

CHUYÊN ĐỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN
QUAN HỆ SONG SONG

BÀI GIẢNG ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG

Mục tiêu

❖ **Kiến thức**

- + Nhận biết được đường thẳng song song với mặt phẳng.
- + Nắm được phương pháp chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.

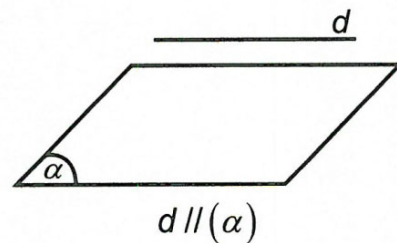
❖ **Kỹ năng**

- + Thành thạo các kỹ năng chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.

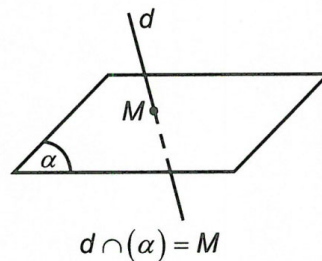
I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

Vị trí tương đối của đường thẳng với mặt phẳng trong không gian

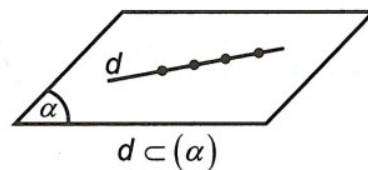
Đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) khi chúng không có điểm chung.



Đường thẳng d cắt mặt phẳng (α) khi chúng có một điểm chung duy nhất.

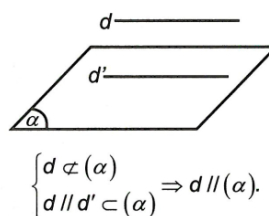


Đường thẳng d được chứa trong mặt phẳng (α) khi đường thẳng d và mặt phẳng (α) có hai điểm chung trở lên.

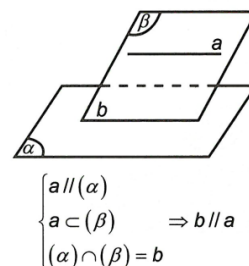


Tính chất

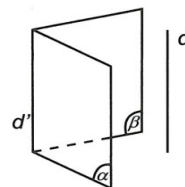
a) Nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (α) thì d song song với (α) . Khi và chỉ khi d song song với đường thẳng d' nằm trong (α) .



b) Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b song song với a .

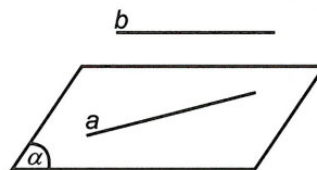


c) Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.



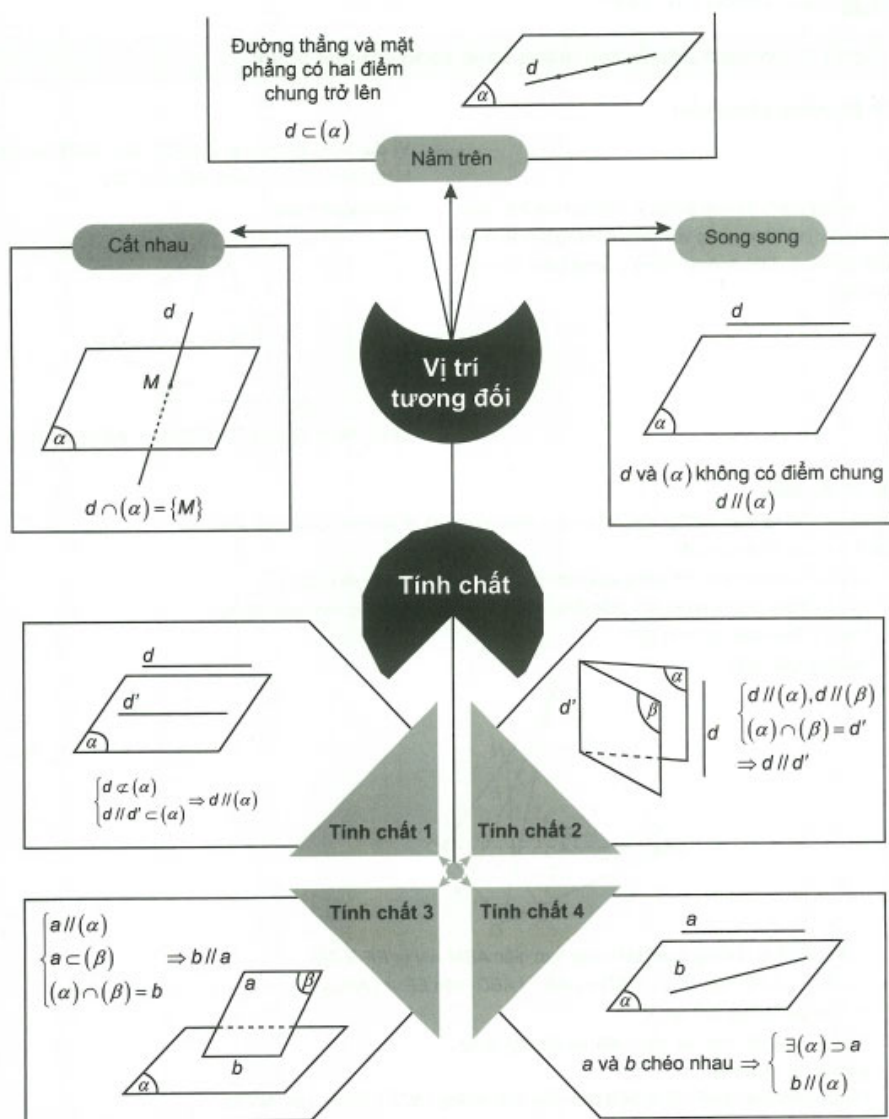
$$\begin{cases} d \parallel (\alpha), d \parallel (\beta) \\ (\alpha) \cap (\beta) = d' \end{cases} \Rightarrow d \parallel d'$$

d) Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường này và song song với đường thẳng kia.



$$a \text{ và } b \text{ chéo nhau} \Rightarrow \exists (\alpha) \supset a \text{ và } b \parallel (\alpha).$$

SƠ ĐỒ HỆ THỐNG HÓA



II. CÁC DẠNG BÀI TẬP

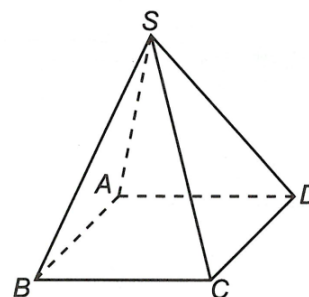
Dạng 1: Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

Phương pháp giải

Chứng minh đường thẳng d không nằm trên mặt phẳng (α) và song song với đường thẳng d' nằm trên mặt phẳng (α) thì đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) .

Ví dụ: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Chứng minh $AB \parallel (SCD)$.

Hướng dẫn giải



Ta có $AB \parallel CD$ mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow$
 $AB \parallel (SCD)$.

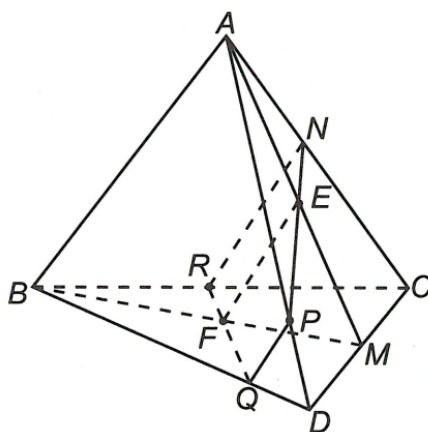
Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M là trung điểm của CD , E là trung điểm của AM và F là trung điểm của BM .

a) Chứng minh rằng EF song song với các mặt phẳng (ABC) và (ABD) .

b) Lấy điểm N trên cạnh AC . Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (NEF) . Thiết diện là hình gì?

Hướng dẫn giải



a) Ta có EF là đường trung bình của tam giác ABM suy ra $EF \parallel AB$.

Do $AB \subset (ABC)$ nên $EF \parallel (ABC)$ và $AB \subset (ABD)$ nên $EF \parallel (ABD)$.

b) Kéo dài NE cắt AD tại P .

Do $EF \parallel (ABD)$ nên kẻ $Px \parallel AB$ và cắt BD tại Q .

Kẻ QF cắt BC tại R .

Khi đó hình thang $NPQR$ là thiết diện của mặt phẳng (NEF) với tứ diện $ABCD$.

Ví dụ 2. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 2MC$.

Chứng minh đường thẳng MG song song với mặt phẳng (ACD) .

Hướng dẫn giải

Gọi I là trung điểm của AD .

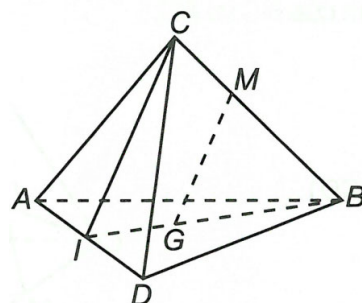
Ta có G là trọng tâm $\triangle ABD$ khi đó $\frac{BG}{BI} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác, $M \in BC$ và $BM = 2MC \Rightarrow \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$.

