CHỦ ĐỀ 01: CƠ BẢN VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU HÀM SỐ

LÝ THUYẾT

❖ **Điều kiện để hàm số đơn điệu trên khoảng K.**

- **Định nghĩa 1.**

Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y=f(x)$ là một hàm số xác định trên K, ta nói:

Hàm số $y=f(x)$ được gọi là **đồng biến** (tăng) trên K nếu

$$\forall x_1,x_2\in K, x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$$

Hàm số $y=f(x)$ được gọi là **nghịch biến** (giảm) trên K nếu

$$\forall x_1,x_2\in K, x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$$

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K gọi chung là **đơn điệu** trên K.

❖ **Nhận xét.**

- **Nhận xét 1.**
  - Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến (nghịch biến) trên D thì hàm số $f(x)+g(x)$ cũng đồng biến *(nghịch biến)* trên D. Tính chất này có thể không đúng đối với hiệu $f(x)-g(x)$.
- **Nhận xét 2.**
  - Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số dương và cùng đồng biến (nghịch biến) trên D thì hàm số $f(x).g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên D. Tính chất này có thể không đúng khi các hàm số $f(x),g(x)$ không là các hàm số dương trên D.
- **Nhận xét 3.**
  - Cho hàm số $u=u(x)$, xác định với $x\in(a;b)$ và $u(x)\in(c;d)$. Hàm số $f[u(x)]$ cũng xác định với $x\in(a;b)$. Ta có nhận xét sau:
  - Giả sử hàm số $u=u(x)$ đồng biến với $x\in(a;b)$. Khi đó, hàm số $f[u(x)]$ đồng biến với $x\in(a;b)\Leftrightarrow f(u)$ đồng biến với $u\in(c;d)$.
  - Giả sử hàm số $u=u(x)$ nghịch biến với $x\in(a;b)$. Khi đó, hàm số $f[u(x)]$ nghịch biến với $x\in(a;b)\Leftrightarrow f(u)$ nghịch biến với $u\in(c;d)$.

❖ **Định lí 1.**

- Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K. Khi đó:

Nếu hàm số đồng biến trên khoảng K thì $f'(x)\geq 0,\forall x\in K$.

Nếu hàm số nghịch biến trên khoảng K thì $f'(x)\leq 0,\forall x\in K$.

❖ **Định lí 2.**

- Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K. Khi đó:

Nếu $f'(x)>0,\forall x\in K$ thì hàm số f đồng biến trên K.

Nếu $f'(x)<0,\forall x\in K$ thì hàm số f nghịch biến trên K.

Nếu $f'(x)=0,\forall x\in K$ thì hàm số f không đổi trên K.

❖ **Định lý về điều kiện đủ để hàm số đơn điệu:**

- Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K. Khi đó:

  Nếu $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f đồng biến trên K.

  Nếu $f'(x)\leq 0,\ \forall x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f nghịch biến trên K

Bài toán 1. Tìm tham số m để hàm số $y=f(x;m)$ đơn điệu trên khoảng $(\alpha;\beta)$.

- **Bước 1:** Ghi điều kiện để $y=f(x;m)$ đơn điệu trên $(\alpha;\beta)$. Chẳng hạn:
- Đề yêu cầu $y=f(x;m)$ đồng biến trên $(\alpha;\beta)\Rightarrow y'=f'(x;m)\geq 0$.
- Đề yêu cầu $y=f(x;m)$ nghịch biến trên $(\alpha;\beta)\Rightarrow y'=f'(x;m)\leq 0$.
- **Bước 2:** Độc lập m ra khỏi biến số và đặt vế còn lại là $g(x)$, có hai trường hợp thường gặp :
- $m\geq g(x),\ \forall x\in(\alpha;\beta)\Rightarrow m\geq \max\limits_{(\alpha;\beta)} g(x)$.
- $m\leq g(x),\ \forall x\in(\alpha;\beta)\Rightarrow m\leq \min\limits_{(\alpha;\beta)} g(x)$.
- **Bước 3:** Khảo sát tính đơn điệu của hàm số $g(x)$ trên D (hoặc sử dụng Cauchy) để tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất. Từ đó suy ra m.

Bài toán 2. Tìm tham số m để hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên khoảng $(\alpha;\beta)$.

- Tìm tập xác định, chẳng hạn $x\neq -\dfrac{d}{c}$. Tính đạo hàm y'.
- Hàm số đồng biến $\Rightarrow y'>0$ (hàm số nghịch biến $\Rightarrow y'<0$). Giải ra tìm được m (1).
- Vì $x\neq -\dfrac{d}{c}$ và có $x\in(\alpha;\beta)$ nên $-\dfrac{d}{c}\notin(\alpha;\beta)$. Giải ra tìm được m (2).
- Lấy giao của (1) và (2) được các giá trị m cần tìm.

➢ **Cần nhớ**: "Nếu hàm số $f(t)$ đơn điệu một chiều trên miền D *(luôn đồng biến hoặc luôn nghịch biến)* thì phương trình $f(t)=0$ có tối đa một nghiệm và $\forall u,\ v\in D$ thì $f(u)=f(v)\Leftrightarrow u=v$.

VÍ DỤ MINH HỌA.

CÂU 1. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 2. Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 3. Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm sô nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 4. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=3x^3+3x-2$. **B.** $y=2x^3-5x+1$. **C.** $y=x^4+3x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 6. Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 7. Hỏi hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 8. Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 9. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $(-\infty;4]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

CÂU 10. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(5;8]$. **C.** $[5;8)$. **D.** $(5;8)$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

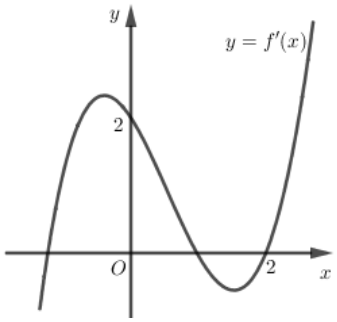
.....

.....

.....

.....

CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x)<2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(0)$. **B.** $m>f(2)-4$. **C.** $m\geq f(0)$. **D.** $m\geq f(2)-4$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

DẠNG 1 Tính đơn điệu của hàm số cho bởi công thức

Phương pháp:

- **Bước 1**. Tìm tập xác định D của hàm số. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$
- **Bước 2**. Tìm các điểm tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định
- **Bước 3**. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng xét dấu
- **Bước 4**. Nêu kết luận về các khoảng đồng biến và nghịch biến dựa vào bảng xét dấu

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó hàm số đã cho

A. đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. là hàm số hằng trên $\mathbb{R}$.

D. đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 2. Hàm số $f(x) = \dfrac{x-2}{x-1}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $y = \dfrac{x+1}{x-3}$. **B.** $y = -x^3 - 3x$. **C.** $y = x^3 + x$. **D.** $y = -x^4 - x^2$.

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^3 + 2x - 2020$. **D.** $y = x^2 + 2x - 1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ mệnh đề đúng là

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty;1) \cup (1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 6. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + x$. **B.** $y = x^3 - x$. **C.** $y = x^2 + 1$. **D.** $y = x^2 - 1$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $\dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y = x^3 + 3x$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=2x^3+3x+1$.

Câu 9. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $-\infty;+\infty$?

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=x$. **C.** $y=-2+x$. **D.** $y=x-5$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;3),(3;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right),\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3),(-3;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+6x-1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác đinh?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+5}{-x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$.

Câu 14. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$.

A. Không tồn tại. **B.** $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

C. $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 15. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $-\infty;+\infty$?

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=x$. **C.** $y=-2+x$. **D.** $y=x-5$.

Câu 16. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;3),(3;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right),\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3),(-3;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 17. Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên các khoảng.

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 18. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^3-x^2+3x+11$.

C. $y=\tan x$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+4}$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=2x^2-x$. **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=2x^4-5x^2-7$.

Câu 20. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{-x+1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 21. Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+1$. Tìm khẳng định ***đúng***?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

Câu 23. Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=\dfrac{3x+10}{5x+7}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{5x-3}$. **C.** $y=\dfrac{-x-8}{x+3}$. **D.** $y=\dfrac{3x+5}{x+1}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-3}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 26. Hàm số $y=-x^4+8x^2-1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 27. Hàm số $y=-x^4+4x^3-2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3\,;+\infty)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 28. Hàm số $y=-x^4+2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=x^2(x-1)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 30. Hàm số $y=x^4-9$

A. đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\sqrt{3}\right)$.

C. đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** nghịch biến trên khoảng $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 31. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 32. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 33. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=\left(\dfrac{5}{4}\right)^x$. **B.** $y=\dfrac{x+4}{x+3}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=\tan x$.

Câu 34. Hàm số $y=-x^3-3x^2+9x+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 35. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=(x-1)^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 36. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=x^3+x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Câu 37. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=x^4+5x^2-1$. **D.** $y=x^3+x$.

Câu 38. Mệnh đề nào dưới đây về hàm số $y=\left(x^2-4\right)^2+1$ là đúng?

A. Nghịch biến trên $(-2;2)$.
B. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.
D. Đồng biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 39. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=4x^3-x^2+5x$.
B. $y=2x^4-6x^2+7$.
C. $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.
D. $y=-x^2+x$.

Câu 40. Hàm số $y=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{x^2}{2}+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$.
B. $(-\infty;-1)$.
C. $(1;+\infty)$.
D. $(0;1)$.

Câu 41. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. $y=-x^3+x-1$.
B. $y=\dfrac{3-x}{x+1}$.
C. $y=x^4-x^2+3$.
D. $y=\dfrac{x-2}{2x-3}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$.
B. $(0;2)$.
C. $(0;1)$.
D. $(1;2)$.

Câu 43. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$.
B. $f(x)=x^4-2x^2-4$.
C. $f(x)=x^2-4x+1$.
D. $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 45. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x$.
B. $y=x^4-3x^2+2$.
C. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.
D. $y=x^2-2x$.

Câu 46. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3-3x+1$.
B. $y=-x^3+3x+1$.
C. $y=x^3+3x+1$.
D. $y=x^3-3x+10$.

Câu 47. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3-3x+1$.
B. $y=-x^3+3x+1$.
C. $y=x^3+3x+1$.
D. $y=x^3-3x+10$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=x^3-3x^2+\left(4m-m^2\right)x+2020$ đồng biến trên $(0;4)$. Tính tổng T tất cả các phần tử của tập S.

A. $T=2$.
B. $T=6$.
C. $T=8$.
D. $T=3$.

Câu 49. Giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$. **B.** $m\le 0$. **C.** $1\le m<2$. **D.** $m>2$.

Câu 50. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f\left(x\right)=x^4-2x^2-4$. **B.** $f\left(x\right)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $f\left(x\right)=x^3-3x^2+3x-4$. **D.** $f\left(x\right)=x^2-4x+1$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)>0, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó hàm số đã cho

A. đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. là hàm số hằng trên $\mathbb{R}$.

D. đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Vì hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)>0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Hàm số $f(x)=\dfrac{x-2}{x-1}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x-1)^2}>0, \forall x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 3. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=\dfrac{x+1}{x-3}$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=x^3+x$. **D.** $y=-x^4-x^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy hàm số $y=-x^3-3x$ có tập xác định $\mathbb{R}$ và đạo hàm $y'=-3x^2-3<0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên nó nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3+2x-2020$. **D.** $y=x^2+2x-1$.

Lời giải

Chọn C

Ha số $y=x^3+2x-2020$ có $y'=3x^2+2>0 \ \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số $y=x^3+2x-2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ mệnh đề đúng là

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + x$. **B.** $y = x^3 - x$. **C.** $y = x^2 + 1$. **D.** $y = x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn A

$y = x^3 + x \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Nên hàm số $y = x^3 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **C.** $\dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y = x^3 + 3x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = x^3 + 3x \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in (-\infty;+\infty)$.

Nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 8. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 + 2x^2$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y = -x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = 2x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = 2x^3 + 3x + 1$ có $y' = 6x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y = 2x^3 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 9. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $-\infty;+\infty$?

A. $y = -2x + 1$. **B.** $y = x$. **C.** $y = -2 + x$. **D.** $y = x - 5$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = -2x + 1$ có $a = -2 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $-\infty;+\infty$.

Câu 10. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;3), (3;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right), \left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3), (-3;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$

Ta có: $y' = \dfrac{7}{(x+3)^2} > 0, \forall x \neq -3 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3), (-3;+\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0\,\forall x\neq -1$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+6x-1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-x^2+x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	

Suy ra, hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+5}{-x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$

Ta có $y'=\dfrac{-7}{(x-3)^2}<0$ nên hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

Câu 14. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$.

A. Không tồn tại.
B. $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.
C. $(-\infty;-1);(-1;+\infty)$.
D. $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y'=\dfrac{-2}{(x+1)^2}<0\ \forall x\in D$.

Do đó hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 15. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $-\infty;+\infty$?

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=x$. **C.** $y=-2+x$. **D.** $y=x-5$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số bậc nhất $y=ax+b\ \ a\neq 0$ nghịch biến trên khoảng $-\infty;+\infty \Leftrightarrow a<0$.

Do đó ta chọn đáp án **A.**

Câu 16. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;3),(3;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right),\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3),(-3;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Ta có $y'=\dfrac{7}{(x+3)^2}>0,\forall x\in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;+\infty)$.

Câu 17. Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên các khoảng.

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D$.

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 18. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^3-x^2+3x+11$.

C. $y=\tan x$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+4}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3-x^2+3x+11$ có $y'=3x^2-2x+3=\left(\sqrt{3}x-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2+\frac{8}{3}>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=2x^2-x$. **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=2x^4-5x^2-7$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=-x^3+x^2-x$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=-3x^2+2x-1=-3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{3}<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Nên hàm số $y=-x^3+x^2-x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 20: Cho hàm số $y=\frac{x+1}{-x+1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y'=\frac{2}{(-x+1)^2}>0,\forall x\in D$ nên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

Câu 20. Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng:

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $[0;2]$.

$y'=\frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=1$

$y'<0\Leftrightarrow x\in(1;2), y'>0\Leftrightarrow x\in(0;1)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+1$. Tìm khẳng định ***đúng***?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $y' = 4x^3 - 4x = 4x\left(x^2 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của y'

Dựa vào bẳng xét dấu ta có đáp án đúng là C

là các nghiệm đơn và $x = x_4$ là nghiệm kép, ta có bảng dấu của $f'(x)$ như sau:

+) Dựa vào dấu của $f'(x)$ ta có đồ thị hàm số có 3 cực trị.

Câu 22. Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

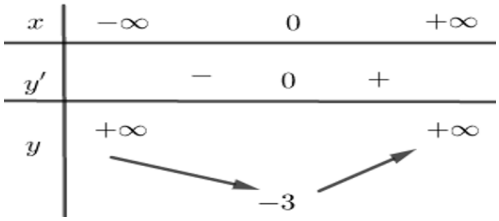
Chọn B

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 + 4x = 4x\left(x^2 + 1\right), \forall x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y = \dfrac{3x+10}{5x+7}$. **B.** $y = \dfrac{-x+1}{5x-3}$. **C.** $y = \dfrac{-x-8}{x+3}$. **D.** $y = \dfrac{3x+5}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = \dfrac{-x-8}{x+3}$

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$. Ta có $y' = \dfrac{5}{(x+3)^2} > 0, \forall x \neq -3$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;+\infty)$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây:

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $f'(x)=\dfrac{-7}{(x-3)^2}<0$ nên đồ thị hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$

.

Câu 25. Hàm số $y=-x^4+8x^2-1$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3+16x=4x(-x^2+4)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	15	↘	-1	↗	15	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 26. Hàm số $y=-x^4+4x^3-2$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $y'=-4x^3+12x^2=-4x^2(x-3)$

Xét BBT:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'	$+$		0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗			25	↘	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;3)$.

Câu 27. Hàm số $y=-x^4+2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y' = -4x^3 + 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	1	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = x^2(x-1)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(0)$	↘	$f(1)$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

Câu 29. Hàm số $y = x^4 - 9$

A. đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\sqrt{3})$.

C. đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **D.** nghịch biến trên khoảng $(\sqrt{3};+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 4x^3$. Từ đó: $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Ta thấy $y' > 0, \forall x > 0$. Do đó, hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 30. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

TXĐ: $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$

Và $y'=-1-\dfrac{1}{(1-x)^2}<0,\forall x\in D.$

Do đó, hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định.

Câu 31. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **B.** $y=x^2+2x$. **C.** $y=x^3-x^2+x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn C

$$y=x^3-x^2+x\Rightarrow y'=3x^2-2x+1=3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}>0\ \forall x\in\mathbb{R}$$

Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 32. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=\left(\dfrac{5}{4}\right)^x$. **B.** $y=\dfrac{x+4}{x+3}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=\tan x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $y=\left(\dfrac{5}{4}\right)^x$ có cơ số $a=\dfrac{5}{4}>1$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$

(Ngoài ra: các hàm số hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+3}$, $y=x^4-2x^2+1$, $y=\tan x$ không thể đồng biến hoặc nghịch biến trên $\mathbb{R}$).

Câu 33. Hàm số $y=-x^3-3x^2+9x+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

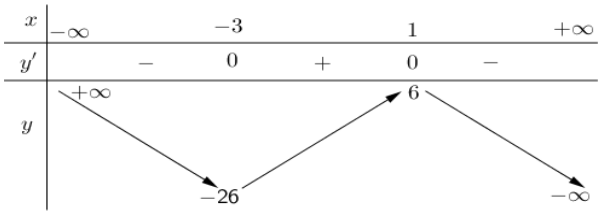
Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-3x^2-6x+9$.

$$y'=0\Leftrightarrow -3x^2-6x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

Câu 34. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y'=(x-1)^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=(x-1)^2\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 35. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=-x^3-3x$. **C.** $y=x^3+x$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ nên hàm số **không** nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=-x^3-3x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ và $y'=-3x^2-3<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3+x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$ và $y'=3x^2+1>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số **không** nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ nên hàm số **không** nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 36. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=x^4+5x^2-1$. **D.** $y=x^3+x$.

Lời giải

Chọn D

+) Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}, y=x^2+1$ và $y=x^4+5x^2-1$ không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

+) Hàm số $y=x^3+x$ có $y'=3x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 37. Mệnh đề nào dưới đây về hàm số $y=(x^2-4)^2+1$ là đúng?

A. Nghịch biến trên $(-2;2)$. **B.** Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$. **D.** Đồng biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$y=x^4-8x^2+17$

$y'=4x^3-16x$

$y'=0\Leftrightarrow x=0; x=\pm 2$.

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu y' ta thấy đáp án đúng là D .

Câu 38. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=4x^3-x^2+5x$. **B.** $y=2x^4-6x^2+7$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=-x^2+x$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=4x^3-x^2+5x$, có tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=12x^2-2x+5>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 39. Hàm số $y=\dfrac{x^4}{4}-\dfrac{x^2}{2}+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=x^3-x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, suy ra hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. **Chọn C**

Câu 40. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. $y=-x^3+x-1$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x+1}$. **C.** $y=x^4-x^2+3$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{2x-3}$.

Lời giải

Chọn C

A sai vì $2<3$ nhưng $f(2)=-7>f(3)=-25$.

B sai vì $2<3$ nhưng $f(2)=\dfrac{1}{3}>f(3)=0$.

D sai vì $1{,}1<2$ nhưng $f(1{,}1)=\dfrac{9}{8}>f(2)=0$.

C đúng vì $y'=4x^3-2x=2x\left(2x^2-1\right)>0,\forall x>1$ nên hàm số $y=x^4-x^2+3$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 41. Cho hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=[0;2]$

$y'=\dfrac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$

$y'=0 \Leftrightarrow x=1$

Nhận thấy $y'<0, \forall x \in (1;2)$ nên hs nghịch biến trên khoảng $(1;2)$

Câu 42. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$. **B.** $f(x)=x^4-2x^2-4$.

C. $f(x)=x^2-4x+1$. **D.** $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Loại đáp án D vì hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Loại đáp án **B** vì hàm trùng phương và hàm bậc hai luôn có cực trị.

Chọn A vì $f'(x)=3x^2-6x+3\geq 0 \ \forall x\in\mathbb{R}$**.** Do đó hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$**.**

Câu 43. Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

$y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}>0, \ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Suy rs hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 44. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^4-3x^2+2$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **D.** $y=x^2-2x$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = x^3 + 3x$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 3 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 45. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 10$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương án A, ta có:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = -3x^2 - 3 < 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y = -x^3 - 3x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 46. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 10$.

Lời giải

Chọn A

- Xét hàm số $y = -x^3 - 3x + 1$: $y' = -3x^2 - 3 = -3\left(x^2 + 1\right) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Xét hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$: $y' = -3x^2 + 3$, $y' \le 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ nên hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Xét hàm số $y = x^3 + 3x + 1$: $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 10$: $y' = 3x^2 - 3$, $y' \le 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 1]$ nên hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + \left(4m - m^2\right)x + 2020$ đồng biến trên $(0;4)$. Tính tổng T tất cả các phần tử của tập S.

A. $T = 2$. **B.** $T = 6$. **C.** $T = 8$. **D.** $T = 3$.

Lời giải

Chọn B

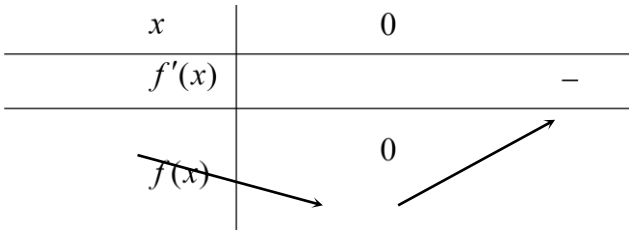
Hàm số đã cho đồng biến $\Leftrightarrow f'(x) \ge 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 4m - m^2 \ge 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 4m \le 3x^2 - 6x = f(x) \Leftrightarrow m^2 - 4m \le \min\limits_{(0;4)} f(x)$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x$ trên khoảng $(0;4)$

Ta có $f'(x) = 6x - 6;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min\limits_{(0;4)} f(x) = -3$

Do đó $m^2 - 4m \le \min\limits_{(0;4)} f(x) \Leftrightarrow m^2 - 4m \le -3 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 \le 0 \Leftrightarrow m \in [1;3]$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2;3\}$

Vậy $T = 6$.

Câu 48. Giá trị của m để hàm số $y = \dfrac{\cot x - 2}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

A. $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ 1 \le m < 2 \end{array}\right.$. **B.** $m \le 0$. **C.** $1 \le m < 2$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \cot x \Rightarrow t' = -\dfrac{1}{\sin^2 x} < 0$, $\forall x \in \left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \cot\dfrac{\pi}{2} < t < \cot\dfrac{\pi}{4}$ hay $0 < t < 1$.

Bài toán trở thành: tìm m để hàm số $y = \dfrac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(0;1)$.

+) TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

+) Ta có $y' = \dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.

+) Hàm số $y = \dfrac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(0;1) \Leftrightarrow y' > 0$, $\forall t \in (0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m < 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge 1 \\ m \le 0 \end{array}\right. \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \le m < 2 \\ m \le 0 \end{array}\right.$.

Câu 50: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = x^4 - 2x^2 - 4$. **B.** $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$. **D.** $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \ge 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

DẠNG 2 Xét tính đơn điệu cho bởi đồ thị, bảng biến thiên

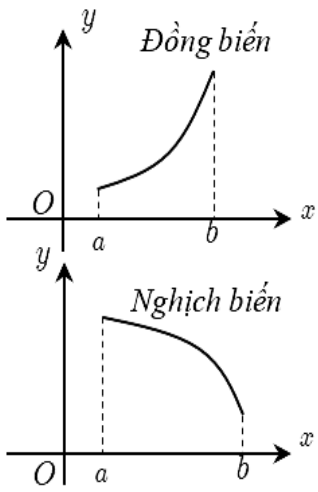
Phương pháp:

- **Định lí** (thừa nhận): Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K.

Nếu $f'(x) > 0,\ \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K.

Nếu $f'(x) < 0,\ \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K.

Nếu $f'(x) = 0,\ \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K.



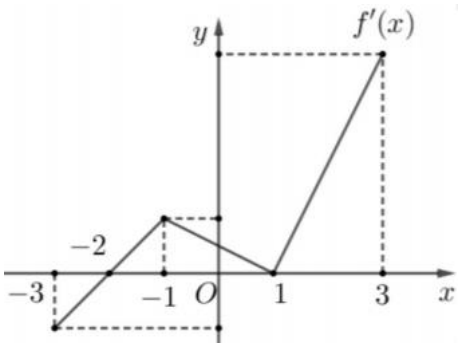
- **Hình dáng đồ thị**

Nếu hàm số **đồng biến** trên K thì từ trái sang phải **đồ thị đi lên**.

Nếu hàm số **nghịch biến** trên K thì từ trái sang phải **đồ thị đi xuống**.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-3;3)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

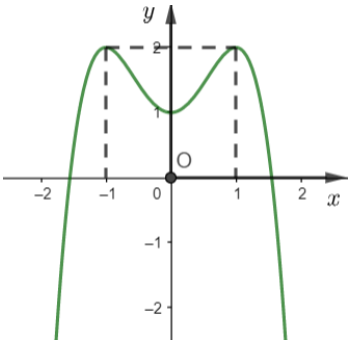
Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(-2;0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

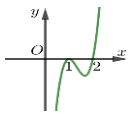
Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trongcác khoảng dưới đây?

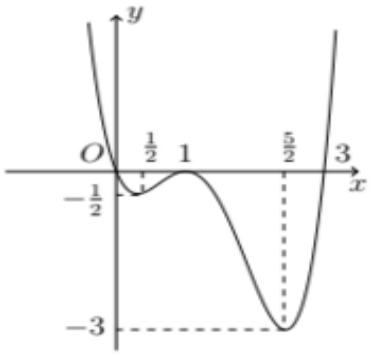
A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 6: Hình bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;1)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau



A. $(0;3)$. **B.** $(-\infty;0)$.

C. $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biên thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	-1	↗	$+\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(4;10)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(-\infty;5)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

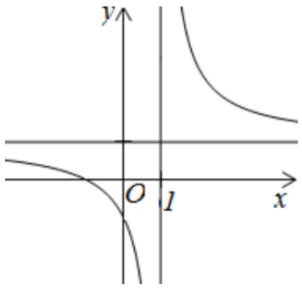
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 11: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?

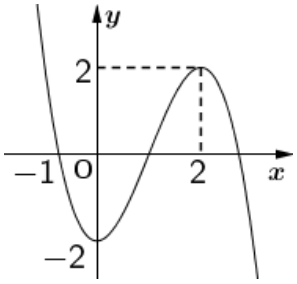


A. $y'>0,\forall x\neq 1$. **B.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$.**C.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(2-x)(x-3)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$và $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$

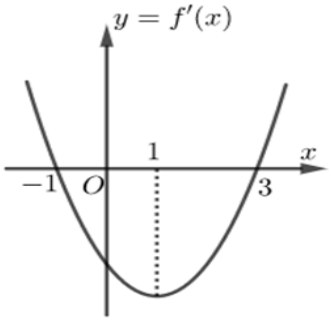
Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y=f(-x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là parabol như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng



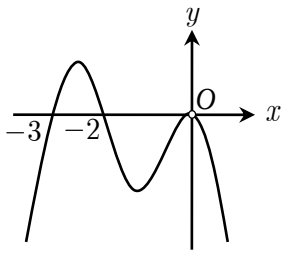
A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới. Hỏi khẳng định nào **đúng**?



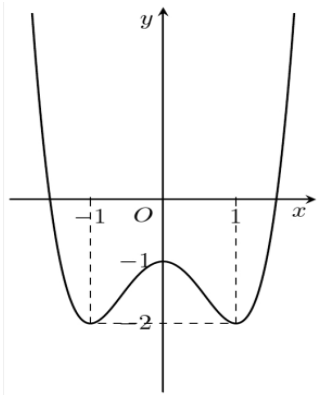
A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

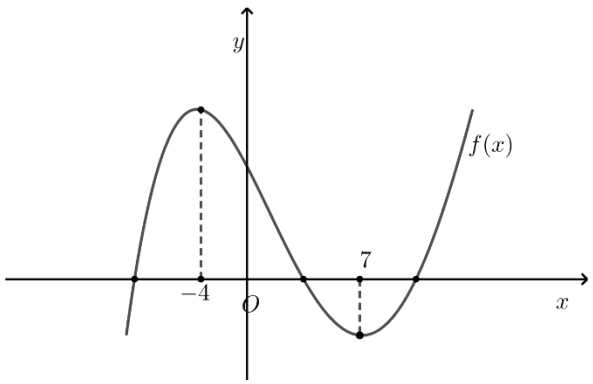
Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàn số $f(2x+1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

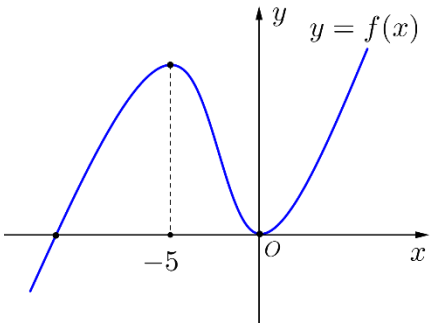
A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 18: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x)=2f(x)+2021$ đồng biến trên



A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(-4;7)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(8;+\infty)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hỏi hàm số $g(x)=-3f(x)+2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

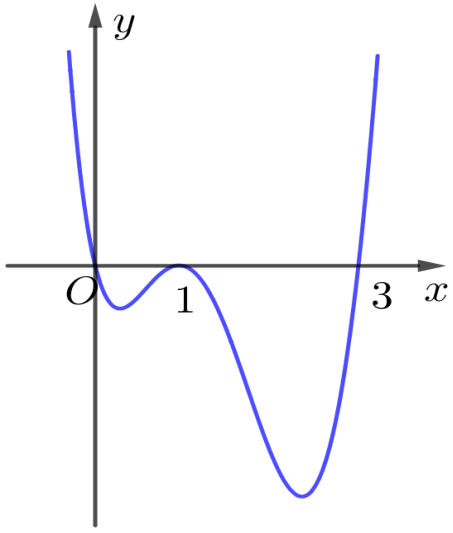
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-6)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\ x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

A. $-\infty;-2$. **B.** $-2;0$. **C.** $0;+\infty$. **D.** $-1;3$

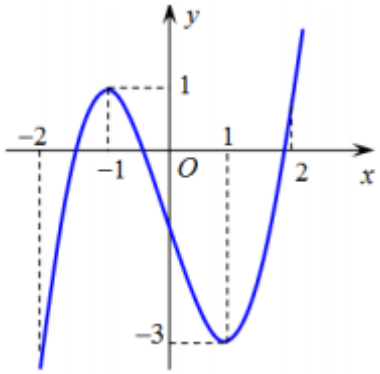
Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

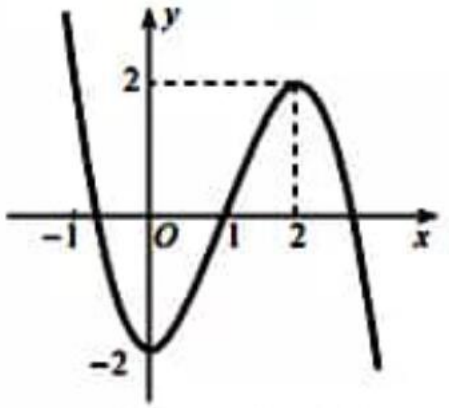
Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;2)$.

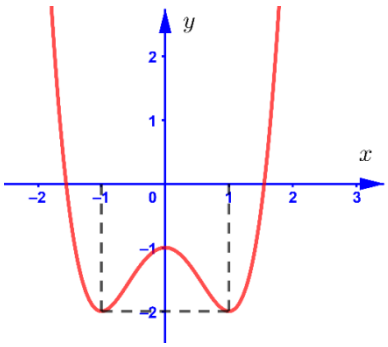
Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	0	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

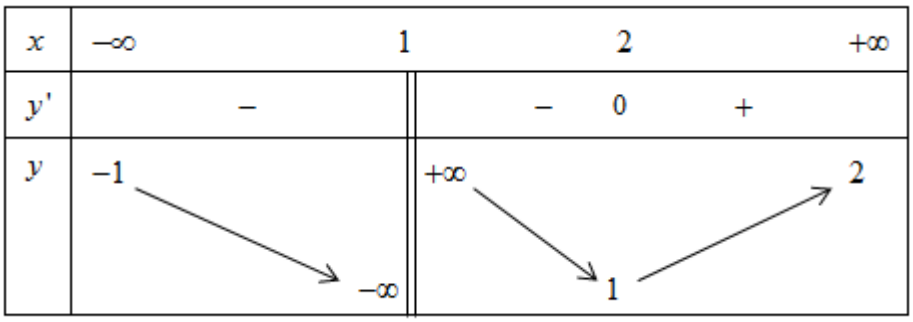
Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

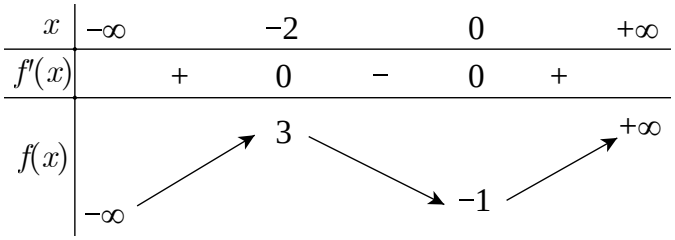
A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây



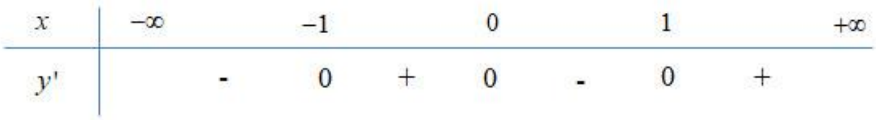
I. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận
II. Hàm số có cực tiểu tại $x=2$.
III. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(1;+\infty)$.
IV. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=2021-f(x)$ đồng biến trên trên khoảng nào sau đây?
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(0;2)$.

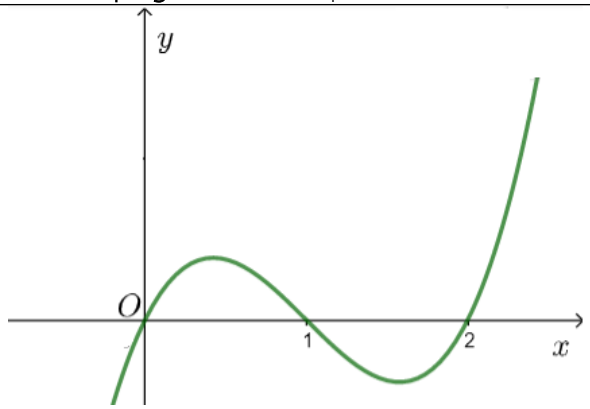
Câu 28: Cho hàm số $y=f(3-2x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây?
A. $3;5$. **B.** $-1;2$. **C.** $1;3$. **D.** $5;+\infty$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm là $f'\ x=x^3-x\ \ x^3-1\ \ x^3-8$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số đã cho?

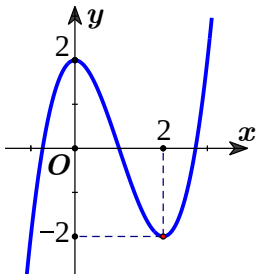
Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(1-x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-3;-2)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=-3f(x-2)$ nghịch biến trên khoảng



A. $(2;4)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y=f\left(1-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

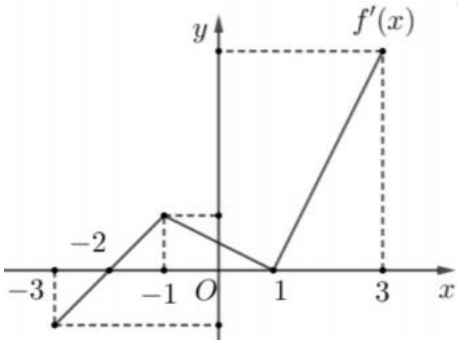
A. $\left(-2;-\sqrt{3}\right)$. **B.** $\left(\sqrt{3};2\right)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;2021]$ để hàm số $y=f\left(x^2+3x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 2016. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2017.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-3;3)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x)\geq 0, \forall x\in(-2;3)$ và dấu "=" chỉ xảy ra tại $x=1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(-2;0)$.

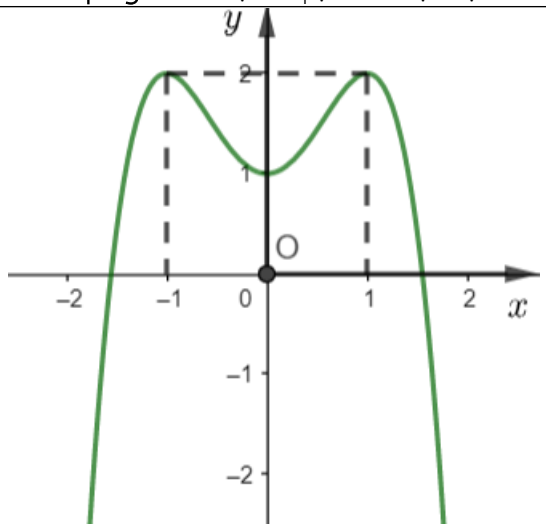
Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

Do đó chọn đáp án **B.**

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị dễ dàng thấy hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trongcác khoảng dưới đây?

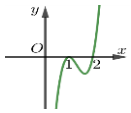
A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-1;5)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Do $f'(x)<0\,\forall x\in(-1;3)$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 6: Hình bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;1)$ và $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

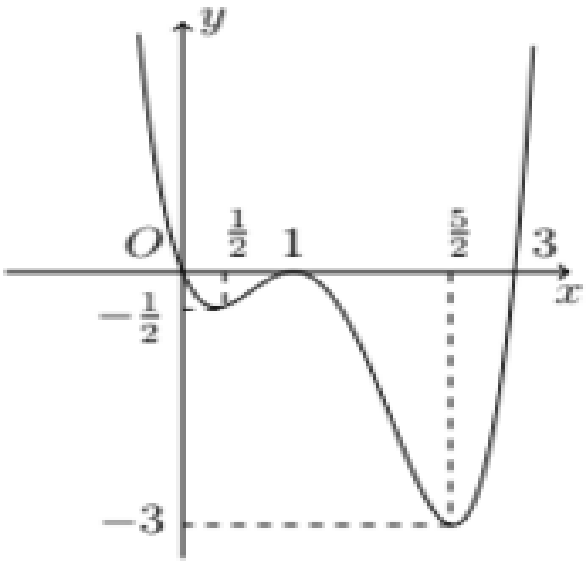
Chọn C

Từ đồ thị $y=f'(x)$ ta có bảng xét dấu $y=f'(x)$ như sau:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau



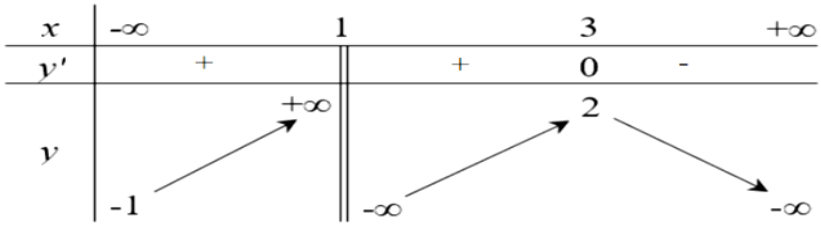
A. $(0;3)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta thấy trên khoảng, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nằm phía dưới trục hoành nên $f'(x)\le 0, \forall x\in(0;3)$. Từ đó hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biên thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(4;10)$. **C.** $(2;5)$. **D.** $(-\infty;5)$.

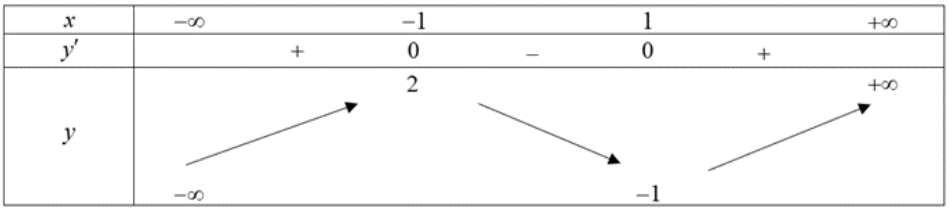
Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta thấy hàm số nghịch biến trên $(3;+\infty)$

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(4;10)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

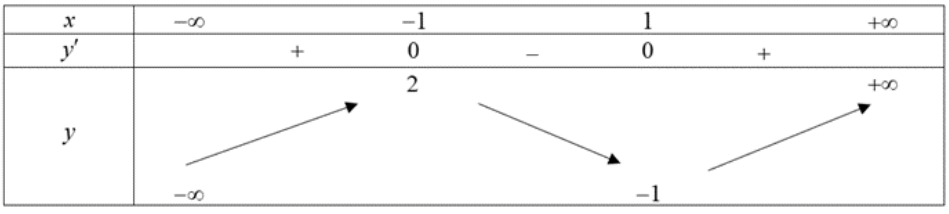
Dựa vài bảng biến thiên ta có:

Hàm số nghịch biến trên khoảng: $(-1;1)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng: $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Vậy đáp án D đúng.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

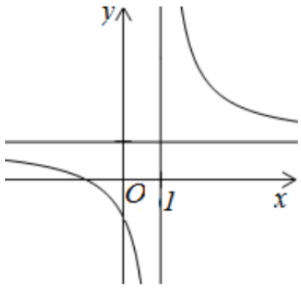
Dựa vài bảng biến thiên ta có:

Hàm số nghịch biến trên khoảng: $(-1;1)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng: $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Vậy đáp án D đúng.

Câu 11: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $y'>0,\forall x\neq 1$. **B.** $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1),(1;+\infty)$ nên $y'<0,\forall x\neq 1$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^3(2-x)(x-3)^2$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(3;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=(x-1)^3(2-x)(x-3)^2\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)^3(2-x)(x-3)^2=0$.

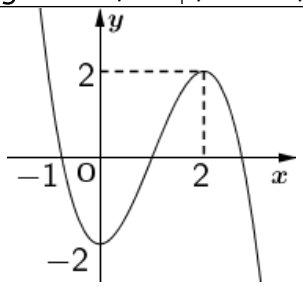
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3(\text{ke'p})\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$.

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y=f(-x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;2) \Leftrightarrow f'(x)>0 \Leftrightarrow 0<x<2$.

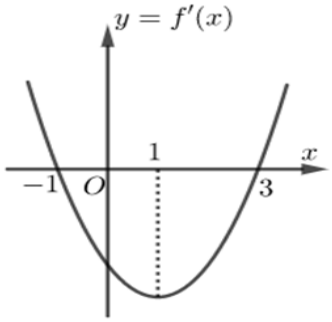
Xét hàm số $y=f(-x)$.

Có $y'=-f'(-x)$.

$y'<0 \Leftrightarrow -f'(-x)<0 \Leftrightarrow f'(-x)>0 \Leftrightarrow 0<-x<2 \Leftrightarrow -2<x<0$.

Suy ra hàm số $y=f(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là parabol như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng



A. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

Lời giải

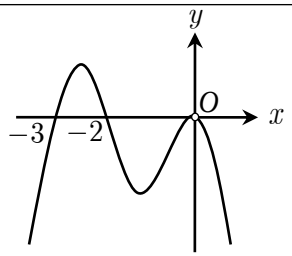
Chọn B

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới. Hỏi khẳng định nào **đúng**?



A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

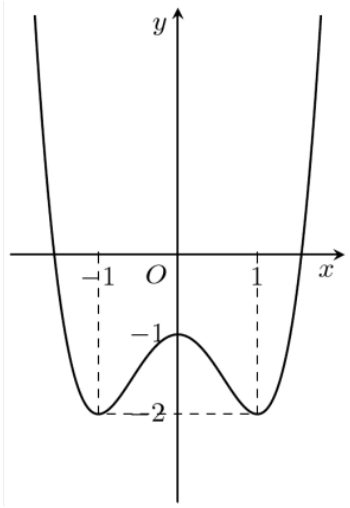
D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$, ta có: $f'(x)\le 0, \forall x\in(-\infty;-3)\cup(-2;+\infty)$. Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(0;1)$ đồ thị hàm số đi xuống nên hàm số đã cho nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàn số $f(2x+1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

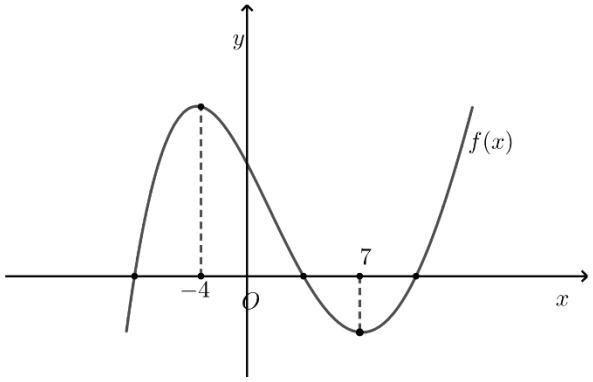
Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left[f(2x+1)\right]'=2.f'(2x+1)<0\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1<-3\\-1<2x+1<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<-2\\-1<x<0\end{cases}$.

Vậy khoảng nghịch biến của hàm số $f(2x+1)$ là khoảng $(-1;0)$

Câu 18: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x)=2f(x)+2021$ đồng biến trên



A. $(-\infty;-3)$. **B.** $(-4;7)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(8;+\infty)$.

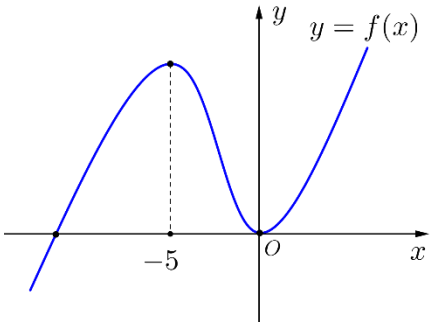
Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=2f'(x)>0 \Leftrightarrow f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-4)\cup(7;+\infty)$

Nên suy ra hàm số cũng đồng biến trên $(8;+\infty)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hỏi hàm số $g(x)=-3f(x)+2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;-6)$. **C.** $(-5;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

GV phản biện: Đỗ Hoàng Tú – Minh Hiệp.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-5 \\ x>0 \end{array}\right.$ và $f'(x)<0 \Leftrightarrow -5<x<0$.

Ta có $g'(x)=-3f'(x)$.

Ta có

+ $g'(x)>0 \Leftrightarrow -3f'(x)>0 \Leftrightarrow f'(x)<0 \Leftrightarrow -5<x<0$.

+ $g'(x)<0 \Leftrightarrow -3f'(x)<0 \Leftrightarrow f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-5 \\ x>0 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)=-3f(x)+2$ đồng biến trên $(-5;0)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\ x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

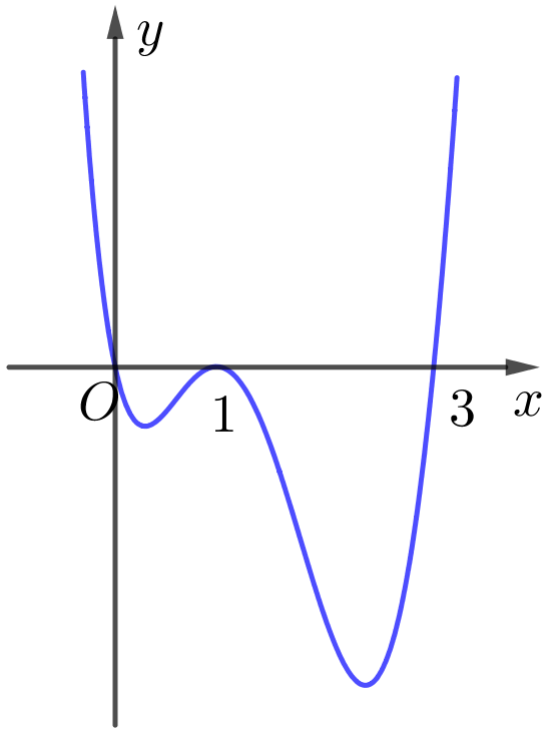
A. $-\infty;-2$. **B.** $-2;0$. **C.** $0;+\infty$. **D.** $-1;3$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f\ x$ nghịch biến trên khoảng $-2;0$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

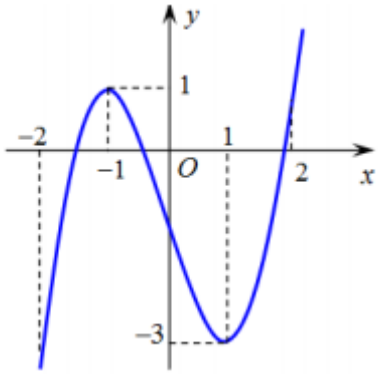
Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\end{array}\right.$ và $f'(x)\le 0\Leftrightarrow 0\le x\le 3$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

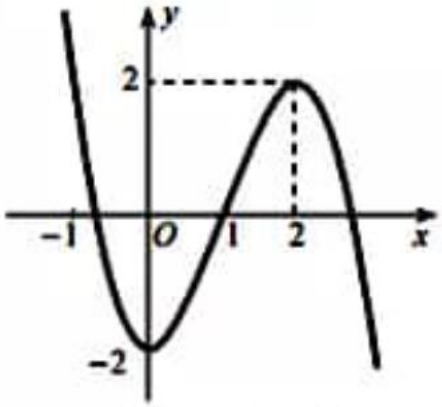
A. $(-1;1)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta xác định được hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	0	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

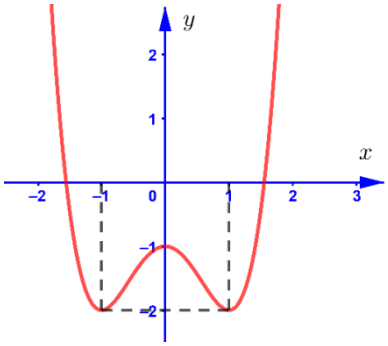
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	-1	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	1	↗	2

I. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận

II. Hàm số có cực tiểu tại $x=2$.

III. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(1;+\infty)$.

IV. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

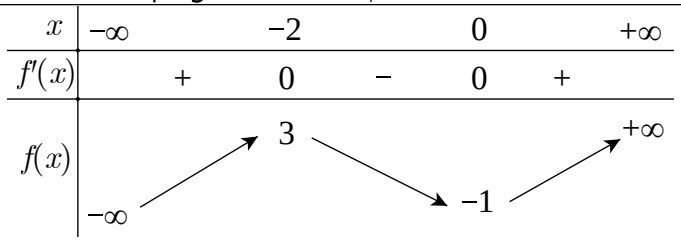
Do $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang; $\lim\limits_{x\to1^{\pm}} f(x)=\pm\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng. Do đó, đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận. (I) đúng

Hàm số có cực tiểu tại $x=2$ đúng nên (II) đúng.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1);(1;2)$ nên (III) sai.

