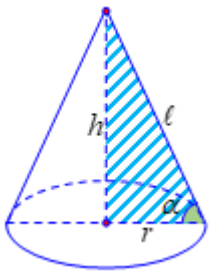
$l = a \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S = S_{xq} + S_d = \frac{\pi a^2}{\sqrt{2}} + \frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 31: Cho hình nón có đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là α, diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $\pi a^2 \cos\alpha$ **B.** $2\pi a \sin\alpha$ **C.** $\pi a^2 \sin\alpha$ **D.** $2\pi a \cos\alpha$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $\ell = a$; $r = \ell \cos\alpha = a\cos\alpha$.

Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi r \ell = \pi a^2 \cos\alpha$.

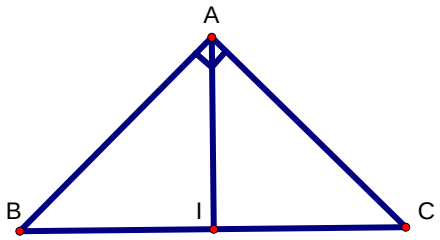
Câu 32: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại cân A, gọi I là trung điểm của BC, $BC = 2$.Tính diện tích xung quanh của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI.

A. $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq} = 4\pi$. **C.** $S_{xq} = \sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq} = 2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



$R=\dfrac{BC}{2}=1,\ l=AB=AC=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}.$

$S_{xq}=\pi R=\sqrt{2}\pi$

Câu 33: Một hình nón có đường cao $h=20$ cm, bán kính đáy $r=25$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó:

A. $75\pi\sqrt{41}$. **B.** $5\pi\sqrt{41}$. **C.** $125\pi\sqrt{41}$. **D.** $25\pi\sqrt{41}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường sinh của hình nón $\ell=\sqrt{h^2+r^2}=5\sqrt{41}\,cm$.

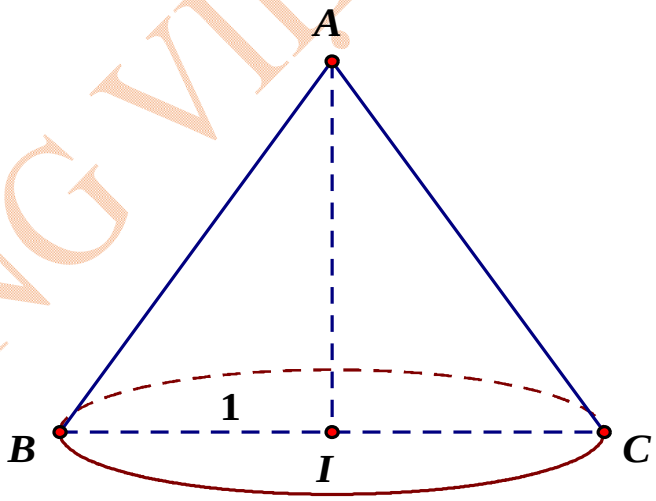
Diện tích xung quanh: $S_{xq}=\pi r\ell=125\pi\sqrt{41}\,cm^2$.

Câu 34: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông cân tại A, gọi I là trung điểm của BC, $BC=2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AI.

A. $2\sqrt{2}\pi$. **B.** $\sqrt{2}\pi$. **C.** 2π. **D.** 4π.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại A và $BC=2$ nên $AB=AC=\sqrt{2}$ và $AI=1$.

Quay tam giác quanh AI ta có hình nón với độ dài đường sinh là $AB=\sqrt{2}$, bán kính $IB=1$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi.IB.AB=\pi.1.\sqrt{2}=\pi\sqrt{2}$.

Câu 35: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=a\sqrt{3}$, $AC=a$. Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác quanh đường thẳng AB là:

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB ta thu được hình nón có: $r=AC=a$; $l=BC=2a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

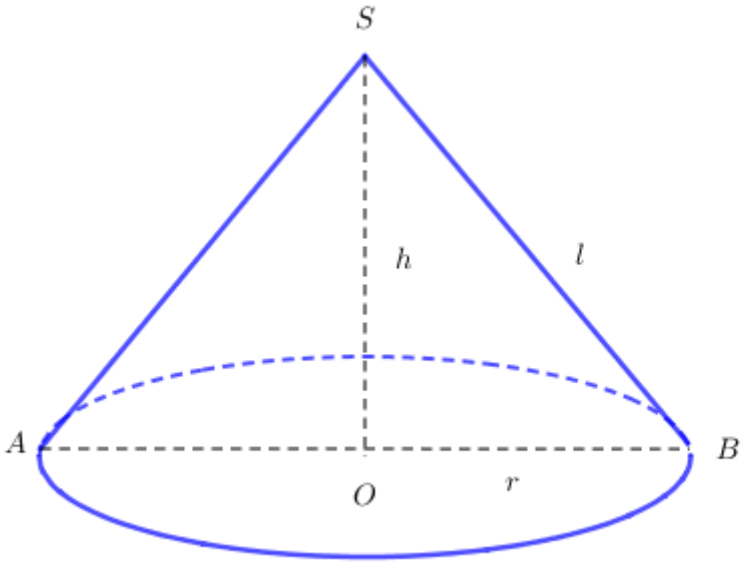
Ta có $S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$.

Câu 36: Một hình nón có đường cao $h = 4cm$, bán kính đáy $r = 5cm$. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. 20π. **B.** 15π. **C.** $4\pi\sqrt{41}$. **D.** $5\pi\sqrt{41}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Hình nón có đường sinh $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$.

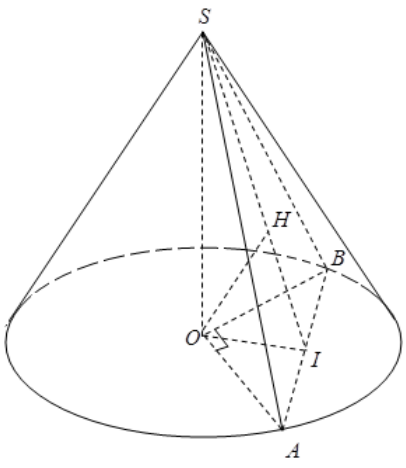
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 5\pi\sqrt{41}$.

Câu 37: **– 2017]** Một hình nón đỉnh S, đáy hình tròn tâm O và $SO = h$. Một mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt đường tròn (O) theo dây cung AB sao cho góc $\widehat{AOB} = 90°$, biết khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{h}{2}$. Khi đó diện tích xung quanh hình nón bằng.

A. $\frac{\pi h^2\sqrt{10}}{3}$. **B.** $\frac{\pi h^2\sqrt{10}}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{2\pi h^2\sqrt{10}}{3}$. **D.** $\frac{\pi h^2\sqrt{10}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB.

$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OI^2}\Rightarrow\frac{1}{OI^2}=\frac{4}{h^2}-\frac{1}{h^2}=\frac{3}{h^2}\Rightarrow OI=\frac{h\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác OAB vuông cân tại O nên:

$AB=2OI=\frac{2h\sqrt{3}}{3}$, $R=OA=OB=\frac{h\sqrt{6}}{3}$.

Suy ra: $SB=\sqrt{SO^2+OB^2}=\sqrt{h^2+\left(\frac{h\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\frac{h\sqrt{15}}{3}$.

Diện tích xung quanh của hình nón:

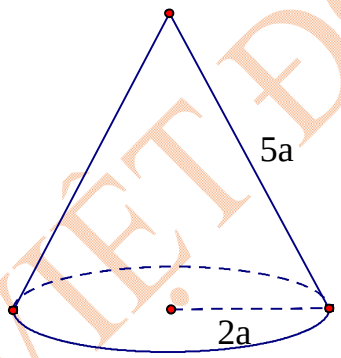
$S_{xq}=\pi R.SB=\pi.\frac{h\sqrt{6}}{3}.\frac{h\sqrt{15}}{3}=\frac{\pi h^2\sqrt{10}}{3}$.

Câu 38: Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S=10\pi a^2$. **B.** $S=14\pi a^2$. **C.** $S=36\pi a^2$. **D.** $S=20\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



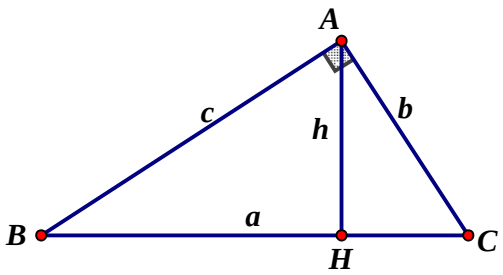
Diện tích xung quanh của hình nón (N) là: $S=\pi rl=\pi.2a.5a=10\pi a^2$.

Câu 39: Cho tam giác ABC vuông tại A, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c, b<c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC, quanh cạnh AC, quanh cạnh AB, ta được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_c>S_a>S_b$. **B.** $S_a>S_c>S_b$. **C.** $S_b>S_c>S_a$. **D.** $S_b>S_a>S_c$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ A của tam giác, đặt $AH=h$

Ta có $S_a=\pi.BA.AH+\pi.CA.AH=\pi h(c+b)$

$S_b=\pi.BC.BA+\pi.BA^2=\pi c(a+c)$

$S_c=\pi.CB.CA+\pi.CA^2=\pi b(a+b)$

Do $b<c$ nên hiển nhiên $S_c<S_b$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do $c<a, h<b$ nên hiển nhiên $S_a < S_c$.

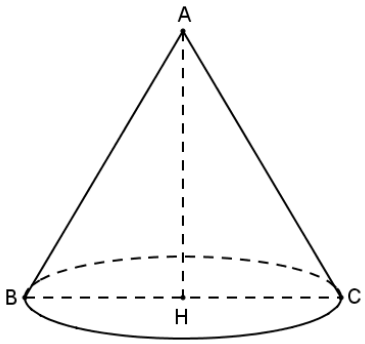
Vậy $S_a < S_c < S_b$..

Câu 40: Cho tam giác đều ABC quay quanh đường cao AH tạo ra hình nón có chiều cao bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón này.

A. $S_{xq}=6\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{8\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{2\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Xét ΔABH có $AH^2=AB^2-BH^2=AB^2-\dfrac{BC^2}{4}=\dfrac{3AB^2}{4}$.

$\Rightarrow AB=\dfrac{2\sqrt{3}AH}{3}=\dfrac{4\sqrt{3}a}{3}$.

Khi đó $S_{xq}=\pi.BH.AB=\pi.\dfrac{AB^2}{2}=\dfrac{8\pi a^2}{3}$.

Câu 41: Một hình trụ có bán kính đáy $r=a$, độ dài đường sinh $l=2a$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $6\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rh=2\pi a.2a=4\pi a^2$

Câu 42: Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq}=2a^2$. **B.** $S_{xq}=2\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường sinh: $l=\sqrt{h^2+r^2}=2a$. Diện tích xung quanh là $S_{xq}=\pi rl=2\pi a^2$.

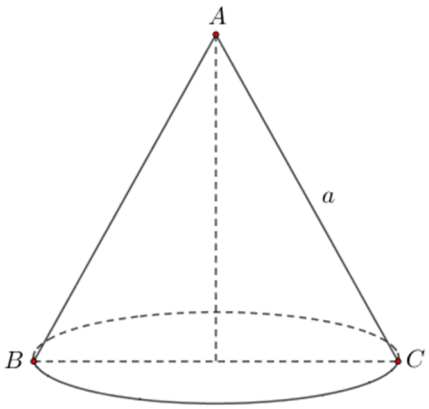
Câu 43: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\pi a^2\sqrt{2}$ **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$ **D.** $\dfrac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



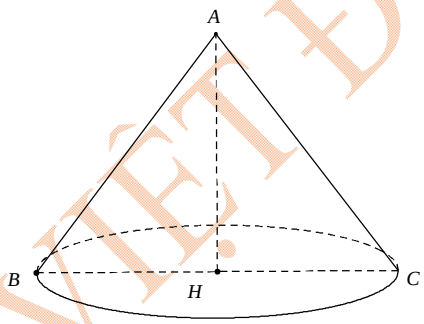
Ta có $l = AB = a$, $r = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $S_{xq} = \pi rl = \pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44: **– 2017]** Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón Diện tích xung quanh S của hình nón đó là:

A. $S = \frac{3\pi a^2}{4}$. **B.** $S = \pi a^2$. **C.** $S = \frac{\pi a^2}{2}$. **D.** $S = 2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Hình nón có bán kính đáy $R = \frac{a}{2}$ và độ dài đường sinh nên có diện tích xung quanh là.

$S = \pi Rl = \pi\frac{a}{2}a = \frac{\pi a^2}{2}.l = a$

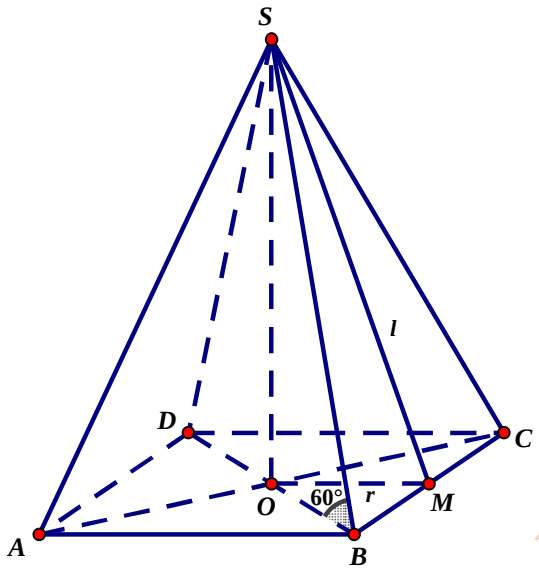
Câu 45: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Hinh nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là:

A. $S = \pi a^2$ **B.** $S = \frac{\pi a^2\left(\sqrt{7}+1\right)}{4}$ **C.** $S = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$ **D.** $S = \frac{3}{2}\pi a^2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi O là tâm của đáy $ABCD$, M là trung điểm của BC.
Hình nón có đỉnh là S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ là hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác SOM quanh SO. Ta có:

$SO = OB.\tan 60° = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$OM = \frac{a}{2} = r$.

$SM^2 = SO^2 + OM^2 = \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{4} \Rightarrow l = \frac{a\sqrt{7}}{2}$

Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là:

$S_{xq} = \pi rl = \frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{7}}{2}\pi = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$.

Câu 46: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đó.

A. $S = 25\pi$. **B.** $S = 20\pi$. **C.** $S = 15\pi$. **D.** $S = 60\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón đó là $S = \pi rl = \pi 3.5 = 15\pi$.

Câu 47: Cho hình nón có đường sinh $l = 2a$ và hợp với đáy một góc $60°$. Diện tích xung quanh S_{xq} của khối nón bằng.

A. $S_{xq} = 2a^2$. **B.** $S_{xq} = a^2$. **C.** $S_{xq} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. **D.** $S_{xq} = 2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường sinh $l = 2a$ hợp với đáy một góc $60° \Rightarrow R = a$.

Ta có: $S_{xq} = \pi Rl = 2\pi a^2$.

Câu 48: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 9π. **B.** 30π. **C.** 15π. **D.** 12π.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

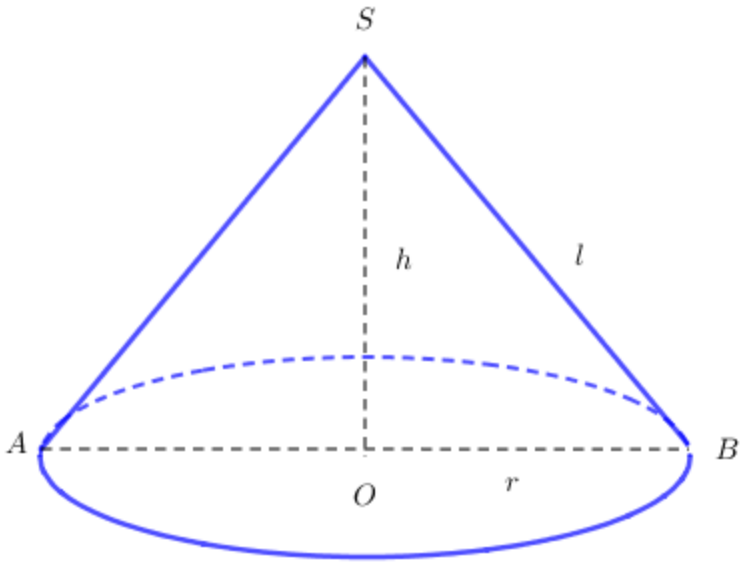
Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi rl=\pi.3.5=15\pi$.

Câu 49: Một hình nón có chiều cao bằng $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $3\pi a^2$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Hình nón có đường sinh $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2+a^2}=2a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=2\pi a^2$.

Câu 50: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 2cm, góc ở đỉnh bằng 60°. Diện tích xung quanh của hình nón là

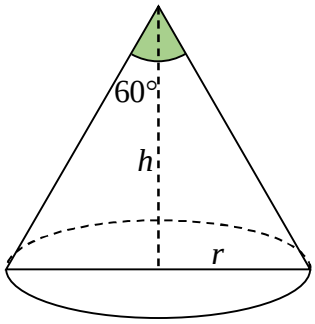
A. $3\pi\ cm^2$. **B.** $6\pi\ cm^2$. **C.** $\pi\ cm^2$. **D.** $2\pi\ cm^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do góc ở đỉnh bằng 60° suy ra thiết diện dọc trục của hình nón là tam giác đều.

Ta có $l=2, r=1, h=\frac{\sqrt{3}}{2}.2=\sqrt{3}$.



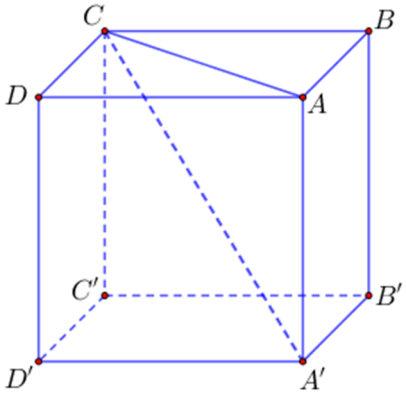
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl=2\pi\ cm^2$.

Câu 51: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc ACA' khi quay quanh trục AA'.

A. $\pi\sqrt{6}$. **B.** $\pi\sqrt{3}$. **C.** $\pi\sqrt{2}$. **D.** $\pi\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



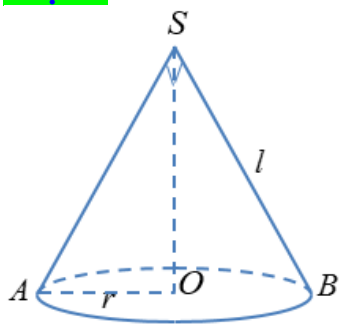
Tam giác ACA' vuông tại A, hình nón tròn xoay sinh ra có bán kính đường tròn đáy $r = AC = \sqrt{2}$, độ dài đường sinh $l = A'C = \sqrt{3}$ nên $S_{xq} = \pi rl = \pi\sqrt{6}$.

Câu 52: Cho hình nón đỉnh S biết rằng nếu cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón là:

A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2}{2}$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. **C.** $S_{xq} = \pi a^2$. **D.** $S_{xq} = \sqrt{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có ΔSAB vuông cân tại $S \Rightarrow \begin{cases} l = SA = SB = a \\ r = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \end{cases}$.

Vậy $S_{xq} = \pi rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a = \dfrac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$.

Câu 53: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 30π. **B.** 15π. **C.** 12π. **D.** 9π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi l là đường sinh của hình nón thì $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi 3.5 = 15\pi$.

Câu 54: Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$. Cho tam giác quay quanh AB và AC ta được 2 hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh tương ứng là S_1 và S_2. Chọn câu đúng.

A. $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Nhận xét : tam giác ABC vuông tại A.

Khi quay quanh AB ta được hình nón có bán kính là AC, đường sinh là $BC \Rightarrow S_1 = \pi AC.BC$.

Khi quay quanh AC ta được hình nón có bán kính là AB, đường sinh là $BC \Rightarrow S_2 = \pi AB.BC$.

$\Rightarrow \dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{4}{3}$.

Câu 55: Hình trụ (T) được sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB. Biết $AC = 2a\sqrt{2}$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$. Diện tích toàn phần của hình trụ (T) là:

A. $S_{TP} = 8\pi a^2$. **B.** $S_{TP} = 16\pi a^2$. **C.** $S_{TP} = 10\pi a^2$. **D.** $S_{TP} = 12\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = 2a\sqrt{2}$, $\widehat{ACB} = 45^\circ$ nên $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$.

Khi đó hình trụ (T) có chiều cao là $h = 2a$, bán kính đáy $R = 2a$.

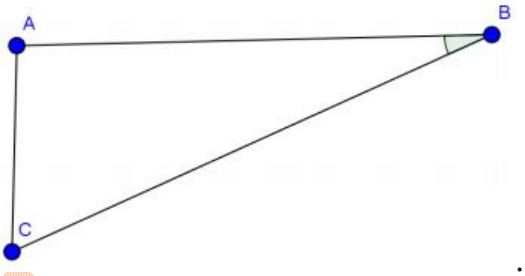
Vậy $S_{TP} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Câu 56: Cho hình tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{ABC} = 30°$ và cạnh góc vuông $AC = 2a$ quay quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

A. $\dfrac{4}{3}\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $8\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $16\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$AC = 2a$; Suy ra $AB = 2\sqrt{3}a; BC = 4a$.

Khi quay quanh cạnh AC ta được một hình nón.

Có đường sinh $l = 4a$ và bán kính đáy là $2\sqrt{3}a$.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi Rl = \pi 4.2\sqrt{3}a^2 = 8\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 57: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chu vi đáy bằng $2\pi a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón.

A. $S = \dfrac{\pi a^2}{3}$ **B.** $S = \pi a^2$ **C.** $S = \pi a$ **D.** $S = 2\pi a^2$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $2\pi R = 2\pi a \Rightarrow R = a$.

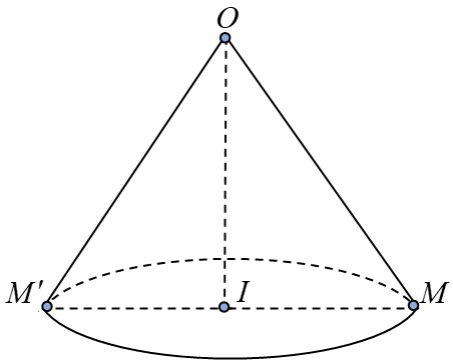
Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl = 2a^2\pi$.

Câu 58: Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I, góc $\widehat{IOM} = 45°$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Khi đó, diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay đó bằng

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** πa^2. **D.** $\pi a^2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Dựa vào hình vẽ ta thấy đường gấp khúc quay quanh OI sẽ tạo hình nón tròn xoay có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là $IM = a$ và $h = IO = a$ và độ dài đường sinh bằng $l = a\sqrt{2}$.

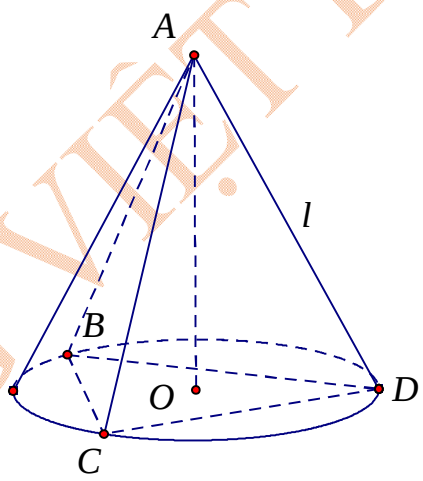
Diện tích xung quanh của hình nón bằng: $S_{xq} = \pi rl = \pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 59: Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^2$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi tứ diện đều cạnh a là $ABCD$, O là tâm đường tròn đáy của hình nón.

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi.BO.AD = \pi.\left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right).a = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$.

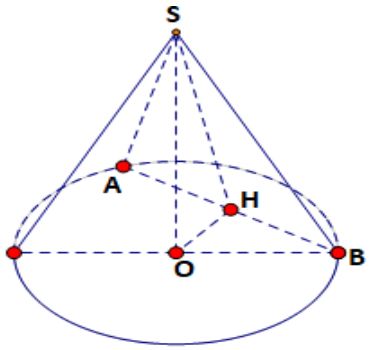
Câu 60: Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Theo bài ra ta có tam giác SAB vuông tại S và $OH=3$; và $\widehat{BSO}=60°$.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón thì đường sinh $l=SB=\dfrac{r}{\sin 60°}\Rightarrow l=\dfrac{2r}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $BH=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{r\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác OBH vuông tại H, ta có $9+\dfrac{6r^2}{9}=r^2\Leftrightarrow r=3\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.3\sqrt{3}.\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=18\pi\sqrt{3}$.

Câu 61: Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh hình nón bằng

A. $24\pi a^2$. **B.** $20\pi a^2$. **C.** $40\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

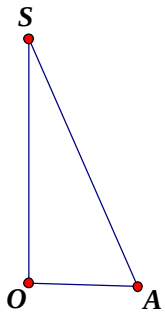
$S_{xq}=\pi rl;\ l^2=(3a)^2+(4a)^2=(5a)^2\Rightarrow l=5a\Rightarrow S_{xq}=20\pi a^2$.

Câu 62: Cho khối nón có bán kính đáy $r=1(cm)$ và góc ở đỉnh $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $2\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $\sqrt{2}\pi\left(cm^2\right)$. **C.** $\sqrt{3}\pi\left(cm^2\right)$. **D.** $\pi\left(cm^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi SO và SA lần lượt là đường cao và đường sinh của hình nón. Ta có $\widehat{ASO}=30°$.

Trong tam giác SAO ta có: $\sin\widehat{ASO}=\dfrac{OA}{SA}\Leftrightarrow\sin 60°=\dfrac{r}{l}\Leftrightarrow l=\dfrac{r}{\sin 30°}\Leftrightarrow l=2r=2$.

$S_{xq}=\pi rl=2\pi\ (\text{cm}^2)$.

Câu 63: Cho hình nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S=16\sqrt{3}\pi$. **B.** $S=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S=8\sqrt{3}\pi$. **D.** $S=24\pi$.

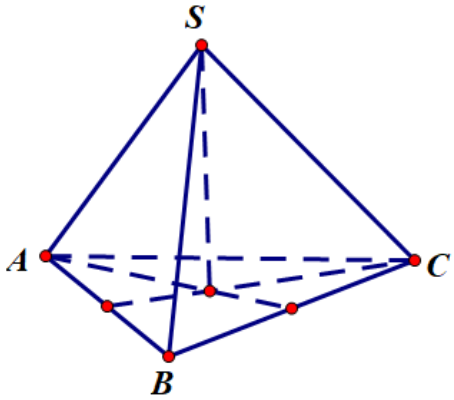
Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $S=\pi rl=4\sqrt{3}\pi$.

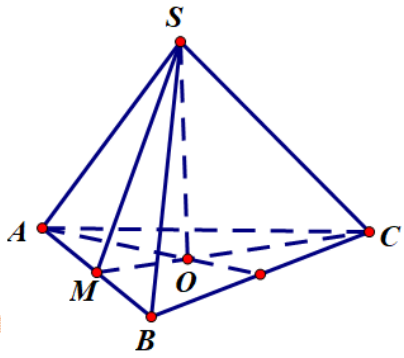
Câu 64: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB=a$, góc tạo bởi (SAB) và (ABC) bằng $60°$. Diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác ABC bằng



A. $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^2}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm AB và gọi O là tâm của tam giác ABC ta có :

$\begin{cases} AB\perp CM \\ AB\perp SO \end{cases} \Rightarrow AB\perp (SCM) \Rightarrow AB\perp SM$ và $AB\perp CM$

Do đó góc giữa (SAB) và (ABC) là $\widehat{SMO}=60°$.

Mặt khác tam giác ABC đều cạnh a nên $CM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra $OM=\frac{1}{3}CM=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$SO=OM.\tan 60°=\frac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3}=\frac{a}{2}$.

Hình nón đã cho có chiều cao $h=SO=\frac{a}{2}$, bán kính đáy $R=OA=\frac{a\sqrt{3}}{3}$, độ dài đường sinh

$l=\sqrt{h^2+R^2}=\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích xung quanh hình nón là: $S_{xq}=\pi.R.l=\pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{21}}{6}=\frac{\sqrt{7}\pi a^2}{6}$

Câu 65: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=6, AC=8$. Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $S_{xq}=160\pi$. **B.** $S_{xq}=80\pi$. **C.** $S_{xq}=120\pi$. **D.** $S_{xq}=60\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = \pi Rl$.

Với $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 10$, $R = AB = 6$.

Vậy $S_{xq} = \pi.6.10 = 60\pi\left(dvdt\right)$.

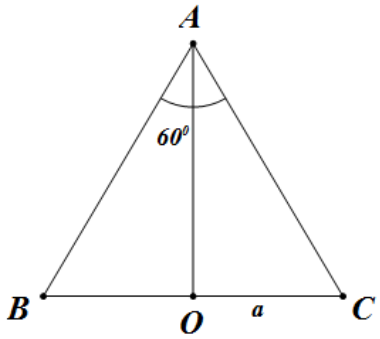
Câu 66: Hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, độ dài đường sinh bằng a. Khi đó, diện tích xung quanh của hình nón là.

A. $\frac{a^2}{2} + \frac{\pi a^2}{4}$. **B.** $\frac{a^2}{4} + \frac{\pi a^2}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^2}{2}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử thiết diện của mặt phẳng đi qua trục của hình nón với hình nón là tam giác ABC, theo giả thuyết bài toán, ta có ABC là tam giác đều cạnh a. Do đó hình nón có.



Độ dài đường sinh $l = AC = a$.

Bán kính đáy $R = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$.

Diện tích xung quanh cần tìm.

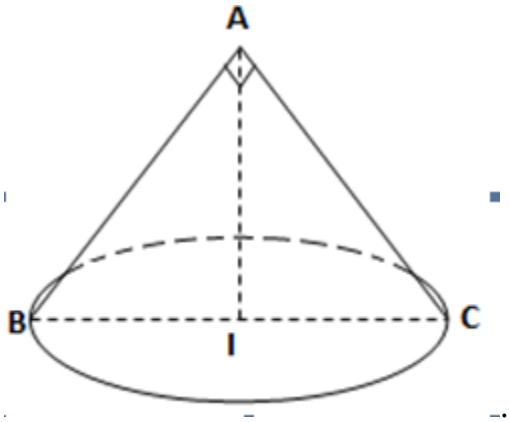
$S_{xq} = \pi Rl = \pi.\frac{a}{2}.a = \frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 67: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính diện tích toàn phần của khối nón tròn xoay sinh ra khi cho ΔABC quay quanh AI một góc $360°$.

A. $\left(2\sqrt{2}+1\right)\pi a^2$. **B.** $\frac{\left(2\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Có $IC = r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Và $l = AC = a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi rl + \pi r^2$.

$= \pi \frac{a\sqrt{2}}{2}.a + \pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \pi a^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\right)$.

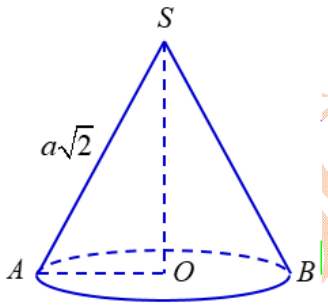
Vậy $S_{tp} = \frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$.

Câu 68: Cho hình nón có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Tam giác SAB vuông cân tại S nên $\widehat{ASO} = 45°$.
Suy ra tam giác SAO vuông cân tại O.

Khi đó: $AO = \frac{SA}{\sqrt{2}} = a$.

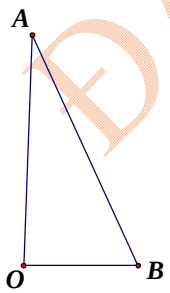
Diện tích xung quanh của hình nón: $S = \pi.OA.SA = \pi.a.a\sqrt{2} = \sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 69: Cho tam giác AOB vuông tại O, có $\widehat{OAB} = 30°$ và $AB = a$. Quay tam giác AOB quanh trục AO ta được một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 2\pi a^2$. **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S_{xq} = \pi a^2$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$S_{xq} = \pi Rl$ trong đó $R = OB$, $l = AB$. Trong tam giác vuông OAB ta có $OB = AB.\sin 30°$ hay $R = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$. Vậy $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 70: Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a, có diện tích xung quanh là:

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Kẻ $SO \perp (ABC)$, $SH \perp BC \Rightarrow OH \perp BC$.

Ta có $OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$S_{xq} = \pi.OA.SA = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.a$.

$S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 71: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình nón có bán kính đáy bằng a nên đường kính bằng $2a$. Do đó hình nón này có góc ở đỉnh bằng $60°$ thì độ dài đường sinh là $l = 2a$.

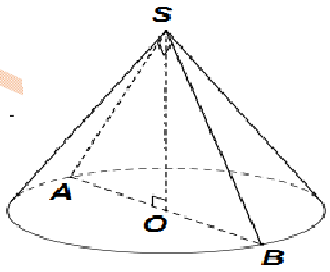
Vậy diện tích xung quanh của hình nón bằng $S_{xq} = \pi rl = \pi.a.2a = 2\pi a^2$.

Câu 72: Một hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** . . **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** πa^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ).

Tam giác SAB cân tại S và là tam giác cân nên $SA = SB = a$.

Do đó, $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{2}$ và $SO = OA = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

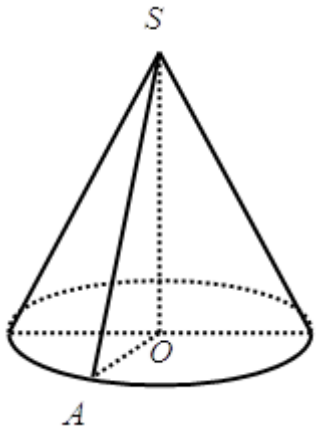
Vậy, diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 73: Cho hình nón đỉnh S và đường tròn đáy có tâm là O. điểm A thuộc đường tròn đáy. Tỉ số giữa diện tích xung quanh và diện tích đáy là 2. Số đo của góc SAO là?

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 120^0. **D.** 60^0.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S=\pi.OA.SA$.

Diện tích đáy của hình nón là $S'=\pi OA^2$.

Khi đó: $\frac{S}{S'}=\frac{SA}{OA}=2\Rightarrow\frac{OA}{SA}=\frac{1}{2}$.

Mà tam giác SAO vuông tại O nên $\cos\widehat{SAO}=\frac{OA}{SA}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{SAO}=60°$.

Câu 74: C ho tam giác OAB vuông tại O có $OA=3$, $OB=4$. Tính diện tích toàn phần của hình nón tạo thành khi quay tam giác OAB quanh OA.

A. $S=36\pi$. **B.** $S=20\pi$. **C.** $S=26\pi$. **D.** $S=52\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì tam giác OAB vuông tại O có $OA=3, OB=4$ nên $AB=5$.

Ta có $S_{xq}=\pi Rl=\pi.OB.AB=\pi.4.5=20\pi$.

Và diện tích đáy là $S=\pi R^2=\pi.OB^2=\pi.4^2=16\pi$.

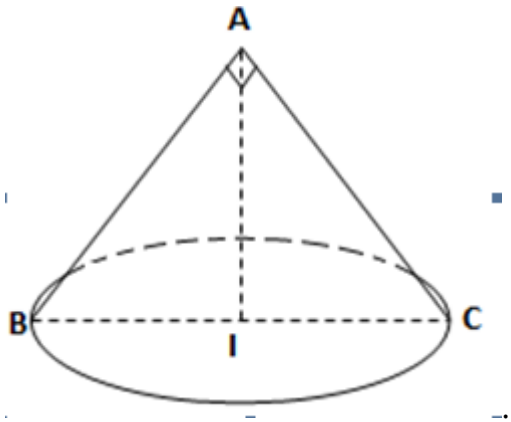
Vậy $S_{tp}=S+S_{xq}=36\pi$.

Câu 75: Cho tam giác ABC vuông cân tại A biết $BC=a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm của BC. Tính diện tích toàn phần của khối nón tròn xoay sinh ra khi cho ΔABC quay quanh AI một góc $360°$.

A. $\frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{\left(2\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\left(2\sqrt{2}+1\right)\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Có $IC=r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Và $l=AC=a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $S_{tp} = S_{xq} + S_{đáy} = \pi rl + \pi r^2$.

$= \pi \frac{a\sqrt{2}}{2}.a + \pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \pi a^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\right)$.

Vậy $S_{tp} = \frac{\left(\sqrt{2}+1\right)\pi a^2}{2}$.

Câu 76: Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, Một hình nón tròn xoay có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. $\frac{a^2\pi\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^2\pi\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a^2\pi\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = \pi rl$, $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $l^2 = a^2 + r^2 = a^2 + \frac{a^2}{2} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow l = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ $S_{xq} = \pi\frac{a\sqrt{2}}{2}\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 77: Cho tam giác ABO vuông tại O có góc $\widehat{BAO} = 30°$, $AB = a$ .Quay tam giác ABO quanh trục AO ta được một hình nón có diện tích xung quanh bằng.

A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2}{4}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** πa^2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

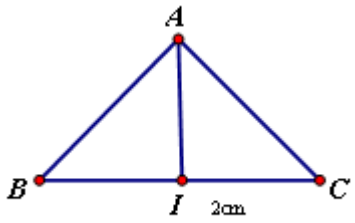
$OB = AB.\sin 30^0 = \frac{a}{2}$. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Câu 78: Trong không gian, cho tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A, gọi I là trung điểm của BC, $BC = 2$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh trục AI .

A. $S_{xq} = \sqrt{2}\pi$. **B.** $S_{xq} = 2\pi$. **C.** $S_{xq} = 2\sqrt{2}\pi$. **D.** $S_{xq} = 4\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Hình nón nhận được khi quay ΔABC quanh trục AI có bán kính IB và đường sinh AB.

ΔABC vuông cân tại A nên: $AI = BI = 1cm$ và $AB = AI.\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

$S_{xq} = \pi.r.l = \pi.1.\sqrt{2} = \sqrt{2}\pi$.

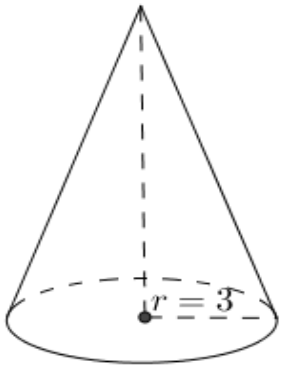
Câu 79: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 12π. Tính diện tích xung quanh của khối nón (N).

A. 36π. **B.** 15π. **C.** 3π. **D.** 5π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có:

$V_N = \frac{1}{3}.B.h = \frac{1}{3}\pi 3^2 h = 12\pi \Rightarrow h = \frac{12\pi}{3\pi} = 4$.

Từ đó suy ra:

$l = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Diện tích xung quanh bằng:

$S_{xq} = \pi rl = \pi.3.5 = 15\pi$.

Câu 80: Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều có đáy là đường tròn ngoại tiếp đáy của tứ diện có bán kính $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và đường sinh bằng a.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi Rl = \pi.\frac{a\sqrt{3}}{3}.a = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 81: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng $45°$. Tính diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

A. $2\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$ và trong ΔSOA vuông tại O có $\angle SAO = 45^\circ, \text{OA} = \frac{AC}{2} = \frac{(2a)\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$. Suy ra $SA = \frac{OA}{\cos 45^\circ} = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ là $S_{xq}\pi\text{rl} = \pi.OA.SA = \pi.a\sqrt{2}.2a = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 82: Hình nón có đường sinh $l = 2a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$.

Câu 83: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A với $AC = 3a, AB = 4a$. Tính theo a diện tích xung quanh S của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AC.

A. $S = 15a^2\pi$ **B.** $S = 30a^2\pi$ **C.** $S = 40a^2\pi$ **D.** $S = 20a^2\pi$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có : Đường sinh $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5a$. Bán kính đáy $r = AB = 4a$. Diện tích xung quanh $S = \pi rl = \pi.4a.5a = 20a^2\pi$.

Câu 84: Cho hình nón có chiều cao $a\sqrt{3}$ và bán kính đáy a. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq} = \pi a^2$. **B.** $S_{xq} = 2\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2}{2}$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi l là đường sinh của hình nón ta có $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a$.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón ta có: $S_{xq} = \pi rl = 2\pi a^2$

Câu 85: Cho hình nón có đường sinh $l = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là:

A. $S_{tp} = 24\pi$. **B.** $S_{tp} = 20\pi$. **C.** $S_{tp} = 22\pi$. **D.** $S_{tp} = 15\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

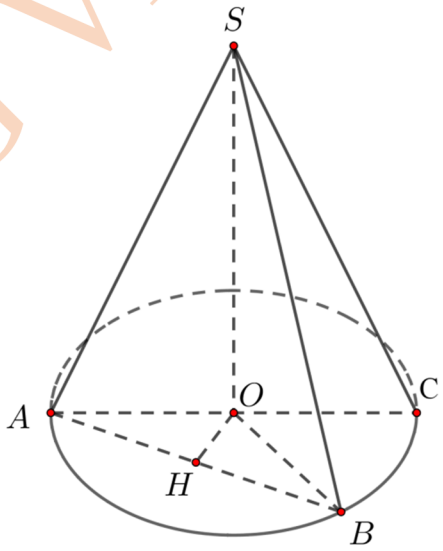
Áp dụng công thức tính diện tích toàn phần của hình nón ta có $S_{tp} = \pi rl + \pi r^2 = 15\pi + 9\pi = 24\pi$.

Câu 86: Cho hình nón đỉnh S, đường cao SO. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30°$, $\widehat{SAB} = 60°$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $S_{xq} = 2\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $S_{xq} = \pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $S_{xq} = \dfrac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $OH = a$. Đặt $OA = x$ thì $OA = SA.\cos 30° \Rightarrow SA = \dfrac{2x}{\sqrt{3}}$.

Do góc $\widehat{SAB} = 60°$ nên tam giác SAB đều $\Rightarrow AB = SA = \dfrac{2x}{\sqrt{3}} \Rightarrow AH = \dfrac{x}{\sqrt{3}}$.

Do $AH^2 + OH^2 = OA^2 \Rightarrow \dfrac{x^2}{3} + a^2 = x^2 \Leftrightarrow x = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $OA=\frac{a\sqrt{6}}{2}$; $SA=a\sqrt{2}$ nên diện tích xung quanh là $S_{xq}=\pi.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{2}=\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 87: Hình nón đường sinh l, thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân. Diện tích xung quanh của hình nón là.

A. $\frac{\pi l^2}{4}$. **B.** $\frac{\pi l^2}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{\pi l^2}{2}$. **D.** $\frac{\pi l^2}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do thiết diện qua trục là tam giác vuông nên $r=\frac{l\sqrt{2}}{2}$.

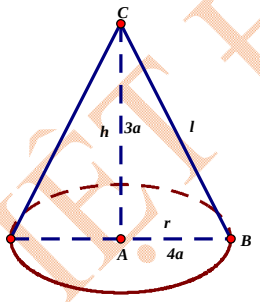
Vậy diện tích xung quanh của nón bằng $S_{xq}=\frac{\pi l^2}{\sqrt{2}}$.

Câu 88: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A với $AC=3a$, $AB=4a$. Tính theo a diện tích xung quanh S của hình nón khi quay tam giác ABC quanh trục AC.

A. $S=40a^2\pi$. **B.** $S=30a^2\pi$. **C.** $S=20a^2\pi$. **D.** $S=15a^2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



☑ Đường sinh $l=BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=5a$.

☑ Bán kính đáy $r=AB=4a$.

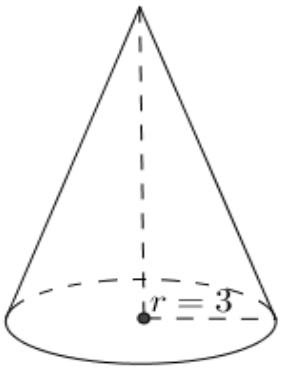
☑ Diện tích xung quanh $S=\pi rl=\pi.4a.5a=20a^2\pi$.

Câu 89: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 12π. Tính diện tích xung quanh của khối nón (N).

A. 3π. **B.** 5π. **C.** 36π. **D.** 15π.

Hướng dẫn giải

ChọnD



Ta có:

$V_N=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}\pi 3^2 h=12\pi\Rightarrow h=\frac{12\pi}{3\pi}=4$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Từ đó suy ra:

$l=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

Diện tích xung quanh bằng:

$S_{xq}=\pi rl=\pi.3.5=15\pi$.

Câu 90: Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $S=24\pi$. **B.** $S=8\sqrt{3}\pi$. **C.** $S=16\sqrt{3}\pi$. **D.** $S=4\sqrt{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

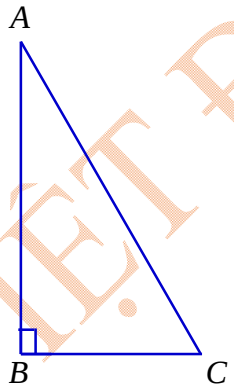
Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq}=\pi rl=4\sqrt{3}\pi$.

Câu 91: Cho tam giác ABC vuông tại B có $AC=2a, BC=a$, khi quay tam giác ABC quay quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón tròn xoay có diện tích xung quanh bằng:

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $3\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



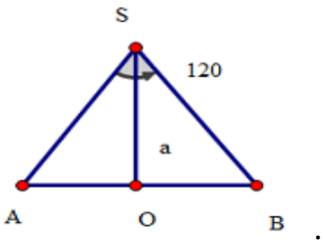
Vậy $S_{xq}=\pi.a.2a=2\pi a^2$.

Câu 92: Đường cao của một hình nón bằng $a(a>0)$. Thiết diện qua trục của nó là một tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 120^0. Diện tích toàn phần của hình nón là:

A. $\pi a^2\left(3+\sqrt{3}\right)$. **B.** $\pi a^2\left(3+3\sqrt{3}\right)$. **C.** $\pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$. **D.** $\pi a^2\left(2+\sqrt{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi thiết diện qua trục là SAB, S là đỉnh, AB là đường kính đáy, O là tâm đáy.

Theo giả thiết $SO=a, \widehat{ASO}=60^0$. Trong tam giác SAO vuông tại O, $\widehat{ASO}=60^0$.

Ta có $OA=SO\tan 60^0=a\sqrt{3}, SA=\dfrac{SO}{\cos 60^0}=2a$.

Hình vẽ mô phỏng thiết diện qua trục của hình nón.

Gọi S_{tp}, S_d, S_{xq} theo thứ tự là diện tích toàn phần, diện.

tích đáy, diện tích xung quanh của hình nón ta có:

$$S_{tp} = S_d + S_{xq} = \pi R^2 + \pi Rl = \pi R(R+l) = \pi .OA(OA+SA)$$
$$= \pi .a\sqrt{3}\left(a\sqrt{3}+2a\right)$$
$$= \pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$$

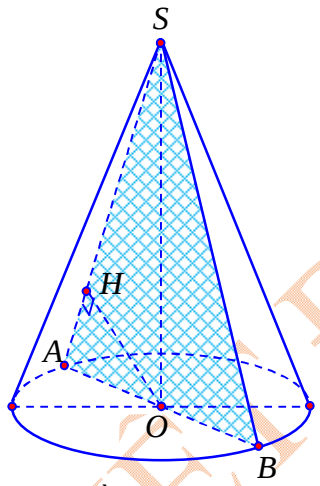
Vậy diện tích toàn phần của hình tròn là $S_{tp} = \pi a^2\left(3+2\sqrt{3}\right)$.

Câu 93: Diện tích toàn phần của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là tam giác đều bằng:

A. 8π. **B.** 20π. **C.** 12π. **D.** 16π.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử thiết diện qua trục là tam giác đều SAB và OH là khoảng cách từ tâm mặt đáy đến đường sinh SA.

Ta có : $OH = \sqrt{3}$, $OA = \dfrac{OH}{\sin 60^\circ} \Leftrightarrow OA = 2 \Rightarrow AB = 4$ và $\ell = AB = 4$.

Khi đó diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi r\ell + \pi r^2 = 12\pi$.

Câu 94: Hình nón đường sinh l, thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân. Diện tích xung quanh của hình nón là.

A. $\dfrac{\pi l^2}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi l^2}{2\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{\pi l^2}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi l^2}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do thiết diện qua trục là tam giác vuông nên $r = \dfrac{l\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của nón bằng $S_{xq} = \dfrac{\pi l^2}{\sqrt{2}}$.

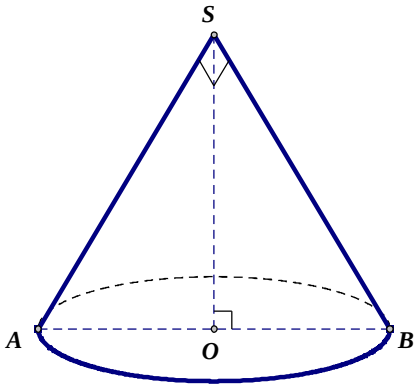
Câu 95: Một hình nón có bán kính đáy bằng 1 và có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\sqrt{2}\pi$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\pi$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



. S

Theo đề ta có tam giác SAB vuông cân tại và $AB = 2r = 2$ nên $l = SA = \dfrac{AB}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

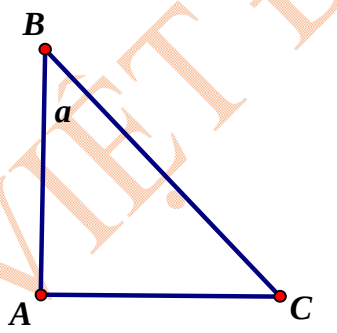
$S_{xq} = \pi rl = \sqrt{2}\pi$.

Câu 96: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, cạnh $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AC.

A. $S_{xq} = \pi\sqrt{2}a^2$. **B.** $S_{xq} = \pi\sqrt{3}a^2$. **C.** $S_{xq} = 2\pi a^2$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



.

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi.r.l$.

$l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$.

$r = AB = a$.

$S_{xq} = \pi.a.2a = 2a^2\pi$.

Câu 97: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a, một hình nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là.

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình nón có $h = a$, $r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{a^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a^2$.

$S_{xp} = \pi rl = \pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{\sqrt{6}}{2} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 98: Thiết diện qua trục của một hình nón (N) là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông bằng a, diện tích toàn phần của hình nón (N) bằng:

A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi\left(1+\sqrt{2}\right)a^2}{2}$. **D.** $\frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $S_{tp}=\pi Rl+\pi R^2$, trong đó $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, $l=a$ nên

$S_{tp}=\pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a+\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{\pi\left(1+\sqrt{2}\right)a^2}{2}$.

Câu 99: Cho hình nón có bán kính đáy là $r=\sqrt{2}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S=4\sqrt{2}\pi$. **B.** $S=8\sqrt{2}\pi$. **C.** $S=16\sqrt{2}\pi$. **D.** $S=16\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

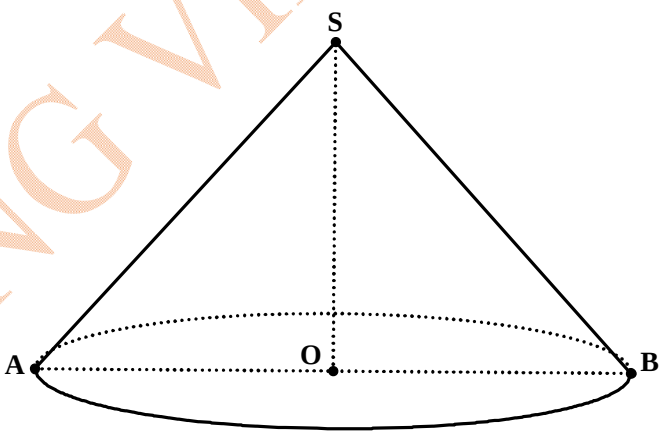
Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón ta có $S=\pi rl=4\sqrt{2}\pi$.

Câu 100: Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng chứa trục của (N) thu được thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng $4\ \text{cm}^2$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq}=8\pi\sqrt{2}\ \text{cm}^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi\ \text{cm}^2$. **C.** $S_{xq}=4\pi\sqrt{2}\ \text{cm}^2$. **D.** $S_{xq}=8\pi\ \text{cm}^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử thiết diện là ΔSAB, ta có ΔSAB vuông cân tại S.

Vì thiết diện có diện tích bằng $4\ \text{cm}^2$ nên ta có $\frac{1}{2}SA^2=4\Leftrightarrow SA=2\sqrt{2}$, bán kính đáy

$R=\frac{1}{2}SA\sqrt{2}=\frac{1}{2}.2\sqrt{2}.\sqrt{2}=2$.

Vậy $S_{xq}=\pi.R.SA=\pi.2.2\sqrt{2}=4\pi\sqrt{2}\ \text{cm}^2$.

Câu 101: Cho hình nón (N) có bán kính đường tròn đáy $R=2$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq}=8$. **B.** $S_{xq}=4\pi$. **C.** $S_{xq}=8\pi$. **D.** $S_{xq}=16\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

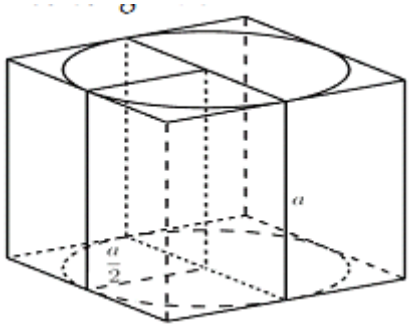
Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi.R.l = 8\pi$.

Câu 102: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính diện tích xung quanh của khối nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$.

A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{5}}{8}$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{5}}{16}$. **C.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$. **D.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Khối nón có chiều cao là a và có bán kính đáy là $r = \dfrac{a}{2}$.

Do đó diện tích xung quanh của khối nón được tính theo công thức:

$S_{xq} = \pi rl$ với $l = \sqrt{a^2 + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

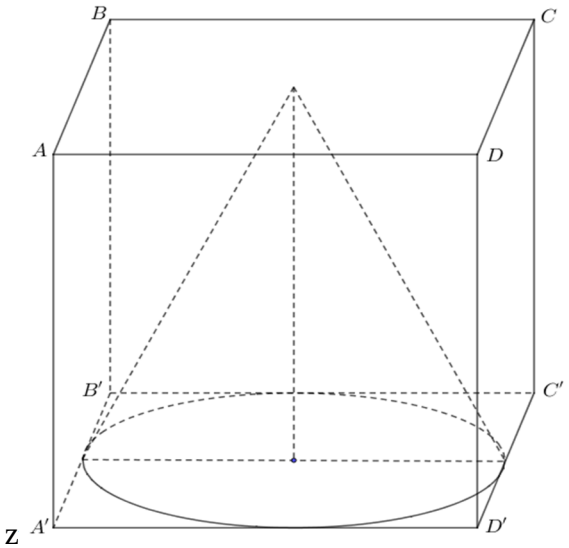
Vậy $S_{xq} = \pi.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a\sqrt{5}}{2} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{5}}{4}$.

Câu 103: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Kết quả tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối nón đó có dạng bằng $\dfrac{\pi a^2}{4}\left(\sqrt{b}+c\right)$ với b và c là hai số nguyên dương và $b>1$. Tính bc.

A. $bc = 7$. **B.** $bc = 8$. **C.** $bc = 15$. **D.** $bc = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có bán kính hình nón $r = \dfrac{a}{2}$, đường cao $h = a$, đường sinh $l = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Diện tích toàn phần $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=\pi\dfrac{a^2\sqrt{5}}{4}+\pi\dfrac{a^2}{4}=\dfrac{\pi a^2}{4}\left(\sqrt{5}+1\right)\Rightarrow b=5,c=1$.

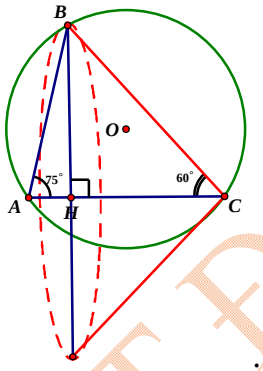
Vậy $bc=5$.

Câu 104: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm O, bán kính R có $\widehat{BAC}=75°,\widehat{ACB}=60°$. Kẻ $BH\perp AC$. Quay ΔABC quanh AC thì ΔBHC tạo thành hình nón xoay (N). Tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay (N) theo R..

A. $\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)}{4}\pi R^2$. **B.** $\dfrac{3+2\sqrt{2}}{2}\pi R^2$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+1\right)}{4}\pi R^2$. **D.** $\dfrac{3+2\sqrt{3}}{2}\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



- Hình nón (N) có đường sinh là đoạn $l=BC$, đường cao $h=CH$ và bán kính $r=BH$.
- Trong ΔABC ta có $BC=2R\sin 75°$.
- Trong ΔBHC ta có $BH=BC.\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}BC$.
- Diện tích xung quanh hình nón (N):

$S_{xq}=\pi rl=\pi.BC.BH=\pi\dfrac{\sqrt{3}}{2}BC^2=\pi\dfrac{3+2\sqrt{3}}{2}R^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI NÓN, KHỐI LIÊN QUAN NÓN

Câu 105: Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là

A. $V=\pi R^2 h$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi Rh$. **C.** $V=\frac{1}{3}2\pi Rh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Câu 106: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng:

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 107: Cho Hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N) là:

A. 60π. **B.** 12π. **C.** 20π. **D.** 36π.

Câu 108: Hình nón có đường kính đáy bằng 8, chiều cao bằng 3 thì diện tích xung quanh bằng

A. 24π. **B.** 20π. **C.** 12π. **D.** 15π.

Câu 109: Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. **B.** $\frac{4}{3}\pi$. **C.** $\frac{2}{3}\pi$. **D.** $\frac{1}{3}\pi$.

Câu 110: Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V=108\pi$. **B.** $V=54\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=18\pi$.

Câu 111: Người ta đặt được một tam giác đều ABC cạnh là $2a$ vào một hình nón sao cho A trùng với đỉnh của hình nón, còn BC đi qua tâm của mặt đáy hình nón. Tính thể tích hình nón.

A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 112: Cho hình nón N_1 có chiều cao bằng 40 cm. Người ta cắt hình nón N_1 bằng một mặt phẳng song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ N_2 có thể tích bằng $\frac{1}{8}$ thể tích N_1. Tính chiều cao h của hình nón N_2?

A. 10 cm. **B.** 20 cm. **C.** 5 cm. **D.** 40 cm.

Câu 113: Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{1}{3}\pi$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. **C.** $\frac{4}{3}\pi$. **D.** $\frac{2}{3}\pi$.

Câu 114: Mặt phẳng trung trực của đường cao của một khối nón chia nó ra thành hai phần. Tỉ số thể tích của chúng là:

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{8}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 115: Một hình nón có đường kính đáy là $2a$, chiều cao của hình nón bằng $3a$ .Thể tích của khối nón là.

A. $V=6\pi a^2$. **B.** $V=3\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Câu 116: Cho khối nón có bán kính đáy R, độ dài đường sinh l. Thể tích khối nón là:

A. $\frac{1}{3}\pi R^2\sqrt{l^2-R^2}$. **B.** $\pi R^2\sqrt{l^2-R^2}$. **C.** $\frac{1}{3}\pi R^2 l$. **D.** $\pi R^2 l$.

Câu 117: Gọi r, h, l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và đường sinh của hình nón. S_{xq}, S_{tp}, V lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích khối nón. Chọn phát biểu **sai**.

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **C.** $l^2=h^2+r^2$. **D.** $S_{tp}=\pi r(l+r)$.

Câu 118: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 (cm), góc ở đỉnh bằng 60°. Thể tích khối nón là

A. $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. **B.** $V=8\pi\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. **C.** $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$. **D.** $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^3)$.

Câu 119: Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục OO', biết $OO'=200$, $O'D=20$, $O'C=10$, $OA=10$, $OB=5$.

A. 40000π. **B.** 35000π. **C.** 37500π. **D.** 75000π.

Câu 120: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 60π. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V=96\pi$. **B.** $V=432\sqrt{6}\pi$. **C.** $V=144\sqrt{6}\pi$. **D.** $V=288\pi$.

Câu 121: Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón (N) bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **D.** πa^3.

Câu 122: Một hình nón có diện tích đáy bằng 16π dm^2 và diện tích xung quanh bằng 20π dm^2. Thể tích khối nón là

A. 8π dm^3. **B.** 32π dm^3. **C.** 16π dm^3. **D.** $\frac{16}{3}\pi$ dm^3.

Câu 123: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $V=2\pi a^3$. **B.** $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi a^3$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 124: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 125: Cho tam giác ABC vuông tại A có độ dài cạnh $AB = 3a$, $AC = 4a$, quay quanh cạnh AC. Thể tích của khối nón tròn xoay được tạo thành là

A. $12\pi a^3$. **B.** $36\pi a^3$. **C.** $\frac{100\pi a^3}{3}$. **D.** $16\pi a^3$.

Câu 126: Tính thể tích V của khối nón tròn xoay có chiều cao h và đáy là hình tròn bán kính r.

A. $V = \frac{2}{3}\pi rh$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $V = \pi r^2 h$. **D.** $V = \pi rh$.

Câu 127: Cho hình nón (N) có chiều cao bằng $3a$. Thiết diện song song với đáy cách đáy một đoạn bằng a có diện tích bằng $\frac{64}{9}\pi a^2$. Thể tích khối nón (N) là

A. $\frac{16\pi a^3}{3}$ **B.** $48\pi a^3$ **C.** $16\pi a^3$ **D.** $\frac{25\pi a^3}{3}$

Câu 128: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB = 2$, $AD = 3$, $AA' = 4$. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt $ABB'A'$ và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $CDD'C'$. Tính thể tích V của hình nón (N).

A. 5π. **B.** 8π. **C.** $\frac{25}{6}\pi$. **D.** $\frac{13}{3}\pi$.

Câu 129: Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục OO', biết $OO' = 80$, $O'D = 24$, $O'C = 12$, $OA = 12$, $OB = 6$.

A. $V = 21600\pi$. **B.** $V = 20160\pi$. **C.** $V = 45000\pi$. **D.** $V = 43200\pi$.

Câu 130: Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 9\pi\sqrt{5}$. **B.** $V = 3\pi\sqrt{5}$. **C.** $V = \pi\sqrt{5}$. **D.** $V = 5\pi$.

Câu 131: Thể tích V của mặt cầu ngoại tiếp hình nón, biết rằng hình nón có bán kính đáy bằng $\frac{5}{\pi}$ và thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông cân là:

A. $V = \frac{175}{3\pi^2}$. **B.** $V = \frac{500}{3\pi^2}$. **C.** $V = \frac{5}{\pi^2}$. **D.** $V = \frac{125}{\pi^2}$.

Câu 132: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $\widehat{ACB} = 30°$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $V = 9\pi$. **B.** $V = 3\pi$. **C.** $V = 2\pi$. **D.** $V = 5\pi$.

Câu 133: Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy góc 60^0. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=9\pi$. **B.** $V=3\sqrt{3}\pi$. **C.** $V=9\sqrt{3}\pi$. **D.** $V=3\pi$.

Câu 134: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 30π. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{4\sqrt{11}}{3}\pi$. **B.** $\frac{6\sqrt{11}}{3}\pi$. **C.** $\frac{25\sqrt{11}}{3}\pi$. **D.** $\frac{5\sqrt{11}}{3}\pi$.

Câu 135: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$.

Câu 136: Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A. $V=1600\pi$ cm^3. **B.** $V=\frac{1600\pi}{3}$ cm^3. **C.** $V=\frac{800\pi}{3}$ cm^3. **D.** $V=800\pi$ cm^3.

Câu 137: Tính thể tích của khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 và đường kính đường tròn đáy bằng 16.

A. 120π. **B.** 144π. **C.** 160π. **D.** 128π.

Câu 138: Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3 cm và độ dài đường sinh 5 cm.

A. $12\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $15\pi\ (\text{cm}^3)$. **C.** $36\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $45\pi\ (\text{cm}^3)$.

Câu 139: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V=\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 140: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón theo a là.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 141: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 142: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **D.** πa^3.

Câu 143: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là tam giác đều cạnh bằng a. Tính thể tích V của khối nón theo a.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 144: Cho tam giác ABC đều cạnh a, gọi M là trung điểm BC. Tính thể tích V của khối nón tạo thành khi cho tam giác ABC quay quanh AM.

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$.

Câu 145: Khối nón tròn xoay có chiều cao bằng $6(cm)$ và độ dài đường sinh bằng $10(cm)$. Thể tích của khối nón là.

A. $640\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $128\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $96\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $384\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 146: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=6\text{cm}$, $AC=8\text{cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC. Khi đó, tỷ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{9}{16}$. **C.** $\dfrac{16}{9}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 147: Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r. Tính thể tích của khối nón.

A. $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **C.** πr^2h. **D.** $2\pi r\sqrt{h^2+r^2}$.

Câu 148: Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S, O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng là

A. $S_{xq}=\pi a^2$, $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{2}$, $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{2}$, $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2$, $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 149: Cho hình nón có chiều cao bằng 3 (cm), góc giữa trục và đường sinh bằng 60°. Thể tích khối nón bằng

A. $V=27\pi\left(\text{cm}^3\right)$ **B.** $V=54\pi\left(\text{cm}^3\right)$ **C.** $V=18\pi\left(\text{cm}^3\right)$ **D.** $V=9\pi\left(\text{cm}^3\right)$

Câu 150: Thể tích khối nón có chiều cao h, bán kính đường tròn đáy r là:

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}\pi r^2h$.

Câu 151: Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6$, $AD=4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA. Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN, khi đó tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng:

A. $V=4\pi$. **B.** $V=8\pi$. **C.** $V=6\pi$. **D.** $V=2\pi$.

Câu 152: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3, AC=4$. Quay tam giác ABC quanh trục AC, ta được một hình nón tròn xoay. Tính thể tích V khối nón tròn xoay.

A. $V=16\pi$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=\frac{3}{4}\pi$. **D.** $V=\pi$.

Câu 153: Xác định thể tích khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh m.

A. $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 154: Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng $40cm$, độ dài đường sinh bằng $44cm$. Thể tích khối nón này có giá trị gần đúng là:

A. $73722cm^3$. **B.** $30712cm^3$. **C.** $30713cm^3$. **D.** $92138cm^3$.

Câu 155: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 156: Cho hình cầu bán kính bằng $5\,\text{cm}$, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính $4\,\text{cm}$. Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của hình cầu đã cho.

A. $19,21\,\text{ml}$ **B.** $19,18\,\text{ml}$ **C.** $19,20\,\text{ml}$ **D.** $19,19\,\text{ml}$

Câu 157: Thể tích khối nón có chiều cao bằng h, đường sinh bằng l là:

A. $\frac{1}{3}\pi\left(l^2-h^2\right)h$ **B.** $\pi l\sqrt{l^2-h^2}$ **C.** $\pi\left(l^2-h^2\right)h$ **D.** $\frac{1}{3}\pi l^2h$

Câu 158: Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng $40\ \text{cm}$, độ dài đường sinh bằng $44\ \text{cm}$. Thể tích khối nón này có giá trị gần đúng là

A. $30\ 712\ \text{cm}^3$. **B.** $30\ 713\ \text{cm}^3$. **C.** $92\ 138\ \text{cm}^3$. **D.** $73\ 722\ \text{cm}^3$.

Câu 159: Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA=3\ \text{cm}$, $SA=5\ \text{cm}$, quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là:

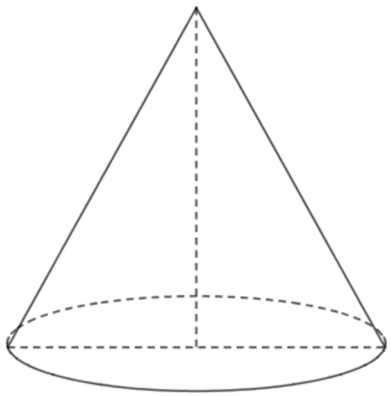
A. $36\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $12\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $15\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $\frac{80\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 160: Thể tích của khối nón tròn xoay biết khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là một tam giác đều là.

A. $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 161: Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$, chiều cao $h=\sqrt{3}$ (hình vẽ). Thể tích của khối nón là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 162: Tính thể tích V của khối nón có diện tích hình tròn đáy là S và chiều cao là h.

A. $V=\frac{4}{3}Sh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Sh^2$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Sh$.

Câu 163: Một hình nón có bán kính mặt đáy bằng 3cm, độ dài đường sinh bằng 5cm. Tính thể tích V của khối nón được giới hạn bởi hình nón.

A. $V=12\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $V=16\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $V=75\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $V=45\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 164: Cho khối nón đỉnh S só độ dài đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là $60°$. Thể tích khối nón là

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{3\pi a^3}{8}$.

Câu 165: Cho khối nón có đường sinh bằng 5 và diện tích đáy bằng 9π. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V=36\pi$. **B.** $V=45\pi$. **C.** $V=12\pi$. **D.** $V=24\pi$.

Câu 166: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $\widehat{ACB}=30°$. Tính thể tích V của khối nón nhân được khi quay tam giác ABC quay quanh cạnh AC.

A. $V=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **B.** $V=\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V=\pi a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 167: Thể tích của khối nón có độ dài đường sinh $l=2a$ và bán kính đáy $r=a$ bằng

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 168: Cho hình nón (N) có chiều cao bằng $3a$. Thiết diện song song với đáy cách đáy một đoạn bằng a có diện tích bằng $\frac{64}{9}\pi a^2$. Thể tích khối nón (N) là

A. $\frac{16\pi a^3}{3}$ **B.** $48\pi a^3$ **C.** $16\pi a^3$ **D.** $\frac{25\pi a^3}{3}$

Câu 169: Hình nón có bán kính đáy $r=8$ cm, đường sinh $l=10$ cm. Thể tích khối nón là:

A. $V=128\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $V=\frac{128}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $V=192\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V=\dfrac{192}{3}\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 170: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$.

Câu 171: Khi quay một tam giác đều cạnh bằng a (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó theo a.

A. $\dfrac{3\pi a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 172: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V=36\pi$. **B.** $V=60\pi$. **C.** $V=12\pi$. **D.** $V=20\pi$.

Câu 173: Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$.

Tính thể tích V của khối nón.

A. $V=4\pi$. **B.** $V=16\sqrt{3}\pi$. **C.** $V=12\pi$. **D.** $V=\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 174: Cho tam giác ABC vuông tại A, góc $\widehat{ABC}=60^\circ$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi khi quay ΔABC quanh trục AB, biết $BC=2a$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 175: Cho tam giác ABC vuông tại A, AH vuông góc với BC tại H, $HB=3,6\,\text{cm}$, $HC=6,4\,\text{cm}$. Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $205,89\,\text{cm}^3$. **B.** $617,66\,\text{cm}^3$. **C.** $65,14\,\text{cm}^3$. **D.** $65,54\,\text{cm}^3$.

Câu 176: Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 16π. **D.** 48π.

Câu 177: Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Biết rằng $AB=BC=10a$, $AC=12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng 45°. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=9\pi a^3$. **B.** $V=27\pi a^3$. **C.** $V=12\pi a^3$. **D.** $V=3\pi a^3$.

Câu 178: Cho V là thể tích khối nón tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h. V được cho bởi công thức nào sau đây:

A. $V=\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}\pi^2r^2h$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 179: Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón (N) bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **D.** πa^3.

Câu 180: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=\frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=3\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Câu 181: Cho tam giác ABC vuông tại A. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi khi quay quanh trục AC, biết $AB=6$, $BC=10$?

A. $V=120\pi$. **B.** $V=128\pi$. **C.** $V=200\pi$. **D.** $V=96\pi$.

Câu 182: Cho tam giác ABC cân tại A có $BC=10\text{cm}$, $AB=6\text{cm}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh AB ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{325\pi}{2}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{4216\pi}{27}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{550\pi}{9}\text{cm}^3$. **D.** $200\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 183: Cho hình nón (N) có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích của khối nón (N) theo a.

A. $\frac{2\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3\sqrt{2}$.

Câu 184: Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

A. tăng 2 lần. **B.** tăng 16 lần. **C.** giảm 16 lần. **D.** giảm 2 lần.

Câu 185: Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng 8cm, bán kính đáy bằng 6cm. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng 4cm. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\frac{2304}{125}\pi\text{cm}^3$ **B.** $V=\frac{2358}{125}\pi\text{cm}^3$ **C.** $V=\frac{768}{125}\pi\text{cm}^3$ **D.** $V=\frac{786}{125}\pi\text{cm}^3$

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN THIẾT DIỆN VỚI KHỐI NÓN

Câu 186: Cho tam giác nhọn ABC, biết rằng khi quay tam giác này quanh các cạnh AB, BC, CA ta lần lượt được các hình tròn xoay có thể tích là 672π, $\frac{3136\pi}{5}$, $\frac{9408\pi}{13}$.Tính diện tích tam giác ABC.

A. $S=84$. **B.** $S=96$. **C.** $S=1979$. **D.** $S=364$.

Câu 187: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h=20(\text{cm})$, bán kính đáy $r=25(\text{cm})$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(\text{cm})$. Tính diện tích của thiết diện đó.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $S=500\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S=400\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S=300\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S=406\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 188: Cho hình nón đỉnh *S*, đáy là hình tròn tâm *O*, thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh *a*, thể tích của khối nón là

A. $\frac{1}{6}\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{24}\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{12}\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{8}\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 189: Thiết diện qua trục của hình nón (N) là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích toàn phần của hình nón (N)?

A. $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(2+\sqrt{2}\right)}{2}$. **B.** $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.

C. $S_{tp}=\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)$. **D.** $S_{tp}=\frac{\pi a^2\left(1+2\sqrt{2}\right)}{2}$.

Câu 190: Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính thể tích hình nón theo a.

A. $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **B.** $\sqrt{2}\pi a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$.

Câu 191: Cho hình nón đỉnh , góc ở đỉnh bằng $120°$, đáy là hình tròn $(O;3R)$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua S và tạo với đáy góc $60°$. Diện tích thiết diện là

A. $2\sqrt{2}R^2$ **B.** $4\sqrt{2}R^2$ **C.** $6\sqrt{2}R^2$ **D.** $8\sqrt{2}R^2$

Câu 192: Cắt khối nón có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 3 bởi một mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng 1. Diện tích thiết diện là

A. $2\sqrt{2}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{3}$

Câu 193: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền là $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón này bằng

A. $3\pi\sqrt{3}$. **B.** 3π. **C.** $3\pi\sqrt{2}$. **D.** $\pi\sqrt{3}$.

Câu 194: Khi cắt khối nón (N) bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}a$. Tính thể tích V của khối nón (N)?

A. $V=3\sqrt{6}\pi a^3$. **B.** $V=\sqrt{6}\pi a^3$. **C.** $V=\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $V=3\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 195: Thiết diện chứa trục của hình nón là tam giác đều cạnh a. Tính thể tích khối nón theo a.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 196: Cắt hình nón đỉnh *S* bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính diện tích tam giác SBC.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $S=\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $S=\frac{a^2}{3}$. **C.** $S=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 197: Cho một khối nón có bán kính đáy là 9cm, góc giữa đường sinh và mặt đáy là $30°$. Tính diện tích thiết diện của khối nón cắt bởi mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc với nhau.

A. $162\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $\frac{27}{2}\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $54\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $27\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 198: Cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng *R*, đường sinh 2*R* bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60^0 tính tỷ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α)?

A. $\frac{3\pi-4}{6\pi}$. **B.** $\frac{1}{2(\pi-1)}$. **C.** $\frac{2}{3\pi}$. **D.** $\frac{2}{\pi}$.

Câu 199: Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là:

A. một hình chữ nhật. **B.** một tam giác cân.
C. một đường elip. **D.** một đường tròn.

Câu 200: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a, diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. $\pi a^2\sqrt{2}$. **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $S_{xq}=\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI NÓN, KHỐI LIÊN QUAN NÓN

Câu 105: Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là

A. $V=\pi R^2h$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi Rh$. **C.** $V=\frac{1}{3}2\pi Rh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

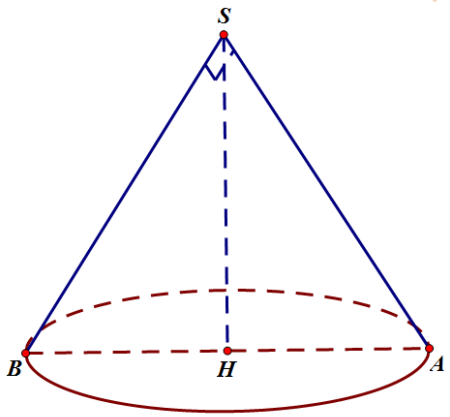
Thể tích của khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng R là $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$.

Câu 106: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng:

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Theo bài ra ta có $AH=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lại có ΔSAB vuông cân tại S nên $SH=\frac{AB}{2}=AH=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}SH.\pi.AH^2=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{6}}{2}.\pi.\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2=\frac{\pi\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 107: Cho Hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N) là:

A. 60π. **B.** 12π. **C.** 20π. **D.** 36π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi rl$ $15\pi=\pi.3.l\Leftrightarrow l=5$.

Chiều cao của khối nón là $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$.

Câu 108: Hình nón có đường kính đáy bằng 8, chiều cao bằng 3 thì diện tích xung quanh bằng

A. 24π. **B.** 20π. **C.** 12π. **D.** 15π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có đường kính đáy bằng 8 nên bán kính đáy là $r=4\Rightarrow$ đường sinh $l=\sqrt{3^2+4^2}=5$

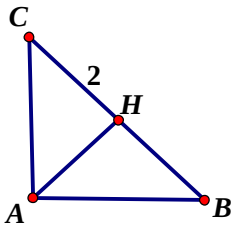
Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón ta có $S_{xq}=\pi rl=20\pi$.

Câu 109: Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. **B.** $\frac{4}{3}\pi$. **C.** $\frac{2}{3}\pi$. **D.** $\frac{1}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $AB=AC=\sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB thì $AH\perp BC$ và $AH=1$.

Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là:

$V=2.\frac{1}{3}HB.\pi AH^2=\frac{2\pi}{3}$.

Câu 110: Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V=108\pi$. **B.** $V=54\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=18\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

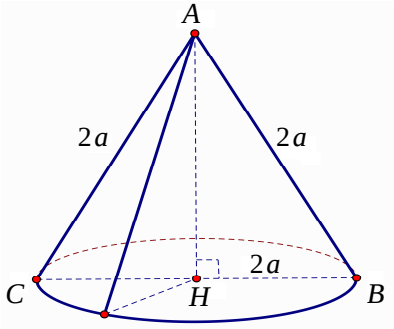
Ta có $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.3^2.6=18\pi$.

Câu 111: Người ta đặt được một tam giác đều ABC cạnh là $2a$ vào một hình nón sao cho A trùng với đỉnh của hình nón, còn BC đi qua tâm của mặt đáy hình nón. Tính thể tích hình nón.

A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của BC.

Chiều cao hình nón $h=AH=a\sqrt{3}$.

Bán kính đáy của hình nón $R=BH=a$.

Vậy thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi a^2.a\sqrt{3}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

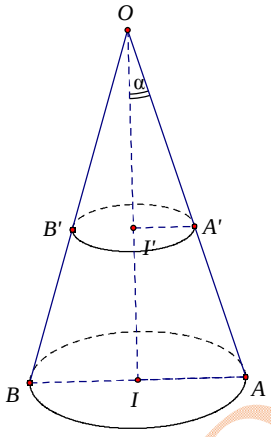
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 112: Cho hình nón N_1 có chiều cao bằng $40\,\text{cm}$. Người ta cắt hình nón N_1 bằng một mặt phẳng song song với mặt đáy của nó để được một hình nón nhỏ N_2 có thể tích bằng $\frac{1}{8}$ thể tích N_1. Tính chiều cao h của hình nón N_2?

A. 10 cm. **B.** 20 cm. **C.** 5 cm. **D.** 40 cm.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi R_1, R_2, h_1, h lần lượt là bán kính và chiều cao của các khối nón N_1, N_2. Gọi V_1, V_2 thể tích của các khối nón N_1, N_2 và gọi 2α là góc ở đỉnh của hình nón.

Ta có: $V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2 h_1$; $V_2 = \frac{1}{3}\pi R_2^2 h$.

Theo đề bài ta có $\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{3}\pi R_2^2 h}{\frac{1}{3}\pi R_1^2 h_1} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{R_2^2 h}{R_1^2 h_1} = \frac{1}{8}$.

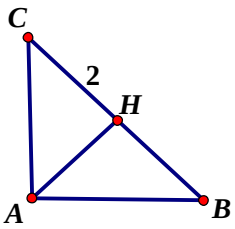
Mặt khác ta lại có $R_1 = h_1 \tan\alpha$, $R_2 = h\tan\alpha \Rightarrow \frac{h^3 \tan^2\alpha}{h_1^3 \tan^2\alpha} = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \frac{h}{h_1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow h = \frac{1}{2}h_1 \Rightarrow h = 20$.

Câu 113: Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{1}{3}\pi$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. **C.** $\frac{4}{3}\pi$. **D.** $\frac{2}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $AB = AC = \sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB thì $AH \perp BC$ và $AH = 1$.

Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là:

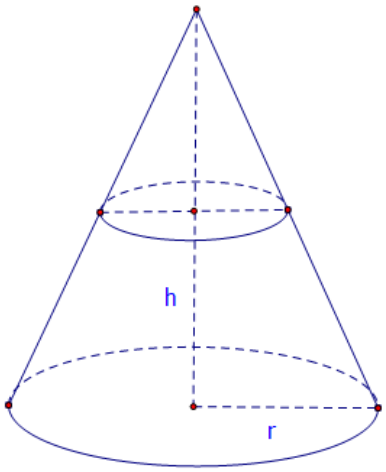
$V = 2.\frac{1}{3}HB.\pi AH^2 = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 114: Mặt phẳng trung trực của đường cao của một khối nón chia nó ra thành hai phần. Tỉ số thể tích của chúng là:

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\frac{1}{8}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi r là bán kính đáy của khối nón và h là chiều cao của khối nón, khi đó khối nón có thể tích là $V=\frac{1}{3}\pi r^2.h$

Cắt khối nón bằng mặt phẳng trung trực của đường cao thì ta được hai phần, trong đó có một phần là khối nón có thể tích là: $V_2=\frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{r}{2}\right)^2.\frac{h}{2}=\frac{1}{8}.\left(\frac{1}{3}\pi r^2.h\right)=\frac{1}{8}V$.

Vậy tỉ số thể tích của hai phần sau khi bị cắt là: $\frac{V_1}{V-V_1}=\frac{1}{7}$.

Câu 115: Một hình nón có đường kính đáy là $2a$, chiều cao của hình nón bằng $3a$.Thể tích của khối nón là.

A. $V=6\pi a^2$. **B.** $V=3\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V=\frac{1}{3}\pi r^2.h=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{2a}{2}\right)^2.3a=\pi a^3$..

Câu 116: Cho khối nón có bán kính đáy R, độ dài đường sinh l. Thể tích khối nón là:

A. $\frac{1}{3}\pi R^2\sqrt{l^2-R^2}$. **B.** $\pi R^2\sqrt{l^2-R^2}$. **C.** $\frac{1}{3}\pi R^2 l$. **D.** $\pi R^2 l$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường cao khối nón $h=\sqrt{l^2-R^2}$

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi R^2\sqrt{l^2-R^2}$.

Câu 117: Gọi r, h, l lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và đường sinh của hình nón. S_{xq}, S_{tp}, V lần lượt là diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình nón và thể tích khối nón. Chọn phát biểu **sai**.

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **C.** $l^2=h^2+r^2$. **D.** $S_{tp}=\pi r\left(l+r\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

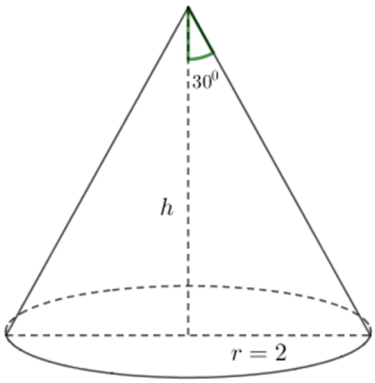
$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ nên D sai.

Câu 118: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 (cm), góc ở đỉnh bằng 60°. Thể tích khối nón là

A. $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{2}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $V=8\pi\sqrt{3}\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $V=\frac{8\pi\sqrt{3}}{9}\left(\text{cm}^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có bán kính đáy $r=2$, đường cao $h=\frac{r}{\tan 30^o}\Rightarrow h=2\sqrt{3}$.

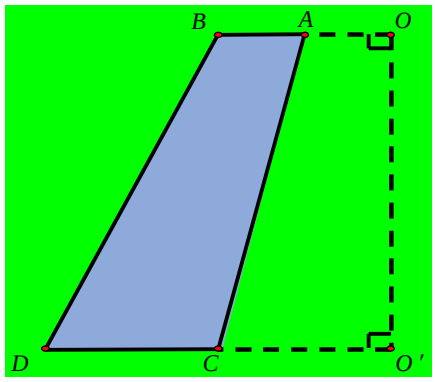
Vậy thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.4.2\sqrt{3}=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 119: Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục OO', biết $OO'=200, O'D=20, O'C=10, OA=10, OB=5$.

A. 40000π. **B.** 35000π. **C.** 37500π. **D.** 75000π.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Dùng công thức tính thể tích khối nón cụt $V=\frac{\pi h}{3}\left(R^2+r^2+Rr\right)$.

Khi đó thể tích của khối tròn xoay cần tìm là:

$$V=\frac{200\pi}{3}\left[\left(20^2+10^2+20.10\right)-\left(10^2+5^2+10.5\right)\right]=35000\pi.$$

Câu 120: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 60π. Tính thể tích V của khối nón (N).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=96\pi$. **B.** $V=432\sqrt{6}\pi$. **C.** $V=144\sqrt{6}\pi$. **D.** $V=288\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$.

Lại có $\begin{cases}R=6\\ S_{xq}=60\pi=\pi Rl=\pi R\sqrt{h^2+R^2}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}R=6\\ h=8\end{cases}\Rightarrow V=96\pi$.

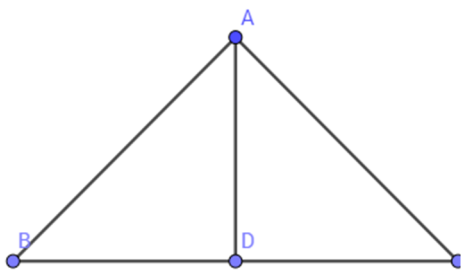
Câu 121: Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón (N) bằng:

A. $\frac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **D.** πa^3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$ nên đáy của hình nón là đường tròn có đường kính $2a$, chiều cao của hình nón bằng a nên thể tích của khối nón bằng: $\frac{\pi a^3}{3}$.



Câu 122: Một hình nón có diện tích đáy bằng 16π dm^2 và diện tích xung quanh bằng 20π dm^2. Thể tích khối nón là

A. 8π dm^3. **B.** 32π dm^3. **C.** 16π dm^3. **D.** $\frac{16}{3}\pi$ dm^3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi r là bán kính mặt đáy.

$S_{đáy}=16\pi\Leftrightarrow\pi r^2=16\pi\Leftrightarrow r=4$.

$S_{xq}=20\pi\Leftrightarrow\pi rl=20\pi\Leftrightarrow\pi.4.l=20\pi\Leftrightarrow l=5$.

Suy ra đường cao h của hình nón: $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

Vậy thể tích của khối nón: $V=\frac{1}{3}S_{đáy}.h=\frac{1}{3}16\pi.3=16\pi\ (\text{dm}^3)$.

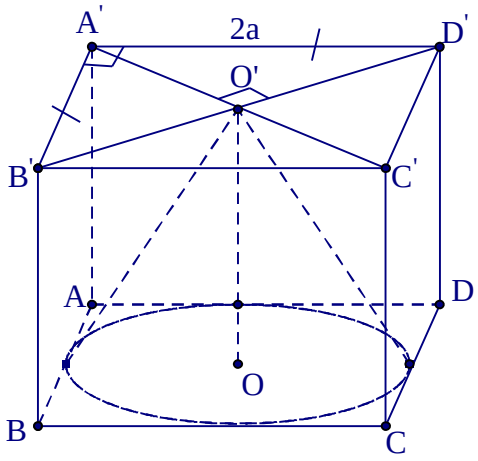
Câu 123: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Tính thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $V=2\pi a^3$. **B.** $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi a^3$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Khối nón tròn xoay có đỉnh là tâm hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ nên có $r=\dfrac{BC}{2}=a;\ h=SO=BB'=2a$

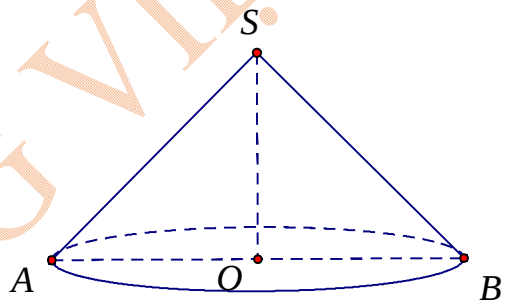
Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{2}{3}\pi a^3$.

Câu 124: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: ΔSAB vuông cân tại S và $AB=a\sqrt{2}\ \Rightarrow SO=OB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}.\pi.OB^2.SO=\dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

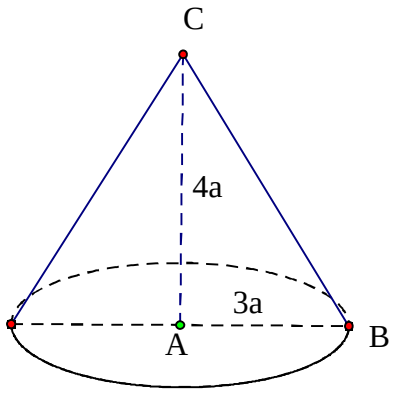
Câu 125: Cho tam giác ABC vuông tại A có độ dài cạnh $AB=3a$, $AC=4a$, quay quanh cạnh AC. Thể tích của khối nón tròn xoay được tạo thành là

A. $12\pi a^3$. **B.** $36\pi a^3$. **C.** $\dfrac{100\pi a^3}{3}$. **D.** $16\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có : $r = AB = 3a$, $h = AC = 4a$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2.h = \frac{1}{3}\pi (3a)^2.4a = 12\pi a^3$.

Câu 126: Tính thể tích V của khối nón tròn xoay có chiều cao h và đáy là hình tròn bán kính r.

A. $V = \frac{2}{3}\pi rh$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $V = \pi r^2 h$. **D.** $V = \pi rh$.

Hướng dẫn giải

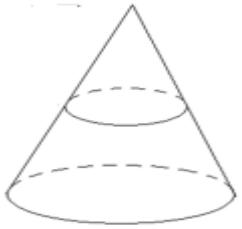
Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 127: Cho hình nón (N) có chiều cao bằng $3a$. Thiết diện song song với đáy cách đáy một đoạn bằng a có diện tích bằng $\frac{64}{9}\pi a^2$. Thể tích khối nón (N) là

A. $\frac{16\pi a^3}{3}$ **B.** $48\pi a^3$ **C.** $16\pi a^3$ **D.** $\frac{25\pi a^3}{3}$

Hướng dẫn giải



Chọn C

Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối nón (N).

Gọi h', r' lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối nón có đỉnh là đỉnh của (N) và đáy là thiết diện đáy cách đáy của (N) một đoạn bằng a.

Ta có $h = 3a, h' = 2a$.

Hơn nữa, $S_{td} = \frac{64}{9}\pi a^2 \Leftrightarrow \pi (r')^2 = \frac{64}{9}\pi a^2 \Leftrightarrow r = \frac{8a}{3}$.

Theo định lý Talet, ta có chiều cao và bán kính đáy $\frac{h'}{h} = \frac{r'}{r}$ hay $r = \frac{h.r'}{h'} = 4a$.

Vậy thể tích của khối nón (N) là $V = \frac{1}{3}\pi.r^2.h = \frac{1}{3}\pi.16a^2.3a = 16\pi a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

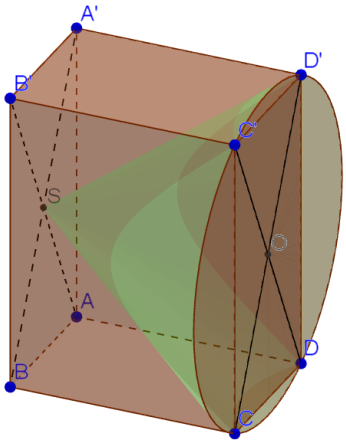
Câu 128: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB=2$, $AD=3$, $AA'=4$. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt $ABB'A'$ và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $CDD'C'$. Tính thể tích V của hình nón (N).

A. 5π. **B.** 8π. **C.** $\frac{25}{6}\pi$. **D.** $\frac{13}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có:



$D'C=\sqrt{DD'^2+DC^2}=\sqrt{AA'^2+AB^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

Đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $CDD'C'$ nên có đường kính là $D'C$.

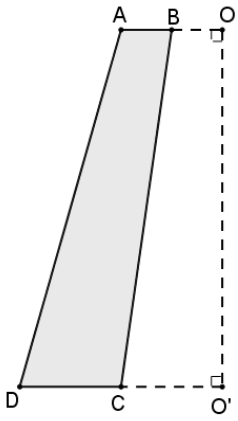
Suy ra bán kính đáy $r=\frac{D'C}{2}=\sqrt{5}$.

Chiều cao của hình nón là SO (với O là tâm của hình chữ nhật $CDD'C'$).

$\Rightarrow h=SO=AD=3$

Vậy $V=\frac{1}{3}.\pi r^2 h=5\pi.$

Câu 129: Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang $ABCD$ quanh trục OO', biết $OO'=80$, $O'D=24$, $O'C=12$, $OA=12$, $OB=6$.



A. $V=21600\pi.$ **B.** $V=20160\pi.$ **C.** $V=45000\pi.$ **D.** $V=43200\pi.$

Hướng dẫn giải

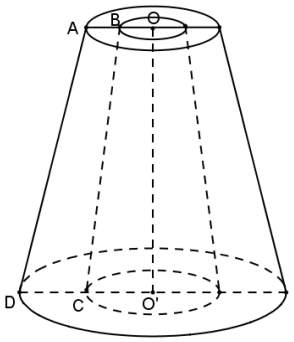
Chọn B

ĐẶNG VIỆT LONG

Công thức tính thể tích khối nón cụt

$V=\frac{1}{3}\pi h\left(R_1^2+R_2^2+R_1R_2\right)$.

Trong đó h là độ dài đường cao, $R_1;R_2$ lần lượt là bán kính hai đáy.



Gọi V_1 là thể tích khối nón cụt khi quay hình thang $AOO'D$ quanh trục OO'.

Gọi V_2 là thể tích khối nón cụt khi quay hình thang $BOO'C$ quanh trục OO'.

Khi đó $V=V_1-V_2$.

Ta có $V_1=\frac{1}{3}\pi.OO'.\left(O'D^2+OA^2+O'D.OA\right)=26880\pi$

và $V_2=\frac{1}{3}\pi.OO'.\left(O'C^2+OB^2+O'C.OB\right)=6720\pi$.

Vậy $V=V_1-V_2=26880\pi-6720\pi=20160\pi$.

Câu 130: Cho khối nón có bán kính $r=\sqrt{5}$ và chiều cao $h=3$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V=9\pi\sqrt{5}$. **B.** $V=3\pi\sqrt{5}$. **C.** $V=\pi\sqrt{5}$. **D.** $V=5\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích V của khối nón là : $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi 5.3=5\pi$.

Câu 131: Thể tích V của mặt cầu ngoại tiếp hình nón, biết rằng hình nón có bán kính đáy bằng $\frac{5}{\pi}$ và thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông cân là:

A. $V=\frac{175}{3\pi^2}$. **B.** $V=\frac{500}{3\pi^2}$. **C.** $V=\frac{5}{\pi^2}$. **D.** $V=\frac{125}{\pi^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì thiết diện qua trục hình nón là tam giác vuông cân nên mặt cầu có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón bằng $\frac{5}{\pi}$. Vậy $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{500}{3\pi^2}$.

Câu 132: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=\sqrt{3}$ và $\widehat{ACB}=30°$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC.

A. $V=9\pi$. **B.** $V=3\pi$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=5\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét tam giác vuông ABC ta có $AC=\frac{AB}{\tan 30°}=3$.

Thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC là

$V=\frac{1}{3}\pi AB^2.AC=3\pi$.

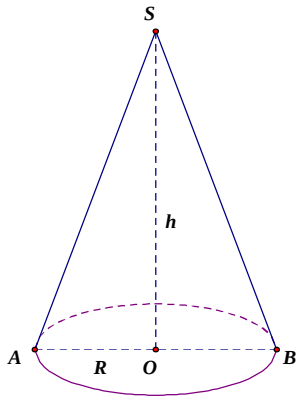
Câu 133: Cho hình nón (N) có đường sinh tạo với đáy góc 60^0. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) được thiết diện là một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Tính thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N).

A. $V=9\pi$. **B.** $V=3\sqrt{3}\pi$. **C.** $V=9\sqrt{3}\pi$. **D.** $V=3\pi$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: Góc giữa đường sinh tạo với đáy là $\widehat{SAO}=60^0 \Rightarrow \tan 60^0=\dfrac{h}{R}\Leftrightarrow h=\sqrt{3}R\ (1)$

Mặt khác: $\begin{cases} S_{ABC}=\dfrac{1}{2}SO.AB=R.h \\ S_{ABC}=p.r=\dfrac{SA+SB+AB}{2}=l+R=\sqrt{h^2+R^2}+R \end{cases}$

$\Rightarrow R.h=\sqrt{h^2+R^2}+R\ (2)$

Thế (1) vào (2) ta được: $\sqrt{3}R^2=3R\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R=0\ (L) \\ R=\sqrt{3}\ (N) \end{array}\right.$. Suy ra: $h=3$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=3\pi$.

Câu 134: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng 6 và diện tích xung quanh bằng 30π. Thể tích của khối nón là

A. $\dfrac{4\sqrt{11}}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{11}}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{25\sqrt{11}}{3}\pi$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{11}}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $r,\ h,\ l$ lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và độ dài đường sinh của khối nón.

Ta có $S_{xq}=\pi rl\Rightarrow r=\dfrac{S_{xq}}{\pi l}=\dfrac{30\pi}{6\pi}=5\Rightarrow h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}.$

Thể tích khối nón $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.25.\sqrt{11}=\dfrac{25\sqrt{11}}{3}\pi$.

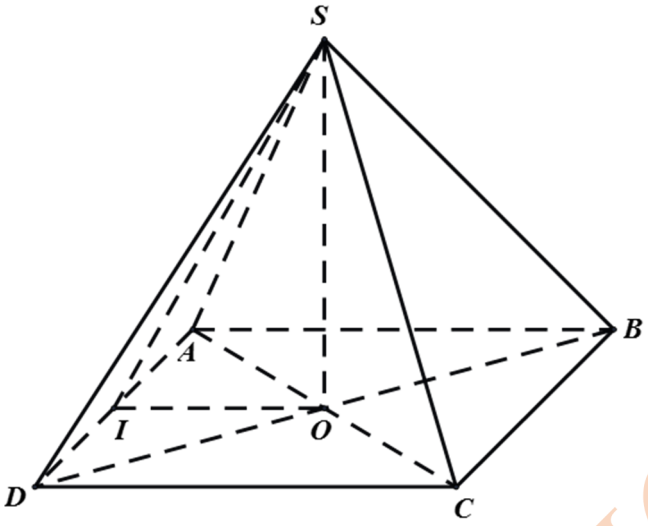
Câu 135: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Bán kính hình nón là $r=\frac{a}{2}$.

Gọi I là trung điểm AD. Ta có $S_{SAD}=a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}.SI.AD=a^2 \Leftrightarrow SI=2a$

Chiều cao hình nón là $h=SO=\sqrt{SI^2-IO^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$

Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{15}}{2}=\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Câu 136: Cho khối nón có chiều cao bằng 24 cm, độ dài đường sinh bằng 26 cm. Tính thể tích V của khối nón tương ứng.

A. $V=1600\pi$ cm^3. **B.** $V=\frac{1600\pi}{3}$ cm^3. **C.** $V=\frac{800\pi}{3}$ cm^3. **D.** $V=800\pi$ cm^3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Bán kính đáy của hình nón: $R=\sqrt{l^2-h^2}=10$ cm.

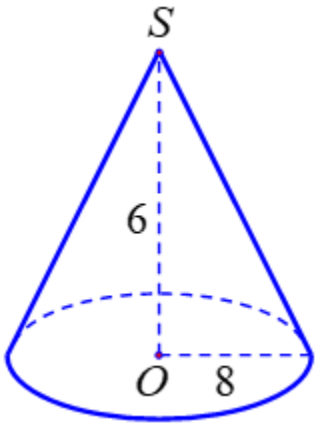
Vậy thể tích khối nón tương ứng là: $V=\frac{1}{3}\pi R^2.h=\frac{1}{3}\pi.100.24=\frac{800\pi}{3}$.

Câu 137: Tính thể tích của khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 và đường kính đường tròn đáy bằng 16.

A. 120π. **B.** 144π. **C.** 160π. **D.** 128π.

Hướng dẫn giải

Chọn D



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Bán kính đáy $R=\frac{16}{2}=8$

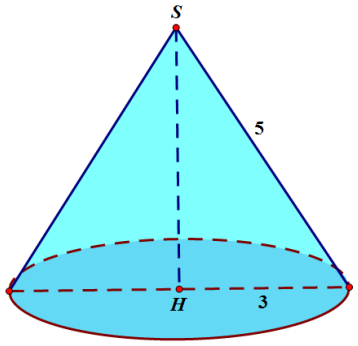
Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h=128\pi$.

Câu 138: Tính thể tích khối nón có bán kính đáy 3 cm và độ dài đường sinh 5 cm.

A. $12\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $15\pi\ (\text{cm}^3)$. **C.** $36\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $45\pi\ (\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $SH=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Vậy thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.4.\pi.9=12\pi\ (\text{cm}^3)$.

Câu 139: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V=\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $O=AC\cap BD$.

Đường tròn đáy của hình chóp là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ có bán kính $r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chiều cao của hình chóp là chiều cao của hình nón và bằng

$h=SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2-a^2}=a$.

Thể tích V của khối nón đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

$V=\frac{1}{3}.\pi.r^2.h=\frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a=\frac{\pi a^3}{6}$.

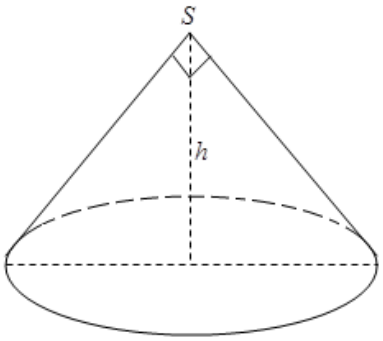
Câu 140: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón theo a là.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đường kính đáy $d = a\sqrt{2}$.

$S_{đáy} = \pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \pi\frac{a^2}{2}$.

Chiều cao của hình nón: $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

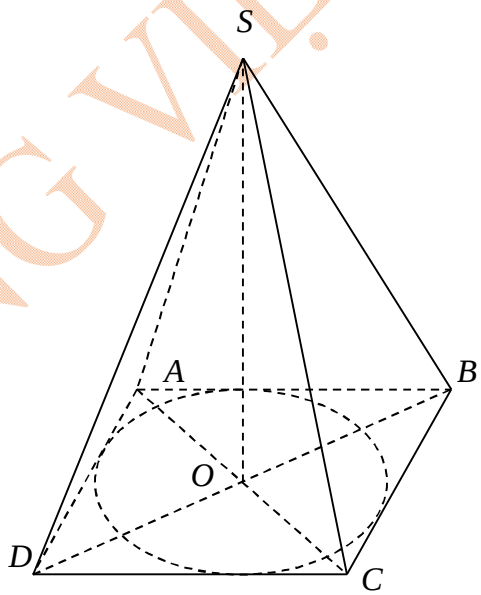
$V = \frac{1}{3}S_{đáy}.h = \frac{1}{3}.\frac{\pi a^2}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 141: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 - (a)^2} = a$.

Gọi R là bán kính đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ suy ra $R = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a = \frac{\pi a^3}{6}$.

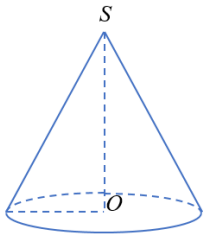
Câu 142: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{2}$. **D.** πa^3.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$ nên đường sinh $l = a\sqrt{2}$ và đường kính đường tròn đáy bằng $2a$, bán kính $r = a$.

Chiều cao $h = \sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 - a^2} = a$.

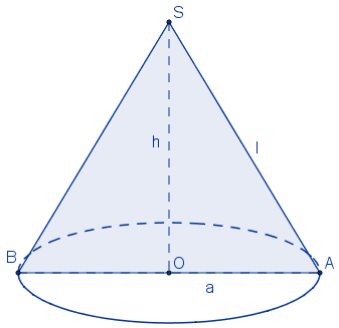
Thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.a.a = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 143: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó được thiết diện là tam giác đều cạnh bằng a. Tính thể tích V của khối nón theo a.

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



.

Thiết diện qua trục là tam giác đều nên chiều cao của khối nón $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao tam giác đều); Bán kính của đáy $r = \frac{a}{2}$.

Thể tích khối nón là $.V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{4}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 144: Cho tam giác ABC đều cạnh a, gọi M là trung điểm BC. Tính thể tích V của khối nón tạo thành khi cho tam giác ABC quay quanh AM.

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $R = MB = \frac{a}{2}$, $h = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2.h = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

Câu 145: Khối nón tròn xoay có chiều cao bằng $6(cm)$ và độ dài đường sinh bằng $10(cm)$. Thể tích của khối nón là.

A. $640\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $128\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $96\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $384\pi\left(cm^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Công thức $l^2=h^2+r^2$ ta có bán kính đáy $r=8\ cm$.

$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=128\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 146: Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=6\text{cm}$, $AC=8\text{cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC. Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{9}{16}$. **C.** $\frac{16}{9}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB ta có:

$h=AB$, $r=AC\Rightarrow V_1=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}\pi.8^2.6=128\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC ta có:

$h=AC$, $r=AB\Rightarrow V_2=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}\pi.6^2.8=96\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{128}{96}=\frac{4}{3}$.

Câu 147: Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r. Tính thể tích của khối nón.

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **C.** πr^2h. **D.** $2\pi r\sqrt{h^2+r^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 148: Cho hình nón tròn xoay có đỉnh là S, O là tâm của đường tròn đáy, đường sinh bằng $a\sqrt{2}$ và góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón và thể tích V của khối nón tương ứng là

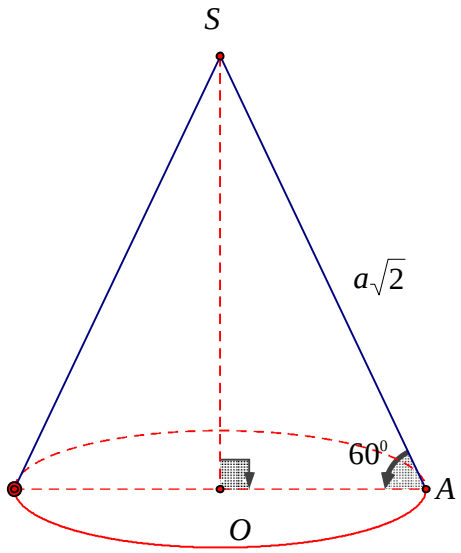
A. $S_{xq}=\pi a^2$, $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{2}$, $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{2}$, $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2$, $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựa vào hình vẽ ta có: góc giữa đường sinh và mặt đáy là $\widehat{SAO}=60°$.
Tam giác SAO vuông tại O:

$R=OA=SA.\cos\widehat{SAO}=a\sqrt{2}.\cos 60°=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

$h=SO=SA.\sin\widehat{SAO}=a\sqrt{2}.\sin 60°=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $S_{xq}=\pi Rl=\pi a^2$ và $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 149: Cho hình nón có chiều cao bằng 3 (cm), góc giữa trục và đường sinh bằng 60°. Thể tích khối nón bằng

A. $V=27\pi\ (\text{cm}^3)$ **B.** $V=54\pi\ (\text{cm}^3)$ **C.** $V=18\pi\ (\text{cm}^3)$ **D.** $V=9\pi\ (\text{cm}^3)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi R là bán kính của hình nón. Khi đó, ta có $\tan 60^o=\dfrac{R}{3}\Rightarrow R=3.\tan 60^o=3\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón bằng $V=\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot R^2\cdot h=\dfrac{1}{3}\cdot\pi\cdot\left(3\sqrt{3}\right)^2\cdot 3=27\pi\ \ (\text{cm}^3)$.

Câu 150: Thể tích khối nón có chiều cao h, bán kính đường tròn đáy r là:

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}\pi r^2h$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

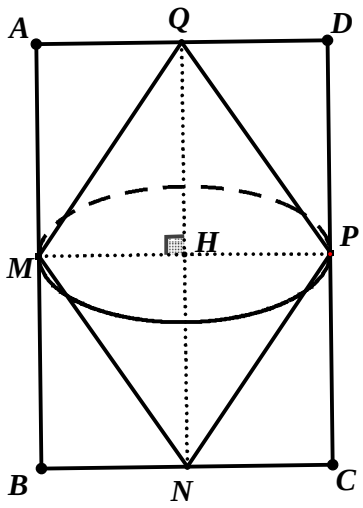
Câu 151: Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6$, $AD=4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA. Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN, khi đó tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng:

A. $V=4\pi$. **B.** $V=8\pi$. **C.** $V=6\pi$. **D.** $V=2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Khi đó tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay gồm hai khối nón có chung đáy (hình vẽ)

Gọi V_1 là thể tích khối nón có bán kính đáy là $R_1 = MH = \frac{AD}{2} = 2, h_1 = QH = \frac{AB}{2} = 3$

$V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2.h = \frac{1}{3}\pi 4.3 = 4\pi \Rightarrow V = 2V_1 = 8\pi$.

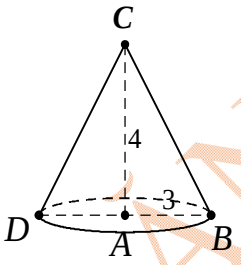
Câu 152: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3, AC = 4$. Quay tam giác ABC quanh trục AC, ta được một hình nón tròn xoay. Tính thể tích V khối nón tròn xoay.

A. $V = 16\pi$. **B.** $V = 12\pi$. **C.** $V = \frac{3}{4}\pi$. **D.** $V = \pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $V = \frac{1}{3}\pi AB^2.AC = 12\pi$.



Câu 153: Xác định thể tích khối nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh m.

A. $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\frac{\pi m^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bán kính đáy của khối nón là $\frac{m}{2}$; đường cao của khối nón là $\frac{m\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi\frac{m^2}{4}.\frac{m\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi m^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 154: Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng $40cm$, độ dài đường sinh bằng $44cm$. Thể tích khối nón này có giá trị gần đúng là:

A. $73722cm^3$. **B.** $30712cm^3$. **C.** $30713cm^3$. **D.** $92138cm^3$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

Chiều cao của hình nón là $h=\sqrt{44^2-40^2}=4\sqrt{21}$.

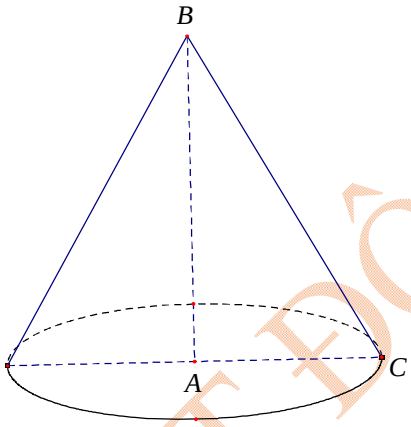
Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.40^2.4\sqrt{21}\approx 30713\left(cm^3\right)$.

Câu 155: Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=2a$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB bằng

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB ta được một hình nón có bán kính đáy $r=2a$ và chiều cao là $h=2a$.

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón ta có

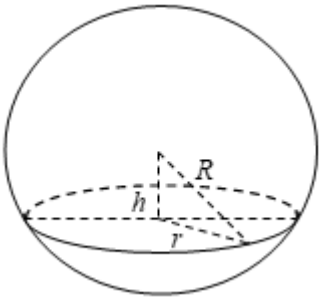
$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(2a\right)^2 2a=\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 156: Cho hình cầu bán kính bằng $5\,\text{cm}$, cắt hình cầu này bằng một mặt phẳng sao cho thiết diện tạo thành là một đường tròn đường kính $4\,\text{cm}$. Tính thể tích khối nón có đáy là thiết diện vừa tạo và đỉnh là tâm của hình cầu đã cho.

A. $19,21\,\text{ml}$ **B.** $19,18\,\text{ml}$ **C.** $19,20\,\text{ml}$ **D.** $19,19\,\text{ml}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Chiều cao của khối nón: $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$.

Thể tích của khối nón $V=\frac{1}{3}r^2\pi h=\frac{4\sqrt{21}}{3}\pi\approx 19,20$.

Câu 157: Thể tích khối nón có chiều cao bằng h, đường sinh bằng l là:

A. $\frac{1}{3}\pi\left(l^2-h^2\right)h$ **B.** $\pi l\sqrt{l^2-h^2}$ **C.** $\pi\left(l^2-h^2\right)h$ **D.** $\frac{1}{3}\pi l^2h$

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Ta có : $r=\sqrt{l^2-h^2}$. Vậy $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(l^2-h^2\right)h$.

Câu 158: Một hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng 40 cm , độ dài đường sinh bằng 44 cm . Thể tích khối nón này có giá trị gần đúng là

A. $30\ 712\ \text{cm}^3$. **B.** $30\ 713\ \text{cm}^3$. **C.** $92\ 138\ \text{cm}^3$. **D.** $73\ 722\ \text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Chiều cao của hình nón là $h=\sqrt{44^2-40^2}=4\sqrt{21}$.

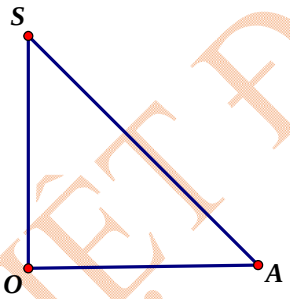
Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.40^2.4\sqrt{21}\approx 30713\left(cm^3\right)$.

Câu 159: Cho tam giác SOA vuông tại O có $OA=3$ cm , $SA=5$ cm , quay tam giác SOA xung quanh cạnh SO được hình nón. Thể tích của khối nón tương ứng là:

A. $36\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $12\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $15\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $\frac{80\pi}{3}\left(\text{cm}^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=4$; $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 160: Thể tích của khối nón tròn xoay biết khoảng cách từ tâm của đáy đến đường sinh bằng $\sqrt{3}$ và thiết diện qua trục là một tam giác đều là.

A. $\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

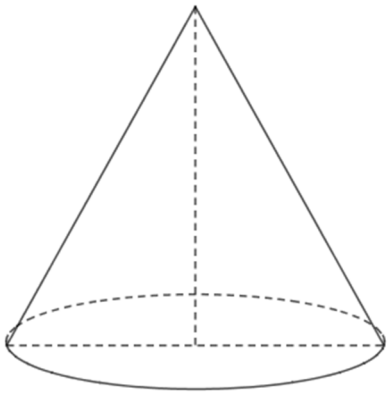
Chọn A

Bán kính hình nón: $R=\frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=2$, chiều cao hình nón: $h=R.\tan 60^\circ=2\sqrt{3}$.

$V=\frac{\pi R^2h}{3}=\frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 161: Cho khối nón có bán kính đáy $r=2$, chiều cao $h=\sqrt{3}$ (hình vẽ). Thể tích của khối nón là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.2^2.\sqrt{3}=\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 162: Tính thể tích V của khối nón có diện tích hình tròn đáy là S và chiều cao là h.

A. $V=\frac{4}{3}Sh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Sh^2$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Sh$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 163: Một hình nón có bán kính mặt đáy bằng 3cm, độ dài đường sinh bằng 5cm. Tính thể tích V của khối nón được giới hạn bởi hình nón.

A. $V=12\pi\ \text{cm}^3$. **B.** $V=16\pi\ \text{cm}^3$. **C.** $V=75\pi\ \text{cm}^3$. **D.** $V=45\pi\ \text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình nón có bán kính mặt đáy $r=3\text{cm}$, độ dài đường sinh $l=5\text{cm}$ nên độ dài đường cao $h=4\text{cm}$. Vậy $V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi\ \text{cm}^3$.

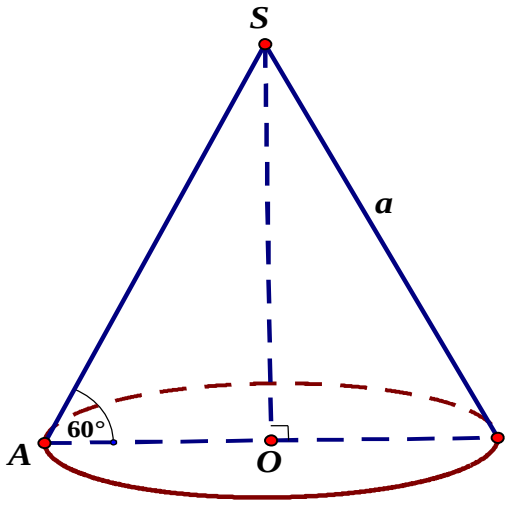
Câu 164: Cho khối nón đỉnh S số độ dài đường sinh là a, góc giữa đường sinh và mặt đáy là $60°$. Thể tích khối nón là

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{\pi a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{3\pi a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $\frac{r}{a}=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}\Rightarrow r=\frac{a}{2}$ và $\frac{h}{a}=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 165: Cho khối nón có đường sinh bằng 5 và diện tích đáy bằng 9π. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V=36\pi$. **B.** $V=45\pi$. **C.** $V=12\pi$. **D.** $V=24\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi diện tích đáy là S, ta có: $S=\pi r^2=9\pi\Rightarrow r=3$.

Gọi h là chiều cao khối nón $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Vậy thể tích $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\cdot 9\pi.4=12\pi$.

Câu 166: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$ và $\widehat{ACB}=30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quay quanh cạnh AC.

A. $V=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **B.** $V=\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V=\pi a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $AC=\frac{AB}{\tan 30^\circ}=a\sqrt{3}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}AC.\pi AB^2=\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

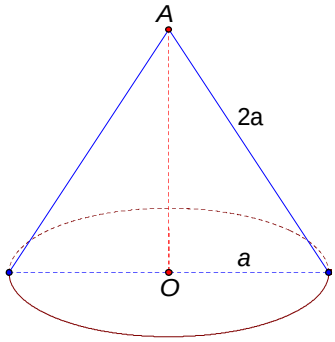
Câu 167: Thể tích của khối nón có độ dài đường sinh $l=2a$ và bán kính đáy $r=a$ bằng

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



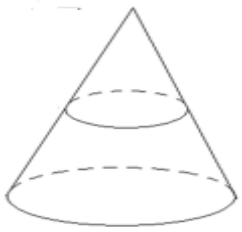
Ta có $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. Lại có $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 168: Cho hình nón (N) có chiều cao bằng $3a$. Thiết diện song song với đáy cách đáy một đoạn bằng a có diện tích bằng $\frac{64}{9}\pi a^2$. Thể tích khối nón (N) là

A. $\frac{16\pi a^3}{3}$ **B.** $48\pi a^3$ **C.** $16\pi a^3$ **D.** $\frac{25\pi a^3}{3}$

Hướng dẫn giải



Chọn C

Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối nón (N).

Gọi h',r' lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối nón có đỉnh là đỉnh của (N) và đáy là thiết diện đáy cách đáy của (N) một đoạn bằng a.

Ta có $h=3a, h'=2a$.

Hơn nữa, $S_{td}=\frac{64}{9}\pi a^2 \Leftrightarrow \pi(r')^2=\frac{64}{9}\pi a^2 \Leftrightarrow r=\frac{8a}{3}$.

Theo định lý Talet, ta có chiều cao và bán kính đáy $\frac{h'}{h}=\frac{r'}{r}$ hay $r=\frac{h.r'}{h'}=4a$.

Vậy thể tích của khối nón (N) là $V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}\pi.16a^2.3a=16\pi a^3$.

Câu 169: Hình nón có bán kính đáy $r=8$ cm, đường sinh $l=10$ cm. Thể tích khối nón là:

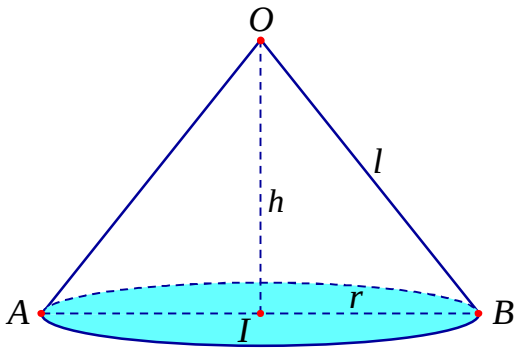
A. $V=128\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $V=\frac{128}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$.

C. $V=192\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $V=\frac{192}{3}\pi\ (\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón ta có $V=\frac{1}{3}B.h$ với $B=\pi r^2=64\pi$,



Gọi I là tâm đường tròn đáy ta có: $h = OI = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$.

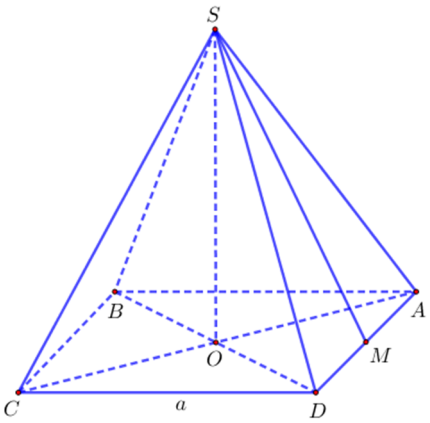
Vậy $V = \frac{1}{3}.64\pi.6 = 128\pi \ (\text{cm}^3)$.

Câu 170: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, diện tích mỗi mặt bên bằng a^2. Thể tích khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{18}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{8}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $S_{SAD} = SM.AM \Rightarrow SM = \frac{a^2}{\frac{a}{2}} = 2a$, $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$

Đường tròn đáy nội tiếp hình vuông có bán kính $r = \frac{a}{2}$.

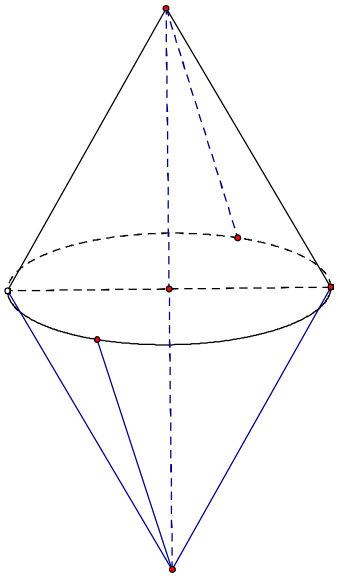
Thể tích khối nón cần tìm $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{4}.\frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Câu 171: Khi quay một tam giác đều cạnh bằng a (bao gồm cả điểm trong tam giác) quanh một cạnh của nó ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó theo a.

A. $\frac{3\pi a^3}{4}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{24}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Khối tròn xoay có được là hai khối nón giống nhau úp hai đáy lại với nhau.

Mỗi khối nón có đường cao $h=\frac{a}{2}$, bán kính đường tròn đáy $r=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay là $V=2.\frac{1}{3}.h.\pi.r^2=\frac{2}{3}\frac{a}{2}\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 172: Cho khối nón (N) có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V=36\pi$. **B.** $V=60\pi$. **C.** $V=12\pi$. **D.** $V=20\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi l là đường sinh của hình nón, ta có $l=\sqrt{R^2+h^2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là 15π, suy ra $15\pi=\pi Rl\Leftrightarrow 15=3.\sqrt{3^2+h^2}\Leftrightarrow h=4$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$ (đvtt).

Câu 173: Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$.
Tính thể tích V của khối nón.

A. $V=4\pi$. **B.** $V=16\sqrt{3}\pi$. **C.** $V=12\pi$. **D.** $V=\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

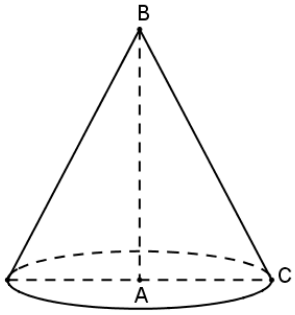
$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=4\pi$.

Câu 174: Cho tam giác ABC vuông tại A, góc $\widehat{ABC}=60^\circ$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi khi quay ΔABC quanh trục AB, biết $BC=2a$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=3a^3$. **C.** $V=\pi a^3$. **D.** $V=\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Chọn C

Khối tròn xoay sinh bởi khi quay ΔABC quanh trục AB là khối nón có trục là AB và đường sinh là BC.

Trong ΔABC có $AC = BC.sin\widehat{ABC} = a\sqrt{3}$, $AB = BC.cos\widehat{ABC} = a$.

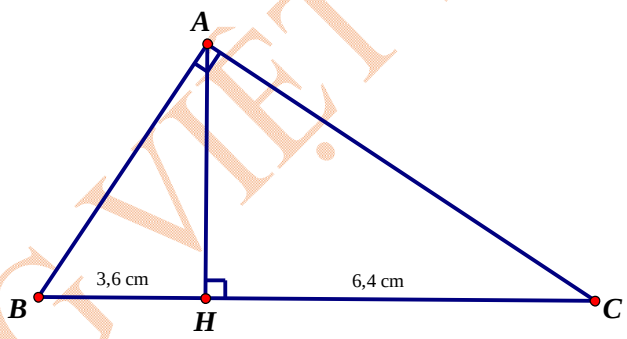
Vậy thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi.AC^2.AB = \pi a^3$.

Câu 175: Cho tam giác ABC vuông tại A, AH vuông góc với BC tại H, $HB = 3,6\,\text{cm}$, $HC = 6,4\,\text{cm}$. Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $205,89\,\text{cm}^3$. **B.** $617,66\,\text{cm}^3$. **C.** $65,14\,\text{cm}^3$. **D.** $65,54\,\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $AH^2 = HB.HC = 3,6.6,4 = 23,04$ nên $AH = 4,8\,\text{cm}$.

Quay miền tam giác ABC quanh đường thẳng AH ta thu được khối nón có bán kính đáy $r = HC = 6,4\,\text{cm}$, chiều cao $h = AH = 4,8\,\text{cm}$.

Thể tích của khối nón tạo thành là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}.\pi.6,4^2.4,8 \approx 205,89\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 176: Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng

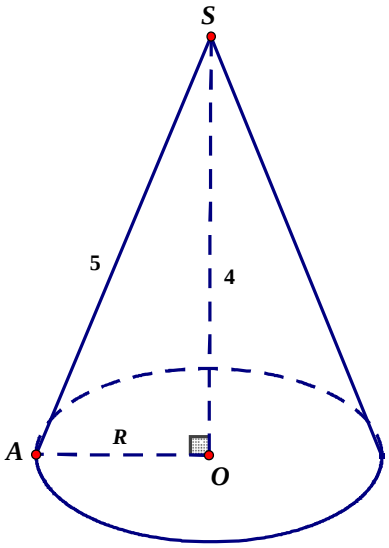
A. 12π. **B.** 36π. **C.** 16π. **D.** 48π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử khối nón đề cho có hình vẽ như sau:

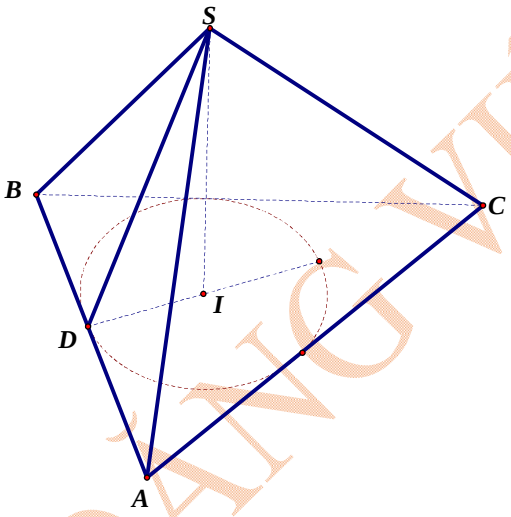
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Bán kính đường tròn đáy là: $R=\sqrt{SA^2-SO^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

Vậy thể tích khối nón cần tìm là: $V=\frac{1}{3}\pi R^2.SO=\frac{1}{3}\pi.9.4=12\pi$.

Câu 177: Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Biết rằng $AB=BC=10a$, $AC=12a$, góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) bằng $45°$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

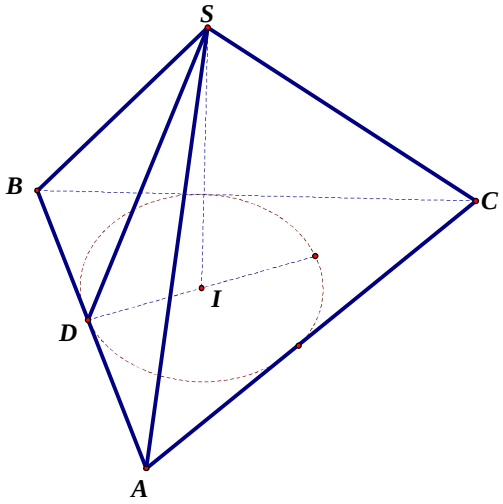


A. $V=9\pi a^3$. **B.** $V=27\pi a^3$. **C.** $V=12\pi a^3$. **D.** $V=3\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hạ $ID \perp AB$, khi đó góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAB) và (ABC) chính là $\widehat{SDI} = 45^\circ$ nên $ID = SI = r = h$.

Lại có $S_{\Delta ABC} = p.r \Rightarrow r = \dfrac{S_{\Delta ABC}}{p}$.

Tính được $p = 16a$, $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 48a^2$.

Suy ra $r = 3a$. Vậy $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi (3a)^3 = 9\pi a^3$.

Câu 178: Cho V là thể tích khối nón tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h. V được cho bởi công thức nào sau đây:

A. $V = \dfrac{4}{3}\pi r^2 h$. **B.** $V = \pi r^2 h$. **C.** $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V = \dfrac{4}{3}\pi^2 r^2 h$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

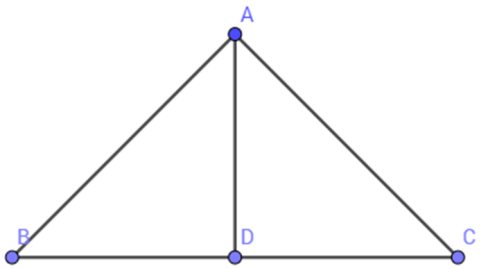
Theo định nghĩa ta có công thức tính thể tích khối nón tròn xoay là: $V = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 179: Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón (N) bằng:

A. $\dfrac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **D.** πa^3.

Hướng dẫn giải

Chọn B



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

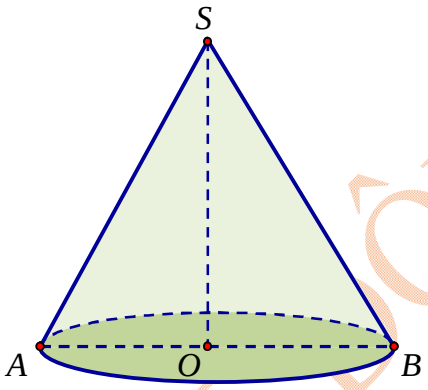
Ta có hình nón (N) có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân với cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$ nên đáy của hình nón là đường tròn có đường kính $2a$, chiều cao của hình nón bằng a nên thể tích của khối nón bằng: $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 180: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=\frac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=3\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Thể tích $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi.OA^2.SO.$

Ta có $\widehat{ASB}=60°\Rightarrow\widehat{ASO}=30°\Rightarrow\tan 30°=\frac{OA}{SO}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow SO=OA\sqrt{3}.$

Lại có $S_{xq}=\pi Rl=\pi.OA.SA=\pi.OA\sqrt{OA^2+SO^2}=6\pi a^2$

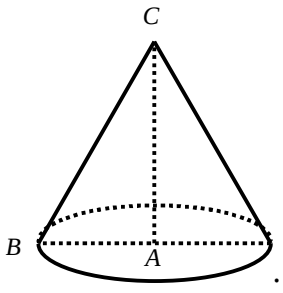
$\Rightarrow OA\sqrt{OA^2+3OA^2}=6a^2\Rightarrow 2OA^2=6a^2\Rightarrow OA=a\sqrt{3}\Rightarrow SO=3a\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi.3a^2.3a=3\pi a^3.$

Câu 181: Cho tam giác ABC vuông tại A. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh bởi khi quay quanh trục AC, biết $AB=6$, $BC=10$?

A. $V=120\pi$. **B.** $V=128\pi$. **C.** $V=200\pi$. **D.** $V=96\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=8$.

$V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\pi AB^2.AC=96\pi$.

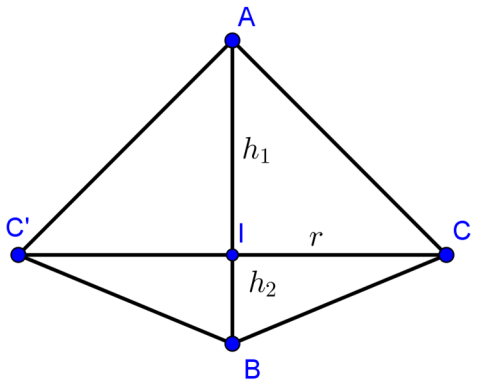
Câu 182: Cho tam giác ABC cân tại A có $BC=10\text{cm}$, $AB=6\text{cm}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh AB ta được một khối tròn xoay có thể tích bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{325\pi}{2}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{4216\pi}{27}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{550\pi}{9}\text{cm}^3$. **D.** $200\pi\ \text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi C' là điểm đối xứng của C qua AB. Khi đó khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AB gồm hai hình nón đỉnh A, B có chung đáy CC'. Khi đó ta có:

$V=\frac{1}{3}\pi r^2\left(h_1+h_2\right)=\frac{1}{3}\pi.CI^2.AB$.

Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}d\left(C,AB\right).AB=\frac{1}{2}d\left(A,BC\right).BC$

$\Rightarrow CI=\frac{d\left(A,BC\right).BC}{AB}$, $d\left(A,BC\right)=\sqrt{AB^2-\left(\frac{1}{2}BC\right)^2}=\sqrt{11}\Rightarrow CI=\frac{5\sqrt{11}}{3}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}\pi.\left(\frac{5\sqrt{11}}{3}\right)^2.6=\frac{550\pi}{9}\text{cm}^3$.

Câu 183: Cho hình nón $\left(N\right)$ có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích của khối nón $\left(N\right)$ theo a.

A. $\frac{2\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì hình nón $\left(N\right)$ có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân, cạnh bên bằng $2a$ nên chiều cao và bán kính đáy của hình nón là: $r=h=a\sqrt{2}$.

Khi đó thể tích của khối nón đã cho là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2.a\sqrt{2}=\frac{2\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 184: Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

A. tăng 2 lần. **B.** tăng 16 lần. **C.** giảm 16 lần. **D.** giảm 2 lần.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích ban đầu của hình nón là $V_1=\frac{1}{3}\pi R^2h$.

Do đó, khi tăng bán kính đáy của hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần thì thể tích của nó là $V_2=\frac{1}{3}\pi\left(4R\right)^2\frac{h}{8}=\frac{1}{3}\pi.2.R^2h=2V_1$.

Vậy thể tích của hình nón đó tăng 2 lần.

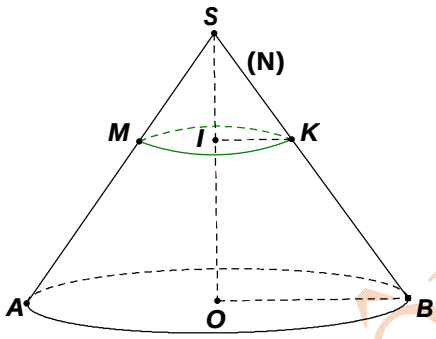
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 185: Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $8\,\text{cm}$, bán kính đáy bằng $6\,\text{cm}$. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng $4\,\text{cm}$. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{2304}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **B.** $V=\dfrac{2358}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **C.** $V=\dfrac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$ **D.** $V=\dfrac{786}{125}\pi\,\text{cm}^3$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đường sinh của hình nón lớn là: $l=SB=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10\,\text{cm}$.

Gọi l_2, r_2, h_2 lần lượt là đường sinh, bán kính đáy và chiều cao của hình nón (N).

$l_2=SK=4\,\text{cm}$

Ta có: ΔSOB và ΔSIK đồng dạng nên: $\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{IK}{OB}=\dfrac{SK}{SB}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$.

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h}=\frac{r_2}{r}=\frac{l_2}{l}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}\Rightarrow\left[\begin{array}{l} h_2=\dfrac{2}{5}h=\dfrac{16}{5} \\ r_2=\dfrac{2}{5}.r=\dfrac{12}{5}\end{array}\right.$$

Thể tích khối nón (N) là: $V_{(N)}=\dfrac{1}{3}.\pi.r_2^2.h_2=\dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{12}{5}\right)^2.\dfrac{16}{5}=\dfrac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$.

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN THIẾT DIỆN VỚI KHỐI NÓN

Câu 186: Cho tam giác nhọn ABC, biết rằng khi quay tam giác này quanh các cạnh AB, BC, CA ta lần lượt được các hình tròn xoay có thể tích là 672π, $\dfrac{3136\pi}{5}$, $\dfrac{9408\pi}{13}$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $S=84$. **B.** $S=96$. **C.** $S=1979$. **D.** $S=364$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì tam giác ABC nhọn nên các chân đường cao nằm trong tam giác.

Gọi h_a, h_b, h_c lần lượt là đường cao từ đỉnh A, B, C của tam giác ABC, và a, b, c lần lượt là độ dài các cạnh BC, CA, AB.

Khi đó

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh AB là $\dfrac{1}{3}.\pi.h_c^2.c=672\pi$.

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh BC là $\dfrac{1}{3}.\pi.h_a^2.a=\dfrac{3136\pi}{5}$.

+ Thể tích khối tròn xoay khi quay tam giác quanh CA là $\dfrac{1}{3}.\pi.h_b^2.b=\dfrac{9408\pi}{13}$.

Do đó

$$\begin{cases}\frac{1}{3}c.h_c^2=672\\ \frac{1}{3}a.h_a^2=\frac{3136}{5}\\ \frac{1}{3}b.h_b^2=\frac{9408}{13}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{4}{3}\frac{S^2}{c}=672\\ \frac{4}{3}\frac{S^2}{a}=\frac{3136}{5}\\ \frac{4}{3}\frac{S^2}{b}=\frac{9408}{13}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=\frac{4S^2}{3.672}\\ a=\frac{20S^2}{3.3136}\\ b=\frac{52S^2}{3.9408}\end{cases}$$

$$\Rightarrow(a+b+c)(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)=S^8.\frac{1}{3^4}.\frac{1}{9408}.\frac{1}{28812}$$

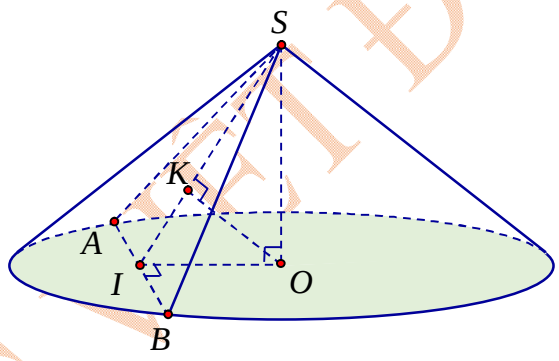
$$\Leftrightarrow 16S^2=S^8.\frac{1}{3^4}.\frac{1}{9408}.\frac{1}{28812}\Leftrightarrow S^6=16.81.9408.28812\Leftrightarrow S=84.$$

Câu 187: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h=20(\text{cm})$, bán kính đáy $r=25(\text{cm})$. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là $12(\text{cm})$. Tính diện tích của thiết diện đó.

A. $S=500(\text{cm}^2)$. **B.** $S=400(\text{cm}^2)$. **C.** $S=300(\text{cm}^2)$. **D.** $S=406(\text{cm}^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Theo bài ra ta có $AO=r=25;\ SO=h=20;\ OK=12$ (Hình vẽ).

Lại có $\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OI^2}+\frac{1}{OS^2}\Rightarrow OI=15(\text{cm})$

$AB=2AI=\sqrt{25^2-15^2}=40(\text{cm});\ SI=\sqrt{SO^2+OI^2}=25(\text{cm})\Rightarrow S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}.25.40=500(\text{cm}^2).$

Câu 188: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a, thể tích của khối nón là

A. $\frac{1}{6}\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{24}\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{1}{12}\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{8}\pi a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thiết diện qua trục là tam giác đều nên chiều cao của khối nón $h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao tam giác đều); Bán kính của đáy $r=\frac{a}{2}$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\frac{a^2}{4}\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{24}$.

Câu 189: Thiết diện qua trục của hình nón (N) là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích toàn phần của hình nón (N)?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $S_{tp}=\dfrac{\pi a^2\left(2+\sqrt{2}\right)}{2}$.

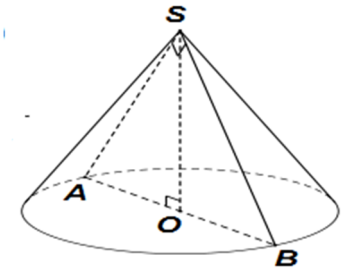
B. $S_{tp}=\dfrac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.

C. $S_{tp}=\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

D. $S_{tp}=\dfrac{\pi a^2\left(1+2\sqrt{2}\right)}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử SAB là thiết diện qua trục của hình nón (như hình vẽ).
Theo giả thiết ta có tam giác SAB vuông cân tại S và $SA=SB=a$.

Do đó $AB=\sqrt{SA^2+SB^2}=a\sqrt{2}$ và $SO=OA=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq}=\pi.OA.SA=\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích đáy $S=\dfrac{\pi a^2}{2}$.

Vậy diện tích toàn phần của hình nón (N) là: $S_{tp}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\pi a^2}{2}=\dfrac{\pi a^2\left(\sqrt{2}+1\right)}{2}$.

Câu 190: Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính thể tích hình nón theo a.

A. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

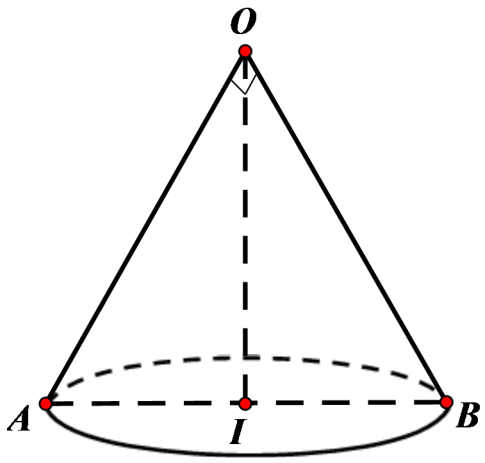
B. $\sqrt{2}\pi a^3$.

C. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

D. $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Xét tam giác OAB vuông cân tại O có I là trung điểm AB nên $h=IO=IA=IB=R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

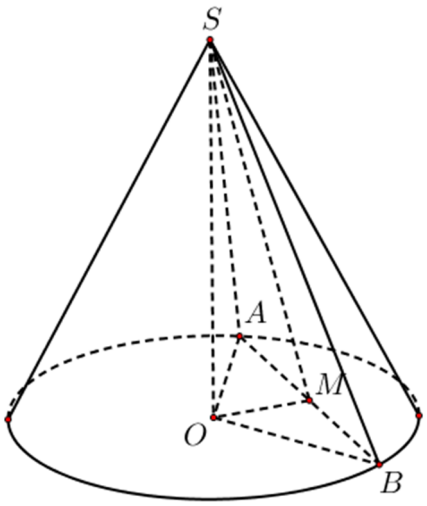
Thể tích hình nón là $V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 191: Cho hình nón đỉnh , góc ở đỉnh bằng $120°$, đáy là hình tròn $(O;3R)$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua S và tạo với đáy góc $60°$. Diện tích thiết diện là

A. $2\sqrt{2}R^2$ **B.** $4\sqrt{2}R^2$ **C.** $6\sqrt{2}R^2$ **D.** $8\sqrt{2}R^2$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thiết diện là tam giác SAB, gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow OM \perp AB$

$\Rightarrow \left(\widehat{(SAB),(OAB)}\right)=\left(\widehat{OM,SM}\right)=\widehat{SMO}=60°$.

Góc ở đỉnh hình nón bằng $120° \Rightarrow \widehat{OSA}=60°$, $SO=\frac{OA}{\tan 60^o}=\frac{3R}{\sqrt{3}}=R\sqrt{3}$.

Ta có $SM=\frac{SO}{\sin 60°}=\frac{R\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R$, $OM=\frac{SM}{2}=R$, $AM=\sqrt{OA^2-OM^2}=2\sqrt{2}R$.

Vậy $S_{SAB}=SM.AM=2R.2\sqrt{2}R=4\sqrt{2}R^2$.

Câu 192: Cắt khối nón có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 3 bởi một mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng 1. Diện tích thiết diện là

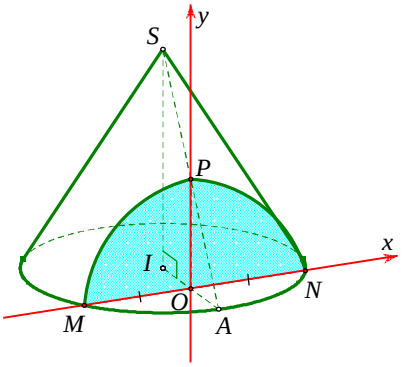
A. $2\sqrt{2}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Khi cắt khối nón bởi một mặt phẳng song song với trục ta sẽ được thiết diện là một Parabol.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Theo đề bài ta có $IO=1$, $IM=2 \Rightarrow OM=ON=\sqrt{3}$.

Ta cũng có $IS=3\Rightarrow OP=\frac{3}{2}$. Phương trình của Parabol là $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$.

Diện tích của thiết diện được tính theo công thức

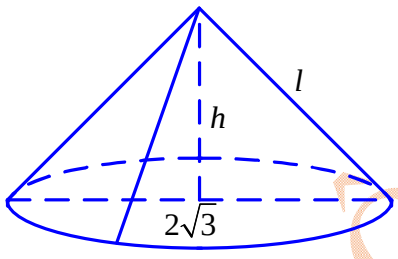
$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\left(-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{1}{6}x^3+\frac{3}{2}x\right)\Big|_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}.$$

Câu 193: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền là $2\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón này bằng

A. $3\pi\sqrt{3}$. **B.** 3π. **C.** $3\pi\sqrt{2}$. **D.** $\pi\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



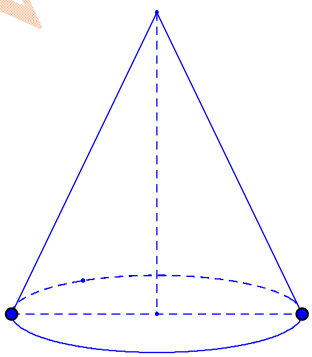
Ta có thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}\pi r^2.h$: Trong đó đường sinh $2l^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2\Rightarrow l=\sqrt{6}\Rightarrow$

$h=\sqrt{6-3}=\sqrt{3}$, $r=\sqrt{3}$ suy ra $V=\frac{1}{3}\pi.3.\sqrt{3}=\pi\sqrt{3}$.

Câu 194: Khi cắt khối nón (N) bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}a$. Tính thể tích V của khối nón (N)?

A. $V=3\sqrt{6}\pi a^3$. **B.** $V=\sqrt{6}\pi a^3$. **C.** $V=\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $V=3\sqrt{3}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải



Chọn C

Thiết diện là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{3}a$ nên bán kính đáy bằng $r=a\sqrt{3}$, chiều cao $h=a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối nón bằng $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{3}\right)^3=\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 195: Thiết diện chứa trục của hình nón là tam giác đều cạnh a. Tính thể tích khối nón theo a.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$V=\frac{1}{3}\pi.OB^2.SO=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 196: Cắt hình nón đỉnh S bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Tính diện tích tam giác SBC.

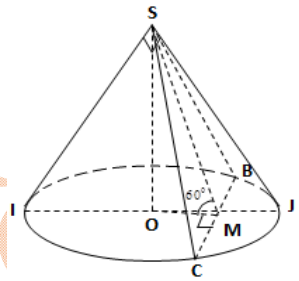
A. $S=\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $S=\frac{a^2}{3}$. **C.** $S=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựng $OM\perp BC$ (M là trung điểm của BC).

Vì $BC\perp SO$ nên $BC\perp SM$, từ đó ta có $\left[(SBC);đáy\right]=\left[SM,OM\right]=SMO=60°$.



Vì $SO=\frac{1}{2}IJ=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $SM=\frac{SO}{\sin 60°}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $CM=\sqrt{SC^2-SM^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

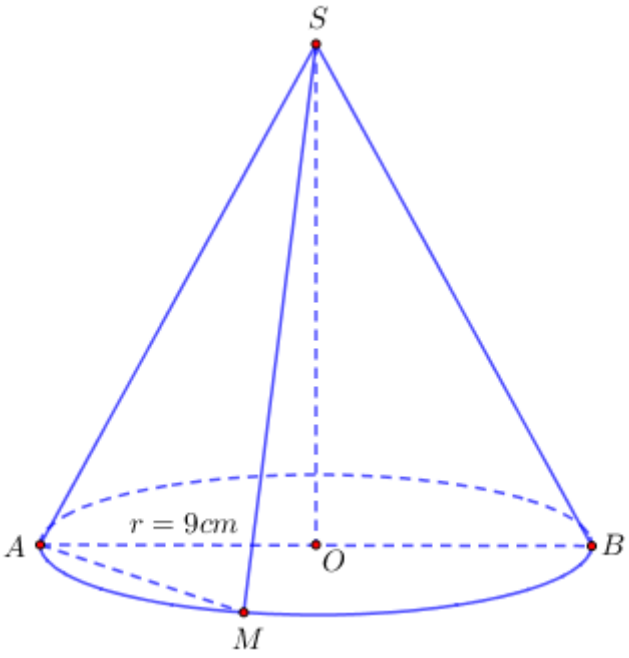
Vậy $S_{\Delta SBC}=\frac{1}{2}SM.BC=\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 197: Cho một khối nón có bán kính đáy là $9cm$, góc giữa đường sinh và mặt đáy là $30°$. Tính diện tích thiết diện của khối nón cắt bởi mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc với nhau.

A. $162\left(cm^2\right)$. **B.** $\frac{27}{2}\left(cm^2\right)$. **C.** $54\left(cm^2\right)$. **D.** $27\left(cm^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Mặt phẳng đi qua hai đường sinh vuông góc là SA và AM cắt khối nón theo thiết diện là tam giác SAM.

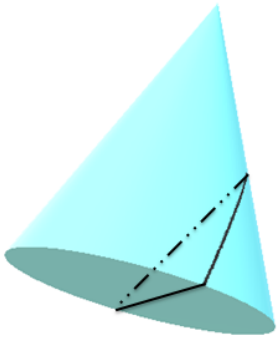
Góc giữa đường sinh và mặt đáy là $\widehat{SAO}=30°$.

Ta có $SM = SA = \dfrac{r}{\cos 30^\circ} = \dfrac{9}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 6\sqrt{3}$.

Vì $SA \perp AM$ nên tam giác SAM vuông tại S.

Do đó diện tích tam giác SAM là: $S = \dfrac{1}{2} SA.SM = 54\left(\text{cm}^2\right)$.

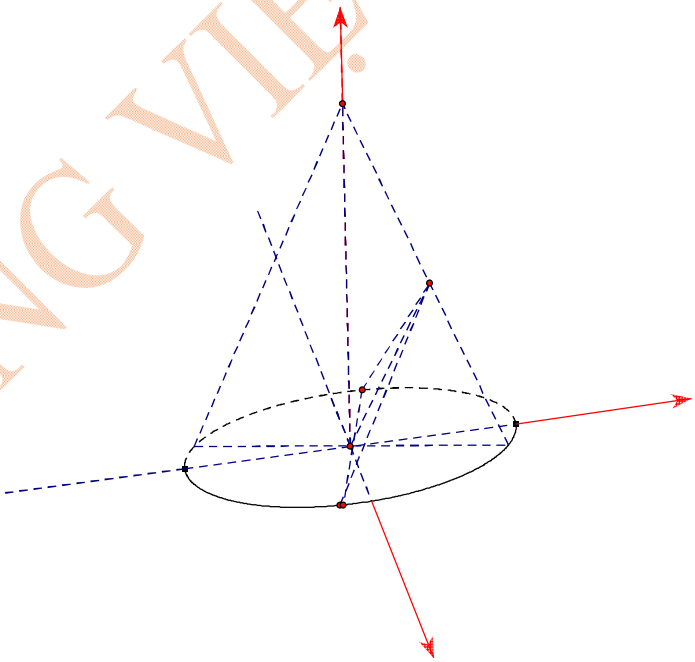
Câu 198: Cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng R, đường sinh $2R$ bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60^0 tính tỷ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α)?



A. $\dfrac{3\pi - 4}{6\pi}$. **B.** $\dfrac{1}{2(\pi - 1)}$. **C.** $\dfrac{2}{3\pi}$. **D.** $\dfrac{2}{\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Không mất tính tổng quát ta giả sử $R = 1$.

Khi cắt một khối nón tròn xoay có bán kính đáy bằng R, đường sinh $2R$ bởi một mặt phẳng (α) qua tâm đáy và tạo với mặt đáy một góc 60^0 thì ta được thiết diện là một đường parabol có đỉnh là gốc $O(0;0)$ và đỉnh còn lại là $A(1;1)$, do đó thiết diện sẽ có diện tích là $S = \dfrac{4}{3}$. Xét mặt phẳng đi qua cạnh đáy của thiết diện vuông góc với hình tròn đáy của hình nón cắt hình nón làm đôi.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi đa diện chứa mặt thiết diện đó là (H). Gọi (K) là đa diện chứa đỉnh O của hình nón được sinh bởi khi cắt thiết diện Parabol với đa diện (H).

Khi đó khoảng cách từ O đến mặt thiết diện là $h=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích của đa diện (K) là $V_K=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{4}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Mặt khác thể tích của nửa khối nón là $\frac{1}{2}\frac{1}{3}.\pi\sqrt{3}=\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$.

Do đó thể tích của đa diện nhỏ tạo bởi thiết diện và khối nón là $V=\frac{\pi\sqrt{3}}{6}-\frac{2\sqrt{3}}{9}=\frac{(3\pi-4)\sqrt{3}}{18}$.

Vậy tỉ số thể tích của hai phần khối nón chia bởi mặt phẳng (α) là $\frac{\frac{(3\pi-4)\sqrt{3}}{18}}{\frac{\pi\sqrt{3}}{3}}=\frac{3\pi-4}{6\pi}$.

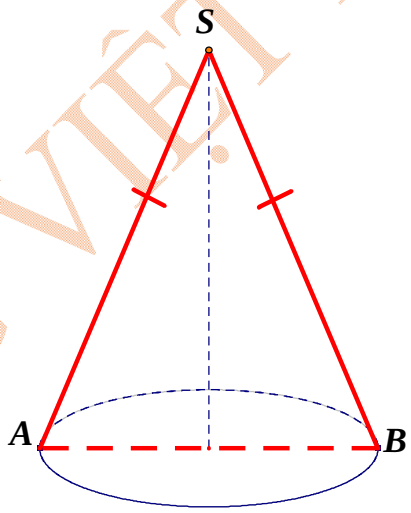
Câu 199: Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là:

A. một hình chữ nhật. **B.** một tam giác cân.

C. một đường elip. **D.** một đường tròn.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân.

Câu 200: Cắt một hình nón bằng một mặt phẳng đi qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a, diện tích xung quanh của hình nón đó là:

A. $\pi a^2\sqrt{2}$. **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $S_{xq}=\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng a $\Rightarrow$ bán kính đường tròn đáy là $R=\frac{a}{2}$, đường sinh là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi Rl=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: HÌNH NÓN NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP KHỐI CHÓP

Câu 201: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xp}=2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

Câu 202: Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ là:

A. $S=\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $S=4\pi a^2$. **C.** $S=\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S=2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 203: Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\dfrac{1}{2}\pi\sqrt{3}a^2$. **B.** $\pi\sqrt{3}a^2$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi\sqrt{3}a^2$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi\sqrt{2}a^2$.

Câu 204: Cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy góc $45°$. Hình tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$, có diện tích xung quanh là:

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{4}$. **B.** $S_{xq}=2\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{2}$.

Câu 205: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$.

Câu 206: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng qua AB và trung điểm M của SC cắt hình chóp theo thiết diện có chu vi bằng $7a$. Thể tích của khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 207: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=4$, $AB=BC=CA=3$. Tính thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

A. $2\sqrt{2}\pi$ **B.** 3π **C.** $\sqrt{13}\pi$ **D.** 4π

Câu 208: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB=a$, gọi O là tâm của đáy, $\widehat{SAO}=60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a. Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6};\pi a^2$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6};2\pi a^2$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6};3\pi a^2$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{16};\pi a^2$.

Câu 209: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh bằng a, chiều cao bằng $2a$. Hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích xung quanh là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{11}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{13}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{17}}{3}$.

Câu 210: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng $45°$. Tính diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

A. $2\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **C.** $4\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 211: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $6a$. Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đó (hình nón ngoại tiếp hình chóp là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và có đường tròn đáy ngoại tiếp đa giác đáy hình chóp, khối nón tương ứng gọi là khối nón ngoại tiếp hình chóp) bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{4}$.

Câu 212: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

A. $S_{xq}=\frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$. **B.** $S_{xq}=9\pi$. **C.** $S_{xq}=\frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$. **D.** $S_{xq}=\frac{9\pi}{2}$.