Từ đó suy ra $\frac{BG}{BI} = \frac{BM}{BC}$.

Áp dụng định lý Ta-lét đảo suy ra $GM \parallel CI$.

Mà $CI \subset (ACD)$ nên $GM \parallel (ACD)$.



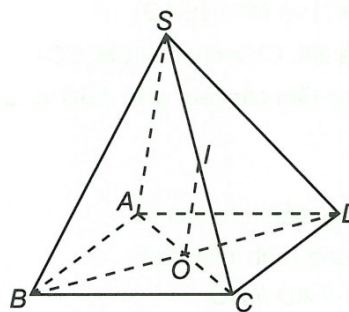
Ví dụ 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Chứng minh đường thẳng OI song song với mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SAD) .

Hướng dẫn giải

Ta có IO là đường trung bình của tam giác SAC suy ra $IO \parallel SA$.

Do $SA \subset (SAB)$ và $SA \subset (SAD)$ từ đó suy ra $IO \parallel (SAB)$ và

$IO \parallel (SAD)$.



Ví dụ 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD .

a) Chứng minh đường thẳng MN song song với mặt phẳng (ACD) .

b) E là điểm nằm ở miền trong của tam giác ACD . Tìm giao điểm của đường thẳng BE và mặt phẳng (AMN) .

Hướng dẫn giải

a) Vì M, N lần lượt là trung điểm của BC, BD nên $MN \parallel CD$.

Ta có $\begin{cases} CD \subset (ACD) \\ MN \not\subset (ACD) \end{cases}$. Do đó $MN \parallel (ACD)$.

b) Trong (ACD) gọi $\{F\} = AE \cap CD$.

Ta có $BE \subset (ABF)$.

Xét (ABF) và (AMN) , có $A \in (ABF) \cap (AMN)$.

Trong (BCD) có $\{I\} = BF \cap MN$.

$\Rightarrow I \in (ABF) \cap (AMN)$

Suy ra $AI = (ABF) \cap (AMN)$.

Trong (ABF) gọi $\{H\} = BE \cap AI$. Suy ra $\{H\} = BE \cap (AMN)$.

Ví dụ 5. Cho tứ diện $ABCD$ có I, J là trọng tâm các tam giác ABC, ABD . Chứng minh $IJ \parallel (BCD)$.

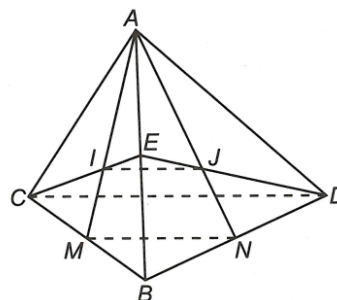
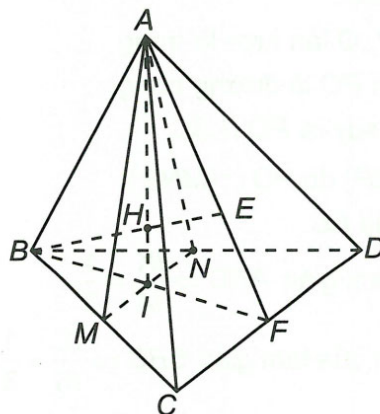
Hướng dẫn giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và BD .

Khi đó $\frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}$.

Suy ra $IJ \parallel MN$.

Mà $MN \subset (BCD) \Rightarrow IJ \parallel (BCD)$.



Ví dụ 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD .

a) Chứng minh: $MN \parallel (SBC)$ và $MN \parallel (SAD)$.

b) Gọi P là trung điểm của SA . Chứng minh SB, SC đều song song với (MNP) .

c) Gọi K, L lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và SBC .

Chứng minh $KL \parallel (SAC)$.

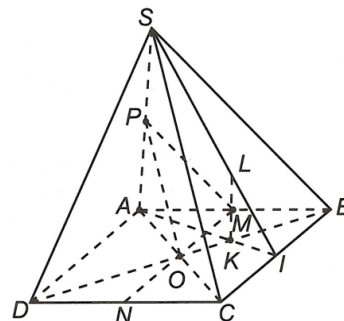
Hướng dẫn giải

a) Do M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD nên MN là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ nên $MN \parallel AD \parallel BC$.

Từ đó suy ra $MN \parallel (SAD)$ và $MN \parallel (SBC)$.

b) Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Ta có PM là đường trung bình của tam giác SAB suy ra $PM \parallel SB$ nên $SB \parallel (MNP)$.

Do MN là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ suy ra



$O \in MN$.