Hàm số không xác định tại $x=1$ nên (IV) sai.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=2021-f\left(x\right)$ đồng biến trên trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

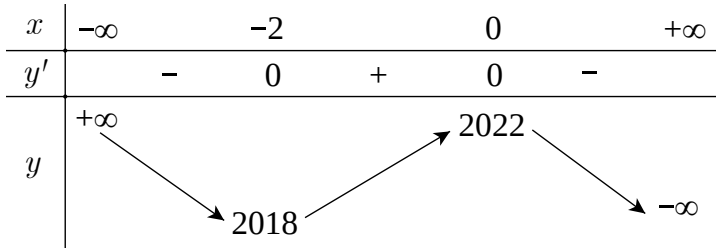
Lời giải

Tác giả: Nguyễn Chí Trung

Chọn B

Hàm số $y=2021-f\left(x\right)$ có $y'=-f'\left(x\right);\ y'=0\Leftrightarrow -f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=2021-f\left(x\right)$:



Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số $y=2021-f\left(x\right)$ đồng biến trong khoảng $\left(-2;0\right)$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(3-2x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng nào dưới đây?

A. $3;5$. **B.** $-1;2$. **C.** $1;3$. **D.** $5;+\infty$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-2f'(3-2x);\ f'(-1)=f'(3)=f'(5)=0$

$\Rightarrow f'(x)=k(x-5)(x-3)(x-1)$

Xét $x=3\Rightarrow y'=-2f'(-3)>0\Rightarrow f'(-3)<0$

Bảng xét dấu $y=f'(x)$ là

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

Căn cứ bảng xét dấu ta thấy

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $3;5$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm là $f'\ x=x^3-x\ \ x^3-1\ \ x^3-8$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm các khoảng đồng biến của hàm số đã cho?

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x^3-x=0\\x^3-1=0\\x^3-8=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=\pm1\\x=1\\x=2\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=1\\x=-1\\x=2\end{bmatrix}$$

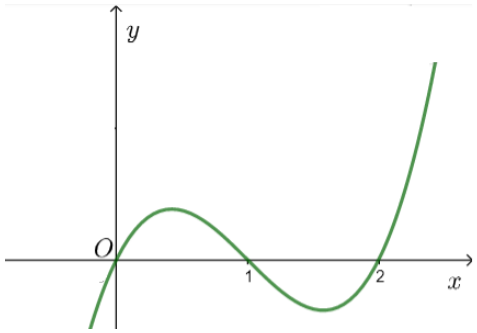
$f'(3)=96768>0$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(-1)$	↗	$f(0)$	↘		↘	$f(2)$	↗	$+\infty$

Từ BBT suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng : $-1;0$, $2;+\infty$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(1-x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-3;-2)$.

Lời giải

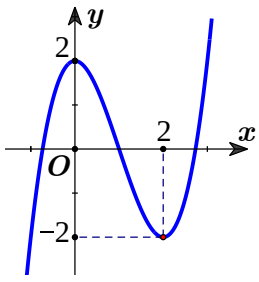
Chọn C

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow f'(x)<0\Leftrightarrow f'(1-t)<0$ với $x=1-t$

$$\Leftrightarrow\begin{bmatrix}t<0\\1<t<2\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}1-x<0\\1<1-x<2\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x>1\\-1<x<0\end{bmatrix}.$$

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=-3f(x-2)$ nghịch biến trên khoảng



A. $(2;4)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Theo đồ thị hàm số ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow f'(x)\geq 0, \forall x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

Mặt khác: $y=-3f(x-2)\Rightarrow y'=-3f'(x-2)$

Vậy hàm số $y=-3f(x-2)$ nghịch biến $\Leftrightarrow y'\leq 0\Leftrightarrow -3f'(x-2)\leq 0\Leftrightarrow f'(x-2)\geq 0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2\leq 0\\ x-2\geq 2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\leq 2\\ x\geq 4\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in(-\infty;2]\cup[4:+\infty)$

Vậy hàm số $y=-3f(x-2)$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y=f(1-x^2)$ nghịch biến trên khoảng

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $(-2;-\sqrt{3})$. **B.** $(\sqrt{3};2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

$y'=-2x.f'(1-x^2)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'(1-x^2)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ 1-x^2=-3\\ 1-x^2=-2\\ 1-x^2=0\\ 1-x^2=1\\ 1-x^2=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 2\\ x=\pm\sqrt{3}\\ x=\pm 1\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(1-x^2)$ nghịch biến trên khoảng $(\sqrt{3};2)$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;2021]$ để hàm số $y=f(x^2+3x-m)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 2016. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Ta có $y'=(2x+3)f'(x^2+3x-m)=(2x+3)(x^2+3x-m-1)(x^2+3x-m+3)$

Vì $2x+3>0, \forall x\in(0;2)$ nên yêu cầu bài toán tương đương với

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2+3x-m-1\ge 0,\forall x\in(0;2)\\ x^2+3x-m+3\ge 0,\forall x\in(0;2)\end{cases}\\ \begin{cases}x^2+3x-m-1\le 0,\forall x\in(0;2)\\ x^2+3x-m+3\le 0,\forall x\in(0;2)\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll}m\le x^2+3x-1=g(x),\forall x\in(0;2) & (1)\\ m\ge x^2+3x+3=h(x),\forall x\in(0;2). & (2)\end{array}\right.$$

Ta có $g'(x)=2x+3>0,\forall x\in(0;2)\Rightarrow g(x)$ đồng biến trên $(0;2)$

Từ $(1)\Rightarrow m\le g(0)=-1.$

Lại có $h'(x)=2x+3>0,\forall x\in(0;2)\Rightarrow h(x)$ đồng biến trên $(0;2).$

Từ $(2)\Rightarrow m\ge h(2)=14.$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-10;2021]$ nên suy ra $m\in\{-10;-9;-8;...;-1;14;15;16;...;2021\}.$

Có tất cả 2018 giá trị của m.

DẠNG 3 Xét tính đơn điệu của hàm tổng và hàm hợp

Phương pháp:

❖ **Dạng 1. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $g(x)=f\left[u(x)\right]$ khi biết đồ thị hàm số $f'(x)$**

Cách 1:

- **Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số $g(x)$, $g'(x)=u'(x).f'\left[u(x)\right]$.
- **Bước 2:** Sử dụng đồ thị của $f'(x)$, lập bảng xét dấu của $g'(x)$.
- **Bước 3:** Dựa vào bảng dấu kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Cách 2:

- **Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số $g(x)$, $g'(x)=u'(x).f'\left[u(x)\right]$.
- **Bước 2:** Hàm số $g(x)$ đồng biến $\Leftrightarrow g'(x)\ge 0$; (Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x)\le 0$) (*)
- **Bước 3:** Giải bất phương trình $(*)$ (dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$) từ đó kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

❖ **Dạng 2. Tìm khoảng đơn điệu của hàm số $g(x)=f\left[u(x)\right]$ khi biết đồ thị, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$**

Cách 1:

- **Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số $g(x)$, $g'(x)=u'(x).f'\left[u(x)\right]+v'(x)$.
- **Bước 2:** Sử dụng đồ thị của $f'(x)$, lập bảng xét dấu của $g'(x)$.
- **Bước 3:** Dựa vào bảng dấu kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Cách 2:

- **Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số $g(x)$, $g'(x)=u'(x).f'\left[u(x)\right]+v'(x)$.
- **Bước 2:** Hàm số $g(x)$ đồng biến $\Leftrightarrow g'(x)\ge 0$; (Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x)\le 0$) (*)
- **Bước 3:** Giải bất phương trình $(*)$ (dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$) từ đó kết luận khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Cách 3: CÁCH LÀM TRẮC NGHIỆM

- **Bước 1:** Tính đạo hàm của hàm số $g(x)$, $g'(x)=u'(x).f'\left[u(x)\right]+v'(x)$.
- **Bước 2:** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên K $\Leftrightarrow g'(x)\ge 0,\forall x\in K$; (Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên K $\Leftrightarrow g'(x)\le 0,\forall x\in K$) (*)
- **Bước 3:** Lần lượt chọn thay giá trị từ các phương án vào $g'(x)$ để loại các phương án **sai**.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàn số $f(2x+1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

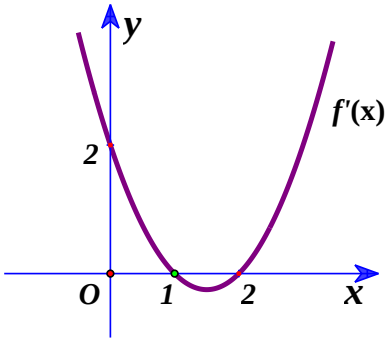
Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hàm số $g(x)=f\left(x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây ?



A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+2)(3-x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$.

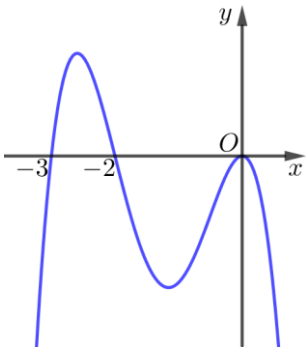
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 7: Cho hàm số có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x-2)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(-2;2)$ **C.** $(3;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-2)$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới. Hỏi khẳng định nào **đúng** ?



A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

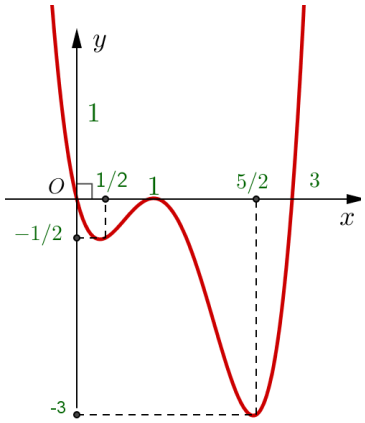
D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng:

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

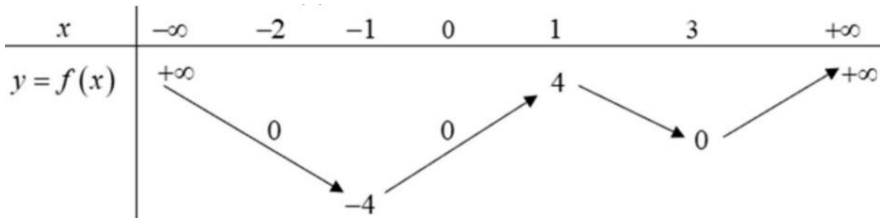
Câu 11: Hàm số $y=f(3-2x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



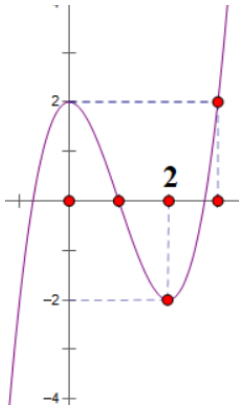
Hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=x^2(x^2-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(-x)$ đồng biến trên khoảng nào

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=-3f(x-2)$ nghịch biến trên khoảng



A. $(2;4)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

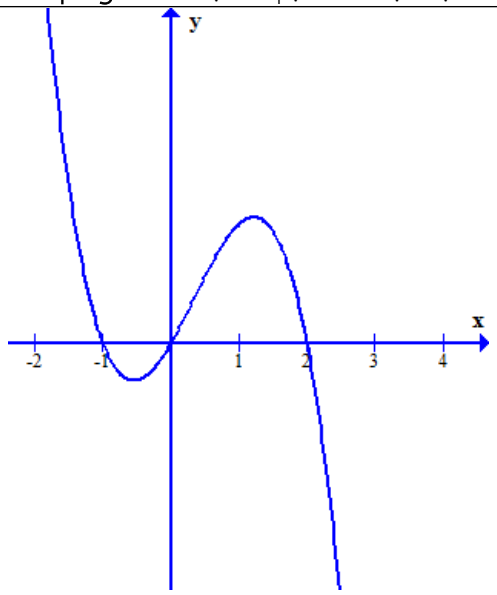
Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới.

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(1-x^2)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2;-\sqrt{3})$. **B.** $(\sqrt{3};2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 16: Cho hàm số đa thức bậc bốn $f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(3-2x)$ được cho như hình sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;5)$.

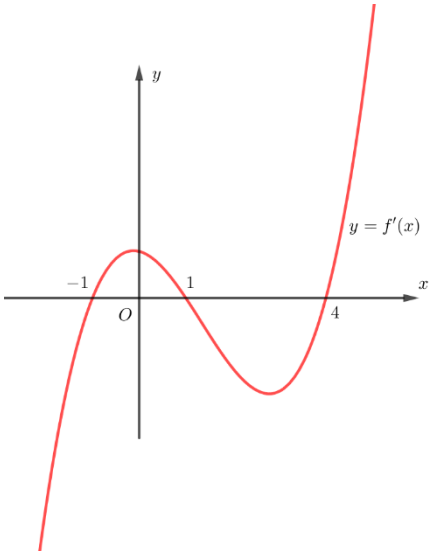
Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biên thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số $g(x)=f\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-1;\frac{1}{4}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};1\right)$. **C.** $\left(\frac{9}{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(1;\frac{5}{4}\right)$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(4;7)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

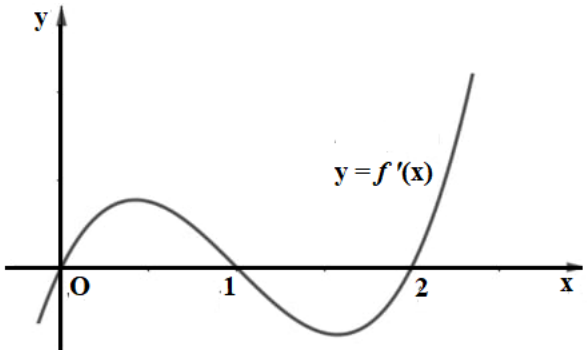
Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $y=f\left(2-e^{x}\right)-\frac{1}{3}e^{3x}+3e^{2x}-5e^{x}+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

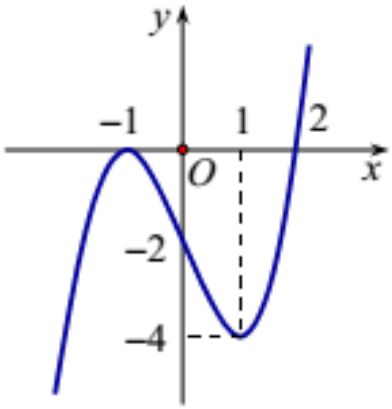
A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(-4;-3)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $y=f(3-x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;b)$. Giá trị lớn nhất của b bằng bao nhiêu?

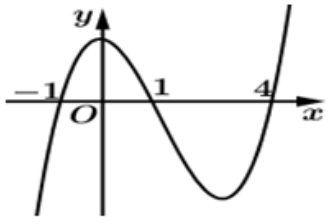
Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên khoảng $(2020;+\infty)$. Số phần tử của tập S là

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** vô số.

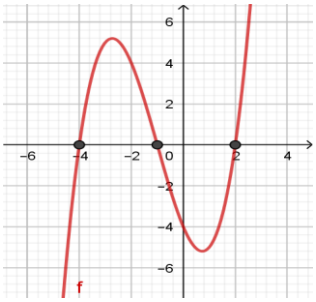
Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $y=f(3-2x)+2020$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

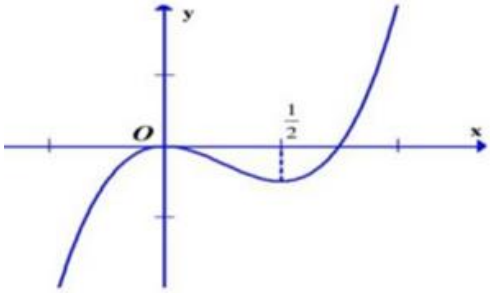
Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ sau



Hàm số $y=f(x^2-5)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

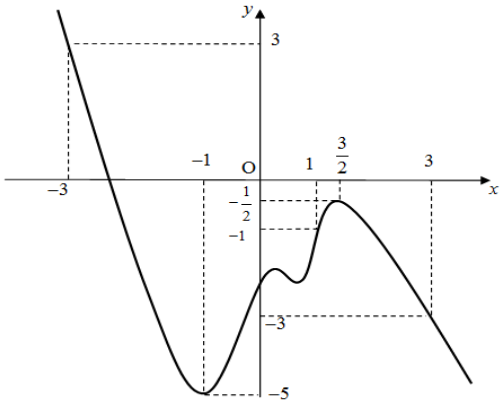
Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $f(\sin x)$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây

A. $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. **B.** $\left(0;\frac{\pi}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f(1-x)+\frac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1;3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào

A. $(-3;0)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(-2;2)$

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(1-x)(x+2)g(x)+2018$ trong đó $g(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

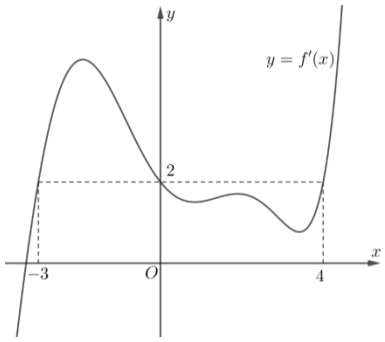
Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(1-2x)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hỏi hàm số $g(x)=f(x^2-3x)-2x^2+6x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 30: Cho hàm số $f\ x=\frac{1}{6}x^3+ax^2+bx+c\ \ a,b,c\in\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $f\ 0=f\ 1=f\ 2$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của c để hàm số $g\ x=f\ f\ x^2+2$ nghịch biến trên khoảng $0;1$ là

A. $1+\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $1-\sqrt{3}$.

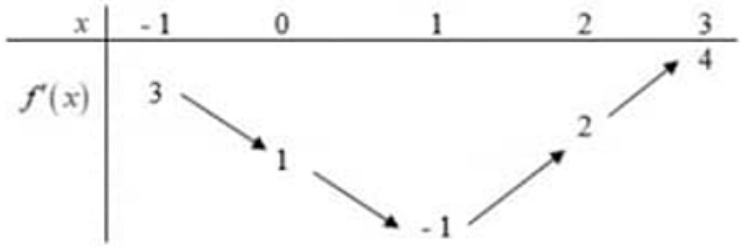
Câu 31: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(1-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

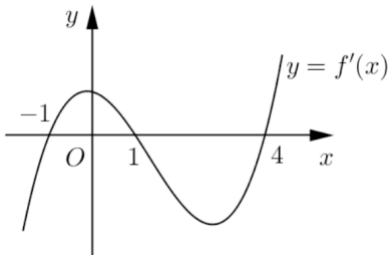
A. $(1;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-1;3)$. Bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ sau. Hàm số $y=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-4;-2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;4)$.

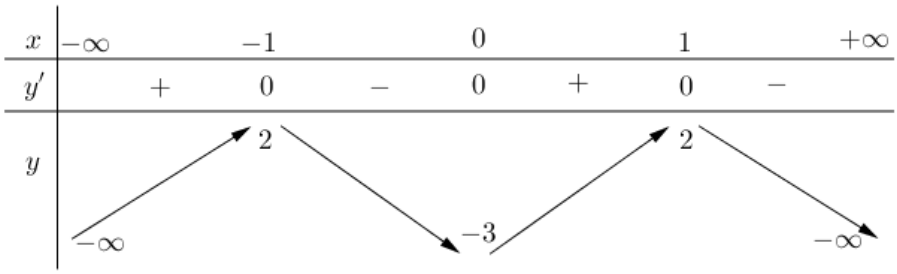
Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(4;7)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-1;2)$.

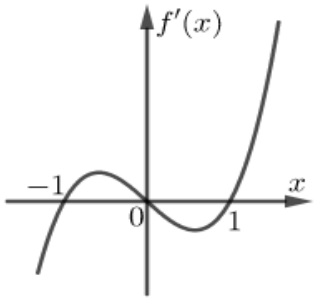
Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên



Hàm số $y=f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng

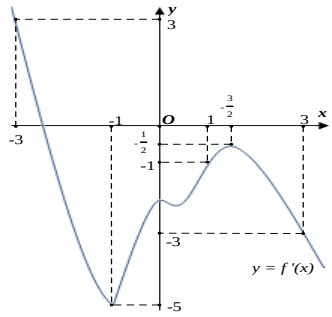
A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $f'(x)=x^3+ax^2+bx+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(f'(x))$ có mấy khoảng đồng biến?



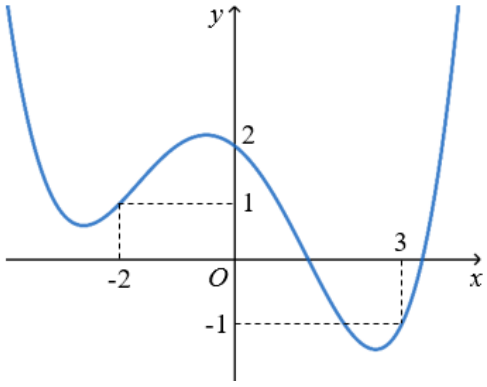
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=\frac{1}{2}f(2x-1)+x^2-x+2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



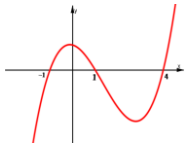
A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(x+1)+\frac{x^3}{3}-3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(1;5)$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ mà đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(4;7)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;4)$ **B.** $(4;+\infty)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(-2;1)$

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Hàm số $f(2x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;0)$.

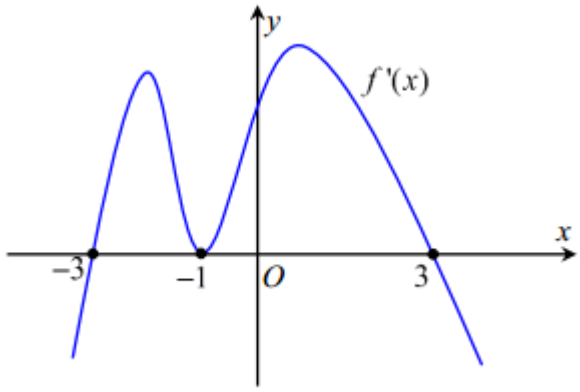
Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình dưới đây

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x+1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

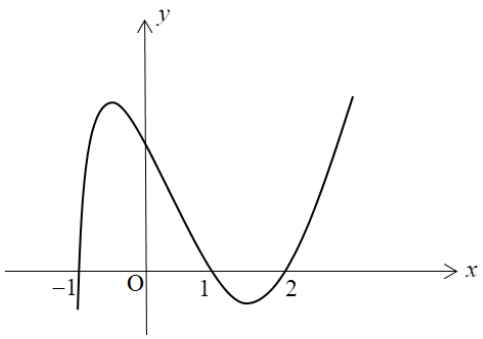
A. $(-2;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x)=f(x^2-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;3)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y=f(-1-x^2)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?



A. $(-1;5)$. **B.** $(2;6)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;3)$.

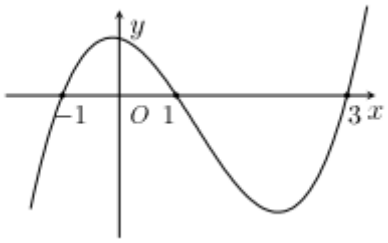
Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(2-x)(x+3)g(x)+2021$ trong đó $g(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2021x+2022$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên R và có đạo hàm $f'(x)=(2-x)(x+3).g(x)+2021$ trong đó $g(x)<0,\forall x\in R.$ Hàm số $y=f(1-x)+2021x+2022$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m\in[-2021;2021]$ để hàm số $g(x)=f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?



A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, dấu của đạo hàm được cho bởi bảng:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

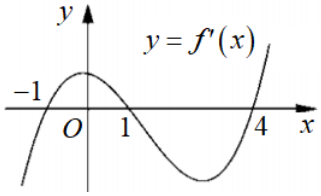
Hàm số $y=f(2x-2)$ nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3-x)(10-3x)^2(x-2)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(3-x)+\frac{1}{6}(x^2-1)^3$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

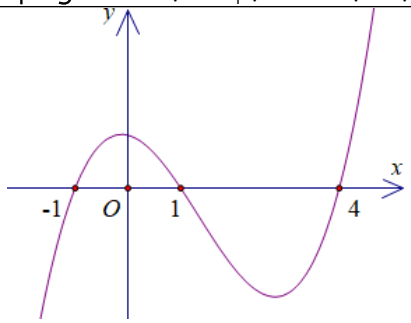
Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Hàm số $y=g(x)=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị (như hình bên). Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(3;5)$. **B.** $(-4;1)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

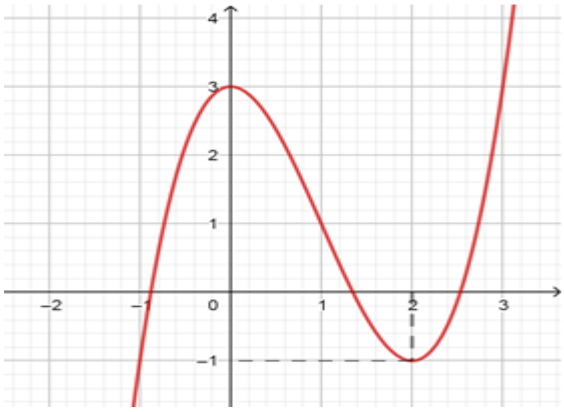
Câu 51: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như bảng sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y=f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 52: Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét hàm số $h(x)=f\left(|x-1|\right)$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số $h(x)=f\left(|x-1|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $h(x)=f\left(|x-1|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số $h(x)=f\left(|x-1|\right)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số $h(x)=f\left(|x-1|\right)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

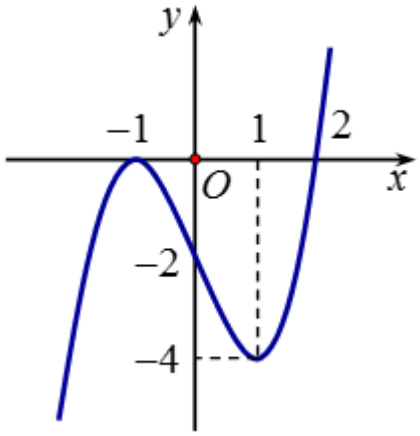
Hàm số $y=f(1-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 54: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x^2-6x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(x^2-4x+m)$ đồng biến trên $(0;2)$?

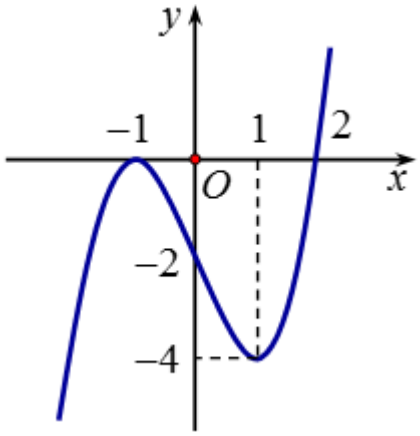
A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc 4, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$. Hàm số g(x) đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



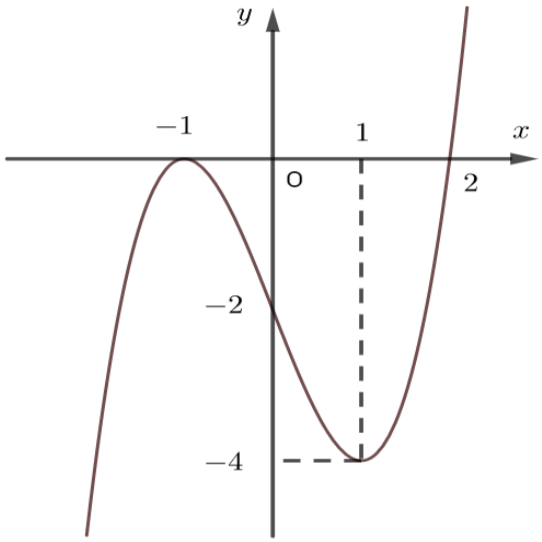
A. $(-2;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 56: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc 4, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$. Hàm số g(x) đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Xét hàm $g(x)=f\left(x^2-2\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 58: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(4;5)$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

TXD: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$f'(x)=\dfrac{-5}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Bảng xét dấu của y'

x	$+\infty$		-1		1		2		$-\infty$
y'		-	0	-	0	+	0	-	

Từ bảng trên, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàn số $f(2x+1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left[f(2x+1)\right]'=2.f'(2x+1)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+1<-3\\-1<2x+1<1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\-1<x<0\end{array}\right.$.

Vậy khoảng nghịch biến của hàm số $f(2x+1)$ là khoảng $(-1;0)$

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=-2f'\left(1-2x\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow f\left(1-2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x=-1\\1-2x=0\\1-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{1}{2}\\x=0\end{array}\right.$$

$y'\left(3\right)=-2.f'\left(-3\right)<0.$

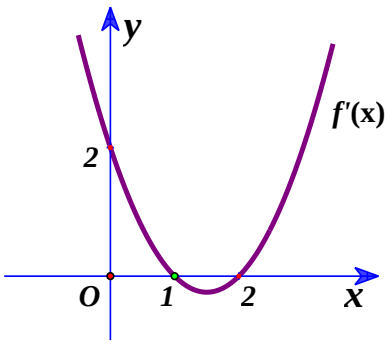
Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};1\right)$ và $\left(-\infty;0\right)$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 5: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$. Hàm số $g\left(x\right)=f\left(x-x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây ?



A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Có $g'\left(x\right)=f'\left(x-x^2\right).\left(1-2x\right).$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(x-x^2\right)=0\\1-2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-x^2=1\\x-x^2=2\\1-2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}.$$

Với $x=0$ có $g'\left(0\right)=f'\left(0-0^2\right).\left(1-2.0\right)=2>0$, ta có bảng xét dấu của $g'\left(x\right)$ như sau :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+2)(3-x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\\x=3\end{array}\right.$. Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(3;+\infty)$, hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$

Câu 7: Cho hàm số có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^2(x-2)^3(3-x)$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

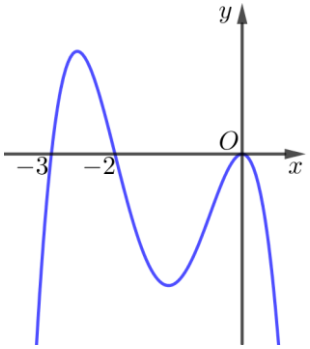
A. $(2;3)$. **B.** $(-2;2)$ **C.** $(3;+\infty)$ **D.** $(-\infty;-2)$

Lời giải

Chọn A

x	-2		2		3	
$f'(x)$	$-$	$-$		$+$		$-$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới. Hỏi khẳng định nào **đúng** ?



A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

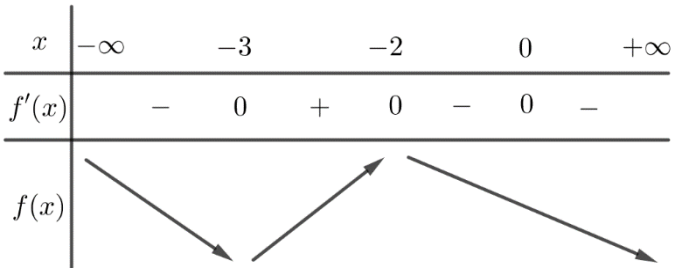
C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra chỉ có khẳng định C đúng.

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng:

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

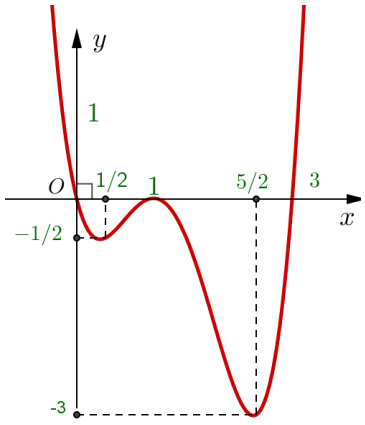
Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{-4}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\neq 1$

$\Rightarrow$hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

Mà $(2;+\infty)\subset(1;+\infty)$ nên hàm số cũng nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến khi $f'(x)\le 0\Leftrightarrow x\in(0;3)$.

(Đồ thị $y=f'(x)$ nằm phía dưới trục hoành, $f'(x)=0$ khi $x=1$)

Câu 11: Hàm số $y=f(3-2x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=f(3-2x)$

Ta có $y'=-2.f'(3-2x)$

Từ bảng xét dấu, ta có $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}3-2x=5\\3-2x=3\\3-2x=1\end{array}\right.$

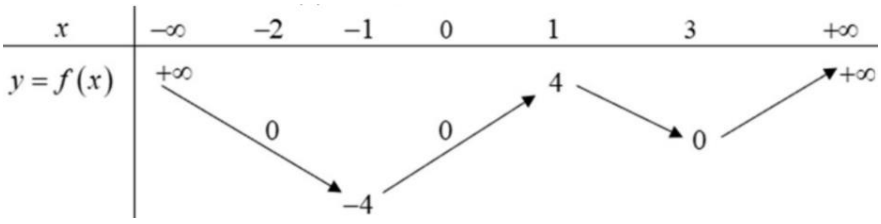
$\Rightarrow y'>0\Leftrightarrow -2.f'(3-2x)>0\Leftrightarrow f'(3-2x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<0\\x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3<3-2x<5\\3-2x<1\end{array}\right.$

Đặt $t=3-2x\Rightarrow f'(t)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3<t<5\\t<1\end{array}\right.$

Xét hàm số $y=f(x)$ có $y'=f'(x)$

Hàm số nghịch biến khi $y'<0\Leftrightarrow f'(x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3<x<5\\x<1\end{array}\right.$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$

Lời giải

Chọn C

Ta có : $g'(x)=-\dfrac{f'(x)}{\left(f(x)\right)^2}>0\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)<0\\f(x)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-1\\1<x<3\\x\neq\{-2;0;3\}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\-2<x<-1\\1<x<3\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$, $(-2;-1)$ và $(1;3)$.

$\Rightarrow$ hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=x^2(x^2-1),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(-x)$ đồng biến trên khoảng nào

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

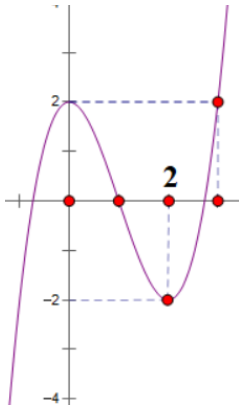
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

$y=f(-x)\Rightarrow y'=-f'(-x)$

Hàm số $y=f(-x)$ đồng biến khi và chỉ khi

$-f'(-x)<0\Leftrightarrow f'(-x)<0\Leftrightarrow -1<-x<1\Leftrightarrow 1>x>-1$

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=-3f(x-2)$ nghịch biến trên khoảng



A. $(2;4)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-3f'(x-2)<0\Leftrightarrow f'(x-2)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2>2\\x-2<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>4\\x<2\end{array}\right.$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới.

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(1-x^2)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2;-\sqrt{3})$. **B.** $(\sqrt{3};2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -2xf'\left(1-x^2\right)$.

Xét $-2xf'\left(1-x^2\right) < 0 \Leftrightarrow xf'\left(1-x^2\right) > 0$.

TH1: $\begin{cases} x > 0 \\ f'\left(1-x^2\right) > 0 \ (1) \end{cases}$.

Từ giả thiết ta có $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3 < 1-x^2 < -2 \\ 1 < 1-x^2 < 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 < x^2 < 4 \\ -1 < x^2 < 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{3} < x < 2 \\ -2 < x < -\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Kết hợp với $x > 0$ suy ra $\sqrt{3} < x < 2$.

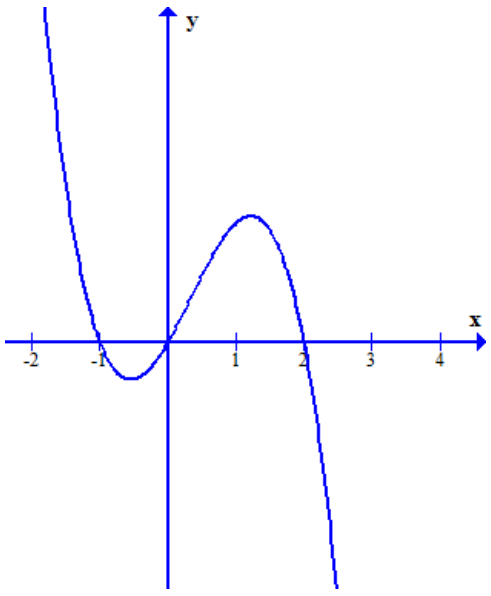
TH2: $\begin{cases} x < 0 \\ f'\left(1-x^2\right) < 0 \ (2) \end{cases}$.

Từ giả thiết ta có $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x^2 < -3 \\ -2 < 1-x^2 < 0 \\ 0 < 1-x^2 < 1 \\ 1-x^2 > 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 > 4 \\ 1 < x^2 < 3 \\ 0 < x^2 < 1 \\ x^2 < -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 2 \\ x < -2 \\ 1 < x < \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} < x < -1 \\ 0 < x < 1 \\ -1 < x < 0 \end{array}\right.$.

Kết hợp với $x < 0$ suy ra $\left[\begin{array}{l} x < -2 \\ -\sqrt{3} < x < -1 \\ -1 < x < 0 \end{array}\right.$.

Từ đó suy ra $y = f\left(1-x^2\right)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$, $\left(-\sqrt{3};-1\right)$, $(-1;0)$ và $\left(\sqrt{3};2\right)$.

Câu 16: Cho hàm số đa thức bậc bốn $f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(3-2x)$ được cho như hình sau:



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;5)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=3-2x$. Ta có bảng xét dấu của $f'(3-2x)$ được mô tả lại như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
t	$+\infty$	$\searrow$	5	$\searrow$	3	$\searrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$
$f'(3-2x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ đó suy ra bảng xét dấu của $f'(t)$:

t	$-\infty$		-1		3		5		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;5)$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biên thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $g(x)=f\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-1;\frac{1}{4}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};1\right)$. **C.** $\left(\frac{9}{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(1;\frac{5}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=\left(4x-\frac{5}{2}\right)f'\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)$.

Xét $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x-\frac{5}{2}=0\\ f'\left(2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{5}{8}\\ 2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}=-2\Leftrightarrow x\in\left\{-1;\frac{1}{4};\frac{5}{8};1;\frac{9}{4}\right\}\\ 2x^2-\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}=3\end{array}\right.$.

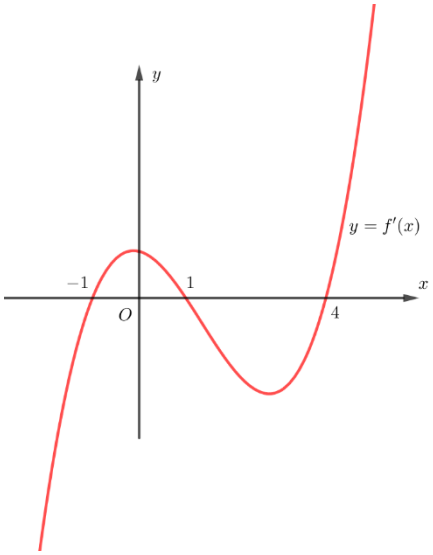
Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{4}$		$\frac{5}{8}$		1		$\frac{9}{4}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\left(g'(0)=-\frac{5}{2}f'\left(-\frac{3}{2}\right)>0\Rightarrow g'(x)>0,\forall x\in\left(-1;\frac{1}{4}\right)\right)$

Đối chiếu các đáp án ta **Chọn D**

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(4;7)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=f(|3-x|)=\begin{cases} f(3-x)\ khi\ x\le 3 \\ f(x-3)\ khi\ x>3 \end{cases}$.

Suy ra $y'=\begin{cases} -f'(3-x)\ khi\ x<3 \\ f'(x-3)\ khi\ x>3 \end{cases}$.

Với $x<3$ ta có $y'=-f'(3-x)>0\Leftrightarrow f'(3-x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 3-x<-1 \\ 1<3-x<4 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x>4 \\ -1<x<2 \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $x<3$ ta có $-1<x<2$.

Với $x>3$ ta có $y'=f'(x-3)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x-3>4 \\ -1<x-3<1 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x>7 \\ 2<x<4 \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $x>3$ ta có $\left[\begin{array}{l} x>7 \\ 3<x<4 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;2);(3;4);(7;+\infty)$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $y=f(2-e^x)-\frac{1}{3}e^{3x}+3e^{2x}-5e^x+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(-4;-3)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $y'=-e^x.f'\left(2-e^x\right)-e^{3x}+6e^{2x}-5e^x=e^x\left[-f'\left(2-e^x\right)-e^{2x}+6e^x-5\right]$.

Đặt $t=2-e^x$, ta được:

$y'=(2-t)\left[-f'(t)-(2-t)^2+6(2-t)-5\right]=(2-t)\left[-f'(t)-t^2-2t+3\right]$.

$y'=0\Leftrightarrow(2-t)\left[-f'(t)-t^2-2t+3\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\\f'(t)=-t^2-2t+3\end{array}\right.$

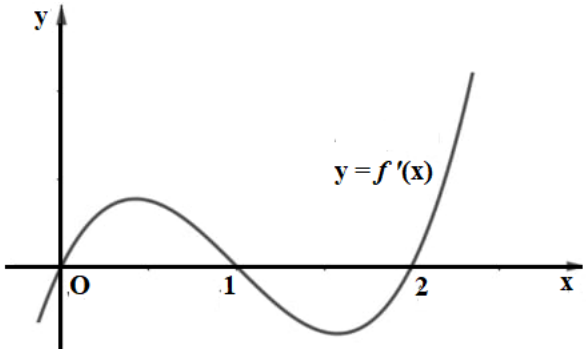
◆ Hàm số $g(x)=-x^2-2x+3$ là parabol có trục đối xứng $x=-1$ và cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$. Suy ra $f'(t)=-t^2-2t+3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-3\end{array}\right.$.

◆ Bảng xét dấu:

t	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$2-t$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$-f'(t)-t^2-2t+3$		$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $y'>0,\forall x\in(-3;0)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $y=f(3-x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;b)$. Giá trị lớn nhất của b bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 31aa

Đặt $g(x)=f(3-x)\Rightarrow g'(x)=-f'(3-x)$

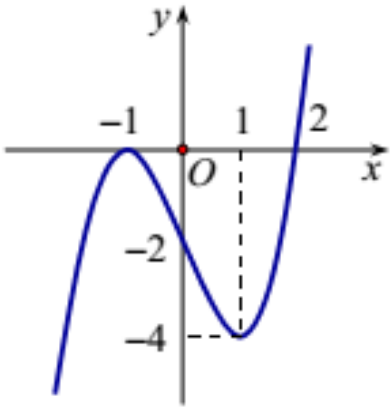
Ta có: $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-x=0\\3-x=1\\3-x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=2\\x=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	$+$	0	-	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=g(x)=f(3-x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$, suy ra $b\le 3$. Vậy giá trị lớn nhất của b là 3

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



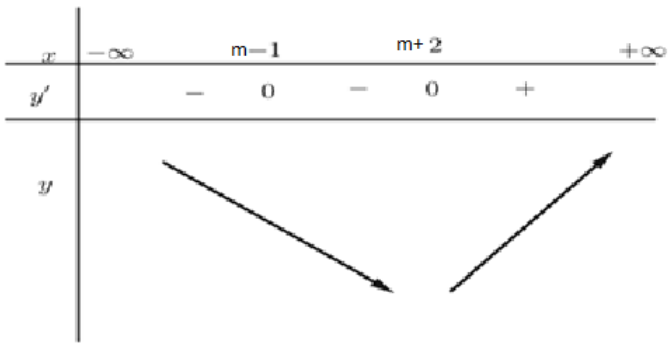
Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=f(x-m)$ đồng biến trên khoảng $(2020;+\infty)$. Số phần tử của tập S là

A. 2020. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn C

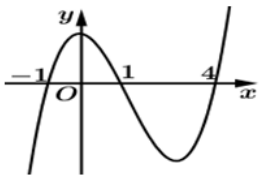
Xét hàm số $y=f(x-m)\Rightarrow y'=f'(x-m)$, đồ thị hàm số $y'=f'(x-m)$ chính là đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tịnh tiến dọc theo trục hoành sang phải m đơn vị nên hàm số $y=f(x-m)$ có BBT như sau:



Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(m+2;+\infty)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2020;+\infty)$ thì $m+2\le 2020\Leftrightarrow m\le 2018$

Do m nguyên dương nên có 2018 giá trị thỏa mãn.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $y=f(3-2x)+2020$ nghịch biến trên khoảng nào?

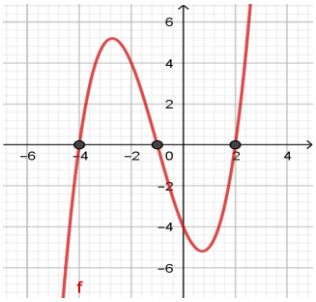
A. $(-1;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

- $y' = -2f'(3-2x)$.
- $y' < 0 \Leftrightarrow f'(3-2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 3-2x < 1 \\ 3-2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 2 \\ x < -\dfrac{1}{2} \end{cases}$.
- Vậy hàm số $y = f(3-2x) + 2020$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ sau



Hàm số $y = f(x^2 - 5)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 2xf'(x^2-5)$.

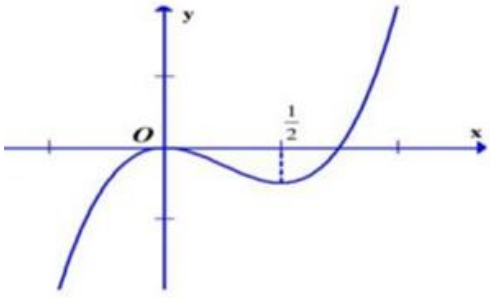
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2-5) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 5 = -4 \\ x^2 - 5 = -1 \\ x^2 - 5 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{7} \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		$-\sqrt{7}$		-2		-1		0		1		2		$\sqrt{7}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	0	-	0	+	

Ta thấy hàm số $y = f(x^2-5)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-\sqrt{7})$, $(-2;1)$, $(0;1)$, $(2;\sqrt{7})$, do đó chọn phương án. **B.**

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $f(\sin x)$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây

A. $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. **B.** $\left(0;\frac{\pi}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có:

Đặt $g(x)=f(\sin x)\Rightarrow g'(x)=\cos x.f'(\sin x)$. Ta xét trên khoảng $(0;\pi)$

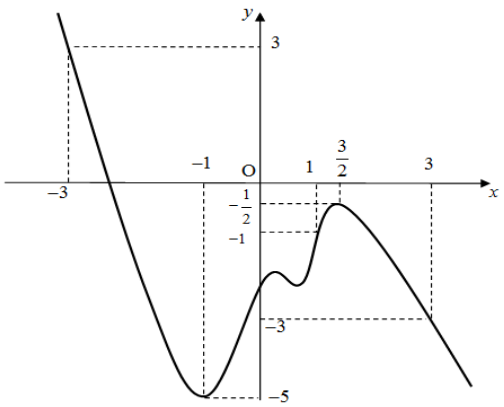
$$g'(x)=0\Leftrightarrow\cos x.f'(\sin x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ f'(\sin x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}\\ x=\frac{\pi}{6}\\ x=\frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{5\pi}{6}$		π
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{5\pi}{6};\pi\right)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f(1-x)+\frac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng nào?

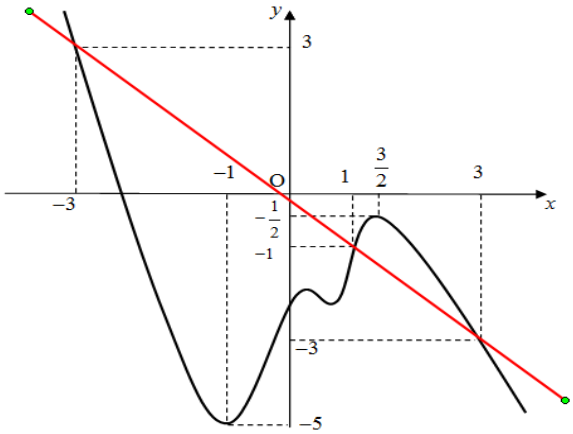
A. $(1;3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$

Lời giải

Chọn C

- Ta có $y'=-f'(1-x)+x-1<0$.
- Đặt $t=1-x$ ta được: $-f'(t)-t<0\Leftrightarrow f'(t)>-t$.

Dựa vào tương giao đồ thị hai hàm số $y=f'(t)$ và $y=-t$



Ta được: $\left[\begin{array}{l} t<-3 \\ 1<t<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x<-3 \\ 1<1-x<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ -2<x<0 \end{array}\right.$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào

A. $(-3;0)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(-2;2)$

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $y'=\left(f(x^2)\right)'=2x.f'(x^2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^4(x^2-9)(x^2-4)^2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 3 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		0		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$y=f(x^2)$		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Dựa vào BBT ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-3)$ và $(0;3)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(1-x)(x+2)g(x)+2018$ trong đó $g(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=(1-x)(x+2)g(x)+2018 \Rightarrow f'(1-x)=x(3-x)g(1-x)+2018$

$y=f(1-x)+2018x+2019$

$\Rightarrow y'=-f'(1-x)=-x(3-x)g(1-x)-2018+2018=-x(3-x)g(1-x)$

Suy ra $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$. Vì $g(1-x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên ta có bảng xét dấu của y' như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=f\left(1-x\right)+2018x+2019$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 28: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới

x	$-\infty$		-3		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f\left(1-2x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(-2;-\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};3\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

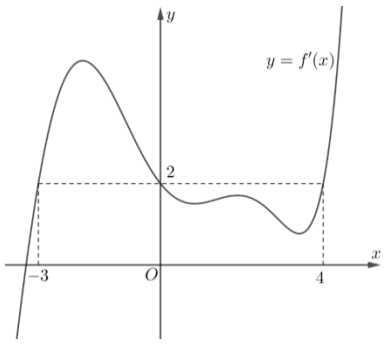
Đặt $g\left(x\right)=f\left(1-2x\right)$ có $g'\left(x\right)=-2f'\left(1-2x\right)$.

$g\left(x\right)$ đồng biến khi và chỉ khi

$$-2f'\left(1-2x\right)\ge 0\Leftrightarrow f'\left(1-2x\right)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x\le -3\\ -2\le 1-2x\le 1\\ 3\le 1-2x\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ 0\le x\le\frac{3}{2}\\ x\le -1\end{array}\right.$$

So sánh với các phương án ta thấy phương án D thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 29: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hỏi hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-3x\right)-2x^2+6x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(0;4\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn C

- Đặt $x^2-3x=t$ xét hàm số $g\left(t\right)=f\left(t\right)-2t$.
- Ta có: $g'\left(t\right)=f'\left(t\right)-2$.