Câu 213: Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a, có diện tích xung quanh là:

A. $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. **D.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 214: Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a là:

A. $S_{xq}=\frac{\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $AH=a\sqrt{3}$. **D.** ABC.

Câu 215: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$. **B.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$. **C.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$. **D.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 216: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $2a$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3\pi\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 217: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 45°. Hình nón có đỉnh là S, có đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là.

A. $S=\frac{\pi a^2}{4}$. **B.** $S=\frac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 218: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Câu 219: Cho hình nón (N) có đỉnh là S, đường tròn đáy là (O) có bán kính R, góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120°$. Hình chóp đều $S.ABCD$ có các đỉnh A, B, C, D thuộc đường tròn (O) có thể tích là

A. $\frac{2R^3}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}R^3}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}R^3}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}R^3}{3}$.

Câu 220: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$. **B.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$ **C.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

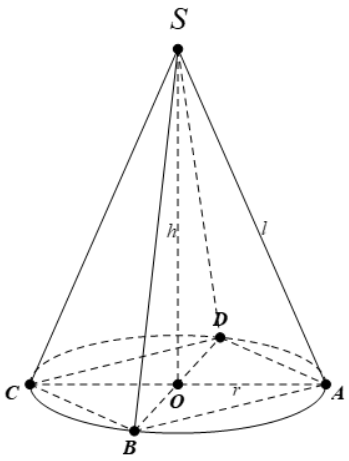
DẠNG 5: HÌNH NÓN NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP KHỐI CHÓP

Câu 201: Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xp}=2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=\dfrac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: Diện tích xung quanh $S_{xp}=2\pi a^2 \Rightarrow \pi rl=2\pi a^2 \Rightarrow l=2a \Rightarrow h=\sqrt{l^2-r^2}=a\sqrt{3}$.

Đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) có bán kính đáy bằng $a \Rightarrow AB=a\sqrt{2}$.

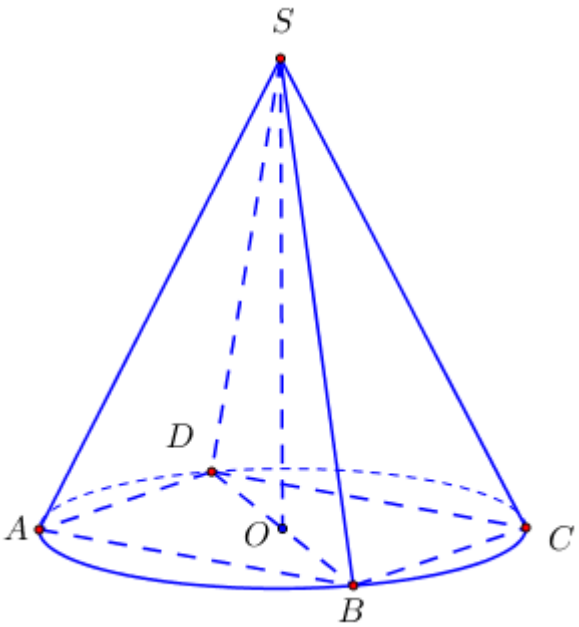
Vậy: $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}h=\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 202: Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ là:

A. $S=\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $S=4\pi a^2$. **C.** $S=\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $S=2\sqrt{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hình nón có đường sinh $l = SA = 4a$ và bán kính đáy $r = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

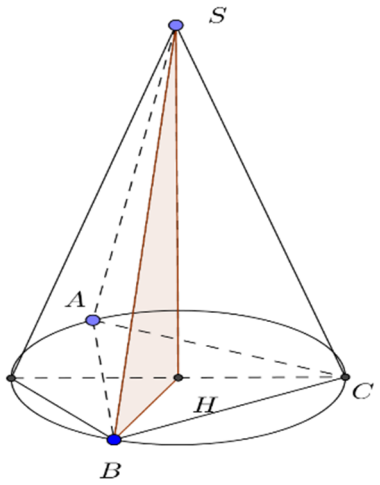
Câu 203: Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hinh nón là

A. $\frac{1}{2}\pi\sqrt{3}a^2$. **B.** $\pi\sqrt{3}a^2$. **C.** $\frac{1}{3}\pi\sqrt{3}a^2$. **D.** $\frac{1}{3}\pi\sqrt{2}a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $r = BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}; l = SA = a \Rightarrow S_{xq} = \pi rl = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.



Câu 204: Cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy góc $45°$. Hình tròn xoay đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$, có diện tích xung quanh là:

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{4}$. **B.** $S_{xq} = 2\pi a^2$. **C.** $S_{xq} = \pi a^2$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình tròn xoay này là hình nón. Kẻ $SO \perp (ABCD)$ thì O là tâm của hình vuông $ABCD$. Do ΔSOA vuông cân tại O nên.

$SA = OA\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2} = a$.

$S_{xq} = \pi\frac{AB}{2}.SA = \pi.\frac{a}{2}.a = \frac{\pi a^2}{2}$.

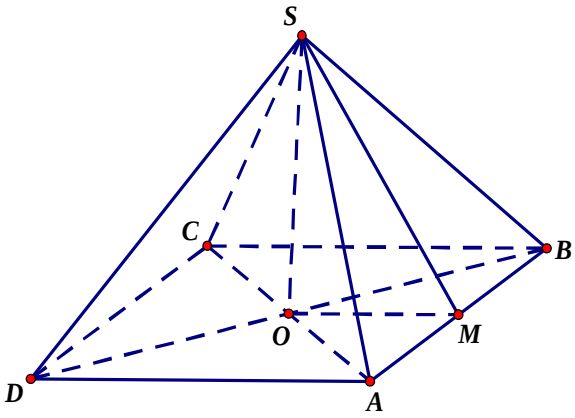
Câu 205: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi $O = AC \cap BD$ và M là trung điểm AB. Hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ có bán kính đáy là $R = OM = \dfrac{a}{2}$ và có chiều cao là $h = SO$.

Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}Bh$ trong đó $B = \pi R^2 = \dfrac{\pi a^2}{4}$.

Diện tích tam giác SAB là $2a^2$ nên $\dfrac{1}{2}SM.AB = 2a^2 \Leftrightarrow SM = 4a$.

Trong tam giác vuông SOM ta có $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{16a^2 - \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{3a\sqrt{7}}{2}$ hay $h = \dfrac{3a\sqrt{7}}{2}$.

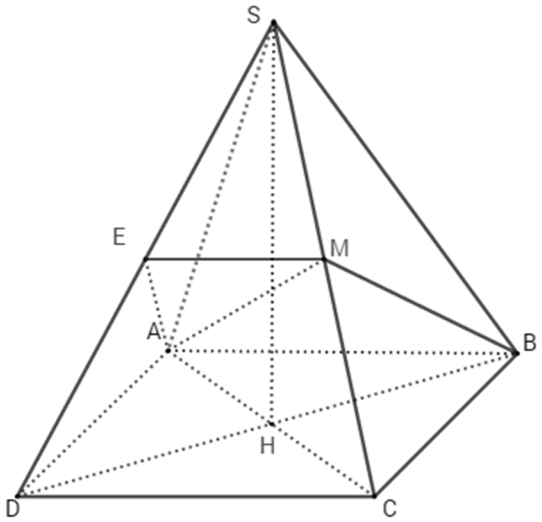
Vậy thể tích của khối nón $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$.

Câu 206: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng qua AB và trung điểm M của SC cắt hình chóp theo thiết diện có chu vi bằng $7a$. Thể tích của khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm $SD \Rightarrow ME // AB$ suy ra (ABM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là hình thang $ABME$.

Gọi độ dài cạnh bên của hình chóp là x. Do chóp $S.ABCD$ là chóp đều nên $\Delta SAD = \Delta SBC \Rightarrow AE = BM$.

Áp dụng hệ thức trung tuyến ta có: $BM^2 = \frac{SB^2 + BC^2}{2} - \frac{SC^2}{4} = \frac{x^2 + 8a^2}{4}$.

Suy ra $AE = BM = \sqrt{\frac{x^2 + 8a^2}{4}}$

Mặt khác dễ thấy $EM = a, AB = 2a$ mà chu vi thiết diện bằng $7a$ nên ta có: $a + 2a + 2\sqrt{\frac{x^2 + 8a^2}{4}} = 7a \Rightarrow x = 2a\sqrt{2}$.

Suy ra chiều cao của hình chóp: $SH^2 = SA^2 - \frac{AC^2}{4} = 6a^2 \Rightarrow SH = a\sqrt{6}$.

Khối nón có đỉnh là S và đường tròn đáy ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ chiều cao là $SH = a\sqrt{6}$ và bán kính đường tròn đáy là $\frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$ nên thể tích khối nón là:

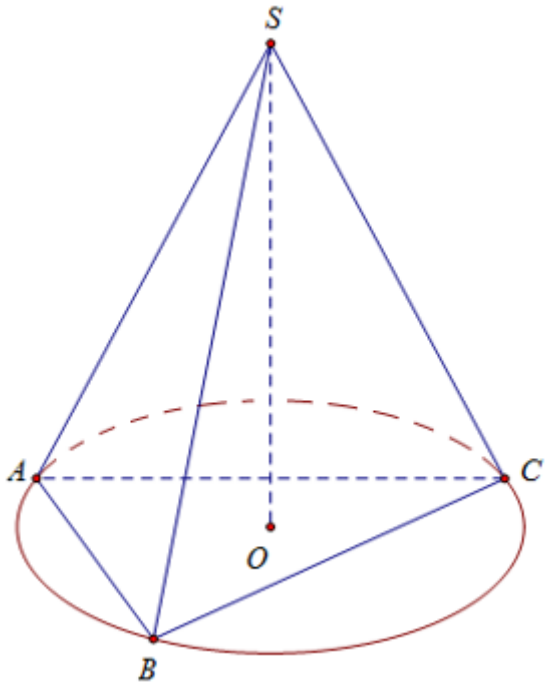
$V = \frac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2 a\sqrt{6} = \frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 207: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, $AB = BC = CA = 3$. Tính thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón có đỉnh là S và đáy là đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

A. $2\sqrt{2}\pi$ **B.** 3π **C.** $\sqrt{13}\pi$ **D.** 4π

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đường cao hình chóp là đường cao hình nón: $h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{13}$.

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC: $R = OA = \sqrt{3}$.

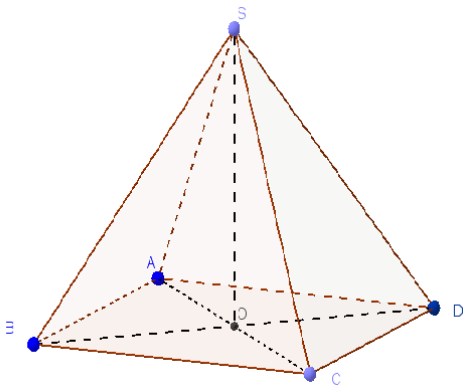
Vậy thể tích khối nón cần tìm: $V = \frac{1}{3}h\pi R^2 = \sqrt{13}\pi$.

Câu 208: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $AB = a$, gọi O là tâm của đáy, $\widehat{SAO} = 60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a. Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6};\pi a^2$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6};2\pi a^2$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6};3\pi a^2$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{16};\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2;SO=OA.tan60^o=\frac{\sqrt{2}}{2}a.\sqrt{3}=\frac{\sqrt{6}}{2}a$.

$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{6}}{2}a.a^2=\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

$l=SA=\sqrt{SO^2+AO^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}a\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2}=\sqrt{2}a$.

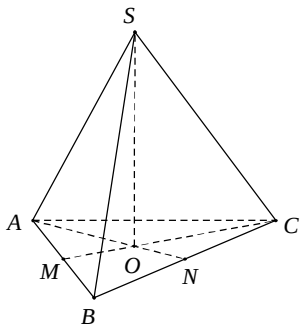
$S_{xq}=\pi rl=\pi.\frac{\sqrt{2}}{2}a.\sqrt{2}a=\pi a^2$.

Câu 209: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh bằng a, chiều cao bằng $2a$. Hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích xung quanh là

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{11}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{13}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{17}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $CM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$r=CO=\frac{2}{3}CM=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$l=SC=\sqrt{SO^2+OC^2}=\sqrt{\frac{a^2}{3}+4a^2}=\frac{\sqrt{39}}{3}a$.

Diện tích xung quanh hình nón:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

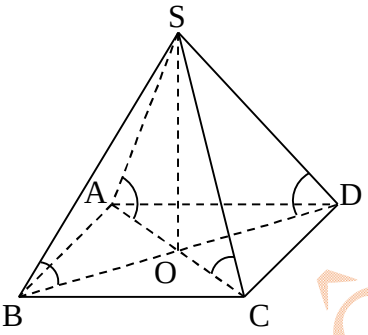
$S_{xq} = \pi rl = \pi \frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{\sqrt{39}}{3}a = \frac{\pi a^2\sqrt{13}}{3}$.

Câu 210: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng $45°$. Tính diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

A. $2\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **C.** $4\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$ và trong ΔSOA vuông tại O có $\angle SAO = 45°, \text{OA} = \frac{AC}{2} = \frac{(2a)\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$. Suy ra $SA = \frac{OA}{\cos 45°} = 2a$.

Vậy diện tích xung quanh của khối nón đỉnh S, đáy là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$ là $S_{xq} = \pi\text{rl} = \pi.OA.SA = \pi.a\sqrt{2}.2a = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 211: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và đường cao bằng $6a$. Thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp đó (hình nón ngoại tiếp hình chóp là hình nón có đỉnh trùng với đỉnh hình chóp và có đường tròn đáy ngoại tiếp đa giác đáy hình chóp, khối nón tương ứng gọi là khối nón ngoại tiếp hình chóp) bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có khối nón cần tìm có chiều cao $h = 6a$ và bán kính đáy $R = \frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3}h\pi R^2 = \frac{1}{3}\cdot 6a\cdot\pi\cdot\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 212: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng 3. Tính diện tích xung quanh của hình nón có đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của hình chóp.

A. $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{4}$. **B.** $S_{xq} = 9\pi$. **C.** $S_{xq} = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$. **D.** $S_{xq} = \frac{9\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{1}{2}AC = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Độ dài đường sinh của hình nón là $l = SA = 3$. Do đó $S_{xq} = \pi rl = \frac{9\sqrt{2}\pi}{2}$.

Câu 213: Hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh bằng a, có diện tích xung quanh là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{6}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Kẻ $SO\perp(ABC)$, $SH\perp BC\Rightarrow OH\perp BC$.

Ta có $OA=\dfrac{2}{3}AH=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

$S_{xq}=\pi.OA.SA=\pi.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.a$.

$S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 214: Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a là:

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $AH=a\sqrt{3}$. **D.** ABC.

Hướng dẫn giải

Chọn B

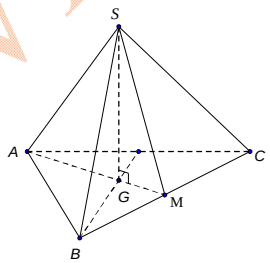
Ta có: $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3};l=a\Rightarrow S_{xq}=\pi Rl=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 215: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

$GM=\dfrac{1}{3}\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

$AG=\dfrac{2}{3}\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $\widehat{SMG}=60°$ Xét tam giác vuông SGM : $\tan\widehat{SMG}=\dfrac{SG}{GM}$.

Suy ra: $SG=GM.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3}=\dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông SAG : $SA=\sqrt{SG^2+AG^2}=\sqrt{\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

$S_{xq}=\pi AG.SA=\pi\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a\sqrt{21}}{6}=\pi\dfrac{a^2\sqrt{7}}{6}$.

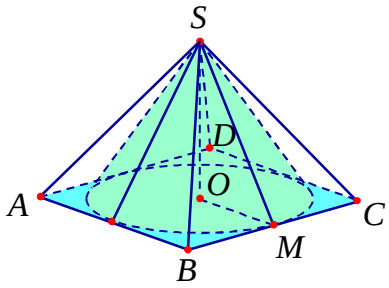
Câu 216: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có các cạnh đều bằng $2a$. Tính thể tích V của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\pi\sqrt{2}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC, ta có $OM=a$.

Vì hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có các cạnh đều bằng $2a$.

Do đó $AC=BD=2a\sqrt{2}$. Khi đó $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-2a^2}=a\sqrt{2}$.

Khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ nên có chiều cao $h=SO=a\sqrt{2}$ và $r=OM=a$.

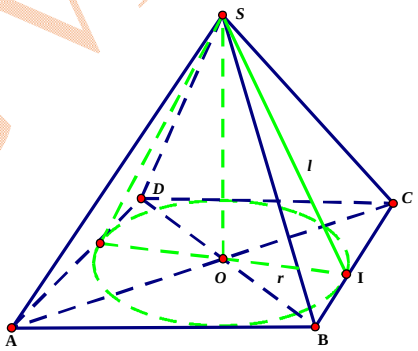
Thể tích khối nón là: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi a^2a\sqrt{2}=\dfrac{1}{3}\pi\sqrt{2}a^3$.

Câu 217: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 45°. Hình nón có đỉnh là S, có đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh là.

A. $S=\dfrac{\pi a^2}{4}$. **B.** $S=\dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi $O=AC\cap BD$ và I là trung điểm BC. Khi đó $OC=a\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $SO=OC\tan 45^\circ=a\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Trong ΔSOH vuông tại O thì $SH^2=SO^2+OH^2\Rightarrow SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $S_{xq}=\pi rl=\pi.\dfrac{a}{2}.a\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$.

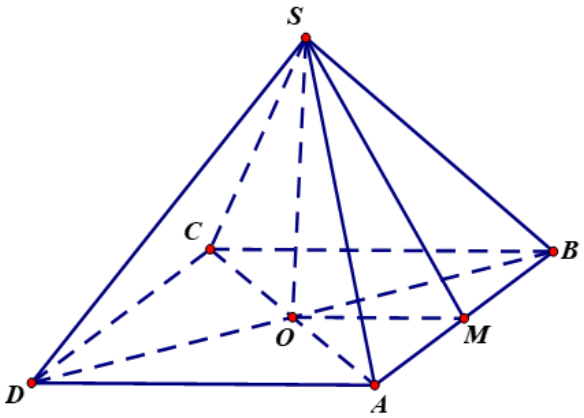
Câu 218: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{7}}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{15}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$ và M là trung điểm AB. Hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ có bán kính đáy là $R = OM = \frac{a}{2}$ và có chiều cao là $h = SO$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}Bh$ trong đó $B = \pi R^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Diện tích tam giác SAB là $2a^2$ nên $\frac{1}{2}SM.AB = 2a^2 \Leftrightarrow SM = 4a$.

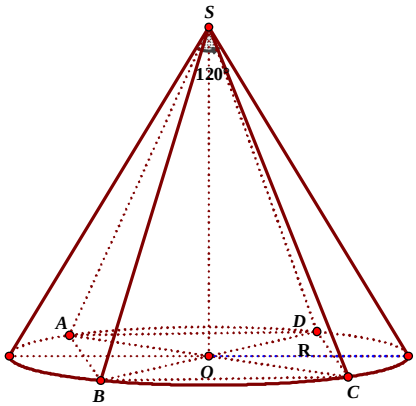
Trong tam giác vuông SOM ta có $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{3a\sqrt{7}}{2}$ hay $h = \frac{3a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón $V = \frac{\pi a^3\sqrt{7}}{8}$.

Câu 219: Cho hình nón (N) có đỉnh là S, đường tròn đáy là (O) có bán kính R, góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120°$. Hình chóp đều $S.ABCD$ có các đỉnh A, B, C, D thuộc đường tròn (O) có thể tích là

A. $\frac{2R^3}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}R^3}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}R^3}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}R^3}{3}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C

Do hình chóp đều $S.ABCD$ nội tiếp hình nón

$\Rightarrow SO$ là đường cao của hình chóp đều $S.ABCD$ và đáy $ABCD$ là hình vuông nội tiếp đường tròn (O, R)

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow SO = \dfrac{R}{\tan 60^\circ} = \dfrac{R\sqrt{3}}{3}$ và $AC = 2R \Rightarrow AB = R\sqrt{2}$

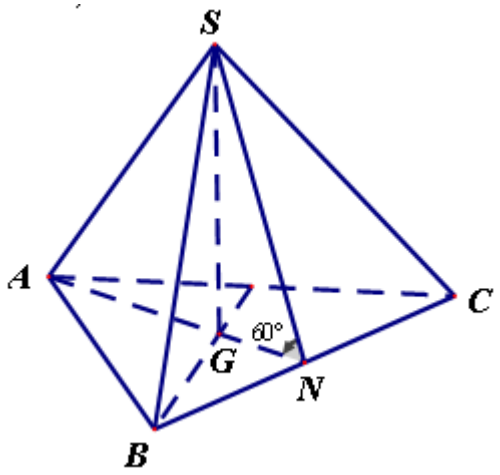
Ta có $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{R\sqrt{3}}{3}.2R^2 = \dfrac{2R^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 220: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60°. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đỉnh S, có đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$. **B.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$ **C.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $S_{xq} = \dfrac{\pi a^2\sqrt{10}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Hình nón đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có:

Bán kính đường tròn đáy $r = AG = \dfrac{2}{3}AN = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Đường sinh $l = SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \sqrt{(GN\tan 60^\circ)^2 + AG^2}$

$= \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\sqrt{3}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{7}{12}}a$.

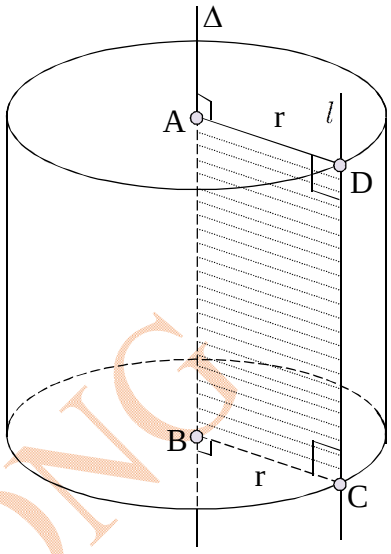
Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi rl = \dfrac{\pi a^2\sqrt{7}}{6}$.

MẶT TRỤ - KHỐI TRỤ

A – LÝ THUYẾT

1) Mặt trụ tròn xoay

Trong $mp(P)$ cho hai đường thẳng Δ và l song song nhau, cách nhau một khoảng r. Khi quay $mp(P)$ quanh trục cố định Δ thì đường thẳng l sinh ra một mặt tròn xoay được gọi là mặt trụ tròn xoay hay gọi tắt là mặt trụ.



- ✧ Đường thẳng Δ được gọi là trục.
- ✧ Đường thẳng l được gọi là đường sinh.
- ✧ Khoảng cách r được gọi là bán kính của mặt trụ.

2) Hình trụ tròn xoay

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh đường thẳng chứa một cạnh, chẳng hạn cạnh AB thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình, hình đó được gọi là hình trụ tròn xoay hay gọi tắt là hình trụ.

- ✧ Đường thẳng AB được gọi là trục.
- ✧ Đoạn thẳng CD được gọi là đường sinh.
- ✧ Độ dài đoạn thẳng $AB = CD = h$ được gọi là chiều cao của hình trụ.
- ✧ Hình tròn tâm A, bán kính $r = AD$ và hình tròn tâm B, bán kính $r = BC$ được gọi là 2 đáy của hình trụ.
- ✧ Khối trụ tròn xoay, gọi tắt là khối trụ, là phần không gian giới hạn bởi hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ.

3) Công thức tính diện tích và thể tích của hình trụ

Cho hình trụ có chiều cao là h và bán kính đáy bằng r, khi đó:

- ✧ Diện tích xung quanh của hình trụ: $\boxed{S_{xq} = 2\pi rh}$
- ✧ Diện tích toàn phần của hình trụ: $\boxed{S_{tp} = S_{xq} + 2.S_{Đay} = 2\pi rh + 2\pi r^2}$
- ✧ Thể tích khối trụ: $\boxed{V = B.h = \pi r^2 h}$

4) Tính chất:

- ✧ Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một $mp(\alpha)$ vuông góc với trục Δ thì ta được đường tròn có tâm trên Δ và có bán kính bằng r với r cũng chính là bán kính của mặt trụ đó.
- ✧ Nếu cắt mặt trụ tròn xoay (có bán kính là r) bởi một $mp(\alpha)$ không vuông góc với trục Δ nhưng cắt tất cả các đường sinh, ta được giao tuyến là một đường elíp có trụ nhỏ bằng $2r$ và trục lớn bằng $\dfrac{2r}{\sin\varphi}$, trong đó φ là góc giữa trục Δ và $mp(\alpha)$ với $0^0 < \varphi < 90^0$.
- ✧ Cho $mp(\alpha)$ song song với trục Δ của mặt trụ tròn xoay và cách Δ một khoảng d.
  - + Nếu $d < r$ thì $mp(\alpha)$ cắt mặt trụ theo hai đường sinh $\Rightarrow$ thiết diện là hình chữ nhật.
  - + Nếu $d = r$ thì $mp(\alpha)$ tiếp xúc với mặt trụ theo một đường sinh.
  - + Nếu $d > r$ thì $mp(\alpha)$ không cắt mặt trụ.

B - BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: TÍNH ĐỘ DÀI ĐƯỜNG SINH, BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO

Câu 1: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Tính thể tích khối trụ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Câu 2: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là

A. $l=h$. **B.** $R=h$. **C.** $l^2=h^2+R^2$. **D.** $R^2=h^2+l^2$.

Câu 3: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, diện tích toàn phần bằng $8\pi a^2$. Chiều cao của hình trụ bằng

A. $8a$. **B.** $4a$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Câu 4: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Câu 5: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{3}{2}a$. **B.** $\frac{2}{3}a$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Câu 6: Một cái cốc hình trụ cao 15 cm đựng được $0,5$ lít nước. Hỏi bán kính đường tròn đáy của cái cốc xấp xỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng thập phân thứ hai)?

A. $3,28\,\text{cm}$. **B.** $3,26$ cm **C.** $3,27$ cm **D.** $3,25\,\text{cm}$

Câu 7: Một khối trụ có thể tích bằng 25π. Nếu chiều cao khối trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 25π. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

A. $r=15$. **B.** $r=10$. **C.** $r=5$. **D.** $r=2$.

Câu 8: Một hình trụ có bán kính đáy bằng với chiều cao của nó. Biết thể tích của khối trụ đó bằng 8π, tính chiều cao h của hình trụ.

A. $h=2$. **B.** $h=2\sqrt{2}$. **C.** $h=\sqrt[3]{32}$. **D.** $h=\sqrt[3]{4}$.

Câu 9: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=a$, $AC=2a$. Tính theo a độ dài đường sinh l của hình trụ, nhận được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB.

A. $l=a$. **B.** $l=a\sqrt{5}$. **C.** $l=a\sqrt{2}$. **D.** $l=a\sqrt{3}$.

Câu 10: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4. Một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song $MN, M'N'$ thỏa mãn $MN=M'N'=6$. Biết rằng tứ giác $MNN'M'$ có diện tích bằng 60. Tính chiều cao h của hình trụ.

A. $h=4\sqrt{2}$. **B.** $h=4\sqrt{5}$. **C.** $h=6\sqrt{5}$. **D.** $h=6\sqrt{2}$.

Câu 11: Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 12: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. a **B.** $3a$ **C.** $4a$ **D.** $2a$

Câu 13: Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng V và chiều cao bằng h là:

A. $r=\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ **B.** $r=\sqrt{\frac{3V}{2\pi h}}$ **C.** $r=\sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ **D.** $r=\sqrt{\frac{2V}{\pi h}}$

Câu 14: Cho hình trụ có diện tích xung quang bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $4a$. **D.** $8a$.

Câu 15: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h=\sqrt{2}R$. **B.** $R=2h$. **C.** $h=2R$. **D.** $R=h$.

Câu 16: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và có độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $r=5\sqrt{\pi}$. **B.** $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **C.** $r=\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **D.** $r=5$.

Câu 17: Một hình trụ có diện tích toàn phần là $10\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đó là

A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** $6a$. **D.** $3a$.

Câu 18: Một khối trụ có thể tích bằng 16π. Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 16π. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

A. $r=4$. **B.** $r=3$. **C.** $r=8$. **D.** $r=1$.

Câu 19: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

A. $r=4\pi$. **B.** $r=8a$. **C.** $r=4a$. **D.** $r=6a$.

Câu 20: Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\dfrac{1}{3}$. Biết thể tích khối trụ bằng 4π. Bán kính đáy của hình trụ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 21: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O;R)$ và $(O';R)$, $OO'=h$. Gọi AB là một đường kính của đường tròn $(O;R)$. Biết rằng tam giác $O'AB$ đều. Tỉ số $\dfrac{h}{R}$ bằng:

A. 1. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 22: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O;R)$ và $(O';R')$, $OO'=h$. Biết AB là một đường kính của đường tròn $(O;R)$ và $\Delta O'AB$ đều. Tỉ số $\dfrac{h}{R}$ bằng

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

DẠNG 2: TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

Câu 23: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Diện tích toàn phần của hình trụ là.

A. $8\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $7\pi a^2$.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5(\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $70\pi(\text{cm}^2)$ **B.** $120\pi(\text{cm}^2)$ **C.** $60\pi(\text{cm}^2)$ **D.** $35\pi(\text{cm}^2)$

Câu 25: Tính diện tích xung quanh S của hình trụ có bán kính bằng 3 và chiều cao bằng 4.

A. $S=36\pi$. **B.** $S=24\pi$. **C.** $S=12\pi$. **D.** $S=42\pi$.

Câu 26: Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 20cm^2 và chu vi bằng 18cm. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của hình trụ là:

A. $30\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $28\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $24\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $26\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 27: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. 12π. **B.** 10π. **C.** 8π. **D.** 6π.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Diện tích S là

A. $\pi\sqrt{3}a^2$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **C.** πa^2. **D.** $\pi\sqrt{2}a^2$.

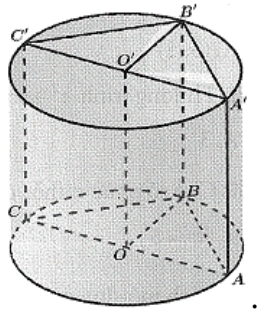
Câu 29: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc 60^0. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

A. $S = 16\pi a^2$. **B.** $S = 7a^2$. **C.** $S = 7\pi a^2$. **D.** $S = 16a^2$.

Câu 30: Một hình nón có bán kính đáy R và chiều cao bằng $4R$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ nội tiếp hình nón, biết rằng bán kính đáy hình trụ bằng r. (Hình trụ được goi là nội tiếp hình nón nếu một đường tròn đáy của hình trụ nằm trên mặt xung quanh của hình nón, đáy còn lại nằm trên mặt đáy của hình nón). Kết quả là :

A. $-8\pi r^2 + 6\pi R$r. **B.** $-6\pi r^2 + 4\pi R$r. **C.** $-6\pi r^2 + 8\pi R$r. **D.** $-4\pi r^2 + 8\pi R$r.

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông tại B Tính diện tích toàn phần S của hình trụ tròn ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ (như hình vẽ bên), biết rằng $A'A = AC = a\sqrt{2}$.



A. $S = 12\pi a^2$. **B.** $S = 3\pi a^2$. **C.** $S = 9\pi a^2$. **D.** $S = 6\pi a^2$.

Câu 32: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 3$. Gọi M, N lần lượt thuộc AD, BC sao cho $AM = 2MD; BN = 2NC$. Quay hình chữ nhật này quanh trục MN, ta được hai hình trụ. Tính tổng diện tích xung quanh S_{xq} của hai hình trụ đó.

A. $S_{xq} = 6\pi$. **B.** $S_{xq} = 5\pi$. **C.** $S_{xq} = 9\pi$. **D.** $S_{xq} = 4\pi$.

Câu 33: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $r = 50cm$ và có chiều cao $h = 50cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $5000\ (cm^2)$. **B.** $2500\ (cm^2)$. **C.** $2500\pi\ (cm^2)$. **D.** $5000\pi\ (cm^2)$.

Câu 34: Một hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên một mặt cầu bán kính R và có đường cao bằng bán kính mặt cầu. Diện tích toàn phần hình trụ đó bằng:

A. $\frac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{2}$. **B.** $\frac{\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi R^2}{2}$. **C.** $\frac{\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi R^2}{3}$. **D.** $\frac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{3}$.

Câu 35: Cho hình trụ có đường kính đáy là a, mặt phẳng qua trục của hình trụ cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích là $3a^2$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

A. $\frac{7}{2}\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\frac{3}{2}\pi a^2$.

Câu 36: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S.

A. $\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** πa^2. **D.** $\pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 37: Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $2\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $2a^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 38: Thiết diện qua trục của một hình trụ (T) là hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = 2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2\sqrt{2}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 39: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 18π. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

A. $S_{xq} = 36\pi$. **B.** $S_{xq} = 12\pi$. **C.** $S_{xq} = 6\pi$. **D.** $S_{xq} = 18\pi$.

Câu 40: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$ và $AD = 2a$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó quanh trục HK, ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ là:

A. $S_{tp} = 8\pi$. **B.** $S_{tp} = 8a^2\pi$. **C.** $S_{tp} = 4a^2\pi$. **D.** $S_{tp} = 4\pi$.

Câu 41: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;\ R)$, với $OO' = R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;\ R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k = \dfrac{S_1}{S_2}$.

A. $k = \sqrt{2}$. **B.** $k = \sqrt{3}$. **C.** $k = \dfrac{1}{2}$. **D.** $k = \dfrac{1}{3}$.

Câu 42: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $BC = 2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho: $BP = 1,\ QD = 3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 4π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 10π.

Câu 43: Lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Diện tích toàn phần của hình trụ có hai đáy ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ là.

A. $\dfrac{2\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^2\left(2+\sqrt{3}\right)}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\left(2+\sqrt{3}\right)}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3}$.

Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng $ABCDA'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3a$, $BC = 4a$. Đường chéo AC' tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 45°. Gọi (T) là hình trụ có đường sinh là cạnh bên của lăng trụ, đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ. Diện tích toàn phần của (T) là.

A. $\dfrac{75\pi a^2}{4}$. **B.** $25\pi a^2$. **C.** $\dfrac{125\pi a^2}{4}$. **D.** $\dfrac{75\pi a^2}{2}$.

Câu 45: Thiết diện qua trung của một hình trụ là một hình vuông cạnh a, diện tích toàn phần của hình trụ là.

A. $\dfrac{3\pi a^2}{5}$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **D.** Kết quả khác.

Câu 46: Cho hình vuông $ABCD$ biết cạnh bằng a. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB, CD. Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay khi cho hình vuông $ABCD$ quay quanh IK một góc 360°.

A. $\dfrac{\pi a^2}{3}$. **B.** πa^2. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\dfrac{2\pi a^2}{3}$.

Câu 47: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $BC = 2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho: $BP = 1,\ QD = 3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 4π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 10π.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 48: **- 2017]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $BD' = x\sqrt{3}$. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Diện tích S là.

A. $\frac{\pi x^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\pi x^2\sqrt{3}$. **C.** $\pi x^2\sqrt{2}$. **D.** πx^2.

Câu 49: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 3a$. Gọi M, N là các điểm trên các cạnh AD, BC sao cho $MA = 2MD$, $NB = 2NC$. Khi quay quanh AB, các đường gấp khúc $AMNB$, $ADCB$ sinh ra các hình trụ có diện tích toàn phần lần lượt là S_1, S_2. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{8}{15}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{9}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12}{21}$.

Câu 50: Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

A. 50π m^2. **B.** 100π m^2. **C.** 100 m^2. **D.** 50 m^2.

Câu 51: Cho hình trụ có độ dài đường sinh là l và bán kính đường tròn đáy là r. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $S_{tp} = 2\pi r(l + 2r)$. **B.** $S_{tp} = \pi r(l + r)$.

C. $S_{tp} = \pi r(2l + r)$. **D.** $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$.

Câu 52: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB = a\sqrt{2}$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{6}$. Khi đó, diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

A. $2\pi a^2\sqrt{6}$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $\pi a^2\sqrt{6}$. **D.** $4\pi a^2\sqrt{6}$.

Câu 53: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 3a$. Gọi E, F lần lượt là các điểm trên các cạnh AB, BC sao cho $EA = 2ED$, $FB = 2FC$. Khi quay quanh AB các đường gấp khúc $AEFB$, $ADCB$ sinh ra hình trụ có diện tích toàn phần lần lượt là S_1, S_2. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{12}{21}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{4}{9}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2} = \frac{8}{15}$.

Câu 54: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$ Diện tích toàn phần của khối trụ là:

A. $\frac{27\pi a^2}{2}$. **B.** $9a^2\pi$. **C.** $\frac{13a^2\pi}{6}$. **D.** $\frac{9a^2\pi}{2}$.

Câu 55: Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

A. $S_{xq} = 2\pi r^2$ **B.** $S_{xq} = 4\pi r^2$ **C.** $S_{xq} = 2\pi rl$ **D.** $S_{xq} = \pi rl$

Câu 56: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $2\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$ **B.** $\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$ **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$ **D.** $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$

Câu 57: Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = \pi rl$ **B.** $S_{xq} = \pi r^2 l$ **C.** $S_{xq} = 2\pi rl$ **D.** $S_{xq} = 4\pi rl$

Câu 58: Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\frac{27\pi a^2}{2}$. **B.** $\frac{9\pi a^2}{2}$. **C.** $\frac{13\pi a^2}{6}$. **D.** $9a^2\pi$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 59: Một hình trụ có bán kính đáy $r=5\text{cm}$, chiều cao $h=7\text{cm}$. Tính diện tích xung quang của hình trụ.

A. $S=35\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S=\frac{70}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S=\frac{35}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 60: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh bằng a. Tính diện tích S_{xq} xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp BCD và có chiều cao bằng chiều cao tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $S_{xq}=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 61: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^2}{2}$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 62: Một hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên một mặt cầu bán kính R và có đường cao bằng bán kính mặt cầu. Diện tích toàn phần hình trụ đó bằng:

A. $\frac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{3}$. **B.** $\frac{\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi R^2}{3}$. **C.** $\frac{\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi R^2}{2}$. **D.** $\frac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{2}$.

Câu 63: Một hình trụ (T) có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của khối trụ (T).

A. πR^2. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $\frac{4\pi R^2}{3}$. **D.** $4\pi R^2$.

Câu 64: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối trụ.

A. $S_{tp}=\frac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S_{tp}=\frac{13a^2\pi}{6}$. **C.** $S_{tp}=a^2\pi\sqrt{3}$. **D.** $S_{tp}=\frac{27\pi a^2}{2}$.

Câu 65: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ và $BC=2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho $BP=1$, $QD=3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. 12π **B.** 4π **C.** 6π **D.** 10π

Câu 66: Hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a thì có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 67: Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R, chiều cao h là

A. $S_{xq}=4\pi Rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi Rh$. **C.** $S_{xq}=\pi Rh$. **D.** $S_{xq}=3\pi Rh$.

Câu 68: Một hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều với tất cả các cạnh bằng a có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 69: Tính diện tích toàn phần của một hình trụ, biết thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông có diện tích bằng 36.

A. 54π **B.** 50π **C.** 18π **D.** 36π

Câu 70: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng chiều cao và bằng 2cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $8\pi\ cm^2$. **B.** $4\pi\ cm^2$. **C.** $2\pi\ cm^2$. **D.** $\frac{8\pi}{3}\ cm^2$.

Câu 71: Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh a, tính diện tích toàn phần S của hình trụ đó.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $S=3\pi a^2$. **B.** $S=\frac{5}{4}\pi a^2$. **C.** $S=\pi a^2$. **D.** $S=\frac{3}{2}\pi a^2$.

Câu 72: Một hình trụ có tâm các đáy là A, B. Biết rằng mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với các mặt đáy của hình trụ tại A, B, và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ đó. Diện tích của mặt cầu này là 16π. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

Câu 73: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ là

A. $S_{tp}=\pi Rh+\pi R^2$. **B.** $S_{tp}=\pi Rl+2\pi R^2$.

C. $S_{tp}=\pi Rl+\pi R^2$. **D.** $S_{tp}=2\pi Rl+2\pi R^2$.

Câu 74: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ tròn ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ (như hình vẽ bên), biết rằng $A'A=AC=a\sqrt{2}$.

A. $S=9\pi a^2$. **B.** $S=3\pi a^2$. **C.** $S=6\pi a^2$. **D.** $S=12\pi a^2$.

Câu 75: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Câu 76: Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy $R=3$ và đường sinh $l=6$ bằng

A. 108π. **B.** 18π. **C.** 36π. **D.** 54π.

Câu 77: Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

A. $\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)$. **C.** $2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)$. **D.** $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$.

Câu 78: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=2$ và đường sinh $l=3$ bằng:

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 6π.

Câu 79: Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h bán kính đáy là R

A. $S_{xq}=4\pi Rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi Rh$. **C.** $S_{xq}=\pi^2 Rh$. **D.** $S_{xq}=\pi Rh$.

Câu 80: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB.

A. $12\pi a^2\sqrt{3}$ **B.** $6a^2\sqrt{3}$ **C.** $2\pi a^2\sqrt{3}$ **D.** $12\pi a^2$

Câu 81: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. $S=7\sqrt{34}$ **B.** $S=14\sqrt{34}$ **C.** $S=56$ **D.** $S=28$

Câu 82: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a, diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng:

A. $4\pi a^2$. **B.** $\frac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $\frac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 83: Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh là l, độ dài đường cao là h và r là bán kính đáy. Công thức diện tích xung qunh của hình trụ tròn xoay là

A. $S_{xq}=\pi r^2 h$. **B.** $S_{xq}=\pi rh$. **C.** $S_{xq}=2\pi rh$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 84: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $\sqrt{2}\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $2\pi R^2$. **D.** $2\sqrt{2}\pi R^2$.

Câu 85: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=2a$, $AA'=3a\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ có hai đáy lần lượt ngoại tiếp hai đáy của hình hộp chữ nhật đã cho.

A. $S=7\pi a^2$. **B.** $S=16\pi a^2$. **C.** $S=12\pi a^2$. **D.** $S=20\pi a^2$.

Câu 86: Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy và đều bằng 2, nội tiếp trong một hình trụ (đỉnh của hình nón nằm trên 1 mặt đáy của hình trụ, đáy của hình nón là đáy của hình trụ). Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó?

A. $2\pi\left(\sqrt{3}+1\right)$. **B.** 3π. **C.** $\pi\left(\sqrt{3}+1\right)$. **D.** 6π.

Câu 87: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1, AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trụ MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $S_{tp}=10\pi$. **B.** $S_{tp}=6\pi$. **C.** $S_{tp}=2\pi$. **D.** $S_{tp}=4\pi$.

Câu 88: Một hình trụ có bán kính đáy a, thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

A. πa^2. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 89: Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45°. Diện tích xung quanh hình trụ là.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 90: Cho hình trụ có bán kính đáy $5\ cm$ chiều cao $4\ cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là

A. $90\pi(cm^2)$. **B.** $92\pi(cm^2)$. **C.** $40\pi(cm^2)$. **D.** $96\pi(cm^2)$.

Câu 91: Cho hình trụ bán kính đáy $r=5\,(\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. $60\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **B.** $35\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **C.** $70\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **D.** $120\pi\left(\text{cm}^2\right)$

Câu 92: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $4\pi R^2$. **B.** $2\sqrt{2}\pi R^2$. **C.** $\sqrt{2}\pi R^2$. **D.** $2\pi R^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

MẶT TRỤ, KHỐI TRỤ

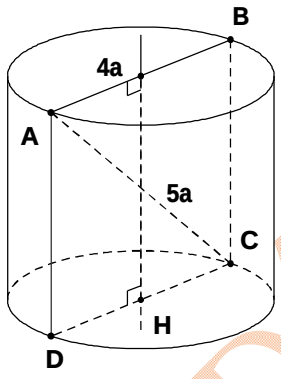
DẠNG 1: TÍNH ĐỘ DÀI ĐƯỜNG SINH, BÁN KÍNH ĐÁY, ĐƯỜNG CAO

Câu 1: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có

+ Bán kính đường tròn đáy là: $r=\dfrac{AB}{2}=2a$.

+ Chiều cao khối trụ: $h=AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{(5a)^2-(4a)^2}=3a$.

+ Thể tích khối trụ: $V=\pi.r^2.h=\pi.(2a)^2.3a=12\pi a^3$.

Câu 2: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Đẳng thức luôn đúng là

A. $l=h$. **B.** $R=h$. **C.** $l^2=h^2+R^2$. **D.** $R^2=h^2+l^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Trong hình trụ ta luôn có $l=h$.

Câu 3: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, diện tích toàn phần bằng $8\pi a^2$. Chiều cao của hình trụ bằng

A. $8a$. **B.** $4a$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi h là chiều cao của hình trụ

Ta có $S_{tp}=2\pi ah+2\pi a^2\Rightarrow 8\pi a^2=2\pi ah+2\pi a^2\Rightarrow h=3a$.

Câu 4: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $2\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$S_{xq}=2\pi rl\Rightarrow l=\dfrac{S_{xq}}{2\pi r}=\dfrac{2\pi a^2}{2\pi a}=a$.

Câu 5: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{3}{2}a$. **B.** $\frac{2}{3}a$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $S_{xq}=2\pi rl=3\pi a^2 \Rightarrow h=l=\frac{3\pi a^2}{2\pi a} \Rightarrow h=\frac{3}{2}a$.

Câu 6: Một cái cốc hình trụ cao 15 cm đựng được 0,5 lít nước. Hỏi bán kính đường tròn đáy của cái cốc xấp xỉ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng thập phân thứ hai)?

A. $3,28\,\text{cm}$. **B.** $3,26$ cm **C.** $3,27\,\text{cm}$ **D.** $3,25\,\text{cm}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $0,5$ lít $=0,5\ \text{dm}^3=500\ \text{cm}^3$.

Gọi R là bán kính đường tròn đáy, ta có: $\pi R^2.h=500 \Leftrightarrow R=\sqrt{\frac{500}{\pi h}}=\sqrt{\frac{500}{15\pi}}=3,26$ cm.

Câu 7: Một khối trụ có thể tích bằng 25π. Nếu chiều cao khối trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 25π. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

A. $r=15$. **B.** $r=10$. **C.** $r=5$. **D.** $r=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Khối trụ ban đầu có : $V=25\pi \Leftrightarrow \pi r^2h=25\pi \Leftrightarrow r^2h=25 \quad (1)$.

Khối trụ lúc sau có: $S_{xq}=25\pi \Leftrightarrow \pi r(5h)=25\pi \Leftrightarrow rh=5 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $r=5$.

Câu 8: Một hình trụ có bán kính đáy bằng với chiều cao của nó. Biết thể tích của khối trụ đó bằng 8π, tính chiều cao h của hình trụ.

A. $h=2$. **B.** $h=2\sqrt{2}$. **C.** $h=\sqrt[3]{32}$. **D.** $h=\sqrt[3]{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi r và h lần lượt là bán kính và chiều cao của hình trụ. Theo đề bài ta có $h=r$.

Thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2.h=\pi h^3$. Theo đề bài thể tích của khối trụ là 8π nên ta có phương trình $8\pi=\pi h^3 \Leftrightarrow h=2$.

Câu 9: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=a$, $AC=2a$. Tính theo a độ dài đường sinh l của hình trụ, nhận được khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB.

A. $l=a$. **B.** $l=a\sqrt{5}$. **C.** $l=a\sqrt{2}$. **D.** $l=a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo đề bài, đường sinh của hình trụ là CD. Áp dụng công thức Pitago vào tam giác ACD (vuông tại D), ta có $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=a\sqrt{3}$.

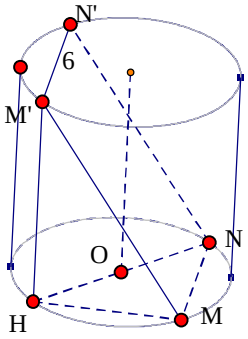
Câu 10: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4. Một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai đáy của hình trụ theo hai dây cung song song $MN, M'N'$ thỏa mãn $MN=M'N'=6$. Biết rằng tứ giác $MNN'M'$ có diện tích bằng 60. Tính chiều cao h của hình trụ.

A. $h=4\sqrt{2}$. **B.** $h=4\sqrt{5}$. **C.** $h=6\sqrt{5}$. **D.** $h=6\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựng đường kính NH của đường tròn đáy tâm O. Ta có $\begin{cases} MN \perp MH \\ MN \perp HM' \end{cases} \Rightarrow MN \perp MM'$. Suy ra tứ giác $MNN'M'$ là hình chữ nhật. Do đó $MM' = \dfrac{60}{6} = 10$.

Mặt khác $HM = \sqrt{NH^2 - MN^2} = \sqrt{64-36} = 2\sqrt{7}$ suy ra $M'H = \sqrt{M'M^2 - MH^2} = 6\sqrt{2}$.

Vậy chiều cao của hình trụ là $h = 6\sqrt{2}$.

Câu 11: Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Câu hỏi lí thuyết.

Câu 12: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. a **B.** $3a$ **C.** $4a$ **D.** $2a$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh$

Theo đề bài ta có $4\pi a^2 = 2\pi Rh \Leftrightarrow h = 2a$.

Câu 13: Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng V và chiều cao bằng h là:

A. $r = \sqrt{\dfrac{3V}{\pi h}}$ **B.** $r = \sqrt{\dfrac{3V}{2\pi h}}$ **C.** $r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}$ **D.** $r = \sqrt{\dfrac{2V}{\pi h}}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $V = \pi r^2 h \Leftrightarrow r^2 = \dfrac{V}{\pi h} \Leftrightarrow r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}$.

Câu 14: Cho hình trụ có diện tích xung quang bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ bằng:

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $4a$. **D.** $8a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $S_{xq} = 2\pi Rl \Rightarrow l = \dfrac{S_{xq}}{2\pi R} = \dfrac{8\pi a^2}{2\pi a} = 4a$.

Câu 15: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R, chiều cao bằng h. Biết rằng hình trụ đó có diện tích toàn phần gấp đôi diện tích xung quanh. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h = \sqrt{2}R$. **B.** $R = 2h$. **C.** $h = 2R$. **D.** $R = h$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $S_{tp}=2S_{xq}\Leftrightarrow 2\pi R^2+2\pi Rh=2.2\pi Rh\Leftrightarrow R=h$.

Câu 16: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng 50π và có độ dài đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy. Tính bán kính r của đường tròn đáy

A. $r=5\sqrt{\pi}$. **B.** $r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **C.** $r=\dfrac{5\sqrt{2\pi}}{2}$. **D.** $r=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường sinh của hình trụ là: $l=2r$.

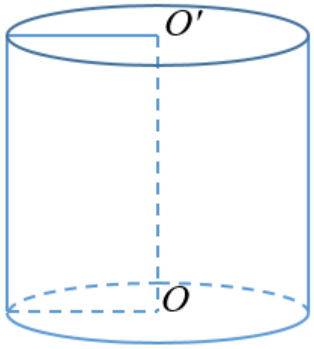
Ta có: $S_{xq}=50\pi\Leftrightarrow 2\pi rl=50\pi\Leftrightarrow 4\pi r^2=50\pi\Leftrightarrow r^2=\dfrac{25}{2}\Leftrightarrow r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Câu 17: Một hình trụ có diện tích toàn phần là $10\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đó là

A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** $6a$. **D.** $3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi r, h lần lượt là bán kính đường tròn đáy và chiều cao của hình trụ.

Ta có: $S_{tp}=2r\pi.h+2\pi r^2=2a\pi.h+2\pi a^2=10\pi a^2\Leftrightarrow 2a\pi.h=8\pi a^2\Leftrightarrow h=4a$.

Câu 18: Một khối trụ có thể tích bằng 16π. Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 16π. Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

A. $r=4$. **B.** $r=3$. **C.** $r=8$. **D.** $r=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối trụ: $V=\pi r^2h=16\pi\ \Rightarrow h=\dfrac{16}{r^2}$.

Nếu chiều cao khối trụ tăng lên hai lần và giữ nguyên bán kính đáy, suy ra:

Diện tích xung quanh: $A=2\pi r.\dfrac{2.16}{r^2}=16\pi\ \Rightarrow r=\dfrac{2.2.16}{16}=4$.

Câu 19: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $16\pi a^2$ và độ dài đường sinh bằng $2a$. Tính bán kính r của đường tròn đáy của hình trụ đã cho.

A. $r=4\pi$. **B.** $r=8a$. **C.** $r=4a$. **D.** $r=6a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có $S_{xq}=2\pi rl\Leftrightarrow r=\dfrac{S_{xq}}{2\pi l}=\dfrac{16\pi a^2}{2\pi.2a}=4a$.

Câu 20: Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\dfrac{1}{3}$. Biết thể tích khối trụ bằng 4π. Bán kính đáy của hình trụ là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi bán kính của hình trụ là R.

$V = 4\pi \Leftrightarrow h.\pi R^2 = 4\pi \Leftrightarrow h = \dfrac{4}{R^2}$ (1).

$S_{XQ} = \dfrac{1}{3}S_{TP} \Leftrightarrow 2\pi Rh = \dfrac{1}{3}2\pi R(R+h) \Leftrightarrow 3h = R + h \Leftrightarrow h = \dfrac{R}{2}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $\dfrac{4}{R^2} = \dfrac{R}{2} \Rightarrow R = 2$

Câu 21: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O;R)$ và $(O';R)$, $OO' = h$. Gọi AB là một đường kính của đường tròn $(O;R)$. Biết rằng tam giác $O'AB$ đều. Tỉ số $\dfrac{h}{R}$ bằng:

A. 1. **B.** $4\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

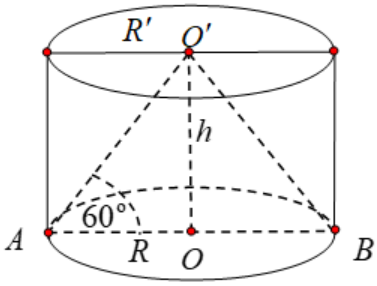
$AB = 2R$. Tam giác $O'AB$ đều $\Rightarrow h = OO' = \dfrac{\sqrt{3}}{2}AB = \sqrt{3}R$. Vậy $\dfrac{h}{R} = \dfrac{\sqrt{3}R}{R} = \sqrt{3}$.

Câu 22: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là $(O;R)$ và $(O';R')$, $OO' = h$. Biết AB là một đường kính của đường tròn $(O;R)$ và $\Delta O'AB$ đều. Tỉ số $\dfrac{h}{R}$ bằng

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $\dfrac{h}{R} = \dfrac{OO'}{OA} = \tan\widehat{O'AO} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

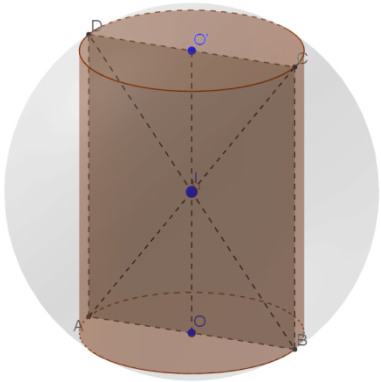
DẠNG 2: TÍNH DIỆN TÍCH XUNG QUANH, DIỆN TÍCH TOÀN PHẦN

Câu 23: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Diện tích toàn phần của hình trụ là.

A. $8\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $7\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: thiết diện là hình chữ nhật nên $2al = 6a^2 \Leftrightarrow l = 3a$.

Diện tích toàn phần là : $S = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi.a.3a + 2\pi a^2 = 8\pi a^2$.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 5(\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $70\pi(\text{cm}^2)$ **B.** $120\pi(\text{cm}^2)$ **C.** $60\pi(\text{cm}^2)$ **D.** $35\pi(\text{cm}^2)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi 5.7 = 70\pi\ (\text{cm}^2)$.

Câu 25: Tính diện tích xung quanh S của hình trụ có bán kính bằng 3 và chiều cao bằng 4.

A. $S = 36\pi$. **B.** $S = 24\pi$. **C.** $S = 12\pi$. **D.** $S = 42\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

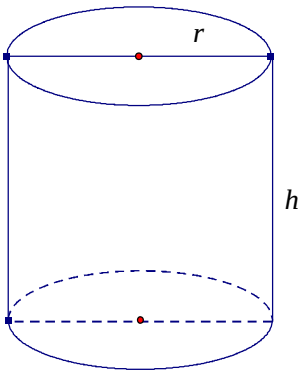
Diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi rh = 24\pi$.

Câu 26: Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $20\,\text{cm}^2$ và chu vi bằng $18\,\text{cm}$. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của hình trụ là:

A. $30\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $28\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $24\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $26\pi(\text{cm}^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi h và r là chiều cao và bán kính của hình trụ $h > 2r$. Ta có $\begin{cases} 2rh = 20 \\ 2r + h = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = 5 \\ r = 2 \end{cases}$.

$S_{tp} = 2\pi rh + 2r^2\pi = 20\pi + 8\pi = 28\pi$.

Câu 27: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng:

A. 12π. **B.** 10π. **C.** 8π. **D.** 6π.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông nên: $l = 2R$.

$S_{xq} = 2\pi Rl = 4\pi \Leftrightarrow 2\pi R.2R = 4\pi \Leftrightarrow R = 1$.

$S_{đ} = \pi R^2 = \pi$.

$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đ} = 6\pi$.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Diện tích S là

A. $\pi\sqrt{3}a^2$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^2}{2}$. **C.** πa^2. **D.** $\pi\sqrt{2}a^2$.

Hướng dẫn giải

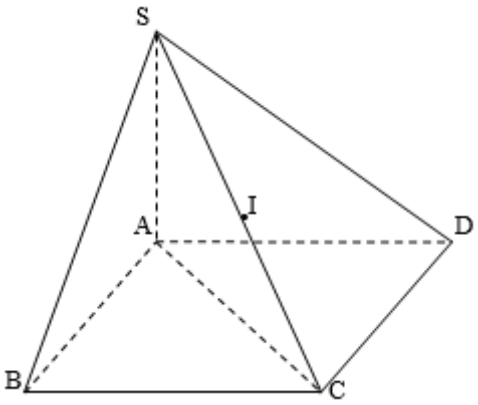
Chọn D

Bán kính hình trụ $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $S = 2\pi Rl = 2\pi\frac{a\sqrt{2}}{2}a = \pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 29: Cho khối chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng *(SBC)* tạo với mặt đáy một góc 60^0. Tính diện tích *S* của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp *S.ABCD.*

A. $S = 16\pi a^2$. **B.** $S = 7a^2$. **C.** $S = 7\pi a^2$. **D.** $S = 16a^2$.

Hướng dẫn giải



Chọn C

- Ta có: Ba đỉnh *A, B, D* đều nhìn đoạn *SC* dưới một góc 90^0.

Do đó năm điểm *A, B, C, D* và *S* cùng thuộc mặt cầu tâm I đường kính S**C.**

- Mà $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2}$

$= \sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2}$

$= a\sqrt{7}$

$\Rightarrow R = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$

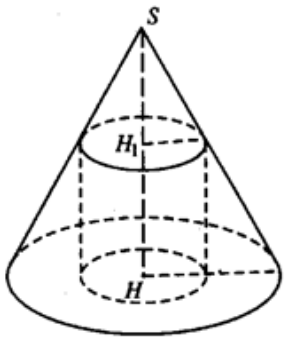
- Suy ra: $S = 4\pi R^2 = 7\pi a^2$.

Câu 30: Một hình nón có bán kính đáy R và chiều cao bằng $4R$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ nội tiếp hình nón, biết rằng bán kính đáy hình trụ bằng r. (Hình trụ được goi là nội tiếp hình nón nếu một đường tròn đáy của hình trụ nằm trên mặt xung quanh của hình nón, đáy còn lại nằm trên mặt đáy của hình nón). Kết quả là :

A. $-8\pi r^2 + 6\pi R$r. **B.** $-6\pi r^2 + 4\pi R$r. **C.** $-6\pi r^2 + 8\pi R$r. **D.** $-4\pi r^2 + 8\pi R$r.

Hướng dẫn giải

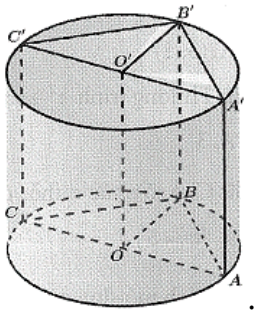
Chọn C



Ta có $\frac{r}{R}=\frac{SH_1}{SH}=\frac{SH_1}{4R}\Rightarrow SH_1=4r;\ HH_1=4(R-r)$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi r^2+2\pi r.4(R-r)=-6\pi r^2+8\pi Rr$.

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông tại B Tính diện tích toàn phần S của hình trụ tròn ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ (như hình vẽ bên), biết rằng $A'A=AC=a\sqrt{2}$.



A. $S=12\pi a^2$. **B.** $S=3\pi a^2$. **C.** $S=9\pi a^2$. **D.** $S=6\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi O là trung điểm AC.

Ta có đường sinh hình trụ $l=AA'=a\sqrt{2}$.

Vì tam giác ABC vuông tại B nên bán kính đáy của hình trụ là $r=OB=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ là $S=2\pi r^2+2\pi rl=3\pi a^2$.

Câu 32: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=3$. Gọi M,N lần lượt thuộc AD,BC sao cho $AM=2MD;BN=2NC$. Quay hình chữ nhật này quanh trục MN, ta được hai hình trụ. Tính tổng diện tích xung quanh S_{xq} của hai hình trụ đó.

A. $S_{xq}=6\pi$. **B.** $S_{xq}=5\pi$. **C.** $S_{xq}=9\pi$. **D.** $S_{xq}=4\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Khi quay hình ta sẽ thu được hai hình trụ gồm: hình trụ tạo bởi khi quay hình vuông $MNCD$, hình trụ nằm bên trong hình trụ tạo bởi khi quay hình chữ nhật $MNBA$.

Hình trụ tạo bởi khi quay hình vuông $MNCD$ có diện tích xung quanh là: $S_1=\pi$.

Hình trụ tạo bởi khi quay hình chữ nhật $MNBA$ có diện tích xung quanh là: $S_2=4\pi$.

Vậy tổng diện tích xung quanh của hai hình trụ là 5π.

Câu 33: Một hình trụ có bán kính đáy bằng $r=50cm$ và có chiều cao $h=50cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $5000\left(cm^2\right)$. **B.** $2500\left(cm^2\right)$. **C.** $2500\pi\left(cm^2\right)$. **D.** $5000\pi\left(cm^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ được tính theo công thức:

$S_{xq}=2\pi r\ell$ với $r=50cm, \ell=h=50cm$.

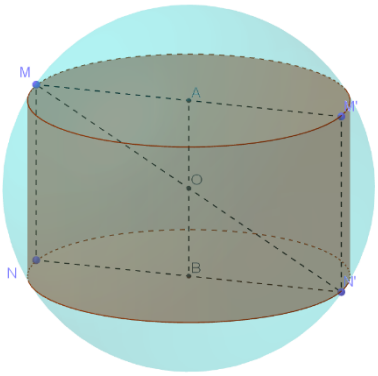
Vậy $S_{xq}=2\pi.50.50=5000\pi\left(cm^2\right)$..

Câu 34: Một hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên một mặt cầu bán kính R và có đường cao bằng bán kính mặt cầu. Diện tích toàn phần hình trụ đó bằng:

A. $\dfrac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{2}$. **B.** $\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi R^2}{2}$. **C.** $\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi R^2}{3}$. **D.** $\dfrac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đường cao hình trụ $h=R$ nên ta có bán kính của đáy hình trụ $r=\sqrt{R^2-\dfrac{R^2}{4}}=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

$S_{xq}=2\pi rh=2\pi\dfrac{R\sqrt{3}}{2}R=\pi R^2\sqrt{3}$.

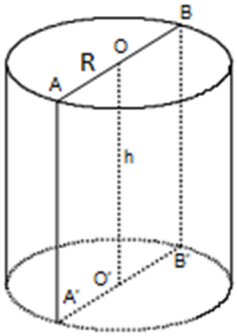
Vậy $S_{tp}=S_{xq}+2S_{đáy}=\pi R^2\sqrt{3}+2\pi\left(\dfrac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{2}$.

Câu 35: Cho hình trụ có đường kính đáy là a, mặt phẳng qua trục của hình trụ cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích là $3a^2$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ.

A. $\dfrac{7}{2}\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\dfrac{3}{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi R là bán kính đáy của hình trụ $\Rightarrow R=\dfrac{a}{2}$.

Giả sử mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABB'A'$
Có: $AB = 2R = a, AA' = h$ là chiều cao của hình trụ.

$S_{ABB'A'} = AB.AA' \Leftrightarrow 3a^2 = a.h \Leftrightarrow h = 3a$

$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{a}{2}.3a + 2\pi \frac{a^2}{4} = \frac{7\pi a^2}{2}$.

Câu 36: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S.

A. $\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** πa^2. **D.** $\pi a^2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì đường tròn đáy của hình trụ ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D' \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy: $S_{xq} = 2\pi Rh = a^2\pi\sqrt{2}$.

Câu 37: Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $2\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $2a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

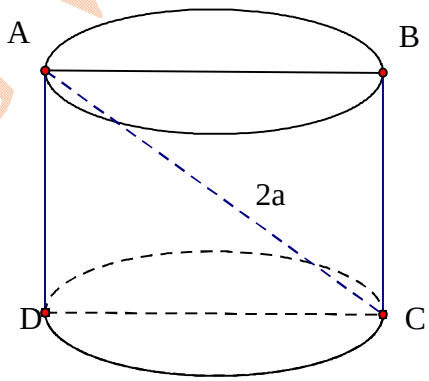
Diện tích xung quanh: $S = 2\pi R.h = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 38: Thiết diện qua trục của một hình trụ (T) là hình vuông $ABCD$ có đường chéo $AC = 2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ (T) là

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2\sqrt{2}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Do tam giác ABC là tam giác vuông cân có cạnh $AC = 2a$ nên $AB = BC = a\sqrt{2}$.
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ (T) là :

$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \frac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2} = 2\pi a^2$.

Câu 39: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và thể tích bằng 18π. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

A. $S_{xq} = 36\pi$. **B.** $S_{xq} = 12\pi$. **C.** $S_{xq} = 6\pi$. **D.** $S_{xq} = 18\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V = \pi r^2 h \Rightarrow 18\pi = \pi 3^2 h \Rightarrow h = 2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

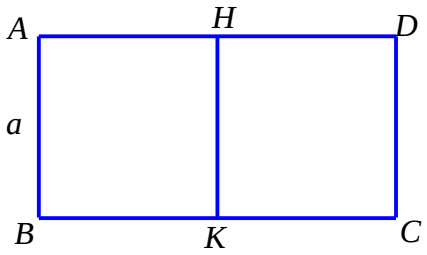
Vậy $S_{xq}=2\pi rh=12\pi$.

Câu 40: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$ và $AD=2a$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật đó quanh trục HK, ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ là:

A. $S_{tp}=8\pi$. **B.** $S_{tp}=8a^2\pi$. **C.** $S_{tp}=4a^2\pi$. **D.** $S_{tp}=4\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục HK ta được hình trụ có đường cao là $h=AB=a$, bán kính đường tròn đáy là $R=BK=\frac{1}{2}BC=a$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=4\pi a^2$.

Câu 41: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$, với $OO'=R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k=\frac{S_1}{S_2}$.

A. $k=\sqrt{2}$. **B.** $k=\sqrt{3}$. **C.** $k=\frac{1}{2}$. **D.** $k=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_1=2\pi R.R\sqrt{3}=2\sqrt{3}\pi R^2$.

$S_2=\pi R\sqrt{3R^2+R^2}=2\pi R^2$. Vậy $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{3}$.

Câu 42: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ và $BC=2$. Gọi P,Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho: $BP=1$, $QD=3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 4π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 10π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $AP=3, AD=2$.

Khi quay hcn $APQD$ xung quanh trục PQ.

ta được hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và đường sinh $l=2$.

Diện tích xung quanh $S_{xq}=2\pi.r.l=2\pi.3.2=12\pi$.

Câu 43: Lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Diện tích toàn phần của hình trụ có hai đáy ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ là.

A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{2\pi a^2\left(2+\sqrt{3}\right)}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\left(2+\sqrt{3}\right)}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bán kính đường tròn ngoại tiếp mặt đáy là: $r=\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích toàn phần: $S_{tp}=S_{xq}+2.S_{\text{day}}=2\pi r.l+2.\pi r^2$.

$=2\pi.a.\frac{a\sqrt{3}}{3}+2\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3}$.

Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng $ABCDA'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=3a$, $BC=4a$. Đường chéo AC' tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 45°. Gọi (T) là hình trụ có đường sinh là cạnh bên của lăng trụ, đáy là hai đường tròn ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ. Diện tích toàn phần của (T) là.

A. $\frac{75\pi a^2}{4}$. **B.** $25\pi a^2$. **C.** $\frac{125\pi a^2}{4}$. **D.** $\frac{75\pi a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

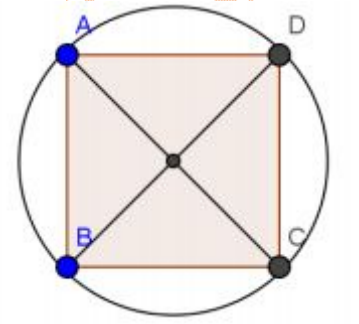
Đáp án đúng là $S=\frac{75\pi a^2}{2}$.

Câu 45: Thiết diện qua trung của một hình trụ là một hình vuông cạnh a, diện tích toàn phần của hình trụ là.

A. $\frac{3\pi a^2}{5}$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $\frac{3\pi a^2}{2}$. **D.** Kết quả khác.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Mặt cắt của hình trụ như hình bên.

Tính được bán kính của mặt đáy khối trụ $r=\frac{1}{2}a$.

$S_{tp}=S_{xq}+2S_{day}=2\pi r^2+r^2=3\pi a^2$.

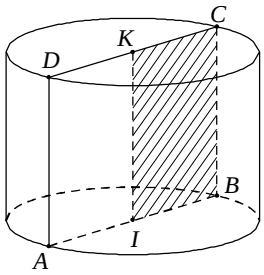
(S xung quanh là một hình vuông có cạnh bằng a).

Câu 46: Cho hình vuông $ABCD$ biết cạnh bằng a. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB, CD. Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay khi cho hình vuông $ABCD$ quay quanh IK một góc 360°.

A. $\frac{\pi a^2}{3}$. **B.** πa^2. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\frac{2\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Hình trụ có đường sinh $l = BC = a;$.

Bán kính đáy $r = IB = \frac{a}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = \pi a^2$.

Câu 47: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $BC = 2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho: $BP = 1,\ QD = 3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đó.

A. 4π. **B.** 12π. **C.** 6π. **D.** 10π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $AP = 3, AD = 2$.

Khi quay hcn $APQD$ xung quanh trục PQ ta được hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và đường sinh $l = 2$.

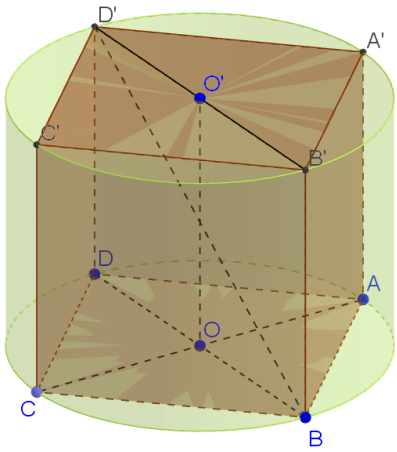
Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi.r.l = 2\pi.3.2 = 12\pi$.

Câu 48: **- 2017]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $BD' = x\sqrt{3}$. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Diện tích S là.

A. $\frac{\pi x^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\pi x^2\sqrt{3}$. **C.** $\pi x^2\sqrt{2}$. **D.** πx^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $BD' = AB\sqrt{3} = x\sqrt{3} \Rightarrow AB = x$.

Do hình trụ có hai đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông nên $R = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích hình trụ cần tìm là: $S = 2\pi R.h = 2\pi.\frac{x\sqrt{2}}{2}.x = \pi x^2\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 49: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a$, $BC=3a$. Gọi M, N là các điểm trên các cạnh AD, BC sao cho $MA=2MD$, $NB=2NC$. Khi quay quanh AB, các đường gấp khúc $AMNB$, $ADCB$ sinh ra các hình trụ có diện tích toàn phần lần lượt là S_1, S_2. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$

A. $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{8}{15}$. **B.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{4}{9}$. **D.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{12}{21}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình trụ có diện tích toàn phần S_1, đường sinh $MN=2a$ và bán kính đường tròn đáy là $AM=2a$

Diện tích toàn phần $S_1=2\pi.AM.MN+2\pi AM^2=16\pi a^2$

Hình trụ có diện tích toàn phần S_2, đường sinh $DC=2a$ và bán kính đường tròn đáy là $AD=3a$

Diện tích toàn phần $S_2=2\pi.AD.DC+2\pi AD^2=30\pi a^2$. Vậy $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{16}{30}=\dfrac{8}{15}$.

Câu 50: Tính diện tích xung quanh của một hình trụ có chiều cao 20 m, chu vi đáy bằng 5 m.

A. 50π m^2. **B.** 100π m^2. **C.** 100 m^2. **D.** 50 m^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có chu vi đáy $C=2\pi R=5$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi Rl=5.20=100$ m^2.

Câu 51: Cho hình trụ có độ dài đường sinh là l và bán kính đường tròn đáy là r. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $S_{tp}=2\pi r(l+2r)$. **B.** $S_{tp}=\pi r(l+r)$.

C. $S_{tp}=\pi r(2l+r)$. **D.** $S_{tp}=2\pi r(l+r)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

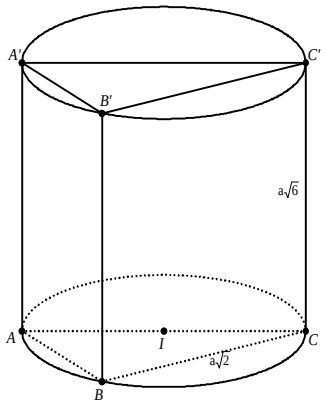
Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi r(l+r)$.

Câu 52: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{2}$ và cạnh bên $AA'=a\sqrt{6}$. Khi đó, diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

A. $2\pi a^2\sqrt{6}$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $\pi a^2\sqrt{6}$. **D.** $4\pi a^2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn bán kính R bằng:

$R=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}AB\sqrt{2}=a$.

Hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho có chiều cao $h=l=AA'=a\sqrt{6}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi.r.l=2\pi.a.a\sqrt{6}=2\pi a^2\sqrt{6}$.

Câu 53: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2a$, $BC=3a$. Gọi E, F lần lượt là các điểm trên các cạnh AB, BC sao cho $EA=2ED$, $FB=2FC$. Khi quay quanh AB các đường gấp khúc $AEFB$, $ADCB$ sinh ra hình trụ có diện tích toàn phần lần lượt là S_1, S_2. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{12}{21}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{8}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $EA=2ED=2a$, $FB=2FC=2a$, $EF=AB=2a$.

Khi quay quanh AB đường gấp khúc $AEFB$ sinh ra hình trụ có bán kính đáy $R_1=EA=2a$, chiều cao $h=2a\Rightarrow$ Diện tích toàn phần của khối trụ này là: $S_1=2\pi\cdot 2a\cdot 2a+2\pi(2a)^2=16\pi a^2$.

Khi quay quanh AB đường gấp khúc $ADCB$ sinh ra hình trụ có bán kính đáy $R_2=AD=3a$, chiều cao $h=2a\Rightarrow$ diện tích toàn phần của khối trụ này là: $S_2=2\pi\cdot 2a\cdot 3a+2\pi(3a)^2=30\pi a^2$.

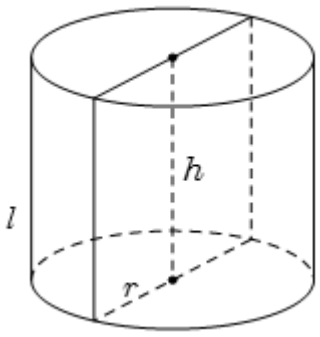
$\Rightarrow\frac{S_1}{S_2}=\frac{8}{15}$.

Câu 54: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$ Diện tích toàn phần của khối trụ là:

A. $\frac{27\pi a^2}{2}$. **B.** $9a^2\pi$. **C.** $\frac{13a^2\pi}{6}$. **D.** $\frac{9a^2\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì thiết diện là hình vuông cạnh bằng $3a$ nên:

Bán kính đáy $r=\frac{3a}{2}$..

Đường sinh $l=h=3a$..

Ta có diện tích toàn phần là:

$S_{tp}=S_{xq}+2S_d=2\pi rl+2\pi r^2=\frac{27\pi a^2}{2}$.

Câu 55: Hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy bằng r có diện tích xung quanh S_{xq} cho bởi công thức

A. $S_{xq}=2\pi r^2$ **B.** $S_{xq}=4\pi r^2$ **C.** $S_{xq}=2\pi rl$ **D.** $S_{xq}=\pi rl$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 56: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Khi đó diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $2\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$ **B.** $\pi a^2\left(1+\sqrt{3}\right)$ **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$ **D.** $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: Diện tích toàn phần của hình trụ = Diện tích xung quanh + 2 lần diện tích đáy.

Suy ra $S_{tp}=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi.a.a\sqrt{3}+2\pi a^2=2\pi.a.^2\left(\sqrt{3}+1\right)$.

Câu 57: Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\pi rl$ **B.** $S_{xq}=\pi r^2 l$ **C.** $S_{xq}=2\pi rl$ **D.** $S_{xq}=4\pi rl$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là $S_{xq}=2\pi rl$

Câu 58: Cắt một hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đã cho.

A. $\dfrac{27\pi a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{9\pi a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{13\pi a^2}{6}$. **D.** $9a^2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do mặt phẳng cắt hình trụ đi qua trục của nó nên ta có:

Đường sinh $l=3a$ và bán kính đáy $r=\dfrac{3a}{2}$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ: $S_{tp}=2\pi r\left(r+l\right)=\dfrac{27\pi a^2}{2}$.

Câu 59: Một hình trụ có bán kính đáy $r=5\text{cm}$, chiều cao $h=7\text{cm}$. Tính diện tích xung quang của hình trụ.

A. $S=35\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S=\dfrac{70}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S=\dfrac{35}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

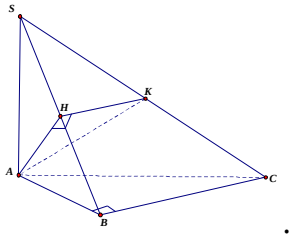
Theo công thức tính diện tích xung quanh ta có $S_{xq}=2\pi rh=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 60: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh bằng a. Tính diện tích S_{xq} xung quanh của hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp BCD và có chiều cao bằng chiều cao tứ diện $ABCD$.

A. $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S_{xq}=\pi a^2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đường tròn ngoại tiếp BCD bán kính $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$,.

chiều cao của hình chóp là: $l=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $S_{xq}=2\pi rl=\dfrac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 61: Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

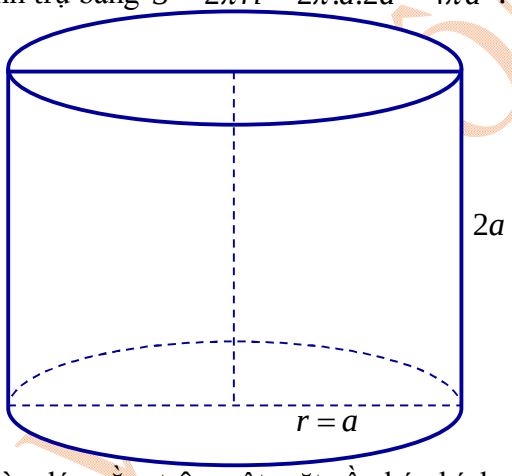
A. $\dfrac{\pi a^2}{2}$. **B.** πa^2. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông nên độ dài đường sinh của hình trụ là $l=2a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S=2\pi rl=2\pi.a.2a=4\pi a^2$.

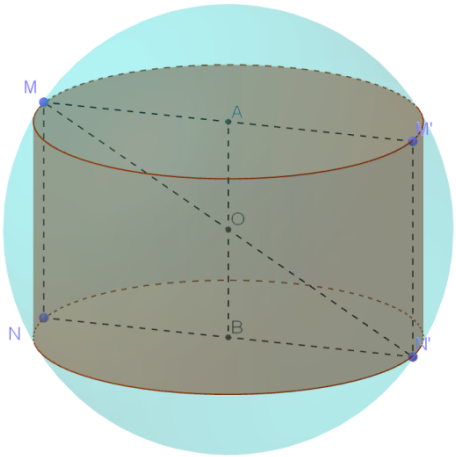


Câu 62: Một hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên một mặt cầu bán kính R và có đường cao bằng bán kính mặt cầu. Diện tích toàn phần hình trụ đó bằng:

A. $\dfrac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{3}$. **B.** $\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi R^2}{3}$. **C.** $\dfrac{\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi R^2}{2}$. **D.** $\dfrac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

Đường cao hình trụ $h=R$ nên ta có bán kính của đáy hình trụ $r=\sqrt{R^2-\dfrac{R^2}{4}}=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \dfrac{R\sqrt{3}}{2} R = \pi R^2 \sqrt{3}$.

Vậy $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = \pi R^2 \sqrt{3} + 2\pi \left(\dfrac{R\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \dfrac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\pi R^2}{3}$.

Câu 63: Một hình trụ (T) có bán kính đáy R và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích xung quanh của khối trụ (T).

A. πR^2. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $\dfrac{4\pi R^2}{3}$. **D.** $4\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thiết diện qua trục là hình vuông nên đường sinh của hình trụ là $l = 2R$

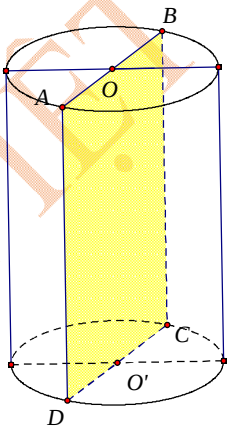
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi R.2R = 4\pi R^2$..

Câu 64: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $3a$. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối trụ.

A. $S_{tp} = \dfrac{a^2\pi\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S_{tp} = \dfrac{13a^2\pi}{6}$. **C.** $S_{tp} = a^2\pi\sqrt{3}$. **D.** $S_{tp} = \dfrac{27\pi a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Theo đề bài ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$ nên ta có $r = \dfrac{3a}{2}$ và $h = 3a$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi \left(\dfrac{3a}{2} \right)^2 + 2\pi \dfrac{3a}{2} 3a = \dfrac{27\pi a^2}{2}$.

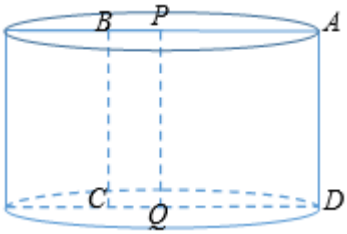
Câu 65: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $BC = 2$. Gọi P, Q lần lượt là các điểm trên cạnh AB và CD sao cho $BP = 1$, $QD = 3QC$. Quay hình chữ nhật $APQD$ xung quanh trục PQ ta được một hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. 12π **B.** 4π **C.** 6π **D.** 10π

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $\begin{cases} BP = 1 \\ QD = 3QC \end{cases} \Rightarrow PA = QD = 3$.

Khi đó khối trụ thu được có bán kính đáy $r = PA = QD = 3$ và đường sinh $l = AD = 2$.

Nên diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi.r.l = 2\pi.3.2 = 12\pi$.

Câu 66: Hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a thì có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi r là bán kính đường tròn đáy thì $r = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $l = a$. $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a = \sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 67: Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R, chiều cao h là

A. $S_{xq} = 4\pi Rh$. **B.** $S_{xq} = 2\pi Rh$. **C.** $S_{xq} = \pi Rh$. **D.** $S_{xq} = 3\pi Rh$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 68: Một hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều với tất cả các cạnh bằng a có diện tích xung quanh bằng bao nhiêu?

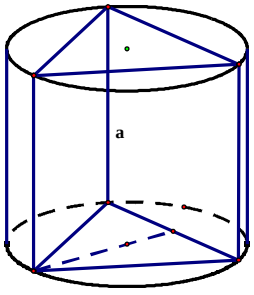
A. $\dfrac{2\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Bán kính đáy hình trụ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh a, do đó $r = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Chiều cao hình trụ bằng chiều cao khối lăng trụ và bằng a.

Diện tích xung quanh hình trụ là $S = 2\pi.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.a = \dfrac{2a^2\sqrt{3}\pi}{3}$.



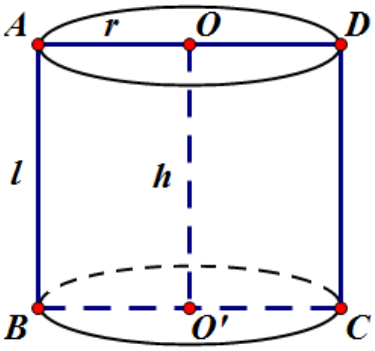
Câu 69: Tính diện tích toàn phần của một hình trụ, biết thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng qua trục là một hình vuông có diện tích bằng 36.

A. 54π **B.** 50π **C.** 18π **D.** 36π

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $ABCD$ là hình vuông có diện tích bằng 36 nên $S_{ABCD} = AB^2 = 36$

$$\Rightarrow AB = BC = \sqrt{36} = 6 \Rightarrow h = l = AB = 6,\ r = \frac{BC}{2} = 3.$$

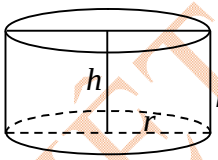
Diện tích toàn phần của một hình trụ là: $Stp = 2\pi r\left(r + l\right) = 54\pi.$

Câu 70: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng chiều cao và bằng $2cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $8\pi\ cm^2$. **B.** $4\pi\ cm^2$. **C.** $2\pi\ cm^2$. **D.** $\frac{8\pi}{3}\ cm^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $r = l = h = 2\ cm$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 8\pi\ cm^2$.

Câu 71: Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh a, tính diện tích toàn phần S của hình trụ đó.

A. $S = 3\pi a^2$. **B.** $S = \frac{5}{4}\pi a^2$. **C.** $S = \pi a^2$. **D.** $S = \frac{3}{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $R = \frac{h}{2} = \frac{a}{2} \Rightarrow S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R\left(R + h\right) = \frac{3}{2}\pi a^2$.

Câu 72: Một hình trụ có tâm các đáy là A, B. Biết rằng mặt cầu đường kính AB tiếp xúc với các mặt đáy của hình trụ tại A, B, và tiếp xúc với mặt xung quanh của hình trụ đó. Diện tích của mặt cầu này là 16π. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

A. $\frac{8\pi}{3}$. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** $\frac{16\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

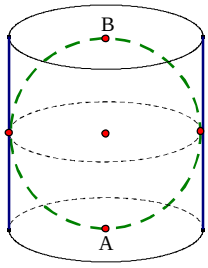
Ta có mặt cầu tiếp xúc với 2 đáy và mặt xung quanh.

$\Rightarrow$ đường kính mặt cầu bằng chiều cao trụ:

Lại có: $S_{mc} = 4\pi r^2 \Rightarrow r = 2 = \frac{AB}{2} = r_A = r_B$.

$\Rightarrow AB = 4$.

$\Rightarrow S_{xq} = 2\pi r_A.h = 16\pi$.



Câu 73: Gọi l, h, R lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ là

A. $S_{tp}=\pi Rh+\pi R^2$.
B. $S_{tp}=\pi Rl+2\pi R^2$.
C. $S_{tp}=\pi Rl+\pi R^2$.
D. $S_{tp}=2\pi Rl+2\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

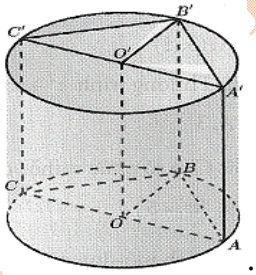
Chọn D

Câu 74: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ tròn ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ (như hình vẽ bên), biết rằng $A'A=AC=a\sqrt{2}$.

A. $S=9\pi a^2$.
B. $S=3\pi a^2$.
C. $S=6\pi a^2$.
D. $S=12\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

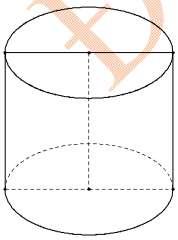


Ta có tam giác ABC vuông tại B suy ra bán kính đường tròn hai đáy là OA và đường cao OO'.

Ta có $OO'=AA'=a\sqrt{2}$, $\mathrm{OA}=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $S=2\pi.OA.\mathrm{AA'}+2\pi\,\mathrm{OA}^2=2\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a\sqrt{2}+2\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=3\pi a^2$.

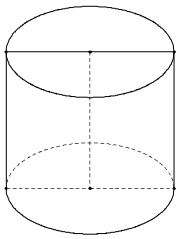
Câu 75: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng



A. $4\pi a^2$.
B. $16\pi a^2$.
C. $2\pi a^2$.
D. $8\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dựa vào hình vẽ ta có bán kính và chiều cao của hình trụ lần lượt là a và $2a$.

Do đó, $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 76: Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy $R = 3$ và đường sinh $l = 6$ bằng

A. 108π. **B.** 18π. **C.** 36π. **D.** 54π.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích xung quanh $S_{xq} = 2\pi Rl = 36\pi$.

Câu 77: Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

A. $\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)$. **C.** $2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)$. **D.** $2\pi a^2\left(\sqrt{3}-1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có diện tích toàn phần của hình trụ là:

$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi a^2\sqrt{3} + 2\pi a^2 = 2\pi a^2\left(\sqrt{3}+1\right)$.

Câu 78: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R = 2$ và đường sinh $l = 3$ bằng:

A. 24π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 6π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi.2.3 = 12\pi$.

Câu 79: Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h bán kính đáy là R

A. $S_{xq} = 4\pi Rh$. **B.** $S_{xq} = 2\pi Rh$. **C.** $S_{xq} = \pi^2 Rh$. **D.** $S_{xq} = \pi Rh$.

Hướng dẫn giải

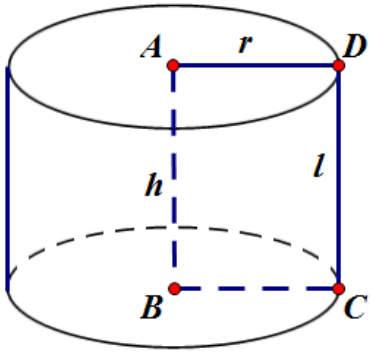
Chọn B

Câu 80: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a,\ AD = a\sqrt{3}$. Tính diện tích xung quanh của hình tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB.

A. $12\pi a^2\sqrt{3}$ **B.** $6a^2\sqrt{3}$ **C.** $2\pi a^2\sqrt{3}$ **D.** $12\pi a^2$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB ta thu được khối nón có các thông số:

$$l = h = AB = a,\ r = AD = a\sqrt{3}$$

Diện tích xung quanh khối trụ là: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi a^2\sqrt{3}$.

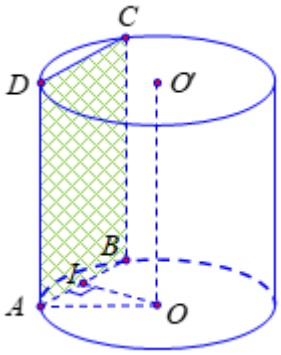
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 81: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 5 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. $S=7\sqrt{34}$ **B.** $S=14\sqrt{34}$ **C.** $S=56$ **D.** $S=28$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $ABCD$ là thiết diện qua trục của hình trụ và I là trung điểm cạnh AB.

Ta có:

Tam giác OAI vuông tại I có: $OI=3$; $OA=5\Rightarrow IA=4\Rightarrow AB=2.IA=8$.

Khi đó $S_{ABCD}=AB.AD$, với $AD=OO'=7\ \Rightarrow S_{ABCD}=56$.

Câu 82: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a, diện tích toàn phần của hình trụ đó bằng:

A. $4\pi a^2$. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $\dfrac{3\pi a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a nên có bán kính $R=\dfrac{a}{2}$, chiều cao $h=a.$.

Diện tích toàn phần là: $S_{TP}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi\left(\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{a^2}{2}\right)=\dfrac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 83: Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh là l, độ dài đường cao là h và r là bán kính đáy. Công thức diện tích xung qunh của hình trụ tròn xoay là

A. $S_{xq}=\pi r^2h$. **B.** $S_{xq}=\pi rh$. **C.** $S_{xq}=2\pi rh$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Hướng dẫn giải

Chọn C (Câu hỏi lý thuyết)

Câu 84: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính *R*. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $\sqrt{2}\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $2\pi R^2$. **D.** $2\sqrt{2}\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

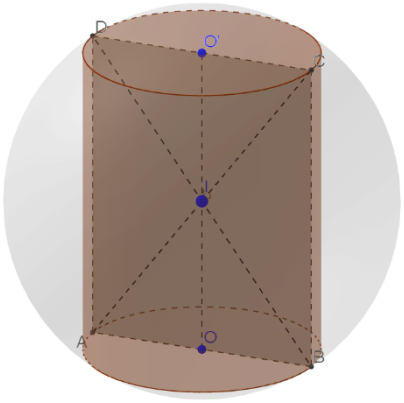
Chọn C

Gọi h là chiều cao của hình trụ thì bán kính đáy của hình trụ là $\dfrac{h}{2}$.

Gọi O,O' là tâm của hai đáy hình trụ thì tâm I của mặt cầu là trung điểm của OO' hay $IO=\dfrac{h}{2}$.

Ta có hình trụ nội tiếp mặt cầu nên

$2IO^2=R^2\Rightarrow 2\dfrac{h^2}{4}=R^2\Rightarrow h=R\sqrt{2}$.



$S_{xq} = 2\pi.\frac{h}{2}.h = 2\pi R^2$.

Câu 85: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2a$, $AA' = 3a\sqrt{2}$. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ có hai đáy lần lượt ngoại tiếp hai đáy của hình hộp chữ nhật đã cho.

A. $S = 7\pi a^2$. **B.** $S = 16\pi a^2$. **C.** $S = 12\pi a^2$. **D.** $S = 20\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $S_{tp} = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 16\pi a^2$ với $l = 3\sqrt{2}a,\ r = a\sqrt{2}$.

Câu 86: Cho hình nón có đường sinh bằng đường kính của đường tròn đáy và đều bằng 2, nội tiếp trong một hình trụ (đỉnh của hình nón nằm trên 1 mặt đáy của hình trụ, đáy của hình nón là đáy của hình trụ). Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó?

A. $2\pi\left(\sqrt{3}+1\right)$. **B.** 3π. **C.** $\pi\left(\sqrt{3}+1\right)$. **D.** 6π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình nón có $\begin{cases} l = 2r = 2 \\ r = 1 \\ h' = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} \end{cases}$. Hình trụ có $\begin{cases} R = r = 1 \\ h = h' = \sqrt{3} \end{cases}$.

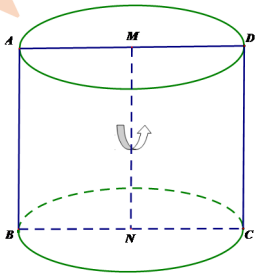
Vậy $S_{tp}^{tru} = 2S_{\text{đáy}} + S_{xq} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi + 2\pi\sqrt{3} = 2\pi\left(1+\sqrt{3}\right)$.

Câu 87: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1, AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trụ MN, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = 10\pi$. **B.** $S_{tp} = 6\pi$. **C.** $S_{tp} = 2\pi$. **D.** $S_{tp} = 4\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $S_{tp} = S_{xq} + 2S_d$. Ta có bán kính đường tròn $r = MD = 1$, chiều cao $\ell = CD = 1$.

Suy ra $S_{xq} = 2\pi r\ell = 2\pi, S_d = \pi r^2 = \pi$ suy ra $S_{tp} = 4\pi$.

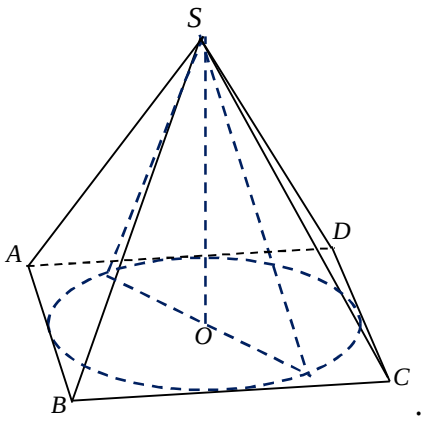
Câu 88: Một hình trụ có bán kính đáy a, thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng:

A. πa^2. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Theo giả thiết ta rcó $r=a$, $l=h=2a$.

Diện tích xung quanh là $S_{xq}=2\pi rl=4\pi a^2$.

Câu 89: Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có hai đỉnh liên tiếp A,B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy hình trụ góc 45°. Diện tích xung quanh hình trụ là.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: Gọi O là tâm đường tròn đáy chứa 2 đỉnh A,B. Gọi I,M là trung điểm đoạn nối 2 tâm đường tròn đáy và AB. Khi đó, ta có thể chứng minh được $\widehat{IMO}=45^0$.

Do đó, $OM=\frac{IM}{\sqrt{2}}=\frac{a}{2\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{4}\Rightarrow R=OC=\sqrt{OM^2+MC^2}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$ và $h=2IO=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V=2\pi Rh=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 90: Cho hình trụ có bán kính đáy $5\ cm$ chiều cao $4\ cm$. Diện tích toàn phần của hình trụ này là

A. $90\pi(cm^2)$. **B.** $92\pi(cm^2)$. **C.** $40\pi(cm^2)$. **D.** $96\pi(cm^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình trụ có bán kính đáy $R=5(cm)$ và chiều cao $h=4(cm)$.

Diện tích toàn phần của hình trụ này là: $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi.25+2\pi.5.4=90\pi\left(cm^2\right)$.

Câu 91: Cho hình trụ bán kính đáy $r=5\ (\text{cm})$ và khoảng cách giữa hai đáy bằng $7(\text{cm})$. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. $60\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **B.** $35\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **C.** $70\pi\left(\text{cm}^2\right)$ **D.** $120\pi\left(\text{cm}^2\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.5.7=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 92: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $4\pi R^2$. **B.** $2\sqrt{2}\pi R^2$. **C.** $\sqrt{2}\pi R^2$. **D.** $2\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ chính là một hình vuông có 1 cạnh $a=R\sqrt{2}$.

Cạnh còn lại là chiều cao của khối trụ bằng $R\sqrt{2}$.

$S = 2\pi \dfrac{R\sqrt{2}}{2} R\sqrt{2} = 2\pi R$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRỤ, KHỐI LIÊN QUAN TRỤ

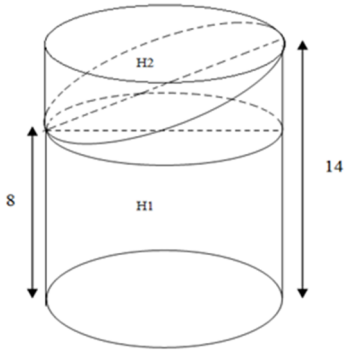
Câu 93: Cho một hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. 15π. **B.** 9π. **C.** 6π. **D.** 18π.

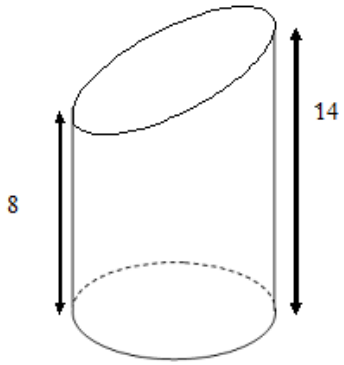
Câu 94: Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. $16\pi a^3$. **B.** πa^2. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 95: Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Tính thể tích của khối trụ?
A. 18π. **B.** 10π. **C.** 12π. **D.** 40π.

Câu 96: Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R công thức thể tích của khối trụ đó là.
A. $\frac{1}{3}\pi R^2 h$. **B.** πRh^2. **C.** $\pi R^2 h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi Rh^2$.

Câu 97: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng ta được một khối (H) như hình vẽ bên. Biết rằng thiết diện là một hình elip có độ dài trục lớn bằng 8, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần mặt đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất tới mặt đáy lần lượt là 8 và 14 (xem hình vẽ).Tính thể tích của (H).





A. $V_{(H)} = 176\pi$. **B.** $V_{(H)} = 275\pi$.
C. $V_{(H)} = 704\pi$. **D.** $V_{(H)} = 192\pi$.

Câu 98: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 4, diện tích xung quanh bằng 48π. Thể tích của hình trụ đó bằng
A. 32π. **B.** 72π. **C.** 24π. **D.** 96π.

Câu 99: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng
A. 48π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Câu 100: Một khối trụ có thể tích là 20. Nếu tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?
A. 80. **B.** 40. **C.** 60. **D.** 120.

Câu 101: Cho khối trụ có bán kính $a\sqrt{3}$ và chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ đó là :
A. $9a^3\sqrt{3}$. **B.** $6\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $6\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $4\pi a^3\sqrt{2}$.

Câu 102: Cho một hình chữ nhật có đường chéo có độ dài 5, một cạnh có độ dài 3. Quay hình chữ nhật đó (kể cả các điểm bên trong) quanh trục chứa cạnh có độ dài lớn hơn, ta thu được một khối trụ . Tính thể tích khối thu được.
A. 12π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 45π.

Câu 103: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy $(O;R)$ và $(O';R)$, chiều cao $h = \sqrt{3}R$. Đoạn thẳng AB có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy hình trụ sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là $\alpha = 30°$. Thể tích tứ diện $ABOO'$ là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{R^3}{2}$. **B.** $\frac{3R^3}{2}$. **C.** $\frac{3R^3}{4}$. **D.** $\frac{R^3}{4}$.

Câu 104: Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^2 l$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3 l$. **C.** $V=\pi R^2 l$. **D.** $V=\frac{1}{3}R^2 l$.

Câu 105: Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa 1 lượng nước như nhau, độ cao mực nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Chọn nhận xét đúng về bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình I, Ox, III.

A. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{2}$.

C. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\sqrt{2}$.

D. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội 2.

Câu 106: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó

A. 2π. **B.** 4π. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** π.

Câu 107: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=8\pi a^3$ **B.** $V=16\pi a^3$ **C.** $V=12\pi a^3$ **D.** $V=4\pi a^3$

Câu 108: Tính thể tích khối trụ biết bán kính đáy $r=4$ (cm) và chiều cao $h=2$ (cm).

A. 32π (cm^3). **B.** 8π (cm^3). **C.** 16π (cm^3). **D.** $\frac{32\pi}{3}$ (cm^3).

Câu 109: Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB=1$, $AD=\sqrt{3}$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB thì cạnh CD tạo nên hình trụ tròn xoay. Thể tích của khối trụ là.

A. π. **B.** $\pi\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$. **D.** 3π.

Câu 110: Cho hình trụ có bán kính đáy là $R=a$, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ lần lượt là:

A. $6\pi a^2$, $3\pi a^3$. **B.** $8\pi a^2$, $4\pi a^3$. **C.** $6\pi a^2$, $6\pi a^3$. **D.** $16\pi a^2$, $16\pi a^3$.

Câu 111: Cho một khối trụ có diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π. Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10.

A. 40π. **B.** 64π. **C.** 160π. **D.** 400π.

Câu 112: Cho khối trụ tròn xoay có độ dài đường cao là h, bán kính đáy là r. Thể tích khối trụ tròn xoay là.

A. πrh. **B.** $\frac{1}{3}\pi^2 rh$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 113: Công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là

A. $V=hR^2$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi hR^2$. **C.** $V=\frac{1}{3}hR^2$. **D.** $V=\pi hR^2$.

Câu 114: Thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh cạnh AD biết $AB=3$, $AD=4$ là

A. 12π. **B.** 72π. **C.** 48π. **D.** 36π.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 115: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1. Tính thể tích V khối trụ đó.

A. $V=8$. **B.** $V=10$. **C.** $V=4$. **D.** $V=6$.

Câu 116: Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng 1 thì thể tích bằng.

A. π. **B.** 2π. **C.** π^2. **D.** $\frac{1}{3}\pi$.

Câu 117: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4$ và $AD=3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 48π. **D.** 36π.

Câu 118: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và diện tích xung quanh $S=6\pi$. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V=3\pi$. **B.** $V=9\pi$. **C.** $V=18\pi$. **D.** $V=6\pi$.

Câu 119: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{4\pi}{9}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

Câu 120: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao hình trụ. Thiết diện qua trục của hình trụ có diện tích là S. Thể tích của khối trụ đó là:

A. $\frac{\pi S\sqrt{S}}{4}$. **B.** $\frac{\pi S\sqrt{S}}{6}$. **C.** $\frac{\pi S\sqrt{S}}{24}$. **D.** $\frac{\pi S\sqrt{S}}{12}$.

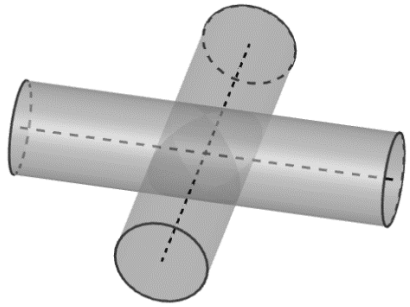
Câu 121: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{4\pi}{9}$.

Câu 122: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Thể tích của hình trụ bằng:

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 24π. **D.** 32π.

Câu 123: Cho hai mặt trụ có cùng bán kính bằng 4 được đặt lồng vào nhau như hình vẽ. Tính thể tích phần chung của chúng biết hai trục của hai mặt trụ vuông góc và cắt nhau.



.

A. $\frac{1024}{3}$. **B.** 512. **C.** $\frac{256}{3}\pi$. **D.** 256π.

Câu 124: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tại thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO'.Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{1}{2}\pi a^3$. **C.** $\frac{1}{6}\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 125: Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo $OA=OB$. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón (V_n) và thể tích hình trụ (V_t) bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 126: Cho hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10, diện tích của xung quanh của hình trụ bằng 80π. Tính thể tích khối trụ.

A. 164π. **B.** 160π. **C.** 144π. **D.** 64π.

Câu 127: Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Tính thể tích của khối trụ.

A. 4π. **B.** 18π. **C.** 12π. **D.** 6π.

Câu 128: Một khối trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối trụ.

A. $V=4\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{4}{3}\sqrt{6}\pi a^3$. **C.** $V=6\sqrt{6}\pi a^3$. **D.** $V=8\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 129: Một hình trụ có hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt của hình lập phương cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ đó là:

A. $\frac{1}{2}\pi a^3$. **B.** $\frac{1}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 130: Khi cắt khối trụ (T) bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục của trụ (T) một khoảng bằng $a\sqrt{3}$ ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$. Tính thể tích V của khối trụ (T).

A. $V=\frac{7\sqrt{7}}{3}\pi a^3$. **B.** $V=\frac{8}{3}\pi a^3$. **C.** $V=8\pi a^3$. **D.** $V=7\sqrt{7}\pi a^3$.

Câu 131: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Khiđó thể tích khối trụ là.

A. $8\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 132: Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 133: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $AC=a\sqrt{2}$, $\widehat{DCA}=30°$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. **C.** $n=8$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$.

Câu 134: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $4cm$. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B, sao cho $AB=4\sqrt{3}cm$. Thể tích khối tứ diện $ABOO'$ là

A. $\frac{32}{3}cm^3$. **B.** $32cm^3$. **C.** $64cm^3$. **D.** $\frac{64}{3}cm^3$.

Câu 135: Khối trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và diện tích xung quanh bằng 2π. Thể tích khối trụ là.

A. 4π. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** π.

Câu 136: Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. πaR^2. **B.** $2\pi aR^2$. **C.** $\frac{1}{3}\pi aR^2$. **D.** aR^2.

Câu 137: Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB>AD$ và có diện tích bằng 2, chu vi bằng 6. cho hình chữ nhật đó lần lượt quay quanh AB, AD ta được hai khối tròn xoay có thể tích là V_1, V_2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 2. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 138: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy R và diện tích toàn phần $8\pi R^2$. Tính thể tích của khối trụ (T).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $6\pi R^3$. **B.** $8\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $3\pi R^3$.

Câu 139: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB=2a, AD=4a$. Gọi $1\,M, N$ lần lượt là trung điểm của AB, CD. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN ta được khối trụ tròn xoay. Thể tích khối trụ là:

A. $8\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Câu 140: Cho hình trụ có diện tích xung quanh $24cm^2$, bán kính đường tròn đáy bằng $4cm$. Tính thể tích của khối trụ ?

A. $12cm^3$. **B.** $24cm^3$. **C.** $48cm^3$. **D.** $86cm^3$.

Câu 141: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích mặt cầu bán kính bằng 1. Tính thể tích V của khối trụ đó.

A. $V=8.$ **B.** $V=6..$ **C.** $V=10..$ **D.** $V=4..$

Câu 142: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **C.** $V=3\pi a^2 h$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^2 h}{9}$.

Câu 143: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB=4a,\ BC=3a$. Tính thể tích của khối trụ.

A. $12\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Câu 144: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tại thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO'.Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. $\dfrac{1}{6}\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{1}{2}\pi a^3$.

Câu 145: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Khi đó thể tích khối trụ là.

A. $4\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** πa^3.

Câu 146: Giả sử viên phấn viết bảng có dạng khối trụ tròn xoay đường kính đáy bằng $1(\text{cm})$, chiều dài $6(\text{cm})$. Người ta làm hộp carton đựng phấn hình dạng hình hộp chữ nhật có kích thước $6(\text{cm}),5(\text{cm}),6(\text{cm})$. Muốn xếp 350 viên phấn vào 12 hộp, ta được kết quả nào trong các kết quả sau.

A. Thừa 10 viên. **B.** Thiếu 10 viên. **C.** Không xếp được. **D.** Vừa đủ.

Câu 147: Cho một khối trụ (S) có bán kính đáy bằng a. Biết thiết diện của hình trụ qua trục là hình vuông có chu vi bằng 8. Thể tích của khối trụ sẽ bằng

A. 8π. **B.** 4π. **C.** 2π. **D.** 16π.

Câu 148: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=3,\ AD=4$ quay xung xung quanh cạnh AB tạo ra một hình trụ. Thể tích của khối trụ đó là.

A. $V=48\pi$. **B.** $V=24\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=12\pi$.

Câu 149: Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng 1 thì thể tích bằng:

A. π^2 **B.** 2π **C.** π **D.** $\dfrac{1}{3}\pi$

Câu 150: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng $60°$. Tính thể tích của khối trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=4\sqrt{6}\pi$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{6}\pi$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 151: Hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng.

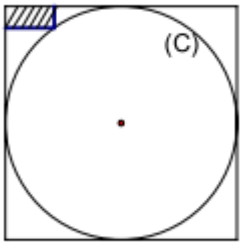
A. $3\pi a^3$. **B.** $5\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** πa^3.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 152: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $AD=2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD. Khi quay hình chữ nhật trên (kể cả các điểm bên trong của nó) quanh đường thẳng MN ta nhận được một khối tròn xoay (T). Tính thể tích của (T) theo a.

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$ **C.** πa^3 **D.** $4\pi a^3$

Câu 153: Cho hình trụ (T) có (C) và (C') là hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương. Biết rằng, trong tam giác cong tạo bởi đường tròn (C) và hình vuông ngoại tiếp của (C) có một hình chữ nhật kích thước $a\times 2a$ (như hình vẽ dưới đây). Tính thể tích V của khối trụ (T) theo a.



A. $100\pi a^3$. **B.** $\frac{100\pi a^3}{3}$. **C.** $250\pi a^3$. **D.** $\frac{250\pi a^3}{3}$.

Câu 154: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy lần lượt ngoại tiếp hai hình vuông đối diện của một hình lập phương có cạnh $10\,\text{cm}$. Tính thể tích khối trụ.

A. $300\pi\ \text{cm}^3$. **B.** $500\pi\ \text{cm}^3$. **C.** $250\pi\ \text{cm}^3$. **D.** $1000\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 155: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB=4$, $AD=2$. Gọi M, N là trung điểm các cạnh AB và CD. Cho hình chữ nhật quay quanh MN, ta được hình trụ tròn xoay có thể tích bằng

A. $V=32\pi$. **B.** $V=16\pi$. **C.** $V=8\pi$. **D.** $V=4\pi$.

Câu 156: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Câu 157: Một hình vuông $ABCD$ có $AD=\pi$. Cho hình vuông đó quay quanh CD, ta được vật thể tròn xoay có thể tích bằng.

A. $2\pi^3$. **B.** π^4. **C.** $2\pi^4$. **D.** π^3.

Câu 158: Cho hình trụ có các đáy là 2 hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Thể tích khối tứ diện $OO'AB$ theo a là.

A. $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 159: Gọi (T) là một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có chiều cao bằng đường kính đáy. Thể tích khối trụ (T) bằng:

A. 4π. **B.** 2π. **C.** π. **D.** 3π.

Câu 160: Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Tính theo a thể tích V của hình trụ này.

A. $V=8\pi a^3$. **B.** $V=4\pi a^3$. **C.** $V=2\pi a^3$. **D.** $V=\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 161: Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Tính theo a thể tích V của khối trụ đó.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{2}$ **B.** $V=\dfrac{\pi a^3}{4}$ **C.** $V=\pi a^3$ **D.** $V=2\pi a^3$

Câu 162: Khối trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và diện tích xung quanh bằng 2π. Thể tích khối trụ là:

A. π. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 3π.

Câu 163: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $8\pi a^3$ **B.** $16\pi a^3$ **C.** $18\pi a^3$ **D.** $4\pi a^3$

Câu 164: Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Tính theo a thể tích V của hình trụ này

A. $V=4\pi a^3$.. **B.** $V=8\pi a^3$.. **C.** $V=\dfrac{8\pi a^3}{3}$. **D.** $V=2\pi a^3$..

Câu 165: - 2017] Thiết diện qua trục của một khối trụ là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4a$, $AC=5a$ (AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ). Thể tích của khối trụ là.

A. $16\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $12\pi a^3$.

Câu 166: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng 2. Thể tích của khối trụ đó là.

A. $V=\dfrac{4\pi^2}{3}$. **B.** $V=2\pi^2$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=\dfrac{2\pi}{3}$.

Câu 167: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=4\sqrt{2}$.

A. $V=32\sqrt{2}\pi$. **B.** $V=32\pi$. **C.** $V=128\pi$. **D.** $V=64\sqrt{2}\pi$.

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN THIẾT DIỆN

Câu 168: Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là tam giác cân.

B. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là hình tròn.

C. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.

D. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó.

Câu 169: Một hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính theo a diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 170: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và O' có bán kính R và chiều cao $R\sqrt{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua OO' và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng bao nhiêu?

A. $2R^2$. **B.** $\sqrt{2}R^2$. **C.** $2\sqrt{2}R^2$. **D.** $4\sqrt{2}R^2$.

Câu 171: Cho hình trụ (H) có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $\sqrt{10}$. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy, các cạnh AD và BC không là đường sinh của hình trụ. Độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$ bằng?

A. 10. **B.** 20. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 5.

Câu 172: Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

A. $S=\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $S=\dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S=4\pi a^2$. **D.** $S=\pi a^2$.

Câu 173: Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng a và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.

A. $4\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\dfrac{2}{3}\pi a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 174: Một khối trụ có bán kính đáy $10\,\text{cm}$, thiết diện qua trục là một hình vuông. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng đi qua một đường kính đáy và tạo với đáy góc $45°$ để tạo ra một hình nêm (khối có thể tích nhỏ hơn trong hai khối tạo ra). Thể tích của hình nêm bằng.

A. $\frac{1000}{9}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{2000}{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{2000}{9}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{1000}{3}\text{cm}^3$.

Câu 175: Một hình trụ có đường cao $10(cm)$ và bán kính đáy bằng $5(cm)$.Gọi (P) là mặt phẳng song song với trục của hình trụ và cách trục $4(cm)$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ khi cắt bởi (P).

A. $30(cm^2)$. **B.** $80(cm^2)$. **C.** $60(cm^2)$. **D.** $40(cm^2)$.

Câu 176: Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng.

A. $60\pi a^2, 180\pi a^3$. **B.** $80\pi a^2, 200\pi a^3$. **C.** $80\pi a^2, 180\pi a^3$. **D.** $60\pi a^2, 200\pi a^3$.

Câu 177: Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ?

A. $8\pi a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 178: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 20π. Khi đó thể tích của khối trụ là:

A. $V = 20\pi$. **B.** $V = 10\sqrt{2}\pi$. **C.** $V = 10\pi$. **D.** $V = 10\sqrt{5}\pi$.

Câu 179: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\sqrt{3}(\text{cm})$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O. Gọi M là điểm thuộc cung $\overset{\frown}{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM} = 60°$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là:

A. $V = 7(\text{cm}^3)$. **B.** $V = 4(\text{cm}^3)$. **C.** $V = 6(\text{cm}^3)$. **D.** $V = 3(\text{cm}^3)$.

Câu 180: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $6\pi a^2$. **B.** $7\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Câu 181: Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm, chiều cao bằng 6cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

A. 6cm. **B.** 10cm. **C.** 5cm. **D.** 8cm.

Câu 182: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\frac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\frac{2R^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3R^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 183: Cho khối trụ có thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) qua trung điểm I của OO' và tạo với mặt phẳng chứa đáy góc 30°. Diện tích của thiết diện do (P) cắt khối trụ gần số nào sau đây nhất?

A. $3,6$. **B.** $3,8$. **C.** $3,5$. **D.** $3,7$.

Câu 184: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $4a^2$. **B.** πa^2. **C.** $2\sqrt{3}a^2$. **D.** a^2.

Câu 185: Một khối trụ có hai đáy hình tròn $(I;r)$ và $(I';r)$. Mặt phẳng (β) đi qua I và I' đồng thời cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông có cạnh bằng 18. Tính thể tích khối trụ đã cho.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=486$. **B.** 486π. **C.** $V=1458\pi$. **D.** $V=1458$.

Câu 186: Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ lần lượt bằng?

A. $6\pi R^2;2\pi R^3$. **B.** $4\pi R^2;\pi R^3$. **C.** $4\pi R^2;2\pi R^3$. **D.** $2\pi R^2;2\pi R^3$.

Câu 187: Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Tính thể tích khối trụ.

A. 52π. **B.** 13π. **C.** $2\sqrt{3}\pi$. **D.** $\dfrac{52\pi}{3}$.

Câu 188: Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn (O) và (O'), chiều cao bằng $2R$ và bán kính đáy bằng R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc bằng 30°, (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung. Tính độ dài dây cung đó theo R..

A. $\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{2R}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$. **D.** $\dfrac{4R}{3\sqrt{3}}$.

Câu 189: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π, thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung 120°. Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 190: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiềcao bằng $2R$ và bán kính đáy bằng R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc bằng $30°$, (α) cắt hình tròn đáy theo một đoạn thẳng có độ dài l. Tính l theo R.

A. $l=\dfrac{4R}{3\sqrt{3}}$. **B.** $l=\dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$. **C.** $l=\dfrac{2R}{3}$. **D.** $l=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$.

Câu 191: Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng

A. $60\pi a^2,180\pi a^3$. **B.** $80\pi a^2,200\pi a^3$. **C.** $60\pi a^2,200\pi a^3$. **D.** $80\pi a^2,180\pi a^3$.

Câu 192: Cho một khối trụ có chiều cao bằng $8cm$, bán kính đường tròn đáy bằng $6cm$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục $4cm$. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

A. $32\sqrt{5}\left(cm^2\right)$. **B.** $16\sqrt{3}\left(cm^2\right)$. **C.** $16\sqrt{3}\left(cm^2\right)$. **D.** $32\sqrt{3}\left(cm^2\right)$.

Câu 193: Cho khối trụ có thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) qua trung điểm I của OO' và tạo với mặt phẳng chứa đáy góc 30°. Diện tích của thiết diện do (P) cắt khối trụ gần số nào sau đây nhất? ***(trùng câu 7137)***

A. $3,5$. **B.** $3,7$. **C.** $3,6$. **D.** $3,8$.

Câu 194: Cho hình trụ (T) có đáy là các đường tròn tâm O và O', bán kính bằng 1, chiều cao hình trụ bằng 2. Các điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho góc $(OA,O'B)=60°$. Tính diện tích toàn phần của tứ diện $OAO'B$.

A. $S=\dfrac{4+\sqrt{19}}{2}$ **B.** $S=\dfrac{4+\sqrt{19}}{4}$ **C.** $S=\dfrac{3+\sqrt{19}}{2}$ **D.** $S=\dfrac{1+2\sqrt{19}}{2}$

Câu 195: Một hình trụ có chiều cao gấp 3 lần bán kính đáy, biết rằng thể tích của khối trụ đó bằng 3π đơn vị thể tích. Tính diện tích của thiết diện qua trục của hình trụ?

A. $6\sqrt[3]{9}$. **B.** 3. **C.** $3\sqrt[3]{9}$. **D.** 6.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 196: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD=6$ và góc CAD bằng $60°$. Thể tích của khối trụ là

A. 126π.. **B.** 162π. **C.** 24π.. **D.** 112π.

Câu 197: Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh a, tính diện tích toàn phần S của hình trụ đó.

A. $S=3\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\frac{5}{4}\pi a^2$. **D.** $S=\frac{3}{2}\pi a^2$.

Câu 198: Cho hình trụ có trục OO', thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của trụ cắt bởi (P).

A. $2a^2\sqrt{3}$. **B.** a^2. **C.** $a^2\sqrt{3}$. **D.** πa^2.

Câu 199: Một hình trụ có bán kính đáy $r=5\,\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h=7\,\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục $3\,\text{cm}$. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

A. $S=46\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S=55\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S=53\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S=56\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 200: Cho một khối trụ có chiều cao $8a$, bán kính đường tròn đáy bằng $6a$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục $4a$. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. $32\sqrt{5}a^2$. **B.** $16\sqrt{5}a^2$. **C.** $16\sqrt{3}a^2$. **D.** $32\sqrt{3}a^2$.

Câu 201: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $2R$ và bán kính đáy R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc $30°$. Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{2R}{3}$.

Câu 202: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích mỗi mặt đáy bằng $S=9\pi\left(\text{cm}^2\right)$. Tính diện tích xung quanh hình trụ đó.

A. $S_{xq}=36\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S_{xq}=18\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S_{xq}=72\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S_{xq}=9\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 203: Hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng.

A. πa^3. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $5\pi a^3$.

Câu 204: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r=5$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc $45°$. Tính diện tích S của thiết diện tạo với mặt phẳng (α) và hình trụ.

A. $S=36$. **B.** $S=48\sqrt{2}$. **C.** $S=24\sqrt{2}$. **D.** $S=36\sqrt{2}$.

Câu 205: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD=a\sqrt{2}$, $\widehat{DAC}=60^\circ$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRỤ, KHỐI LIÊN QUAN TRỤ

Câu 93: Cho một hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 9π. **C.** 6π. **D.** 18π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V=\pi R^2h=\pi.3^2.2=18\pi$.

Câu 94: Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $16\pi a^3$. **B.** πa^2. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi chu vi đáy là P. Ta có: $P=2\pi R\Leftrightarrow 4\pi a=2\pi R\Leftrightarrow R=2a$

Khi đó thể tích khối trụ: $V=\pi R^2h=\pi\left(2a\right)^2.a=4\pi a^3$.

Câu 95: Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Tính thể tích của khối trụ?

A. 18π. **B.** 10π. **C.** 12π. **D.** 40π.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $2\pi R=4\pi\Leftrightarrow R=2$.

Thể tích khối trụ là: $V=\pi R^2h=\pi.2^2.3=12\pi$.

Câu 96: Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R công thức thể tích của khối trụ đó là.

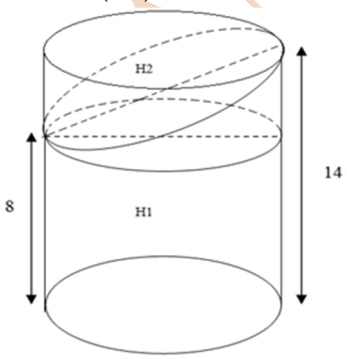
A. $\frac{1}{3}\pi R^2h$. **B.** πRh^2. **C.** πR^2h. **D.** $\frac{1}{3}\pi Rh^2$.

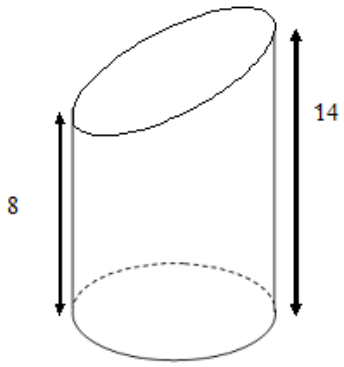
Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $V_{trụ}=B.h=\pi R^2h$.

Câu 97: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng ta được một khối $\left(H\right)$ như hình vẽ bên. Biết rằng thiết diện là một hình elip có độ dài trục lớn bằng 8, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần mặt đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất tới mặt đáy lần lượt là 8 và 14 (xem hình vẽ).Tính thể tích của $\left(H\right)$.





A. $V_{(H)}=176\pi$. **B.** $V_{(H)}=275\pi$.

C. $V_{(H)}=704\pi$. **D.** $V_{(H)}=192\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường kính đáy của khối trụ là $\sqrt{10^2-6^2}=8$

Bán kính đáy của khối trụ là $R=4$

Thể tích của khối trụ $H1$ là $V_1 = \pi.R^2.h_1 = \pi.4^2.8 = 128\pi$.

Thể tích của khối trụ $H2$ là $V_2 = \pi.R^2.h_2 = \pi.4^2.6 = 96\pi$.

Thể tích của H là $V = V_1 + \frac{1}{2}V_2 = 128\pi + \frac{1}{2}.96\pi = 176\pi$.

Câu 98: Cho hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng 4, diện tích xung quanh bằng 48π. Thể tích của hình trụ đó bằng

A. 32π. **B.** 72π. **C.** 24π. **D.** 96π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Theo giả thiết ta có $S_{xq} = 48\pi \Leftrightarrow 2\pi R.h = 48\pi \Leftrightarrow h = \frac{48\pi}{2\pi R} = \frac{48\pi}{2\pi.4} = 6$.

Vậy thể tích của hình trụ đó là $V = \pi R^2.h = \pi.4^2.6 = 96\pi$.

Câu 99: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 48π. **B.** 36π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào giả thiết ta có khối trụ có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $R = 3$ nên có thể tích:

$V = \pi.h.R^2 = \pi.4.3^2 = 36\pi.$

Câu 100: Một khối trụ có thể tích là 20. Nếu tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới bằng bao nhiêu?

A. 80. **B.** 40. **C.** 60. **D.** 120.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích của khối trụ $V = \pi R^2 h = 20$.

Khi tăng bán kính đáy lên hai lần thì khối trụ mới có thể tích: $V_1 = \pi(2R)^2 h = 4\pi R^2 h = 80$.

Câu 101: Cho khối trụ có bán kính $a\sqrt{3}$ và chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ đó là :

A. $9a^3\sqrt{3}$. **B.** $6\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $6\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $4\pi a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

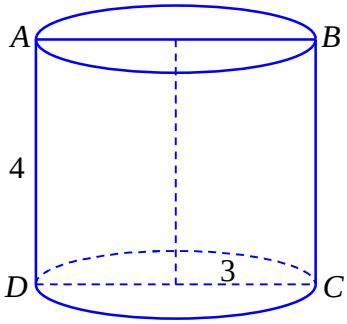
Thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 h = 6\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 102: Cho một hình chữ nhật có đường chéo có độ dài 5, một cạnh có độ dài 3. Quay hình chữ nhật đó (kể cả các điểm bên trong) quanh trục chứa cạnh có độ dài lớn hơn, ta thu được một khối trụ . Tính thể tích khối thu được.

A. 12π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 45π.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi hình chữ nhật $ABCD$ có đường chéo $AC = 5$, cạnh bên $AB = 3$ suy ra $BC = 4$.

Quay hình chữ nhật $ABCD$ (cùng với phần bên trong của nó) quanh trục BC ta được một khối trụ có bán kính $R=3$, chiều cao $h=4$.

Thể tích khối trụ này là: $V=\pi R^2h=\pi.3^2.4=36\pi$.

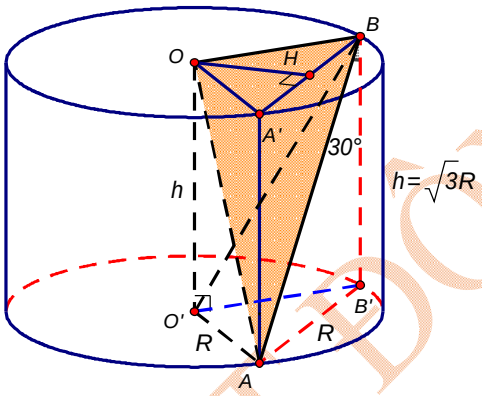
Câu 103: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy $(O;R)$ và $(O';R)$, chiều cao $h=\sqrt{3}R$. Đoạn thẳng AB có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy hình trụ sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là $\alpha=30°$. Thể tích tứ diện $ABOO'$ là:

A. $\frac{R^3}{2}$. **B.** $\frac{3R^3}{2}$. **C.** $\frac{3R^3}{4}$. **D.** $\frac{R^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có hình vẽ như sau:



Ta có: $OO'\parallel BB'$ nên $\left(\widehat{AB,OO'}\right)=\left(\widehat{AB,BB'}\right)=\widehat{ABB'}=30°$.

Đặt $V=V_{OA'B.O'AB'}$.

Ta có: $V_{OA'B.O'AB'}=V_{B.O'AB'}+V_{B.OA'AO}=\frac{1}{3}V+V_{B.OA'AO}\Rightarrow V_{B.OA'AO}=\frac{2}{3}V$.

Mà $\frac{d\left(A',(OBA)\right)}{d\left(O',(OBA)\right)}=\frac{IA'}{IO'}=1$ nên $V_{A'.OAB}=V_{O'OAB}=\frac{1}{3}V$.

Ta có $OB'=R$, $AB'=R$ nên tam giác $O'AB'$ đều nên có diện tích bằng $\frac{R^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy ta có $V_{O'OAB}=\frac{1}{3}V=\frac{1}{3}\sqrt{3}R\left(\frac{R^2\sqrt{3}}{4}\right)=\frac{R^3}{4}$.

Câu 104: Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^2l$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3l$. **C.** $V=\pi R^2l$. **D.** $V=\frac{1}{3}R^2l$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 105: Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa 1 lượng nước như nhau, độ cao mực nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Chọn nhận xét đúng về bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình I, Ox, III.

A. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{2}$.

C. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\sqrt{2}$.

D. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của bình I, II, III.

Ta có $V_1 = V_2 \Leftrightarrow \pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2 \Leftrightarrow r_1^2 h_1 = r_2^2 2h_1 \Rightarrow r_2 = \frac{r_1}{\sqrt{2}}\ (1)$.

$V_2 = V_3 \Leftrightarrow \pi r_2^2 h_2 = \pi r_3^2 h_3 \Leftrightarrow r_2^2 h_2 = r_3^2 2h_2 \Rightarrow r_3 = \frac{r_2}{\sqrt{2}}\ (2)$.

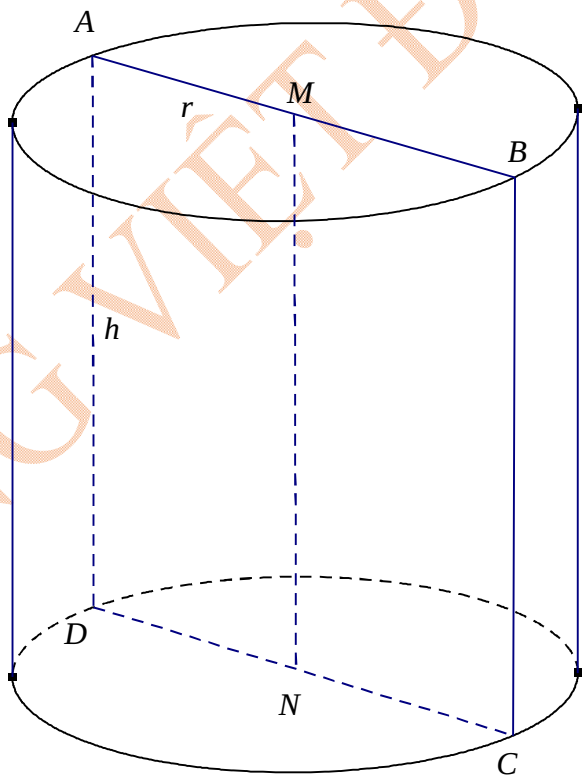
Từ (1) và (2) ta có r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 106: Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó

A. 2π. **B.** 4π. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** π.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Quay hình chữ nhật xung quanh trục MN ta được hình trụ có bán kính đáy $r = AM = \frac{1}{2}$, chiều cao $h = AD = 2$. Thể tích khối trụ tương ứng bằng $V = \pi r^2 h = \pi.\left(\frac{1}{2}\right)^2.2 = \frac{\pi}{2}$.

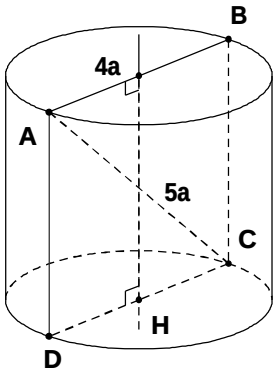
Câu 107: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V = 8\pi a^3$ **B.** $V = 16\pi a^3$ **C.** $V = 12\pi a^3$ **D.** $V = 4\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có

+ Bán kính đường tròn đáy là: $r=\dfrac{AB}{2}=2a$.

+ Chiều cao khối trụ: $h=AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{(5a)^2-(4a)^2}=3a$.

+ Thể tích khối trụ: $V=\pi.r^2.h=\pi.(2a)^2.3a=12\pi a^3$.

Câu 108: Tính thể tích khối trụ biết bán kính đáy $r=4\ (\text{cm})$ và chiều cao $h=2\ (\text{cm})$.

A. $32\pi\ (\text{cm}^3)$. **B.** $8\pi\ (\text{cm}^3)$. **C.** $16\pi\ (\text{cm}^3)$. **D.** $\dfrac{32\pi}{3}\ (\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích của khối trụ ta có $V=\pi r^2h=\pi.4^2.2=32\pi\ (\text{cm}^3)$.

Câu 109: Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB=1$, $AD=\sqrt{3}$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục AB thì cạnh CD tạo nên hình trụ tròn xoay. Thể tích của khối trụ là.

A. π. **B.** $\pi\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$. **D.** 3π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $h=AB=1$; $R=AD=\sqrt{3}$.

$V=\pi R^2h=3\pi$.

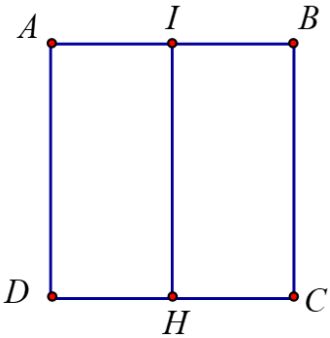
Câu 110: Cho hình trụ có bán kính đáy là $R=a$, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ lần lượt là:

A. $6\pi a^2$, $3\pi a^3$. **B.** $8\pi a^2$, $4\pi a^3$. **C.** $6\pi a^2$, $6\pi a^3$. **D.** $16\pi a^2$, $16\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình vẽ thiết diện:



Theo giả thiết hình trụ có bán kính đáy là $R=a$ suy ra $IB=R=a$. Vì mặt phẳng qua trục cắt

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$ nên $h = BC = \dfrac{8a^2}{2a} = 4a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ lần lượt là:

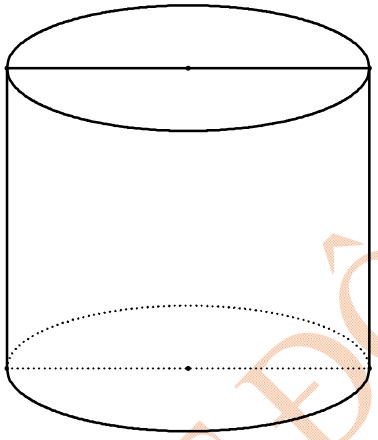
$S_{xq} = 2\pi Rh = 8\pi a^2$, $V = \pi R^2 h = 4\pi a^3$.

Câu 111: Cho một khối trụ có diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π. Tính thể tích của khối trụ biết khoảng cách giữa hai đáy bằng 10.

A. 40π. **B.** 64π. **C.** 160π. **D.** 400π.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: khoảng cách giữa hai đáy bằng 10 nên $h = l = 10$.

$S_{xq} = 80\pi \Leftrightarrow 2\pi rl = 80\pi \Leftrightarrow r = 4$.

Vậy thể tích của khối trụ bằng $V = \pi.4^2.10 = 160\pi$.

Câu 112: Cho khối trụ tròn xoay có độ dài đường cao là h, bán kính đáy là r. Thể tích khối trụ tròn xoay là.

A. πrh. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi^2 rh$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 113: Công thức tính thể tích khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R là

A. $V = hR^2$. **B.** $V = \dfrac{1}{3}\pi hR^2$. **C.** $V = \dfrac{1}{3}hR^2$. **D.** $V = \pi hR^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 114: Thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh cạnh AD biết $AB = 3$, $AD = 4$ là

A. 12π. **B.** 72π. **C.** 48π. **D.** 36π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $r = 3$, $h = 4$ nên thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh cạnh AD là $V = \pi r^2 h = \pi.3^2.4 = 36\pi$.

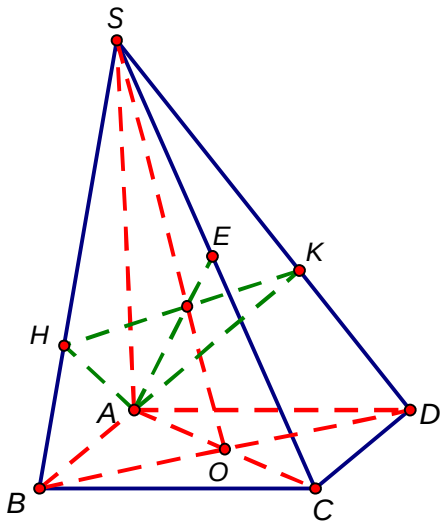
Câu 115: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1. Tính thể tích V khối trụ đó.

A. $V = 8$. **B.** $V = 10$. **C.** $V = 4$. **D.** $V = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



B, D nhìn AC dưới một góc $90°$.

$SD = a\sqrt{5}; KD = \dfrac{AD^2}{SD} = \dfrac{a^2}{a\sqrt{5}} = \dfrac{a}{\sqrt{5}}$; $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = a\sqrt{6}$.

Ta có: $\dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{AK^2} \Rightarrow AK = \dfrac{2a}{\sqrt{5}} (1)$.

$SC^2 = SD^2 + CD^2 \Rightarrow$ tam giác SCD vuông tại D.
Khi đó tam giác KDC vuông tại D.

$\Rightarrow KC = \sqrt{CD^2 + KD^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$.

Ta có: $AK^2 + KC^2 = AC^2$. Vậy $\widehat{AKC} = 90°$. Tương tự $\widehat{AHC} = 90^0$.
Vậy AC chính là đường kính mặt cầu ngoại tiếp khối $ABCDEHK$.

$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow OA = \dfrac{a}{\sqrt{2}}. V = \dfrac{4}{3}\pi OA^3 = \dfrac{4}{3}\pi \dfrac{a^3}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$

Câu 116: Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng 1 thì thể tích bằng.

A. π. **B.** 2π. **C.** π^2. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V = 1.\pi.1^2 = \pi = h.S$.

Câu 117: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 3$. Thể tích của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 48π. **D.** 36π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào giả thiết ta có khối trụ có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $R = 3$ nên có thể tích:
$V = \pi.h.R^2 = \pi.4.3^2 = 36\pi.$

Câu 118: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và diện tích xung quanh $S = 6\pi$. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V = 3\pi$. **B.** $V = 9\pi$. **C.** $V = 18\pi$. **D.** $V = 6\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 6\pi = 2\pi.3.l \Leftrightarrow l = 1 \Rightarrow h = 1$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.3^2.1 = 9\pi$.

Câu 119: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{4\pi}{9}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên khối trụ có chiều cao bằng $2r$.

Ta có: $S_{tp} = 4\pi \Leftrightarrow 2\pi r^2 + 2\pi rl = 4\pi \Leftrightarrow 6\pi r^2 = 4\pi$.

$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{2}{3}}$

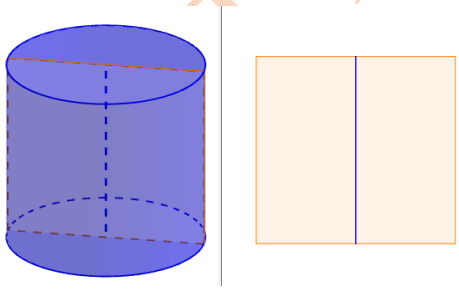
Tính thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = 2\pi \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

Câu 120: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao hình trụ. Thiết diện qua trục của hình trụ có diện tích là S. Thể tích của khối trụ đó là:

A. $\frac{\pi S\sqrt{S}}{4}$. **B.** $\frac{\pi S\sqrt{S}}{6}$. **C.** $\frac{\pi S\sqrt{S}}{24}$. **D.** $\frac{\pi S\sqrt{S}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

Gọi h là chiều cao hình trụ ta có $S = h^2 \Rightarrow h = \sqrt{S}$, khi đó $r = \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{S}}{2}$.

Vậy $V = \pi r^2 h = \frac{\pi S\sqrt{S}}{4}$.

Câu 121: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{4\pi}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên khối trụ có chiều cao bằng $2r$.

Ta có: $S_{tp} = 4\pi \Leftrightarrow 2\pi r^2 + 2\pi rl = 4\pi \Leftrightarrow 6\pi r^2 = 4\pi$.

$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{2}{3}}$

Tính thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = 2\pi \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

Câu 122: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Thể tích của hình trụ bằng:

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 24π. **D.** 32π.

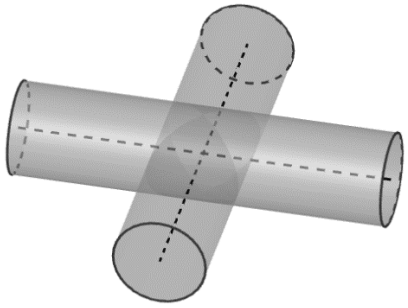
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn B

$V = \pi R^2 h = \pi .4.4 = 16\pi$.

Câu 123: Cho hai mặt trụ có cùng bán kính bằng 4 được đặt lồng vào nhau như hình vẽ. Tính thể tích phần chung của chúng biết hai trục của hai mặt trụ vuông góc và cắt nhau.



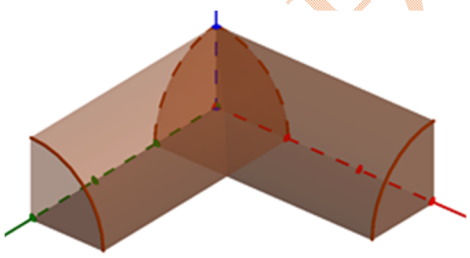
.

A. $\frac{1024}{3}$. **B.** 512. **C.** $\frac{256}{3}\pi$. **D.** 256π.

Hướng dẫn giải

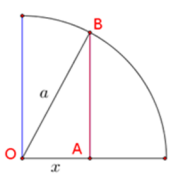
Chọn A

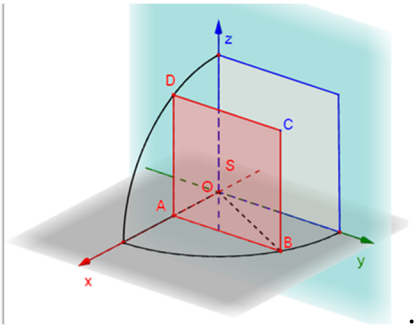
Cách1. Ta xét $\frac{1}{8}$ phần giao của hai trụ như hình.



.

Ta gọi trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.





.

Khi đó phần giao (H) là một vật thể có đáy là một phần tư hình tròn tâm O bán kính 4, thiết diện của mặt phẳng vuông góc với trục Ox là một hình vuông có diện tích $S(x) = 4^2 - x^2$.

Thể tích khối (H) là $\int_0^4 S(x)\,dx = \int_0^4 (16 - x^2)\,dx = \frac{128}{3}$. Vậy thể tích phần giao là $\frac{1024}{3}$.

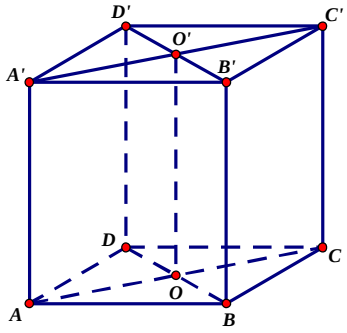
Cách2.Dùng công thức tổng quát giao hai trụ $V = \frac{16}{3}R^3 = \frac{1024}{3}$.

Câu 124: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tại thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO'.Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{1}{2}\pi a^3$. **C.** $\frac{1}{6}\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Bán kính hình trụ $r=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chiều cao hình trụ $h=OO'=a$

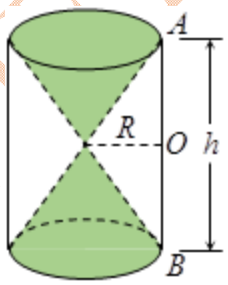
Thể tích khối trụ là $V=h.\pi r^2=a.\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 125: Hình bên cho ta hình ảnh của một đồng hồ cát với các kích thước kèm theo $OA=OB$. Khi đó tỉ số tổng thể tích của hai hình nón (V_n) và thể tích hình trụ (V_t) bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thể tích của mỗi khối nón là $V_1=\frac{1}{3}.\frac{h}{2}.\pi R^2=\frac{\pi R^2 h}{6}$

Tổng thể tích của hai khối nón là $V_n=2.\frac{\pi R^2 h}{6}=\frac{\pi R^2 h}{3}$

Thể tích của khối trụ là $V_t=\pi R^2 h$. Vậy $\frac{V_n}{V_t}=\frac{1}{3}$.

Câu 126: Cho hình trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10, diện tích của xung quanh của hình trụ bằng 80π. Tính thể tích khối trụ.

A. 164π. **B.** 160π. **C.** 144π. **D.** 64π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_{xq}=2\pi rh \Leftrightarrow r=4$.

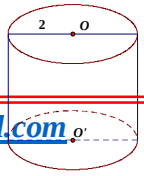
$V=\pi r^2 h \Leftrightarrow V=160\pi$.

Câu 127: Một khối trụ có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Tính thể tích của khối trụ.

A. 4π. **B.** 18π. **C.** 12π. **D.** 6π.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $V=\pi.r^2.h=\pi.2^2.3=12\pi$.

Câu 128: Một khối trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối trụ.

A. $V=4\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{4}{3}\sqrt{6}\pi a^3$. **C.** $V=6\sqrt{6}\pi a^3$. **D.** $V=8\sqrt{6}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình trụ.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt đáy là: $h=\frac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Bán kính đường tròn giao tuyến là: $r=a\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{h^2+r^2}=a\sqrt{6}$.

Thể tích khối cầu là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=8\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 129: Một hình trụ có hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt của hình lập phương cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ đó là:

A. $\frac{1}{2}\pi a^3$. **B.** $\frac{1}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bán kính đường tròn đáy là $R=\frac{2a}{2}=a$, chiều cao $h=2a$.

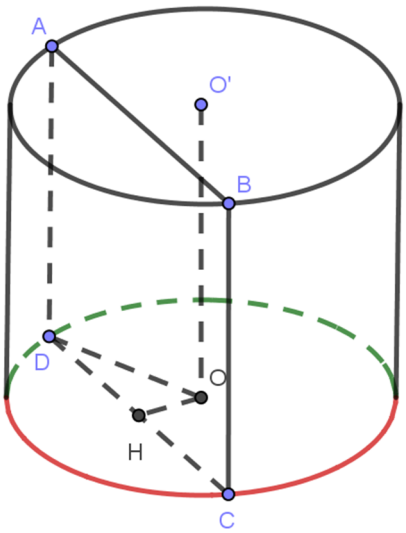
Thể tích khối trụ là: $V=\pi R^2.h=2\pi a^3$.

Câu 130: Khi cắt khối trụ (T) bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục của trụ (T) một khoảng bằng $a\sqrt{3}$ ta được thiết diện là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$. Tính thể tích V của khối trụ (T).

A. $V=\frac{7\sqrt{7}}{3}\pi a^3$. **B.** $V=\frac{8}{3}\pi a^3$. **C.** $V=8\pi a^3$. **D.** $V=7\sqrt{7}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Thiết diện là hình vuông $ABCD$. $S_{ABCD}=4a^2\Rightarrow AD=CD=2a$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi H là trung điểm CD

$\Rightarrow OH \perp CD \Rightarrow OH \perp (ABCD) \Rightarrow OH = a\sqrt{3} \Rightarrow OD = \sqrt{DH^2 + OH^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

$h = AD = 2a, r = OD = 2a \Rightarrow V = \pi r^2 h = 8\pi a^3$.

Câu 131: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Khiđó thể tích khối trụ là.

A. $8\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Chiều cao trụ bằng $2a$, bán kính trụ bằng a nên $V = \pi R^2 h = 2\pi a^3$.

Câu 132: Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều.

Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin A = \frac{a^2}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

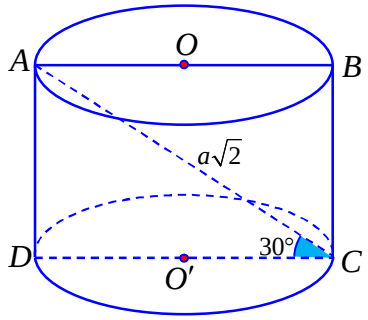
Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 133: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $AC = a\sqrt{2}$, $\widehat{DCA} = 30°$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. **C.** $n = 8$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tam giác ADC vuông tại D có:

➲ $DC = AC.\cos 30° \Leftrightarrow DC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

➲ $AD = AC.\sin 30° \Leftrightarrow AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó hình trụ đã cho có $h = AD$, $r = \frac{1}{2}DC$.

Vậy thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$.

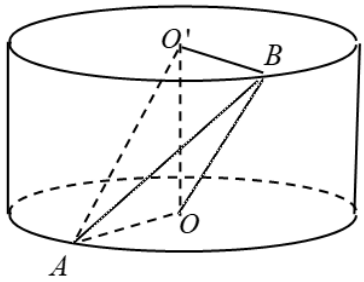
Câu 134: Cho hình trụ có các đáy là hai hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $4cm$. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B, sao cho $AB = 4\sqrt{3}cm$. Thể tích khối tứ diện $ABOO'$ là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{32}{3}cm^3$. **B.** $32cm^3$. **C.** $64cm^3$. **D.** $\frac{64}{3}cm^3$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác OAO' vuông cân tại $O \Rightarrow O'A = 4\sqrt{2}$.
Tam giác $O'AB$ có $AB^2 = O'B^2 + O'A^2$
$\Rightarrow \Delta O'AB$ vuông tại $O' \Rightarrow O'B \perp AO'$
Lại có $OO' \perp O'B \Rightarrow O'B \perp (OAO')$.

Tam giác OAO' vuông cân tại $O \Rightarrow S_{\Delta OAO'} = 8(cm^2)$

$\Rightarrow V_{B.OAO'} = \frac{1}{3}.O'B.S_{\Delta OAO'} = \frac{1}{3}.4.8 = \frac{32}{3}(cm^3)$

Câu 135: Khối trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và diện tích xung quanh bằng 2π. Thể tích khối trụ là.

A. 4π. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi h và R là chiều cao và bán kính đáy của khối trụ. Khi đó $h = R$.
Ta có: $S_{xq} = 2\pi \Leftrightarrow 2\pi Rh = 2\pi \Leftrightarrow R = h = 1$.

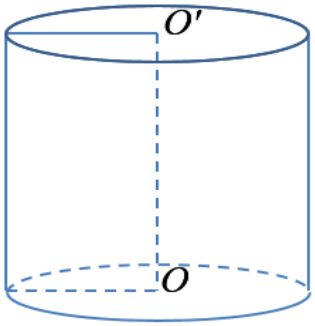
Thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 h = \pi$.

Câu 136: Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng a và bán kính đáy bằng R. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. πaR^2. **B.** $2\pi aR^2$. **C.** $\frac{1}{3}\pi aR^2$. **D.** aR^2.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $V = \pi aR^2$.

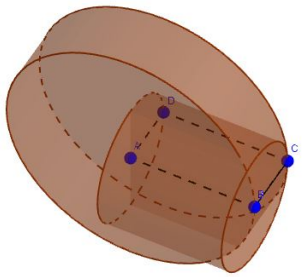
Câu 137: Cho hình chữ nhật $ABCD$ với $AB > AD$ và có diện tích bằng 2, chu vi bằng 6. cho hình chữ nhật đó lần lượt quay quanh AB, AD ta được hai khối tròn xoay có thể tích là V_1, V_2. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 2. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D



Gọi $AB = x$ điều kiện $x > 1,5$.

Suy ra $AD = 3 - x$.

Ta có: $x(3-x) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2(n) \\ x = 1(l) \end{array}\right.$.

Ta được: $V_1 = \pi.1^2.2 = 2\pi$, $V_2 = \pi.2^2.1 = 4\pi$, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

Câu 138: Cho khối trụ (T) có bán kính đáy R và diện tích toàn phần $8\pi R^2$. Tính thể tích của khối trụ (T).

A. $6\pi R^3$. **B.** $8\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $3\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi chiều cao của khối trụ là h.

$S_{TP} = 8\pi R^2 \Leftrightarrow 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 8\pi R^2 \Leftrightarrow h = 3R$.

Vậy thể tích phải tìm là: $V = \pi R^2 h = 3\pi R^3$.

Câu 139: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 2a, AD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục MN ta được khối trụ tròn xoay. Thể tích khối trụ là:

A. $8\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do $AB = 2a$ là đường kính của đường tròn đáy $\Rightarrow r = a$.

$V = \pi r^2 h = \pi.a^2.4a = 4\pi a^3$.

Câu 140: Cho hình trụ có diện tích xung quanh $24cm^2$, bán kính đường tròn đáy bằng $4cm$. Tính thể tích của khối trụ ?

A. $12cm^3$. **B.** $24cm^3$. **C.** $48cm^3$. **D.** $86cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Áp dụng công thức $S_{xq} = 2\pi rl$ khi đó ta có $24 = 2\pi.4.l \Leftrightarrow l = \frac{3}{\pi}$

$\Rightarrow V = \pi r^2 h = \pi.16.\frac{3}{\pi} = 48cm^3$.

Câu 141: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích mặt cầu bán kính bằng 1. Tính thể tích V của khối trụ đó.

A. $V = 8.$ **B.** $V = 6..$ **C.** $V = 10..$ **D.** $V = 4..$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi R là bán kính đáy. Ta có diện tích đáy bằng diện tích mặt cầu bán kính bằng 1 $\Rightarrow \pi R^2 = 4\pi.1^2 \Leftrightarrow R = 2.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4 \Rightarrow 2\pi R.l = 4 \Rightarrow 4\pi l = 4 \Rightarrow l = h = \frac{1}{\pi} \Rightarrow V = \pi R^2 \frac{1}{\pi} = 4..$

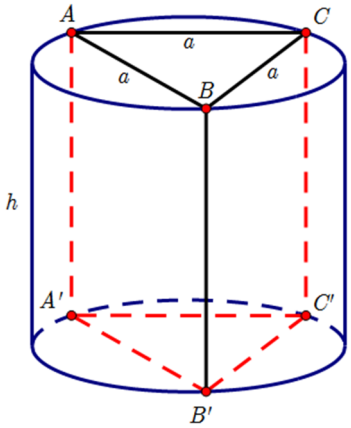
Câu 142: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. **B.** $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. **C.** $V = 3\pi a^2 h$. **D.** $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có hình tròn đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác đáy của lăng trụ, và chiều cao bằng chiều cao lăng trụ.



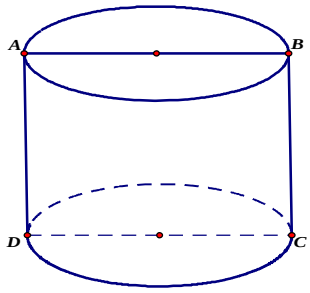
Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = h.S = h.\pi.\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \frac{\pi a^2 h}{3}$ (đvtt).

Câu 143: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a,\ BC = 3a$. Tính thể tích của khối trụ.

A. $12\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì $AB = 4a \Rightarrow$ diện tích đáy $S = \pi(2a)^2$.

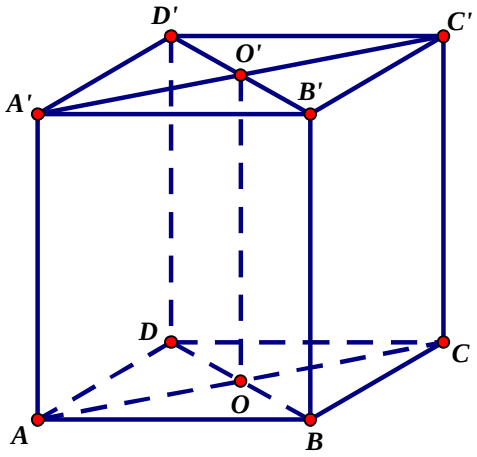
Vậy thể tích khối trụ $V = 3a.4a^2\pi = 12\pi a^3$.

Câu 144: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a với O và O' là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi (T) là hình trụ tròn xoay tại thành khi quay hình chữ nhật $AA'C'C$ quanh trục OO'. Thể tích của khối trụ (T) bằng

A. $\frac{1}{6}\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $\frac{1}{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{1}{2}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Bán kính hình trụ $r=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chiều cao hình trụ $h=OO'=a$

Thể tích khối trụ là $V=h.\pi r^2=a.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=\dfrac{\pi a^3}{2}$.

Câu 145: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Khi đó thể tích khối trụ là.

A. $4\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** πa^3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng $2a$ nên chiều cao của khối trụ bằng $2a$ và bán kính đáy của khối trụ bằng a. Vì vậy thể tích khối trụ $V=\pi r^2h=\pi a^2.2a=2\pi a^3$.