Xét tam giác SAC có P, O lần lượt là trung điểm của SA và AC nên PO là đường trung bình của tam giác SAC suy ra $PO \parallel SC$.

Từ đó suy ra $SC \parallel (MNP)$ do $PO \subset (MNP)$.

c) Gọi I là trung điểm của BC .

Do K là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \frac{IK}{IA} = \frac{1}{3}$.

Tương tự L là trọng tâm của tam giác $SBC \Rightarrow \frac{IL}{IS} = \frac{1}{3}$.

Từ đó ta có $\frac{IK}{IA} = \frac{IL}{IS} \Rightarrow KL \parallel SA$ nên $KL \parallel (SAC)$.

Bài tập tự luyện dạng 1

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu $a \parallel (P)$ thì tồn tại trong (P) đường thẳng b để $b \parallel a$.

C. Nếu $\begin{cases} a \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$ thì $a \parallel b$.

D. Nếu $a \parallel (P)$ và đường thẳng b cắt mặt phẳng (P) thì hai đường thẳng a và b cắt nhau.

Câu 2: Cho mặt phẳng (α) và đường thẳng $d \not\subset (\alpha)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Nếu $d \parallel (\alpha)$ thì trong (α) tồn tại đường thẳng Δ sao cho $\Delta \parallel d$.

B. Nếu $d \parallel (\alpha)$ và $b \subset (\alpha)$ thì $b \parallel d$.

C. Nếu $d \cap (\alpha) = \{A\}$ và $d' \subset (\alpha)$ thì d và d' hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

D. Nếu $d \parallel c$; $c \subset (\alpha)$ thì $d \parallel (\alpha)$.

Câu 3: Cho các mệnh đề:

1. $a \parallel b, b \subset (P) \Rightarrow a \parallel (P)$.

2. $a \parallel (P), a \subset (Q)$ với $\forall (Q)$ và $(Q) \cap (P) = b \Rightarrow b \parallel a$.

3. Nếu hai mặt phẳng cắt nhau cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng cũng song song với đường thẳng đó.

4. Nếu a, b là hai đường thẳng chéo nhau thì có vô số mặt phẳng chứa a và song song với b .

Số mệnh đề đúng là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 4: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\triangle SAB; \triangle SCD$. Khi đó MN song song với mặt phẳng

A. (SAC) .

B. (SBD) .

C. (SAB) .

D. $(ABCD)$.

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm $\triangle ABD$ và M là điểm trên cạnh BC , sao cho $BM = 2MC$. Đường thẳng MG song song với

A. (ABD) .

B. (ABC) .

C. (ACD) .

D. (BCD) .

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB và SAD . E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $IJ \parallel (SAD)$.

B. $IJ \parallel (ABD)$.

C. $IJ \parallel (SAB)$.

D. $IJ \parallel (SDB)$.

Câu 8: Đường thẳng $a \parallel (P)$ nếu

A. $a \parallel b$ và $b \parallel (P)$.

B. $a \cap (P) = a$.

C. $a \cap (P) = b$.

D. $a \parallel b, b \subset (P)$ và $a \not\subset (P)$.

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC . Xét vị trí tương đối của MN và mp (BCD) . Khẳng định nào đúng?

A. MN song song với (BCD) .

B. MN cắt (BCD) .

C. MN chứa trong (BCD) .

D. Không xác định được vị trí tương đối.

Câu 10: Cho tứ diện $ABCD$, gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm tam giác BCD và ACD . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

B. Ba đường thẳng BG_1, AG_2 và CD đồng quy.

C. $G_1G_2 \parallel (ABC)$.

D. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang. Gọi P, Q lần lượt là hai điểm nằm trên cạnh SA và SB sao cho $\frac{SP}{SA} = \frac{SQ}{SB} = \frac{1}{3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. PQ cắt $(ABCD)$.

B. $PQ \subset (ABCD)$.

C. $PQ \parallel (ABCD)$.

D. PQ và CD chéo nhau.

Câu 12: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng, có tâm lần lượt là O và O' . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $OO' \parallel (ABEF)$.

B. $OO' \parallel (ADF)$.

C. $OO' \parallel (BDF)$.

D. $OO' \parallel (ABCD)$.

Dạng 2: Dựng thiết diện song song với một đường thẳng

Phương pháp giải

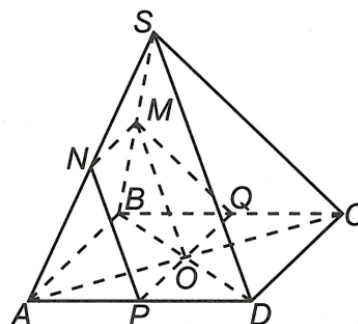
Sử dụng định lí:

Cho đường thẳng d song song với mặt phẳng

Nếu mặt phẳng chứa d và cắt theo giao tuyến thì song song với d .