Hàm số $y=g\left(t\right)$ nghịch biến khi $g'\left(t\right)=f'\left(t\right)-2\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\le -3\\ 0\le t\le 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3x\le -3\\ 0\le x^2-3x\le 4\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3x\le -3\\ 0\le x^2-3x\le 4\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\left[-1;0\right]\cup\left[3;4\right].$$

◆ Ta chọn đáp án. **C.**

Câu 30: Cho hàm số $f\ x\ =\frac{1}{6}x^3+ax^2+bx+c\ \ a,b,c\in\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $f\ 0\ =f\ 1\ =f\ 2\ .$ Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của c để hàm số $g\ x\ =f\ \ f\ \ x^2+2$ nghịch biến trên khoảng $0;1$ là

A. $1+\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $1-\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$f\ 0\ =c$

$f\ 1\ =a+b+c+\frac{1}{6}$

$f\ 2\ =4a+2b+c+\frac{4}{3}$

Vì $f\ 0\ =f\ 1\ =f\ 2$ nên $\begin{cases}c=a+b+c+\frac{1}{6}\\ c=4a+2b+c+\frac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=-\frac{1}{6}\\ 4a+2b=-\frac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\ b=\frac{1}{3}\end{cases}$

Lúc đó : $f\ x\ =\frac{1}{6}x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x+c.$

$f'\ x\ =\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{3}.$

$f'\ x\ \le 0\Leftrightarrow\frac{3-\sqrt{3}}{3}\le x\le\frac{3+\sqrt{3}}{3}.$

Hàm số $g\ x\ =f\ \ f\ \ x^2+2$ nghịch biến trên khoảng $0;1$

$\Leftrightarrow g'\ x\ \le 0,\forall x\in\ 0;1$

$\Leftrightarrow 2x.f'\ \ f\ \ x^2+2\ \ .f'\ x^2+2\ \le 0,\forall x\in\ 0;1\quad 1$

Vì với $x\in\ 0;1\ :\ 2x>0$ và $2<x^2+2<3$ nên $f'\ x^2+2\ >0$ nên

$1\ \Leftrightarrow f'\ \ f\ \ x^2+2\ \ \le 0,\forall x\in\ 0;1$

Với $x\in\ 0;1\ :f\ 2\ <f\ \ x^2+2\ <f\ 3$ nên

$f'\ \ f\ \ x^2+2\ \ \le 0,\forall x\in\ 0;1\ \Leftrightarrow\frac{3-\sqrt{3}}{3}\le f\ 2\ <f\ 3\ \le\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}f\ 3\ <\frac{3+\sqrt{3}}{3}\\ f\ 2\ >\frac{3-\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c+1\le\frac{3+\sqrt{3}}{3}\\ c\ge\frac{3-\sqrt{3}}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\frac{3-\sqrt{3}}{3}\le c\le\frac{\sqrt{3}}{3}$

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của c thỏa mãn yêu cầu đề bài là $\frac{3-\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}=1.$

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f\left(1-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;3\right)$. **B.** $\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left(-2;0\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn C

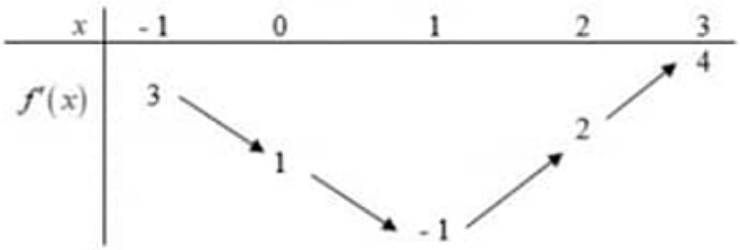
Xét hàm số $y=f\left(1-2x\right)\Rightarrow y'=-2f'\left(1-2x\right)$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow y'=-2f'\left(1-2x\right)<0$

$\Leftrightarrow f'\left(1-2x\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3<1-2x<-1\\1-2x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<2\\x<0\end{array}\right.$.

Vậy, hàm số $y=f\left(1-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$ và $\left(-\infty;0\right)\supset\left(-2;0\right)$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\left(-1;3\right)$. Bảng biến thiên của hàm số $y=f'\left(x\right)$ được cho như hình vẽ sau. Hàm số $y=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $\left(-4;-2\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(2;4\right)$.

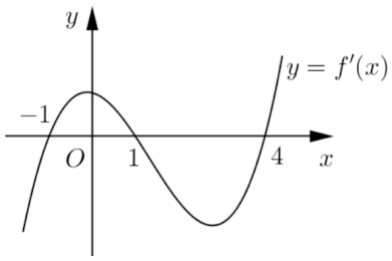
Lời giải

Chọn A

◆ $y'=-\frac{1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)+1;\ y'<0\Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2$.

Ta thấy với mọi $x\in\left(-4;-2\right)$ thì $1-\frac{x}{2}\in\left(2;3\right)\Rightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-4;-2\right)$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f\left(\left|3-x\right|\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(4;7\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(-1;2\right)$.

Lời giải

Chọn D

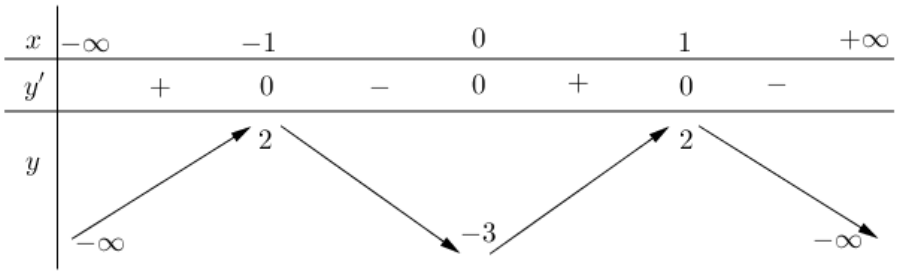
$y' = \dfrac{x-3}{|3-x|} f'\left(|3-x|\right)$. Ta có: y' không xác định tại điểm $x = 3$.

Hàm số đồng biến khi

$$y' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x-3>0 \\ f'\left(|3-x|\right)>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-3<0 \\ f'\left(|3-x|\right)<0 \end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} -1<3-x<1 \\ 3-x>4 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x<3 \\ \left[\begin{array}{l} 1<3-x<4 \\ 3-x<-1 \end{array}\right. \end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} x>3 \\ \left[\begin{array}{l} 2<x<4 \\ x<1 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x<3 \\ \left[\begin{array}{l} -1<x<2 \\ x>4 \end{array}\right. \end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3<x<4 \\ -1<x<2 \end{array}\right.$$

Hàm số $y = f\left(|3-x|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$ và $(3;4)$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên



Hàm số $y = f(1-2x)+1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

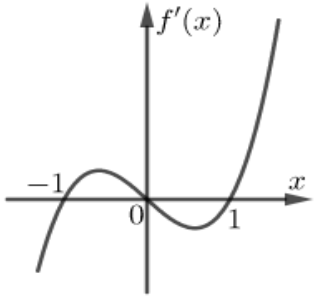
Chọn B

Ta có: $y' = -2f'(1-2x)$.

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1<1-2x<0 \\ 1<1-2x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{2}<x<1 \\ x<0 \end{array}\right.$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$ và $(-\infty;0)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $f'(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \ (a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f\left(f'(x)\right)$ có mấy khoảng đồng biến?



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} f'(-1)=0 \\ f'(0)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b+c=1 \\ c=0 \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-1 \\ c=0 \end{cases}$.

Do đó: $f'(x)=x^3-x$ và $f''(x)=3x^2-1$.

Ta có: $g'(x)=f''(x).f'\left(f'(x)\right)$;

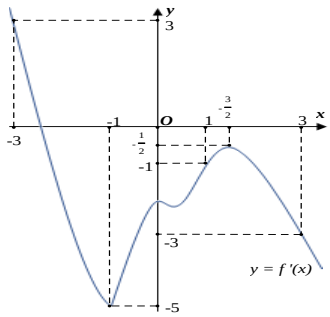
$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f''(x)=0 \\ f'(x)=1 \\ f'(x)=0 \\ f'(x)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2-1=0 \\ x^3-x-1=0 \\ x^3-x=0 \\ x^3-+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ x=-1,32 \\ x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \\ x=1,32 \end{array}\right. .$$

Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		$-1,32$		-1		$-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$		0		$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$		1		$1,32$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)=f\left(f'(x)\right)$ có khoảng 4 đồng biến.

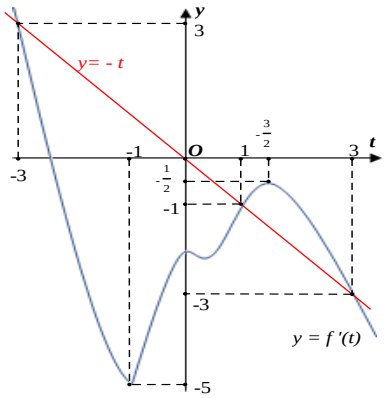
Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=\dfrac{1}{2}f(2x-1)+x^2-x+2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn C

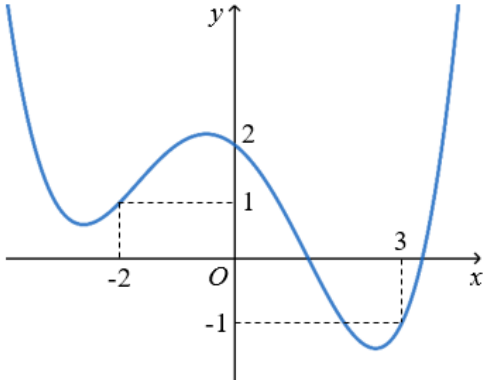


- $g(x)=\frac{1}{2}f(2x-1)+x^2-x+2020$.

$g'(x)=f'(2x-1)+2x-1<0 <=> f'(2x-1)<-(2x-1)$

- Đặt $2x-1=t$ ta có $=> f'(t)<-t$.
- Đường thẳng $y=-t$ đi qua các điểm $(-3;3)$ và $(-1;1)$ nằm trên đồ thị $f'(t)$ do đó $f'(t)<-t$ trên $(-3;1)$ hay ta có:
- $-3<2x-1<1 \Rightarrow -1<x<1$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x)=f(x+1)+\frac{x^3}{3}-3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(1;5)$.

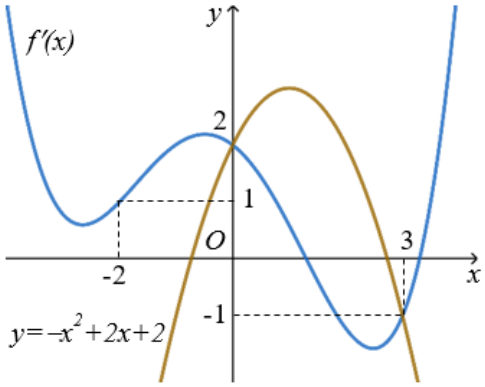
Lời giải

Chọn A

- $g(x)=f(x+1)+\frac{x^3}{3}-3x;\ g'(x)=f'(x+1)+x^2-3$

Đặt: $x+1=t;\ t\in(-\infty;+\infty) \Rightarrow g'(t)=f'(t)+(t-1)^2-3 \Leftrightarrow g'(t)=f'(t)-(-t^2+2t+2)$

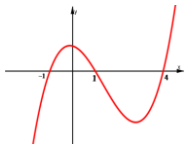
- Vẽ đồ thị $y=-t^2+2t+2$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị $y=f'(t)$ như hình vẽ:



Ycbt: $g'(t)<0 \Leftrightarrow f'(t)<-t^2+2t+2 \Leftrightarrow 0<t<3$

$\Rightarrow 0<x+1<3 \Leftrightarrow -1<x<2$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ mà đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(|3-x|)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(4;7)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=f(|3-x|)=\begin{cases} f(3-x) \text{ khi } x\le 3 \\ f(x-3) \text{ khi } x>3 \end{cases} \Rightarrow y'=\begin{cases} -f'(3-x) \text{ khi } x\le 3 \\ f'(x-3) \text{ khi } x>3 \end{cases}$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -f'(3-x)=0 \\ f'(x-3)=0 \end{array}\right.$.

Xét $x\le 3$, phương trình $-f'(3-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3-x=-1 \\ 3-x=1 \\ 3-x=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\ (l) \\ x=2 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Xét $x>3$, phương trình $f'(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-3=-1 \\ x-3=1 \\ x-3=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\ (l) \\ x=4 \\ x=7 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu của y'.

x	$-\infty$		-1		2		3		4		7		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;4)$ **B.** $(4;+\infty)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(-2;1)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-2f'(3-2x)$.

$$y'<0 \Leftrightarrow f'(3-2x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-3<3-2x<-1\\3-2x>1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2<x<3\\x<1\end{array}\right.$$

Hàm số $y=f(3-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;3)$.

Do dó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu $f'(x)$ như hình bên. Hàm số $f(2x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\left(f(2x+1)\right)'=f'(2x+1).(2x+1)'=2.f'(2x+1)$$

Để hàm số $f(2x+1)$ đồng biến thì $f'(2x+1)>0$

Dựa vào bảng biến thiên ta được

$$\left[\begin{array}{l}-3<2x+1<-1\\2x+1>1\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-4<2x<-2\\2x>0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<x<-1\\x>0\end{array}\right.$$

Hàm số $f(2x+1)$ đồng biến trên $(-2;-1)$ và $(0;+\infty)$

Vậy ta chọn đáp án B

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình dưới đây

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x+1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

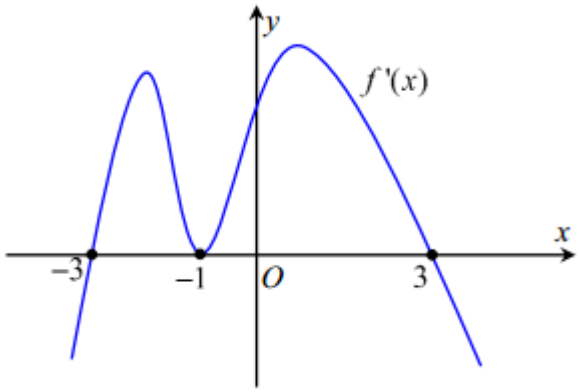
Chọn C

Đặt $g(x)=f(x+1)$

Ta có $g'(x)=f'(x+1)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1<-3 \\ -1<x+1<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-4 \\ -2<x<0 \end{array}\right.$.

Khi đó hàm số $g(x)=f(x+1)$ nghịch biến trên $(-\infty;-4)$ và $(-2;0)$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(2;3)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$; $g'(x)=\left(f\left(x^2-2x\right)\right)'=(2x-2).f'\left(x^2-2x\right)$.

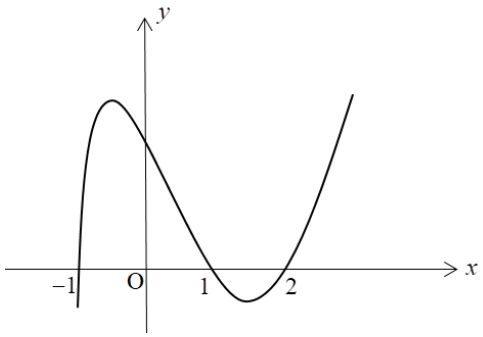
$$g'(x)=0 \Leftrightarrow (2x-2).f'\left(x^2-2x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-2=0 \\ f'\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x=-3(vn) \\ x^2-2x=-1 \\ x^2-2x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, suy ra hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(-1-x^2\right)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?



A. $(-1;5)$. **B.** $(2;6)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Với $y=f\left(-1-x^2\right)$ ta có $y'=-2x.f'\left(-1-x^2\right)$.

Suy ra $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2x=0\\f'\left(-x^2-1\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\-x^2-1=2\\-x^2-1=\pm1\end{array}\right.\Leftrightarrow x=0$.

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy $f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<1\\x>2\end{array}\right.$.

suy ra $f'\left(-x^2-1\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<-x^2-1<1\\-x^2-1>2\end{array}\right.\Rightarrow$ không tồn tại x để $f'\left(-x^2-1\right)>0$.

$\Rightarrow f'\left(-x^2-1\right)\le0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-2x$		$+$	0	$-$	
$f'\left(-x^2-1\right)$		$-$	0	$-$	
y'		$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta có $y'>0\Leftrightarrow x\in(0;+\infty)$.

Suy ra hàm số $y=f\left(-1-x^2\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;6)$.

Chú ý: Dùng ghép trục thì đơn giản hơn.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(2-x)(x+3)g(x)+2021$ trong đó $g(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2021x+2022$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=-f'(1-x)+2021$; $y'=-\left[(1+x)(4-x).g(1-x)+2021\right]+2021$

$y' = (x+1)(x-4).g(1-x)$. Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Vì $g(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $y' > 0$, $\forall x \in (-1;4)$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(-1;4)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R và có đạo hàm $f'(x) = (2-x)(x+3).g(x) + 2021$ trong đó $g(x) < 0, \forall x \in R$. Hàm số $y = f(1-x) + 2021x + 2022$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $y = f(1-x) + 2021x + 2022 \Rightarrow y' = -f'(1-x) + 2021$

Theo giả thuyết của đề, ta có:

$f'(x) = (2-x)(x+3).g(x) + 2021 \Rightarrow -f'(x) = -(2-x)(x+3).g(x) - 2021$

$\Rightarrow -f'(x) + 2021 = -(2-x)(x+3).g(x)$

$\Rightarrow -f'(x) + 2021 = 0 \Leftrightarrow (2-x)(x+3).g(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu như sau:

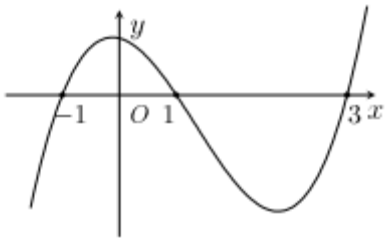
x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$-f'(x) + 2021$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta suy ra $-f'(x) + 2021 > 0, \forall x \in (-3;2)$

$\Rightarrow y' = -f'(1-x) + 2021 > 0 \Leftrightarrow -3 < 1-x < 2 \Rightarrow -1 < x < 4.$

Vậy hàm số $y = f(1-x) + 2021x + 2022$ đồng biến trên khoảng $(-1;4)$.

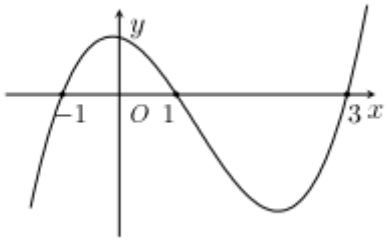
Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên $m \in [-2021;2021]$ để hàm số $g(x) = f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?



A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn B



$g(x) = f(x+m) \Rightarrow g'(x) = f'(x+m)$

Để hàm số $g(x)=f(x+m)$ nghịch biến thì $g'(x)=f'(x+m)\le 0$. **(Bằng 0 tại hữu hạn điểm)**

Nhìn vào đồ thị hàm $y=f'(x)$ ta có $f'(x)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le -1\\1\le x\le 3\end{array}\right.$.

Vậy $f'(x+m)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+m\le -1\\1\le x+m\le 3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le -1-m\\1-m\le x\le 3-m\end{array}\right.$

Do đó để hàm số $g(x)=f(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ thì $\left[\begin{array}{l}-1-m\ge 2\\1-m\le 1<2\le 3-m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -3\\0\le m\le 1\end{array}\right.$

Mà $m\in[-2021;2021], m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-2021;-2020....,-3\}\cup\{0;1\}$

Suy ra có 2021 giá trị m thỏa ycbt.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, dấu của đạo hàm được cho bởi bảng:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(2x-2)$ nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu của đạo hàm ta có:

$f'(x)<0\Leftrightarrow 0<x<2$.

$f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\x>2\end{array}\right.$.

$y'=2f'(2x-2)$.

$y'<0\Leftrightarrow f'(2x-2)<0\Leftrightarrow 0<2x-2<2\Leftrightarrow 1<x<2$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3-x)(10-3x)^2(x-2)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g(x)=f(3-x)+\frac{1}{6}(x^2-1)^3$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$g'(x)=-f'(3-x)+\frac{3}{6}2x(x^2-1)^2$

$=-f'(3-x)+x(x^2-1)^2$

$=-[3-(3-x)][10-3(3-x)]^2(3-x-2)^2+x(x^2-1)^2$

$=-x.(1+3x)^2(1-x)^2+x(x-1)^2(x+1)^2$

$=(x-1)^2\left[x^3+2x^2+x-x(9x^2+6x+1)\right]$

$=(x-1)^2(-8x^3-4x^2)$

$=-4x^2(x-1)^2(2x+1)$

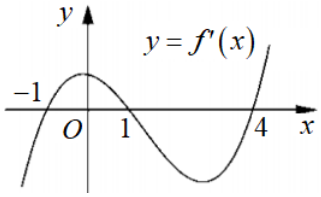
$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$-$	

$\Rightarrow g'(x)>0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{-1}{2}\right)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới.



Hàm số $y=g(x)=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=g(x)=f(2-x)$ có đạo hàm:

$y'=g'(x)=-f'(2-x)$.

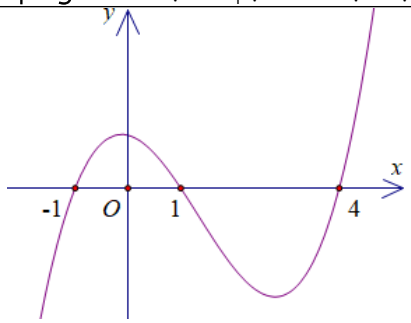
Hàm số đồng biến khi $y'=g'(x)=-f'(2-x)>0\Leftrightarrow f'(2-x)<0$ (1)

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, bất phương trình (1) tương đương với

$\left[\begin{array}{l}2-x<-1\\1<2-x<4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>3\\-2<x<1\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên trên từng khoảng $(3;+\infty)$ và $(-2;1)$. Chọn B.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị (như hình bên). Hàm số $y=f(2-x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(3;5)$. **B.** $(-4;1)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=g(x)=f(2-x)$ ta có $g'(x)=-f'(2-x)$, suy ra $g'(x)>0 \Leftrightarrow f'(2-x)<0$

Từ đồ thị hàm số ta có $\left[\begin{array}{l}2-x<-1\\1<2-x<4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>3\\-2<x<1\end{array}\right.$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(3;5)$.

Câu 51: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như bảng sau.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y=f\left(x+\dfrac{1}{x}\right)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f'(x)=a(x+2)x(x-2)$ (với $a<0$) $\Rightarrow f'\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=a\left(x+\dfrac{1}{x}+2\right)\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x+\dfrac{1}{x}-2\right)$

$\Leftrightarrow f'\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{a(x+1)^2(x^2+1)(x-1)^2}{x^3}$.

Ta có $y=f\left(x+\dfrac{1}{x}\right) \Rightarrow y'=\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)f'\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{a(x^2-1)(x+1)^2(x^2+1)(x-1)^2}{x^5}$.

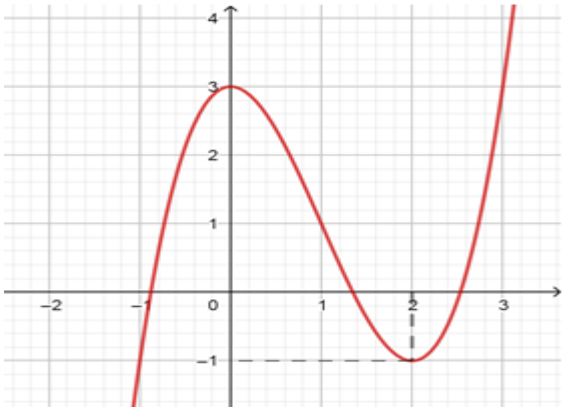
$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu đạo hàm

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)\supset\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$.

Câu 52: Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét hàm số $h(x)=f(|x-1|)$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$.

C. Hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1.

$$h'(x)=\frac{x-1}{|x-1|}.f'(|x-1|)$$

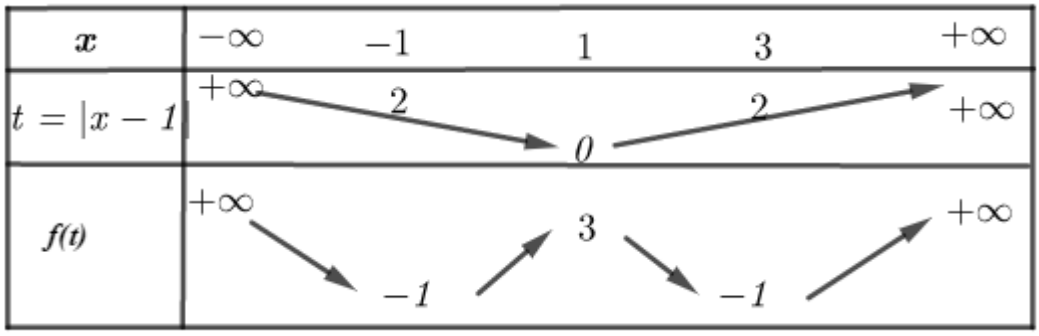
$$f'(|x-1|)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|x-1|=0\\|x-1|=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\\x=-1\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $h(x)=f(|x-1|)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$

Cách 2. Ghép trục



Từ bảng biến thiên của hàm số $h(x)=f\left(|x-1|\right)$ suy ra hàm số $h(x)=f\left(|x-1|\right)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(1-2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-2f'(1-2x)$.

Hàm số $y=f(1-2x)$ nghịch biến khi và chỉ khi $y'=-2f'(1-2x)<0\Leftrightarrow f'(1-2x)>0$.

Từ bảng xét dấu đã cho, ta có $f'(1-2x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3<1-2x<-1\\1-2x>1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<2\\x<0\end{array}\right.$.

Do đó, hàm số $y=f(1-2x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;2)$.

Vậy, hàm số $y=f(1-2x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 54: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+2\right)^2\left(x^2-6x\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-4x+m\right)$ đồng biến trên $\left(0;2\right)$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'\left(x\right)\le 0\Leftrightarrow x\in\left[0;6\right]$

Ta có: $g'\left(x\right)=\left(2x-4\right).f'\left(x^2-4x+m\right)$. Khi $x\in\left(0;2\right)$ thì $2x-4<0$.

Vậy: $g'\left(x\right)\ge 0,\forall x\in\left(0;2\right)\Leftrightarrow f'\left(x^2-4x+m\right)\le 0,\forall x\in\left(0;2\right)$

$\Leftrightarrow 0\le x^2-4x+m\le 6,\forall x\in\left(0;2\right)\Leftrightarrow -m\le x^2-4x\le 6-m,\forall x\in\left(0;2\right)$.

Xét $h\left(x\right)=x^2-4x,x\in\left(0;2\right)$

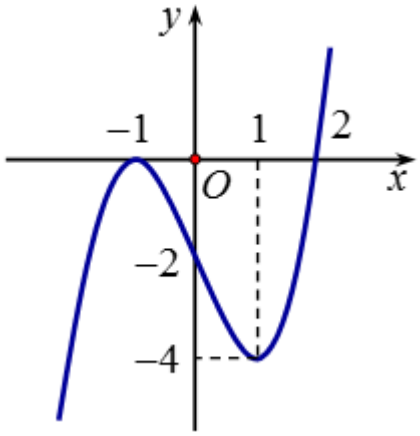
Bảng biến thiên:

x	0		2
$h'(x)$		$-$	0
$h(x)$	0	↘	-4

Từ bảng biến thiên ta có kết quả: $\begin{cases} -m \le -4 \\ 6-m \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 \le m \le 6$. Vì $m \in Z \Rightarrow m = \{4,5,6\}$.

Có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán. **Chọn C**

Câu 55: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm bậc 4, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2\right)$. Hàm số g(x) đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$ và $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Xét $g(x) = f\left(x^2 - 2\right)$ có TXĐ $D = \mathbb{R}$.

$g'(x) = 2xf'(t)$ với $t = x^2 - 2$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ t = x^2 - 2 = -1 \\ t = x^2 - 2 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$$

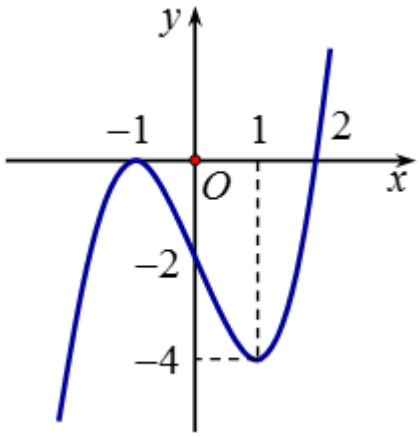
Có $f'(t) > 0 \Leftrightarrow t = x^2 - 2 > 2 \Leftrightarrow x < -2 \vee x > 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-2;0)$.

Câu 56: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc 4, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$. Hàm số g(x) đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị thấy $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$ và $f'(x)>0\Leftrightarrow x>2$.

Xét $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=2xf'(t)$ với $t=x^2-2$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\t=x^2-2=-1\\t=x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$$

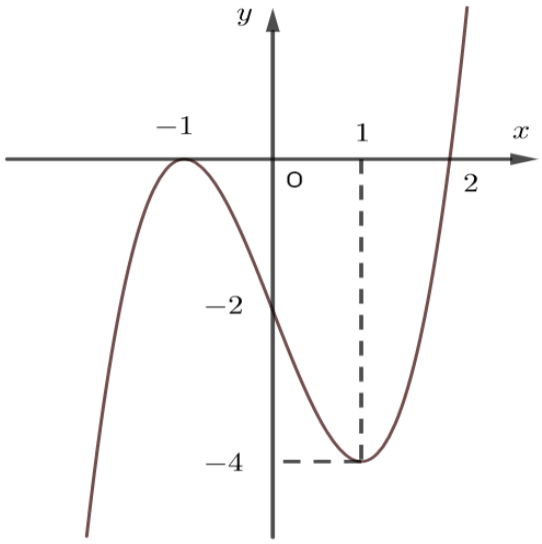
Có $f'(t)>0\Leftrightarrow t=x^2-2>2\Leftrightarrow x<-2\vee x>2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-2;0)$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Xét hàm $g(x)=f\left(x^2-2\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=2x.f'\left(x^2-2\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(x^2-2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2=-1\\x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'\left(x^2-2\right)>0\Leftrightarrow x^2-2>2\Leftrightarrow x^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-2\\x>2\end{array}\right.$

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0 $+$	0 $+$	0	$-$ 0	$-$ 0	$+$

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$ là sai.

Câu 58: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0 $+$	0 $-$	0	$+$

Hàm số $y=f(5-2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(4;5)$.

Lời giải

Chọn D

$y' = -2f'(5-2x)$.

$y' = -2f'(5-2x) > 0 \Leftrightarrow f'(5-2x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5-2x < -3 \\ -1 < 5-2x < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 4 \\ 2 < x < 3 \end{array}\right.$

Vậy hàm số $y = f(5-2x)$ đồng biến trên $(4;5)$

DẠNG 4 Tìm m để hàm số đơn điệu trên khoảng xác định

Phương pháp:

Xét hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

- **Bước 1:** Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.
- **Bước 2:** Tính đạo hàm $y' = f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.
  - Để $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = f'(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{f'(x)} = 3a > 0 \\ \Delta_{f'(x)} = 4b^2 - 12ac \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m$?
  - Đề $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' = f'(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{f'(x)} = 3a < 0 \\ \Delta_{f'(x)} = 4b^2 - 12ac \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m$?

Lưu ý: Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.

- Để $f(x) \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.
- $f(x) \leq 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y = \dfrac{mx-8}{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định:

A. $m > -4$. **B.** $m < 8$. **C.** $-4 < m < 4$. **D.** $m < 4$.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\dfrac{1}{3}x^3 - 2x^2 + mx - 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $m \geq -4$. **B.** $m > -4$. **C.** $m \leq -4$. **D.** $m < -4$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \dfrac{mx + 7m - 6}{x + m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 - (2m-3)x - m + 2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m+1)x - m^2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ là

A. $(-\infty; 3]$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{3}; +\infty\right)$. **D.** $\left[\dfrac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 6: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} + 2x^2 - mx + 2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m \le -4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m \le 4$. **D.** $m \ge 4$.

Câu 7: Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y = 2x^3 + 9mx^2 + 12m^2x + m - 2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + 4x - 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 3mx + 1$. Tìm điều kiện của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$.

C. $m \in [0; 3]$. **D.** $m \in (-3; 0)$.

Câu 10: Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + x - m$ đồng biến trên tập xác định bằng:

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \ge \frac{4}{3}$. **B.** $m \le \frac{4}{3}$. **C.** $m \le \frac{1}{3}$. **D.** $m \ge \frac{1}{3}$.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảngxác định?

A. $m \ge -1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $m > -1$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $[a; b]$. Khi đó $2a - b$ bằng

A. 6. **B.** -3. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 15: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 - mx + 2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m \le -4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m \le 4$. **D.** $m \ge 4$.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx - 16}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(-5; 2)$?.

A. 7. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;2]$ để hàm số $y=x^3-x^2+3mx-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 23. **C.** 20. **D.** 3.

Câu 18: Cho hàm số $y=-x^3-3(m+1)x^2+3(2m-1)x+2020$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+2x^2-mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le -\frac{4}{3}$. **B.** $m\ge -\frac{4}{3}$. **C.** $m<-\frac{4}{3}$. **D.** $m>\frac{4}{3}$.

Câu 20: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{mx+4m-3}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-(2m-3)x-m+2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 22: Tìm tất cả giá trị của m sao cho hàm số $y=\frac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên các khoảng xác định?

A. $m\ge 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m>2$.

Câu 23: Hàm số $y=\frac{x-m^2}{x-4}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;4)$ và $(4;+\infty)$ khi

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$. **D.** $-2<m<2$.

Câu 24: Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\frac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 25: Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{-mx+3}{3x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là.

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=\frac{x-4}{x+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 27: Cho hàm số $y=mx^3+mx^2-(m+1)x+1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên R.

A. $\frac{-3}{4}<m<0$. **B.** $\frac{-3}{4}\le m\le 0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\le\frac{-3}{4}$.

Câu 28: Có bao nhiêu giá tị nguyên của tham số m để hàm số

$f(x)=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m+2)x-3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\le\frac{1}{3}$. **B.** $m\ge\frac{1}{3}$. **C.** $m\ge\frac{4}{3}$. **D.** $m\le\frac{4}{3}$.

Câu 30: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 31: Cho hàm số $y=\frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 32: Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=(m-7)x^3+(m-7)x^2-2mx-1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-mx-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m\le-4$. **B.** $m>-4$. **C.** $m\ge-4$. **D.** $m<-4$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

A. 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 36: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=x^3-3mx^2-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ge0$. **D.** $m\le0$.

Câu 37: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m^2-5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 38: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=x^3+2021mx^2+2022$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m\ge0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\le0$. **D.** $m<0$.

Câu 39: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+6(2-m)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 40: Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=x^3-3(m^2-5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 41: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m > 0$. **B.** $m = 0$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m \leq 0$.

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x - mx + 5$ nghịch biến trên tập xác định.

A. $m \geq 2$. **B.** $m \leq 2$. **C.** $m \geq -2$. **D.** $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x - mx + 5$ nghịch biến trên tập xác định.

A. $m \geq 2$. **B.** $m \leq 2$. **C.** $m \geq -2$. **D.** $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = -x^3 + (m-9)x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 9. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + \cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m > 1$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m \leq -1$.

Câu 46: Tìm giá trị nhỏ nhất của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 - mx - m$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 0$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -6$. **D.** $m = -5$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x + 2 - m}{x + 1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $m \leq 1$. **B.** $m \leq -3$. **C.** $m < 1$. **D.** $m < -3$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $[a;b]$. Khi đó $2a - b$ bằng:

A. 5. **B.** -1. **C.** 6. **D.** -3.

Câu 49: Tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là:

A. $m \leq 12$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m \geq 12$. **D.** $m \leq 0$.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}mx^3 - 2mx^2 + (m-5)x + 2021$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 51: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m \leq -\frac{1}{4}$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $-\frac{1}{4} \leq m < 0$.

Câu 52: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 6mx^2 - 3x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

C. $m\in\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 53: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 54: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+mx^2-9x+23$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 55: Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m\in\ -\infty;-1\rfloor\cup\lfloor 1;+\infty$. **B.** $\lfloor -1;1\rfloor$.

C. $-\infty;-1\ \cup\ 1;+\infty$. **D.** $-1;1$.

Câu 57: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ (a,b,c là các hằng số thực) đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là

A. $a^2-3b\le 0$. **B.** $a^2-3b>0$. **C.** $a^2-3b\ge 0$. **D.** $a^2-3b<0$.

Câu 58: Tìm các giá trị của m để hàm số $y=x^3+mx^2+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in[-3;3]$. **B.** $m\in(-3;3)$.

C. $m\in(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$ **D.** $m\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$

Câu 59: Tìm các giá trị của m để hàm số $y=x^3+mx^2+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in[-3;3]$. **B.** $m\in(-3;3)$.

C. $m\in(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$ **D.** $m\in(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$

Câu 60: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+(m+2)x+3m-1$. Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-8}{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định:

A. $m>-4$. **B.** $m<8$. **C.** $-4<m<4$. **D.** $m<4$.

Lời giải

Chọn C

◆ $y'=\dfrac{-m^2+16}{(2x-m)^2}$ và điều kiện xác định $x\neq\dfrac{m}{2}$

Để hàm số đồng biến trên khoảng xác định thì $y'>0\Leftrightarrow -m^2+16>0\Leftrightarrow -4<m<4$.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+mx-1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $m\geq -4$. **B.** $m>-4$. **C.** $m\leq -4$. **D.** $m<-4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-x^2-4x+m$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow -x^2-4x+m\leq 0$ với mọi x

$\Rightarrow\begin{cases}-1<0\\ \Delta\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow 16+4m\leq 0\Rightarrow m\leq -4$

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{mx+7m-6}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{m^2-7m+6}{(x+m)^2},\forall x\neq -m$

Để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định thì $y'<0,\forall x\neq -m$

$\Leftrightarrow m^2-7m+6<0\Leftrightarrow 1<m<6$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{2;3;4;5\}\Rightarrow$ có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-(2m-3)x-m+2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=x^2-2mx-2m+3$.

Kh đó $y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2mx-2m+3\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=m^2+2m-3\leq 0\Leftrightarrow -3\leq m\leq 1$.

Do m nguyên dương nên $m=1$.

Câu 5: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+2x^2+(m+1)x-m^2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là

A. $(-\infty;3]$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'=3x^2+4x+m+1\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=3>0\\ \Delta'=2^2-3.(m+1)\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\geq\frac{1}{3}$.

Câu 6: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2-mx+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m\leq -4$. **B.** $m>4$. **C.** $m\leq 4$. **D.** $m\geq 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2-mx+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y'=x^2+4x-m\geq 0;\forall x\in R$.

Dễ thấy: $x^2+4x-m\geq 0;\forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ \Delta'=4+m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\leq -4$

Vậy: Hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2-mx+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow m\leq -4$.

Câu 7: Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y=2x^3+9mx^2+12m^2x+m-2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=6x^2+18mx+12m^2$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'\leq 0\,\forall x$

$\Leftrightarrow x^2+3mx+2m^2\leq 0,\forall x\Leftrightarrow\Delta\leq 0\Leftrightarrow m^2\leq 0\Leftrightarrow m=0$.

Vậy có 1 số nguyên m thỏa mãn điều kiện hàm số $y=2x^3+9mx^2+12m^2x+m-2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 8: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

- Ta có $y'=x^2-4mx+4$.
- Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 4m^2 - 4 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m \le 1.$$

◆ Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1;0;1\}$.

◆ Vậy số giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ là 3.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 3mx + 1$. Tìm điều kiện của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \in (-\infty;0) \cup (3;+\infty)$. **B.** $m \in (-\infty;0] \cup [3;+\infty)$.

C. $m \in [0;3]$. **D.** $m \in (-3;0)$.

Lời giải

Chọn C

◆ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

◆ $y' = x^2 - 2mx + 3m$.

◆ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 3m \le 0 \Leftrightarrow m \in [0;3]$.

Câu 10: Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 + x - m$ đồng biến trên tập xác định bằng:

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^2 - 2(m-1)x + 1$.

Để hàm số đồng biến trên tập xác định thì $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m \ge 0 \Leftrightarrow 0 \le m \le 2$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0;1;2\}$.

Vậy $S = 0 + 1 + 2 = 3$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $y' = x^2 + 2mx + 2m - 1$.

◆ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 \le 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. $m \ge \frac{4}{3}$. **B.** $m \le \frac{4}{3}$. **C.** $m \le \frac{1}{3}$. **D.** $m \ge \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = 3x^2 + 2x + m$.

Hàm hàm số $y=x^3+x^2+mx+1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ hay $\Delta'\leq 0\Leftrightarrow 1-3m\leq 0\Leftrightarrow m\geq\frac{1}{3}$.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảngxác định?

A. $m\geq -1$. **B.** $m>1$. **C.** $m\geq 1$. **D.** $m>-1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y'=\frac{m+1}{(x+1)^2}$ xác định với mọi $x\neq -1$.

Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'>0\Leftrightarrow m+1>0\Leftrightarrow m>-1$.

Vậy $m>-1$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+(3m+2)x-5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $[a;b]$. Khi đó $2a-b$ bằng

A. 6. **B.** -3. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x)=-x^2+2mx+3m+2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $f'(x)\leq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow\Delta'\leq 0$

$\Leftrightarrow m^2+3m+2\leq 0\Leftrightarrow -2\leq m\leq -1$

Vậy $a=-2,b=-1\Rightarrow 2a-b=-3$.

Câu 15: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2-mx+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m\leq -4$. **B.** $m>4$. **C.** $m\leq 4$. **D.** $m\geq 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2-mx+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'=x^2+4x-m\geq 0;\forall x\in R$.

Dễ thấy: $x^2+4x-m\geq 0;\forall x\in R\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ \Delta'=4+m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\leq -4$

Vậy: Hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2-mx+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow m\leq -4$.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{mx-16}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-5;2)$?.

A. 7. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

◆ Tính được $y' = \dfrac{-m^2+16}{(x-m)^2}$ với $x \neq m$.

◆ Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-5;2)$ ta có:

$$\begin{cases} y' > 0 \ \forall x \in (-5;2) \\ m \notin (-5;2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 < m < 4 \\ m \notin (-5;2) \end{cases}$$

◆ Do m là giá trị nguyên nên: $m \in \{2;3\}$.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;2]$ để hàm số $y = x^3 - x^2 + 3mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 23. **C.** 20. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$y = x^3 - x^2 + 3mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 2x + 3m \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 1 - 9m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \dfrac{1}{9}$

mà m nguyên thuộc $[-20;2] \Rightarrow m \in \{1;2\} \Rightarrow$ có hai giá trị m.

Câu 18: Cho hàm số $y = -x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(2m-1)x + 2020$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

◆ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

◆ $y' = -3x^2 - 6(m+1)x + 3(2m-1)$.

◆Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$ khi $y' \leq 0, \forall x \in (-\infty;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 < 0 \\ \Delta' = 9(m+1)^2 + 9(2m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9m^2 + 36m \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$$

$\Leftrightarrow m \in [-4;0] \Rightarrow$ có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 2x^2 - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq -\dfrac{4}{3}$. **B.** $m \geq -\dfrac{4}{3}$. **C.** $m < -\dfrac{4}{3}$. **D.** $m > \dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = x^3 + 2x^2 - mx + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 4x - m$.

Hàm số $y = x^3 + 2x^2 - mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3x^2+4x-m\ge 0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2+4x\ge m,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\le \underset{\mathbb{R}}{Min}\left(3x^2+4x\right) \Leftrightarrow m\le -\frac{4}{3}.$

Câu 20: Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{mx+4m-3}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

◆ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có: $y'=\frac{m^2-4m+3}{(x+m)^2}$.

◆ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi $y'<0\Leftrightarrow m^2-4m+3<0\Leftrightarrow 1<m<3$.

◆ Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{2\}$. Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m bằng 2.

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-(2m-3)x-m+2$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2-2mx-2m+3$

Để thỏa yêu cầu bài toán thì $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'_{y'}\le 0\Leftrightarrow m^2+2m-3\le 0\Leftrightarrow -3\le m\le 1$. Do m là số nguyên nên $m\in\{-3;-2;-1;0;1\}$. Vậy có 5 giá trị m thỏa bài toán.

Câu 22: Tìm tất cả giá trị của m sao cho hàm số $y=\frac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên các khoảng xác định?

A. $m\ge 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\frac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên các khoảng xác định

$\Leftrightarrow y'=\frac{2-m}{(x+2)^2}>0,\forall x\ne -2\Leftrightarrow 2-m>0\Leftrightarrow m<2$.

Câu 23: Hàm số $y=\frac{x-m^2}{x-4}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;4)$ và $(4;+\infty)$ khi

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$. **D.** $-2<m<2$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Ta có $y'=\frac{-4+m^2}{(x-4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'>0\Leftrightarrow -4+m^2>0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 24: Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

◆ $y'=\dfrac{2-m}{(x-m)^2}$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ thì

$\begin{cases} y'>0 \\ x\neq m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ m\neq(-\infty;-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ m\geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1\leq m<2$

Mà $m\in Z \Rightarrow m=\{-1;0;1\}$.

Câu 25: Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{-mx+3}{3x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là.

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

ĐKXĐ: $x\neq\dfrac{m}{3}$.

Xét 2 khoảng $x\in\left(-\infty;\dfrac{m}{3}\right)$ và $x\in\left(\dfrac{m}{3};+\infty\right)$. Để hàm số nghịch biến

$y'=\dfrac{m^2-9}{(3x-m)^2}<0\Rightarrow m^2-9<0\Rightarrow -3<m<3.$

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-4}{x+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có: $y'=\dfrac{m+4}{(x+m)^2}$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'>0,\forall x\in D\Leftrightarrow m+4>0\Leftrightarrow m>-4$.

Vì m nguyên âm nên $m\in\{-3;-2;-1\}$ Vậy có 3 giá trị thỏa mãn.

Câu 27: Cho hàm số $y=mx^3+mx^2-(m+1)x+1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên R.

A. $\dfrac{-3}{4}<m<0$. **B.** $\dfrac{-3}{4}\leq m\leq 0$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $m\leq\dfrac{-3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Yêu cầu cần đạt:

◎Biết tính đạo hàm.

◎Xác định được điều kiện để hàm số nghịch biến trên R.

◎Tìm m để bất phương trình bậc hai đúng với mọi x.

Ta có:

$y = mx^3 + mx^2 - (m+1)x + 1$

$y' = 3mx^2 + 2mx - m - 1$

TH 1: $m = 0 \Rightarrow y' = -1 < 0$. Hàm số nghịch biến trên R (1)

TH 2: $m \neq 0$. Hàm số nghịch biến trên R khi:

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ (2m)^2 - 4.3m.(-m-1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 16m^2 + 12m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \dfrac{-3}{4} \le m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-3}{4} \le m < 0 \ (2)$$

Từ (1) và $(2) \Rightarrow \dfrac{-3}{4} \le m \le 0$

Câu 28: Có bao nhiêu giá tị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì:

$f'(x) \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m + 2 \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - m - 2 \le 0$

$\Leftrightarrow -1 \le m \le 2$

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa đề bài.

Câu 29: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

A. $m \le \dfrac{1}{3}$. **B.** $m \ge \dfrac{1}{3}$. **C.** $m \ge \dfrac{4}{3}$. **D.** $m \le \dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 + x^2 + mx + 1$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 + 2x + m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ \Delta' = 1^2 - 3m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \dfrac{1}{3}$.

Câu 30: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Yêu cầu đề bài tương đương với $y' = 3\left(m^2-1\right)x^2 + 2\left(m-1\right)x - 1 \le 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

+) Khi $m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Với $m = 1$ thì $y' = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do đó giá trị $m = 1$ thỏa mãn.

Với $m = -1$ thì $y' = -4x - 1 \le 0 \Leftrightarrow x \ge -\dfrac{1}{4}$, do đó giá trị $m = -1$ không thỏa mãn.

+) Khi $m^2 - 1 \ne 0 \Leftrightarrow m \ne \pm 1$, YCBT tương đương với

$$\begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ \left(m-1\right)^2 + 3\left(m^2-1\right) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\dfrac{1}{2} \le m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le m < 1.$$

Vậy $-\dfrac{1}{2} \le m \le 1$ nên có 2 giá trị nguyên của tham số m là $m = 0; m = 1$ thoả mãn.

Câu 31: Cho hàm số $y = \dfrac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{-m}{2}\right\}$, $y' = \dfrac{m^2-4}{(2x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó thì $m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 32: Số giá trị nguyên của m để hàm số $y = \left(m-7\right)x^3 + \left(m-7\right)x^2 - 2mx - 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3\left(m-7\right)x^2 + 2\left(m-7\right)x - 2m$.

TH1: $m = 7 \Rightarrow y' = -14 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow m = 7$.

TH2: $m \ne 7$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-7 < 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ 7m^2 - 56m + 49 \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ 1 \le m \le 7 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m < 7$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi $1 \le m \le 7$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên có 7 giá trị nguyên của m.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m \le -4$. **B.** $m > -4$. **C.** $m \ge -4$. **D.** $m < -4$.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có: $y' = x^2 + 4x - m$.

◆ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 + m \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mx-2}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

A. 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m-1\}$.

Ta có: $y = \dfrac{mx-2}{x-m+1} \Rightarrow y' = \dfrac{m(1-m)+2}{(x-m+1)^2} = \dfrac{-m^2+m+2}{(x-m+1)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định thì $y' > 0 \, \forall x \in D$

Hay $-m^2 + m + 2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2$.

Các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài là: 0; 1.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 36: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 - 3mx^2 - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m = 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6mx$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (-3m)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 37: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m^2 - 5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 3(m^2 - 5)$; hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta = 36(m^2 - 5) \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5} \leq m \leq \sqrt{5}$.

Do m nguyên nên có 5 giá trị m thỏa mãn là: $\{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

Câu 38: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 + 2021mx^2 + 2022$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m \geq 0$. **B.** $m = 0$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m < 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=3x^2+4042mx$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{4042m}{3} \end{array}\right.$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x)\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m=0$.

Cách 2: Ta có $f'(x)=3x^2+4042mx$.

$f'(x)=3x^2+4042mx\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta=(4042m)^2-4.3.0\leq 0 \Leftrightarrow m=0$

Câu 39: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+6(2-m)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=R$; $f'(x)=3x^2-6mx+6(2-m)$.

Hàm số đã cho đồng biến trên R khi và chỉ khi:

$f'(x)\geq 0, \forall x\in R \Leftrightarrow \Delta'\leq 0 \Leftrightarrow 9m^2+18m-36\leq 0 \Leftrightarrow -1-\sqrt{5}\leq m\leq -1+\sqrt{5}$.

Vì $m\in Z$ nên $m\in\{-3;-2;-1;0;1\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 40: Hỏi có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=x^3-3\left(m^2-5\right)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=x^3-3\left(m^2-5\right)x \Rightarrow y'=3x^2-3\left(m^2-5\right)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m^2-5\leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5}\leq m\leq\sqrt{5}$.

Vì m nguyên suy ra $m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+2m-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m>0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\geq 0$. **D.** $m\leq 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-6mx$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'\leq 0 \Leftrightarrow 9m^2\leq 0 \Leftrightarrow m=0$

Chọn đáp án **B.**

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{3}\sin x+\cos x-mx+5$ nghịch biến trên tập xác định.