Câu 146: Giả sử viên phấn viết bảng có dạng khối trụ tròn xoay đường kính đáy bằng $1(\text{cm})$, chiều dài $6(\text{cm})$. Người ta làm hộp carton đựng phấn hình dạng hình hộp chữ nhật có kích thước $6(\text{cm}),5(\text{cm}),6(\text{cm})$. Muốn xếp 350 viên phấn vào 12 hộp, ta được kết quả nào trong các kết quả sau.

A. Thừa 10 viên. **B.** Thiếu 10 viên. **C.** Không xếp được. **D.** Vừa đủ.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Lấy hình vuông 6.6 làm đáy hộp, sẽ xếp vừa đủ 6 viên phấn lên hình vuông đó.

Tiếp tục xếp như vậy thành 5 tầng, cho vừa đủ với chiều cao $5\,\text{cm}$ còn lại của hộp, ta được tất cả 30 viên phấn cho 1 hộp.

Vậy, có tất cả $12.30=360$ viên sẽ được xếp đủ vào 12 hộp.

Câu 147: Cho một khối trụ (S) có bán kính đáy bằng a. Biết thiết diện của hình trụ qua trục là hình vuông có chu vi bằng 8. Thể tích của khối trụ sẽ bằng

A. 8π. **B.** 4π. **C.** 2π. **D.** 16π.

Hướng dẫn giải

Chọn C

* Ta có chiều cao của khối trụ: $h=2r=2a$.
* Theo giả thiết ta có: $4.2a=8\Rightarrow a=1$.
* Thể tích khối trụ: $V=\pi r^2h=\pi.a^2.2a=2\pi$.

Câu 148: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=3$, $AD=4$ quay xung xung quanh cạnh AB tạo ra một hình trụ. Thể tích của khối trụ đó là.

A. $V=48\pi$. **B.** $V=24\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=12\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$R=4,\ h=3\Rightarrow V=48\pi$.

Câu 149: Khối trụ tròn xoay có đường cao và bán kính đáy cùng bằng 1 thì thể tích bằng:

A. π^2 **B.** 2π **C.** π **D.** $\frac{1}{3}\pi$

Hướng dẫn giải

Chọn C

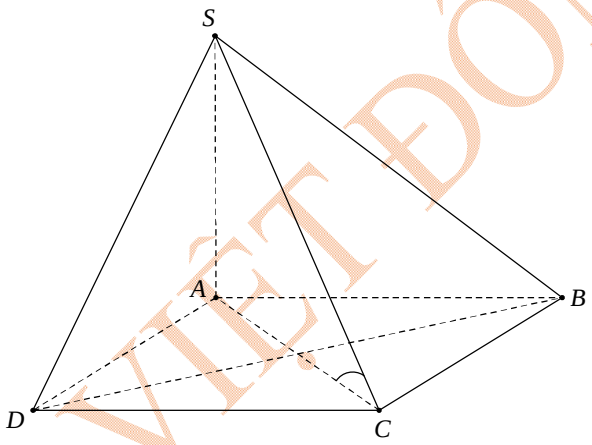
$V=\pi r^2h=\pi.1^2.1=\pi$.

Câu 150: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng $60°$. Tính thể tích của khối trụ có một đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và chiều cao bằng chiều cao của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=4\sqrt{6}\pi$. **B.** $V=\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. **C.** $V=2\sqrt{6}\pi$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$AC=2\sqrt{2}$.

Góc giữa SC với đáy là góc $\widehat{SCA}=60°$

Suy ra $SA=AC.\tan 60°=2\sqrt{2}.\sqrt{3}=2\sqrt{6}$.

Bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ bằng $\frac{AC}{2}=\sqrt{2}$.

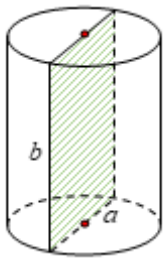
$V=Sh=\pi\left(\sqrt{2}\right)^2.2\sqrt{6}=4\sqrt{6}\pi$.

Câu 151: Hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng.

A. $3\pi a^3$. **B.** $5\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** πa^3.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thiết diện qua trục là 1 hình chữ nhật.

Giả sử chiều cao của khối trụ là $b.$.

Theo đề ra $2(2a+b)=10a \Rightarrow b=3a.$.

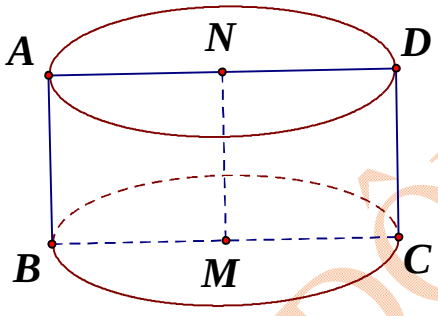
Thể tích khối trụ là $V=S.h=\pi a^2.3a=3\pi a^3$.

Câu 152: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $AD=2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD. Khi quay hình chữ nhật trên (kể cả các điểm bên trong của nó) quanh đường thẳng MN ta nhận được một khối tròn xoay (T). Tính thể tích của (T) theo a.

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$ **C.** πa^3 **D.** $4\pi a^3$

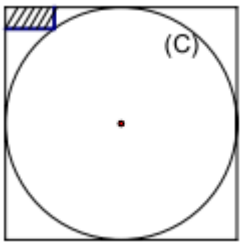
Hướng dẫn giải

Chọn C



Thể tích khối tròn xoay (T) là: $V=\pi a^2.a=\pi a^3$.

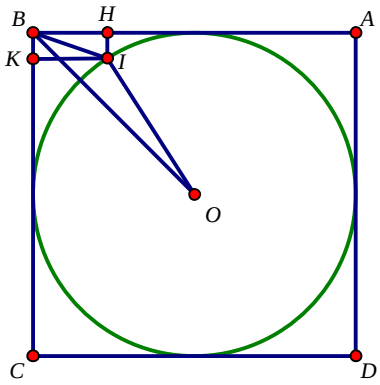
Câu 153: Cho hình trụ (T) có (C) và (C') là hai đường tròn đáy nội tiếp hai mặt đối diện của một hình lập phương. Biết rằng, trong tam giác cong tạo bởi đường tròn (C) và hình vuông ngoại tiếp của (C) có một hình chữ nhật kích thước $a\times 2a$ (như hình vẽ dưới đây). Tính thể tích V của khối trụ (T) theo a.



A. $100\pi a^3$. **B.** $\frac{100\pi a^3}{3}$. **C.** $250\pi a^3$. **D.** $\frac{250\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $BK=2a$, $KI=a$ nên $BI=a\sqrt{5}\Rightarrow\cos\widehat{KBI}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ và $\sin\widehat{KBI}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Khi đó $\cos\widehat{OBI}=\cos\left(\widehat{KBI}-\widehat{KBO}\right)=\cos\widehat{KBI}.\cos 45^\circ+\sin\widehat{KBI}.\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{\sqrt{5}}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{2}{\sqrt{5}}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$.

Kí hiệu $AB=2x$ thì $OI=x, OB=x\sqrt{2}$.

Ta có $OI^2=BO^2+BI^2-2.BO.BI.\cos\widehat{OBI}=2x^2+5a^2-2.x\sqrt{2}.a\sqrt{5}.\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=2x^2+5a^2-6xa$

$\Leftrightarrow x^2=2x^2+5a^2-6xa\Leftrightarrow x^2-6xa+5a^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=5a\end{array}\right.$.

Vì $x>a$ nên $x=5a$ hay $r=OI=5a$.

Vậy thể tích khối trụ (T) là $V=\pi(5a)^2.10a=250\pi a^3$.

Câu 154: Cho hình trụ có hai đường tròn đáy lần lượt ngoại tiếp hai hình vuông đối diện của một hình lập phương có cạnh $10\,\text{cm}$. Tính thể tích khối trụ.

A. $300\pi\ \text{cm}^3$. **B.** $500\pi\ \text{cm}^3$. **C.** $250\pi\ \text{cm}^3$. **D.** $1000\pi\ \text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình trụ tròn xoay cần tìm có chiều cao $h=10\ \text{cm}$.

Bán kính 2 đáy của hình trụ bằng nhau và bằng $R=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}\ \text{cm}$.

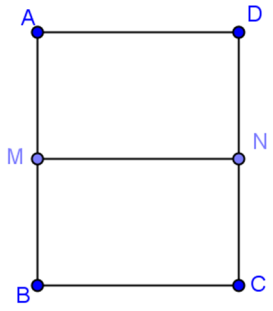
Vậy thể tích của khối trụ là $V=\pi R^2h=500\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 155: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB=4$, $AD=2$. Gọi M, N là trung điểm các cạnh AB và CD. Cho hình chữ nhật quay quanh MN, ta được hình trụ tròn xoay có thể tích bằng

A. $V=32\pi$. **B.** $V=16\pi$. **C.** $V=8\pi$. **D.** $V=4\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Hình trụ có đường cao $h=MN=AD=2$, bán kính đáy $R=\dfrac{1}{2}AB=2$.

Thể tích khối tròn xoay đã cho: $V=\pi R^2h=8\pi$.

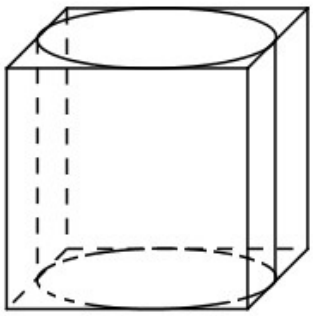
Câu 156: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. π. **B.** $\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Theo giả thiết ta suy ra hình trụ có bán kính đáy $R=\dfrac{1}{2}$ và chiều cao $h=1$.

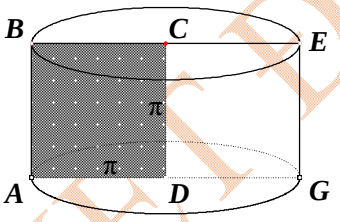
Vậy thể tích hình trụ là: $V=\pi R^2h=\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 157: Một hình vuông $ABCD$ có $AD=\pi$. Cho hình vuông đó quay quanh CD, ta được vật thể tròn xoay có thể tích bằng.

A. $2\pi^3$. **B.** π^4. **C.** $2\pi^4$. **D.** π^3.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vật thể tròn xoay tạo thành là một khối trụ có bán kính $r=\pi$ và chiều cao $h=\pi$ do đó thể tích của nó bằng:

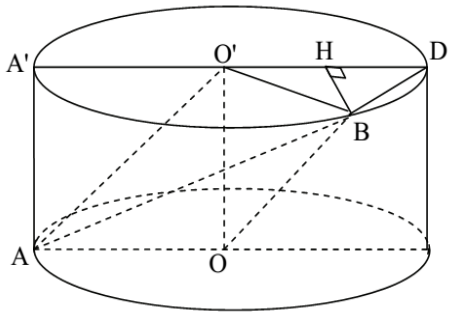
$V=\pi r^2h=\pi.\pi^2.\pi=\pi^4$ (đvtt).

Câu 158: Cho hình trụ có các đáy là 2 hình tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Thể tích khối tứ diện $OO'AB$ theo a là.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Kẻ đường sinh AA'. Gọi D là điểm đối xứng với A' qua O' và H là hình chiếu của B trên đường thẳng $A'D$.

Do $BH\perp A'D, BH\perp AA'\Rightarrow BH\perp(AOO'A')$.

$A'B=\sqrt{AB^2-A'A^2}=a\sqrt{3}\Rightarrow BD=\sqrt{A'D^2-A'B^2}=a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Delta O'BD$ đều nên $BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{\Delta AOO'} = \dfrac{a^2}{2}$. Suy ra thể tích khối tứ diện $OO'AB$ là: $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 159: Gọi (T) là một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có chiều cao bằng đường kính đáy. Thể tích khối trụ (T) bằng:

A. 4π. **B.** 2π. **C.** π. **D.** 3π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh \Leftrightarrow 4\pi = 2\pi r.2r \Leftrightarrow r = 1$.

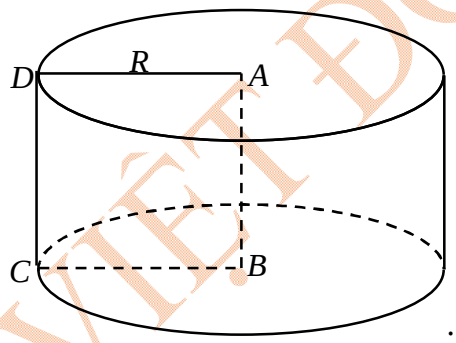
Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi 1^2.2.1 = 2\pi$.

Câu 160: Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Tính theo a thể tích V của hình trụ này.

A. $V = 8\pi a^3$. **B.** $V = 4\pi a^3$. **C.** $V = 2\pi a^3$. **D.** $V = \dfrac{8\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Theo giả thiết chu vi đáy $2\pi R = 4\pi a \Rightarrow R = 2a$.

$\Rightarrow h = AB = 2a$.

$\Rightarrow V = \pi R^2 h = 8\pi a^3$.

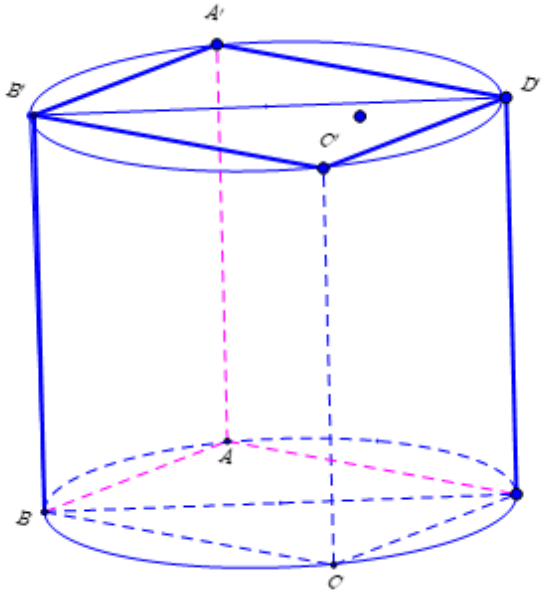
Câu 161: Một khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh a. Tính theo a thể tích V của khối trụ đó.

A. $V = \dfrac{\pi a^3}{2}$ **B.** $V = \dfrac{\pi a^3}{4}$ **C.** $V = \pi a^3$ **D.** $V = 2\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Bán kính khối trụ bằng $R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối trụ bằng $V=\pi R^2.h=\pi\dfrac{a^2}{2}.a=\dfrac{\pi a^3}{2}$.

Câu 162: Khối trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và diện tích xung quanh bằng 2π. Thể tích khối trụ là:

A. π. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 3π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi h và R là chiều cao và bán kính đáy của khối trụ. Khi đó $h=R$.

Ta có: $S_{xq}=2\pi \Leftrightarrow 2\pi R.h=2\pi \Leftrightarrow R=h=1$.

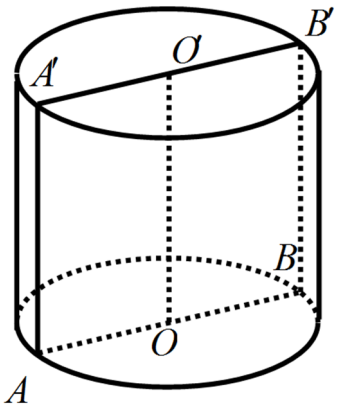
Thể tích khối trụ: $V=\pi R^2.h=\pi$.

Câu 163: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $2a$. Một mặt phẳng đi qua trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $8\pi a^3$ **B.** $16\pi a^3$ **C.** $18\pi a^3$ **D.** $4\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thiết diện qua trục là hình vuông nên $AB=AA'=2R=4a$.

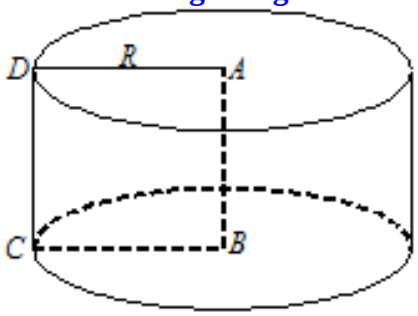
Nên thể tích khối trụ: $V=B.h=\pi R^2.AA'=\pi.4a^2.4a=16\pi a^3$.

Câu 164: Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra hình trụ có độ dài của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Tính theo a thể tích V của hình trụ này

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=4\pi a^3$.. **B.** $V=8\pi a^3$.. **C.** $V=\dfrac{8\pi a^3}{3}$. **D.** $V=2\pi a^3$..

Hướng dẫn giải.



.

Chọn B

Theo giả thiết chu vi đáy $2\pi R=4\pi a\Rightarrow R=2a$.

$\Rightarrow h=AB=2a$.

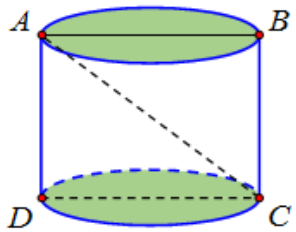
$\Rightarrow V=\pi R^2h=8\pi a^3$.

Câu 165: - 2017] Thiết diện qua trục của một khối trụ là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=4a$, $AC=5a$ (AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ). Thể tích của khối trụ là.

A. $16\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $12\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



.

$AC=5a$, $AB=4a\Rightarrow AD=3a$; $R=2a$.

$V=\pi R^2h=\pi\left(2a\right)^2 3a=12\pi a^3$.

Câu 166: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng 2. Thể tích của khối trụ đó là.

A. $V=\dfrac{4\pi^2}{3}$. **B.** $V=2\pi^2$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=\dfrac{2\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì thiết diện qua trục là hình vuông có cạnh bằng.

2 nên ta có: $h=2\text{r}\Leftrightarrow 2=2\text{r}\Rightarrow r=1\Rightarrow V=Bh=\pi r^2h=2\pi$..

Câu 167: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=4\sqrt{2}$.

A. $V=32\sqrt{2}\pi$. **B.** $V=32\pi$. **C.** $V=128\pi$. **D.** $V=64\sqrt{2}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V=\pi r^2h=\pi 4^2.4\sqrt{2}=64\sqrt{2}\pi$.

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN THIẾT DIỆN

Câu 168: Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau:

A. Cắt hình nón tròn xoay bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là tam giác cân.

B. Cắt hình trụ tròn xoay bằng một mặt phẳng vuông góc với trục thu được thiết diện là hình tròn.

C. Hình cầu có vô số mặt phẳng đối xứng.

D. Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hình nón có các đường sinh bằng nhau nên khi cắt bằng một mặt phẳng đi qua trục thu được thiết diện là tam giác cân. Vậy **A** đúng.

Mỗi mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu, khối cầu đều là một mặt phẳng đói xứng của mặt cầu, khối cầu đó. Vậy **C** đúng.

Mặt cầu là mặt tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của nó. Vậy **D** đúng.

Vậy **Chọn B**

Câu 169: Một hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính theo a diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** πa^2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì hình trụ có bán kính đáy a, có thiết diện qua trục là một hình vuông nên có chiều cao $h=2a$.

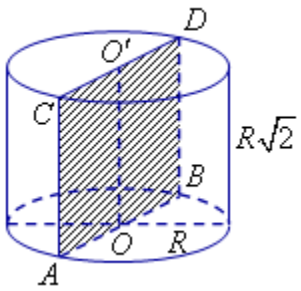
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.a.2a=4\pi a^2$.

Câu 170: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O và O' có bán kính R và chiều cao $R\sqrt{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua OO' và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng bao nhiêu?

A. $2R^2$. **B.** $\sqrt{2}R^2$. **C.** $2\sqrt{2}R^2$. **D.** $4\sqrt{2}R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gỉa sử $ABCD$ là thiết diện của (P) với hình trụ.

Do (P) đi qua OO' nên $ABCD$ là hình chữ nhật.

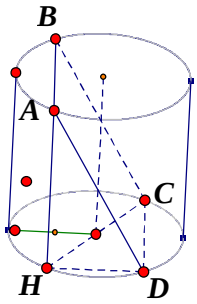
$S_{ABCD}=AB.AD=2R.R\sqrt{2}=2\sqrt{2}R^2$.

Câu 171: Cho hình trụ (H) có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $\sqrt{10}$. Một hình vuông $ABCD$ có hai cạnh AB và CD lần lượt là dây cung của hai đường tròn đáy, các cạnh AD và BC không là đường sinh của hình trụ. Độ dài cạnh của hình vuông $ABCD$ bằng?

A. 10. **B.** 20. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi kích thước của hình vuông là a.

Kẻ AH vuông góc với mặt phẳng đáy. Ta có.

$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp AH \end{cases} \Rightarrow CD \perp HD$ nên HC là đường kính của đường tròn đáy.

Ta có hệ $\begin{cases} DH^2 + DC^2 = HC^2 \\ DH^2 + AH^2 = AD^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} DH^2 + a^2 = 40 \\ DH^2 + 10 = a^2 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 = 25 \Leftrightarrow a = 5$.

Câu 172: Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

A. $S = \dfrac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $S = \dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S = 4\pi a^2$. **D.** $S = \pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

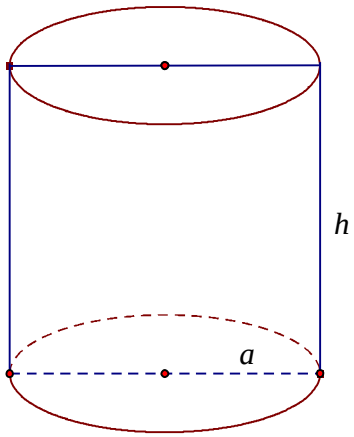
Biết thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a, vậy chiều cao hình trụ bằng $h = a$, bán kính trụ $r = \dfrac{a}{2}$. Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + 2\pi\dfrac{a}{2}.a = \dfrac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 173: Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của hình trụ đó bằng a và thiết diện đi qua trục là một hình vuông.

A. $4\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\dfrac{2}{3}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi B là diện tích đường tròn đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

Vì thiết diện đi qua trục là hình vuông nên ta có $h = 2a$.

Vậy thể tích của khối trụ là: $V = B.h = \pi a^2.2a = 2\pi a^3$.

Câu 174: Một khối trụ có bán kính đáy $10\,\text{cm}$, thiết diện qua trục là một hình vuông. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng đi qua một đường kính đáy và tạo với đáy góc $45°$ để tạo ra một hình nêm (khối có thể tích nhỏ hơn trong hai khối tạo ra). Thể tích của hình nêm bằng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{1000}{9}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{2000}{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{2000}{9}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{1000}{3}\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

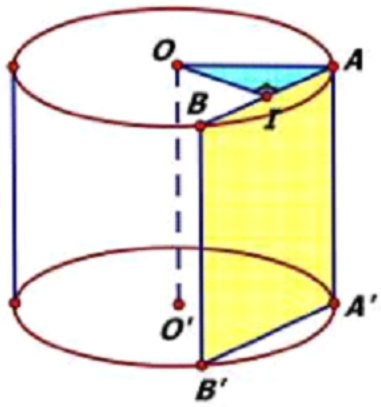
Ta có $V_{nem}=\frac{2}{3}R^3\tan\alpha=\frac{2}{3}.10^3\tan 45^0=\frac{2000}{3}\text{ cm}^3$.

Câu 175: Một hình trụ có đường cao $10(cm)$ và bán kính đáy bằng $5(cm)$.Gọi (P) là mặt phẳng song song với trục của hình trụ và cách trục $4(cm)$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ khi cắt bởi (P).

A. $30(cm^2)$. **B.** $80(cm^2)$. **C.** $60(cm^2)$. **D.** $40(cm^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



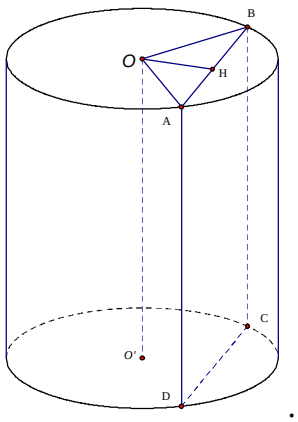
$AA'=10cm.$
$OA=5cm.$
$OI=4cm.$
$AB=2AI=2\sqrt{25-16}=6\ cm.$

Câu 176: Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng.

A. $60\pi a^2,180\pi a^3$. **B.** $80\pi a^2,200\pi a^3$. **C.** $80\pi a^2,180\pi a^3$. **D.** $60\pi a^2,200\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thiết diện $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $8a$ $(h=8a)$.

Khoảng cách từ trục đến mặt phẳng $(ABCD)$ là $d=3a$.

Suy ra bán kính đường tròn đáy $r=\sqrt{d^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2}=5$.

Vậy $S_{xq}=2\pi rh=80\pi a^2, V_{tr}=\pi r^2h=200\pi a^3$.

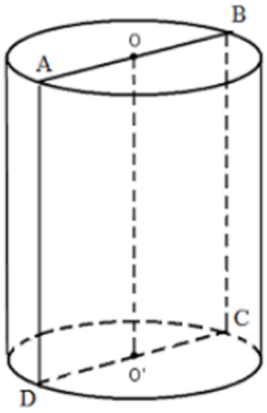
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 177: Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ?

A. $8\pi a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật, có độ dài một cạnh là $2a$, có diện tích là $8a^2$, suy ra chiều cao của hình trụ là $h=\dfrac{8a^2}{2a}=4a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq}=2\pi rh=2.\pi.a.4a=8\pi a^2$.

Câu 178: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 20π. Khi đó thể tích của khối trụ là:

A. $V=20\pi$. **B.** $V=10\sqrt{2}\pi$. **C.** $V=10\pi$. **D.** $V=10\sqrt{5}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do thiết diện qua trục là hình vuông nên $h=2R$.

Ta có: $S_{xq}=2\pi Rh\Rightarrow 2\pi R.2R=20\pi\Rightarrow R^2=5\Rightarrow R=\sqrt{5}\Rightarrow h=2\sqrt{5}$.

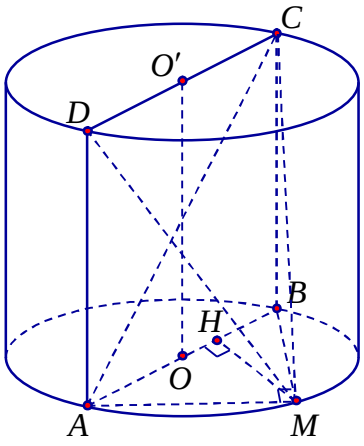
Khi đó $V=h.\pi R^2=2\sqrt{5}.\pi.\left(\sqrt{5}\right)^2=10\sqrt{5}\pi$.

Câu 179: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng $2\sqrt{3}(\text{cm})$ với AB là đường kính của đường tròn đáy tâm O. Gọi M là điểm thuộc cung $\overset{\frown}{AB}$ của đường tròn đáy sao cho $\widehat{ABM}=60°$. Thể tích của khối tứ diện $ACDM$ là:

A. $V=7(\text{cm}^3)$. **B.** $V=4(\text{cm}^3)$. **C.** $V=6(\text{cm}^3)$. **D.** $V=3(\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: ΔMAB vuông tại M có $\widehat{B}=60^\circ$ nên $MB=\sqrt{3};\ MA=3$.

Gọi H là hình chiếu của M lên AB, suy ra $MH\perp(ACD)$ và $MH=\dfrac{MB.MA}{AB}=\dfrac{3}{2}$.

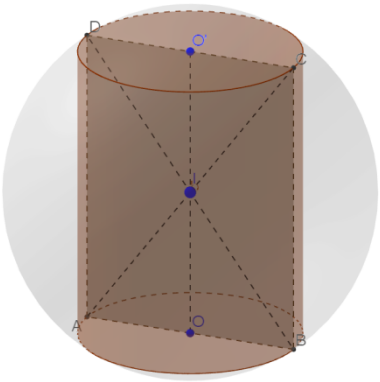
Vậy $V_{M.ACD}=\dfrac{1}{3}MH.S_{ACD}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{2}.6=3(\text{cm}^3)$.

Câu 180: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, mặt phẳng qua trục và cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $6\pi a^2$. **B.** $7\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi l là độ dài đường sinh của hình trụ.

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật nên $2al=6a^2\Leftrightarrow l=3a$

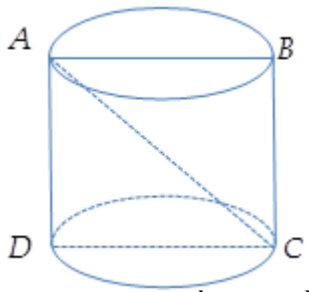
Diện tích toàn phần là : $S=2\pi rl+2\pi r^2=2\pi\cdot a\cdot 3a+2\pi\cdot a^2=8\pi a^2$.

Câu 181: Bán kính đáy hình trụ bằng 4cm, chiều cao bằng 6cm. Độ dài đường chéo của thiết diện qua trục bằng:

A. 6cm. **B.** 10cm. **C.** 5cm. **D.** 8cm.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Theo đề bài ta có bán kính hình trụ la $R=4\text{cm}$, chiều cao bằng $h=6\text{cm}$. Giả sử thiết diện qua trục là $ABCD$ khi đó $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB=2R=8\text{cm}$, $AD=h=6\text{cm}$.

Ta có: $AC^2=AB^2+AD^2=6^2+8^2=100\Rightarrow AC=10$.

Câu 182: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng $\dfrac{3R}{2}$. Mặt phẳng (α) song song với trục của hình trụ và cách trục một khoảng bằng $\dfrac{R}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\dfrac{2R^2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2R^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{3R^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{3R^2\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (α) là hình chữ nhật $ABCD$ với $BC=\dfrac{3R}{2}$.

Gọi H là trung điểm AB, ta có $AH=\dfrac{R}{2}\Rightarrow AB=2HB=2\sqrt{R^2-AH^2}=R\sqrt{3}$.

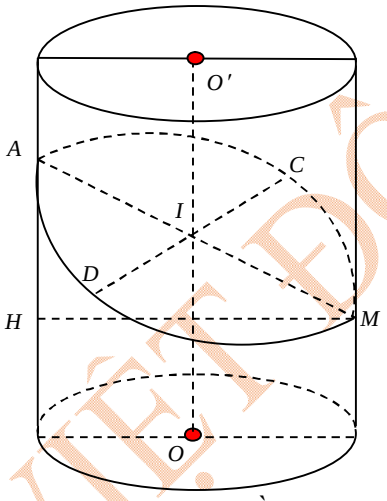
Vậy diện tích thiết diện là: $S=AB.CD=R\sqrt{3}.\dfrac{3R}{2}=\dfrac{3R^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 183: Cho khối trụ có thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) qua trung điểm I của OO' và tạo với mặt phẳng chứa đáy góc 30°. Diện tích của thiết diện do (P) cắt khối trụ gần số nào sau đây nhất?

A. $3,6$. **B.** $3,8$. **C.** $3,5$. **D.** $3,7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2 nên chiều cao của hình trụ là $h=2$ và bán kính đáy là $R=1$.

Giả sử giao tuyến của mặt phẳng (P) và đáy chứa tâm O là đường thẳng d. Gọi E là hình chiếu của O trên d. Khi đó góc giữa (P) và mặt phẳng chứa đáy là góc $\widehat{OEI}=30^o$.

Trong tam giác vuông IOE có $\tan\widehat{OEI}=\dfrac{OI}{OE}\Rightarrow OE=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}>1$. Do đó điểm E nằm ngoài đường tròn đáy nên thiết diện là Elip.

Trong tam giác vuông AHM có.

$\cos\widehat{AMH}=\dfrac{HM}{AM}\Rightarrow AM=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Hay $2a=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow a=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Mà $CD=2b=2\Rightarrow b=1$.

Thiết diện là hình elip nên diện tích bằng $\pi ab=\dfrac{2\sqrt{3}\pi}{3}\approx 3,62$.

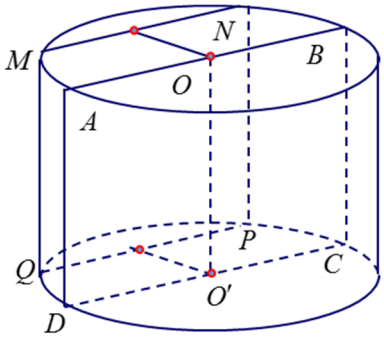
Câu 184: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\dfrac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $4a^2$. **B.** πa^2. **C.** $2\sqrt{3}a^2$. **D.** a^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$h = OO' = 2a$, $r = \dfrac{AB}{2} = a$.

$MN = 2\sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{4}} = a\sqrt{3}$, $NP = 2a$.

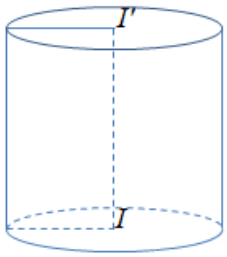
Diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) là $S = a\sqrt{3}.2a = 2\sqrt{3}a^2$.

Câu 185: Một khối trụ có hai đáy hình tròn $(I;r)$ và $(I';r)$. Mặt phẳng (β) đi qua I và I' đồng thời cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông có cạnh bằng 18. Tính thể tích khối trụ đã cho.

A. $V = 486$. **B.** 486π. **C.** $V = 1458\pi$. **D.** $V = 1458$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $h = 18, r = \dfrac{18}{2} = 9$ suy ra $V = S.h = \pi.r^2.h = \pi.9^2.18 = 1458\pi$.

Câu 186: Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ lần lượt bằng?

A. $6\pi R^2; 2\pi R^3$. **B.** $4\pi R^2; \pi R^3$. **C.** $4\pi R^2; 2\pi R^3$. **D.** $2\pi R^2; 2\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$h = l = 2R$.

$S_{xp} = 2\pi Rl = 2\pi R \times 2R = 4\pi R^2$.

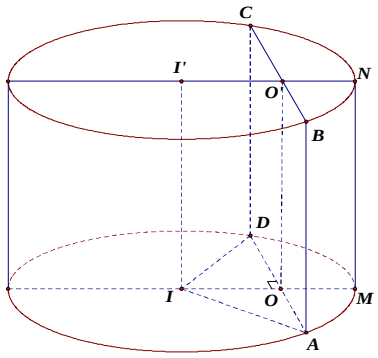
$V = Bh = \pi R^2.2R = 2\pi R^3$.

Câu 187: Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Tính thể tích khối trụ.

A. 52π. **B.** 13π. **C.** $2\sqrt{3}\pi$. **D.** $\dfrac{52\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dựng các dữ kiện bài toán theo hình vẽ trên.

Mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng $16 \Rightarrow$ Cạnh hình vuông bằng 4.

Khoảng cách từ tâm I đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng $3 \Rightarrow IO = 3$.

Ta có $IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$.

Vậy thể tích khối trụ trên là: $V = \pi.\left(\sqrt{13}\right)^2.4 = 52\pi(dvtt)$.

Câu 188: Cho hình trụ có hai đáy là hai đường tròn (O) và (O'), chiều cao bằng $2R$ và bán kính đáy bằng R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc bằng 30°, (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung. Tính độ dài dây cung đó theo R..

A. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{2R}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên dây cung AB.

Ta có: $OH = \frac{a}{\sqrt{3}}$ suy ra: $AB = 2\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{3}} = \frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

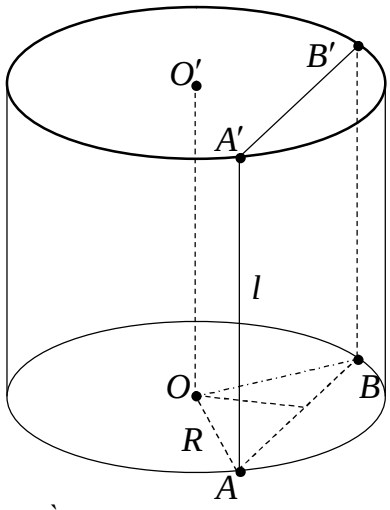
Câu 189: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π, thiết diện qua trục là hình vuông. Một mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo thiết diện là tứ giác $ABB'A'$, biết một cạnh của thiết diện là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung $120°$. Tính diện tích thiết diện $ABB'A'$.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi R, h, l lần lượt là bán kính, chiều cao, đường sinh của hình trụ.

Ta có $S_{xq}=4\pi \Leftrightarrow 2\pi.R.l=4\pi \Leftrightarrow R.l=2$.

Giả sử AB là một dây cung của đường tròn đáy của hình trụ và căng một cung $120°$.

Ta có $ABB'A'$ là hình chữ nhật có $AA'=h=l$.

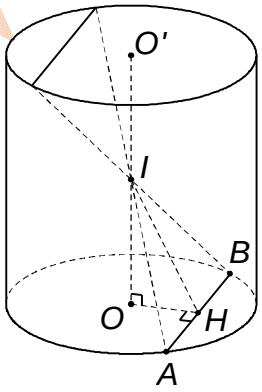
Xét tam giác OAB cân tại O, $OA=OB=R$, $\widehat{AOB}=120° \Rightarrow AB=R\sqrt{3}$.

$S_{ABB'A'}=AB.AA'=R\sqrt{3}.l=R.l\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

Câu 190: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiềcao bằng $2R$ và bán kính đáy bằng R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc bằng $30°$, (α) cắt hình tròn đáy theo một đoạn thẳng có độ dài l. Tính l theo R.

A. $l=\dfrac{4R}{3\sqrt{3}}$. **B.** $l=\dfrac{2\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$. **C.** $l=\dfrac{2R}{3}$. **D.** $l=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải



Chọn B

Giả sử (α) cắt hình tròn (O,R) theo dây cung AB.

Gọi I là trung điểm OO', H là trung điểm dây cung AB

Ta có $AB\perp(OIH)$ từ đó suy ra được $(\widehat{OO',(\alpha)})=\widehat{OIH}$

$\Rightarrow \widehat{OIH}=30^{\circ}$

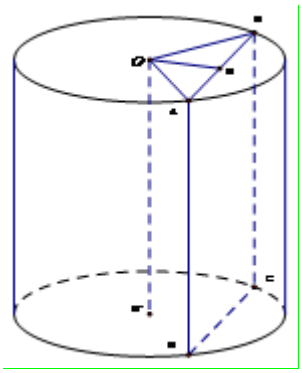
Ta có: $OH=OI.\tan\widehat{OIH}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. Suy ra $AB=2\sqrt{R^2-\dfrac{R^2}{3}}=\dfrac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Câu 191: Cho hình trụ có đường cao bằng $8a$. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục hình trụ $3a$, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông. Diện tích xung quanh và thể tích khối trụ bằng

A. $60\pi a^2, 180\pi a^3$. **B.** $80\pi a^2, 200\pi a^3$. **C.** $60\pi a^2, 200\pi a^3$. **D.** $80\pi a^2, 180\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thiết diện $ABCD$ là hình vuông có cạnh là $8a$ $(h=8a)$.

Khoảng cách từ trục đến mặt phẳng $(ABCD)$ là $d=3a$

Suy ra bán kính đường tròn đáy $r=\sqrt{d^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2}=5$

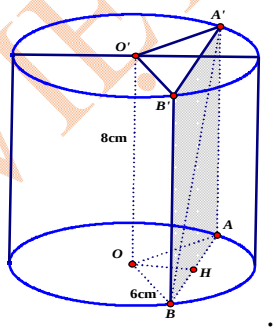
Vậy $S_{xq}=2\pi rh=80\pi a^2, V_{tr}=\pi r^2 h=200\pi a^3$.

Câu 192: Cho một khối trụ có chiều cao bằng $8cm$, bán kính đường tròn đáy bằng $6cm$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục $4cm$. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

A. $32\sqrt{5}(cm^2)$. **B.** $16\sqrt{3}(cm^2)$. **C.** $16\sqrt{3}(cm^2)$. **D.** $32\sqrt{3}(cm^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có mặt phẳng $(A'AB)//O'O$.

Kẻ $A'B'//AB \Rightarrow$ thiết diện tạo thành là hình chữ nhật $ABB'A'$.

Kẻ $OH\perp AB, OH\perp A'A \Rightarrow OH\perp(A'AB)$.

$\Rightarrow d(O'O,(A'AB))=d(O,(A'ABB'))=OH=4$.

Mà: $AH=\sqrt{OA^2-OH^2}=2\sqrt{5}\Rightarrow AB=4\sqrt{5}\Rightarrow S_{ABB'A'}=32\sqrt{5}$.

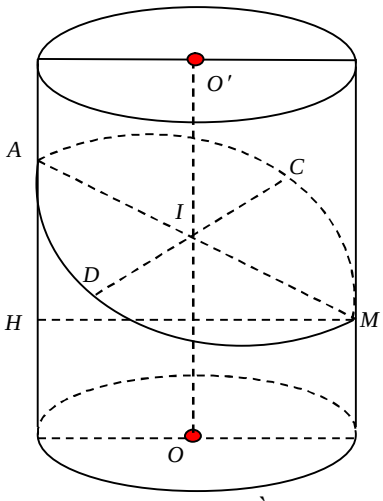
Câu 193: Cho khối trụ có thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2. Mặt phẳng (P) qua trung điểm I của OO' và tạo với mặt phẳng chứa đáy góc 30°. Diện tích của thiết diện do (P) cắt khối trụ gần số nào sau đây nhất? ***(trùng câu 7137)***

A. $3,5$. **B.** $3,7$. **C.** $3,6$. **D.** $3,8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Do thiết diện qua trục OO' là một hình vuông cạnh bằng 2 nên chiều cao của hình trụ là $h=2$ và bán kính đáy là $R=1$.

Giả sử giao tuyến của mặt phẳng (P) và đáy chứa tâm O là đường thẳng d. Gọi E là hình chiếu của O trên d. Khi đó góc giữa (P) và mặt phẳng chứa đáy là góc $\widehat{OEI}=30^{\circ}$.

Trong tam giác vuông IOE có $\tan\widehat{OEI}=\dfrac{OI}{OE}\Rightarrow OE=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}>1$. Do đó điểm E nằm ngoài đường tròn đáy nên thiết diện là Elip.

Trong tam giác vuông AHM có.

$\cos\widehat{AMH}=\dfrac{HM}{AM}\Rightarrow AM=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Hay $2a=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow a=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Mà $CD=2b=2\Rightarrow b=1$.

Thiết diện là hình elip nên diện tích bằng $\pi ab=\dfrac{2\sqrt{3}\pi}{3}\approx 3,62$.

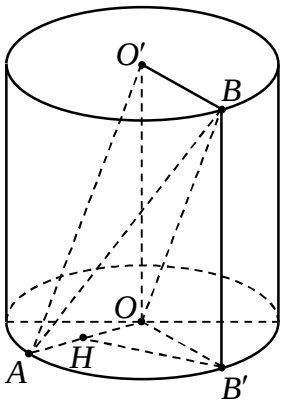
Câu 194: Cho hình trụ (T) có đáy là các đường tròn tâm O và O', bán kính bằng 1, chiều cao hình trụ bằng 2. Các điểm A, B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho góc $(OA,O'B)=60°$. Tính diện tích toàn phần của tứ diện $OAO'B$.

A. $S=\dfrac{4+\sqrt{19}}{2}$ **B.** $S=\dfrac{4+\sqrt{19}}{4}$ **C.** $S=\dfrac{3+\sqrt{19}}{2}$ **D.** $S=\dfrac{1+2\sqrt{19}}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi B' là hình chiếu của B trên mặt phẳng chứa đường tròn (O), khi đó

$(OA,O'B)=(OA,OB')=60^\circ \Rightarrow \Delta AOB'$ là tam giác đều cạnh 1.

Gọi H là là hình chiếu của B' trên OA thì $HB'=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $BH=\frac{\sqrt{19}}{2}$.

Gọi S là diện tích toàn phần của tứ diện $OAO'B$ thì

$$S=S_{\Delta AOO'}+S_{\Delta AO'B}+S_{\Delta AOB}+S_{BOO'}=2\left(S_{\Delta AOO'}+S_{\Delta AOB}\right)=2\left(\frac{1}{2}OA.OO'+\frac{1}{2}OA.BH\right)$$

$$=2\left(\frac{1}{2}.1.2+\frac{1}{2}.1.\frac{\sqrt{19}}{2}\right)=\frac{4+\sqrt{19}}{2}.$$

Câu 195: Một hình trụ có chiều cao gấp 3 lần bán kính đáy, biết rằng thể tích của khối trụ đó bằng 3π đơn vị thể tích. Tính diện tích của thiết diện qua trục của hình trụ?

A. $6\sqrt[3]{9}$. **B.** 3. **C.** $3\sqrt[3]{9}$. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi chiều cao hình trụ là $h \Rightarrow R=\frac{1}{3}h$.

Theo bài ra: $V=h\cdot\pi\cdot\left(\frac{1}{3}h\right)^2=3\pi \Leftrightarrow h=3$.

Diện tích của thiết diện qua trục của hình trụ là $S=h\cdot 2R=6.$.

Câu 196: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AD=6$ và góc CAD bằng 60°. Thể tích của khối trụ là

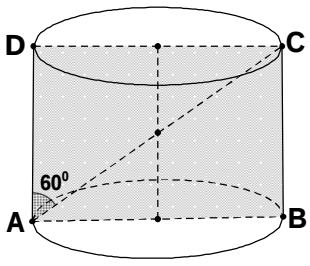
A. 126π.. **B.** 162π. **C.** 24π.. **D.** 112π.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có xét tam giác ACD có:

$\tan\widehat{DAC}=\frac{DC}{AD}\Rightarrow DC=AD.\tan\widehat{DAC}=6.\tan 60^0=6\sqrt{3}$



Vì DC là đường kính của khối trụ nên suy ra bán kính khối trụ là

$R=\frac{1}{2}DC=3\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ diện tích đáy khối trụ là $S=\pi R^2=\pi\left(3\sqrt{3}\right)^2=27\pi$

Suy ra thể tích khối trụ là $V=h.S=6.27\pi=162\pi$.

Câu 197: Biết thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông cạnh a, tính diện tích toàn phần S của hình trụ đó.

A. $S=3\pi a^2$. **B.** $S=\pi a^2$. **C.** $S=\frac{5}{4}\pi a^2$. **D.** $S=\frac{3}{2}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh a nên ta có $R=\frac{h}{2}=\frac{a}{2}$. Vậy

$S=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R(R+h)=\frac{3}{2}\pi a^2$.

Câu 198: Cho hình trụ có trục OO', thiết diện qua trục là một hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của trụ cắt bởi (P).

A. $2a^2\sqrt{3}$. **B.** a^2. **C.** $a^2\sqrt{3}$. **D.** πa^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) song song với trục nên cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật có một kích thước là $2a$. Kích thước còn lại là $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=a\sqrt{3}$, trong đó $r=a$ bán kính đáy và $d=\frac{a}{2}$ là khoảng cách từ trục đến mặt phẳng (P).

Diện tích thiết diện là $2a^2\sqrt{3}$.

Câu 199: Một hình trụ có bán kính đáy $r=5\text{cm}$ và khoảng cách giữa hai đáy $h=7\text{cm}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục 3cm. Diện tích của thiết diện được tạo thành là:

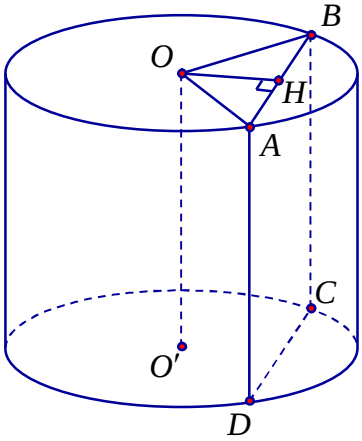
A. $S=46(\text{cm}^2)$. **B.** $S=55(\text{cm}^2)$. **C.** $S=53(\text{cm}^2)$. **D.** $S=56(\text{cm}^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi O,O' là tâm của hai đáy của hình trụ và (P) là mặt phẳng song song với trục và cách trục OO' một khoảng 3cm.

Mp(P) cắt hai hình tròn đáy $(O),(O')$ theo hai dây cung lần lượt là AB,CD và cắt mặt xung quanh theo hai đường sinh là AD,BC. Khi đó $ABCD$ là hình chữ nhật.



Gọi H là trung điểm của AB. Ta có $OH\perp AB;OH\perp AD\Rightarrow OH\perp(ABCD)$

$\Rightarrow d(OO',(P))=d(O,(ABCD))=OH=3\text{cm}$.

Khi đó: $AB=2AH=2\sqrt{OA^2-OH^2}=2\sqrt{5^2-3^2}=8$; $AD=OO'=h=7\text{cm}$.

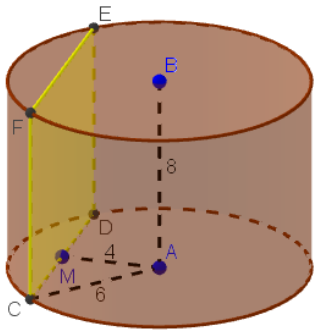
Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là: $S_{ABCD} = AB.AD = 56\left(cm^2\right)$.

Câu 200: Cho một khối trụ có chiều cao $8a$, bán kính đường tròn đáy bằng $6a$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục $4a$. Tính diện tích S của thiết diện được tạo thành.

A. $32\sqrt{5}a^2$. **B.** $16\sqrt{5}a^2$. **C.** $16\sqrt{3}a^2$. **D.** $32\sqrt{3}a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có thiết diện là hình chữ nhật $CDEF$.

M là trung điểm CD nên.

$CM = \sqrt{CA^2 - AM^2} = \sqrt{(8a)^2 - (4a)^2} = 2\sqrt{5}a$.

$\Rightarrow CD = 4\sqrt{5}a$

Diện tích thiết diện là.

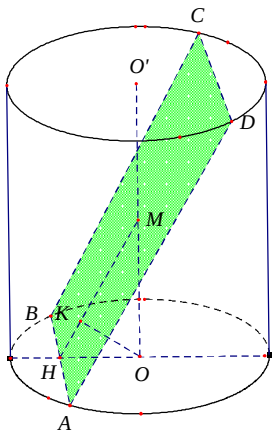
$S_{CDEF} = 8a.4\sqrt{5}a = 32\sqrt{5}a^2$.

Câu 201: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $2R$ và bán kính đáy R. Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc $30°$. Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{2R}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của OO'. Gọi A, B là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường tròn (O) và H là hình chiếu của O trên $AB \Rightarrow AB \perp (MHO)$.

Trong mặt phẳng (MHO) kẻ $OK \perp MH$, $(K \in MH)$ khi đó góc giữa OO' và mặt phẳng (α) là góc $\widehat{OMK} = 30°$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét tam giác vuông MHO ta có $HO = OM\tan 30° = R\tan 30° = \dfrac{R\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông AHO ta có $AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - \dfrac{R^2}{3}} = \dfrac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Do H là trung điểm của AB nên $AB = \dfrac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 202: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích mỗi mặt đáy bằng $S = 9\pi\left(\text{cm}^2\right)$. Tính diện tích xung quanh hình trụ đó.

A. $S_{xq} = 36\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S_{xq} = 18\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S_{xq} = 72\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S_{xq} = 9\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thiết diện qua trục là một hình vuông nên $h = 2r$.

Diện tích đáy $S = 9\pi\left(\text{cm}^2\right) \Leftrightarrow r^2\pi = 9\pi \Leftrightarrow r = 3\left(\text{cm}\right) \Rightarrow h = 6\left(\text{cm}\right)$.

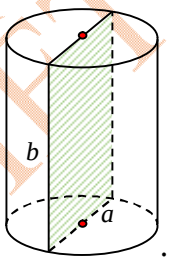
Vậy diện tích xung quanh $S_{xq} = 2r\pi h = 36\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 203: Hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng.

A. πa^3. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $5\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thiết diện qua trục là 1 hình chữ nhật.

Giả sử chiều cao của khối trụ là b..

Theo đề ra $2\left(2a + b\right) = 10a \Rightarrow b = 3a$..

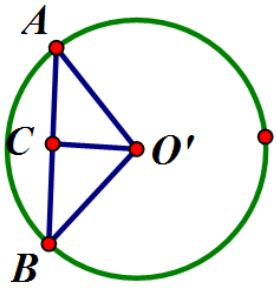
Thể tích khối trụ là $V = S.h = \pi a^2.3a = 3\pi a^3$.

Câu 204: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' và có bán kính $r = 5$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO' = 6$. Gọi (α) là mặt phẳng qua trung điểm của đoạn OO' và tạo với đường thẳng OO' một góc $45°$. Tính diện tích S của thiết diện tạo với mặt phẳng (α) và hình trụ.

A. $S = 36$. **B.** $S = 48\sqrt{2}$. **C.** $S = 24\sqrt{2}$. **D.** $S = 36\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của đoạn OO'.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do $IO' = \frac{1}{2}\cdot 6 = 3$ nên mặt phẳng cắt hình trụ theo một hình chữ nhật.

Ta có $OC = OI'.\tan 45° = 3$; $O'A = r = 5 \Rightarrow AC = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow AB = 8$ Nên chiều rộng của nó là $AB = 8$.

Chiều dài của hình chữ nhật là: $2IC = 2\sqrt{O'C^2 + O'I^2} = 2\sqrt{3^2 + 3^2} = 6\sqrt{2}$.

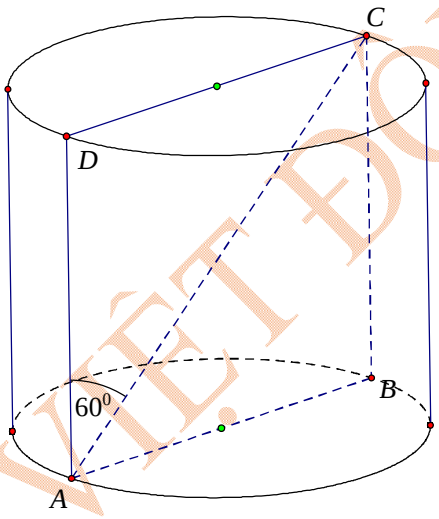
Vậy diện tích là: $6\sqrt{2}.8 = 48\sqrt{2}$.

Câu 205: Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD = a\sqrt{2}$, $\widehat{DAC} = 60^\circ$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên tam giác ADC vuông tại D và $BD = AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông ADC có

$\sin\widehat{DAC} = \frac{DC}{AC} \Leftrightarrow DC = AC\sin\widehat{DAC} \Leftrightarrow DC = a\sqrt{2}.\sin 60° \Leftrightarrow DC = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow$ bán kính mặt đáy của hình trụ là $r = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

$\cos\widehat{DAC} = \frac{AD}{AC} \Leftrightarrow AD = AC\cos\widehat{DAC} \Leftrightarrow AD = a\sqrt{2}\cos 60° \Leftrightarrow AD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ chiều cao của hình trụ là $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi\left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2 \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: HÌNH TRỤ NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP KHỐI LĂNG TRỤ

Câu 206: Một hình trụ có bán kính đáy là R, thiết diện qua trục là một hình vuông. Thể tích của hình lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ đã cho là

A. $4\sqrt{2}R^3$. **B.** $8R^3$. **C.** $4R^3$. **D.** $2R^3$.

Câu 207: Cho hình lập phương (H) có cạnh bằng a. Hình trụ có hai đường tròn đáy nội tiếp hai đáy của (H) có diện tích xung quanh là:

A. $\frac{3\pi a^2}{4}$ **B.** $\frac{\pi a^2}{2}$ **C.** πa^2 **D.** $\frac{\pi a^2}{3}$

Câu 208: Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

A. $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{6}$ **B.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{\pi}{2}$ **C.** $\frac{S_2}{S_1}=\pi$ **D.** $\frac{S_2}{S_1}=\frac{1}{2}$

Câu 209: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh a. Diện tích xung quanh hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiếu cao tứ diện $ABCD$ là:

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 210: Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện đi qua trục là hình vuông. Tính thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $V=2R^3$. **B.** $V=5R^3$. **C.** $V=3R^3$. **D.** $V=4R^3$.

Câu 211: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V=\frac{\pi a^2 h}{9}$. **B.** $V=\frac{\pi a^2 h}{3}$. **C.** $V=3\pi a^2 h$. **D.** $V=\frac{\pi a^2 h}{9}$.

Câu 212: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA'=2a$. Tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này là

A. $6\pi a^3$ **B.** $4\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 213: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

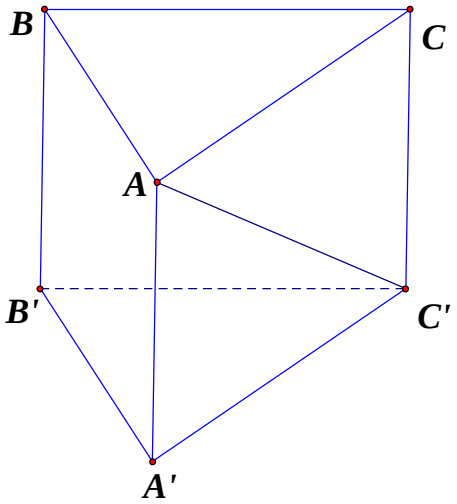
A. $V=24\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=36\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=27\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=81\sqrt{3}a^3$.

Câu 214: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $45°$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 215: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $4\pi a^3$. **B.** $3\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 216: Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay ngoại tiếp một hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đáy bằng 1.

A. $S_{xq}=\pi\sqrt{3}.$ **B.** $S_{xq}=\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{3}\cdot.$ **C.** $S_{xq}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\cdot$ **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi}{3}\cdot.$

Câu 217: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{\pi a^2h}{3}$. **B.** $V=3\pi a^2h$. **C.** $V=\pi a^2h$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^2h}{9}$.

Câu 218: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a, chiều cao là h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

A. $V=\pi a^2h$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^2h}{9}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^2h}{3}$. **D.** $V=3\pi a^2h$.

Câu 219: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S.

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** πa^2. **C.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **D.** $\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 220: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2}\,cm$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song AB, $A'B'$ mà $AB=A'B'=6\,cm$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng $60\,cm^2$. Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. $5\sqrt{2}\,cm$ **B.** $5\,cm$ **C.** $3\sqrt{2}\,cm$ **D.** $4\,cm$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: HÌNH TRỤ NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP KHỐI LĂNG TRỤ

Câu 206: Một hình trụ có bán kính đáy là R, thiết diện qua trục là một hình vuông. Thể tích của hình lăng trụ tứ giác đều nội tiếp trong hình trụ đã cho là

A. $4\sqrt{2}R^3$. **B.** $8R^3$. **C.** $4R^3$. **D.** $2R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Do thiết diện qua trục là hình vuông nên chiều cao của hình trụ là $2R$.

Hình vuông nội tiếp đường tròn đáy có cạnh là $R\sqrt{2}$, do đó có diện tích $2R^2$.

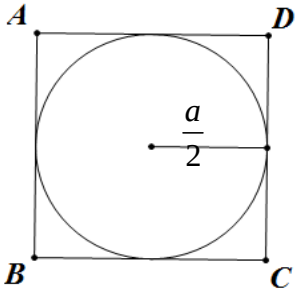
Thể tích cần tìm là $4R^3$.

Câu 207: Cho hình lập phương (H) có cạnh bằng a. Hình trụ có hai đường tròn đáy nội tiếp hai đáy của (H) có diện tích xung quanh là:

A. $\frac{3\pi a^2}{4}$ **B.** $\frac{\pi a^2}{2}$ **C.** πa^2 **D.** $\frac{\pi a^2}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $V = 2\pi rl = 2\pi \frac{a}{2} a = \pi a^2$.

Câu 208: Cho lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$ **B.** $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{2}$ **C.** $\frac{S_2}{S_1} = \pi$ **D.** $\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $S_1 = 6a^2$, $S_2 = 2\pi rh = \pi a^2$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{6a^2}{\pi a^2} = \frac{6}{\pi} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$

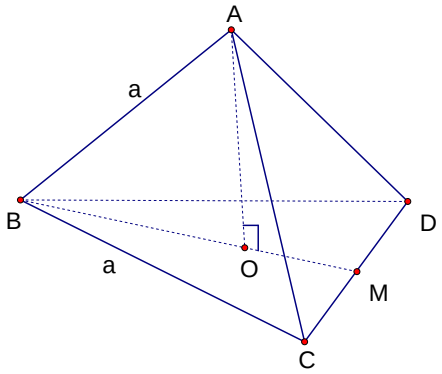
Câu 209: Cho tứ diện $ABCD$ cạnh a. Diện tích xung quanh hình trụ có đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và có chiều cao bằng chiều cao tứ diện $ABCD$ là:

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$ **B.** $\frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $R = OB = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{2}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$l = OA = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

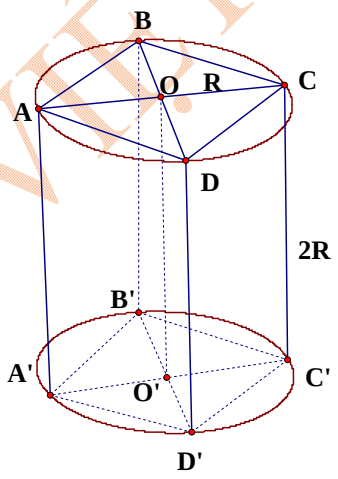
Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \frac{a\sqrt{3}}{3}\frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{2\pi a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 210: Một hình trụ có bán kính đáy bằng R và thiết diện đi qua trục là hình vuông. Tính thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $V = 2R^3$. **B.** $V = 5R^3$. **C.** $V = 3R^3$. **D.** $V = 4R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Do thiết diện quẻntục là hình vuông nên đường sinh của hình trụ là: $l = 2R = h$.

Do lăng trụ tứ giác đều nội tiếp hình trụ, nên đáy của lăng trụ là hình vuông có đường chéo:

$AC = 2R = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = R\sqrt{2} \Rightarrow V_{LT} = Bh = \left(R\sqrt{2}\right)^2 2R = 4R^3$.

Câu 211: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$. **B.** $V = \frac{\pi a^2 h}{3}$. **C.** $V = 3\pi a^2 h$. **D.** $V = \frac{\pi a^2 h}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh a là $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao khối trụ bằng chiều cao khối lăng trụ bằng h.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Thể tích khối trụ là: $V=\pi R^2h\Rightarrow V=\pi\left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2h=\frac{\pi a^2h}{3}$.

Câu 212: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên $AA'=2a$. Tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ này là

A. $6\pi a^3$ **B.** $4\pi a^3$. **C.** $8\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V=\pi r^2h$ trong đó $r=AI=\frac{BC}{2}=a\sqrt{3}$ và $h=AA'=2a$.

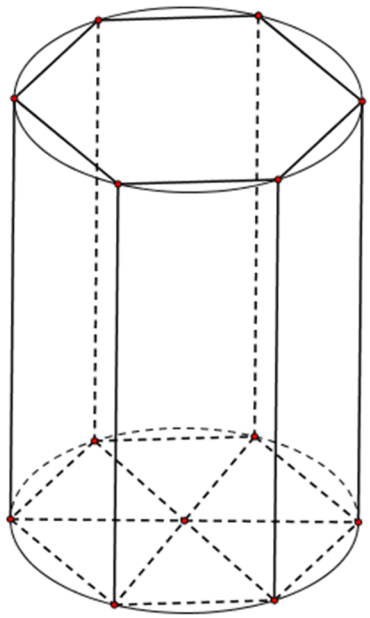
Vậy $V=\pi\left(a\sqrt{3}\right)^2 2a=6\pi a^3$.

Câu 213: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $V=24\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=36\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=27\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=81\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq}=2\pi rl=2\pi r.2r=36\pi a^2\Rightarrow r=3a$

Lăng trụ lục giác đều có đường cao $h=l=6a$

Lục giác đều nội tiếp đường tròn có cạnh bằng bán kính của đường tròn

Suy ra diện tích lục giác đều $S=6.\frac{(3a)^2\sqrt{3}}{4}=\frac{27a^2\sqrt{3}}{2}$.

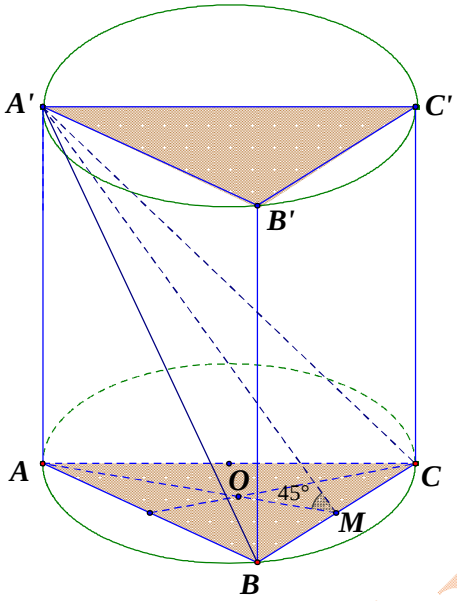
Vậy thể tích $V=S.h=81\sqrt{3}a^3$.

Câu 214: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $45°$, diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC. Khi đó ta có $BC \perp AM$, $BC \perp A'M$

Suy ra: $\left((A'BC),(ABC)\right) = \widehat{A'MA} = 45° \Rightarrow A'A = AM$. Gọi O là trọng tâm tam giác ABC.

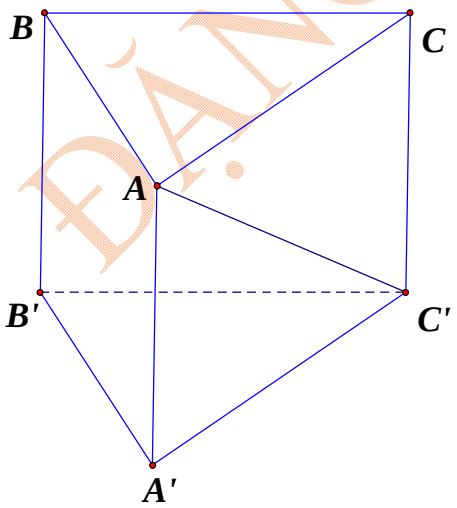
Đặt $BC = x$, $x > 0$. Ta có $AM = A'A = \dfrac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'M = \dfrac{x\sqrt{6}}{2}$.

Nên $S_{\Delta A'BC} = \dfrac{1}{2}.A'M.BC = \dfrac{x^2\sqrt{6}}{4} = a^2\sqrt{6} \Rightarrow x = 2a$.

Khi đó: $AO = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3}.\dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$ và $A'A = a\sqrt{3}$.

Suy ra diện tích xung quang khối trụ là: $S_{xq} = 2\pi.OA.A'A = 2\pi.\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}.a\sqrt{3} = 4\pi a^2$.

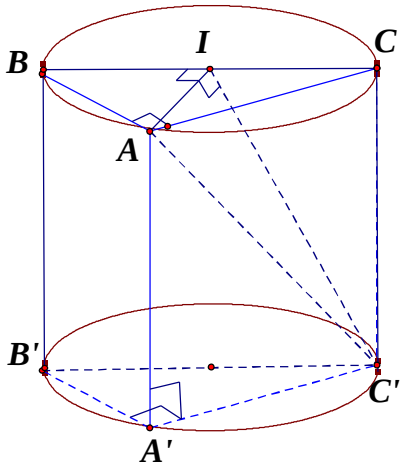
Câu 215: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30° (tham khảo hình vẽ). Thể tích của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng



A. $4\pi a^3$. **B.** $3\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi bán kính của hình trụ là R.

Ta có: $CC' \perp (ABC) \Rightarrow CC' \perp AI$.

Lại có tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A nên $AI \perp BC$ do đó $AI \perp (BCC'B')$ hay góc giữa AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ là $\widehat{IC'A}$.

Xét tam giác AIC' ta có: $IC' = \dfrac{AI}{\tan \widehat{IC'A}} = R\sqrt{3}$.

Xét tam giác CIC' ta có: $IC'^2 = IC^2 + CC'^2 \Leftrightarrow 3R^2 = R^2 + 4a^2 \Rightarrow R = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối trụ ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = \pi R^2.h = 4\pi a^3$.

Câu 216: Tính diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay ngoại tiếp một hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đáy bằng 1.

A. $S_{xq} = \pi\sqrt{3}.$ **B.** $S_{xq} = \dfrac{2\pi\sqrt{3}}{3}.$ **C.** $S_{xq} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}.$ **D.** $S_{xq} = \dfrac{\pi}{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Bán kính đường tròn đáy của hình trụ:

$R = \dfrac{2}{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}.$

Diện tích xung quanh của hình trụ:

$S_{xq} = 2\pi Rl = \dfrac{2\pi\sqrt{3}}{3}.$

Câu 217: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{\pi a^2 h}{3}.$ **B.** $V = 3\pi a^2 h.$ **C.** $V = \pi a^2 h.$ **D.** $V = \dfrac{\pi a^2 h}{9}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối trụ ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có hình tròn đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác đáy của lăng trụ, và chiều cao bằng chiều cao lăng trụ.

Tam giác đều cạnh a có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = h.S = h.\pi.\left(\dfrac{\sqrt{3}a}{3}\right)^2 = \dfrac{\pi a^2 h}{3}$ (đvtt).

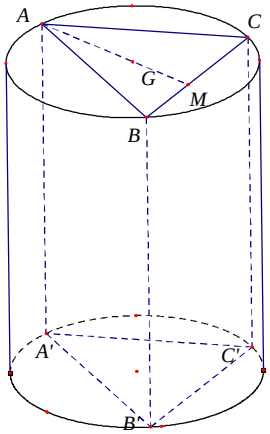
Câu 218: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a, chiều cao là

h. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ.

A. $V=\pi a^2 h$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **D.** $V=3\pi a^2 h$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Do ABC là tam giác đều nên G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $AG=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ là $V=\pi R^2 h=\dfrac{\pi a^2 h}{3}$.

Câu 219: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi S là diện tích xung quanh của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tính S.

A. $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** πa^2. **C.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **D.** $\pi a^2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo đề bài, ta suy ra hình trụ có

- Độ dài đường sinh $l=AA'=a$.
- Bán kính đáy $R=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S=2\pi Rl=2\pi.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a=\pi a^2\sqrt{2}$.

Câu 220: Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2}\,cm$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song AB, $A'B'$ mà $AB=A'B'=6\,cm$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng $60\,cm^2$. Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. $5\sqrt{2}\,cm$ **B.** $5\,cm$ **C.** $3\sqrt{2}\,cm$ **D.** $4\,cm$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi O, O' là tâm các đáy hình trụ (hình vẽ).

Vì $AB=A'B'$ nên $(ABB'A')$ đi qua trung điểm của đoạn OO' và $ABB'A'$ là hình chữ nhật.

Ta có $S_{ABB'A'}=AB.AA'\Leftrightarrow 60=6.AA'\Rightarrow AA'=10(cm)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

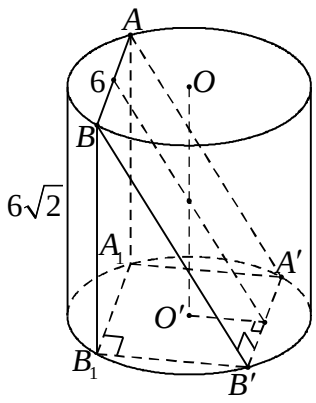
Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt đáy chứa A' và B'

$\Rightarrow A'B'B_1A_1$ là hình chữ nhật có $A'B' = 6(cm)$,

$B_1B' = \sqrt{BB'^2 - BB_1^2} = \sqrt{10^2 - \left(6\sqrt{2}\right)^2} = 2\sqrt{7}\,(cm)$

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ, ta có

$2R = A'B_1 = \sqrt{B_1B'^2 + A'B'^2} = 8 \Rightarrow R = 4(cm)$.



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

MẶT CẦU, KHỐI CẦU

A – KIẾN THỨC CHUNG

1/ Định nghĩa

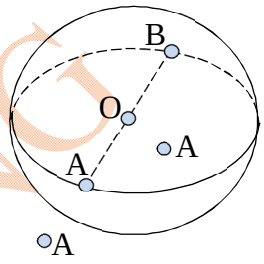
Tập hợp các điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng R gọi là mặt cầu tâm O, bán kính R, kí hiệu là: $S(O;\mathrm{R})$. Khi đó $S(O;\mathrm{R})=\{M \mid OM=R\}$

2/ Vị trí tương đối của một điểm đối với mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O;\mathrm{R})$ và một điểm A bất kì, khi đó:

- ✧ Nếu $OA=\mathrm{R} \Leftrightarrow A\in S(O;\mathrm{R})$. Khi đó OA gọi là bán kính mặt cầu. Nếu OA và OB là hai bán kính sao cho $\overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{OB}$ thì đoạn thẳng AB gọi là một đường kính của mặt cầu.
- ✧ Nếu $OA<\mathrm{R} \Leftrightarrow A$ nằm trong mặt cầu.
- ✧ Nếu $OA>\mathrm{R} \Leftrightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu.

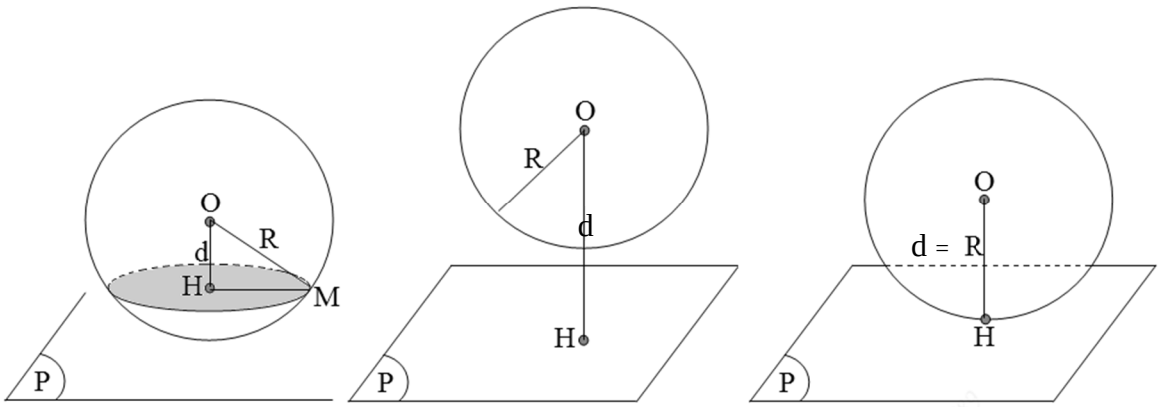
$\Rightarrow$ Khối cầu $S(O;\mathrm{R})$ là tập hợp tất cả các điểm M sao cho $OM\le \mathrm{R}$.



3/ Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O;\mathrm{R})$ và một $mp(P)$. Gọi d là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến $mp(P)$ và H là hình chiếu của O trên $mp(P)\Rightarrow d=OH$.

- ✧ Nếu $d<R \Leftrightarrow mp(P)$ cắt mặt cầu $S(O;\mathrm{R})$ theo giao tuyến là đường tròn nằm trên $mp(P)$ có tâm là H và bán kính $r=HM=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{R^2-OH^2}$ (hình a).
- ✧ Nếu $d>R \Leftrightarrow mp(P)$ không cắt mặt cầu $S(O;\mathrm{R})$ (hình b).
- ✧ Nếu $d=R \Leftrightarrow mp(P)$ có một điểm chung duy nhất. Ta nói mặt cầu $S(O;\mathrm{R})$ tiếp xúc $mp(P)$. Do đó, điều kiện cần và đủ để $mp(P)$ tiếp xúc với mặt cầu $S(O;\mathrm{R})$ là $d(O,(P))=R$ (hình c).



Hình a Hình b Hình c

4/ Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(O;\mathrm{R})$ và một đường thẳng Δ. Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng Δ và $d=OH$ là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu đến đường thẳng Δ. Khi đó:

- ✧ Nếu $d>R \Leftrightarrow \Delta$ không cắt mặt cầu $S(O;\mathrm{R})$.

✧ Nếu $d < R \Leftrightarrow \Delta$ cắt mặt cầu $S(O;R)$ tại hai điểm phân biệt.

✧ Nếu $d = R \Leftrightarrow \Delta$ và mặt cầu tiếp xúc nhau (tại một điểm duy nhất). Do đó: điều kiện cần và đủ để đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu là $d = d(O,\Delta) = R$.

Định lí: Nếu điểm A nằm ngoài mặt cầu $S(O;R)$ thì:

✧ Qua A có vô số tiếp tuyến với mặt cầu $S(O;R)$.

✧ Độ dài đoạn thẳng nối A với các tiếp điểm đều bằng nhau.

✧ Tập hợp các điểm này là một đường tròn nằm trên mặt cầu $S(O;R)$.

5/ Diện tích và thể tích mặt cầu

• Diện tích mặt cầu: $\boxed{S_C = 4\pi R^2}$. • Thể tích mặt cầu: $\boxed{V_C = \frac{4}{3}\pi R^3}$.

***MẶT CẦU NGOẠI TIẾP KHỐI ĐA DIỆN**

1/ Các khái niệm cơ bản

✧ **Trục của đa giác đáy**: là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp của đa giác đáy và vuông góc với mặt phẳng chứa đa giác đáy.

$\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên trục của đa giác thì cách đều các đỉnh của đa giác đó.

✧ **Đường trung trực của đoạn thẳng**: là đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.

$\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên đường trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.

✧ **Mặt trung trực của đoạn thẳng**: là mặt phẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng và vuông góc với đoạn thẳng đó.

$\Rightarrow$ Bất kì một điểm nào nằm trên mặt trung trực thì cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng.

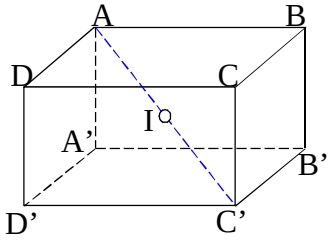
2/ Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

✧ **Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp**: là điểm cách đều các đỉnh của hình chóp. Hay nói cách khác, nó chính là giao điểm I của trục *đường tròn ngoại tiếp mặt phẳng đáy* và *mặt phẳng trung trực của một cạnh bên* hình chóp.

✧ **Bán kính**: là khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.

3/ Cách xác định tâm và bán kính mặt cầu của một số hình đa diện cơ bản

a/ Hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

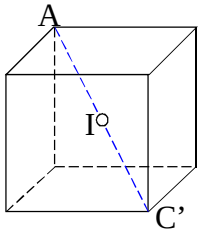


- **Tâm**: trùng với tâm đối xứng của hình hộp chữ nhật (hình lập phương).

$\Rightarrow$ Tâm là I, là trung điểm của AC'.

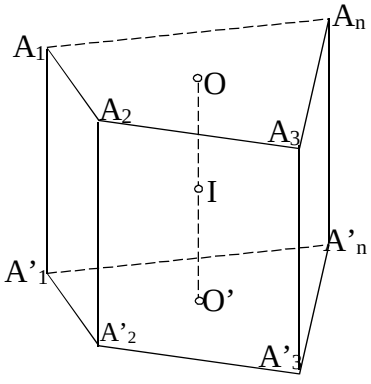
- **Bán kính**: bằng nửa độ dài đường chéo hình hộp chữ nhật (hình lập phương).

$\Rightarrow$ Bán kính: $R = \frac{AC'}{2}$.



b/ Hình lăng trụ đứng có đáy nội tiếp đường tròn.

Xét hình lăng trụ đứng $A_1A_2A_3...A_n.A_1'A_2'A_3'...A_n'$, trong đó có 2 đáy $A_1A_2A_3...A_n$ và $A_1'A_2'A_3'...A_n'$ nội tiếp đường tròn (O) và (O'). Lúc đó, mặt cầu nội tiếp hình lăng trụ đứng có:

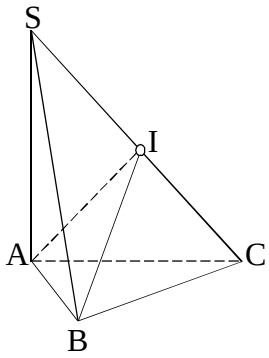


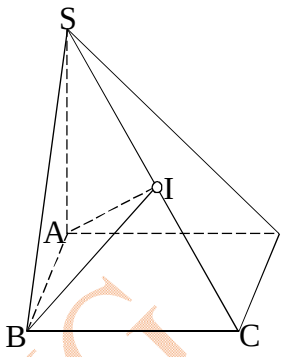
- **Tâm**: I với I là trung điểm của OO'.

- **Bán kính**: $R = IA_1 = IA_2 = ... = IA_n'$.

c/ Hình chóp có các đỉnh nhìn đoạn thẳng nối 2 đỉnh còn lại dưới 1 góc vuông.

- Hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^0$.
  + Tâm: I là trung điểm của SC.
  + Bán kính: $R = \dfrac{SC}{2} = IA = IB = IC$.



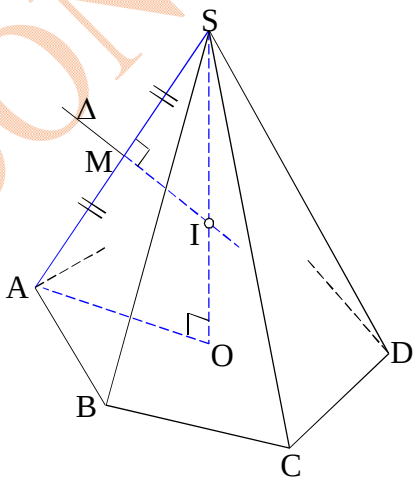


- Hình chóp $S.ABCD$ có
  $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^0$.
  + Tâm: I là trung điểm của SC.
  + Bán kính: $R = \dfrac{SC}{2} = IA = IB = IC = ID$.

d/ Hình chóp đều.

Cho hình chóp đều $S.ABC...$

- Gọi O là tâm của đáy $\Rightarrow SO$ là trục của đáy.
- Trong mặt phẳng xác định bởi SO và một cạnh bên, chẳng hạn như $mp(SAO)$, ta vẽ đường trung trực của cạnh SA là Δ cắt SA tại M và cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu.



- Bán kính:

Ta có: $\Delta SMI \sim \Delta SOA \Rightarrow \dfrac{SM}{SO} = \dfrac{SI}{SA} \Rightarrow$ Bán kính là:

$$R = IS = \frac{SM.SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = IA = IB = IC = ...$$

e/ Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy.

Cho hình chóp $S.ABC...$ có cạnh bên $SA \perp$ đáy $(ABC...)$ và đáy $ABC...$ nội tiếp được trong đường tròn tâm O. Tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC...$ được xác định như sau:

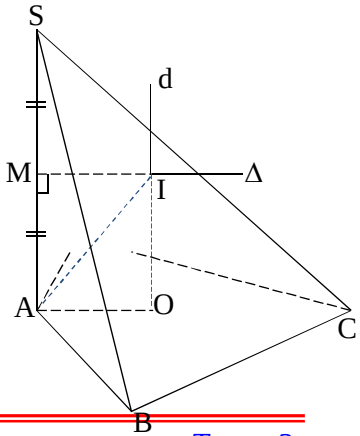
- Từ tâm O ngoại tiếp của đường tròn đáy, ta vẽ đường thẳng d vuông góc với $mp(ABC...)$ tại O.
- Trong $mp(d, SA)$, ta dựng đường trung trực Δ của cạnh SA, cắt SA tại M, cắt d tại I.

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp
và bán kính $R = IA = IB = IC = IS = ...$

- Tìm bán kính:

Ta có: $MIOB$ là hình chữ nhật.
Xét ΔMAI vuông tại M có:

$$R = AI = \sqrt{MI^2 + MA^2} = \sqrt{AO^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2}.$$



f/ Hình chóp khác.

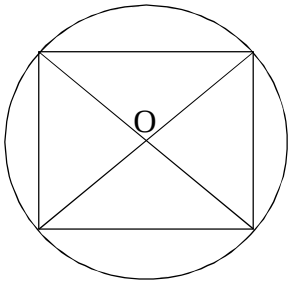
- Dựng trục Δ của đáy.
- Dựng mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên bất kì.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

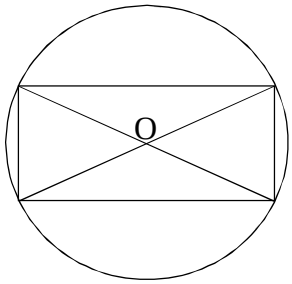
- $(\alpha)\cap\Delta = I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- Bán kính: khoảng cách từ I đến các đỉnh của hình chóp.

g/ Đường tròn ngoại tiếp một số đa giác thường gặp.

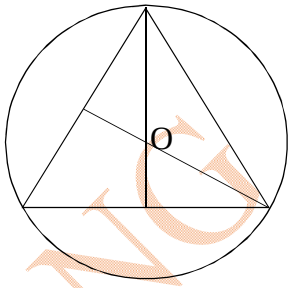
Khi xác định tâm mặt cầu, ta cần xác định trục của mặt phẳng đáy, đó chính là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đáy tại tâm O của đường tròn ngoại tiếp đáy. Do đó, việc xác định tâm ngoại O là yếu tố rất quan trọng của bài toán.



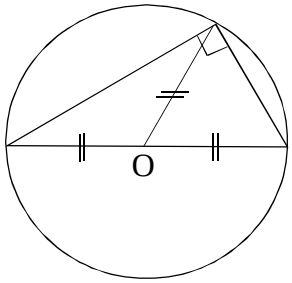
Hình vuông: O là giao điểm 2 đường chéo.



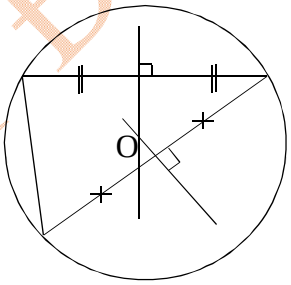
Hình chữ nhật: O là giao điểm của hai đường chéo.



Δ đều: O là giao điểm của 2 đường trung tuyến (trọng



Δ vuông: O là trung điểm của cạnh huyền.



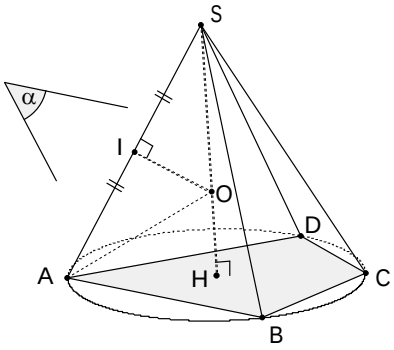
Δ thường: O là giao điểm của hai đường trung trực của hai

KỸ THUẬT XÁC ĐỊNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP.

Cho hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ (thoả mãn điều kiện tồn tại mặt cầu ngoại tiếp). *Thông thường, để xác định mặt cầu ngoại tiếp hình chóp ta thực hiện theo hai bước:*

Bước 1: Xác định tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy. Dựng Δ : trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Bước 2: Lập mặt phẳng trung trực (α) của một cạnh bên.



Lúc đó :

- Tâm O của mặt cầu: $\Delta\cap \text{mp}(\alpha) = \{O\}$
- Bán kính: $R = SA(= SO)$. Tuỳ vào từng trường hợp.

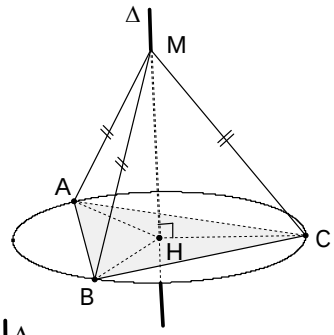
Lưu ý: Kỹ năng xác định trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

1. Trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy: là đường thẳng đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đáy và vuông góc với mặt phẳng đáy.

Tính chất: $\forall M \in \Delta:\ MA = MB = MC$

Suy ra: $MA = MB = MC \Leftrightarrow M \in \Delta$



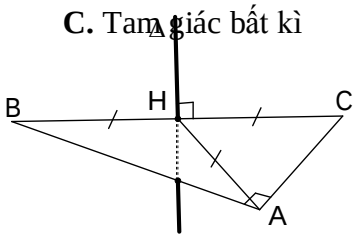
2. Các bước xác định trục:

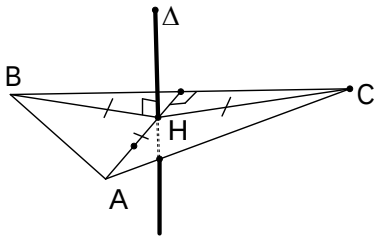
- Bước 1: Xác định tâm H của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.
- Bước 2: Qua H dựng Δ vuông góc với mặt phẳng đáy.

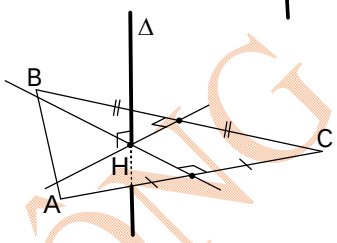
VD: *Một số trường hợp đặc biệt*

A. Tam giác vuông **B.** Tam giác đều

C. Tam giác bất kì

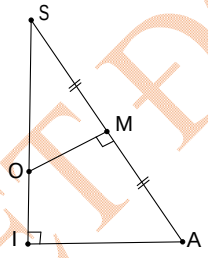






3. **Lưu ý:** *Kỹ năng tam giác đồng dạng*

ΔSMO đồng dạng với $\Delta SIA \Rightarrow \dfrac{SO}{SA} = \dfrac{SM}{SI}$.



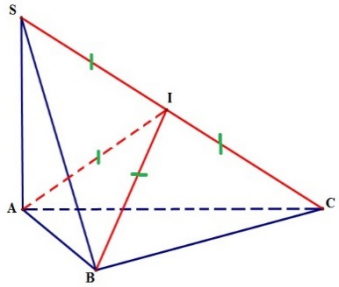
4. **Nhận xét quan trọng**:

$$\exists M, S: \begin{cases} MA = MB = MC \\ SA = SB = SC \end{cases} \Rightarrow \text{SM là trục đường tròn ngoại tiếp } \Delta ABC.$$

5. Ví dụ: Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp

Dạng 1: Chóp có các điểm cùng nhìn một đoạn dưới một góc vuông.

Ví dụ: *Cho* $S.ABC: \begin{cases} SA \perp (ABC) \\ \Delta ABC \perp B \end{cases}$. *Theo đề bài:* $\begin{cases} BC \perp AB\,(gt) \\ BC \perp SA\ (SA \perp (ABC)) \end{cases}$



$\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Ta có B và A nhìn SC dưới một góc vuông

$\Rightarrow$ *nên B và A cùng nằm trên một mặt cầu có đường kính là* ***SC.***

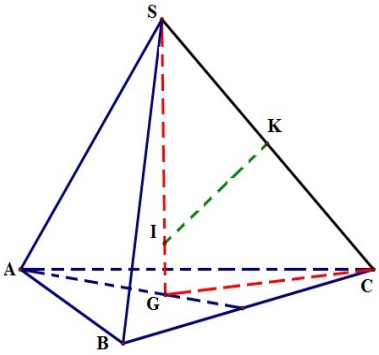
Gọi I là trung điểm SC $\Rightarrow$ *I là tâm MCNT khối chóp S.ABC và bán kính* $R = SI$.

Dạng 2: Chóp có các cạnh bên bằng nhau.

Ví dụ: *Cho hình chóp tam giác đều S.ABC.*

+ Vẽ $SG \perp (ABC)$ *thì G là tâm đường tròn ngoại tiếp* ΔABC.

+ Trên mặt phẳng (SGC), *vẽ đường trung trực của SC, đường này cắt SG tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp S.ABC và bán kính* $R = IS$.



+ Ta có $\Delta SGC \sim \Delta SKI\ (g-g) \Rightarrow \dfrac{SG}{SK} = \dfrac{SC}{SI} \Rightarrow \boxed{R = \dfrac{SC.SK}{SG} = \dfrac{SC^2}{2SG}}$

Dạng 3: Chóp có một mặt bên vuông góc với đáy.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

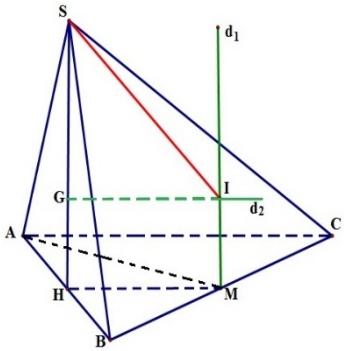
Ví dụ: *Cho hình chóp* $S.ABC$ *có đáy* ABC *là tam giác vuông tại* A. *Mặt bên* $(SAB)\perp(ABC)$ *và* ΔSAB *đều. Gọi* H, M *lần lượt là trung điểm của* AB, AC.

Ta có M *là tâm đường tròn ngoại tiếp* ΔABC *(do* $MA=MB=MC$*).*

Dựng d_1 *là trục đường tròn ngoại tiếp* ΔABC *(*d_1 *qua* M *và song song* SH*).*

Gọi G *là tâm đường tròn ngoại tiếp* ΔSAB *và* d_2 *là trục đường tròn ngoại tiếp* ΔSAB, d_2 *cắt* d_1 *tại* $I \Rightarrow I$ *là tâm* ***mặt cầu ngoại tiếp*** *khối chóp* $S.ABC$

$\Rightarrow$ *Bán kính* $R=SI$. *Xét* $\Delta SGI \to SI=\sqrt{GI^2+SG^2}$.



B – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1: TÍNH BÁN KÍNH KHỐI CẦU

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$ và 3 cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc. Xác định bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$. **B.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{4}$.

.

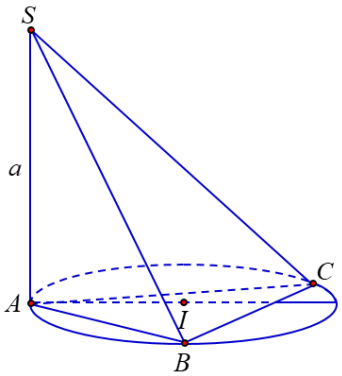
Câu 2. Một khối cầu có thể tích bằng $\dfrac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

A. $R=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $R=2$ **C.** $R=32$ **D.** $R=4$

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt cầu và DA, DB, DC đôi một vuông góc, G là trọng tâm tam giác ABC, D' là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DD'}=3\overrightarrow{DG}$. Một đường kính của mặt cầu đó là

A. DD'. **B.** BC. **C.** AB. **D.** AC.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Đáy ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.



A. $a\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác OAB cân tại O, $OA=OB=2a$, $\widehat{AOB}=120°$. Trên đường thẳng vuông góc với (P) tại O lấy hai điểm C, D nằm về hai phía của mặt phẳng (P) sao cho tam giác ABC vuông tại C và tam giác ABD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc mặt phẳng (ABC); tam giác ABC vuông tại B. Biết $SA=2a$, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Khi đó bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là.

A. $2a$. **B.** $2a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 7. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD}=60°$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với $(ABCD)$ góc 45°. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** 2π. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hỏi bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $R=\frac{\sqrt{11}}{4}$. **B.** $R=\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $R=\frac{\sqrt{7}}{4}$. **D.** $R=\frac{\sqrt{21}}{6}$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB=AA'=a, AC=2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 10. Cho hình chóp $SABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Xác định bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{4}}{2}$.

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mỗi cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{3a}{5}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=4$, đường cao $SH=3$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $r=2$. **B.** $r=\frac{7}{3}$. **C.** $r=\frac{8}{3}$. **D.** $r=3$.

Câu 13. Cho tứ diện $SABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=3$, $BC=4$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) và SC hợp với (ABC) góc 45°. Thể tích hình cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ là:

A. $V=\frac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\frac{125\pi\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\frac{5\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Kẻ $EK\perp SD$ tại K. Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K là:

A. $R=\frac{1}{2}a$. **B.** $R=\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $R=a$. **D.** $R=\frac{\sqrt{6}}{2}a$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA\perp(ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A, $SA=BC=2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=2a, AA'=3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$

A. $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 18. Tính bán kính r của khối cầu có thể tích là $V=36\pi(\text{cm}^3)$.

A. $r=3(\text{cm})$. **B.** $r=6(\text{cm})$. **C.** $r=4(\text{cm})$. **D.** $r=9(\text{cm})$.

Câu 19. Một hình hộp hình chữ nhật nội tiếp mặt cầu và có ba kích thước là a, b, c. Tính bán kính của mặt cầu.

A. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **B.** $\sqrt{2\left(a^2+b^2+c^2\right)}$.

C. $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 20. Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

A. $2\sqrt{2}$ **B.** 4 **C.** 2 **D.** $4\sqrt{2}$

Câu 21. Tính bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a.

A. $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{2}$.

Câu 22. Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi\ (\text{cm}^2)$ thì có bán kính là:

A. $\sqrt{5}\,\text{cm}$. **B.** $4\,\text{cm}$. **C.** $5\,\text{cm}$. **D.** $3\,\text{cm}$.

Câu 23. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh $SA=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua C. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$..

A. $R=\dfrac{a\sqrt{39}}{7}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{37}}{6}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{35}}{7}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{39}}{7}$.

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Biết $SA=a$ và $\widehat{ASB}=90^o$. Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $R=a\sqrt{3}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh 1, tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

A. $R=\dfrac{5\sqrt{3}}{12}$. **B.** $R=\dfrac{\sqrt{93}}{12}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{37}}{6}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{29}}{8}$.

Câu 26. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC từng đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=6$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $R=3\sqrt{3}$. **B.** $R=2$. **C.** $R=3$. **D.** $R=4\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=4$, đường cao $SH=3$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $r=2$. **B.** $r=\frac{7}{3}$. **C.** $r=\frac{8}{3}$. **D.** $r=3$.

Câu 28. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trong (P), xét đường tròn (C) đường kính BC. Tính bán kính của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB=a\sqrt{2}$, $BC=a$, $SC=2a$ và $\widehat{SCA}=30°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

A. $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R=a$. **C.** $R=\frac{a}{2}$. d **D.** $R=a\sqrt{3}$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=SD=\sqrt{5}$, $ABCD$ nội tiếp đường tròn có bán kính $r=1$. Mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ có bán kính là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $SB=a\sqrt{3}$. Khi đó bán kính mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (SBD) là:

A. $R=a\sqrt{\frac{2}{5}}$. **B.** $R=a$. **C.** $R=a\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $R=a\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R=2\sqrt{3}a$. **B.** $R=\sqrt{3}a$. **C.** $R=\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $R=a$.

Câu 33. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB=AC=a, BC=\sqrt{3}a$. Cạnh bên $AA'=2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ bằng

A. a. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\sqrt{5}a$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Câu 34.-2017] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=4$, đường cao SH = 3 Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

A. $r=3$. **B.** $r=2$. **C.** $r=\frac{8}{3}$. **D.** $r=\frac{7}{3}$.

Câu 35. Bán kính hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a là.

A. $\frac{\sqrt{2a}}{2}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Cho quả địa cầu có độ dài đường kinh tuyến 30° Đông là 40π (cm). Độ dài đường xích đạo là:

A. $40\sqrt{3}\pi$ (cm). **B.** 40π (cm). **C.** 80π (cm). **D.** $\frac{80\pi}{\sqrt{3}}$ (cm).

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, DC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.DMN$.

A. $R=\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{102}}{6}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{31}}{4}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{39}}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 38. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Gọi h là chiều cao của khối chóp và R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp. Tỉ số $\frac{R}{h}$ bằng:

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7}{12}$ **D.** $\frac{7}{24}$.

Câu 39. - 2017] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng x. Mặt cầu tiếp xúc với 6cạnh của tứ diện đều $ABCD$ có bán kính bằng.

A. $\frac{3x\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{x\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{3x\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3x\sqrt{2}}{6}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=a;\ AB=BC=2a;\ \widehat{ABC}=120^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{a\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{17}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{17}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{17}}{5}$.

Câu 41. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $6cm$ và $SA=SB=SC=4\sqrt{3}(cm)$.Gọi D là điểm đối xứng của B qua C. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABD$ bằng

A. $5cm$. **B.** $3\sqrt{2}cm$. **C.** $\sqrt{26}cm$. **D.** $\sqrt{37}cm$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA=BC=3$. Cạnh bên $SA=6$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là?

A. 9. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

DẠNG 2: TÍNH DIỆN TÍCH MẶT CẦU

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC=2a\sqrt{2}$, $\cos\widehat{ACB}=\frac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S=\frac{65\pi a^2}{4}$. **B.** $S=13\pi a^2$. **C.** $S=\frac{97\pi a^2}{4}$. **D.** $S=4\pi a^2$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=\sqrt{3}a$, $AD=a$, ΔSAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=5\pi a^2$. **B.** $S=10\pi a^2$. **C.** $S=4\pi a^2$. **D.** $S=2\pi a^2$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $2\pi a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 47. Cắt hình nón đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng đi qua trục SO của nó ta được một tam giác vuông cân có cạnh bên độ dài bằng a. Tính diện tích của mặt cầu nội tiếp hình nón đã cho.

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{4}{3}\pi a^2$. **C.** $2\pi\left(3+2\sqrt{2}\right)a^2$. **D.** $2\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)a^2$

.

Câu 48. Một mặt cầu (S) có độ dài bán kính bằng $2a$. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu (S).

A. $S_{mc}=\dfrac{16\pi}{3}a^2$. **B.** $S_{mc}=4a^2\pi$. **C.** $S_{mc}=8a^2\pi$. **D.** $S_{mc}=16a^2\pi$.

Câu 49. Biết rằng khi quay 1 đường tròn có bán kính bằng 1 quay quanh một đường kính của nó ta được 1 mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu đó.

A. 2π. **B.** π. **C.** 4π. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi$.

Câu 50. Diện tích mặt cầu bán kính $2r$ là.

A. $4\pi r^2$. **B.** $8\pi r^2$. **C.** $16\pi r^2$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 51. Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $1\,cm$ có diện tích bằng.

A. $\dfrac{4\pi}{3}\,cm^2$. **B.** $1\,cm^2$. **C.** $3\pi\,cm^2$. **D.** $12\pi\sqrt{3}\,cm^2$.

Câu 52. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp một hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng a.

A. $\dfrac{7\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{7\pi a^2}{6}$. **C.** $\dfrac{7\pi a^2}{5}$. **D.** $\dfrac{3\pi a^2}{7}$.

Câu 53. Biết rằng khi quay một đường tròn có bán kính bằng 1 quay quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu đó.

A. π. **B.** $V=\dfrac{4}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** 4π.

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C, AB vuông góc với mặt phẳng (BCD), $AB=5a$, $BC=3a$ và $CD=4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R=\dfrac{5a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R=\dfrac{5a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{5a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $R=\dfrac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B. Biết $AB=BC=a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 56. Một mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a. Diện tích mặt cầu (S) là.

A. $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $\dfrac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=\dfrac{13\pi a^2}{12}$. **B.** $S=\dfrac{5\pi a^2}{3}$. **C.** $S=\dfrac{13\pi a^2}{36}$. **D.** $S=\dfrac{5\pi a^2}{9}$.

Câu 58. Cho mặt cầu (S) tâm O; đường kính R. Khi đó diện tích mặt cầu là:

A. $2\pi R^2$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi R^2$. **C.** πR^2. **D.** $4\pi R^2$.

Câu 59. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và gọi (S) là mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ. Tính diện tích mặt cầu (S).

A. $6\sqrt{3}\pi$. **B.** $8\sqrt{6}\pi$. **C.** $\sqrt{6}\pi$. **D.** 24π.

Câu 60. Một hình cầu có bán kính bằng 2 (m). Hỏi diện tích của mặt cầu bằng bao nhiêu?

A. 8π (m^2). **B.** π (m^2). **C.** 4π (m^2). **D.** 16π (m^2).

Câu 61. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $S=\frac{3}{4}\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Câu 62. Khinh khí cầu của Mông–gôn–fie (Montgolfier) (người Pháp) nhà phát minh ra khinh khí cầu dùng khí nóng. Coi khinh khí cầu này là một mặt cầu có đường kính 11m thì diện tích của mặt khinh khí cầu là bao nhiêu? (lấy $\pi\approx\frac{22}{7}$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $380,29\left(\text{m}^2\right)$. **B.** $697,19\left(\text{m}^2\right)$. **C.** $190,14\left(\text{m}^2\right)$. **D.** $95,07\left(\text{m}^2\right)$.

Câu 63. Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 2 là

A. 12π. **B.** $2\pi\sqrt{3}$. **C.** $8\pi\sqrt{3}$. **D.** 48π.

Câu 64. Cho khối cầu (S) có thể tích bằng 36π (cm^3). Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. $36\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $27\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $64\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $18\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 65. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường chéo của mặt bên và đáy của lăng trụ là $60°$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $\frac{13}{3}\pi a^2$. **B.** $\frac{5}{3}\pi a^2$. **C.** $\frac{13}{9}\pi a^2$. **D.** $\frac{5}{9}\pi a^2$.

Câu 66. Cho mặt cầu (S_1) bán kính R_1, mặt cầu (S_2) bán kính R_2. Biết rằng $R_2=2R_1$, tính tỉ số diện tích mặt cầu (S_2) và mặt cầu (S_1).

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 67. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

A. $2\pi R$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** πR^2. **D.** $4\pi R^2$.

Câu 68. Tình diện tích mặt cầu (S) khi biết nửa chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π.

A. $S=32\pi$. **B.** $S=64\pi$. **C.** $S=8\pi$. **D.** $S=16\pi$.

Câu 69. Gọi R, S, V lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ **B.** $S=\pi R^2$ **C.** $3V=S.R$ **D.** $S=4\pi R^2$

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a\sqrt{3}$.Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=4a$. **B.** $R=2a$. **C.** $R=a$. **D.** $R=3a$.

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=2a$, $AD=a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là.

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $\frac{8\pi a^2}{3}$.

Câu 72. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$ và cạnh bên $a\sqrt{6}$.Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $18\pi a^2$. **B.** $18a^2$. **C.** $9a^2$. **D.** $9\pi a^2$.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2\sqrt{2}a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ theo a.

A. $16\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $64\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 74. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và cạnh đáy là 60^0. Hỏi diện tích mặt cầu (S)có tâm O và tiếp xúc với các cạnh bên bằng bao nhiêu? (O là tâm mặt đáy):

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** πa^2.

DẠNG 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CẦU

Câu 75. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng.

A. $4\pi a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. **B.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. **C.** $V=\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 77. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong ΔABC và 2SH=BC, (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0. Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $d(O;AB)=d(O;AC)=d(O;(SBC))=1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{500\pi}{81}$. **B.** $\frac{343\pi}{48}$ **C.** $\frac{256\pi}{81}$. **D.** $\frac{125\pi}{162}$.

Câu 78. Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

A. $V=4\pi R^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V=\pi R^3$.

Câu 79. Cho khối cầu có bán kính R. Thể tích của khối cầu đó là

A. $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $V=4\pi R^3$ **D.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 80. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là:

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

Câu 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a$, góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $V=\frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{10\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{5\pi a^3}{6}$. **D.** $V=\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 82. Khối cầu (S) có diện tích mặt cầu bằng 16π (đvdt). Tính thể tích khối cầu.

A. $\frac{32\pi\sqrt{3}}{9}(đvdt)$. **B.** $\frac{32\pi\sqrt{3}}{3}(đvdt)$. **C.** $\frac{32\pi}{9}(đvdt)$. **D.** $\frac{32\pi}{3}(đvdt)$.

Câu 83. Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{256}{3}\pi a^3$ **B.** $\frac{32}{3}\pi a^3$ **C.** $\frac{64}{3}\pi a^3$ **D.** $\frac{128}{3}\pi a^3$

Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Tính Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $V=\pi a^3$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi a^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 85. Bán kính R của khối cầu có thể tích $V=\dfrac{32\pi a^3}{3}$ là:

A. $\sqrt[3]{7}a$. **B.** $R=2a$. **C.** $R=2\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Câu 86. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. **B.** $V=\dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **D.** $V=\dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. $\dfrac{5\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$. **C.** $\dfrac{4\pi\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{8}$.

Câu 88. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{5\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **D.** $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$.

Câu 89. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của khối trụ ngoại tiếp, khối cầu nội tiếp, khối cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính giá trị $P=\dfrac{V_1+V_2}{V_3}$.

A. $P=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $P=\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$. **C.** $P=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $P=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 90. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là:

A. $V=2\pi a^3$ **B.** $V=\pi a^3$ **C.** $V=\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $V=4\pi a^3$

Câu 91. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 92. Một hình cầu có thể tích bằng $\dfrac{4\pi}{3}$ ngoại tiếp một hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó là

A. $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 93. Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\dfrac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **B.** $20\pi\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{20\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a$, góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{10\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\sqrt{6}\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{5\pi a^3}{6}$.

Câu 95. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°, độ dài đường sinh bằng a. Dãy hình cầu

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

(S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N); (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tính tổng thể tích các khối cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... theo a.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\frac{9\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **D.** $\frac{27\pi a^3\sqrt{3}}{52}$.

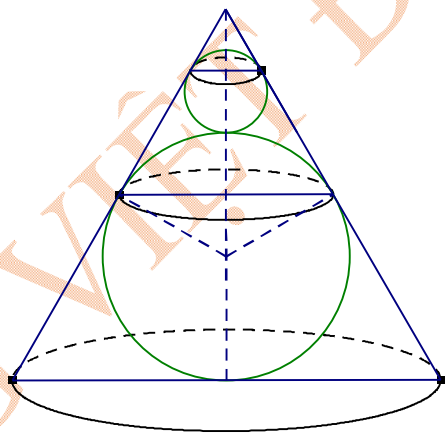
Câu 96. Một khối cầu có bán kính $2R$ thì có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{32\pi R^3}{3}$. **B.** $V=\frac{24\pi R^3}{3}$. **C.** $V=4\pi R^2$. **D.** $V=\frac{4\pi R^3}{3}$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a\sqrt{3}$ và $AD=a$. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ bằng

A. $\frac{3\pi a^3\sqrt{5}}{25}$. **B.** $\frac{3\pi a^3\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\frac{5\pi a^3\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\frac{5\pi a^3\sqrt{5}}{24}$.

Câu 98. Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha=60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của hình nón (hình vẽ).



Biết rằng chiều cao của hình nón bằng $9\,\text{cm}$. Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng

A. $\frac{100\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{112\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{40\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{38\pi}{3}\text{cm}^3$.

Câu 99. Một khối cầu bán kính $6\,\text{dm}$ người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau (tâm của khối cầu nằm giữa hai mặt phẳng (P), (Q)), biết mặt phẳng (P) cách tâm $3\,\text{dm}$ và mặt phẳng (Q) cách tâm $4\,\text{dm}$ để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích của chiếc lu.

A. $\frac{656}{3}\pi$. **B.** $\frac{565}{3}\pi$. **C.** $\frac{655}{3}\pi$. **D.** $\frac{665}{3}\pi$.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại A, $AB=3$, $AC=4$. SA vuông góc với đáy, $SA=2\sqrt{14}$. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. $V=\frac{13\pi}{8}$. **B.** $V=36\pi$. **C.** $V=81\pi$. **D.** $V=\frac{243\pi}{2}$.

Câu 101. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R=4$ bằng

A. $V=36\pi$. **B.** $V=\dfrac{256\pi}{3}$. **C.** $V=64\pi$. **D.** $V=48\pi$.

Câu 102. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là

A. $V=\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $V=4\pi a^3$. **C.** $V=2\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. **B.** $V=\dfrac{5\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

Câu 104. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

A. $V=\pi R^3$. **B.** $V=4\pi R^2$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 105. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp hình trụ cho trước, khoảng cách từ tâm hình trụ đến $(ABB'A')$ là 3, góc giữa DB' và $(ABB'A')$ bằng 30°. Biết bán kính hình trụ bằng 5, tỉ số thể tích khối hộp và khối cầu ngoại tiếp hình hộp là?

A. $\dfrac{\sqrt{12}}{3\pi}$. **B.** $\dfrac{10}{3\pi}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{11}}{3\pi}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{13}}{3\pi}$.

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $\dfrac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 107. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{21}\pi}{2}$. **B.** ABD. **C.** $\dfrac{20\sqrt{5}\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA=2a$, $SA\perp(ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SB và AK vuông góc với SD. Mặt phẳng (AHK) cắt SC tại E. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp $ABCDEHK$.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 109. Một khối cầu có bán kính 5dm, người ta cắt bỏ hai phần phía trên và phía dưới khối cầu bằng hai mặt phẳng vuông góc với bán kính và cách tâm bằng 3dm để làm chiếc lu đựng nước. Thể tích chiếc lu đựng nước là:

A. $\dfrac{100}{3}\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **B.** $132\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **C.** $43\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **D.** $41\pi\left(\text{dm}^3\right)$.

Câu 110. Khối cầu có bán kính R có thể tích là

A. $\dfrac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** πR^3.

Câu 111. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3)$; $B(4;2;3)$; $C(4;5;3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là:

A. 9π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 72π.

Câu 112. Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 36π **B.** $\frac{\pi}{9}$ **C.** $\frac{\pi}{3}$ **D.** 9π

Câu 113. Khối cầu bán kính $R=2a$ có thể tích là:

A. $\frac{8\pi a^3}{3}$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $\frac{32\pi a^3}{3}$. **D.** $6\pi a^3$.

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **B.** $V=\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. **C.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. **D.** $V=\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$. **B.** $\frac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$. **D.** $\frac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

Câu 116. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $5\sqrt{2}\,cm$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp trên.

A. $V=\frac{250}{3}\text{ cm}^3$. **B.** $V=100\pi\text{ cm}^3$.

C. $V=\frac{500\pi}{3}\text{ cm}^3$. **D.** $V=\frac{125\sqrt{2}\pi}{3}\text{ cm}^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

MẶT CẦU, KHỐI CẦU

DẠNG 1: TÍNH BÁN KÍNH KHỐI CẦU

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=b$, $SC=c$ và 3 cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc. Xác định bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$. **B.** $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **C.** $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H là trung điểm của BC, gọi I là trung điểm của SA..

Vẽ Δ đi qua H và vuông góc (SBC)..

Vẽ đường trung trực d của SA cắt Δ tại O. Ta có $OA=OB=OC=OS$...

$R=\sqrt{OI^2+AI^2}=\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$.

Câu 2. Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

A. $R=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $R=2$ **C.** $R=32$ **D.** $R=4$

Hướng dẫn giải

Chọn B

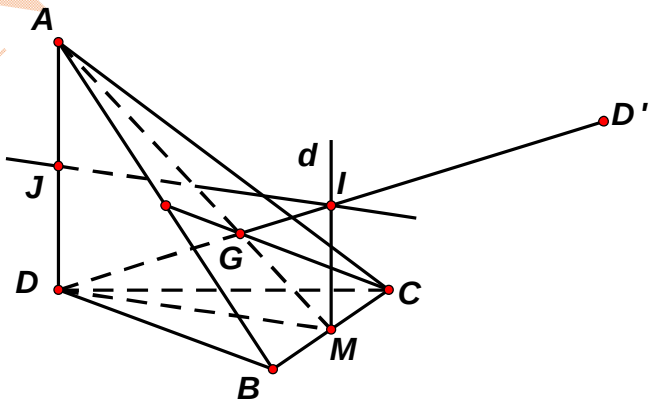
Ta có thể tích khối cầu có bán kính R là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{32\pi}{3}\Leftrightarrow R=2$.

Câu 3. Cho bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt cầu và DA, DB, DC đôi một vuông góc, G là trọng tâm tam giác ABC, D' là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{DD'}=3\overrightarrow{DG}$. Một đường kính của mặt cầu đó là

A. DD'. **B.** BC. **C.** AB. **D.** AC.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC.

Dựng d qua M và vuông góc với mặt phẳng (BCD).

Khi đó d // AD

Gọi J là trung điểm AD. Dựng mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AD cắt d tại I, khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\overrightarrow{ID}=\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{IM}\ (1)$.

$\overrightarrow{IG}=\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{MG}=\overrightarrow{IM}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{IM}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{DA}\right)$

$=\overrightarrow{IM}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MD}-\frac{1}{3}.2\overrightarrow{IM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IM}+\frac{1}{3}\overrightarrow{MD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IM}+\frac{1}{3}\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IJ}\right)$

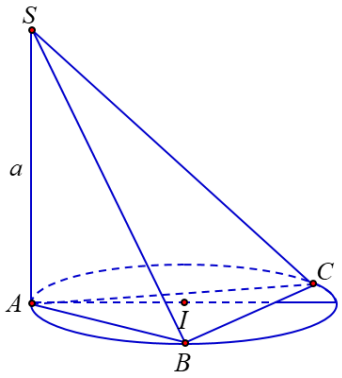
$\Rightarrow\overrightarrow{IM}+\overrightarrow{IJ}=3\overrightarrow{IG}\ (2)$.

Từ (1), (2) suy ra: $\overrightarrow{ID}=3\overrightarrow{IG}$ hay ba điểm D, I, G thẳng hàng.
Mặt khác: $IM//AD$ (cùng vuông góc với mặt phẳng đáy)

$\Rightarrow\frac{DG}{GI}=\frac{AG}{GM}=2\Rightarrow\overrightarrow{DG}=2\overrightarrow{GI}\Leftrightarrow\overrightarrow{DG}=2\left(\overrightarrow{DI}-\overrightarrow{DG}\right)\Leftrightarrow3\overrightarrow{DG}=2\overrightarrow{DI}\Leftrightarrow\overrightarrow{DD'}=2\overrightarrow{DI}$

$\Rightarrow I$ là trung điểm của DD'.

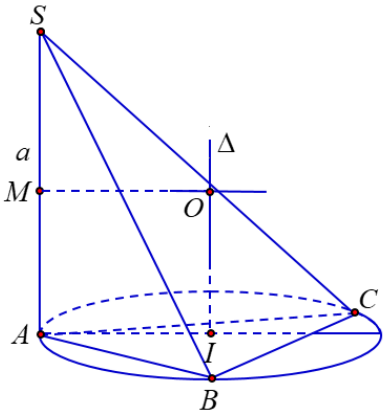
Câu 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA=a$. Đáy ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I có bán kính bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.



A. $a\sqrt{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi Δ là đường thẳng qua I và $\Delta\perp(ABC)$.

Gọi M là trung điểm của SA, mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng SA cắt Δ tại O.
Khi đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính $R=OA$.

$OA=\sqrt{AI^2+OI^2}=\sqrt{4a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{17}}{2}$.

Câu 5. Trong mặt phẳng (P) cho tam giác OAB cân tại O, $OA=OB=2a$, $\widehat{AOB}=120°$. Trên đường thẳng vuông góc với (P) tại O lấy hai điểm C, D nằm về hai phía của mặt phẳng (P) sao cho

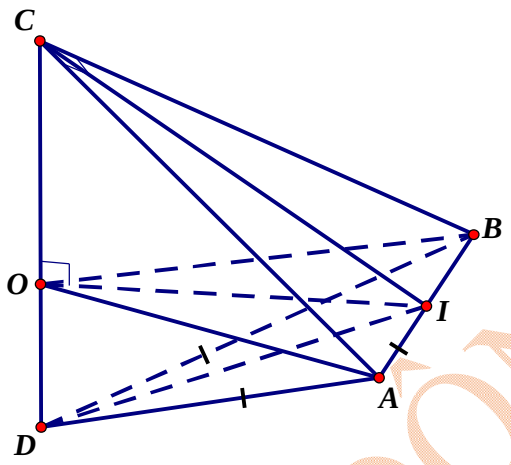
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

tam giác ABC vuông tại C và tam giác ABD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của AB, ta có $AI = OA.\sin 60° = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow AB = 2AI = 2a\sqrt{3}$, $OI = OA.\cos 60° = a$, $CI = \frac{AB}{2} = a\sqrt{3}$, $DI = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 3a$.

Cạnh $OC = \sqrt{CI^2 - OI^2} = a\sqrt{2}$, $OD = \sqrt{DI^2 - OI^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow CD = CO + OD = 3a\sqrt{2}$.

Do (CID) là mặt phẳng đối xứng của tứ diện $ABCD$ nên đường tròn ngoại tiếp tam giác CID là đường tròn lớn của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$, bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ được tính theo công thức

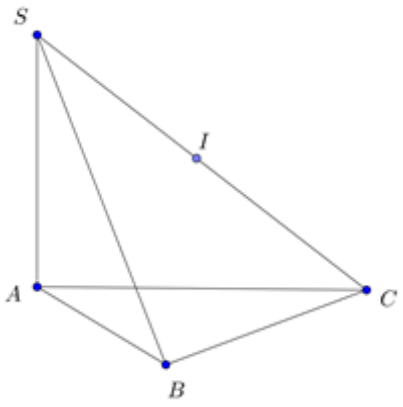
$R = \frac{CD.CI.DI}{4S_{\Delta CID}} = \frac{CD.CI.DI}{2CD.OI} = \frac{3a.a\sqrt{3}}{2.a} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc mặt phẳng (ABC); tam giác ABC vuông tại B. Biết $SA = 2a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Khi đó bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là.

A. $2a$. **B.** $2a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: SAC và SBC là hai tam giác vuông tại A và B.

Nên tâm mặt cầu là I trung điểm $SC \Rightarrow R = \dfrac{SC}{2}$.

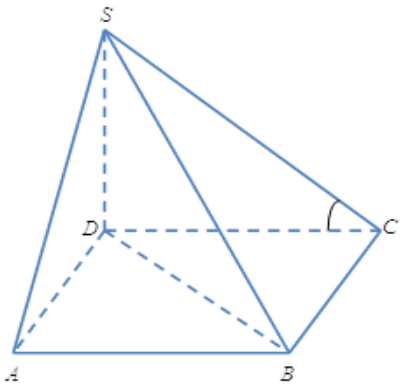
Có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$, $SA = 2a \Rightarrow SC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow R = a\sqrt{2}$.

Câu 7. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, $\widehat{BAD} = 60°$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với $(ABCD)$ góc 45°. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** 2π . **C.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

$$\begin{cases} (SCD) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SCD) \cap (SAD) = SD \end{cases} \Rightarrow SD \perp (ABCD).$$

Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là CD.

$\Rightarrow \left[\widehat{SC,(ABCD)}\right] = \widehat{SCD} = 45^0$.

$\Rightarrow SD = CD.\tan 45° = 1$.

Tam giác ABD có $AB = AD = 1$, $\widehat{BAD} = 60°$.

Nên tam giác ABD là tam giác đều.

Ta có : $DA = DB = DC = DS = 1$.

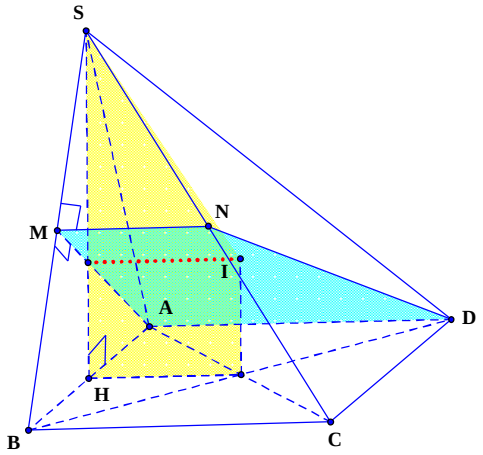
Nên D là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$. Khi đó $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hỏi bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $R = \dfrac{\sqrt{11}}{4}$. **B.** $R = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $R = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$. **D.** $R = \dfrac{\sqrt{21}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là tâm của đáy, Δ là trục của đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và d là trục của mặt bên SAB.

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Ta có I là giao điểm của Δ và d.

Ta có $R = IS = \sqrt{IG^2 + SG^2} = \sqrt{\left(\frac{AD}{2}\right)^2 + \left(\frac{AB\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6}$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB = AA' = a, AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = a\sqrt{5}$.

Gọi I là trung điểm của $B'C'$, suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.

Gọi O là trung điểm của $A'C'$.

Tam giác $MA'C'$ vuông cân tại M. Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$.

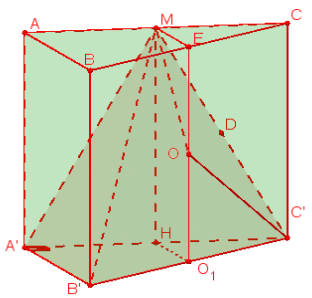
Ta có $\begin{cases} OI \perp A'C' \left(OI // A'B'\right) \\ OI \perp MO \end{cases} \Rightarrow OI \perp \left(ACC'A'\right)$.

Suy ra OI là trục của tam giác $MA'C'$.

Suy ra $IA' = IC' = IM = IB'$.

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tự diện $MA'B'C'$ bán kính $R = \frac{1}{2}B'C' = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Cách 2:



Do tam giác $\Delta A'B'C'$ vuông tại A' nên tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $\Delta A'B'C'$ là trung điểm O_1 của đoạn $B'C'$. Dựng mặt phẳng trung trực của cạnh MC' cắt O_1E tại O suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$. Dựng O_1H song song với $B'A'$ suy ra tứ giác MHO_1E là hình chữ nhật.

Ta có: $MO^2 = ME^2 + OE^2$.

$MO^2 = ME^2 + (EO_1 - OO_1)^2 = ME^2 + \left(EO_1 - \sqrt{MO^2 - O_1B'^2}\right)^2$.

$\Leftrightarrow MO^2 = \frac{a^2}{4} + \left(a - \sqrt{MO^2 - \frac{5a^2}{4}}\right)^2 \Rightarrow MO = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 10. Cho hình chóp $SABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Xác định bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$.

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{4}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $ABCD$ là hình vuông nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$. Nên ta có $OA = OB = OC = OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác, ta có ΔSAC vuông cân tại S nên $SO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy O cách đều 4 điểm A, B, C, D, O

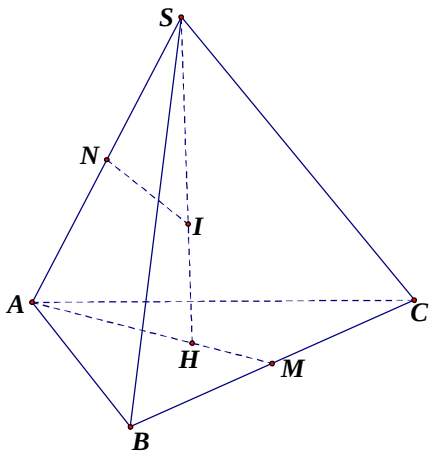
Vậy O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABCD$, bán kính $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và mỗi cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{3a}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC, khi đó $SH \perp (ABC)$ và là trục đường tròn ngoại tiếp mặt đáy.

Gọi N là trung điểm SA, mặt phẳng trung trực của cạnh SA cắt SH tại I. Khi đó $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

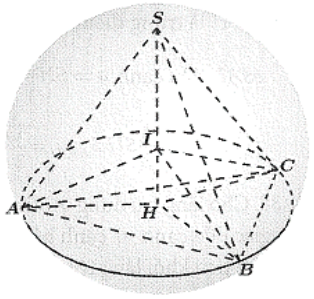
Bán kính mặt cầu là $R = SI = \dfrac{SN.SA}{SH} = \dfrac{\frac{1}{2}SA^2}{\sqrt{SA^2 - AH^2}} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, đường cao $SH = 3$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $r = 2$. **B.** $r = \dfrac{7}{3}$. **C.** $r = \dfrac{8}{3}$. **D.** $r = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi các điểm như hình vẽ bên. Trong đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều suy ra $SH \perp (ABC)$, và $HA = HB = HC = \sqrt{7}$. Điểm I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Trong tam giác vuông IHB ta có $IH = \sqrt{r^2 - 7}$.
Khi đó.

$$SH = SI + IH = r + \sqrt{r^2 - 7} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - r > 0 \\ r^2 - 7 = r^2 - 6r + 9 \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r < 3 \\ r = \dfrac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow r = \dfrac{8}{3}.$$

Câu 13. Cho tứ diện $SABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB = 3$, $BC = 4$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với (ABC) và SC hợp với (ABC) góc $45°$. Thể tích hình cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ là:

A. $V = \dfrac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \dfrac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{5\pi\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\Delta ABC: AC = \sqrt{9+16} = 5.$

$(SAB) \perp (ABC), (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp (ABC).$

$\Rightarrow \widehat{SAC} = 45° \Rightarrow SA = SC = 5.$

$V = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{SC}{2}\right)^3 = \dfrac{4\pi}{3}\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}.$

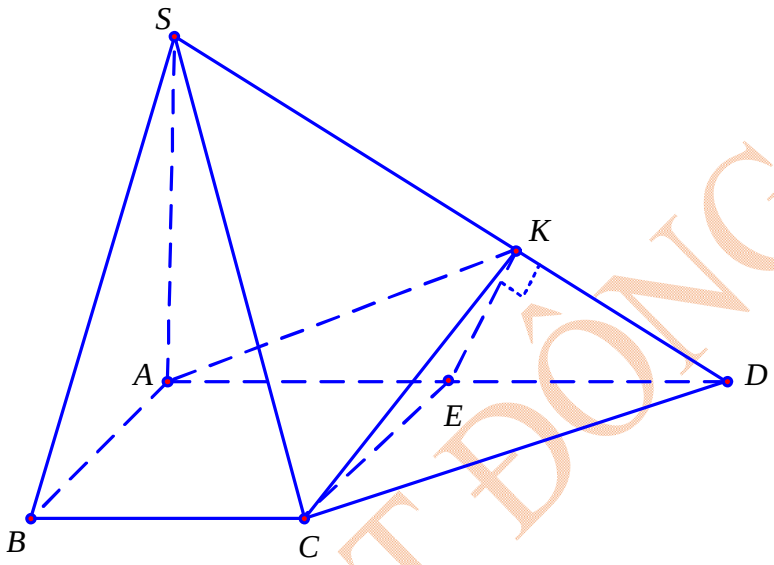
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Kẻ $EK\perp SD$ tại K. Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K là:

A. $R=\frac{1}{2}a$. **B.** $R=\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **C.** $R=a$. **D.** $R=\frac{\sqrt{6}}{2}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Vì E là trung điểm của AD, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và $AB=BC=a$, $AD=2a$ nên $AB=BC=CE=AE=ED=a$ và $CE//AB$. Khi đó $CE\perp AD$, $CE\perp SA$ nên $CE\perp SE$ hay $\widehat{SEC}=90°$ và $CE\perp SD$. Mặt khác $EK\perp SD$ do đó $SD\perp(CEK)$ suy ra $CK\perp SD$ hay $\widehat{SCK}=90°$.

Ta có $CB\perp AB$, $CB\perp SA$ nên $CB\perp SB$ hay $\widehat{SBC}=90°$. Ta cũng có $CA\perp SA$ nên $\widehat{SAC}=90°$

Vậy các góc $\widehat{SEC}$, $\widehat{SCK}$, $\widehat{SBC}$, $\widehat{SAC}$ cùng nhìn cạnh SC dưới một góc không đổi $90°$ nên các điểm S, A, B, C, E, K nằm trên mặt cầu tâm I là trung điểm của SC bán kính $R=\frac{SC}{2}$.

Ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$; $SC=\sqrt{AC^2+SA^2}=2a$ suy ra $R=a$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$, $SA\perp(ABC)$. Tam giác ABC vuông tại A, $SA=BC=2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp.

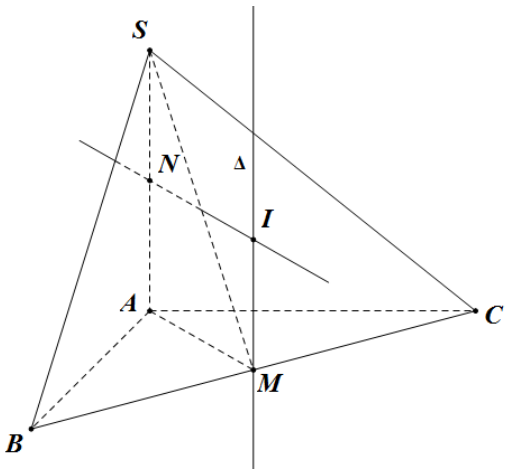
A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm BC. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (ABC). Khi đó, Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC (1).

Gọi N là trung điểm SA, dựng đường thẳng đi qua N song song với AM và cắt Δ tại I. Khi đó, NI là đường trung trực của đoạn SA (2).



Từ (1) và (2), suy ra $IA=IB=IC=ID$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính mặt cầu ngoại tiếp là.

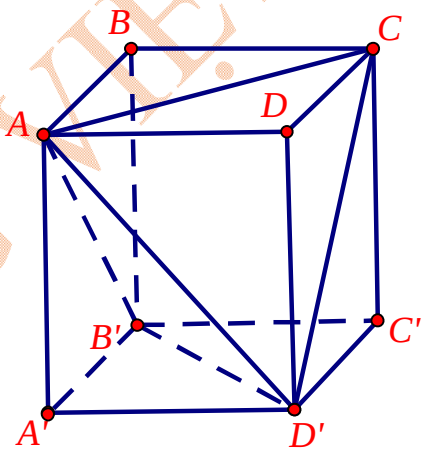
$IA=\sqrt{NA^2+AM^2}=\sqrt{\frac{SA^2}{4}+\frac{BC^2}{4}}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$.

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=2a, AA'=3a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$

A. $R=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $R=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Vì mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Nên bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$ là

$R=\frac{AC'}{2}=\frac{\sqrt{AB^2+AA'^2+AD^2}}{2}=\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

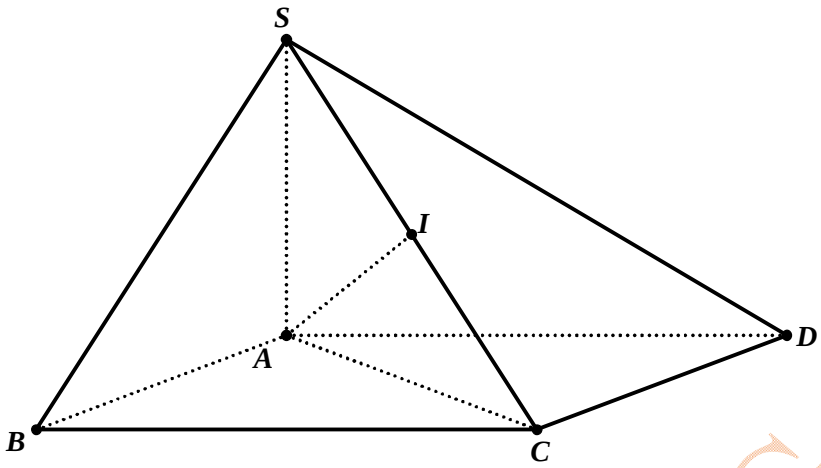
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với độ dài đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi I là trung điểm của SC, ta có các tam giác SAC, SBC, SCD là các tam giác vuông có cạnh huyền SC nên các đỉnh S, A, B, C, D cùng nằm trên mặt cầu đường kính SC có tâm I, bán kính $R=\frac{1}{2}SC=\frac{1}{2}\sqrt{SA^2+AC^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+4a^2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 18. Tính bán kính r của khối cầu có thể tích là $V=36\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

A. $r=3\left(\text{cm}\right)$. **B.** $r=6\left(\text{cm}\right)$. **C.** $r=4\left(\text{cm}\right)$. **D.** $r=9\left(\text{cm}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V=\frac{4}{3}\pi r^3\Rightarrow r^3=\frac{3V}{4\pi}\Rightarrow r^3=27\Rightarrow r=3$. Vậy $r=3\left(\text{cm}\right)$.

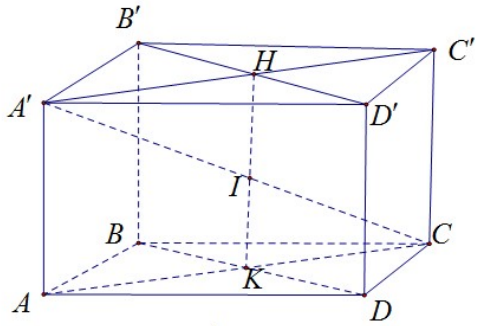
Câu 19. Một hình hộp hình chữ nhật nội tiếp mặt cầu và có ba kích thước là a, b, c. Tính bán kính của mặt cầu.

A. $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$. **B.** $\sqrt{2\left(a^2+b^2+c^2\right)}$.

C. $\frac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Đường kính của mặt cầu chính là đường chéo của hình hộp chữ nhật, nên mặt cầu có bán kính $R=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 20. Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

A. $2\sqrt{2}$ **B.** 4 **C.** 2 **D.** $4\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2=16\pi\Rightarrow R=2$.

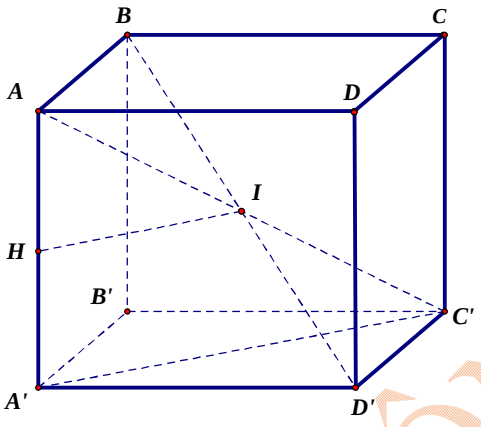
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 21. Tính bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a.

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là giao của hai đường chéo của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$; H là trung điểm của AA'.

Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó mặt cầu (S) có tâm là điểm I và bán kính $R = IH = \frac{1}{2}A'C' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22. Mặt cầu (S) có diện tích bằng $100\pi\ (\text{cm}^2)$ thì có bán kính là:

A. $\sqrt{5}\,\text{cm}$. **B.** $4\,\text{cm}$. **C.** $5\,\text{cm}$. **D.** $3\,\text{cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

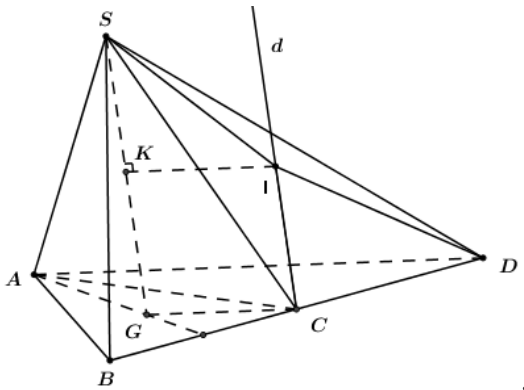
Ta có $S = 4\pi R^2 = 100\pi\,(\text{cm}^2) \Leftrightarrow R = 5(\text{cm})$.

Câu 23. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh $SA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua C. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$..

A. $R = \frac{a\sqrt{39}}{7}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{35}}{7}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{39}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $SG \perp (ABC)$..

Do $CB = CA = CD$ nên C là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD.

Qua C kẻ đường thẳng d song song SG thì d là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD..

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi $I \in d$ là tâm mặt cầu cần tìm, đặt $IC = x \Rightarrow SK = |SG - x|$..

Kẻ $IK \perp SG$.

$\Rightarrow IK = CG = AG = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = a$..

Ta có $IS = ID \Leftrightarrow IK^2 + SK^2 = IC^2 + CD^2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{3} + (a-x)^2 = x^2 + a^2 \Rightarrow x = \frac{a}{6}$..

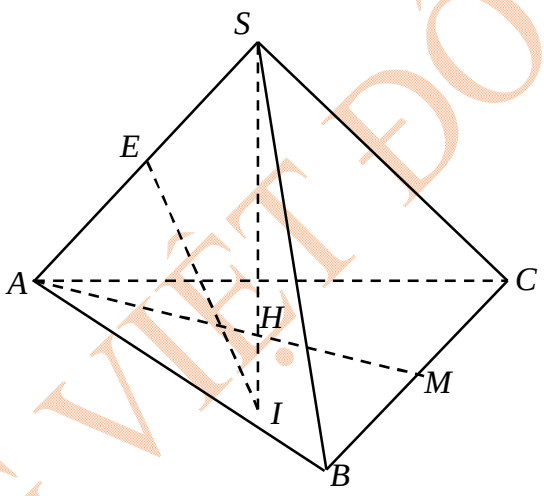
Vậy tâm cầu I được xác định, bán kính mặt cầu là $R = \sqrt{x^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{37}}{6}$..

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Biết $SA = a$ và $\widehat{ASB} = 90^o$. Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $R = a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC.

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABC)$ và SH là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Trong mặt phẳng (SHA) kẻ trung trực của SA cắt SH tại I. Khi đó I chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $ASAB$ vuông cân tại S có $SA = a$.

$\Rightarrow AB = a\sqrt{2} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $\Delta SHA \sim \Delta SEI \Rightarrow \frac{SA}{SI} = \frac{SH}{SE} \Rightarrow SI = \frac{SE.SA}{SH} = \frac{a^2}{2} : \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

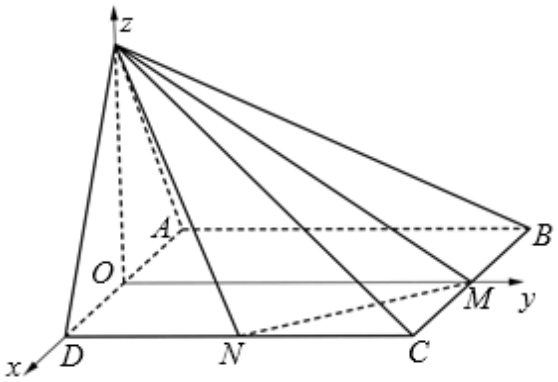
Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh 1, tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

A. $R = \frac{5\sqrt{3}}{12}$. **B.** $R = \frac{\sqrt{93}}{12}$. **C.** $R = \frac{\sqrt{37}}{6}$. **D.** $R = \frac{\sqrt{29}}{8}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn B



Gọi O là trung điểm AD. Khi đó, SO vuông góc với $(ABCD)$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có:

$O(0;0;0)$, $D\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $M(0;1;0)$, $C\left(\frac{1}{2};1;0\right)$, $N\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Gọi (S) là phương trình mặt cầu đi qua S, M, N, C. Ta có hệ phương trình:

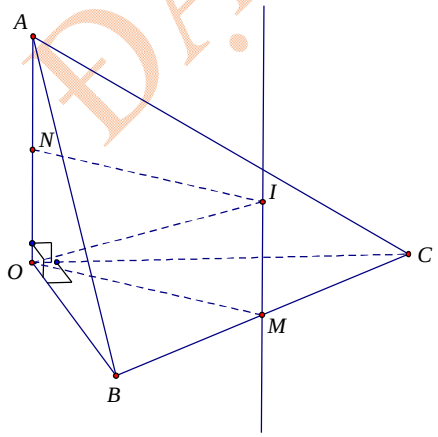
$$\begin{cases} \frac{3}{4}-\sqrt{3}c+d=0 \\ 1-2b+d=0 \\ \frac{5}{4}-a-2b+d=0 \\ \frac{1}{2}-a-b+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=\frac{3}{4} \\ c=\frac{5\sqrt{3}}{12} \\ d=\frac{1}{2} \end{cases}$$ nên $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\frac{\sqrt{93}}{12}$.

Câu 26. Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC từng đôi một vuông góc và $OA=OB=OC=6$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A. $R=3\sqrt{3}$. **B.** $R=2$. **C.** $R=3$. **D.** $R=4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC, do tam giác OBC vuông tại O nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC.

Qua M dựng đường thẳng d song song với OA khi đó d là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác

OBC.Gọi Δ là đường trung trực của cạnh OA và I là giao điểm của Δ và d. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

Ta có $OM=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\sqrt{OB^2+OC^2}=3\sqrt{2}$; $ON=IM=\frac{1}{2}OA=3$.

Tam giác OMI vuông tại M nên $IM=\sqrt{OM^2+IM^2}=\sqrt{\left(3\sqrt{2}\right)^2+3^2}=3\sqrt{3}$.

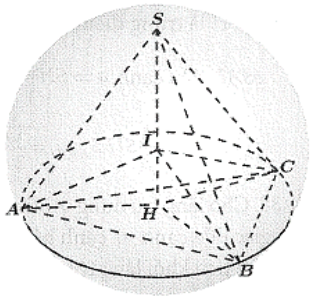
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $R=3\sqrt{3}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=4$, đường cao $SH=3$. Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $r=2$. **B.** $r=\frac{7}{3}$. **C.** $r=\frac{8}{3}$. **D.** $r=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



.

Gọi các điểm như hình vẽ bên. Trong đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều suy ra $SH\perp(ABC)$, và $HA=HB=HC=\sqrt{7}$. Điểm I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Trong tam giác vuông IHB ta có $IH=\sqrt{r^2-7}$.

Khi đó.

$$SH=SI+IH=r+\sqrt{r^2-7}=3\Leftrightarrow\begin{cases}3-r>0\\r^2-7=r^2-6r+9\end{cases}.$$

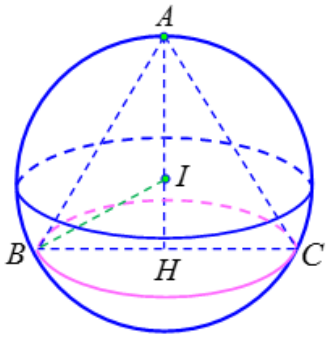
$$\Leftrightarrow\begin{cases}r<3\\r=\frac{8}{3}\end{cases}\Leftrightarrow r=\frac{8}{3}.$$

Câu 28. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trong (P), xét đường tròn (C) đường kính BC. Tính bán kính của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi (S) là mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A; H là đường cao tam giác đều ABC; I là trọng tâm của tam giác ABC thì I cũng là tâm của mặt cấu (S).

Ta có $IH=\frac{1}{3}AH=\frac{a\sqrt{3}}{6}$, bán kính của đường tròn (C) là $R=\frac{BC}{2}=\frac{a}{2}$

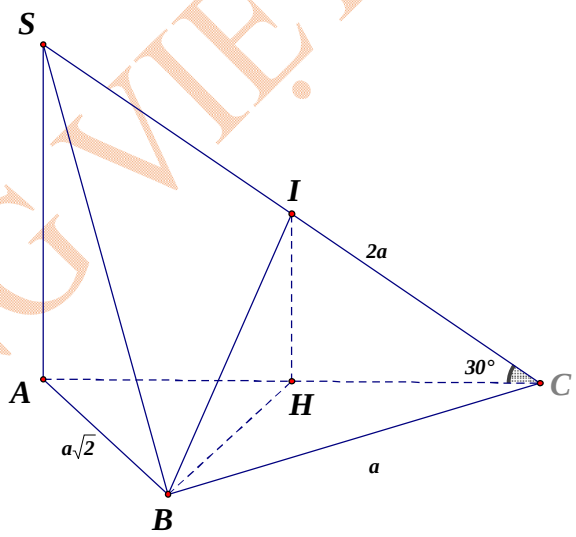
$\Rightarrow$ Bán kính của mặt cầu (S) là $r=IB=\sqrt{BH^2+IH^2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB=a\sqrt{2}$, $BC=a$, $SC=2a$ và $\widehat{SCA}=30°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

A. $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R=a$. **C.** $R=\frac{a}{2}$. d **D.** $R=a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có:

• $AC=SC.\cos 30°=a\sqrt{3}$.

• $AB^2+BC^2=2a^2+a^2=3a^2=AC^2\Rightarrow \Delta ABC$ là tam giác vuông ở B.

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AC, SC. Khi đó ta có:

• H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

• $IH\perp(ABC)$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$. Suy ra $R=\frac{1}{2}SC=a$.

Vậy $R=a$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA=SB=SC=SD=\sqrt{5}$, $ABCD$ nội tiếp đường tròn có bán kính $r=1$. Mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ có bán kính là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ thì $OA = r = 1$, do

$SA = SB = SC = SD = \sqrt{5} \Rightarrow SO \perp (ABCD)$, $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = 2$.

Gọi M là trung điểm SA, Trong (SOA) trung trực SA cắt SO tại I thì $IS = IA = IB = IC = ID$.

Nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$.

$\Delta SIM \sim \Delta SAO \Rightarrow SI = \frac{SM.SA}{SO} = \frac{5}{4}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, biết $SB = a\sqrt{3}$. Khi đó bán kính mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (SBD) là:

A. $R = a\sqrt{\frac{2}{5}}$. **B.** $R = a$. **C.** $R = a\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $R = a\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Hướng dẫn giải

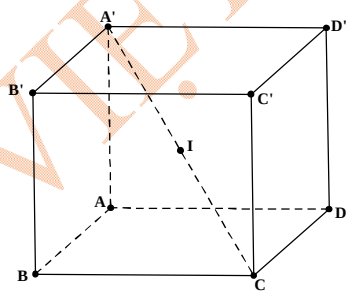
Chọn A

Câu 32. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh bằng $2a$.

A. $R = 2\sqrt{3}a$. **B.** $R = \sqrt{3}a$. **C.** $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $R = a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $R = \frac{A'C}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

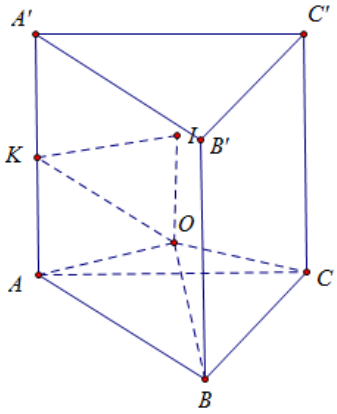
Câu 33. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a, BC = \sqrt{3}a$. Cạnh bên $AA' = 2a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ bằng

A. a. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\sqrt{5}a$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dễ thấy tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'C'C$ cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ đứng đã cho.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Đường thẳng qua O vuông góc với (ABC) cắt mặt phẳng trung trực của AA' tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp.

Mặt khác $\cos\widehat{A} = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \dfrac{1}{2}$

Ta có: $R_{ABC} = \dfrac{BC}{2\sin A} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2\sin 120^0} = a$ do đó $R = IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Câu 34.-2017]Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 4$, đường cao $SH = 3$ Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC.

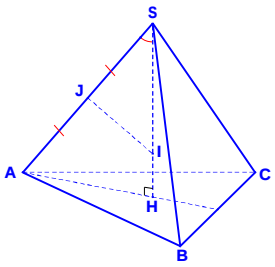
A. $r = 3$. **B.** $r = 2$. **C.** $r = \dfrac{8}{3}$. **D.** $r = \dfrac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì SH là đường cao của hình chóp và $SA = SB = SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Khi đó tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp chính là giao điểm của SH và mặt phẳng trung trực cạnh SA.



.

$\cos\widehat{ASH} = \dfrac{SJ}{SI} = \dfrac{SH}{SA} \Rightarrow SI = \dfrac{SA^2}{2SH} = \dfrac{8}{3}$.

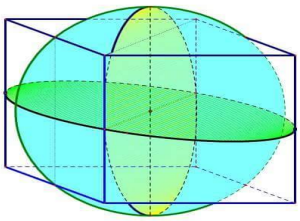
Câu 35. Bán kính hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của một hình lập phương cạnh a là.

A. $\dfrac{\sqrt{2a}}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{\sqrt{2}}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



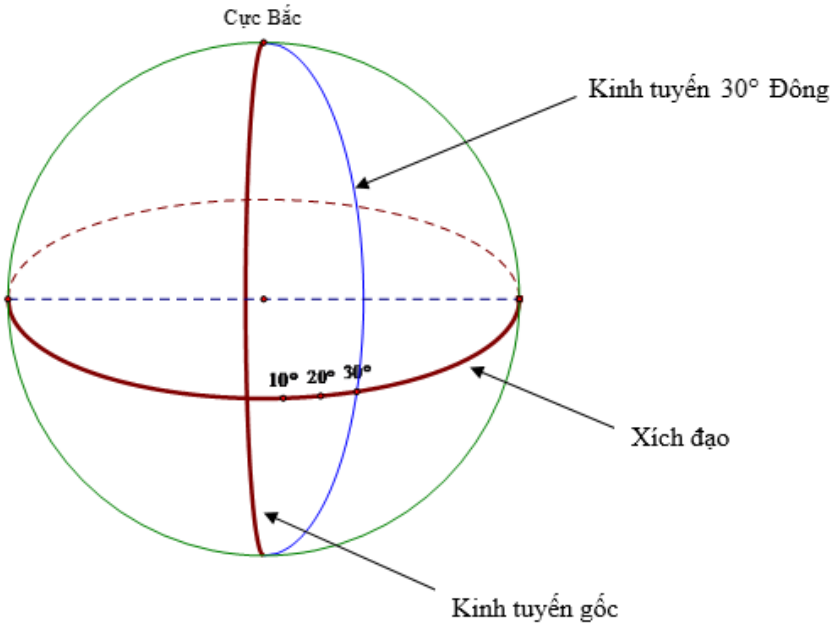
Hình cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương có đường kính bằng đường chéo của một mặt hình lập phương đó nên đường kính là $a\sqrt{2}$ do đó bán kính của nó bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Câu 36. Cho quả địa cầu có độ dài đường kinh tuyến 30° Đông là 40π (cm). Độ dài đường xích đạo là:

A. $40\sqrt{3}\pi$ (cm). **B.** 40π (cm). **C.** 80π (cm). **D.** $\frac{80\pi}{\sqrt{3}}$ (cm).

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đường xích đạo là đường vĩ tuyến lớn nhất. Độ dài đường xích đạo gấp hai lần đường kinh tuyến 30° Đông.

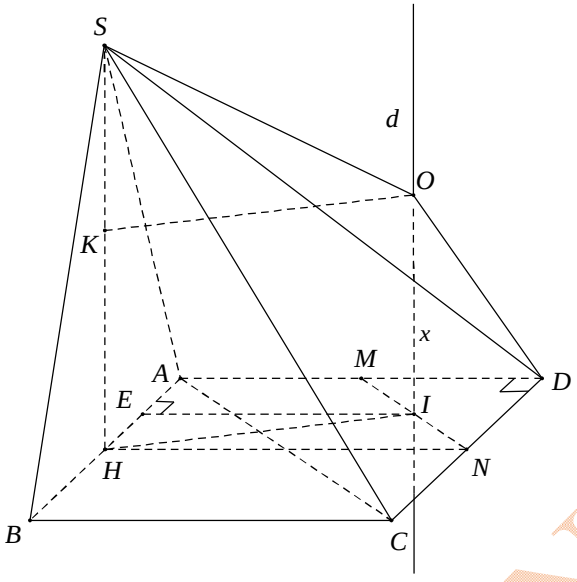
Vậy độ dài đường xích đạo là: $2.40\pi = 80\pi$ (cm).

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a,$ tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, DC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.DMN$.

A. $R = \frac{a\sqrt{39}}{13}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{102}}{6}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{31}}{4}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{39}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của MN. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DMN..

d là đường thẳng qua I và vuông góc với mặt đáy.

E là hình chiếu của I lên AB..

O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.DMN$. K là hình chiếu của O lên SH..

Đặt $OI = x$.

Ta có $DI = \frac{1}{2}MN = \frac{a\sqrt{5}}{4}$. Suy ra $OD = \sqrt{ID^2 + OI^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{16} + x^2}$..

$SK = SH - x = \frac{a\sqrt{3}}{2} - x; KO = HI$.

$EI = \frac{AM + HN}{2} = \frac{3a}{2}$.

$HI = \sqrt{EI^2 + HE^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} + \frac{a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{37}}{4}$..

Suy ra $SO = \sqrt{SK^2 + KO^2} = \sqrt{\frac{49a^2}{16} - a\sqrt{3}x + x^2}$.

Vì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp nên:

$SO = DO \Rightarrow \frac{49a^2}{16} - a\sqrt{3}x + x^2 = x^2 + 5a \Rightarrow x = \frac{a11}{4\sqrt{3}}$.

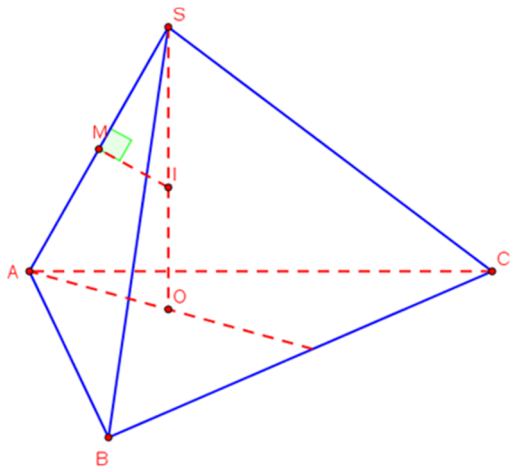
$\Rightarrow R = OD = \frac{a\sqrt{102}}{6}$.

Câu 38. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Gọi h là chiều cao của khối chóp và R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp. Tỉ số $\frac{R}{h}$ bằng:

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7}{12}$ **D.** $\frac{7}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm ΔABC, suy ra $SO \perp (ABC)$ và $AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong SOA, ta có $h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a}{2}$.

Trong mặt phẳng SOA, kẻ trung trực d của đoạn SA cắt SO tại I, suy ra

● $I \in d$ nên $IS = IA$.

● $I \in SO$ nên $IA = IB = IC$.

Do đó $IA = IB = IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

Gọi M là tung điểm SA, ta có ΔSMI ÿ ΔSOA nên

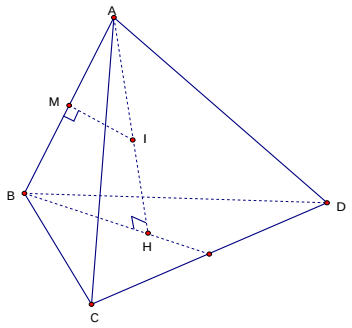
$R = SI = \frac{SM.SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{7a}{12}$. Vậy $\frac{R}{h} = \frac{7}{6}$.

Câu 39. - 2017] Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng x. Mặt cầu tiếp xúc với 6cạnh của tứ diện đều $ABCD$ có bán kính bằng.

A. $\frac{3x\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{x\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{3x\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{3x\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trọng tâm tam giác BCD suy ra $AH \perp (BCD)$.

Mặt trung trực của AB cắt AH tại I suy ra $IA = IB = IC = ID$ hay I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện cũng chính là tâm của mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện. Suy ra bán kính mặt cầu tiếp xúc với 6 cạnh của tứ diện là $d(I, AB) = IM$ (M là trung điểm của AB).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

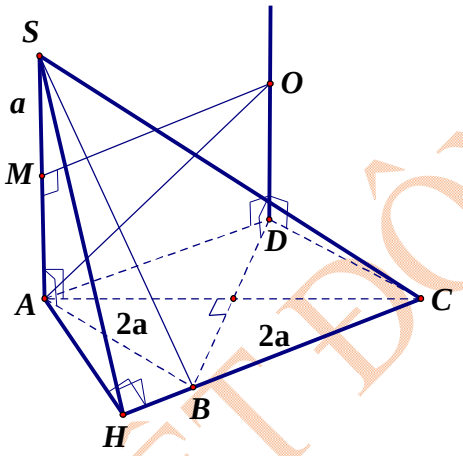
Do ΔAMI và ΔAHB đồng dạng $\Rightarrow MI = \dfrac{AM.HB}{AH} = \dfrac{\dfrac{x}{2}.\dfrac{x\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{x^2 - \dfrac{3x^2}{9}}} = \dfrac{x\sqrt{2}}{4}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a;\ AB = BC = 2a;\ \widehat{ABC} = 120^\circ$ và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Trong (ABC), gọi D là điểm đối xứng của B qua AC. Do tam giác ABC cân tại B và $\widehat{ABC} = 120^\circ$ nên các tam giác ABD, DBC là các tam giác đều.