Ví dụ: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$, O là tâm hình bình hành $ABCD$. M là trung điểm của SB . Tìm thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$ nếu (α) đi qua M ; song song với SD và CD .

Hướng dẫn giải



Ta có $M \in (\alpha)$ và $M \in (SAB)$.

Mặt khác $CD \parallel (\alpha)$ suy ra $(\alpha) \cap (SAB) = Mx$ trong đó $Mx \parallel CD$ và $Mx \cap SA = \{N\}$.

Ta lại có MO là đường trung bình của tam giác SBD nên $MO \parallel SD \Rightarrow O \in (\alpha)$.

Suy ra $(\alpha) \cap (ABCD) = Oy$, $Oy \parallel CD$ và Oy cắt AD và BC lần lượt tại P, Q .

Vậy $MNPQ$ là thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$.

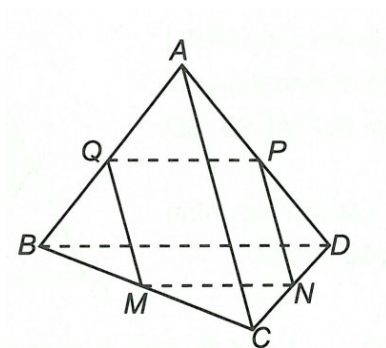
Ví dụ mẫu

Ví dụ 1. Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh BC, CD, AD lấy các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của chúng.

Dựng thiết diện của $ABCD$ với mặt phẳng (MNP) .

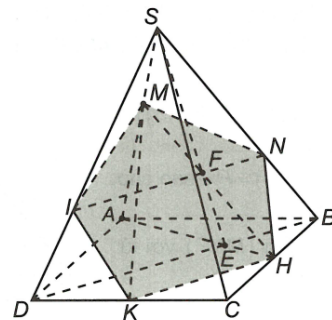
Hướng dẫn giải

Ta có MN là đường trung bình của tam giác BCD nên $MN \parallel BD$.



Dựng thiết diện tạo bởi (MNP) với tứ diện $ABCD$ là ta tìm các giao điểm của (MNP) với tất cả các cạnh tứ diện đó.

Gọi $\{E\} = AH \cap BD$; nối SE cắt MH tại F . Do $HK \parallel BD$ nên giao tuyến của (MHK) với mặt phẳng (SBD) là đường thẳng đi qua F và song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại N, I .
Suy ra thiết diện của (MHK) với hình chóp $S.ABCD$ là ngũ giác $MNHKI$.



Ví dụ 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, CDA, ABC . Dựng thiết diện của $ABCD$ với mặt phẳng (IJK) .

Hướng dẫn giải

Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD .

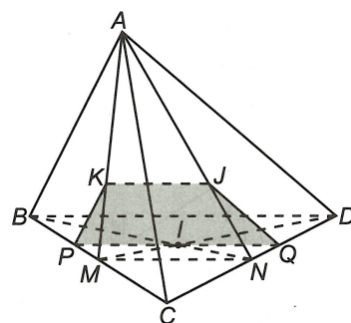
Do K, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và ACD nên

$$\frac{AK}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3}.$$

Áp dụng định lý Ta-lét suy ra $KJ \parallel MN$.

Suy ra $(KIJ) \cap (BCD) = l_x$, trong đó $l_x \parallel MN$.

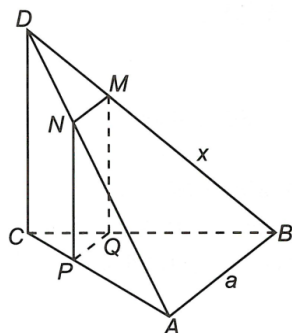
Giả sử l_x cắt BC, CD lần lượt tại P và Q . Vậy thiết diện của mặt phẳng (KIJ) với tứ diện $ABCD$ là tứ giác $KPQJ$.



Ví dụ 5. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với CD , tam giác BCD vuông tại C và góc $\widehat{BDC} = 30^\circ$. M là một điểm thay đổi trên cạnh BD ; $AB = BD = a$; đặt $BM = x$. Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với AB, CD .

- Dựng thiết diện của tứ diện với (α) .
- Tính diện tích S của thiết diện.
- Xác định vị trí của M trên BD để S lớn nhất.

Hướng dẫn giải



- Qua M dựng đường thẳng song song với AB cắt AD tại N .