A. $m\geq 2$. **B.** $m\leq 2$. **C.** $m\geq -2$. **D.** $-2\leq m\leq 2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y' = \sqrt{3}\cos x - \sin x - m$

Hàm số $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x - mx + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y' = \sqrt{3}\cos x - \sin x - m \le 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x \le \frac{m}{2},\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \le \frac{m}{2},\ \forall x \in \mathbb{R}$ **(1)**

Vì $-1 \le \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \le 1,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên (1) $\Leftrightarrow \frac{m}{2} \ge 1 \Leftrightarrow m \ge 2$.

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x - mx + 5$ nghịch biến trên tập xác định.

A. $m \ge 2$. **B.** $m \le 2$. **C.** $m \ge -2$. **D.** $-2 \le m \le 2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = \sqrt{3}\cos x - \sin x - m, \forall x \in \mathbb{R}$

Hàm số nghịch biến trên tập xác định $\Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$ **(dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm)**

$y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos x - \sin x - m \le 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m \ge 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x\right), \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m \ge 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \ge 2$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = -x^3 + (m-9)x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 9. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -3x^2 + m - 9$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -3x^2 + m - 9 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow 3(m-9) \le 0 \Leftrightarrow m \le 9$.

Vì $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1; 2; \ldots; 9\}$.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx + \cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m > 1$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $m \ge -1$. **D.** $m \le -1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = mx + \cos x$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' = m - \sin x \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \sin x \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \geq \max_{\mathbb{R}} \sin x = 1.$$

Câu 46: Tìm giá trị nhỏ nhất của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} + mx^2 - mx - m$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 0$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -6$. **D.** $m = -5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = x^2 + 2mx - m$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2mx - m \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m^2 + m \leq 0$

$m \in [-1; 0]$

Vậy giá trị nhỏ nhất của tham số m bằng -1.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x + 2 - m}{x + 1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $m \leq 1$. **B.** $m \leq -3$. **C.** $m < 1$. **D.** $m < -3$.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \frac{m - 1}{(x+1)^2}$. Để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m + 2)x - 5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $[a; b]$. Khi đó $2a - b$ bằng:

A. 5. **B.** -1. **C.** 6. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x) = -x^2 + 2mx + 3m + 2$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \leq 0, \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 3m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1$.

Suy ra: $a = -2, \ b = -1 \Rightarrow 2a - b = 2(-2) - (-1) = -3.$.

Câu 49: Tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là:

A. $m \leq 12$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m \geq 12$. **D.** $m \leq 0$.

Lời giải

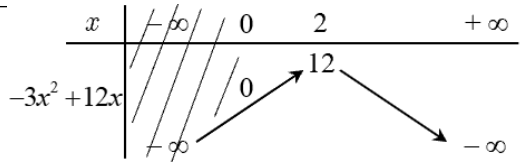
Chọn C

Có $y' = 3x^2 - 12x + m$, $\Delta' = 36 - 3m$.

Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0 \ \forall x \in (0; +\infty)$

$\Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 12x, \ \forall x \in (0; +\infty)$

Bảng biến thiên của $g(x) = -3x^2 + 12x$ trên khoảng $(0; +\infty)$:



Từ bảng biến thiên ta có $\underset{(0;+\infty)}{Max}\left(-3x^2+12x\right)=12$.

Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow m \geq \underset{(0;+\infty)}{Max}\left(-3x^2+12x\right)$

$\Leftrightarrow m \geq 12$.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m sao cho hàm số $f(x)=\frac{1}{3}mx^3-2mx^2+(m-5)x+2021$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=mx^2-4mx+m-5$

Ycbt $\Leftrightarrow f'(x)\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

TH1: $m=0$

Khi đó: $f'(x)=-5<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra: nhận $m=0$.

TH2: $m\neq 0$

Khi đó: $f'(x)\leq 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta'\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ 4m^2-m(m-5)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ -\frac{5}{3}\leq m\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{5}{3}\leq m<0$

Vậy $-\frac{5}{3}\leq m\leq 0$ thoả ycbt.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0\}$.

Câu 51: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-(m+1)x^2+(m-2)x-3m$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m\leq -\frac{1}{4}$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $-\frac{1}{4}\leq m<0$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $D=\mathbb{R}, y'=mx^2-2\ m+1\ x+\ m-2$

TH1: $m=0;\ y'=-2x-2\leq 0 \Leftrightarrow x\geq -1$ hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$, nên loại $m=0;$

TH2: $m\neq 0;\ y'\leq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ (m+1)^2-m(m-2)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ 4m+1\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\leq -\frac{1}{4}$

Câu 52: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3+6mx^2-3x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $m\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$.

C. $m\in\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$y=-x^3+6mx^2-3x+1$.

$\Rightarrow y'=-3x^2+12mx-3$

Hàm số $y=-x^3+6mx^2-3x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ ($y'=0$ tại hữu hạn điểm)

$\Leftrightarrow \Delta'=(6m)^2-9\le 0$

$\Leftrightarrow m^2\le\frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m\le\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow m\in\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$.

Câu 53: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-4\}$.

$y=\frac{x+m^2}{x+4}\Rightarrow y'=\frac{4-m^2}{(x+4)^2}$.

Hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó khi và chỉ khi

$y'>0,\forall x\ne -4\Leftrightarrow 4-m^2>0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Câu 54: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+mx^2-9x+23$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $f'(x)\le 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -x^2+2mx-9\le 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta=4m^2-36\le 0\\ -1<0\end{cases}\Leftrightarrow -3\le m\le 3$. Vậy có các giá trị nguyên của m là: $\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$

Câu 55: Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m \in \left(-\infty;-1\right] \cup \left[1;+\infty\right)$. **B.** $\left[-1;1\right]$.

C. $\left(-\infty;-1\right) \cup \left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6mx + 3$.

Hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' = f\left(x\right) = 3x^2 - 6mx + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ \Delta'_{f(x)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1 \Rightarrow m \in \left[-1;1\right].$$

Câu 57: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ (a, b, c là các hằng số thực) đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$ là

A. $a^2 - 3b \leq 0$. **B.** $a^2 - 3b > 0$. **C.** $a^2 - 3b \geq 0$. **D.** $a^2 - 3b < 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 + 2ax + b$

Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 + 2ax + b \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta' = a^2 - 3b \leq 0$.

Câu 58: Tìm các giá trị của m để hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \in \left[-3;3\right]$. **B.** $m \in \left(-3;3\right)$.

C. $m \in \left(-\infty;-3\right] \cup \left[3;+\infty\right)$ **D.** $m \in \left(-\infty;-3\right) \cup \left(3;+\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $y' = 3x^2 + 2mx + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'_{y'} = m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$

Câu 59: Tìm các giá trị của m để hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \in \left[-3;3\right]$. **B.** $m \in \left(-3;3\right)$.

C. $m \in \left(-\infty;-3\right] \cup \left[3;+\infty\right)$ **D.** $m \in \left(-\infty;-3\right) \cup \left(3;+\infty\right)$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = x^3 + mx^2 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $y' = 3x^2 + 2mx + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'_{y'} = m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3.$

Câu 60: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + \left(m+2\right)x + 3m - 1$. Tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + m + 2$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' \geq 0, \forall x \in R$.

$\Leftrightarrow 3x^2-6mx+m+2\ge 0,\forall x\in R$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3>0\left(Đúng\right) \\ 9m^2-3\left(m+2\right)\le 0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow 9m^2-3m-6\le 0$.

$\Leftrightarrow \frac{-2}{3}\le m\le 1$.

Vì $m\in Z$ nên $m\in\{0;1\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số m bằng 1.

DẠNG 5 Tìm m để hàm số đơn điệu trên khoảng cho trước

Phương pháp:

- **Bước 1**. Tìm tập xác định D của hàm số.
- **Bước 2**. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$. Tìm các điểm x_i, $(i = 1,2,3,...,n)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
- **Bước 3**. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- **Bước 4**. Nêu kết luận về các khoảng đồng biến và nghịch biến dưa vào bảng biến thiên.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(5;8]$. **C.** $[5;8)$. **D.** $(5;8)$.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty;-4)$

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 3: Cho hàm số $y = \dfrac{(m^2-m)x^3}{3} + (m^2-m)x^2 + mx + 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + m$. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ là

A. $m \le -3$. **B.** $m \ge 0$. **C.** $m \le 0$. **D.** $m \ge -3$.

Câu 5: Gọi S là tập hợp các số nguyên $m \in [-2020;2020]$ để hàm số $y = \dfrac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Khi đó số phần tử của S bằng

A. 2020. **B.** 9. **C.** 45. **D.** 2021.

Câu 6: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $(-\infty;4]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(15;+\infty)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 8: Hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{mx^2}{2} + x + 6$ đồng biến trên nửa khoảng $[1;+\infty)$ khi

A. $m \ge -2$. **B.** $m \ge 2$. **C.** $m \le 2$. **D.** $m \le -2$.

Câu 9: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]$. **D.** $\left[-\frac{3}{4};+\infty\right)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\frac{mx-18}{x-2m}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 11: Cho hàm số $y=x^3+mx^2+m$. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ là

A. $m\le -3$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge -3$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m-1)x^3-3(m-1)x^2+3x+2$ đồng biến biến trên $\mathbb{R}$?

A. $1<m\le 2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $1\le m\le 2$. **D.** $1\le m<2$

Câu 13: Số giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y=\frac{mx-2}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 14: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+2020$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 10. **B.** 20. **C.** 11. **D.** 21.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+2020$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 10. **B.** 20. **C.** 11. **D.** 21.

Câu 16: Hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+(2m-1)x-1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi

A. $m\le -3$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m\le 3$

Câu 17: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x-1}{x+m-2}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ là:

A. $(-4;1)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $[-4;1)$. **D.** $(-4;1]$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-2x^2+mx-1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $m\ge -4$. **B.** $m>-4$. **C.** $m\le -4$. **D.** $m<-4$.

Câu 19: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-18}{x-2m}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -3. **B.** -5. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 21: Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Tổng giá trị các phần tử của T là

A. 45. **B.** 55. **C.** 9. **D.** 36.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 23: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m+2020$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$.

A. $m<10$. **B.** $m\le 10$. **C.** $m>10$. **D.** $m\ge 10$.

Câu 25: Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-2)x$ đồng biến trên khoảng $(12;+\infty)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 0.

Câu 27: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ khi

A. $m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\ge 3$. **D.** $m<-3$.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+9}{4x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;4)$?

A. 6. **B.** 7 **C.** 5. **D.** 11

Câu 29: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-18}{x-2m}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -2. **B.** -5. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 30: Cho hàm số $y=-x^3-3(m+1)x^2+3(2m-1)x+2020$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. 4 **B.** 6 **C.** 2 **D.** 5

Câu 31: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(3-2m)x$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên một khoảng có độ dài đúng bằng $2\sqrt{5}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -6. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 32: Cho hàm số $y=\frac{mx+2m+3}{x+m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tìm số phần tử của S.

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 33: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+2mx-3m+4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 17. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 9.

Câu 34: Cho hàm số $y=\frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tìm số phần tử của S.

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-2)(x^2-6x+m)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019;2019]$ để hàm số $g(x)=f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$?

A. 2010. **B.** 2012. **C.** 2011. **D.** 2009.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-4mx$ đồng biến trên đoạn $[1;4]$?

A. $\frac{1}{2}<m<2$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m\le\frac{1}{2}$.

Câu 37:] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-m+2$ nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

A. $m\ge -1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m\le -\frac{1}{2}$.

Câu 38: Tổng các giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x^3+mx-\frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. -10. **B.** -3. **C.** -6. **D.** -7.

Câu 39: Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;20]$ để hàm số $y=\frac{mx-16}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;8)$ là

A. 14. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 12.

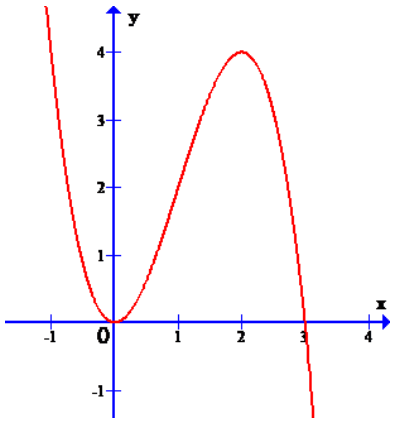
Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-8x}-4}{\sqrt{x^2-8x}+m}$ nghịch biến trên $(-1;0)$ là

A. $(-\infty;4)$. **B.** $(-4;-3]\cup[0;+\infty)$. **C.** $(-4;-3)\cup(0;+\infty)$. **D.** $(-4;+\infty)$.

Câu 41: Cho hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx+1$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi

A. $m\geq 1$. **B.** $1<m<3$. **C.** $m>3$. **D.** $m\geq 3$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm liên tục liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f'\ x$. Khi đó, hàm số $y=f\ x^2-1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $-1;1$. **B.** $-2;0$. **C.** $-4;-2$. **D.** $0;2$.

Câu 43: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-3)x+2017$. Tìm giá trị lớn nhất của tham số thực m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m=4$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 44: Kết quả của m để hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là:

A. $m>2$. **B.** $m\leq 2$. **C.** $m\geq 2$. **D.** $m<2$.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{2\cot x+1}{\cot x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\in(-\infty;-1)\cup\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $m\in(-\infty;-1]\cup\left[0;\dfrac{1}{2}\right)$.

C. $m\in(-\infty;-1]\cup\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+6(m+2)x^2-m+1$ đồng biến trên $(-2;-1)$.

A. $m\in\left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right]$. **C.** $m\in\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+6(m+2)x^2-m+1$ đồng biến trên $(-2;-1)$.

A. $m\in\left(-\infty;\frac{-5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{-5}{2}\right]$. **C.** $m\in\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;2021]$ để hàm số $y=f\left(x^2+3x-m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 2016. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2017.

Câu 49: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

A. $m\in(-2;2)$. **B.** $m\in(-2;-1)$. **C.** $m\in(-2;2]$. **D.** $m\in(-2;-1]$.

Câu 50: Cho hàm số $f\ x\ =\frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $-10;10$ để đã cho đồng biến trên khoảng $-3;0$?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

----------HẾT----------

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(5;8]$. **C.** $[5;8)$. **D.** $(5;8)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+5}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-8)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0,\forall x\in(-\infty;-8)\\x\neq -m\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{m-5}{(x+m)^2}>0,\forall x\in(-\infty;-8)\\-m\notin(-\infty;-8)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>5\\-m\geq -8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>5\\m\leq 8\end{cases}\Leftrightarrow 5<m\leq 8.$

Vậy $m\in(5;8]$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ đồng biến trên $(-\infty;-4)$

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{-2m-4}{(x-m)^2}$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)\Leftrightarrow\begin{cases}m\geq -4\\-2m-4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\geq -4\\m<-2\end{cases}\Leftrightarrow x\in[-4;-2)$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-4;-3\}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{(m^2-m)x^3}{3}+(m^2-m)x^2+mx+2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét $m^2-m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\Rightarrow y=2\\m=1\Rightarrow y=x+2\end{array}\right.$, chọn $m=1$.

Xét $m^2-m>0$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $b^2-3ac\leq 0\Leftrightarrow(m^2-m)^2-m(m^2-m)\leq 0$

$\Leftrightarrow(m^2-m)(m^2-2m)\leq 0\Leftrightarrow m^2(m-1)(m-2)\leq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\1\leq m\leq 2\end{array}\right.$.

Như vậy $1\leq m\leq 2$ dẫn đến 2 giá trị nguyên m cần tìm.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 + mx^2 + m$. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ là

A. $m \le -3$. **B.** $m \ge 0$. **C.** $m \le 0$. **D.** $m \ge -3$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 2mx$.

Đề hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ thì

$y' \le 0, \forall x \in (0;2) \Leftrightarrow 3x^2 + 2mx \le 0, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow 2mx \le -3x^2, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow m \le -\frac{3}{2}x, \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow m \le \min\limits_{x\in(0;2)} \left\{-\frac{3}{2}x\right\} = -3$.

Vậy giá trị m cần tìm là $m \le -3$.

Câu 5: Gọi S là tập hợp các số nguyên $m \in [-2020;2020]$ để hàm số $y = \frac{m^2x+5}{2mx+1}$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Khi đó số phần tử của S bằng

A. 2020. **B.** 9. **C.** 45. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn B

Xét $m = 0 \Rightarrow y = 5$ là hàm hằng nên hàm số không nghịch biến. Vậy $m = 0$ không thỏa mãn.

Xét $m \ne 0$.

Tập xác định: $D = \left(-\infty; \frac{-1}{2m}\right) \cup \left(\frac{-1}{2m}; +\infty\right)$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y' = \frac{m^2 - 10m}{(2mx+1)^2} < 0 \\ \frac{-1}{2m} \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m < 0 \\ \frac{6m+1}{2m} \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 10 \\ \left[\begin{array}{l} m \le \frac{-1}{6} \\ m > 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 10.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2020;2020]$ nên $m \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

Vậy có 9 giá trị của S.

Câu 6: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (4-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $(-\infty;4]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 4 - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x + 4, \ \forall x \in (2;+\infty)$.

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x + 4$ trên khoảng $(2;+\infty)$.

Ta có: $g'(x) = 6x - 6$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		0	$+$	
$g(x)$				$+\infty$
			4	

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $m \leq g(x), \forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow m \leq 4$.

Vậy $m \leq 4$ thoả yêu cầu bài toán.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(15;+\infty)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định hàm số $y = \dfrac{x+6}{x+5m}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{-5m\}$.

Đạo hàm $y' = \dfrac{5m-6}{(x+5m)^2}$.

Hàm số $y = \dfrac{x+6}{x+5m}$ nghịch biến trên khoảng $(15;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6<0 \\ -5m \leq 15 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < \dfrac{6}{5} \\ m \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m < \dfrac{6}{5}$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên có 5 giá trị m.

Câu 8: Hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{mx^2}{2} + x + 6$ đồng biến trên nửa khoảng $[1;+\infty)$ khi

A. $m \geq -2$. **B.** $m \geq 2$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $m \leq -2$.

Lời giải

Chọn A

Có $y' = x^2 + mx + 1$.

Để hàm số đồng biến trên nửa khoảng $[1;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [1;+\infty)$

$\Leftrightarrow x^2 + mx + 1 \geq 0, \forall x \in [1;+\infty) \Leftrightarrow m \geq -x - \dfrac{1}{x}, \forall x \in [1;+\infty)$

Xét hàm số $g(x) = -x - \dfrac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[1;+\infty)$.

$g'(x)=-1+\frac{1}{x^2}=\frac{1-x^2}{x^2}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)=-x-\frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[1;+\infty)$.

x	1		$+\infty$
$g'(x)$	0	$-$	
$g(x)$	-2	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: $\max\limits_{[1;+\infty)} g(x)=g(1)=-2$.

Vậy $m\geq g(x),\forall x\in[1;+\infty)$ khi và chỉ khi $m\geq -2$.

Câu 9: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực của tham số m để hàm số $y=-x^3-6x^2+(4m-9)x+4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right]$. **D.** $\left[-\frac{3}{4};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-3x^2-12x+4m-9$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ khi $y'\leq 0\ \ \forall x\in(-\infty;-3)$

$\Leftrightarrow -3x^2-12x+4m-9\leq 0\ \ \forall x\in(-\infty;-3)\Leftrightarrow 4m\leq 3x^2+12x+9\ \ \forall x\in(-\infty;-3)$. Đặt $f(x)=3x^2+12x+9$ có $f'(x)=6x+12$ Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	1	-	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0			↗	$+\infty$
				↘	-3		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $4m\leq 3x^2+12x+2\ \ \forall x\in(-\infty;-3)\Leftrightarrow 4m\leq 0\Leftrightarrow m\leq 0$.

Vậy $m\leq 0$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=\frac{mx-18}{x-2m}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{2m\}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ $\Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{-2m^2+18}{(x-2m)^2}>0, \forall x\in(2;+\infty)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2+18>0 \\ x=2m\notin(2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-3;3) \\ m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-3;1].$$

Suy ra $S=\{-2;-1;0;1\}$.

Vậy tổng các phần tử của S bằng -2.

Câu 11: Cho hàm số $y=x^3+mx^2+m$. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ là

A. $m\le -3$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge -3$.

Lời giải

Chọn A

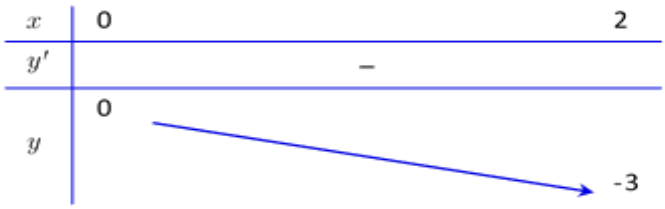
Hàm số $y=x^3+mx^2+m$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2+2mx$

Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ $\Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow 3x^2+2mx\le 0,\ \forall x\in(0;2) \Leftrightarrow m\le -\dfrac{3}{2}x,\ \forall x\in(0;2)$

Xét hàm số $y=-\dfrac{3}{2}x$ trên khoảng $(0;2)$, ta có bảng biến thiên như sau:



Vậy để hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ thì $m\le -3$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m-1)x^3-3(m-1)x^2+3x+2$ đồng biến biến trên $\mathbb{R}$?

A. $1<m\le 2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $1\le m\le 2$. **D.** $1\le m<2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3(m-1)x^2-6(m-1)x+3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\ge 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ \begin{cases} m-1>0 \\ \Delta'\le 0 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ \begin{cases} m>1 \\ 9(m-1)^2-9(m-1)\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ \begin{cases} m>1 \\ 1\le m\le 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow 1\le m\le 2.$$

Câu 13: Số giá trị nguyên của tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{-2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{mx-2}{-2x+m}$ có tập xác định là $D=\left(-\infty;\dfrac{m}{2}\right)\cup\left(\dfrac{m}{2};+\infty\right)$

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-4}{\left(-2x+m\right)^2},\forall x\neq\dfrac{m}{2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\\dfrac{m}{2}\le\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\m\le1\end{cases}\Leftrightarrow-2<m\le1$ mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Câu 14: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+2020$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 10. **B.** 20. **C.** 11. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

T a có $y'=3x^2-6x+3m\le0\ \ \forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m\le-x^2+2x\ \ \forall x\in(1;2)$

Xét $f(x)=-x^2+2x\ /(1;2)$

Có $f'(x)=-2x+2=0\Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên

x	1		2
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	1	↘	0

Vậy $m\le0$,mà $m\in[-10;10]$, $m\in z$ nên $m=\{-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$

Có 11 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 15: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+2020$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$?

A. 10. **B.** 20. **C.** 11. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C

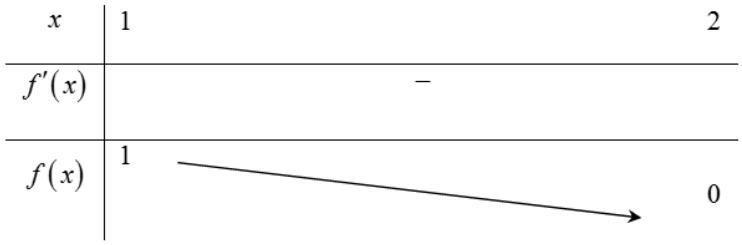
T a có $y'=3x^2-6x+3m\le0\ \ \forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m\le-x^2+2x\ \ \forall x\in(1;2)$

Xét $f(x)=-x^2+2x$ / $(1;2)$

Có $f'(x)=-2x+2=0 \Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên



Vậy $m \le 0$,mà $m \in [-10;10]$, $m \in z$ nên $m=\{-10;-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$

Có 11 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 16: Hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+(2m-1)x-1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi

A. $m \le -3$. **B.** $m \le -1$. **C.** $m \le 1$. **D.** $m \le 3$

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Đặt $y=f(x)=-x^3+3x^2+(2m-1)x-1$

$y'=-3x^2+6x+2m-1$.

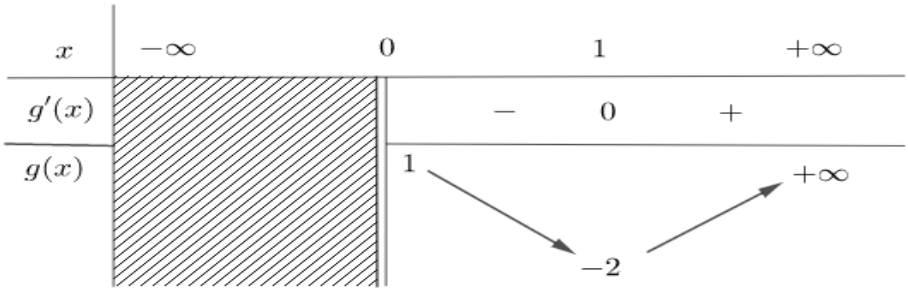
Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty) \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow 2m \le 3x^2-6x+1, \ \forall x \in (0;+\infty)$ (1).

Xét hàm số $g(x)=3x^2-6x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

$g'(x)=6x-6$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{(0;+\infty)} g(x)=-2$.

Do đó $(1) \Leftrightarrow 2m \le \min\limits_{(-1;+\infty)} g(x) \Leftrightarrow 2m \le -2 \Leftrightarrow m \le -1$.

Vậy $m \le -1$ thoả yêu cầu bài toán.

Câu 17: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+m-2}$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$ là:

A. $(-4;1)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $[-4;1)$. **D.** $(-4;1]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{2-m\}$

$y=\dfrac{x-1}{x+m-2}\Rightarrow y'=\dfrac{m-1}{(x+m-2)^2}$

$y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in(6;+\infty)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\2-m\le 6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m\ge -4\end{cases}$

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+mx-1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $m\ge -4$. **B.** $m>-4$. **C.** $m\le -4$. **D.** $m<-4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-x^2-4x+m$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow -x^2-4x+m\le 0$ với mọi x

$\Rightarrow\begin{cases}-1<0\\\Delta\le 0\end{cases}\Leftrightarrow 16+4m\le 0\Rightarrow m\le -4$

Câu 19: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow y'=x^2-4mx+4\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\\Delta'=4m^2-4\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -1\le m\le 1$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn là $-1;0;1$.

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-18}{x-2m}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -3. **B.** -5. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

◆ Điều kiện xác định $x\ne 2m$. Ta có $y=\dfrac{mx-18}{x-2m}\Rightarrow y'=\dfrac{-2m^2+18}{(x-2m)^2}$.

◆ Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases}-2m^2+18>0\\2m\notin(2;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2<9\\2m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<m<3\\m\le 1\end{cases}\Rightarrow -3<m\le 1\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1\}$.

Khi đó tổng các giá trị nguyên của tham số m bằng -2.

Câu 21: Gọi T là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Tổng giá trị các phần tử của T là

A. 45. **B.** 55. **C.** 9. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow y' = 4x^3 - 4mx \geq 0, \forall x \in (3;+\infty)$

$\Leftrightarrow 4x\left(x^2 - m\right) \geq 0, \forall x \in (3;+\infty) \Leftrightarrow m \leq x^2, \forall x \in (3;\infty)$

Do đó, ta có $m \leq 9 \Rightarrow T = \{1;2;3;...;8;9\}$.

Tổng giá trị các phần tử của T là 45.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9$

Hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$$\begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \\ m^2 + 3(4m+9) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-9;-3].$$

Câu 23: Tìm m để hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5)$.

Lời giải

Điều kiện : $x \neq -m$.

Ta có $y' = \dfrac{2m+1}{(x+m)^2}$.

Hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-5) \Leftrightarrow y' = \dfrac{2m+1}{(x+m)^2} > 0 \ \forall x \in (-\infty;-5)$ và

$$x \neq -m \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ -m \notin (-\infty;-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{1}{2} \\ -m \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{1}{2} \\ m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \leq 5.$$

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m + 2020$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$.

A. $m < 10$. **B.** $m \leq 10$. **C.** $m > 10$. **D.** $m \geq 10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m + 2020 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4(m-1)x$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-1) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (-3;-1)$

$\Leftrightarrow 4x^3 - 4(m-1)x \geq 0, \ \forall x \in (-3;-1) \Leftrightarrow x^2 \leq m-1, \ \forall x \in (-3;-1)$

$\Leftrightarrow m - 1 \geq \underset{[-3;-1]}{\text{Max}}\, x^2 \Leftrightarrow m - 1 \geq 9 \Leftrightarrow m \geq 10$.

Câu 25: Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \dfrac{x+3}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

◆ TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

◆ Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow y'<0, \forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m-3<0 \\ m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m\le 1.$

◆ Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-2)x$ đồng biến trên khoảng $(12;+\infty)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $y'=3x^2-6mx+3(m^2-2)$.

$y'\ge 0 \Leftrightarrow 3x^2-6mx+3(m^2-2)\ge 0$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+(m^2-2)\ge 0$

$\Leftrightarrow (x-m)^2\ge 2$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-m\ge\sqrt{2} \\ x-m\le-\sqrt{2} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge\sqrt{2}+m \\ x\le-\sqrt{2}+m \end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán ta có $\sqrt{2}+m\le 12 \Leftrightarrow m\le 12-\sqrt{2}$. Vì $m\in\mathbb{Z}^+ \Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$

Câu 27: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ khi

A. $m<2$. **B.** $m>2$. **C.** $m\ge 3$. **D.** $m<-3$.

Lời giải

Chọn C

◆ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

◆ Ta có: $y'=\dfrac{-m+2}{(x-m)^2}$.

◆ Hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ khi: $\begin{cases} m\notin(-\infty;3) \\ -m+2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 3 \\ m>2 \end{cases} \Leftrightarrow m\ge 3$

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+9}{4x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;4)$?

A. 6. **B.** 7 **C.** 5. **D.** 11

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{m}{4}\right\}$.

Ta có: $y' = \dfrac{m^2-36}{(4x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(0;4)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2-36<0 \\ -\dfrac{m}{4} \notin (0;4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6<m<6 \\ \left[\begin{array}{l} m \ge 0 \\ m \le -16 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m < 6$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m là $\{0;1;2;3;4;5\}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = \dfrac{mx-18}{x-2m}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -2. **B.** -5. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \ne 2m$.

Ta có: $y' = \dfrac{-2m^2+18}{(x-2m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ thì:

$\begin{cases} y'>0 \\ 2m \notin (2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2+18>0 \\ 2m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3<m<3 \\ m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m \le 1.$

Vậy $S = \{-2;-1;0;1\}$. Tổng các phần tử của S : -2.

Câu 30: Cho hàm số $y = -x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(2m-1)x + 2020$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. 4 **B.** 6 **C.** 2 **D.** 5

Lời giải

Chọn D

$y' = -3x^2 - 6(m+1)x + 3(2m-1)$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y' \le 0 \Leftrightarrow \Delta' \le 0$

$\Leftrightarrow 9(m^2+2m+1) + 18m - 9 \le 0$

$\Leftrightarrow 9m^2 + 36m \le 0$

$\Leftrightarrow -4 \le m \le 0$

Vậy có 5 giá trị nguyên m.

Câu 31: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (3-2m)x$ với m là tham số thực**.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên một khoảng có độ dài đúng bằng $2\sqrt{5}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. -6. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 3 - 2m \Rightarrow \Delta' = m^2 + 2m - 3.$

Nhận xét: nếu $\Delta' \le 0 \Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên trường hợp này không thỏa mãn.

YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 20 \end{cases}$ (theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = 3 - 2m \end{cases}$).

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty) \\ 4m^2 - 4(3 - 2m) = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty) \\ \left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = 2 \end{array}\right. \Rightarrow S = \{-4; 2\}.$

Vậy tổng các phần tử của tập S là -2.

Câu 32: Cho hàm số $y = \dfrac{mx + 2m + 3}{x + m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tìm số phần tử của S.

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$* y = \dfrac{mx + 2m + 3}{x + m} \Rightarrow y' = \dfrac{m^2 - (2m + 3)}{(x + m)^2} = \dfrac{m^2 - 2m - 3}{(x + m)^2}$

* YCBT $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 < 0 \\ -m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \ge -2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0, 1, 2\}$

Suy ra: $S = \{0, 1, 2\}$

Kết luận: Số phần tử của S là 3.

Câu 33: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 17. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

$y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$

$y' = x^2 - mx + 2m$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2m = 0$ (*)

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (*), khi đó ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

Hàm số y nghịch biến trên một khoảng có độ dài đúng bằng 3 khi và chỉ khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $|x_1 - x_2| = 3$.

(*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 8m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 8 \end{array}\right.$ (**)

$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9 \Leftrightarrow m^2 - 8m - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 9 \\ m = -1 \end{array}\right.$ (thoả (**))

Suy ra $S = \{9; -1\}$.

Vậy: tổng tất cả các phần tử của S là 8.

Câu 34: Cho hàm số $y = \dfrac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tìm số phần tử của S.

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $x \neq m$

Ta có $y' = \dfrac{-m^2 + 2m + 3}{(x - m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y' = \dfrac{-m^2 + 2m + 3}{(x - m)^2} > 0 \ \forall x > 2 \\ m \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 2m + 3 > 0 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 2.$$

Suy ra $S = \{0; 1; 2\}$.

Vậy số phần tử của S là 3.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2)(x^2 - 6x + m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. 2010. **B.** 2012. **C.** 2011. **D.** 2009.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $g(x) = f(1-x) \Rightarrow g'(x) = -f'(1-x)$.

Mà: $f'(1-x) = (1-x)^2(1-x-2)\left[(1-x)^2 - 6(1-x) + m\right] = -(x-1)^2(x+1)(x^2 + 4x + m - 5)$.

Khi đó: $g'(x) = (x-1)^2(x+1)(x^2 + 4x + m - 5)$.

Để hàm số $g(x) = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ thì $g'(x) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1)$.

Suy ra: $(x-1)^2(x+1)(x^2 + 4x + m - 5) \leq 0, \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow x^2 + 4x + m - 5 \geq 0, \forall x \in (-\infty; -1)$

$\Leftrightarrow -m \leq x^2 + 4x - 5, \forall x \in (-\infty; -1)$.

Xét hàm số $h(x) = x^2 + 4x - 5$ trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Ta có: $h'(x)=2x+4;\ h'(x)=0\Leftrightarrow x=-2\in(-\infty;-1)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-9	$\nearrow$	-8

Từ bảng biến thiên suy ra: $-m\le -9\Leftrightarrow m\ge 9$. Mà m nguyên và $m\in[-2019;2019]$ do đó: $m\in\{9;10;...;2019\}$. Vậy có 2011 giá trị thỏa mãn.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-4mx$ đồng biến trên đoạn $[1;4]$?

A. $\frac{1}{2}<m<2$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m\le\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ycbt: $y'=x^2-2(m-1)x-4m\ge 0$ với $\forall x\in[1;4]$ (*)

Để hàm số đồng biến trên trên đoạn $[1;4]$

$\Leftrightarrow y'\ge 0\forall x\in[1;4]$

$\Leftrightarrow x^2-2(m-1)x-4m\ge 0$

$\Leftrightarrow m\le\frac{x^2+2x}{4+2x}$

Đặt: $g(x)=\frac{x^2+2x}{4+2x}\Rightarrow g'(x)=\frac{8x}{(4+2x)^2}>0\forall x\in[1;4]$

$\Rightarrow\min\limits_{x\in[1;4]}g(x)=g(1)=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow m\le\frac{1}{2}$

Câu 37: **]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-m+2$ nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

A. $m\ge -1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m\le-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đạo hàm của hàm số: $y'=x^2-2mx+2m-1$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2m-1\end{array}\right.$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$ khi $(-3;0)$ nằm trong khoảng hai nghiệm.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \le -3 < 0 \le 2m-1 \\ 2m-1 \le -3 < 0 \le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow 2m-1 \le -3 \Leftrightarrow m \le -1.$

Câu 38: Tổng các giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x^3 + mx - \dfrac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. -10. **B.** -3. **C.** -6. **D.** -7.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty) \Leftrightarrow y' = 3x^2 + m + \dfrac{1}{x^6} \ge 0$ với $\forall x \in (0;+\infty)$ $(*)$.

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $y' = 3x^2 + \dfrac{1}{x^6} + m = \left(x^2 + x^2 + x^2 + \dfrac{1}{x^6}\right) + m \ge 4\sqrt[4]{x^2.x^2.x^2.\dfrac{1}{x^6}} + m = 4 + m$, $\forall x \in (0;+\infty)$.

$(*) \Leftrightarrow m + 4 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge -4$

Vì m nguyên âm nên $m \in \{-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy tổng các giá trị của m là -10.

Câu 39: Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-20;20]$ để hàm số $y = \dfrac{mx-16}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;8)$ là

A. 14. **B.** 11. **C.** 13. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \dfrac{-m^2+16}{(x-m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;8)$ khi

$\left\{\begin{array}{l} y' < 0, \forall x < 8 \\ x \ne m \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -m^2 + 16 < 0 \\ m \notin (-\infty;8) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m < -4 \vee m > 4 \\ m \ge 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow m \ge 8.$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-20;20]$ nên $m \in \{8;9;10;...;20\}$. Vậy có 13 giá trị m thỏa mãn.

Câu 40: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x^2-8x}-4}{\sqrt{x^2-8x}+m}$ nghịch biến trên $(-1;0)$ là

A. $(-\infty;4)$. **B.** $(-4;-3] \cup [0;+\infty)$. **C.** $(-4;-3) \cup (0;+\infty)$. **D.** $(-4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sqrt{x^2-8x}$.

Điều kiện xác định: $x^2 - 8x \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le 0 \\ x \ge 8 \end{array}\right.$.

Xét hàm: $t = \sqrt{x^2-8x}$ với $x \in (-1;0)$

Ta có: $t'=\dfrac{2x-8}{2\sqrt{x^2-8x}}=\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2-8x}}<0\ \forall x\in(-1;0)$

Bảng biến thiên:

x	-1		0
t'	$\|$	$-$	$\|$
t	$\|$ 3	$\searrow$	0 $\|$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $t=\sqrt{x^2-8x}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $t\in(0;3)$.

Khi đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y=\dfrac{t-4}{t+m}$ đồng biến $(0;3)$

Điều kiện xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$

Ta có: $y'=\dfrac{m+4}{(t+m)^2},\ \forall x\in D$

Để hàm số đồng biến trên $(0;3)$ thì $\begin{cases}y'>0\\-m\notin(0;3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+4>0\\\left[\begin{array}{l}-m\le 0\\-m\ge 3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-4\\\left[\begin{array}{l}m\ge 0\\m\le -3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4<m\le -3\\m\ge 0\end{array}\right.$.

Câu 41: Cho hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx+1$ nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge 1$. **B.** $1<m<3$. **C.** $m>3$. **D.** $m\ge 3$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx+1\Rightarrow y'=6x^2-6(m+1)x+6m$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

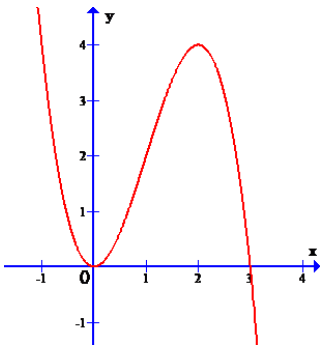
$\Leftrightarrow y'\le 0,\ \forall x\in(1;3)$.

$\Leftrightarrow 6x^2-6(m+1)x+6m\le 0,\ \forall x\in(1;3)$.

$\Leftrightarrow x^2-(m+1)x+m\le 0,\ \forall x\in(1;3)\Leftrightarrow\ m\ge x,\ \forall x\in(1;3)$.

Vậy $m\ge 3,\ \forall x\in(1;3)$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm liên tục liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f'\ x$. Khi đó, hàm số $y=f\ x^2-1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $-1;1$. **B.** $-2;0$. **C.** $-4;-2$. **D.** $0;2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 2x.f'\left(x^2-1\right) \le 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x \le 0\\ f'\left(x^2-1\right) \ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}x \ge 0\\ f'\left(x^2-1\right) \le 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x \le 0\\ x^2-1 \le 3\end{cases}\\ \begin{cases}x \ge 0\\ x^2-1 \ge 3\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x \le 0\\ -2 \le x \le 2\end{cases}\\ \begin{cases}x \ge 0\\ \left[\begin{array}{l}x \le -2\\ x \ge 2\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2 \le x \le 0\\ x \ge 2\end{array}\right.$$

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(4m-3\right)x + 2017$. Tìm giá trị lớn nhất của tham số thực m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $m = 4$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + \left(4m-3\right)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi chỉ khi $y' \ge 0,\ x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a > 0\\ \Delta' \le 0\end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le m \le 3.$$

Giá trị m lớn nhất là 3.

Câu 44: Kết quả của m để hàm số $y = \frac{x+m}{x+2}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định là:

A. $m > 2$. **B.** $m \le 2$. **C.** $m \ge 2$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = \frac{x+m}{x+2}$. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $y' = \frac{2-m}{\left(x+2\right)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow 2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2$.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{2\cot x + 1}{\cot x + m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in \left(-\infty; -1\right) \cup \left[0; \frac{1}{2}\right]$. **B.** $m \in \left(-\infty; -1\right] \cup \left[0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $m \in \left(-\infty; -1\right] \cup \left(0; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\cot x \neq -m$.

Ta có $y' = \dfrac{-\dfrac{2}{\sin^2 x}(\cot x + m) + \dfrac{1}{\sin^2 x}(2\cot x + 1)}{(\cot x + m)^2} = \dfrac{1-2m}{\sin^2 x(\cot x + m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ -m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ 0 \le m < \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow m \in (-\infty;-1] \cup \left[0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 46: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 6(m+2)x^2 - m + 1$ đồng biến trên $(-2;-1)$.

A. $m \in \left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right)$. **B.** $m \in \left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right]$. **C.** $m \in \left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $m \in \left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -3x^2 + 12(m+2)x$.

Hàm số $y = -x^3 + 6(m+2)x^2 - m + 1$ đồng biến trên $(-2;-1)$ khi và chỉ khi:

$y' = -3x^2 + 12(m+2)x \ge 0, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow -x^2 + 4mx + 8x \ge 0, \forall x \in (-2;-1)$

$\Leftrightarrow 4mx \ge x^2 - 8x, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow m \le \dfrac{x}{4} - 2, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow m \le \dfrac{-2}{4} - 2 = \dfrac{-5}{2}$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 6(m+2)x^2 - m + 1$ đồng biến trên $(-2;-1)$.

A. $m \in \left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right)$. **B.** $m \in \left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right]$. **C.** $m \in \left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $m \in \left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = -3x^2 + 12(m+2)x$.

Hàm số $y = -x^3 + 6(m+2)x^2 - m + 1$ đồng biến trên $(-2;-1)$ khi và chỉ khi:

$y' = -3x^2 + 12(m+2)x \ge 0, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow -x^2 + 4mx + 8x \ge 0, \forall x \in (-2;-1)$

$\Leftrightarrow 4mx \ge x^2 - 8x, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow m \le \dfrac{x}{4} - 2, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow m \le \dfrac{-2}{4} - 2 = \dfrac{-5}{2}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;2021]$ để hàm số $y = f\left(x^2 + 3x - m\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 2016. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(t)=(x-1)(x+3)\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\leq -3\\x\geq 1\end{array}\right.$ (*).

Xét hàm số $y=g(x)=f\left(x^2+3x-m\right)$ Có $g'(x)=(2x+3)f'\left(x^2+3x-m\right)$

Vì $2x+3>0,\forall x\in(0;2)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0;2)\Leftrightarrow g'(x)\geq 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow f'\left(x^2+3x-m\right)\geq 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+3x-m\leq -3,\forall x\in(0;2)\\x^2+3x-m\geq 1,\forall x\in(0;2)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+3x\leq m-3,\forall x\in(0;2)\\x^2+3x\geq m+1,\forall x\in(0;2)\end{array}\right.$ (**)

Có $h(x)=x^2+3x$ luôn đồng biến trên $(0;2)$ nên từ (**) $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m-3\geq 10\\m+1\leq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 13\\m\leq -1\end{array}\right.$

Vì $\begin{cases}m\in[-10;2021]\\m\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow$ Có 2019 giá trị của tham số *m*.

Vậy có 2019 giá trị của tham số *m* cần tìm.

Câu 49: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

A. $m\in(-2;2)$. **B.** $m\in(-2;-1)$. **C.** $m\in(-2;2]$. **D.** $m\in(-2;-1]$.

Lời giải

Chọn D

* Tập xác định: $\mathrm{D}=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

* $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

* ycbt $\Leftrightarrow y'<0,\ \forall x\in(-\infty;1)\Leftrightarrow\begin{cases}-m\notin(-\infty;1)\\m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\leq -1\\-2<m<2\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\leq -1$.

Câu 50: Cho hàm số $f\ x=\dfrac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $-10;10$ để đã cho đồng biến trên khoảng $-3;0$?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{1-x}$ với $x\in -3;0\Rightarrow t\in 1;2$.

Hàm số đã cho trở thành $f\ t=\dfrac{t+1}{t+m}\Rightarrow f'\ t=\dfrac{m-1}{t+m^{\ 2}}$.

Ta có $t'=\dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}<0,\ \forall x\in -3;0$ nên $t=\sqrt{1-x}$ nghịch biến trên $-3;0$.

Yêu cầu của bài toán tương đương với tìm m để hàm số $f\ t$ nghịch biến trên $1;2$

$\Leftrightarrow f'\ t<0,\ \forall t\in 1;2$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\t+m\neq 0\end{cases},\ \forall t\in 1;2\ \Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\-m\neq t\end{cases},\ \forall t\in 1;2\ \Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\-m\notin 1;2\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1<0 \\ \left[\begin{array}{l} -m \geq 2 \\ -m \leq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \leq m<1 \\ m \leq -2 \end{array}\right.$$

. Vì $m \in \mathbb{Z}, m \in -10;10$ nên $m \in -10;-9;...;0$.

DẠNG 6 Ứng dụng tính đơn điệu vào phương trình, BPT

Phương pháp:

▪ **Bài toán 1:** Giải phương trình $h(x)=g(x)$

Biến đổi và vận dụng kết quả: Nếu hàm số $f(t)$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên D thì phương trình $f(t)=0$ có tối đa một nghiệm và với mọi $u,v\in D$ thì $f(u)=f(v)\Leftrightarrow u=v$.

▪ **Bài toán 2:** Giải bất phương trình $h(x)<g(x)$

Biến đổi bất phương trình về dạng $f(u)<f(v)$ và sử dụng kết quả:

Hàm số $f(t)$ đồng biến trên D thì $u,v\in D$ ta có $f(u)<f(v)\Leftrightarrow u<v$.

Hàm số $f(t)$ nghịch biến trên D thì $u,v\in D$ ta có $f(u)<f(v)\Leftrightarrow u>v$.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ luôn nghịch biến $\mathbb{R}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f\left(\frac{1}{x}\right)>f(1)$

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$ **D.** $(-\infty;0)\cup(0;1)$.

Câu 2: Giá trị của tham số m để bất phương trình $(x-2-m)\sqrt{x-1}\le m-4$ có nghiệm là:

A. $m\le 3$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y'=-x^2-1,\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(0)>f(2020)$. **B.** $f(-2)=f(2)$.

C. $f(-2020)<f(2020)$. **D.** $f(1)>f(0)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để $f(22x)>f(x^2)$?

A. 23. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 22.

Câu 5: Tìm m để bất phương trình $x+\frac{4}{x-1}\ge m$ có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1)$

A. $m\le 3$. **B.** $m\le -3$. **C.** $m\le 5$. **D.** $m\le -1$.

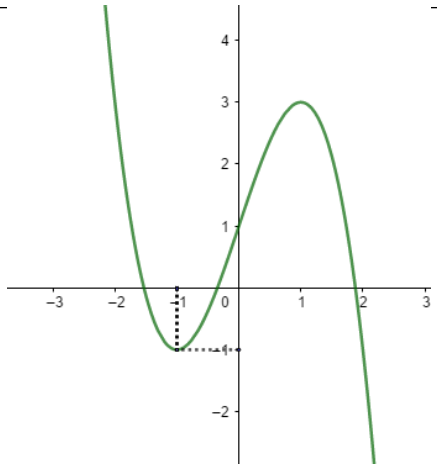
Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)>f'(x)+1$ với mọi số thực x. Bất phương trình $f(x)<me^x+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;+\infty)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(e)-1$. **B.** $m\ge f(e)-1$. **C.** $m\ge f(0)-1$. **D.** $m>f(0)-1$.

Câu 7: Tổng các nghiệm thực của phương trình $x^6+2020x^2=(5x-6)^3-2020(6-5x)$ là:

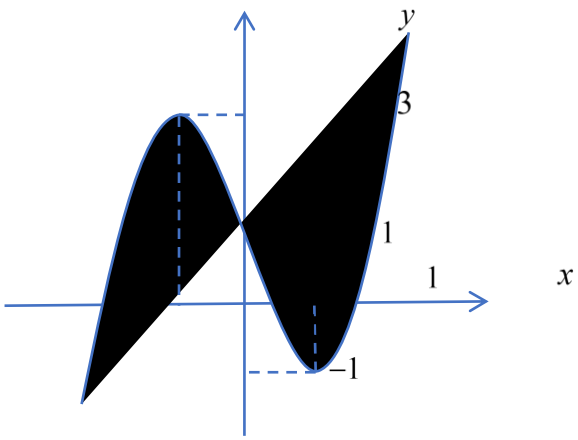
A. 2021. **B.** -6. **C.** 2020 **D.** 5.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là một số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(-1;0)$ khi và chỉ khi:



A. $m > f(0)$. **B.** $m \geq f(-1)+1$. **C.** $m > f(-1)+1$. **D.** $m \geq f(0)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(\cos x) = -2m+1$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là



A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1]$. **D.** $(-1;1]$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ luôn nghịch biến $\mathbb{R}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f\left(\frac{1}{x}\right)>f(1)$

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$ **D.** $(-\infty;0)\cup(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=f(x)$ luôn nghịch biến $\mathbb{R}$ nên ta có

$$f\left(\frac{1}{x}\right)>f(1)\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\ \frac{1}{x}<1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x<0\\ \frac{1}{x}<1\end{cases}\\ \begin{cases}x>0\\ \frac{1}{x}<1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<0\\ x>1\end{array}\right.\Rightarrow x\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty).$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Câu 2: Giá trị của tham số m để bất phương trình $(x-2-m)\sqrt{x-1}\le m-4$ có nghiệm là:

A. $m\le 3$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x-1};t\ge 0$.

Khi đó bất phương trình ban đầu trở thành: $(t^2-m-1)t\le m-4\Leftrightarrow m\ge\frac{t^3-t+4}{t+1}$.

Xét hàm số: $f(t)=\frac{t^3-t+4}{t+1},t\in[0;+\infty)$.

Có $f'(t)=\frac{2t^3+3t^2-5}{(t+1)^2}=\frac{(t-1)(2t^2+5t+5)}{(t+1)^2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=1$.