Suy ra: $DA = DB = DC = 2a$. Do đó D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC..

* Dựng đường thẳng Δ qua D và song song $SA \Rightarrow \Delta \perp (ABC) \Rightarrow \Delta$ là trục của đường tròn là ngoại tiếp tam giác ABC..

Gọi M là trung điểm của SA, trong (SA, Δ), kẻ đường thẳng d qua M và song song AD, suy ra $d \perp SA \Rightarrow d$ là trung trực của đoạn SA..

Trong (SA, Δ), gọi $O = d \cap \Delta$. Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$..

Xét tam giác OAD, ta có $R = OA = \sqrt{AD^2 + AM^2} = \sqrt{4a^2 + \dfrac{a^2}{4}} - = \dfrac{a\sqrt{17}}{2}$..

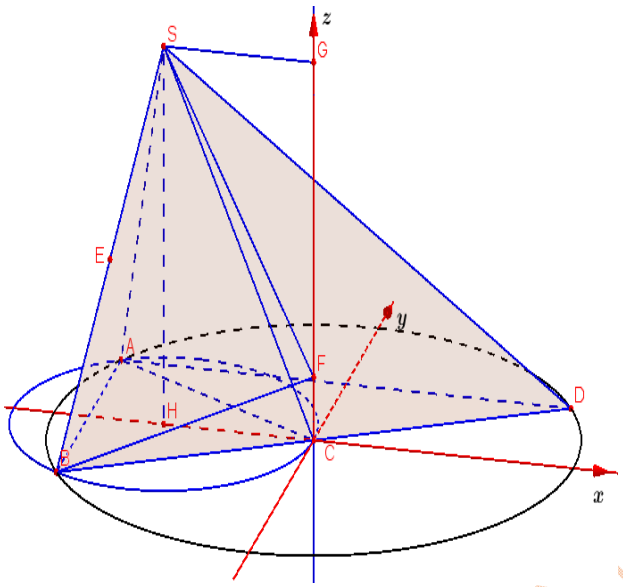
Câu 41. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $6cm$ và $SA = SB = SC = 4\sqrt{3}(cm)$.Gọi D là điểm đối xứng của B qua C. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABD$ bằng

A. $5cm$. **B.** $3\sqrt{2}cm$. **C.** $\sqrt{26}cm$. **D.** $\sqrt{37}cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Cách 1: Dựng CG vuông góc với (ABC), Qua E dựng mặt phẳng vuông góc với SB, mặt phẳng này cắt CG tại F. Suy ra F là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$. Đặt $SF = R$

Xét hình chữ nhật: $CGSH \Rightarrow FC = SH - FG = SH - \sqrt{R^2 - CH^2}$ (1)

Lại có: $FC = \sqrt{R^2 - CB^2}$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $SH - \sqrt{R^2 - CH^2} = \sqrt{R^2 - CB^2}$

$6 - \sqrt{R^2 - 12} = \sqrt{R^2 - 36} \Rightarrow 5 - \sqrt{R^2 - 12} = 0 \Rightarrow R = \sqrt{37}\,(cm)$

Cách 2:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có: $C(0;0;0), A(-3\sqrt{3};-3;0), B(-3\sqrt{3};3;0), S(-2\sqrt{3};0;6)$

$F \in CG \Rightarrow F(0;0;t) \Rightarrow FA = FS \Leftrightarrow \sqrt{36 + t^2} = \sqrt{12 + (t-6)^2}$

$\Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow SC = \sqrt{37}\,(cm)$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA = BC = 3$. Cạnh bên $SA = 6$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là?

A. 9. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $3\sqrt{6}$. **D.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm AC, suy ra M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi I là trung điểm SC, suy ra $IM // SA$ nên $IM \perp (ABC)$.

Do đó IM là trục của ΔABC suy ra $IA = IB = IC$ (1).

Hơn nữa, tam giác SAC vuông tại A có I là trung điểm SC nên $IS = IC = IA$ (2).

Từ (1) và (2), ta có $IS = IA = IB = IC$ hay I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Vậy bán kính $R = IS = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$.

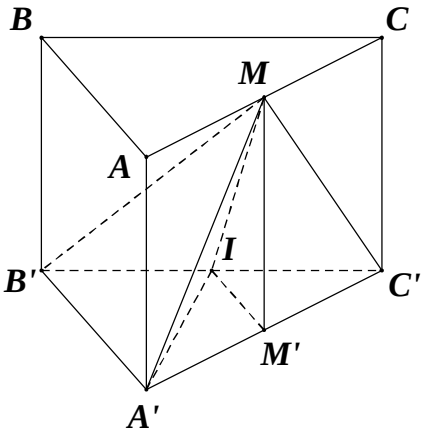
DẠNG 2: TÍNH DIỆN TÍCH MẶT CẦU

Câu 43. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của cạnh $B'C'$. Khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$.
Gọi M' là trung điểm của cạnh $A'C'$. Khi đó $MM' \perp (A'B'C')$.

Do $MA' = MC' = a\sqrt{2}$ nên $\Delta MA'C'$ vuông tại M. Do đó M' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$. Bán kính mặt cầu là $r = IB' = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

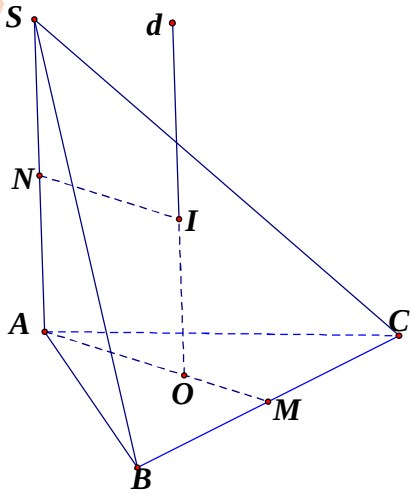
Do đó diện tích mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 5\pi a^2$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos\widehat{ACB} = \dfrac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = \dfrac{65\pi a^2}{4}$. **B.** $S = 13\pi a^2$. **C.** $S = \dfrac{97\pi a^2}{4}$. **D.** $S = 4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC và SA; O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Do ABC cân tại A nên $O \in AM$.
Qua O dựng Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC $(\Delta \,//\, SA)$.
Trong (SAM), kẻ đường thẳng qua N vuông góc với SA cắt Δ tại I. Khi đó
$IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ΔAMC có $\cos\widehat{ACM}=\dfrac{MC}{AC}\Rightarrow AB=AC=3a\sqrt{2}$.

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}CA.CB.\sin\widehat{ACB}=\dfrac{1}{2}3a\sqrt{2}.2a\sqrt{2}.\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2}=4a^2\sqrt{2}$.

Mà $S_{ABC}=\dfrac{AB.AC.BC}{4.OA}\Rightarrow OA=\dfrac{9}{4}a$.

Tứ giác $NAOI$ là hình chữ nhật nên $AI=\sqrt{NA^2+AO^2}=\dfrac{\sqrt{97}a}{4}$.

Suy ra bán kính mặt cầu $R=\dfrac{\sqrt{97}a}{4}$.

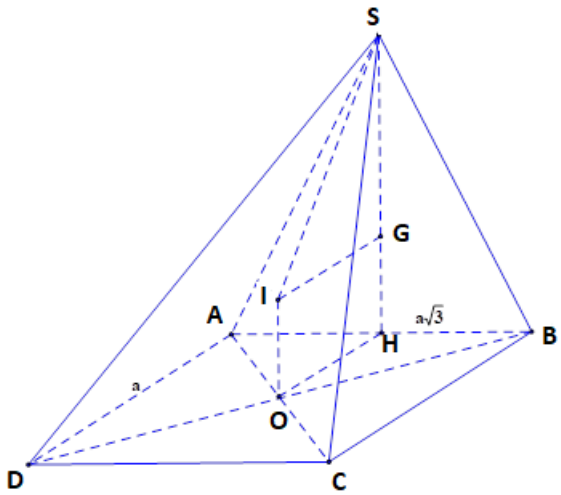
Vậy diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=\dfrac{97\pi a^2}{4}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=\sqrt{3}a$, $AD=a$, ΔSAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=5\pi a^2$. **B.** $S=10\pi a^2$. **C.** $S=4\pi a^2$. **D.** $S=2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow SH\perp AB$ (vì ΔSAB đều).

Mặt khác $(SAB)\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Gọi O là giao điểm của $AC,BD\Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm $\Delta SBC\Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SBC.

Qua O dựng đường thẳng $d//SH\Rightarrow d$ là trục của đường tròn (O), qua G dựng đường thẳng $\Delta//OH\Rightarrow\Delta$ là trục của đường tròn (H). $d\cap\Delta=I\Rightarrow IA=IB=IC=ID=IS\Rightarrow I$ là tâm của mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

Xét tam giác đều SAB có cạnh là $a\sqrt{3}\Rightarrow SH=\dfrac{3a}{2}\Rightarrow SG=a$.

Mặt khác $IG=OH=\dfrac{AD}{2}=\dfrac{a}{2}$.

Xét tam giác vuông $SIG: IS^2=SG^2+IG^2=a^2+\dfrac{a^2}{4}=\dfrac{5a^2}{4}\Rightarrow IS=\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$.

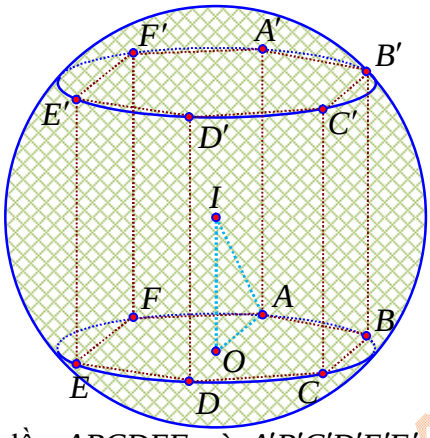
Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$ là: $S=4\pi R^2=5\pi a^2$.

Câu 46. Cho hình lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $2\pi a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O, O' là tâm lục giác đều $ABCDEF$ và $A'B'C'D'E'F'$

Ta có

❍ $OA = OB = OC = OD = OE = OF = a\sqrt{2}$

❍ OO' là trục của mặt phẳng $(ABCDEF)$ và $(A'B'C'D'E'F')$

Trong mặt phẳng (AA', OO'), dựng đường trung trực d của cạnh AA' thì d cắt OO' tại I

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, bán kính $R = IA$.

Xét tam giác OIA vuông tại O có: $IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = 2a$

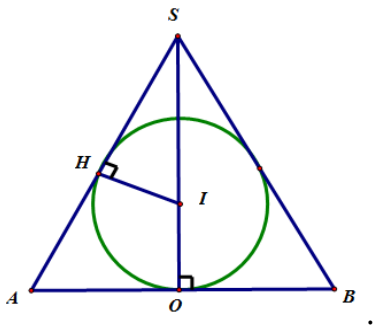
Khi đó diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là: $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Câu 47. Cắt hình nón đỉnh S cho trước bởi mặt phẳng đi qua trục SO của nó ta được một tam giác vuông cân có cạnh bên độ dài bằng a. Tính diện tích của mặt cầu nội tiếp hình nón đã cho.

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{4}{3}\pi a^2$. **C.** $2\pi\left(3+2\sqrt{2}\right)a^2$. **D.** $2\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)a^2$.

Hướng dẫn giải

ChọnA



Ta thấy $\Delta SIH \sim \Delta SAO\ (g\text{-}g)$.

$\Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{IH}{AO} \Leftrightarrow \frac{SO - IO}{SA} = \frac{IO}{AO}$ (Vì $IO = IH$) (1).

Vì ΔSAB vuông cân tại S và O là trung điểm của $AB \Rightarrow SO = AO = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ (2).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Từ (1) và $(2) \Rightarrow \dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}-IO}{a}=\dfrac{IO}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow IO=\dfrac{a\left(2-\sqrt{2}\right)}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là $S=4\pi.IO^2=2\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)a^2$.

Câu 48. Một mặt cầu (S) có độ dài bán kính bằng $2a$. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu (S).

A. $S_{mc}=\dfrac{16\pi}{3}a^2$. **B.** $S_{mc}=4a^2\pi$. **C.** $S_{mc}=8a^2\pi$. **D.** $S_{mc}=16a^2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có diện tích S_{mc} của mặt cầu là $S_{mc}=\pi R^2=4a^2\pi$.

Câu 49. Biết rằng khi quay 1 đường tròn có bán kính bằng 1 quay quanh một đường kính của nó ta được 1 mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu đó.

A. 2π. **B.** π. **C.** 4π. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$S_{mc}=4\pi R^2=4\pi$.

Câu 50. Diện tích mặt cầu bán kính $2r$ là.

A. $4\pi r^2$. **B.** $8\pi r^2$. **C.** $16\pi r^2$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

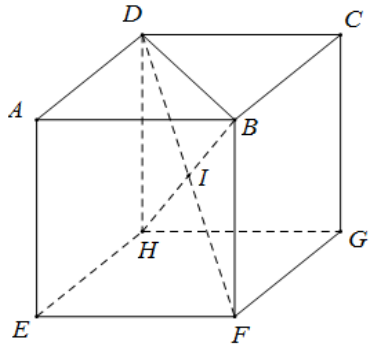
Theo công thức tính diện tích mặt cầu $S=4\pi(2r)^2=16\pi r^2$.

Câu 51. Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $1\,cm$ có diện tích bằng.

A. $\dfrac{4\pi}{3}\,cm^2$. **B.** $1\,cm^2$. **C.** $3\pi\,cm^2$. **D.** $12\pi\sqrt{3}\,cm^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có.

$BD=\sqrt{DC^2+BC^2}=\sqrt{2}$

$DF=\sqrt{DB^2+BF^2}=\sqrt{3}$.

$R=ID=\dfrac{1}{2}DF=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $S=4\pi R^2=3\pi$.

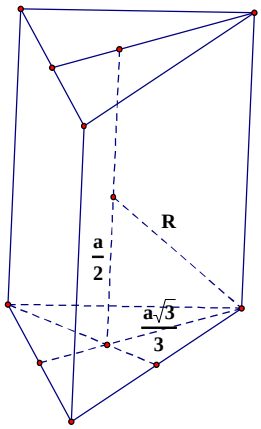
Câu 52. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp một hình lăng trụ tam giác đều có các cạnh đều bằng a.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{7\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{7\pi a^2}{6}$. **C.** $\frac{7\pi a^2}{5}$. **D.** $\frac{3\pi a^2}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều là tâm của hình lăng trụ tam giác đều đó.

Khi đó, bán kính mặt cầu là: $R=\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích mặt cầu: $S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2=\frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 53. Biết rằng khi quay một đường tròn có bán kính bằng 1 quay quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu. Tính diện tích mặt cầu đó.

A. π. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** 4π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo đề bài ta suy ra bán kính của đường tròn bằng bán kính của mặt cầu.

Vậy diện tích của mặt cầu là $V=4\pi R^2=4\pi$ (đvtt)

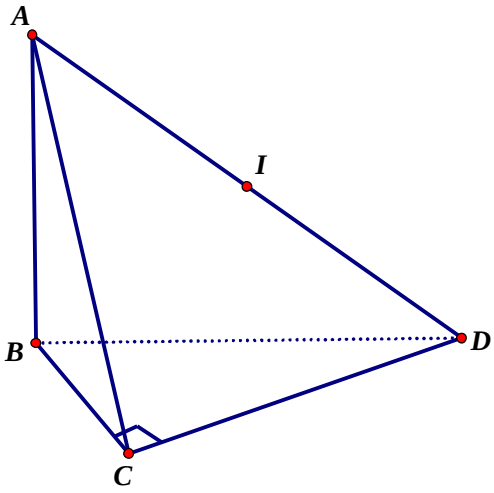
Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C, AB vuông góc với mặt phẳng (BCD), $AB=5a$, $BC=3a$ và $CD=4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R=\frac{5a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R=\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\frac{5a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $R=\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Vì $\begin{cases} CD \perp BC \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow CD \perp AC$, gọi I là trung điểm của AD.

Khi đó ta có tam giác ACD và ABD vuông cùng có cạnh huyền AD nên bốn điểm A, B, C và D cùng thuộc mặt cầu tâm I đường kính AD.

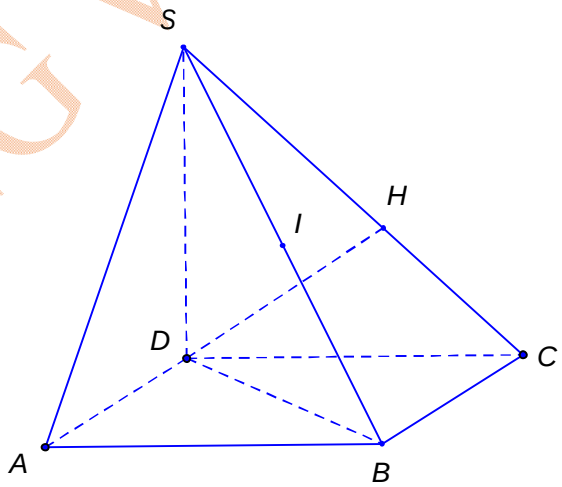
Bám kính mặt cầu là: $R = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2 + CD^2} = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 55. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại đỉnh B. Biết $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $16\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi D là hình chiếu của S trên $(ABCD)$.

Do $SA \perp AB \Rightarrow DA \perp AB$, và $SC \perp CB \Rightarrow DC \perp CB$. Vậy suy ra $ABCD$ là hình vuông.

Trong (SCD) kẻ $DH \perp SC$ tại H.

Ta có $AD // (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = d(D,(SBC)) = DH$.

Ta có $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{SD^2} \Rightarrow SD = a\sqrt{6}$. Suy ra $SB = 2a\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi I là trung điểm SB suy ra I là tâm mặt cầu và $R=\frac{SB}{2}=a\sqrt{3}$.

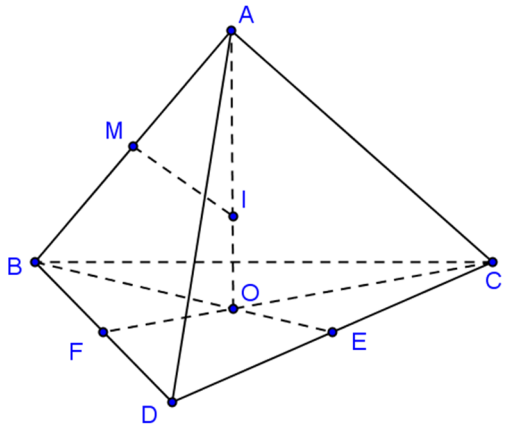
Vậy diện tích mặt cầu bằng $S=4\pi R^2=12\pi a^2$.

Câu 56. Một mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a. Diện tích mặt cầu (S) là.

A. $\frac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $\frac{3\pi a^2}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD.

Trong mặt phẳng (ABO) dựng đường trung trực của AB cắt AO tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Ta có: $AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=a\sqrt{\frac{2}{3}}$, $R=IA=\frac{AB^2}{2AO}=\frac{a^2}{2a\sqrt{\frac{2}{3}}}=a\sqrt{\frac{3}{8}}$.

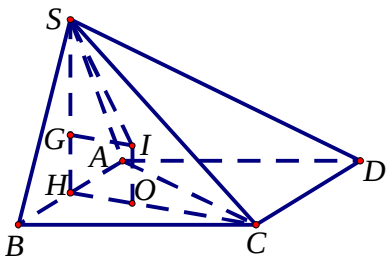
Diện tích mặt cầu (S) là: $S=4\pi R^2=4\pi a^2.\frac{3}{8}=\frac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=\frac{13\pi a^2}{12}$. **B.** $S=\frac{5\pi a^2}{3}$. **C.** $S=\frac{13\pi a^2}{36}$. **D.** $S=\frac{5\pi a^2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của cạnh AB. Vì ΔSAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SH\perp(ABCD)$.

Gọi O, G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và SAB.

Ta có $\left.\begin{array}{l} CH \perp AB \\ CH \perp SH \end{array}\right\} \Rightarrow CH \perp (SAB)$.

Từ O kẻ đường thẳng $\Delta_1 \perp (ABC) \Rightarrow \Delta_1 // SH$.

Trong mặt phẳng $(\Delta_1; SH)$ từ G kẻ đường thẳng $\Delta_2 // CH$ và $\Delta_2 \cap \Delta_1 = I$.

Do $\Delta_2 // CH \Rightarrow \Delta_2 \perp (SAB)$.

Vì $I \in \Delta_1 \Rightarrow IA = IB = IC$ (1). Vì $I \in \Delta_2 \Rightarrow IA = IB = IS$ (2). Từ (1), (2) có I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Các tam giác ABC và SAB đều cạnh a nên $SG = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $GI = OH = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Bán kính của mặt cầu là $R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{9} + \dfrac{3a^2}{36}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$.

Do đó diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi R^2 = \dfrac{5\pi a^2}{3}$.

Câu 58. Cho mặt cầu (S) tâm O; đường kính R. Khi đó diện tích mặt cầu là:

A. $2\pi R^2$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi R^2$. **C.** πR^2. **D.** $4\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

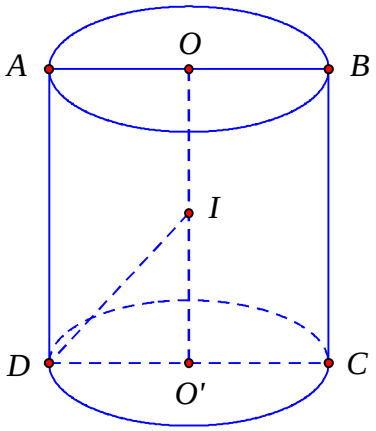
$S = 4\pi\left(\dfrac{R}{2}\right)^2 = \pi R^2$.

Câu 59. Một hình trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{3}$, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và gọi (S) là mặt cầu đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ. Tính diện tích mặt cầu (S).

A. $6\sqrt{3}\pi$. **B.** $8\sqrt{6}\pi$. **C.** $\sqrt{6}\pi$. **D.** 24π.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Mặt cầu (S) đi qua hai đường tròn đáy của hình trụ nên khối trụ nội tiếp khối cầu.

Mặt cầu (S) có tâm I là trung điểm của OO' và bán kính $R = IA = IB = IC = ID$.

Ta có $ID = \sqrt{O'I^2 + O'D^2} = \sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{6} \Rightarrow R = \sqrt{6} \Rightarrow S = 4\pi R^2 = 24\pi$.

Câu 60. Một hình cầu có bán kính bằng 2 (m). Hỏi diện tích của mặt cầu bằng bao nhiêu?

A. 8π (m^2). **B.** π (m^2). **C.** 4π (m^2). **D.** 16π (m^2).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=16\pi$ (m^2).

Câu 61. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $S=\frac{3}{4}\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2$.

Câu 62. Khinh khí cầu của Mông–gôn–fie (Montgolfier) (người Pháp) nhà phát minh ra khinh khí cầu dùng khí nóng. Coi khinh khí cầu này là một mặt cầu có đường kính 11m thì diện tích của mặt khinh khí cầu là bao nhiêu? (lấy $\pi\approx\frac{22}{7}$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $380,29\left(\text{m}^2\right)$. **B.** $697,19\left(\text{m}^2\right)$. **C.** $190,14\left(\text{m}^2\right)$. **D.** $95,07\left(\text{m}^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Bán kính của khi khí cầu là $R=\frac{11}{2}(\text{m})$.

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=121\pi\approx 380.29\left(\text{m}^2\right)$.

Câu 63. Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 2 là

A. 12π. **B.** $2\pi\sqrt{3}$. **C.** $8\pi\sqrt{3}$. **D.** 48π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a có tâm là giao điểm các đường chéo của hình lập phương, có bán kính $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 2 có bán kính $R=\sqrt{3}$.

Vậy diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2=12\pi$.

Câu 64. Cho khối cầu (S) có thể tích bằng 36π (cm^3). Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. $36\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $27\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $64\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $18\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối cầu bằng $36\pi\Rightarrow\frac{4}{3}\pi r^3=36\pi\Rightarrow r^3=27\Rightarrow r=3$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là: $S=4\pi r^2=4\pi.3^2=36\pi\ \left(\text{cm}^2\right)$.

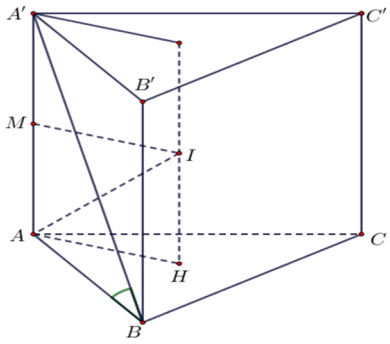
Câu 65. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường chéo của mặt bên và đáy của lăng trụ là $60°$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $\frac{13}{3}\pi a^2$. **B.** $\frac{5}{3}\pi a^2$. **C.** $\frac{13}{9}\pi a^2$. **D.** $\frac{5}{9}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là tâm ΔABC thì $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $\left(\widehat{A'B,(ABC)}\right)=\left(\widehat{A'B,AB}\right)=\widehat{A'BA}=60^\circ \Rightarrow AA'=AB.\tan 60^\circ=a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm AA' thì $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AA' cắt trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại I thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Ta có $R^2=IA^2=IM^2+AM^2=AH^2+AM^2=\dfrac{3a^2}{4}+\dfrac{a^2}{3}=\dfrac{13a^2}{12}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $S=4\pi R^2=4\pi\dfrac{13a^2}{12}=\dfrac{13}{3}\pi a^2$.

Câu 66. Cho mặt cầu (S_1) bán kính R_1, mặt cầu (S_2) bán kính R_2. Biết rằng $R_2=2R_1$, tính tỉ số diện tích mặt cầu (S_2) và mặt cầu (S_1).

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $V_2=\dfrac{4}{3}\pi.R_2^2=\dfrac{4}{3}\pi.4.R_1^2=4V_1$.

Câu 67. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng

A. $2\pi R$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** πR^2. **D.** $4\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$.

Câu 68. Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết nửa chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π.

A. $S=32\pi$. **B.** $S=64\pi$. **C.** $S=8\pi$. **D.** $S=16\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi R là bán kính mặt cầu (S)

Chu vi đường tròn lớn là $4\pi \Leftrightarrow 2\pi R=4\pi \Leftrightarrow R=2$

Vậy diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2=16\pi$.

Câu 69. Gọi R, S, V lần lượt là bán kính, diện tích và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

A. $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$ **B.** $S=\pi R^2$ **C.** $3V=S.R$ **D.** $S=4\pi R^2$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Công thức tính diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2$.

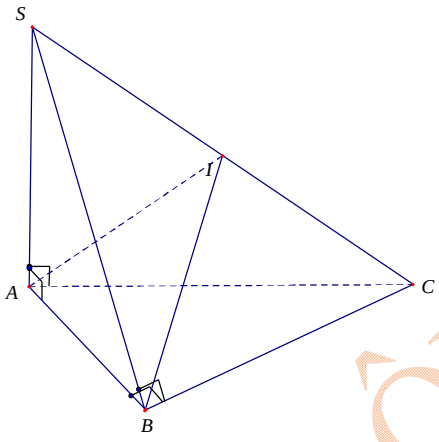
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 70. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B với $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a\sqrt{3}$.Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=4a.$ **B.** $R=2a.$ **C.** $R=a.$ **D.** $R=3a.$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $SA\perp(ABC)$ nên tam giác SAC vuông tại $A\Rightarrow$ điểm A thuộc mặt cầu tâm I đường kính SC (1).

Mặt khác ta lại có:

$\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại $B\Rightarrow$ điểm B thuộc mặt cầu tâm I đường kính SC (2).

Từ (1) và (2) ta có bốn điểm A,B,S,C cùng thuộc mặt cầu tâm I đường kính BC.

Xét tam giác vuông ABC ta có $AC^2=AB^2+BC^2=2a$.

Xét tam giác vuông SAC có $SC^2=SA^2+AC^2=16a^2\Rightarrow SC=4a$.

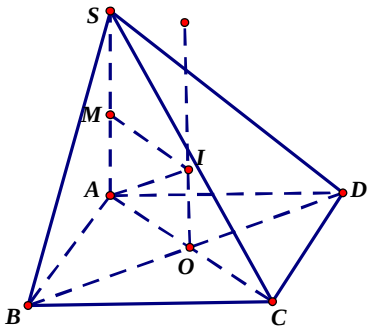
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $R=\dfrac{BC}{2}=2a$.

Câu 71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=2a$, $AD=a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là.

A. $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $\dfrac{8\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$S_{ABCD}=AD.AB=2a.a\sqrt{3}=2\sqrt{3}a^2$; $(SD,(ABCD))=\widehat{SDA}=30°$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\tan 30^0 = \dfrac{SA}{AD} \Leftrightarrow SA = AD.\tan 30° = a\sqrt{3}\dfrac{\sqrt{3}}{3} = a$;

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD , cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp , Δ là đường thẳng đi qua O và song song với SA. Mặt phẳng trung trực của SA cắt Δ tại I là trung điểm của SC . Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$r = IA = \dfrac{1}{2}SC = \dfrac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4a^2 + 3a^2} = a\sqrt{2}$.

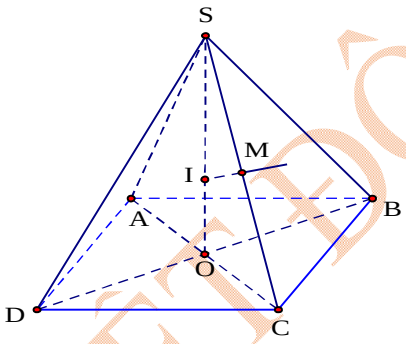
$S = 4\pi r^2 = 4\pi\left(\sqrt{2}a\right)^2 = 8\pi a^2$.

Câu 72. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $2a$ và cạnh bên $a\sqrt{6}$ .Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $18\pi a^2$. **B.** $18a^2$. **C.** $9a^2$. **D.** $9\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi 463,51 là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của SC. Trong mặt phẳng (SOC) dựng đường thẳng qua M và vuông góc với SC cắt SO tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ và bán kính $r = SI$.

Xét tam giác vuông ABC ta có: $AC = 2\sqrt{2}a$.

Xét tam giác vuông SOC ta có: $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = 2a$.

Xét $\Delta SMI \backsim \Delta SOC$ ta có: $\dfrac{SM}{SO} = \dfrac{SI}{SC} \Rightarrow SI = \dfrac{SM.SC}{SO} = \dfrac{3a}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu cần tìm là: $S = 4\pi\left(\dfrac{3a}{2}\right)^2 = 9\pi a^2$.

Câu 73. Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = BC = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2\sqrt{2}a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ theo a.

A. $16\pi a^2$. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $64\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow CB \perp SB \Rightarrow \widehat{SBC} = 90°$.

Mặt khác: $SA \perp AC \Rightarrow \widehat{SAC} = 90°$.

Suy ra: $\widehat{SBC} = \widehat{SAC} = 90°$ do đó mặt cầu đường kính SC là mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.

Xét tam giác vuông ABC ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8a^2$.

Xét tam giác vuông SAC ta có: $SC^2 = SA^2 + AC^2 = 8a^2 + 8a^2 = 16a^2 \Rightarrow SC = 4a$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là: $R = \dfrac{SC}{2} = 2a$.

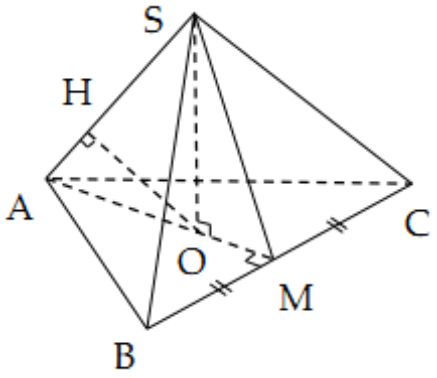
Diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2$.

Câu 74. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và cạnh đáy là 60^0. Hỏi diện tích mặt cầu (S) có tâm O và tiếp xúc với các cạnh bên bằng bao nhiêu? (O là tâm mặt đáy):

A. $\frac{2\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. **D.** πa^2.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $\widehat{SAO} = 60^0$ (Góc giữa cạnh bên SA và đáy (ABC)).

$$\Rightarrow SO = AO.\tan SAO = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\tan 60^0 = a \Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4}{a^2}.$$

Bán kính mặt cầu (S) là $R = OH = \frac{a}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu (S) là: $S_C = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \pi a^2$.

DẠNG 3: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CẦU

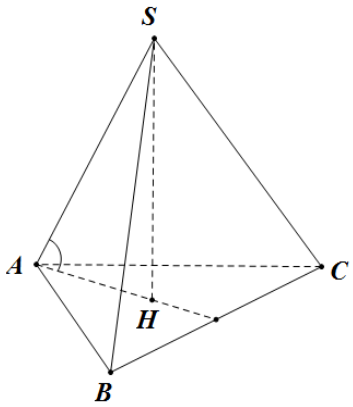
Câu 75. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng.

A. $4\pi a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $4\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có: $AH=\frac{2}{3}.\frac{3a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$; ΔSAH vuông cân $\Rightarrow SH=AH=a\sqrt{3}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là: $R=\frac{SA^2}{2SH}=\frac{6a^2}{2a\sqrt{3}}=a\sqrt{3}$.

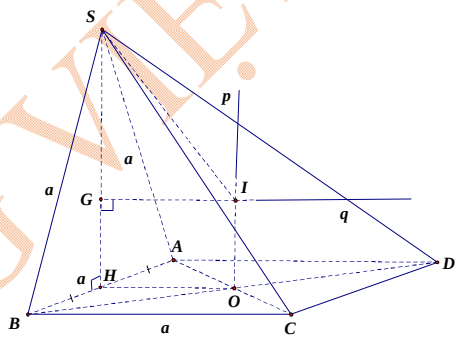
Vậy $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(a\sqrt{3}\right)^3=4\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 76. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. **B.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. **C.** $V=\frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $O=AC\cap BD$.

Dựng đường thẳng p đi qua điểm O và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

$\Rightarrow p$ là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SAB.

Dựng đường thẳng q đi qua G và vuông góc với mặt phẳng (SAB) cắt p tại I.

$\Rightarrow q$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.

Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Thật vậy, $I\in p\Rightarrow IA=IB=IC=ID(1)$.

$I\in q\Rightarrow IA=IB=IS(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $IA=IB=IC=ID=$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

OH là đường trung bình của tam giác ABC nên $OH=\frac{BC}{2}=\frac{a}{2}=GI$.

Vì G là trọng tâm của tam giác SAC nên $SG=\frac{2}{3}SH=\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SGI vuông tại G nên $SI^2 = SG^2 + IG^2 \Leftrightarrow R^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{12} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

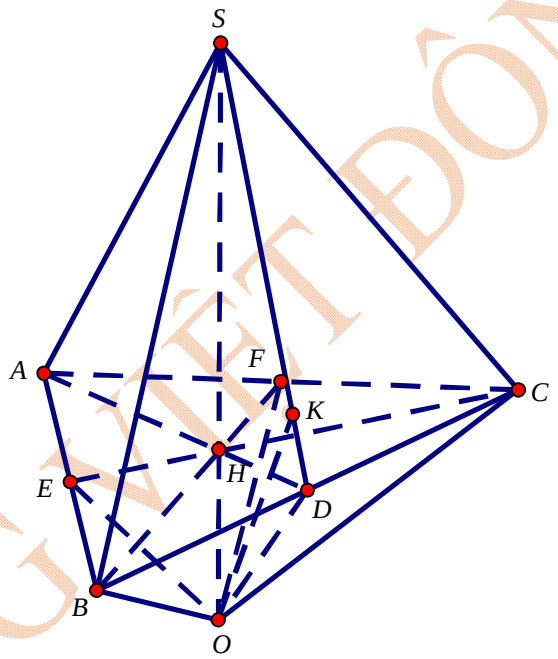
Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^3 = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

Câu 77. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC đều, đường cao SH với H nằm trong ΔABC và 2SH=BC, (SBC) tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60^0. Biết có một điểm O nằm trên đường cao SH sao cho $d(O;AB) = d(O;AC) = d(O;(SBC)) = 1$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $\frac{500\pi}{81}$. **B.** $\frac{343\pi}{48}$ **C.** $\frac{256\pi}{81}$. **D.** $\frac{125\pi}{162}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử E, F là chân đường vuông góc hạ từ O xuống AB, AC. Khi đó ta có $HE \perp AB, HF \perp AC$. Do $OE = OF = 1$ nên $HE = HF$. Do đó AH là phân giác của góc $\widehat{BAC}$. Khi đó $AH \cap BC = D$ là trung điểm của BC.

Do $BC \perp AD \Rightarrow BC \perp (SAD)$. Kẻ $OK \perp SD$ thì $OK \perp (SBC)$. Do đó $OK = 1$ và $\widehat{SDA} = 60°$.

Đặt $AB = BC = CA = 2a(a > 0)$ thì $SH = a, HD = a.\cot 60° = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Do đó $AD = a\sqrt{3} = 3HD$ nên H là tâm tam giác đều $ABC \Rightarrow S.ABC$ là hình chóp tam giác đều và E, F là trung điểm AB, AC.

Mặt khác trong tam giác SOK có : $SO = \frac{OK}{\sin 30°} = 2$. Do ΔDEF đều có $OH \perp (DFE)$ nên $OE = OF = OD = 1 \Rightarrow K \equiv D$.

Khi đó ΔDSO vuông tại D và có $DH \perp SO$. Từ đó

$DH^2 = HS.HO \Leftrightarrow \frac{a^2}{3} = a(2-a) \Leftrightarrow a = \frac{3}{2} \Rightarrow AB = 3, SH = \frac{3}{2}$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ thì $R=\frac{SA^2}{2SH}=\frac{7}{4}$.

$V_{m/c}=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{7}{4}\right)^3=\frac{343}{48}\pi$.

Câu 78. Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

A. $V=4\pi R^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V=\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 79. Cho khối cầu có bán kính R. Thể tích của khối cầu đó là

A. $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $V=4\pi R^3$ **D.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

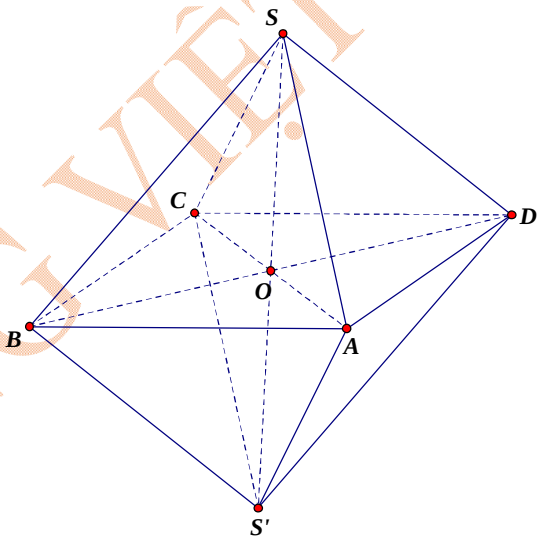
- Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 80. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp bát diện đều có cạnh bằng a là:

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử hình bát diện đều như hình vẽ. khi đó Bán kính mặt cầu $R=SO=\sqrt{SA^2-OA^2}$.

$\Rightarrow R=\sqrt{a^2-\frac{2a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích của khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

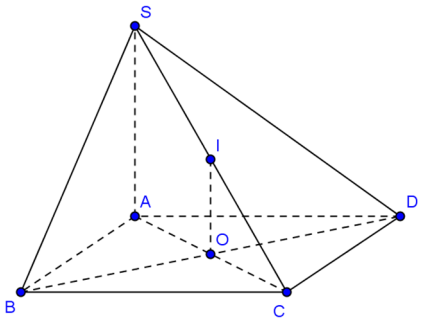
Câu 81. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a$, góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $V=\frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{10\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{5\pi a^3}{6}$. **D.** $V=\sqrt{6}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$ và I là trung điểm SC.
Khi đó OI là trục của hình chữ nhật $ABCD$ nên $IA = IB = IC = ID$.
Mặt khác do và I là trung điểm SC nên $IS = IC$.
Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
Do $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$. Vậy $\widehat{SCA} = (SC, (ABCD)) = 45°$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}.\frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}a}{2\sqrt{2}}$.

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4\pi}{3}\left(\frac{\sqrt{5}a}{2\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$.

Câu 82. Khối cầu (S) có diện tích mặt cầu bằng 16π (đvdt). Tính thể tích khối cầu.

A. $\frac{32\pi\sqrt{3}}{9}(đvdt)$. **B.** $\frac{32\pi\sqrt{3}}{3}(đvdt)$. **C.** $\frac{32\pi}{9}(đvdt)$. **D.** $\frac{32\pi}{3}(đvdt)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$S = 4\pi R^2 = 16\pi \Rightarrow R^2 = \frac{16\pi}{4\pi} = 4 \Rightarrow R = 2$.

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32\pi}{3}(đvdt)$.

Câu 83. Quay một miếng bìa hình tròn có diện tích $16\pi a^2$ quanh một trong những đường kính, ta được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{256}{3}\pi a^3$ **B.** $\frac{32}{3}\pi a^3$ **C.** $\frac{64}{3}\pi a^3$ **D.** $\frac{128}{3}\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi R là bán kính đường tròn. Theo giả thiết, ta có $S = \pi R^2 = 16\pi a^2 \Rightarrow R = 4a$.
Khi quay miếng bìa hình tròn quanh một trong những đường kính của nó thì ta được một hình cầu. Thể tích hình cầu này là $V = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3 = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(4a)^3 = \frac{256}{3}\pi a^3$.

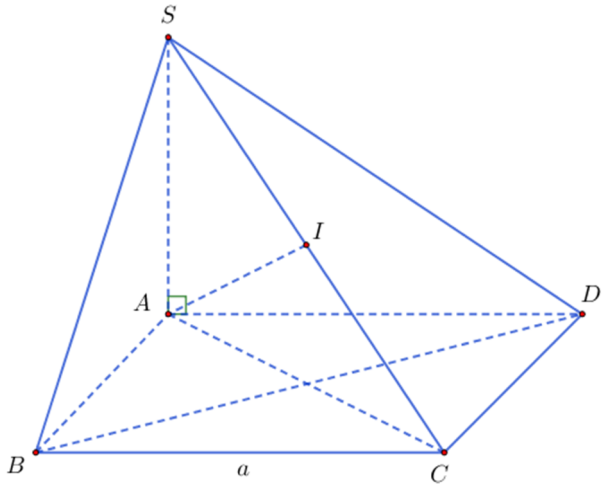
Câu 84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Tính Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{2}{3}\pi a^3$. **B.** $V = \pi a^3$. **C.** $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C



Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA}$ bằng 45° nên tam giác SAC vuông cân tại A nên $SC = 2a$.

Ta có $CB \perp (SAB) \Rightarrow CB \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.

$CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D.

$\Rightarrow$ Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là trung điểm SC, bán kính $R = \dfrac{SC}{2} = a$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 85. Bán kính R của khối cầu có thể tích $V = \dfrac{32\pi a^3}{3}$ là:

A. $\sqrt[3]{7}a$. **B.** $R = 2a$. **C.** $R = 2\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

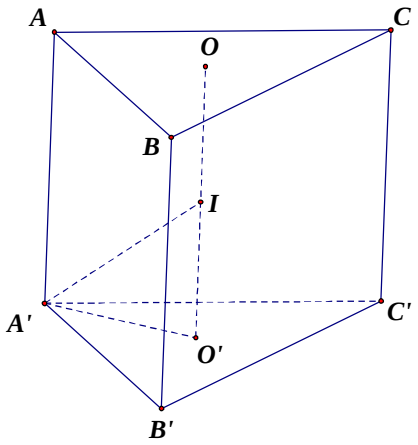
Thể tích khối cầu $V = \dfrac{32\pi a^3}{3} \Leftrightarrow \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{32\pi a^3}{3} \Leftrightarrow R = 2a$.

Câu 86. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. **B.** $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. **C.** $V = \dfrac{8\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **D.** $V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựng trục OO' của hai đáy và gọi I là trung điểm của OO'. Khi đó I là tâm của mặt cầu và bán kính mặt cầu $R = IA'$.

Trong tam giác vuông $IO'A'$ ta có $R = \sqrt{O'A'^2 + O'I^2}$ với $O'A' = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $O'I = 2a$ ta có

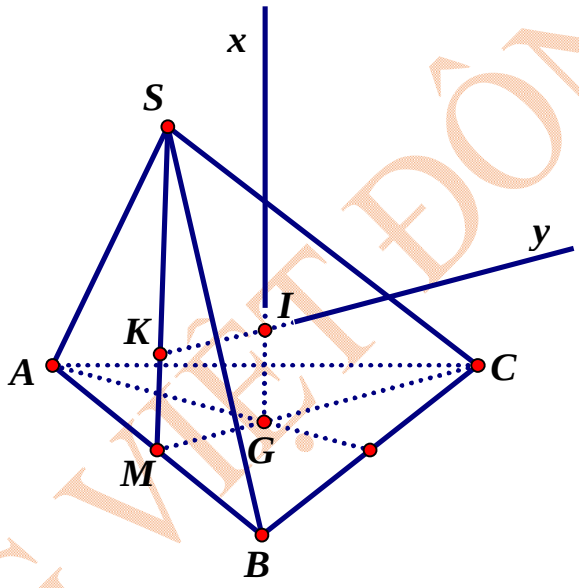
$R = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Thể tích khối cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow V = \dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 87. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. $\dfrac{5\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$. **C.** $\dfrac{4\pi\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Dựng trục đường tròn Gx ngoại tiếp tam giác ABC.
Dựng trục đường tròn Ky ngoại tiếp tam giác SAB.
Gọi I là giao điểm Gx và Ky.
Ta có I cách đều các điểm $S, A, B, C \Rightarrow IS = IA = IB = IC = R$.

Ta có: $SK = \dfrac{2}{3}SM = \dfrac{2}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$KI = MG = \dfrac{1}{3}MC = \dfrac{1}{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác SKI vuông tại K ta có:

$R = SI = \sqrt{SK^2 + IK^2} = \dfrac{\sqrt{15}}{6}$.

Vậy thể tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3 = \dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

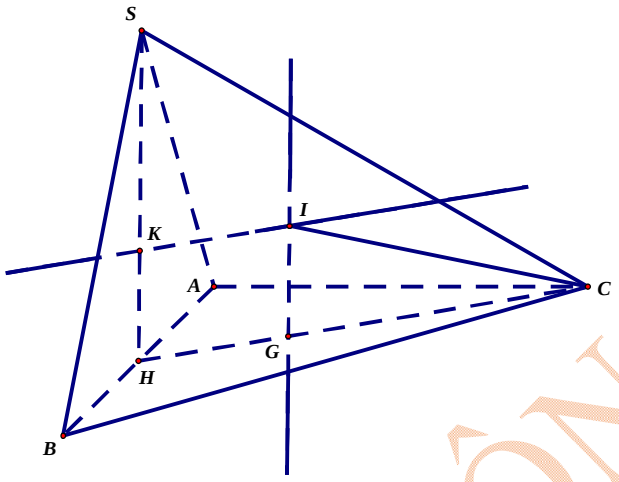
Câu 88. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\frac{5\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **C.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **D.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



.

Gọi G,K lần lượt là trọng tâm tam giác ABC,SAB.

Dựng d,d' lần lượt là hai đường thẳng qua G,K và vuông góc với $(ABC),(SAB)$

Dễ thấy d,d' đồng phẳng. Gọi $I=d\cap d'$. Tứ giác $GIKH$ là hình vuông.

$\Rightarrow GH=\frac{\sqrt{3}}{6};GC=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow R=IC=\frac{\sqrt{15}}{6}$.

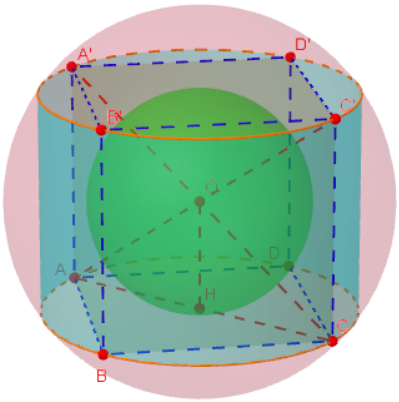
$\Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi.\frac{15\sqrt{15}}{6^3}=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Câu 89. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi V_1,V_2,V_3 lần lượt là thể tích của khối trụ ngoại tiếp, khối cầu nội tiếp, khối cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính giá trị $P=\frac{V_1+V_2}{V_3}$.

A. $P=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $P=\frac{4\sqrt{3}}{9}$. **C.** $P=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $P=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

• Khối trụ ngoại tiếp hình lập phương có bán kính bằng đáy bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ và chiều cao bằng a nên có thể tích $V_1=\pi\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.a=\frac{\pi a^3}{2}$.

• Khối cầu nội tiếp hình lập phương có bán kính bằng $\frac{a}{2}$ nên có thể tích $V_2=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^3=\frac{\pi a^3}{6}$.

• Khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có bán kính bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

nên có thể tích $V_3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó suy ra $V_1+V_2=\frac{2\pi a^3}{3}$. Vậy $P=\frac{V_1+V_2}{V_3}=\frac{2\pi a^3}{3}:\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{9}$.

Câu 90. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là:

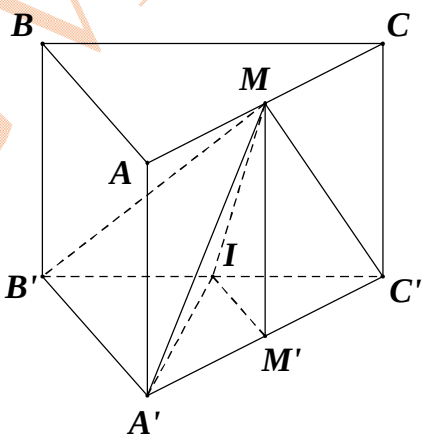
A. $V=2\pi a^3$ **B.** $V=\pi a^3$ **C.** $V=\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $V=4\pi a^3$

Câu 91. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của cạnh $B'C'$. Khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$.

Gọi M' là trung điểm của cạnh $A'C'$. Khi đó $MM'\perp(A'B'C')$.

Do $MA'=MC'=a\sqrt{2}$ nên $\Delta MA'C'$ vuông tại M. Do đó M' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$.

Do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$. Bán kính mặt cầu là $r=IB'=\frac{BC}{2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Do đó thể tích khối cầu là $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{5\sqrt{5}\pi a^3}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 92. Một hình cầu có thể tích bằng $\frac{4\pi}{3}$ ngoại tiếp một hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó là

A. $\frac{8\sqrt{3}}{9}$. **B.** 1. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Kí hiệu a độ dài là cạnh của hình lập phương $(a>0)$.

Khi đó, bán kính của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương là $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do thể tích hình cầu là $\frac{4\pi}{3}$ nên ta có $\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4\pi}{3}\Leftrightarrow R=1\Leftrightarrow a=\frac{2}{\sqrt{3}}$.

Vậy thể tích khối lập phương là $V=a^3=\frac{8\sqrt{3}}{9}$

Câu 93.Mặt cầu (S) có diện tích bằng 20π, thể tích khối cầu (S) bằng

A. $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **B.** $20\pi\sqrt{5}$. **C.** $\frac{20\pi}{3}$. **D.** $\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu (S): $4\pi R^2=20\pi\Leftrightarrow R=\sqrt{5}$.

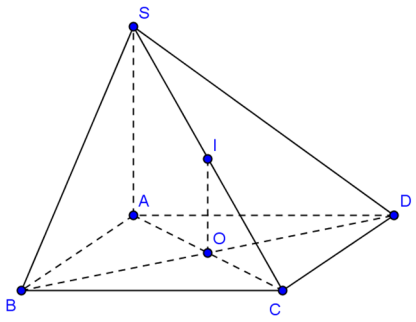
Thể tích khối cầu (S) là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\sqrt{5}\right)^3=\frac{20\pi\sqrt{5}}{3}$.

Câu 94. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a$, góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng $45°$. Tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{10\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\sqrt{6}\pi a^3$. **D.** $V=\frac{5\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi $O=AC\cap BD$ và I là trung điểm SC.
Khi đó OI là trục của hình chữ nhật $ABCD$ nên $IA=IB=IC=ID$.
Mặt khác do và I là trung điểm SC nên $IS=IC$.
Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
Do $SA\perp(ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$. Vậy $\widehat{SCA}=(SC,(ABCD))=45°$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R=\frac{1}{2}SC=\frac{1}{2}.\frac{AC}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}a}{2\sqrt{2}}$.

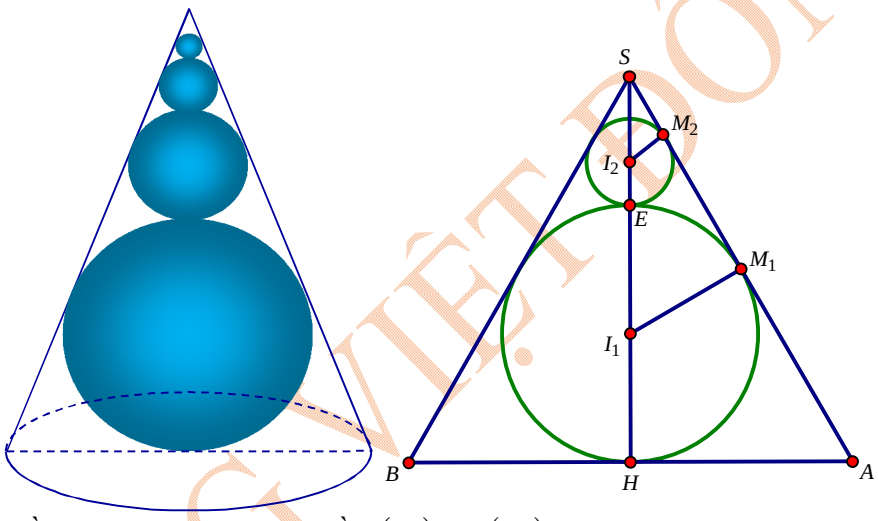
Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{4\pi}{3}\left(\frac{\sqrt{5}a}{2\sqrt{2}}\right)^3=\frac{5\sqrt{10}\pi a^3}{3}$.

Câu 95. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°, độ dài đường sinh bằng a. Dãy hình cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N); (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tính tổng thể tích các khối cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... theo a.

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\frac{9\pi a^3\sqrt{3}}{16}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **D.** $\frac{27\pi a^3\sqrt{3}}{52}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I_1, I_2 lần lượt là tâm của mặt cầu (S_1) và (S_2).

Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó ta có ΔSAB đều và $R_1=\frac{1}{3}SH=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Hạ $I_1M_1\perp SA$, $I_2M_2\perp SA$.

Xét ΔSI_2M_2 có $\sin 30^o=\frac{I_2M_2}{SI_2}\Rightarrow SI_2=2I_2M_2$. Khi đó ta có $SH=SI_2+I_2E+EH$

$\Leftrightarrow 3r_1=3r_2+2r_1\Leftrightarrow r_1=3r_2$.

Chứng minh tương tự ta có $r_2=3r_3,\ldots,r_n=3r_{n+1}$.

Do đó dãy bán kính r_1, $r_2,\ldots,r_n,$. lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $r_1=\frac{a\sqrt{3}}{6}$ và công bội $q=\frac{1}{3}$.

Suy ra dãy thể tích của các khối cầu (S_1), (S_2), ...,(S_n),... lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $V_1=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^3=\frac{\sqrt{3}}{54}\pi a^3$ và công bội $q_1=\frac{1}{27}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy tổng thể tích của các khối cầu $(S_1),(S_2),...,(S_n),...$ là: $V=\dfrac{V_1}{1-q}=\dfrac{\sqrt{3}}{52}\pi a^3$.

Câu 96. Một khối cầu có bán kính $2R$ thì có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{32\pi R^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{24\pi R^3}{3}$. **C.** $V=4\pi R^2$. **D.** $V=\dfrac{4\pi R^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

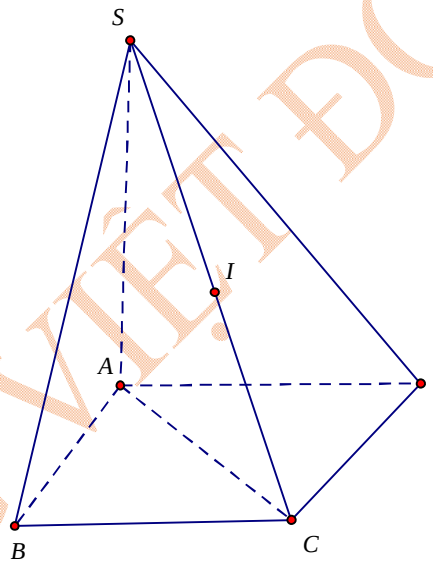
Thể tích của khối cầu $V=\dfrac{4}{3}\pi(2R)^3=\dfrac{32\pi R^3}{3}$.

Câu 97. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a\sqrt{3}$ và $AD=a$. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCD$ bằng

A. $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{5}}{25}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^3\sqrt{5}}{8}$. **C.** $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\dfrac{5\pi a^3\sqrt{5}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



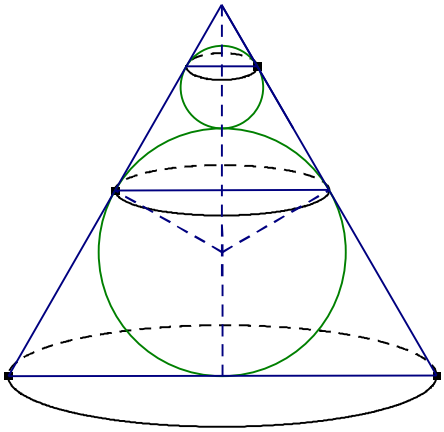
Dễ thấy các tam giác SAC, SBC, SDC là tam giác vuông (SC là cạnh huyền). Suy ra mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có tâm là trung điểm của SC và bán kính là $R=\dfrac{SC}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{SA^2+AC^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{SA^2+AB^2+AD^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{a^2+3a^2+a^2}}{2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Do đó, thể tích khối cầu là: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\right)^3=\dfrac{5\pi a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 98. Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo ra một hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha=60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của hình nón (hình vẽ).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



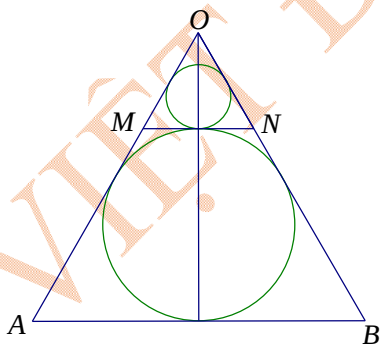
Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày của các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng

A. $\frac{100\pi}{3}\text{cm}^3$. **B.** $\frac{112\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $\frac{40\pi}{3}\text{cm}^3$. **D.** $\frac{38\pi}{3}\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi AB là đường kính mặt nón, O là đỉnh, M, N lần lượt là giao điểm của tiếp tuyến chung của hai mặt cầu và OA, OB (hình vẽ).



Ta có tam giác OAB đều nên bán kính đường tròn nội tiếp bằng $r=\frac{1}{3}h=3$.

Tương tự, tam giác OMN đều, có chiều cao $h=9-2r=3$ nên có bán kính đường tròn nội tiếp $r'=\frac{1}{3}.3=1$.

Thể tích hai khối cầu bằng $V=\frac{4}{3}\pi.r^3+\frac{4}{3}\pi.r'^3+=\frac{112\pi}{3}$.

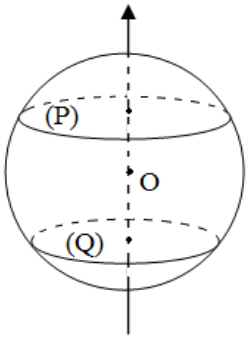
Câu 99. Một khối cầu bán kính 6dm người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau (tâm của khối cầu nằm giữa hai mặt phẳng (P), (Q)), biết mặt phẳng (P) cách tâm 3dm và mặt phẳng (Q) cách tâm 4dm để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích của chiếc lu.

A. $\frac{656}{3}\pi$. **B.** $\frac{565}{3}\pi$. **C.** $\frac{655}{3}\pi$. **D.** $\frac{665}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Chọn trục Ox như hình vẽ, O là tâm của hình cầu.
Cắt mặt cầu bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được đường tròn tâm I bán kính.
$r=\sqrt{R^2-OI^2}=\sqrt{36-x^2}$ với $x=\overline{OI}$.
Diện tích của đường tròn trên là $S_x=\pi r^2=\pi\left(36-x^2\right)$.

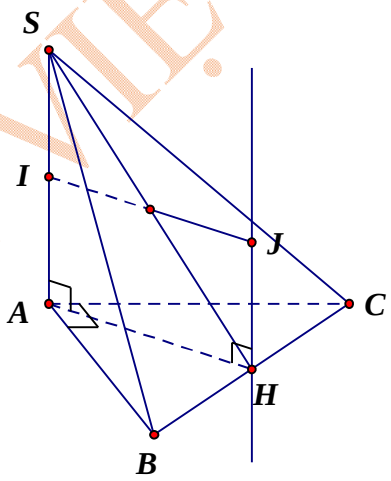
Thể tích cần tìm là: $V=\int\limits_{-4}^{3}S_x\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-4}^{3}\pi\left(36-x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(36x-\dfrac{x^3}{3}\right)\Big|_{-4}^{3}=\dfrac{665}{3}\pi$.

Câu 100. Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại A, $AB=3$, $AC=4$. SA vuông góc với đáy, $SA=2\sqrt{14}$. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. $V=\dfrac{13\pi}{8}$. **B.** $V=36\pi$. **C.** $V=81\pi$. **D.** $V=\dfrac{243\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Lấy H là trung điểm của BC, ta có H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Do đó trục đường tròn ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$ chính là đường thẳng d qua H và vuông góc với mặt phẳng (ABC).

Mặt phẳng trung trực của cạnh bên SA chính là mặt phẳng đi qua trung điểm I của SA và song song với mặt phẳng (ABC). Mặt phẳng này cắt trục d tại điểm J. Ta có J là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Nhận xét: ta có $IJAH$ là hình chữ nhật nên $JA=IH=\sqrt{AI^2+AH^2}=\sqrt{\left(\sqrt{14}\right)^2+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2}=\dfrac{9}{2}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $R=\dfrac{9}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Thể tích khối cầu là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(\frac{9}{2}\right)^3=\frac{243\pi}{2}$ (đvtt).

Câu 101. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R=4$ bằng

A. $V=36\pi$. **B.** $V=\frac{256\pi}{3}$. **C.** $V=64\pi$. **D.** $V=48\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thể tích của khối cầu là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.4^3=\frac{256\pi}{3}$.

Câu 102. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là

A. $V=\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $V=4\pi a^3$. **C.** $V=2\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

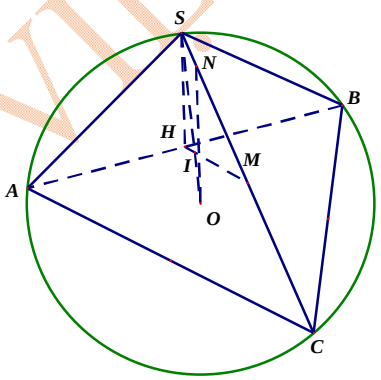
$V=\frac{4\pi r^3}{3}=\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 103. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. **B.** $V=\frac{5\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi O là tâm đường tròn tam giác ABC suy ra O là trọng tâm, H là trung điểm AB, kẻ đường thẳng qua O song song SH cắt SC tại N ta được $NO\perp(ABC)$, gọi M là trung điểm SC, HM cắt NO tại I..

Ta có $HS=HC$ nên $HM\perp SC\Rightarrow IS=IC=IA=IB=r$.

$\angle NIM=\angle HCS=45^0,\frac{CN}{CS}=\frac{CO}{CH}=\frac{2}{3}\Rightarrow CN=\frac{2}{3}\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}\Rightarrow SM=\frac{\sqrt{6}}{4},SN=\frac{1}{\sqrt{6}}$ Suy ra

$NM=SM-SN=\frac{\sqrt{6}}{12}$.

Ta có ΔNMI vuông tại M $\tan 45^0=\frac{NM}{IM}\Rightarrow IM=NM=\frac{\sqrt{6}}{12}$.

Suy ra $r=IC=\sqrt{IM^2+MC^2}=\sqrt{\frac{5}{12}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Cách khác:

Gọi P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và ABC.

Do các tam giác SAB và ABC là các tam giác đều cạnh bằng 1 nên P, Q lần lượt tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

+ Qua P đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (SAB), qua O dựng đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Hai trục này cắt nhau tại I, suy ra $IA=IB=IC=IS$. Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ và $R=IC$.

+ Xét ΔIQC: $\text{IC}=\sqrt{IG^2+GC^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{6}$.

Vậy $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Câu 104. Công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là

A. $V=\pi R^3$. **B.** $V=4\pi R^2$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

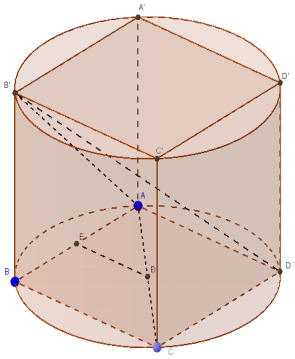
Thể tích V của khối cầu có bán kính bằng R là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 105. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp hình trụ cho trước, khoảng cách từ tâm hình trụ đến $(ABB'A')$ là 3, góc giữa DB' và $(ABB'A')$ bằng 30°. Biết bán kính hình trụ bằng 5, tỉ số thể tích khối hộp và khối cầu ngoại tiếp hình hộp là?

A. $\frac{\sqrt{12}}{3\pi}$. **B.** $\frac{10}{3\pi}$. **C.** $\frac{\sqrt{11}}{3\pi}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{3\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ nội tiếp trong hình trụ nên là hình hộp chữ nhật. Gọi O là tâm $ABCD$, E là trung điểm AB.

Ta có: $OE=3$, $OA=5\Rightarrow AD=6$.

Xét ΔAEO vuông tạo E, có: $AE=\sqrt{OA^2-OE^2}=4\Rightarrow AB=8$.

Vì $AD\perp(ABB'A')$ nên AB' là hình chiếu vuông góc của DB' lên $(ABB'A')\Rightarrow\widehat{DB'A}=60^\circ$.

Xét tam giác $AB'D$ vuông tại A có: $AB'=AD\tan 60^\circ=6\sqrt{3}$, $B'D=\sqrt{AD^2+AB'^2}=12$.

Xét tam giác ABB' vuông tại B có: $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = 2\sqrt{11}$.

Thể tích khối hộp là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = BB'.S_{ABCD} = 2\sqrt{11}.8.6 = 96\sqrt{11}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp là $R = \dfrac{B'D}{2} = 6$.

Thể tích khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = 288\pi$.

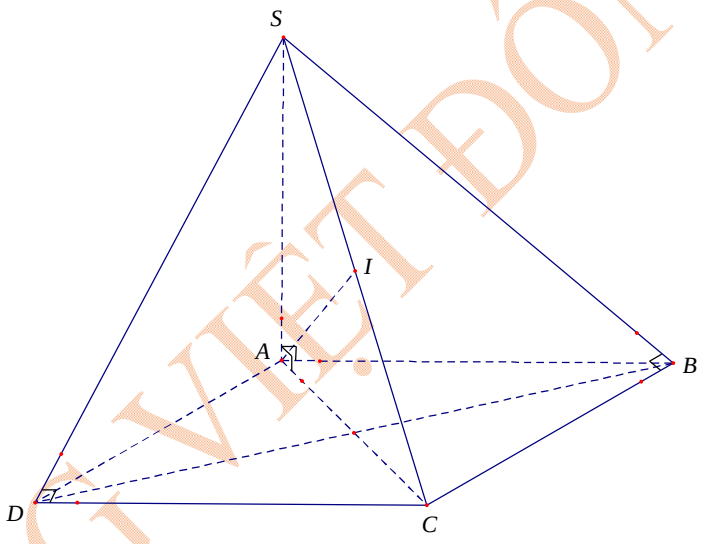
Vậy tỉ số thể tích khối hộp và khối cầu ngoại tiếp hình hộp là $\dfrac{\sqrt{11}}{3\pi}$.

Câu 106. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $\dfrac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $4\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta chứng minh được các tam giác SBC, SAC và SCD là các tam giác vuông lần lượt tại B, A, D.

Suy ra các điểm B, A, D nhìn cạnh SC dưới một góc vuông.

Gọi I là trung điểm $SC \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

$$R = AI = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(a\sqrt{2}\right)^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a.$$

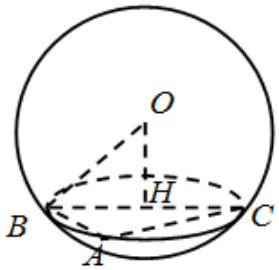
Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.a^3 = \dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 107. Cho mặt cầu (S) tâm O và các điểm A, B, C nằm trên mặt cầu (S) sao cho $AB = 3$, $AC = 4$, $BC = 5$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{21}\pi}{2}$. **B.** ABD. **C.** $\dfrac{20\sqrt{5}\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $AB^2+AC^2=3^2+4^2=25=BC^2\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

Gọi H là hình chiếu của O trên mặt phẳng $(ABC)\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Vì ΔABC vuông tại A nên H là trung điểm của BC.

Vì khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) bằng 1 nên $OH=1$.

ΔOHB vuông tại H có: $OB=\sqrt{OH^2+BH^2}=\sqrt{1^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

Vậy mặt cầu (S) có bán kính $R=OB=\frac{\sqrt{29}}{2}$.

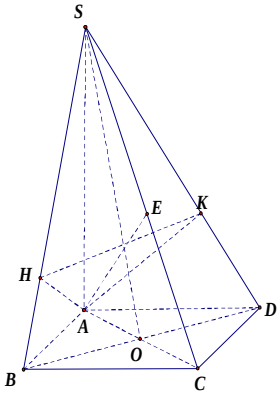
Do đó thể tích khối cầu (S) là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{29}}{2}\right)^3=\frac{29\sqrt{29}\pi}{6}$.

Câu 108. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA=2a$, $SA\perp(ABCD)$. Kẻ AH vuông góc với SB và AK vuông góc với SD. Mặt phẳng (AHK) cắt SC tại E. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp $ABCDEHK$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. **B.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



B, D nhìn AC dưới một góc $90°$.

$SD=a\sqrt{5}; KD=\frac{AD^2}{SD}=\frac{a^2}{a\sqrt{5}}=\frac{a}{\sqrt{5}}; SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=a\sqrt{6}$.

Ta có: $\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{AK^2}\Rightarrow AK=\frac{2a}{\sqrt{5}}$ (1).

$SC^2=SD^2+CD^2\Rightarrow$ tam giác SCD vuông tại D.

Khi đó tam giác KDC vuông tại D.

$\Rightarrow KC=\sqrt{CD^2+KD^2}=\frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $AK^2+KC^2=AC^2$. Vậy $\widehat{AKC}=90°$.

Tương tự $\widehat{AHC}=90°$.

Vậy AC chính là đường kính mặt cầu ngoại tiếp khối $ABCDEHK$.

$AC=a\sqrt{2}\Rightarrow OA=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

$V=\dfrac{4}{3}\pi OA^3=\dfrac{4}{3}\pi\dfrac{a^3}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

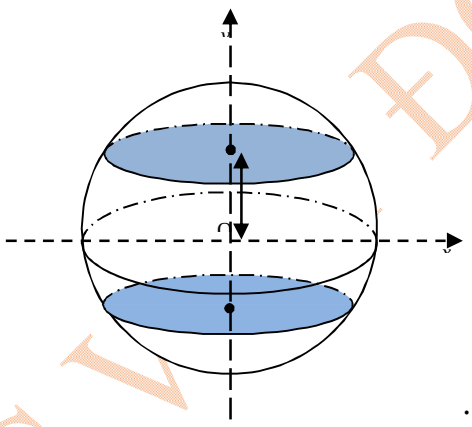
Câu 109. Một khối cầu có bán kính 5dm, người ta cắt bỏ hai phần phía trên và phía dưới khối cầu bằng hai mặt phẳng vuông góc với bán kính và cách tâm bằng 3dm để làm chiếc lu đựng nước. Thể tích chiếc lu đựng nước là:

A. $\dfrac{100}{3}\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **B.** $132\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **C.** $43\pi\left(\text{dm}^3\right)$. **D.** $41\pi\left(\text{dm}^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách1:



Trong mặt phẳng Oxy,cho đường tròn $(C):x^2+y^2=25$, xét $(T):y=\sqrt{25-x^2}$, khi đó (T) là nửa đường tròn. Nếu xoay (T) quanh trục Ox ta được hình cầu có bán kính là 5.

Thể tích cái lu cần tìm chính là thể tích hình giới hạn bởi trục Ox, (T) và hai đường thẳng $x=-3$, $x=3$ khi quay quanh trục Ox.

Vậy $V=\pi\int\limits_{-3}^{3}\left(\sqrt{25-x^2}\right)^2\text{d}x=132\pi\left(\text{dm}^3\right)$.

Cách2:

Sử dụng công thức $V=\pi h^2\left(R-\dfrac{h}{3}\right)$ để tính thể tích phần thể tích chỏm cầu.

Với bài này, $h=2\text{dm}\Rightarrow V=\pi.2^2\left(5-\dfrac{2}{3}\right)=\dfrac{52\pi}{3}\left(\text{dm}^3\right)$.

Vậy $V_{\text{lu}}=V_{(S)}-2.V=\pi.R^3-2.\dfrac{52\pi}{3}=132\pi\ \left(\text{dm}^3\right)$.

Câu 110. Khối cầu có bán kính R có thể tích là

A. $\dfrac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** πR^3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 111. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3); B(4;2;3); C(4;5;3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là:

A. 9π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 72π.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $AB=3$; $BC=3$; $AC=3\sqrt{2}$ nên tam giác ABC vuông cân tại B. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích mặt cầu cần tìm là: $S=4\pi r^2=18\pi$.

Câu 112. Thể tích của khối cầu có diện tích mặt ngoài bằng 36π.

A. 36π **B.** $\dfrac{\pi}{9}$ **C.** $\dfrac{\pi}{3}$ **D.** 9π

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có:

• $S_C=4\pi R^2=36\pi \Rightarrow R^2=9\Rightarrow R=3$.

$\Rightarrow V_C=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

Câu 113. Khối cầu bán kính $R=2a$ có thể tích là:

A. $\dfrac{8\pi a^3}{3}$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $\dfrac{32\pi a^3}{3}$. **D.** $6\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

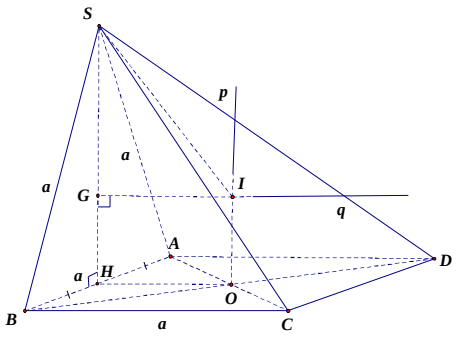
Ta có thể tích khối cầu là $S=\dfrac{4}{3}\pi.R^3=\dfrac{4}{3}\pi.8a^3=\dfrac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 114. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. **D.** $V=\dfrac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi $O=AC\cap BD$.

Dựng đường thẳng p đi qua điểm O và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

=> p là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SAB.

Dựng đường thẳng q đi qua G và vuông góc với mặt phẳng (SAB) cắt p tại I.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

=> q là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.

Khi đó, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Thật vậy, $I \in p \Rightarrow IA = IB = IC = ID (1)$.

$I \in q \Rightarrow IA = IB = IS (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $IA = IB = IC = ID =$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

OH là đường trung bình của tam giác ABC nên $OH = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2} = GI$.

Vì G là trọng tâm của tam giác SAC nên $SG = \frac{2}{3}SH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SGI vuông tại G nên $SI^2 = SG^2 + IG^2 \Leftrightarrow R^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{12} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

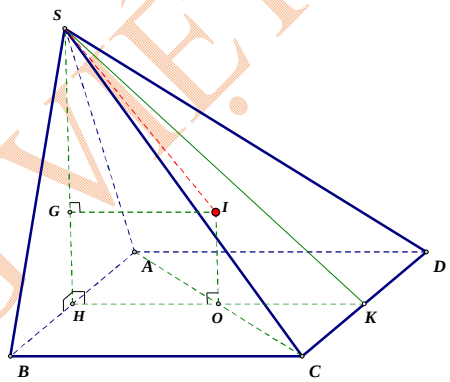
Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^3 = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$.

Câu 115. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$.

A. $\frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$. **B.** $\frac{7\sqrt{21}}{162}\pi a^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{21}}{216}\pi a^3$. **D.** $\frac{49\sqrt{21}}{36}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của AB, suy ra $AH \perp (ABCD)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ΔSAB và O là tâm hình vuông $ABCD$.

Từ G kẻ GI // HO suy ra GI là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔSAB và từ O kẻ OI // SH thì OI là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Ta có hai đường này cùng nằm trong mặt phẳng và cắt nhau tại I.

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Suy ra thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $SABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{7\sqrt{21}}{54}\pi a^3$.

Câu 116. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $5\sqrt{2}\,cm$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp khối chóp trên.

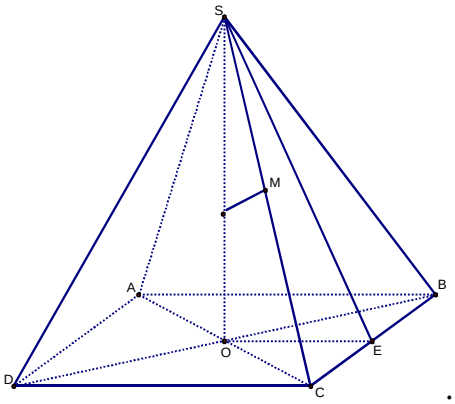
A. $V = \frac{250}{3}\,\text{cm}^3$. **B.** $V = 100\pi\,\text{cm}^3$.

C. $V=\dfrac{500\pi}{3}\text{ cm}^3$.

D. $V=\dfrac{125\sqrt{2}\pi}{3}\text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của SC, từ M vẽ đường thẳng vuông góc SC cắt SO tại I.

Vì $I\in SO$ nên $IA=IB=IC=ID$.

Vì I nằm trên mặt phẳng trung trực SC nên $IS=IC$.

Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có: $AC=AB.\sqrt{2}=10\text{cm}\Rightarrow OC=5\text{cm};\ SM=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{5}{\sqrt{2}}\text{cm}$.

Ta có: $\cos\widehat{MSI}=\dfrac{SM}{SI}=\dfrac{SO}{SC}\Rightarrow R=SI=\dfrac{SM.SC}{SO}=\dfrac{\frac{5}{\sqrt{2}}.5\sqrt{2}}{\sqrt{\left(5\sqrt{2}\right)^2-5^2}}=5\text{cm}$.

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là: $V=\dfrac{4}{3}\pi.5^3=\dfrac{500}{3}\pi\text{ cm}^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN THIẾT DIỆN, DÂY CUNG

Câu 117: Cho mặt cầu tâm O, bán kính $R=3$. Mặt phẳng (α) cách tâm O của mặt cầu một khoảng bằng 1, cắt mặt cầu theo một đường tròn. Gọi P là chu vi đường tròn này, tính P.

A. $P=4\pi$. **B.** $P=8\pi$. **C.** $P=2\sqrt{2}\pi$. **D.** $P=4\sqrt{2}\pi$.

Câu 118: Cho khối cầu tâm O bán kính R. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng $\frac{R}{2}$ chia khối cầu thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{5}{27}$. **B.** $\frac{5}{24}$. **C.** $\frac{5}{19}$. **D.** $\frac{5}{32}$.

Câu 119: Cho hai đường tròn (C_1), (C_2) lần lượt chứa trong hai mặt phẳng phân biệt (P), (Q). (C_1), (C_2) có hai điểm chung A, B. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có thể đi qua (C_1) và (C_2)?

A. Có đúng 2 mặt cầu phân biệt.
B. Có duy nhất 1 mặt cầu.
C. Không có mặt cầu nào.
D. Có 2 hoặc 3 mặt cầu phân biệt tùy thuộc vào vị trí của (P), (Q).

Câu 120: Cho ba điểm A, B, C cùng thuộc một mặt cầu và biết rằng $\widehat{ACB}=90^0$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

A. AB là đường kính của một đường tròn lớn trên mặt cầu đã cho.
B. AB là một đường kính của mặt cầu đã cho.
C. Luôn luôn có một đường tròn thuộc mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC.
D. ABC là một tam giác vuông cân tại C.

Câu 121: Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

A. a. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{10}$. **D.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 122: Diện tích hình tròn lớn của hình cầu là S, một mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo một đường tròn có bán kính là r và có diện tích bằng $\frac{1}{2}S$. Biết bán kính hình cầu là R. Khi đó r bằng

A. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{R\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{R\sqrt{3}}{6}$.

Câu 123: Một khối cầu tâm I bán kính R bị cắt bởi một mặt phẳng (P) theo đường tròn giao tuyến (C), tạo thành hai khối chỏm cầu. Gọi M là điểm bất kỳ thuộc đường tròn (C), biết rằng góc giữa đường thẳng IM và mặt phẳng (P) bằng $30°$. Tính theo R thể tích khối chỏm cầu nhỏ tạo thành.

A. $\frac{5\pi R^3}{24}$. **B.** $\frac{5\pi R^3}{12}$. **C.** $\frac{15\pi R^3}{12}$. **D.** $\frac{15\pi R^3}{24}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 124: Khối cầu (S) có tâm, đường kính $AB = 2R$. Cắt (S) bởi một mặt phẳng vuông góc với đường kính AB ta được thiết diện là hình tròn (C) rồi bỏ đi phần lớn hơn. Tính thể tích phần còn lại theo R, biết hình nón đỉnh I và đáy là hình tròn (C) có góc ở đỉnh bằng 120°.

A. $\frac{5\pi R^3}{12}$ **B.** $\frac{5\pi R^3}{8}$ **C.** $\frac{5\pi R^3}{32}$ **D.** $\frac{5\pi R^3}{24}$

Câu 125: Cho mặt cầu $S(O;R)$, A là một điểm ở trên mặt cầu (S) và (P) là mặt phẳng qua A sao cho góc giữa OA và (P) bằng $60°$. Diện tích của hình tròn giao tuyến giữa khối cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{\pi R^2}{8}$. **B.** πR^2. **C.** $\frac{\pi R^2}{4}$. **D.** $\frac{\pi R^2}{2}$.

DẠNG 5: MẶT CẦU NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP ĐA DIỆN

Câu 126: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{2a^3}{3\sqrt{2}}\pi$. **B.** $\frac{8a^3}{3}\pi$. **C.** πa^3. **D.** $\frac{a^3 8\sqrt{2}}{3}.\pi$.

Câu 127: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$.

A. $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 128: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với $mp(ABC)$ và SC hợp với đáy một góc bằng $60°$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Thể tích của khối cầu (S) bằng.

A. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{5\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 129: Tỉ số thể tích giữa khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó là:

A. $\frac{3\pi}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{3}{\pi\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$.

Câu 130: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 6, mặt bên SAB là tam giác cân tại S nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và có góc $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. 14π. **B.** 42π. **C.** 84π. **D.** 28π.

Câu 131: Cho hình chóp $S.ABCD$. Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a tâm O, SAB là tam giác đều có trọng tâm G và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $R=\frac{a}{2}$. **B.** $R=\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **C.** $R=\frac{\sqrt{3}}{6}a$. **D.** $R=\frac{\sqrt{21}}{6}a$.

Câu 132: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là 2 tam giác đều cạnh chung $BC=2$. Cho biết mặt bên (DBC) tạo với mặt đáy (ABC) góc 2α mà $\cos 2\alpha=-\frac{1}{3}$. Hãy xác định tâm O của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A. O là trung điểm của BD. **B.** O là trung điểm của AD.
C. O là trung điểm của AB. **D.** O thuộc mặt phẳng (ADB).

Câu 133: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3$, $AD=4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$ **B.** $V=\frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$ **C.** $V=\frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$ **D.** $V=\frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$

Câu 134: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó là:

A. $S=\pi a^2$. **B.** $S=12\pi a^2$. **C.** $S=3\pi a^2$. **D.** $S=\frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 135: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB=3a$, $AC=4a$. Hình chiếu H của S trùng với tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Biết $SA=2a$, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. $R=a.\sqrt{118}$. **B.** $R=a.\frac{\sqrt{118}}{4}$. **C.** $R=a.\frac{\sqrt{118}}{2}$. **D.** $R=a.\frac{\sqrt{118}}{8}$.

Câu 136: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của BC, $SH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{17}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{11}}{4}$.

Câu 137: Cho tứ diện $S.ABCD$ có tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a.
Mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy.
Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{7}{3}a^3\pi$. **B.** $\frac{7}{3}a^3$.

Câu 138: **C.** $\frac{7\sqrt{21}}{54}a^3\pi$. **D.** $\frac{7\sqrt{21}}{54}a^3$.

Cho lăng trụ đứng có chiều cao bằng h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA.IC=IB.ID=h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. h. **B.** $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2h$. **D.** $\frac{h\sqrt{5}}{2}$.

Câu 139: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.Biết rằng $AB=a$, và $\widehat{ASB}=60°$. Tính diện tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=\frac{11\pi a^2}{2}$. **B.** $S=\frac{11\pi a^2}{3}$. **C.** $S=\frac{13\pi a^2}{2}$. **D.** $S=\frac{13\pi a^2}{3}$.

Câu 140: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng 30°. Gọi H là trung điểm của AB. Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$.

A. $R=\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 141: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $BC'=2a$. Tính theo a thể tích của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ trên.

A. $V=\frac{32}{3}\pi a^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^2$. **D.** $V=\frac{4}{3}a^3$.

Câu 142: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AD, $SH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16\pi a^2}{3}$. **B.** $\frac{16\pi a^2}{9}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 143: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$ và $AA'=2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R=\frac{3a}{4}$. **B.** $R=\frac{3a}{2}$. **C.** $R=2a$. **D.** $R=3a$.

Câu 144: Cho hình chóp S.ABC có $AB=a, AC=2a$, $\widehat{BAC}=60^o$, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $R=\frac{a\sqrt{10}}{2}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{11}}{2}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{55}}{6}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Câu 145: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, $AB=AC=a$. Góc giữa $A'B$ và mặt đáy bằng 45°. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $BCC'A'$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 146: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông cân tại A, $AD=2a$, $AB=a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 147: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$; $SA=a$ đáy ABC là tam giác vuông tại B, $\widehat{BAC}=60°$ và $AB=\frac{a}{2}$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tìm mệnh đề **sai**.

A. (S) có bán kính $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** Tâm của (S) là trung điểm SC.

C. Diện tích của (S) là $\frac{2\pi a^2}{3}$. **D.** Thể tích khối cầu là $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 148: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. 6π. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** 12π. **D.** 2π.

Câu 149: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **B.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi a^3}{54}$. **C.** $V=\frac{5\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi a^3}{18}$.

Câu 150: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $S=\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S=\frac{4\pi a^2}{3}$. **C.** $S=\pi a^2$. **D.** $S=3\pi a^2$.

Câu 151: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB=AA'=a, AC=2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** a.

Câu 152: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $AC=b$, $AB=c$, $\widehat{BAC}=\alpha$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC'B'$ theo b, c, α..

A. $R=\frac{\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos\alpha}}{2\sin\alpha}$. **B.** $R=2\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos\alpha}$.

C. $R=\frac{\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos\alpha}}{\sin 2\alpha}$. **D.** $R=\frac{2\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos\alpha}}{\sin\alpha}$.

Câu 153: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Mặt cầu là mặt được tạo thành khi quay một đường tròn quanh một đường kính bất kì của nó.
B. Có ít nhất hai hình trụ không bằng nhau cùng ngoại tiếp một hình cầu.
C. Tâm mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp là giao điểm bốn đường chéo của hình hộp đó.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Các đỉnh của một hình chóp tứ giác cùng nằm trên một mặt cầu nào đó.

Câu 154: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$ và $\widehat{ASB}=90°$, $\widehat{BSC}=60°$, $\widehat{CSA}=120°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$ là .

A. πa^2. **B.** $\frac{4}{3}\pi a^3$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 155: Cho hình lập phương có cạnh bằng 1. Diện tích mặt cầu đi qua các đỉnh của hình lập phương là

A. 6π. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 3π.

Câu 156: Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó bằng

A. $V=\frac{16\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{64\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{32\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 157: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AC=7a, SA=a\sqrt{7}$ và $SA\perp(ABCD)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\frac{a\sqrt{56}}{2}$. **B.** $a\sqrt{7}$. **C.** $R=a\sqrt{14}$. **D.** $R=\frac{7a}{2}$.

Câu 158: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB=AC=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C$ là

A. $12\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $\frac{4\pi a^2}{3}$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 159: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $AB=a$, $AD=2a$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $B.B'C'D'$.

A. $7\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $14\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 160: Biết rằng tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều bằng $8\sqrt{3}$. Tính diện tích S mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều.

A. $8\sqrt{3}\pi$ **B.** 8π **C.** 16π **D.** $4\sqrt{3}\pi$

Câu 161: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2a$, $AD=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và góc giữa SC với đáy là $45°$. Gọi N là điểm thuộc cạnh SA sao cho $SA=4SN$, h là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ và R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $N.ABC$. Biểu thức liên hệ giữa R và h là

A. $R=\frac{4}{5\sqrt{5}}h$. **B.** $8R=5h$. **C.** $\sqrt{5}R=4h$. **D.** $2R=5h$.

Câu 162: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$ tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, DC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.DMN$.

A. $R=\frac{a\sqrt{31}}{4}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{102}}{6}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{39}}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 163: Ba đoạn thẳng SA, SB, SC đôi một vuông góc tạo với nhau thành một tứ diện $S.ABC$ với $SA = a,\ SB = 2a\ , SC = 3a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đó là.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 164: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 165: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi cạnh bên và đáy bằng $60°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{4a}{3}$. **B.** $R = \frac{a}{3}$. **C.** $R = \frac{2a}{3}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 166: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật $SA = 12a$, $SA \perp (ABCD)$ và $AB = 3a$, $AD = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = 6a$. **B.** $R = 6,5a$. **C.** $R = 13a$. **D.** $R = 12a$.

Câu 167: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh bằng a, chiều cao bằng $2a$. Hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích xung quanh là.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{17}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{11}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{13}}{3}$.

Câu 168: Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại đỉnh $A, AB = 1(cm), AC = \sqrt{3}(cm)$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}(cm)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{5\pi}{4}(cm^2)$. **B.** $20\pi(cm^2)$. **C.** $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}(cm^2)$. **D.** $5\pi(cm^2)$.

Câu 169: Cho hình lập phương có cạnh bằng a. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{2}$.

B. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{3}$.

D. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 170: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $SC = 2a$ và $\widehat{ASC} = 60°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

A. $R = \frac{a}{2}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R = a\sqrt{3}$. **D.** $R = a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 171: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, $AB=3$, $BC=4$. Hai mặt phẳng (SAB), (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $V=\dfrac{5\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 172: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(3;1;-2)$, $C(1;5;4)$. Biết rằng tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ thuộc trục hoành, tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{91}}{2}$.

Câu 173: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a.

A. $S=16\pi a^2$. **B.** $S=2\pi a^2$. **C.** $S=12\pi a^2$. **D.** $S=3\pi a^2$.

Câu 174: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Thể tích của hình cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ là

A. $\dfrac{343\pi a^3}{432}$. **B.** $\dfrac{49\pi a^3}{108}$. **C.** $\dfrac{343\pi a^3}{5184}$. **D.** $\dfrac{343\pi a^3}{1296}$.

Câu 175: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=BC=CD=2$, $AC=BD=1$, $AD=\sqrt{3}$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho.

A. $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{39}}{6}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **D.** 1

Câu 176: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB=BC=a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $8\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 177: Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên hợp với đáy một góc bằng $60°$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính thể tích V của khối cầu (S).

A. $V=\dfrac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{6}\pi a^3}{9}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **D.** $V=\dfrac{8\sqrt{6}\pi a^3}{9}$.

Câu 178: Cho (S) là mặt cầu ngoại tiếp một hình tứ diện đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a}{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 179: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h=1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó là:

A. $S=27\pi$. **B.** $S=6\pi$. **C.** $S=5\pi$. **D.** $S=9\pi$.

Câu 180: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60^0. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{27}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$.

Câu 181: Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $AB=2$ và $SA=3\sqrt{2}$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{33}}{4}$. **B.** $\frac{7}{4}$. **C.** 2. **D.** $\frac{9}{4}$.

Câu 182: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tam giác SAC đều cạnh a. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

A. $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R=a$.

Câu 183: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng 30°. Gọi H là trung điểm của AB. Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC.$.

A. $R=\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 184: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $3\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 185: Một hình hộp chữ nhật P nội tiếp trong một hình cầu có bán kính R. Tổng diện tích các mặt của P là 384 và tổng độ dài các cạnh của P là 112. Bán kính R của hình cầu là.

A. 12. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 10.

Câu 186: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $SA=AB=a$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 187: Một hình cầu có thể tích bằng $\frac{4\pi}{3}$ ngoại tiếp một hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó là

A. 1. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{8\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 188: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi H là hình chiếu của A trên (BCD) và I là trung điểm AH. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $IBCD$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 189: Cho tứ diện đều $ABCD$ có một đường cao AA_1. Gọi I là trung điểm AA_1. Mặt phẳng (BCI) chia tứ diện $ABCD$ thành hai tứ diện. Tính tỉ số hai bán kính của hai mặt cầu ngoại tiếp hai tứ diện đó.

A. $\sqrt{\dfrac{43}{51}}$ **B.** $\dfrac{1}{2}$ **C.** $\dfrac{1}{4}$ **D.** $\sqrt{\dfrac{48}{153}}$

Câu 190: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Câu 191: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có diện tích $84\pi(\text{cm}^2)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

A. $\dfrac{3\sqrt{21}}{7}(\text{cm})$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}}{7}(\text{cm})$. **C.** $\dfrac{6\sqrt{21}}{7}(\text{cm})$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}(\text{cm})$.

Câu 192: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{11}}{6}$

Câu 193: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Kẻ $EK\perp SD$ tại K. Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S,A,B,C,E,K bằng:

A. a. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** $\dfrac{1}{2}a$.

Câu 194: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $AB=2a, CD=a, \widehat{ABC}=60^0$. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trên mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

A. $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R=a$. **C.** $R=\dfrac{2a}{3}$. **D.** $R=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 195: Cho (S) là mặt cầu ngoại tiếp một hình tứ diện đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

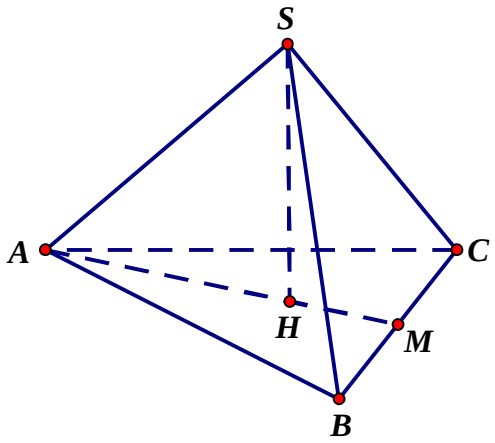
A. $R=\dfrac{a}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 196: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{15}}{18}$. **B.** $V=\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$. **C.** $V=\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{18}$. **D.** $V=\dfrac{5\pi\sqrt{5}}{54}$.

Câu 197: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao $h=\sqrt{3}$ (hình vẽ). Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là



A. $\dfrac{100\pi}{27}$. **B.** 100π. **C.** $\dfrac{100\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{25\pi}{3}$.

Câu 198: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $3a$, cạnh bên $SC=2a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $R=2a$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$. **D.** $R=3a$.

Câu 199: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh bên SB và SC. Thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$ là:

A. $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Câu 200: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $AB=4$, $BC=CD=DA=2$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=2\sqrt{3}$. **D.** $R=2$.

Câu 201: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $R=a\sqrt{3}$. **B.** $R=a\sqrt{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 202: Hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=a$ và góc giữa SC với (ABC) bằng $45°$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 203: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh $2a$.

A. $R=a$. **B.** $R=2a\sqrt{3}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $R=\sqrt{3}a$.

Câu 204: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện này có diện tích tính theo a là.

A. $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **D.** $\dfrac{5\pi a^2}{2}$.

Câu 205: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $\widehat{ASB}=120°$.

A. $V=\dfrac{13\sqrt{78}\pi}{27}$. **B.** $V=\dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **C.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **D.** $V=\dfrac{5\pi}{3}$.

Câu 206: Tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a, cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Câu 207: Một hình hộp chữ nhật có độ dài 3 cạnh lần lượt là 2, 2, 1. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình hộp nói trên.

A. $R=\dfrac{3}{2}$ **B.** $R=\dfrac{9}{2}$ **C.** $R=9$ **D.** $R=3$

Câu 208: Trong các hình đa diện sau, hình nào **không** nội tiếp được trong một mặt cầu?

A. Hình hộp chữ nhật. **B.** Hình chóp ngũ giác đều.
C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông. **D.** Hình tứ diện.

Câu 209: Cho tứ diện $ABCD$ đều có cạnh a, tỉ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và thể tích khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện là**.**

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 210: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $BC=4a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với đáy. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó (*Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu chứa đỉnh hình chóp và tất cả các đỉnh của đa giác đáy của hình chóp, khối cầu tương ứng gọi là khối cầu ngoại tiếp hình chóp*) bằng

A. $\dfrac{25\pi a^2}{4};\dfrac{125\pi a^3}{6}$. **B.** $25\pi a^2;\dfrac{125\pi a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{25\pi a^3}{4};\dfrac{125\pi a^3}{6}$. **D.** $25\pi a^2;\dfrac{125\pi a^3}{3}$.

Câu 211: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với $\widehat{BAC}=120°$, $AB=AC=a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm BC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V=\dfrac{a^3}{16}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $R=\dfrac{13a}{2}$. **B.** $R=6a$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{91}a}{8}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{13}}{4}$.

Câu 212: Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 213: Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương này.

A. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\pi\sqrt{3}a^3$.

Câu 214: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2\sqrt{2}a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ theo a.

A. $8\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $64\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 215: Cho hình chóp có đáy $S.ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{7\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^2}{3}$. **D.** $\dfrac{5\pi a^2}{3}$.

Câu 216: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA=a$, $OB=2a$, $OC=3a$. Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $S=14\pi a^2$. **B.** $S=12\pi a^2$. **C.** $S=10\pi a^2$. **D.** $S=8\pi a^2$.

Câu 217: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$. Mặt bên (SAB), (SCA) lần lượt là các tam giác vuông tại B, C. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{2}{3}a^3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

A. $R=a$. **B.** $R=\dfrac{3a}{2}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $R=a\sqrt{2}$.

Câu 218: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=a\sqrt{\dfrac{7}{12}}$. **B.** $R=\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $R=a\sqrt{\dfrac{3}{4}}$. **D.** $R=\dfrac{a}{2}$.

Câu 219: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính theo a bán kính R của mặt cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$ **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$

Câu 220: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB=BC=a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^0$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $8\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 221: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Câu 222: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hình chóp có đáy là hình tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Hình chóp có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 223: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc miền trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB}=120°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$, biết $SH=4\sqrt{3}$.

A. $R=\sqrt{15}$. **B.** $R=2\sqrt{3}$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=3\sqrt{5}$.

Câu 224: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh bằng nhau và bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $S=\frac{7\pi a^2}{9}$. **B.** $S=\frac{28\pi a^2}{9}$. **C.** $S=\frac{28\pi a^2}{3}$. **D.** $S=\frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 225: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $BC=4a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với đáy. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó (Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu chứa đỉnh hình chóp và tất cả các đỉnh của đa giác đáy của hình chóp, khối cầu tương ứng gọi là khối cầu ngoại tiếp hình chóp) bằng

A. $\frac{25\pi a^2}{4};\frac{125\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{25\pi a^3}{4};\frac{125\pi a^3}{6}$. **C.** $25\pi a^2;\frac{125\pi a^3}{6}$. **D.** $25\pi a^2;\frac{125\pi a^3}{3}$.

Câu 226: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$ và $AA'=2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R=3a$. **B.** $R=\frac{3a}{4}$. **C.** $R=\frac{3a}{2}$. **D.** $R=2a$.

Câu 227: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc $45°$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=4\pi a^2$. **B.** $S=6\pi a^2$. **C.** $S=12\pi a^2$. **D.** $S=8\pi a^2$.

Câu 228: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng a, đáy ABC là tam giác cân tại A có $AB=AC=2a$ và $\widehat{BAC}=120°$. Gọi M là trung điểm của AC, D là giao điểm khác B của BM với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BCD$.

A. $\frac{5a}{2}$. **B.** $\frac{7a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{13}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{17}a}{2}$.

Câu 229: Thể tích của một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp lập phương có cạnh $2a$ là

A. $4\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** $\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 230: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V=\frac{108\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{125\pi}{6}$. **D.** $V=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 231: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có các kích thước $a, 2a, 4a(a>0)$ là

A. $21\pi a^2$. **B.** $843\pi a^2$. **C.** $7\pi a^2$. **D.** $\frac{21}{4}\pi a^2$.

Câu 232: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $6\pi a^2$ **B.** $4\pi a^2$ **C.** $\frac{4\pi a^2}{3}$ **D.** $\frac{16\pi a^2}{3}$

Câu 233: Tính thể tích của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a.

A. $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\pi}{4}$. **D.** $\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 234: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, mặt bên (SAD) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4a^3}{3}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{113\pi a^3}{64}$. **B.** $V=\frac{113\pi a^3\sqrt{113}}{384}$.

C. $V=\frac{113\pi a^3\sqrt{113}}{84}$. **D.** $V=\frac{113\pi a^3\sqrt{113}}{48}$.

Câu 235: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Hình chóp có đáy là hình chữ nhật thì có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Hình chóp có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 236: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho là

A. $\frac{\pi}{3}\left(h^2+\frac{4a^2}{3}\right)\sqrt{\frac{h^2}{4}+\frac{a^2}{3}}$. **B.** $\frac{\pi}{3}\sqrt{\left(\frac{h^2}{4}+\frac{a^2}{3}\right)^3}$.

C. $\pi\left(h^2+\frac{4a^2}{3}\right)$. **D.** $\frac{\pi a^2 h}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 237: Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có $SA=6$, $SB=8$, $SC=10$ và SA, SB, SC đôi một vuông góc.

A. $S=200\pi$. **B.** $S=150\pi$. **C.** $S=100\pi$. **D.** $S=400\pi$.

Câu 238: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=2a$, tam giác ABC cân tại A, $BC=2a\sqrt{2}$, $\cos\widehat{ACB}=\frac{1}{3}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S=\frac{97\pi a^2}{5}$. **B.** $S=\frac{97\pi a^2}{4}$. **C.** $S=\frac{97\pi a^2}{2}$. **D.** $S=\frac{97\pi a^2}{\sqrt{3}}$.

Câu 239: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a. Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $S=\frac{7a^2}{3}$. **B.** $S=\frac{7\pi a^2}{3}$. **C.** $S=\frac{49a^2}{144}$. **D.** $S=\frac{49\pi a^2}{144}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN THIẾT DIỆN, DÂY CUNG

Câu 117: Cho mặt cầu tâm O, bán kính $R=3$. Mặt phẳng (α) cách tâm O của mặt cầu một khoảng bằng 1, cắt mặt cầu theo một đường tròn. Gọi P là chu vi đường tròn này, tính P.

A. $P=4\pi$. **B.** $P=8\pi$. **C.** $P=2\sqrt{2}\pi$. **D.** $P=4\sqrt{2}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bán kính đường tròn $r=\sqrt{R^2-d^2\left(O,(\alpha)\right)}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$.

Chu vi đường tròn là $P=2\pi r=4\sqrt{2}\pi$.

Câu 118: Cho khối cầu tâm O bán kính R. Mặt phẳng (P) cách O một khoảng $\frac{R}{2}$ chia khối cầu thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

A. $\frac{5}{27}$. **B.** $\frac{5}{24}$. **C.** $\frac{5}{19}$. **D.** $\frac{5}{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối cầu là $V=\frac{4\pi}{3}R^3$.

Thể tích chỏm cầu có chiều cao $h=\frac{R}{2}$ là $V_1=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)=\pi\frac{R^2}{4}.\frac{5R}{6}=\frac{5\pi R^3}{24}$.

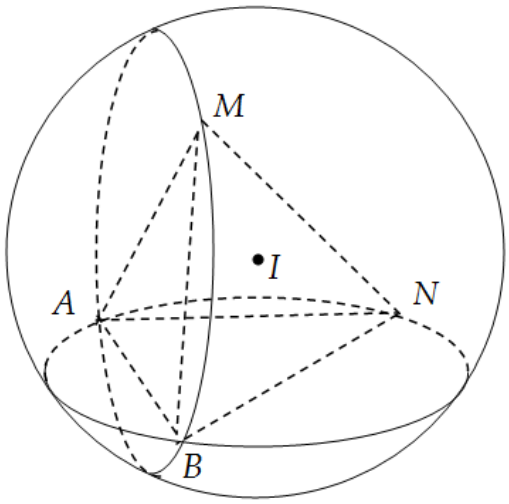
Do đó phần còn lại có thể tích $V_2=V-V_1=\frac{27\pi R^3}{24}$. Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{5}{27}$.

Câu 119: Cho hai đường tròn (C_1), (C_2) lần lượt chứa trong hai mặt phẳng phân biệt (P), (Q). (C_1), (C_2) có hai điểm chung A, B. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có thể đi qua (C_1) và (C_2)?

A. Có đúng 2 mặt cầu phân biệt.
B. Có duy nhất 1 mặt cầu.
C. Không có mặt cầu nào.
D. Có 2 hoặc 3 mặt cầu phân biệt tùy thuộc vào vị trí của (P), (Q).

Hướng dẫn giải

Chọn B



Trên đường tròn (C_1), (C_2) lần lượt lấy M, N sao cho hai điểm này không trùng với A, B. Khi đó 4 điểm A, B, M, N không đồng phẳng nên tạo thành tứ diện $ABMN$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mặt cầu (S) đi qua (C_1) và (C_2) khi đó mặt (S) đi qua A, B, M, N.

Do đó có duy nhất 1 mặt cầu.

Câu 120: Cho ba điểm A, B, C cùng thuộc một mặt cầu và biết rằng $\widehat{ACB} = 90^0$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào **đúng**?

A. AB là đường kính của một đường tròn lớn trên mặt cầu đã cho.

B. AB là một đường kính của mặt cầu đã cho.

C. Luôn luôn có một đường tròn thuộc mặt cầu ngoại tiếp tam giác ABC.

D. ABC là một tam giác vuông cân tại C.

Hướng dẫn giải

Chọn C

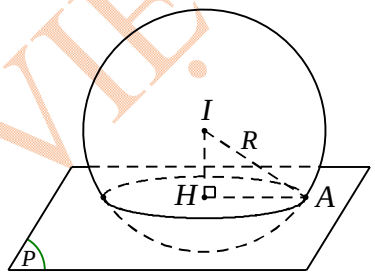
- AB là một đường kính của mặt cầu đã cho Sai, xét một đường tròn trên mặt cầu không đi qua tâm, lấy 3 điểm A, B, C trên đường tròn này sao cho AB là đường kính của đường tròn ta cũng có $\angle ACB = 90^0$ nhưng lúc này AB không phải là đường kính của mặt cầu.
- Rõ ràng ABC là một tam giác vuông cân tại C Sai, vuông thì có, chứ cân thì chưa khẳng định được.
- Như phân tích thì AB có thể là đường kính của một đường tròn nhỏ trên mặt cầu.

Câu 121: Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

A. a. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $a\sqrt{10}$. **D.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Bán kính hình cầu đã cho là $R = a\sqrt{3}$.

Khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P) là $d = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a$.

Câu 122: Diện tích hình tròn lớn của hình cầu là S, một mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo một đường tròn có bán kính là r và có diện tích bằng $\frac{1}{2}S$. Biết bán kính hình cầu là R. Khi đó r bằng

A. $\frac{R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{R\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{R\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Bán kính hình tròn lớn của hình cầu là R. Khi đó ta có: $S = \pi R^2$.

Hình tròn giao tuyến của (P) và hình cầu có bán kính là r suy ra có diện tích là: πr^2.

Theo giả thiết: $\pi r^2 = \frac{1}{2}S \Leftrightarrow \pi r^2 = \frac{\pi R^2}{2} \Leftrightarrow r = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Câu 123: Một khối cầu tâm I bán kính R bị cắt bởi một mặt phẳng (P) theo đường tròn giao tuyến (C), tạo thành hai khối chỏm cầu. Gọi M là điểm bất kỳ thuộc đường tròn (C), biết rằng góc giữa đường thẳng IM và mặt phẳng (P) bằng $30°$. Tính theo R thể tích khối chỏm cầu nhỏ tạo thành.

A. $\frac{5\pi R^3}{24}$. **B.** $\frac{5\pi R^3}{12}$. **C.** $\frac{15\pi R^3}{12}$. **D.** $\frac{15\pi R^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử đường tròn giao tuyến (C) có tâm H, bán kính r. Khi đó $\begin{cases} IH \perp (P) \\ HM = r \end{cases}$.

Từ giả thiết góc giữa IM với mp (P) bằng $30°$, suy ra $\widehat{IMH} = 30°$.

Tam giác IMH vuông tại H có $IH = IM.\sin 30° = \frac{R}{2}$.

Suy ra khối chỏm cầu nhỏ tạo thành có chiều cao $h = \frac{R}{2}$.

Vậy thể tích của khối chỏm cầu nhỏ cần tìm là: $V = \pi h^2\left(R - \frac{h}{3}\right) = \pi \frac{R^2}{4}\left(R - \frac{R}{6}\right) = \frac{5\pi R^3}{24}$.

Câu 124: Khối cầu (S) có tâm, đường kính $AB = 2R$. Cắt (S) bởi một mặt phẳng vuông góc với đường kính AB ta được thiết diện là hình tròn (C) rồi bỏ đi phần lớn hơn. Tính thể tích phần còn lại theo R, biết hình nón đỉnh I và đáy là hình tròn (C) có góc ở đỉnh bằng 120°.

A. $\frac{5\pi R^3}{12}$ **B.** $\frac{5\pi R^3}{8}$ **C.** $\frac{5\pi R^3}{32}$ **D.** $\frac{5\pi R^3}{24}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi mặt phẳng vuông góc với đường kính của khối cầu là mặt phẳng (P)

Ta có mặt phẳng (P) cắt khối cầu theo một đường tròn (C). Khi đó đường kính của đường tròn (C) bằng $R\sqrt{3}$. Suy ra khoảng cách từ tâm I đếm mặt phẳng (P) là $\frac{R}{2}$.

Mặt phẳng (P) cách tâm I một khoảng $\frac{R}{2}$ chia khối cầu thành hai phần, phần lớn là phần chứa tâm I còn phần nhỏ là phần không chứa tâm I gọi là chỏm cầu. Khi đó thể tích của chỏm cầu là $V = \left(2R + \frac{R}{2}\right)\left(R - \frac{R}{2}\right)^2 \frac{\pi}{3} = \frac{5R}{2}.\frac{R^2}{4}.\frac{\pi}{3} = \frac{5\pi R^3}{24}$.

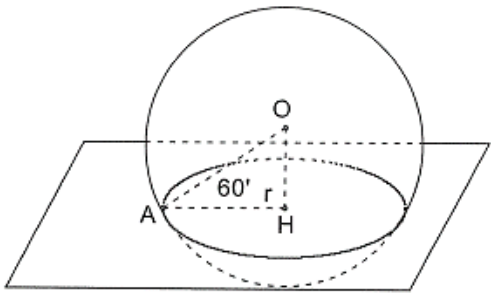
Câu 125: Cho mặt cầu $S(O;R)$, A là một điểm ở trên mặt cầu (S) và (P) là mặt phẳng qua A sao cho góc giữa OA và (P) bằng $60°$. Diện tích của hình tròn giao tuyến giữa khối cầu $S(O;R)$ và mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{\pi R^2}{8}$. **B.** πR^2. **C.** $\frac{\pi R^2}{4}$. **D.** $\frac{\pi R^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên (P) thì.

* H là tâm của đường tròn giao tuyến (P) và (S).

* $\widehat{(OA,(P))}=\widehat{(OA,AH)}=60°$.

Bán kính của đường tròn giao tuyến: $r=HA=OA.\cos 60°=\dfrac{R}{2}$.

Suy ra diện tích đường tròn giao tuyến: $\pi r^2=\pi\left(\dfrac{R}{2}\right)^2=\dfrac{\pi R^2}{4}$.

DẠNG 5: MẶT CẦU NỘI TIẾP-NGOẠI TIẾP ĐA DIỆN

Câu 126: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{2a^3}{3\sqrt{2}}\pi$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}\pi$. **C.** πa^3. **D.** $\dfrac{a^3 8\sqrt{2}}{3}.\pi$.

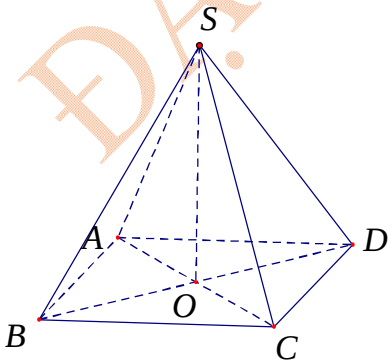
Hướng dẫn giải

Chọn A

Độ dài đường cao hình chóp là $SO=\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{2}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $SO=OA=OB=OC=OD$ nên O.
chính là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$V=\dfrac{4\pi}{3}\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.



Câu 127: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$, $AA'=3a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$.

A. $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ACB'D'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Bán kính mặt cầu là $R=\frac{1}{2}AC'=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+(2a)^2+(3a)^2}=\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Câu 128: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$. Cạnh bên SA vuông góc với $mp(ABC)$ và SC hợp với đáy một góc bằng $60°$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Thể tích của khối cầu (S) bằng.

A. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{5\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $AC=a\sqrt{2}, SA=a\sqrt{6}, SC=2a\sqrt{2}, R=\frac{SC}{2}=a\sqrt{2}\Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 129: Tỉ số thể tích giữa khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó là:

A. $\frac{3\pi}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{3}{\pi\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi V, V' lần lượt là thể tích khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương.

Không mất tính tổng quát gọi độ dài cạnh của khối lập phương bằng 1, khi đó bán kính khối cầu ngoại tiếp khối lập phương là $R=\frac{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V=1;\ V'=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3=\frac{\pi\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\frac{V}{V'}=\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$.

Câu 130: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 6, mặt bên SAB là tam giác cân tại S nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy và có góc $\widehat{ASB}=120^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

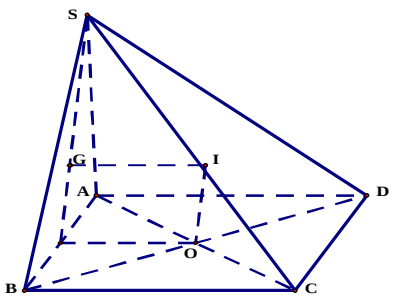
A. 14π. **B.** 42π. **C.** 84π. **D.** 28π.

Câu 131: Cho hình chóp $S.ABCD$. Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a tâm O, SAB là tam giác đều có trọng tâm G và nằm trên mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $R=\frac{a}{2}$. **B.** $R=\frac{\sqrt{3}}{3}a$. **C.** $R=\frac{\sqrt{3}}{6}a$. **D.** $R=\frac{\sqrt{21}}{6}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD.

Dựng trục Ox của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$, Ox//SG. Dựng trục Gy của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SAB, Gy//BC//AD.

Ta có Ox cắt Gy tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Bán kính $R = SI = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Câu 132: Cho tứ diện $ABCD$ có ABC và DBC là 2 tam giác đều cạnh chung $BC = 2$. Cho biết mặt bên (DBC) tạo với mặt đáy (ABC) góc 2α mà $\cos 2\alpha = -\frac{1}{3}$. Hãy xác định tâm O của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đó.

A. O là trung điểm của BD.

B. O là trung điểm của AD.

C. O là trung điểm của AB.

D. O thuộc mặt phẳng (ADB).

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm cạnh BC. Vì ABC và DBC là 2 tam giác đều bằng nhau nên 2 trung truyến AM và DM cùng vuông góc với BC và $AM = DM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong ΔMAD:

$AD^2 = AM^2 + DM^2 - 2AM.DM.\cos 2\alpha$.

$\Rightarrow AD = 2.2.\frac{3a^2}{4} - 2.\frac{3a^2}{4}.\frac{1}{3} = 2a^2$.

Ta có: $BA^2 + BD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 = AD^2$.

$\Rightarrow ABD = 90^0$.

Tương tự: $CA^2 + CD^2 = AD^2$.

$\Rightarrow ACD = 90^0$.

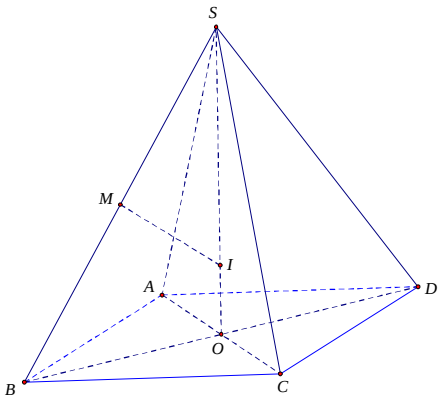
Vậy mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tâm O là trung điểm cạnh AD.

Câu 133: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$ **B.** $V = \frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$ **C.** $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$ **D.** $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$. Do các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc $60°$ nên $SO \perp (ABCD)$ hay SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Gọi M là trung điểm của cạnh SB, trong mặt phẳng (SBC) kẻ đường thẳng qua M và vuông góc với SB cắt SO tại I khi đó ta có $IA=IB=IC=ID=IS$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Theo giả thiết ta có $AB=3$, $AD=4$ nên $BO=\frac{5}{2}$. Mà góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° hay $\widehat{SBO}=60^\circ \Rightarrow SB=\frac{BO}{\cos 60^\circ}=5, \Rightarrow SO=\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\Delta SMI \sim \Delta SOB$ nên $SI=\frac{SM.SB}{SO}=\frac{5.\frac{5}{2}}{\frac{5\sqrt{3}}{2}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^3=\frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 134: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đó là:

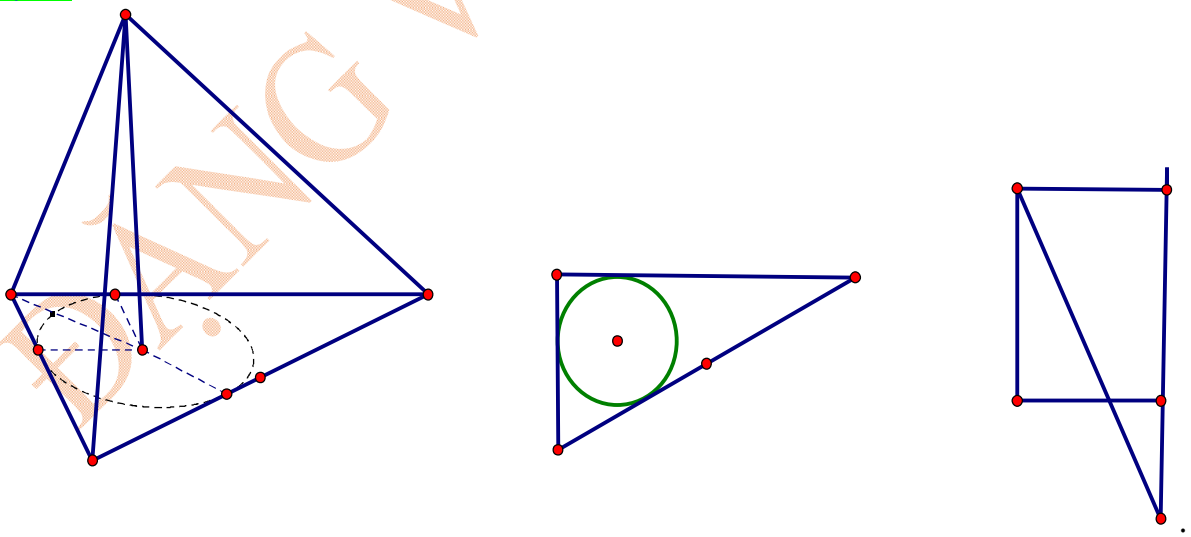
A. $S=\pi a^2$. **B.** $S=12\pi a^2$. **C.** $S=3\pi a^2$. **D.** $S=\frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 135: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB=3a$, $AC=4a$. Hình chiếu H của S trùng với tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Biết $SA=2a$, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. $R=a.\sqrt{118}$. **B.** $R=a.\frac{\sqrt{118}}{4}$. **C.** $R=a.\frac{\sqrt{118}}{2}$. **D.** $R=a.\frac{\sqrt{118}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Tính được $r=\frac{AB.AC}{AB+AC+BC}=a$.

Tính được $AH=a\sqrt{2}$ và $MH=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Tam giác SAH vuông tại H suy ra $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=a\sqrt{2}$..

Gọi M là trung điểm của BC và Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

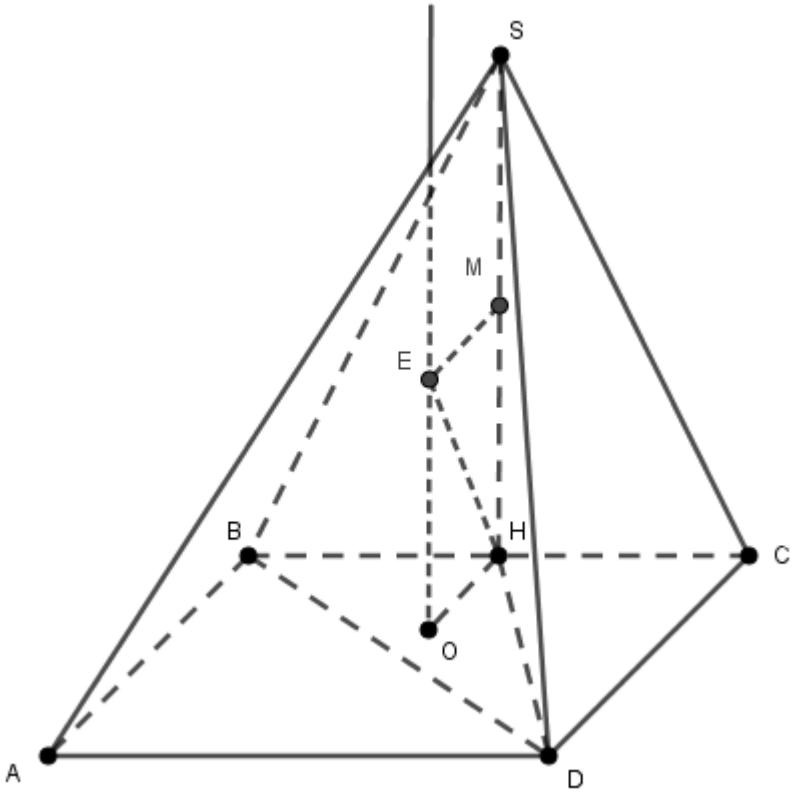
Gọi O là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$. Suy ra $O \in \Delta$.
Ta có:
$OC^2 = OS^2 \Leftrightarrow OM^2 + MC^2 = SK^2 + OK^2$.
$\Leftrightarrow OM^2 + \frac{25a^2}{4} = \frac{5a^2}{4} + (OM + a\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow OM = \frac{3\sqrt{2}}{4}a$.
Suy ra $R = OC = \frac{\sqrt{118}}{4}a$.

Câu 136: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của BC, $SH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{17}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{11}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi R và r lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BHD$ và tam giác BHD.
Ta có $HB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $HD = \sqrt{HC^2 + DC^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ và $BD = \sqrt{a + 2a^2} = a\sqrt{3}$.
Áp dụng định lí Cô sin, ta có
$\cos BHD = \frac{\frac{a^2}{2} + \frac{3a^2}{2} - 3a^2}{2\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin BHD = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.
Diện tích tam giác BHD là $S_{\Delta BHD} = \frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Do đó $r=\dfrac{HB.HD.BD}{4S}=\dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.a\sqrt{3}}{a^2\sqrt{2}}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHD và M là trung điểm SH. Mặt phẳng trung trực của SH cắt trục đường tròn ngoại tiếp tam giác BHD tại E. Khi đó E là tâm mặt cầu cần tìm.

Ta có $R=\sqrt{r^2+MH^2}=\sqrt{r^2+\dfrac{SH^2}{4}}=\sqrt{r^2+\dfrac{SH^2}{4}}=\sqrt{\dfrac{9a^2}{2}+\dfrac{a^2}{8}}=\dfrac{a\sqrt{17}}{4}$.

Câu 137: Cho tứ diện $S.ABCD$ có tứ giác $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{7}{3}a^3\pi$. **B.** $\dfrac{7}{3}a^3$.

C. $\dfrac{7\sqrt{21}}{54}a^3\pi$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{21}}{54}a^3$.

C. $\dfrac{7}{3}a^3\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là trung điểm của AB . Vậy $SH\perp(ABCD)$

Gọi O là tâm của hình vuông , G là trọng tâm ΔSAB .

Dựng Ox là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ ($\text{Ox}//SH$) .

Dựng Gy là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB $(Gy//OH)$

Gọi $I=\text{Ox}\cap\text{Gy}$. Khi đó , I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABCD$

Có : $R=SI=\sqrt{SG^2+GI^2}=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp chóp $S.ABCD$.

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{21}}{6}\right)^3=\dfrac{7\sqrt{21}}{54}a^3\pi$.

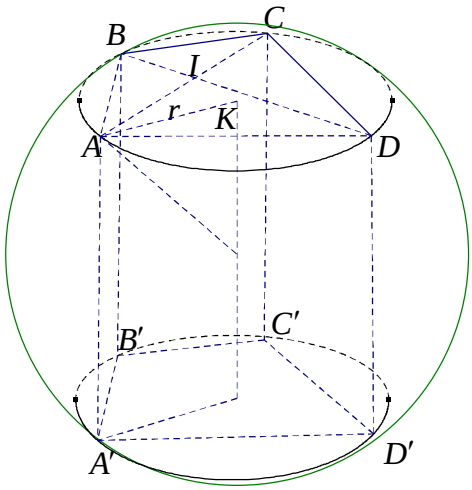
Câu 138: Cho lăng trụ đứng có chiều cao bằng h không đổi, một đáy là tứ giác $ABCD$ với A, B, C, D di động. Gọi I là giao của hai đường chéo AC và BD của tứ giác đó. Cho biết $IA.IC=IB.ID=h^2$. Tính giá trị nhỏ nhất bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. h. **B.** $\dfrac{h\sqrt{3}}{2}$. **C.** $2h$. **D.** $\dfrac{h\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Do lăng trụ nội tiếp mặt cầu nên gọi $(K;r)$ là đường tròn ngoại tiếp $ABCD$. Khi đó $IA.IC = IB.ID = r^2 - IK^2$ (theo phương tích của đường tròn). Suy ra $r^2 - IK^2 = h^2 \Rightarrow r^2 = h^2 + IK^2$.

Gọi (O,R) là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ ta có

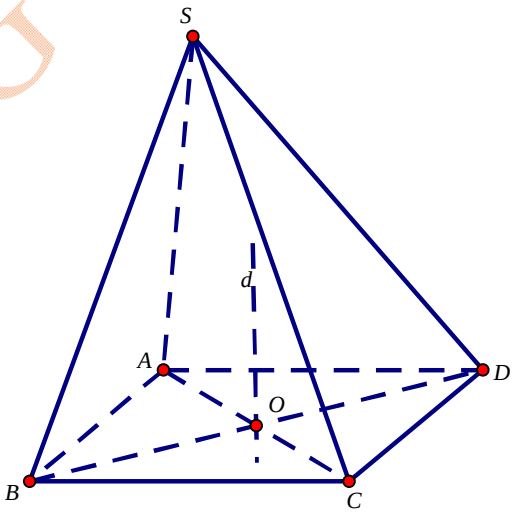
$R^2 = OA^2 + OK^2 = r^2 + \dfrac{h^2}{4} = \dfrac{5}{4}h^2 + IK^2 \ge \dfrac{5}{4}h^2 \Rightarrow R \ge \dfrac{h\sqrt{5}}{2}$. Vậy $R_{\min} = \dfrac{h\sqrt{5}}{2}$ khi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.

Câu 139: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.Biết rằng $AB = a$, và $\widehat{ASB} = 60°$. Tính diện tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S = \dfrac{11\pi a^2}{2}$. **B.** $S = \dfrac{11\pi a^2}{3}$. **C.** $S = \dfrac{13\pi a^2}{2}$. **D.** $S = \dfrac{13\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi R_1, R_2 là bán kính đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và mặt bên (SAB). Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Khi đó $R_1 = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + 3a^2} = a$ và $R_2 = \dfrac{AB}{2\sin\widehat{ASB}} = \dfrac{a}{2\sin 60°} = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Vì hình chóp đã cho có mặt bên (SAB) vuông góc với đáy $(ABCD)$ nên bán kính mặt cầu hình chóp $S.ABCD$ được tính theo công thức:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$R^2 = R_1^2 + R_2^2 - \frac{AB^2}{4} = a^2 + \frac{a^2}{3} - \frac{a^2}{4} = \frac{13a^2}{12}$.

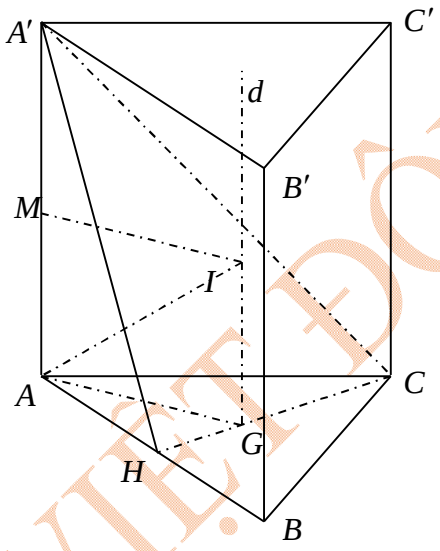
Diện tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho là: $S = 4\pi R^2 = \frac{13\pi a^2}{3}$.

Câu 140: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng 30°. Gọi H là trung điểm của AB. Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có Tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow CH \perp AB$ và $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $CH \perp (ABC)$, nên

$(A'C;(ABC)) = (A'C;A'H) = \widehat{CA'H} = 30°$.

$\Rightarrow A'H = CH.\cot 30° = \frac{3a}{2}$, $AA' = \sqrt{A'H^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.

Dựng trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại trọng tâm G.

Dựng đường trung trực của AA' trong mặt phẳng $(AA'G)$ cắt trục đường tròn tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$ có bán kính là IA.

Ta có $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AM = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AI = \sqrt{AM^2 + AG^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{30}}{6}$

Câu 141: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $BC' = 2a$. Tính theo a thể tích của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ trên.

A. $V = \frac{32}{3}\pi a^3$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. **C.** $V = 4\pi a^2$. **D.** $V = \frac{4}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi M, M' lần lượt là trung điểm BC và $B'C' \Rightarrow MM'$ là trục của đường tròn ngoại tiếp. mặt đáy lăng trụ.

Gọi $O = MM' \cap BC' \Rightarrow O$ cách đều các đỉnh của lăng trụ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

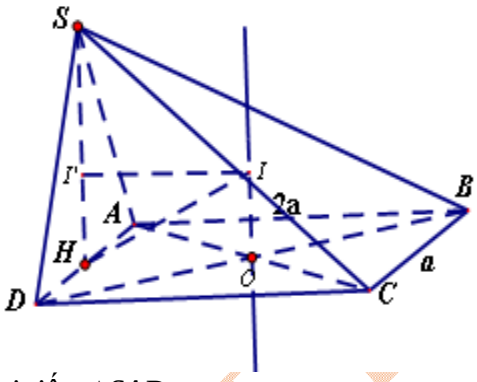
$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu $R=\dfrac{BC'}{2}=a$. Do đó $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 142: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=2a$, $BC=a$, hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AD, $SH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{16\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{16\pi a^2}{9}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I' là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAD
O là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$
I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Ta có $SD=SA=\sqrt{SH^2+AH^2}=a \Rightarrow \Delta SAD$ đều

$\Rightarrow I'A=\dfrac{2}{3}\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

$\Rightarrow R=IA=\sqrt{I'A^2+I'I^2}=\sqrt{I'A^2+HO^2}=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$

Vậy $S=4\pi R^2=\dfrac{16\pi a^2}{3}$

Câu 143: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$ và $AA'=2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R=\dfrac{3a}{4}$. **B.** $R=\dfrac{3a}{2}$. **C.** $R=2a$. **D.** $R=3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

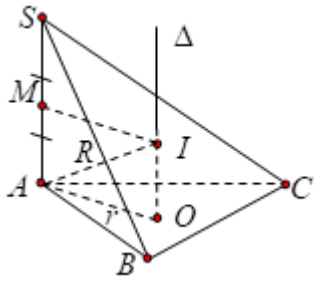
Ta có $\widehat{AB'C'}=\widehat{ABC'}=90^\circ$ nên mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$ có đường kính AC'. Do đó bán kính là $R=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+(2a)^2+(2a)^2}=\dfrac{3a}{2}$.

Câu 144: Cho hình chóp S.ABC có $AB=a, AC=2a$, $\widehat{BAC}=60^\circ$, $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $R=\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{55}}{6}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{7}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos A}=a\sqrt{3}$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC và $\Delta\perp(ABC)$ tại O.

Trong mặt phẳng (SA,Δ), đường trung trực của SA cắt Δ tại I. Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC, ta có $r=AO$

Áp dụng đinh lý sin trong ΔABC ta có:

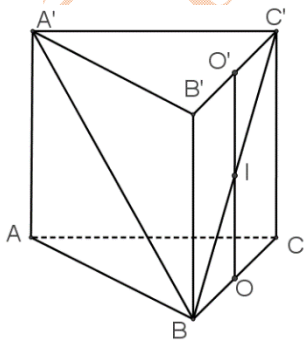
$$\frac{BC}{\sin A}=2r\Rightarrow AO=r=a\Rightarrow R^2=r^2+\frac{SA^2}{4}=\frac{7a^2}{4}\Rightarrow R=\frac{a\sqrt{7}}{2}.$$

Câu 145: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân, $AB=AC=a$. Góc giữa $A'B$ và mặt đáy bằng 45°. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $BCC'A'$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $AA'\perp(ABC)\Rightarrow \widehat{ABA'}=45^o$ nên $AA'=AB=a=BB'=CC'$.

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $BCC'A'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Mà lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy hai đáy ngoại tiếp đường tròn tâm O và O' nên tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABC.A'B'C'$ là trung điểm I của OO'.

Mà $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=a\sqrt{2}$.

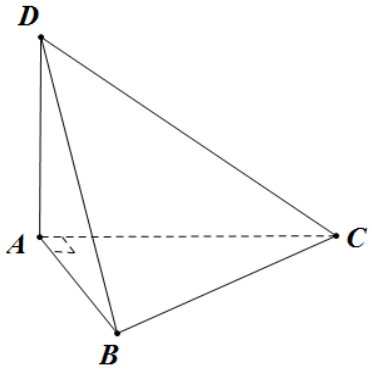
Khi đó: $R=C'I=\frac{1}{2}BC'=\frac{1}{2}\sqrt{BB'^2+BC^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 146: Cho tứ diện $ABCD$ có AD vuông góc với mặt phẳng (ABC), tam giác ABC vuông cân tại A, $AD=2a$, $AB=a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC: $r=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$: $R=\sqrt{\left(\dfrac{AD}{2}\right)^2+r^2}=\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 147: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$; $SA=a$ đáy ABC là tam giác vuông tại B, $\widehat{BAC}=60^\circ$ và $AB=\dfrac{a}{2}$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tìm mệnh đề **sai**.

A. (S) có bán kính $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. Tâm của (S) là trung điểm SC.

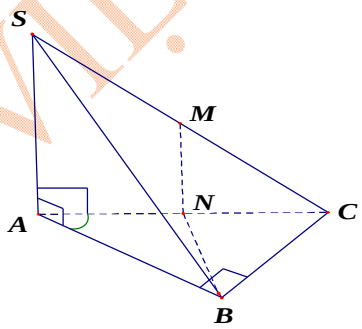
C. Diện tích của (S) là $\dfrac{2\pi a^2}{3}$.

D. Thể tích khối cầu là $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi N,M lần lượt là trung điểm của $AC;SC$. NM là đương trung bình của tam giác SAC nên



$NM//SA\Rightarrow NM\perp(ABC)$

$\Rightarrow$ MS=MC=MA=MB

$\Rightarrow$ M là tâm của (S) có bán kính

$MC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow V_{(S)}=\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Diện tích của (S): $S=4\pi r^2=4\pi\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2=2\pi a^2$.

Câu 148: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng:

A. 6π.

B. $\dfrac{3\pi}{2}$.

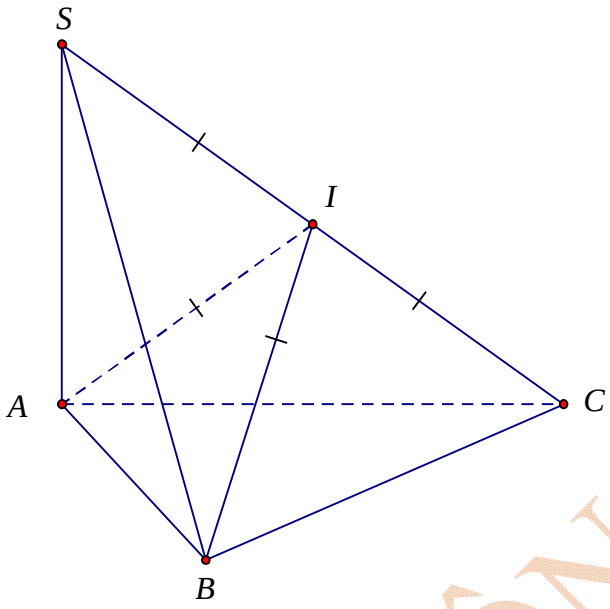
C. 12π.

D. 2π.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi I là trung điểm của SC.

Tam giác SAC vuông tại $A \Rightarrow IA = IS = IC = \frac{1}{2}SC \ (1)$.

Dễ dàng chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B

$\Rightarrow IB = IS = IC = \frac{1}{2}SC \ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra: $IA = IB = IC = IS = \frac{1}{2}SC$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu cần tìm là: $S = 4\pi R^2 = 6\pi$.

Câu 149: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **B.** $V = \frac{5\sqrt{15}\pi a^3}{54}$. **C.** $V = \frac{5\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{5\sqrt{15}\pi a^3}{18}$.

Câu 150: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $S = \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **B.** $S = \frac{4\pi a^2}{3}$. **C.** $S = \pi a^2$. **D.** $S = 3\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi O, O' lần lượt là tâm các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. I là trung điểm đoạn OO'.

Khi đó bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$$r = IA = \sqrt{OA^2 + OI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

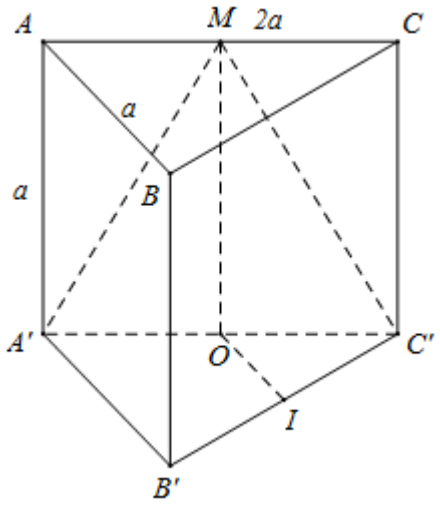
Vậy diện tích S của mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 4\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2.$

Câu 151: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB = AA' = a, AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** a.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = a\sqrt{5}$.

Gọi I là trung điểm của $B'C'$, suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.

Gọi O là trung điểm của $A'C'$.

Tam giác $MA'C'$ vuông cân tại M. Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$.

Ta có $\begin{cases} OI \perp A'C' \left(OI \in A'B'\right) \\ OI \perp MO \end{cases} \Rightarrow OI \perp \left(ACC'A'\right)$.

Suy ra OI là trục của tam giác $MA'C'$.

Suy ra $IA' = IC' = IM = IB'$.

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bán kính $R = \frac{1}{2}B'C' = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

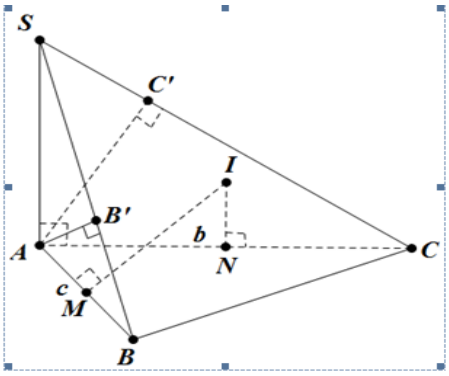
Câu 152: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp \left(ABC\right)$, $AC = b$, $AB = c$, $\widehat{BAC} = \alpha$. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC'B'$ theo b, c, α..

A. $R = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}}{2\sin\alpha}$. **B.** $R = 2\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}$.

C. $R = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}}{\sin 2\alpha}$. **D.** $R = \frac{2\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha}}{\sin\alpha}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC.

Tam giác ABB' vuông tại B' nên M chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABB', suy ra trục tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABB' chính là đường trung trực Δ của AB (xét trong mp (ABC)).

Tam giác ACC' vuông tại C' nên N chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ACC', suy ra trục tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ACC' chính là đường trung trực Δ_1 của AC (xét trong mp (ABC)).

Gọi $I = \Delta \cap \Delta_1$ thì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và I cách đều các điểm A, B, C, B', C' nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABCB'C'$.

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp $ABCB'C'$ thì R chính là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $R = \dfrac{AB.AC.BC}{4.S_{\Delta ABC}} = \dfrac{c.b.BC}{4.\dfrac{1}{2}bc.\sin\alpha} = \dfrac{\sqrt{b^2+c^2-2bc.\cos\alpha}}{2\sin\alpha}$.

Câu 153: Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Mặt cầu là mặt được tạo thành khi quay một đường tròn quanh một đường kính bất kì của nó.

B. Có ít nhất hai hình trụ không bằng nhau cùng ngoại tiếp một hình cầu.

C. Tâm mặt cầu ngoại tiếp một hình hộp là giao điểm bốn đường chéo của hình hộp đó.

D. Các đỉnh của một hình chóp tứ giác cùng nằm trên một mặt cầu nào đó.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mặt cầu là mặt được tạo thành khi quay một đường tròn quanh một đường kính bất kì của nó.

Câu 154: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$ và $\widehat{ASB} = 90°$, $\widehat{BSC} = 60°$, $\widehat{CSA} = 120°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp $S.ABC$ là .

A. πa^2. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi a^3$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét tam giác SAB theo định lí cosin ta có :

$AB^2 = SA^2 + SB^2 - 2SA.SB\cos\widehat{ASB} = a^2 + a^2 - 2a.a.\cos 90° = 2a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$

Xét tam giác SAC theo định lí cosin ta có :

$AC^2 = SA^2 + SC^2 - 2SA.SC\cos\widehat{ASC} = a^2 + a^2 - 2a.a.\cos 120° = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$

Xét tam giác SBC theo định lí cosin ta có :

$BC^2 = SC^2 + SB^2 - 2SC.SB\cos\widehat{ASB} = a^2 + a^2 - 2a.a.\cos 60° = a^2 \Rightarrow AB = a$

Vậy $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

Gọi O là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC). Vì $SA = SB = SC = a \Rightarrow OA = OB = OC$

Vậy O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC mà ΔABC vuông tại $B \Rightarrow O$ là trung điểm AC.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow SO$ là trục của mặt phẳng đáy (ABC)

Dựng mặt phẳng trung trực của SC cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

Xét $\Delta SEI \backsim \Delta SOC\ (g-g) \Rightarrow \dfrac{SI}{SC} = \dfrac{SE}{SO}\ (1)$

Với $SE = \dfrac{a}{2},\ SC = a$

Mặt khác ΔSOC vuôn tại O áp dụng định lí pitago $\Rightarrow SO^2 = SB^2 - BO^2 = \dfrac{a^2}{4} \Rightarrow SO = \dfrac{a}{2}$

Thay vào $(1) \Rightarrow SI = a$ vậy bán kính cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ là a

$\Rightarrow$ diện tích của mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ là $4\pi a^2$.

Câu 155: Cho hình lập phương có cạnh bằng 1. Diện tích mặt cầu đi qua các đỉnh của hình lập phương là

A. 6π. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 3π.

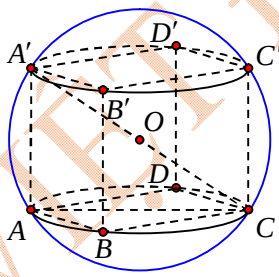
Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi R là bán kính của mặt cầu.

Ta có $R = \dfrac{1}{2}\sqrt{A'C^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{A'A^2 + AC^2}$

$= \dfrac{1}{2}\sqrt{A'A^2 + AB^2 + BC^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$



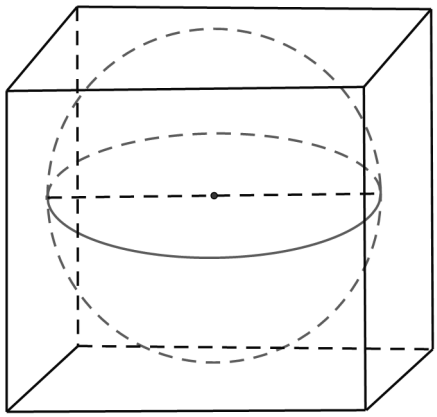
Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 3\pi$

Câu 156: Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó bằng

A. $V = \dfrac{16\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{64\pi a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{32\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{8\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



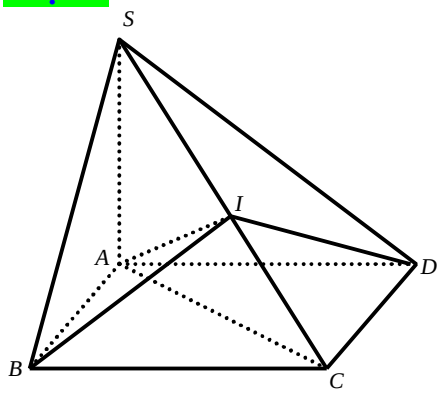
Khối lập phương có thể tích $64a^3$ nên cạnh bằng $4a$. Khối cầu nội tiếp hình lập phương có bán kính $R = \dfrac{4a}{2} = 2a$ nên thể tích khối cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi(2a)^3 = \dfrac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 157: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AC=7a, SA=a\sqrt{7}$ và $SA\perp(ABCD)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{56}}{2}$. **B.** $a\sqrt{7}$. **C.** $R=a\sqrt{14}$. **D.** $R=\dfrac{7a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có các tam giác SAC, SBC, SDC là các tam giác vuông có cạnh huyền là SC.

Gọi I là trung điểm của SC suy ra.

$$IA=IB=IC=ID=IS=\frac{SC}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{(7a)^2+\left(a\sqrt{7}\right)^2}=\frac{a\sqrt{56}}{2}.$$

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $R=\dfrac{a\sqrt{56}}{2}$.

Câu 158: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh A, $AB=AC=a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C$ là

A. $12\pi a^2$. **B.** $4\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BB'C$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Do tam giác ABC vuông cân đỉnh A nên trung điểm O của II' là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$.

Bán kính mặt cầu là $R=\dfrac{1}{2}\sqrt{BC^2+C'C^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{2a^2+2a^2}=a$.

Diện tích mặt cầu là $4\pi a^2$.

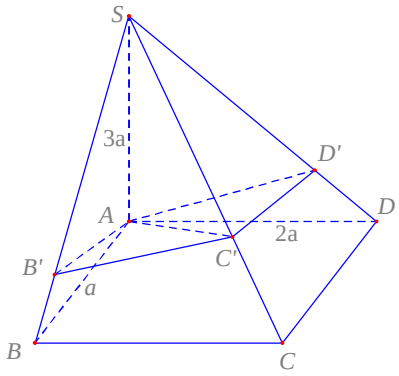
Câu 159: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $AB=a$, $AD=2a$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $B.B'C'D'$.

A. $7\pi a^2$. **B.** $5\pi a^2$. **C.** $14\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $AC' \perp C'C\ (1)$.

$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AB'$. Mà $AB' \perp SC \Rightarrow AB' \perp B'C\ (2)$.

$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp AD'$. Mà $AD' \perp SC \Rightarrow AD' \perp D'C\ (3)$.

$AB \perp BC\ (4)$.

Từ $(1), (2), (3), (4)$ suy ra B, B', C', D' cùng nằm một mặt cầu đường kính AC (cùng nhìn AC dưới một góc vuông).

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $B.B'C'D'$ là

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Diện tích mặt cầu là

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi \frac{5a^2}{4} = 5\pi a^2.$$

Câu 160: Biết rằng tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều bằng $8\sqrt{3}$. Tính diện tích S mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều.

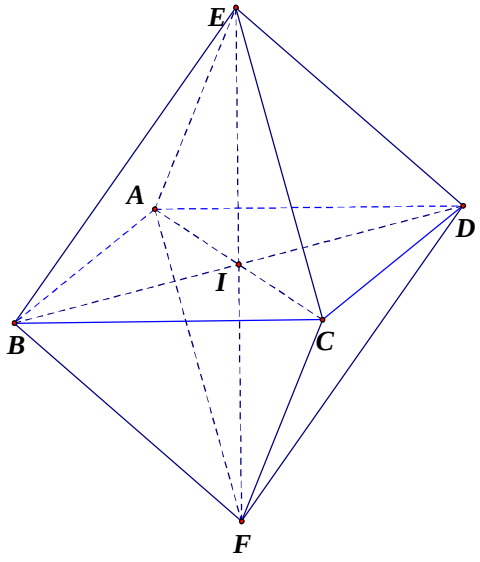
A. $8\sqrt{3}\pi$ **B.** 8π **C.** 16π **D.** $4\sqrt{3}\pi$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi cạnh của bát diện đều là a. Hình bát diện đều có tất cả tám mặt đều nên tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều là: $8.\frac{1}{2}a^2.\sin 60^\circ = 8\sqrt{3} \Rightarrow a = 2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều là: $R = IA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{2}$.

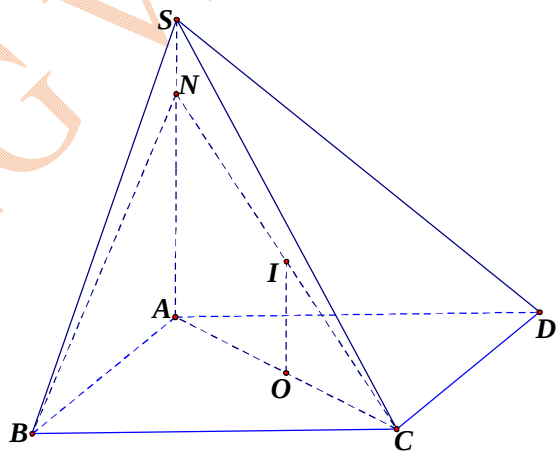
Diện tích S mặt cầu ngoại tiếp hình bát diện đều là $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\left(\sqrt{2}\right)^2 = 8\pi$.

Câu 161: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $AD = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và góc giữa SC với đáy là $45°$. Gọi N là điểm thuộc cạnh SA sao cho $SA = 4SN$, h là chiều cao của khối chóp $S.ABCD$ và R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $N.ABC$. Biểu thức liên hệ giữa R và h là

A. $R = \frac{4}{5\sqrt{5}}h$. **B.** $8R = 5h$. **C.** $\sqrt{5}R = 4h$. **D.** $2R = 5h$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $SA \perp (ABCD)$ tại A.

Suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$. Theo giả thuyết $\widehat{SCA} = 45°$

$\Rightarrow SA = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$. Vậy $h = a\sqrt{5}$.

Gọi O là trung điểm AC và I là trung điểm NC

$\Rightarrow IN = IC = IA = IB$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $N.ABC$

$\Rightarrow R = IC = \frac{1}{2}NC = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{3}{4}a\sqrt{5}\right)^2 + \left(a\sqrt{5}\right)^2} = \frac{5\sqrt{5}a}{8}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra $\frac{R}{h}=\frac{5}{8}\Leftrightarrow 8R=5h$.

Câu 162: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$ tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh AD,DC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.DMN$.

A. $R=\frac{a\sqrt{31}}{4}$. **B.** $R=\frac{a\sqrt{102}}{6}$. **C.** $R=\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{39}}{6}$.

Hướng dẫn giải

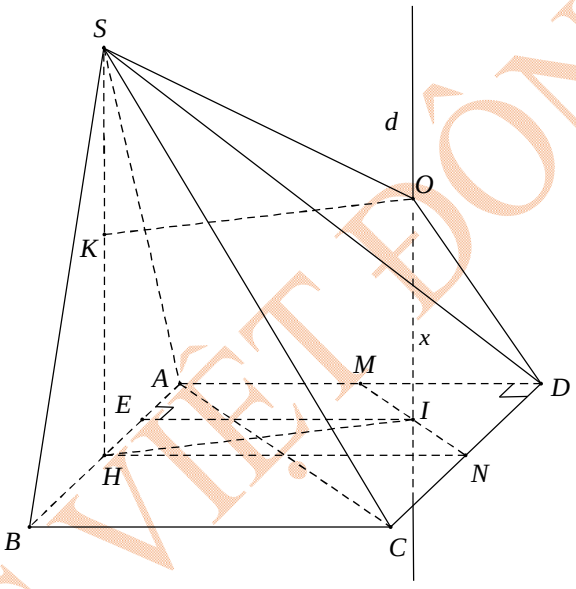
Chọn B

Gọi I là trung điểm của MN. Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DMN.

d là đường thẳng qua I và vuông góc với mặt đáy.

E là hình chiếu của I lên AB.

O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.DMN$. K là hình chiếu của O lên SH.



Đặt $OI=x$.

Ta có $DI=\frac{1}{2}MN=\frac{a\sqrt{5}}{4}$. Suy ra $OD=\sqrt{ID^2+OI^2}=\sqrt{\frac{5a^2}{16}+x^2}$.

$SK=SH-x=\frac{a\sqrt{3}}{2}-x; KO=HI; EI=\frac{AM+HN}{2}=\frac{3a}{2}$.

$HI=\sqrt{EI^2+HE^2}=\sqrt{\frac{9a^2}{4}+\frac{a^2}{16}}=\frac{a\sqrt{37}}{4}$.

Suy ra $SO=\sqrt{SK^2+KO^2}=\sqrt{\frac{49a^2}{16}-a\sqrt{3}x+x^2}$.

Vì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp nên:

$SO=DO\Rightarrow\frac{49a^2}{16}-a\sqrt{3}x+x^2=x^2+5a\Rightarrow x=\frac{11a}{4\sqrt{3}}\Rightarrow R=OD=\frac{a\sqrt{102}}{6}$.

Câu 163: Ba đoạn thẳng SA,SB,SC đôi một vuông góc tạo với nhau thành một tứ diện $S.ABC$ với $SA=a$, $SB=2a$, $SC=3a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình tứ diện đó là.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{14}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{14}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tam giác SAB vuông tại S nên trung điểm I của AB là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.

Từ giả thiết ta suy ra SC vuông góc với (SAB). Do đó nếu qua I dựng đường thẳng Δ song song với SC thì Δ vuông góc với (SAB). Suy ra Δ là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB.

Dựng đường trung trực của SC, cắt Δ tại O thì O chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.

Gọi J là trung điểm của SC. Khi đó ta có:

$IO = SJ = \frac{SC}{2} = \frac{3a}{2}; SI = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + SB^2}}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

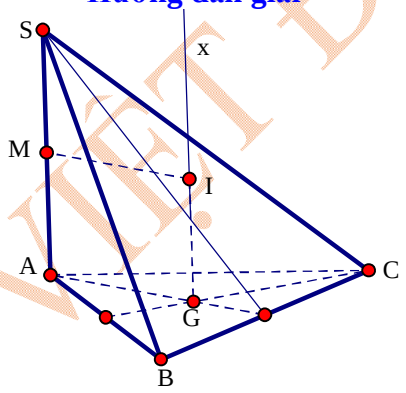
Xét tam giác vuông SIO ta có: $SO = \sqrt{SI^2 + IO^2} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$..

Vậy bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Câu 164: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải



Chọn A

Gọi G là trọng tâm tam giác đều ABC, dựng trục Gx của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó $Gx // SA$. Trong mặt phẳng (SAG) dựng đường trung trực cạnh SA, cắt Gx tại I.

Ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và bán kính là $R = \sqrt{SM^2 + MI^2}$.

