

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$?

- A. $y = 2$. B. $y = -1$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Câu 2. Hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào ?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 3. Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$.

- A. $y_{CT} = 0$. B. $y_{CT} = 4$. C. $y_{CT} = -1$. D. $y_{CT} = 1$.

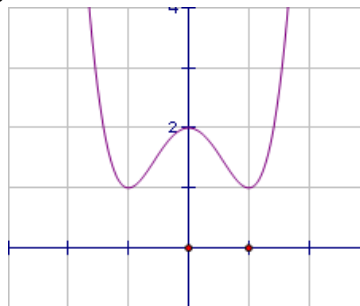
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.
D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = x^2 + 7x - 5$ và đồ thị hàm số $y = \frac{8x^2 + 9x - 11}{x + 1}$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$. Tính giá trị $T = M + m$.

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 0.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m + 6)x - (2m + 1)$ có cực đại và cực tiểu?

- A. $m < -2$ hoặc $m > 3$. B. $-2 < m < 3$. C. $m < 3$. D. $m < -3$ hoặc $m > 2$.

Câu 9. Cho hàm số có đồ thị $(C): y = 2x^3 - 3x^2 + 1$. Tìm trên (C) những điểm M sau cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 8.

- A. $M(0; 8)$. B. $M(-1; -4)$. C. $M(1; 0)$. D. $M(-1; 8)$.

Câu 10. Biết $M(-1; 0), N(1; -4)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Tính giá trị của hàm số tại $x = 3$.

- A. $y(3) = 14$. B. $y(3) = 20$. C. $y(3) = 16$. D. $y(3) = 22$.

Câu 11. Tìm tất cả các giá trị tham số m để hàm số $y = x^3 + (1 - 2m)x^2 + (2 - m)x + m + 2$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m \leq -\frac{7}{4}$. B. $m \leq -1$. C. $m \leq 2$. D. $m \leq \frac{5}{4}$.

Câu 12. Nếu $\log_7 x = 8 \log_7 ab^2 - 2 \log_7 a^3 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng bao nhiêu?

- A. $a^2 b^{14}$. B. $a^4 b^6$. C. $a^6 b^{12}$. D. $a^8 b^{14}$.

Câu 13. Tìm nghiệm của phương trình $4^{3x-2} = 16$.

- A. $x = 3$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = \frac{4}{3}$. D. $x = 5$.

Câu 14. Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$

- A. $(0; +\infty)$. B. $\left(1; \frac{6}{5}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $(-3; 1)$.

Câu 15. Cho $f(x) = x^2 \ln x$. Tìm đạo hàm cấp hai $f''(e)$.

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 2.

Câu 16. Cho $f(x) = \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}}$. Tính $f\left(\frac{13}{10}\right)$.

- A. $\frac{13}{10}$. B. 1. C. $\frac{11}{10}$. D. 4.

Câu 17. Cho $\log_2 5 = a$. Tính $\log_4 500$ theo a

- A. $\frac{1}{2}(3a+2)$. B. $3a+2$. C. $2(5a+4)$. D. $6a-2$.

Câu 18. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{x-1}} < \left(\frac{1}{2}\right)^4$.

- A. $(0; 1)$. B. $\left(\frac{5}{4}; +\infty\right)$. C. $\left(1; \frac{5}{4}\right)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 19. Tìm m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

- A. $m < 2$. B. $m > 2$. C. $-2 < m < 2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 20. Cho $\log_a x = \frac{1}{2} \log_a 9 - \log_a 5 + \log_a 2$ ($a > 0, a \neq 1$) Tìm x.

- A. $x = \frac{2}{5}$ B. $x = \frac{6}{5}$ C. $x = \frac{3}{5}$ D. $x = 3$

Câu 21. Tìm m để phương trình $x^4 - 6x^2 - \log_2 m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt trong đó 3 nghiệm lớn hơn -1.

- A. $\frac{1}{2^5} < m < 1$ B. $\frac{1}{2^9} < m < 1$ C. $\frac{1}{2^9} \leq m < 1$ D. $\frac{1}{2^5} \leq m < 1$

Câu 22. Biết rằng $f(x)$ là một hàm số liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[0;3]$ và

$$\int_0^3 f(x) dx = 2. \text{ Tính } I = \int_0^3 3f(x) dx.$$

- A. $I=3$ B. $I=2$ C. $I=9$ D. $I=6$.

Câu 23. Viết công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ với $a < b$.

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.
C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

Câu 24. Biết tích phân $I = \int_0^a (e^x + 3) dx = e + 2$, với $a > 0$. Tìm a.

- A. $a = \ln 2$. B. $a = e$. C. $a = 2$. D. $a = 1$.

Câu 25. Biết F(x) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5$. B. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{7}{2}$. C. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. D. $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9}{2}$.