Qua M, N dựng các đường thẳng song song với CD cắt BC, AC lần lượt tại Q, P . Tứ giác $MNPQ$ là thiết diện tạo bởi mặt phẳng (α) với tứ diện $ABCD$.

b) Theo cách dựng trên ta có $NP \parallel MQ$.

Mặt khác $AB \parallel (MNPQ)$ mà AB và PQ cùng nằm trên mặt phẳng (ABC) nên $AB \parallel PQ$.

Suy ra $PQ \parallel MN$ hay tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.

Ta lại có $CD \perp AB \Rightarrow MN \perp NP$. Vậy $MNPQ$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác BCD , có $CD = BD \cdot \cos \widehat{BDC} = a \cdot \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $MQ \parallel CD$ suy ra $\frac{BM}{BD} = \frac{MQ}{CD} \Rightarrow MQ = \frac{BM}{BD} \cdot CD = \frac{x}{a} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Ta cũng có $\frac{DM}{DB} = \frac{MN}{AB} \Rightarrow MN = \frac{DM}{DB} \cdot AB = DM = a - x$.

Vậy diện tích của thiết diện $MNPQ$ là $S = MN \cdot MQ = (a - x) \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2}$.

c) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương $a - x$ và x .

Ta có $a = a - x + x \geq 2\sqrt{(a - x)x} \Rightarrow (a - x)x \leq \frac{a^2}{4}$.

Suy ra $S \leq \frac{a^2}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a - x = x \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$ hay M là trung điểm của BD .

Vậy diện tích của thiết diện lớn nhất khi M là trung điểm của BD .

Bài tập tự luyện dạng 2

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$, điểm M thuộc đoạn AC . Mặt phẳng (α) qua M song song với AB và AD .

Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là hình gì?

A. Hình tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình thang.

D. Hình ngũ giác.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$, điểm G là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (α) qua G , song song với AB và CD . (α) cắt trung tuyến AM của tam giác ACD tại K . Chọn khẳng định đúng.

A. (α) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình tam giác.

B. $AK = \frac{2}{3}AM$.

C. $AK = \frac{1}{3}AM$.

D. Giao tuyến của (α) và (CBD) cắt CD .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (P) qua BD và song song với SA . Khi đó mặt phẳng (P) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một

A. hình thang.

B. hình chữ nhật.

C. hình bình hành.

D. tam giác.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$, gọi M là trung điểm AB , mặt phẳng (α) qua M song song với SB và AD , thiết diện của hình chóp cắt bởi (α) là hình gì?

A. Hình bình hành.

B. Hình thang.

C. Tứ giác.

D. Ngũ giác.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

A. tam giác IBC .

B. hình thang $IJBC$ (J là trung điểm SD).

C. hình thang $IGBC$ (G là trung điểm của SB).

D. tứ giác $IBCD$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. M là một điểm thuộc đoạn SB (M không trùng với S và B). Mặt phẳng (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là

A. hình bình hành.

B. tam giác.

C. hình chữ nhật.

D. hình thang.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Dạng 1. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

1-B	2-B	3-A	4-B	5-D	6-C	7-B	8-D	9-A	10-D
11-C	12-B								

Câu 2.

Mệnh đề B sai vì b và d có thể chéo nhau.

Câu 3.

Nếu a , b là hai đường thẳng chéo nhau thì chỉ có một mặt phẳng chứa a và song song với b nên mệnh đề 4 sai.

Câu 4.

Nếu a , b là hai đường thẳng chéo nhau thì chỉ có một mặt phẳng chứa a và song song với b .

Câu 5.

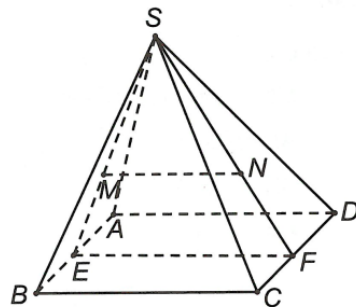
Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Do M ; N là trọng tâm tam giác SAB , SCD nên S, M, E thẳng hàng;
 S, N, F thẳng hàng.

Xét $\triangle SEF$ có $\frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} = \frac{SN}{SF}$ nên theo định lý Ta-lét ta có

$$MN \parallel EF.$$

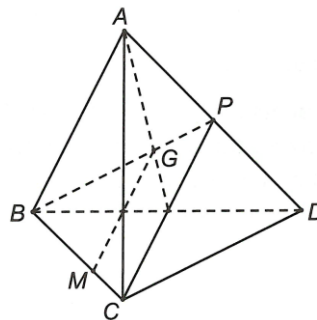
Mà $EF \subset (ABCD)$ nên $MN \parallel (ABCD)$.