Mà $MI = AG = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $SM = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$. Nên $R = \sqrt{\frac{3a^2}{9} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

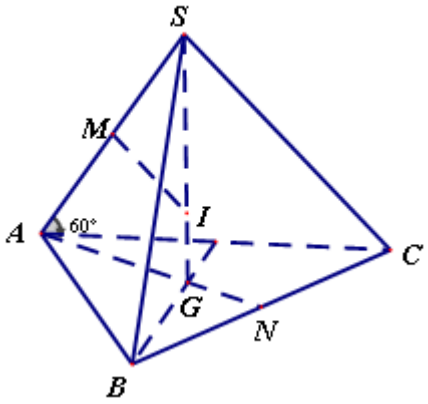
Câu 165: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, góc tạo bởi cạnh bên và đáy bằng $60°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{4a}{3}$. **B.** $R = \frac{a}{3}$. **C.** $R = \frac{2a}{3}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, BC

I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $AG = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$; $SG = AG.\tan 60° = a$

$SA = \frac{AG}{\cos 60^o} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

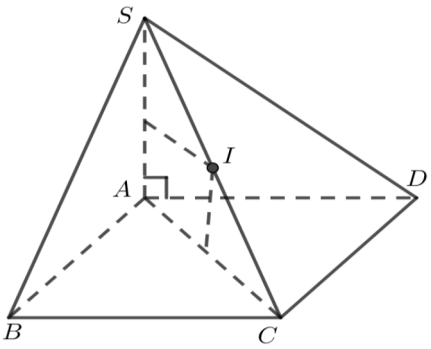
$\Delta SMI \# \Delta SGA \Rightarrow \frac{SM}{SG} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow R = SI = \frac{SM.SA}{SG} = \frac{1}{2}.\frac{SA^2}{SG} = \frac{2a}{3}$

Câu 166: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật $SA = 12a$, $SA \perp (ABCD)$ và $AB = 3a$, $AD = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R = 6a$. **B.** $R = 6,5a$. **C.** $R = 13a$. **D.** $R = 12a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là trung điểm I của SC.

Ta có: $AI = \sqrt{\left(\frac{AS}{2}\right)^2 + \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{AS^2 + AC^2}$.

$AI = \frac{1}{2}\sqrt{AS^2 + AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}a\sqrt{12^2 + 3^2 + 4^2} = 6,5a$.

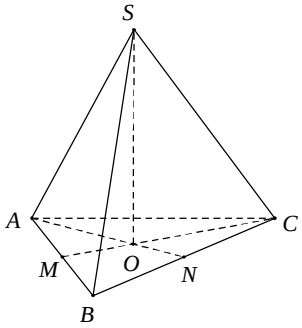
Câu 167: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh bằng a, chiều cao bằng $2a$. Hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có diện tích xung quanh là.

A. $\frac{\pi a^2\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{17}}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{11}}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{13}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Ta có $CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$r = CO = \dfrac{2}{3}CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

$l = SC = \sqrt{SO^2 + OC^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{3} + 4a^2} = \dfrac{\sqrt{39}}{3}a$.

Diện tích xung quanh hình nón:

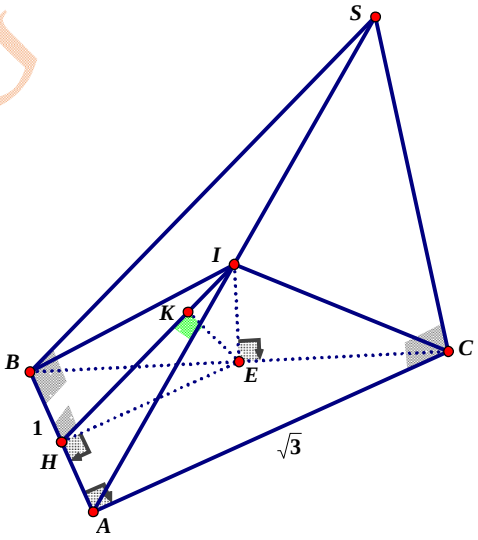
$S_{xq} = \pi rl = \pi \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{\sqrt{39}}{3}a = \dfrac{\pi a^2\sqrt{13}}{3}$.

Câu 168: Cho hình chóp $S.ABC$, tam giác ABC vuông tại đỉnh $A, AB = 1(cm), AC = \sqrt{3}(cm)$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}(cm)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{5\pi}{4}(cm^2)$. **B.** $20\pi(cm^2)$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{5}\pi}{6}(cm^2)$. **D.** $5\pi(cm^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của $SA \Rightarrow IA = IB = IC = IS \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi E, H lần lượt là trung điểm của BC, AB

Ta có : $AB \perp AC \Rightarrow EI \perp AB, AB \perp SB \Rightarrow IH \perp AB$

$\Rightarrow AB \perp (IHE) \Rightarrow (SAB) \perp (IHE)$

Kẻ $EK \perp IH \Rightarrow EK \perp (SAB)$

$\Rightarrow EK = d\left(E,\left(SAB\right)\right) = \dfrac{d\left(C,\left(SAB\right)\right)}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

Do ΔIBC cân tại $I \Rightarrow IE \perp BC$

Mà $IE \perp AB \Rightarrow IE \perp \left(ABC\right) \Rightarrow IE \perp EH$

Xét ΔIHE vuông tại $E \Rightarrow \dfrac{1}{EK^2} = \dfrac{1}{EH^2} + \dfrac{1}{IE^2} \Rightarrow \dfrac{1}{IE^2} = \dfrac{1}{EK^2} - \dfrac{1}{EH^2} = \dfrac{16}{3} - \dfrac{4}{3} = 4$

$\Rightarrow IE^2 = \dfrac{1}{4} \Rightarrow IC^2 = IE^2 + EC^2 = \dfrac{5}{4} \Rightarrow S_{mc} = 4\pi R^2 = 5\pi$

Câu 169: Cho hình lập phương có cạnh bằng a. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{2}$.

B. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $a\sqrt{3}$.

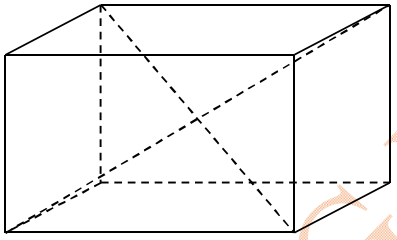
D. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là giao của 2 đường chéo hình lập phương, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương bằng nửa đường chéo hình lập phương.

Do đó $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

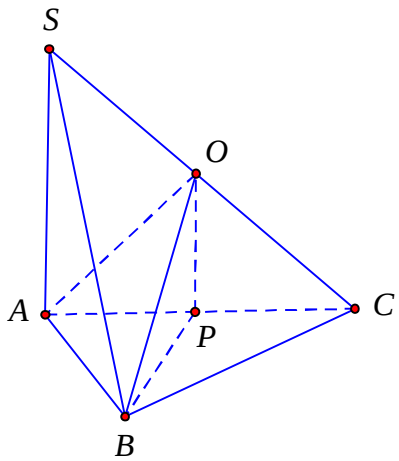


Câu 170: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $SC = 2a$ và $\widehat{ASC} = 60°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $S.ABC$.

A. $R = \dfrac{a}{2}$. **B.** $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R = a\sqrt{3}$. **D.** $R = a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\sin\widehat{ASC}=\dfrac{AC}{SC}=\dfrac{AC}{2a}=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$.

Do đó $AB^2+BC^2=AC^2\Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

Gọi P là trung điểm của cạnh AC thì P là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Gọi O là trung điểm của cạnh $SC\Rightarrow OS=OC$.

Ta có $OP//SA$ mà $SA\perp(ABC)\Rightarrow OP\perp(ABC)$.

Do đó OP là trục đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC\Rightarrow OA=OB=OC$.

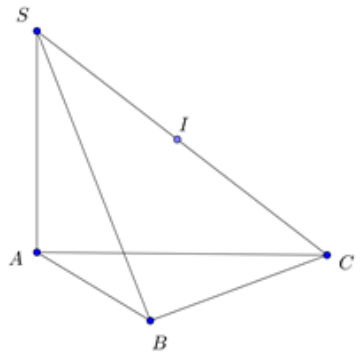
Như vậy $R=OA=OB=OC=OS=\dfrac{1}{2}SC=a$.

Câu 171: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B, $AB=3$, $BC=4$. Hai mặt phẳng (SAB), (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, đường thẳng SC hợp với mặt phẳng đáy một góc 45°. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $V=\dfrac{5\pi\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{25\pi\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{125\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Hai mặt phẳng (SAB), (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SA\perp(ABC)$.

Ta cũng có $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp SB$.

Suy ra SAC và SBC là hai tam giác vuông tại A và B.

Gọi I là trung điểm của SC thì $\begin{cases}IA=IC=IS\\IB=IC=IS\end{cases}\Rightarrow IA=IB=IC=IS\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Vì $SA\perp(ABC)$ nên $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCA}=45^\circ$.

Ta lần lượt tính được: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$; $SA=AC=5$; $SC=AC\sqrt{2}=5\sqrt{2}$.

Suy ra bán kính mặt cầu (S) là $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

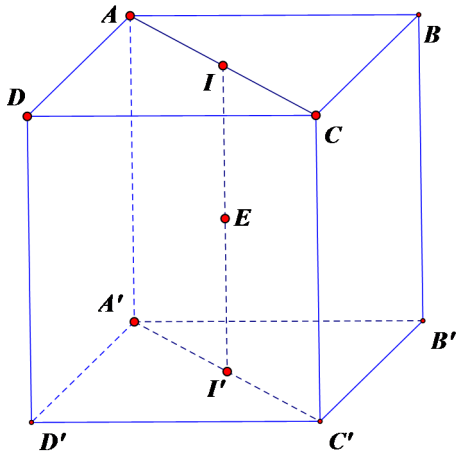
Vậy thể tích khối cầu (S) là $V=\dfrac{4}{3}.\pi.\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^3=\dfrac{125\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 172: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(3;1;-2)$, $C(1;5;4)$. Biết rằng tâm hình chữ nhật $A'B'C'D'$ thuộc trục hoành, tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{74}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{91}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của $AC \Rightarrow$ Tọa độ điểm $I(2;3;1)$

Gọi I' là tâm hình chữ nhật $A'B'C'D' \Rightarrow I'(a;0;0)$.

Ta có: $II' \perp (ABCD) \Rightarrow II' \perp AC \Rightarrow \overrightarrow{II'}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (a-2)(-2)+(-3).4+(-1).6 = 0$

$\Leftrightarrow a = -7 \Rightarrow I'(-7;0;0)$.

Gọi E là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow E$ là trung điểm của $AC \Rightarrow E\left(\frac{-5}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = AI = \frac{7\sqrt{3}}{2}$.

Câu 173: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = a\sqrt{3}$, $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a.

A. $S = 16\pi a^2$. **B.** $S = 2\pi a^2$. **C.** $S = 12\pi a^2$. **D.** $S = 3\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC). Ta có: $AB \perp SA, AB \perp SD \Rightarrow AB \perp (SAD)$ $\Rightarrow AB \perp AD$. Tương tự $CB \perp (SCD) \Rightarrow BC \perp DC$. Suy ra $ABCD$ là hình vuông.

Gọi H là hình chiếu của D trên $SC \Rightarrow DH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC) = d(D,(SBC) = DH = a\sqrt{2}$.

$\frac{1}{SD^2} = \frac{1}{SH^2} - \frac{1}{DC^2} \Rightarrow SD = a\sqrt{6}$.

Gọi I là trung điểm SB ta có $IA = IB = IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu. Suy ra bán kính mặt cầu $r = \frac{SC}{2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $S = 4\pi r^2 = 12\pi a^2$.

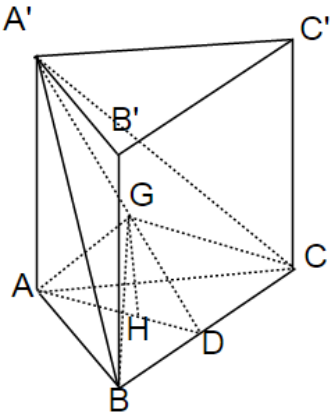
Câu 174: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Thể tích của hình cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ là

A. $\frac{343\pi a^3}{432}$. **B.** $\frac{49\pi a^3}{108}$. **C.** $\frac{343\pi a^3}{5184}$. **D.** $\frac{343\pi a^3}{1296}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi D là trung điểm của BC ta có:

$BC \perp AD \Rightarrow BC \perp A'D \Rightarrow \widehat{ADA'} = 60°$.

Ta có $AA' = AD.\tan\widehat{ADA'} = \dfrac{3a}{2}$; $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{8}$.

Trong (AGH): gọi I là giao điểm của GH và trung trực của AG. Gọi E là trung điểm của AG.

$GH = \dfrac{AA'}{3} = \dfrac{3}{2}$; $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $GA^2 = GH^2 + AH^2 = \dfrac{7a^2}{12} \Rightarrow R = GI = \dfrac{GE.GA}{GH} = \dfrac{GA^2}{2GH} = \dfrac{7a}{12}$.

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ có thể tích là: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{7a}{12}\right)^3 = \dfrac{343\pi a^3}{1296}$.

Câu 175: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = CD = 2$, $AC = BD = 1$, $AD = \sqrt{3}$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho.

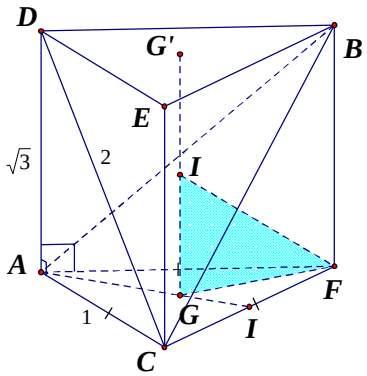
A. $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{39}}{6}$ **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ **D.** 1

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có ΔACD là tam giác vuông tại A và ΔABD là tam giác vuông tại D

Dựng khối lăng trụ tam giác đều $ACF.DEB$ như hình vẽ.



Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ACF và DEB; I là trung điểm của GG'. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ $ACF.DEB$, đồng thời cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R = IF = \sqrt{IG^2 + GF^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{39}}{6}$.

Câu 176: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB = BC = a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $8\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S trên (ABC). Ta có: $AB \perp SA, AB \perp SD \Rightarrow AB \perp (SAD)$ $\Rightarrow AB \perp AD$. Tương tự $CB \perp (SCD) \Rightarrow BC \perp DC$. Suy ra $ABCD$ là hình vuông

Gọi H là hình chiếu của D trên $SC \Rightarrow DH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC) = d(D,(SBC) = DH = a\sqrt{2}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác SCD, ta có $\frac{1}{SD^2} = \frac{1}{SH^2} - \frac{1}{DC^2} \Rightarrow SD = a\sqrt{6}$.

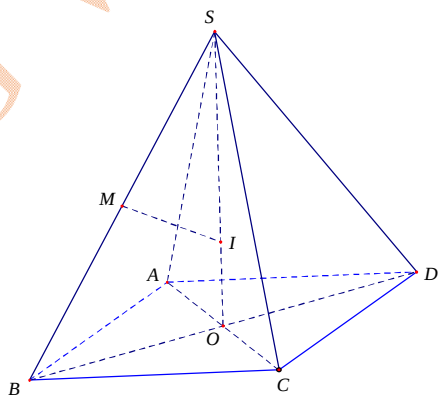
Gọi I là trung điểm SB ta có $IA = IB = IC = IS$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Suy ra bán kính mặt cầu là $r = \frac{SC}{2} = a\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi r^2 = 12\pi a^2$

Câu 177: Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên hợp với đáy một góc bằng $60°$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Tính thể tích V của khối cầu (S).

A. $V = \frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$. **B.** $V = \frac{4\sqrt{6}\pi a^3}{9}$. **C.** $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **D.** $V = \frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$ hay SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy.

Trong mặt phẳng (SBO) kẻ đường trung trực Δ của cạnh SB và gọi $I = \Delta \cap SO$ khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Theo giả thiết ta có $S.ABCD$ là hình chóp đều và góc giữa cạnh bên với mặt phẳng đáy bằng $60°$ nên $\widehat{SBO} = 60°$.

Ta có $\Delta SMI \sim \Delta SOB$ nên $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SB} \Leftrightarrow SI = \frac{SM.SB}{SO}$.

Với $SO = OB\tan 60^\circ \Leftrightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$; $SB = OB\cos 60^\circ \Leftrightarrow SB = a\sqrt{2}$; $SM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $SI = \frac{SM.SB}{SO} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

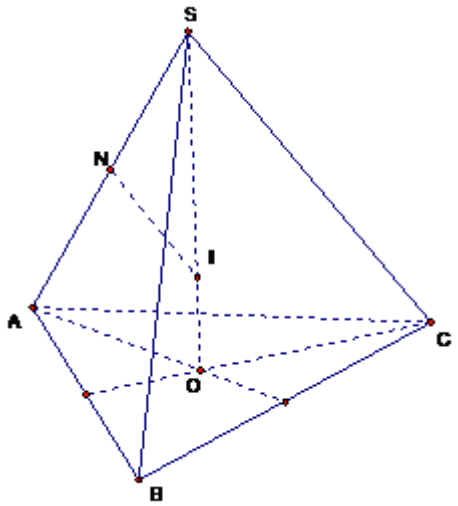
Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \frac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

Câu 178: Cho (S) là mặt cầu ngoại tiếp một hình tứ diện đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $R = \frac{a}{2}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



$S.ABC$ là tứ diện đều nên SO là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC. Trong mặt phẳng (SAO), kẻ đường trung trực d của cạnh SA, d cắt SO tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

$\Delta SAO \sim \Delta SIN \Rightarrow SI = \frac{SN.SA}{SO} = \frac{SA^2}{2\sqrt{SA^2 - AO^2}}$

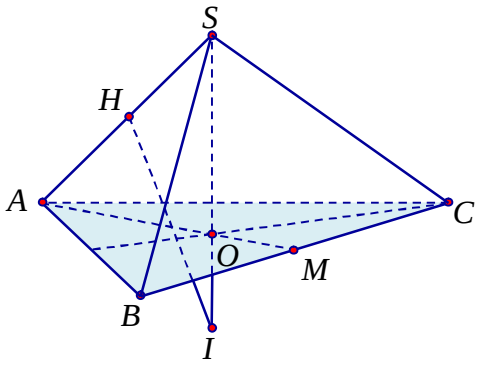
Vậy $R = SI = \frac{4a^2}{2\sqrt{4a^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 179: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng $\sqrt{6}$ và chiều cao $h = 1$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp của hình chóp đó là:

A. $S = 27\pi$. **B.** $S = 6\pi$. **C.** $S = 5\pi$. **D.** $S = 9\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là tâm của ΔABC suy ra $SO\perp(ABC)$ và $SO=h=1$; $OA=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{6}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAO, ta có $SA=\sqrt{SO^2+OA^2}=\sqrt{1+2}=\sqrt{3}$.

Trong mặt phẳng (SAO) kẻ trung trực của đoạn SA cắt SO tại I, suy ra $IS=IA=IB=IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi H là trung điểm của SA, ta có ΔSHI đồng dạng với ΔSOA nên

$R=IS=\frac{SH.SA}{SO}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\sqrt{3}}{1}=\frac{3}{2}$. Vậy diện tích mặt cầu $S_{mc}=4\pi R^2=9\pi$.

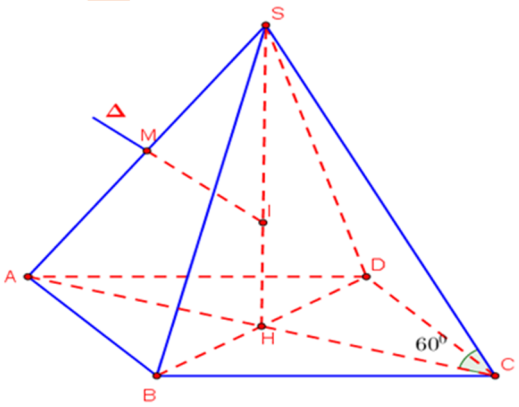
Câu 180: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60^0. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{27}$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $O=AC\cap BD$, suy ra $SO\perp(ABCD)$.



Ta có $60^0=\widehat{SB,(ABCD)}=\widehat{SB,OB}=\widehat{SBO}$.

Trong ΔSOB, ta có $SO=OB.\tan\widehat{SBO}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có SO là trục của hình vuông $ABCD$.

Trong mặt phẳng SOB, kẻ đường trung trực d của đoạn SB.

Gọi $I=SO\cap d\Rightarrow\begin{cases}I\in SO\\I\in d\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}IA=IB=IC=ID\\IS=IB\end{cases}\Rightarrow IA=IB=IC=ID=IS=R$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét ΔSBD có $\begin{cases} SB = SD \\ \widehat{SBD} = \widehat{SBO} = 60^o \end{cases} \Rightarrow \Delta SBD$ đều.

Do đó d cũng là đường trung tuyến của ΔSBD. Suy ra I là trọng tâm ΔSBD.

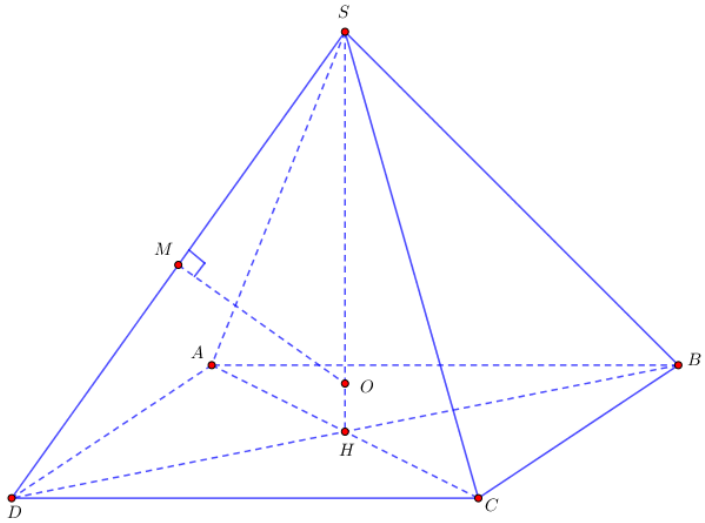
Bán kính mặt cầu $R = SI = \frac{2}{3}SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Suy ra $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{8\pi a^3\sqrt{6}}{27}$.

Câu 181: Cho hình chóp $S.ABCD$ đều có $AB = 2$ và $SA = 3\sqrt{2}$. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{33}}{4}$. **B.** $\frac{7}{4}$. **C.** 2. **D.** $\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi H là tâm đáy thì SH là trục của hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của SD, trong mp (SDH) kẻ đường trung trực của đoạn SD cắt SH tại O thì $OS = OA = OB = OC = OD$ nên O chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Bán kính mặt cầu là $R = SO$.

Ta có $\Delta SMO \backsim \Delta SHD \Rightarrow \frac{SO}{SD} = \frac{SM}{SH} \Rightarrow R = SO = \frac{SD.SM}{SH} = \frac{SD^2}{2SH}$.

Với $SH^2 = SD^2 - HD^2 = 18 - 2 = 16 \Rightarrow SH = 4$.

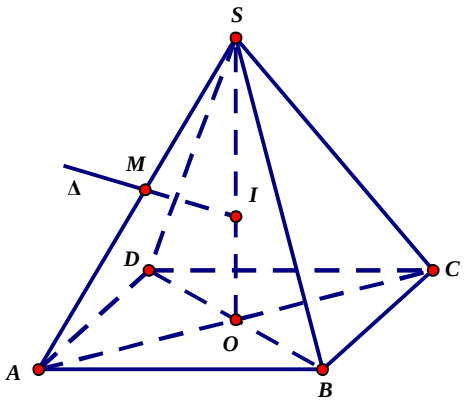
Vậy $R = \frac{SD^2}{2SH} = \frac{9}{4}$.

Câu 182: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tam giác SAC đều cạnh a. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R = a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BC$. Khi đó SO là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.
Gọi Δ là đường trung trực của cạnh SA và $I = \Delta \cap SO$ thì I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có ΔSMI và ΔSOA đồng dạng nên $\frac{SM}{SO} = \frac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \frac{SM.SA}{SO} = \frac{a}{\sqrt{3}} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $R = IA = \sqrt{AO^2 + IO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 183: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng 30°. Gọi H là trung điểm của AB. Tính theo a bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC.$.

A. $R = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có Tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow CH \perp AB$ và $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $CH \perp (ABC)$, nên $(A'C;(ABC)) = (A'C;A'H) = \widehat{CA'H} = 30°$.

$\Rightarrow A'H = CH.\cot 30° = \frac{3a}{2}$, $AA' = \sqrt{A'H^2 - AH^2} = a\sqrt{2}$.

Dựng trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại trọng tâm G.
Dựng đường trung trực của AA' trong mặt phẳng $(AA'G)$ cắt trục đường tròn tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$ có bán kính là IA.

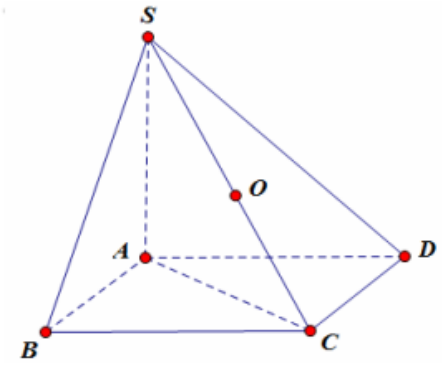
Ta có $AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AM = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AI = \sqrt{AM^2 + AG^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 184: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $3\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** πa^2.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta chứng minh được:

- $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại B.
- $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại D.
- $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A.

Gọi O là trung điểm cạnh SC. Khi đó: $OA = OC = OD = OB = OS = \frac{1}{2}SC$.

Do đó O là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu là: $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + 2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\frac{3a^2}{2} = 6\pi a^2$.

Câu 185: Một hình hộp chữ nhật P nội tiếp trong một hình cầu có bán kính R. Tổng diện tích các mặt của P là 384 và tổng độ dài các cạnh của P là 112. Bán kính R của hình cầu là.

A. 12. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi chiều dài, rộng, cao của hình hộp chữ nhật lần lượt là a, b, c.

Đường chéo hình hộp chữ nhật bằng: $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Tổng diện tích các mặt của P là 384 nên $2ab + 2ac + 2bc = 384$.

Tổng độ dài các cạnh của P là 112 nên $4a + 4b + 4c = 112 \Rightarrow a + b + c = 28$.

$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{(a+b+c)^2 - 2(ab+ac+bc)} = \sqrt{28^2 - 384} = 20$.

Vậy bán kính mặt cầu bằng 10.

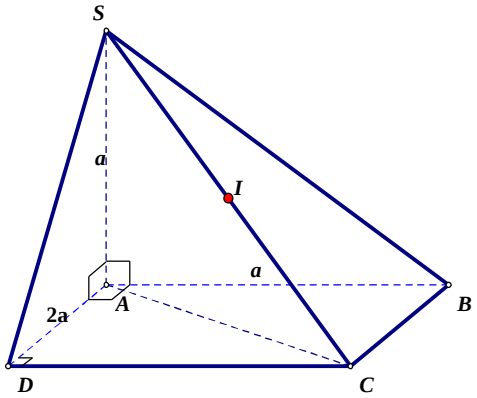
Câu 186: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $SA = AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn.
D.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dễ thấy $\widehat{SAC}=\widehat{SBC}=\widehat{SDC}=90°$. Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đường kính là cạnh $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=a\sqrt{6}$. Vậy bán kính $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 187: Một hình cầu có thể tích bằng $\dfrac{4\pi}{3}$ ngoại tiếp một hình lập phương. Thể tích của khối lập phương đó là

A. 1. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

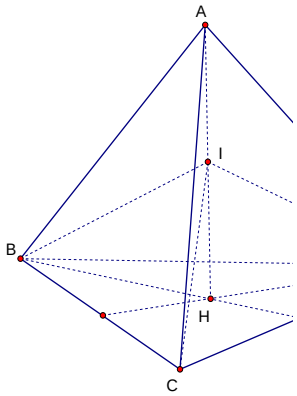
Chọn C

Câu 188: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Gọi H là hình chiếu của A trên (BCD) và I là trung điểm AH. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $IBCD$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



ΔAHC vuông tại H: $AH=\sqrt{AC^2-CH^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

$\Rightarrow IH=\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

ΔIHC vuông tại H: $IC=\sqrt{IH^2+CH^2}=\sqrt{\dfrac{a^2}{6}+\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

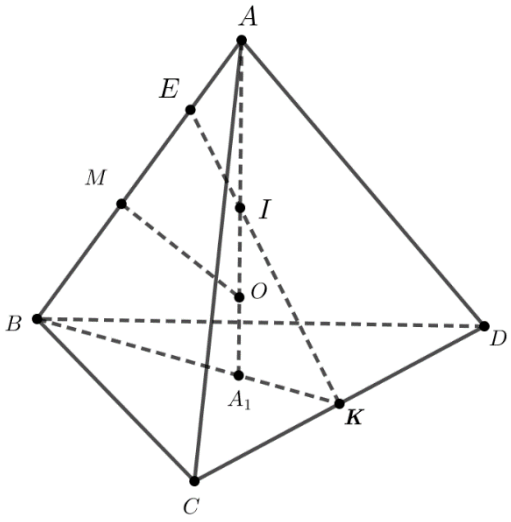
$IBCD$ là hình chóp đều nên: $R=\dfrac{IC^2}{2HI}=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 189: Cho tứ diện đều $ABCD$ có một đường cao AA_1. Gọi I là trung điểm AA_1. Mặt phẳng (BCI) chia tứ diện $ABCD$ thành hai tứ diện. Tính tỉ số hai bán kính của hai mặt cầu ngoại tiếp hai tứ diện đó.

A. $\sqrt{\frac{43}{51}}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** $\sqrt{\frac{48}{153}}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi cạnh của tứ diện đều là a.

Gọi K là trung điểm của CD và $E = IK \cap AB$. Qua A_1 kẻ đường thẳng song song với IK cắt AB tại J.

Ta có:

$\frac{BJ}{BE} = \frac{BA_1}{BK} = \frac{2}{3}$ và $\frac{AE}{EJ} = \frac{AI}{IA_1} = 1$ nên suy ra $AE = \frac{1}{4}AB = \frac{a}{4}$ và $BE = \frac{3a}{4}$.

Gọi M là trung điểm của BE, trong mặt phẳng (ABK) dựng đường trung trực của BE cắt AA_1 tại O. Ta dễ dàng chứng minh được O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp $EBCD$.

Ta có: $BA_1 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AA_1 = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Đặt $BE = x$.

Tam giác ABA_1 đồng dạng với tam giác AOM nên suy ra

$$\frac{AM}{AA_1} = \frac{OM}{BH} \Rightarrow OM = \frac{AM.BH}{AA_1} = \left(a - \frac{x}{2}\right)\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

Gọi R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp $EBCD$ ta suy ra:

$$R = OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}\left(a - \frac{x}{2}\right)^2}.$$

Với $x = \frac{3a}{4}$ ta có: $R = \sqrt{\frac{9a^2}{64} + \frac{1}{2}\left(a - \frac{3a}{8}\right)^2} = a\sqrt{\frac{43}{128}}$.

Tương tự với $x = \frac{a}{4}$ ta có bán kính R' của mặt cầu ngoại tiếp $EACD$ là

$$R' = \sqrt{\frac{a^2}{64} + \frac{1}{2}\left(a - \frac{a}{4}\right)^2} = a\sqrt{\frac{51}{128}}.$$

Do đó $\frac{R}{R'}=\sqrt{\frac{43}{51}}$.

Phương pháp trắc nghiệm:

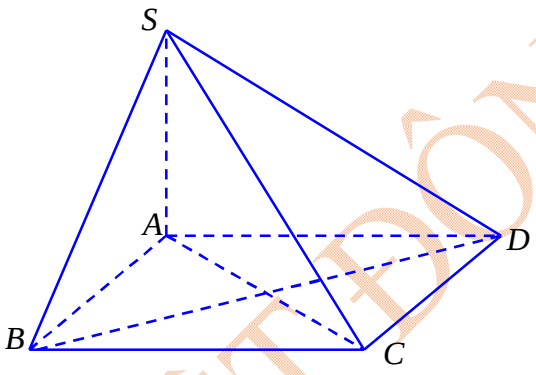
Áp dụng công thức Crelle: Với mỗi khối tứ diện $ABCD$ đều tồn tại ít nhất một tam giác mà số đo các cạnh của nó bằng tích số đo các cặp đối của tứ diện đó. Hơn nữa nếu gọi V là thể tích, R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ thì ta có công thức: $S=6V.R$.

Câu 190: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $\left.\begin{matrix}SA\perp BC\\AB\perp BC\end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$.

Tương tự $CD\perp SD$.

Khi đó $\widehat{SAC}=\widehat{SBC}=\widehat{SDC}=90^\circ$.

Nên SC là đường kính của mặt cầu (S) ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.

Bán kính của (S) là $R=\frac{SC}{2}$.

Ta có: $AC=a\sqrt{2}$ nên $SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=2a\Rightarrow R=a$.

Vậy $V_{(S)}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi a^3$.

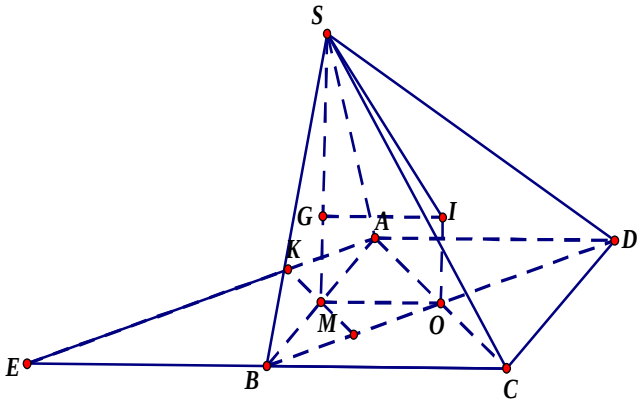
Câu 191: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$ có diện tích $84\pi(\text{cm}^2)$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

A. $\frac{3\sqrt{21}}{7}(\text{cm})$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{7}(\text{cm})$. **C.** $\frac{6\sqrt{21}}{7}(\text{cm})$. **D.** $\frac{2\sqrt{21}}{7}(\text{cm})$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi M là trung điểm AB và G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều SAB, O là tâm của hình vuông $ABCD$. Ta có $OM \perp (SAB)$. Dựng trục của hình vuông $ABCD$ và trục tam giác SAB, khi đó chúng đồng phẳng và cắt nhau tại I tức là OI, GI là các trục hình vuông $ABCD$ và trục tam giác SAB.

Bán kính mặt cầu là $R = SI$. Ta có $4\pi R^2 = 84\pi \left(\text{cm}^2\right) \Leftrightarrow R = \sqrt{21}\left(\text{cm}\right)$. Đặt $AB = x \ \left(\text{cm}\right)$

Trong tam giác vuông SGI ta có $SI^2 = SG^2 + GI^2 \ (1)$, ta có $GI = \dfrac{x}{2}$, $SG = \dfrac{x\sqrt{3}}{3}$ thay vào (1) tính được $x = 6$.

Dựng hình bình hành $ABDE$. Khoảng cách d giữa BD và SA là $d = d\left(BD,(SAE)\right)$

$d = d\left(B,(SAE)\right) = 2d\left(M,(SAE)\right)$. Kẻ $MK \perp AE$ ta có $(SAE) \perp (SMK)$.

$d\left(M,(SAE)\right) = d\left(M,SK\right) = \dfrac{SM.MK}{\sqrt{SM^2 + MK^2}} \ (2)$. Ta có $SM = \dfrac{x\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$, $MK = \dfrac{x\sqrt{2}}{4} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

Thay các giá trị vào (2) tính được $d\left(M,(SAE)\right) = \dfrac{3\sqrt{21}}{7}$.

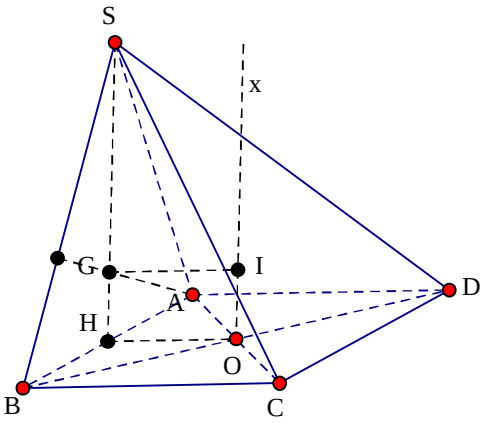
Vậy khoảng cách giữa SA và BD là $\dfrac{6\sqrt{21}}{7}$.

Câu 192: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{11}}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm AB, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Gọi $O = AC \cap BD$, dựng $Ox \perp (ABCD) \Rightarrow Ox // SH$.

Gọi G là trọng tâm tam giác SAB. Dựng $Gy \perp (SAB) \Rightarrow Gy // HO$, $Gy \cap Ox = I$.

Ta có $\begin{cases} I \in Ox \Rightarrow IA = IB = IC \\ I \in Gy \Rightarrow IS = IA = IB \end{cases}$ suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu là $SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \sqrt{SG^2 + HO^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Câu 193: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Kẻ $EK \perp SD$ tại K. Bán kính mặt cầu đi qua sáu điểm S, A, B, C, E, K bằng:

A. a. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. **D.** $\frac{1}{2}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có:

$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành

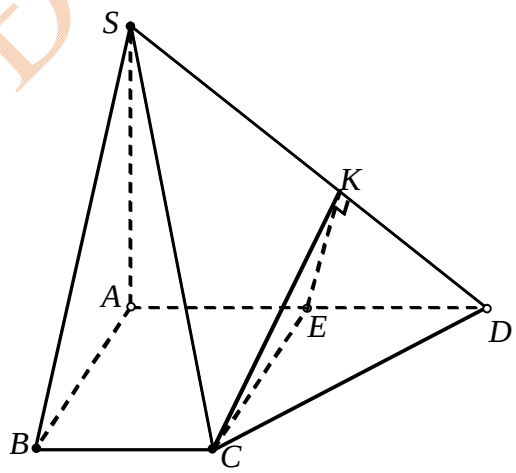
$\Rightarrow AB // CE \Rightarrow CE \perp AD$

Mà $CE \perp SA \Rightarrow CE \perp (SAD)$

$\Rightarrow CE \perp SD$ mà $EK \perp SD$

$\Rightarrow SD \perp (CEK) \Rightarrow SK \perp CK$

Suy ra các điểm A, B, E, K cùng nhìn hai điểm S, C dưới một góc vuông nên 6 điểm S, A, B, C, E, K cùng thuộc mặt cầu đường kính SC.



Bán kính mặt cầu:

$R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{2a^2 + 2a^2}}{2} = a$.

Câu 194: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $AB = 2a, CD = a, \widehat{ABC} = 60^0$. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trên mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R = a$. **C.** $R = \frac{2a}{3}$. **D.** $R = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

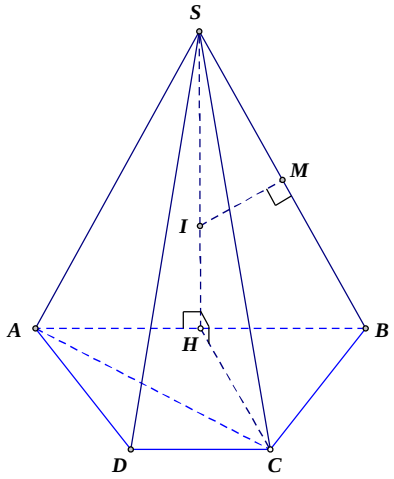
Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi H, M lần lượt là trung điểm của AB và SB ta có ΔHCD cân tại H.

Mà $\widehat{ABC} = \widehat{BDC} = 60^0$ nên ΔABC vuông tại C.

$SH \perp (ABC)$, kẻ đường trung trực của SB cắt SH tại I suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Ta có: $SI.SH = SM.SB \Rightarrow SI = \frac{SM.SB}{SH} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

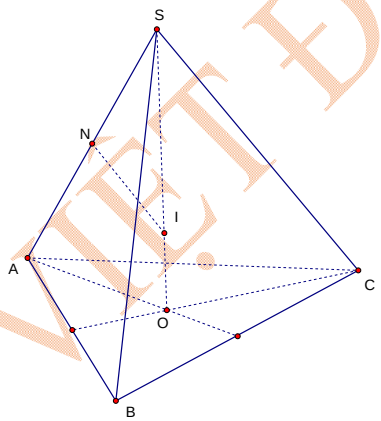


Câu 195: Cho (S) là mặt cầu ngoại tiếp một hình tứ diện đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của mặt cầu (S).

A. $R=\dfrac{a}{2}$. **B.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



$S.ABC$ là tứ diện đều nên SO là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác đều ABC. Trong mặt phẳng (SAO), kẻ đường trung trực d của cạnh SA, d cắt SO tại I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

$$\Delta SAO\sim\Delta SIN\Rightarrow SI=\frac{SN.SA}{SO}=\frac{SA^2}{2\sqrt{SA^2-AO^2}}.$$

Vậy $R=SI=\dfrac{4a^2}{2\sqrt{4a^2-\left(\frac{2}{3}.\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 196: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{15}}{18}$. **B.** $V=\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$. **C.** $V=\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{18}$. **D.** $V=\dfrac{5\pi\sqrt{5}}{54}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

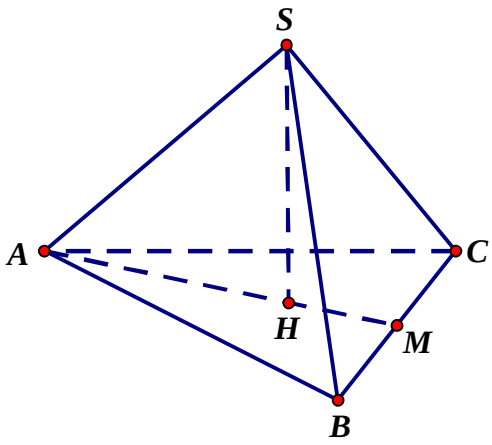
Gọi M là trung điểm AB, G và H lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, ΔSAB.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đường thẳng qua G và vuông góc với (ABC) cắt đường thẳng qua H và vuông góc với (SAB) tại I $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$R = IB = \sqrt{IG^2 + GB^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{6} \Rightarrow V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\pi\sqrt{15}}{54}.$$

Câu 197: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng 1 và chiều cao $h = \sqrt{3}$ (hình vẽ). Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là



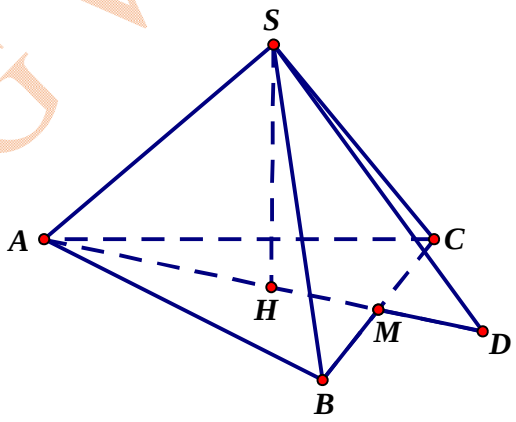
A. $\frac{100\pi}{27}$. **B.** 100π. **C.** $\frac{100\pi}{3}$. **D.** $\frac{25\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

* Gọi D là điểm đối xứng của A qua tâm H khi đó D thuộc mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

* Do (SAD) là mặt phẳng đối xứng của hình chóp nên đường tròn ngoại tiếp tam giác SAD là đường tròn lớn của mặt cầu.



* Ta có: $AD = \frac{4}{3}AM = 2\sqrt{3}$, $SA = SD = \sqrt{SH^2 + AH^2} = \sqrt{\frac{10}{3}}$, bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

$$R = \frac{SA.SD.AD}{4S_{\Delta SAD}} = \frac{SA.SD.AD}{2AD.SH} = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{5}{3\sqrt{3}}$$

Diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = \frac{100\pi}{27}$.

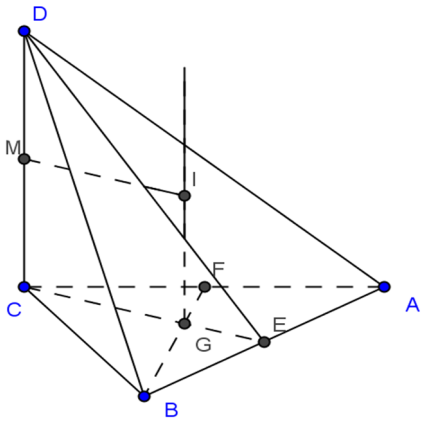
Câu 198: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $3a$, cạnh bên $SC = 2a$ và SC vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $R=\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. **B.** $R=2a$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$. **D.** $R=3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và M là trung điểm SC.
Dựng $IG//SC$ và $IM//CG$. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
Ta có: $R=IC=\sqrt{CM^2+CG^2}=\sqrt{a^2+3a^2}=2a$.

Câu 199: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên cạnh bên SB và SC. Thể tích của khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$ là:

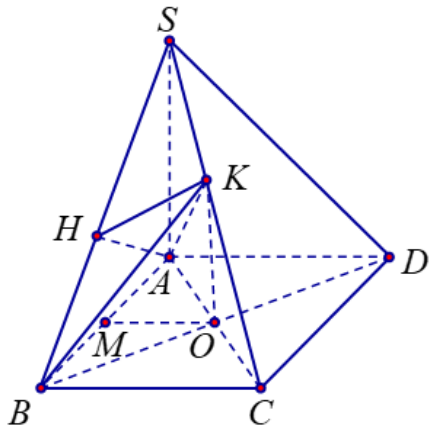
A. $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1: Nhận xét : $\widehat{AKC}=\widehat{AHC}=\widehat{ABC}=90^\circ$, nên 4 điểm A, H, K, B thuộc mặt cầu đường kính AC. Bán kính $R=OA=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow V=\dfrac{4}{3}\pi \mathrm{R}^3=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

Cách 2: Dựng hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm AB.



Tam giác AHB vuông tại H và $MO\perp(HAB)$ suy ra MO là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác HAB.
Tam giác AKC vuông tại K suy ra $OA=OK$. Suy ra O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $AHKB$ và bán kính $R=OA=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow V=\dfrac{4}{3}\pi \mathrm{R}^3=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.

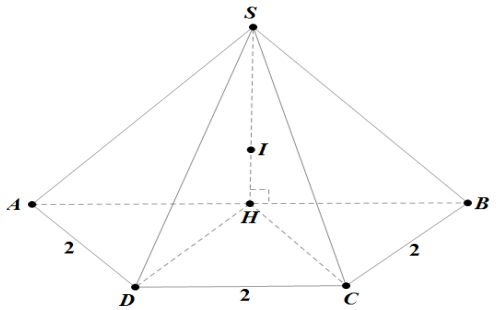
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 200: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $AB=4,\ BC=CD=DA=2$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=2\sqrt{3}$. **D.** $R=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



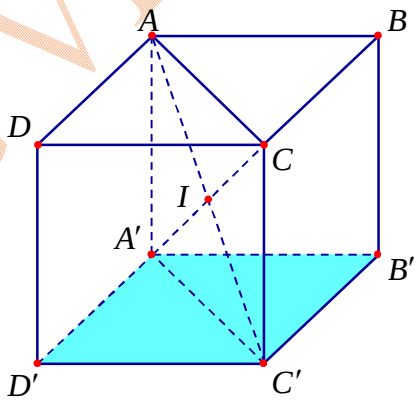
Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$. Dễ thấy $HA=HB=HC=HD=2 \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD \Rightarrow SH$ là trục của tâm đường tròn ngoại tiếp $ABCD$.
Mặt khác tam giác SAB là tam giác đều nên trọng tâm I của tam giác ABC cách đều A và B.
Vậy I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$. Bán kính $R=IA=\dfrac{2}{3}SH=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 201: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng a.

A. $R=a\sqrt{3}$. **B.** $R=a\sqrt{2}$. **C.** $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là giao điểm của AC' và $A'C$. Khi đó, I chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương. Bán kính R được tính bởi

$$R=IA=\frac{AC'}{2}=\frac{\sqrt{AA'^2+A'C'^2}}{2}=\frac{\sqrt{AA'^2+A'B'^2+A'D'^2}}{2}=\frac{\sqrt{a^2+a^2+a^2}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

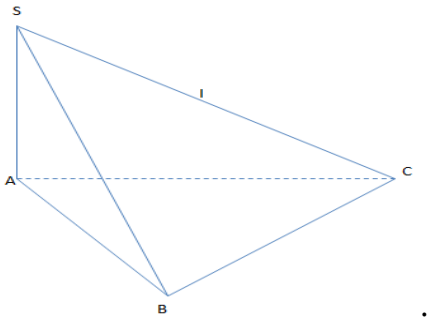
Câu 202: Hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=a$ và góc giữa SC với (ABC) bằng $45°$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là.

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hình chiếu SC lên (ABC) là $AC \Rightarrow \left[\widehat{SC,(ABC)}\right] = \widehat{SCA} = 45^0$.

Nên: $SA = AC = a\sqrt{2}$.

Gọi I là trung điểm của SC.

Có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Leftrightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Tam giác vuông SAC, SBC có AI và BI là hai đường trung tuyến nên $IA = IB = IC = \text{IS}$. Hay I là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

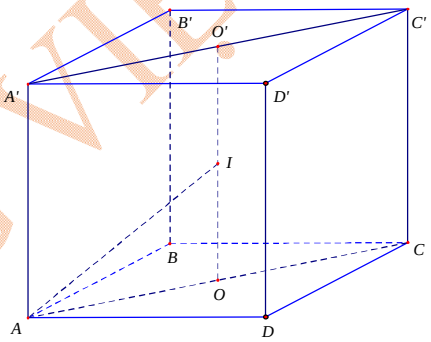
Bán kính mặt cầu ngoại tiếp: $R = \dfrac{SC}{2} = a$.

Câu 203: Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp một hình lập phương có cạnh $2a$.

A. $R = a$. **B.** $R = 2a\sqrt{3}$. **C.** $R = \dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **D.** $R = \sqrt{3}a$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O, O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ và gọi I là trung điểm của OO' khi đó ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Theo đề bài ta có $OO' = 2a \Rightarrow OI = a$; $AO = \dfrac{1}{2}AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông AOI có $IA = \sqrt{AO^2 + IO^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = a\sqrt{3}$.

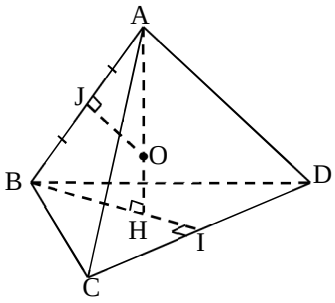
Câu 204: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện này có diện tích tính theo a là.

A. $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **D.** $\dfrac{5\pi a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



$ABCD$ là tứ diện đều nên $AH \perp (BCD)$ (với H là trọng tâm của tam giác BCD).

Qua trung điểm J của AB, dựng mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB. Mặt phẳng này cắt AH tại O.

Ta có O cách đều các đỉnh của tứ diện, nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.

Ta có $\Delta AJO \sim \Delta AHO \Rightarrow AO = \dfrac{AJ.AB}{AH} = \dfrac{AB^2}{2AH} = \dfrac{AB^2}{2\sqrt{AB^2 - BH^2}}$.

Vậy bán kính mặt cầu là $R = AO = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

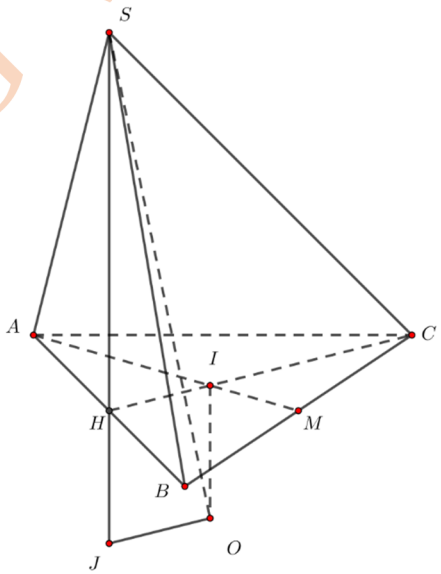
Diện tích của mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = \left(\dfrac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2 = \dfrac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 205: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho biết $\widehat{ASB} = 120°$.

A. $V = \dfrac{13\sqrt{78}\pi}{27}$. **B.** $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **C.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$. **D.** $V = \dfrac{5\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm AB, do $(SAB) \perp (ABC)$, tam giác ABC đều và tam giác SAB cân tại S nên $SH \perp (ABC)$ và $CH \perp (SAB)$.

Gọi I và J là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và tam giác SAB.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựng đường thẳng $Ix//SH$ và $Jy//CH$ thì $Ix\perp(ABC)$ và $Jy\perp(SAB)$ nên Ix là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và Jy là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB. Khi đó $Ix\cap Jy=O$ thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Ta có $OJ=IH=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. $R_{(SAB)}=SJ=\dfrac{SA.SB.AB}{4.\dfrac{1}{2}.SA.SB.\sin 120^\circ}=\dfrac{AB}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

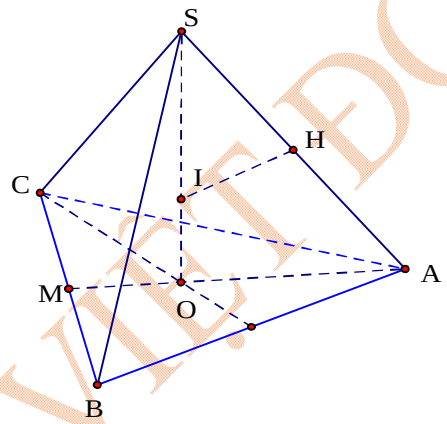
Vậy $R=SO=\sqrt{\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{12}}=\dfrac{\sqrt{15}}{6}$ nên $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{\sqrt{15}}{6}\right)^3=\dfrac{5\pi\sqrt{15}}{54}$.

Câu 206: Tính theo a bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tam giác đều $S.ABC$, biết các cạnh đáy có độ dài bằng a, cạnh bên $SA=a\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{6}}{8}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của SA. Trong mặt phẳng (SAO) kẻ đường thẳng qua H và vuông góc với SA cắt SO tại I. Khi đó $IS=IA=IB=IC$.

Ta có: $AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $AO=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$

Do $\Delta SHI\backsim\Delta SOA$ ta có: $\dfrac{SI}{SA}=\dfrac{SH}{SO}\Rightarrow SI=\dfrac{SH.SA}{SO}=\dfrac{3\sqrt{6}a}{8}$.

Câu 207: Một hình hộp chữ nhật có độ dài 3 cạnh lần lượt là 2, 2, 1. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình hộp nói trên.

A. $R=\dfrac{3}{2}$ **B.** $R=\dfrac{9}{2}$ **C.** $R=9$ **D.** $R=3$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có đường chéo hình hộp $d=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3.\Rightarrow R=\dfrac{d}{2}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 208: Trong các hình đa diện sau, hình nào **không** nội tiếp được trong một mặt cầu?

A. Hình hộp chữ nhật. **B.** Hình chóp ngũ giác đều.

C. Hình chóp có đáy là hình thang vuông. **D.** Hình tứ diện.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vì hình thang vuông không nội tiếp được trong một đường tròn nên hình chóp có đáy là hình thang vuông không nội tiếp được trong một mặt cầu.

Câu 209: Cho tứ diện $ABCD$ đều có cạnh a, tỉ số thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và thể tích khối cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của tứ diện là.

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

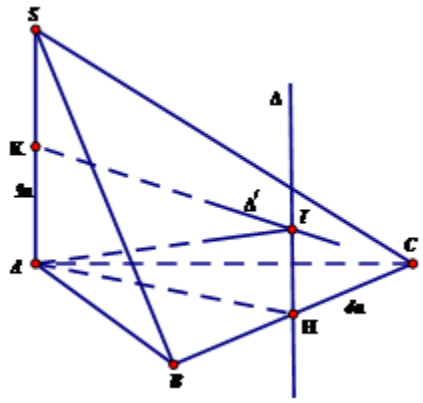
Chọn D

Câu 210: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $BC=4a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với đáy. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó (*Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu chứa đỉnh hình chóp và tất cả các đỉnh của đa giác đáy của hình chóp, khối cầu tương ứng gọi là khối cầu ngoại tiếp hình chóp*) bằng

A. $\frac{25\pi a^2}{4};\frac{125\pi a^3}{6}$. **B.** $25\pi a^2;\frac{125\pi a^3}{6}$. **C.** $\frac{25\pi a^3}{4};\frac{125\pi a^3}{6}$. **D.** $25\pi a^2;\frac{125\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của BC, K là trung điểm của SA. Qua H dựng đường thẳng $\Delta\perp(ABC)\Rightarrow\Delta\parallel SA$. Qua K dựng đường thẳng $\Delta'\perp SA\Rightarrow\Delta'\parallel AH$.

Lúc đó tâm của mặt cầu ngoại tiếp là $I=\Delta\cap\Delta'$.

Xét tam giác IHA vuông tại H ta có:

$$r=IA=\sqrt{IH^2+AH^2}=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+\left(\frac{BC}{2}\right)^2}=\frac{5a}{2}.$$

Diện tích hình cầu: $S=4\pi r^2=25\pi a^2$.

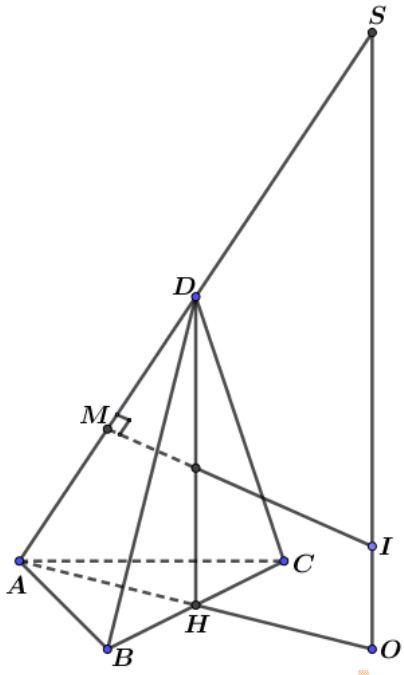
Thể tích khối cầu: $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{125\pi a^3}{6}$.

Câu 211: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác ABC là tam giác cân với $\widehat{BAC}=120°$, $AB=AC=a$. Hình chiếu của D trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm BC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ biết thể tích của tứ diện $ABCD$ là $V=\frac{a^3}{16}$.

A. $R=\frac{13a}{2}$. **B.** $R=6a$. **C.** $R=\frac{\sqrt{91}a}{8}$. **D.** $R=\frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm BC.

Có $AB=a,\ \widehat{BAH}=60^\circ \Rightarrow AH=\frac{a}{2};\ BH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $BC=a\sqrt{3}$.

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}DH.S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{a^3}{16}=\frac{1}{3}DH.\frac{1}{2}a^2\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow DH=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Vậy $DA=\sqrt{AH^2+DH^2}=\frac{a\sqrt{7}}{4}$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC thì bán kính đường tròn đó là $R=AO=\frac{BC}{2\sin A}=a$. Vậy H là trung điểm AO.

Kẻ trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, đường thẳng này cắt AD tại S với D là trung điểm SA. Vậy $SO=2DH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SA=2DA=\frac{a\sqrt{7}}{2}$ và $SM=\frac{3}{4}SA=\frac{3a\sqrt{7}}{8}$.

Từ trung điểm M của đoạn AD kẻ đường vuông góc với AD, cắt SO tại I.
Dễ dàng có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

Hai tam giác vuông SAO và SIM đồng dạng nên $\frac{MI}{OA}=\frac{SM}{SO}\Rightarrow MI=a.\frac{3\sqrt{7}a}{8.\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\frac{a\sqrt{21}}{4}$.

Bán kính mặt cầu bằng $R_{ABCD}=ID=\sqrt{MI^2+MD^2}=\frac{a\sqrt{91}}{8}$.

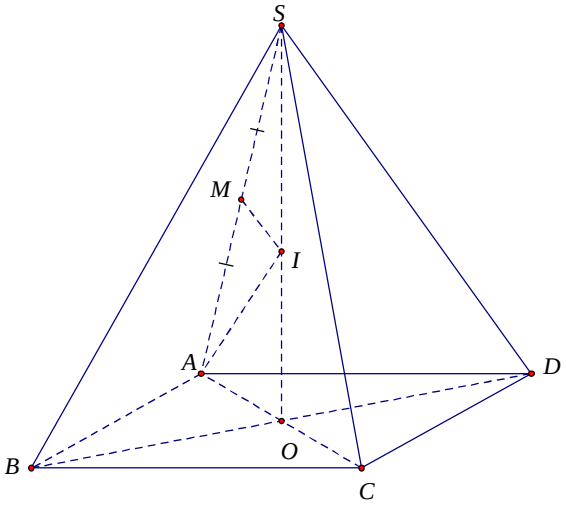
Câu 212: Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

A. $2\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi O là tâm mặt đáy, M là trung điểm SA, kẻ $MI \perp SA$, $(I \in SO)$.

$S.ABCD$ là hình chóp đều nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, bán kính $R = IS$.

ΔSMI đồng dạng với $\Delta SOA \Rightarrow \dfrac{SM}{SO} = \dfrac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \dfrac{SM.SA}{SO} = \dfrac{\frac{1}{2}SA^2}{\sqrt{SA^2 - OA^2}} = \dfrac{\frac{a^2}{2}}{\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}}} = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$.

Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = 2\pi a^2$.

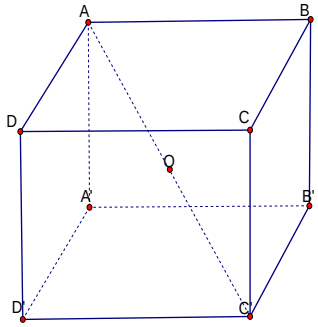
Câu 213: Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương này.

A. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\pi\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi O là tâm của hình lập phương. Ta có O cách đều 8 đỉnh của hình lập phương, nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương.



Bán kính mặt cầu $R = OA = \dfrac{AC'}{2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{AA'^2 + A'C'^2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{AA'^2 + A'B'^2 + B'C'^2} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2}$

Thể tích khối cầu $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{2}$.

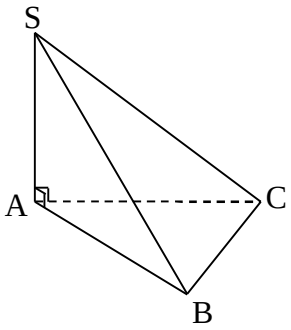
Câu 214: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 2a$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2\sqrt{2}a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ theo a.

A. $8\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $64\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow CB \perp SB \Rightarrow \widehat{SBC} = 90^\circ$

Mặt khác: $SA \perp AC \Rightarrow \widehat{SAC} = 90^\circ$

Suy ra: $\widehat{SBC} = \widehat{SAC} = 90^\circ$ do đó mặt cầu đường kính SC là mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.

Xét tam giác vuông ABC ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 8a^2$

Xét tam giác vuông SAC ta có: $SC^2 = SA^2 + AC^2 = 8a^2 + 8a^2 = 16a^2 \Rightarrow SC = 4a$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$ là: $R = \dfrac{SC}{2} = 2a$.

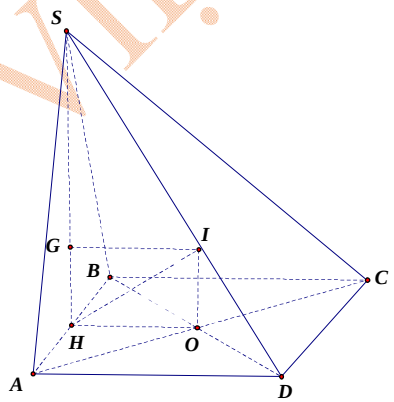
Diện tích mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 16\pi a^2$

Câu 215: Cho hình chóp có đáy $S.ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{7\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^2}{3}$. **D.** $\dfrac{5\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm của AB; OI và IG lần lượt là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ và tam giác SAB.

$OH = \dfrac{a}{2}, HG = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}, IH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, $R = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = \dfrac{7\pi a^2}{3}$.

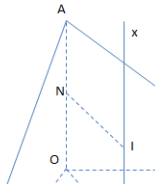
Câu 216: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = a$, $OB = 2a$, $OC = 3a$. Diện tích của mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $S = 14\pi a^2$. **B.** $S = 12\pi a^2$. **C.** $S = 10\pi a^2$. **D.** $S = 8\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm của BC.



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

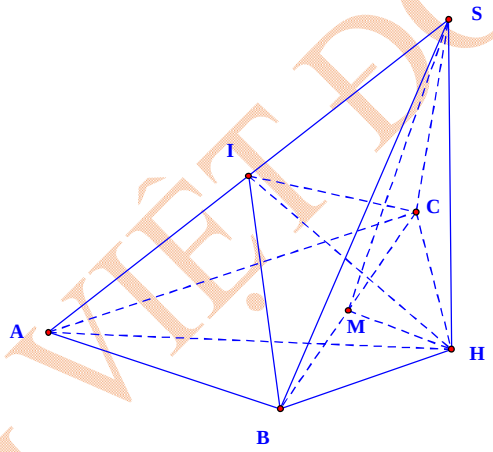
Khi đó , Mx là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC
Gọi N là trung điểm của AO .
Trong (OA,Mx) , dựng đường trung trực Ny của OA
Gọi $I = Ny \cap Mx$.
Khi đó , I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ diện $OABC$.
Có : $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{13}}{2}$. $R = OI = \sqrt{OM^2 + ON^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$
Diện tích của mặt cầu : $S = 4\pi R^2 = 14\pi a^2$

Câu 217: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = 2a$. Mặt bên (SAB), (SCA) lần lượt là các tam giác vuông tại B, C. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?

A. $R = a$. **B.** $R = \frac{3a}{2}$. **C.** $R = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $R = a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) thì SH là đường cao của hình chóp.

Mặt khác thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2}{3}a^3$ nên ta có $\frac{1}{3}\frac{1}{2}AB.SH = \frac{2}{3}a^3 \Leftrightarrow SH = 2a$.
Dễ thấy năm điểm A, B, H, C, S cùng thuộc mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
Mặt khác A, B, H, C cùng thuộc một mặt phẳng nên tứ giác $ABHC$ nội tiếp đường tròn.

Mà $\widehat{BAC} = 90^0 \Rightarrow \widehat{BHC} = 90^0 \Rightarrow HM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SM = \sqrt{HM^2 + SH^2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}$.

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta có:

$SM^2 = \frac{SB^2 + SC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} \Rightarrow \frac{SB^2 + SC^2}{2} = SM^2 + \frac{BC^2}{4} = \frac{13a^2}{2}$.(1)

$R^2 = CI^2 = \frac{CA^2 + SC^2}{2} - \frac{SA^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{4a^2 + SC^2}{2} - R^2$. (2)

$R^2 = BI^2 = \frac{BA^2 + SB^2}{2} - \frac{SA^2}{4} \Leftrightarrow R^2 = \frac{a^2 + SB^2}{2} - R^2$. (3)

Từ(1), (2), (3) ta có $4R^2 = \frac{a^2 + SB^2}{2} + \frac{4a^2 + SC^2}{2} = \frac{5a^2}{2} + \frac{SB^2 + SC^2}{2} = \frac{5a^2}{2} + \frac{13a^2}{2} = 9a^2$.

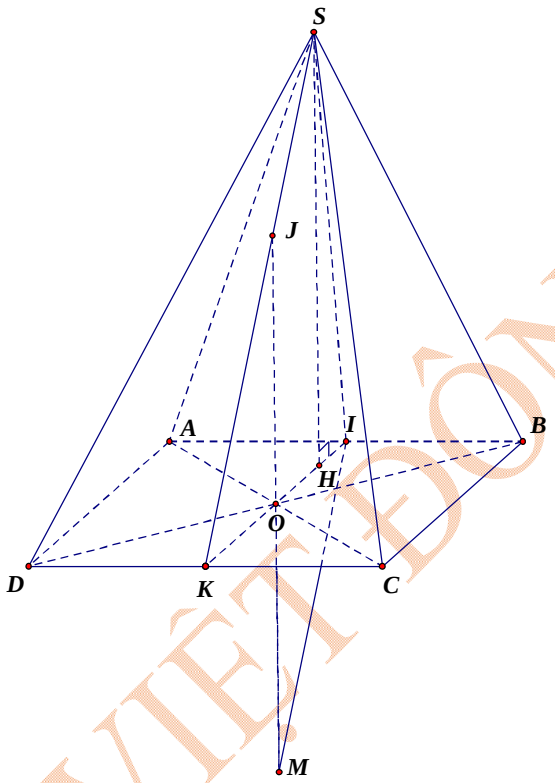
$\Rightarrow R = \frac{3a}{2}$.

Câu 218: Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=a\sqrt{\frac{7}{12}}$. **B.** $R=\frac{a}{\sqrt{3}}$. **C.** $R=a\sqrt{\frac{3}{4}}$. **D.** $R=\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AB và CD, O là tâm của hình vuông $ABCD$, H là hình chiếu của S trên IK. Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} AB\perp SI \\ AB\perp IK \end{array}\right\}\Rightarrow AB\perp (SIK)$$

$$\left.\begin{array}{l} SH\perp AB \\ SH\perp IK \end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp (ABCD).$$

Qua O dựng đường thẳng song song với SH cắt SK tại J.

Mặt khác ta có:

$SI=\frac{1}{2}AB=\frac{a}{2}$, $SK=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow SK^2+SI^2=a^2=HK^2\Rightarrow \Delta SIK$ vuông ở $S\Rightarrow SK\perp (SAB)$.

Qua I dựng đường thẳng song song với SK cắt OJ tại M. Khi đó, điểm M là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Theo cách dựng ở trên thì tứ giác $IJKM$ là hình bình hành $\Rightarrow MB=JB$.

Lại có: $\tan\widehat{OKJ}=\frac{SI}{SK}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow JO=OK.\tan\widehat{OKJ}=\frac{a}{2\sqrt{3}}$.

$\Rightarrow JB^2=JO^2+OB^2=\frac{7a^2}{12}\Rightarrow JB=a\sqrt{\frac{7}{12}}$.

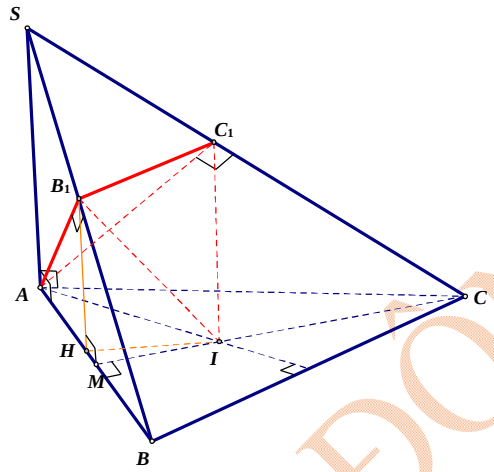
Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng $a\sqrt{\frac{7}{12}}$.

Câu 219: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính theo a bán kính R của mặt cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1.

A. $R=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **B.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{4}$ **C.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $R=\frac{a\sqrt{3}}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $SA=x$, gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, H là hình chiếu của B_1 trên cạnh AB, M là trung điểm của AB.

Ta có $SA^2=SB_1.SB \Rightarrow \frac{SB_1}{SB}=\frac{SA^2}{SB^2}=\frac{x^2}{a^2+x^2}$, tương tự ta cũng có $\frac{SC_1}{SC}=\frac{SA^2}{SC^2}=\frac{x^2}{a^2+x^2}$.

Suy ra $B_1C_1//BC$, $B_1H//SA$ nên $\frac{BB_1}{SB}=\frac{HB_1}{SA}=\frac{BH}{AB}=\frac{a^2}{x^2+a^2}$

$\Rightarrow HB_1=\frac{xa^2}{x^2+a^2}$, $HB=\frac{a.x^2}{x^2+a^2}$.

Ta chỉ cần chứng minh $IA=IB_1=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Giả sử $x>a$ ($x\le a$ ta làm tương tự).

Khi đó $HB=\frac{a.x^2}{x^2+a^2}>BM=\frac{a}{2}$, suy ra $HM=\frac{a.x^2}{x^2+a^2}-\frac{a}{2}=\frac{a\left(x^2-a^2\right)}{2\left(x^2+a^2\right)}$

$IB_1^2=HI^2+B_1H^2=HM^2+IM^2+B_1H^2=\frac{a^2}{3}\Rightarrow IB_1=IA=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $IA=IB=IC=IB_1=IC_1=\frac{a\sqrt{3}}{3}$ là bán kính mặt cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1.

Câu 220: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AB=BC=a\sqrt{3}$, góc $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^0$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $8\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi D là điểm sao cho $ABCD$ là hình vuông.

Có $AB\perp(SAD)$ nên $SD\perp AB$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Có $BC \perp (SDC)$ nên $SD \perp BC$.

Nên $SD \perp (ABCD)$.

Kẻ $DH \perp SC\ (H \in SC)$. Khi đó $d(A,(SBC)) = d(D,(SBC)) = DH = a\sqrt{2}$.

Trong ΔSDC vuông có DH là đường cao: $\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{DC^2}$ suy ra $SD = a\sqrt{6}$.

Suy ra $SC = \sqrt{SD^2 + DC^2} = 3a$ và $SB = \sqrt{SC^2 + BC^2} = 2a\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm SB suy ra $IS = IA = IB = IC = \frac{SB}{2} = a\sqrt{3} = r$.

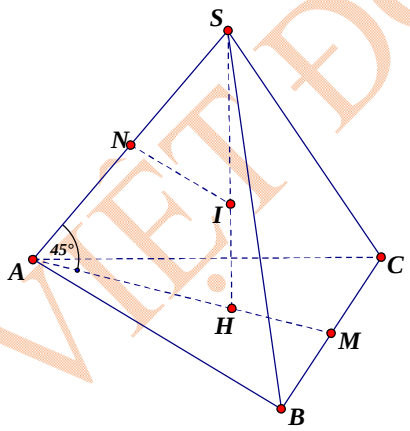
Suy ra $S = 4\pi r^2 = 12\pi a^2$.

Câu 221: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên hình chiếu của S trên mặt đáy (ABC) là trọng tâm H của tam giác đều ABC.

Suy ra, góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy là góc $\widehat{SAH}$. Theo giả thuyết $\widehat{SAH} = 45°$ nên $SH = AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi N là trung điểm SA. Trong (SAH), đường trung trực cạnh SA cắt SH tại I.

Suy ra $IS = IA = IB = IC$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.

Ta có : $SN.SA = SI.SH \Rightarrow$ bán kính mặt cầu $R = SI = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 222: Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hình chóp có đáy là hình tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình chóp có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi đáy của nó là một đa giác nội tiếp được đường tròn.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

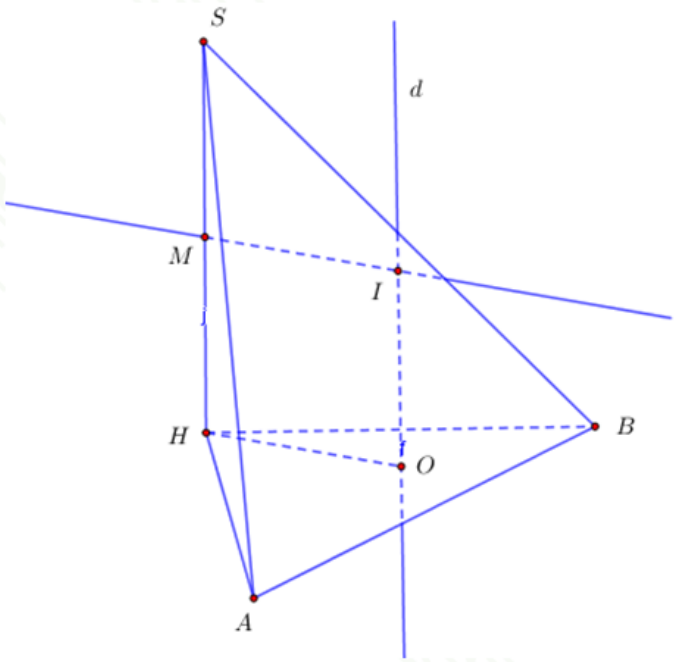
Như vậy đáy là hình bình hành, hình tứ giác, hình thang bất kỳ chưa chắc đã nội tiếp được một mặt cầu nên đáp án A, B,C (loại).

Câu 223: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3$. Hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc miền trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB}=120°$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$, biết $SH=4\sqrt{3}$.

A. $R=\sqrt{15}$. **B.** $R=2\sqrt{3}$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=3\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHB và r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác AHB. Áp dụng định lí sin trong tam giác AHB ta có $\dfrac{AB}{\sin\widehat{AHB}}=2r \Rightarrow r=\dfrac{AB}{2\sin\widehat{AHB}}=\sqrt{3}$.

Qua O dựng đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (AHB). Gọi M là trung điểm của SH. Trong mặt phẳng SHO dựng đường trung trực của đoạn SH cắt d tại I. Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB$ và có bán kính là

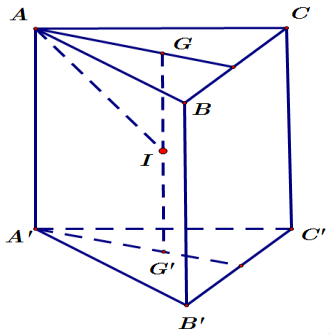
$$HI=\sqrt{OI^2+HO^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{15}.$$

Câu 224: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có 9 cạnh bằng nhau và bằng $2a$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.

A. $S=\dfrac{7\pi a^2}{9}$. **B.** $S=\dfrac{28\pi a^2}{9}$. **C.** $S=\dfrac{28\pi a^2}{3}$. **D.** $S=\dfrac{7\pi a^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi G,G' lần lượt là trọng tâm của 2 tam giác đều ABC và $A'B'C'$.

Gọi I là trung điểm GG'. Khi đó I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp.

hình lăng trụ. Ta có $R=AI=\sqrt{AG^2+GI^2}=\sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2+a^2}=\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

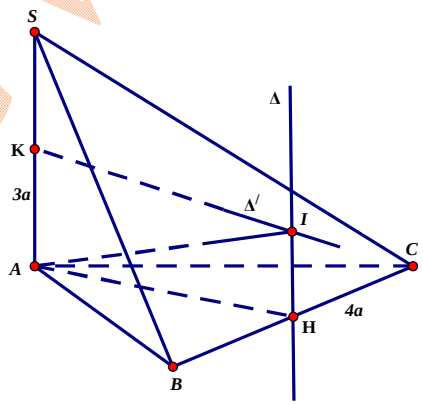
Vậy $S=4\pi\left(\frac{a\sqrt{21}}{3}\right)^2=\frac{28\pi a^2}{3}$.

Câu 225: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $BC=4a$. Cạnh bên $SA=3a$ và vuông góc với đáy. Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó (Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là mặt cầu chứa đỉnh hình chóp và tất cả các đỉnh của đa giác đáy của hình chóp, khối cầu tương ứng gọi là khối cầu ngoại tiếp hình chóp) bằng

A. $\frac{25\pi a^2}{4};\frac{125\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{25\pi a^3}{4};\frac{125\pi a^3}{6}$. **C.** $25\pi a^2;\frac{125\pi a^3}{6}$. **D.** $25\pi a^2;\frac{125\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của BC, K là trung điểm của SA.

Qua H dựng đường thẳng $\Delta\perp(ABC)\Rightarrow\Delta\parallel SA$.

Qua K dựng đường thẳng $\Delta'\perp SA\Rightarrow\Delta'\parallel AH$.

Lúc đó tâm của mặt cầu ngoại tiếp là $I=\Delta\cap\Delta'$.

Xét tam giác IHA vuông tại H ta có:

$r=IA=\sqrt{IH^2+AH^2}=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+\left(\frac{BC}{2}\right)^2}=\frac{5a}{2}$.

Diện tích hình cầu: $S=4\pi r^2=25\pi a^2$.

Thể tích khối cầu: $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{125\pi a^3}{6}$.

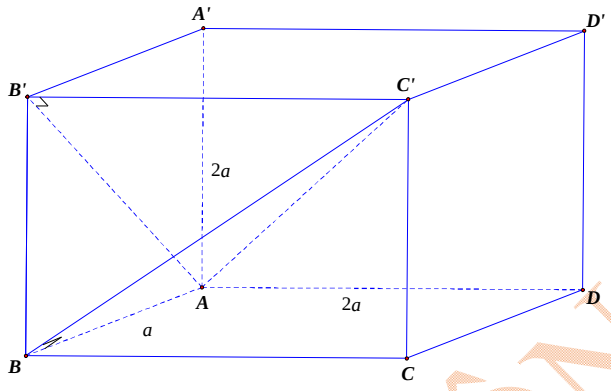
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 226: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$ và $AA'=2a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R=3a$. **B.** $R=\dfrac{3a}{4}$. **C.** $R=\dfrac{3a}{2}$. **D.** $R=2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



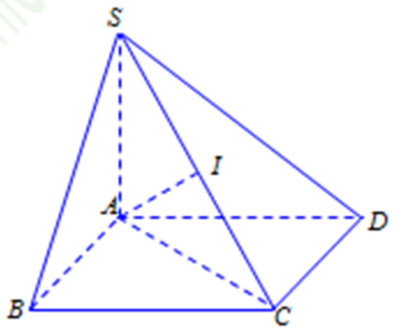
Ta có $\widehat{AB'C'}=\widehat{ABC'}=90^\circ$ nên mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$ có đường kính AC'. Do đó bán kính là $R=\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2+(2a)^2+(2a)^2}=\dfrac{3a}{2}$.

Câu 227: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $S=4\pi a^2$. **B.** $S=6\pi a^2$. **C.** $S=12\pi a^2$. **D.** $S=8\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm SC. Do $\widehat{SAC}=\widehat{SBC}=\widehat{SDC}=90^\circ$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có: $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\widehat{SCA}=45^\circ$.

Suy ra: $SA=AC=a\sqrt{2}$. Do đó bán kính mặt cầu $R=IA=\dfrac{1}{2}SC=a$.

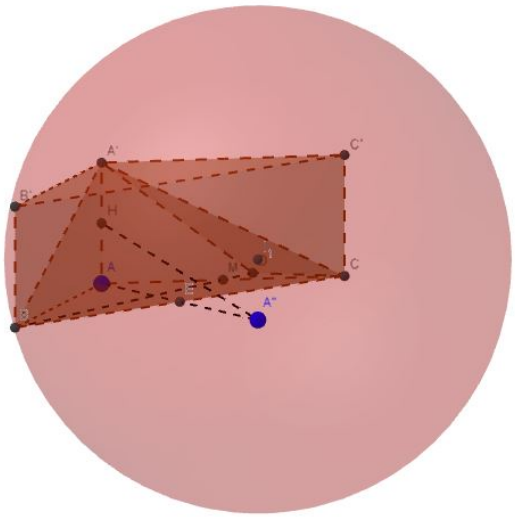
Diện tích mặt cầu: $S=4\pi R^2=4\pi a^2$.

Câu 228: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng a, đáy ABC là tam giác cân tại A có $AB=AC=2a$ và $\widehat{BAC}=120^\circ$. Gọi M là trung điểm của AC, D là giao điểm khác B của BM với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BCD$.

A. $\dfrac{5a}{2}$. **B.** $\dfrac{7a}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{13}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



.

Gọi E là trung điểm của BC, A'' là điểm đối xứng của A qua E.

Vì ΔABC cân tại A có $AB = AC = 2a$ và $\widehat{BAC} = 120°$ nên $AA'' = 2a$ và A' là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AB**C.**

Gọi H là trung điểm AA', I là giao điểm mặt phẳng trung trực của AA' với đường thẳng d qua A'' và vuông góc (ABC). I chính là tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $A'BCD$..

Vì $AA''IH$ là hình chữ nhật nên $A''H = AI$.

Xét $\Delta AA''H$ vuông tại A ta có: $A''H = \sqrt{AA''^2 + AH^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}a$.

Vậy: $r = \frac{\sqrt{17}a}{2}$.

Câu 229: Thể tích của một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp lập phương có cạnh $2a$ là

A. $4\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** $\pi a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi (C) là mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$.

Bán kính mặt cầu là $R = \frac{AC'}{2} = \frac{2a.\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

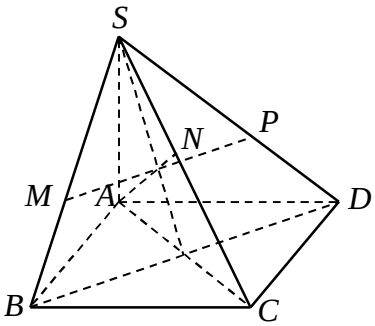
$V_{(C)} = \frac{4}{3}\pi.R^3 = 4\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 230: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V = \frac{108\pi}{3}$. **B.** $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$. **C.** $V = \frac{125\pi}{6}$. **D.** $V = \frac{32\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Theo giả thiết mặt phẳng (α) vuông góc với SC nên ta có $AN \perp SC$, $AP \perp SC$, $AM \perp SC$.

Mặt khác $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MC$.

Tương tự ta cũng chứng minh được $AP \perp PC$.

Từ đó ba điểm M, N, P cùng nhìn AC dưới góc vuông nên bốn điểm C, M, N, P nằm trên mặt cầu đường kính $AC = 4$. Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$ là $V = \dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 231: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có các kích thước $a, 2a, 4a\,(a > 0)$ là

A. $21\pi a^2$. **B.** $843\pi a^2$. **C.** $7\pi a^2$. **D.** $\dfrac{21}{4}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi d là độ dài đường chéo của hình hộp chữ nhật. Ta có $d^2 = a^2 + (2a)^2 + (4a)^2 = 21a^2$.

Gọi R, V theo thứ tự là bán kính và thể tích hình cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật cho. Rõ ràng $d = 2R \Leftrightarrow d^2 = 4R^2$. Thể tích khối cầu là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^2 = \dfrac{1}{3}\pi d^2 = \dfrac{1}{3}.21.\pi a^2 = 7\pi a^2$.

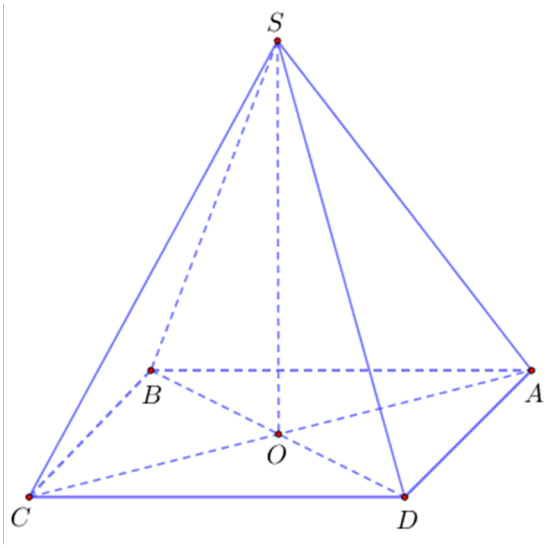
Vậy $V = 7\pi a^2$ (đvtt).

Câu 232: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 45°. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $6\pi a^2$ **B.** $4\pi a^2$ **C.** $\dfrac{4\pi a^2}{3}$ **D.** $\dfrac{16\pi a^2}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SAO}=45^o \Rightarrow SO=OA=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}=a$.

$\Rightarrow OA=OB=OC=OD=OS$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

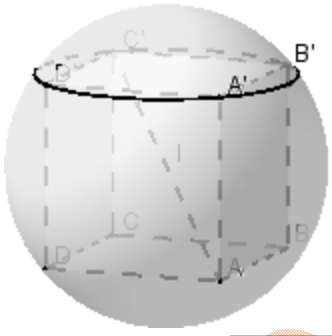
$R=OA=a$. Vậy $S=4\pi R^2=4\pi a^2$.

Câu 233: Tính thể tích của hình cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a.

A. $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\pi}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Bán kính mặt cầu là $ABCD.A'B'C'D'$ là $R=\dfrac{AC'}{2}=\dfrac{\sqrt{(A'A)^2+AC^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{a^2+2a^2}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$..

Thể tích cần tìm là: $V=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot R^3=\dfrac{4}{3}\cdot\pi\cdot\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$..

Câu 234: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, mặt bên (SAD) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4a^3}{3}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{113\pi a^3}{64}$. **B.** $V=\dfrac{113\pi a^3\sqrt{113}}{384}$.

C. $V=\dfrac{113\pi a^3\sqrt{113}}{84}$. **D.** $V=\dfrac{113\pi a^3\sqrt{113}}{48}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD.

O là tâm hình vuông.

J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAD.

I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Ta có: $S_{ABCD}=2a^2$, $V_{S.ABCD}=\dfrac{4a^3}{3}\Rightarrow SH=2a$.

$AH=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow SA=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

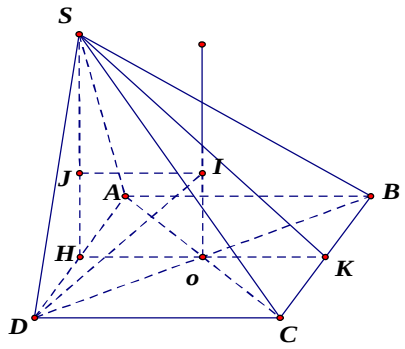
$SA>AD\Rightarrow\widehat{ASD}<90°\Rightarrow J$ thuộc đoạn SH.

Ta có: $\sin\widehat{SAH}=\dfrac{SH}{AH}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Mà $\dfrac{SD}{\sin\widehat{SAH}}=2SJ\Rightarrow SJ=\dfrac{9a}{8}$ (định lí sin).

$OI = JH = SH - SJ = \dfrac{7a}{8} \Rightarrow OD = \dfrac{BD}{2} = a \Rightarrow R = ID = \dfrac{a\sqrt{113}}{8}$.

Vậy $V_{KC} = \dfrac{113\pi a^3\sqrt{113}}{384}$.



Câu 235: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình chữ nhật thì có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình chóp có đáy là hình thang thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Chú ý: Hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi đáy của hình chóp là một đa giác nội tiếp. Suy ra phương án **C:** Hình chóp có đáy là hình chữ nhật thì có mặt cầu ngoại tiếp là phương án đúng.

Câu 236: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h. Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho là

A. $\dfrac{\pi}{3}\left(h^2 + \dfrac{4a^2}{3}\right)\sqrt{\dfrac{h^2}{4} + \dfrac{a^2}{3}}$.

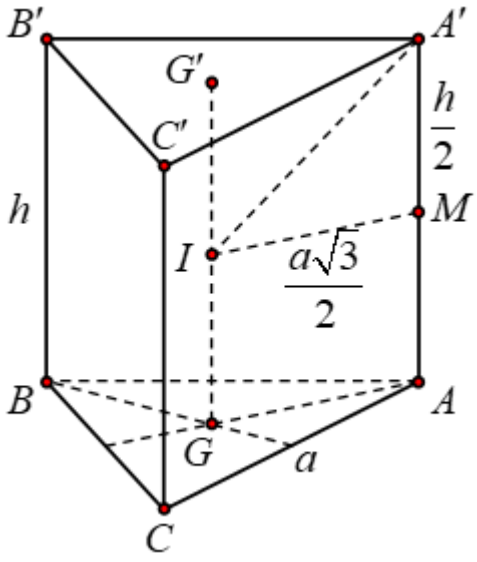
B. $\dfrac{\pi}{3}\sqrt{\left(\dfrac{h^2}{4} + \dfrac{a^2}{3}\right)^3}$.

C. $\pi\left(h^2 + \dfrac{4a^2}{3}\right)$.

D. $\dfrac{\pi a^2 h}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Lăng trụ tam giác đều là lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều.

Gọi G,G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$. Vậy GG' là trục các đường tròn ngoại tiếp của các tam giác đáy.

Trong mặt phẳng $(AA'G'G)$, kẻ đường trung trực d tại trung điểm M của AA' và cắt GG' tại I.

Khi đó ta có $IA = IA'$.

Mà $I \in GG' \Rightarrow IA = IB = IC = IA' = IB' = IC'$.

Do đó mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ có tâm là I là bán kính là IA'.

$IM = GA = \frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $MA' = \frac{h}{2}$.

Ta có $IA' = \sqrt{IM^2 + MA'^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{h^2}{4}}$.

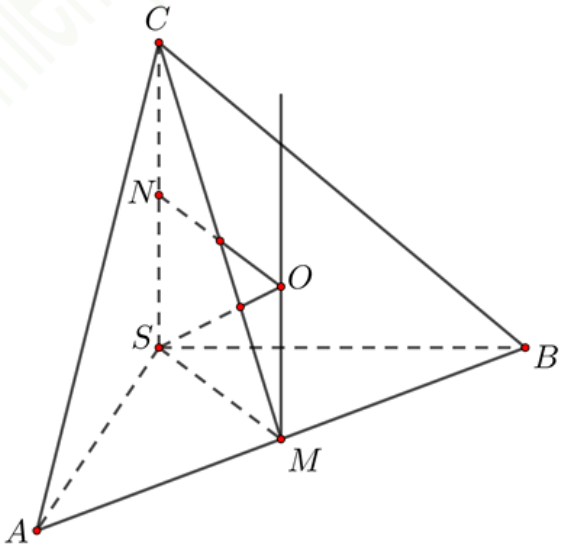
Vậy thể tích khối cầu là $V = \frac{4\pi}{3}IA'^3 = \frac{4\pi}{3}\sqrt{\left(\frac{a^3}{3} + \frac{h^2}{4}\right)^3} = \frac{\pi}{3}\left(\frac{4a^2}{3} + h^2\right)\sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}$.

Câu 237: Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có $SA = 6$, $SB = 8$, $SC = 10$ và SA, SB, SC đôi một vuông góc.

A. $S = 200\pi$. **B.** $S = 150\pi$. **C.** $S = 100\pi$. **D.** $S = 400\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SO = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + SB^2 + SC^2} = 5\sqrt{2}$.

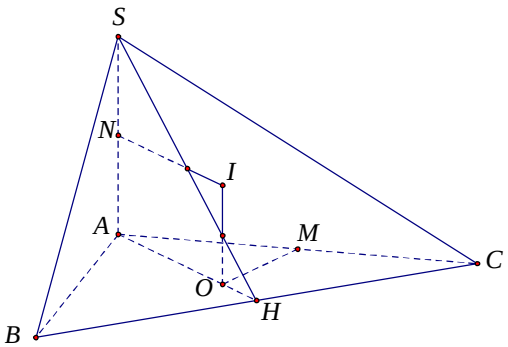
Diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 200\pi$.

Câu 238: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$, tam giác ABC cân tại A, $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos\widehat{ACB} = \frac{1}{3}$. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $S = \frac{97\pi a^2}{5}$. **B.** $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. **C.** $S = \frac{97\pi a^2}{2}$. **D.** $S = \frac{97\pi a^2}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow HC = \dfrac{BC}{2} = a\sqrt{2}$.

Do ΔABC cân tại $A \Rightarrow AH \perp BC$.

$\cos\widehat{ACB} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow AC = 3HC \Rightarrow AC = 3a\sqrt{2}$.

$\Rightarrow AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = \sqrt{18a^2 - 2a^2} = 4a$.

Gọi M là trung điểm AC, trong mp (ABC) vẽ đường trung trực AC cắt AH tại $O \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Ta có $\cos\widehat{ACH} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \sin\widehat{CAH} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \cos\widehat{CAH} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

Trong ΔAMO vuông tại $M \Rightarrow AO = \dfrac{AM}{\cos\widehat{CAH}} = \dfrac{3a\dfrac{\sqrt{2}}{2}}{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}} = \dfrac{9a}{4}$

Gọi N là trung điểm SA. Trong mp (SAH) vẽ trung trực SA cắt đường thẳng qua O và vuông góc mp (ABC) tại I. Chứng minh được I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Ta có $ANIO$ là hình chữ nhật

$\Rightarrow$ đường chéo $AI = \sqrt{AO^2 + AN^2} = \sqrt{\dfrac{81a^2}{16} + a^2} = \sqrt{\dfrac{97a^2}{16}} = \dfrac{\sqrt{97}}{4}a$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = 4\pi\dfrac{97a^2}{16} = \dfrac{97}{4}\pi a^2$ (đvdt).

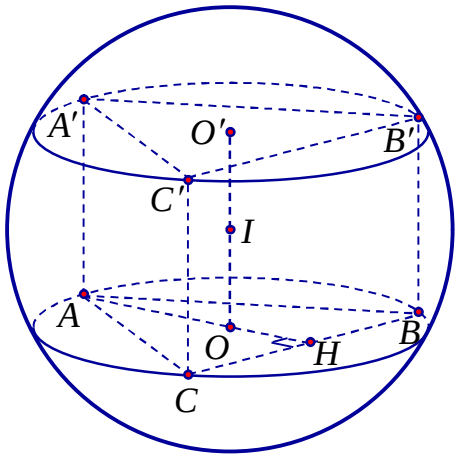
Câu 239: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a. Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

A. $S = \dfrac{7a^2}{3}$. **B.** $S = \dfrac{7\pi a^2}{3}$. **C.** $S = \dfrac{49a^2}{144}$. **D.** $S = \dfrac{49\pi a^2}{144}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi mặt cầu đi qua 6 đỉnh của lăng trụ là (S) tâm I, bán kính R.

Do $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC' = R \Rightarrow$ hình chiếu của I trên các mặt (ABC), $(A'B'C')$ lần lượt là tâm O của ΔABC và tâm O' của $\Delta A'B'C'$.

Mà $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều $\Rightarrow I$ là trung điểm của $OO' \Rightarrow OI = \dfrac{OO'}{2} = \dfrac{AA'}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Do O là tâm tam giác đều ABC cạnh $a \Rightarrow AO = \dfrac{2}{3}AH = \dfrac{2}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác vuông OAI có: $R = IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

Diện tích của mặt cầu là: $S = 4\pi R^2 = 4\pi.\dfrac{21a^2}{36} = \dfrac{7\pi a^2}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TỔNG HỢP NÓN-TRỤ-CẦU

Câu 1: Cho hình thang cân $ABCD$ có các cạnh đáy $AB = 2a$, $CD = 4a$ và cạnh bên $AD = BC = 3a$. Tính theo a thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cân $ABCD$ xung quanh trục đối xứng của nó.

A. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $V = \frac{4+10\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

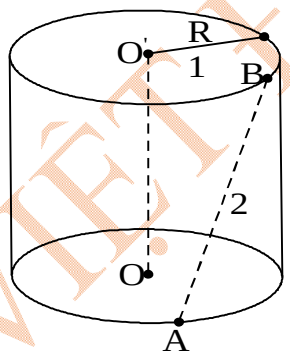
C. $V = \frac{10\sqrt{2}}{3}\pi a^3$. **D.** $V = \frac{14\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

Câu 2: Bên trong hình vuông cạnh a, dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Oy.

A. $\frac{\pi}{8}a^3$. **B.** $\frac{5\pi}{16}a^3$. **C.** $\frac{\pi}{6}a^3$. **D.** $\frac{5\pi}{48}a^3$.

Câu 3: Một hình trụ tròn xoay bán kính $R = 1$. Trên hai đường tròn đáy (O) và (O'). lấy A và B sao cho $AB = 2$. Góc giữa AB và trục OO' bằng 30^0.

Xét hai khẳng định sau:



(I) Khoảng cách giữa OO' và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(II) Thể tích của khối trụ là $V = \pi\sqrt{3}$.

Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Cả (I) và (II) đều sai.

C. Cả (I) và (II) đều đúng. **D.** Chỉ (II) đúng.

Câu 4: Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn (O), (O') bán kính bằng a, chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A, B tương ứng nằm trên hai đường tròn (O), (O') sao cho $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$ **D.** $\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

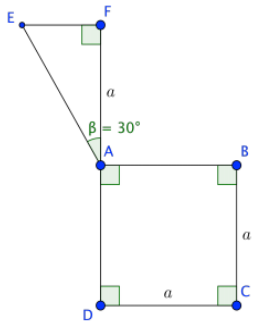
Câu 5: Trong không gian, cho hai điểm A, B cố định, phân biệt và điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không đổi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng** ?

A. Tập hợp các điểm M là một mặt trụ. **B.** Tập hợp các điểm M là một mặt nón.

C. Tập hợp các điểm M là một mặt cầu. **D.** Tập hợp các điểm M là một mặt phẳng.

Câu 6: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

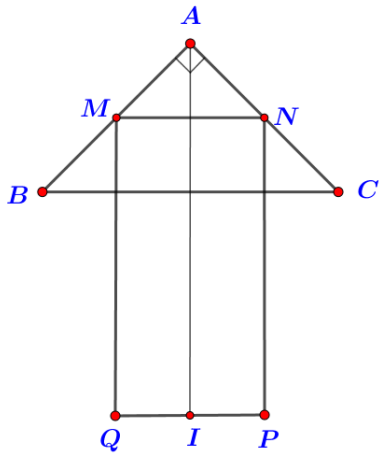


A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{10\pi a^3}{9}$. **C.** $\frac{10\pi a^3}{7}$. **D.** $\frac{5\pi a^3}{2}$.

Câu 7: Cho hình thang vuông tại A và B với $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$ **B.** $V = \frac{7\pi a^3}{3}$ **C.** $V = \frac{4\pi a^3}{3}$ **D.** $V = \pi a^3$

Câu 8: Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ = 2MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục AI, với I là trung điểm PQ.



A. $V = \frac{11\pi a^3}{8}$. **B.** $V = \frac{17\pi a^3}{24}$. **C.** $V = \frac{11\pi a^3}{6}$. **D.** $V = \frac{5\pi a^3}{6}$.

Câu 9: Trong mặt phẳng cho góc xOy. Một mặt phẳng (P) thay đổi và vuông góc với đường phân giác trong của góc $\widehat{xOy}$ cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B. Trong (P) lấy điểm M sao cho $\widehat{AMB} = 90°$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. Điểm M chạy trên một mặt nón. **B.** Điểm M chạy trên một mặt trụ.
C. Điểm M chạy trên một đường tròn. **D.** Điểm M chạy trên một mặt cầu.

Câu 10: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 4. Quay lục giác đều đó quanh đường thẳng AD. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra

A. $V = 64\pi$. **B.** $V = 128\pi$. **C.** $V = 32\pi$. **D.** $V = 16\pi$.

Câu 11: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Gọi N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN = 2DN$. Đường thẳng qua N vuông góc với BN cắt BC tại K. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK bằng

A. $V = \frac{6}{7}\pi a^3$ **B.** $V = \frac{3}{2}\pi a^3$ **C.** $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** $V = \frac{7}{6}\pi a^3$

Câu 12: Trong mặt phẳng cho một hình lục giác đều cạnh bằng 2. Tính thể tích của hình tròn xoay có được khi quay hình lục giác đó quanh đường thẳng đi qua hai đỉnh đối diện của nó.

A. 6π. **B.** 8π. **C.** π. **D.** 2π.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 13: Cho hình trụ có bán kính r. Gọi O,O' là tâm của hai đáy với $OO'=2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O,O'. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai?**

A. Diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.

B. Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ.

C. Thể tích khối cầu bằng $\frac{3}{4}$ thể tích khối trụ.

D. Thể tích khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích khối trụ.

Câu 14: Cho khối cầu tâm I, bán kính R không đổi. Một khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r, nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo bán kính R sao cho khối nón có thể tích lớn nhất.

A. $h=4R$. **B.** $h=\frac{4R}{3}$. **C.** $h=\frac{R}{4}$. **D.** $h=\frac{3R}{4}$.

Câu 15: Cho hình trụ T có bán kính đáy R, trục OO' bằng $2R$ và mặt cầu (S) đường kính OO'. Tỉ số diện tích mặt cầu và diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Câu 16: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$, $(O';R)$ với $OO'=R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' là đáy là hình tròn $(O;R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k=\frac{S_1}{S_2}$.

A. $k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=\frac{1}{2}$. **C.** $k=\sqrt{2}$. **D.** $k=\sqrt{3}$.

Câu 17: Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB=1$, đáy lớn $CD=3$, cạnh bên $AD=\sqrt{2}$ quay quanh đường thẳng AB. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.

A. $V=\frac{5}{3}\pi$. **B.** $V=3\pi$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi$. **D.** $V=\frac{7}{3}\pi$.

Câu 18: Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{17}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ.Tính thể tích phần khối trụ không giao với khối nón

A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $\frac{5}{6}\pi R^3$. **D.** $\frac{5}{12}\pi R^3$.

Câu 19: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a. Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng $45°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$ **B.** $\frac{8}{3}\pi a^3$ **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** $4\pi a^3$

Câu 20: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R),(O';R)$ với $OO'=R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Kí hiệu S_1,S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k=\frac{S_1}{S_2}$.

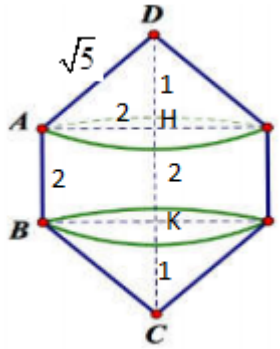
A. $k=\sqrt{2}$. **B.** $k=\sqrt{3}$. **C.** $k=\frac{1}{3}$. **D.** $k=\frac{1}{2}$.

Câu 21: Cắt hình nón đỉnh S cho trước bởi mặtphẳng đi qua trục SO của nó ta được một tam giác vuông cân có cạnh bên độ dài bằng a. Tính diện tích của mặt cầu nội tiếp hình nón đã cho.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{4}{3}\pi a^2$. **C.** $2\pi\left(3+2\sqrt{2}\right)a^2$. **D.** $2\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)a^2$.

Câu 22: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB=2$, $CD=4$ và diện tích bằng 6. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh CD. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V=\frac{32\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{8\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{40\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{28\pi}{3}$.

Câu 23: Cho hình trụ tròn xoay, đáy là 2 đường tròn (C) tâm O và (C') tâm O'. Xét hình nón tròn xoay có đỉnh O' và đáy là đường tròn (C). Xét hai mệnh đề sau:

(I) Nếu thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều $O'AB$ thì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABB'A'$.

(II) Nếu thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABB'A'$ thì thiết diện qua trục của hình nón là tam giác $O'AB$ vuông cân tại O'.

Hãy Chọn Câu đúng.

A. Cả 2 Câu đúng. **B.** Cả 2 **sai**. **C.** Chỉ (I). **D.** Chỉ (II).

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy r_1 nội tiếp trong hình cầu bán kính r không đổi. Xác định bán kính r_1 theo r để hình trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r_1=\frac{\sqrt{6}}{3}r$. **B.** $r_1=\frac{\sqrt{2}}{3}r$. **C.** $r_1=\frac{\sqrt{6}}{2}r$. **D.** $r_1=\frac{\sqrt{6}}{6}r$.

Câu 25: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O,R) và (O',R); $OO'=a\sqrt{3}$ Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn (O,R). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=3$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{3}$.

Câu 26: Cho hình nón tròn xoay (N) có đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O bán kính r nằm trên mặt phẳng (P), đường cao $SO=h$. Điểm O' thay đổi trên đoạn SO sao cho $SO'=x$ $(0<x<h)$. Hình trụ tròn xoay (T) có đáy thứ nhất là hình tròn tâm O bán kính r' $(0<r'<r)$ nằm trên mặt phẳng (P), đáy thứ hai là hình tròn tâm O' bán kính r' nằm trên mặt phẳng (Q), (Q) vuông góc với SO tại O' (đường tròn đáy thứ hai của (T) là giao tuyến của (Q) với mặt xung quanh của (N)). Hãy xác định giá trị của x để thể tích phần không gian nằm phía trong (N) nhưng phía ngoài của (T) đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\frac{2}{3}h$. **B.** $x=\frac{1}{4}h$. **C.** $x=\frac{1}{3}h$. **D.** $x=\frac{1}{2}h$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 27: Cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2).

A. $V=\dfrac{2\pi R^3}{5}$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\dfrac{\pi R^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{5\pi R^3}{12}$.

Câu 28: Một hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB=1$, đáy lớn $CD=3$, cạnh bên $BC=AD=\sqrt{2}$. Cho hình thang $ABCD$ quay quanh AB ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $V=3\pi$. **B.** $V=\dfrac{8}{3}\pi$. **C.** $V=\dfrac{7}{3}\pi$. **D.** $V=2\pi$.

Câu 29: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S, diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a. Khi đó, thể tích của hình trụ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}Sa$. **B.** $\dfrac{1}{3}Sa$. **C.** Sa. **D.** $\dfrac{1}{4}Sa$.

Câu 30: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Khối trụ có chiều cao h, đường kính đáy R thì có thể tích bằng πR^2h

B. Khối nón có chiều cao h, bán kính đáy R thì có thể tích bằng $\dfrac{1}{3}\pi R^2h$

C. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$

D. Gọi S, V lần lượt là diện tích mặt cầu và thể tích của khối có bán kính R. Nếu coi S, V là các hàm số của biến R thì V là một nguyên hàm của S trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là trung điểm của OO' và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$; V_2 là thể tích khối trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{1}{4}$ **C.** $\dfrac{1}{6}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Câu 32: Một hình nón có góc ở đỉnh bằng $2\sqrt{17}$ nội tiếp trong một hình cầu. Biết thể tích khối nón bằng $\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$. Tính thể tích khối cầu.

A. 2π. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Câu 33: Thể tích khối chỏm cầu bán kính R, chiều cao $h=\dfrac{R}{3}$. bằng

A. $h=\dfrac{8}{9}\pi \mathrm{R}^3$. **B.** $h=\dfrac{8}{27}\pi \mathrm{R}^3$. **C.** $h=\dfrac{8}{81}\pi \mathrm{R}^3$. **D.** $h=\dfrac{4}{3}\pi \mathrm{R}^3$.

Câu 34: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $\sqrt{2}\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $2\sqrt{2}\pi R^2$. **D.** $2\pi R^2$.

Câu 35: Cho hình cầu (S) tâm I, bán kính R không đổi. Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp hình cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

A. $h=R\sqrt{2}$. **B.** $h=R$. **C.** $h=\dfrac{R}{2}$. **D.** $h=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36: Xét hình trụ (T) có bán kính R, chiều cao h thoả mãn $R=2h\sqrt{3}$. (N) là hình nón có bán kính

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

đáy R và chiều cao gấp đôi chiều cao của (T). Gọi (S_1) và (S_2) lần lượt là diện tích xung quanh của (T) và (N), khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 37: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đoạn thẳng nối hai điểm cùng thuộc một mặt cầu là một đường kính của mặt cầu đó.

B. Khoảng cách giữa hai đáy của một hình trụ bằng chiều cao của hình trụ đó.

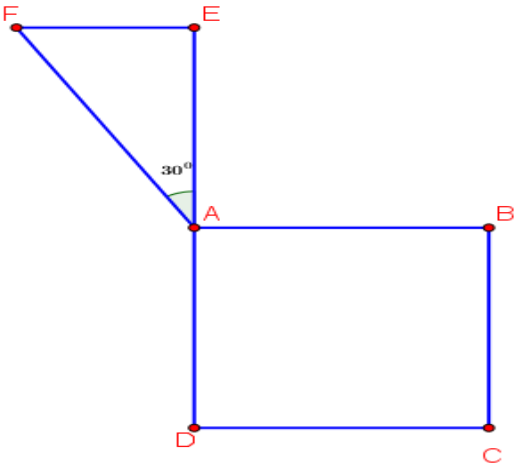
C. Nếu mặt phẳng cắt mặt cầu thì giao tuyến của chúng là một đường tròn lớn của mặt cầu đó.

D. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm thuộc hai đường tròn đáy của một hình trụ bằng độ dài đường sinh của hình trụ đó.

Câu 38: Khi cắt mặt cầu $S(O,R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R=1$,tính bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r=\frac{\sqrt{6}}{3}, h=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $r=\frac{\sqrt{6}}{2}, h=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $r=\frac{\sqrt{3}}{3}, h=\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $r=\frac{\sqrt{3}}{2}, h=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 39: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF



A. $\frac{5\pi a^3}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{10\pi a^3}{9}$. **D.** $\frac{10\pi a^3}{7}$.

Câu 40: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 8. Biết rằng có một mặt cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón, đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của hình nón. Tính bán kính mặt cầu đó.

A. $1,75$. **B.** $4,25$. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 41: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là

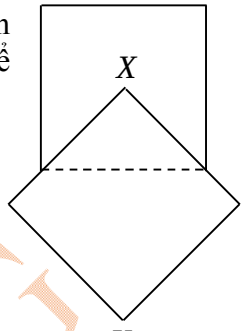
A. 8π **B.** 10π **C.** 6π **D.** 12π

Câu 42: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=45°$, $\widehat{ACB}=30°$, $AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{24}$.

C. $V=\dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{3}$.

Câu 43: Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.



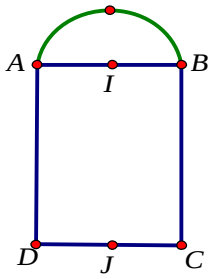
A. $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. **B.** $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

C. $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **D.** $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

Câu 44: Một hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy. Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình trong đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ, V_2 là thể tích của hình nón. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. 2. **B.** 3 **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 45: Cho hình chữ nhật $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AB như hình vẽ. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Biết $AB=4;\ AD=6$ Thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục IJ là:



A. $V=\dfrac{88}{3}\pi$. **B.** $V=\dfrac{104}{3}\pi$. **C.** $V=\dfrac{40}{3}\pi$. **D.** $V=\dfrac{56}{3}\pi$.

Câu 46: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Gọi N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN=2DN$. Đường thẳng qua N vuông góc với BN cắt BC tại K. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK bằng

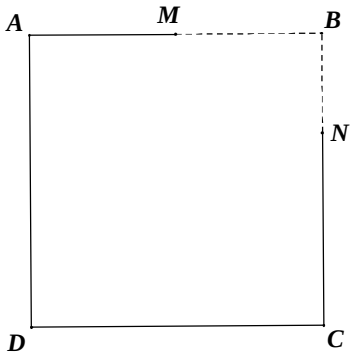
A. $V=\dfrac{7}{6}\pi a^3$ **B.** $V=\dfrac{6}{7}\pi a^3$ **C.** $V=\dfrac{3}{2}\pi a^3$ **D.** $V=\dfrac{4}{3}\pi a^3$

Câu 47: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $1\ m$. Gọi M là trung điểm của AB, N thuộc cạnh BC thỏa mãn $NC=2NB$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay khi quay đa giác $ADCNM$ quanh trục BC. Tính V..

$V=\dfrac{35\pi}{36}m^3$.

A. $V=\dfrac{5\pi}{6}m^3$. **B.** $V=\dfrac{17\pi}{18}m^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



C. $V=\dfrac{11\pi}{12}m^3$. **D.** .

Câu 48: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $R\sqrt{3}$ và bán kính đáy R. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

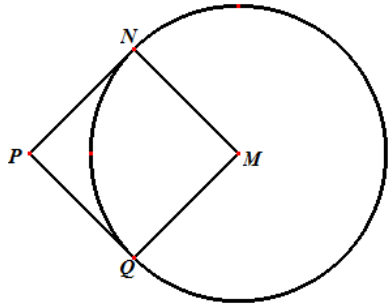
Câu 49: Có một hộp nhựa hình lập phương, người ta bỏ vào hộp đó 1 quả bóng đá. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$, trong đó V_1 là thể tích của quả bóng đá, V_2 là thể tích của chiếc hộp đựng bóng. Biết các mặt của hình lập phương tiếp xúc với quả bóng.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\pi}{8}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 50: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$, với $OO'=R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k=\dfrac{S_1}{S_2}$.

A. $k=\sqrt{3}$. **B.** $k=\sqrt{2}$. **C.** $k=\dfrac{1}{2}$. **D.** $k=\dfrac{1}{3}$.

Câu 51: Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông MNPQ có cạnh bằng 7 và hình tròn (C) có tâm M, đường kính bằng 14. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục là đường thẳng PM.



.

A. $\mathrm{V}=\dfrac{343\left(6+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **B.** $\mathrm{V}=\dfrac{343\left(4+3\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.

C. $\mathrm{V}=\dfrac{343\left(12+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **D.** $\mathrm{V}=\dfrac{343\left(7+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.

Câu 52: Một hình trụ có trục OO' chứa tâm của một mặt cầu bán kính R, các đường tròn đáy của hình trụ đều thuộc mặt cầu trên, đường cao của hình trụ đúng bằng R. Tính thể tích V của khối trụ?

A. $V=\dfrac{3\pi R^3}{4}$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\dfrac{\pi R^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{\pi R^3}{3}$.

Câu 53: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O'), chiều cao $R\sqrt{3}$, bán kính đáy R và hình nón có đỉnh là O', đáy là hình tròn $(O;R)$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 54: Cho hình nón có chiều cao h. Tính chiều cao x của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón theo h.

A. $x=\dfrac{h}{2}$. **B.** $x=\dfrac{h}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2h}{3}$. **D.** $x=\dfrac{h}{\sqrt{3}}$.

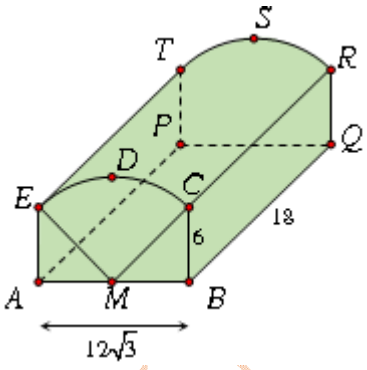
Câu 55: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6, AD=8$ (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh trục AC.

A. $V=110,525\pi$. **B.** $V=106,725\pi$. **C.** $V=100,425\pi$. **D.** $V=105,625\pi$.

Câu 56: Cho tam giác đều và hình vuông cùng có cạnh bằng 4 được xếp chồng lên nhau sao cho một đỉnh của tam giác đều trùng với tâm của hình vuông, trục của tam giác đều trùng với trục của hình vuông (như hình vẽ). Thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi hình đã cho khi quay quanh trục AB là.

A. $\dfrac{136\pi+24\pi\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{128\pi+24\pi\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\dfrac{144\pi+24\pi\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{48\pi+7\pi\sqrt{3}}{3}$.

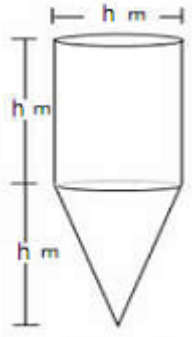
Câu 57: Một hộp nữ trang (xem hình vẽ) có mặt bên $ABCDE$ với $ABCE$ là hình chữ nhật, cạnh cong CDE là một cung của đường tròn có tâm là trung điểm M của đoạn thẳng AB. Biết $AB=12\sqrt{3}$ cm, $BC=6$ cm và $BQ=18$ cm. Hãy tính thể tích của hộp nữ trang.



A. $261\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)\text{cm}^3$. **B.** $216\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)\text{cm}^3$.

C. $261\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$. **D.** $216\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$.

Câu 58: Người ta thiết kế một bể chứa nước như hình 1 thể tích nước là $4m^3$.



Hình 1

Khi đó h gần bằng với giá trị nào sau đây:

A. 1 **B.** 4 **C.** 1,5 **D.** 2

Câu 59: Cho tam giác đều ABC cạnh 1 và hình vuông $MNPQ$ nội tiếp trong tam giác ABC (M thuộc AB, N thuộc AC, P, Q thuộc BC). Gọi S là phần mặt phẳng chứa các điểm thuộc tam giác ABC nhưng không chứa các điểm thuộc hình vuông $MNPQ$. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục là đường thẳng qua A vuông góc với BC là

A. $\frac{810-467\sqrt{3}}{24}\pi$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}-3}{96}\pi$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}-3}{96}$. **D.** $\frac{54-31\sqrt{3}}{12}\pi$.

Câu 60: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a, trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Thể tích tứ diện $OO'AB$ là

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 61: Cho hình thang vuông $ABCD$ có độ dài hai đáy $AB=2a, DC=4a$, đường cao $AD=2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng AB thu được khối tròn xoay (H). Tính thể tích V của khối (H).

A. $V=16\pi a^3$.. **B.** $V=\frac{20\pi a^3}{3}$.. **C.** $V=8\pi a^3$.. **D.** $V=\frac{40\pi a^3}{3}$..

Câu 62: Cho hình nón có đáy là hình tròn tâm O, bán kính R và có chiều cao h. Hãy tính chiều cao của hình trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón đã cho.

A. $\frac{h}{4}$. **B.** $\frac{h}{2}$. **C.** $\frac{h}{3}$. **D.** $\frac{3h}{4}$.

Câu 63: Cho mặt cầu (S) có bán kính R không đổi, hình nón (H) bất kì nội tiếp mặt cầu (S). Thể tích khối nón (H) là V_1; và thể tích phần còn lại của khối cầu là V_2. Giá trị lớn nhất của $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{76}{32}$. **B.** $\frac{32}{81}$. **C.** $\frac{32}{76}$. **D.** $\frac{81}{32}$.

Câu 64: Hình trụ bán kính đáy r. Gọi O và O' là tâm của hai đường tròn đáy với $OO'=2r$. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O'. Gọi V_C và V_T lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó $\frac{V_C}{V_T}$ là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 65: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón. Tính bán kính của mặt cầu.

A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 66: Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ và hai đáy của hình trụ. Tỉ số thể tích của khối trụ và khối cầu là.

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 67: Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A}=\widehat{B}=90°$, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi hình thang $ABCD$ quay quanh CD.

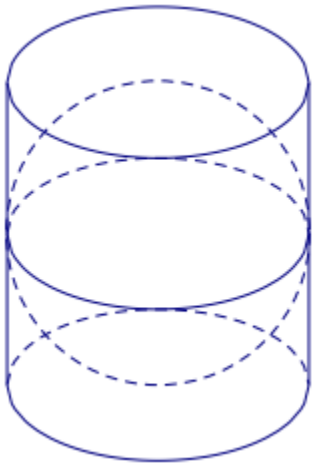
A. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. **C.** $\frac{7\pi a^3}{6}$. **D.** $\frac{7\pi a^3}{12}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 68: Từ một khối đất sét hình trụ tròn có chiều cao $20\ \text{cm}$, đường tròn đáy có bán kính $8\ \text{cm}$. Bạn Na muốn chế tạo khối đất đó thành nhiều khối cầu và chúng có cùng bán kính $4\ \text{cm}$. Hỏi bạn Na có thể làm ra được tối đa bao nhiêu khối cầu?

A. 15 khối **B.** 30 khối **C.** 20 khối **D.** 45 khối

Câu 69: Bên trong một khối trụ có một khối cầu nội tiếp khối trụ như hình vẽ bên. Gọi V_1 là thể tích của khối trụ và V_2 là thể tích của khối cầu. Tính tỷ số $\dfrac{V_1}{V_2}$?



A. $\dfrac{V_1}{V_2}=3$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{3}{2}$.

Câu 70: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu nội tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 71: Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ và hai đáy của hình trụ. Tỉ số thể tích của khối trụ và khối cầu là.

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 72: Cho khối trụ có chiều cao $h=16$ và hai đáy là hai đường tròn tâm O, O' với bán kính $R=12$. Gọi I là trung điểm của OO' và AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho $AB=12\sqrt{3}$. Tính diện tích thiết diện của khối trụ với mặt phẳng (IAB).

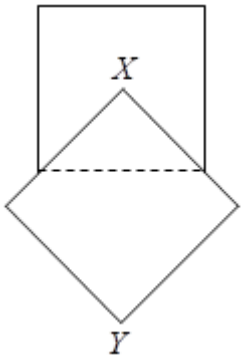
A. $120\sqrt{3}$. **B.** $48\pi+24\sqrt{3}$. **C.** $60\sqrt{3}+40\pi$. **D.** $120\sqrt{3}+80\pi$.

Câu 73: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=a\sqrt{3}$. Gọi (T) là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên (S) và có thiết diện qua trục của (T) lớn nhất. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T).

A. $S_{tp}=6\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $S_{tp}=6\pi a^2$. **C.** $S_{tp}=9\pi a^2$. **D.** $S_{tp}=9\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 74: Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.

A. $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. **B.** $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

C. $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **D.** $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

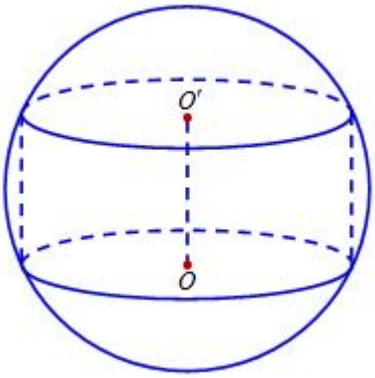
Câu 75: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AD=CD=a$, $AB=2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD. Thể tích khối tròn xoay thu được là:

A. πa^3. **B.** $\dfrac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{7\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 76: Cho mặt cầu (S) bán kính R. Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là:

A. $\dfrac{32\pi R^3}{27}$. **B.** $\dfrac{32R^3}{27}$. **C.** $\dfrac{32\pi R^3}{81}$. **D.** $\dfrac{32R^3}{81}$.

Câu 77: Cho khối cầu (S) tâm I, bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h=R\sqrt{2}$. **B.** $h=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$. **C.** $h=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 78: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1. Tính thể tích V khối trụ đó.

A. $V=10$. **B.** $V=8$. **C.** $V=4$. **D.** $V=6$.

Câu 79: Chỉ ra khẳng định sai trong các khẳng định sau.

A. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đường tròn đáy r và chiều cao của trụ l là $S_{tp}=2\pi r\left(l+r\right)$

B. Khối lăng trụ có đáy có diện tích đáy là B, đường cao của lăng trụ là h, khi đó thể tích khối lăng trụ là $V=Bh$

C. Diện tích xung quanh của mặt nón có bán kính đường tròn đáy r và đường sinh l là $S=\pi rl$

D. Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V=4\pi R^3$

Câu 80: Cho hình nón (N) có bán kính đáy $r=20(cm)$, chiều cao $h=60(cm)$ và một hình trụ (T) nội tiếp hình nón (N) (hình trụ (T) có một đáy thuộc đáy hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích V của hình trụ (T) có diện tích xung quanh lớn nhất?

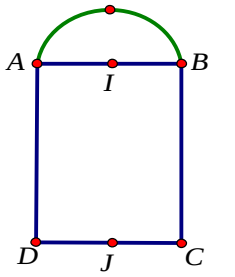
A. $V=4000\pi(cm^3)$. **B.** $V=\dfrac{32000}{9}\pi(cm^3)$.

C. $V=3600\pi(cm^3)$. **D.** $V=3000\pi(cm^3)$.

Câu 81: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a$, $AC=a$. Quay tam giác này quanh trục AB, ta được một hình nón đỉnh B. Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình nón đó và S_2 là diện tích mặt cầu có đường kính AB. Khi đó, tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ là:

A. $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{S_1}{S_2}=1$.

Câu 82: Cho hình chữ nhật $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AB như hình vẽ. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Biết $AB=4;\ AD=6$ Thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục IJ là:



A. $V=\dfrac{40}{3}\pi$. **B.** $V=\dfrac{88}{3}\pi$. **C.** $V=\dfrac{56}{3}\pi$. **D.** $V=\dfrac{104}{3}\pi$.

Câu 83: Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và khoảng cách giữa hai đáy bằng $r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là tâm mặt đáy này và đáy trùng với mặt đáy kia của hình trụ. Tính tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón.

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** 3 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 84: Một hình trụ có chiều cao bằng 6 nội tiếp trong hình cầu có bán kính bằng 5 như hình vẽ. Thể tích của khối trụ này bằng.

A. 192π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 96π.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TỔNG HỢP NÓN-TRỤ-CẦU

Câu 1: Cho hình thang cân $ABCD$ có các cạnh đáy $AB = 2a$, $CD = 4a$ và cạnh bên $AD = BC = 3a$. Tính theo a thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cân $ABCD$ xung quanh trục đối xứng của nó.

A. $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

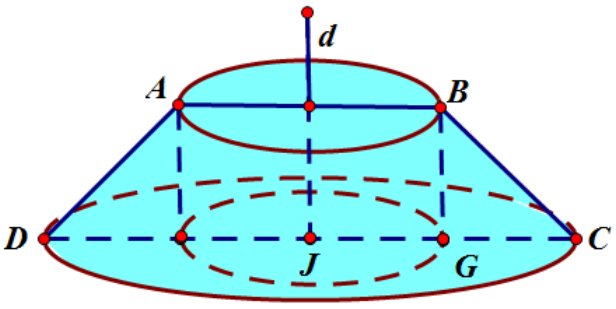
B. $V = \frac{4+10\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

C. $V = \frac{10\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

D. $V = \frac{14\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Khi quay hình thang cân $ABCD$ xung quanh trục đối xứng d của nó ta được khối nón cụt như hình vẽ.

Áp dụng công thức tính thể tích khối nón cụt là $V = \frac{1}{3}h.\left(B + B' + \sqrt{BB'}\right)$.

Với $h = BG = \sqrt{BC^2 - CG^2} = 2a\sqrt{2}$ và $B + B' + \sqrt{BB'} = \pi\left(a^2 + 4a^2 + 2a^2\right) = 7\pi a^2$.

Do đó $V = \frac{1}{3}h.\left(B + B' + \sqrt{BB'}\right) = \frac{14\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

Câu 2: Bên trong hình vuông cạnh a, dựng hình sao bốn cánh đều như hình vẽ bên (các kích thước cần thiết cho như ở trong hình). Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình sao đó quanh trục Oy.

A. $\frac{\pi}{8}a^3$.

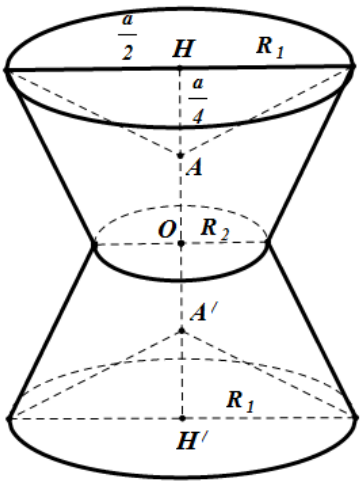
B. $\frac{5\pi}{16}a^3$.

C. $\frac{\pi}{6}a^3$.

D. $\frac{5\pi}{48}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Khi quay hình sao đó quanh trục Oy sinh ra hai khối có thể tích bằng nhau.

Gọi: V là thể tích khối hình sao tròn xoay cần tính.

$V_{\text{nón}}$ lần lượt là thể tích khối nón có chiều cao AH

V_C là thể tích khối nón cụt có bán kính đáy lớn là R_1 và bán kính đáy nhỏ là R_2.

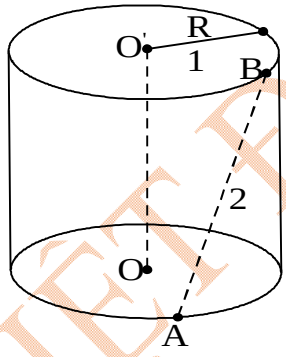
Dễ thấy $V = 2\left(V_C - V_{\text{nón}}\right) = 2.\left[\frac{1}{3}.\pi.OH.\left(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2\right) - \frac{1}{3}.\pi.R_1^2.AH\right]$

$= 2.\frac{1}{3}.\pi.\frac{a}{2}.\left(\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{16} + \frac{a}{2}.\frac{a}{4}\right) - 2.\frac{1}{3}.\pi.\frac{a^2}{4}.\frac{a}{4}$

$= \frac{7\pi a^3}{48} - \frac{2\pi a^3}{48} = \frac{5\pi a^3}{48}$.

Câu 3: Một hình trụ tròn xoay bán kính $R = 1$. Trên hai đường tròn đáy (O) và (O'). lấy A và B sao cho $AB = 2$. Góc giữa AB và trục OO' bằng 30^0.

Xét hai khẳng định sau:



(I) Khoảng cách giữa OO' và AB bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(II) Thể tích của khối trụ là $V = \pi\sqrt{3}$.

Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Chỉ (I) đúng.

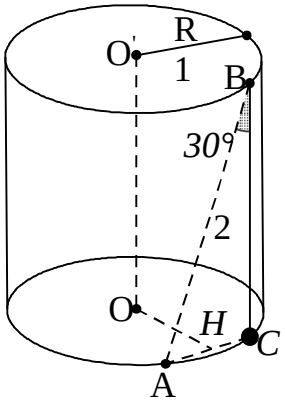
B. Cả (I) và (II) đều sai.

C. Cả (I) và (II) đều đúng.

D. Chỉ (II) đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Kẻ đường sinh BC thì $OO' \in (ABC)$. Vì (ABC) vuông góc với (OAC) nên kẻ $OH \perp AC$ thì $OH \perp (ABC)$. Vậy $d\left(OO'; AB\right) = OH$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ΔABC có $BC = AB.\cos 30^0 = \sqrt{3}$ và $AC = AB.\sin 30^0 = 1$.

ΔOAC là tam giác đều, có cạnh bằng 1, nên $OH = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Vậy (I) đúng.

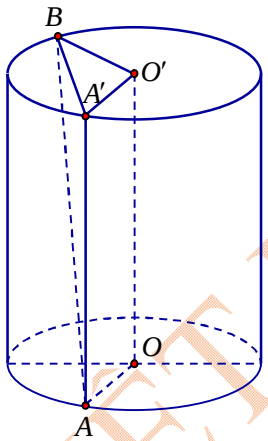
$V = \pi.R^2.h$ nên (II) đúng.

Câu 4: Cho hình trụ có hai đáy là các hình tròn (O), (O') bán kính bằng a, chiều cao hình trụ gấp hai lần bán kính đáy. Các điểm A, B tương ứng nằm trên hai đường tròn (O), (O') sao cho $AB = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối tứ diện $ABOO'$ theo a.

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$ **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $OO' = 2a$, $A'B = \sqrt{AB^2 - AA'^2} = \sqrt{6a^2 - 4a^2} = a\sqrt{2}$.

Do đó $A'B^2 = O'B^2 + O'A'^2 = 2a^2$ nên tam giác $O'A'B$ vuông cân tại O' hay $O'A' \perp O'B \Rightarrow OA \perp O'B$.

Khi đó $V_{OO'AB} = \dfrac{1}{6}OA.O'B.d\left(OA, O'B\right).\sin\left(OA, O'B\right) = \dfrac{1}{6}a.a.2a.\sin 90° = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 5: Trong không gian, cho hai điểm A, B cố định, phân biệt và điểm M thay đổi sao cho diện tích tam giác MAB không đổi. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng** ?

A. Tập hợp các điểm M là một mặt trụ. **B.** Tập hợp các điểm M là một mặt nón.

C. Tập hợp các điểm M là một mặt cầu. **D.** Tập hợp các điểm M là một mặt phẳng.

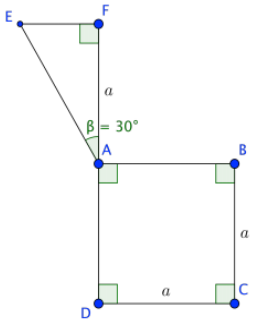
Hướng dẫn giải

Chọn A

Do hai điểm A, B cố định nên khoảng cách giữa hai điểm A, B cố định.

Mà diện tích tam giác MAB không đổi nên khoảng cách từ M đến đoạn thẳng AB không đổi $\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M trong không gian cách đoạn thẳng AB một khoảng không đổi là một hình trụ.

Câu 6: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF.



.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{10\pi a^3}{9}$. **C.** $\frac{10\pi a^3}{7}$. **D.** $\frac{5\pi a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $EF = AF.\tan\beta = a.\tan 30° = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi quay quanh trục DF, tam giác AEF tạo ra một hình nón có thể tích.

$V_1 = \frac{1}{3}\pi.EF^2.AF = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.a = \frac{\pi a^3}{9}$.

Khi quay quanh trục DF, hình vuông $ABCD$ tạo ra một hình trụ có thể tích.

$V_2 = \pi.DC^2.BC = \pi.a^2.a = \pi a^3$.

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF là.

$V = V_1 + V_2 = \frac{\pi a^3}{9} + \pi a^3 = \frac{10}{9}\pi a^3$.

Câu 7: Cho hình thang vuông tại A và B với $AD = 2AB = 2BC = 2a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

A. $V = \frac{5\pi a^3}{3}$ **B.** $V = \frac{7\pi a^3}{3}$ **C.** $V = \frac{4\pi a^3}{3}$ **D.** $V = \pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khi quay hình thang thì khối tròn xoay tạo thành là hình trụ khuyết gồm hai phần . phần khối trụ và khối nón bên trong.

Phần hình trụ có bán kính đường tròn đáy $R_1 = AB = a$.

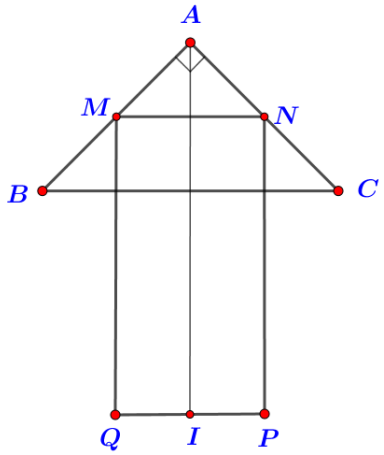
Thể tích hình trụ $V_T = \pi R_1^2 h = 2\pi a^3$.

Phần hình nón có bán kính đáy $R_2 = AB = a$.

Thể tích khối nón $V_N = \frac{1}{3}\pi R_2^2 h = \frac{1}{3}\pi a^3$.

Thể tích khối tròn xoay $V = V_T - V_N = \frac{5}{3}\pi a^3$.

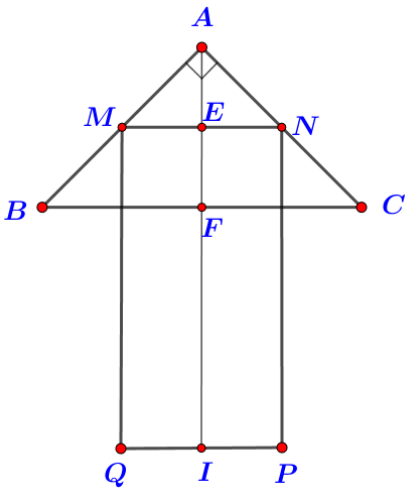
Câu 8: Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ = 2MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục AI, với I là trung điểm PQ.



A. $V=\dfrac{11\pi a^3}{8}$. **B.** $V=\dfrac{17\pi a^3}{24}$. **C.** $V=\dfrac{11\pi a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{5\pi a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=2a\Rightarrow MN=a$, $MQ=2a$.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm MN và BC. Ta có $AF=a$, $EF=\dfrac{a}{2}\Rightarrow IF=\dfrac{3}{2}a$.

Vậy, thể tích cần tìm $V=\dfrac{1}{3}\pi.AF.FB^2+\pi.IF.IQ^2=\dfrac{1}{3}\pi.a.a^2+\pi.\dfrac{3}{2}a.\left(\dfrac{a}{2}\right)^2=\dfrac{17}{24}\pi a^3$.

Câu 9: Trong mặt phẳng cho góc xOy. Một mặt phẳng (P) thay đổi và vuông góc với đường phân giác trong của góc $\widehat{xOy}$ cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B. Trong (P) lấy điểm M sao cho $\widehat{AMB}=90^\circ$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. Điểm M chạy trên một mặt nón. **B.** Điểm M chạy trên một mặt trụ.
C. Điểm M chạy trên một đường tròn. **D.** Điểm M chạy trên một mặt cầu.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+) Xét mặt phẳng (P) tại một vị trí cụ thể thì tập hợp các điểm M là đường tròn đường kính AB, chứa trong mặt phẳng (P).

+) Gọi Ot là tia phân giác của góc $\widehat{xOy}$. Khi mặt phẳng (P) thay đổi, luôn vuông góc Ot thì tập hợp các điểm M là mặt nón đỉnh O, trục Ot với Ox, Oy là các đường sinh.

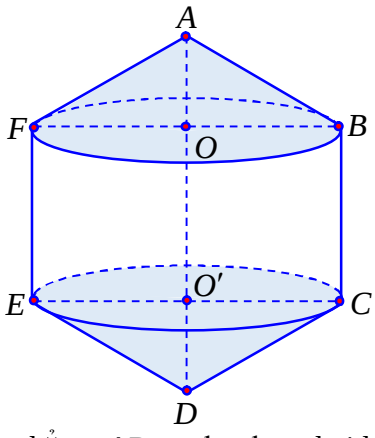
Câu 10: Cho lục giác đều $ABCDEF$ có cạnh bằng 4. Quay lục giác đều đó quanh đường thẳng AD. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra

A. $V=64\pi$. **B.** $V=128\pi$. **C.** $V=32\pi$. **D.** $V=16\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Quay lục giác đều đó quanh đường thẳng AD ta thu được hai khối nón và một khối trụ.
Trong đó:

❍ Hình nón có đường sinh $\ell = AB = 4$, đường cao $h = OA = \frac{1}{2}(AD - OO') = 2$, bán kính $r = \sqrt{\ell^2 - h^2} = 2\sqrt{3}$.

Khi đó thể tích của hai khối nón là $V_{(N)} = \frac{2}{3}\pi r^2 h = 16\pi$.

❍ Hình trụ có đường cao $h' = BC = OO' = 4$, bán kính $r = 2\sqrt{3}$.
Khi đó thể tích khối trụ là $V_{(T)} = \pi r^2 h' = 48\pi$.

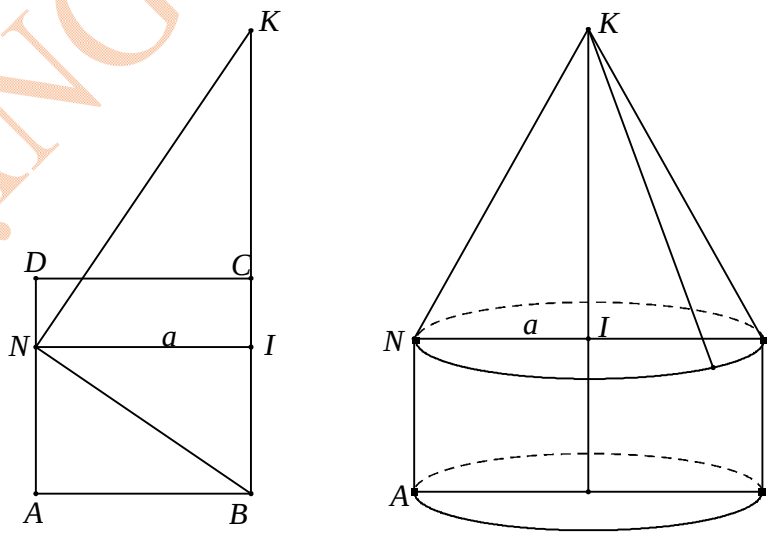
Vậy thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay lục giác đều đó quanh AD là $V = 64\pi$.

Câu 11: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Gọi N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN = 2DN$. Đường thẳng qua N vuông góc với BN cắt BC tại K. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK bằng

A. $V = \frac{6}{7}\pi a^3$ **B.** $V = \frac{3}{2}\pi a^3$ **C.** $V = \frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** $V = \frac{7}{6}\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn D



Sau khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK ta được khối tròn xoay gồm một khối nón và khối trụ có chung đáy (hình vẽ).

Ta có $IB = AN = \frac{2}{3}a$.

Xét tam giác NKB vuông tại N, $BK=\dfrac{BN}{\cos\widehat{NBK}}=\dfrac{BN}{\dfrac{BI}{BN}}=\dfrac{BN^2}{BI}=\dfrac{BI^2+IN^2}{BI}=\dfrac{13a}{6}$.

Do đó $KI=BK-BI=\dfrac{3a}{2}$.

Thể tích khối nón là $V_1=\dfrac{1}{3}\pi NI^2.KI=\dfrac{1}{3}\pi.a^2.\dfrac{3}{2}a=\dfrac{a^3\pi}{2}$.

Thể tích khối trụ là $V_2=\pi.NI^2.BI=\pi.a^2.\dfrac{2}{3}a=\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

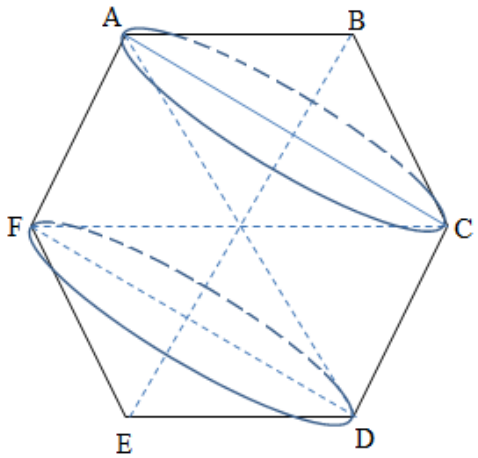
Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V=V_1+V_2=\dfrac{7\pi a^3}{6}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng cho một hình lục giác đều cạnh bằng 2. Tính thể tích của hình tròn xoay có được khi quay hình lục giác đó quanh đường thẳng đi qua hai đỉnh đối diện của nó.

A. 6π. **B.** 8π. **C.** π. **D.** 2π.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Thể tích V của hình tròn xoay bao gồm thể tích của khối trụ $ACFD$ và 2 khối nón BAC, DEF.

Có : $R=\dfrac{1}{2}AC=2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

Chiều cao h của khối trụ là $h=2$.

Chiều cao h' của khối nón $h'=\dfrac{2}{2}=1$.

Thể tích của khối tròn xoay :

$V=\pi R^2.h+2.\dfrac{1}{3}\pi R^2h'$.

$=\pi\left(\sqrt{3}\right)^2.2+\dfrac{2}{3}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2.1=8\pi$.

Câu 13: Cho hình trụ có bán kính r. Gọi O,O' là tâm của hai đáy với $OO'=2r$. Một mặt cầu (S) tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O,O'. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai?**

A. Diện tích mặt cầu bằng diện tích xung quanh của hình trụ.

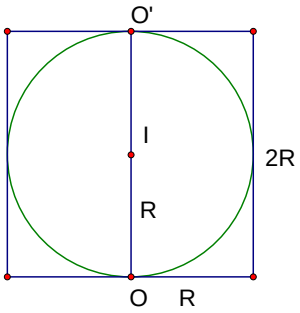
B. Diện tích mặt cầu bằng $\dfrac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ.

C. Thể tích khối cầu bằng $\dfrac{3}{4}$ thể tích khối trụ.

D. Thể tích khối cầu bằng $\frac{2}{3}$ thể tích khối trụ.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$V_C = \frac{4}{3}\pi R^3;\ V_T = \pi R^2 2R = 2\pi R^3.$

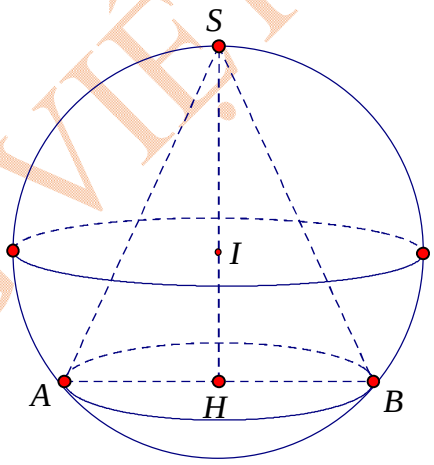
$S_C = 4\pi R^2;\ S_{xqT} = 2\pi R 2R = 4\pi R^2;\ S_{tpT} = 4\pi R^2 + 2\pi R^2 = 6\pi R^2$.

Câu 14: Cho khối cầu tâm I , bán kính R không đổi. Một khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r , nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo bán kính R sao cho khối nón có thể tích lớn nhất.

A. $h = 4R$. **B.** $h = \frac{4R}{3}$. **C.** $h = \frac{R}{4}$. **D.** $h = \frac{3R}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của S lên mặt đáy của nón thì SH đi qua tâm I , khi đó thể tích khối nón có điểm I nằm giữa S và H sẽ lớn hơn thể tích của khối nón có S và H nằm cùng phía với nhau so với điểm I .

Ta đặt Đặt $HI = x;\ SH = SI + IH = R + x;\ HA = HB = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{R^2 - x^2}$.

Thể tích khối nón là

$V = \frac{1}{3}\pi HA^2.SH = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - x^2\right)\left(R + x\right) = \frac{\pi}{6}\left(2R - 2x\right)\left(R + x\right)^2.$

Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho 3 số dương $\left(2R - 2x\right)$, $\left(R + x\right)$ và $\left(R + x\right)$, ta được

$V = \frac{\pi}{6}\left(2R - 2x\right)\left(R + x\right)^2 = \frac{\pi}{6}\left(2R - 2x\right)\left(R + x\right)\left(R + x\right)$

$\le \frac{\pi}{6}\left[\frac{\left(2R - 2x\right) + \left(R + x\right) + \left(R + x\right)}{3}\right]^3 = \frac{\pi}{6}\left(\frac{4R}{3}\right)^3.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dấu bằng xảy ra khi $2R-2x=R+x \Leftrightarrow x=\frac{R}{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=\frac{R}{3}$. Chiều cao khối nón là $h=SH=R+\frac{R}{3}=\frac{4R}{3}$.

Câu 15: Cho hình trụ T có bán kính đáy R, trục OO' bằng $2R$ và mặt cầu (S) đường kính OO'. Tỉ số diện tích mặt cầu và diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu : $S_1=4\pi R^2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ : $S_2=2\pi Rl=4\pi R^2$.

Vậy $\frac{S_1}{S_2}=1$.

Câu 16: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$, $(O';R)$ với $OO'=R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' là đáy là hình tròn $(O;R)$. Kí hiệu S_1 , S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k=\frac{S_1}{S_2}$.

A. $k=\frac{1}{3}$. **B.** $k=\frac{1}{2}$. **C.** $k=\sqrt{2}$. **D.** $k=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $S_1=2\pi R.R\sqrt{3}=2\sqrt{3}\pi R^2$.

$S_2=\pi R\sqrt{3R^2+R^2}=2\pi R^2$. Vậy $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{3}$.

Câu 17: Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB=1$, đáy lớn $CD=3$, cạnh bên $AD=\sqrt{2}$ quay quanh đường thẳng AB. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.

A. $V=\frac{5}{3}\pi$. **B.** $V=3\pi$. **C.** $V=\frac{4}{3}\pi$. **D.** $V=\frac{7}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

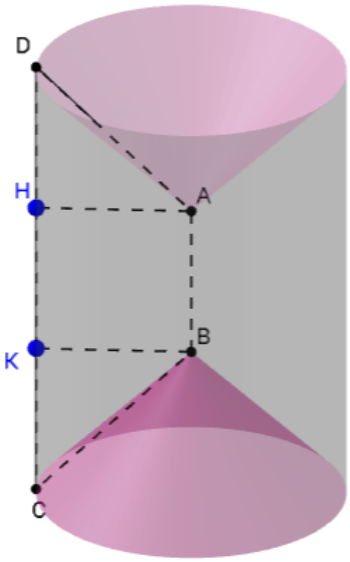
Chọn D

Theo hình vẽ: $AH=HD=1$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng thể tích khối trụ có bán kính $r=AH=1$, chiều cao $CD=3$ trừ đi thể tích hai khối nón bằng nhau (khối nón đỉnh A, đỉnh B và đáy là đáy của hình trụ).

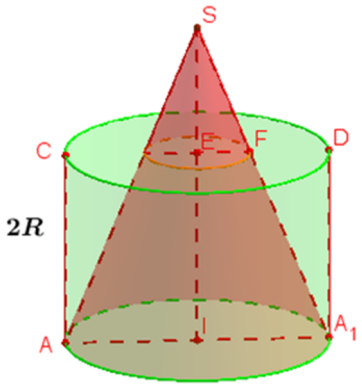
Vậy $V=\pi.AH^2.CD-2.\frac{1}{3}\pi.AH^2.HD=\pi\left(3-\frac{2}{3}\right)=\frac{7}{3}\pi$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Câu 18: Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{17}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ.Tính thể tích phần khối trụ không giao với khối nón

A. $\frac{1}{3}\pi R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $\frac{5}{6}\pi R^3$. **D.** $\frac{5}{12}\pi R^3$.



Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $SI=\sqrt{SB^2-IB^2}=\sqrt{17R^2-R^2}=4R\Rightarrow SE=2R, EF=\frac{R}{2}$.

Thể tích khối nón lớn (có đường cao SI) là $V_1=\frac{1}{3}\pi R^2.4\mathrm{R}=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Thể tích khối nón nhỏ (có đường cao SE) là $V_2=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{R}{2}\right)^2.2R=\frac{1}{6}\pi R^3$

Thể tích phần khối giao nhau giữ khối nón và khối trụ là $V_3=V_1-V_2V_2=\frac{7}{6}\pi R^3$.

Thể tích khối trụ là là $V_4=\pi R^2.2R=2\pi R^3$.

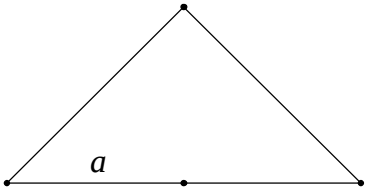
Vậy thể tích phần khối trụ không giao với khối nón là $V=V_4-V_3=\frac{5}{6}\pi R^3$.

Câu 19: Cho hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng a. Thiết diện qua trục hình nón là một tam giác cân có góc ở đáy bằng $45°$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $\frac{1}{3}\pi a^3$ **B.** $\frac{8}{3}\pi a^3$ **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** $4\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Theo giả thiết, suy ra góc ở đỉnh của hình nón là $90°$. Do đó khối cầu ngoại tiếp hình nón có tâm là tâm của đường tròn đáy hình nón.

Vậy bán kính khối cầu là $r = a$. Vậy thể tích khối cầu là $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 20: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R),(O';R)$ với $OO' = R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k = \frac{S_1}{S_2}$.

A. $k = \sqrt{2}$. **B.** $k = \sqrt{3}$. **C.** $k = \frac{1}{3}$. **D.** $k = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_1 = 2\pi R.R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$.

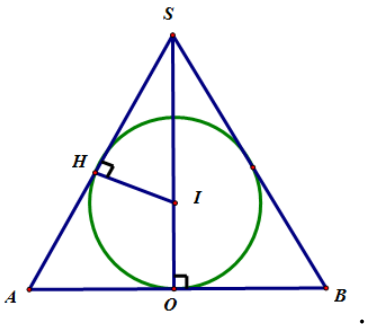
$S_2 = \pi R\sqrt{3R^2 + R^2} = 2\pi R^2$. Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Câu 21: Cắt hình nón đỉnh S cho trước bởi mặtphẳng đi qua trục SO của nó ta được một tam giác vuông cân có cạnh bên độ dài bằng a. Tính diện tích của mặt cầu nội tiếp hình nón đã cho.

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{4}{3}\pi a^2$. **C.** $2\pi\left(3+2\sqrt{2}\right)a^2$. **D.** $2\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta thấy $\Delta SIH \sim \Delta SAO$ $(g\text{-}g)$.

$\Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{IH}{AO} \Leftrightarrow \frac{SO - IO}{SA} = \frac{IO}{AO}$ $(\text{Vì } IO = IH)$ (1).

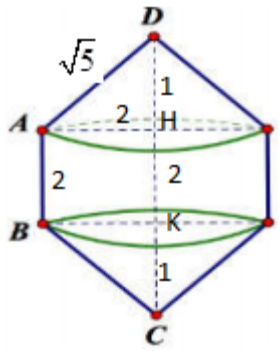
Vì ΔSAB vuông cân tại S và O là trung điểm của $AB \Rightarrow SO = AO = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ (2).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}-IO}{a}=\dfrac{IO}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow IO=\dfrac{a\left(2-\sqrt{2}\right)}{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu nội tiếp hình nón là $S=4\pi.IO^2=2\pi\left(3-2\sqrt{2}\right)a^2$.

Câu 22: Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB=2$, $CD=4$ và diện tích bằng 6. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh CD. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V=\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{8\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{40\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{28\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay tạo thành gồm hai khối nón và một khối trụ

Gọi h là chiều cao của hình thang, ta có

$h=AH=\dfrac{2S_{ABCD}}{AB+CD}=2\Rightarrow DH=\dfrac{DC-AB}{2}=1\Rightarrow AD=\sqrt{5}$.

Hình nón có bán kính đáy $AH=2$ và đường cao $DH=1$.

Hình trụ có bán kính đáy $AH=2$ và đường cao $HK=2$.

Thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành là $V=2\dfrac{1}{3}\pi.2^2.1+\pi.2^2.2=\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 23: Cho hình trụ tròn xoay, đáy là 2 đường tròn (C) tâm O và (C') tâm O'. Xét hình nón tròn xoay có đỉnh O' và đáy là đường tròn (C). Xét hai mệnh đề sau:

(I) Nếu thiết diện qua trục của hình nón là tam giác đều $O'AB$ thì thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABB'A'$.

(II) Nếu thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông $ABB'A'$ thì thiết diện qua trục của hình nón là tam giác $O'AB$ vuông cân tại O'.

Hãy **Chọn C**âu đúng.

A. Cả 2 Câu đúng. **B.** Cả 2 **sai.** **C.** Chỉ (I). **D.** Chỉ (II).

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $O'AB$ là thiết diện qua trục của hình nón.

$BB'A'$ là thiết diện qua trục của hình trụ.

Xét (I): Nếu $\Delta O'AB$ là tam giác đều, $AB=a$ thì $O'O=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\Rightarrow A'A=O'O=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $ABB'A'$ chỉ là hình chữ nhật. Vậy (I) **sai.**

Xét (II): Nếu $ABB'A'$ là hình vuông, $AB=a$, thì: $OO'=a$: **Sai** (tam giác vuông thì đường trung tuyến bằng nửa cạnh huyền).

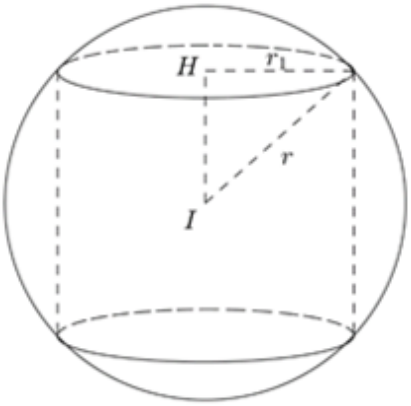
Như vậy $\Delta O'AB$ không phải là tam giác vuông cân tại O' : (II) **sai.**

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy r_1 nội tiếp trong hình cầu bán kính r không đổi. Xác định bán kính r_1 theo r để hình trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r_1=\frac{\sqrt{6}}{3}r$. **B.** $r_1=\frac{\sqrt{2}}{3}r$. **C.** $r_1=\frac{\sqrt{6}}{2}r$. **D.** $r_1=\frac{\sqrt{6}}{6}r$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Chiều cao hình trụ $h=2IH=2\sqrt{r^2-r_1^2}$.

Thể tích khối trụ $V=2\pi r_1^2\sqrt{r^2-r_1^2}$, $(0<r_1<r)\,(*)$.

Xét $f(r_1)=r_1^2\sqrt{r^2-r_1^2}$ $(0<r_1<r)$.