Câu 26. Biết tích phân $\int_0^1 (x-3)e^x dx = a + be$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm tổng a + b.

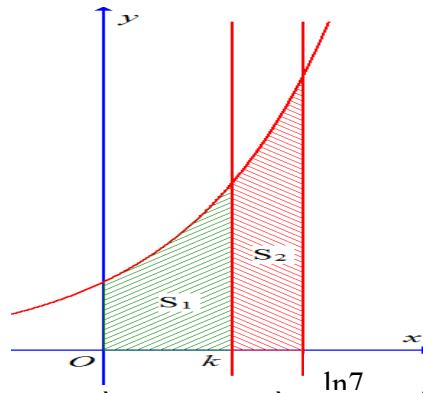
- A. $a + b = 25$. B. $a + b = 1$. C. $a + b = 7$. D. $a + b = -1$.

Câu 27. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 10m. B. 7m . C. 5m. D. 3m.

Câu 28. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = \ln 7$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 7$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1, S_2 và như hình vẽ bên. Tìm $x = k$ để $S_1 = S_2$.

- A. $k = \ln 4$ B. $k = \ln 2$ C. $k = \ln 3$. D. $k = 2 \ln 3$.



Câu 29: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

- A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2. B. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2. D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2i.

Câu 30: Với mọi số phức z . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $|z|$ là một số thực. B. $|z|$ là một số phức .
C. $|z|$ là một số thực dương. D. $|z|$ là một số thực không âm.

Câu 31: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn của số phức z_1 .

- A. $M(-1; 2)$. B. $M(-1; -2)$. C. $M(-1; -\sqrt{2})$. D. $M(-1; -\sqrt{2}i)$.

Câu 32: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)(z - i) + 2z = 2i$. Tìm môđun của số phức

$$w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}?$$

- A. $\sqrt{10}$. B. $-\sqrt{10}$. C. $\sqrt{8}$. D. $-\sqrt{8}$.

Câu 33: Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1 + 3i; z_2 = 1 + 5i$ và

$z_3 = 4 + i$. Số phức nào sau đây có điểm biểu diễn là D sao cho $ABCD$ là hình bình hành?

- A. $2 + 3i$. B. $2 - i$. C. $2 - 3i$. D. $3 + 5i$.

Câu 34: Tập hợp các điểm biểu diễn hình học của số phức $z = a + ai$ nằm trên đường thẳng nào sau đây?

- A. $y = x$. B. $y = 2x$. C. $y = -x$. D. $y = -2x$.

Câu 35: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AB = 2a$; $SD = 3a$. AC và BD cắt nhau tại O . Chiều cao của hình chóp $S.ABCD$ là đường thẳng nào sau đây?

- A. SA . B. SO . C. SC . D. SB .

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 38: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$, $AB' = a\sqrt{5}$. Tính theo a thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

- A. $V = a^3\sqrt{10}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

Câu 39: Mặt phẳng đi qua trục hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh có cạnh bằng $2R$. Diện tích toàn phần của khối trụ bằng:

- A. $4\pi R^2$. B. $6\pi R^2$. C. $8\pi R^2$. D. $2\pi R^2$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác đều cạnh bằng a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy (ABC) . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$ là:

- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{13}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{39}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{4}$.

Câu 41: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tính thể tích khối chóp $SAMN$?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 42: Người ta bỏ 4 quả bóng bàn cùng kích thước vào trong một hộp đựng hình trụ có đáy bằng với hình tròn đi qua tâm của quả bóng bàn và chiều cao bằng 5 lần đường kính của quả bóng bàn.

Gọi V_1 là tổng thể tích của 4 quả bóng bàn, V_2 là thể tích của hình trụ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{5}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{15}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{15}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + 4t, t \in \mathbb{R} \\ z = 5 - t \end{cases}$. Vector nào

dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 3; 5)$. C. $\vec{u}_3 = (0; 4; -1)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -4; -1)$.

Câu 44. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(1;2;3), B(3;-2;-9), C(2;0;0). Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

- A. G(2;0;-2). B. G(6;0;-6). C. G(3;0;-3). D. G(2;0;2).

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm A(1;0;1), B(3;2;1). Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

- A. $2x+y+z-6=0$. B. $x+y-5=0$. C. $x+y-3=0$. D. $x+y-1=0$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm I(2;-1;3) và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $4x+3y+4z=0$?

- A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 100$. B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 10$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 100$.

Câu 47. Cho hai đường thẳng d: $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ và d': $\begin{cases} x = -t' \\ y = 2 + 3t' \\ z = 2t' \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. d và d' chéo nhau và vuông góc với nhau. B. d và d' cắt nhau
C. d và d' chéo nhau D. d và d' vuông góc với nhau.