**Câu 6.**

Gọi P là trung điểm của AD .

Ta có $\frac{BG}{BP} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$ nên $GM \parallel PC$ mà $PC \subset (ACD)$.

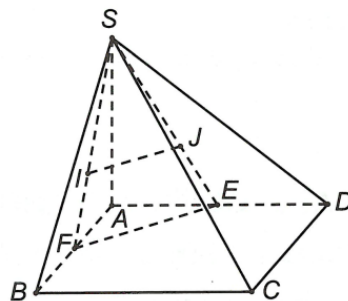
Vậy $GM \parallel (ACD)$.

**Câu 7.**

Vì I ; J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SAB nên

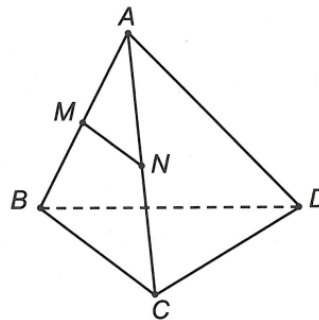
$$\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel EF.$$

Do $EF \subset (ABD)$ nên $IJ \parallel (ABD)$.

**Câu 8.**

Câu A sai vì a có thể nằm trong (P) . Câu B vì đường thẳng song song với mặt phẳng khi đường thẳng và mặt phẳng không có điểm chung. Câu C sai vì a và (P) không có điểm chung.

Câu 9. $MN \parallel BC \subset (BCD) \Rightarrow MN \parallel (BCD)$.



Câu 10.

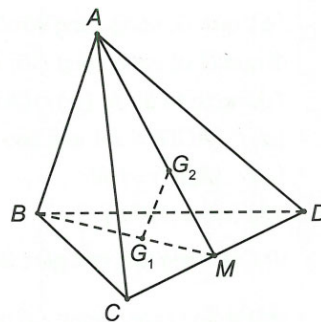
Gọi M là trung điểm của CD . Xét $\triangle ABM$ ta có

$$\frac{MG_1}{MB} = \frac{MG_2}{MA} = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} G_1G_2 \parallel AB \\ G_1G_2 = \frac{1}{3}AB \end{cases} \Rightarrow \text{D sai.}$$

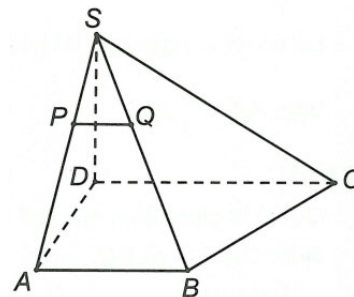
Vì $G_1G_2 \parallel AB \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABD) \Rightarrow \text{A đúng.}$

Vì $G_1G_2 \parallel AB \Rightarrow G_1G_2 \parallel (ABC) \Rightarrow \text{C đúng.}$

Ba đường BG_1, AG_2, CD đồng quy tại $M \Rightarrow \text{B đúng.}$

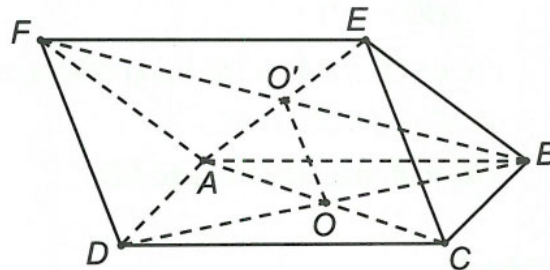
**Câu 11.**

$$\begin{cases} PQ \parallel AB \\ AB \subset (ABCD) \Rightarrow PQ \parallel (ABCD). \\ PQ \not\subset (ABCD) \end{cases}$$

**Câu 12.**

Có O là trung điểm của BD ; O' là trung điểm của BF nên $OO' \parallel DF$.

Vì $DF \subset (ADF)$ nên $OO' \parallel (ADF)$.

**Dạng 2. Dựng thiết diện song song với một đường thẳng**

1-A	2-B	3-D	4-B	5-B	6-D				
-----	-----	-----	-----	-----	-----	--	--	--	--

Câu 1.

(α) và (ABC) có M chung, (α) song song với AB , $AB \subset (ABC)$

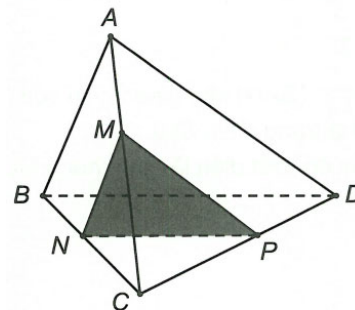
$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABC) = Mx$, $Mx \parallel AB$ gọi $Mx \cap BC = \{N\}$.