$f'(r_1)=\frac{2r_1r^2-3r_1^3}{\sqrt{1-r_1^2}}=0\Leftrightarrow r_1=\frac{\sqrt{6}}{3}r\ (0<r_1<r)\Rightarrow Max\ f(r_1)=f\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$.

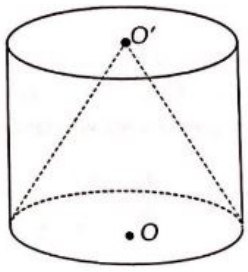
(Có thể thử chọn vào $(*)$).

Câu 25: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O,R) và (O',R); $OO'=a\sqrt{3}$ Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn (O,R). Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=3$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



$\frac{S_1}{S_2}=\frac{2\pi Rh}{\pi Rl}=\frac{2OO'}{\sqrt{R^2+OO'^2}}=\frac{2R\sqrt{3}}{2R}=\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 26: Cho hình nón tròn xoay (N) có đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O bán kính r nằm trên mặt phẳng (P), đường cao $SO=h$. Điểm O' thay đổi trên đoạn SO sao cho $SO'=x$ $(0<x<h)$. Hình trụ tròn xoay (T) có đáy thứ nhất là hình tròn tâm O bán kính r' $(0<r'<r)$ nằm trên mặt phẳng (P), đáy thứ hai là hình tròn tâm O' bán kính r' nằm trên mặt phẳng (Q), (Q) vuông góc với SO tại O' (đường tròn đáy thứ hai của (T) là giao tuyến của (Q) với mặt xung quanh của (N)). Hãy xác định giá trị của x để thể tích phần không gian nằm phía trong (N) nhưng phía ngoài của (T) đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\frac{2}{3}h$. **B.** $x=\frac{1}{4}h$. **C.** $x=\frac{1}{3}h$. **D.** $x=\frac{1}{2}h$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V_{lt}=(h-x)\pi r'^2$.

Áp dụng Talet vào ΔSOA có $O'B//OA$.

$\frac{O'B}{OA}=\frac{SO'}{SO}\Leftrightarrow\frac{r'}{r}=\frac{x}{h}.\Rightarrow r'=\frac{rx}{h}$

$\Rightarrow V_{lt}=(h-x)x^2.\frac{\pi r^2}{h^2}$.

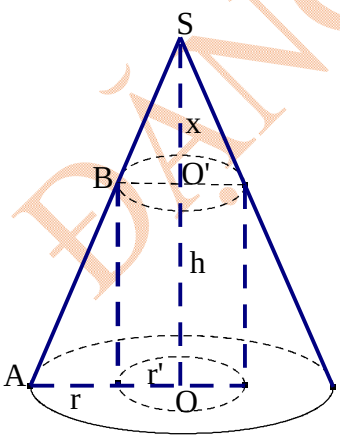
Để thể tích phần trong (N) ngoài (T) nhỏ nhất.

$\Rightarrow V_{lt}$: lớn nhất $\Rightarrow (h-x)x^2$ lớn nhất.

Xét hàm số $y=f(x)=(h-x)x^2$.

$y'=2xh-3x^2=x(2h-3x)$

$y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{2h}{3}\end{array}\right.$



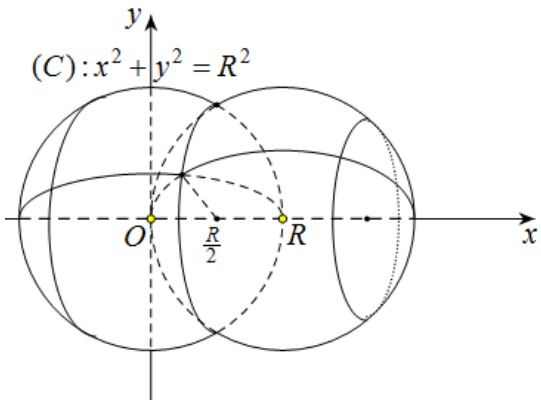
Câu 27: Cho hai mặt cầu (S_1), (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2).

A. $V=\frac{2\pi R^3}{5}$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\frac{\pi R^3}{2}$. **D.** $V=\frac{5\pi R^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ

Khối cầu $S(O,R)$ chứa một đường tròn lớn là

$$(C): x^2 + y^2 = R^2$$

Dựa vào hình vẽ, thể tích cần tính là

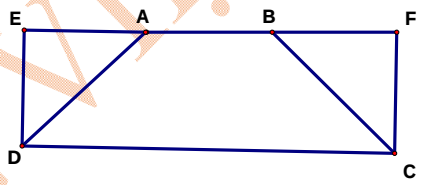
$$V = 2\pi \int_{\frac{R}{2}}^{R} \left(R^2 - x^2\right) \mathrm{d}x = 2\pi \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Bigg|_{\frac{R}{2}}^{R} = \frac{5\pi R^3}{12}.$$

Câu 28: Một hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ $AB = 1$, đáy lớn $CD = 3$, cạnh bên $BC = AD = \sqrt{2}$. Cho hình thang $ABCD$ quay quanh AB ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $V = 3\pi$. **B.** $V = \frac{8}{3}\pi$. **C.** $V = \frac{7}{3}\pi$. **D.** $V = 2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi E, F là hai điểm sao cho $CDEF$ là hình chữ nhật và E, A, B, F thẳng hàng.

Ta có $EA = AB = BF = 1$, $AD = BC = \sqrt{2}$, $CD = 3$, $DE = CF = 1$.

Gọi V là thể tích cần tìm, V_1 là thể tích khối trụ có được khi cho hình chữ nhật $CDEF$ quay quanh EF, V_2 là thể tích của khối nón có được khi cho tam giác AED quay quanh AE, V_3 là thể tích của khối nón có được khi cho tam giác BFC quay quanh BF.

$$V = V_1 - V_2 - V_3 = \pi DE^2.CD - \frac{1}{3}\pi DE^2.AE - \frac{1}{3}\pi CF^2.BF = 3\pi - \frac{1}{3}\pi - \frac{1}{3}\pi = \frac{7}{3}\pi.$$

Câu 29: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S, diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu bán kính a. Khi đó, thể tích của hình trụ bằng:

A. $\frac{1}{2}Sa$. **B.** $\frac{1}{3}Sa$. **C.** Sa. **D.** $\frac{1}{4}Sa$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi R và h là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ. Khi đó:

$S_d = \pi \mathrm{R}^2 \Rightarrow \pi \mathrm{R}^2 = 4\pi a^2$ (S_d là diện tích mặt cầu) $\Rightarrow R = 2\mathrm{a}$.

$S_{xq} = 2\pi \mathrm{R}h = S\left(S_{xq} = S\right) \Rightarrow h = \frac{S}{4\pi a}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $V = S_d.h = 4\pi a^2.\dfrac{S}{4\pi a} = Sa$.

Câu 30: Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Khối trụ có chiều cao h, đường kính đáy R thì có thể tích bằng $\pi R^2 h$

B. Khối nón có chiều cao h, bán kính đáy R thì có thể tích bằng $\dfrac{1}{3}\pi R^2 h$

C. Diện tích của mặt cầu có bán kính R bằng $4\pi R^2$

D. Gọi S, V lần lượt là diện tích mặt cầu và thể tích của khối có bán kính R. Nếu coi S, V là các hàm số của biến R thì V là một nguyên hàm của S trên khoảng $(0;+\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khối trụ có chiều cao h, đường kính đáy R thì có thể tích bằng $\pi\left(\dfrac{R}{2}\right)^2 h = \dfrac{\pi R^2 h}{4}$.

Câu 31: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O và O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tròn xoay có đỉnh là trung điểm của OO' và đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$; V_2 là thể tích khối trụ tròn xoay có hai đáy là hai đường tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{1}{4}$ **C.** $\dfrac{1}{6}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khi đó

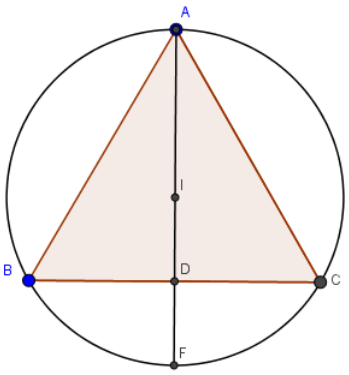
Ta có $V_1 = \dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\dfrac{a}{2} = \dfrac{\pi a^3}{12}$; $V_2 = \pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^2.a = \dfrac{\pi a^3}{4}$ suy ra $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$.

Câu 32: Một hình nón có góc ở đỉnh bằng $2\sqrt{17}$ nội tiếp trong một hình cầu. Biết thể tích khối nón bằng $\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$. Tính thể tích khối cầu.

A. 2π. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{8\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



.

Thiết diện qua trục như hình sau:

Vì góc ở đỉnh là $d\left[M;(d)\right]=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MA};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{5^2+5^2}}{\sqrt{1+2^2+(-1)^2}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ nên ΔABC là tam giác đều.

Ta có: $AD=BC.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=DC.\sqrt{3}\Rightarrow DC=\dfrac{\sqrt{3}}{3}AD$.

$V=3\pi\Rightarrow\dfrac{1}{3}\pi DC^2.AD=3\pi$.

$\Rightarrow\dfrac{1}{3}\pi.\dfrac{1}{3}.AD^3=3\pi\Rightarrow AD=3$.

Từ đó: Bán kính khối cầu là $R=\dfrac{2}{3}AD=2$.

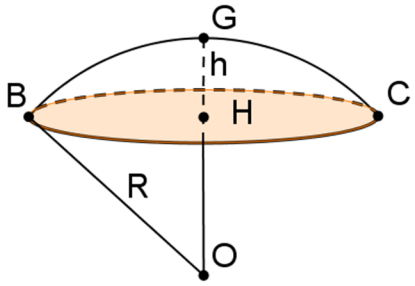
Thể tích khối cầu là: $V_C=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 33: Thể tích khối chỏm cầu bán kính R, chiều cao $h=\dfrac{R}{3}$. bằng

A. $h=\dfrac{8}{9}\pi \mathrm{R}^3$. **B.** $h=\dfrac{8}{27}\pi \mathrm{R}^3$. **C.** $h=\dfrac{8}{81}\pi \mathrm{R}^3$. **D.** $h=\dfrac{4}{3}\pi \mathrm{R}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



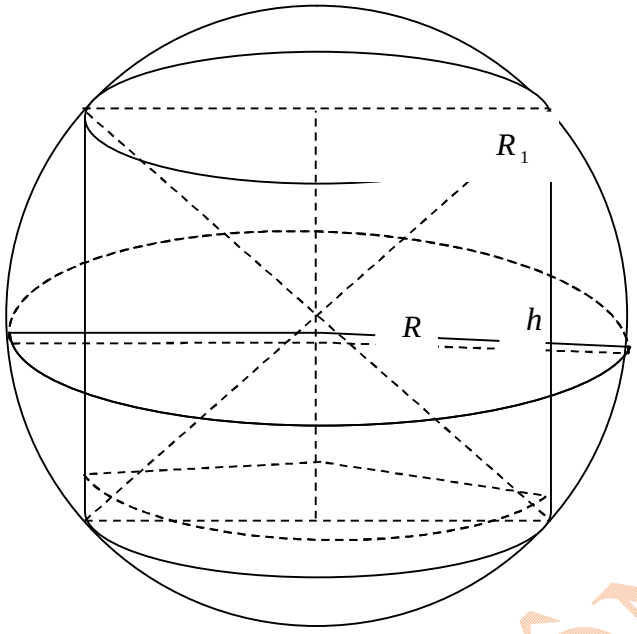
Ta có công thức $V=\pi h^2\left(R-\dfrac{h}{3}\right)=\pi\left(\dfrac{R}{3}\right)^2.\left(R-\dfrac{R}{9}\right)=\dfrac{8}{81}\pi R^3$.

Câu 34: Một hình trụ có đường kính đáy bằng chiều cao và nội tiếp trong mặt cầu bán kính R. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $\sqrt{2}\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $2\sqrt{2}\pi R^2$. **D.** $2\pi R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi h là chiều cao, R_1 là bán kính đáy của hình trụ. Vì hình trụ nội tiếp trong mặt cầu bán kính R nên ta có: $h^2+h^2=(2R)^2 \Rightarrow h=R\sqrt{2}$, $R_1=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

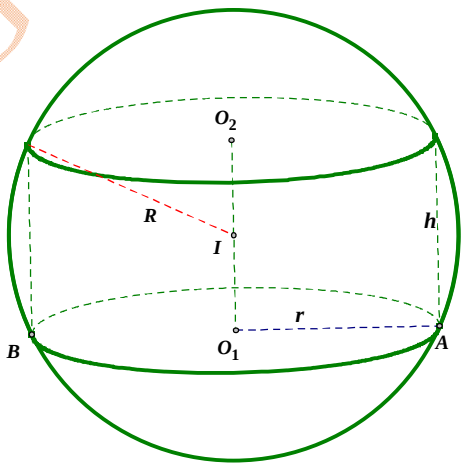
$\Rightarrow S_{xq}=2\pi.R_1.h=2\pi.\dfrac{R\sqrt{2}}{2}.R\sqrt{2}=2\pi R^2$.

Câu 35: Cho hình cầu (S) tâm I, bán kính R không đổi. Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp hình cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

A. $h=R\sqrt{2}$. **B.** $h=R$. **C.** $h=\dfrac{R}{2}$. **D.** $h=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $R^2=r^2+\dfrac{h^2}{4} \Rightarrow r=\sqrt{R^2-\dfrac{h^2}{4}}$.

Mà diện tích xung quanh hình trụ là $S=2\pi rh=2\pi h\sqrt{R^2-\dfrac{h^2}{4}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét hàm số $f(h)=\frac{h}{2}\sqrt{4R^2-h^2}=\frac{1}{2}\sqrt{h^2\left(4R^2-h^2\right)}\le R^2$, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $h=\sqrt{2}R$.

Câu 36: Xét hình trụ (T) có bán kính R, chiều cao h thoả mãn $R=2h\sqrt{3}$. (N) là hình nón có bán kính đáy R và chiều cao gấp đôi chiều cao của (T). Gọi (S_1) và (S_2) lần lượt là diện tích xung quanh của (T) và (N), khi đó $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_1=2\pi.R.h=\frac{2\pi R^2}{2\sqrt{3}}=\frac{\pi R^2}{\sqrt{3}}$.

Diện tích xung quanh hình nón là $S_2=\pi.R.l=\pi.R.\sqrt{h^2+R^2}=\pi.R.\sqrt{\frac{R^2}{3}+R^2}=\frac{2\pi R^2}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$.

Câu 37: Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đoạn thẳng nối hai điểm cùng thuộc một mặt cầu là một đường kính của mặt cầu đó.

B. Khoảng cách giữa hai đáy của một hình trụ bằng chiều cao của hình trụ đó.

C. Nếu mặt phẳng cắt mặt cầu thì giao tuyến của chúng là một đường tròn lớn của mặt cầu đó.

D. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm thuộc hai đường tròn đáy của một hình trụ bằng độ dài đường sinh của hình trụ đó.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Hai đáy của mặt trụ nằm trên hai mặt phẳng song song nên khoảng cách giữa hai đáy của hình trụ bằng chiều cao của hình trụ đó.

Câu 38: Khi cắt mặt cầu $S(O,R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R=1$,tính bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

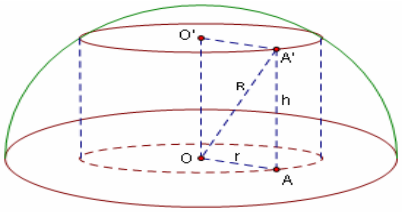
A. $r=\frac{\sqrt{6}}{3}, h=\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $r=\frac{\sqrt{6}}{2}, h=\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $r=\frac{\sqrt{3}}{3}, h=\frac{\sqrt{6}}{3}$. **D.** $r=\frac{\sqrt{3}}{2}, h=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm O' có hình chiếu của. O xuống mặt đáy (O'). Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy. dưới hình trụ trùng với tâm O của nửa mặt cầu.Ta có: $h^2+r^2=R^2\ (0<h\le R=1)\Rightarrow r^2=1-h^2$.

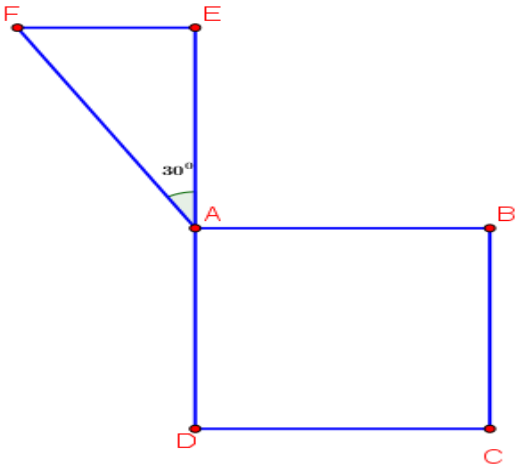
Thể tích khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi(1-\mathrm{h}^2)\mathrm{h}=f(\mathrm{h})\Rightarrow f'(\mathrm{h})=\pi(1-3\mathrm{h}^2)=0\Leftrightarrow \mathrm{h}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.



h	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1
f'(h)	+	0	−
f(h)	0	$\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$	0

Vậy: $\underset{(0;1]}{Max}V = \frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvtt) khi $r = \frac{\sqrt{6}}{3}$ và $h = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Tính thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF



A. $\frac{5\pi a^3}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{10\pi a^3}{9}$. **D.** $\frac{10\pi a^3}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $EF = AF.\tan\beta = a.\tan 30° = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Khi quay quanh trục DF, tam giác AEF tạo ra một hình nón có thể tích

$V_1 = \frac{1}{3}\pi.EF^2.AF = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.a = \frac{\pi a^3}{9}$

Khi quay quanh trục DF, hình vuông $ABCD$ tạo ra một hình trụ có thể tích

$V_2 = \pi.DC^2.BC = \pi.a^2.a = \pi a^3$

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay mô hình (như hình vẽ) quanh trục DF là

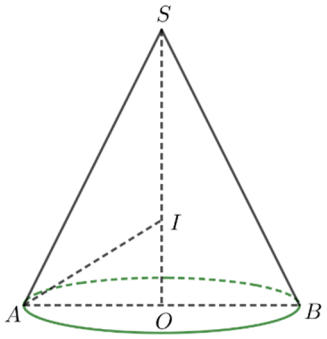
$V = V_1 + V_2 = \frac{\pi a^3}{9} + \pi a^3 = \frac{10}{9}\pi a^3$

Câu 40: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 6, chiều cao bằng 8. Biết rằng có một mặt cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón, đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của hình nón. Tính bán kính mặt cầu đó.

A. $1,75$. **B.** $4,25$. **C.** 3. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đường phân giác của góc $\widehat{SOA}$ cắt SO tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu cần tìm, bán kính $r = IO$.

Ta có: $SO = 8$, $OA = 6 \Rightarrow SA = 10$.

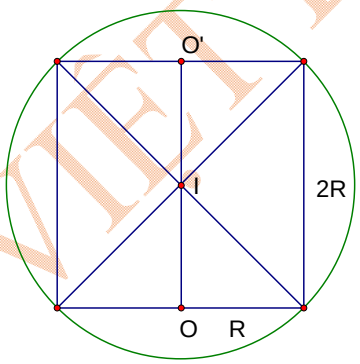
$\frac{SI}{IO} = \frac{SA}{OA} \Leftrightarrow \frac{SO - IO}{IO} = \frac{SA}{OA} \Leftrightarrow \frac{8 - r}{r} = \frac{10}{6} \Leftrightarrow r = 3$.

Câu 41: Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là

A. 8π **B.** 10π **C.** 6π **D.** 12π

Hướng dẫn giải

Chọn A



$S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi R2R = 4\pi R^2 = 4\pi \Rightarrow R = 1$.

Mặt cầu ngoại tiếp hình trụ có bán kính là $\frac{2R\sqrt{2}}{2} = R\sqrt{2} = \sqrt{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình trụ là $S = 4\pi\left(\sqrt{2}\right)^2 = 8\pi$.

Câu 42: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45°$, $\widehat{ACB} = 30°$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

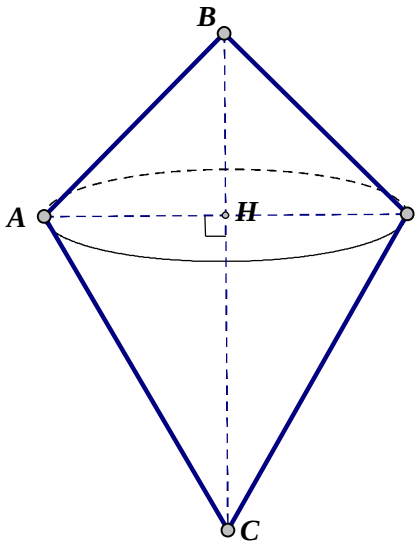
A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)}{2}$. **B.** $V = \frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{24}$.

C. $V = \frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{8}$. **D.** $V = \frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

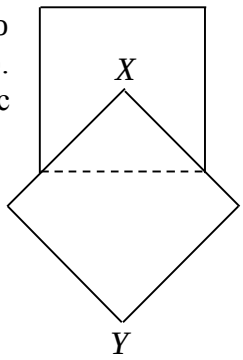


Ta có $\frac{AB}{\sin 30^\circ}=\frac{AC}{\sin 45^\circ}=\frac{BC}{\sin 105^\circ}\Rightarrow\begin{cases}AC=1\\BC=\sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\cdot\end{cases}$

Gọi H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A. Ta có $AH.BC=AB.AC.\sin 105^\circ \Rightarrow AH=\frac{1}{2}$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V=\frac{1}{3}\pi.AH^2.BC=\frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{24}$.

Câu 43: Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.



A. $V=\frac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. **B.** $V=\frac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

C. $V=\frac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **D.** $V=\frac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

□ ***Cách 1 :***

Khối tròn xoay gồm 3 phần:

Phần 1: khối trụ có chiều cao bằng 5, bán kính đáy bằng $\frac{5}{2}$ có thể tích $V_1=\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2\times 5=\frac{125\pi}{4}$.

Phần 2: khối nón có chiều cao và bán kính đáy bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ có thể tích

$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2\times\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{125\pi\sqrt{2}}{12}$

Phần 3: khối nón cụt có thể tích là

$$V_3=\frac{1}{3}\pi\times\frac{5\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}\times\left(\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2+\frac{5\sqrt{2}}{2}\times\frac{5}{2}\right)=\frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay là

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{125\pi}{4} + \frac{125\pi\sqrt{2}}{12} + \frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24} = \frac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}.$$

□ ***Cách 2 :***

Thể tích hình trụ được tạo thành từ hình vuông $ABCD$ là

$V_T = \pi R^2 h = \frac{125\pi}{4}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ hình vuông $XEYF$ là

$V_{2N} = \frac{2}{3}\pi R^2 h = \frac{125\pi\sqrt{2}}{6}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ tam giác XDC là

$V_{N'} = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{125\pi}{24}$

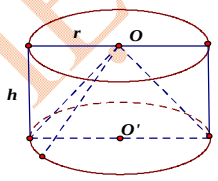
Thể tích cần tìm $V = V_T + V_{2N} - V_{N'} = 125\pi\frac{5+4\sqrt{2}}{24}$.

Câu 44: Một hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy. Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình trong đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ, V_2 là thể tích của hình nón. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 2. **B.** 3 **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

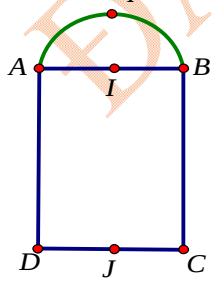
Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{Bh}{\frac{1}{3}Bh} = 3$.

Câu 45: Cho hình chữ nhật $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AB như hình vẽ. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Biết $AB = 4; AD = 6$ Thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục IJ là:



A. $V = \frac{88}{3}\pi$. **B.** $V = \frac{104}{3}\pi$. **C.** $V = \frac{40}{3}\pi$. **D.** $V = \frac{56}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Khi xoay mô hình quanh trục IJ thì nửa đường tròn tạo thành nửa mặt cầu có $R = 2$; hình chữ. nhật $ABCD$ tạo thành hình trụ có $r = 2; h = 6$.

$\Rightarrow$ Thể tích nửa khối cầu là $V_1=\frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{16\pi}{3}$. Thể tích khối trụ là $V_2=\pi r^2h=24\pi$.

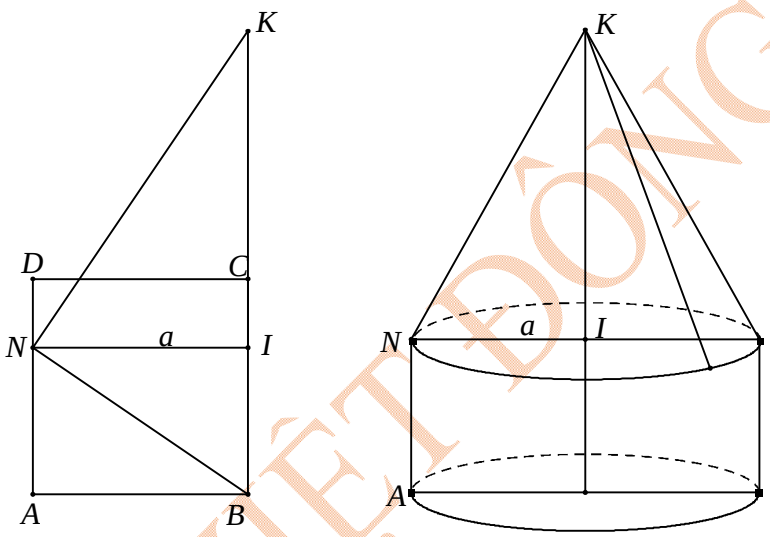
$\Rightarrow V=V_1+V_2=\frac{88\pi}{3}$.

Câu 46: Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a. Gọi N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $AN=2DN$. Đường thẳng qua N vuông góc với BN cắt BC tại K. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK bằng

A. $V=\frac{7}{6}\pi a^3$ **B.** $V=\frac{6}{7}\pi a^3$ **C.** $V=\frac{3}{2}\pi a^3$ **D.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Sau khi quay tứ giác $ANKB$ quanh trục BK ta được khối tròn xoay gồm một khối nón và khối trụ có chung đáy (hình vẽ).

Ta có $IB=AN=\frac{2}{3}a$.

Xét tam giác NKB vuông tại N, $BK=\frac{BN}{\cos\widehat{NBK}}=\frac{BN}{\frac{BI}{BN}}=\frac{BN^2}{BI}=\frac{BI^2+IN^2}{BI}=\frac{13a}{6}$.

Do đó $KI=BK-BI=\frac{3a}{2}$.

Thể tích khối nón là $V_1=\frac{1}{3}\pi NI^2.KI=\frac{1}{3}\pi.a^2.\frac{3}{2}a=\frac{a^3\pi}{2}$.

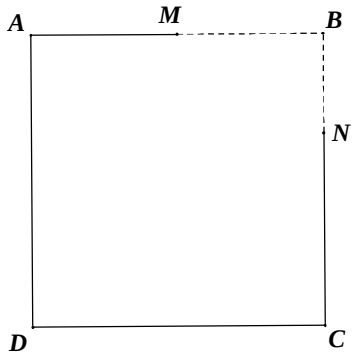
Thể tích khối trụ là $V_2=\pi.NI^2.BI=\pi.a^2.\frac{2}{3}a=\frac{2\pi a^3}{3}$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V=V_1+V_2=\frac{7\pi a^3}{6}$.

Câu 47: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $1\,m$. Gọi M là trung điểm của AB, N thuộc cạnh BC thỏa mãn $NC=2NB$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay khi quay đa giác $ADCNM$ quanh trục BC. Tính V..

$V=\frac{35\pi}{36}m^3$.

A. $V=\frac{5\pi}{6}m^3$. **B.** $V=\frac{17\pi}{18}m^3$.



C. $V=\dfrac{11\pi}{12}m^3$. **D.** .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi thể tích khối trụ tròn xoay khi quay hình vuông $ABCD$ quanh trục BC là V_1.

Gọi thể tích khối nón tròn xoay khi quay tam giác MBN quanh trục BC là V_2.

$V_1=\pi.r^2.h=\pi.1^2.1=\pi$; $MB = r_2=\dfrac{1}{2}$; $h = BN =\dfrac{1}{3}BC=\dfrac{1}{3}$.

$V_2=\dfrac{1}{3}\pi.r^2.h=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{1}{2}\right)^2.\dfrac{1}{3}=\dfrac{\pi}{36}$

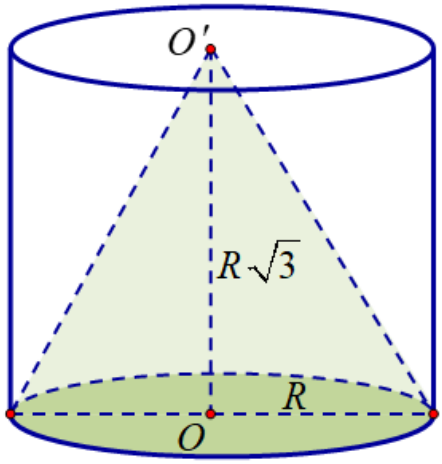
Vậy $V=V_1-V_2=\pi-\dfrac{\pi}{36}=\dfrac{35\pi}{36}$.

Câu 48: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'), chiều cao $R\sqrt{3}$ và bán kính đáy R. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có diện tích xung quanh của hình trụ là $S_1=2\pi Rh=2\pi R.R\sqrt{3}=2\pi R^2\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2=\pi Rl=\pi R.\sqrt{\left(R\sqrt{3}\right)^2+R^2}=2\pi R^2$.

Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{2\pi R^2\sqrt{3}}{2\pi R^2}=\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 49: Có một hộp nhựa hình lập phương, người ta bỏ vào hộp đó 1 quả bóng đá. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$, trong đó V_1 là thể tích của quả bóng đá, V_2 là thể tích của chiếc hộp đựng bóng. Biết các mặt của hình lập phương tiếp xúc với quả bóng.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{8}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi R là bán kính của mặt cầu, khi đó cạnh của hình lập phương là $2R$.

Ta được.

Thể tích hình lập phương là $V_2=8R^3$, thể tích quả bóng là $V_1=\frac{4\pi R^3}{3}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{6}$.

Câu 50: Cho một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$, với $OO'=R\sqrt{3}$ và một hình nón có đỉnh O' và đáy là hình tròn $(O;R)$. Kí hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón. Tính $k=\frac{S_1}{S_2}$.

A. $k=\sqrt{3}$. **B.** $k=\sqrt{2}$. **C.** $k=\frac{1}{2}$. **D.** $k=\frac{1}{3}$.

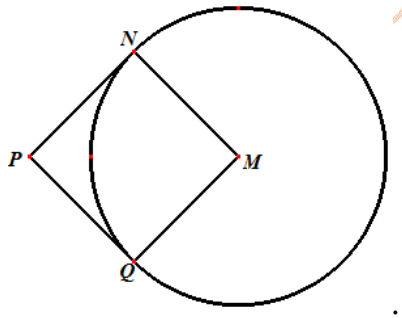
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $S_1=2\pi R.R\sqrt{3}=2\sqrt{3}\pi R^2$.

$S_2=\pi R\sqrt{3R^2+R^2}=2\pi R^2$. Vậy $\frac{S_1}{S_2}=\sqrt{3}=k$.

Câu 51: Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông $MNPQ$ có cạnh bằng 7 và hình tròn (C) có tâm M, đường kính bằng 14. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay mô hình trên quanh trục là đường thẳng PM.

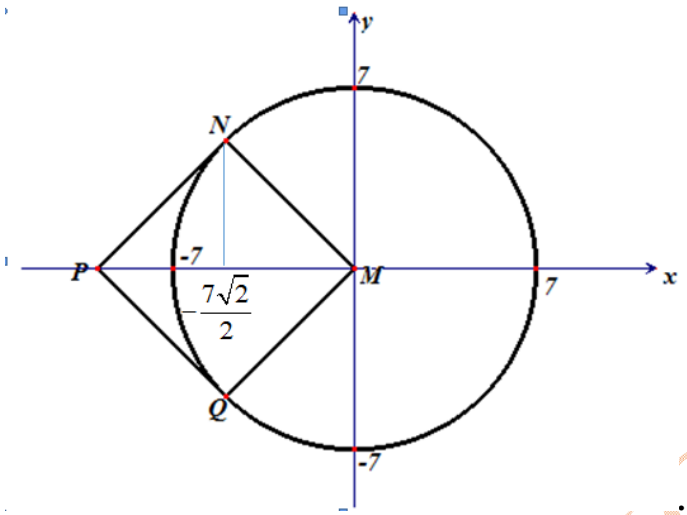


A. $V=\frac{343\left(6+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **B.** $V=\frac{343\left(4+3\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.

C. $V=\frac{343\left(12+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **D.** $V=\frac{343\left(7+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Khi đó ta có thể tích khối tròn xoay gồm chỏm cầu sinh bởi cung lớn NQ khi quay quanh Ox và khối nón đỉnh P, đường kính đáy là NQ.

Vậy thể tích được tính bằng:

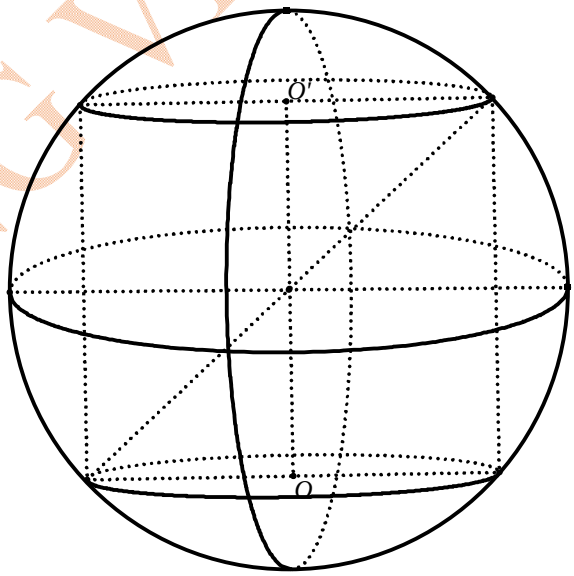
$$V=\pi\int\limits_{-\frac{7\sqrt{2}}{2}}^{7}\left(49-x^2\right)dx+\frac{1}{3}\pi.\frac{7\sqrt{2}}{2}.\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{343\left(4+3\sqrt{2}\right)\pi}{6}.$$

Câu 52: Một hình trụ có trục OO' chứa tâm của một mặt cầu bán kính R, các đường tròn đáy của hình trụ đều thuộc mặt cầu trên, đường cao của hình trụ đúng bằng R. Tính thể tích V của khối trụ?

A. $V=\frac{3\pi R^3}{4}$. **B.** $V=\pi R^3$. **C.** $V=\frac{\pi R^3}{4}$. **D.** $V=\frac{\pi R^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Đường kính đáy của khối trụ $2r=\sqrt{(2R)^2-R^2}=R\sqrt{3}\Rightarrow r=\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

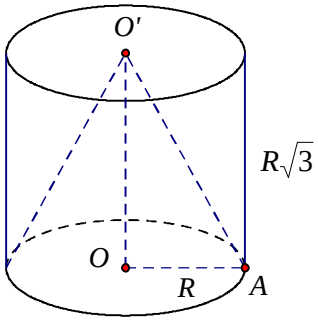
Thể tích của khối trụ $V=\pi r^2h=\pi\left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2R=\frac{3\pi R^3}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 53: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O'), chiều cao $R\sqrt{3}$, bán kính đáy R và hình nón có đỉnh là O', đáy là hình tròn $(O;R)$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích xung quanh của hình nón.

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải



Chọn B

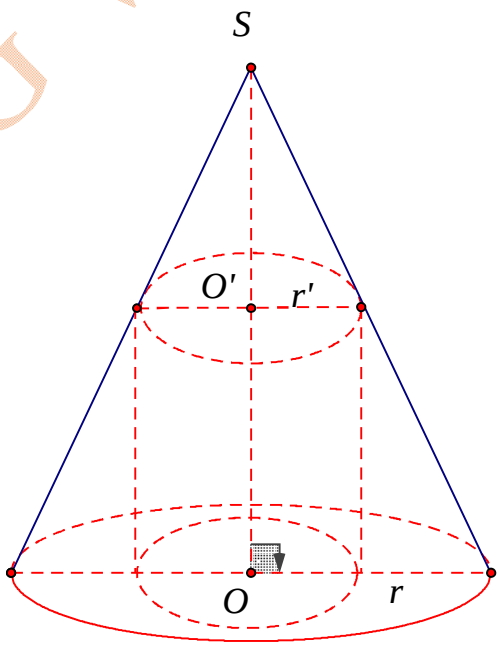
- Diện tích xung quanh hình trụ là $S_1 = 2\pi Rh = 2\sqrt{3}\pi R^2$.
- $O'A = \sqrt{OA^2 + OO'^2} = 2R$. Diện tích xung quanh hình nón là $S_2 = \pi Rl = 2\pi R^2$.
- Tỉ số: $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{2\sqrt{3}\pi R^2}{2\pi R^2} = \sqrt{3}$.

Câu 54: Cho hình nón có chiều cao h. Tính chiều cao x của khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón theo h.

A. $x = \dfrac{h}{2}$. **B.** $x = \dfrac{h}{3}$. **C.** $x = \dfrac{2h}{3}$. **D.** $x = \dfrac{h}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Theo định lí Ta-Let ta có: $\dfrac{SO'}{SO'+x} = \dfrac{h-x}{h} = \dfrac{r'}{r}$, $(0 < x < h)$.

Thể tích hình trụ là: $V = \pi r'^2 x = \pi \dfrac{\left[(h-x)r\right]^2}{h^2}.x = \dfrac{\pi r^2}{h^2}x(h-x)^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét $M(x)=x(h-x)^2=4.\frac{h-x}{2}.\frac{h-x}{2}.x\le 4\left(\frac{\frac{h-x}{2}+\frac{h-x}{2}+x}{3}\right)^3=\frac{4h^3}{27}$.

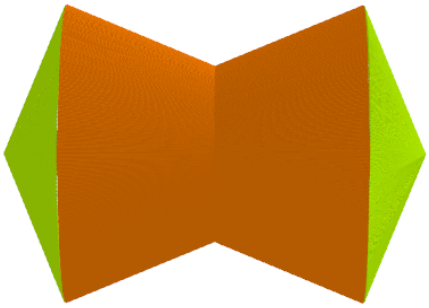
Dấu "=" xảy ra khi $\frac{h-x}{2}=x\Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

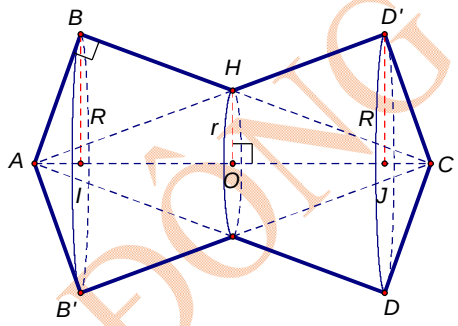
Câu 55: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6, AD=8$ (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh trục AC.

A. $V=110,525\pi$. **B.** $V=106,725\pi$. **C.** $V=100,425\pi$. **D.** $V=105,625\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B





• Khi quay hình chữ nhật quanh trục AC, ta thấy vật thể tròn xoay được tạo thành gồm hai khối nón có thể tích bằng nhau và hai khối nón cụt có thể tích bằng nhau (như hình vẽ trên).

Gọi V_1 là thể tích của mỗi hình nón và V_2 là thể tích của mỗi hình nón cụt thì ta có thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V=2(V_1+V_2)$.

• Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=6, AD=8$ nên $AC=\sqrt{AB^2+AD^2}=10$.

+ Xét tam giác vuông ABC có IB là đường cao nên ta có:

$$\frac{1}{IB^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{BC^2}=\frac{1}{6^2}+\frac{1}{8^2}=\frac{25}{576}\Rightarrow IB=\frac{24}{5}.$$

+ Vì tam giác $\Delta ABC=\Delta AD'C\Rightarrow \Delta HAC$ cân tại H nên $HO\perp AC$ (O là trung điểm của AC).

suy ra $OA=OC=\frac{AC}{2}=5$.

+ Xét ΔABC có $AB^2=AI.AC\Rightarrow AI=\frac{AB^2}{AC}=\frac{6^2}{10}=\frac{18}{5}$ nên $OI=OA-AI=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}$; $IC=\frac{32}{5}$.

+ Dễ thấy hai tam giác vuông COH, CIB đồng dạng nên ta có:

$$\frac{OH}{IB}=\frac{OC}{IC}\Rightarrow OH=\frac{IB.OC}{IC}=\frac{\frac{24}{5}.5}{\frac{32}{5}}=\frac{15}{4}.$$

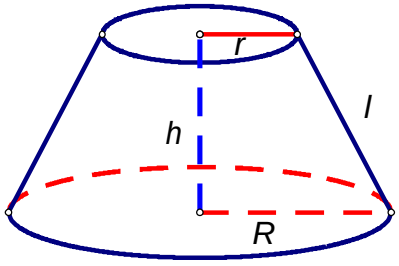
• Thể tích của mỗi hình nón là $V_1=\frac{1}{3}\pi.IB^2.AI=\frac{1}{3}\pi.\left(\frac{24}{5}\right)^2.\frac{18}{5}=27,648\pi$ (đvtt).

Và thể tích của mỗi hình nón cụt là $V_2=\frac{1}{3}\pi.OI.\left(IB^2+OH^2+IB.OH\right)$.

$=\frac{1}{3}\pi.\frac{7}{5}.\left[\left(\frac{24}{5}\right)^2+\left(\frac{15}{4}\right)^2+\frac{24}{5}.\frac{15}{4}\right]=25,7145\pi$ (đvtt).

• Vậy thể tích cần tìm là $V=2(V_1+V_2)=2(27,648\pi+25,7145\pi)=106,725\pi$ (đvtt).

Ghi nhớ:

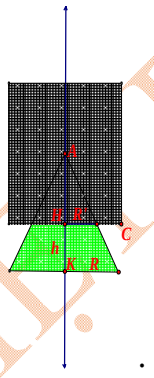
Thể tích khối nón cụt		$\begin{cases} S_{xq} = \pi l(R+r) \\ V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + Rr) \end{cases}$

Câu 56: Cho tam giác đều và hình vuông cùng có cạnh bằng 4 được xếp chồng lên nhau sao cho một đỉnh của tam giác đều trùng với tâm của hình vuông, trục của tam giác đều trùng với trục của hình vuông (như hình vẽ). Thể tích của vật thể tròn xoay sinh bởi hình đã cho khi quay quanh trục AB là.

A. $\frac{136\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{128\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\frac{144\pi + 24\pi\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{48\pi + 7\pi\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Khi xoay quanh trục AB thì :

Phần hình vuông phía trên trở thành lăng trụ có bán kính R = 2, chiều cao h = 4.

$\rightarrow V_1 = \pi 2^2.4 = 16\pi$.

Phần dưới trở thành hình nón cụt với.

$h = HK = AK - AH = 2\sqrt{3} - 2 = 2\left(\sqrt{3} - 1\right); R = 2$

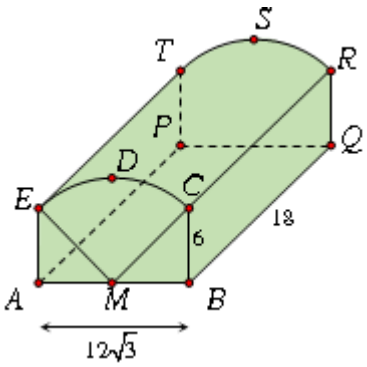
$\frac{R'}{R} = \frac{AH}{AK} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow R' = \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Áp dụng $V = \frac{1}{3}\pi h\left(R^2 + R'^2 + RR'\right) = ... = \left(\frac{24\sqrt{3} - 8}{9}\right)\pi$.

Vậy $V = V_1 + V_2 = \left(\frac{24\sqrt{3} + 136}{9}\right)\pi$.

Câu 57: Một hộp nữ trang (xem hình vẽ) có mặt bên $ABCDE$ với $ABCE$ là hình chữ nhật, cạnh cong CDE là một cung của đường tròn có tâm là trung điểm M của đoạn thẳng AB. Biết $AB = 12\sqrt{3}$ cm , $BC = 6$ cm và $BQ = 18$ cm . Hãy tính thể tích của hộp nữ trang.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $261\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)\text{cm}^3$.

B. $216\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)\text{cm}^3$.

C. $261\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$.

D. $216\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

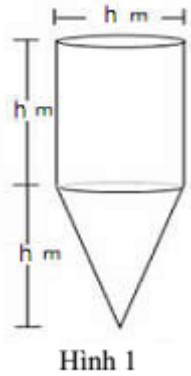
Ta có $V=BQ.S_{ABCDE}$.

Trong đó $S_{ABCDE}=S_{ABCE}+S_{CDE}=S_{ABCE}+\left(S_{MCDE}-S_{\Delta MCE}\right)$

$=6.12\sqrt{3}+\left(\frac{\pi.12^2.120}{360}-\frac{1}{2}.6.12\sqrt{3}\right)=12\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)$.

Thể tích hộp nữ trang là $V=18.12\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)=216\left(3\sqrt{3}+4\pi\right)\text{cm}^3$.

Câu 58: Người ta thiết kế một bể chứa nước như hình 1 thể tích nước là $4m^3$.



Hình 1

Khi đó h gần bằng với giá trị nào sau đây:

A. 1 **B.** 4 **C.** 1,5 **D.** 2

Hướng dẫn giải

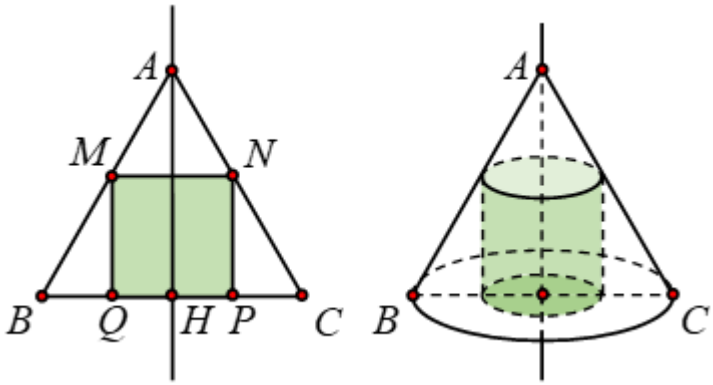
Chọn D

Câu 59: Cho tam giác đều ABC cạnh 1 và hình vuông $MNPQ$ nội tiếp trong tam giác ABC (M thuộc AB, N thuộc AC, P, Q thuộc BC). Gọi S là phần mặt phẳng chứa các điểm thuộc tam giác ABC nhưng không chứa các điểm thuộc hình vuông $MNPQ$. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục là đường thẳng qua A vuông góc với BC là

A. $\frac{810-467\sqrt{3}}{24}\pi$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}-3}{96}\pi$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}-3}{96}$. **D.** $\frac{54-31\sqrt{3}}{12}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay S quanh trục là đường thẳng AH bằng hiệu thể tích khối nón khi quay tam giác ABC và thể tích khối trụ khi quay hình vuông $MNPQ$ quanh trục là đường thẳng AH.

Gọi độ dài cạnh hình vuông là x. Khi đó: $\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=1-\frac{CN}{CA}=1-\frac{NP}{AH}$

$$\Rightarrow \frac{x}{1}=1-\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow x=2\sqrt{3}-3$$

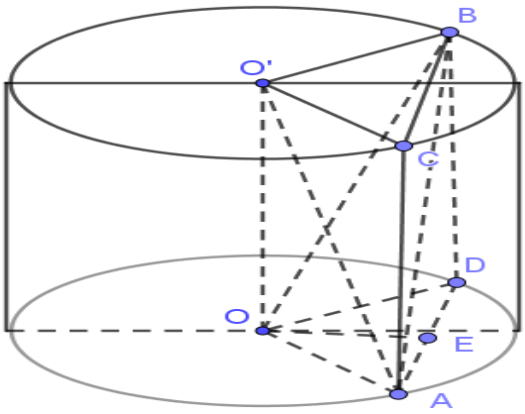
$$\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi.\left(\frac{1}{2}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{2}-\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2.x=\frac{810-467\sqrt{3}}{24}\pi.$$

Câu 60: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a, trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Thể tích tứ diện $OO'AB$ là

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Dựng hình chữ nhật $ADBC$, ta có: $AD=a\sqrt{3}$, $OA=OD=a$, $OE=\frac{a}{2}$.

$$V_{OO'AB}=\frac{1}{3}V_{OAD.O'CB}=\frac{1}{3}.S_{OAD}OO'=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.AD.OE.OO'=\frac{1}{6}.a\sqrt{3}.\frac{a}{2}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

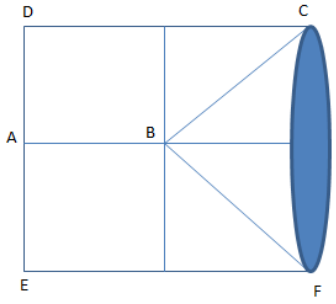
Câu 61: Cho hình thang vuông $ABCD$ có độ dài hai đáy $AB=2a, DC=4a$, đường cao $AD=2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng AB thu được khối tròn xoay (H). Tính thể tích V của khối (H).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $V=16\pi a^3$.. **B.** $V=\dfrac{20\pi a^3}{3}$.. **C.** $V=8\pi a^3$.. **D.** $V=\dfrac{40\pi a^3}{3}$..

Hướng dẫn giải

Chọn D



Thể tích V của khối (H) bằng thể tích của khối trụ $DCFE$ trừ thể tích khối nón BCF.

Vậy thể tích cần tìm:

$V=V_{DCFE}-V_{BCF}=\pi(2a)^2.4a-\dfrac{1}{3}\pi(2a)^2.2a=\dfrac{40\pi a^3}{3}$.

Câu 62: Cho hình nón có đáy là hình tròn tâm O, bán kính R và có chiều cao h. Hãy tính chiều cao của hình trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong hình nón đã cho.

A. $\dfrac{h}{4}$. **B.** $\dfrac{h}{2}$. **C.** $\dfrac{h}{3}$. **D.** $\dfrac{3h}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt h', $r\left(0<h'<h,0<r<R\right)$ lần lượt là chiều cao và bán kính hình trụ.

Ta có thể tích khối trụ là $V=h'.\pi r^2$.

Lại có ΔNPB đồng dạng ΔSOB nên: $\dfrac{h'}{h}=\dfrac{R-r}{R}\Rightarrow h'=h-\dfrac{hr}{R}$.

Ta được $V=h'.\pi r^2=\pi r^2\left(h-\dfrac{hr}{R}\right)=\dfrac{4\pi h}{R}.\dfrac{r}{2}.\dfrac{r}{2}(R-r)\overset{Cosi}{\le}\dfrac{4\pi h}{R}.\left(\dfrac{\frac{r}{2}+\frac{r}{2}+R-r}{3}\right)^3=\dfrac{4\pi hR^2}{27}$.

Vậy $V_{\max}=\dfrac{4\pi hR^2}{27}$ đạt được khi $\dfrac{r}{2}=R-r\Leftrightarrow r=\dfrac{2}{3}R\Rightarrow h'=\dfrac{1}{3}h$.

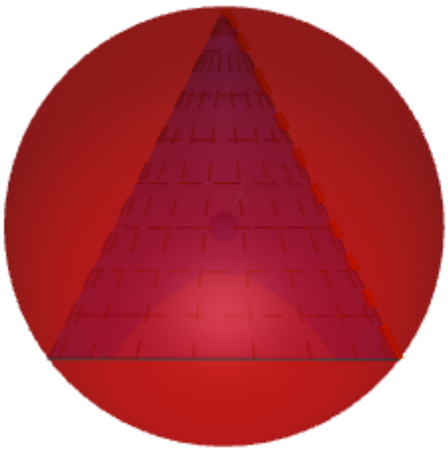
Câu 63: Cho mặt cầu (S) có bán kính R không đổi, hình nón (H) bất kì nội tiếp mặt cầu (S). Thể tích khối nón (H) là V_1; và thể tích phần còn lại của khối cầu là V_2. Giá trị lớn nhất của $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng:

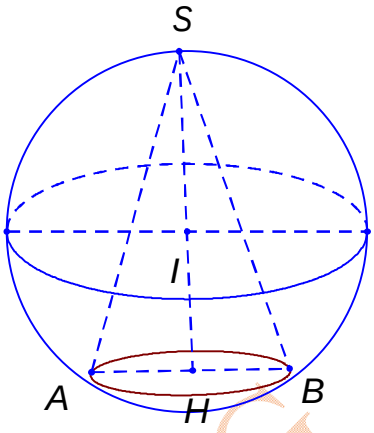
A. $\dfrac{76}{32}$. **B.** $\dfrac{32}{81}$. **C.** $\dfrac{32}{76}$. **D.** $\dfrac{81}{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG





Gọi I , S là tâm mặt cầu và đỉnh hình nón.

Gọi H là tâm đường tròn đáy của hình nón và AB là một đường kính của đáy.

Ta có $\frac{V_1}{V_2}+1=\frac{V}{V-V_1}$. Do đó để $\frac{V_1}{V_2}$ đạt GTLN thì V_1 đạt GTLN.

TH 1: Xét trường hợp $SI \le R$

Khi đó thể tích của hình nón đạt GTLN khi $SI = R$ Lúc đó $V_1=\frac{\pi R^3}{3}$.

TH 2: $(SI > R)I$ nằm trong tam giác SAB như hình vẽ.

Đặt $IH = x(x>0)$. Ta có

$$V_1=\frac{1}{3}\pi HA^2.SH=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-x^2\right)(R+x)=\frac{\pi}{6}(2R-2x)(R+x)(R+x)\le\frac{\pi}{6}\left(\frac{4R}{3}\right)^3=\frac{32\pi}{81}R^3.$$

Dấu bằng xảy ra khi $x=\frac{R}{3}$.

Khi đó $\frac{V_1}{V_2}=\frac{V}{V-V_1}-1=\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3-\frac{32}{81}\pi R^3}-1=\frac{8}{19}$.

Câu 64: Hình trụ bán kính đáy r. Gọi O và O' là tâm của hai đường tròn đáy với $OO'=2r$. Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại O và O'. Gọi V_C và V_T lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó $\frac{V_C}{V_T}$ là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có thể tích của khối cầu là $V_C=\frac{4}{3}\pi r^3$.

Thể tích của khối trụ là $V_T=\pi r^2 l=2\pi r^3$.

Khi đó $\frac{V_C}{V_T}=\frac{2}{3}$.

Câu 65: Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác đều cạnh bằng 2. Một mặt cầu có diện tích bằng diện tích toàn phần của hình nón. Tính bán kính của mặt cầu.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

◆ Vì thiết diện qua trụ là tam giác đều cạnh bằng 2 nên hình nón có bán kính $r=1$, độ dài đường sinh $l=2$.

◆ Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp}=\pi r\left(l+r\right)=3\pi$.

◆ Mặt cầu có bán kính R thì có diện tích $S_{mc}=4\pi R^2$.

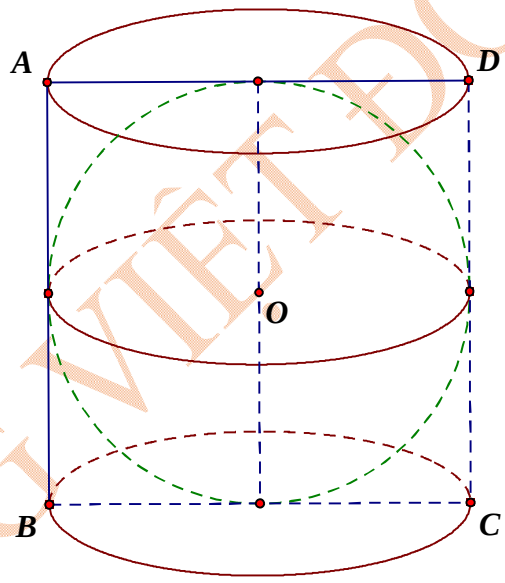
◆ Theo đề bài thì $4\pi R^2=3\pi\Rightarrow R=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 66: Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ và hai đáy của hình trụ. Tỉ số thể tích của khối trụ và khối cầu là.

A. 2. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Do thiết diện đi qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh $2a$ nên bán kính đáy, chiều cao của hình trụ lần lượt là và mặt cầu nội tiếp khối trụ có bán kính là a..

Thể tích khối trụ là: $V_T=h.\pi.R^2=2.\pi.a^3$..

Thể tích khối cầu là: $V_C=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi a^3$..

Tỉ số thể tích là $\frac{V_T}{V_C}=\frac{3}{2}$..

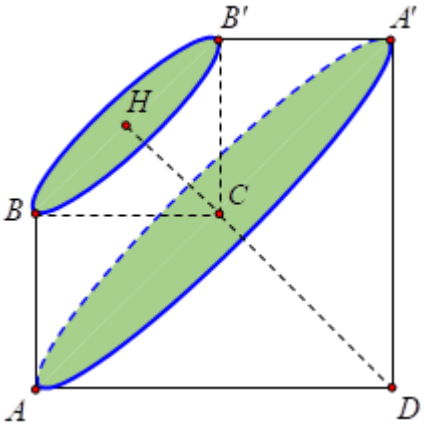
Câu 67: Cho hình thang $ABCD$ có $\widehat{A}=\widehat{B}=90°$, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi hình thang $ABCD$ quay quanh CD.

A. $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$. **C.** $\frac{7\pi a^3}{6}$. **D.** $\frac{7\pi a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Khối nón đỉnh D, trục CD có chiều cao $CD=a\sqrt{2}$, bán kính đáy $CA=a\sqrt{2}$ nên có thể tích $V_1=\frac{1}{3}CD.\pi.CA^2=\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Khối chóp cụt có trục $CH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$, hai đáy có bán kính $CA=a\sqrt{2}$ và $HB=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ nên thể tích khối chóp cụt là $V_2=\frac{1}{3}CH.\pi.\left(CA^2+HB^2+CA.HB\right)=\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{12}$

Khối chóp đỉnh C, trục CH có thể tích $V_3=\frac{1}{3}CH.\pi.HB^2=\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$

Vậy thể tích khối tròn xoay cần tính là: $V=V_1+V_2-V_3=\frac{7\sqrt{2}\pi a^3}{6}$.

Câu 68: Từ một khối đất sét hình trụ tròn có chiều cao 20 cm, đường tròn đáy có bán kính 8 cm. Bạn Na muốn chế tạo khối đất đó thành nhiều khối cầu và chúng có cùng bán kính 4 cm. Hỏi bạn Na có thể làm ra được tối đa bao nhiêu khối cầu?

A. 15 khối **B.** 30 khối **C.** 20 khối **D.** 45 khối

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi V_1 là thể tích khối đất sét hình trụ tròn. Suy ra: $V_1=20\pi.8^2=1280\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

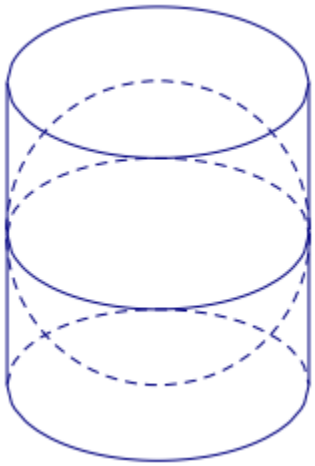
Gọi V_2 là thể tích một khối cầu. Suy ra: $V_2=\frac{4}{3}\pi.4^3=\frac{256}{3}\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Lập tỉ số $\frac{V_1}{V_2}=15$.

Vậy có thể làm ra tối đa 15 khối cầu.

Câu 69: Bên trong một khối trụ có một khối cầu nội tiếp khối trụ như hình vẽ bên. Gọi V_1 là thể tích của khối trụ và V_2 là thể tích của khối cầu. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $\frac{V_1}{V_2}=3$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi bán kính mặt cầu là R khi đó bán kính trụ là R và chiều cao trụ là $h=2R$.

Ta có $V_1=\pi R^2h=2\pi R^3$; $V_2=\frac{4}{3}\pi R^3$.

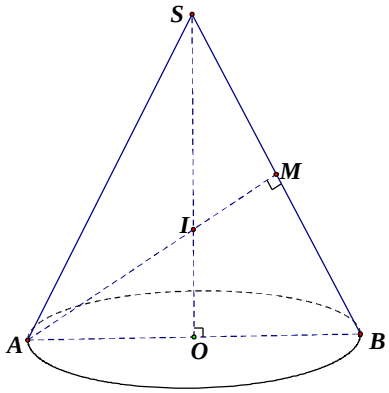
Suy ra $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3}{2}$.

Câu 70: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu nội tiếp và nội tiếp hình nón đã cho. Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử cạnh của tam giác đều SAB bằng 1.

Gọi thiết diện qua trục hình nón là tam giác đều SAB.

Gọi I là trọng tâm tam giác đều SAB, khi đó I là tâm mặt cầu nội tiếp hình nón cũng là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là $R=SI=\frac{2}{3}SO=\frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Bán kính mặt cầu nội tiếp hình nón là $r=IO=\frac{1}{3}SO=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình nón là $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi$.

Thể tích mặt cầu nội tiếp hình nón là $V_2 = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\sqrt{3}}{54}\pi$.

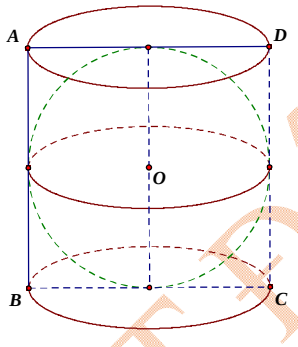
Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 8$.

Câu 71: Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của hình trụ và hai đáy của hình trụ. Tỉ số thể tích của khối trụ và khối cầu là.

A. 2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Do thiết diện đi qua trục của hình trụ là hình vuông cạnh $2a$ nên bán kính đáy, chiều cao của hình trụ lần lượt là và mặt cầu nội tiếp khối trụ có bán kính là a.

Thể tích khối trụ là: $V_T = h.\pi.R^2 = 2.\pi.a^3$.

Thể tích khối cầu là: $V_C = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Tỉ số thể tích là $\frac{V_T}{V_C} = \frac{3}{2}$.

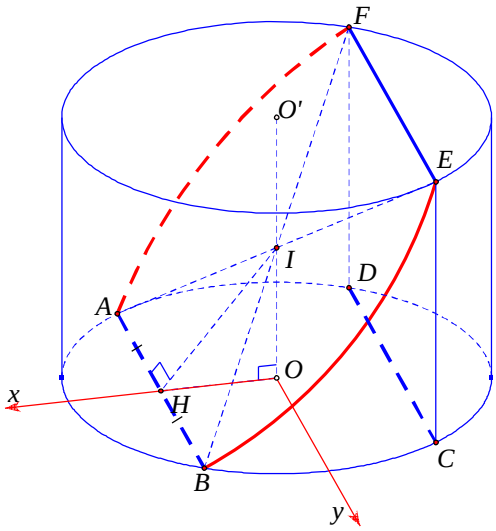
Câu 72: Cho khối trụ có chiều cao $h = 16$ và hai đáy là hai đường tròn tâm O, O' với bán kính $R = 12$. Gọi I là trung điểm của OO' và AB là một dây cung của đường tròn (O) sao cho $AB = 12\sqrt{3}$. Tính diện tích thiết diện của khối trụ với mặt phẳng (IAB).

A. $120\sqrt{3}$. **B.** $48\pi + 24\sqrt{3}$. **C.** $60\sqrt{3} + 40\pi$. **D.** $120\sqrt{3} + 80\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi d là khoảng cách từ O đến dây cung $AB \Rightarrow d = \sqrt{R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 6$.

Gọi α là góc tạo bởi thiết diện với mặt đáy. Do đó $\tan\alpha = \frac{h/2}{d} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{5}$.

Đưa hệ trục tọa độ Oxy vào mặt phẳng đáy, gốc trùng với tâm O, trục Ox vuông góc với AB, trục Oy song song với AB.

Do đó $S_{ABCD} = 2\int_{-6}^{6} \sqrt{12^2 - x^2}\,dx = 72\sqrt{3} + \frac{144\pi}{3}$.

Áp dụng công thức $\cos\alpha = \frac{S_{ABCD}}{S_{thietdien}}$ suy ra $S_{thietdien} = \frac{S_{ABCD}}{\cos\alpha} = 120\sqrt{3} + 80\pi$.

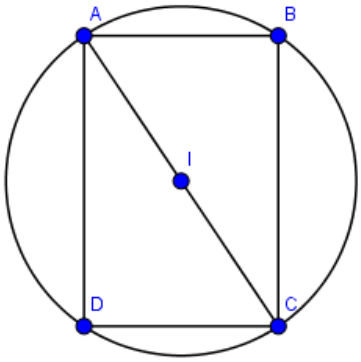
Câu 73: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Gọi (T) là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên (S) và có thiết diện qua trục của (T) lớn nhất. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T).

A. $S_{tp} = 6\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $S_{tp} = 6\pi a^2$. **C.** $S_{tp} = 9\pi a^2$. **D.** $S_{tp} = 9\pi a^2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hình vẽ thiết diện qua trục như sau:



Ta có: $AC = 2R = 2a\sqrt{3}$.

Đặt $AD = x$, ta có: $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{12a^2 - x^2}$

Vì thiết diện qua trục là lớn nhất nên $AD.CD$ lớn nhất.

Xét hàm số: $f(x) = x.\sqrt{12a^2 - x^2}, x \in \left[0; 2a\sqrt{3}\right]$.

Ta có: $f'(x)=\sqrt{12a^2-x^2}+x.\dfrac{-2x}{2\sqrt{12a^2-x^2}}=\dfrac{12a^2-2x^2}{\sqrt{12a^2-x^2}}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{12a^2-2x^2}{\sqrt{12a^2-x^2}}=0\Leftrightarrow x=a\sqrt{6}$

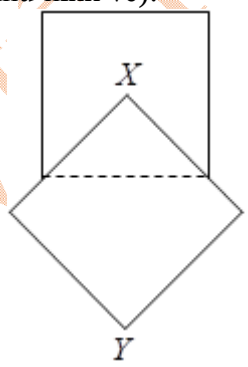
Ta có: $f\left(a\sqrt{6}\right)=a\sqrt{6}.\sqrt{12a^2-\left(a\sqrt{6}\right)^2}=a\sqrt{6}.a\sqrt{6}=6a^2$; $f\left(2a\sqrt{3}\right)=0$; $f(0)=0$

x	0		$a\sqrt{6}$		$2a\sqrt{3}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$6a^2$	↘	0

Vậy hình trụ có: bán kính đáy $R=\dfrac{CD}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$; chiều cao $h=AD=a\sqrt{6}$

$S_{tp}=2\pi r(r+h)=2\pi.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}+a\sqrt{6}\right)=9\pi a^2$.

Câu 74: Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ).



Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.

A. $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$.

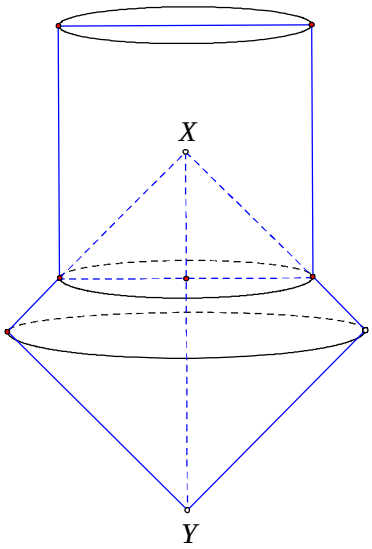
B. $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

C. $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.

D. $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Cách 1 :

Khối tròn xoay gồm 3 phần:

Phần 1: khối trụ có chiều cao bằng 5, bán kính đáy bằng $\frac{5}{2}$ có thể tích $V_1 = \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times 5 = \frac{125\pi}{4}$.

Phần 2: khối nón có chiều cao và bán kính đáy bằng $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ có thể tích

$$V_2 = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{125\pi\sqrt{2}}{12}$$

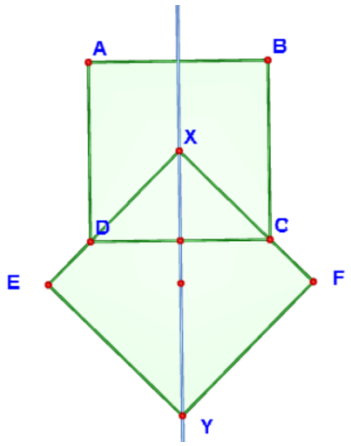
Phần 3: khối nón cụt có thể tích là

$$V_3 = \frac{1}{3}\pi \times \frac{5\left(\sqrt{2}-1\right)}{2} \times \left(\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5\sqrt{2}}{2} \times \frac{5}{2}\right) = \frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay là

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{125\pi}{4} + \frac{125\pi\sqrt{2}}{12} + \frac{125\left(2\sqrt{2}-1\right)\pi}{24} = \frac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}.$$

Cách 2 :



Thể tích hình trụ được tạo thành từ hình vuông $ABCD$ là

$$V_T = \pi R^2 h = \frac{125\pi}{4}$$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ hình vuông $XEYF$ là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$V_{2N}=\frac{2}{3}\pi R^2 h=\frac{125\pi\sqrt{2}}{6}$

Thể tích khối tròn xoay được tạo thành từ tam giác XDC là

$V_{N'}=\frac{1}{3}\pi R^2 h=\frac{125\pi}{24}$

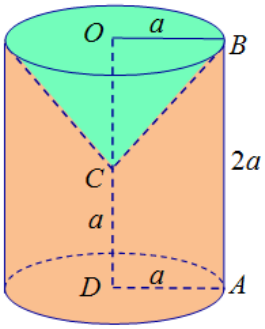
Thể tích cần tìm $V=V_T+V_{2N}-V_{N'}=125\pi\frac{5+4\sqrt{2}}{24}$.

Câu 75: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AD=CD=a$, $AB=2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh đường thẳng CD. Thể tích khối tròn xoay thu được là:

A. πa^3. **B.** $\frac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{7\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi (T) là khối trụ có đường cao là $2a$, bán kính đường tròn đáy là a và (N) là khối nón có đường cao là a, bán kính đường tròn đáy là a.

Ta có:

Thể tích khối trụ (T) là: $V_1=\pi.a^2.2a=2\pi.a^3$.

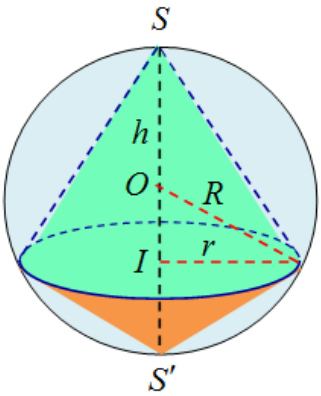
Thể tích khối nón (N) là: $V_2=\frac{1}{3}\pi.a^2.a=\frac{\pi.a^3}{3}$.

Thể tích khối tròn xoay thu được là: $V=V_1-V_2=2\pi.a^3-\frac{\pi.a^3}{3}=\frac{5\pi a^3}{3}$.

Câu 76: Cho mặt cầu (S) bán kính R. Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là:

A. $\frac{32\pi R^3}{27}$. **B.** $\frac{32R^3}{27}$. **C.** $\frac{32\pi R^3}{81}$. **D.** $\frac{32R^3}{81}$.

Hướng dẫn giải



Chọn C

Ta có thể tích khối nón đỉnh S lớn hơn hoặc bằng thể tích khối nón đỉnh S'. Do đó chỉ cần xét khối nón đỉnh S có bán kính đường tròn đáy là r và đường cao là $SI = h$ với $h \ge R$.

Thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) là:

$$V = \frac{1}{3}h.S_{(C)} = \frac{1}{3}h.\pi.r^2 = \frac{1}{3}h.\pi.\left[R^2 - (h-R)^2\right] = \frac{1}{3}\pi\left(-h^3 + 2h^2R\right).$$

Xét hàm số: $f(h) = -h^3 + 2h^2R$ với $h \in [R; 2R)$.

Ta có $f'(h) = -3h^2 + 4hR$.

$f'(h) = 0 \Leftrightarrow -3h^2 + 4hR = 0 \Leftrightarrow h = 0$ (loại) hoặc $h = \frac{4R}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	R		$\frac{4R}{3}$		$2R$
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$	R^3	↗	$\frac{32R^3}{27}$	↘	0

Ta có: $\max f(h) = \frac{32}{27}R^3$ tại $h = \frac{4R}{3}$.

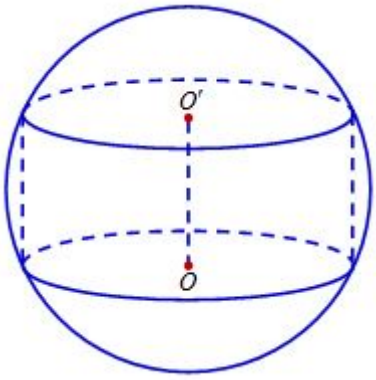
Vậy thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất là $V = \frac{1}{3}\pi\frac{32}{27}R^3 = \frac{32}{81}\pi R^3$ khi $h = \frac{4R}{3}$.

Chú ý: Sau khi tính được $V = \frac{1}{3}\pi\left(-h^3 + 2h^2R\right)$ ta có thể làm như sau:

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(-h^3 + 2h^2R\right) = \frac{1}{3}\pi h^2(2R - h) = \frac{\pi}{6}.h.h(4R - 2h) \le \frac{\pi}{6}\left(\frac{h + h + 4R - 2h}{3}\right)^3 = \frac{32\pi R^3}{81}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $h = 4R - 2h \Leftrightarrow h = \frac{4R}{3}$.

Câu 77: Cho khối cầu (S) tâm I, bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h = R\sqrt{2}$. **B.** $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$. **C.** $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải.

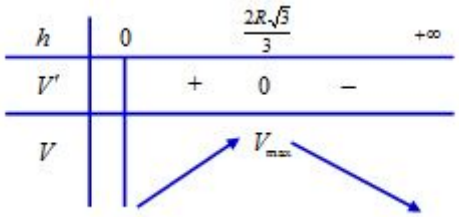
Chọn D

Ta có $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$.

Thể tích của khối trụ: $V=\pi\left(R^2-\frac{h^2}{4}\right)h \Leftrightarrow V=\pi R^2h-\frac{\pi h^3}{4}$.

Ta có $V'=\pi R^2-\frac{3\pi}{4}h^2, \Rightarrow V'=0 \Leftrightarrow h=\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:



Vậy thể tích khối trụ lớn nhất khi $h=\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 78: Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4, diện tích đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1. Tính thể tích V khối trụ đó.

A. $V=10$. **B.** $V=8$. **C.** $V=4$. **D.** $V=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi r, h, S, S_1 lần lượt là bán kính hay đáy, chiều cao, diện tích xung quanh và diện tích một đáy của hình trụ.

Vì diện tích đáy bằng diện tích của mặt cầu có bán kính bằng 1 nên $S_1=4\pi$, suy ra $\pi r^2=4\pi \Leftrightarrow r=2$.

Hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4 nên $S=2\pi rh=4 \Leftrightarrow \pi rh=2 \Rightarrow \pi h=1$.

Vậy $V=\pi r^2h=4$.

Câu 79: Chỉ ra khẳng định sai trong các khẳng định sau.

A. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đường tròn đáy r và chiều cao của trụ l là $S_{tp}=2\pi r(l+r)$

B. Khối lăng trụ có đáy có diện tích đáy là B, đường cao của lăng trụ là h, khi đó thể tích khối lăng trụ là $V=Bh$

C. Diện tích xung quanh của mặt nón có bán kính đường tròn đáy r và đường sinh l là $S=\pi rl$

D. Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V=4\pi R^3$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Mặt cầu có bán kính là R thì thể tích khối cầu là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

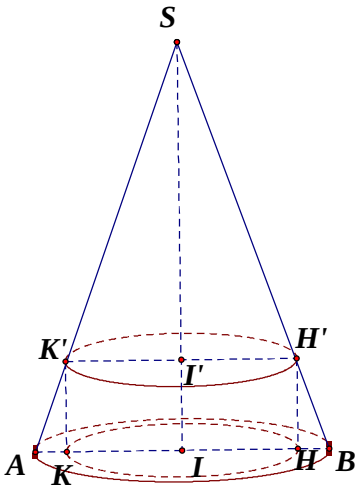
Câu 80: Cho hình nón (N) có bán kính đáy $r=20(cm)$, chiều cao $h=60(cm)$ và một hình trụ (T) nội tiếp hình nón (N) (hình trụ (T) có một đáy thuộc đáy hình nón và một đáy nằm trên mặt xung quanh của hình nón). Tính thể tích V của hình trụ (T) có diện tích xung quanh lớn nhất?

A. $V=4000\pi(cm^3)$. **B.** $V=\frac{32000}{9}\pi(cm^3)$.

C. $V=3600\pi(cm^3)$. **D.** $V=3000\pi(cm^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi độ dài bán kính hình trụ là $x\,cm\left(0<x<20\right)$, chiều cao của hình trụ là h'.

Ta có: $\frac{h'}{h}=\frac{SI'}{SI}=\frac{I'K'}{AI}\Leftrightarrow\frac{SI-II'}{SI}=\frac{I'K'}{AI}\Leftrightarrow\frac{h-h'}{h}=\frac{x}{r}\Leftrightarrow\frac{60-h'}{60}=\frac{x}{20}$.

$\Leftrightarrow 60-h'=3x\Leftrightarrow h'=60-3x$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$S=2\pi x.h'=2\pi x\left(60-3x\right)\ 2\pi\left(60x-3x^2\right)=2\pi\left[100-3\left(x-10\right)^2\right]\le 200\pi$.

Diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất khi $x=10$.

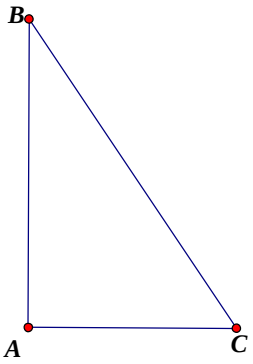
Khi đó thể tích khối trụ là: $V=\pi x^2.h'=\pi.10^2.30=3000\pi$.

Câu 81: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a$, $AC=a$. Quay tam giác này quanh trục AB, ta được một hình nón đỉnh B. Gọi S_1 là diện tích toàn phần của hình nón đó và S_2 là diện tích mặt cầu có đường kính AB. Khi đó, tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ là:

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Hình nón có : $h=AB=\sqrt{BC^2-AB^2}=a\sqrt{3}$ Gọi $x\ \left(m\right)$ là cạnh của tam giác đều, $\left(0<x<\frac{20}{3}\right)$.

$l=BC=2a$ Suy ra cạnh hình vuông là $\frac{20-3x}{4}\ \left(m\right)$.

Diện tích toàn phần của hình nón $S_1=\pi Rl+\pi R^2=\pi 3a^2$

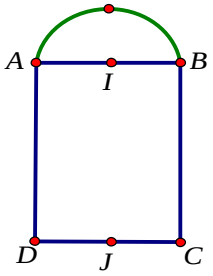
Mặt cầu đường kính AB có bán kính $R=\frac{1}{2}AB=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Diện tích mặt cầu $S_2 = 4\pi R^2 = 4\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi a^2$.

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 82: Cho hình chữ nhật $ABCD$ và nửa đường tròn đường kính AB như hình vẽ. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD. Biết $AB = 4; AD = 6$ Thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục IJ là:



A. $V = \frac{40}{3}\pi$. **B.** $V = \frac{88}{3}\pi$. **C.** $V = \frac{56}{3}\pi$. **D.** $V = \frac{104}{3}\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Khi xoay mô hình quanh trục IJ thì nửa đường tròn tạo thành nửa mặt cầu có $R = 2$; hình chữ. nhật $ABCD$ tạo thành hình trụ có $r = 2; h = 6$.

$\Rightarrow$ Thể tích nửa khối cầu là $V_1 = \frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{16\pi}{3}$. Thể tích khối trụ là $V_2 = \pi r^2 h = 24\pi$.

$\Rightarrow V = V_1 + V_2 = \frac{88\pi}{3}$.

Câu 83: Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và khoảng cách giữa hai đáy bằng $r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là tâm mặt đáy này và đáy trùng với mặt đáy kia của hình trụ. Tính tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón.

A. $\frac{1}{3}$ **B.** 3 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường sinh của hình nón: $l = \sqrt{r^2 + 3r^2} = 2r$.

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_1 = \pi rl = 2\pi r^2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_2 = 2\pi rh = 2\pi r^2\sqrt{3}$.

Vậy tỉ số cần tìm là $\sqrt{3}$.

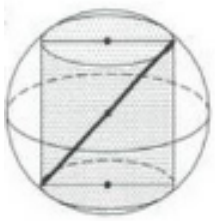
Câu 84: Một hình trụ có chiều cao bằng 6 nội tiếp trong hình cầu có bán kính bằng 5 như hình vẽ. Thể tích của khối trụ này bằng.

A. 192π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 96π.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



.

Đường kính đáy hình trụ bằng $\sqrt{10^2-6^2}=8$ suy ra bán kính hình trụ là $r=4$. Thể tích khối trụ là $V=\pi.4^2.6=96\pi$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAM KHỐI NÓN

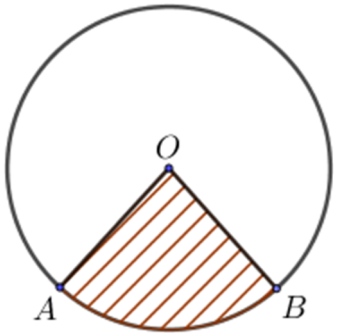
Câu 1: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm O bán kính R tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa (P) và (Q) để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất.

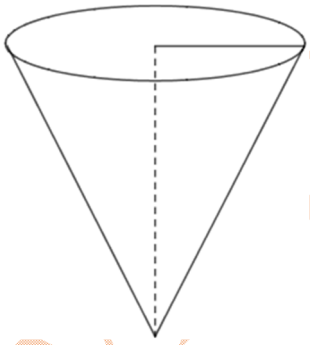
A. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $2R\sqrt{3}$. **D.** R.

Câu 2: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$ với chiều cao là h và bán kính đáy là r để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất thì giá trị của r là:

A. $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **B.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **C.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **D.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 3: Bạn Hoàn có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Hoàn phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?





A. $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Câu 4: Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a. A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ **B.** $\frac{a^3}{96}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$

Câu 5: Trong các hình nón nội tiếp một hình cầu có bán kính bằng 3, tính bán kính mặt đáy của hình nón có thể tích lớn nhất.

A. Đáp án khác. **B.** $R=4\sqrt{2}$. **C.** $R=\sqrt{2}$. **D.** $R=2\sqrt{2}$.

Câu 6: Hình nón gọi là nội tiếp mặt cầu nếu đỉnh và đường tròn đáy của hình nón nằm trên mặt cầu. Tìm chiều cao h của hình nón có thể tích lớn nhất nội tiếp mặt cầu có bán kính R cho trước.

A. $h=\frac{3R}{2}$ **B.** $h=\frac{5R}{2}$ **C.** $h=\frac{5R}{4}$ **D.** $\frac{4R}{3}$

Câu 7: Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính R là

A. $\frac{4\sqrt{2}}{9}\pi R^3$. **B.** $\frac{32}{81}\pi R^3$. **C.** $\frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 8: Cho hình nón (N) có đường cao $SO=h$ và bán kính đáy bằng R, gọi M là điểm trên đoạn SO, đặt $OM=x$, $0<x<h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M, với hình nón (N). Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{h}{3}$. **B.** $\frac{h\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{h}{2}$.

Câu 9: Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , góc ở đỉnh bằng $120°$. Trên đường tròn đáy, lấy điểm A cố định và điểm M di động. Có bao nhiêu vị trí điểm của điểm M để diện tích tam giác SAM đạt giá trị lớn nhất?

A. Có vô số vị trí. **B.** Có 3 vị trí. **C.** Có 1 vị trí. **D.** Có 2 vị trí.

Câu 10: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích 27cm^3 , với chiều cao h và bán kính đáy r . Giá trị r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất:

A. $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$ **C.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$

Câu 11: Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a . A , B là hai điểm bất kỳ trên (O) . Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\frac{a^3}{96}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

Câu 12: Cho khối nón đỉnh *O*, chiều cao là *h*. Một khối nón khác có đỉnh là tâm I của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Để thể tích của khối nón đỉnh I lớn nhất thì chiều cao của khối nón này bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2h}{3}$. **B.** $\frac{h\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{h}{2}$. **D.** $\frac{h}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

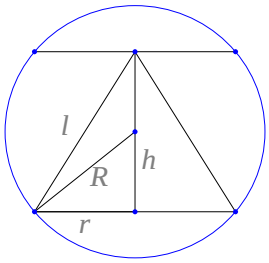
MAX-MIN LIÊN QUAN KHỐI NÓN

Câu 1: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm O bán kính R tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa (P) và (Q) để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất.

A. $\frac{2R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $2R\sqrt{3}$. **D.** R.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

Ta có $r=\sqrt{R^2-\frac{h^2}{4}}$, $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{R^2+\frac{3h^2}{4}}$.

$S_{xq}=\pi rl=\pi\sqrt{R^2-\frac{h^2}{4}}\sqrt{R^2+\frac{3h^2}{4}}=\pi\sqrt{-\frac{3}{16}h^4+\frac{R^2}{2}h^2+R^4}$.

Xét $f(h)=-\frac{3}{16}h^4+\frac{R^2}{2}h^2+R^4\ (0<h<2R)$.

Ta có $f'(h)=-\frac{3}{4}h^3+R^2h$, $f'(h)=0\Leftrightarrow h=\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	0		$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$		$2R$
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$		↗		↘	

Khi đó $f(h)$ đạt giá trị lớn nhất tại $h=\frac{2R\sqrt{3}}{3}$. Do đó S_{xq} đạt giá trị lớn nhất khi $h=\frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$ với chiều cao là h và bán kính đáy là r để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất thì giá trị của r là:

A. $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **B.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **C.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **D.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích của cốc: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 27 \Rightarrow r^2 h = \frac{81}{\pi} \Rightarrow h = \frac{81}{\pi}.\frac{1}{r^2}$

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất khi và chỉ khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

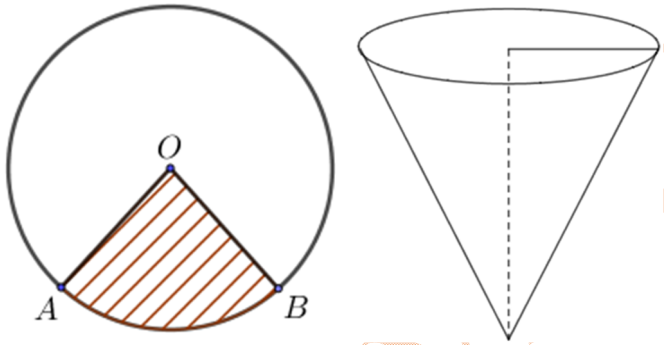
$$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi r\sqrt{r^2+h^2} = 2\pi r\sqrt{r^2+\frac{81^2}{\pi^2}\frac{1}{r^4}} = 2\pi\sqrt{r^4+\frac{81^2}{\pi^2}\frac{1}{r^2}}$$

$$= 2\pi\sqrt{r^4+\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}+\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}} \ge 2\pi\sqrt{3\sqrt[3]{r^4.\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}.\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}}}$$

$$= 2\sqrt{3}\pi\sqrt[6]{\frac{81^4}{4\pi^4}} \text{ (theo BĐT Cauchy)}$$

S_{xq} nhỏ nhất $\Leftrightarrow r^4 = \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2} \Leftrightarrow r^6 = \frac{3^8}{2\pi^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 3: Bạn Hoàn có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Hoàn phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất?



A. $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, độ dài cung AB lớn bằng Rx, bán kính hình nón $r = \frac{Rx}{2\pi}$

Đường cao của hình nón $h = \sqrt{R^2-r^2} = \sqrt{R^2-\frac{R^2x^2}{4\pi^2}} = \frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-x^2}$

Thể tích khối nón (phễu) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.\frac{R^2x^2}{4\pi^2}.\frac{R}{2\pi}\sqrt{4\pi^2-x^2} = \frac{R^3}{24\pi^2}\sqrt{x^4\left(4\pi^2-x^2\right)}$

Theo Cauchy ta có $\frac{x^2}{2}.\frac{x^2}{2}.\left(4\pi^2-x^2\right) \le \frac{\left(4\pi^2\right)^3}{27} \Rightarrow V \le \frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$.

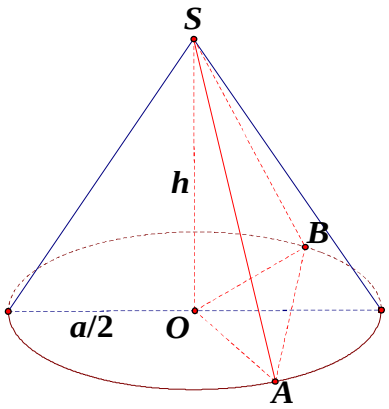
Dấu bằng xảy ra khi $\frac{x^2}{2} = 4\pi^2 - x^2 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. Vậy thể tích phễu lớn nhất khi $x = \frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$.

Câu 4: Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a. A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$ **B.** $\frac{a^3}{96}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $V_{S.OAB}=\frac{1}{3}S_{\Delta AOB}.SO$. Lại có $S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB}$.

Mặt khác $OA=OB=\frac{a}{2}$, $SO=h=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất khi $\sin\widehat{AOB}=1\Rightarrow OA\perp OB$.

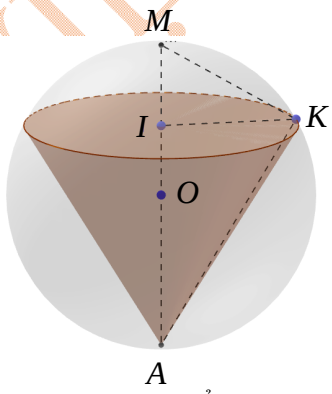
Khi đó $V_{\max}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{a}{2}\cdot\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 5: Trong các hình nón nội tiếp một hình cầu có bán kính bằng 3, tính bán kính mặt đáy của hình nón có thể tích lớn nhất.

A. Đáp án khác. **B.** $R=4\sqrt{2}$. **C.** $R=\sqrt{2}$. **D.** $R=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Giả sử chóp đỉnh A như hình vẽ là hình chóp có thể tích lớn nhất.

ΔAKM vuông tại K. Ta thấy $IK=r$ là bán kính đáy của chóp, $AI=h$ là chiều cao của chóp.

$IK^2=AI.IM\Rightarrow r^2=h(6-h)$.

$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi h^2(6-h)\ (0<h<6)$.

$V_{\max}\Leftrightarrow\frac{1}{3}\pi h^2(6-h)$ max $\Leftrightarrow y=-h^3+6h^2$ max trên $(0;6)$

$\Leftrightarrow h=4\Rightarrow r^2=4(6-4)=8\Rightarrow r=2\sqrt{2}$.

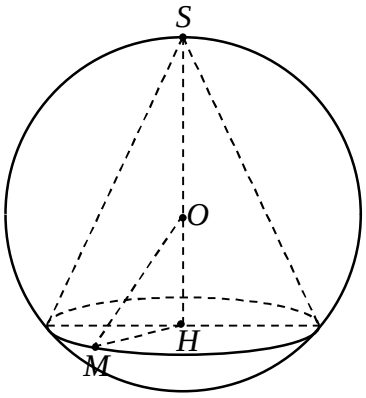
Câu 6: Hình nón gọi là nội tiếp mặt cầu nếu đỉnh và đường tròn đáy của hình nón nằm trên mặt cầu. Tìm chiều cao h của hình nón có thể tích lớn nhất nội tiếp mặt cầu có bán kính R cho trước.

A. $h=\frac{3R}{2}$ **B.** $h=\frac{5R}{2}$ **C.** $h=\frac{5R}{4}$ **D.** $\frac{4R}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi chiều cao của hình nón là x, $(0<x<2R)$. Gọi bán kính đáy của hình nón là r ta có

$r^2=OM^2-OH^2=R^2-(x-R)^2=2Rx-x^2=x(2R-x)$.

Thể tích của hình nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2.x=\frac{1}{3}\pi x^2(2R-x)$.

Mặt khác ta lại có $\frac{x}{2}.\frac{x}{2}.(2R-x)\le\left(\frac{\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+2R-x}{3}\right)^3\Leftrightarrow\frac{x^2}{4}(2R-x)\le\frac{8R^3}{27}$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi x^2(2R-x)\le\frac{32\pi R^3}{27}$. Vậy $\max V=\frac{32\pi R^3}{27}$. Dấu "=" xảy ra khi $\frac{x}{2}=2R-x$

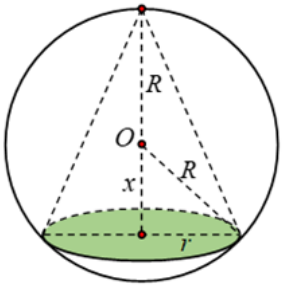
$\Leftrightarrow x=\frac{4R}{3}$

Câu 7: Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính R là

A. $\frac{4\sqrt{2}}{9}\pi R^3$. **B.** $\frac{32}{81}\pi R^3$. **C.** $\frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Rõ ràng trong hai khối nón cùng bán kính đáy nội tiếp trong một khối cầu thì khối nón có chiều cao lớn hơn thì thể tích lớn hơn, nên ta chỉ xét khối nón có chiều cao lớn hơn trong hai khối nón đó.

Giả sử rằng khối nón có đáy là hình tròn (C) bán kính r. Gọi x với $0\le x<R$ là khoảng cách giữa tâm khối cầu đến đáy khối nón. Khi đó chiều cao lớn nhất của khối nón nội tiếp khối cầu với đáy là hình tròn (C) sẽ là $h=R+x$. Khi đó bán kính đáy nón là $r=\sqrt{R^2-x^2}$, suy ra thể tích khối nón là

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi(R+x)(R^2-x^2)=\frac{1}{3}\pi(R+x)(R+x)(R-x)=\frac{1}{6}\pi(R+x)(R+x)(2R-2x)$$

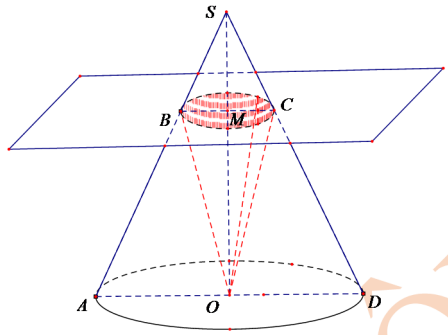
Áp dụng BĐT Cô-si ta có $V\le\frac{1}{6}\pi\frac{(R+x+R+x+2R-2x)^3}{27}=\frac{32\pi R^3}{81}$

Câu 8: Cho hình nón (N) có đường cao $SO=h$ và bán kính đáy bằng R, gọi M là điểm trên đoạn SO, đặt $OM=x$, $0<x<h$. (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M, với hình nón (N). Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

A. $\frac{h}{3}$. **B.** $\frac{h\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{h\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{h}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có BM là bán kính đường tròn (C).

Do tam giác $\Delta SBM \backsim \Delta SAO$ nên $\frac{BM}{AO}=\frac{SM}{SO}\Leftrightarrow BM=\frac{AO.SM}{SO}\Leftrightarrow BM=\frac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là:

$$V=\frac{1}{3}\pi BM^2.OM=\frac{1}{3}\pi\left[\frac{R(h-x)}{h}\right]^2 x=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x.$$

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x$, $(0<x<h)$ ta có

Ta có $f'(x)=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x)\Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Lập bảng biến thiên ta có

x	0		$\frac{h}{3}$		h
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\frac{4\pi R^2 h}{81}$	↘	

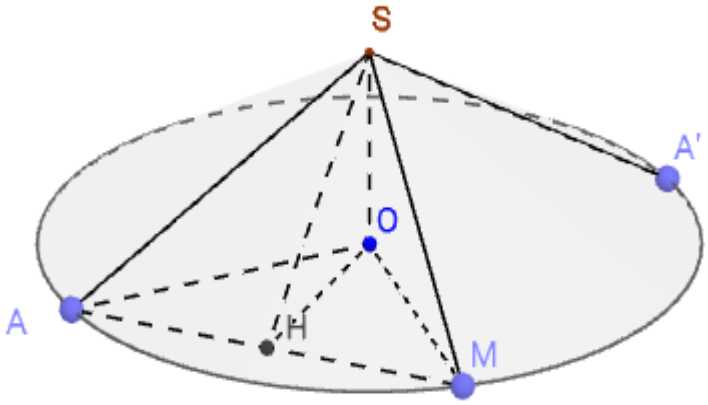
Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x=\frac{h}{3}$.

Câu 9: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Trên đường tròn đáy, lấy điểm A cố định và điểm M di động. Có bao nhiêu vị trí điểm của điểm M để diện tích tam giác SAM đạt giá trị lớn nhất?

A. Có vô số vị trí. **B.** Có 3 vị trí. **C.** Có 1 vị trí. **D.** Có 2 vị trí.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi r là bán kính đáy của hình nón. Vì góc ở đỉnh $\widehat{ASA'}=120^\circ \Rightarrow \widehat{ASO}=60^\circ$.

Suy ra $SO=OA.\cot\widehat{ASO}=\dfrac{r}{\sqrt{3}}$. Gọi H là trung điểm của AM và đặt $x=OH$.

Ta có: $SH=\sqrt{SO^2+OH^2}=\sqrt{\dfrac{r^2}{3}+x^2}$, $AM=2AH=2\sqrt{OA^2-OH^2}=2\sqrt{r^2-x^2}$.

Diện tích tam giác ΔSAM bằng

$$s=\frac{1}{2}SH.AM=\sqrt{\frac{r^2}{3}+x^2}.\sqrt{r^2-x^2}\le\frac{2}{3}r^2.$$

$s_{\max}=\dfrac{2}{3}r^2$ đạt được khi $\dfrac{r^2}{3}+x^2=r^2-x^2\Leftrightarrow x^2=\dfrac{r^2}{3}\Leftrightarrow x=\dfrac{r}{\sqrt{3}}$. Tức là $OH=SO$.

Theo tính chất đối xứng của của đường tròn ta có hai vị trí của M thỏa yêu cầu.

Câu 10: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27\,\text{cm}^3$, với chiều cao h và bán kính đáy r. Giá trị r để lượng giấy tiêu thụ ít nhất:

A. $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$ **B.** $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$ **C.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$ **D.** $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

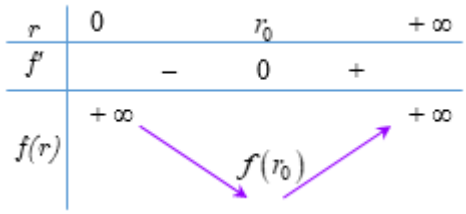
Ta có thể tích cốc hình nón $V=\dfrac{1}{3}\pi.r^2.h=27\Rightarrow h=\dfrac{81}{\pi.r^2}$.

Khi đó $l=\sqrt{\left(\dfrac{81}{\pi.r^2}\right)^2+r^2}$. Suy ra $S_{xq}=\pi.r.\sqrt{\left(\dfrac{81}{\pi.r^2}\right)^2+r^2}=\pi\sqrt{\dfrac{3^8}{\pi^2.r^2}+r^4}$.

Để lượng giấy tiêu thụ ít nhất thì diện tích xung quanh phải nhỏ nhất.

Ta xét $f(r)=\pi\sqrt{\dfrac{3^8}{\pi^2.r^2}+r^4}\Rightarrow f'(r)=\pi\dfrac{4r^3-\dfrac{2.3^8}{\pi^2.r^3}}{2\sqrt{\dfrac{3^8}{\pi^2.r^2}+r^4}}$.

$f'(r)=0\Rightarrow r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}=r_0$.



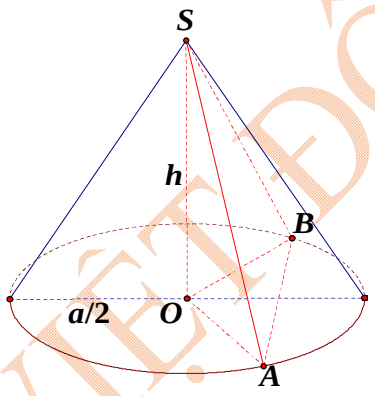
Vậy để lượng giấy tiêu thụ ít nhất thì $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 11: Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a. A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\dfrac{a^3}{96}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{96}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $V_{S.OAB}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta AOB}.SO$. Lại có $S_{\Delta AOB}=\dfrac{1}{2}OA.OB.\sin\widehat{AOB}$.

Mặt khác $OA=OB=\dfrac{a}{2}$, $SO=h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do đó thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất khi $\sin\widehat{AOB}=1\Rightarrow OA\perp OB$.

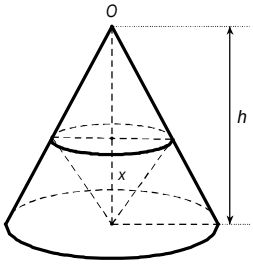
Khi đó $V_{\max}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a}{2}\cdot\dfrac{a}{2}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 12: Cho khối nón đỉnh O, chiều cao là h. Một khối nón khác có đỉnh là tâm I của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đã cho. Để thể tích của khối nón đỉnh I lớn nhất thì chiều cao của khối nón này bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{2h}{3}$. **B.** $\dfrac{h\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{h}{2}$. **D.** $\dfrac{h}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi x là chiều cao cần tìm. R, r lần lượt là chiều cao của khối nón lớn và bé. Khi đó $\frac{r}{R}=\frac{h-x}{h}\Rightarrow r=\frac{R(h-x)}{h}$. Thể tích khối nón đỉnh I là

$$V=\frac{1}{3}\pi\left[\frac{R(h-x)}{h}\right]^2 x=\frac{\pi R^2}{6h^2}(h-x)^2\,2x \overset{Cauchy}{\leq} \frac{\pi R^2}{6h^2}\frac{(h-x+h-x+2x)^3}{27}=\frac{4\pi R^2 h}{81}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $h-x=2x\Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAN KHỐI TRỤ

Câu 1: Người ta cần sản xuất một thùng đựng sơn hình trụ có thể tích 4π. Hỏi cần xác định chiều cao và bán kính đáy như thế nào để tốn ít nguyên vật liệu nhất?

A. $R=\sqrt[3]{2};\ h=2\sqrt[3]{2}$. **B.** $R=2;\ h=1$.

C. $R=\sqrt{2};\ h=2$. **D.** $R=\sqrt[3]{4};\ h=\sqrt[3]{4}$.

Câu 2: Một công ty thiết kế các bồn chứa nước hình trụ bằng nhựa có thể tích V không đổi, chiều cao h và bán kính đáy R. Tính tỉ số $k=\dfrac{h}{R}$ để nguyên vật liệu làm bồn nước là ít tốn kém nhất.

A. $k=\dfrac{3}{2}$. **B.** $k=2$. **C.** $k=\dfrac{2}{3}$. **D.** $k=\dfrac{1}{2}$.

Câu 3: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chu vi là $12(cm)$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ đó là:

A. $64\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $32\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $8\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $16\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 4: Người ta muốn dùng vật liệu bằng kim loại để gò thành một thùng hình trụ tròn xoay có hai đáy với thể tích V cho trước (hai đáy cũng dùng chính vật liệu đó). Hãy xác định chiều cao h và bán kính R của hình trụ theo V để tốn ít vật liệu nhất.

A. $R=2h=2\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $h=2R=2\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **C.** $h=2R=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $R=2h=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

.

Câu 5: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AB'=2a$. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết rằng một mặt đáy của khối trụ nằm trên mặt phẳng (ABC).

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{9}$.

Câu 6: Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là $12\,\text{cm}$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

A. $16\pi\ \text{cm}^3$. **B.** $8\pi\ \text{cm}^3$. **C.** $32\pi\ \text{cm}^3$. **D.** $64\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 7: Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $R=\sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{3}{2\pi}}$. **C.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{2}{\pi}}$.

Câu 8: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích $1000\,cm^3$. Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng

A. $\dfrac{500}{\pi}\ cm$. **B.** $10.\sqrt{\dfrac{5}{\pi}}\ cm$. **C.** $\sqrt[3]{\dfrac{500}{\pi}}\ cm$. **D.** $10.\sqrt[3]{\dfrac{5}{\pi}}\ cm$.

Câu 9: Cho tam giác ABC cân tại A, $AB=AC=5a$, $BC=6a$. Hình chữ nhật $MNPQ$ có M, N lần lượt thuộc cạnh AB, AC và P, Q thuộc cạnh BC. Quay hình chữ nhật $MNPQ$ (và miền trong nó) quanh trục đối xứng của tam giác ABC được một khối tròn xoay. Tính độ dài đoạn MN để thể tích khối tròn xoay lớn nhất.

A. $MN=2a$. **B.** $MN=5a$. **C.** $MN=4a$. **D.** $MN=a$.

Câu 10: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=2AD=2$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ lần lượt quanh AD và AB ta được hai hình trụ tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1,V_2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $V_2=2V_1$. **B.** $V_1=V_2$. **C.** $2V_1=3V_2$. **D.** $V_1=2V_2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 11: Xét hình trụ (T) nội tiếp một mặt cầu bán kính R và S là diện tích thiết diện qua trục của (T). Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T) biết S đạt giá trị lớn nhất

A. $S_{xq}=2\pi R^2$. **B.** $S_{xq}=\pi R^2$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{2\pi R^2}{3}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{\pi R^2}{3}$.

Câu 12: Khi cắt mặt cầu $S(O,\ R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\ R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R=1$, tính bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\ R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ h=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{6}}{2},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 13: Người ta muốn dùng vật liệu bằng kim loại để gò thành một thùng hình trụ tròn xoay có hai đáy với thể tích V cho trước (hai đáy cũng dùng chính vật liệu đó). Hãy xác định chiều cao h và bán kính R của hình trụ theo V để tốn ít vật liệu nhất.

A. $h=2R=2\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $h=2R=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **C.** $R=2h=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $R=2h=2\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$.

.

Câu 14: Khi sản xuất vỏ lon nước ngọt hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần cua hình trụ là nhỏ nhất (với cùng 1 nguyên liệu). Muốn thể tích khối trụ đó là 2 và diện tích toàn phần nhỏ nhất thì hình trụ đó có bán kính đáy gần số nào nhất?

A. $0,5$. **B.** $0,6$. **C.** $0,8$. **D.** $0,7$.

Câu 15: Khi sản xuất vỏ lon sữa hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ bằng V và diện tích toàn phần nhỏ nhất thì bán kính đáy R bằng:

A. $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{27V}{4\pi}}$. **C.** $R=\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$.

Câu 16: Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi\left(m^3\right)$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. $2(m)$. **B.** $2,4(m)$. **C.** $0,8(m)$. **D.** $1,2(m)$.

Câu 17: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha=\sqrt{2}$. **B.** $\tan\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\tan\alpha=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\tan\alpha=1$.

Câu 18: Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước Mối quan hệ giữa bán kính đáy R và chiều cao h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là?

A. $R=2h$. **B.** $h=3R$. **C.** $R=h$. **D.** $h=2R$.

Câu 19: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\tan\alpha=\frac{1}{2}$. **C.** $\tan\alpha=1$. **D.** $\tan\alpha=\sqrt{2}$.

Câu 20: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=a\sqrt{3}$. Gọi (T) là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên (S) và có thiết diện qua trục của (T) lớn nhất. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T).

A. $S_{tp}=6\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $S_{tp}=9\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $S_{tp}=6\pi a^2$. **D.** $S_{tp}=9\pi a^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAN KHỐI TRỤ

Câu 1: Người ta cần sản xuất một thùng đựng sơn hình trụ có thể tích 4π. Hỏi cần xác định chiều cao và bán kính đáy như thế nào để tốn ít nguyên vật liệu nhất?

A. $R=\sqrt[3]{2};\ h=2\sqrt[3]{2}$.
B. $R=2;\ h=1$.
C. $R=\sqrt{2};\ h=2$.
D. $R=\sqrt[3]{4};\ h=\sqrt[3]{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: thể tích là đại lượng không đổi, ta đặt bán kính đáy là $x>0$. Khi đó $h=\dfrac{V}{\pi R^2}=\dfrac{4}{x^2}$.

Diện tích toàn phần của thùng là $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi\left(x^2+\dfrac{4}{x}\right)$.

Áp dụng BĐT Cauchy 3 số ta có: $x^2+\dfrac{4}{x}=x^2+\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{x}\ge 3\sqrt[3]{4}$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x^2=\dfrac{2}{x}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{2}$ hay $R=\sqrt[3]{2};\ h=2\sqrt[3]{2}$.

Câu 2: Một công ty thiết kế các bồn chứa nước hình trụ bằng nhựa có thể tích V không đổi, chiều cao h và bán kính đáy R. Tính tỉ số $k=\dfrac{h}{R}$ để nguyên vật liệu làm bồn nước là ít tốn kém nhất.

A. $k=\dfrac{3}{2}$.
B. $k=2$.
C. $k=\dfrac{2}{3}$.
D. $k=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $V=\pi hR^2\Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}$.

Nguyên liệu làm bồn nước ít tốn kém nhất khi S_{tp} bé nhất.

$$S_{tp}=2\pi hR+2\pi R^2=\frac{2V}{R}+2\pi R^2=\frac{V}{R}+\frac{V}{R}+2\pi R^2\ge 3\sqrt[3]{\frac{V}{R}.\frac{V}{R}.2\pi R^2}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}.$$

Suy ra S_{tp} bé nhất bằng $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ khi $\dfrac{V}{R}=2\pi R^2\Rightarrow V=2\pi R^3\Rightarrow 2\pi R^3=\pi hR^2\Rightarrow\dfrac{h}{R}=2$.

Câu 3: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có chu vi là $12(cm)$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ đó là:

A. $64\pi(cm^3)$.
B. $32\pi(cm^3)$.
C. $8\pi(cm^3)$.
D. $16\pi(cm^3)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C

Gọi r là bán kính hình trụ, chiều cao h

Ta có: $2r+h=6\Rightarrow h=6-2r,(0<r<3)$

Khi đó: $V=\pi r^2h=\pi r^2(6-2r)\le\left[\dfrac{r+r+6-2r}{3}\right]^3=8\pi$

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ là $8\pi(cm^3)$.

Câu 4: Người ta muốn dùng vật liệu bằng kim loại để gò thành một thùng hình trụ tròn xoay có hai đáy với thể tích V cho trước (hai đáy cũng dùng chính vật liệu đó). Hãy xác định chiều cao h và bán kính R của hình trụ theo V để tốn ít vật liệu nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $R=2h=2\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $h=2R=2\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **C.** $h=2R=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $R=2h=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Để vật liệu tốn ít nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất.

Ta có: $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh$.

Do $V=\pi R^2h$ nên $h=\dfrac{V}{\pi R^2}$. Suy ra

$S_{tp}=2\pi R^2+2\pi R.\dfrac{V}{\pi R^2}=2\pi R^2+\dfrac{V}{R}+\dfrac{V}{R}\geq 3.\sqrt[3]{2\pi R^2.\dfrac{V}{R}.\dfrac{V}{R}}=3.\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

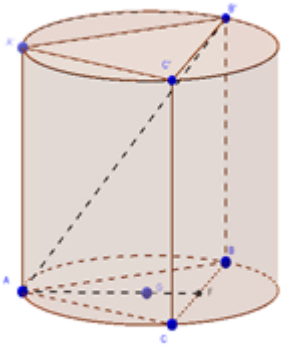
Đẳng thức xảy ra khi $2\pi R^2=\dfrac{V}{R}\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. Khi đó $h=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Câu 5: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AB'=2a$. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết rằng một mặt đáy của khối trụ nằm trên mặt phẳng (ABC).

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi F, G lần lượt là trung điểm của BC và trọng tâm ΔABC.

$\Delta ABB'$ vuông tại B, có: $BB'=\sqrt{AB'^2-AB^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=\sqrt{3}a$.

ΔABC đều cạnh a nên $AF=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\Rightarrow AG=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$.

Gọi h, R lần lượt là chiều cao và bán kính của hình trụ.

Ta có $h=BB'=\sqrt{3}a$, $R=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a=GA$.

Vậy thể tích khối trụ ngoại tiếp $ABC.A'B'C'$ là:

$V=h\pi R^2=\pi\sqrt{3}a.\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2=\dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 6: Cho hình trụ có tính chất: Thiết diện của hình trụ và mặt phẳng chứa trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi là $12\,\text{cm}$. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối trụ.

A. $16\pi\ \text{cm}^3$. **B.** $8\pi\ \text{cm}^3$. **C.** $32\pi\ \text{cm}^3$. **D.** $64\pi\ \text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giả sử hình chữ nhật có chiều dài $a\left(0<a<6\right)$, chiều rộng $b\left(0<b<6\right)$.

Ta có chiều cao hình trụ bằng a, bán kính hình trụ bằng $\frac{b}{2}$.

Theo giả thiết ta có $a+b=6\Rightarrow a=6-b$.

Ta có $V=B.h=\pi\frac{b^2}{4}\left(6-b\right)$.

Đặt $f\left(b\right)=\frac{\pi}{4}\left(6b^2-b^3\right)\Rightarrow f'\left(b\right)=\frac{\pi}{4}\left(12b-3b^2\right)\Rightarrow f'\left(b\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\\b=4\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên ta thấy $f\left(b\right)$ đạt giá trị lớn nhất khi $b=4\Rightarrow a=2$.

Vậy $V=8\pi\ \text{cm}^3$.

Câu 7: Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $R=\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\frac{3}{2\pi}}$. **C.** $R=\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi h và R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy (đơn vị: mét).

Ta có: $V=h\pi R^2=1\rightarrow h=\frac{1}{\pi R^2}$.

$S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R\frac{1}{\pi R^2}=2\pi R^2+\frac{2}{R}\left(R>0\right)$.

Cách 1: Khảo sát hàm số, thu được $f\left(R\right)_{\min}\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}\Rightarrow h=\frac{1}{\pi\sqrt[3]{\frac{1}{4\pi^2}}}$.

Cách 2: Dùng bất đẳng thức:

$S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R\frac{1}{\pi R^2}=2\pi R^2+\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\geq3\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{1}{R}.\frac{1}{R}}=3\sqrt[3]{2\pi}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $R^3=\frac{1}{2\pi}$.

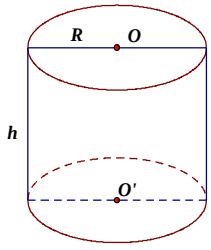
Câu 8: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích $1000\,cm^3$. Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng

A. $\frac{500}{\pi}\,cm$. **B.** $10.\sqrt{\frac{5}{\pi}}\,cm$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\,cm$. **D.** $10.\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}\,cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $h\left(cm\right)$ là chiều cao hình trụ và $R\left(cm\right)$ là bán kính nắp đậy.



Ta có: $V=\pi R^2h=1000$. Suy ra $h=\frac{1000}{\pi R^2}$.

Để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ nhỏ nhất.

Ta có: $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R.\frac{1000}{\pi R^2}$

$=2\pi R^2+\frac{1000}{R}+\frac{1000}{R}\geq3.\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{1000}{R}.\frac{1000}{R}}=3\sqrt[3]{2\pi.1000^2}$

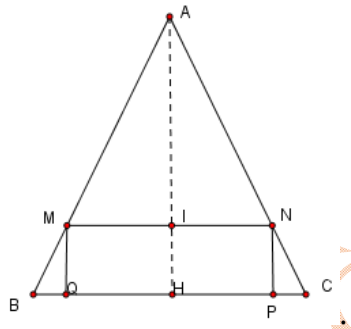
Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2\pi R^2 = \frac{1000}{R} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$.

Câu 9: Cho tam giác ABC cân tại A, $AB = AC = 5a$, $BC = 6a$. Hình chữ nhật $MNPQ$ có M, N lần lượt thuộc cạnh AB, AC và P, Q thuộc cạnh BC. Quay hình chữ nhật $MNPQ$ (và miền trong nó) quanh trục đối xứng của tam giác ABC được một khối tròn xoay. Tính độ dài đoạn MN để thể tích khối tròn xoay lớn nhất.

A. $MN = 2a$. **B.** $MN = 5a$. **C.** $MN = 4a$. **D.** $MN = a$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $BH = 3a;\ AH = 4a$.

Đặt $HQ = x \Rightarrow BQ = 3a - x\ \ (0 < x < 3a)$.

Ta có: $\frac{MQ}{AH} = \frac{BQ}{BH} \Rightarrow MQ = \frac{4(3-x)}{3}$.

Khi đó: $V_T = \pi.x^2.\frac{4(3-x)}{3} = 4\pi\left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\ \ (0 < x < 3a)$.

Xét hàm số $f(x) = x^2 - \frac{x^3}{3}\ \ (0 < x < 3a)$.

Hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2a \Rightarrow MN = 4a$.

Câu 10: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2AD = 2$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ lần lượt quanh AD và AB ta được hai hình trụ tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $V_2 = 2V_1$. **B.** $V_1 = V_2$. **C.** $2V_1 = 3V_2$. **D.** $V_1 = 2V_2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Quay quanh AD: $V_1 = \pi.AB^2.AD = 4\pi$.

Quay quanh AB: $V_2 = \pi.AD^2.AB = 2\pi$.

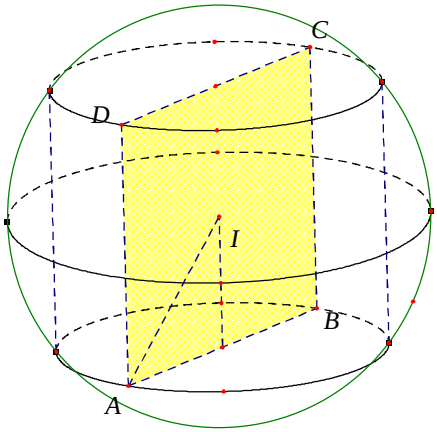
Câu 11: Xét hình trụ (T) nội tiếp một mặt cầu bán kính R và S là diện tích thiết diện qua trục của (T). Tính diện tích xung quanh của hình trụ (T) biết S đạt giá trị lớn nhất

A. $S_{xq} = 2\pi R^2$. **B.** $S_{xq} = \pi R^2$. **C.** $S_{xq} = \frac{2\pi R^2}{3}$. **D.** $S_{xq} = \frac{\pi R^2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi x là bán kính của hình trụ $0<x<R$. Diện tich thiết diện là $S=2x.2\sqrt{R^2-x^2}=4x\sqrt{R^2-x^2}$.

Vì $4x\sqrt{R^2-x^2}\le 2.\left(x^2+R^2-x^2\right)$ nên $S\le 2R$. Vậy $S_{\max}=2R$ khi $x=\sqrt{R^2-x}\Leftrightarrow x=\dfrac{R\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi\dfrac{R\sqrt{2}}{2}.2\dfrac{R\sqrt{2}}{2}=2\pi R^2$.

Câu 12: Khi cắt mặt cầu $S(O,\ R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\ R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R=1$, tính bán kính đáy r và chiều cao h của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\ R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

A. $r=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ h=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{6}}{2},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm O' có hình chiếu của O xuống mặt đáy (O'). Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy dưới hình trụ trùng với tâm O của nửa mặt cầu.Ta có: $h^2+r^2=R^2\ \ (0<h\le R=1)\Rightarrow r^2=1-h^2$

Thể tích khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi(1-\mathrm{h}^2)\mathrm{h}=f(\mathrm{h})\ \Rightarrow f'(\mathrm{h})=\pi(1-3\mathrm{h}^2)=0\Leftrightarrow \mathrm{h}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

h	0 $\quad\dfrac{\sqrt{3}}{3}\quad$ 1
f'(h)	$+\ 0\ -$
f(h)	$\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ $0\quad 0$

Vậy: $\underset{(0;1]}{Max}V=\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvtt) khi $r=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ và $h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 13: Người ta muốn dùng vật liệu bằng kim loại để gò thành một thùng hình trụ tròn xoay có hai đáy với thể tích V cho trước (hai đáy cũng dùng chính vật liệu đó). Hãy xác định chiều cao h và bán kính R của hình trụ theo V để tốn ít vật liệu nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $h=2R=2\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $h=2R=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **C.** $R=2h=2\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $R=2h=2\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$

.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Để vật liệu tốn ít nhất thì diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất.

Ta có: $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh$.

Do $V=\pi R^2h$ nên $h=\dfrac{V}{\pi R^2}$. Suy ra

$$S_{tp}=2\pi R^2+2\pi R.\frac{V}{\pi R^2}=2\pi R^2+\frac{V}{R}+\frac{V}{R}\geq 3.\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{V}{R}.\frac{V}{R}}=3.\sqrt[3]{2\pi V^2}.$$

Câu 14: Khi sản xuất vỏ lon nước ngọt hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần cua hình trụ là nhỏ nhất (với cùng 1 nguyên liệu). Muốn thể tích khối trụ đó là 2 và diện tích toàn phần nhỏ nhất thì hình trụ đó có bán kính đáy gần số nào nhất?

A. $0,5$. **B.** $0,6$. **C.** $0,8$. **D.** $0,7$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi chiều cao và bán kính đáy là h, R. Từ $V=2\Rightarrow \pi R^2h=2\Rightarrow h=\dfrac{2}{\pi R^2}$.

Diện tích toàn phần $S=2\pi R(R+h)=2\pi R(R+\dfrac{2}{\pi R^2})$ có GTNN tại $R=\dfrac{1}{\sqrt[3]{\pi}}=0.6827$.

Câu 15: Khi sản xuất vỏ lon sữa hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ bằng V và diện tích toàn phần nhỏ nhất thì bán kính đáy R bằng:

A. $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{27V}{4\pi}}$. **C.** $R=\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V=h\pi R^2\Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}$.

$$S_{TP}=2\pi Rh+2\pi R^2=\frac{2V}{R}+2\pi R^2\Rightarrow S'=\frac{-2V}{R^2}+4\pi R\Rightarrow S'=0\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}.$$

Lập bảng biến thiên ta có $S_{TP\min}$ khi $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Câu 16: Một đại lý xăng dầu cần làm một cái bồn dầu hình trụ bằng tôn có thể tích $16\pi\left(m^3\right)$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra ít tốn nguyên vật liệu nhất.

A. $2\left(m\right)$. **B.** $2,4\left(m\right)$. **C.** $0,8\left(m\right)$. **D.** $1,2\left(m\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $x\left(m\right)$ là bán kính của hình trụ $\left(x>0\right)$. Ta có: $V=\pi x^2.h\Leftrightarrow h=\dfrac{16}{x^2}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S\left(x\right)=2\pi x^2+2\pi xh=2\pi x^2+\dfrac{32\pi}{x},\left(x>0\right)$

Khi đó: $S'(x) = 4\pi x - \frac{32\pi}{x^2}$, cho $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

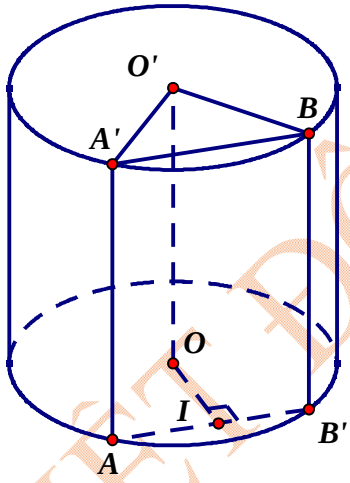
Lập bảng biến thiên, ta thấy diện tích đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2(m)$ nghĩa là bán kính là $2m$.

Câu 17: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha = \sqrt{2}$. **B.** $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\tan\alpha = \frac{1}{2}$. **D.** $\tan\alpha = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O'.
Gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O.

Gọi R là bán kính của đường tròn tâm O, suy ra: $R = 2a$. Ta có: $\alpha = \widehat{BAB'}$.
Suy ra: $AB' = 2R\tan\alpha$. Gọi I là trung điểm của $AB' \Rightarrow OI \perp AB'$.

Ta có: $OI = \sqrt{OB'^2 - IB'^2} = \sqrt{R^2 - R^2\tan^2\alpha} = R\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

Và: $S_{\Delta OAB'} = \frac{1}{2}OI.AB' = \frac{1}{2}R.\sqrt{1-\tan^2\alpha}.2R\tan\alpha = R^2\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

Suy ra: $V_{OO'AB} = \frac{1}{3}V_{OAB'.O'A'B} = \frac{1}{3}OO'.S_{\Delta OAB'} = \frac{1}{3}.2R.R^2\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

Ta có: $V_{OO'AB}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số $f(t) = t.\sqrt{1-t^2}$ với $t \in [0;1]$ có $f'(t) = \sqrt{1-t^2} + \frac{t.(-t)}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{1-2t^2}{\sqrt{1-t^2}}$ với $t \in (0;1)$.

Xét $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1-2t^2 = 0 \Leftrightarrow t = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì $0° < \alpha < 90°$ nên $\tan\alpha > 0 \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		1
$f'(t)$	0	$+$	0	$-\infty$	
$f(t)$	0	↗	$y_{CĐ}$	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $V_{\max}$ khi $t=\frac{1}{\sqrt{2}}$ hay $\tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 18: Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước Mối quan hệ giữa bán kính đáy R và chiều cao h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là?

A. $R=2h$. **B.** $h=3R$. **C.** $R=h$. **D.** $h=2R$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$V=\pi R^2h\Rightarrow h=\frac{V}{\pi R^2}$

$S_{TP}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R.\frac{V}{\pi R^2}=2\pi R^2+\frac{V}{R}+\frac{V}{R}\ge 3.\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{V}{R}.\frac{V}{R}}=3.\sqrt[3]{2\pi V^2}$

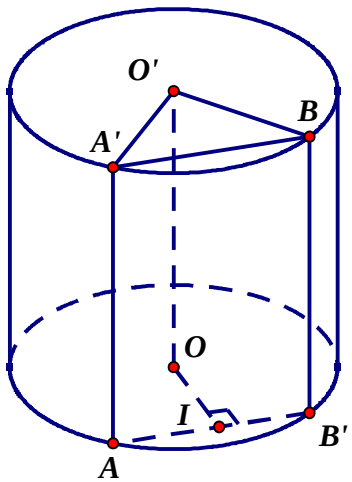
S_{TP} đạt giá trị nhỏ nhất khi $2\pi R^2=\frac{V}{R}\Leftrightarrow 2\pi R^2=\frac{\pi R^2h}{R}\Leftrightarrow 2R=h$

Câu 19: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $\tan\alpha=\frac{1}{2}$. **C.** $\tan\alpha=1$. **D.** $\tan\alpha=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O'.
Gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O.
Gọi R là bán kính của đường tròn tâm O, suy ra: $R=2a$. Ta có: $\alpha=\widehat{BAB'}$.
Suy ra: $AB'=2R\tan\alpha$. Gọi I là trung điểm của $AB'\Rightarrow OI\perp AB'$.
Ta có: $OI=\sqrt{OB'^2-IB'^2}=\sqrt{R^2-R^2\tan^2\alpha}=R\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Và: $S_{\Delta OAB'}=\frac{1}{2}OI.AB'=\frac{1}{2}R.\sqrt{1-\tan^2\alpha}.2R\tan\alpha=R^2\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

Suy ra: $V_{OO'AB}=\frac{1}{3}V_{OAB'.O'A'B}=\frac{1}{3}OO'.S_{\Delta OAB'}=\frac{1}{3}.2R.R^2\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$.

Ta có: $V_{OO'AB}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\tan\alpha.\sqrt{1-\tan^2\alpha}$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số $f(t)=t.\sqrt{1-t^2}$ với $t\in[0;1]$ có $f'(t)=\sqrt{1-t^2}+\frac{t.(-t)}{\sqrt{1-t^2}}=\frac{1-2t^2}{\sqrt{1-t^2}}$ với $t\in(0;1)$.

Xét $f'(t)=0\Leftrightarrow 1-2t^2=0\Leftrightarrow t=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì $0°<\alpha<90°$ nên $\tan\alpha>0\Rightarrow t=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		1
$f'(t)$	0	$+$	0	$-\infty$	
$f(t)$	0	↗	$y_{CĐ}$	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $V_{\max}$ khi $t=\frac{1}{\sqrt{2}}$ hay $\tan\alpha=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

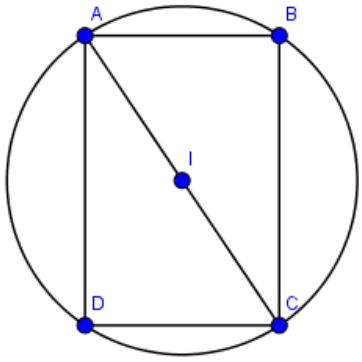
Câu 20: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=a\sqrt{3}$. Gọi (T) là hình trụ có hai đường tròn đáy nằm trên (S) và có thiết diện qua trục của (T) lớn nhất. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của (T).

A. $S_{tp}=6\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $S_{tp}=9\pi a^2\sqrt{3}$. **C.** $S_{tp}=6\pi a^2$. **D.** $S_{tp}=9\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hình vẽ thiết diện qua trục như sau:



Ta có: $AC=2R=2a\sqrt{3}$..

Đặt $AD=x$, ta có: $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{12a^2-x^2}$.

Vì thiết diện qua trục là lớn nhất nên $AD.CD$ lớn nhất.

Xét hàm số: $f(x)=x.\sqrt{12a^2-x^2}, x\in\left[-2a\sqrt{3};2a\sqrt{3}\right]$..

Ta có: $f'(x)=\sqrt{12a^2-x^2}+x.\frac{-2x}{2\sqrt{12a^2-x^2}}=\frac{12a^2-2x^2}{\sqrt{12a^2-x^2}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{12a^2-2x^2}{\sqrt{12a^2-x^2}}=0\Leftrightarrow x=a\sqrt{6}$.

Ta có: $f\left(a\sqrt{6}\right)=a\sqrt{6}.\sqrt{12a^2-\left(a\sqrt{6}\right)^2}=a\sqrt{6}.a\sqrt{6}=6a^2$.

$f\left(\pm 2a\sqrt{3}\right)=0$.

Vậy hình trụ có: bán kính đáy $R=\dfrac{CD}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$; chiều cao $h=AD=a\sqrt{6}$.

$S_{tp}=2\pi r(r+h)=2\pi.\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}+a\sqrt{6}\right)=9\pi a^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAN KHỐI CẦU

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD là tam giác đều cạnh a. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD làm đường tròn lớn. Khi đó thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$ sẽ là:

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 2: Cho ba tia Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau. Gọi C là điểm cố định trên Oz, đặt $OC=1$, các điểm A, B thay đổi trên Ox, Oy sao cho $OA+OB=OC$. Tìm giá trị bé nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$..

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 3: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. 576. **B.** $144\sqrt{2}$. **C.** 144. **D.** $576\sqrt{2}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu bán kính R. Tìm giá trị lớn nhất của tổng:
$T=SA^2+SB^2+SC^2+SD^2+AB^2+BC^2+CD^2+DA^2+AC^2+BD^2$.

A. $20R^2$. **B.** $12R^2$. **C.** $25R^2$. **D.** $24R^2$.

Câu 5: Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $144\sqrt{6}$. **B.** 144. **C.** 576. **D.** $576\sqrt{2}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu bán kính R. Tìm giá trị lớn nhất của tổng: $T=SA^2+SB^2+SC^2+SD^2+AB^2+BC^2+CD^2+DA^2+AC^2+BD^2$.

A. $24R^2$. **B.** $12R^2$. **C.** $20R^2$. **D.** $25R^2$.

Câu 7: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=5\ (\text{cm})$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng $8\pi\ (\text{cm})$. Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C), điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC là tam giác đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

A. $32\sqrt{3}\ (\text{cm}^3)$. **B.** $60\sqrt{3}\ (\text{cm}^3)$. **C.** $20\sqrt{3}\ (\text{cm}^3)$. **D.** $96\sqrt{3}\ (\text{cm}^3)$.

Câu 8: Cho một mặt cầu bán kính bằng 1. Xét các hình chóp tam giác đều ngoại tiếp mặt cầu trên. Hỏi thể tích nhỏ nhất của chúng là bao nhiêu?

A. $\min V=16\sqrt{3}$. **B.** $\min V=8\sqrt{3}$. **C.** $\min V=4\sqrt{3}$. **D.** $\min V=9\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

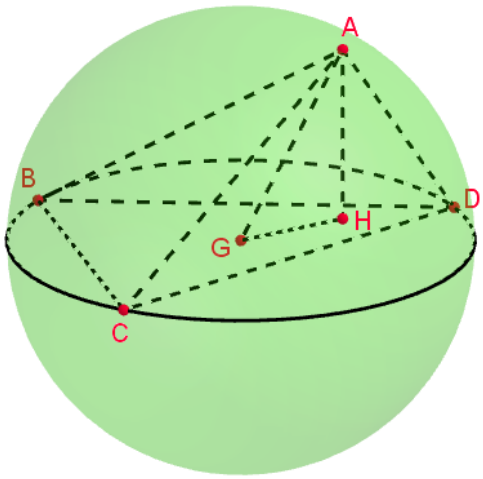
TOÁN MAX-MIN LIÊN QUAN KHỐI CẦU

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$, biết tam giác BCD là tam giác đều cạnh a. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD làm đường tròn lớn. Khi đó thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$ sẽ là:

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm CD và H là hình chiếu của A trên (BCD).

Do mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD làm đường tròn lớn nên G là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Do đó $GB = GC = GD = GA$.

Ta có $GB = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3}\sqrt{BC^2 - CM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = AG$.

Trong tam giác ACH có $AH \le AG$ .Dấu bằng xảy ra khi $H \equiv G$.

$S_{BCD} = \frac{1}{2}BC.BD.\sin\widehat{CBD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$V_{ABCD} = \frac{1}{3}AH.S_{BCD} \le \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.AG = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{12}$.

Vậy thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$ sẽ là $\frac{a^3}{12}$.

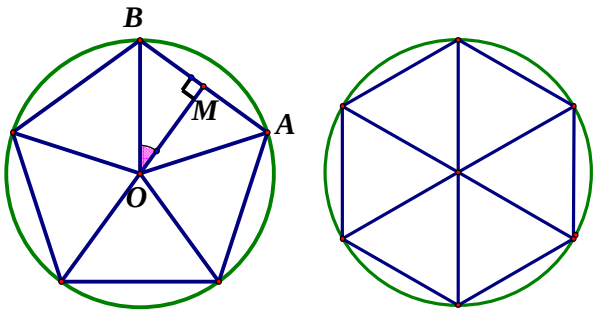
Câu 2. Bề mặt một quả bóng được ghép từ 12 miếng da hình ngũ giác đều và 20 miếng da hình lục giác đều cạnh $4,5\,\text{cm}$. Biết rằng giá thành của những miếng da này là 150 đồng/cm^2. Tính giá thành của miếng da dùng để làm quả bóng (kết quả làm tròn tới hàng đơn vị)?



A. 252533 đồng **B.** 199218 đồng **C.** 121500 đồng **D.** 220545 đồng

Lời giải

Chọn D



* Ở miếng da hình ngũ giác, xét tam giác OAB có $\widehat{AOB}=72^{\circ}$, $AB=4,5\,\text{cm}$, trung tuyến AM, $\widehat{BOM}=36^{\circ}$. Do đó $\tan 36^{\circ}=\dfrac{BM}{OM}\Rightarrow OM=\dfrac{BM}{\tan 36^{\circ}}=\dfrac{AB}{2\tan 36^{\circ}}(\text{cm})$.

$S_{ABO}=\dfrac{1}{2}OM.AB=\dfrac{1}{2}.\dfrac{AB}{2\tan 36^{\circ}}.AB=\dfrac{81}{16\tan 36^{\circ}}(\text{cm}^2)$.

Diện tích miếng da hình ngũ giác là $5S_{ABO}=\dfrac{405}{16\tan 36^{\circ}}(\text{cm}^2)$.

* Ở miếng da hình lục giác cạnh $4,5\,\text{cm}$ có diện tích cả miếng da là

$6.\dfrac{(4,5)^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{243\sqrt{3}}{8}(\text{cm}^2)$.

Vậy giá thành của miếng da dùng làm quả bóng là

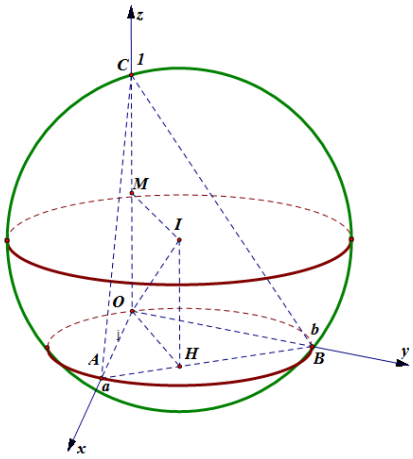
$\left(20.\dfrac{243\sqrt{3}}{8}+12.\dfrac{405}{16\tan 36^{\circ}}\right).150\approx 220545$ (đồng).

Câu 3. Cho ba tia Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc với nhau. Gọi C là điểm cố định trên Oz, đặt $OC=1$, các điểm A, B thay đổi trên Ox, Oy sao cho $OA+OB=OC$. Tìm giá trị bé nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$..

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$. Không mất tính tổng quát, giả sử $a,b>0$. Vì $OA+OB=OC\Leftrightarrow a+b=1$.

Gọi $(I;R)$ là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ và H là hình chiếu của I lên mặt phẳng Oxy. Khi đó, H cách đều ba đỉnh O,A,B nên nó là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔOAB.

Áp dụng định lý hàm số Sin cho OAB, có.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\begin{cases} OH = \dfrac{AB}{2\sin\widehat{AOB}} = \dfrac{AB}{2\sin 90^\circ} = \dfrac{AB}{2} \\ AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases} \Rightarrow OH = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}.$$

Gọi M là trung điểm của SC. Vì $IO = IC$ nên ΔIOC cân tại I.

$\Rightarrow IM \perp OC \Rightarrow IMOH$ là hình chữ nhật.

Do đó $R = \sqrt{IM^2 + OM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{a^2+b^2}{4}}$ (Do $OH = IM$).

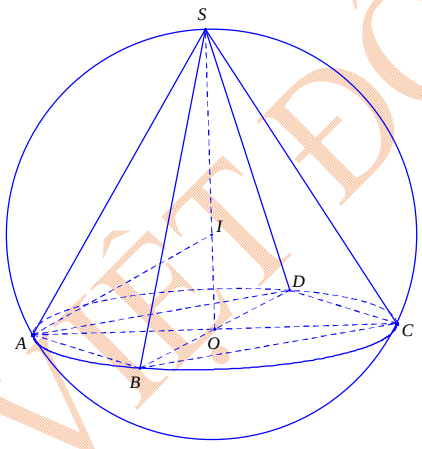
$= \sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4}\left(a^2+b^2\right)} \overset{BCS}{\geq} \sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{(a+b)}{2}} = \sqrt{\dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{8}} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$. Vậy Min $R = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 4. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. 576. **B.** $144\sqrt{2}$. **C.** 144. **D.** $576\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và bán kính $R = 9$.

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a, $\left(0 < a \leq 9\sqrt{2}\right)$

Ta có $OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OI = \sqrt{IA^2 - OA^2} = \sqrt{81 - \dfrac{a^2}{2}}$.

Mặt khác ta lại có $SO = SI + IO = 9 + \sqrt{81 - \dfrac{a^2}{2}}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}a^2\left(9 + \sqrt{81 - \dfrac{a^2}{2}}\right) = 3a^2 + \dfrac{1}{3}a^2\sqrt{81 - \dfrac{a^2}{2}}$.

Đặt $a^2 = t$, do $0 < a \leq 9\sqrt{2}$ nên $0 < t \leq 162$

Xét hàm số $f(t) = 3t + \dfrac{1}{3}t\left(9 + \sqrt{81 - \dfrac{t}{2}}\right)$, với $0 < t \leq 162$ ta có $f'(t) = 3 + \dfrac{324 - 3t}{12\sqrt{81 - \dfrac{t}{2}}}$;

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{81 - \frac{t}{2}} = \frac{t}{12} - 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 108 \\ 81 - \dfrac{t}{2} = \left(\dfrac{t}{12} - 9\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 108 \\ \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 144 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow t = 144.$$

Ta có bảng biến thiên

t	0		144		162
$f'(t)$		+	0	−	
$f(t)$		↗	576	↘	

Từ bảng biến thiên ta có $V_{\max}=576$ khi $t=144$ hay $a=12$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu bán kính R. Tìm giá trị lớn nhất của tổng: $T=SA^2+SB^2+SC^2+SD^2+AB^2+BC^2+CD^2+DA^2+AC^2+BD^2$.

A. $20R^2$. **B.** $12R^2$. **C.** $25R^2$. **D.** $24R^2$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là tâm mặt cầu $\Rightarrow IA=IB=IC=ID=IS=R$

Ta có: $T=SA^2+SB^2+SC^2+SD^2+AB^2+BC^2+CD^2+DA^2+AC^2+BD^2$

$=\left(\overrightarrow{IS}-\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{IS}-\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{IS}-\overrightarrow{IC}\right)^2+\left(\overrightarrow{IS}-\overrightarrow{ID}\right)^2$

$+\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{ID}-\overrightarrow{IC}\right)^2+\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{ID}\right)^2+\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{ID}-\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=5\left(IS^2+IA^2+IB^2+IC^2+ID^2\right)-\left(\overrightarrow{IS}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right)^2$

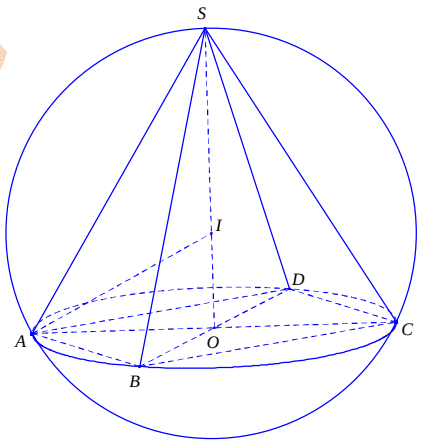
$\le 5\left(IS^2+IA^2+IB^2+IC^2+ID^2\right)=25R^2$.

Câu 6. Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích V của khối chóp có thể tích lớn nhất.

A. $144\sqrt{6}$. **B.** 144. **C.** 576. **D.** $576\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi (S) là mặt cầu có tâm I và bán kính $R=9$.

Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a $\left(0<a\le 9\sqrt{2}\right)$.

Ta có $OA=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow OI=\sqrt{IA^2-OA^2}=\sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}$.

Mặt khác ta lại có $SO=SI+IO=9+\sqrt{81-\dfrac{a^2}{2}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}a^2\left(9+\sqrt{81-\frac{a^2}{2}}\right)=3a^2+\frac{1}{3}a^2\sqrt{81-\frac{a^2}{2}}$. Đặt $a^2=t$, do $0<a\le 9\sqrt{2}$ nên $0<t\le 162$. Xét hàm số $f(t)=3t+\frac{1}{3}t\left(\sqrt{81-\frac{t}{2}}\right)$, với $0<t\le 162$ ta có $f'(t)=3+\frac{324-3t}{12\sqrt{81-\frac{t}{2}}}$;

Giải phương trình

$$f'(t)=0\Leftrightarrow\sqrt{81-\frac{t}{2}}=\frac{t}{12}-9\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 108\\81-\frac{t}{2}=\left(\frac{t}{12}-9\right)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge 108\\\left[\begin{array}{l}t=0\\t=144\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow t=144.$$

Ta có bảng biến thiên

t	0		144		162
$f'(t)$		+	0	−	
$f(t)$		↗	576	↘	

Từ bảng biến thiên ta có $V_{\max}=576$ khi $t=144$ hay $a=12$.

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp nội tiếp hình cầu cầu có bán kính bằng 9 là $V=576$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu bán kính R. Tìm giá trị lớn nhất của tổng: $T=SA^2+SB^2+SC^2+SD^2+AB^2+BC^2+CD^2+DA^2+AC^2+BD^2$.

A. $24R^2$. **B.** $12R^2$. **C.** $20R^2$. **D.** $25R^2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là tâm mặt cầu $\Rightarrow IA=IB=IC=ID=IS=R$.

Ta có: $T=SA^2+SB^2+SC^2+SD^2+AB^2+BC^2+CD^2+DA^2+AC^2+BD^2$.

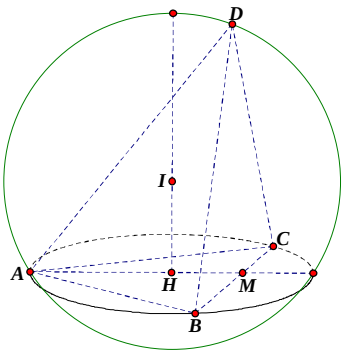
$$=\left(\overrightarrow{IS}-\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{IS}-\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{IS}-\overrightarrow{IC}\right)^2+\left(\overrightarrow{IS}-\overrightarrow{ID}\right)^2$$
$$+\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{ID}-\overrightarrow{IC}\right)^2+\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{ID}\right)^2+\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{ID}-\overrightarrow{IB}\right)^2.$$
$$=5\left(IS^2+IA^2+IB^2+IC^2+ID^2\right)-\left(\overrightarrow{IS}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{ID}\right)^2.$$
$$\le 5\left(IS^2+IA^2+IB^2+IC^2+ID^2\right)=25R^2.$$

Câu 8. Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=5$ (cm). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π (cm). Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C), điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC là tam giác đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

A. $32\sqrt{3}$ (cm^3). **B.** $60\sqrt{3}$ (cm^3). **C.** $20\sqrt{3}$ (cm^3). **D.** $96\sqrt{3}$ (cm^3).

Lời giải

Chọn A



Gọi I là tâm của mặt cầu (S) và H là hình chiếu của I trên (P). Khi đó H là tâm của đường tròn (C) và là trọng tâm của tam giác ABC.

Đường tròn (C) có chu vi bằng 8π (cm) nên có bán kính $r=4\Rightarrow IH=3$.

Và tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (C) nên có cạnh bằng $4\sqrt{3}$ và có diện tích không đổi. Do đó thể tích của tứ diện $ABCD$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ khoảng cách từ D đến (ABC) là lớn nhất $\Leftrightarrow$ H, I, D thẳng hàng. Khi đó $DH=8$.

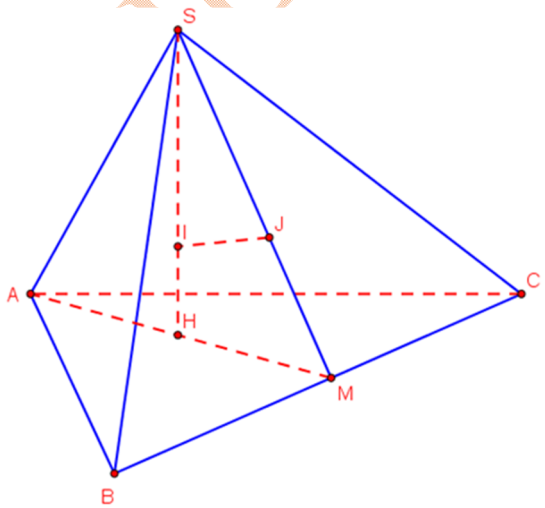
Vậy $V_{\max}=\frac{1}{3}DH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.8.\left(4\sqrt{3}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}=32\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho một mặt cầu bán kính bằng 1. Xét các hình chóp tam giác đều ngoại tiếp mặt cầu trên. Hỏi thể tích nhỏ nhất của chúng là bao nhiêu?

A. $\min V=16\sqrt{3}$. **B.** $\min V=8\sqrt{3}$. **C.** $\min V=4\sqrt{3}$. **D.** $\min V=9\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi cạnh đáy của hình chóp là a

Ta có $\Delta SIJ \sim \Delta SMH$

$$\Rightarrow \frac{SI}{SM}=\frac{IJ}{MH}\Rightarrow MH(SH-IH)=IJ\sqrt{SH^2-HM^2}$$

$$\Rightarrow MH^2(SH-1)^2=SH^2-HM^2$$

$$\Rightarrow (a^2-12)SH^2-2a^2SH=0$$

$$\Rightarrow SH=\frac{2a^2}{a^2-12}\left(a^2\neq 12\right)$$

$$S=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH=\frac{\sqrt{3}}{6}\frac{2a^4}{a^2-12}=\frac{\sqrt{3}}{6}\frac{1}{\frac{1}{a^2}-\frac{12}{a^4}}.\text{Ta có } \frac{1}{a^2}-\frac{12}{a^4}\le\frac{1}{48}\Rightarrow S\ge 8\sqrt{3}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN MẶT VÀ KHỐI NÓN

Câu 1: Một chiếc ly hình nón chứa đầy rượu. Người ta uống đi một phần rượu sao cho chiều cao phần còn lại bằng một nửa chiều cao ban đầu. Số phần rượu đã được uống là:

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

Câu 2: Một bình đựng nước dạng hình nón (không đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9} dm^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước là:

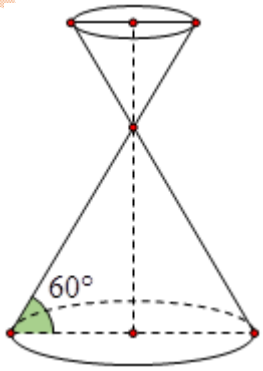
A. $S_{xq} = 4\pi\, dm^2$. **B.** $S_{xq} = \frac{3\pi}{2}\, dm^2$.

C. $S_{xq} = \frac{9\pi\sqrt{10}}{2} dm^2$. **D.** $S_{xq} = 4\pi\sqrt{10}\, dm^2$.

Câu 3: Với một đĩa tròn bằng thép tráng có bán kính $R = \sqrt{6}m$ phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành hình tròn. Cung tròn của hình quạt bị cắt đi phải bằng bao nhiêu độ để hình nón có thể tích cực đại?

A. $\approx 2,8°$ **B.** $\approx 66°$ **C.** $\approx 294°$ **D.** $\approx 12,56°$

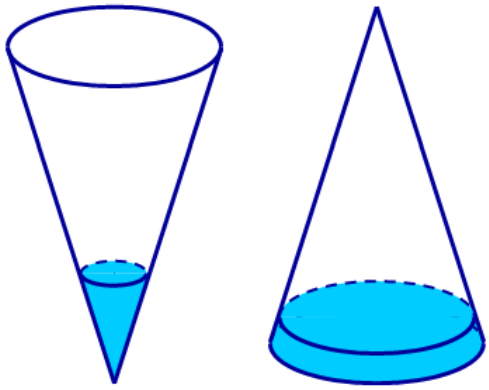
Câu 4: Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc $60°$ như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là $30cm$ và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\ cm^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** $\frac{1}{27}$. **D.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

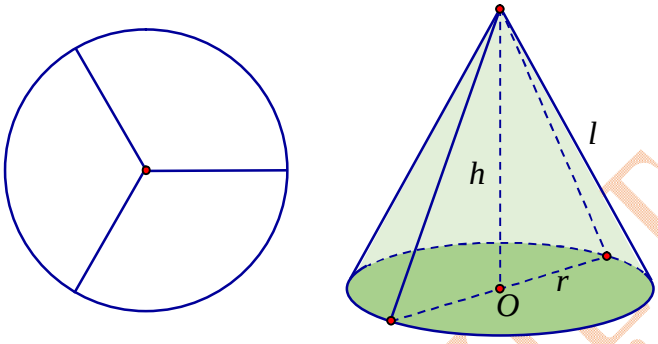
Câu 5: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước xấp xỉ bằng bao nhiêu ? Biết rằng chiều cao của phễu là $15\,\text{cm}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $0,188\ (\text{cm})$. **B.** $0,216\ (\text{cm})$. **C.** $0,5\ (\text{cm})$. **D.** $0,3\ (\text{cm})$.

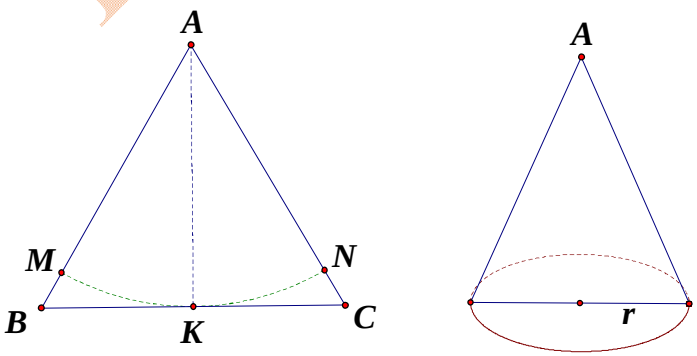
Câu 6: Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính $60\,\text{cm}$ thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



A. $V=\dfrac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít. **B.** $V=\dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

C. $V=\dfrac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít. **D.** $V=\dfrac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 7: Có một miếng tôn hình tam giác ABC đều cạnh 3 dm (như hình vẽ). Gọi K là trung điểm của BC . Người ta dùng compa có tâm là A và bán kính AK vạch cung tròn MN (M , N thứ tự thuộc cạnh AB và AC) rồi cắt miếng tôn theo cung tròn đó. Lấy phần hình quạt người ta gò sao cho cạnh AM và AN trùng nhau thành một cái phễu hình nón không đáy với đỉnh A. Tính thể tích V của cái phễu.

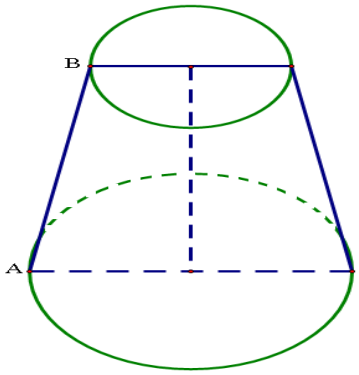


A. $V=\dfrac{\sqrt{141}.\pi}{64}\left(\text{dm}^3\right)$. **B.** $V=\dfrac{3\pi}{32}\left(\text{dm}^3\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $V=\dfrac{3\sqrt{3}.\pi}{32}\left(\text{dm}^3\right)$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{105}.\pi}{64}\left(\text{dm}^3\right)$.

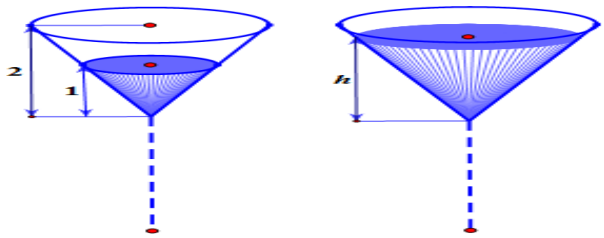
Câu 8: Có một cái cốc làm bằng giấy, được úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của chiếc cốc là $20\,\text{cm}$, bán kính đáy cốc là $4\,\text{cm}$, bán kính miệng cốc là $5\,\text{cm}$. Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò hai vòng quanh thân cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B. Quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình gần đúng nhất với kết quả nào dưới đây?



A. $59,93\,\text{cm}$. **B.** $59,98\,\text{cm}$. **C.** $58,80\,\text{cm}$. **D.** $58,67\,\text{cm}$.

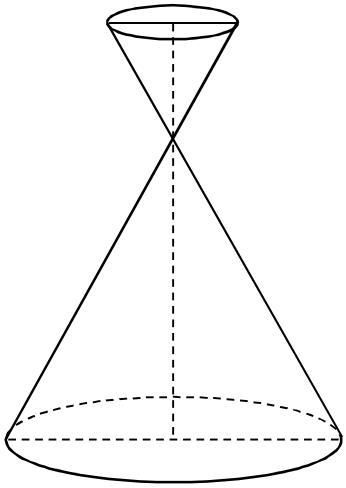
Câu 9: .Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 *dm* (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1*dm*. Tính chiều cao *h* của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng *h* với sai số không quá 0,01*dm*).





A. $h\approx 1,73dm$. **B.** $h\approx 1,89dm$. **C.** $h\approx 1,91dm$. **D.** $h\approx 1,41dm$.

Câu 10: Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh khép lại) , trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón hợp với đáy một góc $60°$.



Biết rằng chiều cao của đồng hồ là $30\,\text{cm}$ và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\,\text{cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần bên dưới là bao nhiêu?

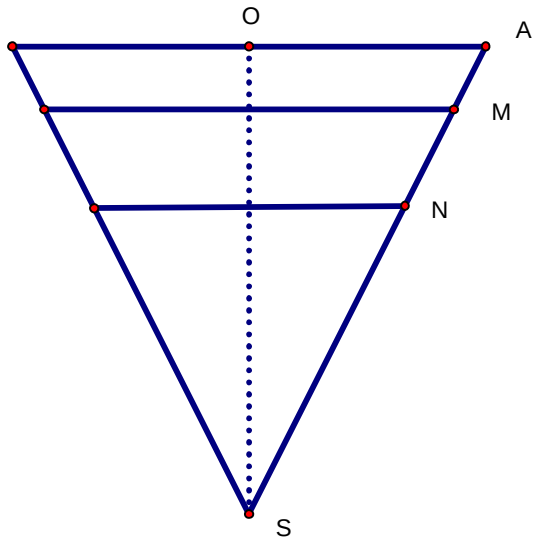
A. $\frac{1}{64}$. **B.** $\frac{1}{27}$. **C.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 11: Một cái ly có dạng hình nón được rót nước vào với chiều cao mực nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao hình nón. Hỏi nếu bịch kính miệng ly rồi úp ngược ly xuống thì tỷ số chiều cao mực nước và chiều cao hình nón xấp xỉ bằng bao nhiêu?