Câu 48. Cho tứ diện ABCD với A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3), $D \in Oy$. Tìm tọa độ điểm D để thể tích tứ diện bằng 5.

- A. D(0;8;0). B. D(0;8;0), D(0;-7;0).
C. D(0;8;0), D(0;7;0). D. D(8;0;0), D(0;-7;0).

Câu 49. Cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 1$. Viết phương trình mặt cầu có tâm là gốc tọa độ và tiếp xúc với mặt cầu (S).

- A. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 16 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \end{cases}$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ D. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

Câu 50. Cho điểm S(0;0;1) và hai điểm M, N lần lượt chuyển động trên hai bán trục dương Ox, Oy sao cho OM+ON=1. Tính giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện S.OMN.

- A. $V = \frac{1}{24}$. B. $V = \frac{1}{12}$. C. $V = \frac{1}{6}$. D. $V = \frac{1}{21}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	11	D	21	A	31	C	41	A
2	B	12	A	22	D	32	A	42	B
3	A	13	C	23	A	33	B	43	C
4	C	14	B	24	D	34	A	44	A
5	D	15	C	25	D	35	B	45	C
6	D	16	A	26	A	36	D	46	D
7	A	17	A	27	C	37	C	47	A
8	A	18	C	28	A	38	D	48	B
9	B	19	B	29	A	39	A	49	A
10	C	20	B	30	C	40	C	50	A

LỜI GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG

Câu 8.

* Ta có: $y' = x^2 + 2mx + (m + 6)$

Đồ thị hàm số có cực đại và cực tiểu khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - (m + 6) > 0$

$\Rightarrow$ Chọn câu **A.** $m < -2$ hoặc $m > 3$.

Câu 9.

* Thay tọa độ của điểm M ở 4 câu trả lời vào $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ ta loại câu A và câu D (vì M thuộc (C)).

Ta có: $y' = 6x^2 - 6x$.

$y'(1) = 0 \Rightarrow$ Tiếp tuyến tại $M(1; 0)$ là: $y = 0$

$\Rightarrow$ chọn câu **B.** $M(-1; -4)$.

Câu 10.

* Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y'(1) = 0 \\ y(-1) = 0 \\ y(1) = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -a + b - c + d = 0 \\ a + b + c + d = -4 \end{cases}$$

Giải ra ta được: $a = 1$; $b = 0$; $c = -3$; $d = -2$. $\Rightarrow y(3) = 16$.

$\Rightarrow$ chọn câu **C.** $y(3) = 16$.

Câu 11.

* Ta có $y' = 3x^2 + 2(1 - 2m)x + (2 - m)$

Ycbt $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (0; +\infty)$

Do đáp án bài toán thuận tiện cho việc thử các giá trị của m, nên ta dễ dàng giải bằng máy tính cầm tay. Nhập y' vào máy tính và dùng chức năng **CALC** với X là một giá trị bất kì trong khoảng $(0; +\infty)$ và M là 1 trong 4 giá trị có trong đáp án.

$\Rightarrow$ chọn câu **D.** $m \leq \frac{5}{4}$.

Câu 19.

* Ta có: $(2^x)^2 - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khi $X^2 - 2m \cdot X + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm dương. Ta tìm 2 nghiệm dương của pt bậc 2 $X^2 - 2m \cdot X + m + 2 = 0$ bằng máy tính bằng cách cho m nhận giá trị $m = 1$ (loại câu A, C, D).

$\Rightarrow$ chọn câu **B.** $m > 2$.

Câu 21.

* Ta giải phương trình bậc 2 $X^2 - 6X - \log_2 m = 0$ với $m = \frac{1}{2^5}$ được nghiệm $\begin{cases} X = 1 \\ X = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$ có 2 nghiệm không lớn hơn -1. Suy ra ta loại câu D, từ đó loại luôn câu B và C.

$\Rightarrow$ chọn câu **A.** $\frac{1}{2^5} < m < 1$

Câu 26.

Ta có: $\int_0^1 (x-3)e^x dx = 4 - 3e = a + be$.

$\Rightarrow$ chọn câu **A.** $a + b = 1$.

Câu 27.

Chọn gốc thời gian: $t = 0$ lúc người lái đạp phanh.

Lúc dừng lại thì vận tốc $v(t) = -40t + 20 = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$.

Ta có: $s = \int_0^{\frac{1}{2}} v(t) dt = \int_0^{\frac{1}{2}} (-40t + 20) dt = 5$.

$\Rightarrow$ chọn câu **C.** 5m.

Câu 28.

$S_1 = \int_0^k |e^x| dx = e^k - 1$, $S_2 = \int_k^{\ln 7} |e^x| dx = 7 - e^k$.