BBT của $f(t)=\frac{t^3-t+4}{t+1},t\in[0;+\infty)$:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		-	0	+	
$f(t)$	4	↘	2	↗	$+\infty$

Từ BBT suy ra để bất phương trình có nghiệm thì $m\ge 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y'=-x^2-1,\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(0)>f(2020)$. **B.** $f(-2)=f(2)$.

C. $f(-2020)<f(2020)$. **D.** $f(1)>f(0)$.

Lời giải

Chọn A

$y' = -x^2 - 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Do $0 < 2020 \Rightarrow f(0) > f(2020)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để $f(22x) > f(x^2)$?

A. 23. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 22.

Lời giải

Chọn C

- $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- Suy ra $f(22x) > f(x^2) \Leftrightarrow 22x > x^2 \Leftrightarrow 0 < x < 22$.
- Vậy có 21 giá trị nguyên của x.

Câu 5: Tìm m để bất phương trình $x + \dfrac{4}{x-1} \geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1)$

A. $m \leq 3$. **B.** $m \leq -3$. **C.** $m \leq 5$. **D.** $m \leq -1$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $x + \dfrac{4}{x-1} \geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1) \Leftrightarrow m \leq \max\limits_{(-\infty;1]} g(x)$

Với $g(x) = x + \dfrac{4}{x-1}$

$g'(x) = 1 - \dfrac{4}{(x-1)^2}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \notin (-\infty;1) \\ x = -1 \in (-\infty;1) \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		1
y'		$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$

Vậy $m \leq -3$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) > f'(x) + 1$ với mọi số thực x. Bất phương trình $f(x) < me^x + 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;+\infty)$ khi và chỉ khi

A. $m > f(e) - 1$. **B.** $m \geq f(e) - 1$. **C.** $m \geq f(0) - 1$. **D.** $m > f(0) - 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) < me^x + 1 \Leftrightarrow f(x) - 1 < me^x \Leftrightarrow \dfrac{f(x) - 1}{e^x} < m$

Xét hàm $g(x) = \dfrac{f(x) - 1}{e^x}$ trên $(0;+\infty)$

Có $g'(x) = \dfrac{f'(x) - [f(x) - 1]}{e^x} < 0, \quad \forall x \in (0;+\infty)$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$		$f(0)-1$ ↘	

Vậy bất phương trình $f(x)<me^x+1$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $m\ge f(0)-1$

Câu 7: Tổng các nghiệm thực của phương trình $x^6+2020x^2=(5x-6)^3-2020(6-5x)$ là:

A. 2021. **B.** -6. **C.** 2020 **D.** 5.

Lời giải

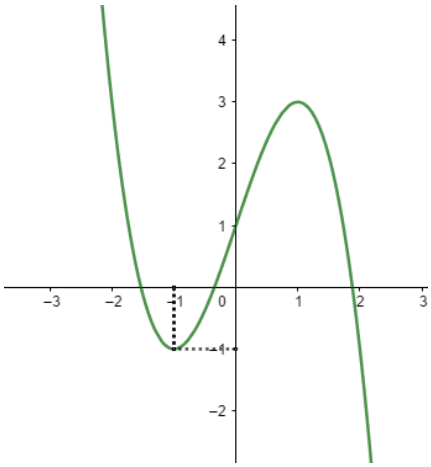
Chọn D

Xét hàm số $f(t)=t^3+2020t \Rightarrow f'(t)=3t^2+2020>0,\forall t\in R$ nên hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên khoảng R. Phương trình $x^6+2020x^2=(5x-6)^3+2020(5x-6)$ có dạng:

$$f(x^2)=f(5x-6)\Leftrightarrow x^2=5x-6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$$

Vậy tổng các nghiệm là 5.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$, hàm số $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Bất phương trình $f(x)<x+m$ (m là một số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(-1;0)$ khi và chỉ khi:



A. $m>f(0)$. **B.** $m\ge f(-1)+1$. **C.** $m>f(-1)+1$. **D.** $m\ge f(0)$.

Lời giải

Chọn B

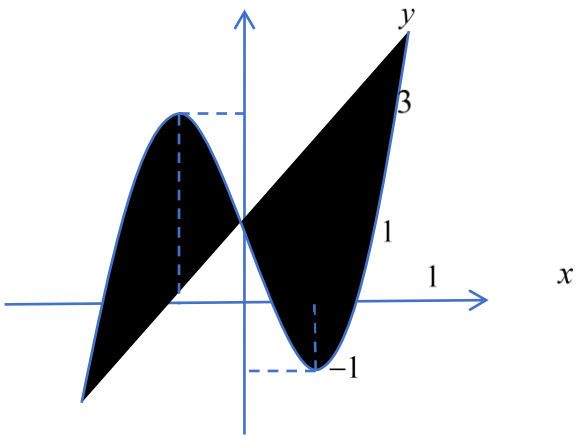
Ta có: $f(x)<x+m\Leftrightarrow f(x)-x<m$.

Xét $g(x)=f(x)-x$, ta có: $g'(x)=f'(x)-1$. Với mọi $x\in(-1;0)$ thì $-1<f'(x)<1$.

Từ đó $g'(x)=f'(x)-1<0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$.

Suy ra $g(x)=f(x)-x<f(-1)+1$. Yêu cầu bài toán tương đương với $m\ge f(-1)+1$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(\cos x)=-2m+1$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ là



A. $(0;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1]$. **D.** $(-1;1]$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\cos x=t, t\in(0;1)$.

Phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow$ phương trình $f(t)=-2m+1$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$. Dựa vào đồ thị trên suy ra $-1<-2m+1<1\Leftrightarrow 1>m>0$.

DẠNG 1 Tìm cực trị của hàm số cho bởi công thức

Phương pháp:

- **Bước 1**. Tìm tập xác định D của hàm số.
- **Bước 2**. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$. Tìm các điểm x_i, $(i = 1,2,3,...,n)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
- **Bước 3**. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- **Bước 4**. Từ bảng biến thiên, suy ra các cực trị

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số chỉ có đúng hai điểm cực trị.

C. Hàm số không có cực trị. **D.** Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$. **B.** Điểm cực đại của hàm số là $x = -1$.

C. Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -5$ **D.** Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Câu 3: Hàm số $y = x^3 - 12x + 3$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 19$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -13$.

Câu 4: Hàm số $y = \dfrac{2x + 2021}{x - 2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 6: Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y = -x^4 + x^2 + 3$. **B.** $y = x^4 + x^2 + 3$. **C.** $y = x^4 - x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 - x^2 + 3$.

Câu 7: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ là điểm

A. $N(-1;7)$. **B.** $P(7;-1)$. **C.** $Q(3;1)$. **D.** $M(1;3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2 **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3x-1)(x+3)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 10: Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3-3x$ là:

A. $2y_{CT}=3y_{CĐ}$. **B.** $y_{CT}+y_{CĐ}=0$. **C.** $y_{CT}=2y_{CĐ}$. **D.** $y_{CT}=y_{CĐ}$.

Câu 11: Cho hàm số $y=x^4-x^3+3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có 3 điểm cực trị. **B.** Hàm số chỉ có đúng 2 cực trị.
C. Hàm số không có cực trị **D.** Hàm số chỉ có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 12: Cho hàm số $y=2x^3-x^2-4x+2$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 13: Cho hàm số $y=2x^3-x^2-4x+2$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức. Có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x+1)^3$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(x+2)^2$. Tìm số điểm cực trị của hàm số đã cho?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 17: Cho hàm số $y=x^4-x^2+6$. Số điểm cực trị của hàm số là: |

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 19: Hàm số $y=-x^4+8x^2+5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^{2020}(x-2)^{2021}(x-3)^{2022}, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1)$, với mọi $x\in R$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 22: Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm $f'\ x = x\ x^2 - x\ \ x - 2$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x\left(x^2 - x\right)(x-2)$.Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 24: Hàm số $y = (x+1)(x-2)(3-x)$ có số điểm cực trị là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 25: Trong các hàm số sau đây có bao nhiêu hàm số có đúng một điểm cực trị?

1) $y = x^2 + 1$ 2) $y = \left(2x^2 - 1\right)^2$ 3) $y = (2x-1)\sqrt[3]{x^2}$ 4) $y = \dfrac{x}{x^2+1}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)\ \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm số điểm cực đại của hàm số đã cho.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 27: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ thuộc đường thẳng nào dưới đây?

A. $y = x + 7$. **B.** $y = x + 1$. **C.** $y = x - 7$. **D.** $y = x - 1$.

Câu 28: Biết rằng đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 5$ có 2 điểm cực trị là A và B. Tính độ dài đoạn thẳng A **B.**

A. $AB = 10\sqrt{2}$. **B.** $AB = 2\sqrt{5}$. **C.** $AB = 3\sqrt{2}$. **D.** $AB = 2\sqrt{3}$.

Câu 29: Hàm số nào sau đây có nhiều điểm cực trị nhất?

A. $y = -3x + 1$. **B.** $y = x^4 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$.

Câu 30: Hàm số $y = -x^3 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 31: Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 32: Gọi $A,\ B,\ C$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{2}x^4 - x^2 - 1$. Diện tích ΔABC bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^3,\ \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 34: Hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị?

A. $y = x^2 + x - 1$. **B.** $y = x^2 + 3x - 1$. **C.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 + 6x + 3$

Câu 35: Trong các hàm số sau, hàm số nào có 3 điểm cực trị?

A. $y = \dfrac{x+1}{x+2}$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 - 3x + 1$

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có biểu thức đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-1)$. Hỏi hàm số có tất cả bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 38: Hỏi hàm số $y=x^4-3x^2-1$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 39: Hàm số $y=-x^3-3x^2+9x-1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là *M*, *m*. Khi đó kết quả nào sau đây đúng

A. $M-m=4$. **B.** $3M-m=5$. **C.** $M+m=-2$. **D.** $7M+m=0$.

Câu 40: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y=\sqrt{x-1}$. **B.** $y=x^2-2x+3$. **C.** $y=x^3+8x+9$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{3x+1}$.

Câu 41: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y=\sqrt{x-1}$. **B.** $y=x^2-2x+3$. **C.** $y=x^3+8x+9$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{3x+1}$.

Câu 42: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$?

A. $y(-1)=-35$. **B.** $y(-1)=11$. **C.** $y(-1)=-11$. **D.** $y(-1)=7$.

Câu 43: Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+5x-1$

A. Có hệ số góc bằng -1.

B. song song với trục hoành.

C. song song với đường thẳng $x=1$.

D. Có hệ số góc dương.

Câu 44: Cho hàm số $y=2x^3-5x^2+4x-2021$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực đại và cực tiểu của hàm số. Kết luận nào sau đây **đúng?**

A. $x_1-x_2=\dfrac{1}{3}$. **B.** $x_2-x_1=\dfrac{2}{3}$. **C.** $2x_2-x_1=\dfrac{1}{3}$. **D.** $2x_1-x_2=\dfrac{1}{3}$.

Câu 45: Hàm số $y=x^4-3x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x^{2021}(x-1)^{2020}(x+1), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số có mấy điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(x-1)x^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 50: Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=(x+2)^3(x-3)^2(x-2)^5$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 51: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 52: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 53: Hàm số nào sau đây không có cực trị

A. $y=x^2+4x+5$. **B.** $y=x^4+4x^2+2$..

C. $y=x^3-2x^2+3x+1$. **D.** $y=x^3+3x^2-2x+3$.

Câu 54: Cho hàm số nào $y=f(x)$ có $f'(x)=x^2(x-1)^3(3-x)(x-5)$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=x^2(x-1); \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. **B.** $f(x)$ không có cực trị.

C. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$. **D.** $f(x)$ có hai điểm cực trị.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có ba điểm cực trị.
B. Hàm số chỉ có đúng hai điểm cực trị.
C. Hàm số không có cực trị.
D. Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy hàm số đã cho là hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$ với $ab < 0$ nên đây là trường hợp hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 2$.
B. Điểm cực đại của hàm số là $x = -1$.
C. Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -5$
D. Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 3: Hàm số $y = x^3 - 12x + 3$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = 19$.
B. $x = -2$.
C. $x = 2$.
D. $x = -13$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 12$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	19	$\searrow$	-13	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 4: Hàm số $y = \dfrac{2x + 2021}{x - 2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.
B. 0.
C. 2.
D. 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Ta có: $y'=-\dfrac{2025}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq 2$, suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Do đó hàm số không có điểm cực trị.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x+1)^2(x-2)^3(2x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↘		↗	

Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 6: Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y=-x^4+x^2+3$. **B.** $y=x^4+x^2+3$. **C.** $y=x^4-x^2+3$. **D.** $y=-x^4-x^2+3$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào dấu của hệ số $a<0;b>0$ nên hàm số $y=-x^4+x^2+3$ có 3 điểm cực trị trong đó có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 7: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+5$ là điểm

A. $N(-1;7)$. **B.** $P(7;-1)$. **C.** $Q(3;1)$. **D.** $M(1;3)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=3x^2-3$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	7	↘	3	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có điểm cực đại của đồ thị hàm số là $N(-1;7)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$, giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2 **B.** 3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

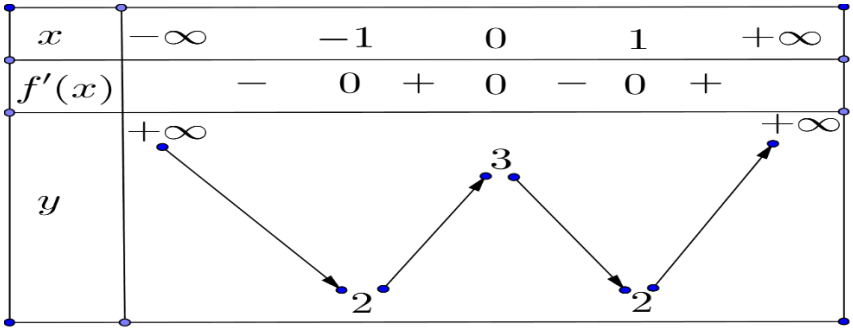
Xét hàm số $y=x^4-2x^2+3$ có:

Tập xác định $D=\mathbb{R}$;

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x^4-2x^2+3\right)=+\infty$.

$y'=4x^3-4x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1.\\x=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $y=x^4-2x^2+3$



Từ bảng biến thin ta thấy $y_{CT}=y(\pm1)=2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(3x-1)(x+3)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

$f'(x)$ có hai nghiệm đơn nên hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 10: Hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3-3x$ là:

A. $2y_{CT}=3y_{CĐ}$. **B.** $y_{CT}+y_{CĐ}=0$. **C.** $y_{CT}=2y_{CĐ}$. **D.** $y_{CT}=y_{CĐ}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Lại có $y''=6x\Rightarrow y''(1)=6>0$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số

$y''(-1)=-6<0$ nên $x=-1$ là điểm cực đại của hàm số

Do đó $y_{CĐ} = y(-1) = 2; y_{CT} = y(1) = -2$. Suy ra $y_{CĐ} + y_{CT} = 0$.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^4 - x^3 + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có 3 điểm cực trị. **B.** Hàm số chỉ có đúng 2 cực trị.

C. Hàm số không có cực trị **D.** Hàm số chỉ có đúng 1 điểm cực trị.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 4x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{3}{4} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$\dfrac{3}{4}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có đúng 1 cực trị.

Câu 12: Cho hàm số $y = 2x^3 - x^2 - 4x + 2$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 6x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-2}{3} \end{array}\right.$.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 13: Cho hàm số $y = 2x^3 - x^2 - 4x + 2$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 6x^2 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-2}{3} \end{array}\right.$.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức. Có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+1)^3$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

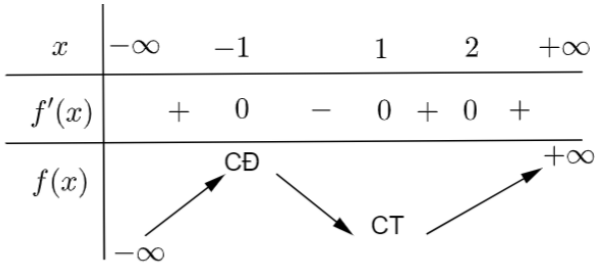
Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+1)^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta có số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(x+2)^2$. Tìm số điểm cực trị của hàm số đã cho?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Vì $f'(x)=x(x-1)^3(x+2)^2$ nên $f'(x)=0$ có các nghiệm $x=0, x=1, x=-2$ và $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi x qua các nghiệm $x=0, x=1$.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu đã cho, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 4 lần nên hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 17: Cho hàm số $y=x^4-x^2+6$. Số điểm cực trị của hàm số là: |

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=x^4-x^2+6$.

Vì $a.b=-1<0$ nên hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 19: Hàm số $y=-x^4+8x^2+5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Hàm số đã cho là hàm trùng phương thỏa mãn $a.b=-8<0\Rightarrow$ hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^{2020}(x-2)^{2021}(x-3)^{2022}, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↘		↗		↗	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Cách 2: (Trắc nghiệm)

Nhận thấy $f'(x)=0$ có 1 nghiệm đơn và 2 nghiệm kép nên hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1)$, với mọi $x\in R$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)=(x+2)^2(x-1)^3(x^2-4)(x^2-1)$ như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Quan sát bảng xét dấu ta có $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm tại $x=-1$. Vậy hàm số có điểm cực đại tại $x=-1$

Câu 22: Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm $f'\ x\ =x\ x^2-x\ \ x-2$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=1\\x=2\end{bmatrix}$.

Vì $x=1$, $x=2$ là nghiệm bội lẻ và $x=0$ là nghiệm bội chẵn nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x^2-x)(x-2)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x(x^2-x)(x-2)=x^2(x-1)(x-2)$.

$f'(x)$ đổi dấu 2 lần. Vậy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 24: Hàm số $y=(x+1)(x-2)(3-x)$ có số điểm cực trị là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Cách 1.

TXĐ: $\mathbb{R}$

Ta có $y'=(x-2)(3-x)+(x+1)(3-x)-(x+1)(x-2)=-3x^2+8x-1\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{4\pm\sqrt{13}}{3}$.

Suy ra bảng xét dấu của hàm số đạo hàm

x	$-\infty$		$\dfrac{4-\sqrt{13}}{3}$		$\dfrac{4+\sqrt{13}}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Cách 2.

$y=0$ có 3 nghiệm đơn $\Rightarrow y'=0$ có hai nghiệm đơn và là hai điểm cực trị

Câu 25: Trong các hàm số sau đây có bao nhiêu hàm số có đúng một điểm cực trị?

1) $y=x^2+1$ 2) $y=(2x^2-1)^2$ 3) $y=(2x-1)\sqrt[3]{x^2}$ 4) $y=\dfrac{x}{x^2+1}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

1) $y=x^2+1\Rightarrow y'=2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=0$ và y' đổi dấu khi x qua nghiệm đó nên hàm số có 1 điểm cực trị.

2) $y=(2x^2-1)^2\Rightarrow y'=2(2x^2-1).4x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{bmatrix}$ và y' đổi dấu khi x qua các nghiệm đó nên hàm số có 3 điểm cực trị.

3) $y=(2x-1)\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow y'=2\sqrt[3]{x^2}+\dfrac{2(2x-1)}{3\sqrt[3]{x}}=\dfrac{10x-2}{3\sqrt[3]{x}} \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{5}$; y' không xác định khi $x=0$ và y' đổi dấu khi x qua $0;\dfrac{1}{5}$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

4) $y=\dfrac{x}{x^2+1} \Rightarrow y'=\dfrac{1-x^2}{\left(x^2+1\right)^2} \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$ và y' đổi dấu khi x qua các nghiệm đó nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Vậy chỉ có 1 hàm số có đúng một điểm cực trị.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x-2)\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tìm số điểm cực đại của hàm số đã cho.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu hàm số có 1 cực đại.

Câu 27: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+4$ thuộc đường thẳng nào dưới đây?

A. $y=x+7$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=x-7$. **D.** $y=x-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-3$. Do đó $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vì $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số nên điểm $A(1;2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Điểm $A(1;2)$ thuộc đường thẳng $y=x+1$.

Câu 28: Biết rằng đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có 2 điểm cực trị là A và B. Tính độ dài đoạn thẳng A B.

A. $AB=10\sqrt{2}$. **B.** $AB=2\sqrt{5}$. **C.** $AB=3\sqrt{2}$. **D.** $AB=2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$y'=-3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=5 \\ x=2 \Rightarrow y=9 \end{array}\right.$

Nhận thấy pt $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;5)$ và $B(2;9)$. $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 29: Hàm số nào sau đây có nhiều điểm cực trị nhất?

A. $y=-3x+1$. **B.** $y=x^4+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=-3x+1$ và $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ không có điểm cực trị (đạo hàm không đổi dấu)

Hàm số $y=x^4+3x^2+1$ có $y'=4x^3+6x=0\Leftrightarrow x=0$. Đạo hàm đổi dấu qua 1 điểm $x=0$ nên hàm số $y=x^4+3x^2+1$ chỉ có một điểm cực trị.

Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2$. Đạo hàm đổi dấu qua 2 điểm $x=0, x=2$ nên hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có hai điểm cực trị.

Suy ra đáp án **C.**

Câu 30: Hàm số $y=-x^3+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 31: Hàm số $y=\sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

+) Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+) Tính đạo hàm. $y=\sqrt[3]{x^2}\Rightarrow y'=\dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}},(x\neq 0)$

+) Xét dấu y' ta có: $y'>0$ với $x\in(0;+\infty)$ và $y'<0$ với $x\in(-\infty;0)$.

Vậy hàm số có 1 cực trị

Câu 32: Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-x^2-1$. Diện tích ΔABC bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=2x^3-2x$. $y'=0\Leftrightarrow x^3-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$.

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;-1)$, $B\left(1;-\dfrac{3}{2}\right)$, $C\left(-1;-\dfrac{3}{2}\right)$.

Tam giác ABC có điểm A thuộc trục tung, hai điểm B, C đối xứng nhau qua trục tung nên tam giác ABC cân tại A. Trung điểm $H\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)$ của BC thuộc trục tung và là chân đường cao hạ từ A của tam giác, suy ra:

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}|y_A-y_H|.|x_B-x_C|=\frac{1}{2}\left|-1+\frac{3}{2}\right|.2=\frac{1}{2}.$$

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=x(x+1)(x-2)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1.\\x=2\end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Căn cứ vào bảng xét dấu thì số điểm cực tiểu của hàm số là 2

Câu 34: Hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị?

A. $y=x^2+x-1$. **B.** $y=x^2+3x-1$. **C.** $y=x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3+6x+3$

Lời giải

Chọn D

Các hàm số $y=x^2+x-1$, $y=x^2+3x-1$, $y=x^4+2x^2-1$ đều có 1 điểm cực trị.

Xét hàm số $y=x^3+6x+3$, ta có $y'=3x^2+6>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 35: Trong các hàm số sau, hàm số nào có 3 điểm cực trị?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **B.** $y=x^4-2x^2-3$.

C. $y=x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x^2-3x+1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có

$TXD: D=\mathbb{R}$

$y'=4x^3-4x; y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

và y' liên tiếp đổi dấu khi đi qua các điểm $x=0; x=\pm1$. Vậy hàm số này có 3 điểm cực trị.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm đơn $x=-2, x=0, x=1$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua 3 nghiệm đó. Do đó, hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có biểu thức đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-1)$. Hỏi hàm số có tất cả bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x^2-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$$

Trong đó: $x=1$ là nghiệm kép, $x=-1$ là nghiệm đơn.

KL: Hàm số có 1 cực trị.

Câu 38: Hỏi hàm số $y=x^4-3x^2-1$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có đây là hàm bậc bốn trùng phương mà $ab=1.(-3)<0$ nên hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 39: Hàm số $y=-x^3-3x^2+9x-1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là *M, m*. Khi đó kết quả nào sau đây đúng

A. $M-m=4$. **B.** $3M-m=5$. **C.** $M+m=-2$. **D.** $7M+m=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-3x^2-6x+9\Rightarrow y''=-6x-6$.

$$y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$$

$y''(1)=-12\Rightarrow x_{CD}=1, y_{CD}=4=M$.

$y''(-3)=12\Rightarrow x_{CT}=-3, y_{CT}=-28=m.$

Vậy $7M+m=7.4-28=0$.

Câu 40: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y=\sqrt{x-1}$. **B.** $y=x^2-2x+3$. **C.** $y=x^3+8x+9$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{3x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\sqrt{x-1}$ có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}>0,\ \forall x\in(1;+\infty)$, suy ra hàm số không có cực trị.

Hàm số $y=x^2-2x+3$ có $y'=2x-2;\ y'=0\Leftrightarrow x=1$ và y' đổi dấu khi đi qua $x=1$, suy ra hàm số có cực trị tại điểm $x=1$.

Hàm số $y=x^3+8x+9$ có $y'=3x^2+8>0\ \forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số không có cực trị.

Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+1}$ có $y'=\dfrac{5}{(3x+1)^2}>0,\ \forall x\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{3};+\infty\right)$, suy ra hàm số không có cực trị.

Câu 41: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y=\sqrt{x-1}$. **B.** $y=x^2-2x+3$. **C.** $y=x^3+8x+9$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{3x+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Xét đáp án A ta có $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}>0 \ \forall x>1$ **(không có cực trị)**.

Xét đáp án B ta có $y'=2x-2=0\Leftrightarrow x=1$ (y' đổi dấu qua $x=1$).

Xét đáp án C ta có $y'=3x^2+8>0 \ \forall x\in\mathbb{R}$ **(không có cực trị)**.

Xét đáp án D ta có $y'=\dfrac{5}{3x+1^{\,2}}>0 \ \forall x\neq\dfrac{-1}{3}$ **(không có cực trị)**.

Câu 42: Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$?

A. $y(-1)=-35$. **B.** $y(-1)=11$. **C.** $y(-1)=-11$. **D.** $y(-1)=7$.

Lời giải

Chọn A

Gọi đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ là (C).

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$. Vì $A(1;-7)$, $B(2;-8)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ nên ta có:

$$\begin{cases}A\in(C)\\ y'(x_A)=0\\ B\in(C)\\ y'(x_B)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-7=a.1^3+b.1^2+c.1+d\\ 0=3a.1^2+2b.1+\text{c}\\ -8=a.2^3+b.2^2+c.2+d\\ 0=3a.2^2+2b.2+\text{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-9\\ c=12\\ d=-12\end{cases}$$

Vậy $y=2x^3-9x^2+12x-12$, do đó $y(-1)=-35$.

Câu 43: Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+5x-1$

A. Có hệ số góc bằng -1.
B. song song với trục hoành.
C. song song với đường thẳng $x=1$.
D. Có hệ số góc dương.

Lời giải

Chọn B

$y'=x^2-6x+5$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=5\end{array}\right.$

$y''=2x-6$

$y''(1)=-4<0\Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x=1$

$y''(5)=4>0\Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x=5$; $y_{ct}=-\dfrac{28}{3}$

$y'\ 5\ =0$

Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số: $y=-\frac{28}{3}$.

Tiếp tuyến song song với trục hoành.

Câu 44: Cho hàm số $y=2x^3-5x^2+4x-2021$. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực đại và cực tiểu của hàm số. Kết luận nào sau đây **đúng?**

A. $x_1-x_2=\frac{1}{3}$. **B.** $x_2-x_1=\frac{2}{3}$. **C.** $2x_2-x_1=\frac{1}{3}$. **D.** $2x_1-x_2=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $y'=6x^2-10x+4$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

$y''=12x-10$.

$y''(1)=1>0$ nên $x_2=1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

$y''\left(\frac{2}{3}\right)=-2<0$ nên $x_1=\frac{2}{3}$ là điểm cực đại của hàm số.

Suy ra $2x_1-x_2=\frac{1}{3}$.

Câu 45: Hàm số $y=x^4-3x^2-1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3-6x$.

$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}\end{array}\right.$

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\(x-2)^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Vì $x=2$ là nghiệm kép và $x=0$ là nghiệm đơn nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x=0$. Suy ra hàm số đã cho có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=x^{2021}(x-1)^{2020}(x+1), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

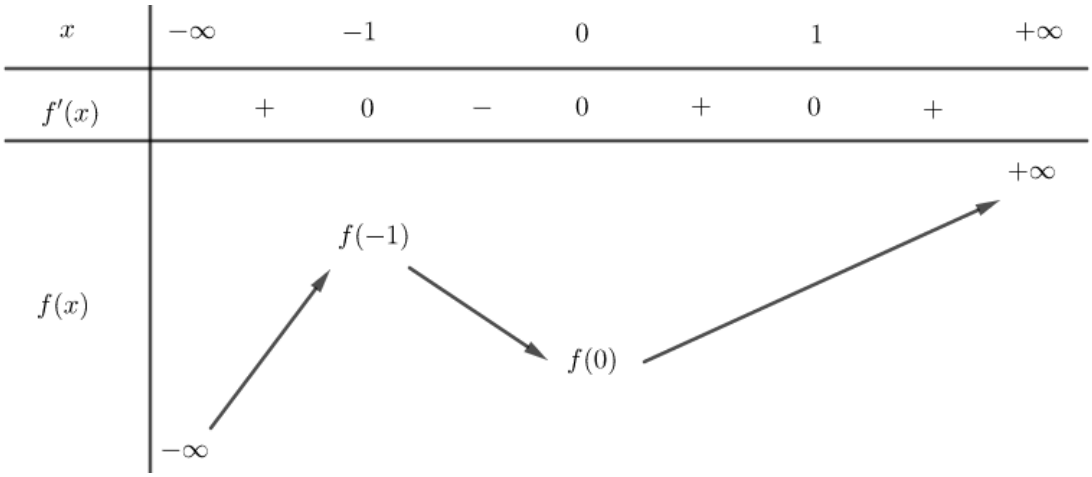
A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Cho $f'(x)=0\Rightarrow x^{2021}(x-1)^{2020}(x+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số có mấy điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=4\end{array}\right.$, trong đó $x=4$ là nghiệm bội chẵn. Vậy hàm số có 2 điểm cực trị là $x=0$ và $x=-1$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(x-1)x^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

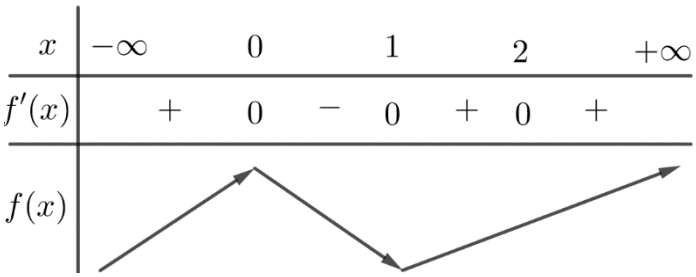
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=1\\x=0\end{array}\right.$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số có một điểm cực tiểu.

Câu 50: Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=(x+2)^3(x-3)^2(x-2)^5$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$f'(x)=3(x+2)^2(x-3)^2(x-2)^5+2(x+2)^3(x-3)(x-2)^5+5(x+2)^3(x-3)^2(x-2)^4$

$\Leftrightarrow f'(x)=[(x+2)^2(x-3)(x-2)^4].[3(x-3)(x-2)+2(x+2)(x-2)+5(x+2)(x-3)]$

$\Leftrightarrow f'(x)=[(x+2)^2(x-3)(x-2)^4].[3(x^2-5x+6)+2(x^2-4)+5(x^2-x-6)]$

$\Leftrightarrow f'(x)=[(x+2)^2(x-3)(x-2)^4].(3x^2-15x+18+2x^2-8+5x^2-5x-30)$

$\Leftrightarrow f'(x)=[(x+2)^2(x-3)(x-2)^4].(10x^2-20x-20)$.

Khi đó

$f'(x)=0\Leftrightarrow[(x+2)^2(x-3)(x-2)^4].(10x^2-20x-20)=0$ (*)

Phương trình (*) có 3 nghiệm bội lẻ là $x=3; x=1\pm\sqrt{3}$.

Vậy hàm số ban đầu có 3 điểm cực trị.

Câu 51: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$.

Nhận xét $x=0$ là nghiệm kép, $x=1$ là nghiệm đơn và $x=-2$ là nghiệm bội lẻ. Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 52: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\\x=3\end{array}\right.$ trong đó $x=1; x=3$ là nghiệm bội chẵn.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 53: Hàm số nào sau đây không có cực trị

A. $y=x^2+4x+5$. **B.** $y=x^4+4x^2+2$..

C. $y=x^3-2x^2+3x+1$. **D.** $y=x^3+3x^2-2x+3$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=x^3-2x^2+3x+1$

Ta có $y'=3x^2-4x+3=3\left(x-\frac{2}{3}\right)^2+\frac{5}{3}>0,\forall x\in R$

Hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 54: Cho hàm số nào $y=f(x)$ có $f'(x)=x^2(x-1)^3(3-x)(x-5)$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x-1)^3(3-x)(x-5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\\x=5\end{array}\right..$$

Do $x^2\geq 0$ tại $x=0$ hàm số $f'(x)$ không đổi dấu, tại $x=1;x=3;x=5$ hàm số $f'(x)$ đổi dấu nên số điểm cực trị của đồ thị hàm số là 3.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=x^2(x-1);\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. **B.** $f(x)$ không có cực trị.

C. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$. **D.** $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Lời giải

Chọn A

Từ biểu thức của $f'(x)$ ta có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	

Dễ thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ nên A đúng, C sai.

Hàm số có đúng 1 điểm cực trị nên B sai, D sai.

DẠNG 2 Tìm cực trị cho bởi đồ thị hoặc bảng biến thiên

Phương pháp:

❖ **Định lí cực trị**

- **Điều kiện cần (định lí 1)**: Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ và đạt cực đại (hoặc cực tiểu) tại $x_\circ$ thì $f'(x_\circ)=0$.
- **Điều kiện đủ (định lí 2)**:

Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **âm sang dương** khi x đi qua điểm $x_\circ$ (theo chiều tăng) thì hàm số $y=f(x)$ đạt **cực tiểu** tại điểm $x_\circ$.

Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ **dương sang âm** khi x đi qua điểm $x_\circ$ (theo chiều tăng) thì hàm số $y=f(x)$ đạt **cực đại** tại điểm $x_\circ$.

- **Định lí 3**: Giả sử $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_\circ-h;\ x_\circ+h)$, với $h>0$. Khi đó:

Nếu $y'(x_\circ)=0,\ y''(x_\circ)>0$ thì $x_\circ$ là điểm cực tiểu.

Nếu $y'(x_o)=0,\ y''(x_o)<0$ thì $x_\circ$ là điểm cực đại.

❖ **Lưu ý:**

- Điểm cực đại (cực tiểu) của **hàm số** là $x_\circ$, **giá trị cực đại (cực tiểu)** của hàm số là $f(x_\circ)$ (hay $y_{CĐ}$ hoặc y_{CT}). Điểm cực đại của **đồ thị hàm số** là $M(x_\circ;f(x_\circ))$.
- Nếu $M(x_\circ;y_\circ)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)\Rightarrow\begin{cases}y'(x_\circ)=0\\M(x_\circ;y_\circ)\in y=f(x)\end{cases}$.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$

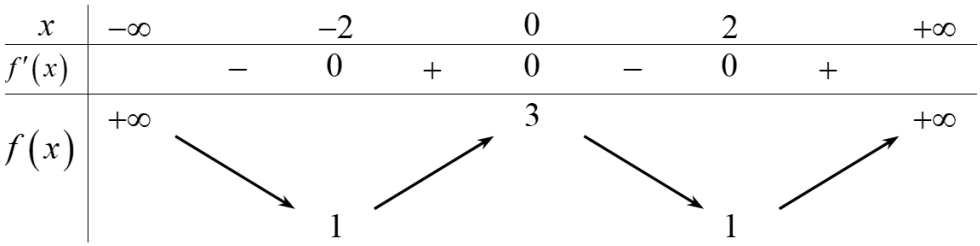
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

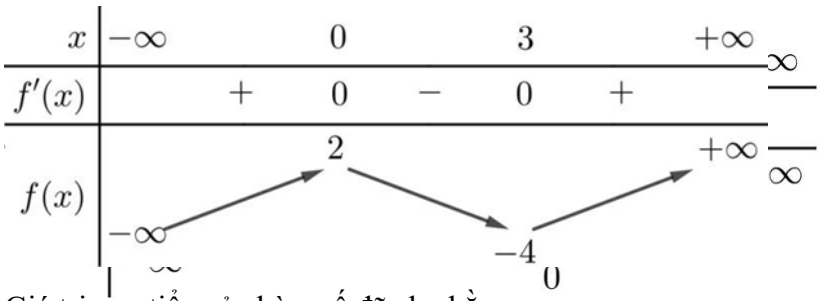
Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

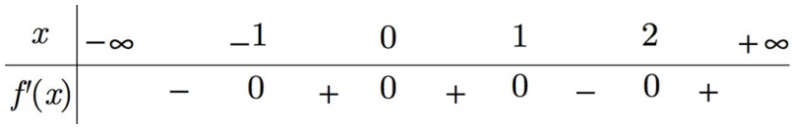
Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** −4

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

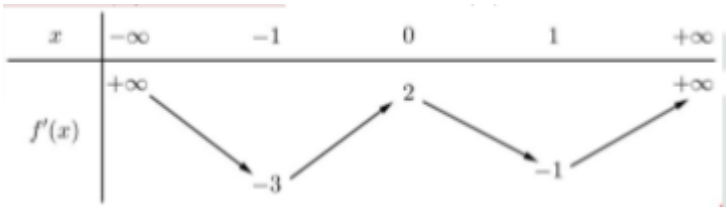
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

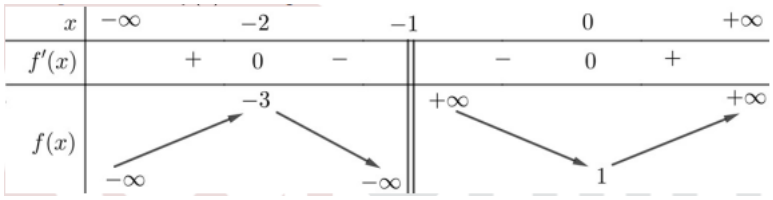
Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

A. -2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -3.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

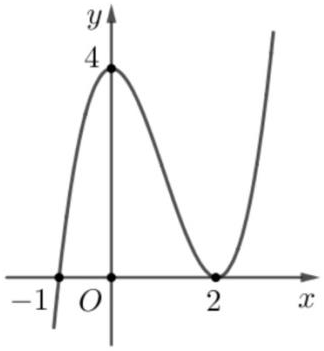
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

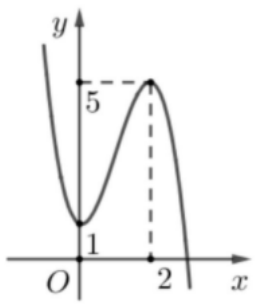
Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

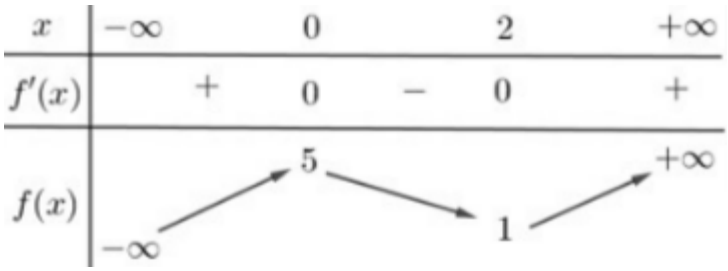
Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

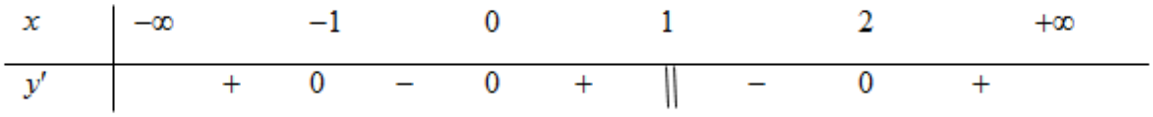
Câu 13: Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=5$.

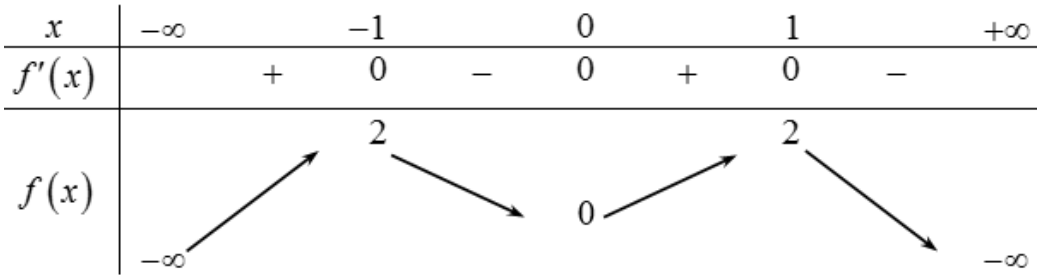
Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $x=0$.

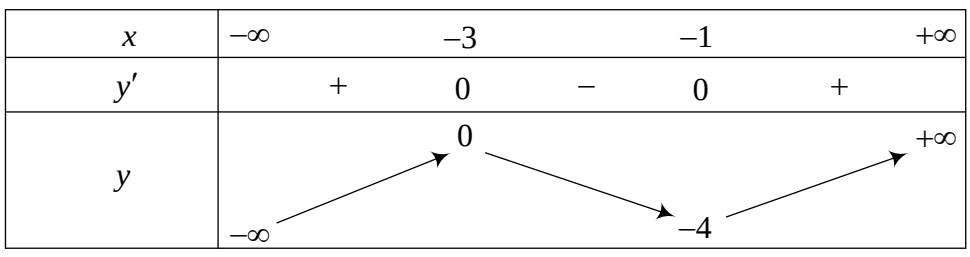
Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

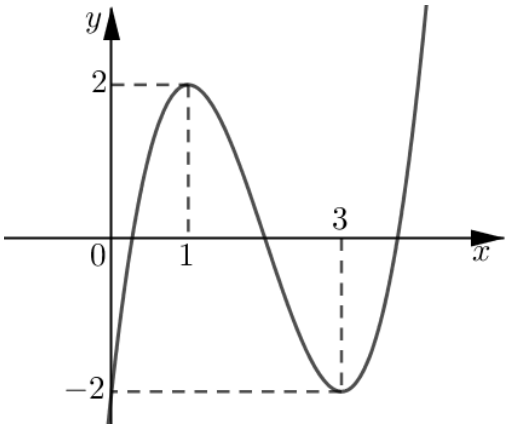
Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-2$.

Câu 21: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -2.

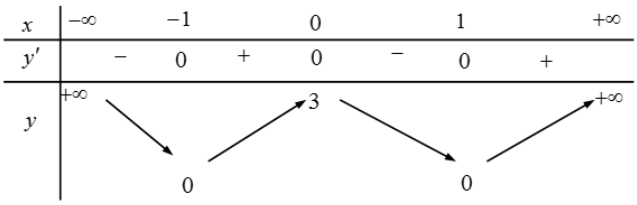
Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây đúng?

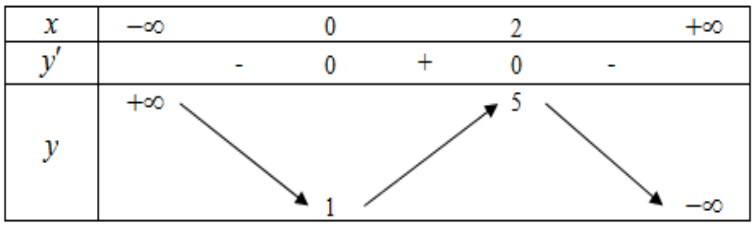
A. Điểm cực tiểu của hàm số là 0.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là 1.

C. Điểm cực tiểu của hàm số là – 1.

D. Điểm cực đại của hàm số là 3.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$.

B. $x=5$.

C. $x=0$.

D. $x=2$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f\ x$ liên tục trên $-3;3$ và có bảng xét dấy đạo hàm như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $-3;3$.

x	-3		-1		0		1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

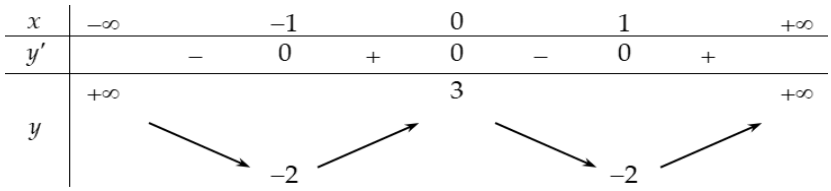
A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 26: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới



Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

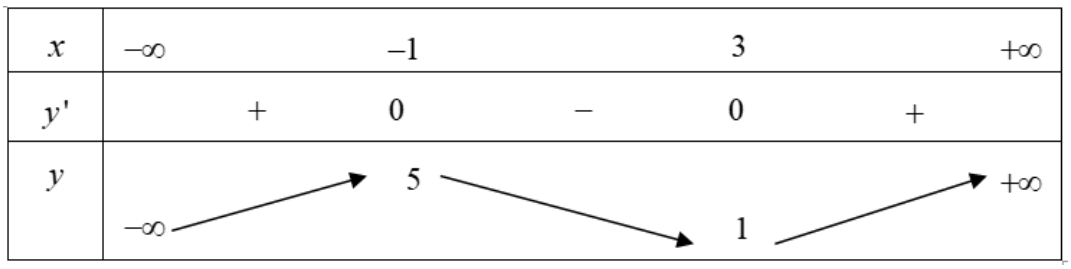
A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Khi đó giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng



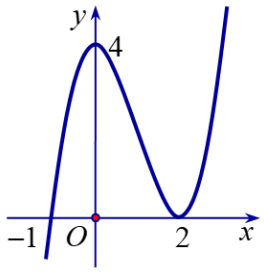
A. −1.

B. 3.

C. 1.

D. 5.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		3		5		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$		

Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

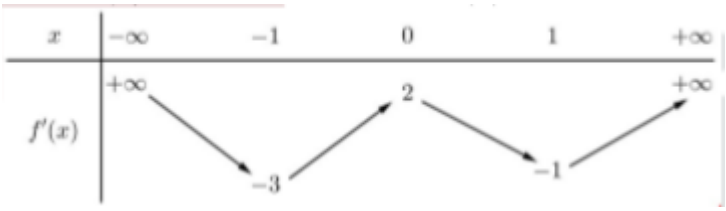
Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	0	↘	$-\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD}=1$ và $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CD}=-$ và $y_{CT}=-1$.
C. $y_{CD}=-1$ và $y_{CT}=1$. **D.** $y_{CD}=0$ và $y_{CT}=-3$.

Câu 31: Cho hàm số $f\ x$ có bảng biến thiên của hàm số $f'\ x$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên khoảng $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	3	6	$+\infty$
$f'(x)$	$+$ 0	$-$ 0	$+$ 0	$-$	$\|\|$ $+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 33:) Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của $f(x)$

A. 3. **B.** 4 **C.** 1. **D.** 1.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$\frac{4}{3}$	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

D. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -3. **D.** -4.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

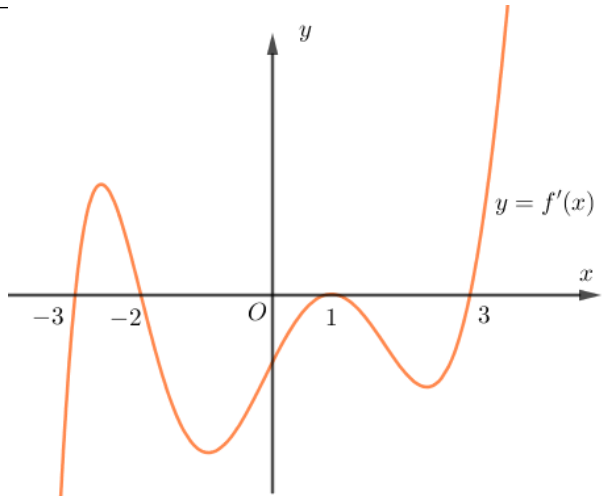
Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-2$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f\ x$ xác định và liên tục trên đoạn $-3;3$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	-3		-2		1		3
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu đại tại $x=-2$.

Câu 43: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Giá trị cực đại của hàm số là -1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

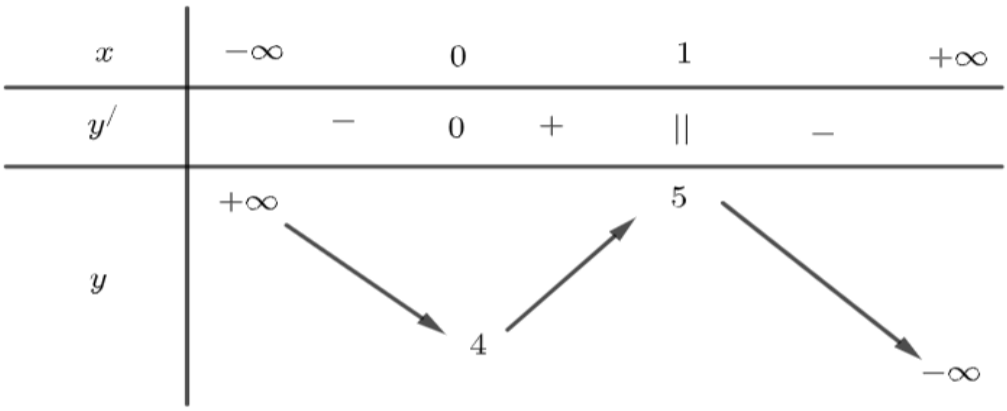
Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

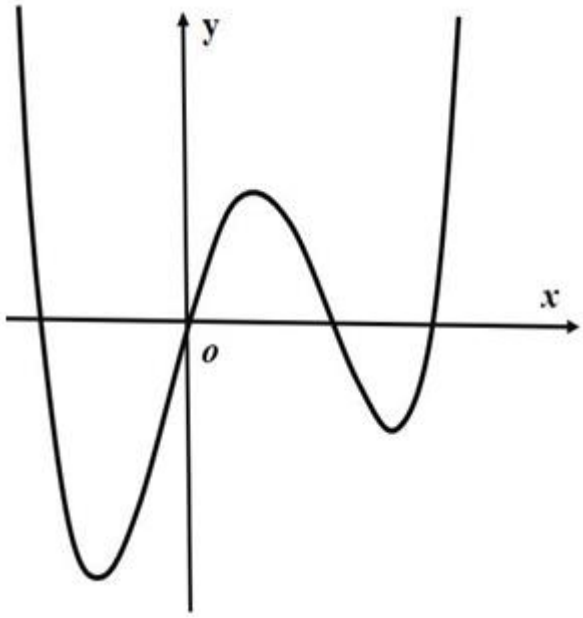
Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 4$. **B.** $y_{C§} = 15$ **C.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 5$. **D.** $y_{CT} = 4$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	||	+	||	−	0	+	

Kết luận nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có 2 điểm cực đại. **B.** Hàm số có 4 điểm cực trị.