A. $0,11$. **B.** $0,21$. **C.** $0,08$ **D.** $0,33$.

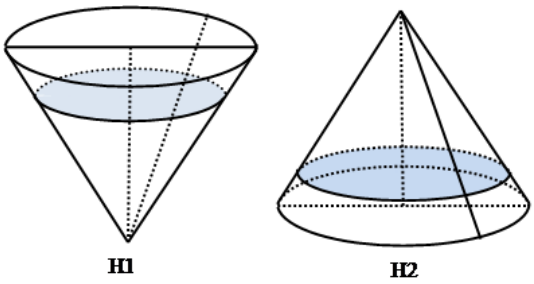
Câu 12: Một bể nước lớn của khu công nghiệp có phần chứa nước là một khối nón đỉnh S phía dưới (hình vẽ), đường sinh $SA=27$ mét. Có một lần lúc bể chứa đầy nước, người ta phát hiện nước trong bể không đạt yêu cầu về vệ sinh nên lãnh đạo khu công nghiệp cho thoát hết nước để làm vệ sinh bể chứa. Công nhân cho thoát nước ba lần qua một lỗ ở đỉnh S. Lần thứ nhất khi mực nước tới điểm M thuộc SA thì dừng, lần thứ hai khi mực nước tới điểm N thuộc SA thì dừng, lần thứ ba mới thoát hết nước. Biết rằng lượng nước mỗi lần thoát bằng nhau. Tính độ dài đoạn MN. (Hình vẽ 4: Thiết diện qua trục của hình nón nước).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



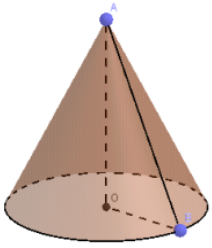
A. $9\sqrt[3]{9}\left(\sqrt[3]{4}-1\right)m$. **B.** $9\sqrt[3]{9}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)m$. **C.** $9\sqrt[3]{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)m$. **D.** $27\left(\sqrt[3]{2}-1\right)m$.

Câu 13: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là $20\,\text{cm}$. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng $10\,\text{cm}$ (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



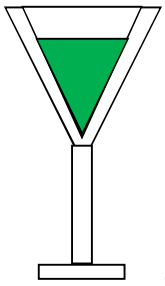
A. $0,87\,\text{cm}$. **B.** $10\,\text{cm}$. **C.** $1,07\,\text{cm}$. **D.** $1,35\,\text{cm}$.

Câu 14: Một cây thông Noel có dạnh hình nón với chiều dài đường sinh bằng $60cm$ và bán kính đáy $r=10cm$. Một chú kiến bắt đầu xuất phát từ một đỉnh nằm trên mặt đáy hình nón và có dự định bò một vòng quanh cây thông sau đó quay trở lại vị trí xuất phát ban đầu. Tính quãng đường ngắn nhất mà chú kiến có thể đi được là bao nhiêu?



A. 60. **B.** 63. **C.** 125. **D.** 45.

Câu 15: Cho một chiếc cốc hình nón chứa đầy rượu như hình vẽ. Người X uống một phần rượu sao cho chiều cao của nó giảm đi $\frac{1}{3}$ so với chiều cao của rượu trong cốc. Người Y uống phần rượu còn lại trong cốc. Khi đó khẳng định nào đúng.



.

A. Người X uống lượng rượu bằng $5,75$ lần lượng rượu của người Y uống.

B. Hai người X và Y uống lượng rượu bằng nhau.

C. Người X uống lượng rượu bằng $2,375$ lần lượng rượu của người Y uống.

D. Người X uống lượng rượu bằng một nửa lượng rượu của người Y uống.

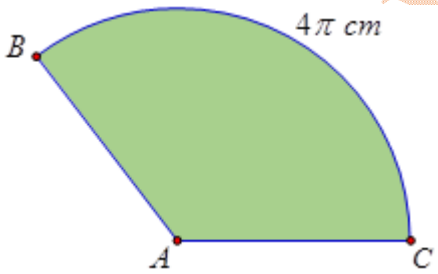
Câu 16: Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương cạnh 1m chứa đầy nước. Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

A. $\dfrac{11}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{11}$. **C.** $\dfrac{\pi}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi}{12-\pi}$.

Câu 17: Một cái ly có dạng hình nón như hình vẽ. Người ta đổ một lượng nước vào ly sao cho chiều cao của lượng nước trong ly bằng $\dfrac{1}{3}$ chiều cao của ly (không tính chân ly). Hỏi nếu bịt kín miệng ly rồi lộn ngược ly lên thì tỷ lệ chiều cao của nước và chiều cao của ly bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{3-\sqrt[3]{26}}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{3-2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

Câu 18: Một mảnh giấy hình quạt như hình vẽ. Người ta dán mép AB và AC lại với nhau để được một hình nón đỉnh A. Tính thể tích V của khối nón thu được (xem phần giấy dán không đáng kể).



A. $4\sqrt{21}\pi$. **B.** $\dfrac{20\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{21}}{3}\pi$. **D.** 20π.

Câu 19: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$ với chiều cao là h và bán kính đáy là r để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất thì giá trị của r là:

A. $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$. **B.** $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$. **C.** $r=\sqrt[6]{\dfrac{3^8}{2\pi^2}}$. **D.** $r=\sqrt[4]{\dfrac{3^6}{2\pi^2}}$.

Câu 20: Với một đĩa phẳng hình tròn bằng thép bán kính R, phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành một hình nón. Gọi độ dài cung tròn của hình quạt còn lại là x. Tìm x để thể tích khối nón tạo thành nhận giá trị lớn nhất.

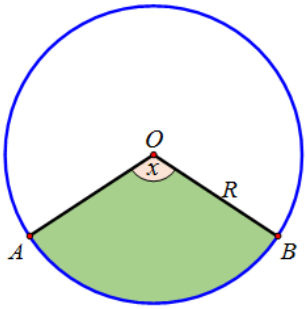
A. $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x=\dfrac{\pi R\sqrt{6}}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$. **D.** $x=\dfrac{2\pi R\sqrt{2}}{3}$.

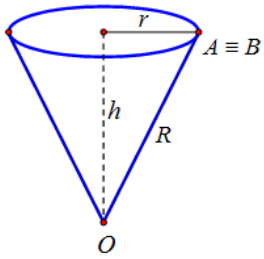
Câu 21: Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc cốc hình nón không nắp bằng nhôm có thể tích là $V=9a^3\pi$. Để tiết kiệm sản suất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản suất

những chiếc cốc hình nón có bán kính miệng cốc là R sao cho diện tích nhôm cần sử dụng là ít nhất. Tính R?

A. $R=\dfrac{3a}{\sqrt[3]{2}}$. **B.** $R=\dfrac{3a}{\sqrt[6]{2}}$. **C.** $R=\sqrt[3]{9}a$. **D.** $R=3a$.

Câu 22: Bạn A có một tấm bìa hình tròn (như hình vẽ), bạn ấy muốn dùng tấm bìa đó tạo thành một cái phễu hình nón, vì vậy bạn phải cắt bỏ phần quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm của hình quạt tròn dùng làm phễu. Giá trị của x để thể tích phễu lớn nhất là.





.

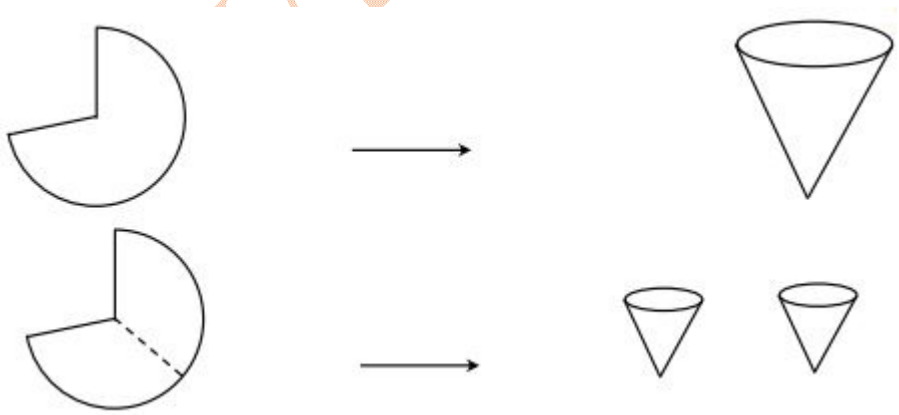
A. $\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{\left(6-2\sqrt{6}\right)\pi}{3}$.

Câu 23: Từ cùng một tấm kim loại dẻo hình quạt như hình vẽ có kích thước bán kính $R=5$ và chu vi của hình quạt là $P=8\pi+10$, người ta gò tấm kim loại thành những chiếc phễu theo hai cách:

1- Gò tấm kim loại ban đầu thành mặt xung quanh của một cái phễu

2 - Chia đôi tấm kim loại thành hai phần bằng nhau rồi gò thành mặt xung quanh của hai cái phễu

Gọi V_1 là thể tích của cái phễu thứ nhất, V_2 là tổng thể tích của hai cái phễu ở cách 2. Tính $\dfrac{V_1}{V_2}$?



A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{21}{\sqrt{7}}$ **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$ **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

Câu 24: Một phễu đựng kem hình nón bằng giấy bạc có thể tích 12π (cm^3) và chiều cao là 4cm. Muốn tăng thể tích kem trong phễu hình nón lên 4 lần, nhưng chiều cao không thay đổi, diện tích miếng giấy bạc cần thêm là.

A. $(12\sqrt{13}-15)\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$.

C. $\dfrac{12\sqrt{13}}{15}\left(cm^2\right)$. **D.** $(12\sqrt{13}+15)\pi\left(cm^2\right)$

Câu 25: Nhà Nam có một chiếc bàn tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$ m. Nam muốn mắc một bóng điện ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C của bóng điện được biểu thị bởi công thức $C = c\dfrac{\sin\alpha}{l^2}$ (α là góc tạo bởi tia sáng tới mép bàn và mặt bàn, c - hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng, l khoảng cách từ mép bàn tới bóng điện). Khoảng cách nam cần treo bóng điện tính từ mặt bàn là

A. 1m **B.** 1,2m **C.** 1.5 m **D.** 2m

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN MẶT VÀ KHỐI NÓN

Câu 1: Một chiếc ly hình nón chứa đầy rượu. Người ta uống đi một phần rượu sao cho chiều cao phần còn lại bằng một nửa chiều cao ban đầu. Số phần rượu đã được uống là:

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{7}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi h, r là chiều cao và bán kính ly rượu.Thể ly rượu khi đầy là $V=\frac{1}{3}h\pi r^2$.

Sau khi uống phần còn lại có chiều cao là $\frac{h}{2}$ nên thể tích phần rượu còn lại là

$V_1=\frac{1}{3}\frac{h}{2}\pi\left(\frac{r}{2}\right)^2=\frac{1}{3}h\pi r^2.\frac{1}{8}=\frac{1}{8}V$. Vậy phần rượu được uống đi là $\frac{7}{8}V$.

Câu 2: Một bình đựng nước dạng hình nón (không đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo dược thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}dm^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước là:

A. $S_{xq}=4\pi\ dm^2$. **B.** $S_{xq}=\frac{3\pi}{2}\ dm^2$.

C. $S_{xq}=\frac{9\pi\sqrt{10}}{2}dm^2$. **D.** $S_{xq}=4\pi\sqrt{10}\ dm^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hình nón: $h=SO=3r$, $r=OB$, $l=SA$. Xét hình trụ: $h_1=2r=NQ$, $r_1=ON=QI$

$\Delta SQI\sim\Delta SBO\Rightarrow\frac{QI}{BO}=\frac{SI}{SO}=\frac{1}{3}\Rightarrow r_1=\frac{r}{3}\Rightarrow$ Thể tích khối trụ là:

$V_t=\pi r_1^2h_1=\frac{2\pi r^3}{9}=\frac{16\pi}{9}\Rightarrow r=2\Rightarrow h=6\Rightarrow l=\sqrt{h^2+r^2}=2\sqrt{10}\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=4\pi\sqrt{10}\ dm^2$

Câu 3: Với một đĩa tròn bằng thép tráng có bán kính $R=\sqrt{6}m$ phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành hình tròn. Cung tròn của hình quạt bị cắt đi phải bằng bao nhiêu độ để hình nón có thể tích cực đại?

A. $\approx 2,8^\circ$ **B.** $\approx 66^\circ$ **C.** $\approx 294^\circ$ **D.** $\approx 12,56^\circ$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có thể nhận thấy đường sinh của hình nón là bán kính của đĩa tròn. Còn chu vi đáy của hình nón chính là chu vi của đĩa trừ đi độ dài cung tròn đã cắt. Như vậy ta tiến hành giải chi tiết như sau:

Gọi $x(m)$ là độ dài đáy của hình nón (phần còn lại sau khi cắt cung hình quạt của dĩa).

Khi đó $x=2\pi r\Rightarrow r=\frac{x}{2\pi}$

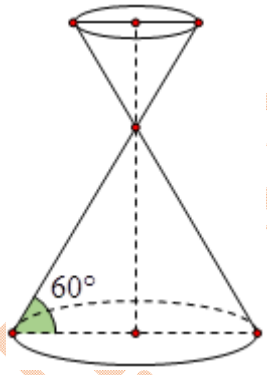
Chiều cao của hình nón tính theo định lí PITAGO là $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4\pi^2}}$

Thể tích khối nón sẽ là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi\frac{x^2}{4\pi^2}\sqrt{R^2-\frac{x^2}{4\pi^2}}$

Đến đây các em đạo hàm hàm $V(x)$ tìm được GTLN của $V(x)$ đạt được khi $x=\frac{2\pi}{3}R\sqrt{6}=4\pi$

Suy ra độ dài cung tròn bị cắt đi là: $2\pi R-4\pi\Rightarrow\alpha=\frac{2\sqrt{6}\pi-4\pi}{2\sqrt{6}\pi}360^0\approx 66^0$

Câu 4: Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh ghép lại), trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón tạo với đáy một góc $60°$ như hình bên. Biết rằng chiều cao của đồng hồ là $30cm$ và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\ cm^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, khi đó tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần phía dưới là bao nhiêu?



A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{64}$. **C.** $\frac{1}{27}$. **D.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $h,h',r,r'\left(h\geq\frac{30}{2}=15\right)$ lần lượt là chiều cao, bán kính của hình nón phía dưới và phía trên của đồng hồ. Ta có: $r=\frac{h}{\tan 60°}=\frac{h}{\sqrt{3}};h'=30-h;r'=\frac{h'}{\sqrt{3}}=\frac{30-h}{\sqrt{3}}$.

Khi đó: thể tích của đồng hồ:

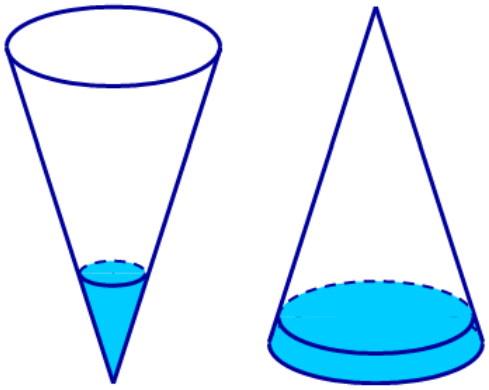
$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h+\frac{1}{3}\pi r'h'=\frac{1}{3}\pi\left(\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right)^2 h+\left(\frac{30-h}{\sqrt{3}}\right)^2(30-h)\right)$$

$$=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{h^3+27000-2700h+90h^2-h^3}{3}\right)=\frac{1}{9}\pi\left(90h^2-2700h+27000\right)=1000\pi$$

$$\Rightarrow h^2-30h+200=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}h=20\\h=10\left(<15\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow h=20\Rightarrow h'=10$$

Do 2 hình nón đồng dạng nên $\frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{h'}{h}\right)^3=\frac{1}{8}$.

Câu 5: Một cái phễu có dạng hình nón. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của lượng nước trong phễu bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của phễu. Hỏi nếu bịt kín miệng phễu rồi lộn ngược phễu lên thì chiều cao của nước xấp xỉ bằng bao nhiêu ? Biết rằng chiều cao của phễu là $15\,\text{cm}$.



A. $0{,}188\ (\text{cm})$. **B.** $0{,}216\ (\text{cm})$. **C.** $0{,}5\ (\text{cm})$. **D.** $0{,}3\ (\text{cm})$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $R,\ h$ lần lượt là bán kính và chiều cao của phễu. Ta có $h=SO=15$

Gọi $h_1,\ R_1$ lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối nước lúc ban đầu.

Ta có $\left\{\begin{array}{l}h_1=SH=\frac{h}{3}\\\frac{h_1}{h}=\frac{R_1}{R}\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}h_1=5\\R_1=\frac{R}{3}\end{array}\right.$

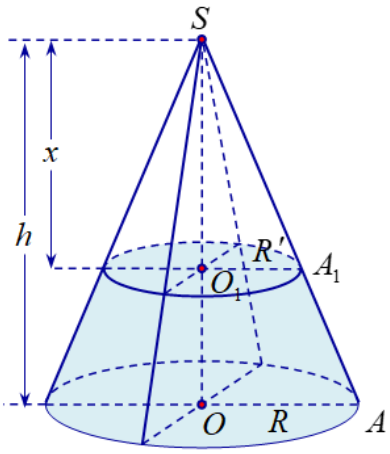
Thể tích khối nước $V_n=\frac{1}{3}\pi R_1^2h_1=\frac{\pi R^2h}{81}$

Khi quay ngược phễu, nước trong phễu được biểu diễn như hình vẽ.

Đặt $SO_1=x>0$, $O_1A_1=R'$ thì chiều cao cột nước mới trong phễu là $h-x\ (1)$ và $\frac{R'}{R}=\frac{x}{h}$

$\Rightarrow R'=\frac{xR}{h}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



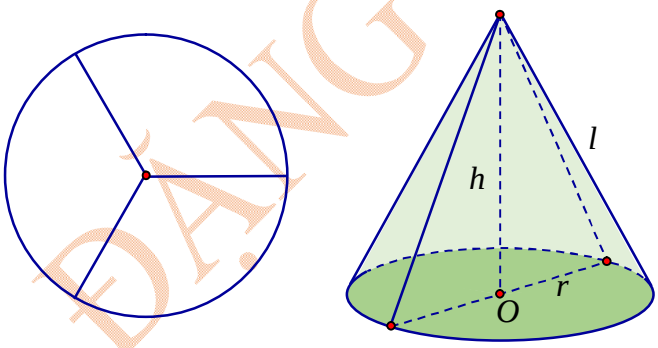
Gọi V_1 là thể tích khối nón có chiều cao h, bán kính đáy R. Ta có $V_1=\frac{1}{3}\pi R^2h$

Gọi V_2 là thể tích khối nón có chiều cao x, bán kính đáy R'. Ta có $V_2=\frac{1}{3}\pi R'^2x=\frac{\pi R^2x^3}{3h^2}$

Vì $V_1-V_2=V_n$ nên $\frac{1}{3}\pi R^2h-\frac{\pi R^2x^3}{3h^2}=\frac{1}{81}\pi R^2h\Rightarrow x=\frac{\sqrt[3]{26}}{3}h$

Thay vào (1) ta được chiều cao cột nước mới trong phễu là $h\left(1-\frac{\sqrt[3]{26}}{3}\right)\approx 0{,}188$.

Câu 6: Người thợ gia công của một cơ sở chất lượng cao X cắt một miếng tôn hình tròn với bán kính $60\,\text{cm}$ thành ba miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó người thợ ấy quấn và hàn ba miếng tôn đó để được ba cái phễu hình nón. Hỏi thể tích V của mỗi cái phễu đó bằng bao nhiêu?



A. $V=\frac{16000\sqrt{2}}{3}$ lít.

B. $V=\frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

C. $V=\frac{16000\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

D. $V=\frac{160\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đổi $60\,\text{cm}=6\,\text{dm}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đường sinh của hình nón tạo thành là $l = 6\,\text{dm}$.

Chu vi đường tròn ban đầu là $C = 2\pi R = 16\pi$.

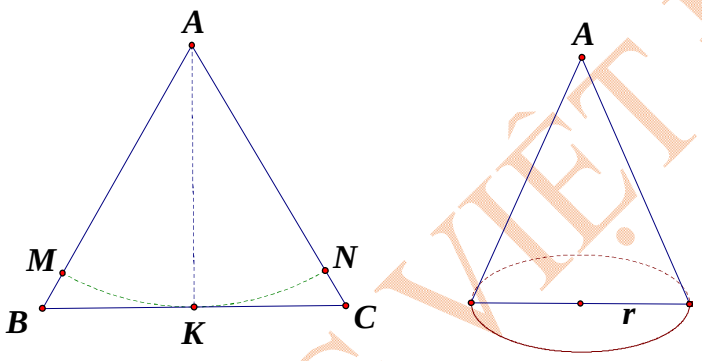
Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón tạo thành.

Chu vi đường tròn đáy của hình nón tạo thành là $2\pi.r = \dfrac{2\pi.6}{3} = 4\pi\ \text{dm} \Rightarrow r = \dfrac{4\pi}{2\pi} = 2\,\text{dm}$.

Đường cao của khối nón tạo thành là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$.

Thể tích của mỗi cái phễu là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.2^2.4\sqrt{2} = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}\text{dm}^3 = \dfrac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ lít.

Câu 7: Có một miếng tôn hình tam giác ABC đều cạnh 3 dm (như hình vẽ). Gọi K là trung điểm của BC. Người ta dùng compa có tâm là A và bán kính AK vạch cung tròn MN (M, N thứ tự thuộc cạnh AB và AC) rồi cắt miếng tôn theo cung tròn đó. Lấy phần hình quạt người ta gò sao cho cạnh AM và AN trùng nhau thành một cái phễu hình nón không đáy với đỉnh A. Tính thể tích V của cái phễu.



A. $V = \dfrac{\sqrt{141}.\pi}{64}\left(\text{dm}^3\right)$.

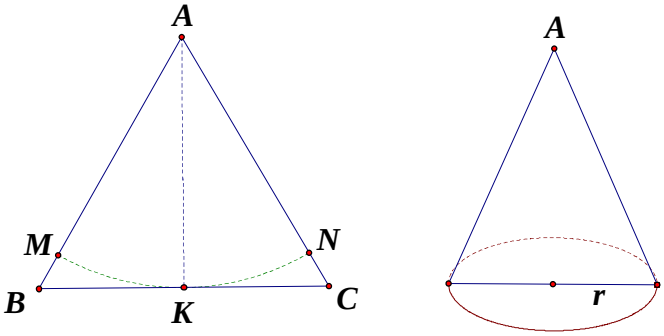
B. $V = \dfrac{3\pi}{32}\left(\text{dm}^3\right)$.

C. $V = \dfrac{3\sqrt{3}.\pi}{32}\left(\text{dm}^3\right)$.

D. $V = \dfrac{\sqrt{105}.\pi}{64}\left(\text{dm}^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có tam giác ABC đều có cạnh bằng 3 nên đường cao $AK = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

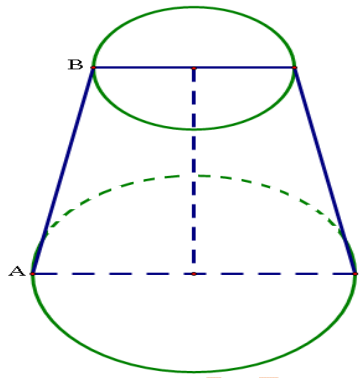
Chu vi đường tròn đáy của cái phễu chính là chiều dài x của dây cung MN. Mặt khác số đo cung MN bằng số đo góc ở tâm nên sđ $\overset{\frown}{MN}=60^\circ$ suy ra độ dài dây cung MN bằng $\frac{1}{6}$ độ dài đường tròn, nghĩa là $x=\frac{1}{6}.2\pi.AK=\frac{1}{6}.2\pi.\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Gọi r là bán kính của đường tròn đáy của cái phễu, ta có $x=2\pi r\Rightarrow r=\frac{x}{2\pi}=\frac{\frac{\pi\sqrt{3}}{2}}{2\pi}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của cái phễu $h=\sqrt{AK^2-r^2}=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{105}}{4}$.

Vậy thể tích cái phễu $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2.\frac{\sqrt{105}}{4}=\frac{\sqrt{105}\pi}{64}$.

Câu 8: Có một cái cốc làm bằng giấy, được úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của chiếc cốc là $20\,\text{cm}$, bán kính đáy cốc là $4\,\text{cm}$, bán kính miệng cốc là $5\,\text{cm}$. Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò hai vòng quanh thân cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B. Quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình gần đúng nhất với kết quả nào dưới đây?



.

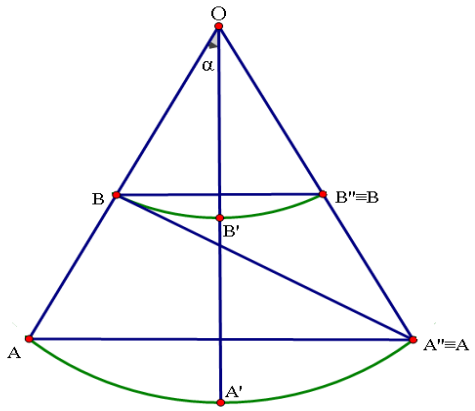
A. $59,93\,\text{cm}$. **B.** $59,98\,\text{cm}$. **C.** $58,80\,\text{cm}$. **D.** $58,67\,\text{cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt b, a, h lần lượt là bán kính đáy cốc, miệng cốc và chiều cao của cốc, α là góc kí hiệu như trên hình vẽ. Ta "trải" hai lần mặt xung quanh cốc lên mặt phẳng sẽ được một hình quạt của một khuyên với cung nhỏ $BB''=4\pi b$ và cung lớn $AA''=4\pi a$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Độ dài ngắn nhất của đường đi của con kiến là độ dài đoạn thẳng BA''. Áp dụng định lí hàm số cosin ta được: $l=\sqrt{BO^2+OA''^2-2BO.OA''.\cos 2\alpha}\ (1)$.

$B''A''=AB=\sqrt{(a-b)^2+h^2}$.

$$\frac{a}{b}=\frac{4\pi a}{4\pi b}=\frac{l\left(\overset{\frown}{BB''}\right)}{l\left(\overset{\frown}{AA''}\right)}=\frac{OA}{OB}=\frac{OB+AB}{OB}=1+\frac{AB}{\frac{2\pi b}{\alpha}}=1+\frac{AB.\alpha}{2\pi b}.$$

$$\Rightarrow \alpha=\frac{2\pi(a-b)}{AB}=\frac{2\pi(a-b)}{\sqrt{(a-b)^2+h^2}}\ (a).$$

$$\frac{AB}{OB}=\frac{a}{b}-1=\frac{a-b}{b}\Rightarrow OB=\frac{b\sqrt{(a-b)^2+h^2}}{a-b}\ (b).$$

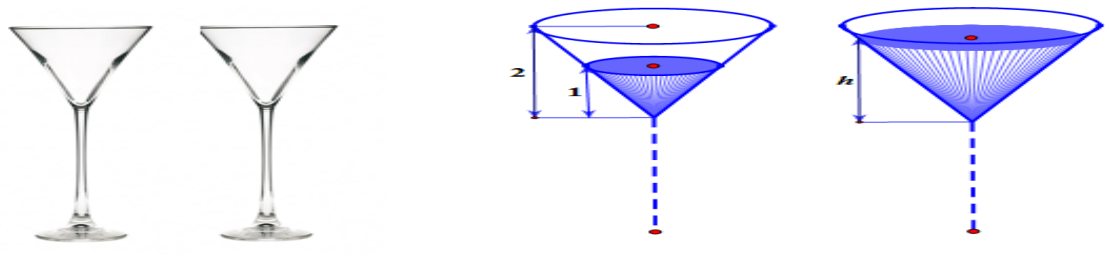
$$OA''=OB+BA=\frac{b\sqrt{(a-b)^2+h^2}}{a-b}+\sqrt{(a-b)^2+h^2}\ (c).$$

Thay (a), (b), (c) vào (1) ta tìm được $l\approx 58,79609cm\approx 58,80$.

Ghichú. *Để tồn tại* ***Hướng dẫn giải*** *trên thì đoạn BA'' phải không cắt cung $\overset{\frown}{BB''}$ tại điểm nào khác B, tức là BA'' nằm dưới tiếp tuyến của $\overset{\frown}{BB''}$ tại B Điều này tương đương với $2\alpha<\cos^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$. Tuy nhiên, trong* ***Hướng dẫn giải*** *của thí sinh không yêu cầu phải trình bày điều kiện này (và đề bài cũng đã cho thỏa mãn yêu cầu đó).*

Câu 9: . Hai chiếc ly đựng chất lỏng giống hệt nhau, mỗi chiếc có phần chứa chất lỏng là một khối nón có chiều cao 2 *dm* (mô tả như hình vẽ). Ban đầu chiếc ly thứ nhất chứa đầy chất lỏng, chiếc ly thứ hai để rỗng. Người ta chuyển chất lỏng từ ly thứ nhất sang ly thứ hai sao cho độ cao của cột chất lỏng trong ly thứ nhất còn 1*dm*. Tính chiều cao *h* của cột chất lỏng trong ly thứ hai sau khi chuyển (độ cao của cột chất lỏng tính từ đỉnh của khối nón đến mặt chất lỏng - lượng chất lỏng coi như không hao hụt khi chuyển. Tính gần đúng *h* với sai số không quá 0,01*dm*).

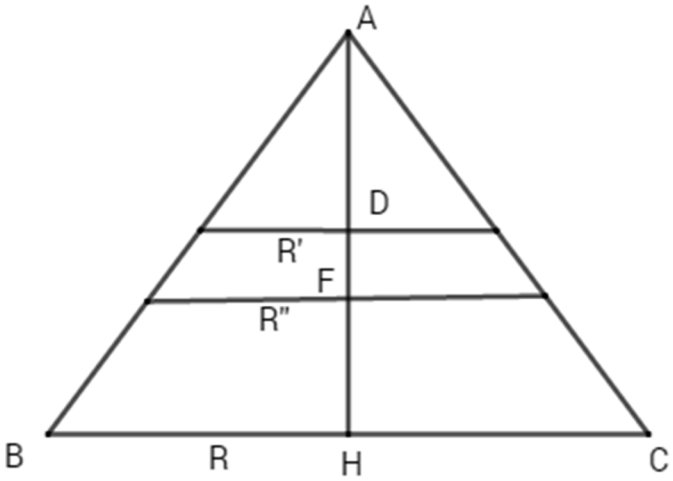
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $h \approx 1,73dm$. **B.** $h \approx 1,89dm$. **C.** $h \approx 1,91dm$. **D.** $h \approx 1,41dm$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Có chiều cao hình nón khi đựng đầy nước ở ly thứ nhất: $AH = 2$.

Chiều cao phần nước ở ly thứ nhất sau khi đổ sang ly thứ hai: $AD = 1$.

Chiều cao phần nước ở ly thứ hai sau khi đổ sang ly thứ hai: $AF = h$.

Theo Ta let ta có: $\frac{R'}{R} = \frac{AD}{AH} = \frac{1}{2}$, $\frac{R''}{R} = \frac{AF}{AH} = \frac{h}{2}$ suy ra $R' = \frac{R}{2}$, $R'' = \frac{Rh}{2}$.

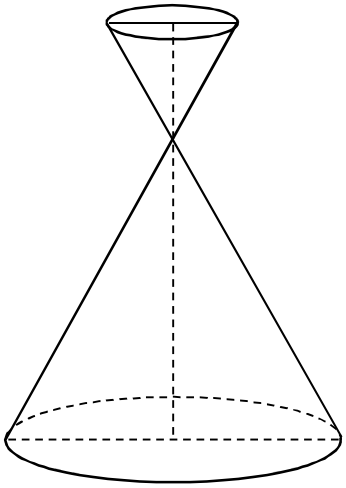
Thể tích phần nước ban đầu ở ly thứ nhất : $V = 2\pi R^2$.

Thể tích phần nước ở ly thứ hai : $V_1 = \pi R''^2 h = \frac{\pi R^2 h^3}{4}$.

Thể tích phần nước còn lại ở ly thứ nhất: $V_2 = \frac{\pi R^2}{4}$.

Mà: $V = V_1 + V_2 \Leftrightarrow \frac{\pi R^2 h^3}{4} + \frac{\pi R^2}{4} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow \frac{h^3}{4} + \frac{1}{4} = 2 \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{7} \approx 1,91$.

Câu 10: Cho một đồng hồ cát như hình bên dưới (gồm 2 hình nón chung đỉnh khép lại) , trong đó đường sinh bất kỳ của hình nón hợp với đáy một góc $60°$.

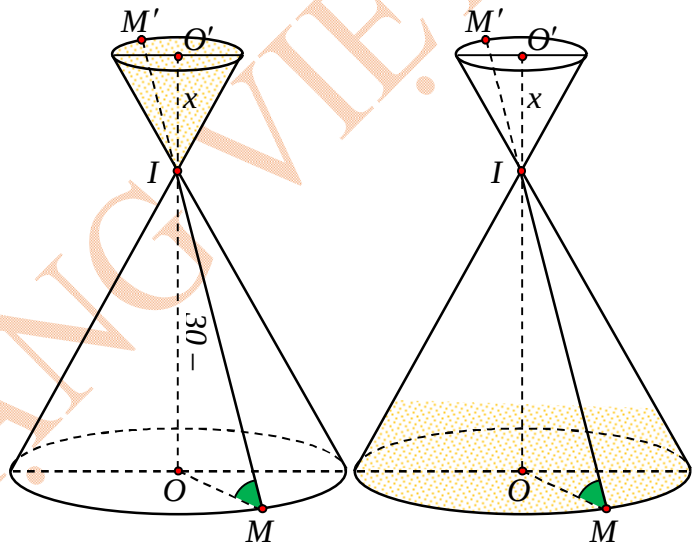


Biết rằng chiều cao của đồng hồ là $30\,\text{cm}$ và tổng thể tích của đồng hồ là $1000\pi\,\text{cm}^3$. Hỏi nếu cho đầy lượng cát vào phần trên thì khi chảy hết xuống dưới, tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần bên dưới là bao nhiêu?

A. $\frac{1}{64}$. **B.** $\frac{1}{27}$. **C.** $\frac{1}{3\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi x là chiều cao của hình nón phía trên; $30-x$ là chiều cao đáy dưới

Điều kiện: $0<x<15$.

❍ Tam giác OIM vuông tại O có $\widehat{IMO}=60°$, $OM=OI.\cot 60°=\frac{\sqrt{3}}{3}(30-x)$

❍ Tam giác $O'IM'$ vuông tại O' có $\widehat{IM'O'}=60°$, $O'M'=O'I.\cot 60°=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

Theo giả thiết ta có pt:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\frac{\pi}{3}\left(OI.OM^2+O'I.O'M'^2\right)=1000\pi \Leftrightarrow 3x^2-90x+600=0 \Rightarrow x=10 \text{ (vì } x<15\text{)}$$

Khi đó

❍ Thể tích phần trên $V_1=\frac{1}{9}\pi x^3=\frac{1000\pi}{9}$

❍ Thể tích phần dưới $V_2=\frac{1}{9}\pi\left(30-x\right)^3=\frac{8000\pi}{9}$

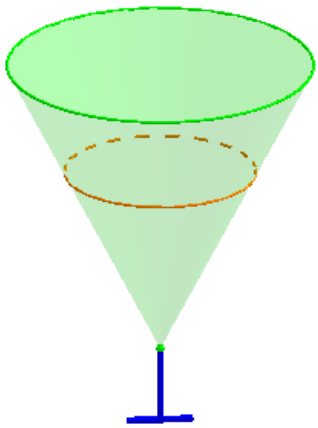
Vậy: tỉ lệ thể tích lượng cát chiếm chỗ và thể tích phần bên dưới là $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{8}$.

Câu 11: Một cái ly có dạng hình nón được rót nước vào với chiều cao mực nước bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao hình nón. Hỏi nếu bịch kính miệng ly rồi úp ngược ly xuống thì tỷ số chiều cao mực nước và chiều cao hình nón xấp xỉ bằng bao nhiêu?

A. $0,11$. **B.** $0,21$. **C.** $0,08$ **D.** $0,33$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi chiều cao và bán kính đường tròn đáy của cái ly lần lượt là h và R .

Khi để cốc theo chiều xuôi thì lượng nước trong cốc là hình nón có chiều cao và bán kính đường tròn đáy lần lượt là $\frac{2h}{3}$ và $\frac{2R}{3}$

Do đó thể tích lượng nước trong bình là $\frac{8V}{27}\Rightarrow$ Phần không chứa nước chiếm $\frac{19}{27}V$.

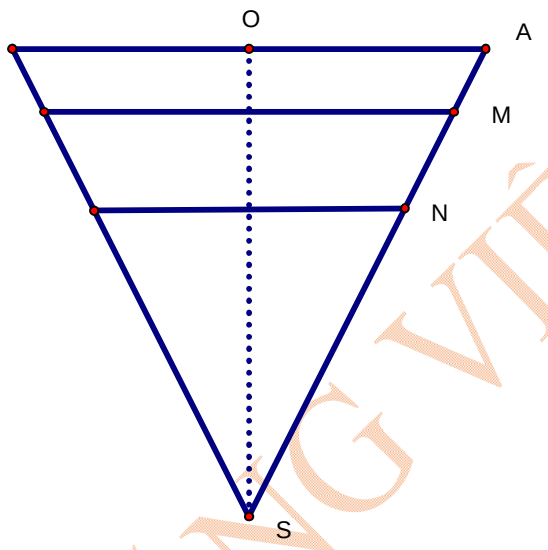
Khi úp ngược ly lại thì phần thể tích nước trong ly không đổi và lúc đó phần không chứa nước là hình nón và ta gọi h' và R' lần lượt là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của phần hình nón không chứa nước đó.

Ta có $\frac{R'}{R}=\frac{h'}{h}$ và phần thể tích hình nón không chứa nước là $\frac{19}{27}V$

$\Rightarrow \frac{h'}{3}.\pi R'^2=\frac{19}{27}\frac{h}{3}.\pi R^2 \Leftrightarrow \left(\frac{h'}{h}\right)^3=\frac{19}{27}\Rightarrow \frac{h'}{h}=\frac{\sqrt[3]{19}}{3}$

Do đó tỷ lệ chiều cao của phần chứa nước và chiều cao của cái ly trong trường hợp úp ngược ly là $1-\frac{h'}{h}=\frac{3-\sqrt[3]{19}}{3}$.

Câu 12: Một bể nước lớn của khu công nghiệp có phần chứa nước là một khối nón đỉnh S phía dưới (hình vẽ), đường sinh $SA=27$ mét. Có một lần lúc bể chứa đầy nước, người ta phát hiện nước trong bể không đạt yêu cầu về vệ sinh nên lãnh đạo khu công nghiệp cho thoát hết nước để làm vệ sinh bể chứa. Công nhân cho thoát nước ba lần qua một lỗ ở đỉnh S. Lần thứ nhất khi mực nước tới điểm M thuộc SA thì dừng, lần thứ hai khi mực nước tới điểm N thuộc SA thì dừng, lần thứ ba mới thoát hết nước. Biết rằng lượng nước mỗi lần thoát bằng nhau. Tính độ dài đoạn MN. (Hình vẽ 4: Thiết diện qua trục của hình nón nước).



A. $9\sqrt[3]{9}\left(\sqrt[3]{4}-1\right)m$. **B.** $9\sqrt[3]{9}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)m$. **C.** $9\sqrt[3]{3}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)m$. **D.** $27\left(\sqrt[3]{2}-1\right)m$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi V, V_1, V_2 là thể tích của khối nón có đường sinh SA, SM, SN.

Theo đề bài ta suy ra $\begin{cases}V_1=2V_2\\V=3V_2\end{cases}$.

Lại có: $\frac{V}{V_1}=\frac{\frac{1}{3}\pi OA^2SO}{\frac{1}{3}\pi O_1M^2SO_1}=\frac{OA^2SO}{O_1M^2SO_1}$, mặt khác $\frac{OA}{O_1M}=\frac{SO}{SO_1}=\frac{SA}{SM}$ nên

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

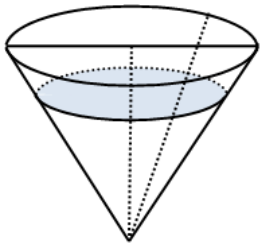
Ta có tỉ số thể tích bằng lập phương tỉ số cạnh không cần chứng minh.

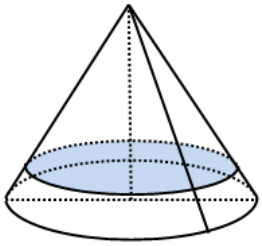
$\frac{V}{V_1}=\left(\frac{SA}{SM}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{3V_2}{2V_2}=\left(\frac{27}{SM}\right)^3 \Leftrightarrow SM=27\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$.

Và $\frac{V}{V_2}=\left(\frac{SA}{SN}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{3V_2}{V_2}=\left(\frac{27}{SM}\right)^3 \Leftrightarrow SN=27\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$

Vậy $MN=SM-SN=27\left(\sqrt[3]{\frac{2}{3}}-\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)=9\sqrt[3]{9}\left(\sqrt[3]{2}-1\right)$.

Câu 13: Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là $20\,\text{cm}$. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng $10\,\text{cm}$ (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?

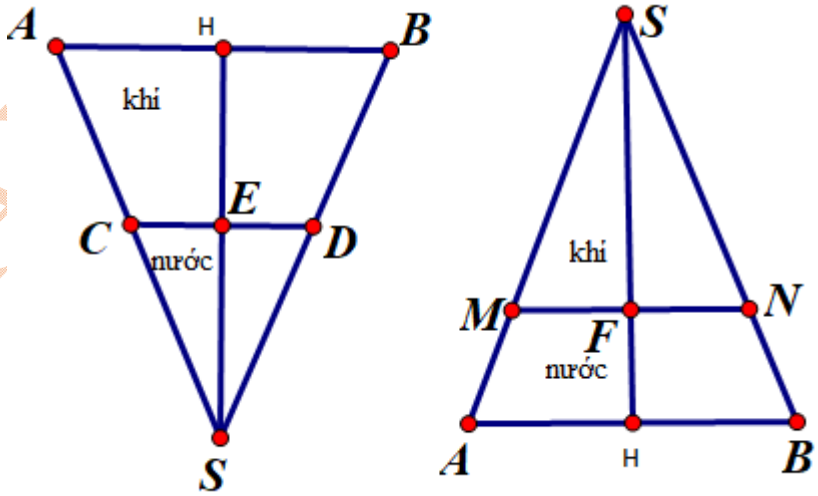

H1


H2

A. $0,87\,\text{cm}$. **B.** $10\,\text{cm}$. **C.** $1,07\,\text{cm}$. **D.** $1,35\,\text{cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Trước khi lật phễu lên:

Theo bài ra ta có $SE=10\text{cm}$, $SH=20\text{cm}$. $\Delta SCD \backsim \Delta SAB \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{SE}{SH}=\frac{ED}{HB}$

Suy ra $\frac{V_{nuoc}}{V_{pheu}}=\frac{ED^2.SE}{HB^2.SH}=\frac{1}{8} \Rightarrow V_{khi}=\frac{7}{8}V_{pheu}$.

Sau khi lật phễu lên:

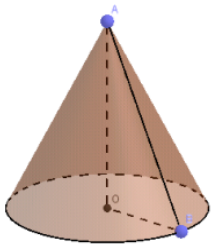
$$\Delta SMN \sim \Delta SAB \Rightarrow \frac{SF}{SH} = \frac{FD}{HB}$$

Do $V_{khi} = \frac{7}{8}V_{pheu} \Leftrightarrow \left(\frac{FN}{HB}\right)^2 . \frac{SF}{SH} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{SF}{SH}\right)^3 = \frac{7}{8} \Leftrightarrow SF = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} SH$.

Vậy chiều cao của nước sau khi lật phễu là

$$FH = SH - HF = SH\left(1 - \frac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) = 20.\left(1 - \frac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) \approx 0{,}8706$$

Câu 14: Một cây thông Noel có dạnh hình nón với chiều dài đường sinh bằng $60cm$ và bán kính đáy $r = 10cm$. Một chú kiến bắt đầu xuất phát từ một đỉnh nằm trên mặt đáy hình nón và có dự định bò một vòng quanh cây thông sau đó quay trở lại vị trí xuất phát ban đầu. Tính quãng đường ngắn nhất mà chú kiến có thể đi được là bao nhiêu?



A. 60. **B.** 63. **C.** 125. **D.** 45.

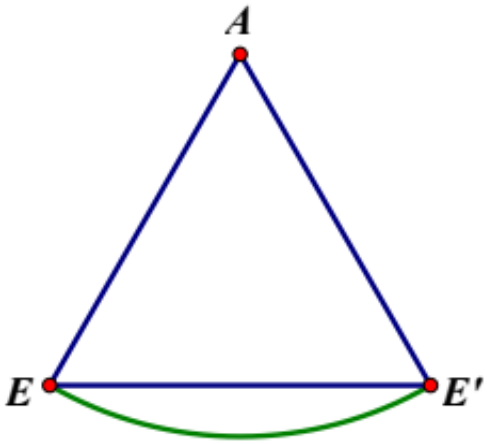
Hướng dẫn giải

Chọn A

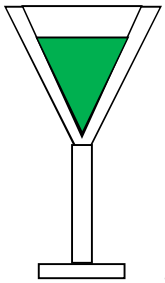
Ta "cắt" hình nón theo cạnh AE và trải hình nón ra được một hình quạt như hình vẽ. Ta chú ý rằng đường sinh của hình nón bằng bán kính quạt nên $R = 60cm$. Gọi r là bán kính đáy nón và α và α là góc của cung tròn quạt. Khi đó chu vi của của cung tròn quạt là:

$$C = 2\pi R\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right) = 2\pi r \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi r}{R} = \frac{\pi}{3}.$$

Vậy hình quạt của ta là một phần sáu hình tròn và tam giác AEE' là tam giác đều. Quãng đường ngắn nhất mà con kiến đi được chính bằng độ dài $EE' = 60cm$



Câu 15: Cho một chiếc cốc hình nón chứa đầy rượu như hình vẽ. Người X uống một phần rượu sao cho chiều cao của nó giảm đi $\frac{1}{3}$ so với chiều cao của rượu trong cốc. Người Y uống phần rượu còn lại trong cốc. Khi đó khẳng định nào đúng.



.

A. Người X uống lượng rượu bằng $5,75$ lần lượng rượu của người Y uống.

B. Hai người X và Y uống lượng rượu bằng nhau.

C. Người X uống lượng rượu bằng $2,375$ lần lượng rượu của người Y uống.

D. Người X uống lượng rượu bằng một nửa lượng rượu của người Y uống.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $V=\frac{1}{3}\pi R^2 h$ là thể tích rượu có trong chiếc cốc hình nón đó (*với R là bán kính đáy hình nón và h là chiều cao hình nón*).

Sau khi người X uống thì lượng rượu còn lại người Y uống là $V_Y=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{2R}{3}\right)^2.\frac{2h}{3}=\frac{8}{81}\pi R^2 h$.

Khi đó người X đã uống một lượng rượu bằng $V_X=V-V_Y=\frac{19}{81}\pi R^2 h$.

Vậy $\frac{V_X}{V_Y}=\frac{19}{8}=2,375$.

Câu 16: Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương cạnh 1m chứa đầy nước. Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

A. $\frac{11}{12}$. **B.** $\frac{1}{11}$. **C.** $\frac{\pi}{12}$. **D.** $\frac{\pi}{12-\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích của chiếc thùng là 1m^3.

Từ giả thiết ta thấy khối nón có chiều cao h bằng cạnh hình lập phương, bán kính đáy r bằng bán kính đường tròn nội tiếp hình vuông cạnh bằng 1m. Suy ra: $h=1\text{m}$, $r=\frac{1}{2}\text{m}$.

Thể tích nước trào ra bằng thể tích nón và bằng $V_1=\frac{1}{3}\pi r^2.h=\frac{\pi}{12}\left(\text{m}^3\right)$. Thể tích lượng nước còn lại là $V_2=1-\frac{\pi}{12}=\frac{12-\pi}{12}\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{12-\pi}$.

Câu 17: Một cái ly có dạng hình nón như hình vẽ. Người ta đổ một lượng nước vào ly sao cho chiều cao của lượng nước trong ly bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao của ly (không tính chân ly). Hỏi nếu bịt kín miệng ly rồi lộn ngược ly lên thì tỷ lệ chiều cao của nước và chiều cao của ly bằng bao nhiêu?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{3-\sqrt[3]{26}}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{3-2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $V_{H_2O}=\frac{1}{3}\cdot\frac{h}{3}\cdot\pi r^2$.

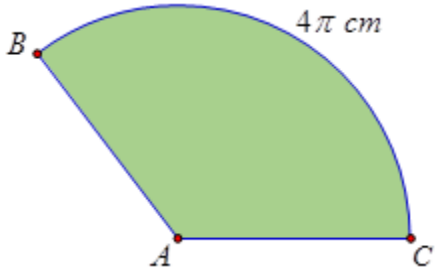
Mà $\frac{r}{R}=\frac{\frac{h}{3}}{h}=\frac{1}{3}\Rightarrow r=\frac{R}{3}$. Suy ra $V_{H_2O}=\frac{1}{3}\cdot\frac{h}{3}\cdot\pi\cdot\frac{R^2}{9}=\frac{1}{27}\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot h.\pi R^2\right)=\frac{1}{27}V$.

Vậy thể tích khối còn lại: $V_1=\frac{26}{27}V\Leftrightarrow\frac{1}{3}h_1\cdot\pi r_1^2=\frac{26}{27}\cdot\frac{1}{3}h\cdot\pi R^2\left(*\right)$.

Mặt khác $\frac{r_1}{R}=\frac{h_1}{h}$ nên $\left(*\right)\Leftrightarrow\frac{h_1}{h}=\frac{26}{27}\cdot\frac{R^2}{r_1^2}=\frac{26}{27}\cdot\frac{h^2}{h_1^2}\Leftrightarrow\frac{h_1}{h}=\frac{\sqrt[3]{26}}{3}$.

$\Leftrightarrow\frac{h-h_1}{h}=\frac{3-\sqrt[3]{26}}{3}\Leftrightarrow\frac{h_{H_2O}}{h}=\frac{3-\sqrt[3]{26}}{3}$.

Câu 18: Một mảnh giấy hình quạt như hình vẽ. Người ta dán mép AB và AC lại với nhau để được một hình nón đỉnh A. Tính thể tích V của khối nón thu được (xem phần giấy dán không đáng kể).



A. $4\sqrt{21}\pi$. **B.** $\frac{20\pi}{3}$. **C.** $\frac{4\sqrt{21}}{3}\pi$. **D.** 20π.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi R,h lần lượt là bán kính và chiều cao của hình nón

Đường sinh $l=5$.

Ta có :

$2\pi R=4\pi\Rightarrow R=2\Rightarrow h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{21}\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{4\pi\sqrt{21}}{3}$.

Câu 19: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$ với chiều cao là h và bán kính đáy là r để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất thì giá trị của r là:

A. $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **B.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **C.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **D.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích của cốc: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=27\Rightarrow r^2h=\frac{81}{\pi}\Rightarrow h=\frac{81}{\pi}.\frac{1}{r^2}$.

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất khi và chỉ khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

$S_{xq}=2\pi rl=2\pi r\sqrt{r^2+h^2}=2\pi r\sqrt{r^2+\frac{81^2}{\pi^2}\frac{1}{r^4}}=2\pi\sqrt{r^4+\frac{81^2}{\pi^2}\frac{1}{r^2}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$= 2\pi\sqrt{r^4 + \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2} + \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}} \ge 2\pi\sqrt{3\sqrt[3]{r^4 . \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2} . \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}}}$.

$= 2\sqrt{3}\pi\sqrt[6]{\frac{81^4}{4\pi^4}}$ (theo BĐT Cauchy).

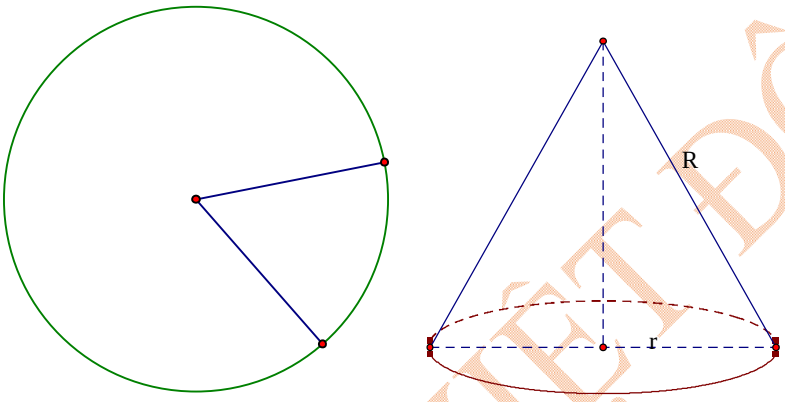
S_{xq} nhỏ nhất $\Leftrightarrow r^4 = \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2} \Leftrightarrow r^6 = \frac{3^8}{2\pi^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 20: Với một đĩa phẳng hình tròn bằng thép bán kính R, phải làm một cái phễu bằng cách cắt đi một hình quạt của đĩa này và gấp phần còn lại thành một hình nón. Gọi độ dài cung tròn của hình quạt còn lại là x. Tìm x để thể tích khối nón tạo thành nhận giá trị lớn nhất.

A. $x = \frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x = \frac{\pi R\sqrt{6}}{3}$. **C.** $x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$. **D.** $x = \frac{2\pi R\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Chu vi đường tròn đĩa là: $C = 2\pi R$.
Chu vi đường tròn đáy của hình nón là: $C' = x$

Bán kính đường tròn đáy hình nón là: $r = \frac{x}{2\pi}$.

Chiều cao của hình nón là: $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}.\pi r^2.h = \frac{1}{3}.\pi\frac{x^2}{4\pi^2}.\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

$\Rightarrow V' = \frac{1}{6\pi}x\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}} - \frac{1}{3}\pi\frac{x^2}{4\pi^2}\frac{\frac{1}{4\pi^2}x}{\sqrt{R^2 - \frac{x^2}{4\pi^2}}} = \frac{1}{12\pi^2}x\sqrt{4\pi^2R^2 - x^2} - \frac{1}{24\pi^2}\frac{x^3}{\sqrt{4\pi^2R^2 - x^2}}$.

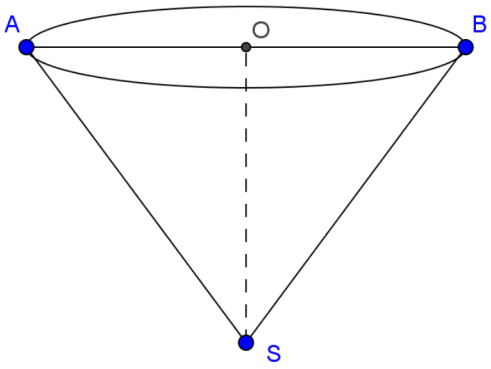
$V' = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{12\pi^2}x\left(4\pi^2R^2 - x^2\right) = \frac{1}{24\pi^2}x^3 \Leftrightarrow 2\left(4\pi^2R^2 - x^2\right) = x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{8\pi^2R^2}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi R\sqrt{6}}{3}$.

Câu 21: Một cơ sở sản xuất đồ gia dụng được đặt hàng làm các chiếc cốc hình nón không nắp bằng nhôm có thể tích là $V = 9a^3\pi$. Để tiết kiệm sản suất và mang lại lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sẽ sản suất những chiếc cốc hình nón có bán kính miệng cốc là R sao cho diện tích nhôm cần sử dụng là ít nhất. Tính R?

A. $R = \frac{3a}{\sqrt[3]{2}}$. **B.** $R = \frac{3a}{\sqrt[6]{2}}$. **C.** $R = \sqrt[3]{9}a$. **D.** $R = 3a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



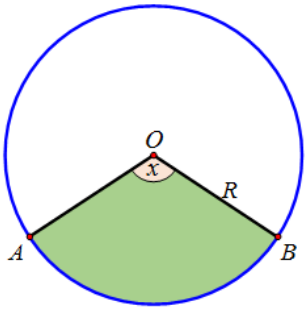
$V = 9a^3\pi = \frac{1}{3}\pi R^2.h \Rightarrow h = \frac{27a^3}{R^2} \Rightarrow l = \sqrt{h^2 + R^2} = \sqrt{\frac{(3a)^6 + R^6}{R^4}}$.

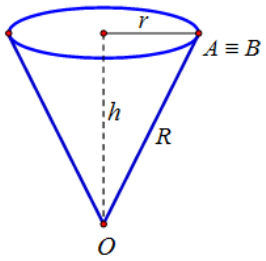
$S_{xq} = \pi R.l = \pi.R.\sqrt{\frac{(3a)^6 + R^6}{R^4}} = \pi\sqrt{\frac{(3a)^6 + R^6}{R^2}} = \pi\sqrt{\frac{(3a)^6}{2R^2} + \frac{(3a)^6}{2R^2} + R^4} \ge \pi\sqrt[6]{\frac{(3a)^6}{2R^2}.\frac{(3a)^6}{2R^2}.R^4}$

$= \pi\sqrt[6]{\frac{(3a)^{12}}{4}} = \frac{9\pi a^2}{\sqrt[3]{2}}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{(3a)^6}{2R^2} = R^4 \Leftrightarrow (3a)^6 = 2R^6 \Leftrightarrow R = \frac{3a}{\sqrt[6]{2}}$.

Câu 22: Bạn A có một tấm bìa hình tròn (như hình vẽ), bạn ấy muốn dùng tấm bìa đó tạo thành một cái phễu hình nón, vì vậy bạn phải cắt bỏ phần quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau. Gọi x là góc ở tâm của hình quạt tròn dùng làm phễu. Giá trị của x để thể tích phễu lớn nhất là.





A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$. **D.** $\frac{\left(6-2\sqrt{6}\right)\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Không mất tính tổng quát ta chọn $R = 1$.

Khi đó, hình nón có đường sinh bằng 1 và chu vi đáy bằng $1.x$ (rad) nên có bán kính đáy bằng $r = \frac{x}{2\pi}$ và chiều cao bằng $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

Thế tích phễu bằng $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.\frac{x^2}{4\pi^2}.\sqrt{1 - \frac{x^2}{4\pi^2}} = \frac{1}{12\pi}.x^2\sqrt{1 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{12\pi}.x^2\sqrt{1 - \frac{x^2}{4\pi^2}}$ với $x \in [0; 2\pi]$.

Ta có: $f'(x)=\frac{1}{12\pi}\left(2x\sqrt{1-\frac{x^2}{4\pi^2}}-\frac{x^3}{4\pi^2\sqrt{1-\frac{x^2}{4\pi^2}}}\right)=\frac{1}{48\pi^3\sqrt{1-\frac{x^2}{4\pi^2}}}\left(8\pi^2x\left(1-\frac{x^2}{4\pi^2}\right)-x^3\right)$.

Cho $f'(x)=0\Rightarrow -3x^3+8\pi^2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{2\pi\sqrt{6}}{3}\\x=-\frac{2\pi\sqrt{6}}{3}\notin(0;2\pi)\end{array}\right.$.

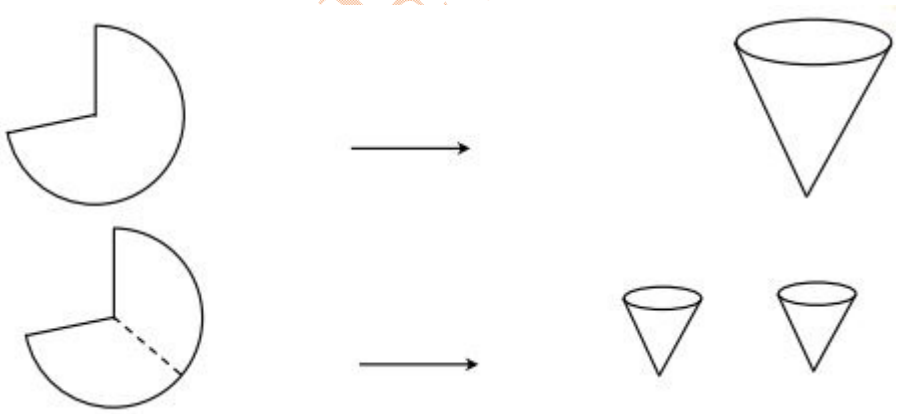
Tính $f(0)=0$, $f\left(\frac{2\pi\sqrt{6}}{3}\right)=\frac{2\sqrt{3}}{27}\pi$, $f(2\pi)=0$ nên thể tích phễu lớn nhất khi $x=\frac{2\pi\sqrt{6}}{3}$.

Câu 23: Từ cùng một tấm kim loại dẻo hình quạt như hình vẽ có kích thước bán kính $R=5$ và chu vi của hình quạt là $P=8\pi+10$, người ta gò tấm kim loại thành những chiếc phễu theo hai cách:

1- Gò tấm kim loại ban đầu thành mặt xung quanh của một cái phễu

2 - Chia đôi tấm kim loại thành hai phần bằng nhau rồi gò thành mặt xung quanh của hai cái phễu

Gọi V_1 là thể tích của cái phễu thứ nhất, V_2 là tổng thể tích của hai cái phễu ở cách 2. Tính $\frac{V_1}{V_2}$?



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{21}{\sqrt{7}}$ **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$ **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{\sqrt{6}}$ **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Do chu vi của hình quạt tròn là P = độ dài cung + 2R. Do đó độ dài cung tròn là $l=8\pi$

Theo cách thứ nhất: 8π chính là chu vi đường tròn đáy của cái phễu. Tức là $2\pi r=8\pi\Rightarrow r=4$

Khi đó $h=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\Rightarrow V_1=\frac{1}{3}.3\pi.4^2$

Theo cách thứ hai: Thì tổng chu vi của hai đường tròn đáy của hai cái phễu là 8π $\Leftrightarrow$ chu vi của một đường tròn đáy là $4\pi \Rightarrow 4\pi = 2\pi r \Rightarrow r = 2$

Khi đó $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$

$\Rightarrow V_2 = 2.\frac{1}{3}\sqrt{21}.2^2.\pi$

Khi đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4^2}{\frac{8\sqrt{21}}{3}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}$

Câu 24: Một phễu đựng kem hình nón bằng giấy bạc có thể tích 12π (cm^3) và chiều cao là 4cm. Muốn tăng thể tích kem trong phễu hình nón lên 4 lần, nhưng chiều cao không thay đổi, diện tích miếng giấy bạc cần thêm là.

A. $(12\sqrt{13}-15)\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$.

C. $\frac{12\sqrt{13}}{15}\left(cm^2\right)$. **D.** $(12\sqrt{13}+15)\pi\left(cm^2\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi R_1 là bán kính đường tròn đáy hình nón lúc đầu; h_1 là chiều cao của hình nón lúc đầu.

Gọi R_2 là bán kính đường tròn đáy hình nón sau khi tăng thể tích; h_2 là chiều cao của hình nón sau khi tăng thể tích.

Ta có: $V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2 h_1 \Rightarrow 12\pi = \frac{1}{3}\pi R_1^2 4 \Rightarrow R_1 = 3$

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \frac{1}{3}\pi R_1^2 h_1 \\ V_2 = \frac{1}{3}\pi R_2^2 h_2 \\ h_2 = h_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2^2}{R_1^2} = 4 \Rightarrow R_2 = 2R_1 = 6$$

Diện tích xung quanh hình nón lúc đầu: $S_{xp1} = \pi R_1 l_1 = \pi 3\sqrt{16+9} = 15\pi\left(cm^2\right)$

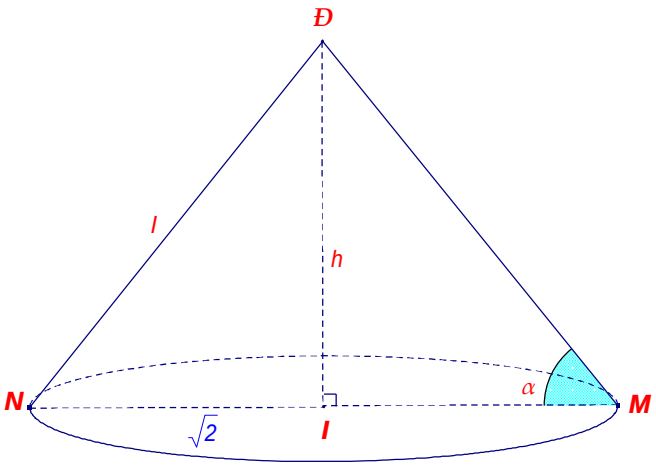
Diện tích xung quanh hình nón sau khi tăng thể tích: $S_{xp2} = \pi R_2 l_2 = \pi 6\sqrt{16+36} = 12\pi\sqrt{13}\left(cm^2\right)$

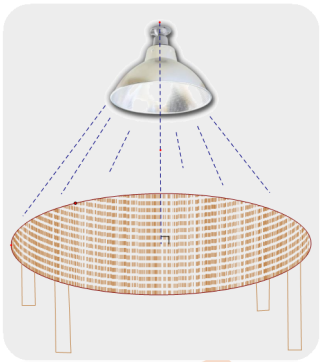
Diện tích phần giấy bạc cần tăng thêm là: $S = \left(12\sqrt{13}-15\right)\pi\left(cm^2\right)$

Câu 25: Nhà Nam có một chiếc bàn tròn có bán kính bằng $\sqrt{2}$ m. Nam muốn mắc một bóng điện ở phía trên và chính giữa chiếc bàn sao cho mép bàn nhận được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C của bóng điện được biểu thị bởi công thức $C = c\frac{\sin\alpha}{l^2}$ (α là góc tạo bởi tia sáng tới mép bàn và mặt bàn, c - hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng, l khoảng cách từ mép bàn tới bóng điện). Khoảng cách nam cần treo bóng điện tính từ mặt bàn là

A. 1m **B.** 1,2m **C.** 1.5 m **D.** 2m

Hướng dẫn giải





Gọi h là độ cao của bóng điện so với mặt bàn (h > 0); Đ là bóng điện; I là hình chiếu của Đ lên mặt bàn. MN là đường kính của mặt bàn.(như hình vẽ)

Ta có $\sin\alpha = \frac{h}{l}$ và $h^2 = l^2 - 2$, suy ra cường độ sáng là: $C(l) = c\frac{\sqrt{l^2-2}}{l^3}$ $(l > \sqrt{2})$.

$$C'(l) = c.\frac{6-l^2}{l^4.\sqrt{l^2-2}} > 0\left(\forall l > \sqrt{2}\right)$$

$$C'(l) = 0 \Leftrightarrow l = \sqrt{6}\left(l > \sqrt{2}\right)$$

Lập bảng biến thiên ta thu được kết quả C lớn nhất khi $l = \sqrt{6}$, khi đó

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN MẶT VÀ KHỐI TRỤ

Câu 1: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích $1000\,cm^3$. Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng

A. $10.\sqrt{\frac{5}{\pi}}\,cm$. **B.** $10.\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}\,cm$. **C.** $\frac{500}{\pi}\,cm$. **D.** $\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\,cm$.

Câu 2: Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột trụ tròn gồm 10 chiếc của một ngôi nhà. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ đều có đáy là tứ giác có cạnh 20 cm; sau khi hoàn thiện mỗi cột là một khối trụ tròn có đường kính đáy bằng 60 . Chiều cao mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 4 m. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50 kg thì tương đương với 65000 cm^3 xi măng. Hỏi số bao xi măng loại 50 kg cần để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột gần với số nào sau đây đây nhất?

A. 120 bao. **B.** 135 bao. **C.** 130 bao. **D.** 125 bao.

Câu 3: Một cái bồn chứa nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (*như hình vẽ*). Đường sinh của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn chứa nước là $\frac{128\pi}{3}\left(\text{m}^3\right)$. Tính diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước theo đơn vị m^2.

A. $50\pi\left(\text{m}^2\right)$. **B.** $64\pi\left(\text{m}^2\right)$. **C.** $40\pi\left(\text{m}^2\right)$. **D.** $48\pi\left(\text{m}^2\right)$.

Câu 4: Một hộp đựng phấn hình hộp chữ nhật có chiều dài $30cm$, chiều rộng $5cm$ và chiều cao $6cm$. Người ta xếp thẳng đứng vào đó các viên phấn giống nhau, mỗi viên phấn là một một khối trụ có chiều cao $h=6cm$ và bán kính đáy $r=\frac{1}{2}cm$. Hỏi có thể xếp được tối đa bao nhiêu viên phấn?

A. 153 viên. **B.** 151 viên. **C.** 154 viên. **D.** 150 viên.

Câu 5: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích $1000\,\text{cm}^3$. Tính bán kính của nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

A. $\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$. **B.** $\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$. **C.** $\frac{10\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{\pi}}$. **D.** $\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$.

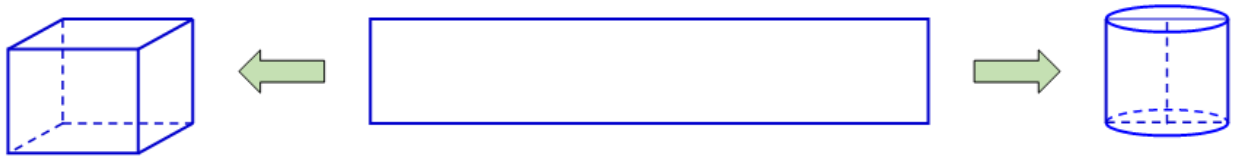
Câu 6: Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2\,m$. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng $40cm$, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng $26cm$. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là $380.000đ/m^2$ (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn 10 cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?

A. 14.647.000. **B.** 15.844.000. **C.** 13.627.000. **D.** 16.459.000.

Câu 7: Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\,\text{m}\times 8\,\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\,\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không

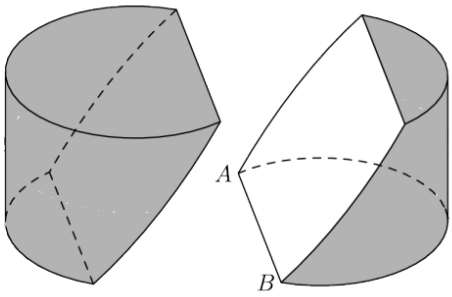
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



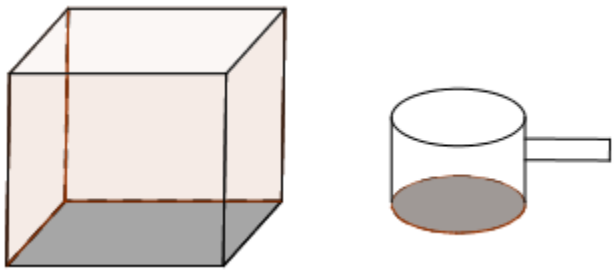
A. $\frac{V_1}{V_2}=\pi$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{3}$.

Câu 8: Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A,B sao cho cung AB có số đo 120^0. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A,B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Tính diện tích S của thiết diện thu được. ***(trùng câu 7148)***



A. $S=12\pi+18\sqrt{3}$. **B.** $S=20\pi+25\sqrt{3}$. **C.** $S=20\pi$. **D.** $S=20\pi+30\sqrt{3}$.

Câu 9: Cho một cái bể nước hình hộp chữ nhật có ba kích thước 2m, 3cm, 2cm lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của lòng trong đựng nước của bể. Hàng ngày nước ở trong bể được lấy ra bởi một cái gáo hình trụ có chiều cao là 5cm và bán kính đường tròn đáy là 4cm. Trung bình một ngày được múc ra 170 gáo nước để sử dụng (Biết mỗi lần múc là múc đầy gáo). Hỏi sau bao nhiêu ngày thì bể hết nước biết rằng ban đầu bể đầy nước?

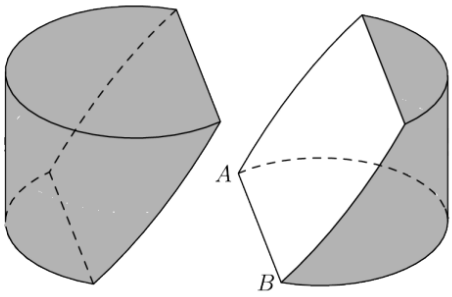


A. 280 ngày. **B.** 282 ngày. **C.** 281 ngày. **D.** 283 ngày.

Câu 10: Một ngôi biệt thự nhỏ có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2m$. Trong đó có 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng $40cm$, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng $26cm$. Chủ nhà dùng loại *sơn giả đá* để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là $380.000đ/m^2$ (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn cột 10 cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?

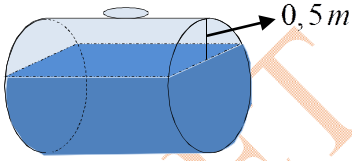
A. 14.647.000. **B.** 15.845.000. **C.** 13.627.000. **D.** 16.459.000.

Câu 11: Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A,B sao cho cung AB có số đo 120^0. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A,B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Tính diện tích S của thiết diện thu được.



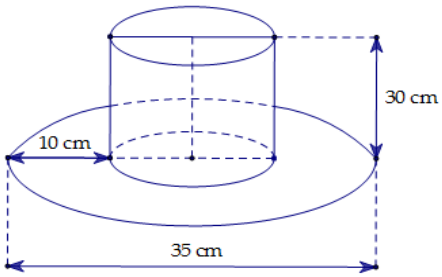
A. $S=12\pi+18\sqrt{3}$. **B.** $S=20\pi+25\sqrt{3}$. **C.** $S=20\pi$. **D.** $S=20\pi+30\sqrt{3}$.

Câu 12: Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5m$, có bán kính đáy $1m$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5m$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị m^3).



A. $114,923m^3$. **B.** $12,637m^3$. **C.** $8,307m^3$. **D.** $11,781m^3$.

Câu 13: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không cần viền, mép, phần thừa).



A. $700\pi\ (cm^2)$. **B.** $750,25\pi\ (cm^2)$. **C.** $756,25\pi\ (cm^2)$. **D.** $754,25\pi\ (cm^2)$.

Câu 14: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất.Muốn thể tích khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính R bằng.

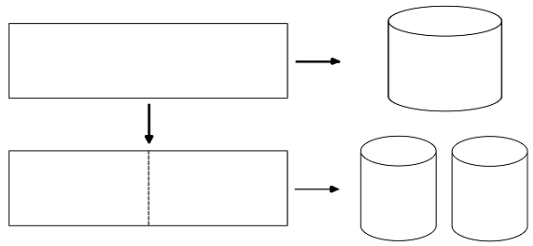
A. $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **C.** $R=\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $R=\sqrt{\dfrac{V}{\pi}}$.

Câu 15: Để chào mừng 20 năm thành lập thành phố A, Ban tổ chức quyết định trang trí cho cổng chào có hai hình trụ. Các kỹ thuật viên đưa ra phương án quấn xoắn từ chân cột lên đỉnh cột đúng 20 vòng đèn

Led cho mỗi cột, biết bán kính hình trụ cổng là 30 cm và chiều cao cổng là 5π m. Tính chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột cổng.

A. 30π m. **B.** 26π m. **C.** 24π m. **D.** 20π m.

Câu 16: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm và 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):



- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=4$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=2$.

Câu 17: Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao $4,2$m. Trong số các cây đó có hai cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40cm, sau cây cột còn lại phân bổ đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng một loại sơn giả đá, biết giá thuê là $380000/1\text{m}^2$ (kể cả vật liệu sơn và thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi=3,14159$).

A. $\approx 10.400.000$. **B.** $\approx 15.642.000$. **C.** $\approx 11.833.000$. **D.** $\approx 12.521.000$.

Câu 18: Để chứa $7\left(m^3\right)$ nước ngọt người ta xây một bồn hình trụ có nắp. Hỏi bán kính r của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất.

A. $r=\sqrt[3]{\dfrac{6}{\pi}}$. **B.** $r=\sqrt[3]{\dfrac{7}{2\pi}}$. **C.** $r=\sqrt[3]{\dfrac{8}{3\pi}}$. **D.** $r=\sqrt[3]{\dfrac{9}{4\pi}}$.

Câu 19: Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2$ m. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng 40 cm, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là $380\ 000$ đ/m^2 (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn cột 10 cây cột nhà đó (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)?

A. $15\,835\,000$ đ. **B.** $15\,844\,000$ đ. **C.** $16\ 468\ 000$ đ. **D.** $31\ 688\ 000$ đ.

Câu 20: Một cốc nước hình trụ có chiều cao $9cm$, đường kính $6cm$. Mặt đáy phẳng và dày $1cm$, thành cốc dày $0,2cm$. Đổ vào cốc $120ml$ nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính $2cm$. Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu cm. (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

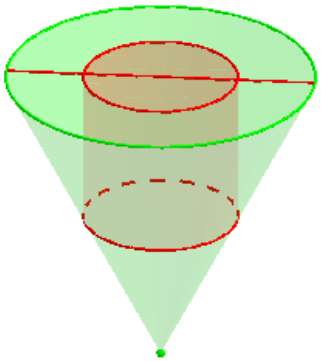
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $2,67cm$. **B.** $3,28cm$. **C.** $2,28cm$. **D.** $3,67cm$.

Câu 21: Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm.Mặt đáy phẳng dày 1cm, thành cốc dày $0,2\,\text{cm}$. Đổ vào cốc 120 ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Mặt nước cách mép cốc gần nhất với giá trị bằng

A. $2,28(\text{cm})$. **B.** $2,62(\text{cm})$. **C.** $3,67(\text{cm})$. **D.** $3,08(\text{cm})$.

Câu 22: Một bình đựng nước dạng hình nón (không có nắp đáy), đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào bình đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}(dm^3)$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón (như hình vẽ dưới). Tính bán kính đáy R của bình nước.



A. $R=5(dm)$. **B.** $R=3(dm)$. **C.** $R=4(dm)$. **D.** $R=2(dm)$.

Câu 23: Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S=S_1+S_2\ \left(\text{cm}^2\right)$.

A. $S=4\left(2400+3\pi\right)$. **B.** $S=4\left(2400+\pi\right)$.

C. $S=2400\left(4+\pi\right)$. **D.** $S=2400\left(4+3\pi\right)$.

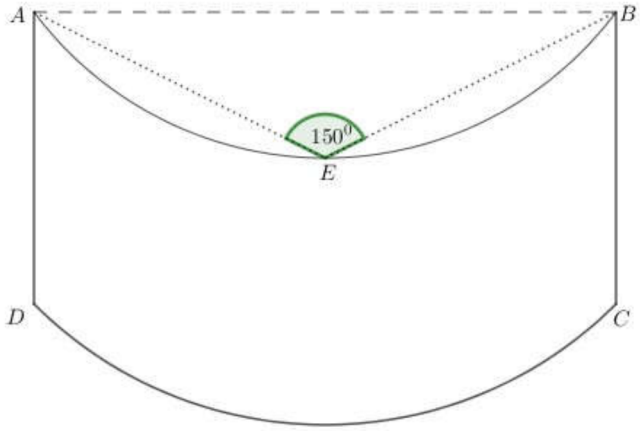
Câu 24: Một cái tục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là $5cm$, chiều dài lăn là $23cm$ (hình bên). Sau khi lăn trọn 15 vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng một diện diện tích là



A. $1725\pi\ cm^2$.. **B.** $3450\pi\ cm^2$.. **C.** $1725\pi\ cm^2$.. **D.** $862,5\pi\ cm^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 25: Ông An làm lan can ban công của ngôi nhà bằng một miếng kính cường lực. Miếng kính này là một phần của mặt xung quanh một hình trụ như hình bên dưới.



Biết $AB = 4\,\text{m}$, $\overset{\frown}{AEB} = 150°$ (E là điểm chính giữa cung $\overset{\frown}{AB}$) và $DA = 1,4\,\text{m}$. Biết giá tiền loại kính này là 500.000 đồng cho mỗi mét vuông. Số tiền (làm tròn đến hàng chục nghìn) mà ông An phải trả là:

A. 2.840.000 đồng. **B.** 3.200.000 đồng. **C.** 2.930.000 đồng. **D.** 5.820.000 đồng.

Câu 26: Để làm một hình trụ có nắp, bằng tôn và có thể tích $V = 2\pi\ \text{m}^3$, cần ít nhất bao nhiêu mét vuông tôn?

A. $6\pi\ \text{m}^2$. **B.** $4\pi\ \text{m}^2$. **C.** $2\pi\ \text{m}^2$. **D.** $8\pi\ \text{m}^2$.

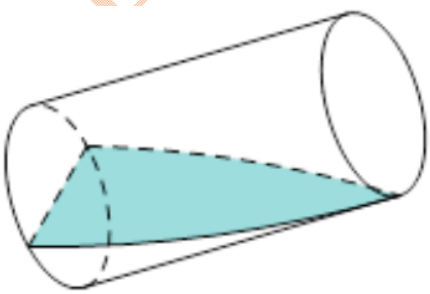
Câu 27: Người ta cho vào một chiếc hộp hình trụ 3 quả bóng tennis hình cầu. Biết đáy hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao hình trụ bằng ba lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích 3 quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số diện tích $\dfrac{S_1}{S_2}$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 28: Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60 cm, diện tích đáy $900\pi\ \text{cm}^2$. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp) .

A. Chiều dài 60π cm, chiều rộng 60 cm. **B.** Chiều dài 900 cm, chiều rộng 60 cm.
C. Chiều dài 180 cm, chiều rộng 60 cm. **D.** Chiều dài 30π cm, chiều rộng 60 cm.

Câu 29: Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy 6 cm, chiều cao 15 cm chứa đầy nước. Nghiêng cốc cho nước chảy từ từ ra ngoài đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy cốc. Khi đó diện tích của bề mặt nước trong cốc bằng



A. $\dfrac{9\sqrt{26}}{2}\pi\ \text{cm}^2$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{26}}{5}\pi\ \text{cm}^2$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{26}}{10}\pi\ \text{cm}^2$. **D.** $9\sqrt{26}\pi\ \text{cm}^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 30: Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao $12cm$, đường kính đáy $4cm$, lượng nước trong cốc cao $8cm$. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính $2cm$. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu xăng-ti-mét? (làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân, bỏ qua độ dày của cốc).

A. $2,33cm$. **B.** $2,25cm$. **C.** $2,75cm$. **D.** $2,67cm$.

Câu 31: Từ một nguyên liệu cho trước, một công ty muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích $100ml^3$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

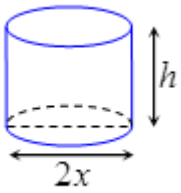
A. Hình trụ có chiều cao gấp hai lần bán kính đáy.

B. Hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy.

C. Hình hộp chữ nhật có cạnh bên bằng cạnh đáy.

D. Hình hộp chữ nhật có cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy.

Câu 32: Công ty X muốn thiết kế các hộp chứa sản phẩm dạng hình trụ có nắp với dung tích bằng $100\left(\text{cm}^3\right)$, bán kính đáy $x(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ (xem hình bên). Khi thiết kế, công ty X luôn đặt mục tiêu sao cho vật liệu làm vỏ hộp là ít nhất, nghĩa là diện tích toàn phần hình trụ là nhỏ nhất. Khi đó, kích thước của x và h gần bằng số nào nhất trong các số dưới đây để công ty X tiết kiệm được vật liệu nhất?



A. $h \approx 6,476(\text{cm})$ và $x \approx 2,217(\text{cm})$.

B. $h \approx 3,261(\text{cm})$ và $x \approx 3,124(\text{cm})$.

C. $h \approx 4,128(\text{cm})$ và $x \approx 2,747(\text{cm})$.

D. $h \approx 5,031(\text{cm})$ và $x \approx 2,515(\text{cm})$.

Câu 33: Người ta cần đổ một ống thoát nước hình trụ với chiều cao $200cm$, độ dày của thành ống là $15cm$, đường kính của ống là $80cm$. Lượng bê tông cần phải đổ là

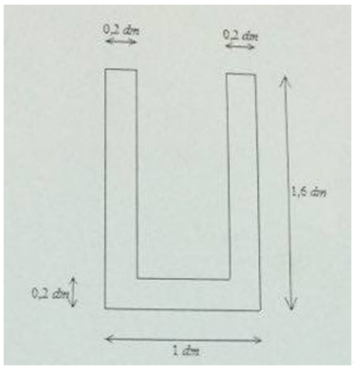
A. πm^3. **B.** $0,195\pi m^3$. **C.** $0,18\pi m^3$. **D.** $0,14\pi m^3$.

Câu 34: Một nhà sản xuất sữa có hai phương án làm hộp sữa. Hộp sữa có dạng khối hộp chữ nhật hoặc hộp sữa có dạng khối trụ. Nhà sản xuất muốn chi phí bao bì càng thấp càng tốt(tức diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất), nhưng vẫn phải chứa được một thể tích xác định là V cho trước. Khi đó diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất trong hai phương án là.

A. $6\sqrt[3]{V^2}$. **B.** $3\sqrt[3]{6V^2}$. **C.** $\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **D.** $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Câu 35: Một lọ trồng miệng đựng nước là hình trụ tròn xoay có chiều cao bằng $1,6\ dm$; đường kính đáy bằng $1\ dm$; đáy (dưới) của lọ phẳng với bề dày không đổi bằng $0,2\ dm$; thành lọ với bề dày không đổi bằng $0,2\ dm$; thiết diện qua trục của lọ như hình vẽ; đổ vào lọ $2,5\ dl$ nước (trước đó trong lọ không có nước hoặc vật khác). Tính gần đúng khoảng cách k từ mặt nước trong lọ khi nước lặng yên đến mép trên của lọ (quy tròn số đến hàng phần trăm, nghĩa là làm tròn số đến hai chữ số sau dấu phẩy).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $k \approx 0,51(dm)$. **B.** $k \approx 0,53(dm)$. **C.** $k \approx 1,18(dm)$. **D.** $k \approx 0,52(dm)$.

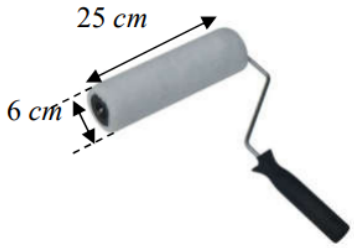
Câu 36: Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài tạo thành một khối trụ có đường kính 50 (cm). Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, phần còn lại là một khối trụ có đường kính 45 (cm). Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét ?

A. 373 (m). **B.** 187 (m). **C.** 384 (m). **D.** 192 (m).

Câu 37: Trong một chiếc hộp hình trụ, người ta bỏ vào đấy ba quả banh tenis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao của hình trụ bằng ba lần đường kính quả banh. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả banh, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$ là:

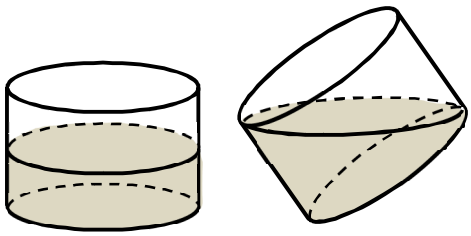
A. 5. **B.** Là một số khác. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 38: Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 6 cm, chiều dài lăn là 25 cm (như hình dưới đây). Sau khi lăn trọn 10 vòng thì trục lăn tạo nên bức tường phẳng một diện tích là:



A. $3000\pi \left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $300\pi \left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $1500\pi \left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $150\pi \left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 39: Đổ nước vào một thùng hình trụ có bán kính đáy $20\,\text{cm}$. Nghiêng thùng sao cho mặt nước chạm vào miệng cốc và đáy cốc như hình vẽ thì mặt nước tạo với đáy cốc một góc 45° Hỏi thể tích của thùng là bao nhiêu cm^3?

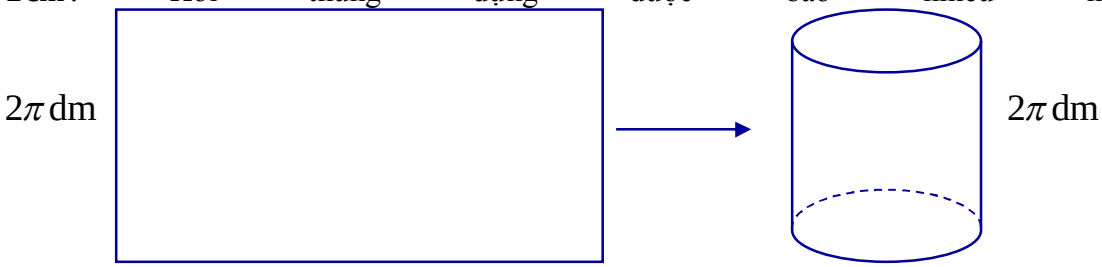


A. 12000π. **B.** 16000π. **C.** 8000π. **D.** 6000π.

Câu 40: Một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài $10,2\,\text{dm}$, chiều rộng $2\pi\,\text{dm}$ được uốn lại thành mặt xung quanh của một chiếc thùng đựng nước có chiều cao $2\pi\,\text{dm}$ (như hình vẽ). Biết rằng chỗ ghép mất

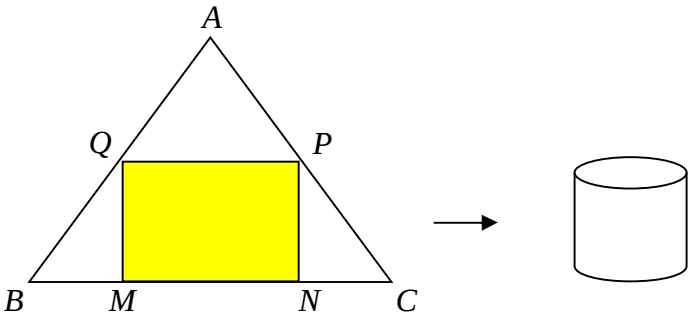
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$2\,\text{cm}$. Hỏi thùng đựng được bao nhiêu lít nước?



A. $20,4$ lít. **B.** 20 lít. **C.** 50 lít. **D.** 100 lít.

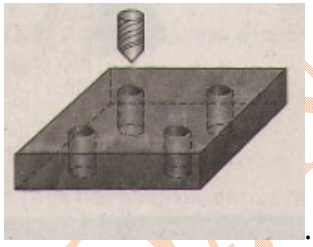
Câu 41: Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $90\,(\text{cm})$. Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là



A. $\dfrac{91125}{2\pi}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$.

C. $\dfrac{108000\sqrt{3}}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $\dfrac{91125}{4\pi}\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 42: Một tấm kim loại được khoan thủng bốn lỗ như hình vẽ (lỗ khoan dạng hình trụ), tấm kim loại dày $2\,(\text{cm})$, đáy của nó là hình vuông có cạnh $5\,(\text{cm})$. Đường kính của khoan là $8\,(\text{mm})$. Thể tích phần còn lại của tấm kim loại là:

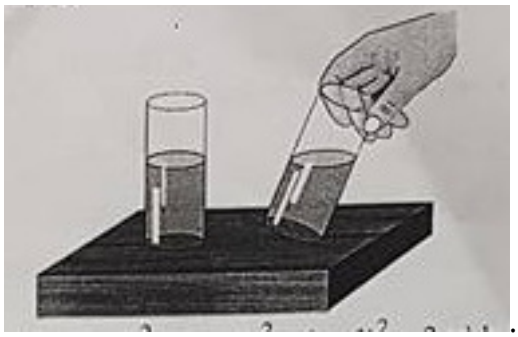


A. $5000-1280\pi\left(\text{mm}^3\right)$. **B.** $5000-1280\pi\left(\text{mm}^3\right)$.

C. $50000-1280\pi\left(\text{mm}^3\right)$. **D.** $50000-320\pi\left(\text{mm}^3\right)$.

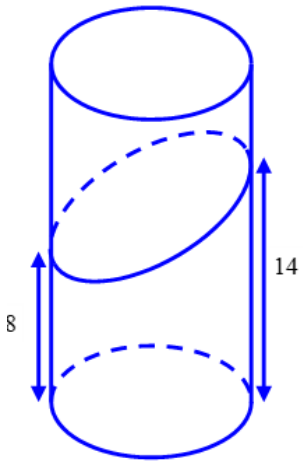
Câu 43: Nghiêng một cốc nước hình trụ có đựng nước, người ta thấy bề mặt nước là hình Elip có độ dài trục lớn là $10\,\text{cm}$, khoảng cách từ hai đỉnh trên trục lớn của Elip đến đáy cốc lần lượt là $5\,\text{cm}$ và $11\,\text{cm}$. Tính thể tích nước trong cốc.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



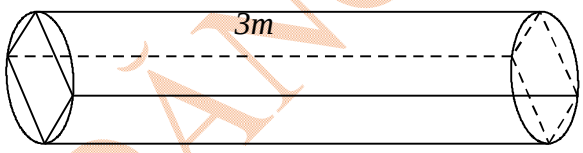
A. $128\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $172\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $96\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $100\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 44: Cắt một khối trụ cao $18\,\text{cm}$ bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất lần lượt là $8\,\text{cm}$ và $14\,\text{cm}$. Tính tỉ số thể tích của hai khối được chia ra (khối nhỏ chia khối lớn).



A. $\frac{2}{11}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{11}$. **D.** $\frac{7}{11}$.

Câu 45: Một khúc gỗ hình trụ có chiều cao $3\,\text{m}$, đường kính đáy $80\,\text{cm}$. Người ta cưa 4 tấm bìa để được một khối lăng trụ đều nội tiếp trong khối trụ. Tính tổng thể tích của 4 tấm bìa bị cưa, xem mạch cưa không đáng kể.

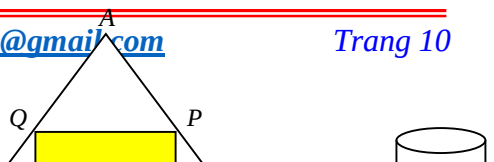


A. $0,12(\pi-2)\ m^3$. **B.** $0,48(\pi-2)\ m^3$. **C.** $1,92(\pi-2)\ m^3$. **D.** $0,4(\pi-2)\ m^3$.

Câu 46: Một đại lý xăng dầu cần làm một bồn chứa dầu hình trụ có đáy và nắp đậy bằng tôn với thể tích $16\pi\,(\text{m}^3)$. Biết rằng giá thành (cả vật liệu và tiền công) được tính theo mét vuông, tìm đường kính đáy của bồn để đại lý phải trả ít chi phí nhất.

A. $1(\text{m})$. **B.** $2(\text{m})$. **C.** $8(\text{m})$. **D.** $4(\text{m})$.

Câu 47: Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $90\,(cm)$. Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là:



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{91125}{2\pi}\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{108000\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{91125}{4\pi}\left(cm^3\right)$.

Câu 48: Một thợ xây muốn sử dụng 1 tấm sắt có chiều dài là $4m$, chiều rộng $1m$ để uốn thành $2m$ khung đúc bê tông, 1 khung hình trụ có đáy là hình vuông và 1 khung hình trụ có đáy là hình tròn. Hỏi phải chia tấm sắt thành 2 phần (theo chiều dài) như thế nào để tổng thể tích 2 khung là nhỏ nhất?

A. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{4}{\pi+4}, \frac{2}{\pi+4}$.

B. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{2}{\pi+4}, \frac{4\pi}{\pi+4}$.

C. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{2}{\pi+4}, \frac{4\pi+14}{\pi+4}$.

D. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{4\pi+14}{\pi+4}, \frac{2}{\pi+4}$.

Câu 49: Người ta cần sản xuất một lon hình trụ bằng nhôm có thể tích V. Để tiết kiệm nhôm nhất thì phải sản xuất lon có bán kính đáy là:

A. $R=\frac{V}{3}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. **C.** $R=\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{\frac{2V}{\pi}}$.

Câu 50: Khi thiết kế vỏ lon sữa hình trụ các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí làm vỏ lon nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ là V mà diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính R của đường tròn đáy khối trụ bằng?

A. $\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. **D.** $\sqrt{\frac{V}{\pi}}$.

Câu 51: Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inốc có nắp đậy với thể tích là $k\left(\mathrm{m}^3\right)$ ($k>0$). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần chọn bán kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bề dày vỏ inốc không đáng kể).

A. $\sqrt[3]{\frac{k}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{k}{\pi}}$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{k}{2}}$. **D.** $\sqrt[3]{\frac{2\pi}{k}}$.

Câu 52: Một xưởng cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm nguyên liệu nhất.

A. $1\mathrm{m}$ và $2\mathrm{m}$. **B.** $1\mathrm{dm}$ và $2\mathrm{dm}$. **C.** $1\mathrm{cm}$ và $2\mathrm{cm}$. **D.** $1\mathrm{m}$ và $1\mathrm{m}$.

Câu 53: Gia đình An xây bể hình trụ có thể tích $150\,\mathrm{m}^3$. Đáy bể làm bằng bê tông giá $100000đ/\mathrm{m}^2$. Phần thân làm bằng tôn giá $90000đ/\mathrm{m}^2$, nắp bằng nhôm giá $120000đ/\mathrm{m}^2$. Hỏi khi chi phí sản suất để bể đạt mức thấp nhất thì tỷ số giữa chiều cao bể và bán kính đáy là bao nhiêu?

A. $\frac{31}{22}$. **B.** $\frac{9}{22}$. **C.** $\frac{21}{32}$. **D.** $\frac{22}{9}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 54: Cần phải thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đậy để đựng nước sạch có dung tích $V\left(\text{cm}^3\right)$. Hỏi bán kính $R(\text{cm})$ của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R=\sqrt[3]{\dfrac{3V}{2\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **C.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{4\pi}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Câu 55: Một xưởng làm cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích theo yêu cầu là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. 1m và 2 m. **B.** 2 dm và 1 dm. **C.** 2 m và 1m. **D.** 1 dm và 2 dm.

Câu 56: Một người có một dải ruy băng dài $130(cm)$, người đó cần bọc dải ruy băng đó quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng $10(cm)$ của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nặp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải dây ruy băng bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?



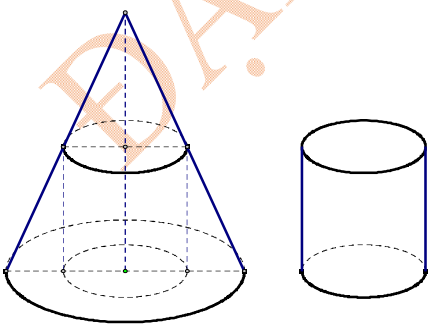
.

A. $2000\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $1000\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $4000\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $1600\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 57: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích $1000\,\text{cm}^3$. Tính bán kính của nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

A. $\dfrac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$. **B.** $\dfrac{10\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{\pi}}$. **C.** $\dfrac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$. **D.** $\dfrac{10\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$.

Câu 58: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r=2m$, chiều cao $h=6m$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V.

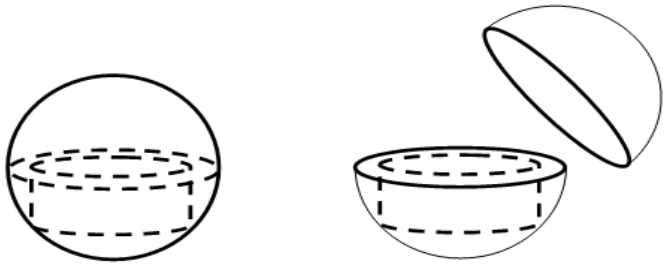


A. $V=\dfrac{32\pi}{9}\left(m^3\right)$. **B.** $V=\dfrac{32\pi}{3}\left(m^3\right)$. **C.** $V=\dfrac{32}{3}\left(m^3\right)$. **D.** $V=\dfrac{32\pi}{9}\left(m^2\right)$.

Câu 59: Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu như viên ngọc trai, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng như hình vẽ. Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính là $R=3\sqrt{3}\,\text{cm}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bìa hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).



.

A. $108\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $18\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $54\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $45\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 60: Trong đời sống hàng ngày, ta thường gặp rất nhiều hộp kiểu hình trụ như: hộp sữa, lon nước ngọt,… Cần làm những hộp đó (có nắp) như thế nào để tiết kiêm được nguyên liệu mà thể tích lại lớn nhất.

A. Hộp hình trụ có đường cao bằng một nửa bán kính đáy.

B. Hộp hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy.

C. Hộp hình trụ có đường cao bằng hai lần đường kính đáy.

D. Hộp hình trụ có đường cao bằng bán kính đáy.

Câu 61: Một bác thợ gò hàn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật (không nắp) bằng tôn thể tích $665,5\ dm^3$. Chiếc thùng này có đáy là hình vuông cạnh $x(dm)$, chiều cao $h(dm)$. Để làm chiếc thùng, bác thợ phải cắt một miếng tôn như hình vẽ. Tìm x để bác thợ sử dụng ít nguyên liệu nhất.

A. $11(dm)$. **B.** $12(dm)$. **C.** $10,5(dm)$. **D.** $9(dm)$.

Câu 62: Một công ty sản xuất gỗ muốn thiết kế các thùng đựng hàng bên trong dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp có thể tích là $62,5dm^2$. Để tiết kiệm vật liệu làm thùng, người ta cần thiết kế thùng sao cho có tổng S diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là nhỏ nhất, S bằng

A. $50\sqrt{5}dm^2$. **B.** $125dm^2$. **C.** $106,25dm^2$. **D.** $75dm^2$.

Câu 63: Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2$ m. Trong số các cây đó có 2 cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, 6 cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng loại *sơn giả đá*, biết giá thuê là $380.000/\text{m}^2$ (kể cả vật liệu sơn và phần thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?
(lấy $\pi \approx 3,14159$)

A. $\approx 15.642.000$ **B.** $\approx 10.400.000$ **C.** $\approx 11.833.000$ **D.** $\approx 12.521.000$

Câu 64: Khi sản xuất vỏ lon bia hình trụ có chiều cao h và đường kính đáy d. Các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu chi phí nguyên liệu vỏ lon (bằng nhôm) là ít nhất khi thể tích của lon bia là V không đổi. Khi đó tỉ lệ $\dfrac{h}{d}$ là:

A. $\sqrt[3]{\pi^2}$. **B.** π. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{\pi^2}}$. **D.** $\dfrac{1}{\pi}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 65: Công ty X muốn thiết kế các hộp chứa sản phẩm dạng hình trụ có nắp với dung tích bằng $100(\text{cm}^3)$, bán kính đáy $x(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ (xem hình bên). Khi thiết kế, công ty X luôn đặt mục tiêu sao cho vật liệu làm vỏ hộp là ít nhất, nghĩa là diện tích toàn phần hình trụ là nhỏ nhất. Khi đó, kích thước của x và h gần bằng số nào nhất trong các số dưới đây để công ty X tiết kiệm được vật liệu nhất?

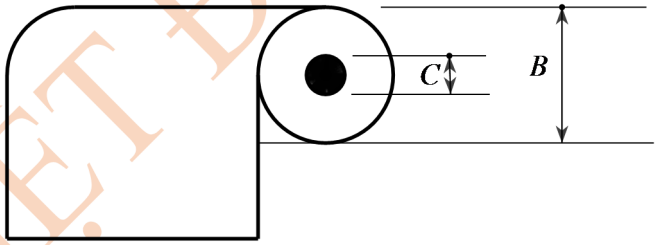
A. $h \approx 6,476(\text{cm})$ và $x \approx 2,217(\text{cm})$.
B. $h \approx 3,261(\text{cm})$ và $x \approx 3,124(\text{cm})$.
C. $h \approx 4,128(\text{cm})$ và $x \approx 2,747(\text{cm})$.
D. $h \approx 5,031(\text{cm})$ và $x \approx 2,515(\text{cm})$.

Câu 66: Một cái nồi hiệu Happycook dạng hình trụ không nắp chiều cao của nồi 11.4 cm, đường kính dáy là 20.8 cm. Hỏi nhà sản xuất cần miếng kim loại hình tròn có bán kính R tối thiểu là bao nhiêu để làm cái nồi như vậy (không kể quay nồi)



A. $R = 18.58cm$.
B. $R = 19.58cm$.
C. $R = 13.13cm$.
D. $R = 14.13cm$.

Câu 67: Một bang giấy dài được cuộn chặt lại thành nhiều vòng xung quanh một ống lõi hình trụ rỗng có đường kính $C = 12,5mm$.



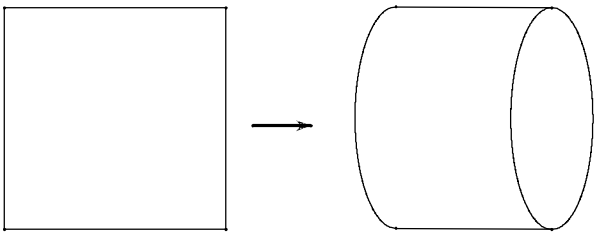
Biết độ dày của giấy cuộn là $0,6mm$ và đường kính cả cuộn giấy là $B = 44,9mm$.

Tính chiều dài l của cuộn giấy.

A. $L \approx 44m$
B. $L \approx 38m$
C. $L \approx 4m$
D. $L \approx 24m$

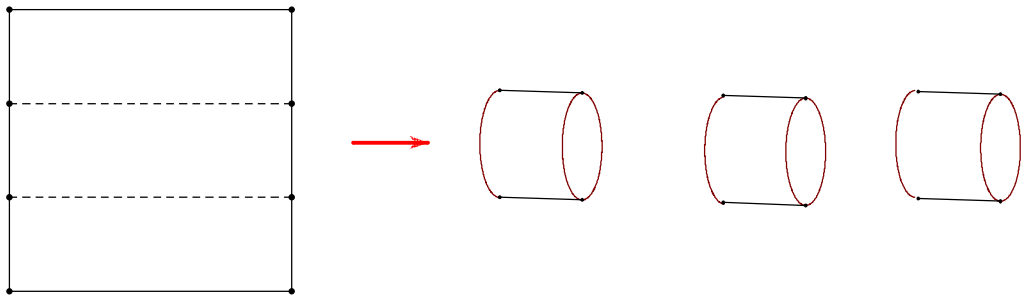
Câu 68: Có một miếng nhôm hình vuông, cạnh là $3dm$, một người dự định tính tạo thành các hình trụ (không đáy) theo hai cách sau:

Cách 1: Gò hai mép hình vuông để thành mặt xunng quanh của một hình trụ, gọi thể tích của khối trụ đó là V_1.



Cách 2: Cắt hình vuông ra làm ba và gò thành mặt xung quanh của ba hình trụ, gọi tổng thể tích của chúng là V_2.

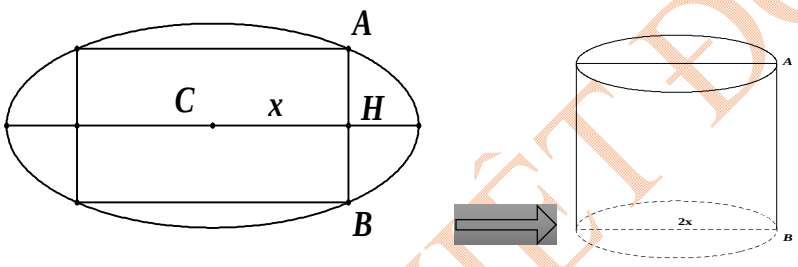
ĐẶNG VIỆT Đ



Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là:

A. 3 **B.** 2 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 69: Người ta cần cắt một tấm tôn có hình dạng một elip với độ dài trục lớn bằng 8 độ dài trục bé bằng 4 để được một tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp elíp. Người ta gò tấm tôn hình chữ nhật thu được thành một hình trụ không có đáy như hình bên. Tính thể tích lớn nhất có thể thu được của khối trụ đó



A. $\frac{128\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$ **B.** $\frac{64}{3\sqrt{2}\pi}\left(cm^3\right)$ **C.** $\frac{64}{3\sqrt{3}\pi}\left(cm^3\right)$ **D.** $\frac{128}{3\sqrt{2}\pi}\left(cm^3\right)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN THỰC TẾ LIÊN QUAN MẶT VÀ KHỐI TRỤ

Câu 1: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích $1000\,cm^3$. Bán kính của nắp đậy để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất bằng

A. $10.\sqrt{\frac{5}{\pi}}\,cm$. **B.** $10.\sqrt[3]{\frac{5}{\pi}}\,cm$. **C.** $\frac{500}{\pi}\,cm$. **D.** $\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}\,cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $h\ (cm)$ là chiều cao hình trụ và $R\ (cm)$ là bán kính nắp đậy.

Ta có: $V=\pi R^2h=1000$. Suy ra $h=\frac{1000}{\pi R^2}$.

Để nhà sản xuất tiết kiệm nguyên vật liệu nhất thì diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ nhỏ nhất.

Ta có: $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R.\frac{1000}{\pi R^2}$

$=2\pi R^2+\frac{1000}{R}+\frac{1000}{R}\ge 3.\sqrt[3]{2\pi R^2.\frac{1000}{R}.\frac{1000}{R}}=3\sqrt[3]{2\pi.1000^2}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $2\pi R^2=\frac{1000}{R}\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$.

Câu 2: Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột trụ tròn gồm 10 chiếc của một ngôi nhà. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ đều có đáy là tứ giác có cạnh 20 cm; sau khi hoàn thiện mỗi cột là một khối trụ tròn có đường kính đáy bằng 60. Chiều cao mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 4 m. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50 kg thì tương đương với 65000 cm^3 xi măng. Hỏi số bao xi măng loại 50 kg cần để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột gần với số nào sau đây đây nhất?

A. 120 bao. **B.** 135 bao. **C.** 130 bao. **D.** 125 bao.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích mỗi khối lăng trụ là $V_1=20.20.400$.

Thể tích của mỗi khối trụ tròn là $V_2=30^2.400.\pi$.

Thể tích lượng vữa cần cho mỗi cột trụ tròn là $V=V_2-V_1=36.10^4\pi-16.10^4$.

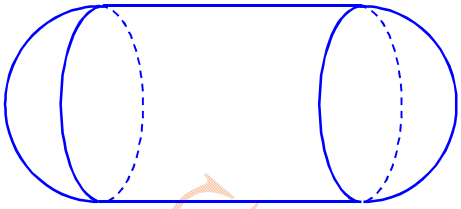
Số bao xi măng để hoàn thiện hệ thống cột là $M=\frac{0,8V}{65000}\approx 119.5044$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 3: Một cái bồn chứa nước gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ (*như hình vẽ*). Đường sinh của hình trụ bằng hai lần đường kính của hình cầu. Biết thể tích của bồn chứa nước là $\frac{128\pi}{3}\left(\text{m}^3\right)$. Tính diện tích xung quanh của cái bồn chứa nước theo đơn vị m^2.

A. $50\pi\left(\text{m}^2\right)$. **B.** $64\pi\left(\text{m}^2\right)$. **C.** $40\pi\left(\text{m}^2\right)$. **D.** $48\pi\left(\text{m}^2\right)$.

Hướng dẫn giải



Chọn D.

Gọi $4x\left(\text{m}\right)$ là đường sinh hình trụ.

$\Rightarrow$ đường tròn đáy hình trụ và mặt cầu có bán kính là $x\left(\text{m}\right)$.

Thể tích bồn chứa nước này chính là thể tích của khối trụ có bán kính đáy $R=x$ đường sinh $l=h=4x$ và thể tích khối cầu có bán kính $R=x$.

Do đó: $\pi\left(x^2.4x+\frac{4}{3}x^3\right)=\frac{128\pi}{3}\Leftrightarrow x=2\left(\text{m}\right)$.

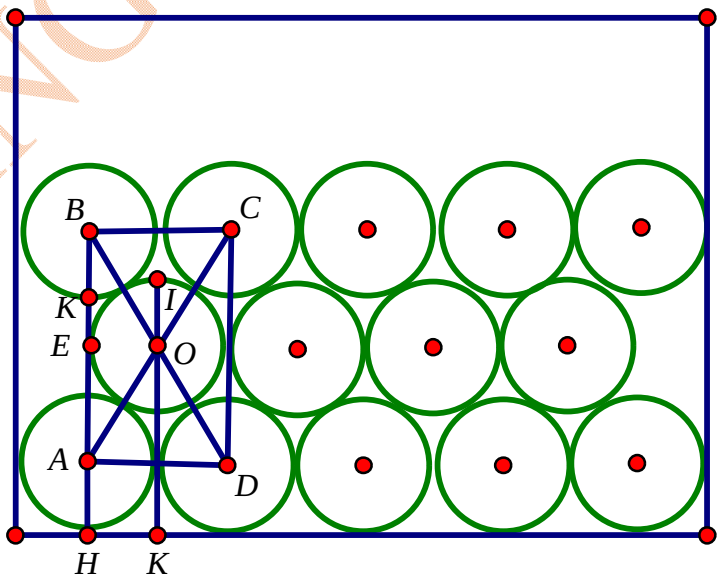
Vậy diện tích xung quanh bồn nước là: $S=\pi\left(4x^2+2.x.4x\right)=48\pi\ \ \left(\text{m}^2\right)$.

Câu 4: Một hộp đựng phấn hình hộp chữ nhật có chiều dài $30cm$, chiều rộng $5cm$ và chiều cao $6cm$. Người ta xếp thẳng đứng vào đó các viên phấn giống nhau, mỗi viên phấn là một một khối trụ có chiều cao $h=6cm$ và bán kính đáy $r=\frac{1}{2}cm$. Hỏi có thể xếp được tối đa bao nhiêu viên phấn?

A. 153 viên. **B.** 151 viên. **C.** 154 viên. **D.** 150 viên.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì nếu xếp toàn bộ các hàng 5 viên thì chỉ xếp được 30 hàng nên số viên phấn xếp được là $5.30=150$ (viên).

Còn nếu xếp toàn bộ các hàng 4 viên thì cũng chỉ xếp được 30 hàng nên số viên phấn xếp được là $4.30=120$ (viên).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do đó để xếp được nhiều nhất ta xếp tối đa các viên phấn vào một cạnh chiều rộng của hộp thì được 5 viên, để xếp nhiều nhất có thể thì hàng tiếp theo ta xếp xen kẽ 4 viên, rồi lại xen kẽ hàng tiếp theo 5 viên như trên hình vẽ (xét góc nhìn từ phía trên hộp xuống).

Khi đó ta có: $AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=\sqrt{2^2-1}=\sqrt{3}$ nên $HK=AB+AH-BK=\sqrt{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\sqrt{3}$.

Ta qui ước xếp hàng 5 viên và hàng 4 viên liên tiếp từ đầu là một cặp.
Do đó ta xếp 16 cặp trước thì diện tích khoảng trống còn lại sau khi xếp 16 cặp này là:
$30-16.\sqrt{3}\approx 2,287$.

Vì $KI=OK+OI=HE+OI=\sqrt{3}+\frac{1}{2}\approx 2,23<2,287$ nên khoảng trống còn lại sau khi xếp 16 cặp vừa đủ xếp cặp 17.
Vậy số phấn nhiều nhất là $17.9=153$ (viên).

Câu 5: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích $1000\,\text{cm}^3$. Tính bán kính của nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

A. $\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$. **B.** $\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$. **C.** $\frac{10\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{\pi}}$. **D.** $\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối trụ có bán kính R chiều cao h là: $V=\pi R^2.h$

$S=2\pi Rh+2\pi R^2=\frac{2000}{R}+2\pi R^2=\frac{1000}{R}+\frac{1000}{R}+2\pi R^2\ge 3\sqrt[3]{\frac{1000}{R}.\frac{1000}{R}.2\pi R^2}=300\sqrt[3]{2\pi}$.

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow \frac{1000}{R}=2\pi R^2\Leftrightarrow R^3=\frac{1000}{2\pi}\Rightarrow R=\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$

Câu 6: Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2\,m$. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng $40cm$, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng $26cm$. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là $380.000đ/m^2$ (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn 10 cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?

A. 14.647.000. **B.** 15.844.000. **C.** 13.627.000. **D.** 16.459.000.

Hướng dẫn giải

Chọn B

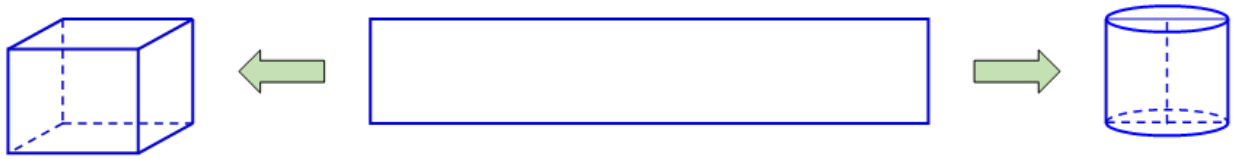
Diện tích xung quanh của một cái cột được tính bởi công thức: $S_{xq}=2\pi Rh$

Tổng diện tích xung quanh của 10 cái cột là: $4.(2\pi.0,2.4,2)+6.(2\pi.0,13.4,2)=13,272\pi$

Tổng số tiền cần chi là: $13,272\pi\times 380.000\approx 15.844.000$.

Câu 7: Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\,\text{m}\times 8\,\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\,\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình trụ không

đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\,\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



A. $\frac{V_1}{V_2}=\pi$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{4}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{3}$.

Lờigiải

Chọn B

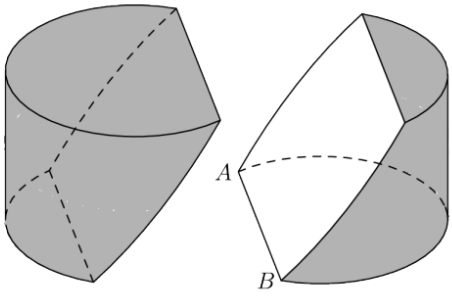
Thiết diện ngang của hình hộp chữ nhật là hình vuông nênhình hộp có đáy là hình vuông cạnh là $\frac{8}{4}=2(\text{m})$, chiều cao là $1,5(\text{m})\Rightarrow V_1=2^2.1,5=6(\text{m}^3)$.

Hình trụ có đáy là hình tròn có chu vi là $8(\text{m})$.Suy ra bán kính hình tròn đáy là $\frac{4}{\pi}$.

Thể tích khối trụ là $V_2=\pi.\left(\frac{4}{\pi}\right)^2.1,5=\frac{24}{\pi}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=\frac{6}{\frac{24}{\pi}}=\frac{\pi}{4}$.

Câu 8: Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm *A,B* sao cho cung *AB* có số đo 120^0. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua *A,B* và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Tính diện tích *S* của thiết diện thu được. ***(trùng câu 7148)***



.

A. $S=12\pi+18\sqrt{3}$. **B.** $S=20\pi+25\sqrt{3}$. **C.** $S=20\pi$. **D.** $S=20\pi+30\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi giao tuyến của mặt phẳng cắt với đáy còn lại là đoạn *CD*.

Kẻ các đường sinh CC', DD'. Khi đó $ABD'C'$ là hình chữ nhật.

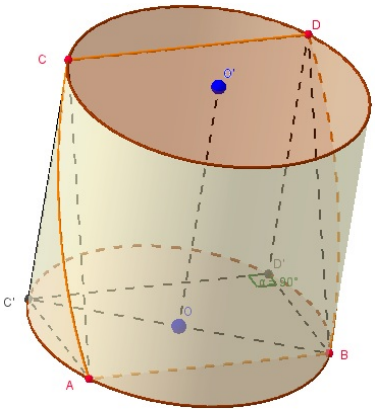
Góc $OC'D' = 120^0 \Rightarrow C'D' = 6\sqrt{3}$; $BD' = 6$; $\widehat{AOC'} = 60^o$.

Gọi φ là góc giữa mặt cắt và mặt đáy.

$$\cos\varphi = \cos\widehat{DBD'} = \frac{8}{\sqrt{8^2+6^2}} = \frac{3}{5}.$$

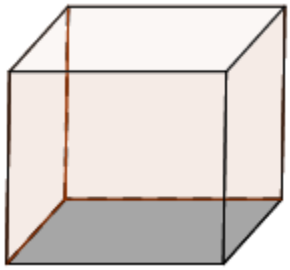
Thiết diện cần tìm có hình chiếu xuống đường tròn đáy tâm O là phần hình nằm giữa cung $C'D'$ và cung AB. Áp dụng công thức hình chiếu $S = \frac{S_{HChieu}}{\cos\alpha}$; Và

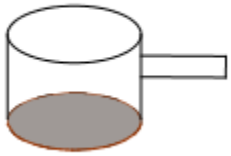
$S_{HChieu} = 2\left(S_{AOB} + S_{\widehat{AOC'}}\right) = 2\left(\frac{1}{2}.6.6.\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{60}{360}.\pi.36\right) = 18\sqrt{3} + 12\pi$. Do đó $S = 20\pi + 30\sqrt{3}$..



.

Câu 9: Cho một cái bể nước hình hộp chữ nhật có ba kích thước 2m, 3cm, 2cm lần lượt là chiều dài, chiều rộng, chiều cao của lòng trong đựng nước của bể. Hàng ngày nước ở trong bể được lấy ra bởi một cái gáo hình trụ có chiều cao là 5cm và bán kính đường tròn đáy là 4cm. Trung bình một ngày được múc ra 170 gáo nước để sử dụng (Biết mỗi lần múc là múc đầy gáo). Hỏi sau bao nhiêu ngày thì bể hết nước biết rằng ban đầu bể đầy nước?





.

A. 280 ngày. **B.** 282 ngày. **C.** 281 ngày. **D.** 283 ngày.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thể tích nước được đựng đầy trong hình bể là $V = 2.3.2 = 12\left(\text{m}^3\right)$.

Thể tích nước đựng đầy trong gáo là $V_g = \pi 4^2.5 = 80\pi\left(\text{cm}^3\right) = \frac{\pi}{12500}\left(\text{m}^3\right)$..

Một ngày bể được múc ra 170 gáo nước tức trong một ngày lượng được được lấy ra bằng.

$V_m = 170.V_g = \frac{17}{1250}\pi\left(\text{m}^3\right)$.

Ta có $\frac{V}{V_m} = \frac{12}{\frac{17}{1250}\pi} \simeq 280,8616643 \Rightarrow$ sau 281 ngày bể sẽ hết nước.

Câu 10: Một ngôi biệt thự nhỏ có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2m$. Trong đó có 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng $40cm$, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng $26cm$. Chủ nhà dùng loại *sơn giả đá* để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là $380.000đ/m^2$ (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn cột 10 cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?

A. 14.647.000. **B.** 15.845.000. **C.** 13.627.000. **D.** 16.459.000.

Hướng dẫn giải

Chọn B

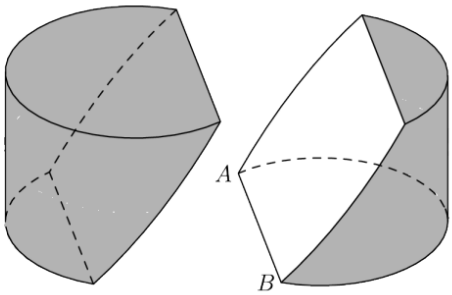
Diện tích xung quanh 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng $40cm$: $S_1 = 4.\left(2\pi.0,2.4,2\right)$.

Diện tích xung quanh 6 cây cột trước cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng $26cm$:

$S_2 = 6\left(2\pi.0,13.4,2\right)$.

Số tiền để sơn mười cây cột nhà là $\left(S_1 + S_2\right).380.000 = \approx 15.845.000$.

Câu 11: Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 8. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm A,B sao cho cung AB có số đo 120^0. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua A,B và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Tính diện tích S của thiết diện thu được.



.

A. $S = 12\pi + 18\sqrt{3}$. **B.** $S = 20\pi + 25\sqrt{3}$. **C.** $S = 20\pi$. **D.** $S = 20\pi + 30\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi giao tuyến của mặt phẳng cắt với đáy còn lại là đoạn CD.

Kẻ các đường sinh CC', DD'. Khi đó $ABD'C'$ là hình chữ nhật.

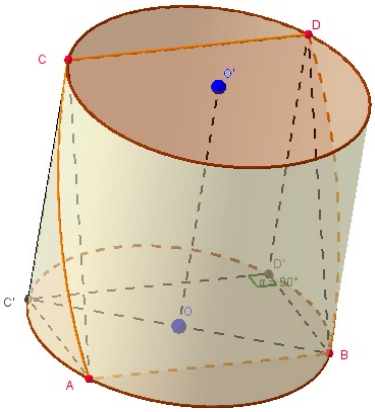
Góc $OC'D' = 120^0 \Rightarrow C'D' = 6\sqrt{3}$; $BD' = 6$; $\widehat{AOC'} = 60^o$.

Gọi φ là góc giữa mặt cắt và mặt đáy.

$\cos\varphi = \cos\widehat{DBD'} = \dfrac{8}{\sqrt{8^2+6^2}} = \dfrac{3}{5}$.

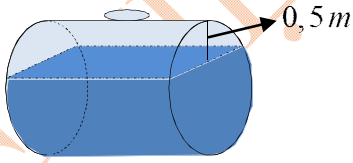
Thiết diện cần tìm có hình chiếu xuống đường tròn đáy tâm O là phần hình nằm giữa cung $C'D'$ và cung AB. Áp dụng công thức hình chiếu $S = \dfrac{S_{HChieu}}{\cos\alpha}$; Và

$S_{HChieu} = 2\left(S_{AOB} + S_{\widehat{AOC'}}\right) = 2\left(\dfrac{1}{2}.6.6.\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{60}{360}.\pi.36\right) = 18\sqrt{3} + 12\pi$. Do đó $S = 20\pi + 30\sqrt{3}$..



.

Câu 12: Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5m$, có bán kính đáy $1m$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5m$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (theo đơn vị m^3).

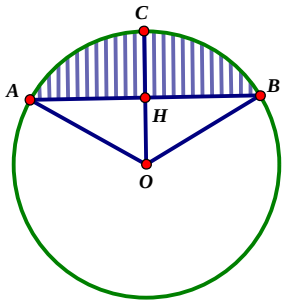


.

A. $114,923m^3$. **B.** $12,637m^3$. **C.** $8,307m^3$. **D.** $11,781m^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



.

Nhận xét $OH = CH = 0,5 = \dfrac{R}{22} = \dfrac{OB}{2}$ suy ra ΔOHB là tam giác nửa đều.

$\Rightarrow \widehat{HOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 120^\circ$.

Suy ra diện tích hình quạt OAB là: $S = \dfrac{1}{3}\pi R^2 = \dfrac{1}{3}\pi$.

Mặt khác: $S_{\Delta AOB}=2S_{\Delta HOB}=S_{\Delta BOC}=\dfrac{OB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ (ΔBOC đều).

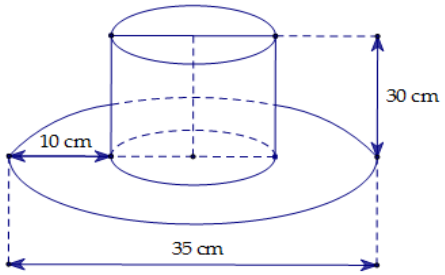
Vậy diện tích hình viên phân cung AB là $\dfrac{1}{3}\pi-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra thể tích dầu được rút ra: $V_1=5.\left(\dfrac{1}{3}\pi-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

Thể tích dầu ban đầu: $V=5.\pi.1^2=5\pi$.

Vậy thể tích còn lại: $V_2=V-V_1\simeq 12,637m^3$.

Câu 13: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không cần viền, mép, phần thừa).



.

A. $700\pi\ (cm^2)$. **B.** $750,25\pi\ (cm^2)$. **C.** $756,25\pi\ (cm^2)$. **D.** $754,25\pi\ (cm^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích vành nón và đỉnh nón là diện tích hình tròn đường kính $35cm$.

$S_1=\left(\dfrac{35}{2}\right)^2\pi=306,25\pi\left(cm^2\right)$.

Diện tích thân nón là diện tích của hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$ và chiều cao bằng $30cm$ là:

$S_2=\dfrac{15}{2}.2\pi.30=450\pi\left(cm^2\right)$.

Vậy tổng diện tích vải cần để làm nên cái mũ là: $S=S_1+S_2=756,25\pi\ (cm^2)$.

Câu 14: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất.Muốn thể tích khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính R bằng.

A. $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **C.** $R=\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $R=\sqrt{\dfrac{V}{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi S là diện tích toàn phần hình trụ, ta có: $h=l=\dfrac{V}{\pi R^2}$.

Suy ra $S = 2\pi Rl + \pi R^2 = \dfrac{2V}{R} + \pi R^2$ $S' = \dfrac{2\pi R^3 - 2V}{R^2}; S' = 0 \Leftrightarrow 2\pi R^3 - 2V = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$.

Lập bảng biến thiên suy ra S nhỏ nhất khi $R = \sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$.

Câu 15: Để chào mừng 20 năm thành lập thành phố A, Ban tổ chức quyết định trang trí cho cổng chào có hai hình trụ. Các kỹ thuật viên đưa ra phương án quấn xoắn từ chân cột lên đỉnh cột đúng 20 vòng đèn Led cho mỗi cột, biết bán kính hình trụ cổng là 30 cm và chiều cao cổng là 5π m. Tính chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột cổng.

A. 30π m. **B.** 26π m. **C.** 24π m. **D.** 20π m.

Hướng dẫn giải

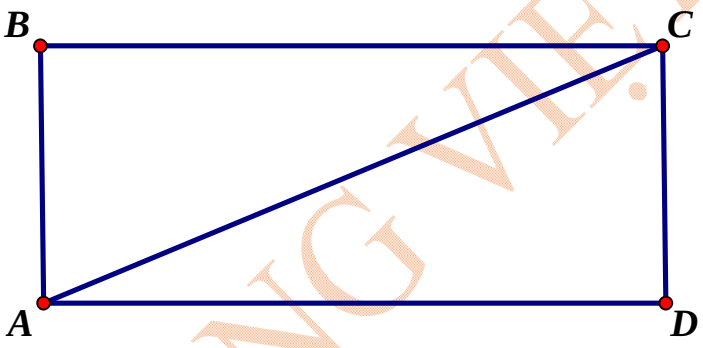
Chọn B

Cắt hình trụ theo đường sinh của nó rồi trải liên tiếp trên mặt phẳng 20 lần ta được hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 5\pi$ m và $BC = 20.2\pi r = 20.2\pi.0,3 = 12\pi$ m.

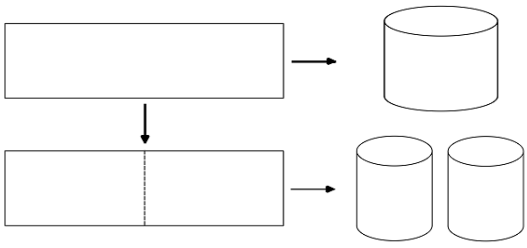
Độ dài dây đèn Led ngắn nhất trang trí 1 cột là

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(5\pi)^2 + (12\pi)^2} = 13\pi\ (\text{m})$.

Chiều dài dây đèn Led tối thiểu để trang trí hai cột cổng là: $2.13\pi = 26\pi\ (\text{m})$.



Câu 16: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước 50 cm và 240 cm, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng 50 cm, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):



- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và V_2 là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=4$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=1$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo cách 1: Ta thu được hình trụ có chiều cao $h=50$, $2\pi R=240 \Rightarrow R=\frac{120}{\pi}$.

Suy ra $V_1=\pi.\left(\frac{120}{\pi}\right)^2.50\ \text{cm}^3$

Theo cách 1: Ta thu được hai hình trụ có chiều cao $h=50$, $2\pi R=120 \Rightarrow R=\frac{60}{\pi}$.

Suy ra $V_2=2\pi.\left(\frac{60}{\pi}\right)^2.50\ \text{cm}^3$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=2$.

Câu 17: Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao $4,2\text{m}$. Trong số các cây đó có hai cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40cm, sau cây cột còn lại phân bổ đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng một loại sơn giả đá, biết giá thuê là $380000/1\text{m}^2$ (kể cả vật liệu sơn và thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)? (lấy $\pi=3,14159$).

A. $\approx 10.400.000$. **B.** $\approx 15.642.000$. **C.** $\approx 11.833.000$. **D.** $\approx 12.521.000$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cột lớn dạng hình trụ có chiều cao $h=4,2\text{m}$, đáy là đường tròn có bán kính $R_1=0,2\text{m}$ nên mỗi cột lớn có diện tích xung quanh là: $S_1=2\pi R_1 h=1,68\pi\left(\text{m}^2\right)$.

Cột nhỏ dạng hình trụ có chiều cao $h=4,2\,\text{m}$, đáy là đường tròn có bán kính $R_2=0,13\text{m}$ nên mỗi cột lớn có diện tích xung quanh là: $S_2=2\pi R_2 h=\frac{273}{250}\pi\left(\text{m}^2\right)$.

Diện tích cần sơn cho hai cột lớn và sáu cột nhỏ là: $\left(2.1,68+6.\frac{273}{250}\right).\pi\ \left(\text{m}^2\right)$.

Vậy số tiền cần phải bỏ ra là: $380.000.\left(2.1,68+6.\frac{273}{250}\right).\pi \approx 11.833.000$ (đồng).

Câu 18: Để chứa $7\left(m^3\right)$ nước ngọt người ta xây một bồn hình trụ có nắp. Hỏi bán kính r của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất.

A. $r=\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}}$. **B.** $r=\sqrt[3]{\frac{7}{2\pi}}$. **C.** $r=\sqrt[3]{\frac{8}{3\pi}}$. **D.** $r=\sqrt[3]{\frac{9}{4\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi h là chiều cao của khối trụ. Khi đó, thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2 h \Rightarrow h=\dfrac{7}{\pi r^2}$.

Diện tích toàn phần của khối trụ là:

$$S=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi r\dfrac{7}{\pi r^2}+2\pi r^2=2\left(\dfrac{7}{r}+\pi r^2\right)=2\left(\dfrac{7}{2r}+\dfrac{7}{2r}+\pi r^2\right)\geq 2.\sqrt[3]{\dfrac{49\pi}{4}}.$$

Vậy $\text{Min}\, S=2.\sqrt[3]{\dfrac{49\pi}{4}}$ tại $\dfrac{7}{r}+\pi r^2 \Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\dfrac{7}{2\pi}}$.

Câu 19: Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2$ m. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng 40 cm, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là $380\ 000$ đ/m^2 (kể cả phần thi công) thì người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn cột 10 cây cột nhà đó (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng)?

A. 15 835 000 đ. **B.** 15 844 000 đ. **C.** 16 468 000 đ. **D.** 31 688 000 đ.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của mỗi một cây cột trước đại sảnh là $S_1=2\pi.0,2.4,2=1,68\pi\left(\text{m}^2\right)$.

Diện tích xung quanh của mỗi cây cột đường kính $26cm$ là: $S_2=2\pi.0,13.4,2=1,092\pi\left(\text{m}^2\right)$

Vậy số tiền cần có là $T=\left(4.S_1+6.S_2\right).380.000\approx 15.844.182\ đ$.

Câu 20: Một cốc nước hình trụ có chiều cao $9cm$, đường kính $6cm$. Mặt đáy phẳng và dày $1cm$, thành cốc dày $0,2cm$. Đổ vào cốc $120ml$ nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính $2cm$. Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu cm. (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. $2,67cm$. **B.** $3,28cm$. **C.** $2,28cm$. **D.** $3,67cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thành cốc dày $0,2cm$ nên bán kính đáy trụ bằng $2,8cm$. Đáy cốc dày $1cm$ nên chiều cao hình trụ bằng $8cm$. Thể tích khối trụ là $V=\pi.\left(2,8\right)^2.8=197,04\left(cm^3\right)$.

Đổ $120ml$ vào cốc, thể tích còn lại là $197,04-120=77,04\left(cm^3\right)$.

Thả 5 viên bi vào cốc, thể tích 5 viên bi bằng $V_{bi}=5.\dfrac{4}{3}.\pi.1^3=20,94\ (cm^3)$.

Thể tích cốc còn lại $77,04-20,94=56,1\left(cm^3\right)$.

Ta có $56,1=h'.\pi.\left(2,8\right)^2\Rightarrow h'=2,28\ cm$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Cách khác: Dùng tỉ số thể tích

$$\frac{V_{Tr}}{V_{nuoc}+V_{bi}}=\frac{h_{coc}}{h_{nuoc+bi}}\Leftrightarrow\frac{8.(2,8)^2.\pi}{120+5.\frac{4}{3}.\pi}=\frac{8}{h_{nuoc+bi}}\Rightarrow h_{nuoc+bi}=5,72$$

Chiều cao còn lại của trụ là $8-5,72=2,28$.

Vậy mặt nước trong cốc cách mép cốc là $2,28cm$.

Câu 21: Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm.Mặt đáy phẳng dày 1cm, thành cốc dày $0,2\text{cm}$. Đổ vào cốc 120 ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Mặt nước cách mép cốc gần nhất với giá trị bằng

A. $2,28(\text{cm})$. **B.** $2,62(\text{cm})$. **C.** $3,67(\text{cm})$. **D.** $3,08(\text{cm})$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

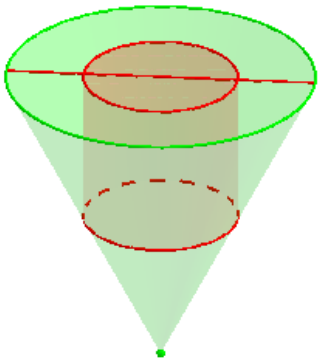
Thể tích của cốc nước là: $V=\pi.(2,8)^2.8=62,72\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Thể tích của 5 viên bi là: $V_1=5.\frac{4}{3}.\pi.1^3=\frac{20}{3}.\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Thể tích còn lại sau khi đổ vào cốc 120 ml nước và thả vào cốc 5 viên bi là: $V_2=V-V_1-120$ $=62,72\pi-\frac{20}{3}.\pi-120\approx56,10\left(\text{cm}^3\right)$.

Chiều cao phần còn lại là: $h=\frac{V_2}{\pi.(2,8)^2}\approx\frac{56,10}{\pi.(2,8)^2}\approx2,28(\text{cm})$.

Câu 22: Một bình đựng nước dạng hình nón (không có nắp đáy), đựng đầy nước**C.** Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào bình đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}(dm^3)$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt đáy của hình nón và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón (như hình vẽ dưới). Tính bán kính đáy R của bình nước.



A. $R=5(dm)$. **B.** $R=3(dm)$. **C.** $R=4(dm)$. **D.** $R=2(dm)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi h,h' lần lượt là chiều cao của khối nón và khối trụ.

R,r lần lượt là bán kính của khối nón và khối trụ.

Theo đề ta có: $h=3R,h'=2R.$

Xét tam giác SOA ta có: $\frac{r}{R}=\frac{IM}{OA}=\frac{SI}{SO}=\frac{h-h'}{h}=\frac{3R-2R}{3R}=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow r=\frac{1}{3}R$. Ta lại có: $V_{\text{trô}}=\pi r^2h'=\pi\cdot\frac{R^2}{9}\cdot 2R=\frac{2\pi R^3}{9}=\frac{16\pi}{9}$

$\Rightarrow R^3=8\Leftrightarrow R=2\ dm.$

Câu 23: Cho hình lập phương có cạnh bằng 40 cm và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích toàn phần của hình lập phương và diện tích toàn phần của hình trụ. Tính $S=S_1+S_2$ $\left(\text{cm}^2\right)$.

A. $S=4\left(2400+3\pi\right)$.

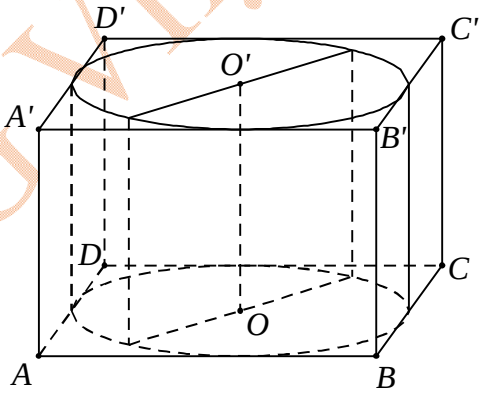
B. $S=4\left(2400+\pi\right)$.

C. $S=2400\left(4+\pi\right)$.

D. $S=2400\left(4+3\pi\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $S_1=6.40^2=9600$.

Bán kính đường tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương là: $r=20$ cm; hình trụ có đường sinh $h=40$ cm

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_2=2.\pi.20^2+2\pi.20.40=2400\pi$.

Vậy: $S=S_1+S_2=9600+2400\pi=2400\left(4+\pi\right)$.

Câu 24: Một cái tục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là $5cm$, chiều dài lăn là $23cm$ (hình bên). Sau khi lăn trọn 15 vòng thì trục lăn tạo nên sân phẳng một diện diện tích là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $1725\pi\ cm^2$.. **B.** $3450\pi\ cm^2$.. **C.** $1725\pi\ cm^2$.. **D.** $862,5\pi\ cm^2$.

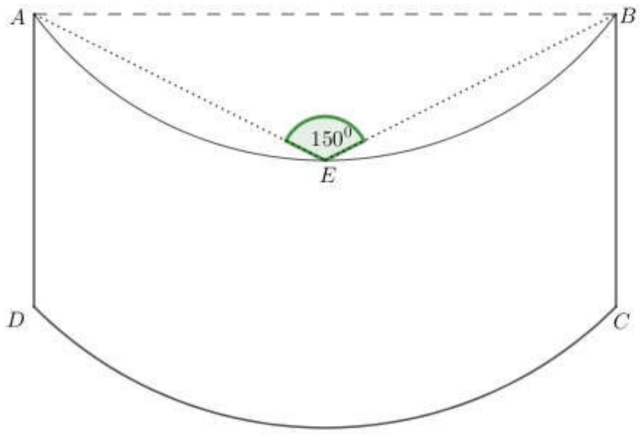
Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của mặt trụ là $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi.5.23 = 230\pi cm^2$.

Sau khi lăn 15 vòng thì diện tích phần sơn được là: $S = 230\pi.15 = 3450\pi cm^2$.

Câu 25: Ông An làm lan can ban công của ngôi nhà bằng một miếng kính cường lực. Miếng kính này là một phần của mặt xung quanh một hình trụ như hình bên dưới.

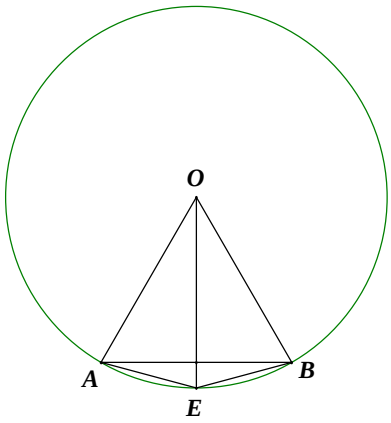


Biết $AB = 4\,\text{m}$, $\overset{\frown}{AEB} = 150°$ (E là điểm chính giữa cung $\overset{\frown}{AB}$) và $DA = 1,4\,\text{m}$. Biết giá tiền loại kính này là 500.000 đồng cho mỗi mét vuông. Số tiền (làm tròn đến hàng chục nghìn) mà ông An phải trả là:

A. 2.840.000 đồng. **B.** 3.200.000 đồng. **C.** 2.930.000 đồng. **D.** 5.820.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi O là tâm đường tròn đáy của hình trụ. Do $\widehat{AEB}=150^\circ \Rightarrow \widehat{OEA}=75^\circ \Rightarrow \widehat{AOE}=30^\circ$ $\Rightarrow \widehat{AOB}=60^\circ$. Khi đó $r=OA=AB=4$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.4.1,4=11,2\pi$.

Mặt kính làm lan can có diện tích là $S=\frac{1}{6}S_{xq}=\frac{28\pi}{15}$.

Vậy số tiền ông An phải trả là $500.000.S=\frac{2800.000\pi}{3}\approx 2.930.000$ đồng.

Câu 26: Để làm một hình trụ có nắp, bằng tôn và có thể tích $V=2\pi$ m^3, cần ít nhất bao nhiêu mét vuông tôn?

A. 6π m^2. **B.** 4π m^2. **C.** 2π m^2. **D.** 8π m^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $V=B.h=\pi r^2h=2\pi \Rightarrow h=\frac{2}{r^2}$.

$S_{tp}=S_{xq}+2B=2\pi rh+2\pi r^2=\frac{4\pi}{r}+2\pi r^2=\pi\left(\frac{2}{r}+\frac{2}{r}+2r^2\right)$.

Suy ra: $S_{tp}=\pi\left(\frac{2}{r}+\frac{2}{r}+2r^2\right)\geq \pi\sqrt[3]{\frac{2}{r}.\frac{2}{r}.2r^2}=2\pi\ \left(\text{m}^2\right)$.

Số mét vuông tôn cần ít nhất là $2\pi\ \left(\text{m}^2\right)$.

Câu 27: Người ta cho vào một chiếc hộp hình trụ 3 quả bóng tennis hình cầu. Biết đáy hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao hình trụ bằng ba lần đường kính quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích 3 quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử bán kính quả bóng tennis là r khi đó bán kính hình trụ là r và đường cao của hình trụ là $6r$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tổng diện tích ba quả bóng là: $S_1 = 3.4\pi r^2 = 12\pi r^2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_2 = 2\pi r.6r = 12\pi r^2$.

Suy ra: $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 28: Một cái nồi nấu nước người ta làm dạng hình trụ, chiều cao của nồi là 60 cm, diện tích đáy 900π cm^2. Hỏi người ta cần miếng kim loại hình chữ nhật có kích thước là bao nhiêu để làm thân nồi đó? (bỏ qua kích thước các mép gấp) .

A. Chiều dài 60π cm, chiều rộng 60 cm. **B.** Chiều dài 900 cm, chiều rộng 60 cm.
C. Chiều dài 180 cm, chiều rộng 60 cm. **D.** Chiều dài 30π cm, chiều rộng 60 cm.

Hướng dẫn giải

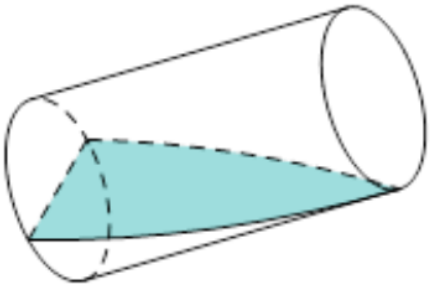
Chọn A

Gọi R là bán kính mặt đáy. Ta có: $S_{đáy} = \pi R^2 \Rightarrow 900\pi = \pi R^2 \Leftrightarrow R^2 = 900 \Leftrightarrow R = 30$.

Suy ra chu vi đáy là: $2\pi R = 60\pi$.

Vậy cần miếng kim loại hình chữ nhật có chiều dài 60π cm, chiều rộng 60 cm để làm thân nồi đó.

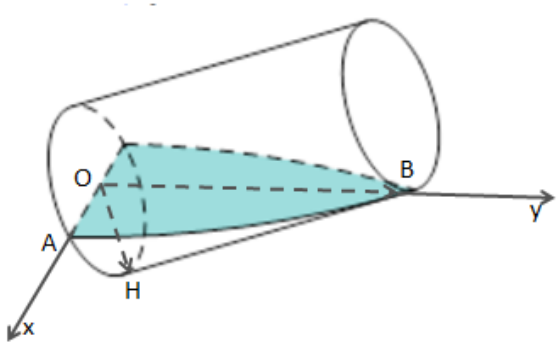
Câu 29: Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy 6 cm , chiều cao 15 cm chứa đầy nước. Nghiêng cốc cho nước chảy từ từ ra ngoài đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy cốc. Khi đó diện tích của bề mặt nước trong cốc bằng



A. $\frac{9\sqrt{26}}{2}\pi$ cm^2. **B.** $\frac{9\sqrt{26}}{5}\pi$ cm^2. **C.** $\frac{9\sqrt{26}}{10}\pi$ cm^2. **D.** $9\sqrt{26}\pi$ cm^2.

Hướng dẫn giải

Chọn A



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $OH=3$, $OB=\sqrt{OH^2+HB^2}=3\sqrt{26}$, $\cos\widehat{HOB}=\dfrac{1}{\sqrt{26}}$.

Áp dụng công thức hình chiếu về diện tích của hình phẳng ta có: $S'=S.\cos\widehat{HOB}$

$$\Rightarrow S=\frac{S'}{\cos\widehat{HOB}}=\frac{\frac{1}{2}\pi.3^2}{\frac{1}{\sqrt{26}}}=\frac{9\sqrt{26}\pi}{2}\ \text{cm}^2.$$

Cách khác là dùng diện tích hình elip.

$$S=\frac{1}{2}S_{(E)}=\frac{1}{2}\pi ab=\frac{1}{2}\pi.3.\sqrt{15^2+3^2}=\frac{1}{2}\pi.3.3\sqrt{26}=\frac{9\sqrt{26}\pi}{2}\ \text{cm}^2.$$

Câu 30: Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao $12cm$, đường kính đáy $4cm$, lượng nước trong cốc cao $8cm$. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính $2cm$. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu xăng-ti-mét? (làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân, bỏ qua độ dày của cốc).

A. $2,33cm$. **B.** $2,25cm$. **C.** $2,75cm$. **D.** $2,67cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Lượng nước dâng lên chính là tổng thể tích của 4 viên bi thả vào bằng $V_b=4.\dfrac{4}{3}\pi r_b^3=\dfrac{16\pi}{3}\text{cm}^3$.

Dễ thấy phần nước dâng lên là hình trụ có đáy bằng với đáy cốc nước và thể tích là $\dfrac{16\pi}{3}\text{cm}^3$.

Chiều cao của phần nước dâng lên là h_d thỏa mãn: $\dfrac{16\pi}{3}=\pi r^2h_d$ nên $h_d=\dfrac{4}{3}\text{cm}$.

Vậy nước dâng cao cách mép cốc là $12-8-\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{3}\approx 2,67$ cm.

Câu 31: Từ một nguyên liệu cho trước, một công ty muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích $100ml^3$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

A. Hình trụ có chiều cao gấp hai lần bán kính đáy.

B. Hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy.

C. Hình hộp chữ nhật có cạnh bên bằng cạnh đáy.

D. Hình hộp chữ nhật có cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi: R là bán kính đáy hình trụ, l là chiều cao hình trụ.

Khi đó hình trụ có thể tích là: $V=\pi R^2l=100ml$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp}=2\pi Rl+2\pi R^2=\pi Rl+\pi Rl+2\pi R^2$

Áp dụng BĐT Cô-si cho ba số không âm: $2\pi R^2$, πRl, πRl ta có:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$S_{tp}=\pi Rl+\pi Rl+2\pi R^2\ge 3\sqrt[3]{\pi Rl.\pi Rl.2\pi R^2}=3\sqrt[3]{2\pi.\pi R^2l.\pi R^2l}=3\sqrt[3]{2\pi.100.100}\simeq 119.27\quad (1)$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \pi Rl=\pi Rl=2\pi R^2\Leftrightarrow l=2R$

Gọi a là độ dài cạnh đáy hình hộp chữ nhật

Gọi h là chiều cao hình hộp chữ nhật

Khi đó thể tích hình hộp chữ nhật là: $V=a^2.h=100\text{ml}$

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là: $S_{tp}=2a^2+4a.h=2a^2+2a.h+2a.h$

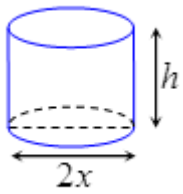
Áp dụng BĐT Cô-si cho ba số không âm là: $2a^2$, $2a.h$, $2a.h$

Ta có: $S_{tp}=2a^2+2a.h+2a.h\ge 3\sqrt[3]{2a^2.2a.h.2a.h}\ge 3\sqrt[3]{8a^2h.a^2h}=3.2.\sqrt[3]{100^2}\simeq 129.27\quad (2)$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 2ah=2ah=2a^2\Leftrightarrow h=a$

Từ $(1),(2)\Rightarrow$ Thiết kế hộp sữa hình trụ có chiều cao gấp hai lần bán kính đáy thì tốn ít nguyên vật liệu nhất.

Câu 32: Công ty X muốn thiết kế các hộp chứa sản phẩm dạng hình trụ có nắp với dung tích bằng $100\left(\text{cm}^3\right)$, bán kính đáy $x\left(\text{cm}\right)$, chiều cao $h\left(\text{cm}\right)$ (xem hình bên). Khi thiết kế, công ty X luôn đặt mục tiêu sao cho vật liệu làm vỏ hộp là ít nhất, nghĩa là diện tích toàn phần hình trụ là nhỏ nhất. Khi đó, kích thước của x và h gần bằng số nào nhất trong các số dưới đây để công ty X tiết kiệm được vật liệu nhất?



A. $h\approx 6,476\left(\text{ cm}\right)$ và $x\approx 2,217\left(\text{ cm}\right)$.

B. $h\approx 3,261\left(\text{cm}\right)$ và $x\approx 3,124\left(\text{cm}\right)$.

C. $h\approx 4,128\left(\text{ cm}\right)$ và $x\approx 2,747\left(\text{cm}\right)$.

D. $h\approx 5,031\left(\text{cm}\right)$ và $x\approx 2,515\left(\text{cm}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có thể tích của hộp là $V=\pi x^2.h=100\Rightarrow h=\dfrac{100}{\pi.x^2}$.

Ta có diện tích toàn phần của vỏ hộp là $S_{tp}=2\pi xh+2\pi x^2=2\pi.x^2+\dfrac{200}{x}$ (với $x>0$).

Đặt $f\left(x\right)=2\pi x^2+\dfrac{200}{x}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $f'(x)=4\pi x-\frac{200}{x^2}=\frac{4\pi x^3-200}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 4\pi x^3-200=0\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\frac{50}{\pi}}$.

Bảng biến thiên.

x	0		$\sqrt[3]{\frac{50}{\pi}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

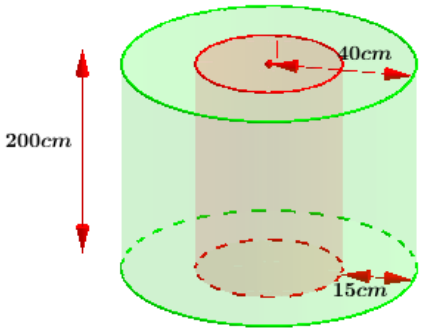
Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=\sqrt[3]{\frac{50}{\pi}}\approx 2,515(\text{cm})$ suy ra $h\approx 5,031(\text{cm})$.

Câu 33: Người ta cần đổ một ống thoát nước hình trụ với chiều cao $200cm$, độ dày của thành ống là $15cm$, đường kính của ống là $80cm$. Lượng bê tông cần phải đổ là

A. πm^3. **B.** $0,195\pi m^3$. **C.** $0,18\pi m^3$. **D.** $0,14\pi m^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối trụ bên ngoài và bên trong

Do đó lượng bê tông cần phải đổ là:

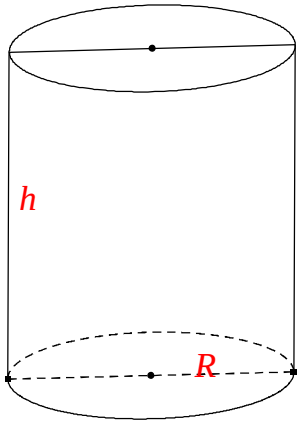
$V=V_1-V_2=\pi.40^2.200-\pi.25^2.200=195000\pi cm^3=0,195\pi m^3$.

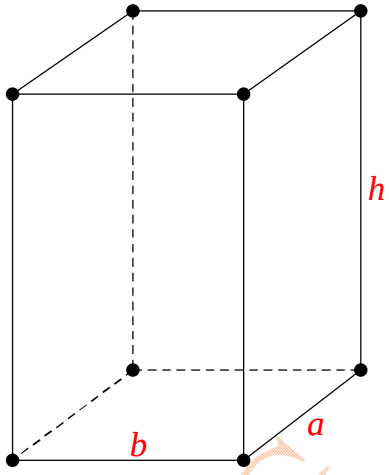
Câu 34: Một nhà sản xuất sữa có hai phương án làm hộp sữa. Hộp sữa có dạng khối hộp chữ nhật hoặc hộp sữa có dạng khối trụ. Nhà sản xuất muốn chi phí bao bì càng thấp càng tốt(tức diện tích toàn phần của hộp nhỏ nhất), nhưng vẫn phải chứa được một thể tích xác định là V cho trước. Khi đó diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất trong hai phương án là.

A. $6\sqrt[3]{V^2}$. **B.** $3\sqrt[3]{6V^2}$. **C.** $\sqrt[3]{2\pi V^2}$. **D.** $3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D





Trường hợp 1: Hộp sữa hình trụ.

Thể tích không đổi $V=\pi R^2 h \Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}, S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+\dfrac{2V}{R}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho bộ ba số dương $2\pi R^2, \dfrac{V}{R}, \dfrac{V}{R}$.

Ta có $S_{tp}=2\pi R^2+\dfrac{V}{R}+\dfrac{V}{R}\geq 3\sqrt[3]{2\pi R^2.\dfrac{V}{R}.\dfrac{V}{R}}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ (*).

Trường hợp 2: Hộp sữa hình hộp chữ nhật.

Thể tích không đổi.

$V=abh\Rightarrow h=\dfrac{V}{ab}; S_{tp}=2ab+2(a+b)h=2ab+2a.\dfrac{V}{ab}+2b.\dfrac{V}{ab}=2\left(ab+\dfrac{V}{b}+\dfrac{V}{a}\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cau chy cho bộ ba số dương $ab;\dfrac{V}{a};\dfrac{V}{b}$.

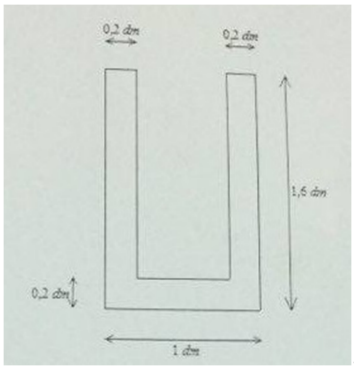
Ta có $S_{tp}\geq 2.3\sqrt[3]{ab.\dfrac{V}{a}.\dfrac{V}{b}}=6\sqrt[3]{V^2}$ (**).

Xét hai kết quả ta thấy (*) nhỏ hơn.

Vậy diện tích toàn phần của hộp sữa bé nhất là $S_{tp}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ (đvdt).

Câu 35: Một lọ trống miệng đựng nước là hình trụ tròn xoay có chiều cao bằng $1,6\ dm$; đường kính đáy bằng $1\ dm$; đáy (dưới) của lọ phẳng với bề dày không đổi bằng $0,2\ dm$; thành lọ với bề dày không đổi bằng $0,2\ dm$; thiết diện qua trục của lọ như hình vẽ; đổ vào lọ $2,5\ dl$ nước (trước đó trong lọ không có nước hoặc vật khác). Tính gần đúng khoảng cách k từ mặt nước trong lọ khi nước lặng yên đến mép trên của lọ (quy tròn số đến hàng phần trăm, nghĩa là làm tròn số đến hai chữ số sau dấu phảy).