(α) và (ACD) có M chung, (α) song song với AD , $AD \subset (ACD)$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ACD) = My$, $My \parallel AD$ và $My \cap CD = \{P\}$.

Ta có $(\alpha) \cap (ABC) = MN$; $(\alpha) \cap (ACD) = MP$; $(\alpha) \cap (BCD) = NP$.

Thiết diện của (α) với tứ diện $ABCD$ là tam giác MNP .



Câu 2.

(α) qua G , song song với $CD \Rightarrow (\alpha) \cap (BCD) = HI$ (giao tuyến đi qua G và song song CD , $H \in BC$, $I \in CD$).

Tương tự ta được $(\alpha) \cap (ABD) = IJ$ sao cho $IJ \parallel AB$.

$(\alpha) \cap (ACD) = JN$ sao cho $JN \parallel CD$.

$(\alpha) \cap (ABC) = HN$.

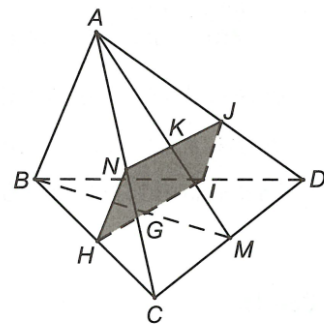
Vậy (α) là $(HNJI)$.

Vì G là trọng tâm tam giác BCD mà $IG \parallel CD$ nên $\frac{BG}{BM} = \frac{BI}{BC} = \frac{2}{3}$.

Mặt khác IJ song song AB nên $\frac{BI}{BC} = \frac{AJ}{AD} = \frac{2}{3}$.

Lại có JK song song DM (vì $K \in AM$, $M \in CD$) nên $\frac{AK}{AM} = \frac{AJ}{AD} = \frac{2}{3}$.

Vậy $AK = \frac{2}{3} AM$.

**Câu 3.**

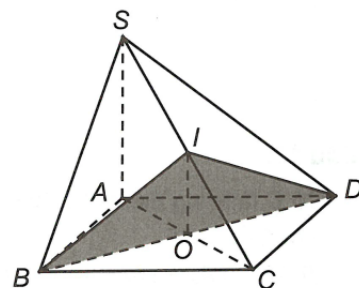
Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và $BD \Rightarrow I$ là trung điểm của AC và BD .

$\begin{cases} (P) \parallel SA \\ BD \subset (P) \end{cases} \Rightarrow (P) \cap (SAC) = OI.$

Khi đó $OI \parallel SA$ và I là trung điểm của SC . $(P) \cap (SBC) = BI$ và

$(P) \cap (SCD) = ID$.

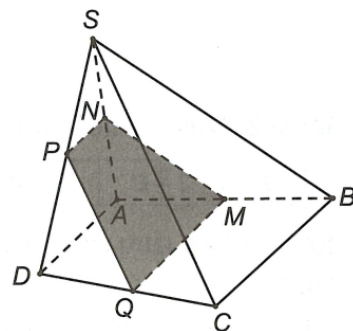
Vậy thiết diện là tam giác BDI .

**Câu 4.**

(α) song song với SB nên (α) cắt (SAB) theo giao tuyến MN với N là trung điểm SA .

(α) song song với AD nên (α) cắt $(ABCD)$ và (SAD) theo giao tuyến MQ và NP với P, Q là trung điểm của SD và $MQ \parallel AD$.

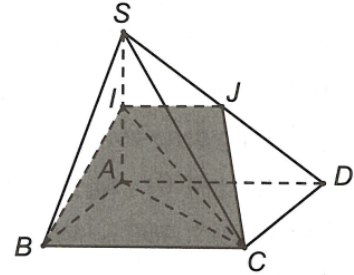
Ta được thiết diện là hình thang $MNPQ$.



Câu 5.

$BC \parallel (SAD)$ nên giao tuyến của (IBC) và (SAD) là IJ (J là trung điểm SD).

Khi đó thiết diện là hình thang $IJCB$.



Câu 6.

Ta có M là một điểm thuộc đoạn SB với M khác S và B .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} M \in (ADM) \cap (SBC) \\ AD \subset (ADM) \\ BC \subset (SBC) \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow (ADM) \cap (SBC) = Mx \text{ sao cho } Mx \parallel BC \parallel AD.$$

Gọi $\{N\} = Mx \cap SC$ thì (ADM) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện

là tứ giác $AMND$. Vì $MN \parallel AD$ và MN với AD không bằng nhau nên tứ giác $AMND$ là hình thang.