C. Hàm số có 2 điểm cực trị. **D.** Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 49: Cho hàm đa thức bậc năm $y = f(x)$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

B. Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

C. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

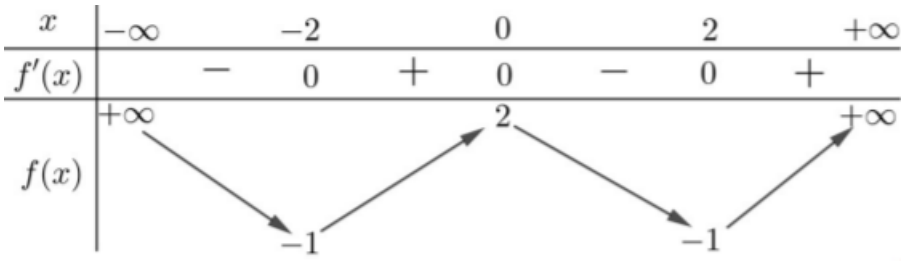
x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

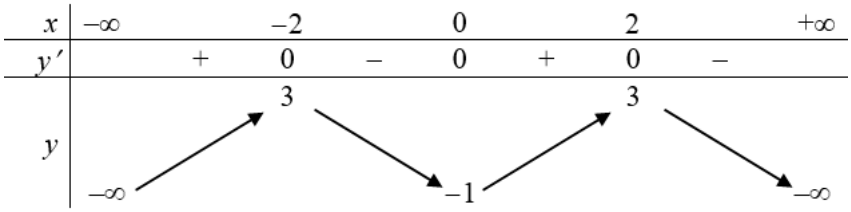
A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



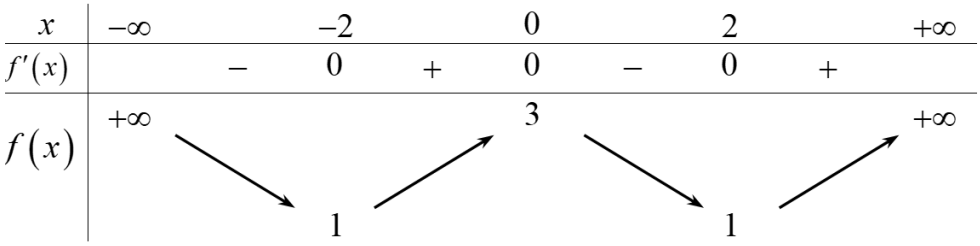
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



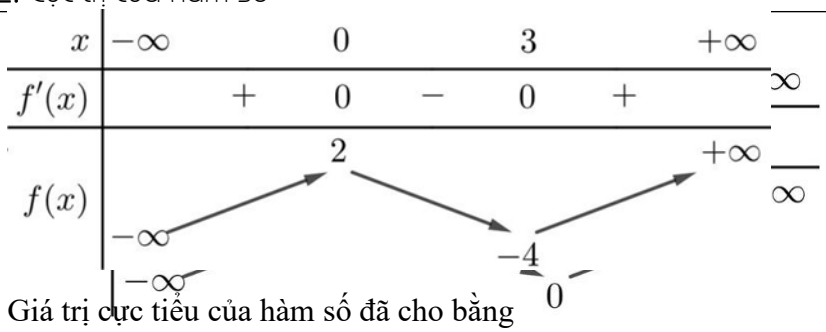
Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** −4

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$, giá trị cực tiểu bằng -4.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

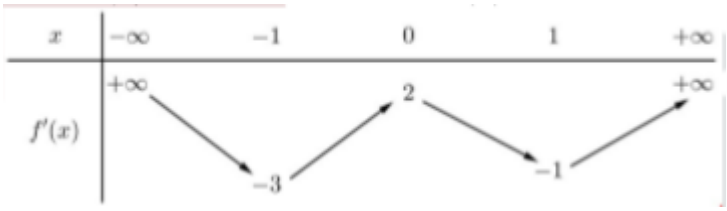
Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi $f'(x)$ đi qua điểm $x=1$.

Vậy hàm số $f(x)$ cực đại tại $x=1$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

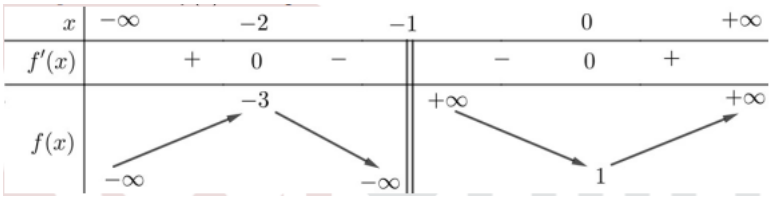
Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$, ta thấy rằng phương trình $f'(x)=0$ có 4 nghiệm bội lẻ.

Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng:

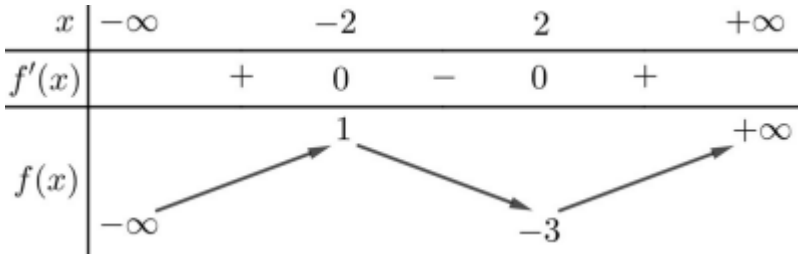
A. -2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT, hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu là $y=1$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu, ta có : Hàm số có 4 điểm cực trị

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

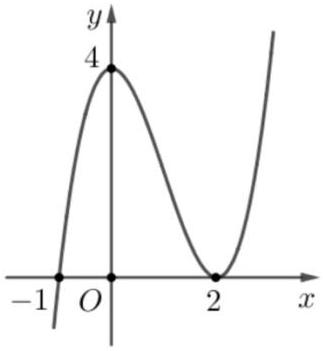
A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 4 lần và hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

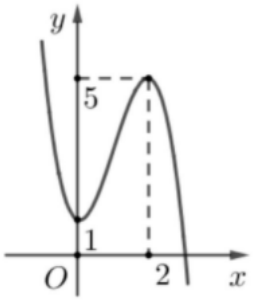
A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x=2$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 13: Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	‖	$-$	0	$+$	

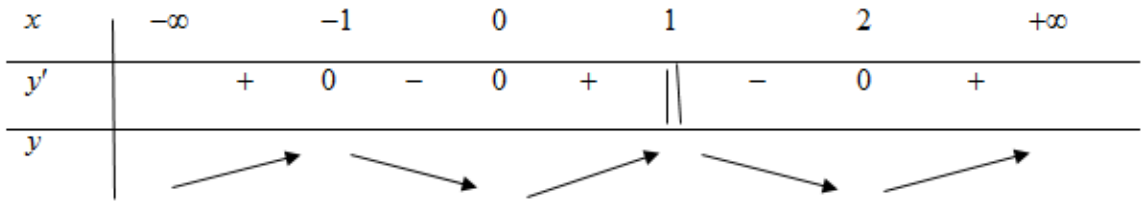
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

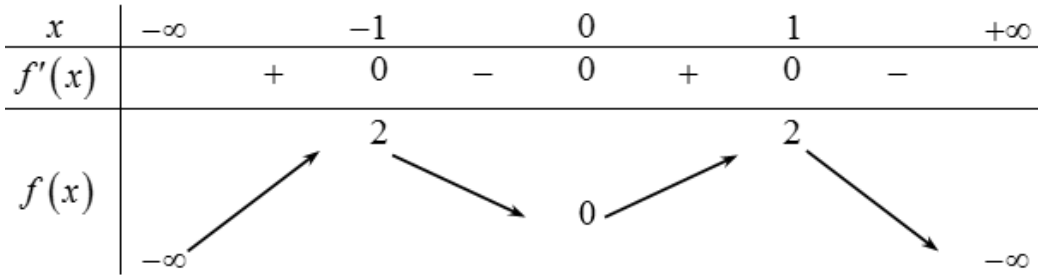
Chọn B

Do hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ nên ta có bảng biến thiên:



Từ đó ta có hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



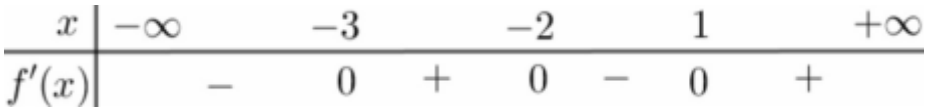
Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x=-1$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn B

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

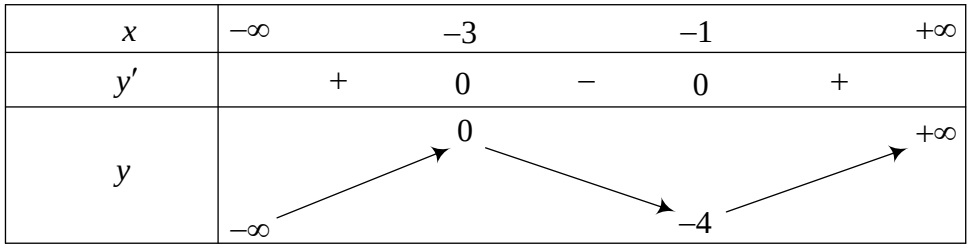
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu ta có $f'(x)$ đổi dấu qua các điểm $x=-3$, $x=-2$ và $x=1$ nên hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn C

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=-2; x=1; x=3; x=5$.

Vậy hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy: Giá trị cực đại của hàm số đã cho $y=1$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

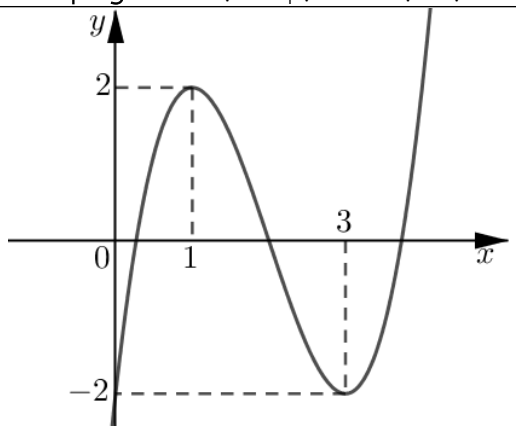
A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đổi dấu từ "+" sang "−" khi qua $x=1 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Câu 21: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** −2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có giá trị cực tiểu của hàm số bằng -2.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

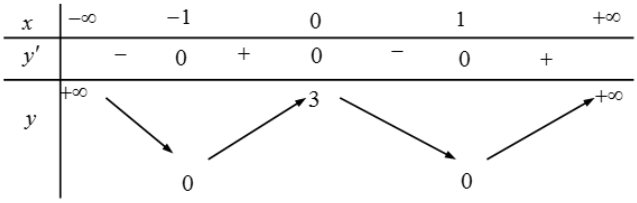
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Điểm cực tiểu của hàm số là 0. **B.** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là 1.

C. Điểm cực tiểu của hàm số là – 1. **D.** Điểm cực đại của hàm số là 3.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực tiểu của hàm số là $x=-1; x=1$.

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1;0);(1;0)$.

Điểm cực đại của hàm số là $x=0$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=5$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Từ BBT, hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f\ x$ liên tục trên $-3;3$ và có bảng xét dấy đạo hàm như hình bên. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $-3;3$.

x	-3		-1		0		1		2		3
$f'(x)$	+		0	−	0	−	0	+	0	−	

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'\ x\ =0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\x=0\\x=1\\x=2\end{bmatrix}$

$f'\ x$ đổi dấu tại các điểm $x=-1;x=1;x=2$

$\Rightarrow$ hàm số có 3 điểm cực trị trpng khoảng $-3;3$.

Câu 26: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		−	0	+	0	−	0	+	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ. Khi đó giá trị cực tiểu của hàm số $y=f\left(x\right)$ bằng

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

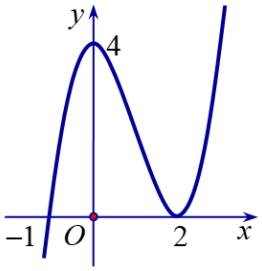
A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là 1.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy, hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$ nên hàm số đã cho có 1 điểm cực đại.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	0	↘	$-\infty$

Tìm giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

A. $y_{CD}=1$ và $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CD}=-$ và $y_{CT}=-1$.

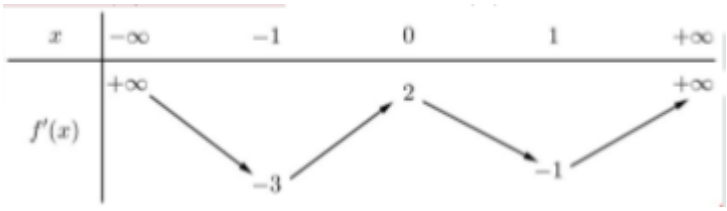
C. $y_{CD}=-1$ và $y_{CT}=1$. **D.** $y_{CD}=0$ và $y_{CT}=-3$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra $y_{CD}=0$ và $y_{CT}=-3$.

Câu 31: Cho hàm số $f\ x$ có bảng biến thiên của hàm số $f'\ x$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên của hàm số $f'\ x$, ta thấy rằng phương trình $f'\ x\ =0$ có 4 nghiệm bội lẻ.

Do đó, hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 32: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên khoảng $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2		0		1		3		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $f\left(x\right)$ không xác định tại $x=3$ nên không thể đạt cực trị tại đó.

Hàm số $f\left(x\right)$ đổi dấu tại 4 điểm $x=-2$, $x=0$, $x=1$ và $x=6$.

Vậy hàm số có 4 cực trị.

Câu 33: **)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như hình vẽ

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\\x=3\end{array}\right.$

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua nghiệm $x=-2$ và nghiệm $x=3$; không đổi dấu khi x qua nghiệm $x=0$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$f'(-2)$ không xác định nhưng vì hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(-2)$.

Theo bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ "+" sang "−" khi qua $x=-2$ và $x=5$ nên hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương hai lần qua các điểm $x=-2$ và $x=2$ nên hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của $f(x)$

A. 3. **B.** 4 **C.** 1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ có 4 điểm cực trị vì $f'(x)$ đổi dấu 4 lần và hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$\frac{4}{3}$	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Điểm cực đại của hàm số là $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

B. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

C. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $B(0;1)$.

D. Điểm cực tiểu của hàm số là $B\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -3. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số đạt cực tiểu tại -1 và 1, giá trị cực tiểu bằng -4.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 1.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

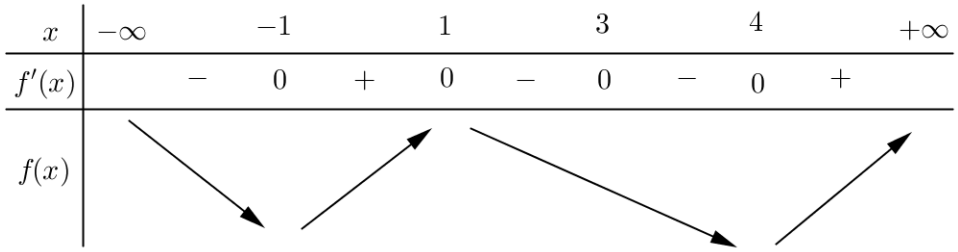
Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

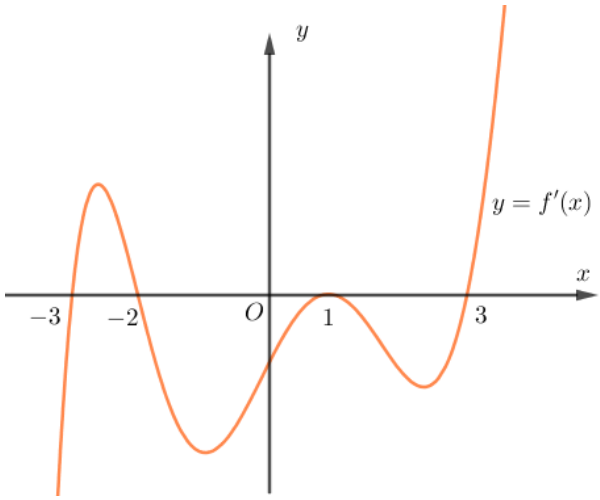
Chọn A

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:



Vậy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ đã cho là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-2 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Khi đó ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $x=-2$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f\ x$ xác định và liên tục trên đoạn $-3;3$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	-3		-2		1		3
$f'(x)$		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

D. Hàm số đạt cực tiểu đại tại $x=-2$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu $f'\ x$ ta thấy hàm số đạt cực tiểu đại tại $x=-2$.

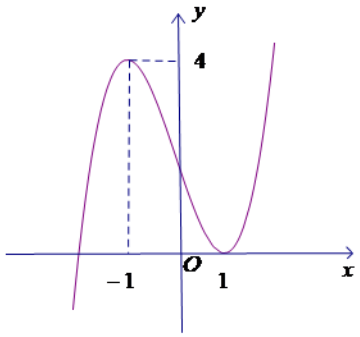
Câu 43: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Giá trị cực đại của hàm số là -1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.



Lời giải

Chọn A

Giá trị cực đại cùa hàm số là 4, nên đáp án A sai.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và $x=2$. Vậy số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là 2.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

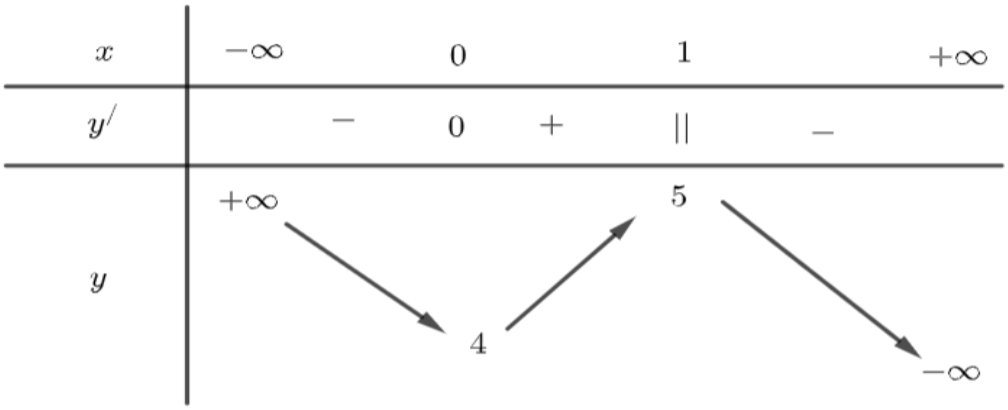
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

◆ Do đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm 2 lần nên hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng

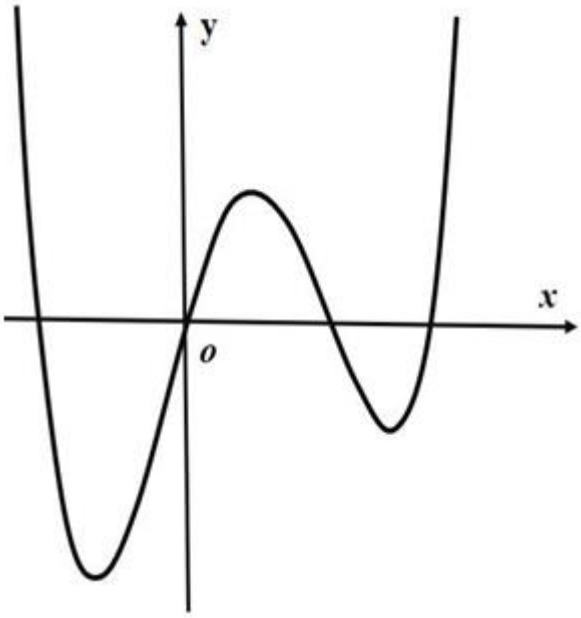
A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y=4$. **B.** $y_{C§}=15$ **C.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y=5$. **D.** $y_{CT}=4$.

. Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên dễ dàng chọn đáp án**D.**

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Do đó, phương trình $f'(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt. Qua các nghiệm này $f'(x)$ đều đổi dấu nên số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là 4 cực trị.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Kết luận nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có 2 điểm cực đại. **B.** Hàm số có 4 điểm cực trị.

C. Hàm số có 2 điểm cực trị. **D.** Hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm ta thấy: hàm số đạt cực trị tại $x=1;x=3;x=4$.

Tại $x=1;x=4$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1;x=4$

Tại $x=3$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số đạt cực đại tại $x=3$

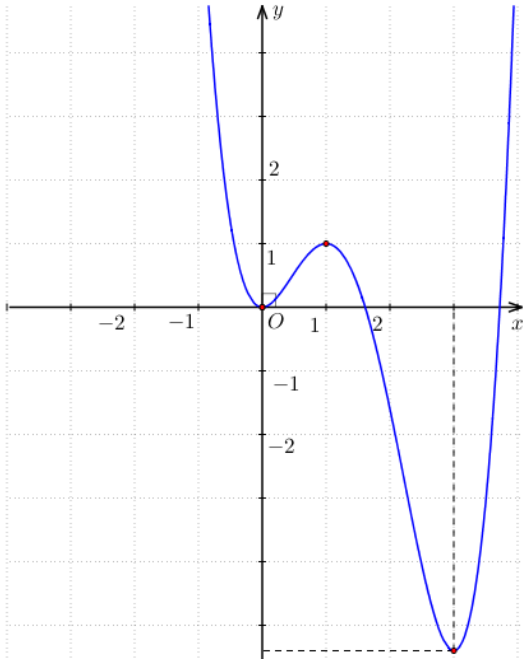
Câu 49: Cho hàm đa thức bậc năm $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

B. Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

C. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

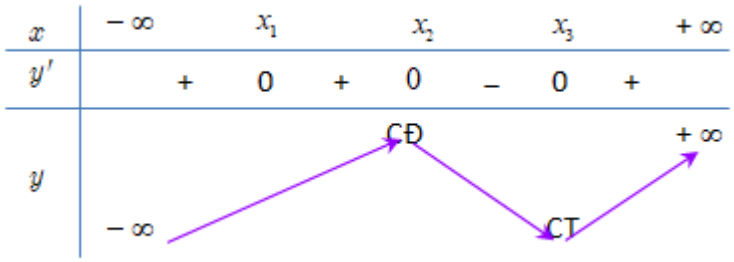
D. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.



Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng xét dấu ta thấy: $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = -1$ và $x = 1$.

Mà hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực đại là $x = -1$ và $x = 1$.

DẠNG 3 Tìm cực trị hàm số cho bởi nhiều công thức

Phương pháp:

- **Bước 1**. Tìm tập xác định D của hàm số.
- **Bước 2**.Tính đạo hàm $y' = f'(x)$. Giải phương trình $f'(x) = 0$ và kí hiệu x_i, $(i = 1,2,3,...,n)$ là các nghiệm của nó.
- **Bước 3**. Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$.
- **Bước 4**. Dựa vào dấu của $y''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i :

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x+2)^2, \forall x \in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3 **B.** 1 **C.** 5 **D.** 2

Câu 2: Hàm số nào dưới đây không có cực trị

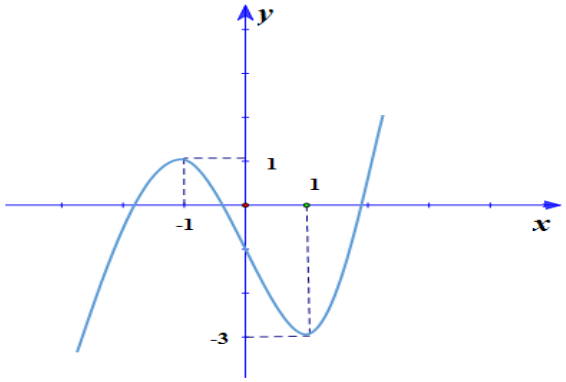
A. $y = x^2 + 4x + 5$. **B.** $y = x^4 + 4x^2 + 2$.

C. $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 2x + 3$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-2)^2(x-3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x+2|)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 5: Hàm số $y = |x^3 + 3x^2|$ đạt cực tiểu tại

A. $x = 0$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 0$ và $x = a < -3$. **D.** $x = -3$ và $x = 0$.

Câu 6: Hàm số $y = |(x-1)^3(x+1)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

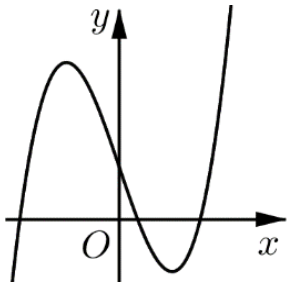
Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^{2019}\left(x^2-x-2\right)^{2020}(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là:

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)\left(x^2-1\right)(x-3)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x)=f(|x|)+2021$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

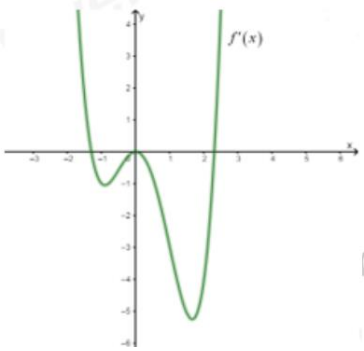
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x)-2\right|$ là

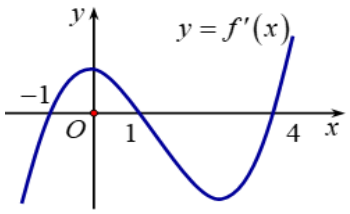
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên có đạo hàm $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

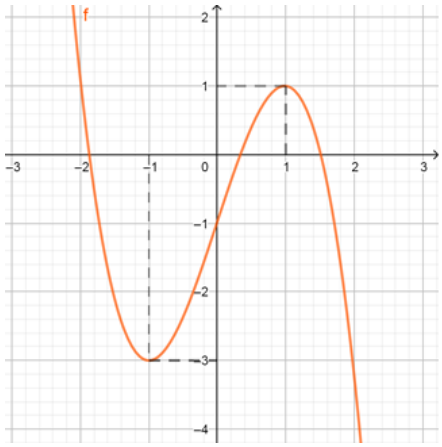
Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x)-2\right|$ là

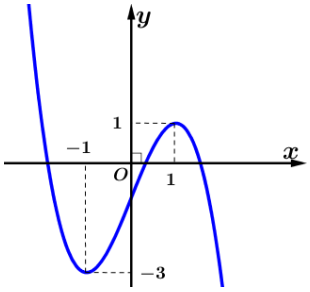
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 14: Đồ thị của hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



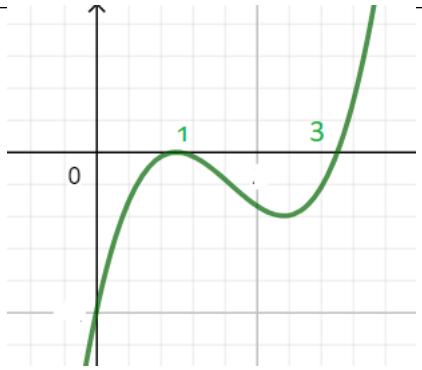
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 16: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 17: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Số cực trị của hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 5

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 5

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-4)^3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 23: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)...(x-2019),\ \forall x\in R$. Hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1008 **B.** 1010 **C.** 1009 **D.** 1011

Câu 24: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x-2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)(x+2)^2$ $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là?

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x-2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x^2-3)(x^4-9)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 29: Nếu hàm số $f\ x$ có đạo hàm là $f'\ x=x^2\ x-2\ x^2-x-2\ x+1^{\ 4}$ thì tổng các điểm cực trị của hàm số $f\ x$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+2)^2, \forall x \in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3 **B.** 1 **C.** 5 **D.** 2

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↘	CT	↗	

◆ Từ đó suy ra hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây không có cực trị

A. $y=x^2+4x+5$. **B.** $y=x^4+4x^2+2$.

C. $y=x^3-2x^2+3x+1$. **D.** $y=x^3+3x^2-2x+3$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương án C: $y'=3x^2-4x+3<0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-2)^2(x-3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

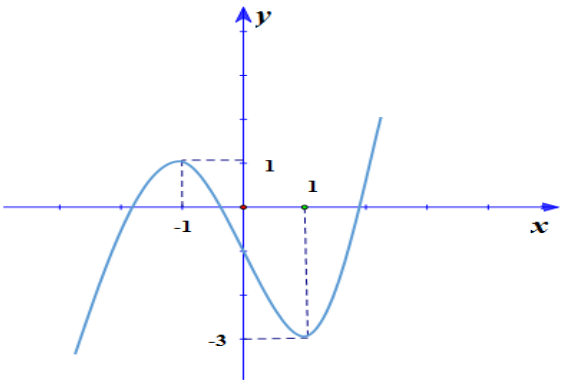
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=0$ có hai nghiệm bậc lẻ là $x=0$ và $x=3$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x+2|)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Tịnh tiến hàm số $y=f(x)$ sang trái hai đơn vị ta được hàm số $y=f(x+2)$

Đồ thị hàm số $y=f(|x+2|)$. có được gồm 2 phần.

Phần 1: Là phần đồ thị $y=f(x+2)$ nằm phía bên phải Oy.

Phần 2: Là phần đồ thị đối xứng qua Oy.

Khi đó đồ thị hàm số sẽ có 1 điểm cực trị.

Câu 5: Hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ đạt cực tiểu tại

A. $x=0$. **B.** $x=4$. **C.** $x=0$ và $x=a<-3$. **D.** $x=-3$ và $x=0$.

Lời giải

Chọn D

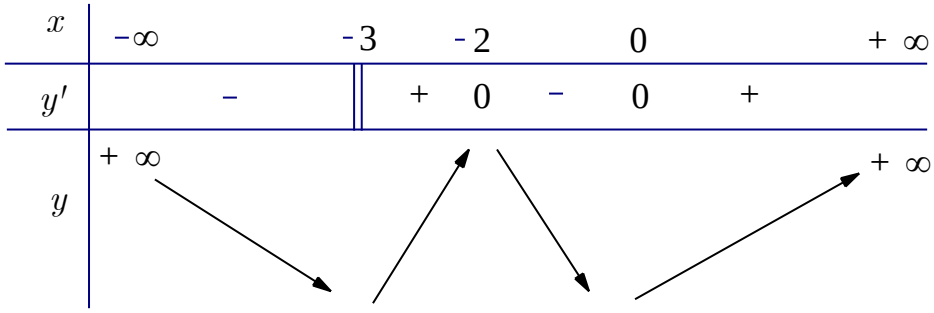
TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$$y=\left|x^3+3x^2\right|=\begin{cases}x^3+3x^2 \text{ khi } x\geq -3\\ -x^3-3x^2 \text{ khi } x<-3\end{cases}.$$

$$y'=\begin{cases}3x^2+6x \text{ khi } x>-3\\ -3x^2-6x \text{ khi } x<-3\end{cases}.$$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên.



Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$ và $x=0$.

Câu 6: Hàm số $y=\left|(x-1)^3(x+1)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=(x-1)^3(x+1)$

Ta có đạo hàm $y'=3(x-1)^2(x+1)+(x-1)^3=(x-1)^2(4x+2)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=0\\ x=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=-\dfrac{27}{16}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{27}{16}$	↗		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ Suy ra hàm số $y=|f(x)|=\left|(x-1)^3(x+1)\right|$ có 3 cực trị.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^{2019}\left(x^2-x-2\right)^{2020}(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là:

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-2)^{2019}\left(x^2-x-2\right)^{2020}(x+3)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\\x=-3\end{array}\right.$.

◆ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↘		↗	

◆ Từ bảng biến thiên: đồ thị của hàm số $f(|x|)$ được giữ lại phần $x>0$ rồi lấy đối xứng qua Oy. Khi đó hàm số có 3 cực trị.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)\left(x^2-1\right)(x-3)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

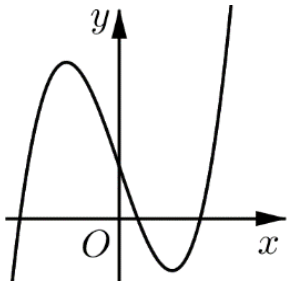
Ta có

$$f'(x)=0\Leftrightarrow(x+1)\left(x^2-1\right)(x-3)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=3\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↗		↘		↗	

Căn cứ BBT ta thấy số điểm cực trị dương của hàm số $y=f(x)$ là 2 nên số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)$ là 5. Chọn đáp án **B.**

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x)=f(|x|)+2021$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$g'(x)=\left(f(|x|)+2021\right)'=\dfrac{x}{|x|}f'(|x|)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{x}{|x|}f'(|x|)=0$. Ta có: $g'(x)$ không xác định tại điểm $x=0$.

BBT

x	$-\infty$		x_1		0		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$			
y	$+\infty$	↘		↗		↘		↗			$+\infty$

Dựa vào BBT ta có: $\left[\begin{array}{l}|x|=x_1\\|x|=x_2\\|x|=x_3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm x_2\\x=\pm x_3\end{array}\right.$

x	$-\infty$		$-x_3$		$-x_2$		0		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số có 5 điểm cực trị.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f(x)-2|$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

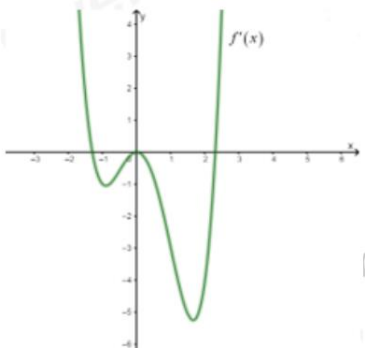
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f(x)-2|$ bằng $m+n$.

+ m là số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-2 \Rightarrow m=2$.

+ n là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x)=2 \Rightarrow n=3$.

Suy ra, số điểm cực trị của hàm số $g(x)=|f(x)-2|$ bằng 5.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên có đạo hàm $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số là



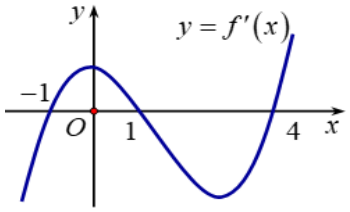
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm có $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương. Dựa vào đồ thị thì đồ thị hàm số có 1 điểm cực tiểu.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

◆ Dựa vào đồ thị ta có BBT:

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘		↗	$+\infty$

Suy ra hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x)-2\right|$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

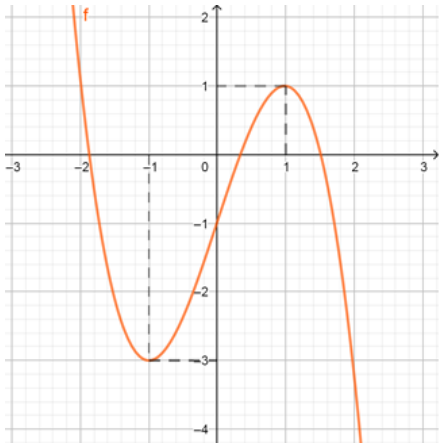
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x)-2\right|$ bằng $m+n$.

+ m là số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-2\Rightarrow m=2$.

+ n là số nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x)=2\Rightarrow n=3$.

Suy ra, số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x)-2\right|$ bằng 5.

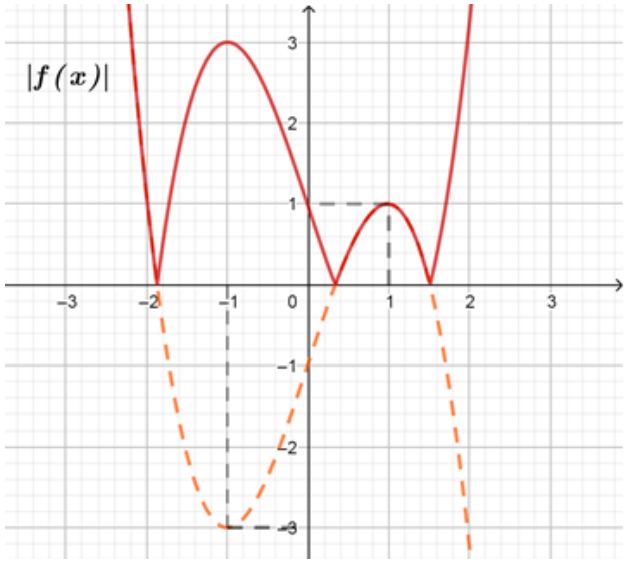
Câu 14: Đồ thị của hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

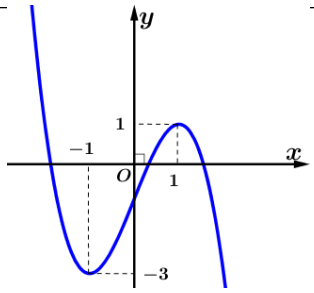
Chọn B



Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra được đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ như hình vẽ.

Do đó hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

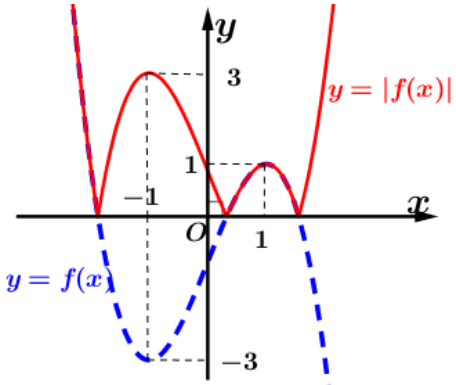


A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

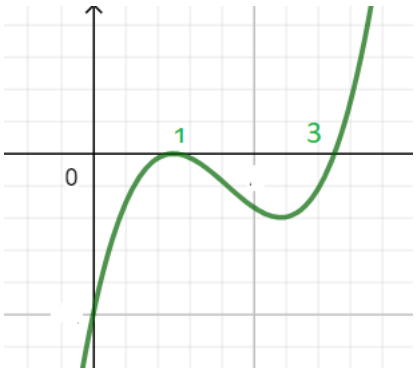
Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$.



Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ ta thấy hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có điểm 5 cực trị.

Câu 16: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

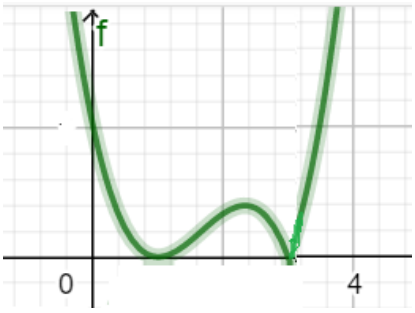


A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ như sau



Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 3 cực trị.

Câu 17: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Số cực trị của hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

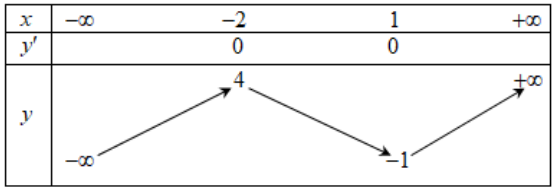
Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt nên hàm số này là hàm số bậc ba và có 2 điểm cực trị.

Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ bằng $2+3=5$

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



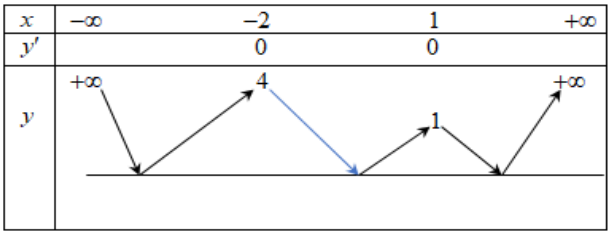
Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 5

Lời giải

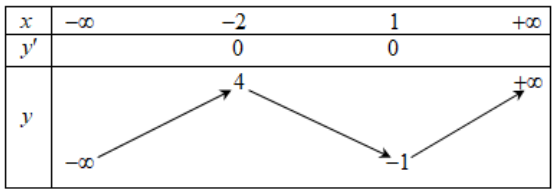
Chọn D

Khi đó, bảng biến thiên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ sẽ có dạng



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:



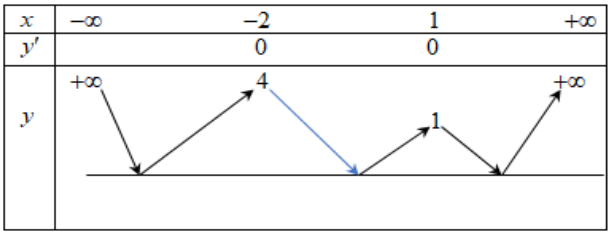
Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 5

Lời giải

Chọn D

Khi đó, bảng biến thiên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ sẽ có dạng



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 20: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)\left(x-4\right)^3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

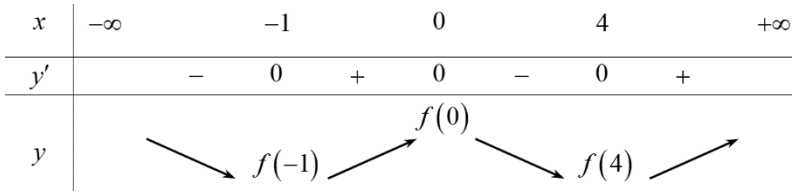
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x\left(x+1\right)\left(x-4\right)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=4\end{array}\right.\!.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)$



Vậy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 21: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(1-x\right)^2\left(3-x\right)^3\left(x-2\right)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

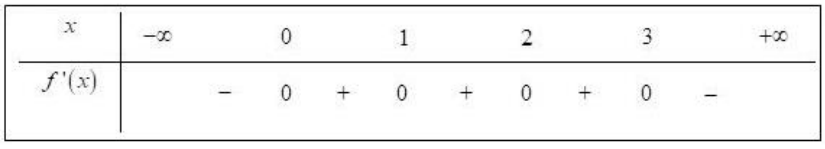
A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có

$$f'\left(x\right)=x\left(1-x\right)^2\left(3-x\right)^3\left(x-2\right)^4\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\\x=3\end{array}\right.\!.$$

Bảng xét dấu đạo hàm.



Suy ra hàm số $f\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại $x=0$

Câu 22: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^3\left(x-1\right)\left(x-2\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^3(x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu nhận thấy hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 23: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)...(x-2019)$, $\forall x \in R$. Hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1008 **B.** 1010 **C.** 1009 **D.** 1011

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=(x-1)(x-2)...(x-2019)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ ..... \\ x=2019 \end{array}\right.$

$f'(x)=0$ có 2019 nghiệm bội lẻ và hệ số a dương nên có 1010 cực tiểu

Câu 24: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x-1=0 \\ (x-2)^3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↘		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)(x+2)^2$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là?

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$. Do $x=0,\ x=1$ là nghiệm đơn, còn các nghiệm và $x=-2$ là nghiệm bội chẵn nên $f'(x)$ chỉ đổi khi đi qua $x=0,\ x=1$.

$\Rightarrow$ Hàm số $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow m^2-4>0\Leftrightarrow m<-2\vee m>2$ có 2 điểm cực trị.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\\x=4\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↘		↗		↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x-2)^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\ \Leftrightarrow\ x(x-1)(x-2)^2=0\ \Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x=0$ và $x=1$, do đó hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x^2-3)(x^4-9)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

$$f'(x)=(x-2)(x^2-3)^2(x^2+3)=(x-2)\left(x-\sqrt{3}\right)^2\left(x+\sqrt{3}\right)^2(x^2+3)$$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-2)\left(x+\sqrt{3}\right)^2\left(x-\sqrt{3}\right)^2\left(x^2+3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{3} \\ x=\sqrt{3} \\ x=2 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(-\sqrt{3})$	↘	$f(\sqrt{3})$	↘	$f(2)$	↗	

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$, ta thấy hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 29: Nếu hàm số $f\ x$ có đạo hàm là $f'\ x\ =x^2\ x-2\ \ x^2-x-2\ \ x+1^{\ 4}$ thì tổng các điểm cực trị của hàm số $f\ x$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Có $f'\ x\ =x^2\ \ x-2^{\ 2}\ \ x+1^{\ 5}$. Ta thấy $f'\ x$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x=-1$ nên hàm số $f\ x$ có đúng một điểm cực trị là $x=-1$.

Vậy tổng các điểm cực trị của hàm số $f\ x$ bằng -1.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↗		↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

DẠNG 4 Tìm cực trị của hàm tổng và hàm hợp

Phương pháp:

Bài toán: Cho hàm số $y=f(x)$ *(Đề có thể cho bằng hàm, đồ thị, bảng biến thiên của* $f(x), f'(x)$*).* Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(u)$ trong đó u là một hàm số đối với x. Ta thực hiện phương pháp tương tự xét số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$

- **Bước 1.** Tính đạo hàm $y'=u'.f'(u)$
- **Bước 2.** Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u'=0\\f'(u)=0\end{array}\right.$
- **Bước 3**.Tìm số nghiệm đơn và bội lẻ hoặc các điểm mà y' không xác định.
- **Bước 4.** Kết luận

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đặt cực đại tại điểm nào dưới đây

A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 2: Cho hàm $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** –5.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-2		0		1		3		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)x^2(x-1)^3$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(2x+3)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

A. 2 **B.** 3. **C.** 0 **D.** -4

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 8: Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=-2(x-1)^2(x+1)$. Khi đó hàm số $f(x)$

A. đạt cực đại tại điểm $x=-1$. **B.** đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$.

C. đạt cực đại tại điểm $x=1$. **D.** đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^3(x-3)^4(x+5)^5;\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^{2021}(x-1)^2(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+3)(x^2-9)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

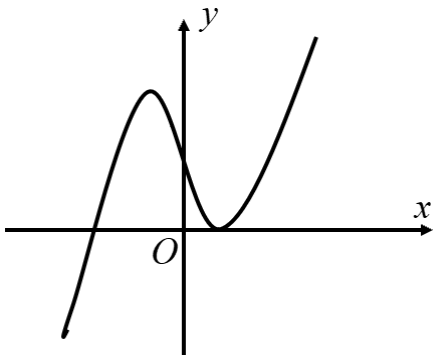
Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 14: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số f là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

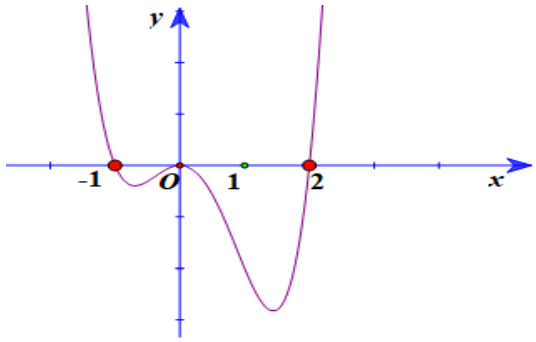
Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm $f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

A. Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

B. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Câu 18: Cho hàm số $f\ x\ $ có đạo hàm $f'\ x\ = x\ x-3\ ^2\ x^2-2x-3\ $. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+1)(2-x)$. Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=2$ **B.** $x=-1;x=2$ **C.** $x=-1$ **D.** $x=1$

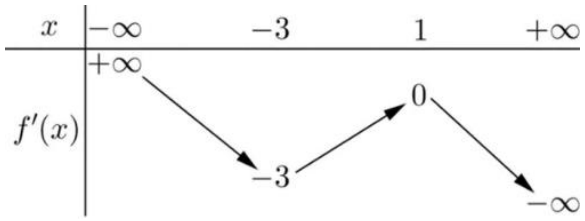
Câu 20: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 21: Cho hàm số: $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



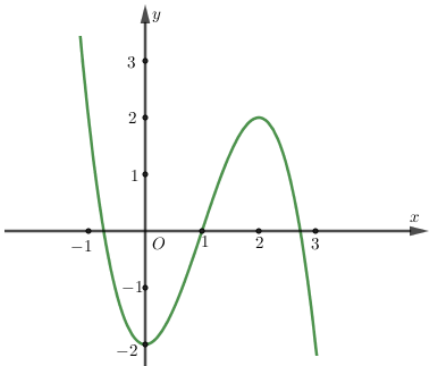
Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là :

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-3)^2(x^2-2x-3)$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

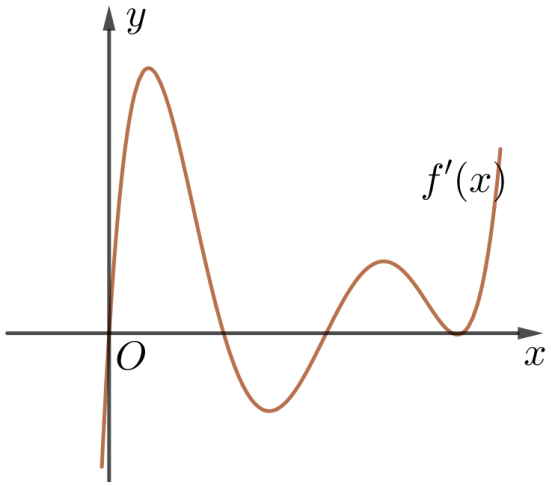
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 23: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới. Đặt $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x$. Hỏi hàm số $g\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 3. **C.** −1. **D.** 0.

Câu 24: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có mấy điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số $y=f(1-2x)$ đạt cực tiểu tại

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	

A. $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$

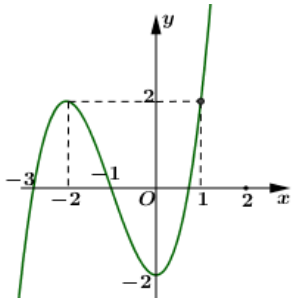
Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hỏi hàm số $y=e^{f(x)}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'\ x$ như sau biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $y = f\left(x^2 - 2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2		1		3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

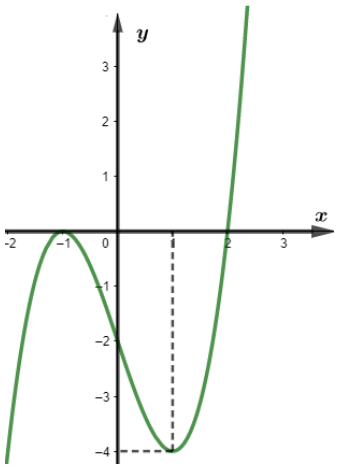
Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

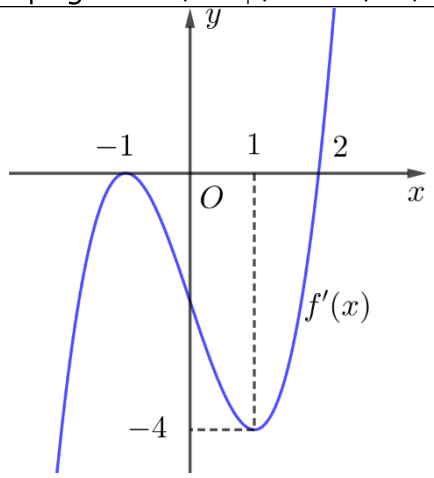
Câu 31: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ và có đồ thị $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 1\right)$ là

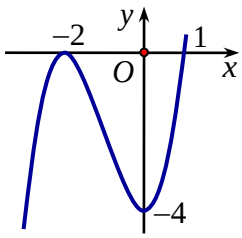
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x\right)$ trên khoảng $(0; +\infty)$.



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$ và các mệnh đề sau:

I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

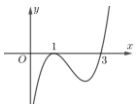
IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực đại.