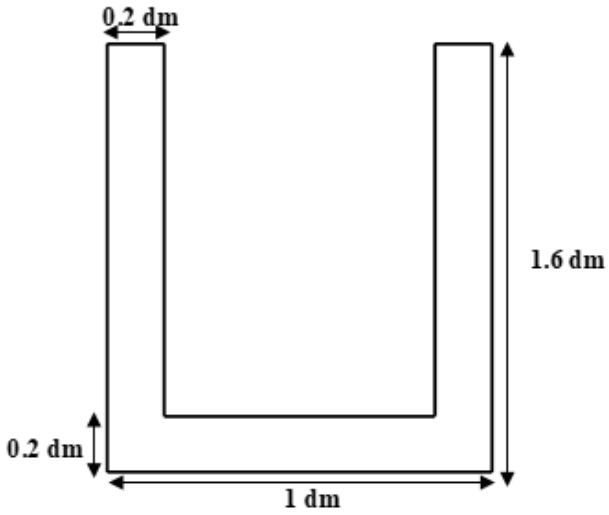
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $k \approx 0,51(dm)$. **B.** $k \approx 0,53(dm)$. **C.** $k \approx 1,18(dm)$. **D.** $k \approx 0,52(dm)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Thể tích nước có thể chứa của lọ: $V = \pi (0,3)^2 .1,4 = 3,96 \text{d}m^3 = 3,96l$..

Thể tích nước đổ vào trong lọ là: $V' = 2,5dl = 0,25l$.

Phần thể tích không nước là $\Delta V = V - V' = 0,396 - 0,25 = 0,146l$.

Vậy độ cao của phần không chứa nước là $h = \dfrac{\Delta V}{\pi .(0,3)^2} = \dfrac{0,146}{\pi .(0,3)^2} = 0,52 \text{d}m$.

Câu 36: Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài tạo thành một khối trụ có đường kính 50 (cm). Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, phần còn lại là một khối trụ có đường kính 45 (cm). Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét ?

A. 373 (m). **B.** 187 (m). **C.** 384 (m). **D.** 192 (m).

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1: Bề dày của tấm đề can là: $a = \dfrac{50 - 45}{2 \times 250} = 0,01(\text{cm})$.

Gọi d là chiều dài đã trải ra và h là chiều rộng của tấm đề can. Khi đó ta có:

$$dha = \pi \left(\frac{50}{2}\right)^2 h - \pi \left(\frac{45}{2}\right)^2 h \Rightarrow d = \frac{\pi \left(50^2 - 45^2\right)}{4a} \approx 37306 \text{ (cm)} \approx 373 \text{ (m)}.$$

Cách 2: Chiều dài của phần trải ra là tổng chu vi của 250 đường tròn có bán kính là một cấp số cộng có số hạng đầu bằng \$25\$, công sai là $-a = -0,01$.

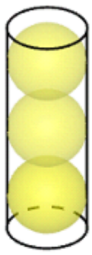
Do đó chiều dài là $l = 2\pi (2.25 - 249.0,01)\dfrac{250}{2} \approx 37314 \text{ (cm)} \approx 373 \text{ (m)}$.

Câu 37: Trong một chiếc hộp hình trụ, người ta bỏ vào đấy ba quả banh tenis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao của hình trụ bằng ba lần đường kính quả banh. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả banh, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số diện tích $\frac{S_1}{S_2}$ là:

A. 5. **B.** Là một số khác. **C.** 2. **D.** 1.

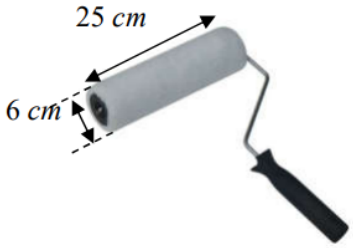
Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi S, r lần lượt là diện tích xung quanh của một quả banh và bán kính.
của quả banh. Khi đó $S = 4\pi r^2$, suy ra $S_1 = 12\pi r^2$.
Vì đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả banh và chiều cao của.
hình trụ bằng ba lần đường kính quả banh nên bán kính đáy hình trụ.
$R = r$, và chiều cao $l = 6r$.
Suy ra $S_2 = 2\pi Rl = 12\pi r^2$. Vậy $\frac{S_1}{S_2} = 1$.

Câu 38: Một cái trục lăn sơn nước có dạng một hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là 6 cm, chiều dài lăn là 25 cm (như hình dưới đây). Sau khi lăn trọn 10 vòng thì trục lăn tạo nên bức tường phẳng một diện tích là:



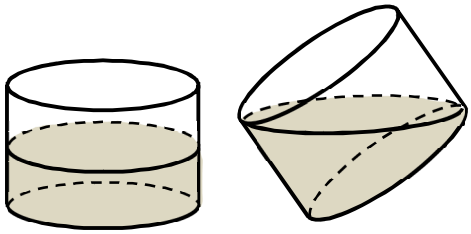
A. $3000\pi\ (\text{cm}^2)$. **B.** $300\pi\ (\text{cm}^2)$. **C.** $1500\pi\ (\text{cm}^2)$. **D.** $150\pi\ (\text{cm}^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = \pi.6.25 = 150\pi$.
Khi lăn sơn quay một vòng sẽ quét được một diện tích bằng diện tích xung quanh của hình trụ. Do đó trục lăn quay 10 vòng sẽ quét được diện tích là $S = 10.S_{xq} = 1500\pi\ (\text{cm}^2)$.

Câu 39: Đổ nước vào một thùng hình trụ có bán kính đáy $20\,\text{cm}$. Nghiêng thùng sao cho mặt nước chạm vào miệng cốc và đáy cốc như hình vẽ thì mặt nước tạo với đáy cốc một góc 45° Hỏi thể tích của thùng là bao nhiêu cm^3?



A. 12000π. **B.** 16000π. **C.** 8000π. **D.** 6000π.

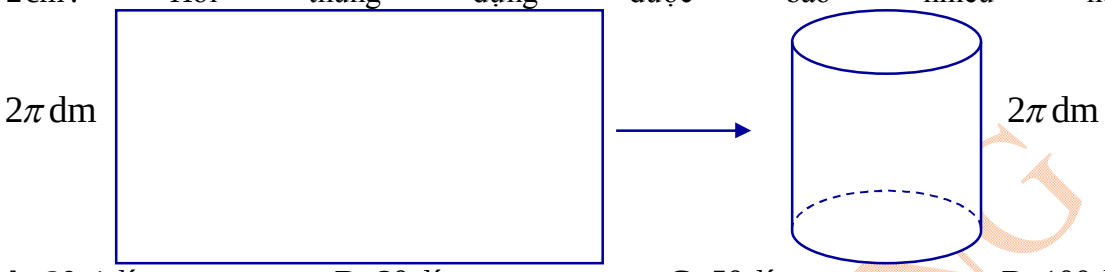
Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ giả thiết ta suy ra $h = 2R = 40$.

Vậy $V = B.h = \pi.20^2.40 = 16000\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 40: Một miếng tôn hình chữ nhật có chiều dài $10,2\,\text{dm}$, chiều rộng $2\pi\,\text{dm}$ được uốn lại thành mặt xung quanh của một chiếc thùng đựng nước có chiều cao $2\pi\,\text{dm}$ (như hình vẽ). Biết rằng chỗ ghép mất $2\,\text{cm}$. Hỏi thùng đựng được bao nhiêu lít nước?



A. $20,4$ lít. **B.** 20 lít. **C.** 50 lít. **D.** 100 lít.

Hướng dẫn giải

Chọn C

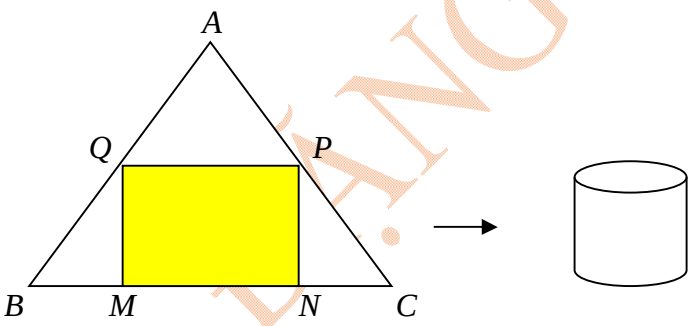
Vì chỗ ghép mất $2\,\text{cm}$ nên chu vi đáy chiếc thùng là $10,2-0,2=10\left(\text{dm}\right)$.

Gọi $r\left(\text{dm}\right)$ là bán kính đáy, ta có $2\pi r = 10 \Leftrightarrow r = \dfrac{5}{\pi}\left(\text{dm}\right)$.

Thể tích chiếc thùng: $V = \pi r^2 h = \pi.\left(\dfrac{5}{\pi}\right)^2.2\pi = 50\left(\text{dm}^3\right)$.

Vậy thùng đựng được 50 lít nước.

Câu 41: Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $90\ \left(\text{cm}\right)$. Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là

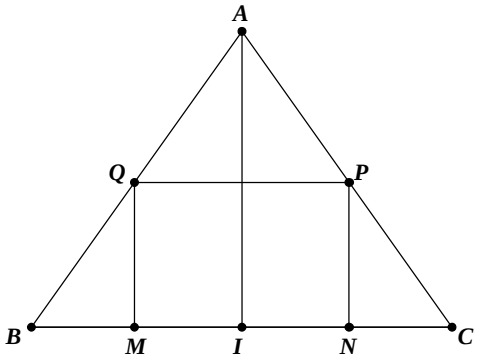


A. $\dfrac{91125}{2\pi}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$.

C. $\dfrac{108000\sqrt{3}}{\pi}\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $\dfrac{91125}{4\pi}\left(\text{cm}^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm BC. Suy ra I là trung điểm MN. Đặt $MN=x$, $(0<x<90)$.

Ta có: $\dfrac{MQ}{AI}=\dfrac{BM}{BI}\Leftrightarrow MQ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(90-x)$; gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R=\dfrac{x}{2\pi}$.

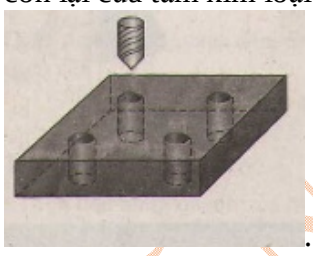
Thể tích của khối trụ là: $V_T=\pi\left(\dfrac{x}{2\pi}\right)^2\dfrac{\sqrt{3}}{2}(90-x)=\dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-x^3+90x^2\right)$

Xét $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-x^3+90x^2\right)$ với $0<x<90$.

$f'(x)=\dfrac{\sqrt{3}}{8\pi}\left(-3x^2+180x\right)$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=60\end{array}\right.$.

Khi đó suy ra $\max\limits_{x\in(0;90)}f(x)=f(60)=\dfrac{13500.\sqrt{3}}{\pi}$.

Câu 42: Một tấm kim loại được khoan thủng bốn lỗ như hình vẽ (lỗ khoan dạng hình trụ), tấm kim loại dày $2(\text{cm})$, đáy của nó là hình vuông có cạnh $5(\text{cm})$. Đường kính của khoan là $8(\text{mm})$. Thể tích phần còn lại của tấm kim loại là:



A. $5000-1280\pi\left(\text{mm}^3\right)$.

B. $5000-1280\pi\left(\text{mm}^3\right)$.

C. $50000-1280\pi\left(\text{mm}^3\right)$.

D. $50000-320\pi\left(\text{mm}^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

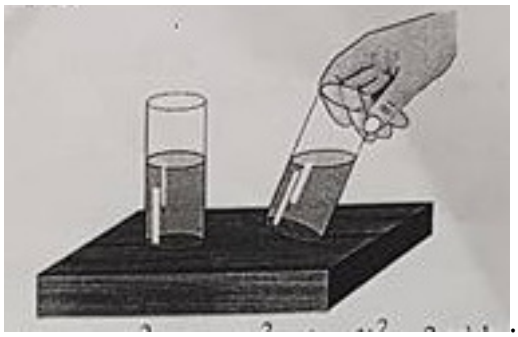
Thể tích tấm kim loại khi chưa khoan là: $V=50.50.20=50000\left(\text{mm}^3\right)$.

Thể tích của mỗi lỗ thủng là: $V_T=\pi.4^2.20=320\pi\left(\text{mm}^3\right)$.

Thể tích phần tấm thép còn lại là: $V-4V_T=50000-1280\pi\left(\text{mm}^3\right)$.

Câu 43: Nghiêng một cốc nước hình trụ có đựng nước, người ta thấy bề mặt nước là hình Elip có độ dài trục lớn là $10\,\text{cm}$, khoảng cách từ hai đỉnh trên trục lớn của Elip đến đáy cốc lần lượt là 5cm và 11cm. Tính thể tích nước trong cốc.

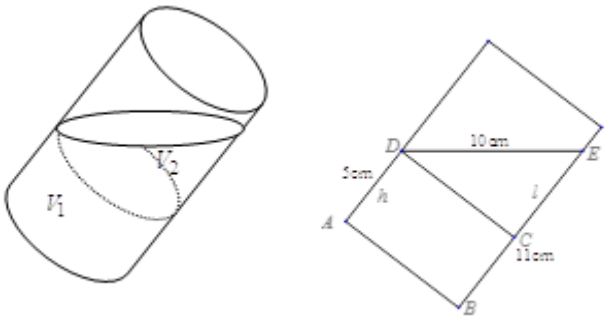
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $128\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $172\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $96\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $100\pi\,\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



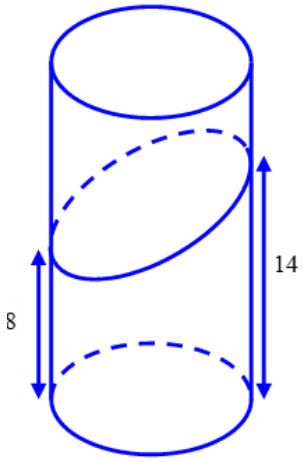
Ta có $V = V_1 + V_2$.

Xét mặt cắt như hình vẽ. Ta có $CE = 6\,\text{cm}$, $CD = \sqrt{DE^2 - CE^2} = 8\,\text{cm}$.
Do đó bán kính đáy hình trụ $r = 4\,\text{cm}$.

$V_1 = \pi r^2 h = \pi.4^2.5 = 80\pi\,\text{cm}^3$, $V_2 = \frac{1}{2}\pi r^2 l = \frac{1}{2}\pi.4^2.6 = 48\pi\,\text{cm}^3$.

Vậy $V = 128\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 44: Cắt một khối trụ cao $18\,\text{cm}$ bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất lần lượt là $8\,\text{cm}$ và $14\,\text{cm}$. Tính tỉ số thể tích của hai khối được chia ra (khối nhỏ chia khối lớn).



A. $\frac{2}{11}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{5}{11}$. **D.** $\frac{7}{11}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

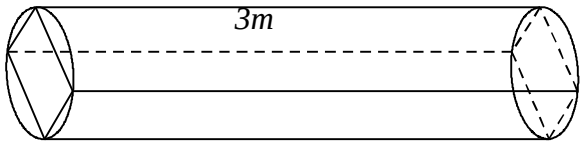
Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nhỏ và khối lớn.

Ta có thể tích khối trụ là $V = \pi.R^2.18$ (với R là bán kính khối trụ).

Thể tích $V_2 = \dfrac{\pi.R^2(8+14)}{2} = 11\pi R^2$.

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{V - V_2}{V_2} = \dfrac{18\pi R^2 - 11\pi R^2}{11\pi R^2} = \dfrac{7}{11}$.

Câu 45: Một khúc gỗ hình trụ có chiều cao $3\,\text{m}$, đường kính đáy $80\,\text{cm}$. Người ta cưa 4 tấm bìa để được một khối lăng trụ đều nội tiếp trong khối trụ. Tính tổng thể tích của 4 tấm bìa bị cưa, xem mạch cưa không đáng kể.



A. $0,12(\pi-2)\ m^3$. **B.** $0,48(\pi-2)\ m^3$. **C.** $1,92(\pi-2)\ m^3$. **D.** $0,4(\pi-2)\ m^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tổng thể tích của 4 tấm bìa bị cưa bằng hiệu thể tích của khối trụ và khối lăng trụ đều nội tiếp.

Khối trụ có chiều cao $h = 3\,\text{m}$ và bán kính đáy $r = 0,4\,\text{m}$.

Khối lăng trụ đều có chiều cao $h = 3\,\text{m}$ và đường chéo đáy $d = 0,8\,\text{m}$.

Vậy tổng thể tích của 4 tấm bìa bị cưa bằng.

$$h\left(\pi r^2 - \frac{1}{2}d^2\right) = 3(0,16\pi - 0,32) = 0,48(\pi-2)\left(\text{m}^3\right).$$

Câu 46: Một đại lý xăng dầu cần làm một bồn chứa dầu hình trụ có đáy và nắp đậy bằng tôn với thể tích $16\pi\left(\text{m}^3\right)$. Biết rằng giá thành (cả vật liệu và tiền công) được tính theo mét vuông, tìm đường kính đáy của bồn để đại lý phải trả ít chi phí nhất.

A. $1(\text{m})$. **B.** $2(\text{m})$. **C.** $8(\text{m})$. **D.** $4(\text{m})$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi bán kính đáy là $r\,(\text{m})$.

Từ thể tích bồn là $16\pi\ (\text{m}^3)$ suy ra: $16\pi = \pi r^2 h \Leftrightarrow h = \dfrac{16}{r^2}$.

Diện tích toàn phần hình trụ $S_{tp} = 2S_{đáy} + S_{xq} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + \dfrac{32\pi}{r}$.

Chi phí nhỏ nhất khi diện tích toàn phần nhỏ nhất.

Đặt : $f(r) = 2\pi r^2 + \dfrac{32\pi}{r}$, với $r > 0$.

$f'(r) = 4\pi r - \dfrac{32\pi}{r^2} = \dfrac{4\pi r^3 - 32\pi}{r^2}$, $f'(r) = 0 \Leftrightarrow r^3 = 8 \Leftrightarrow r = 2$.

Bảng biến thiên:

r	0		2		$+\infty$
$f'(r)$		$-$	0	$+$	
$f(r)$		↘	GTNN	↗	

.

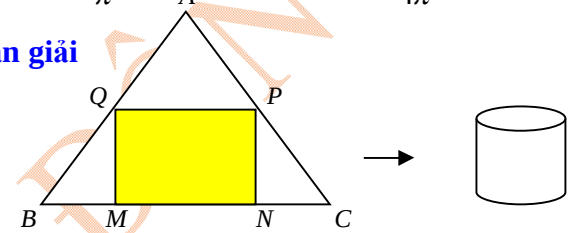
Vậy chi phí nhỏ nhất khi đường kính đáy bồn bằng $4(\text{m})$.

Câu 47: Bạn A muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $90\ (cm)$. Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn A có thể làm được là:

A. $\frac{91125}{2\pi}(cm^3)$. **B.** $\frac{108000\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$. **C.** $\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$. **D.** $\frac{91125}{4\pi}(cm^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm B**C.** Suy ra I là trung điểm MN

Đặt MN=x ($0<x<90$); $\Rightarrow \frac{MQ}{AI}=\frac{BM}{BI}\Rightarrow MQ=\frac{\sqrt{3}}{2}(90-x)$

Gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R=\frac{x}{2\pi}\Rightarrow V_T=\pi(\frac{x}{2\pi})^2\frac{\sqrt{3}}{2}(90-x)=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3+90x^2)$

Xét $f(x)=\frac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3+90x^2)$ với $0<x<90$. Khi đó: $\max\limits_{x\in(0;90)} f(x)=\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}$ khi x= 60.

Câu 48: Một thợ xây muốn sử dụng 1 tấm sắt có chiều dài là $4m$, chiều rộng $1m$ để uốn thành $2m$ khung đúc bê tông, 1 khung hình trụ có đáy là hình vuông và 1 khung hình trụ có đáy là hình tròn. Hỏi phải chia tấm sắt thành 2 phần (theo chiều dài) như thế nào để tổng thể tích 2 khung là nhỏ nhất?

A. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{4}{\pi+4},\frac{2}{\pi+4}$.

B. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{2}{\pi+4},\frac{4\pi}{\pi+4}$.

C. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{2}{\pi+4},\frac{4\pi+14}{\pi+4}$.

D. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{4\pi+14}{\pi+4},\frac{2}{\pi+4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khung hình trụ có đáy là hình vuông và khung hình trụ có đáy là hình tròn. Gọi a là chiều dài của cạnh hình vuông và r là bán kính của hình tròn. Ta có: $V_1 + V_2 = a^2 + \pi r^2$ (đơn vị thể tích).

Mà $4a + 2\pi r = 4 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}(2 - \pi r), 0 < r < \frac{2}{\pi}$. Suy ra $V(r) = V_1 + V_2 = \pi r^2 + \frac{1}{4}(2 - \pi r)^2$.

$V'(r) = 2\pi r - \frac{1}{4}\pi(2 - \pi r), V'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \frac{2}{(\pi + 4)}$. Lập bảng biến thiên suy ra

$V_{\min} = \left(\frac{4}{\pi + 4}\right)$.

Vậy, phải chia tấm sắt thành 2 phần: phần làm lăng trụ có đáy là hình vuông là $\frac{4\pi}{(\pi + 4)}(m)$.

Câu 49: Người ta cần sản xuất một lon hình trụ bằng nhôm có thể tích V. Để tiết kiệm nhôm nhất thì phải sản xuất lon có bán kính đáy là:

A. $R = \frac{V}{3}$. **B.** $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. **C.** $R = \sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. **D.** $R = \sqrt[3]{\frac{2V}{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $V = Bh = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2} \Rightarrow S_{tp} = S_{xq} + 2\pi R^2 = 2\pi R \frac{V}{\pi R^2} + 2\pi R^2 = \frac{2V}{R} + 2\pi R^2$.

Mặt khác: $S'_{tp} = \frac{-2V}{R^2} + 4\pi R = \frac{-2V + 4\pi R^3}{R^2} \Rightarrow S'_{tp} = 0 \Leftrightarrow -2V + 4\pi R^3 = 0 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Dễ thấy hàm số S_{tp} ẩn $R > 0$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 50: Khi thiết kế vỏ lon sữa hình trụ các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí làm vỏ lon nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ là V mà diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính R của đường tròn đáy khối trụ bằng?

A. $\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. **D.** $\sqrt{\frac{V}{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi chiều cao và bán kính đáy của lon sữa lần lượt là h và R. $(h, R > 0)$

Ta có: Thể tích của lon sữa là $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi đó: Diện tích toàn phần là $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R.\dfrac{V}{\pi R^2}=2\pi R^2+\dfrac{2V}{R}$.

Xét hàm số $f(R)=2\pi R^2+\dfrac{2V}{R}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(R)=4\pi R-\dfrac{2V}{R^2}=\dfrac{4\pi R^3-2V}{R^2}$

Cho $f'(R)=0\Leftrightarrow 4\pi R^3-2V=0\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

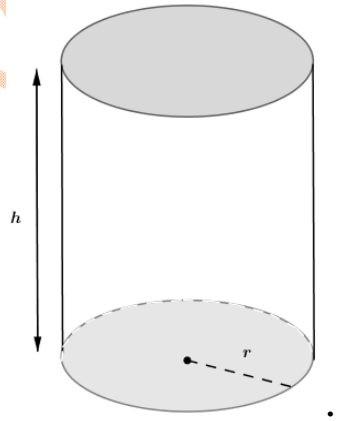
Lập bảng biến thiên suy ra bán kính cần tìm là $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Câu 51: Ông An dự định làm một cái bể chứa nước hình trụ bằng inốc có nắp đậy với thể tích là $k\left(\text{m}^3\right)$ ($k>0$). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi ông An cần **Chọn B**án kính đáy của bể là bao nhiêu để chi phí làm bể là ít nhất? (Biết bề dày vỏ inốc không đáng kể).

A. $\sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\dfrac{k}{\pi}}$. **C.** $\sqrt[3]{\dfrac{k}{2}}$. **D.** $\sqrt[3]{\dfrac{2\pi}{k}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $r,\ h>0$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

+ Thể tích khối trụ $V=\pi r^2h=k\Rightarrow h=\dfrac{k}{\pi r^2}$..

+ Diện tích đáy và nắp là $S_d=S_n=\pi r^2$; diện tích xung quanh là $S_{xq}=2\pi rh$..

+ Khi đó chi phí làm bể là:

$$C=(600+200)\pi r^2+400.2\pi rh=800\pi r^2+800\pi r\frac{k}{\pi r^2}=800\left(\pi r^2+\frac{k}{r}\right).$$

+ Đặt $f(r)=\pi r^2+\dfrac{k}{r},\ r>0\Rightarrow f'(r)=2\pi r-\dfrac{k}{r^2}=\dfrac{2\pi r^3-k}{r^2}$;

$f'(r)=0 \Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$, $(k>0)$.

+ Bảng biến thiên:

r	0		$\sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$		$+\infty$
$f'(r)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(r)$	‖ $+\infty$	↘	$\min\limits_{(0;+\infty)} f(r)$	↗	$+\infty$

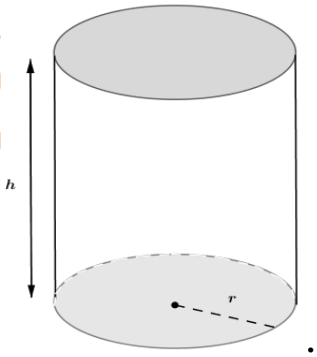
Vậy: Chi phí làm bể ít nhất $\Leftrightarrow f(r)$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow r=\sqrt[3]{\dfrac{k}{2\pi}}$.

Câu 52: Một xưởng cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm nguyên liệu nhất.

A. 1m và 2m. **B.** 1dm và 2dm. **C.** 1cm và 2cm. **D.** 1m và 1m.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi r, $h>0$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của thùng phi.

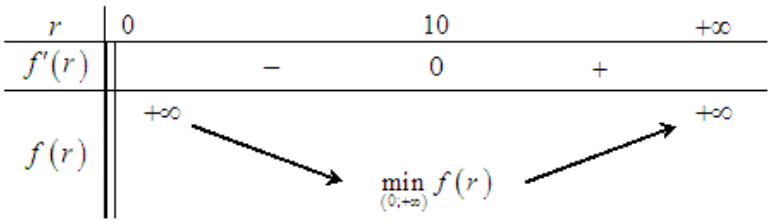
Thể tích thùng phi: $V=\pi r^2 h=2000\pi\,(lít)=2000\pi\ (dm^3)\Rightarrow h=\dfrac{2000}{r^2}(dm^3)$.

Diện tích toàn phần của thùng phi: $S_{tp}=2(\pi r^2)+2\pi rh=2\pi r^2+\dfrac{4000\pi}{r}=2\pi\left(r^2+\dfrac{2000}{r}\right)$.

Đặt: $f(r)=r^2+\dfrac{2000}{r}\ (r>0)\Rightarrow f'(r)=2r-\dfrac{2000}{r^2}=\dfrac{2r^3-2000}{r^2}$;

$f'(r)=0\Leftrightarrow r=\sqrt[3]{1000}=10(\text{dm})$.

Bảng biến thiên:



Để tiết kiệm nguyên liệu nhất thì diện tích toàn phần nhỏ nhất.

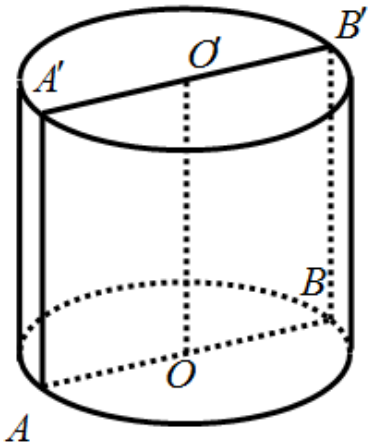
Khi đó: S_{tp} nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $f(r)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow r=10\,\text{dm}=1\,\text{m}\Rightarrow h=20\,\text{dm}=2\,\text{m}$.

Câu 53: Gia đình An xây bể hình trụ có thể tích $150\,\text{m}^3$. Đáy bể làm bằng bê tông giá $100000\,đ/\text{m}^2$. Phần thân làm bằng tôn giá $90000\,đ/\text{m}^2$, nắp bằng nhôm giá $120000\,đ/\text{m}^2$. Hỏi khi chi phí sản suất để bể đạt mức thấp nhất thì tỷ số giữa chiều cao bể và bán kính đáy là bao nhiêu?

A. $\frac{31}{22}$. **B.** $\frac{9}{22}$. **C.** $\frac{21}{32}$. **D.** $\frac{22}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $V=150\Leftrightarrow \pi R^2h=150\Rightarrow h=\frac{150}{\pi R^2}$.

Mà ta có: $f(R)=100000\pi R^2+120000\pi R^2+180000\pi Rh$.

$f(R)=220000\pi R^2+180000\pi R\frac{150}{\pi R^2}=220000\pi R^2+\frac{27000000}{R}$.

Để chi phí thấp nhất thì hàm số $f(R)$ đạt giá trị nhỏ nhất với mọi $R>0$.

$f'(R)=440000\pi R-\frac{27000000}{R^2}=\frac{440000\pi R^3-27000000}{R^2}$, cho $f'(R)=0\Rightarrow R=\frac{30}{\sqrt[3]{440\pi}}$.

Lập BBT, từ BBT suy ra $\min\limits_{R>0} f(R)$ khi $R=\frac{30}{\sqrt[3]{440\pi}}$.

Nên $\frac{h}{R}=\frac{150}{\pi R^3}=\frac{22}{9}$.

Câu 54: Cần phải thiết kế các thùng dạng hình trụ có nắp đậy để đựng nước sạch có dung tích $V(\text{cm}^3)$. Hỏi bán kính $R(\text{cm})$ của đáy hình trụ nhận giá trị nào sau đây để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. $R=\sqrt[3]{\dfrac{3V}{2\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **C.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{4\pi}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Để tiết kiệm vật liệu nhất thì diện tích toàn phần của thùng phải ít nhất.

Ta có $V=\pi R^2h \Leftrightarrow h=\dfrac{V}{\pi R^2}$.

Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=2\pi R.\dfrac{V}{\pi R^2}+2\pi R^2=\dfrac{2V}{R}+2\pi R^2$

$=\dfrac{V}{R}+\dfrac{V}{R}+2\pi R^2\ge 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$.

Vậy $\left(S_{tp}\right)_{\min}=3\sqrt[3]{2\pi V^2}$ khi $\dfrac{V}{R}=2\pi R^2 \Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Câu 55: Một xưởng làm cơ khí nhận làm những chiếc thùng phi với thể tích theo yêu cầu là 2000π lít mỗi chiếc. Hỏi bán kính đáy và chiều cao của thùng lần lượt bằng bao nhiêu để tiết kiệm vật liệu nhất?

A. 1m và 2 m. **B.** 2 dm và 1 dm. **C.** 2 m và 1m. **D.** 1 dm và 2 dm.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của thùng.

Gọi V, S_{tp} lần lượt là thể tích và diện tích toàn phần của thùng.

$V=2000\pi$ lít $=2000\pi$ dm$^3=2\pi$ m^3.

$V=\pi R^2h=2\pi \Rightarrow h=\dfrac{2}{R^2}$.

$S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rh=2\pi R^2+2\pi R\dfrac{2}{R^2}=2\left(\pi R^2+\dfrac{2\pi}{R}\right)=2\left(\pi R^2+\dfrac{\pi}{R}+\dfrac{\pi}{R}\right)\ge 2\sqrt[3]{\pi R^2.\dfrac{\pi}{R}.\dfrac{\pi}{R}}=2\pi$ Để tiết kiệm vật liệu nhất thì S_{tp} nhỏ nhất $\Leftrightarrow \pi R^2=\dfrac{\pi}{R}\Leftrightarrow R=1\Rightarrow h=2$.

Câu 56: Một người có một dải ruy băng dài $130(cm)$, người đó cần bọc dải ruy băng đó quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng $10(cm)$ của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nặp hộp (như hình vẽ minh họa). Hỏi dải dây ruy băng bọc được hộp quà có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?



.

A. $2000\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $1000\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $4000\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $1600\pi\left(cm^3\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $130=10+8r+4h\Rightarrow h=30-2r$.

$V=\pi r^2h=\pi r^2\left(30-2r\right)=30\pi r^2-2\pi r^3$

$V'=60\pi r-6\pi r^2$.

$V'=0\Leftrightarrow r=10\Rightarrow V_{\max}=V\left(10\right)=1000\pi.$

Câu 57: Một nhà máy sản xuất cần thiết kế một thùng sơn dạng hình trụ có nắp đậy với dung tích $1000\,\text{cm}^3$. Tính bán kính của nắp đậy sao cho nhà sản xuất tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

A. $\frac{10}{\sqrt[3]{2\pi}}$. **B.** $\frac{10\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{\pi}}$. **C.** $\frac{5}{\sqrt[3]{\pi}}$. **D.** $\frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{\pi}}$.

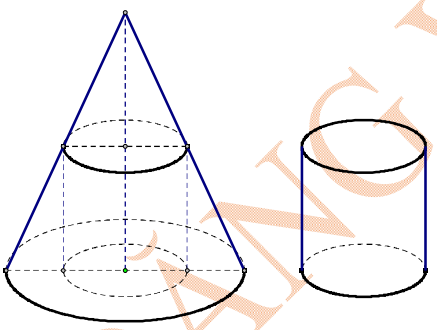
Lờigiải

Chọn B

Thể tích khối trụ có bán kính R chiều cao h là: $V=\pi R^2.h$.

Từ giả thiết suy ra $h=2R\Rightarrow 1000=2\pi R^3\Leftrightarrow R^3=\frac{500}{\pi}\Rightarrow R=\frac{10\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Câu 58: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r=2m$, chiều cao $h=6m$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V.

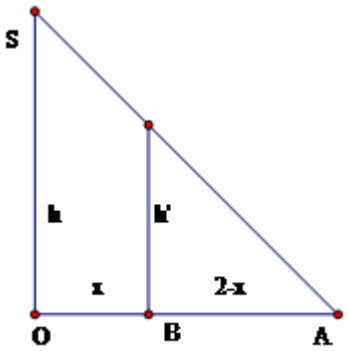


A. $V=\frac{32\pi}{9}\left(m^3\right)$. **B.** $V=\frac{32\pi}{3}\left(m^3\right)$. **C.** $V=\frac{32}{3}\left(m^3\right)$. **D.** $V=\frac{32\pi}{9}\left(m^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Giả sử khối trụ có bán kính đáy và đường cao lần lượt là r, $h'\left(0<x<2;0<h'<6\right)$

Ta có: $\frac{h'}{6}=\frac{2-x}{2}\Leftrightarrow h'=6-3x$

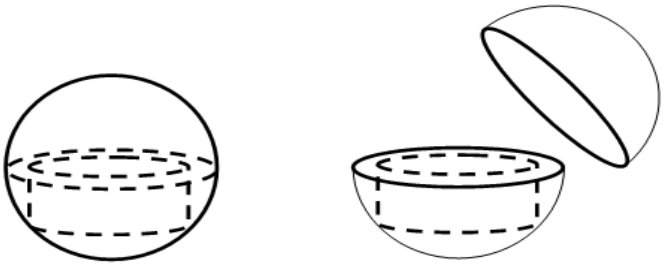
Thể tích khối trụ: $V=\pi x^2h'=\pi x^2\left(6-3x\right)=6\pi x^2-3\pi x^3$

$V'(x)=12\pi x-9\pi x^2$, $V'(x)=0\Leftrightarrow x=0\vee x=\frac{4}{3}$

Khi đó ta có thể suy ra được với $x=\frac{4}{3}$ thì V đạt giá trị lớn nhất bằng $V=\frac{32\pi}{9}\left(m^2\right)$

Đẳng thức xảy ra khi $2\pi R^2=\frac{V}{R}\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. Khi đó $h=2\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Câu 59: Một công ty mỹ phẩm chuẩn bị ra một mẫu sản phẩm dưỡng da mới mang tên Ngọc Trai với thiết kế một khối cầu như viên ngọc trai, bên trong là một khối trụ nằm trong nửa khối cầu để đựng kem dưỡng như hình vẽ. Theo dự kiến, nhà sản xuất có dự định để khối cầu có bán kính là $R=3\sqrt{3}\,\text{cm}$ Tìm thể tích lớn nhất của khối trụ đựng kem để thể tích thực ghi trên bìa hộp là lớn nhất (với mục đích thu hút khách hàng).



.

A. $108\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $18\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $54\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $45\pi\,\text{cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét mặt cắt như hình vẽ.

Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của khối trụ nằm trong nửa khối cầu.

Ta có $r^2+h^2=27\Leftrightarrow r^2=27-h^2$.

Ta có $V = h.\pi r^2 = h\pi\left(27 - h^2\right) = -\pi h^3 + 27\pi h$.

Vậy ta có $V' = -3\pi h^2 + 27\pi$; $V' = 0 \Leftrightarrow h = 3$.

Vì hệ số $a < 0$ nên để $V_{\max}$ thì $h = 3 \Rightarrow r^2 = 18 \Rightarrow V = 3.\pi.18 = 54\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 60: Trong đời sống hàng ngày, ta thường gặp rất nhiều hộp kiểu hình trụ như: hộp sữa, lon nước ngọt,… Cần làm những hộp đó (có nắp) như thế nào để tiết kiêm được nguyên liệu mà thể tích lại lớn nhất.

A. Hộp hình trụ có đường cao bằng một nửa bán kính đáy.

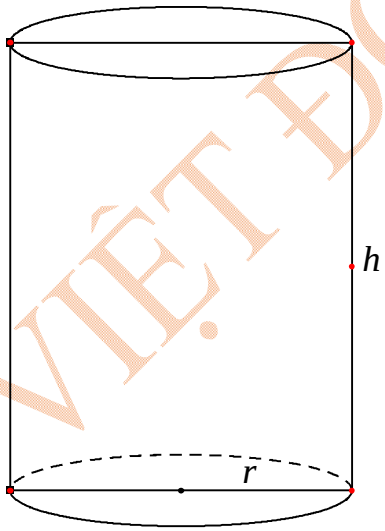
B. Hộp hình trụ có đường cao bằng đường kính đáy.

C. Hộp hình trụ có đường cao bằng hai lần đường kính đáy.

D. Hộp hình trụ có đường cao bằng bán kính đáy.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi h, r, S lần lượt là đường cao, bán kính và diện tích toàn phần của hình trụ.

Ta có $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi\left(r^2 + rh\right)$

$= 2\pi\left(r^2 + \frac{rh}{2} + \frac{rh}{2}\right) \ge 2\pi.3\sqrt[3]{r^2.\frac{rh}{2}.\frac{rh}{2}} = 2\pi.3\sqrt[3]{\frac{r^4h^2}{4}} = \frac{6\pi}{\sqrt[3]{4}}\sqrt[3]{\frac{V^2}{\pi^2}}$.

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h \le \sqrt{\frac{4S^3}{6^3\pi}}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $r^2 = \frac{rh}{2} \Leftrightarrow r = \frac{h}{2}$.

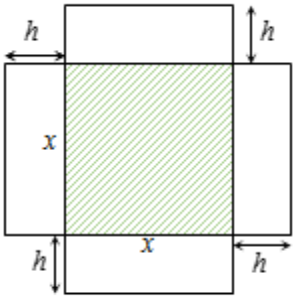
Câu 61: Một bác thợ gò hàn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật (không nắp) bằng tôn thể tích $665,5\ dm^3$. Chiếc thùng này có đáy là hình vuông cạnh $x(dm)$, chiều cao $h(dm)$. Để làm chiếc thùng, bác thợ phải cắt một miếng tôn như hình vẽ. Tìm x để bác thợ sử dụng ít nguyên liệu nhất.

A. $11(dm)$. **B.** $12(dm)$. **C.** $10,5(dm)$. **D.** $9(dm)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



.

Ta có thể tích hình hộp là: $V = x^2h = 665,5 \Rightarrow h = \dfrac{665,5}{x^2}$.

Diện tích toàn phần là $S = x^2 + 4xh = x^2 + \dfrac{2662}{x} \Rightarrow S' = 2x - \dfrac{2662}{x^2}$; $S' = 0 \Leftrightarrow x = 11$.

Lập bảng biến thiên ta thấy khi $x = 11$ thì S đạt giá trị nhỏ nhất.

Vậy để sử dụng ít nguyên liệu nhất thì bác thợ xây phải cắt một miếng tôn có đáy là hình vuông cạnh $11(dm)$.

Câu 62: Một công ty sản xuất gỗ muốn thiết kế các thùng đựng hàng bên trong dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp có thể tích là $62,5dm^2$. Để tiết kiệm vật liệu làm thùng, người ta cần thiết kế thùng sao cho có tổng S diện tích xung quanh và diện tích mặt đáy là nhỏ nhất, S bằng

A. $50\sqrt{5}dm^2$. **B.** $125dm^2$. **C.** $106,25dm^2$. **D.** $75dm^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi a là độ dài cạnh đáy của hình lăng trụ.

Theo bài ta có chiều cao của lăng trụ là $\dfrac{62,5}{a^2}$. Suy ra

$S = 4.\dfrac{62.5}{a^2}.a + a^2 = \dfrac{250}{a} + a^2 = \dfrac{125}{a} + \dfrac{125}{a} + a^2 \geq 3\sqrt[3]{\dfrac{125}{a}.\dfrac{125}{a}.a^2} = 75$. Dấu bằng xảy ra khi $a = \sqrt[3]{125} = 5$. Vậy S là nhỏ nhất bằng 75.

Câu 63: Mặt tiền của một ngôi biệt thự có 8 cây cột hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2$ m. Trong số các cây đó có 2 cây cột trước đại sảnh đường kính bằng 40 cm, 6 cây cột còn lại phân bố đều hai bên đại sảnh và chúng đều có đường kính bằng 26 cm. Chủ nhà thuê nhân công để sơn các cây cột bằng loại *sơn giả đá*, biết giá thuê là $380.000/\text{m}^2$ (kể cả vật liệu sơn và phần thi công). Hỏi người chủ phải chi ít nhất bao nhiêu tiền để sơn hết các cây cột nhà đó (đơn vị đồng)?
(lấy $\pi \approx 3,14159$)

A. $\approx 15.642.000$ **B.** $\approx 10.400.000$ **C.** $\approx 11.833.000$ **D.** $\approx 12.521.000$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Các cây cột có chiều cao là $h = 4,2$ m.

2 **cây cột trước đại sảnh bán kính bằng** $R=0,2$ **m.**

6 **cây cột ở hai bên đại sảnh có bán kính bằng** $r=0,13$ **m.**

Diện tích xung quanh của 8 **cây cột** là: $S=4\pi Rh+12\pi rh=4\pi h\left(R+3r\right)\approx 31.13944008$.

Số tiền ít nhất phải chi để sơn hết các cây cột là: $S.380000\approx 11832987,23$.

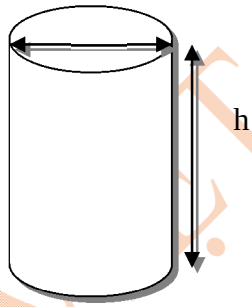
Vậy số tiền cần chi là $\approx 11.833.000$ đồng.

Câu 64: Khi sản xuất vỏ lon bia hình trụ có chiều cao h và đường kính đáy d. Các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu chi phí nguyên liệu vỏ lon (bằng nhôm) là ít nhất khi thể tích của lon bia là V không đổi. Khi đó tỉ lệ $\frac{h}{d}$ là:

A. $\sqrt[3]{\pi^2}$. **B.** π. **C.** $\frac{1}{\sqrt[3]{\pi^2}}$. **D.** $\frac{1}{\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $d=2R\Rightarrow R=\frac{d}{2};V=\pi R^2h=\frac{1}{4}\pi d^2h\Rightarrow h=\frac{4V}{\pi d^2}$

$S_{đ}=2\pi R^2=2\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2=\frac{\pi d^2}{2};\ S_{xq}=2\pi Rh=2.\frac{1}{2}.\pi d\left(\frac{4V}{\pi d^2}\right)=\frac{4V}{\pi d}$

$S_{tp}=\frac{\pi d^2}{2}+\frac{4V}{\pi d}=\frac{\pi d^2}{2}+\frac{2V}{\pi d}+\frac{2V}{\pi d}\geq 3\sqrt[3]{\frac{2V^2}{\pi}}$

$S_{tp}\min\Leftrightarrow\frac{\pi d^2}{2}=\frac{2V}{\pi d}\Leftrightarrow\frac{\pi d^2}{2}=\frac{2\pi R^2h}{\pi d}=\frac{2\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2h}{\pi d}\Leftrightarrow\frac{h}{d}=\pi$.

Câu 65: Công ty X muốn thiết kế các hộp chứa sản phẩm dạng hình trụ có nắp với dung tích bằng $100\left(\text{cm}^3\right)$, bán kính đáy $x\left(\text{cm}\right)$, chiều cao $h\left(\text{cm}\right)$ (xem hình bên). Khi thiết kế, công ty X luôn đặt mục tiêu sao cho vật liệu làm vỏ hộp là ít nhất, nghĩa là diện tích toàn phần hình trụ là nhỏ nhất. Khi đó, kích thước của x và h gần bằng số nào nhất trong các số dưới đây để công ty X tiết kiệm được vật liệu nhất?

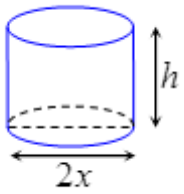
A. $h\approx 6,476\left(\text{cm}\right)$ và $x\approx 2,217\left(\text{cm}\right)$.

B. $h\approx 3,261\left(\text{cm}\right)$ và $x\approx 3,124\left(\text{cm}\right)$.

C. $h\approx 4,128\left(\text{cm}\right)$ và $x\approx 2,747\left(\text{cm}\right)$.

D. $h\approx 5,031\left(\text{cm}\right)$ và $x\approx 2,515\left(\text{cm}\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có thể tích của hộp là $V=\pi x^2.h=100\Rightarrow h=\dfrac{100}{\pi.x^2}$.

Ta có diện tích toàn phần của vỏ hộp là $S_{tp}=2\pi xh+2\pi x^2=2\pi.x^2+\dfrac{200}{x}$ (với $x>0$).

Đặt $f(x)=2\pi x^2+\dfrac{200}{x}$.

Ta có $f'(x)=4\pi x-\dfrac{200}{x^2}=\dfrac{4\pi x^3-200}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 4\pi x^3-200=0\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{50}{\pi}}$.

Bảng biến thiên.

x	0		$\sqrt[3]{\frac{50}{\pi}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗	

.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=\sqrt[3]{\dfrac{50}{\pi}}\approx 2,515(\text{cm})$ suy ra $h\approx 5,031(\text{cm})$.

Câu 66: Một cái nồi hiệu Happycook dạng hình trụ không nắp chiều cao của nồi 11.4 cm, đường kính dáy là 20.8 cm. Hỏi nhà sản xuất cần miếng kim loại hình tròn có bán kính R tối thiểu là bao nhiêu để làm cái nồi như vậy (không kể quay nồi)



A. $R=18.58cm$. **B.** $R=19.58cm$.
C. $R=13.13cm$. **D.** $R=14.13cm$.

Hướng dẫn giải

Diện tích xung quanh của nồi là

$S_1=2\pi rl=2\pi.10,4.11,4=\dfrac{5928}{25}\pi$

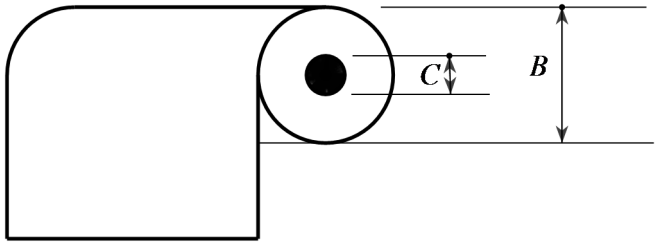
Diện tích đáy nồi là $S_2=\pi r^2=\dfrac{2704}{25}\pi$

Suy ra diện tích tối thiểu miếng kim loại hình tròn là $S=S_1+S_2=\dfrac{8632}{25}\pi=\pi R^2\Rightarrow R=18.58cm$

Chọn A.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 67: Một bang giấy dài được cuộn chặt lại thành nhiều vòng xung quanh một ống lõi hình trụ rỗng có đường kính $C = 12,5mm.$



Biết độ dày của giấy cuộn là $0,6mm$ và đường kính cả cuộn giấy là $B = 44,9mm.$

Tính chiều dài l của cuộn giấy.

A. $L \approx 44m$ **B.** $L \approx 38m$ **C.** $L \approx 4m$ **D.** $L \approx 24m$

Hướng dẫn giải

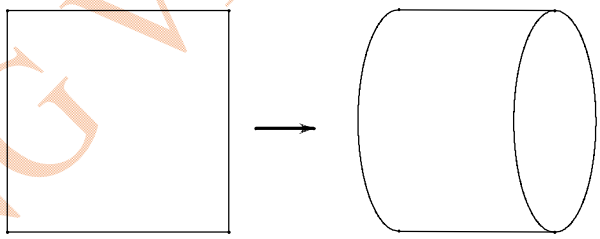
Gọi chiều rộng của băng giấy là r, chiều dài băng giấy là L độ dày của giấy là m khi đó ta có thể tích của băng giấy: $V = r.m.L \quad (1)$

Khi cuộn lại ta cũng có thể tích: $V = \pi\left(\frac{B}{2}\right)^2.m - \pi\left(\frac{C}{24}\right)^2.m = \frac{\pi}{4}r\left(B^2 - C^2\right) \quad (2)$

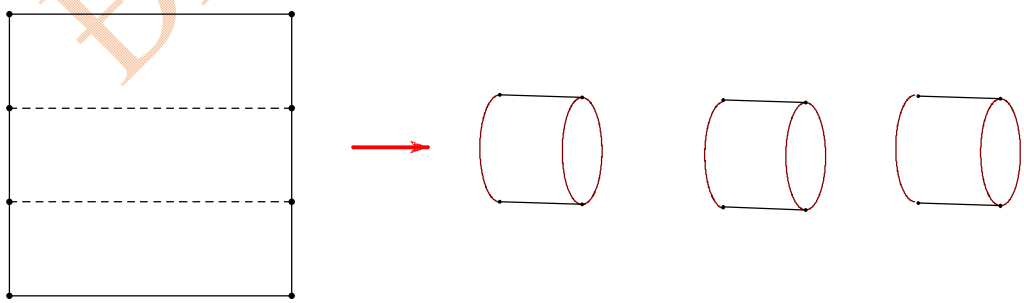
Từ $(1),(2)$ suy ra: $m.r.L = \frac{\pi}{4}r\left(B^2 - C^2\right) \Rightarrow L = \frac{\pi}{4m}\left(B^2 - C^2\right)$

Câu 68: Có một miếng nhôm hình vuông, cạnh là $3dm$, một người dự định tính tạo thành các hình trụ (không đáy) theo hai cách sau:

Cách 1: Gò hai mép hình vuông để thành mặt xunng quanh của một hình trụ, gọi thể tích của khối trụ đó là V_1.



Cách 2: Cắt hình vuông ra làm ba và gò thành mặt xung quanh của ba hình trụ, gọi tổng thể tích của chúng là V_2.



Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là:

A. 3 **B.** 2 **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{3}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

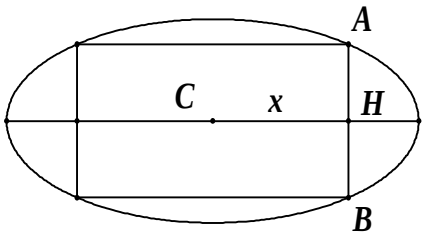
Hướng dẫn giải

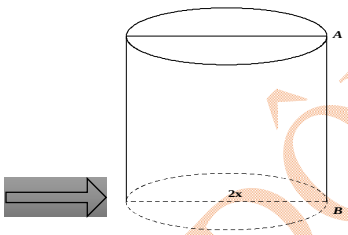
Chọn A

Gọi R_1 là bán kính đáy của khối trụ thứ nhất, có: $2\pi R_1 = 3 \Leftrightarrow R_1 = \frac{3}{2\pi} \Rightarrow V_1 = \pi R_1^2 h = \frac{27}{4\pi}$

Gọi R_2 là bán kính đáy của khối trụ thứ hai, có: $2\pi R_2 = 1 \Leftrightarrow R_2 = \frac{1}{2\pi} \Rightarrow V_2 = \pi R_2^2 h = \frac{9}{4\pi}$

Câu 69: Người ta cần cắt một tấm tôn có hình dạng một elip với độ dài trục lớn bằng 8 độ dài trục bé bằng 4 để được một tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp elíp. Người ta gò tấm tôn hình chữ nhật thu được thành một hình trụ không có đáy như hình bên. Tính thể tích lớn nhất có thể thu được của khối trụ đó





A. $\frac{128\sqrt{3}}{\pi}\left(cm^3\right)$ **B.** $\frac{64}{3\sqrt{2\pi}}\left(cm^3\right)$ **C.** $\frac{64}{3\sqrt{3\pi}}\left(cm^3\right)$ **D.** $\frac{128}{3\sqrt{2\pi}}\left(cm^3\right)$

Hướng dẫn giải

Ta có $(E): \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}\sqrt{16 - x^2}$. Chu vi 1 đáy của hình trụ $2\pi R = 2x \Leftrightarrow R = \frac{x}{\pi}$

Ta có $AH = \frac{1}{2}\sqrt{16 - x^2} \Rightarrow h = \sqrt{16 - x^2} \Rightarrow V_{tru} = \pi . R^2 . h = \pi \left(\frac{x}{\pi}\right)^2 . \sqrt{16 - x^2} = \pi x^2 \sqrt{16 - x^2}$

Đặt $f(x) = x^2\sqrt{16 - x^2} \ (-4 < x < 4) \Rightarrow f'(x) = \frac{-32x^3 + 32x}{\sqrt{16 - x^2}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{32}{3}} \end{array}\right.$

$\Rightarrow \max f(x) = f\left(\pm\sqrt{\frac{32}{3}}\right) = \frac{128\sqrt{3}}{9} \Rightarrow V_{\max} = \frac{128\sqrt{3}}{9\pi}$

TỔNG QUÁT: Elip có độ dài trục lớn $2a$, trục bé $2b$ khi đó $(V_{tru})_{\max} = \frac{4a^2 b}{3\sqrt{3\pi}}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN THỰC TẾ TỔNG HỢP

Câu 1: Người ta dự định thiết kế một cống ngầm thoát nước qua đường có chiều dài $30\,m$, thiết diện thẳng của cống có diện tích để thoát nước là $4m^2$ (gồm hai phần nửa hình tròn và hình chữ nhật) như hình minh hoạ, phần đáy cống, thành cống và nắp cống (tô đậm như hình vẽ) được sử dụng vật liệu bê tông. Tính bán kính R (tính gần đúng với đơn vị m, sai số không quá $0,01$) của nửa hình tròn để khi thi công tốn ít vật liệu nhất?

A. $1,15\,m$. **B.** $1,06\,m$. **C.** $1,02\,m$. **D.** $1,52\,m$.

Câu 2: Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nữa hình cầu chứa cát). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau

A. $711,6\ cm^3$. **B.** $6021,3\ cm^3$. **C.** $1070,8\ cm^3$. **D.** $602,2\ cm^3$.

Câu 3: Người ta xếp 9 viên bi có cùng bán kính r vào một cái bình hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 8 viên bi xung quanh mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của bình hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái bình hình trụ là:

A. $18\pi r^2$. **B.** $9\pi r^2$. **C.** $16\pi r^2$. **D.** $36\pi r^2$.

Câu 4: Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là $15cm$, đường kính đáy là $6cm$, lượng nước ban đầu trong cốc cao $10cm$. Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là $2cm$. Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu cm ? (Kết quả làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số).

A. $4,26cm$. **B.** $4,25cm$. **C.** $4,81cm$. **D.** $3,52cm$.

Câu 5: Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương cạnh $1m$ chứa đầy nước. Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

A. $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{\pi}{12-\pi}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{1}{11}$.

Câu 6: Từ một nguyên liệu cho trước, một công ti muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích $100ml^3$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào tiết kiệm nguyên vật liệu nhất ?

A. Hình trụ có chiều cao gấp hai lần bán kính đáy.

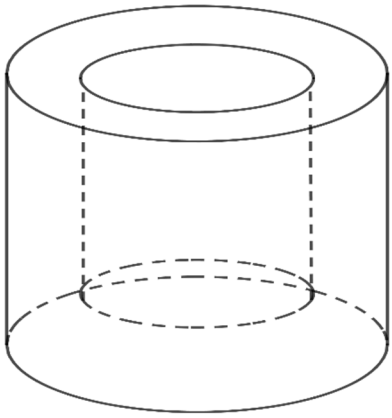
B. Hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy.

C. Hình hộp chữ nhật có cạnh bên bằng cạnh đáy.

D. Hình hộp chữ nhật có cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy.

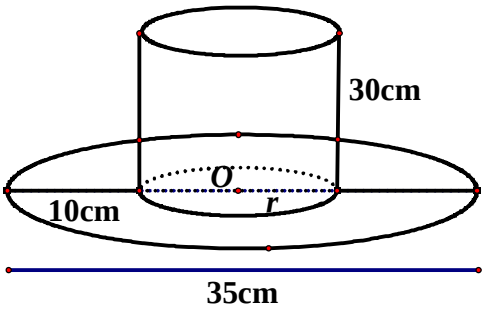
Câu 7: Người ta sản xuất một chiếc cốc thủy tinh có dạng hình trụ không có nắp với đáy cốc và thành cốc làm bằng thủy tinh đặc, phần đáy cốc dày đều $1,5$cm và thành xung quanh cốc dày đều $0,2$cm (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của chiếc cốc là 15cm và khi ta đổ 150ml nước vào thì đầy cốc. Nếu giá thủy tính thành phẩm được tính là 500 đ/cm^3 thì giá tiền thủy tính để sản xuất chiếc cốc đó gần nhất với số nào sau đây?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



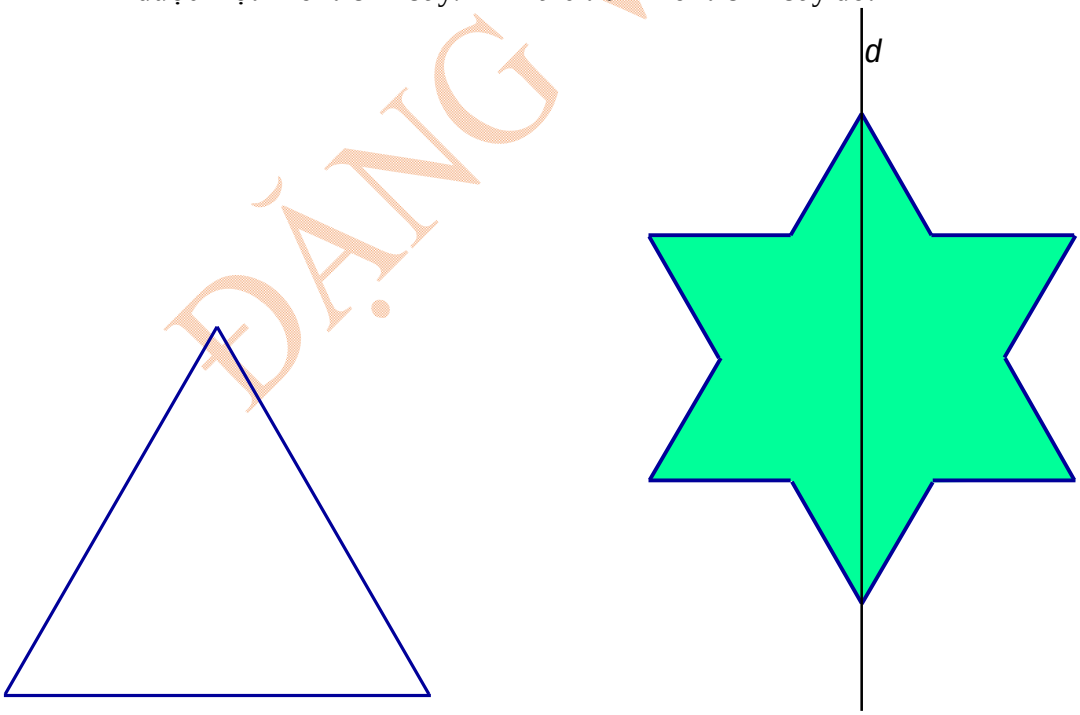
A. 25 nghìn đồng. **B.** 12 nghìn đồng. **C.** 28 nghìn đồng. **D.** 15 nghìn đồng

Câu 8: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ dưới đây. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).



A. $750,25\pi$ (cm^2) **B.** 700π (cm^2) **C.** $756,25\pi$ (cm^2) **D.** $754,25\pi$ (cm^2)

Câu 9: Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3 (hình 1). Tiếp đó ta chia mỗi cạnh của tam giác thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bằng hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía bên ngoài ta được hình 2. Khi quay hình 2 xung quanh trục d ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

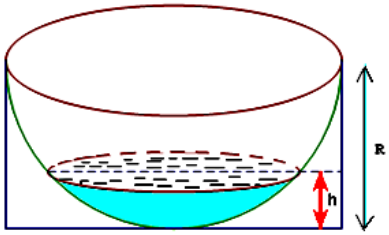


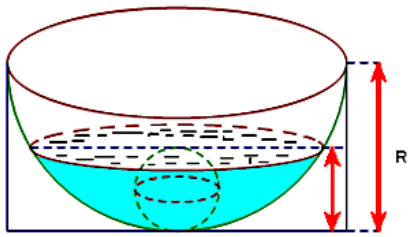
Hình 1

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$.

Câu 10: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R=10(\text{cm})$. Trong chậu có chứa sẵn mọt khối nước hình chõm cầu có chiều cao $h=4(\text{cm})$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính bán kinh của viên bi (kết quả làm tròn đến 2 chữ số lẻ thập phân).



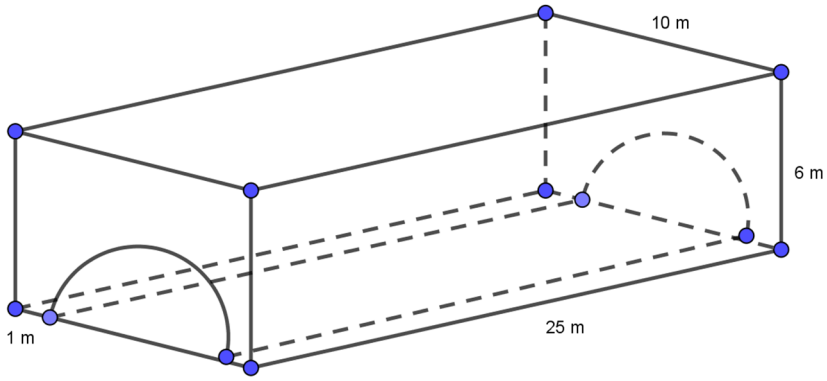


A. $3,24(\text{cm})$. **B.** $2,09(\text{cm})$. **C.** $4,28(\text{cm})$. **D.** $4,03(\text{cm})$.

Câu 11: Có một cái cốc làm bằng giấy, được úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của chiếc cốc là $20cm$, bán kính đáy cốc là $4cm$, bán kính miệng cốc là $5cm$. Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò hai vòng quanh than cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B. Quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình gần đúng nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $59,98cm$ **B.** $59,93cm$ **C.** $58,67cm$ **D.** $58,80cm$.

Câu 12: Viện Hải dương học dự định làm một bể cá bằng kính phục vụ khách tham quan (*như hình vẽ*), biết rằng mặt cắt dành cho lối đi là nửa hình tròn



Tổng diện tích mặt kính của bể cá gần nhất với số nào sau đây?

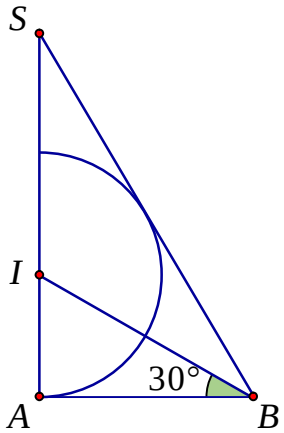
A. $872m^2$ **B.** $914m^2$ **C.** $984m^2$ **D.** $949m^2$

Câu 13: Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy ; một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 14: Cho tam giác SAB vuông tại A, $\widehat{ABS}=60°$, đường phân giác trong của $\widehat{ABS}$ cắt SA tại điểm I. Vẽ nửa đường tròn tâm I bán kính IA (như hình vẽ). Cho ΔSAB và nửa đường tròn trên cùng quay quanh SA tạo nên các khối cầu và khối nón có thể tích tương ứng V_1, V_2. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $2V_1=3V_2$ **B.** $4V_1=9V_2$ **C.** $9V_1=4V_2$ **D.** $V_1=3V_2$

Câu 15: Một hộp bóng bàn hình trụ có bán kính R, chứa được 10 quả bóng sao cho các quả bóng tiếp xúc với thành hộp theo một đường tròn và tiếp xúc với nhau. Quả trên cùng va quả dưới cùng tiếp xúc với hai nắp hộp. Tính phần thể tích khối trụ mà thể tích của các quả bóng bàn không chiếm chỗ.

A. $\frac{20\pi R^3}{3}$. **B.** $\frac{40\pi R^3}{3}$. **C.** πR^3. **D.** 0.

Câu 16: Một hộp bóng bàn hình trụ chứa được 5 quả bóng sao cho các quả bóng tiếp xúc với thành hộp và tiếp xúc với nhau, quả trên cùng tiếp xúc với nắp hộp. Tỉ lệ thể tích mà 5 quả bóng chiếm so với thể tích của hộp là

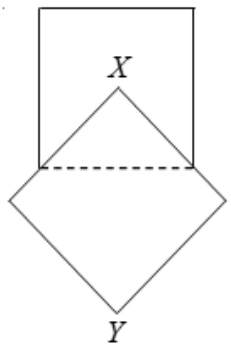
A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 17: Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước vào cốc rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra bằng một nửa lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).

A. 2 **B.** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ **C.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **D.** $\sqrt{3}$

Câu 18: Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

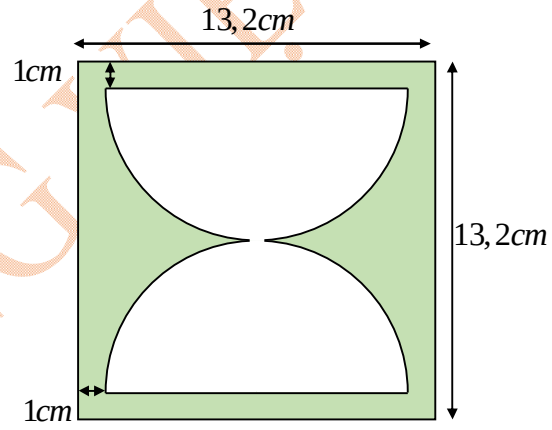


A. $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.
B. $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.
C. $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.
D. $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$.

Câu 19: Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB=2AC$. M là một điểm thay đổi trên cạnh BC. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AC. Gọi V và V' tương ứng là thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi tam giác ABC và hình chữ nhật $MHAK$ khi quay quanh trục AB. Tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ lớn nhất bằng

A. $\dfrac{1}{2}$.
B. $\dfrac{4}{9}$.
C. $\dfrac{2}{3}$.
D. $\dfrac{3}{4}$.

Câu 20: Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nữa hình cầu chứa cát).



Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau.

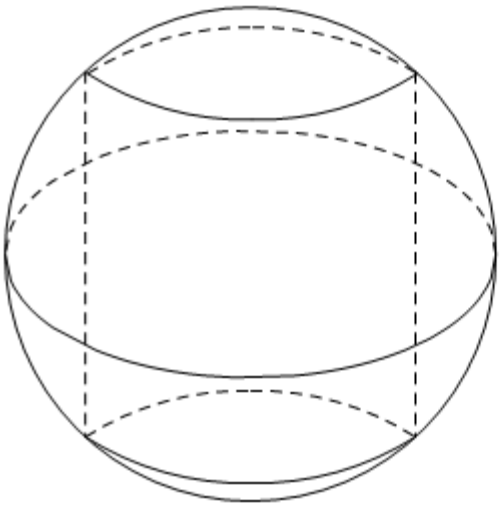
A. $6021,3\ \text{cm}^3$.
B. $602,2\ \text{cm}^3$.
C. $711,6\ \text{cm}^3$.
D. $1070,8\ \text{cm}^3$.

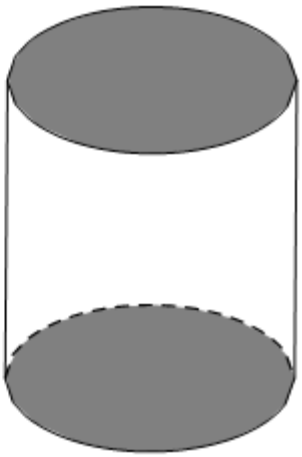
Câu 21: Một cái ống hình trụ tròn xoay bên trong rỗng, có chiều cao bằng $25\,\text{cm}$ và đường kính đáy bằng $6\,\text{cm}$ đặt trên cái bàn nằm ngang có mặt bàn phẳng sao cho một miệng ống nằm trên mặt bàn. Người ta đặt lên trên miệng ống còn lại một quả bóng hình cầu có bán kính $5\,\text{cm}$. Tính khoảng cách lớn nhất h có thể từ một điểm trên quả bóng tới mặt bàn nếu coi độ dày của thành ống là không đáng kể.

A. $h=34\,\text{cm}$.
B. $h=35\,\text{cm}$.
C. $h=30\,\text{cm}$.
D. $h=32\,\text{cm}$.

Câu 22: Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R, người thợ thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

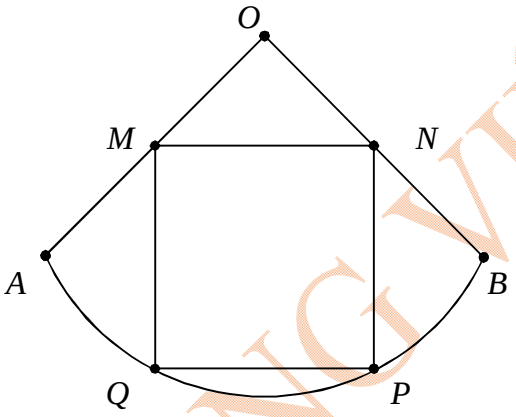




.

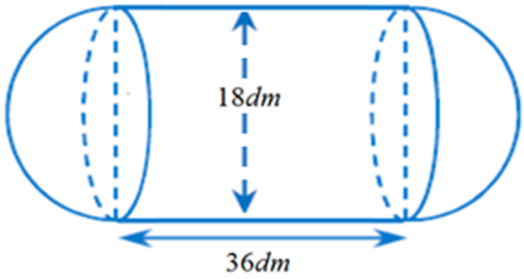
A. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}\pi R^3}{12}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{6}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$.

Câu 23: Cho tấm tôn hình nón có bán kính đáy là $r=\frac{2}{3}$, độ dài đường sinh $l=2$. Người ta cắt theo một đường sinh và trải phẳng ra được một hình quạt. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB. Hỏi khi cắt hình quạt theo hình chữ nhật $MNPQ$ (hình vẽ) và tạo thành hình trụ đường PN trùng MQ (2 đáy làm riêng) thì được khối trụ có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\frac{\pi\left(\sqrt{13}-1\right)}{9}$. **B.** $\frac{3\left(\sqrt{13}-1\right)}{4\pi}$. **C.** $\frac{5\left(\sqrt{13}-1\right)}{12\pi}$. **D.** $\frac{3\left(\sqrt{13}-1\right)}{8\pi}$.

Câu 24: Một cái bồn gồm hai nửa hình cầu đường kính 18 dm, và một hình trụ có chiều cao 36 dm . Tính thể tích V của cái bồn đó.





A. $V=9216\pi$ dm^3. **B.** $V=\frac{1024\pi}{9}$ dm^3. **C.** $V=\frac{16\pi}{243}$.dm^3. **D.** $V=3888\pi$ dm^3

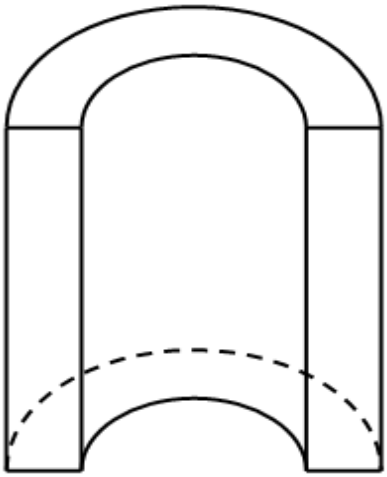
.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

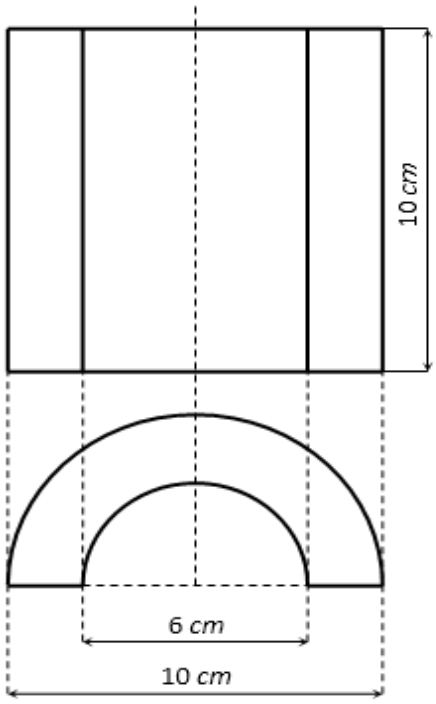
Câu 25: Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên. Biết bán kính đáy bằng $R=5cm$, bán kính cổ $r=2cm$, $AB=3cm$, $BC=6cm$, $CD=16cm$. Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng:

A. $495\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $462\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $490\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $412\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 26: Một chi tiết máy có hình dạng như hình vẽ 1, các kích thước được thể hiện trên hình vẽ 2 (hình chiếu bằng và hình chiếu đứng).



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

Người ta mạ toàn phần chi tiết này bằng một loại hợp kim chống gỉ. Để mạ $1m^2$ bề mặt cần số tiền 150000 đồng. Số tiền nhỏ nhất có thể dùng để mạ 10000 chi tiết máy là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị nghìn đồng).

A. 48238 (nghìn đồng). **B.** 51239 (nghìn đồng).
C. 51238 (nghìn đồng). **D.** 37102 (nghìn đồng).

Câu 27: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. $83,3\%$. **B.** $65,09\%$. **C.** $47,64\%$. **D.** $82,55\%$.

Câu 28: Quả bóng đá được dùng thi đấu tại các giải bóng đá Việt Nam tổ chức có chu vi của thiết diện qua tâm là $68.5(\text{cm})$. Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích $49.83\ (\text{cm}^2)$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng da để làm quả bóng trên?

A. ≈ 30 (miếng da). **B.** ≈ 20 (miếng da).
C. ≈ 35 (miếng da). **D.** ≈ 40 (miếng da).

Câu 29: Một cơ sở sản xuất kem chuẩn bị làm 1000 chiếc kem giống nhau theo đơn đặt hàng. Cốc đựng kem có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ vuông tại A và D xung quanh trục AD (xem hình vẽ). Chiếc cốc có bề dày không đáng kể, chiều cao $7,2\,\text{cm}$; đường kính miệng cốc bằng $6,4\,\text{cm}$; đường kính đáy cốc bằng $1,6\,\text{cm}$. Kem được bỏ đầy cốc và dư ra phía ngoài một

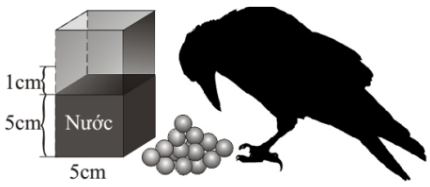
lượng có dạng nửa hình cầu, có bán kính bằng bán kính miệng cốc. Cơ sở đó cần dùng lượng kem gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $954\ \text{dm}^3$. **B.** $293\ \text{dm}^3$. **C.** $170\ \text{dm}^3$. **D.** $132\ \text{dm}^3$.

Câu 30: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \dfrac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành

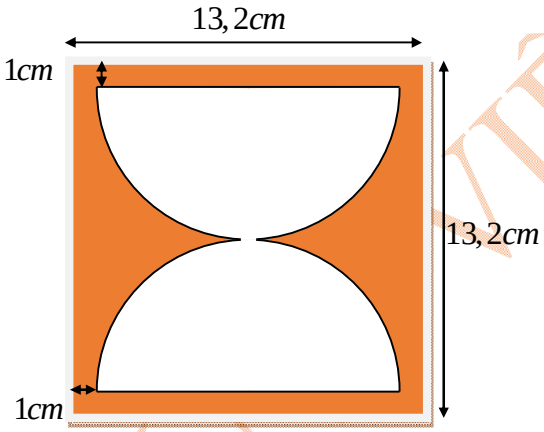
A. $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $V = \pi a^3$. **D.** $\dfrac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 31: **[THPT Hùng Vương-PT - 2017]** Một con quạ muốn uống nước trong cốc có dạng hộp chữ nhật (không có nắp) với đáy là hình vuông cạnh bằng $5cm$. Mực nước trong cốc đang có chiều cao $5cm$ vì vậy con quạ chưa thể uống được, để uống được nước thì con quạ cần thả các viên bi đá vào cốc để mực nước dâng cao thêm $1cm$ nữa. Biết rằng các viên bi là hình cầu có đường kính $1cm$, chìm hoàn toàn trong nước và có số lượng đủ dùng. Hỏi con quạ cần thả ít nhất mấy viên bi vào cốc để có thể uống được nước ?



A. $24\ viên$. **B.** $76\ viên$. **C.** $48\ viên$. **D.** $6\ viên$.

Câu 32: Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nữa hình cầu chứa cát). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau



A. $6021{,}3\ cm^3$. **B.** $1070{,}8\ cm^3$. **C.** $602{,}2\ cm^3$. **D.** $711{,}6\ cm^3$.

Câu 33: Ông Bình muốn thiết kế mái cho một xưởng may có diện tích $20000\ m^2$ có hai đồ án như sau:

- Công ty A thiết kế dạng hình vuông với mái là hình chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $70m$.
- Công ty B thiết kế dạng hình tròn với mái là nửa mặt cầu úp xuống.

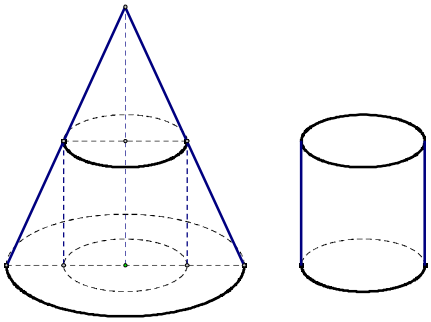
Hỏi thiết kế của công ty A giúp tiết kiệm diện tích mái hơn bao nhiêu m^2?

A. $9000\ m^2$. **B.** $5000\ m^2$. **C.** $11857\ m^2$. **D.** $20000\ m^2$.

Câu 34: Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3cm để múc nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao 10cm và bán kính đáy bằng 6cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.).

A. 20 lần. **B.** 24 lần. **C.** 10 lần. **D.** 12 lần.

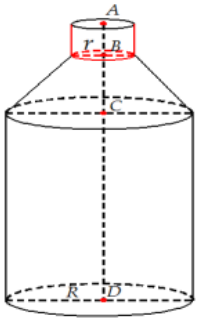
Câu 35: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r = 2m$, chiều cao $h = 6m$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V.



.

A. $V=\dfrac{32\pi}{9}\left(m^2\right)$. **B.** $V=\dfrac{32\pi}{3}\left(m^3\right)$. **C.** $V=\dfrac{32}{3}\left(m^3\right)$. **D.** $V=\dfrac{32\pi}{9}\left(m^3\right)$.

Câu 36: Ông *An* đặt hàng cho một cơ sở sản xuất chai lọ thủy tinh chất lượng cao X để làm loại chai nước có kích thước phần không gian bên trong của chai như hình vẽ, đáy dưới có bán kính $R=5\,cm$, bán kính cổ chai $r=2\,cm$, $AB=3\,cm$, $BC=6\,cm$, $CD=16\,cm$. Tính thể tích V phần không gian bên trong của chai nước.



A. $V=494\pi\,cm^3$ **B.** $V=490\pi\,cm^3$ **C.** $V=412\pi\,cm^3$ **D.** $V=464\pi\,cm^3$

Câu 37: Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là $15cm$, đường kính đáy là $6cm$, lượng nước ban đầu trong cốc cao $10cm$. Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là $2cm$. Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu cm ? (Kết quả làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số).

A. $3,52cm$. **B.** $4,81cm$. **C.** $4,25cm$. **D.** $4,26cm$.

Câu 38: Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 và tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 39: Từ một nguyên vật liệu cho trước, một công ty muốn thiết kế bao bì để đựng sữa với thể tích $1dm^3$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình sau: hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông; hoặc hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào sẽ tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất? Và thiết kế mô hình đó theo kích thước như thế nào?

A. Hình trụ và chiều cao bằng đường kính đáy

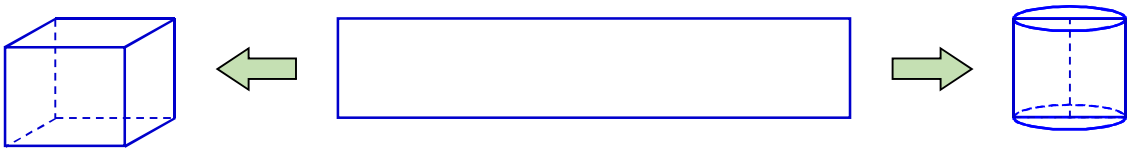
B. Hình trụ và chiều cao bằng bán kính đáy

C. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy

D. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên bằng cạnh đáy

Câu 40: Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\,\text{m}\times 8\,\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\,\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình

trụ không đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\,\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

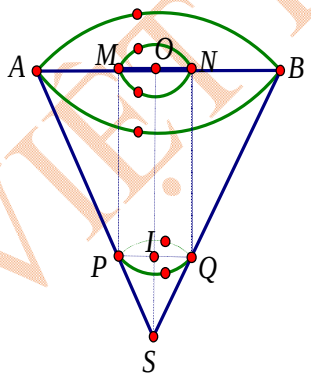


A. $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\pi$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 41: Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó là

A. 64. **B.** 34. **C.** 32. **D.** 16.

Câu 42: Một bình đựng nước dạng hình nón (không đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\dfrac{16\pi}{9}dm^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước là:



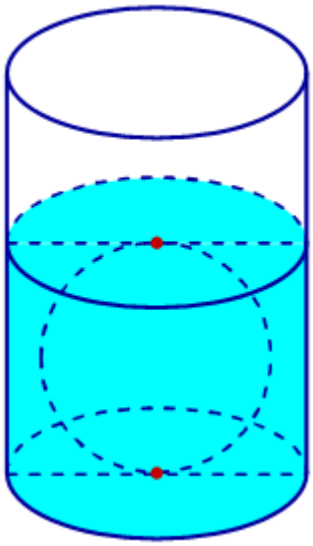
.

A. $S_{xq}=4\pi\,dm^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi\sqrt{10}\,dm^2$.

C. $S_{xq}=\dfrac{9\pi\sqrt{10}}{2}dm^2$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{3\pi}{2}\,dm^2$.

Câu 43: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5\,\text{cm}$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4\,\text{cm}$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5\,\text{cm}$. Bán kính của viên billiards đó bằng

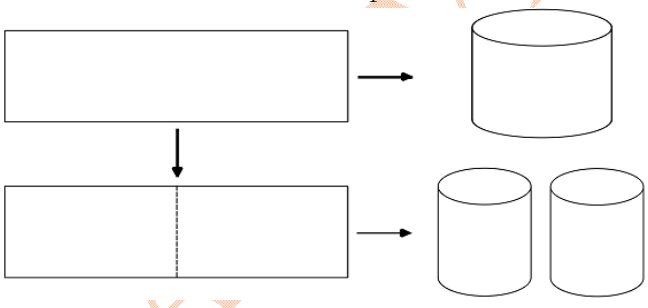
A. $2,6\,\text{cm}$. **B.** $4,2\,\text{cm}$. **C.** $3,6\,\text{cm}$. **D.** $2,7\,\text{cm}$.

Câu 44: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $80\,\text{cm}$ x $360\,\text{cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $80\,\text{cm}$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

* Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

* Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và $C_5^3=10$ là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.



A. $\frac{V_2}{V_1}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_2}{V_1}=1$. **C.** $\frac{V_2}{V_1}=2$. **D.** $\frac{V_2}{V_1}=4$.

Câu 45: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. $65,09\%$. **B.** $47,64\%$. **C.** $82,55\%$. **D.** $83,3\%$.

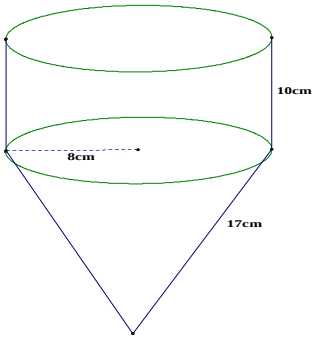
Câu 46: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là:

A. $16\pi r^2$. **B.** $36\pi r^2$. **C.** $9\pi r^2$. **D.** $18\pi r^2$.

Câu 47: Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng :

A. $1,2$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $1,5$.

Câu 48: Một cái phễu rỗng phần trên có kích thước như hình vẽ. Diện tích xung quanh của phễu là:



.

A. $S_{xq}=296\pi\ cm^2$. **B.** $S_{xq}=424\pi\ cm^2$. **C.** $S_{xq}=360\pi\ cm^2$. **D.** $S_{xq}=960\pi\ cm^2$

.

Câu 49: Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R=10\text{cm}$. Sau khi cưa bằng hai chỏm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm khối cầu, một người thợ khoan xuyên tâm khối cầu. Người thợ đã khoan bỏ đi phần hình trụ có trục của nó trùng với trục hình cầu; mặt cắt của hình trụ vuông góc với trục hình trụ là một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}R$. Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến số thập phân thứ ba).

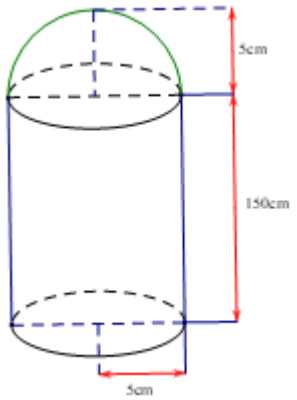
A. $V=2828,441\text{cm}^3$. **B.** $V=2774,570\text{cm}^3$.

C. $V=2811,293\text{cm}^3$. **D.** $V=2720,699\text{cm}^3$.

Câu 50: Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao $12(\text{cm})$, đường kính đáy $4(\text{cm})$, lượng nước trong cốc cao $10(\text{cm})$. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính $2(\text{cm})$. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu xăng-ti-mét? (Làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân).

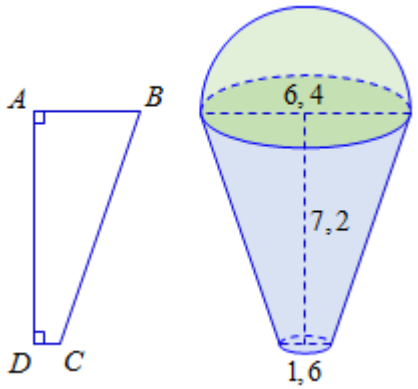
A. $0,25(\text{cm})$. **B.** $0,75(\text{cm})$. **C.** $0,3(\text{cm})$. **D.** $0,67(\text{cm})$.

Câu 51: Một bình chứa Oxy sử dụng trong công nghiệp và trong y tế được thiết kế gồm hình trụ và nửa hình cầu với thông số như hình vẽ. Thể tích V của bình này là bao nhiêu ?



A. $V=\frac{26}{3}\pi\ (\text{m}^3)$. **B.** $V=\frac{26}{3}\pi$ (lít). **C.** $V=\frac{23}{6}\pi\ (\text{m}^3)$. **D.** $V=\frac{23}{6}\pi$ (lít).

Câu 52: Một cơ sở sản xuất kem chuẩn bị làm 1000 chiếc kem giống nhau theo đơn đặt hàng. Cốc đựng kem có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ vuông tại A và D xung quanh trục AD (xem hình vẽ).



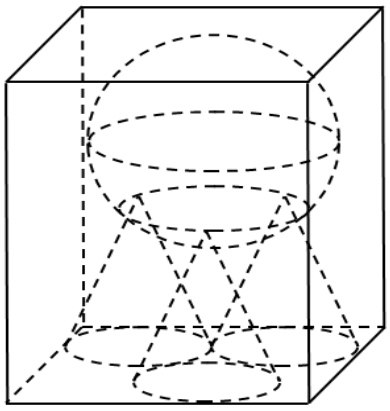
Chiếc cốc có bề dày không đáng kể, chiều cao $7,2$ cm; đường kính miệng cốc bằng $6,4$ cm; đường kính đáy cốc bằng $1,6$ cm. Kem được đỏ đầy cốc và dư ra phía ngoài một lượng có dạng nửa hình cầu, có bán kính bằng bán kính miệng cốc. Cơ sở đó cần dùng lượng kem gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau

A. 132 dm^3. **B.** 954 dm^3. **C.** 293 dm^3. **D.** 170 dm^3.

Câu 53: Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao 3cm và bán kính đáy bằng 12 cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy)

A. 24 lần. **B.** 12 lần. **C.** 10 lần. **D.** 20 lần.

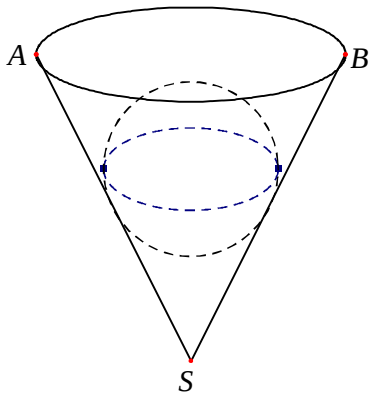
Câu 54: Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3}\left(cm^3\right)$. Tính thể tích nước ban đầu ở trong bể.



A. $\approx 1174,2\left(cm^3\right)$. **B.** $\approx 885,2\left(cm^3\right)$. **C.** $\approx 1209,2\left(cm^3\right)$. **D.** $\approx 1106,2\left(cm^3\right)$

.

Câu 55: Bạn An có một cốc giấy hình nón có đường kính đáy là 10cm và độ dài đường sinh là 8cm. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?

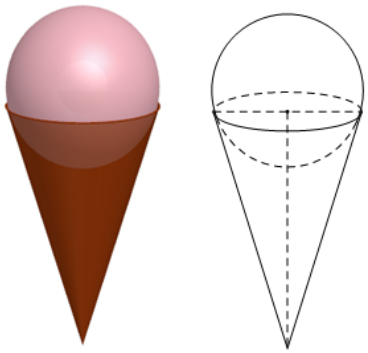


A. $\frac{10\sqrt{39}}{13}$cm **B.** $\frac{5\sqrt{39}}{13}$cm **C.** $\frac{32}{\sqrt{39}}$cm **D.** $\frac{64}{\sqrt{39}}$cm

Câu 56: Một cốc nước hình trụ có chiều cao $9cm$, đường kính $6cm$. Mặt đáy phẳng và dày $1cm$, thành cốc dày $0,2cm$. Đổ vào cốc $120ml$ nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính $2cm$. Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu cm. (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

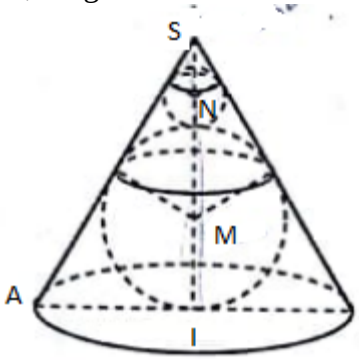
A. $3,67cm$. **B.** $2,28cm$. **C.** $2,67cm$. **D.** $3,28cm$.

Câu 57: Một que kem ốc quế gồm hai phần: phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử hình cầu và hình nón có bán kính bằng nhau; biết rằng nếu kem tan chảy hết thì sẽ làm đầy phần ốc quế. Biết thể tích phần kem sau khi tan chảy chỉ bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu. Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính của phần ốc quế. Tính tỉ số $\frac{h}{r}$.



A. $\frac{h}{r}=\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{h}{r}=\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{h}{r}=3$. **D.** $\frac{h}{r}=2$.

Câu 58: Người ta chế tạo một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên chế tạo ra hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha=60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với mặt đáy của hình nón (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng



A. $\frac{38\pi}{3}$. **B.** $\frac{100\pi}{3}$. **C.** $\frac{112\pi}{3}$. **D.** $\frac{40\pi}{3}$.

Câu 59: Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 60: Một công ty muốn thiết kế bao bì để đựng sữa với thể tích $1\left(dm^3\right)$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình sau: dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc dạng hình trụ và được sản xuất cùng một nguyên vật liệu. Hỏi thiết kế theo mô hình nào sẽ tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất? Và thiết kế mô hình đó theo kích thước như thế nào?

A. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy.

B. Hình trụ và chiều cao bằng bán kính đáy.

C. Hình trụ và chiều cao bằng đường kính đáy.

D. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên bằng cạnh đáy.

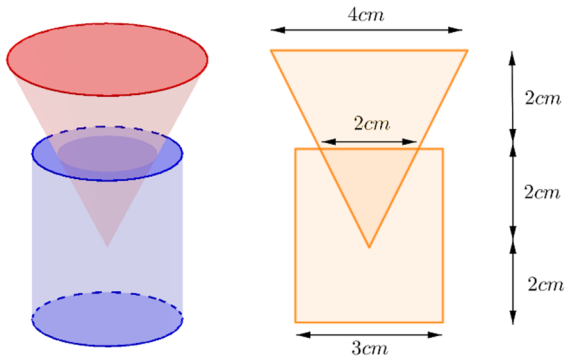
Câu 61: Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả bóng tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao của hình trụ bằng 3 lần đường kính của quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Giá trị biểu thức $2018^{\frac{S_1}{S_2}}$ bằng:

A. $2018^{\sqrt{2}}$. **B.** 1. **C.** 2018^{π}. **D.** 2018.

Câu 62: Có ba quả bóng với kích thước bằng nhau. Một miếng tôn hình chữ nhật được cuốn thành hình trụ sao cho chiều cao của hình trụ gấp 3 lần đường kính quả bóng, đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=1$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=2$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=5$.

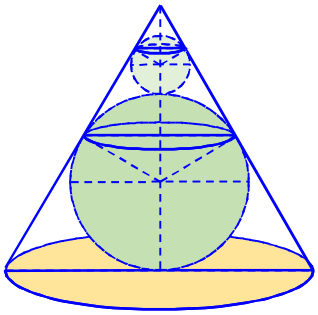
Câu 63: Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H), một mặt phẳng chứa trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ bên. Tính thể tích của (H) (đơn vị cm^3).



A. $V_{(H)}=13\pi$. **B.** $V_{(H)}=\frac{41\pi}{3}$. **C.** $V_{(H)}=17\pi$. **D.** $V_{(H)}=23\pi$.

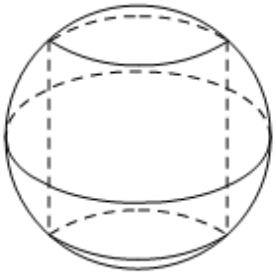
Câu 64: Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo tra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\beta=60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều

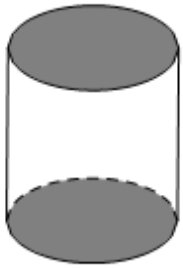
tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh, hãy tính tổng thể tích của hai khối cầu.



A. $\frac{25}{3}\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{10}{3}\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{112}{3}\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{40}{3}\pi\left(cm^3\right)$.

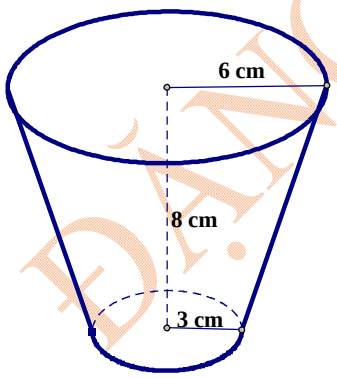
Câu 65: Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R, người thợ thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.





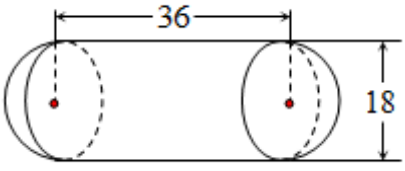
A. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi R^3}{4}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$.

Câu 66: Có một chiếc cốc có dạng như hình vẽ, biết chiều cao của chiếc cốc là $8cm$, bán kính đáy cốc là $3cm$, bán kính miệng cốc là $6cm$. Tính thể tích V của chiếc cốc.



A. $72\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $48\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $48\left(cm^3\right)$. **D.** $36\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 67: Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ như hình vẽ bên. Các kích thước được ghi (cùng đơn vị dm). Tính thể tích của bồn chứa.



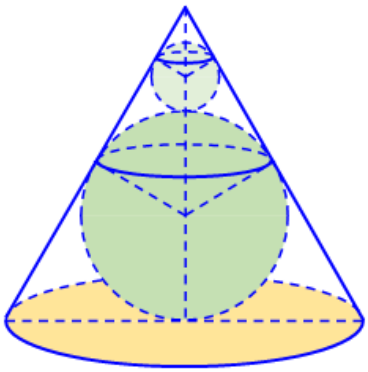
.

A. $\pi 4^2.3^5$. **B.** $\pi \dfrac{4^2}{3^5}$. **C.** $\pi 4^5 \cdot 3^2$. **D.** $\pi \dfrac{4^3}{3^3}$.

Câu 68: Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\dfrac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

A. $16V_1 = 9V_2$. **B.** $27V_1 = 8V_2$ **C.** $9V_1 = 8V_2$ **D.** $3V_1 = 2V_2$

Câu 69: Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo tra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\beta = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng $9\,\text{cm}$. Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh, hãy tính tổng thể tích của hai khối cầu.

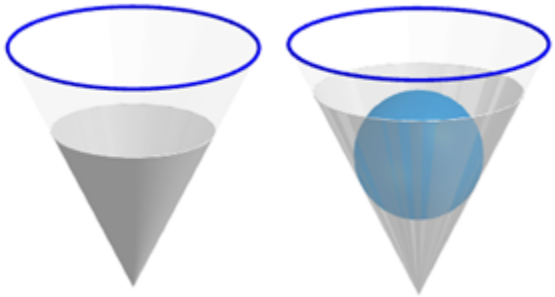


A. $\dfrac{40}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $\dfrac{25}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $\dfrac{112}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $\dfrac{10}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 70: Một quả bóng bàn được đặt tiếp xúc với tất cả các mặt của một cái hộp hình lập phương. Tỉ số thể tích của phần không gian nằm trong hộp đó nhưng nằm ngoài quả bóng bàn và thể tích hình hộp là:

A. $\dfrac{8-\pi}{8}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{6-\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 71: Một chiếc cốc hình nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $R = 2$ đang chứa một lượng nước có thể tích V. Người ta bỏ vào bên trong cốc một viên bi hình cầu có bán kính $r = 1$ thì lượng nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính thể tích V của lượng nước có trong cốc.



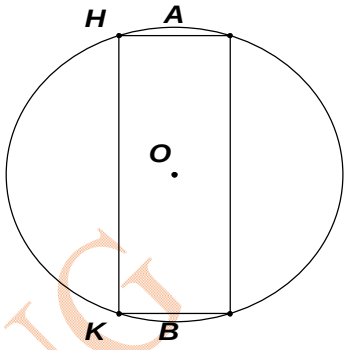
A. $V = \dfrac{-8+5\sqrt{5}}{6}\pi$ **B.** $V = \dfrac{4+4\sqrt{5}}{3}\pi$ **C.** $V = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}\pi$ **D.** $V = \dfrac{-16+5\sqrt{5}}{12}\pi$

Câu 72: Một khối gạch hình lập phương (không thấm nước) có cạnh bằng 2 được đặt vào trong một chiếu phễu hình nón tròn xoay chứa đầy nước theo cách như sau: Một cạnh của viên gạch nằm trên mặt

nước (nằm trên một đường kính của mặt này); các đỉnh còn lại nằm trên mặt nón; tâm của viên gạch nằm trên trục của hình nón. Tính thể tích nước còn lại ở trong phễu (làm tròn 2 chữ số thập phân).

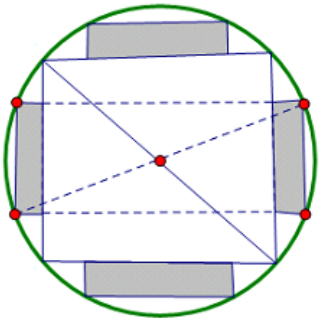
A. V =22,27 **B.** V =22,30 **C.** V =23.10 **D.** 20,64

Câu 73: Cho biết rằng hình chỏm cầu có công thức thể tích là $\frac{\pi h\left(3r^2+h^2\right)}{6}$, trong đó h là chiều cao chỏm cầu và r là bán kính đường tròn bề mặt chỏm cầu (bán kính này khác vớibán kính hình cầu). Bài hỏi đặt ra là với một quả dưa hấu hình cầu, người ta dùng một cái ống khoét thủng một lỗ hình trụ chưa rõ bán kính xuyên qua trái dưa như hình vẽ (trong hình có AB là đường kính trái dưa). Biết rằng chiều cao của lỗ là $12cm$ (trong hình trên, chiều cao này chính là độ dài HK). Tính thể tích của phần dưa còn lại.



A. $200\pi cm^3$ **B.** $96\pi cm^3$ **C.** $288\pi cm^3$ **D.** $144\pi cm^3$

Câu 74: Từ một khúc gỗ tròn hình trụ có đường kính bằng 40 cm, cần xả thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và bốn miếng phụ được tô màu xám như hình vẽ dưới đây. Tìm chiều rộng x của miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất.



A. $x=\frac{3\sqrt{34}-17\sqrt{2}}{2}(cm)$ **B.** $x=\frac{3\sqrt{34}-19\sqrt{2}}{2}(cm)$

C. $x=\frac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}(cm)$ **D.** $x=\frac{5\sqrt{34}-13\sqrt{2}}{2}(cm)$

Câu 75: Một viên phấn bảng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5cm$, chiều dài $6cm$. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng các viên phấn đó với kích thước $6cm\times 5cm\times 6cm$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

A. 17. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 18.

TOÁN THỰC TẾ TỔNG HỢP

Câu 1: Người ta dự định thiết kế một cống ngầm thoát nước qua đường có chiều dài $30\,m$, thiết diện thẳng của cống có diện tích để thoát nước là $4m^2$ (gồm hai phần nửa hình tròn và hình chữ nhật) như hình minh hoạ, phần đáy cống, thành cống và nắp cống (tô đậm như hình vẽ) được sử dụng vật liệu bê tông. Tính bán kính R (tính gần đúng với đơn vị m, sai số không quá $0,01$) của nửa hình tròn để khi thi công tốn ít vật liệu nhất?

A. $1,15\,m$. **B.** $1,06\,m$. **C.** $1,02\,m$. **D.** $1,52\,m$.

Câu 2: Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nữa hình cầu chứa cát). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau

A. $711,6\ cm^3$. **B.** $6021,3\ cm^3$. **C.** $1070,8\ cm^3$. **D.** $602,2\ cm^3$.

Câu 3: Người ta xếp 9 viên bi có cùng bán kính r vào một cái bình hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 8 viên bi xung quanh mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của bình hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái bình hình trụ là:

A. $18\pi r^2$. **B.** $9\pi r^2$. **C.** $16\pi r^2$. **D.** $36\pi r^2$.

Câu 4: Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là $15cm$, đường kính đáy là $6cm$, lượng nước ban đầu trong cốc cao $10cm$. Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là $2cm$. Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu cm ? (Kết quả làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số).

A. $4,26cm$. **B.** $4,25cm$. **C.** $4,81cm$. **D.** $3,52cm$.

Câu 5: Một chiếc thùng đựng nước có hình của một khối lập phương cạnh $1m$ chứa đầy nước. Đặt vào trong thùng đó một khối có dạng nón sao cho đỉnh trùng với tâm một mặt của lập phương, đáy khối nón tiếp xúc với các cạnh của mặt đối diện. Tính tỉ số thể tích của lượng nước trào ra ngoài và lượng nước còn lại ở trong thùng.

A. $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{\pi}{12-\pi}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{1}{11}$.

Câu 6: Từ một nguyên liệu cho trước, một công ti muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích $100ml^3$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào tiết kiệm nguyên vật liệu nhất ?

A. Hình trụ có chiều cao gấp hai lần bán kính đáy.

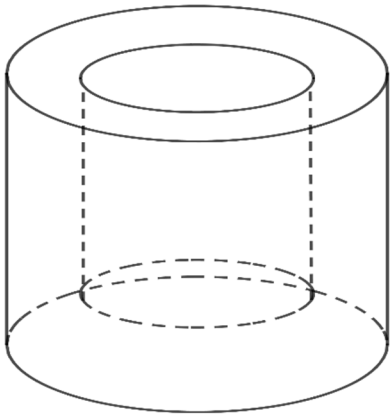
B. Hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy.

C. Hình hộp chữ nhật có cạnh bên bằng cạnh đáy.

D. Hình hộp chữ nhật có cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy.

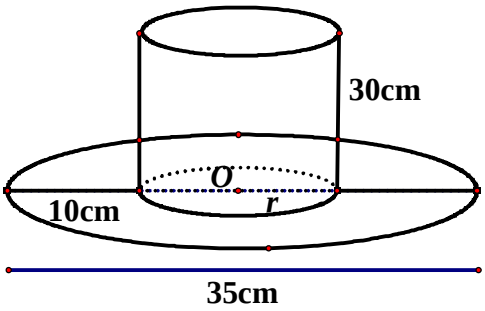
Câu 7: Người ta sản xuất một chiếc cốc thủy tinh có dạng hình trụ không có nắp với đáy cốc và thành cốc làm bằng thủy tinh đặc, phần đáy cốc dày đều $1,5$cm và thành xung quanh cốc dày đều $0,2$cm (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của chiếc cốc là 15cm và khi ta đổ 150ml nước vào thì đầy cốc. Nếu giá thủy tính thành phẩm được tính là 500 đ/cm^3 thì giá tiền thủy tính để sản xuất chiếc cốc đó gần nhất với số nào sau đây?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



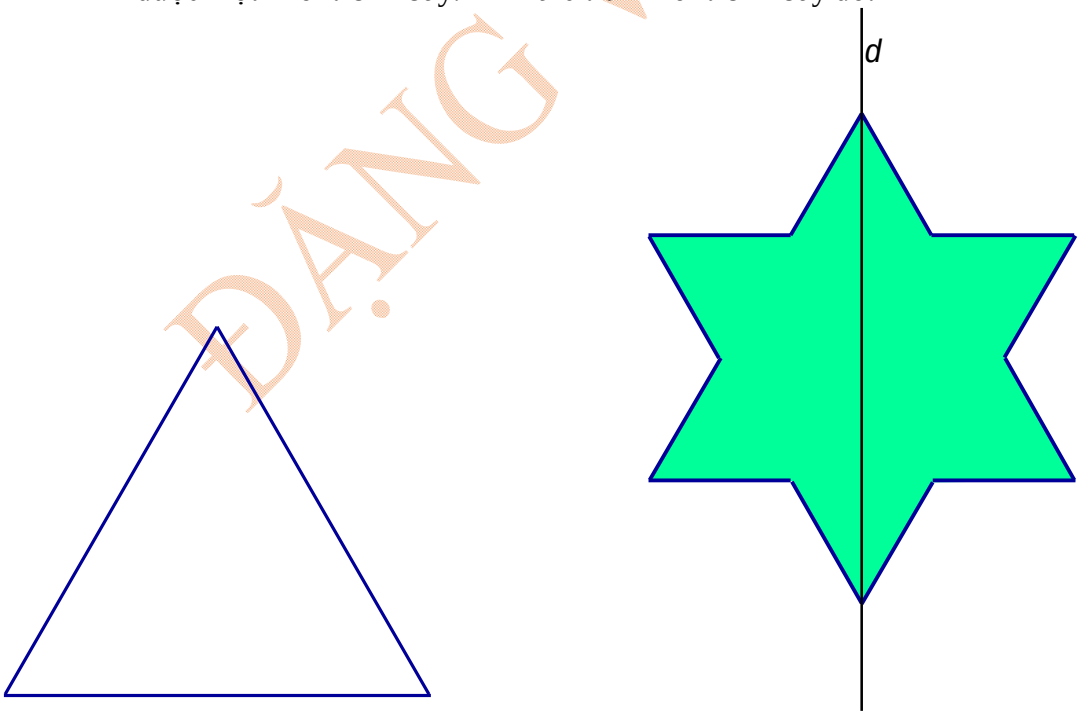
A. 25 nghìn đồng. **B.** 12 nghìn đồng. **C.** 28 nghìn đồng. **D.** 15 nghìn đồng

Câu 8: Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với các kích thước như hình vẽ dưới đây. Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ đó (không kể viền, mép, phần thừa).



A. $750,25\pi$ (cm^2) **B.** 700π (cm^2) **C.** $756,25\pi$ (cm^2) **D.** $754,25\pi$ (cm^2)

Câu 9: Ban đầu ta có một tam giác đều cạnh bằng 3 (hình 1). Tiếp đó ta chia mỗi cạnh của tam giác thành 3 đoạn bằng nhau và thay mỗi đoạn ở giữa bằng hai đoạn bằng nó sao cho chúng tạo với đoạn bỏ đi một tam giác đều về phía bên ngoài ta được hình 2. Khi quay hình 2 xung quanh trục d ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

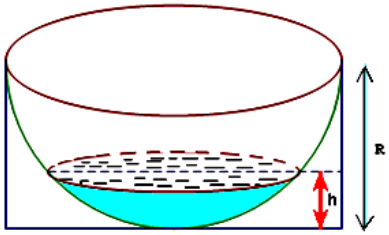


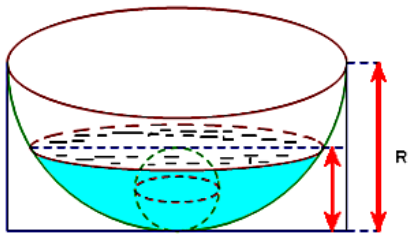
Hình 1

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{5\pi\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{5\pi\sqrt{3}}{6}$.

Câu 10: Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R=10(\text{cm})$. Trong chậu có chứa sẵn mọt khối nước hình chõm cầu có chiều cao $h=4(\text{cm})$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính bán kinh của viên bi (kết quả làm tròn đến 2 chữ số lẻ thập phân).



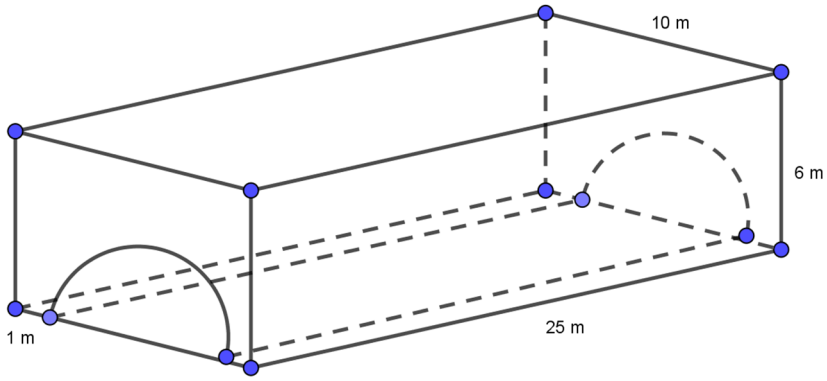


A. $3,24(\text{cm})$. **B.** $2,09(\text{cm})$. **C.** $4,28(\text{cm})$. **D.** $4,03(\text{cm})$.

Câu 11: Có một cái cốc làm bằng giấy, được úp ngược như hình vẽ. Chiều cao của chiếc cốc là $20cm$, bán kính đáy cốc là $4cm$, bán kính miệng cốc là $5cm$. Một con kiến đang đứng ở điểm A của miệng cốc dự định sẽ bò hai vòng quanh than cốc để lên đến đáy cốc ở điểm B. Quãng đường ngắn nhất để con kiến có thể thực hiện được dự định của mình gần đúng nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $59,98cm$ **B.** $59,93cm$ **C.** $58,67cm$ **D.** $58,80cm$.

Câu 12: Viện Hải dương học dự định làm một bể cá bằng kính phục vụ khách tham quan (*như hình vẽ*), biết rằng mặt cắt dành cho lối đi là nửa hình tròn



Tổng diện tích mặt kính của bể cá gần nhất với số nào sau đây?

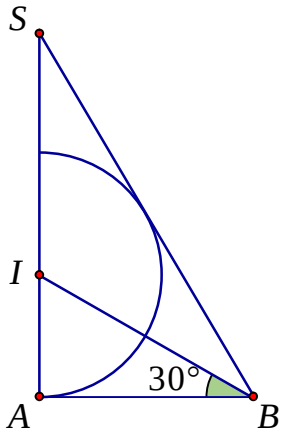
A. $872m^2$ **B.** $914m^2$ **C.** $984m^2$ **D.** $949m^2$

Câu 13: Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy ; một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 14: Cho tam giác SAB vuông tại A, $\widehat{ABS}=60°$, đường phân giác trong của $\widehat{ABS}$ cắt SA tại điểm I. Vẽ nửa đường tròn tâm I bán kính IA (như hình vẽ). Cho ΔSAB và nửa đường tròn trên cùng quay quanh SA tạo nên các khối cầu và khối nón có thể tích tương ứng V_1, V_2. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $2V_1=3V_2$ **B.** $4V_1=9V_2$ **C.** $9V_1=4V_2$ **D.** $V_1=3V_2$

Câu 15: Một hộp bóng bàn hình trụ có bán kính R, chứa được 10 quả bóng sao cho các quả bóng tiếp xúc với thành hộp theo một đường tròn và tiếp xúc với nhau. Quả trên cùng va quả dưới cùng tiếp xúc với hai nắp hộp. Tính phần thể tích khối trụ mà thể tích của các quả bóng bàn không chiếm chỗ.

A. $\frac{20\pi R^3}{3}$. **B.** $\frac{40\pi R^3}{3}$. **C.** πR^3. **D.** 0.

Câu 16: Một hộp bóng bàn hình trụ chứa được 5 quả bóng sao cho các quả bóng tiếp xúc với thành hộp và tiếp xúc với nhau, quả trên cùng tiếp xúc với nắp hộp. Tỉ lệ thể tích mà 5 quả bóng chiếm so với thể tích của hộp là

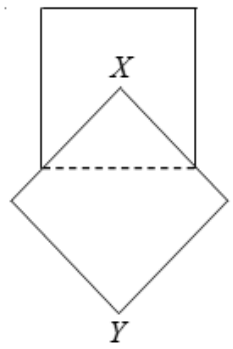
A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 17: Cho một chiếc cốc có dạng hình nón cụt và một viên bi có đường kính bằng chiều cao của cốc. Đổ đầy nước vào cốc rồi thả viên bi vào, ta thấy lượng nước tràn ra bằng một nửa lượng nước đổ vào cốc lúc ban đầu. Biết viên bi tiếp xúc với đáy cốc và thành cốc. Tìm tỉ số bán kính của miệng cốc và đáy cốc (bỏ qua độ dày của cốc).

A. 2 **B.** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ **C.** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **D.** $\sqrt{3}$

Câu 18: Cho hai hình vuông có cùng cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh X của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục XY.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

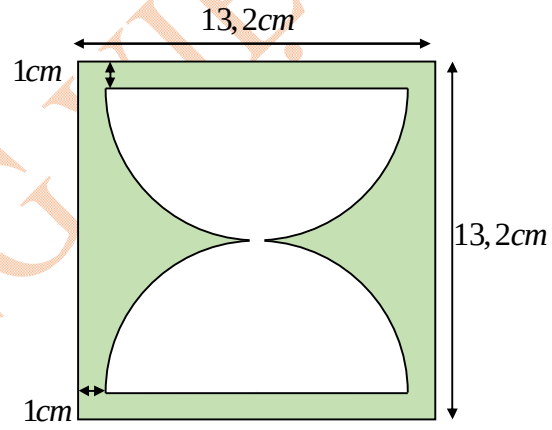


A. $V=\dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.
B. $V=\dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.
C. $V=\dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$.
D. $V=\dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$.

Câu 19: Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB=2AC$. M là một điểm thay đổi trên cạnh BC. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AC. Gọi V và V' tương ứng là thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi tam giác ABC và hình chữ nhật $MHAK$ khi quay quanh trục AB. Tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ lớn nhất bằng

A. $\dfrac{1}{2}$.
B. $\dfrac{4}{9}$.
C. $\dfrac{2}{3}$.
D. $\dfrac{3}{4}$.

Câu 20: Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nữa hình cầu chứa cát).



Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau.

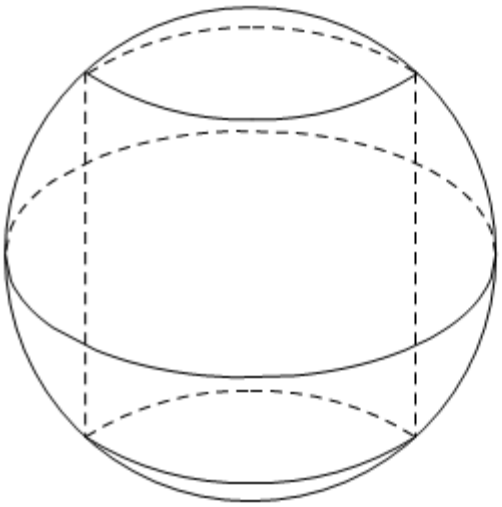
A. $6021,3\ \text{cm}^3$.
B. $602,2\ \text{cm}^3$.
C. $711,6\ \text{cm}^3$.
D. $1070,8\ \text{cm}^3$.

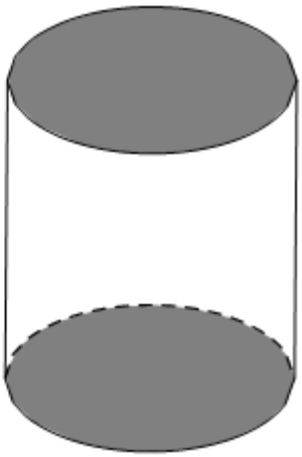
Câu 21: Một cái ống hình trụ tròn xoay bên trong rỗng, có chiều cao bằng $25\,\text{cm}$ và đường kính đáy bằng $6\,\text{cm}$ đặt trên cái bàn nằm ngang có mặt bàn phẳng sao cho một miệng ống nằm trên mặt bàn. Người ta đặt lên trên miệng ống còn lại một quả bóng hình cầu có bán kính $5\,\text{cm}$. Tính khoảng cách lớn nhất h có thể từ một điểm trên quả bóng tới mặt bàn nếu coi độ dày của thành ống là không đáng kể.

A. $h=34\,\text{cm}$.
B. $h=35\,\text{cm}$.
C. $h=30\,\text{cm}$.
D. $h=32\,\text{cm}$.

Câu 22: Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R, người thợ thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

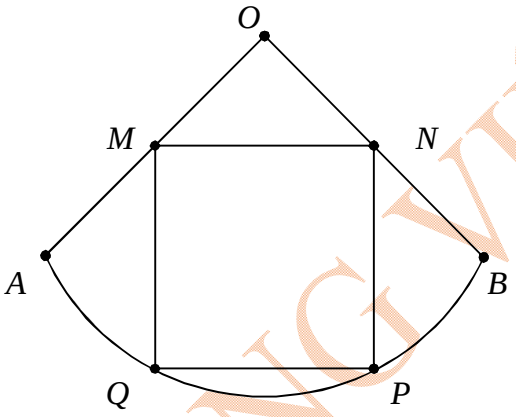




.

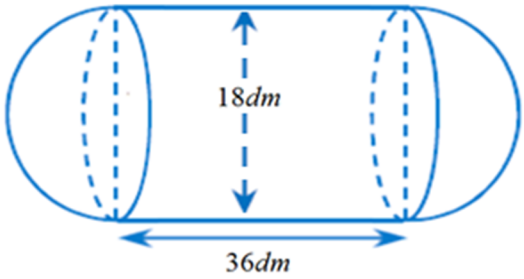
A. $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}\pi R^3}{12}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{6}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$.

Câu 23: Cho tấm tôn hình nón có bán kính đáy là $r=\frac{2}{3}$, độ dài đường sinh $l=2$. Người ta cắt theo một đường sinh và trải phẳng ra được một hình quạt. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB. Hỏi khi cắt hình quạt theo hình chữ nhật $MNPQ$ (hình vẽ) và tạo thành hình trụ đường PN trùng MQ (2 đáy làm riêng) thì được khối trụ có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\frac{\pi\left(\sqrt{13}-1\right)}{9}$. **B.** $\frac{3\left(\sqrt{13}-1\right)}{4\pi}$. **C.** $\frac{5\left(\sqrt{13}-1\right)}{12\pi}$. **D.** $\frac{3\left(\sqrt{13}-1\right)}{8\pi}$.

Câu 24: Một cái bồn gồm hai nửa hình cầu đường kính 18 dm, và một hình trụ có chiều cao 36 dm . Tính thể tích V của cái bồn đó.





A. $V=9216\pi$ dm^3. **B.** $V=\frac{1024\pi}{9}$ dm^3. **C.** $V=\frac{16\pi}{243}$.dm^3. **D.** $V=3888\pi$ dm^3

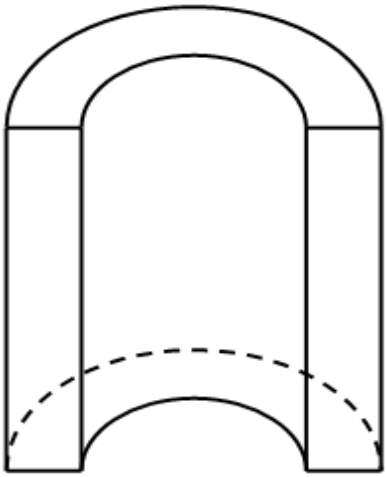
.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

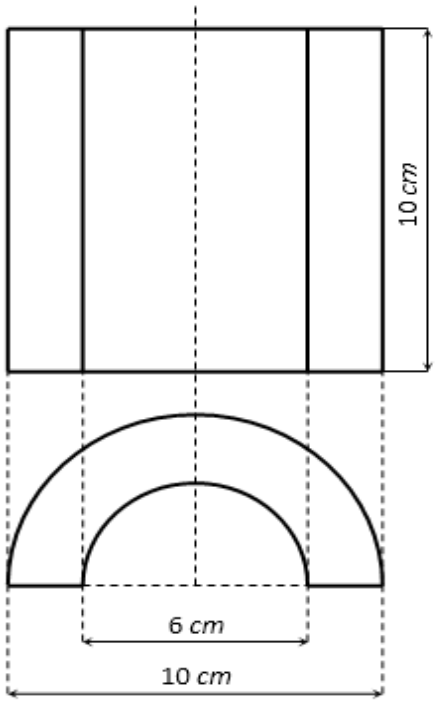
Câu 25: Phần không gian bên trong của chai nước ngọt có hình dạng như hình bên. Biết bán kính đáy bằng $R=5cm$, bán kính cổ $r=2cm$, $AB=3cm$, $BC=6cm$, $CD=16cm$. Thể tích phần không gian bên trong của chai nước ngọt đó bằng:

A. $495\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $462\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $490\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $412\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 26: Một chi tiết máy có hình dạng như hình vẽ 1, các kích thước được thể hiện trên hình vẽ 2 (hình chiếu bằng và hình chiếu đứng).



Hình vẽ 1



Hình vẽ 2

Người ta mạ toàn phần chi tiết này bằng một loại hợp kim chống gỉ. Để mạ $1m^2$ bề mặt cần số tiền 150000 đồng. Số tiền nhỏ nhất có thể dùng để mạ 10000 chi tiết máy là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị nghìn đồng).

A. 48238 (nghìn đồng). **B.** 51239 (nghìn đồng).
C. 51238 (nghìn đồng). **D.** 37102 (nghìn đồng).

Câu 27: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. $83,3\%$. **B.** $65,09\%$. **C.** $47,64\%$. **D.** $82,55\%$.

Câu 28: Quả bóng đá được dùng thi đấu tại các giải bóng đá Việt Nam tổ chức có chu vi của thiết diện qua tâm là $68.5(\text{cm})$. Quả bóng được ghép nối bởi các miếng da hình lục giác đều màu trắng và đen, mỗi miếng có diện tích $49.83\ (\text{cm}^2)$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu miếng da để làm quả bóng trên?

A. ≈ 30 (miếng da). **B.** ≈ 20 (miếng da).
C. ≈ 35 (miếng da). **D.** ≈ 40 (miếng da).

Câu 29: Một cơ sở sản xuất kem chuẩn bị làm 1000 chiếc kem giống nhau theo đơn đặt hàng. Cốc đựng kem có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ vuông tại A và D xung quanh trục AD (xem hình vẽ). Chiếc cốc có bề dày không đáng kể, chiều cao $7,2$ cm ; đường kính miệng cốc bằng $6,4$ cm ; đường kính đáy cốc bằng $1,6$ cm . Kem được bỏ đầy cốc và dư ra phía ngoài một

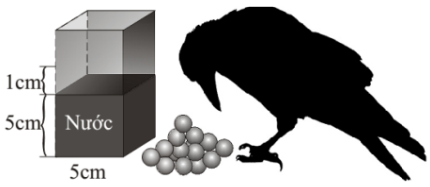
lượng có dạng nửa hình cầu, có bán kính bằng bán kính miệng cốc. Cơ sở đó cần dùng lượng kem gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $954\ \text{dm}^3$. **B.** $293\ \text{dm}^3$. **C.** $170\ \text{dm}^3$. **D.** $132\ \text{dm}^3$.

Câu 30: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \dfrac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành

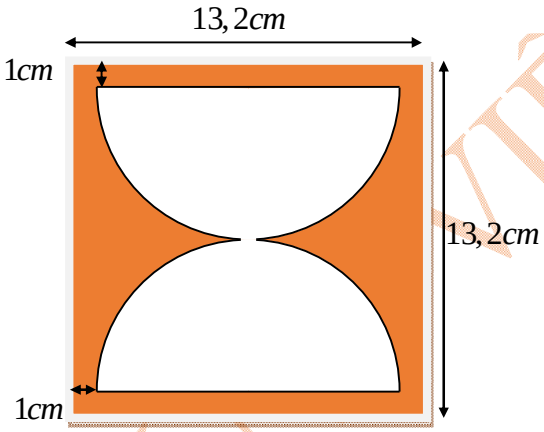
A. $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $V = \pi a^3$. **D.** $\dfrac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 31: **[THPT Hùng Vương-PT - 2017]** Một con quạ muốn uống nước trong cốc có dạng hộp chữ nhật (không có nắp) với đáy là hình vuông cạnh bằng $5cm$. Mực nước trong cốc đang có chiều cao $5cm$ vì vậy con quạ chưa thể uống được, để uống được nước thì con quạ cần thả các viên bi đá vào cốc để mực nước dâng cao thêm $1cm$ nữa. Biết rằng các viên bi là hình cầu có đường kính $1cm$, chìm hoàn toàn trong nước và có số lượng đủ dùng. Hỏi con quạ cần thả ít nhất mấy viên bi vào cốc để có thể uống được nước ?



A. $24\ viên$. **B.** $76\ viên$. **C.** $48\ viên$. **D.** $6\ viên$.

Câu 32: Một xưởng sản xuất muốn tạo ra những chiếc đồng hồ cát thủy tinh có dạng hình trụ, phần chứa cát là hai nửa hình cầu bằng nhau. Hình vẽ bên với kích thước đã cho là bản thiết kế thiết diện qua trục của chiếc đồng hồ này (phần giới hạn bởi hình trụ và phần hai nữa hình cầu chứa cát). Khi đó, lượng thủy tinh làm chiếc đồng hồ cát gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau



A. $6021{,}3\ cm^3$. **B.** $1070{,}8\ cm^3$. **C.** $602{,}2\ cm^3$. **D.** $711{,}6\ cm^3$.

Câu 33: Ông Bình muốn thiết kế mái cho một xưởng may có diện tích $20000\ m^2$ có hai đồ án như sau:

- Công ty A thiết kế dạng hình vuông với mái là hình chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $70m$.
- Công ty B thiết kế dạng hình tròn với mái là nửa mặt cầu úp xuống.

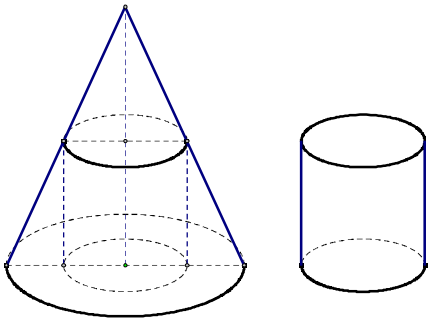
Hỏi thiết kế của công ty A giúp tiết kiệm diện tích mái hơn bao nhiêu m^2?

A. $9000\ m^2$. **B.** $5000\ m^2$. **C.** $11857\ m^2$. **D.** $20000\ m^2$.

Câu 34: Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3cm để múc nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao 10cm và bán kính đáy bằng 6cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.).

A. 20 lần. **B.** 24 lần. **C.** 10 lần. **D.** 12 lần.

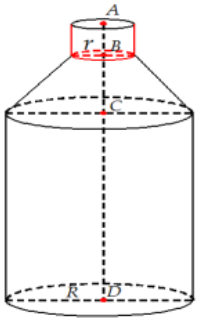
Câu 35: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r = 2m$, chiều cao $h = 6m$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V.



.

A. $V=\dfrac{32\pi}{9}\left(m^2\right)$. **B.** $V=\dfrac{32\pi}{3}\left(m^3\right)$. **C.** $V=\dfrac{32}{3}\left(m^3\right)$. **D.** $V=\dfrac{32\pi}{9}\left(m^3\right)$.

Câu 36: Ông *An* đặt hàng cho một cơ sở sản xuất chai lọ thủy tinh chất lượng cao X để làm loại chai nước có kích thước phần không gian bên trong của chai như hình vẽ, đáy dưới có bán kính $R=5\,cm$, bán kính cổ chai $r=2\,cm$, $AB=3\,cm$, $BC=6\,cm$, $CD=16\,cm$. Tính thể tích V phần không gian bên trong của chai nước.



A. $V=494\pi\,cm^3$ **B.** $V=490\pi\,cm^3$ **C.** $V=412\pi\,cm^3$ **D.** $V=464\pi\,cm^3$

Câu 37: Một cốc nước có dạng hình trụ chiều cao là $15cm$, đường kính đáy là $6cm$, lượng nước ban đầu trong cốc cao $10cm$. Thả vào cốc nước 5 viên bi hình cầu có cùng đường kính là $2cm$. Hỏi sau khi thả 5 viên bi, mực nước trong cốc cách miệng cốc bao nhiêu cm ? (Kết quả làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số).

A. $3,52cm$. **B.** $4,81cm$. **C.** $4,25cm$. **D.** $4,26cm$.

Câu 38: Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 và tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 39: Từ một nguyên vật liệu cho trước, một công ty muốn thiết kế bao bì để đựng sữa với thể tích $1dm^3$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình sau: hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông; hoặc hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào sẽ tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất? Và thiết kế mô hình đó theo kích thước như thế nào?

A. Hình trụ và chiều cao bằng đường kính đáy

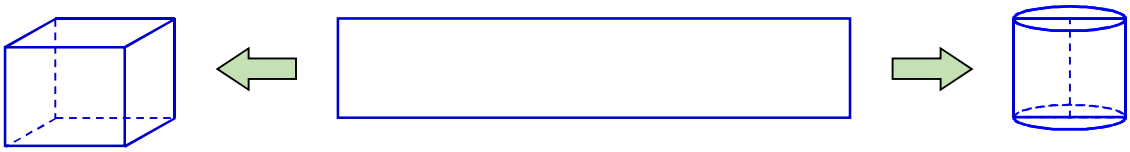
B. Hình trụ và chiều cao bằng bán kính đáy

C. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy

D. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên bằng cạnh đáy

Câu 40: Cho hai tấm tôn hình chữ nhật đều có kích thước $1,5\,\text{m}\times 8\,\text{m}$. Tấm tôn thứ nhất được chế tạo thành một hình hộp chữ nhật không đáy, không nắp, có thiết diện ngang là một hình vuông (mặt phẳng vuông góc với đường cao của hình hộp và cắt các mặt bên của hình hộp theo các đoạn giao tuyến tạo thành một hình vuông) và có chiều cao $1,5\,\text{m}$; còn tấm tôn thứ hai được chế tạo thành một hình

trụ không đáy, không nắp và cũng có chiều cao $1,5\,\text{m}$. Gọi V_1, V_2 theo thứ tự là thể tích của khối hộp chữ nhật và thể tích của khối trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

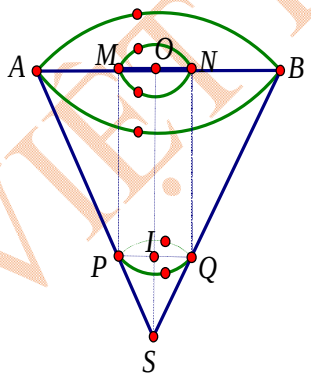


A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\pi$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi}{3}$.

Câu 41: Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó là

A. 64. **B.** 34. **C.** 32. **D.** 16.

Câu 42: Một bình đựng nước dạng hình nón (không đáy) đựng đầy nước. Biết rằng chiều cao của bình gấp 3 lần bán kính đáy của nó. Người ta thả vào đó một khối trụ và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là $\frac{16\pi}{9}dm^3$. Biết rằng một mặt của khối trụ nằm trên mặt trên của hình nón, các điểm trên đường tròn đáy còn lại đều thuộc các đường sinh của hình nón (như hình vẽ) và khối trụ có chiều cao bằng đường kính đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của bình nước là:



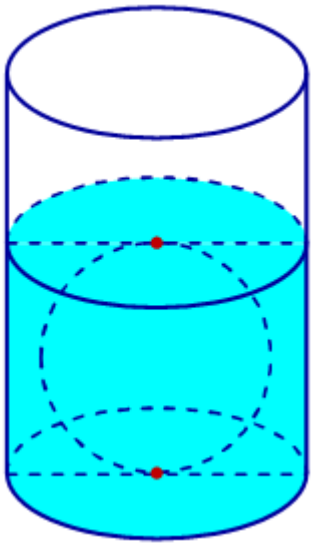
.

A. $S_{xq}=4\pi\,dm^2$. **B.** $S_{xq}=4\pi\sqrt{10}\,dm^2$.

C. $S_{xq}=\frac{9\pi\sqrt{10}}{2}dm^2$. **D.** $S_{xq}=\frac{3\pi}{2}\,dm^2$.

Câu 43: Người ta thả một viên billiards snooker có dạng hình cầu với bán kính nhỏ hơn $4,5\,\text{cm}$ vào một chiếc cốc hình trụ đang chứa nước thì viên billiards đó tiếp xúc với đáy cốc và tiếp xúc với mặt nước sau khi dâng (tham khảo hình vẽ bên).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Biết rằng bán kính của phần trong đáy cốc bằng $5,4\,\text{cm}$ và chiều cao của mực nước ban đầu trong cốc bằng $4,5\,\text{cm}$. Bán kính của viên billiards đó bằng

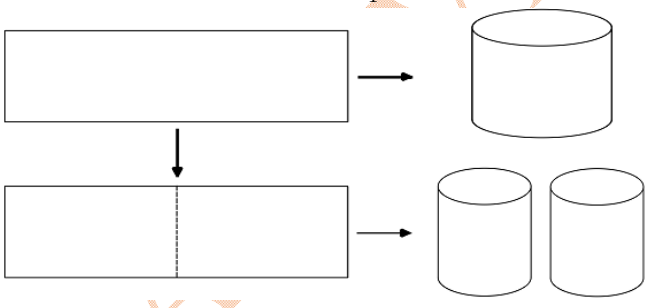
A. $2,6\,\text{cm}$. **B.** $4,2\,\text{cm}$. **C.** $3,6\,\text{cm}$. **D.** $2,7\,\text{cm}$.

Câu 44: Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $80\,\text{cm}$ x $360\,\text{cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $80\,\text{cm}$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

* Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

* Cách 2: Cắt tấm tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu V_1 là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và $C_5^3=10$ là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 2. Tính tỉ số $\frac{V_2}{V_1}$.



A. $\frac{V_2}{V_1}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_2}{V_1}=1$. **C.** $\frac{V_2}{V_1}=2$. **D.** $\frac{V_2}{V_1}=4$.

Câu 45: Xét một hộp bóng bàn có dạng hình hộp chữ nhật. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng bàn được xếp theo chiều dọc, các quả bóng bàn có kích thước như nhau. Phần không gian còn trống trong hộp chiếm:

A. $65,09\%$. **B.** $47,64\%$. **C.** $82,55\%$. **D.** $83,3\%$.

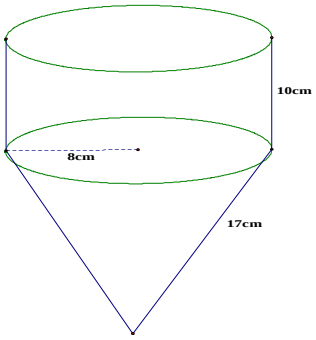
Câu 46: Người ta xếp 7 viên bi có cùng bán kính r vào một cái lọ hình trụ sao cho tất cả các viên bi đều tiếp xúc với đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với 6 viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Khi đó diện tích đáy của cái lọ hình trụ là:

A. $16\pi r^2$. **B.** $36\pi r^2$. **C.** $9\pi r^2$. **D.** $18\pi r^2$.

Câu 47: Người ta bỏ ba quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng ba lần đường kính quả bóng bàn Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng :

A. $1,2$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $1,5$.

Câu 48: Một cái phễu rỗng phần trên có kích thước như hình vẽ. Diện tích xung quanh của phễu là:



.

A. $S_{xq}=296\pi\ cm^2$. **B.** $S_{xq}=424\pi\ cm^2$. **C.** $S_{xq}=360\pi\ cm^2$. **D.** $S_{xq}=960\pi\ cm^2$

.

Câu 49: Có một khối cầu bằng gỗ bán kính $R=10\text{cm}$. Sau khi cưa bằng hai chỏm cầu có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ đối xứng nhau qua tâm khối cầu, một người thợ khoan xuyên tâm khối cầu. Người thợ đã khoan bỏ đi phần hình trụ có trục của nó trùng với trục hình cầu; mặt cắt của hình trụ vuông góc với trục hình trụ là một hình tròn có bán kính bằng $\frac{1}{2}R$. Tính thể tích V của phần còn lại của khối cầu (làm tròn đến số thập phân thứ ba).

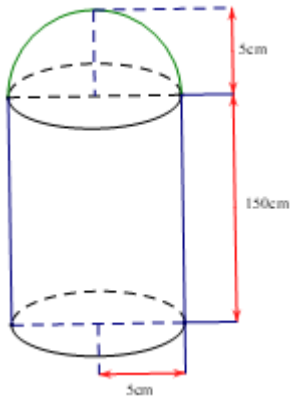
A. $V=2828,441\text{cm}^3$. **B.** $V=2774,570\text{cm}^3$.

C. $V=2811,293\text{cm}^3$. **D.** $V=2720,699\text{cm}^3$.

Câu 50: Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao $12(\text{cm})$, đường kính đáy $4(\text{cm})$, lượng nước trong cốc cao $10(\text{cm})$. Thả vào cốc nước 4 viên bi có cùng đường kính $2(\text{cm})$. Hỏi nước dâng cao cách mép cốc bao nhiêu xăng-ti-mét? (Làm tròn sau dấu phẩy 2 chữ số thập phân).

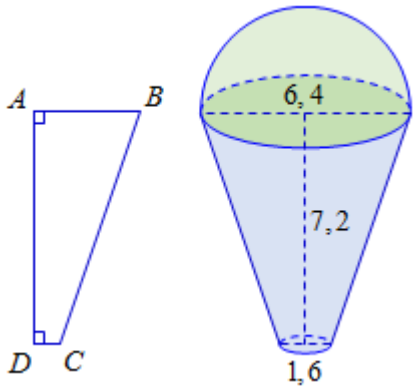
A. $0,25(\text{cm})$. **B.** $0,75(\text{cm})$. **C.** $0,3(\text{cm})$. **D.** $0,67(\text{cm})$.

Câu 51: Một bình chứa Oxy sử dụng trong công nghiệp và trong y tế được thiết kế gồm hình trụ và nửa hình cầu với thông số như hình vẽ. Thể tích V của bình này là bao nhiêu ?



A. $V=\frac{26}{3}\pi\ (\text{m}^3)$. **B.** $V=\frac{26}{3}\pi$ (lít). **C.** $V=\frac{23}{6}\pi\ (\text{m}^3)$. **D.** $V=\frac{23}{6}\pi$ (lít).

Câu 52: Một cơ sở sản xuất kem chuẩn bị làm 1000 chiếc kem giống nhau theo đơn đặt hàng. Cốc đựng kem có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang $ABCD$ vuông tại A và D xung quanh trục AD (xem hình vẽ).



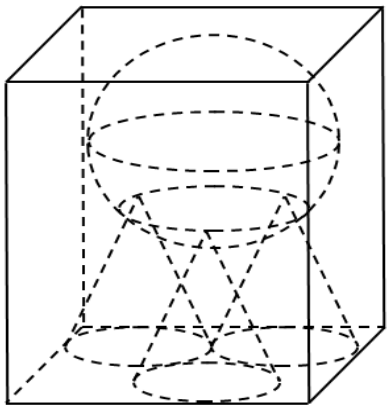
Chiếc cốc có bề dày không đáng kể, chiều cao $7,2$ cm; đường kính miệng cốc bằng $6,4$ cm; đường kính đáy cốc bằng $1,6$ cm. Kem được đỏ đầy cốc và dư ra phía ngoài một lượng có dạng nửa hình cầu, có bán kính bằng bán kính miệng cốc. Cơ sở đó cần dùng lượng kem gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau

A. 132 dm^3. **B.** 954 dm^3. **C.** 293 dm^3. **D.** 170 dm^3.

Câu 53: Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao 3cm và bán kính đáy bằng 12 cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy)

A. 24 lần. **B.** 12 lần. **C.** 10 lần. **D.** 20 lần.

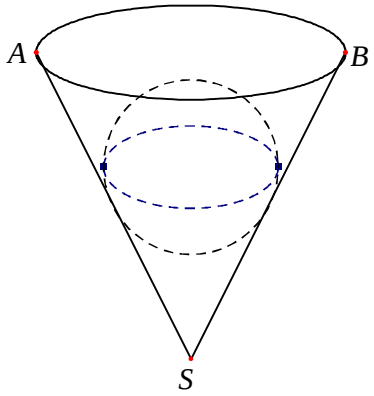
Câu 54: Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3}\left(cm^3\right)$. Tính thể tích nước ban đầu ở trong bể.



A. $\approx 1174,2\left(cm^3\right)$. **B.** $\approx 885,2\left(cm^3\right)$. **C.** $\approx 1209,2\left(cm^3\right)$. **D.** $\approx 1106,2\left(cm^3\right)$

.

Câu 55: Bạn An có một cốc giấy hình nón có đường kính đáy là 10cm và độ dài đường sinh là 8cm. Bạn dự định đựng một viên kẹo hình cầu sao cho toàn bộ viên kẹo nằm trong cốc (không phần nào của viên kẹo cao hơn miệng cốc). Hỏi bạn An có thể đựng được viên kẹo có đường kính lớn nhất bằng bao nhiêu?

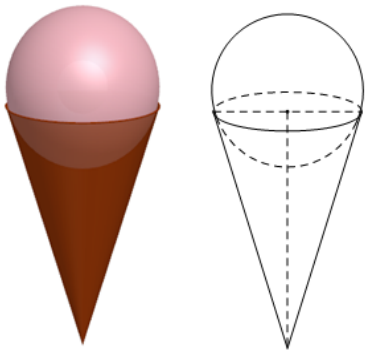


A. $\frac{10\sqrt{39}}{13}$cm **B.** $\frac{5\sqrt{39}}{13}$cm **C.** $\frac{32}{\sqrt{39}}$cm **D.** $\frac{64}{\sqrt{39}}$cm

Câu 56: Một cốc nước hình trụ có chiều cao $9cm$, đường kính $6cm$. Mặt đáy phẳng và dày $1cm$, thành cốc dày $0,2cm$. Đổ vào cốc $120ml$ nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính $2cm$. Hỏi mặt nước trong cốc cách mép cốc bao nhiêu cm. (Làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

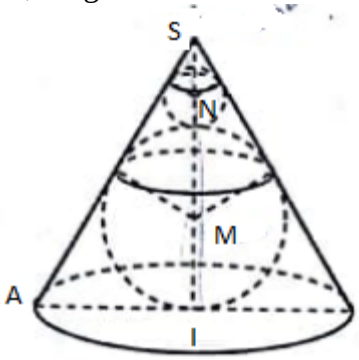
A. $3,67cm$. **B.** $2,28cm$. **C.** $2,67cm$. **D.** $3,28cm$.

Câu 57: Một que kem ốc quế gồm hai phần: phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử hình cầu và hình nón có bán kính bằng nhau; biết rằng nếu kem tan chảy hết thì sẽ làm đầy phần ốc quế. Biết thể tích phần kem sau khi tan chảy chỉ bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu. Gọi h và r lần lượt là chiều cao và bán kính của phần ốc quế. Tính tỉ số $\frac{h}{r}$.



A. $\frac{h}{r}=\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{h}{r}=\frac{16}{3}$. **C.** $\frac{h}{r}=3$. **D.** $\frac{h}{r}=2$.

Câu 58: Người ta chế tạo một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên chế tạo ra hình nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\alpha=60°$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau sao cho hai mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón, quả cầu lớn tiếp xúc với mặt đáy của hình nón (hình vẽ). Biết rằng chiều cao của hình nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày các lớp vỏ thủy tinh, tổng thể tích của hai khối cầu bằng



A. $\frac{38\pi}{3}$. **B.** $\frac{100\pi}{3}$. **C.** $\frac{112\pi}{3}$. **D.** $\frac{40\pi}{3}$.

Câu 59: Người ta bỏ 3 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một chiếc hộp hình trụ có đáy bằng hình tròn lớn của quả bóng bàn và chiều cao bằng 3 lần đường kính của quả bóng bàn. Gọi S_1 là tổng diện tích của 3 quả bóng bàn, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{6}{5}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 60: Một công ty muốn thiết kế bao bì để đựng sữa với thể tích $1\left(dm^3\right)$. Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình sau: dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc dạng hình trụ và được sản xuất cùng một nguyên vật liệu. Hỏi thiết kế theo mô hình nào sẽ tiết kiệm được nguyên vật liệu nhất? Và thiết kế mô hình đó theo kích thước như thế nào?

A. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy.

B. Hình trụ và chiều cao bằng bán kính đáy.

C. Hình trụ và chiều cao bằng đường kính đáy.

D. Hình hộp chữ nhật và cạnh bên bằng cạnh đáy.

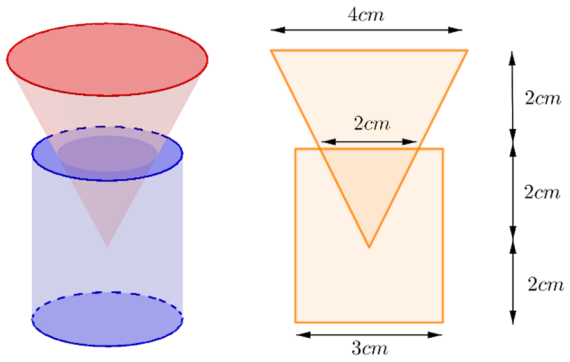
Câu 61: Trong một chiếc hộp hình trụ người ta bỏ vào đó ba quả bóng tennis, biết rằng đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả bóng và chiều cao của hình trụ bằng 3 lần đường kính của quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng và S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Giá trị biểu thức $2018^{\frac{S_1}{S_2}}$ bằng:

A. $2018^{\sqrt{2}}$. **B.** 1. **C.** 2018^{π}. **D.** 2018.

Câu 62: Có ba quả bóng với kích thước bằng nhau. Một miếng tôn hình chữ nhật được cuốn thành hình trụ sao cho chiều cao của hình trụ gấp 3 lần đường kính quả bóng, đáy của hình trụ bằng hình tròn lớn trên quả quả bóng. Gọi S_1 là tổng diện tích của ba quả bóng, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=1$. **C.** $\frac{S_1}{S_2}=2$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=5$.

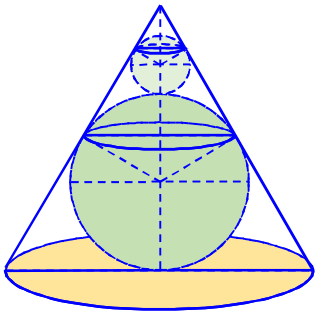
Câu 63: Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H), một mặt phẳng chứa trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ bên. Tính thể tích của (H) (đơn vị cm^3).



A. $V_{(H)}=13\pi$. **B.** $V_{(H)}=\frac{41\pi}{3}$. **C.** $V_{(H)}=17\pi$. **D.** $V_{(H)}=23\pi$.

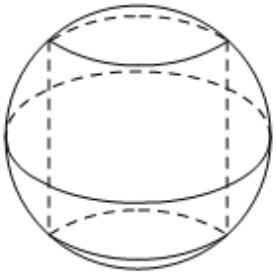
Câu 64: Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo tra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\beta=60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều

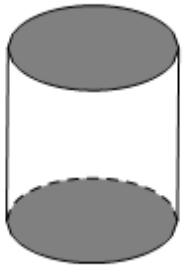
tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng 9cm. Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh, hãy tính tổng thể tích của hai khối cầu.



A. $\frac{25}{3}\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{10}{3}\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $\frac{112}{3}\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{40}{3}\pi\left(cm^3\right)$.

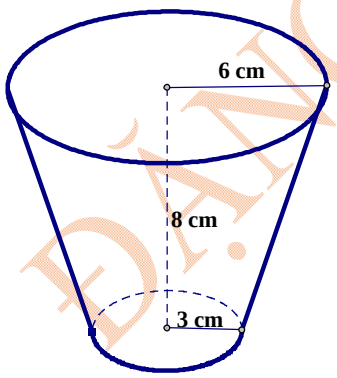
Câu 65: Một khối đá có hình là một khối cầu có bán kính R, người thợ thợ thủ công mỹ nghệ cần cắt và gọt viên đá đó thành một viên đá cảnh có hình dạng là một khối trụ. Tính thể tích lớn nhất có thể của viên đá cảnh sau khi đã hoàn thiện.





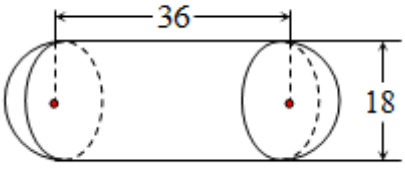
A. $\frac{2\sqrt{3}\pi R^3}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi R^3}{4}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{9}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}\pi R^3}{3}$.

Câu 66: Có một chiếc cốc có dạng như hình vẽ, biết chiều cao của chiếc cốc là $8cm$, bán kính đáy cốc là $3cm$, bán kính miệng cốc là $6cm$. Tính thể tích V của chiếc cốc.



A. $72\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $48\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $48\left(cm^3\right)$. **D.** $36\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 67: Một cái bồn chứa xăng gồm hai nửa hình cầu và một hình trụ như hình vẽ bên. Các kích thước được ghi (cùng đơn vị dm). Tính thể tích của bồn chứa.



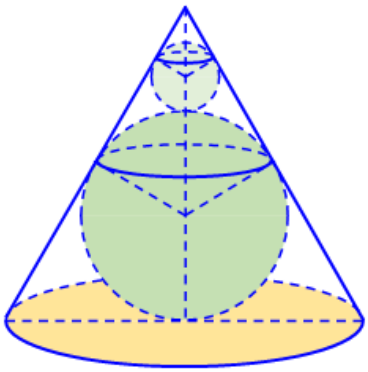
.

A. $\pi 4^2.3^5$. **B.** $\pi \dfrac{4^2}{3^5}$. **C.** $\pi 4^5 \cdot 3^2$. **D.** $\pi \dfrac{4^3}{3^3}$.

Câu 68: Một quả bóng bàn và một chiếc chén hình trụ có cùng chiều cao. Người ta đặt quả bóng lên chiếc chén thấy phần ở ngoài của quả bóng có chiều cao bằng $\dfrac{3}{4}$ chiều cao của nó. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của quả bóng và chiếc chén, khi đó:

A. $16V_1 = 9V_2$. **B.** $27V_1 = 8V_2$ **C.** $9V_1 = 8V_2$ **D.** $3V_1 = 2V_2$

Câu 69: Người ta chế tạo ra một món đồ chơi cho trẻ em theo các công đoạn như sau: Trước tiên, chế tạo tra một mặt nón tròn xoay có góc ở đỉnh là $2\beta = 60^\circ$ bằng thủy tinh trong suốt. Sau đó đặt hai quả cầu nhỏ bằng thủy tinh có bán kính lớn, nhỏ khác nhau sao cho 2 mặt cầu tiếp xúc với nhau và đều tiếp xúc với mặt nón. Quả cầu lớn tiếp xúc với cả mặt đáy của mặt nón. Cho biết chiều cao của mặt nón bằng $9\,\text{cm}$. Bỏ qua bề dày của những lớp vỏ thủy tinh, hãy tính tổng thể tích của hai khối cầu.

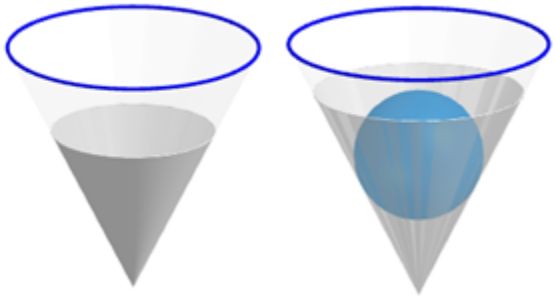


A. $\dfrac{40}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $\dfrac{25}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $\dfrac{112}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $\dfrac{10}{3}\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 70: Một quả bóng bàn được đặt tiếp xúc với tất cả các mặt của một cái hộp hình lập phương. Tỉ số thể tích của phần không gian nằm trong hộp đó nhưng nằm ngoài quả bóng bàn và thể tích hình hộp là:

A. $\dfrac{8-\pi}{8}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{6-\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 71: Một chiếc cốc hình nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $R = 2$ đang chứa một lượng nước có thể tích V. Người ta bỏ vào bên trong cốc một viên bi hình cầu có bán kính $r = 1$ thì lượng nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính thể tích V của lượng nước có trong cốc.



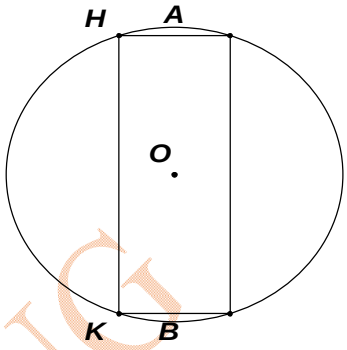
A. $V = \dfrac{-8+5\sqrt{5}}{6}\pi$ **B.** $V = \dfrac{4+4\sqrt{5}}{3}\pi$ **C.** $V = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}\pi$ **D.** $V = \dfrac{-16+5\sqrt{5}}{12}\pi$

Câu 72: Một khối gạch hình lập phương (không thấm nước) có cạnh bằng 2 được đặt vào trong một chiếu phễu hình nón tròn xoay chứa đầy nước theo cách như sau: Một cạnh của viên gạch nằm trên mặt

nước (nằm trên một đường kính của mặt này); các đỉnh còn lại nằm trên mặt nón; tâm của viên gạch nằm trên trục của hình nón. Tính thể tích nước còn lại ở trong phễu (làm tròn 2 chữ số thập phân).

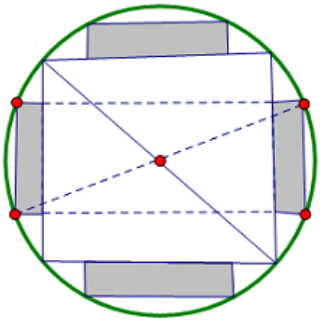
A. V =22,27 **B.** V =22,30 **C.** V =23.10 **D.** 20,64

Câu 73: Cho biết rằng hình chỏm cầu có công thức thể tích là $\frac{\pi h\left(3r^2+h^2\right)}{6}$, trong đó h là chiều cao chỏm cầu và r là bán kính đường tròn bề mặt chỏm cầu (bán kính này khác vớibán kính hình cầu). Bài hỏi đặt ra là với một quả dưa hấu hình cầu, người ta dùng một cái ống khoét thủng một lỗ hình trụ chưa rõ bán kính xuyên qua trái dưa như hình vẽ (trong hình có AB là đường kính trái dưa). Biết rằng chiều cao của lỗ là $12cm$ (trong hình trên, chiều cao này chính là độ dài HK). Tính thể tích của phần dưa còn lại.



A. $200\pi cm^3$ **B.** $96\pi cm^3$ **C.** $288\pi cm^3$ **D.** $144\pi cm^3$

Câu 74: Từ một khúc gỗ tròn hình trụ có đường kính bằng 40 cm, cần xả thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và bốn miếng phụ được tô màu xám như hình vẽ dưới đây. Tìm chiều rộng x của miếng phụ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất.



A. $x=\frac{3\sqrt{34}-17\sqrt{2}}{2}(cm)$ **B.** $x=\frac{3\sqrt{34}-19\sqrt{2}}{2}(cm)$

C. $x=\frac{5\sqrt{34}-15\sqrt{2}}{2}(cm)$ **D.** $x=\frac{5\sqrt{34}-13\sqrt{2}}{2}(cm)$

Câu 75: Một viên phấn bảng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5cm$, chiều dài $6cm$. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng các viên phấn đó với kích thước $6cm\times 5cm\times 6cm$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

A. 17. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 18.