$S_1 = S_2 \Leftrightarrow e^k - 1 = 7 - e^k \Leftrightarrow 2e^k = 8 \Leftrightarrow e^k = 4 \Leftrightarrow k = \ln 4$.

$\Rightarrow$ chọn câu **A.** $k = \ln 4$

Câu 32:

Ta có

$$(1+i)(z-i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (1+i+2)z = 2i + (1+i)i$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2i + (1+i)i}{1+i+2} = i.$$

Khi đó

$$w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2} = \frac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i.$$

$\Rightarrow |w| = \sqrt{10}$. Chọn câu A.

Câu 33:

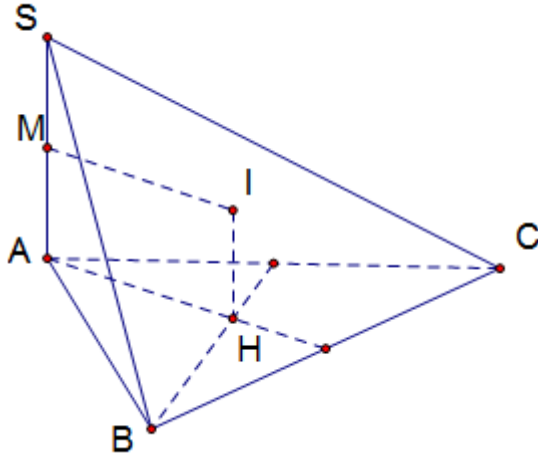
Ta có $A(-1;3), B(1;5), C(4;1)$

Đề tứ giác $ABCD$ khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(2;-1)$. Chọn câu B.

Câu 34: Số phức $z = a + ai$ có điểm biểu diễn là $M(a;a)$. Suy ra điểm M nằm trên đường thẳng $y = x$.

Chọn câu A.

Câu 40:



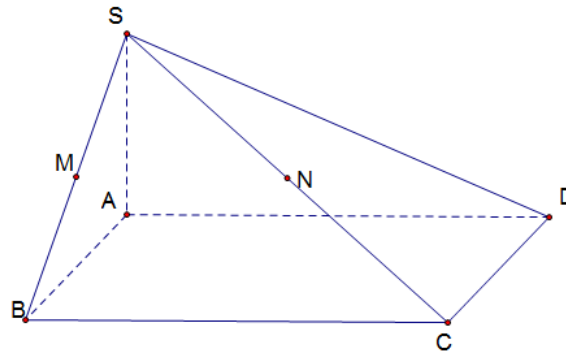
Gọi H là tâm của tam giác ABC . Qua H dựng đường thẳng d vuông góc với (ABC) .

Dựng mặt phẳng trung trực của cạnh AB cắt d tại I . Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$.

$$\text{Ta có } AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}; AM = \frac{1}{2}SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Bán kính } R = IA = \sqrt{IH^2 + AH^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}. \quad \boxed{\text{Chọn câu C.}}$$

Câu 41:



Ta có: Góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SDA} = 60^\circ$. Khi đó $SA = AD \cdot \tan 60^\circ = 2\sqrt{3}a$.

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3}a \cdot (2a)^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}a^3.$$

$$\frac{V_{SAMN}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{1}{4}V_{SABC} = \frac{1}{8}V_{SABCD} = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3. \quad \text{Chọn câu A.}$$

Câu 42:

* Gọi R là bán kính của quả bóng bàn thì hộp đựng hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao $h = 5.2R = 10R$.

Ta có: $V_1 = 4 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R^3 = \frac{16}{3} \pi R^3$.

$V_2 = \pi \cdot R^2 \cdot 10R = 10\pi R^3$

Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{8}{15}$. đáp án là B.

Câu 48.

* Gọi $D(0; y; 0)$. Ta có $V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = \frac{1}{6} |-4y + 2|$

$V = 5 \Leftrightarrow |2y - 1| = 15 \Leftrightarrow y = 8 \vee y = -7$.

$\Rightarrow$ chọn câu A. $D(0; 8; 0)$, $D(0; -7; 0)$.

Câu 49.

- Khoảng cách giữa hai tâm là $OI = 3$.
- Gọi R là bán kính mặt cầu cần lập.
- Nếu hai mặt cầu tiếp xúc ngoài $R + 1 = OI \Rightarrow R = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
- Nếu hai mặt cầu tiếp xúc trong thì $|R - 1| = OI \Rightarrow R = 4$, do $R > 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

Câu 50.

* Gọi $M(a; 0; 0)$, $N(0; b; 0)$. $OM + ON = 1$ suy ra $a + b = 1$.

$V_{S.OMN} = \frac{1}{3} OS \cdot S_{OMN} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} a \cdot b \leq \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 = \frac{1}{24}$. Vậy $V_{\max} = \frac{1}{24} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ chọn câu A. $V = \frac{1}{24}$.