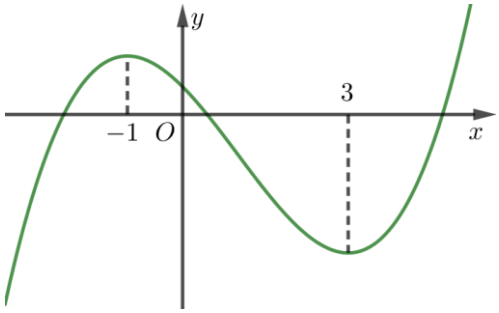
C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^4(x-3)^5(x+1)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

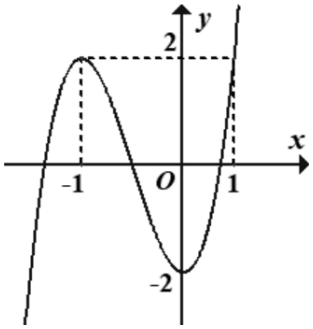
Câu 36: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left((x-1)^2+m\right)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y=\mathrm{e}^{f(x)}$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+2)(x-3)$. Điểm cực đại của hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ là

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

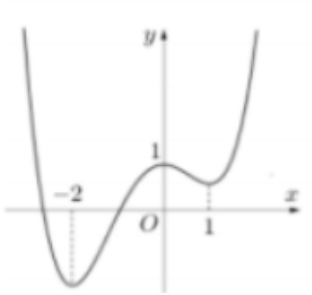
Câu 39: Cho hàm số $f(x)$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	-3	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ là :

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có đồ thị như hình vẽ bên.

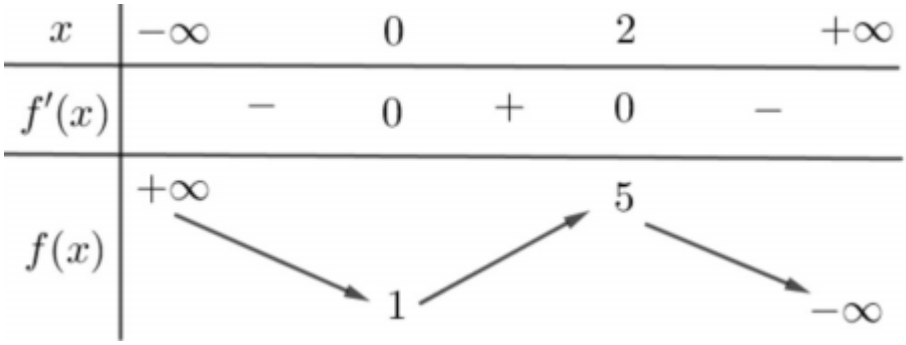


Số cực trị của hàm số $y = f(|x+1|-3)$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đặt cực đại tại điểm nào dưới đây

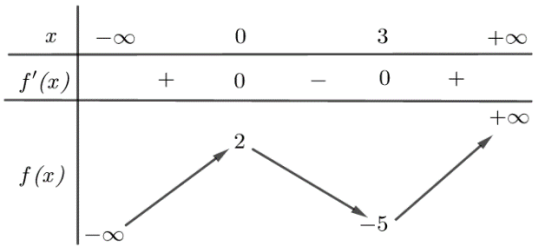
A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có điểm cực đại tại $x=2$, cực tiểu tại $x=0$.

Câu 2: Cho hàm $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** −5.

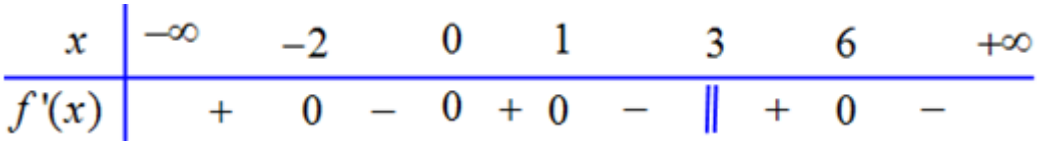
Lời giải

Chọn D

Điểm cực tiểu của hàm số là $x_{CT}=3$ và giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=-5$.

Điểm cực đại của hàm số là $x_{CD}=0$ và giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD}=2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

◆ Có $f'(x)$ đổi dấu 5 lần khi đi qua các điểm $-2;0;1;3;6$ nên hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)x^2(x-1)^3$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có $f'(x)=(x+2)x^2(x-1)^3$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

◆ Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		$-\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	$CĐ$	↘		↘	CT	↗	$+\infty$
	$-\infty$								

◆ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(2x+3)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Số điểm cực trị của hàm số là số nghiệm đơn của $f'(x)=0$

$$\Leftrightarrow x(x-1)^2(2x+3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$

$x=1$ là nghiệm kép, $x=0, x=-\dfrac{3}{2}$ là nghiệm đơn.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$
	$-\infty$						

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

A. 2 **B.** 3. **C.** 0 **D.** -4

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy đạo hàm của hàm số đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi qua điểm $x_0=3$ và $y(3)=-4$

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Nghiệm $x=0; x=2$ là nghiệm bội bậc lẻ nên hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

(còn $x=1; x=3$ là các nghiệm bội bậc chẵn nên không phải là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$)

Câu 8: Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=-2(x-1)^2(x+1)$. Khi đó hàm số $f(x)$

A. đạt cực đại tại điểm $x=-1$.
B. đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$.
C. đạt cực đại tại điểm $x=1$.
D. đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow -2(x-1)^2(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↘	$-\infty$

Suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^3(x-3)^4(x+5)^5; \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$f'(x)=(x+1)(x-2)^3(x-3)^4(x+5)^5 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=3 \\ x=-5 \end{array}\right.$$

Mặt khác, $f'(x)$ đổi dấu khi x qua $x=-1; x=2; x=-5$ và $f'(x)$ không đổi dấu khi x qua $x=3$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$ -2 -1 0 2 4 $+\infty$
$f'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $-$ 0 $+$ 0 $-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 4 lần khi đi qua x_0. Nên hàm số có bốn điểm cực trị.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^{2021}(x-1)^2(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$

Do $x=1$ là nghiệm bội chẵn, $x=0, x=-2$ là các nghiệm bội lẻ nên $f'(x)$ đổi dấu khi qua các nghiệm $x=0, x=-2$.

Vậy hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+3)(x^2-9)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

Lời giải

Đáp án: 11aa

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+3=0\\x^2-9=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=\pm3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm đơn $x=-2, x=0, x=1$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua 3 nghiệm đó. Do đó, hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 14: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số f là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

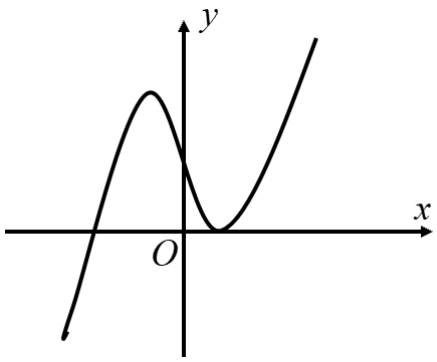
+) $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$

+) Dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

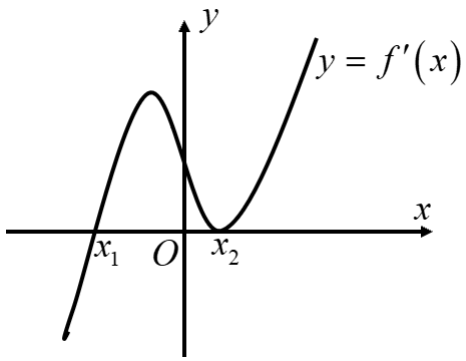


Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

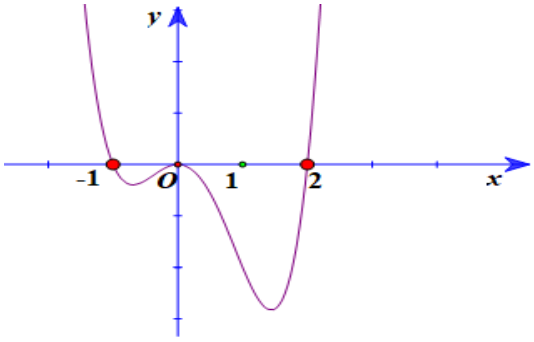


Gọi x_1; x_2 là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ với trục hoành. Khi đó, ta có: x_1 và x_2 là hai nghiệm của $f'(x)$. Dựa vào đồ thị ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu một lần khi qua điểm x_1. Vậy hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm $f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

- $f'(x)=a(x+1)x^2(x-2)$
- $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$

Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

A. Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

B. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và không có giá trị nhỏ nhất.

D. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và 2 điểm cực đại.

Lời giải

Chọn A

- Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f'(x)$ ta ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\ \ (a<-1)\\x=b\ \ (-1<b<1)\\x=c\ \ (c>1)\end{array}\right.$. Từ đây ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗	

◆ Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Câu 18: Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm $f'\ x\ =x\ x-3\ ^2\ x^2-2x-3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $f'\ x\ =x\ x-3\ ^2\ x^2-2x-3\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\\x=-1\end{array}\right.$ đều là các nghiệm bội lẻ.

◆ Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x+1)(2-x)$. Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=2$ **B.** $x=-1;x=2$ **C.** $x=-1$ **D.** $x=1$

Lời giải

Chọn A

◆ Đa thức $f'(x)=(x-1)^2(x+1)(2-x)$ có 2 nghiệm đơn $x=-1;x=2$. Mặt khác đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm tại $x=2$ nên $x=2$ là điểm cực đại của hàm số đã cho.

Câu 20: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	+	0	+	0	$-$	

Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x^2-2x\right)$, có $g'\left(x\right)=\left(2x-2\right)f'\left(x^2-2x\right)$

Từ bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ có $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(x^2-2x\right)=0 \\ 2x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x^2-2x=-2 & (1) \\ x^2-2x=1 & (2) \\ x^2-2x=3 & (3) \\ 2x-2=0 & (4) \end{array}\right.$

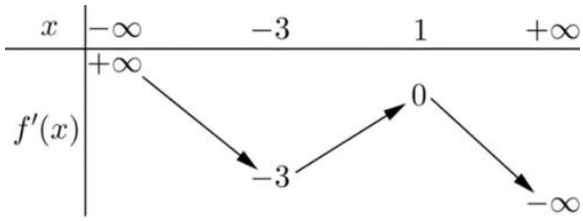
Để tìm số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)$ ta chỉ quan tâm đến những giá trị của x tại đó $g'(x)$ đổi dấu.

Phương trình **(1)** vô nghiệm; phương trình **(2)** có hai nghiệm phân biệt nhưng vì $f'\ x^2-2x$ không đổi dấu khi đi qua nghiệm $x^2-2x=1$ nên hàm số $g'(x)$ cũng không đổi dấu khi qua những nghiệm này; phương trình **(3)**: $x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$ là các nghiệm bậc lẻ nên $g'(x)$ đổi dấu khi qua những nghiệm này; phương trình **(4)**: $2x-2=0 \Leftrightarrow x=1$ nên $g'(x)$ đổi dấu khi qua những nghiệm này. Từ đó ta có bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu trên suy ra hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 21: Cho hàm số: $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là :

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=a\,(a<-3) \end{array}\right.$

Từ bảng biến thiên suy ra $y=f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=a$.

Suy ra hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-3)^2(x^2-2x-3)$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

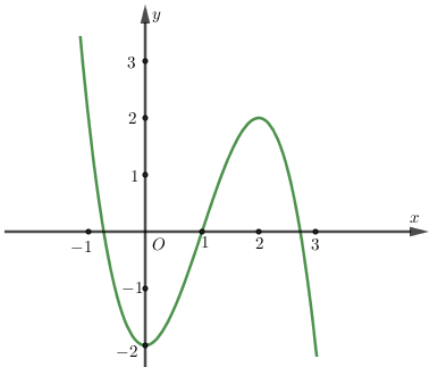
$$f'(x)=x(x-3)^2(x^2-2x-3)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\(x-3)^2=0\\x^2-2x-3=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=3\\x=-1\cup x=3\end{bmatrix}\quad\textbf{(bội 2)}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		3		0		$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+	

Vậy hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới. Đặt $g(x)=f(x)-x$. Hỏi hàm số $g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 3. **C.** −1. **D.** 0.

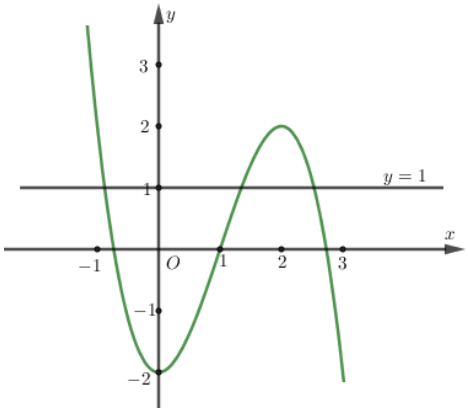
Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên $g(x)=f(x)-x$ cũng có đạo hàm trên $\mathbb{R}$

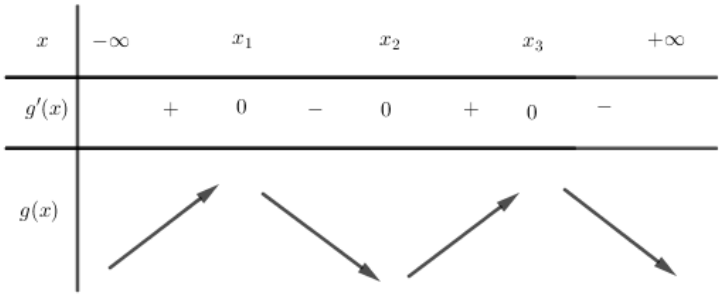
Ta có: $g'(x)=f'(x)-1$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=1$



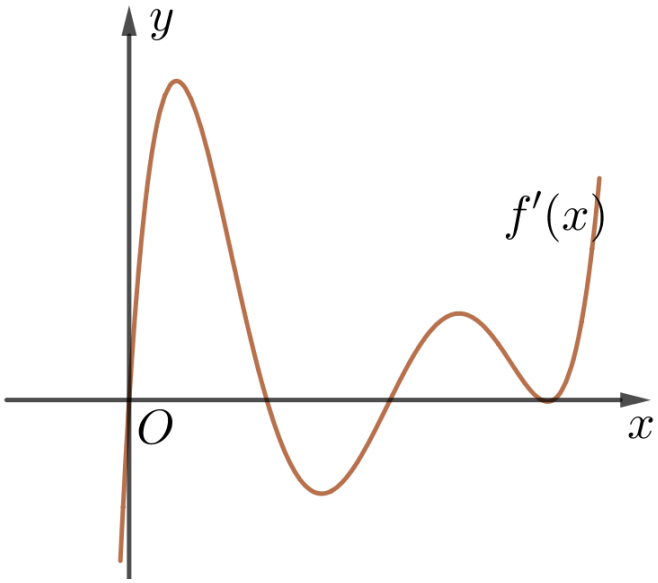
Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)=1\Rightarrow\begin{cases}x=x_1\in(-1;0)\\x=x_2\in(1;2)\\x=x_3\in(2;3)\end{cases}$, suy ra $x_1;x_2;x_3$ là ba nghiệm phân biệt và $x_1<x_2<x_3$

Bảng biến thiên của hàm $g(x)$



Vậy hàm số $g(x)=f(x)-1$ có 3 điểm cực trị.

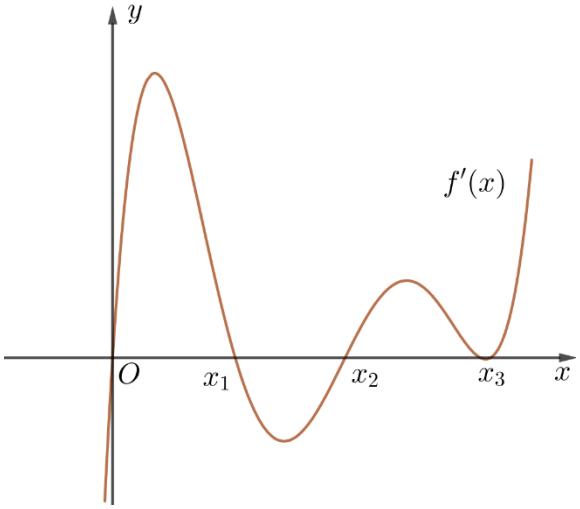
Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A



Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=x_1 \\ x=x_2 \\ x=x_3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗		↗	

Suy ra hàm số $y=f\left(x\right)$ có 3 điểm cực trị

Câu 25: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(1-2x\right)$ đạt cực tiểu tại

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f(x)$		↗	1	↘	-2	↗	1	↘	

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$

Lời giải

Chọn B.

$$g'\left(x\right)=-2f'\left(1-2x\right)=0\Leftrightarrow\Rightarrow -2f'\left(1-2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-2x=-1\\1-2x=0\\1-2x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{1}{2}\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		↗	CĐ	↘	CT	↗	CĐ	↘	

Ta xét dấu bằng cách thay số

Với $x=2\Rightarrow g'\left(2\right)=-2f'\left(-3\right)<0$

Với $x=\dfrac{3}{4}\Rightarrow g'\left(\dfrac{3}{4}\right)=-2f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)>0$

Với $x=\dfrac{1}{4}\Rightarrow g'\left(\dfrac{1}{4}\right)=-2f'\left(\dfrac{1}{2}\right)<0$

Với $x=-1\Rightarrow g'(-1)=-2f'(3)>0$

Vậy hàm số $y=f(1-2x)$ đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2		1		3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)$.

Suy ra

$$g'(x)=0\Leftrightarrow(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\ f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2-2x=3\\ x^2-2x=-2\\ x^2-2x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3\\ x=-1\\ x=1\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Xét $g'(x)\ge 0\Leftrightarrow(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x-2\ge 0\\ f'\left(x^2-2x\right)\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}2x-2\le 0\\ f'\left(x^2-2x\right)\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 1\\ -2\le x^2-2x\le 3\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 1\\ \left[\begin{array}{l}x^2-2x\ge 3\\ x^2-2x\le -2\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 1\\ x^2-2x+2\ge 0\\ x^2-2x-3\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 1\\ \left[\begin{array}{l}x^2-2x-3\ge 0\\ x^2-2x+2\le 0\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 1\\ -1\le x\le 3\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 1\\ \left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ x\le -1\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1\le x\le 3\\ x\le -1\end{array}\right.$$

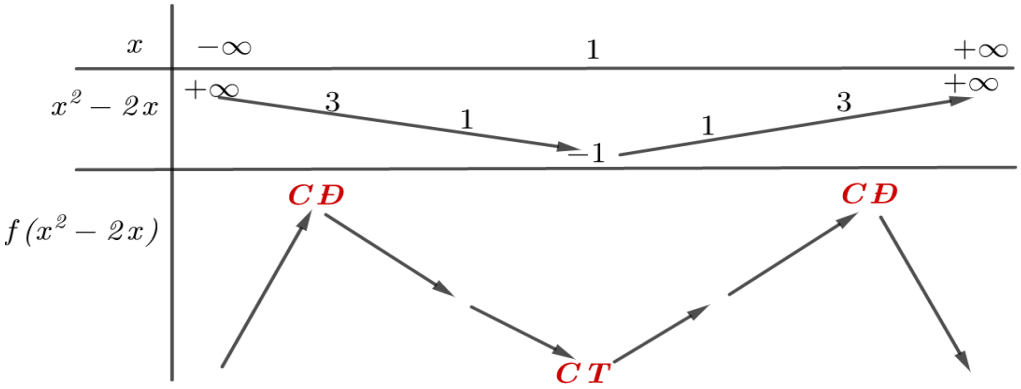
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		$1-\sqrt{2}$		1		$1+\sqrt{2}$		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$		↗		↘			↗			↘		

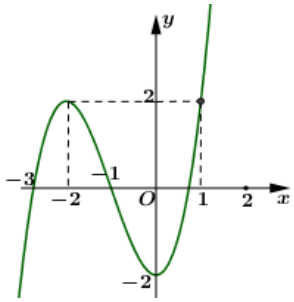
Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có 1 điểm cực tiểu.

Cách khác:

Từ BBT hàm $f\left(x^2-2x\right)$ được mô tả ở dưới ta suy ra hàm có 1 điểm cực tiểu.



Câu 27: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hỏi hàm số $y=e^{f(x)}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(e^{f(x)}\right)'=f'(x).e^{f(x)}$.

Xét phương trình $f'(x).e^{f(x)}=0\Leftrightarrow f'(x)=0,\left(e^{f(x)}>0,\forall x\right)$

Suy ra $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-3,x=-1,x=a,(0<a<1)$.

Các nghiệm này là các nghiệm đơn. Do vậy hàm số $y=e^{f(x)}$ có 3 điểm cực trị.

Câu 28: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'\ x$ như sau biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		1		3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y=f\ \left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2x\right)$:

$g'\left(x\right)=\left(2x-2\right)f'\left(x^2-2x\right)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-2=0 \\ x^2-2x=-2 \\ x^2-2x=1 \\ x^2-2x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1+\sqrt{2} \\ x=1-\sqrt{2} \\ x=3 \\ x=-1 \end{array}\right.$$ đều là các nghiệm bội lẻ.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hỏi hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=(2x-2)f'\left(x^2-2x\right)$.

Suy ra

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow (2x-2)f'\left(x^2-2x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-2=0 \\ f'\left(x^2-2x\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x=3 \\ x^2-2x=-2 \\ x^2-2x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \\ x=-1 \\ x=1\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$$.

Xét $g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow (2x-2)f'\left(x^2-2x\right)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} 2x-2\ge 0 \\ f'\left(x^2-2x\right)\ge 0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} 2x-2\le 0 \\ f'\left(x^2-2x\right)\le 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x\ge 1 \\ -2\le x^2-2x\le 3 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x\le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-2x\ge 3 \\ x^2-2x\le -2 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x\ge 1 \\ x^2-2x+2\ge 0 \\ x^2-2x-3\le 0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x\le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x^2-2x-3\ge 0 \\ x^2-2x+2\le 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x\ge 1 \\ -1\le x\le 3 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x\le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ x\le -1 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1\le x\le 3 \\ x\le -1 \end{array}\right.$$.

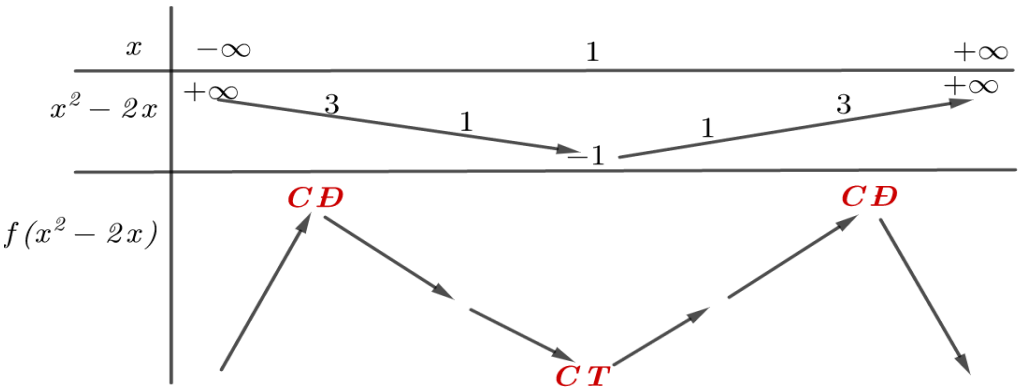
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$1-\sqrt{2}$	1	$1+\sqrt{2}$	3	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
$g(x)$							

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có 1 điểm cực tiểu.

Cách khác:

Từ BBT hàm $f\left(x^2-2x\right)$ được mô tả ở dưới ta suy ra hàm có 1 điểm cực tiểu.



Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

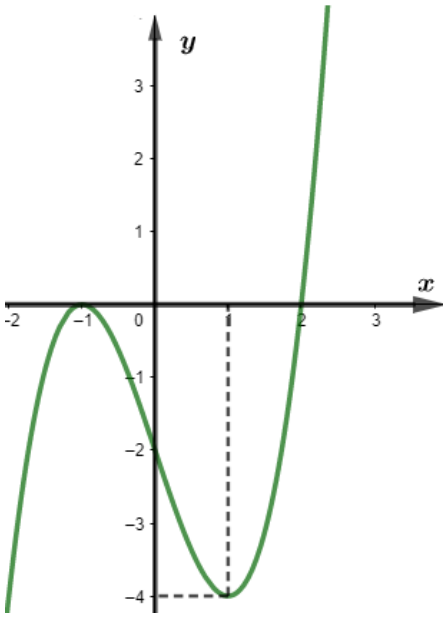
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ ta thấy đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm 2 lần nên hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 31: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ và có đồ thị $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^2-1\right)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=2x.f'\left(x^2-1\right)$

Xét $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(x^2-1\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$

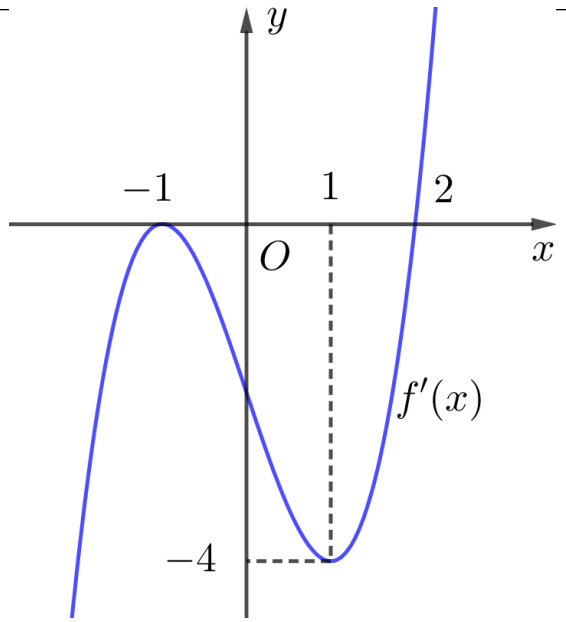
$g'(2)=4.f'(3)>0$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$ $-\sqrt{3}$ 0 $\sqrt{3}$ $+\infty$
$g'(x)$	$-$ 0 $+$ 0 $-$ 0 $+$

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 3 điểm.

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x)=f\left(x^2-2x\right)\Rightarrow g'(x)=(2x-2).f'\left(x^2-2x\right).$

Suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow(2x-2).f'\left(x^2-2x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-1\\x^2-2x=2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x+1=0\\x^2-2x-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=1\\x=1\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

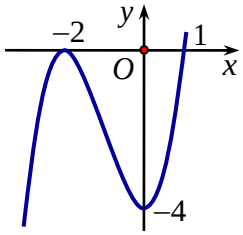
Nhận xét: $f'\left(x^2-2x\right)=0\Rightarrow x^2-2x=-1$ là nghiệm kép.

Bảng biến thiên

x	0		1		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)=f\left(x^2-2x\right)$ có 2 điểm cực trị trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2-3\right)$ và các mệnh đề sau:

I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Ta có: $g'(x)=2x.f'\left(x^2-3\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(x^2-3\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-3=-2\\x^2-3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=1\\x^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$$

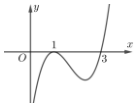
Từ đồ thị ta nhận thấy $x=\pm1$ là nghiệm kép nên ta có bảng biến thiên sau

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	-	0	+	
g		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên của hàm $g(x)$ ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị và đồng biến trên $(-2;0)$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực đại.

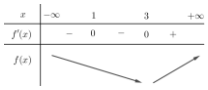
C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có bảng biến thiên



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

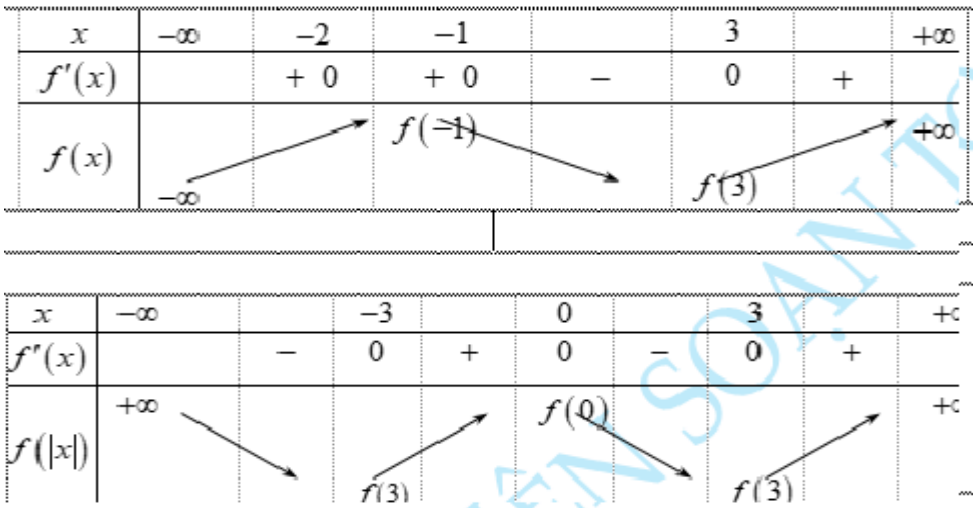
Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2)^4(x-3)^5(x+1)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

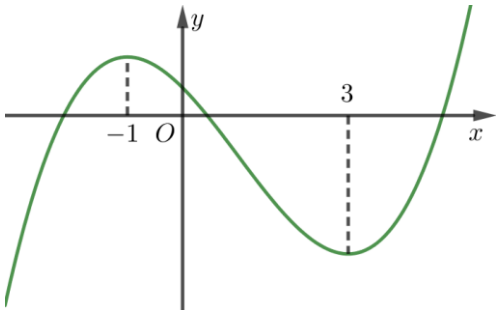
Chọn C

◆ Ta có bảng biến thiên:



Vậy hàm số $f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 36: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left((x-1)^2+m\right)$ có 3 điểm cực trị. Tổng các phần tử của S là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=2(x-1)f'\left((x-1)^2+m\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\f'\left((x-1)^2+m\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\(x-1)^2+m=-1\\(x-1)^2+m=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\(x-1)^2=-1-m(1).\\(x-1)^2=3-m(2)\end{array}\right.$$

+) Nếu $-1-m=0\Leftrightarrow m=-1$ khi đó phương trình $(2)\Leftrightarrow(x-1)^2=4$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 nên $m=-1$ thỏa mãn.

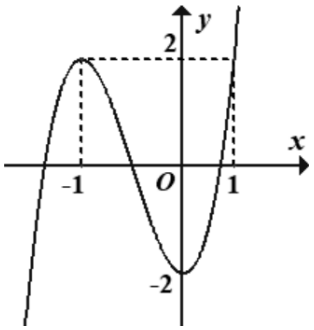
+) Nếu $3-m=0\Leftrightarrow m=3$ khi đó phương trình $(1)\Leftrightarrow(x-1)^2=-4$ vô nghiệm. Do đó, $m=3$ không thỏa mãn.

+) Để hàm số $y=f\left((x-1)^2+m\right)$ có 3 điểm cực trị thì phương (1) có hai nghiệm phân biệt và (2) vô nghiệm; hoặc (1) vô nghiệm và (2) có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-1-m>0\\3-m<0\end{cases}\\\begin{cases}-1-m<0\\3-m>0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m<-1\\m>3\end{cases}\\\begin{cases}m>-1\\m<3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow-1<m<3.$$

Vậy $-1\le m<3\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\{-1;0;1;2\}$. Chọn A.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y=\mathrm{e}^{f(x)}$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

- Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra $f'(x)=0$ có 3 nghiệm đơn.
- Đặt $g(x)=\mathrm{e}^{f(x)}\Rightarrow g'(x)=f'(x)\mathrm{e}^{f(x)}$.
- Vì $\mathrm{e}^{f(x)}>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow g'(x)=0$ có 3 nghiệm đơn chính là 3 nghiệm của $f'(x)=0$.
- Do đó hàm số $y=\mathrm{e}^{f(x)}$ có 3 điểm cực trị.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+2)(x-3)$. Điểm cực đại của hàm số $g(x)=f(x^2-2x)$ là

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

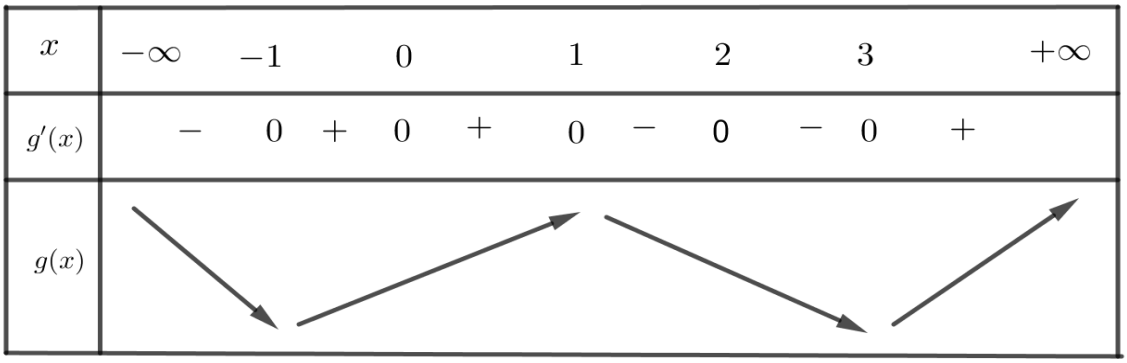
Chọn D

Theo giả thiết : $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\\x=3\end{array}\right.$ **(trong đó $x=0$ là nghiệm kép)**.

Ta có $g'(x)=(2x-2)f'(x^2-2x)$, có $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\f'(x^2-2x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-2=0\\x^2-2x=0\\x^2-2x=-2\,(vn)\\x^2-2x=3\end{array}\right.$

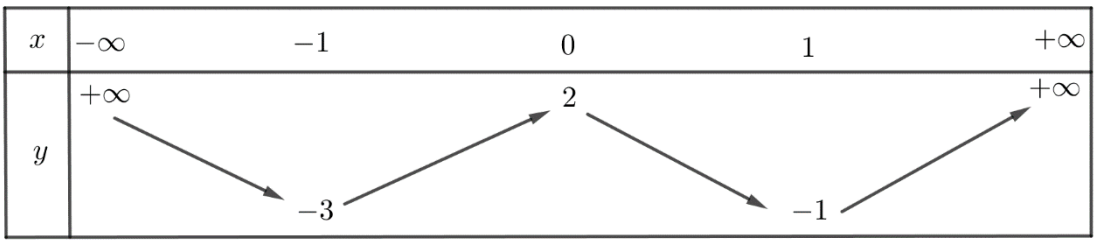
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=2\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$ **(trong đó $x=0$ và $x=2$ là nghiệm kép)**.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$



Dựa vào BBT, hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$. Bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-2x)$ là :

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $y'=(2x-2)f'(x^2-2x)$.

$y' = 0 \Rightarrow (2x-2)\, f'\left(x^2-2x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ f'\left(x^2-2x\right) = 0 \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$

x	$-\infty$	a	-1	b	0	c	1	d	$+\infty$
y	$+\infty$		-3		2		-1		$+\infty$

$y = 0$

Ta có $f'\left(x^2-2x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2x = a \in (-\infty;-1) \\ x^2-2x = b \in (-1;0) \\ x^2-2x = c \in (0;1) \\ x^2-2x = d \in (1;+\infty) \end{array}\right.$ $(*)$.

Nhận xét phương trình $x^2-2x = m \Leftrightarrow x^2-2x-m = 0$:

+) Có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi: $1+m > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

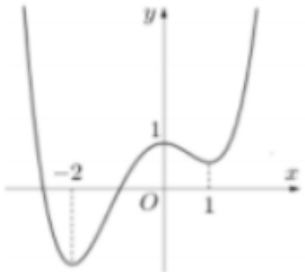
+) Có nghiệm kép khi và chỉ khi: $1+m = 0 \Leftrightarrow m = -1$ khi đó nghiệm kép $x = 1$.

+) Có nghiệm $x = 1$ khi và chỉ khi: $-1-m = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

Suy ra $(*)$ có 6 nghiệm **(đơn)** phân biệt và khác $x = 1$. Do đó $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn.

Vậy: $y = f\left(x^2-2x\right)$ có 7 điểm cực trị.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số cực trị của hàm số $y = f\left(|x+1|-3\right)$ là

A. 3. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét $g(x) = f\left(|x+1|-3\right)$. Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $g'(x) = (|x+1|-3)'\, f'(|x+1|-3) = \dfrac{x+1}{|x+1|}\, f'(|x+1|-3) = \dfrac{1}{|x+1|}h(x)$

Với $h(x) = (x+1)\cdot f'(|x+1|-3)$

$$h(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ f'(|x+1|-3)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ |x+1|-3=-2 \\ |x+1|-3=0 \\ |x+1|-3=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=-2 \\ x=2 \\ x=-4 \\ x=3 \\ x=-5 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ bảng xét dấu $g'(x)$

x	$-\infty$	-5	-4	-2	-1	0	2	3	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0 $+$	0	$-$	0 $+$	$\|\|$	$-$	0 $+$	0 $-$ 0 $+$

Vậy hàm số $y=g(x)$ có 7 cực trị.

DẠNG 5 Tìm m để hàm số đạt cực trị tại điểm $x=x_0$ cho trước

Phương pháp:

- **Bước 1**. Tính $y'(x_0), y''(x_0)$
- **Bước 2**. Giải phương trình $y'(x_0)=0 \Rightarrow m$?
- **Bước 3**. Thế m vào $y''(x_0)$ nếu giá trị $\left[\begin{array}{l} y''>0 \to x_0 = CT \\ y''<0 \to x_0 = CD \end{array}\right.$

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+\frac{1}{2}(m^2-1)x^2+1-m$ có điểm cực đại là $x=-1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$ hoặc $m=2$.

Câu 3: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 4: Tìm m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m+1)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ có điểm cực đại là $x=2$?

A. $m\neq 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Câu 6: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=-x^3+(m+1)x^2-2m+1$ đạt cực đại tại $x=2$

A. $m=2$. **B.** $m=-3$ **C.** $m=1$. **D.** $m=3$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m+3)x^2+m^2x+1$. Có bao nhiêu số thực m để hàm số đạt cực trị tại $x=1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có điểm cực đại là $A(0;-3)$ và một điểm cực tiểu là $B(-1;-5)$. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng.

A. -1. **B.** 7. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 9: Hàm số $y=-x^4+2mx^2+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$ khi:

A. $m>0$. **B.** $-1\le m<0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<-1$.

Câu 10: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 11: Tìm m đề hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=5$. **D.** $m=-5$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+mx-3$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=1$.

Câu 13: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3+mx^2+\left(m^2-12\right)x+2$ đạt cực tiểu tại $x=-1$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5;9)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(3;6)$.

Câu 14: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$?

A. $m=0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m<0$.

Câu 15: Để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$ thì tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m\in(3;5)$ **B.** $m\in(-3;-1)$ **C.** $m\in(1;3)$ **D.** $m\in(-1;1)$

Câu 16: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực tiểu tại $x=3$ là

A. $m=1$. **B.** $m=5$. **C.** $m=1;\ m=5$. **D.** $m=-1;m=-5$.

Câu 17: Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$ hoặc $m=2$. **D.** $m=2$.

Câu 18: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+5$ có hai điểm cực trị là

A. $m\geq 3$. **B.** $m<3$. **C.** $m>3$. **D.** $m\leq 3$.

Câu 19: Để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$ thì tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m\in(3;5)$ **B.** $m\in(-3;-1)$ **C.** $m\in(1;3)$ **D.** $m\in(-1;1)$

Câu 20: Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 21: Tìm tất cả giá trị của tham số thực m để hàm số $y=mx^3-(m^2+1)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 22: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{-1;-3\}$. **C.** $\{3\}$. **D.** $\{1;3\}$.

Câu 23: Hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x-2$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi

A. $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Câu 24: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + mx + 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$. Giá trị của m

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 25: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.

A. $m = -7$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = 1$.

Câu 26: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - m + 1\right)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$ hoặc $m = 2$. **D.** $m = 2$.

Câu 27: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + mx^2 + \left(m^2 - 12\right)x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5;9)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(3;6)$.

Câu 28: Tìm m đề hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = -5$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3mx^2 - 1$. Giá trị của tham số m để hàm số có điểm cực đại $x = -2$ là:

A. -2. **B.** $\varnothing$ **C.** -1 **D.** 1

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + \frac{1}{2}\left(m^2 - 1\right)x^2 + 1 - m$ có điểm cực đại là $x = -1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + \left(m^2 - m + 2\right)x^2 + \left(3m^2 + 1\right)x$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.

A. $\left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = 1 \end{array}\right.$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = -3 \\ m = -1 \end{array}\right.$.

Câu 32: Để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì tham số thực m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m \in (3;5)$. **B.** $m \in (-3;-1)$. **C.** $m \in (1;3)$. **D.** $m \in (-1;1)$.

Câu 33: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực tiểu tại $x = 3$ là

A. $m = 1$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 1; m = 5$. **D.** $m = -1; m = -5$.

Câu 34: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 35: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m-1)x + 2$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $x^4+(m-1)x^2+(m^2-1)x$ đạt cực tiểu tại điểm $x=0$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

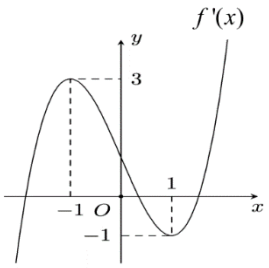
Câu 37: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$ là

A. $m=-7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 38: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-5(m-3)x^2+3m^2-4$ đạt cực tiểu tại $x=0$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;-3]$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như sau:



Trên khoảng $(-10;10)$ có tất cả bao nhiêu số nguyên của m để hàm số $g(x)=f(x)+mx+2020$ có đúng một cực trị?

A. 16. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 13.

Câu 40: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+mx+3$ đạt cực tiểu tại $x=1$. Giá trị của m bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 41: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^4+(m+1)x^2$ đạt cực đại tại $x=0$ là

A. $m=-1$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m>-1$.

Câu 42: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^2+1$ với m là tham số thự **C.** Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0;m=2$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+(m^2+2)x-m$ đạt cực tiểu tại $x=1$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số

Câu 44: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt giá trị cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=5$ **C.** $m=-7$. **D.** $m=1$

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+(m-1)x^2+(m^2-1)x$ đạt cực tiểu tại điểm $x=0$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+\frac{1}{2}(m^2-1)x^2+1-m$ có điểm cực đại là $x=-1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2+\left(m^2-1\right)x, y''=6x+m^2-1$.

Hàm số có điểm cực đại là $x=-1$ khi $\begin{cases}y'(-1)=0\\ y''(-1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4-m^2=0\\ m^2-7<0\end{cases}\Leftrightarrow m=\pm 2$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$ hoặc $m=2$.

Giải

Chọn C

Hàm số đạt cực đại tại $x_0=1\Leftrightarrow\begin{cases}f'(1)=0\\ f''(1)<0\end{cases}$

Ta có $\begin{cases}f'(x)=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)\\ f''(x)=6x-6m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3-6m+3m^2-3=0\\ 6-6m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow m=2..\\ m>1\end{cases}$

Câu 3: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

$y=x^3+3x^2-mx+1$.

$\Rightarrow y'=3x^2+6x-m$.

$\Rightarrow y''=6x+6$.

Để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}y'(1)=0\\ y''(1)>0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}3.1^2+6.1-m=0\\ 6.1+6>0\end{cases}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}m=9\\ 12>0\end{cases}(n)$.

Câu 4: Tìm m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn D

TXD: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-m+1$

Để $x=1$ là điểm cực đại của hàm số thì $y'(1)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$

Với $m=1$ thì $y'=x^2-2x+1=(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $m=1$ không thỏa mãn

Với $m=2$ thì $y'=x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Xét dấu y' ta được $x=1$ là điểm cực đại của hàm số. Vậy $m=2$.

Câu 5: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ có điểm cực đại là $x=2$?

A. $m \neq 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=3x^2-6x+m$.

* Hàm số có điểm cực đại là $x=2$ khi $y'(2)=0 \Leftrightarrow 3.2^2-6.2+m=0 \Leftrightarrow m=0$.

* Với $m=0$ ta có $y'=3x^2-6x, y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số có điểm cực đại là $x=2$.

Câu 6: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=-x^3+(m+1)x^2-2m+1$ đạt cực đại tại $x=2$

A. $m=2$. **B.** $m=-3$ **C.** $m=1$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

$y'=-3x^2+2(m+1)x$

$y''=-6x+2(m+1)$

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=2$ khi

$\left\{\begin{array}{l} y'(2)=0 \\ y''(2)<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -12+4(m+1)=0 \\ -12+2(m+1)<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=2 \\ m<5 \end{array}\right. \Leftrightarrow m=2$.

Câu 7: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m+3)x^2+m^2x+1$. Có bao nhiêu số thực m để hàm số đạt cực trị tại $x=1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có: $y' = f'(x) = x^2 - (m+3)x + m^2$.

◆ **Điều kiện cần:** Hàm số $y = f(x)$ đã có đạo hàm tại $\forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = 1 \Rightarrow f'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

◆ **Điều kiện đủ:**

***** Với $m = -1$ hàm số trở thành: $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$.

Ta có: $y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số không có điểm cực trị.

***** Với $m = 2$ hàm số trở thành: $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x + 1$.

Ta có: $y' = x^2 - 5x + 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{17}{6}$	↘	$-\frac{5}{3}$	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. Vậy $m = 4$ thỏa mãn.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có điểm cực đại là $A(0;-3)$ và một điểm cực tiểu là $B(-1;-5)$. Khi đó tổng $a + b + c$ bằng.

A. -1. **B.** 7. **C.** -5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Do đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có và một điểm cực tiểu là $B(-1;-5)$ nên ta có:

$y(-1) = -5 \Leftrightarrow a + b + c = -5$.

Câu 9: Hàm số $y = -x^4 + 2mx^2 + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi:

A. $m > 0$. **B.** $-1 \leq m < 0$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m < -1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -4x^3 + 4mx; y'' = -12x^2 + 4m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi $\left\{\begin{array}{l} y'(0) = 0 \\ y''(0) > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \forall m \\ 4m > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m > 0$.

Vậy $m > 0$.

Câu 10: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

$y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$.

$\Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - m$.

$\Rightarrow y'' = 6x + 6$.

Để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3.1^2 + 6.1 - m = 0 \\ 6.1 + 6 > 0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ 12 > 0 \end{cases} (n)$.

Câu 11: Tìm m đề hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = -5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = x^2 - 2mx + (m^2 - 4)$, $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = 3$ suy ra $y'(3) = 0 \Rightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right.$.

Với $m = 5$ ta có $y''(3) = 6 - 10 = -4 < 0$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Với $m = 1$ ta có $y''(3) = 6 - 2 = 4 > 0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.

Vậy $m = 5$ thì hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại điểm $x = 3$.

Câu 12: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + mx - 3$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn D

$y = x^3 - 2mx^2 + mx - 3 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4mx + m$ và $y'' = 6x - 4m$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$ suy ra $y'(1) = 0 \Rightarrow 3 - 4m + m = 0 \Rightarrow m = 1$.

Với $m = 1$ có $y''(1) = 6.1 - 4.1 = 2 > 0$ suy ra $\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) = 2 > 0 \end{cases}$ hay hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 13: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + mx^2 + (m^2 - 12)x + 2$ đạt cực tiểu tại $x = -1$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5;9)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(3;6)$.

Lời giải

Chọn D

◆ Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

◆ $y' = -3x^2 + 2mx + m^2 - 12$; $y'' = -6x + 2m$.

◆ Để hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ khi $\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3.(-1)^2 + 2m.(-1) + m^2 - 12 = 0 \\ -6.(-1) + 2m > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 15 = 0 \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 5 \quad (TM) \\ m = -3 \ (L) \end{array}\right. \\ m > -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$.

◆ Vậy $m = 5 \in (3;6)$

Câu 14: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$?

A. $m = 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m \neq 0$. **D.** $m < 0$.

Lời giải

Chọn A

◆ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

◆ Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$.

◆ Giả sử hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y'(2) = 0 \Leftrightarrow 12 - 12 + m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

◆ Với $m = 0$ tacó $y = x^3 - 3x^2$.

Tacó $y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm $y = x^3 - 3x^2$ với $x \in \mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

◆ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 15: Để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m \in (3;5)$ **B.** $m \in (-3;-1)$ **C.** $m \in (1;3)$ **D.** $m \in (-1;1)$

Lời giải

Chọn D

• $y' = 3x^2 - 6x$.

• $y'' = 6x - 6$.

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.2^2 - 6.2 + m = 0 \\ 6.2 - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$

Câu 16: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực tiểu tại $x = 3$ là

A. $m = 1$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 1$; $m = 5$. **D.** $m = -1$; $m = -5$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$; $y'' = 2x - 2m$.

Để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực tiểu tại $x = 3$ thì:

$$\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ 6 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right. \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Vậy $m = 1$.

Câu 17: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - m + 1\right)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 1$ hoặc $m = 2$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$, $y'' = 2x - 2m$

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - m + 1\right)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 18: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 5$ có hai điểm cực trị là

A. $m \geq 3$. **B.** $m < 3$. **C.** $m > 3$. **D.** $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$
- Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt
- $\Delta'_{y'} = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Câu 19: Để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m \in (3;5)$ **B.** $m \in (-3;-1)$ **C.** $m \in (1;3)$ **D.** $m \in (-1;1)$

Lời giải

Chọn D

- $y' = 3x^2 - 6x.$
- $y'' = 6x - 6.$

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi $\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.2^2 - 6.2 + m = 0 \\ 6.2 - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$

Câu 20: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - m + 1\right)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$ khi

A. $m = -2$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$ và $y'' = 2x - 2m$.

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m+m^2-m+1=0 \\ 2-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

Câu 21: Tìm tất cả giá trị của tham số thực m để hàm số $y=mx^3-(m^2+1)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

$y'=3mx^2-2(m^2+1)x+2$, $y''=6mx-2(m^2+1)$

Điều kiện cần $y'(1)=0 \Leftrightarrow -2m^2+3m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\frac{3}{2} \end{array}\right.$

Điều kiện đủ

Khi $m=0 \Rightarrow y''(1)=-2<0 \Rightarrow x=1$ là điểm cực đại của hàm số

Khi $m=\frac{3}{2} \Rightarrow y''(1)=\frac{5}{2}>0 \Rightarrow x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số

Câu 22: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{-1;-3\}$. **C.** $\{3\}$. **D.** $\{1;3\}$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

Ta có :

$y'=3x^2-4mx+m^2$

$y''=6x-4m$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì:

$$\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m+3=0 \\ 6-4m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right. \\ m<\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=1$$

Vậy tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ là $S=\{1\}$.

Câu 23: Hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x-2$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi

A. $m=-1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-4mx+m^2; y''=6x-4m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1 \Rightarrow y'(1)=3-4m+m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$

$y''(1)=6-4m$.

Với $m=1$ thì $y''(1)=2>0(TM)$.

Với $m=3$ thì $y''(1)=2-6<0(ktm)$.

Vậy $m=1$.

Câu 24: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+mx+3$ đạt cực tiểu tại $x=1$. Giá trị của m

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-4x+m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ suy ra $y'(1)=0\Leftrightarrow -1+m=0\Leftrightarrow m=1$.

Với $m=1$: $y=x^3-2x^2+x+3, y'=3x^2-4x+1, y''=6x-4$.

$y'(1)=0, y''(1)>0\Rightarrow x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Câu 25: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực tiểu tại $x=3$.

A. $m=-7$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=5$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-4$; $y''=2x-2m$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ khi $\begin{cases}y'(3)=0\\y''(3)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+5=0\\6-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\m=5\end{array}\right.\\m<3\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$

Câu 26: Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$ hoặc $m=2$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn D

Có $y'=x^2-2mx+m^2-m+1$, $y''=2x-2m$

Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi $\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m+2=0\\2-2m<0\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Câu 27: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y=-x^3+mx^2+\left(m^2-12\right)x+2$ đạt cực tiểu tại $x=-1$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(5;9)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(3;6)$.

Lời giải

Chọn D

- Tập xác định $D=\mathbb{R}$.
- $y'=-3x^2+2mx+m^2-12$; $y''=-6x+2m$.

◆ Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ khi $\begin{cases} y'(-1)=0 \\ y''(-1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3.(-1)^2+2m.(-1)+m^2-12=0 \\ -6.(-1)+2m>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-2m-15=0 \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=5 \quad (TM) \\ m=-3 \ (L) \end{array}\right. \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow m=5.$

◆ Vậy $m=5\in(3;6)$

Câu 28: Tìm m đề hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=5$. **D.** $m=-5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2-2mx+\left(m^2-4\right)$, $y''=2x-2m$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=3$ suy ra $y'(3)=0\Rightarrow m^2-6m+5=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$.

Với $m=5$ ta có $y''(3)=6-10=-4<0$ suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Với $m=1$ ta có $y''(3)=6-2=4>0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Vậy $m=5$ thì hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+3mx^2-1$. Giá trị của tham số m để hàm số có điểm cực đại $x=-2$ là:

A. -2. **B.** $\varnothing$ **C.** -1 **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=f'(x)=3x^2+6mx;\ f''(x)=6x+6m$. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2\Leftrightarrow \begin{cases} f'(-2)=0 \\ f''(-2)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12-12m=0 \\ -12+6m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1.$

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+\frac{1}{2}\left(m^2-1\right)x^2+1-m$ có điểm cực đại là $x=-1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$y=x^3+\frac{1}{2}\left(m^2-1\right)x^2+1-m$

$y'=3x^2+\left(m^2-1\right)x$

$y''=6x+m^2-1$

Hàm số $y=x^3+\frac{1}{2}\left(m^2-1\right)x^2+1-m$ có điểm cực đại là $x=-1$

$\Rightarrow 3+\left(m^2-1\right)(-1)=0\Rightarrow m^2=4\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$

Lúc này $y"(-1)=-6+4-1<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Vậy có 2 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+\left(m^2-m+2\right)x^2+\left(3m^2+1\right)x$ đạt cực tiểu tại $x=-2$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=1 \end{array}\right.$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Xét $y=\frac{1}{3}x^3+\left(m^2-m+2\right)x^2+\left(3m^2+1\right)x$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2+2\left(m^2-m+2\right)x+\left(3m^2+1\right)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ nên $y'(-2)=0$.

Ta có $4-4\left(m^2-m+2\right)+3m^2+1=0\Leftrightarrow m^2-4m+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

$y''=2x+2\left(m^2-m+2\right)$.

$y''(-2)=2m^2-2m$.

$y''(-2)>0\Leftrightarrow 2m^2-2m>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<0 \end{array}\right.$

Để hàm số hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$ thì $m=3$ thỏa mãn.

Câu 32: Để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$ thì tham số thực m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $m\in(3;5)$. **B.** $m\in(-3;-1)$. **C.** $m\in(1;3)$. **D.** $m\in(-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x+m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2\Rightarrow y'(2)=0\Leftrightarrow 3.2^2-6.2+m=0\Leftrightarrow m=0$. (Trắc nghiệm: làm đến đây và xét các đáp án ta **chọn D)**

Khi $m=0$ thì $y'=3x^2-6x\Rightarrow y''=6x-6$.

Ta có: $y''(2)=6.2-6=6>0\Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Vậy $m=0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x=2\Rightarrow m\in(-1;1)$.

Câu 33: Giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực tiểu tại $x=3$ là

A. $m=1$. **B.** $m=5$. **C.** $m=1;\ m=5$. **D.** $m=-1;\ m=-5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: TXĐ: R.

$y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$.

$y'' = 2x - 2m$.

Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực tiểu tại $x = 3$ khi:

$\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ 6 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right. \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$. Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.

Câu 34: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

$y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$.

$\Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - m$.

$\Rightarrow y'' = 6x + 6$.

Để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3.1^2 + 6.1 - m = 0 \\ 6.1 + 6 > 0 \end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ 12 > 0 \end{cases} (n)$.

Câu 35: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m-1)x + 2$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3x^2 - 2mx + m - 1$

$y'' = 6x - 2m$

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2m + m - 1 = 0 \\ 6 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $x^4 + (m-1)x^2 + \left(m^2 - 1\right)x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 4x^3 + 2(m-1)x + \left(m^2 - 1\right)$

$y''=12x^2+2(m-1)$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0 \Rightarrow y'(0)=0 \Rightarrow m^2-1=0 \Rightarrow m=\pm 1$

Thử lại

- Với $m=1$ ta được: $y=x^4 \Rightarrow y'=4x^3$

$y'=0 \Leftrightarrow x=0$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ **(thỏa ycbt)**.

- Với $m=-1$ ta được: $y=x^4-2x^2 \Rightarrow y'=4x^3-4x$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$ **(không thỏa ycbt)**.

Vậy có 1 giá trị *m* thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$ là

A. $m=-7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-4$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=3 \Rightarrow y'(3)=0 \Leftrightarrow m^2-6m+5=0 \Leftrightarrow m\in\{1;5\}$.

Thử lại:

+) Với $m=1$ thì $y'=x^2-2x-3; y''=2x-2 \Rightarrow y''(3)>0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ **(KTM)**

+) Với $m=5$ thì $y'=x^2-10x+21; y''=2x-10 \Rightarrow y''(3)<0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ **(TM)**

Câu 38: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-5(m-3)x^2+3m^2-4$ đạt cực tiểu tại $x=0$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-\infty;-3]$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=4x^3-10(m-3)x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\frac{10(m-3)}{4} \end{array}\right.$.

- Trường hợp 1: $m-3>0 \Leftrightarrow m>3$. Khi đó, ta có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{10(m-3)}{4}}$		0		$\sqrt{\frac{10(m-3)}{4}}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

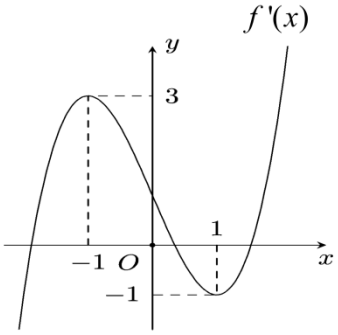
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $x=0$ là điểm cực đại, nên trường hợp 1 không thỏa mãn.

- Trường hợp 2: $m-3\le 0 \Leftrightarrow m\le 3$. Khi đó, ta có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $x=0$ là điểm cực tiểu. Vậy $m\le 3$ thỏa mãn ycbt.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như sau:



Trên khoảng $(-10;10)$ có tất cả bao nhiêu số nguyên của m để hàm số $g(x)=f(x)+mx+2020$ có đúng một cực trị?

A. 16. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có: $g'(x)=f'(x)+m$ và $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-m$.

◆ Để hàm số $g(x)=f(x)+mx+2020$ có đúng một cực trị $\Leftrightarrow f'(x)=-m$ có đúng một nghiệm bội lẻ.

◆ Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra: $\left[\begin{array}{l}-m\geq 3\\-m\leq -1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\leq -3\\m\geq 1\end{array}\right.$.

Câu 40: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+mx+3$ đạt cực tiểu tại $x=1$. Giá trị của m bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=x^3-2x^2+mx+3$. Suy ra $y'=3x^2-4x+m$.

Giả sử $x=1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y=x^3-2x^2+mx+3$ thì $y'(1)=0$. Hay $y'(1)=3.1^2-4.1+m=0 \Leftrightarrow m=1$.

Thay m ngược trở lại, ta có $y'=3x^2-4x+1, y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Vậy $m=1$.

Câu 41: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^4+(m+1)x^2$ đạt cực đại tại $x=0$ là

A. $m=-1$. **B.** $m\geq -1$. **C.** $m\leq -1$. **D.** $m>-1$.

Lời giải

Chọn C

$y=-x^4+(m+1)x^2 \Rightarrow y'=-4x^3+2(m+1)x$. Ta có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\frac{1}{2}(m+1)(1) \end{array}\right.$;

Ta thấy vì hệ số $a=-1<0$ nên nếu hàm số có ba cực trị thì hàm số có 2 đại và một cực tiểu nên không thể đạt cực đại tại $x=0$. Để hàm số đạt cực đại tại $x=0$ thì hàm số có một cực trị hay phương trình (1) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow m+1\le 0 \Leftrightarrow m\le -1$.

Câu 42: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^2+1$ với m là tham số thự **C.** Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0; m=2$.

Lời giải

Chọn B

$y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^2+1 \Rightarrow y'=3x^2-6mx+3m^2-3=3(x-m+1)(x-m-1)$

$y''=6x-6m$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1 \Rightarrow y'(1)=0 \Leftrightarrow 3m^2-6m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$.

+ Với $m=0 \Rightarrow y''(1)=6>0$. Suy ra $m=0$ (thỏa mãn).

+ Với $m=2 \Rightarrow y''(1)=-6<0$. Suy ra $m=2$ (loại).

Vậy giá trị của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^2+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là $m=0$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+(m^2+2)x-m$ đạt cực tiểu tại $x=1$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** Vô số

Lời giải

Chọn B

+) Ta có $y'=3x^2-6mx+m^2+2 \Rightarrow y'(1)=m^2-6m+5$.

Ta có $y'(1)=0 \Leftrightarrow m^2-6m+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$

+) Với $m=1$, $y'=3x^2-6x+3=0 \Leftrightarrow x=1$ nên hàm số không có cực trị, do đó $m=1$ không thỏa yêu cầu đề.

+) Với $m=5$, $y'=3x^2-30x+27=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=1 \end{array}\right.$, vì $a>0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=9$. Do đó $m=5$ không thỏa yêu cầu đề.

+) Vậy không có giá trị nào của m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 44: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt giá trị cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=5$ **C.** $m=-7$. **D.** $m=1$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$; và: $y'' = 2x - 2m$

Giả sử $x = 3$ là điểm cực đại, khi đó ta có: $\begin{cases} y'(3) = 0 \\ y''(3) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 5 = 0 \\ 6 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5$

Với $m = 5$, hàm số trở thành: $y = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 21x + 3$, $y' = x^2 - 10x + 21$

Xét dấu y' ta thấy $x = 3$ là điểm cực đại của hàm số. Vậy $m = 5$.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + (m-1)x^2 + (m^2 - 1)x$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 4x^3 + 2(m-1)x + m^2 - 1$

Vì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow m^2 - 1 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -1 \end{array}\right.$

+) Với $m = 1$ thay vào hàm số ta có $y = x^4 \Rightarrow y' = 4x^3$, $y' = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$

+) Với $m = -1$ thay vào hàm số ta có $y = x^4 - 2x^2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Lập BBT ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ nên $m = -1$ (loại)

Vậy có 1 giá trị của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

DẠNG 6 Cực trị hàm số bậc ba

Phương pháp:

Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đạo hàm $y'=f'(x)=3ax^2+2bx+c$

- Hàm số $f(x)$ có cực trị $\Leftrightarrow f(x)$ có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=b^2-3ac>0$.
- Hàm số $f(x)$ không có cực trị $\Leftrightarrow \Delta'=b^2-3ac\le 0$

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 2: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-7$. **D.** $m=1$.

Câu 3: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(m+1)x+2$ có hai điểm cực trị là

A. $m>2$. **B.** $m<2$. **C.** $m<-4$. **D.** $m\le 2$.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^2-2\ (1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số (1) có hai điểm cực trị.

A. $-1<m<1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 0$.

Câu 5: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3(3m+7)x+1$ có cực trị là

A. $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$. **D.** $-2<m<3$.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3-3x^2+mx+2$ có cực đại và cực tiểu?

A. $m\ge 3$. **B.** $m>-3$. **C.** $m>3$. **D.** $m\ge -3$.

Câu 7: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$?

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=-7$ **D.** $m=5$

Câu 8: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(5m-4)x-1$ không có điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$ là :

A. $m=-7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-1$ **D.** $m=1$.

Câu 10: Tìm m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx+2$ có hai điểm cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực trị đó bằng 2.

Câu 11: Biết m_0 là giá trị của tham số để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0\in(-1;7)$. **B.** $m_0\in(-7;-1)$. **C.** $m_0\in(-15;-7)$. **D.** $m_0\in(7;10)$.

Câu 12: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=2x^3-5x^2-4x+2-m$ có giá trị cực cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu là

A. 13. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 13: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A, B thỏa $x_A^2+x_B^2=2$.

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm1$. **D.** $m=\pm3$.

Câu 14: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2-\left(3m^2-1\right)x+m$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)+4=0$. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 15: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+m-1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2 ,với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

A. 6. **B.** -15. **C.** 12. **D.** -20.

Câu 16: Cho biết hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$. Khi đó

A. $m\in(0;1)$. **B.** $m\in(2;3)$. **C.** $m\in(1;2)$. **D.** $m\le-1$.

Câu 17: Tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2+\left(m-1\right)x+2$ có hai điểm cực trị nằm bên trái trục tung là:

A. $(-\infty;1)$.. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;2)$.. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 18: Biết rằng đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+x-2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-\left(2m+1\right)x^2+\left(2m^2+2m-4\right)x-2m^2+4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 20: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-2)x^2-9x+1$, với m là tham số. Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left|9x_1-25x_2\right|$ bằng

A. 15. **B.** 90. **C.** 450. **D.** 45.

Câu 21: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - m^2x + 8$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 2$ có điểm cực đại x_{CD} và điểm cực tiểu x_{CT} thoả mãn $3x_{CD}^2 = 4x_{CT}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 23: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2 ,với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

A. 6. **B.** -15. **C.** 12. **D.** -20.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2+4m+3)x + 6m + 9$. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (C) có cực đại tại x_1, đạt cực tiểu tại x_2 sao cho $x_1^2 = 2x_2$.

A. $m = 4$. **B.** $m = -2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -2 \end{array}\right.$. **D.** $m = \pm\sqrt{5}$.

Câu 25: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

A. $m = \frac{1}{2}$. **B.** $m = \frac{3}{2}$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 1$.

Câu 26: Cho $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid 0 \le n \le 20\}$ và F là tập hợp các hàm số $f(x) = x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2$ có $m \in A$. Chọn ngẫu nhiên một hàm số $f(x)$ thuộc F. Tính xác suất để đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục Ox.

A. $\frac{18}{21}$. **B.** $\frac{19}{20}$. **C.** $\frac{9}{10}$. **D.** $\frac{19}{21}$.

Câu 27: Biết $\frac{a}{b}$ là giá trị của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2020$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Tính $P = a + 2b$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-m+1,\ y''=2x-2m$

Để hàm số đạt cực đại tại $x=1$ thì $\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m+2=0\\2-2m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\m=2\end{array}\right.\Rightarrow m=2\\m>1\end{cases}$

Câu 2: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=-1$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-7$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

$y'=x^2-2mx+m^2-4$

$y''=2x-2m$

Hàm số đạt cực đại tại $x=3\Leftrightarrow\begin{cases}y'(3)=0\\y''(3)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m+5=0\\6-2m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\vee m=5\\m>3\end{cases}\Leftrightarrow m=5$

Câu 3: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+\left(m+1\right)x+2$ có hai điểm cực trị là

A. $m>2$. **B.** $m<2$. **C.** $m<-4$. **D.** $m\le 2$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $y'=3x^2-6x+m+1$

◆ Để hàm số $y=x^3-3x^2+\left(m+1\right)x+2$ có hai điểm cực trị thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Rightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow 9-3.\left(m+1\right)>0\Leftrightarrow m<2$.

◆ Vậy với $m<2$ thì hàm số $y=x^3-3x^2+\left(m+1\right)x+2$ có hai điểm cực trị.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^2-2\ \left(1\right)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $\left(1\right)$ có hai điểm cực trị.

A. $-1<m<1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 0$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có $y=x^3-3mx^2+4m^2-2\Rightarrow y'=3x^2-6mx$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m\end{array}\right.$.

Để hàm số có hai cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2m\ne 0\Leftrightarrow m\ne 0$.

Câu 5: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3\left(m+1\right)x^2+3\left(3m+7\right)x+1$ có cực trị là

A. $\left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le -2 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$. **D.** $-2<m<3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=x^3-3(m+1)x^2+3(3m+7)x+1\Rightarrow y'=3x^2-6(m+1)x+3(3m+7)$.

Để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3(3m+7)x+1$ có cực trị thì $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow 9m^2-9m-54>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>3 \end{array}\right.$.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3-3x^2+mx+2$ có cực đại và cực tiểu?

A. $m\ge 3$. **B.** $m>-3$. **C.** $m>3$. **D.** $m\ge -3$.

Lời giải

Chọn B

◆ $y'=-3x^2-6x+m\ (1)$.

Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow 9+3m>0\Leftrightarrow m>-3$.

Câu 7: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$?

A. $m=1$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=-7$ **D.** $m=5$

Lời giải

Chọn D

◆Ta có: hàm số có TXĐ $D=\mathbb{R}$

◆ $y'=x^2-2mx+m^2-4$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=3\Rightarrow m^2-6m+5=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$.

◆ $m=1\Rightarrow y=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x+3$

$y'=x^2-2x-3$

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

$y''=2x-2\Rightarrow y''(3)=4>0$. Suy ra $x=3$ là điểm cực tiểu.

Vậy $m=1$ không thỏa mãn.

◆ $m=5\Rightarrow y=\frac{1}{3}x^3-5x^2-21x+3$

$y'=x^2-10x+21$

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=7 \\ x=3 \end{array}\right.$

$y''=2x-10\Rightarrow y''(3)=-4<0$. Suy ra $x=3$ là điểm cực đại.

Vậy $m=5$ thỏa mãn.

Câu 8: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(5m-4)x-1$ không có điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=x^2-2mx+5m-4$

Hàm số y không có cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow m^2-5m+4\le 0 \Leftrightarrow 1\le m\le 4$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4\}$

Vậy có bốn giá trị của tham số m cần tìm.

Câu 9: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại điểm $x=3$ là :

A. $m=-7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-1$ **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y'(3)=0 \\ y''(3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^2-6m+m^2-4=0 \\ 6-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-6m+5=0 \\ m>3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right. \\ m>3 \end{cases} \Leftrightarrow m=5.$$

Thử lại với $m=5$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m=5$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.

Câu 10: Tìm m để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx+2$ có hai điểm cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực trị đó bằng 2.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-3m$. Để đồ thị của hàm số $y=x^3-3mx+2$ có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow m>0$.

Khi đó : $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{m} \Rightarrow y=-2m\sqrt{m}+2 \\ x=-\sqrt{m} \Rightarrow y=2m\sqrt{m}+2 \end{array}\right.$

Giả sử hai điểm cực trị $A\left(\sqrt{m};-2m\sqrt{m}+2\right), B\left(-\sqrt{m};2m\sqrt{m}+2\right)$

Ta có $AB=2 \Leftrightarrow AB^2=4 \Leftrightarrow \left(-2\sqrt{m}\right)^2+\left(4m\sqrt{m}\right)^2=4$

$\Leftrightarrow 4m+16m^3=4 \Leftrightarrow 4m^3+m-1=0$

$\Leftrightarrow (2m-1)\left(2m^2+m+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m-1=0 \\ 2m^2+m+1=0 (VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}\,(TM)$.

Câu 11:) Biết m_0 là giá trị của tham số để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-1;7)$. **B.** $m_0 \in (-7;-1)$. **C.** $m_0 \in (-15;-7)$. **D.** $m_0 \in (7;10)$.

Lời giải

Chọn C

$y = x^3 - 3x^2 + mx - 1; y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $3x^2 - 6x + m = 0$.

Áp dụng định lí Vi – ét, ta có: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2 \\ P = x_1 x_2 = \dfrac{m}{3} \end{cases}$

Ta có: $x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 13 \Leftrightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9 \in (-15;-7)$

Câu 12: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 2 - m$ có giá trị cực cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu là

A. 13. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

◆ $y = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 2 - m$

$y' = 6x^2 - 10x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = -10 - m \\ x = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow y = \dfrac{73}{27} - m \end{array} \right.$.

Giá trị cực cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu $\Leftrightarrow (-10 - m).\left(\dfrac{73}{27} - m\right) < 0 \Leftrightarrow -10 < m < \dfrac{73}{27}$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$. Vậy có 12 có giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 13: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A, B thỏa $x_A^2 + x_B^2 = 2$.

A. $m = 0$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = \pm 1$. **D.** $m = \pm 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = x^2 - 2mx - 1\ (1)$.

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị $A, B \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 1.(-1) = m^2 + 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Khi đó, x_A, x_B là hai nghiệm của tam thức (1).

Suy ra $x_A + x_B = -\dfrac{b}{a} = 2m, x_A.x_B = \dfrac{c}{a} = -1$.

Ta có $x_A^2 + x_B^2 = 2 \Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 2x_A x_B = 2 \Leftrightarrow 4m^2 - 2.(-1) = 2 \Leftrightarrow 4m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy, $m = 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 14: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{m}{2}x^2 - (3m^2 - 1)x + m$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có: $y' = x^2 - mx - 3m^2 + 1$.

◆ Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - \left(3m^2 - 1\right)x + m$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2. Khi đó $\Delta = m^2 - 4\left(-3m^2 + 1\right) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0$.

◆ Theo định lí Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.

Do đó $x_1 x_2 + 2\left(x_1 + x_2\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m + 4 = 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = \frac{5}{3} \end{array}\right.$.

Do điều kiện nên giá trị của m cần tìm là $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = \frac{5}{3} \end{array}\right.$.

Vậy tập hợp S có 2 phần tử.

Câu 15: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2 ,với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

A. 6. **B.** -15. **C.** 12. **D.** -20.

Lời giải

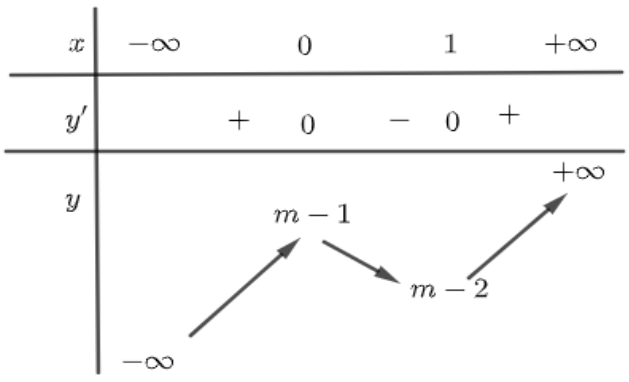
Chọn B

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$y' = 6x^2 - 6x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0; y = m - 1 \\ x = 1; y = m - 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Vậy $B\left(0; m-1\right)$, $C\left(1; m-2\right)$.

$\overrightarrow{BC} = \left(1; -1\right) \Rightarrow BC = \sqrt{2}$.

$\left(BC\right)$ đi qua $B\left(0; m-1\right)$ và nhận $\vec{n} = \left(1; 1\right)$ làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$$1\left(x - 0\right) + 1\left(y - m + 1\right) = 0 \Leftrightarrow x + y - m + 1 = 0.$$

$d\left(O; BC\right) = \frac{\left|1 - m\right|}{\sqrt{2}}$.

$S_{OBC}=\frac{1}{2}d\left(O;BC\right).BC=\frac{1}{2}.\frac{\left|1-m\right|}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}=2\Leftrightarrow\left|1-m\right|=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-m=4\\1-m=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=5\end{array}\right.$.

Vậy $m_1.m_2=-15$.

Câu 16: Cho biết hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ đạt cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$. Khi đó

A. $m\in(0;1)$. **B.** $m\in(2;3)$. **C.** $m\in(1;2)$. **D.** $m\le-1$.

Lời giải

Chọn C

◆ $D=\mathbb{R}$.

◆ $y'=3x^2-6x+m$, hàm số có hai cực trị x_1,x_2 khi và chỉ khi $\Delta>0\Leftrightarrow9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.

◆ Khi đó $\begin{cases}x_1+x_2=2\\x_1.x_2=\dfrac{m}{3}\end{cases}$. Mặt khác

$$x_1^2+x_2^2=3\Leftrightarrow\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=3\Leftrightarrow2^2-\frac{2m}{3}=3\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}(tm).$$

Câu 17: Tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2+\left(m-1\right)x+2$ có hai điểm cực trị nằm bên trái trục tung là:

A. $(-\infty;1)$.. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;2)$.. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $y'=x^2+2x+m-1$.

Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị nằm bên trái trục tung khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm âm phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'_{y'}>0\\S<0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m+1>0\\-2<0\\m-1>0\end{cases}\Leftrightarrow1<m<2$.

Câu 18: Biết rằng đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+x-2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $y'=x^2-mx+1$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2-mx+1=0$.

◆ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta'=m^2-4>0$

.

Khi đó, gọi các nghiệm của là x_1,x_2 thì x_1,x_2 chính là hoành độ hai điểm cực trị. Theo Viet ta có $x_1+x_2=m;x_1.x_2=1$.

Theo bài ra ta có: $x_1{}^2+x_2{}^2=7\Leftrightarrow\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=7\Leftrightarrow m^2-2=7\Leftrightarrow m^2=9\Leftrightarrow m=\pm3$).

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 19: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-(2m+1)x^2+(2m^2+2m-4)x-2m^2+4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-(2m+1)x^2+(2m^2+2m-4)x-2m^2+4=0\ (1)$.

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2mx+2m^2-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ f(x)=x^2-2mx+2m^2-4=0 \quad (2) \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-(2m+1)x^2+(2m^2+2m-4)x-2m^2+4$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành khi và chỉ khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (2)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=m^2-(2m^2-4)>0 \\ f(1)=2m^2-2m-3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m\neq \dfrac{1\pm\sqrt{7}}{2} \end{cases}$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(m-2)x^2-9x+1$, với m là tham số. Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|9x_1-25x_2|$ bằng

A. 15. **B.** 90. **C.** 450. **D.** 45.

Lời giải

Chọn B

+ $y'=x^2-2(m-2)x-9$; $y'=0\Leftrightarrow x^2-2(m-2)x-9=0$.

+ Có $\Delta'=(m-2)^2+9>0,\forall m$ nên hàm số có hai cực trị.

Theo định lý Vi-et: $\begin{cases} x_1+x_2=2(m-2) \\ x_1.x_2=-9 \end{cases}$.

Khi đó x_1, x_2 trái dấu.

+ Nếu $x_1>0$ thì $|9x_1-25x_2|=\left|9x_1-25.\left(-\dfrac{9}{x_1}\right)\right|=\left|9x_1+\dfrac{225}{x_1}\right|\geq\left|2.\sqrt{9x_1.\dfrac{225}{x_1}}\right|=90$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $9x_1=\dfrac{225}{x_1}\Leftrightarrow x_1^2=25\Leftrightarrow x_1=5$.

+ Nếu $x_1<0$ thì $-x_1>0$, khi đó

$|9x_1-25x_2|=\left|9x_1-25.\left(-\dfrac{9}{x_1}\right)\right|=\left|9(-x_1)+\dfrac{225}{-x_1}\right|\geq\left|2.\sqrt{9(-x_1).\dfrac{225}{(-x_1)}}\right|=90$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $9x_1=\dfrac{225}{x_1}\Leftrightarrow x_1^2=25\Leftrightarrow x_1=-5$.

Vậy GTNN $|9x_1-25x_2|$ là 90. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x_1=\pm 5$.

Câu 21: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - m^2x + 8$. Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 - 2mx - m^2$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = -\dfrac{m}{3} \end{array}\right.$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 0$.

Trường hợp 1: $m > 0 \Rightarrow y_{ct} = y(m) = -m^3 + 8 > 0 \Leftrightarrow m < 2$. Vậy $0 < m < 2 \Rightarrow$ có 1 giá trị nguyên $m = 1$.

Trường hợp 2: $m < 0 \Rightarrow y_{ct} = y\left(-\dfrac{m}{3}\right) = \dfrac{5}{27}m^3 + 8 > 0 \Leftrightarrow m > -\dfrac{6}{\sqrt[3]{5}}$. Vậy $-\dfrac{6}{\sqrt[3]{5}} < m < 0 \Rightarrow$ có 3 giá trị nguyên của m là $\{-3; -2; -1\}$.

Vậy tổng số có 4 giá trị nguyên của m.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2 + 3m + 1)x - 2$ có điểm cực đại x_{CD} và điểm cực tiểu x_{CT} thoả mãn $3x_{CD}^2 = 4x_{CT}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2 + 3m + 1)x - 2 \Rightarrow y' = x^2 - (3m+2)x + (2m^2 + 3m + 1)$ có $\Delta = m^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2m + 1 \\ x = m + 1 \end{array}\right.$.

Hàm số có cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi $m \neq 0$.

Trường hợp 1. $x_{CD} = 2m + 1; x_{CT} = m + 1$.

Do $a = \dfrac{1}{3} > 0$ nên suy ra $x_{CD} < x_{CT} \Leftrightarrow 2m + 1 < m + 1 \Leftrightarrow m < 0$.

Lại có $3x_{CD}^2 = 4x_{CT} \Leftrightarrow 3(2m+1)^2 = 4(m+1) \Leftrightarrow 12m^2 + 8m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{-2 \pm \sqrt{7}}{6}$.

Với điều kiện $m < 0 \Rightarrow m = \dfrac{-2 - \sqrt{7}}{6}$ thoả mãn.

Trường hợp 2: $x_{CD} = m + 1; x_{CT} = 2m + 1$

Do $a = \dfrac{1}{3} > 0$ nên suy ra $x_{CD} < x_{CT} \Leftrightarrow m + 1 < 2m + 1 \Leftrightarrow m > 0$.

Lại có $3x_{CD}^2 = 4x_{CT} \Leftrightarrow 3(m+1)^2 = 4(2m+1) \Leftrightarrow 3m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Với điều kiện $m > 0 \Rightarrow m = 1$ thoả mãn.

Kết luận: vậy có 2 giá trị thực của tham số m thoả mãn.

Câu 23: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+m-1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2,với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

A. 6. **B.** -15. **C.** 12. **D.** -20.

Lời giải

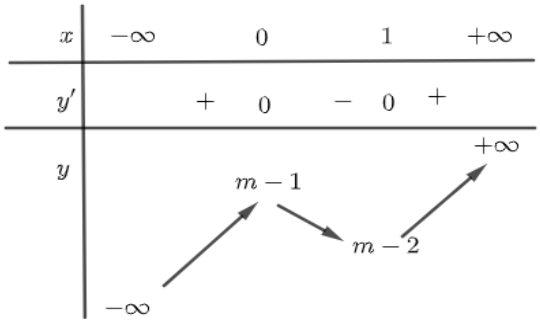
Chọn B

Hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

$y'=6x^2-6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;y=m-1\\x=1;y=m-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Vậy $B(0;m-1)$, $C(1;m-2)$.

$\overrightarrow{BC}=(1;-1)\Rightarrow BC=\sqrt{2}$.

(BC) đi qua $B(0;m-1)$ và nhận $\vec{n}=(1;1)$ làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$$1(x-0)+1(y-m+1)=0\Leftrightarrow x+y-m+1=0.$$

$d(O;BC)=\dfrac{|1-m|}{\sqrt{2}}$.

$S_{OBC}=\dfrac{1}{2}d(O;BC).BC=\dfrac{1}{2}.\dfrac{|1-m|}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}=2\Leftrightarrow|1-m|=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-m=4\\1-m=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=5\end{array}\right.$.

Vậy $m_1.m_2=-15$.

Câu 24: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(m+2)x^2+(m^2+4m+3)x+6m+9$. Tìm giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (C) có cực đại tại x_1, đạt cực tiểu tại x_2 sao cho $x_1^2=2x_2$.

A. $m=4$. **B.** $m=-2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-2\end{array}\right.$. **D.** $m=\pm\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-2(m+2)x+m^2+4m+3$.

Hàm số đạt cực đại tại x_1, đạt cực tiểu tại x_2 khi và chỉ khi

$\Delta'>0\Leftrightarrow(m+2)^2-(m^2+4m+3)>0\Leftrightarrow 1>0$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m+3 \\ x = m+1 \end{array}\right.$.

Theo đề bài ta có: $x_1^2 = 2x_2 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 2(m+3) \Leftrightarrow m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\sqrt{5} \\ m = \sqrt{5} \end{array}\right.$.

Câu 25: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi

A. $m = \frac{1}{2}$. **B.** $m = \frac{3}{2}$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x + m,\ (a = 3, b = -6, c = m, \Delta = 36 - 12m)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Theo đề bài $x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.

Câu 26: Cho $A = \{n \in \mathbb{Z} \mid 0 \le n \le 20\}$ và F là tập hợp các hàm số $f(x) = x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2$ có $m \in A$. Chọn ngẫu nhiên một hàm số $f(x)$ thuộc F. Tính xác suất để đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục Ox.

A. $\frac{18}{21}$. **B.** $\frac{19}{20}$. **C.** $\frac{9}{10}$. **D.** $\frac{19}{21}$.

Lời giải

Chọn D

+ Không gian mẫu $|\Omega| = 21$

+ Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x^2 + (2m^2 - 3)x + 4m^2 = 0 (*) \end{array}\right.$

+ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục Ox

$\Leftrightarrow$ có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \in A \\ (2m^2 - 3)^2 - 16m^2 > 0 \\ 2^2 + (2m^2 - 3).2 + 4m^2 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in A \\ \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{\frac{7 + 2\sqrt{10}}{2}} \approx 2,58 \\ 0 \le m < \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{10}}{2}} \approx 0,58 \end{array}\right. \\ \forall m \end{cases} \Rightarrow m \in \{0; 3; 4; ...; 20\}$$

Vậy xác suất là: $P = \frac{19}{21}$.

Câu 27: Biết $\frac{a}{b}$ là giá trị của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2020$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$. Tính $P = a + 2b$.

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Xét hàm số $y=2x^3-3mx^2-6\left(3m^2-1\right)x+2020$, ta có $y'=6x^2-6mx-6\left(3m^2-1\right)$

$y'=0\Leftrightarrow x^2-mx-3m^2+1=0\ (1)$

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1,\ x_2$ khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta=\left(-m\right)^2-4\left(-3m^2+1\right)>0\Leftrightarrow 13m^2-4>0\Leftrightarrow m<-\frac{2}{\sqrt{13}}$ hoặc $m>\frac{2}{\sqrt{13}}$.

Khi đó, theo định lí Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1.x_2=-3m^2+1\end{cases}$.

Theo giả thiết, $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$ nên $-3m^2+1+2m=1\Leftrightarrow -3m^2+2m=0$

$\Leftrightarrow m=0$ hoặc $m=\frac{2}{3}$.

Suy ra $a=2,\ b=3$. Vậy $P=a+2b=8$.

DẠNG 7 Cực trị hàm trùng phương

Phương pháp:

Cho hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c \ (a \neq 0)$

- Hàm số có một cực trị $\Leftrightarrow ab \geq 0$.
- Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow ab < 0$.
- Hàm số có đúng một cực trị và cực trị là cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$.
- Hàm số có đúng một cực trị và cực trị là cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$.
- Hàm số có hai cực tiểu và một cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$.
- Hàm số có một cực tiểu và hai cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + (2020 - m)x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị phân biệt là

A. $m < 2020$.. **B.** $m \leq 2020$.. **C.** $m > 2020$.. **D.** $m \geq 2020$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y = -x^4 + (m-5)x^2 + 3m - 1$ có ba điểm cực trị

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2016. **D.** 2015.

Câu 3: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

A. 3 **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^4 + (2m-6)x^2 - 2020$ có 3 điểm cực trị?

A. $m > 3$. **B.** $m \leq 3$. **C.** $m \geq 3$. **D.** $m < 3$.

Câu 5: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

A. 3 **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 6: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 7: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - (m^2 - 9)x^2 + 2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 8: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+mx^2-m-5$ có 3 điểm cực trị là

A. $m=1$. **B.** $m>8$. **C.** $m<0$. **D.** $4<m<5$.

Câu 9: Cho hàm số $y=-x^4+\left(m^2-m\right)x^2$. Tìm m để hàm số có đúng một cực trị.

A. $m\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

C. $m\in[0;1]$. **D.** $m\in(0;1)$.

Câu 10: Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y=x^4+bx^2+c$ có ba điểm cực trị.

A. $b=0$. **B.** $b\neq 0$. **C.** $b<0$. **D.** $b>0$.

Câu 11: Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y=x^4+bx^2+c$ có ba điểm cực trị.

A. $b=0$. **B.** $b\neq 0$. **C.** $b<0$. **D.** $b>0$.

Câu 12: Tìm tất cả giá trị thực của m để hàm số $y=x^4+(2m-6)x^2-2020$ có ba điểm cực trị.

A. $m>3$. **B.** $m\leq 3$. **C.** $m\geq 3$. **D.** $m<3$.

Câu 13: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=mx^4-(m-3)x^2+m^2$ không có điểm cực đại là

A. 3. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 14: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C thỏa mãn $BC=4$

A. $m=\sqrt{2}$. **B.** $m=\pm 4$. **C.** $m=\pm 2$. **D.** $m=4$.

Câu 15: Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^4-2(m+2)x^2+3m-1$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\{-2;2\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 16: Tập hợp các giá tị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2(m+2)x^2+3m-1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\{-2;2\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 17: Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=x^4-2(m+2)x^2+3m-1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\{-2;2\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=mx^4+(m-3)x^2+2021$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 19: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=x^4-2xm^2$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. $m>0$. **B.** $m\in\varnothing$. **C.** $m<0$. **D.** $\forall m\in R$.

Câu 20: Cho hàm số trùng phương $f(x)=x^4-2mx^2-1$. Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

A. $m>1$. **B.** $m\leq 1$. **C.** $m>0$. **D.** $m\leq 0$.

Câu 21: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2$ có đúng một điểm cực trị?

A. $m\le 1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m<1$. **D.** $m=1$.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y=-x^4+(m-5)x^2+3m-1$ có ba điểm cực trị

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2016. **D.** 2015.

Câu 23: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+2020$ có đúng một điểm cực đại.

A. $\begin{cases} m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$. **B.** $m\le 0$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m<1$.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=mx^4+(m-3)x^2+2021$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 25: Cho đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có điểm cực đại $A(0;-3)$ và điểm cực tiểu $B(-1;-5)$. Tính giá trị của $P=a+2b+3c$.

A. $P=3$. **B.** $P=-5$. **C.** $P=-9$. **D.** $P=-15$.

Câu 26: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(2m-1)x^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **B.** $m\le 0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m\le \dfrac{1}{2}$.

Câu 27: Để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2, giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 28: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^4+2(m^2+3)x^2+2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực đại của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=0$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Câu 29: Cho hàm trùng phương $y=f(x)=x^4-2(m+1)x^2+m^2-8$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị (C). Để tam giác ABC đều thì giá trị tham số m nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 30: Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;20]$ để hàm số $y=x^4+2(m-2)x^2+1$ có duy nhất một điểm cực tiểu. Số phần tử của tập S bằng

A. 19. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 41.

Câu 31: Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$. Tổng bình phương các giá trị m để hàm số có ba cực trị và đường tròn qua ba cực trị đó có bán kính bằng 4, gần với số nguyên nào nhất trong các số nguyên sau?

A. 8. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 7.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2$. Tổng bình phương các giá trị m để hàm số có ba cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số có bán kính bằng 4, gần với số nguyên nào nhất trong các số nguyên sau?

A. 8. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 7.

Câu 33: Cho hàm số $y = mx^4 - (2m+1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có một điểm cực đại

A. $-\frac{1}{2} \le m < 0$. **B.** $m \le -\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2} \le m \le 0$. **D.** $m \ge -\frac{1}{2}$.

Câu 34: Tìm giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 3$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho trục hoành chia tam giác ABC thành một tam giác và một hình thang biết rằng tỉ số diện tích tam giác nhỏ được chia ra và diện tích tam giác ABC bằng $\frac{4}{9}$

A. $m = \frac{5+\sqrt{3}}{2}$. **B.** $m = \frac{-1+\sqrt{15}}{2}$. **C.** $m = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$. **D.** $m = \frac{1+\sqrt{15}}{2}$.

Câu 35: Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^4 + (m-2)x^2 + 1 + 2m$ chỉ có một cực trị:

A. $m \ge 2$. **B.** $0 \le m \le 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 2 \end{array}\right.$. **D.** $m \le 0$.

Câu 36: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 2(m^2+3)x^2 + 2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực đại của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = 0$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -2$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4+\left(2020-m\right)x^2+1$ có 3 điểm cực trị phân biệt là

A. $m<2020.$. **B.** $m\le 2020.$. **C.** $m>2020.$. **D.** $m\ge 2020.$

Lời giải

Chọn C

Để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $2020-m<0\Leftrightarrow m>2020$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y=-x^4+\left(m-5\right)x^2+3m-1$ có ba điểm cực trị

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2016. **D.** 2015.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $ab<0$.

Suy ra hàm số $y=-x^4+\left(m-5\right)x^2+3m-1$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m-5>0\Leftrightarrow m>5.$

Mà m nguyên dương và không vượt quá 2020 nên $m\in\left\{6,7,...,2019,2020\right\}\Rightarrow$ có tất cả 2015 giá trị.

Câu 3: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4+2\left(m^2-m-6\right)x^2+m-1$ có ba điểm cực trị.

A. 3 **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3+4\left(m^2-m-6\right)x$

$$y'=0\Rightarrow 4x^3+4\left(m^2-m-6\right)x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}4x=0\\x^2=-m^2+m+6\end{array}\right.$$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow -m^2+m+6>0\Rightarrow -2<m<3$

Do đó ta chọn B

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=x^4+\left(2m-6\right)x^2-2020$ có 3 điểm cực trị?

A. $m>3$. **B.** $m\le 3$. **C.** $m\ge 3$. **D.** $m<3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $y'=4x^3+2\left(2m-6\right)x=4x\left(x^2+m-3\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x=0\\x^2+m-3=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=3-m\end{array}\right.$$

Để hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2=3-m$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow 3-m>0$

$\Leftrightarrow m<3$.

Câu 5: Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4+2\left(m^2-m-6\right)x^2+m-1$ có ba điểm cực trị.

A. 3 **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3+4\left(m^2-m-6\right)x$

$$y'=0\Rightarrow 4x^3+4\left(m^2-m-6\right)x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}4x=0\\x^2=-m^2+m+6\end{array}\right.$$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow -m^2+m+6>0\Rightarrow -2<m<3$

Do đó ta **chọn B**

Câu 6: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-\left(m^2-9\right)x^2+2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Để hàm số có 1 cực trị thì $-\left(m^2-9\right)\geq 0\Leftrightarrow m^2-9\leq 0\Leftrightarrow -3\leq m\leq 3$.

Vậy có 7 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 7: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-\left(m^2-9\right)x^2+2021$ có 1 cực trị. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y=x^4-\left(m^2-9\right)x^2+2021$ có 1 cực trị thì $y'=4x^3-2\left(m^2-9\right)$

$\Leftrightarrow 2x\left(2x^2-m^2+9\right)=0$ có 1 nghiệm, suy ra: $2x^2-m^2+9=0\Leftrightarrow x^2=\dfrac{9-m^2}{2}$ vô nghiệm hoặc có nghiệm $x=0$ nên $9-m^2\leq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq -3\\m\geq 3\end{array}\right.$.

Câu 8: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+mx^2-m-5$ có 3 điểm cực trị là

A. $m=1$. **B.** $m>8$. **C.** $m<0$. **D.** $4<m<5$.

Lời giải

Chọn C

◆ Để hàm số có 3 cực trị thì $a.b<0\Leftrightarrow 1.m<0\Leftrightarrow m<0$.

Câu 9: Cho hàm số $y=-x^4+\left(m^2-m\right)x^2$. Tìm m để hàm số có đúng một cực trị.

A. $m\in\left(-\infty;0\right]\cup\left[1;+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;0\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

C. $m\in\left[0;1\right]$. **D.** $m\in\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $y'=-4x^3+2\left(m^2-m\right)x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 2\left(m^2 - m\right)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 = m^2 - m \end{array}\right.$.

◆ Hàm số có đúng một điểm cực trị khi phương trình $2x^2 = m^2 - m$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x = 0$.

Điều kiện là $m^2 - m \le 0 \Leftrightarrow 0 \le m \le 1$.

◆ Vậy $m \in [0;1]$.

Câu 10: Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị.

A. $b = 0$. **B.** $b \ne 0$. **C.** $b < 0$. **D.** $b > 0$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 + 2bx = 2x\left(2x^2 + b\right)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2} \end{array}\right.$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2 = -\dfrac{b}{2}$ có hai nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow -\dfrac{b}{2} > 0 \Leftrightarrow b < 0$.

Câu 11: Tìm điều kiện của tham số b để hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị.

A. $b = 0$. **B.** $b \ne 0$. **C.** $b < 0$. **D.** $b > 0$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 + 2bx = 2x\left(2x^2 + b\right)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -\dfrac{b}{2} \end{array}\right.$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow x^2 = -\dfrac{b}{2}$ có hai nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow -\dfrac{b}{2} > 0 \Leftrightarrow b < 0$.

Câu 12: Tìm tất cả giá trị thực của m để hàm số $y = x^4 + \left(2m - 6\right)x^2 - 2020$ có ba điểm cực trị.

A. $m > 3$. **B.** $m \le 3$. **C.** $m \ge 3$. **D.** $m < 3$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có ba điểm cực trị khi $2m - 6 < 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Câu 13: Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - \left(m - 3\right)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là

A. 3. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = mx^4 - \left(m - 3\right)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \ge 0 \\ a.b \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 0 \\ -(m-3) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 0 \\ m \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m \le 3$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1;2;3\}$. Vậy có bốn giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 14: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C thỏa mãn $BC = 4$

A. $m = \sqrt{2}$. **B.** $m = \pm 4$. **C.** $m = \pm 2$. **D.** $m = 4$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

Để hàm số có 3 cực trị thì $m > 0$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \Rightarrow y(0) = 1 \\ x = \pm\sqrt{m} & \Rightarrow y(\pm\sqrt{m}) = 1 - m^2 \end{array} \right.$, suy ra $A(0;1)$, $B(\sqrt{m};1-m^2)$, $C(-\sqrt{m};1-m^2)$.

$BC = 4 \Leftrightarrow \sqrt{4m} = 4 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 15: Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m - 1$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\{-2;2\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số đã cho là: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+2)x$

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4(m+2)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m + 2 \end{array} \right.$

Để hàm số đã cho chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại thì $m + 2 \le 0 \Leftrightarrow m \le -2$.

Câu 16: Tập hợp các giá tị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m - 1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\{-2;2\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại khi $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} a > 0 \\ ab > 0 \end{cases} \end{array} \right.$

Áp dụng cho bài toán này ta được: $-2(m+2) > 0 \Leftrightarrow m < -2$

Câu 17: Tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = x^4 - 2(m+2)x^2 + 3m - 1$ chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $\{-2;2\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=4x^3-4(m+2)x=4x\left(x^2-m-2\right)$

Xét $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m+2\end{array}\right.$

Để hàm số chỉ có cực tiểu và không có cực đại thì $\begin{cases}m+2\le 0\\a=1>0\end{cases}\Leftrightarrow m\le -2$

Vậy $m\in(-\infty;-2]$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=mx^4+(m-3)x^2+2021$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

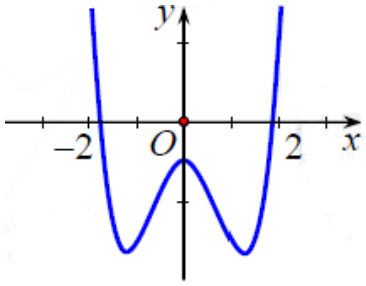
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có 3 cực trị khi $ab<0$

Để hàm số $y=f(x)$ có 2 cực tiểu và 1 cực đại thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có dạng



Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ $\Rightarrow$Đồ thị nhánh ngoài của hàm số hướng lên, nên hàm số có hệ số $a>0$

.

Khi đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có:

$\begin{cases}a>0\\ab<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\m(m-3)<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<3.$

Vậy có 2 giá trị m nguyên là $m\in\{1;2\}$.

Câu 19: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=x^4-2xm^2$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. $m>0$. **B.** $m\in\varnothing$. **C.** $m<0$. **D.** $\forall m\in R$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho có đúng 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow f'(x)=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Ta có $f'(x)=4x^3-2m^2$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-2m^2=0\Leftrightarrow x^3=\dfrac{m^2}{2}\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{m^2}{2}}$.

Vậy không có giá trị nào của tham số m để hàm số có đúng 3điểm cực trị.

Câu 20: Cho hàm số trùng phương $f(x)=x^4-2mx^2-1$. Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

A. $m>1$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m>0$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=4x^3-4mx$. Phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $f'(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$.

Vậy $m>0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 21: Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2$ có đúng một điểm cực trị?

A. $m\le 1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m<1$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2$ có đúng một điểm cực trị khi và chỉ khi $-2(m-1)\ge 0\Leftrightarrow m\le 1$.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m không vượt quá 2020 để hàm số $y=-x^4+(m-5)x^2+3m-1$ có ba điểm cực trị

A. 2017. **B.** 2019. **C.** 2016. **D.** 2015.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số có ba điểm cực trị thì: $ab=-1.(m-5)<0\Leftrightarrow m-5>0\Leftrightarrow m>5$ (1)

Theo giả thiết: $m\le 2020$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra có 2015 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn là: $m\in\{6;7;...;2020\}$

Câu 23: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+2020$ có đúng một điểm cực đại.

A. $\begin{cases}m<1\\m\neq 0\end{cases}$. **B.** $m\le 0$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Xét các trường hợp:

+TH1: $m=0\Rightarrow y=-x^2+2020$ là hàm bậc hai có đồ thị là parabol có bề lõm hướng xuống nên có đúng một điểm cực đại. Do đó $m=0$ là một giá trị cần tìm.

+TH2: $m\neq 0$: hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+2020$ là hàm trùng phương nên đồ thị có đúng một điểm cực đại khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>0\\m-1<0\end{cases}\\\begin{cases}m<0\\m-1\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m<1\\m<0\end{array}\right.$

Kết hợp 2 trường hợp trên ta được $m<1$ là tất cả các giá trị cần tìm.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=mx^4+(m-3)x^2+2021$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

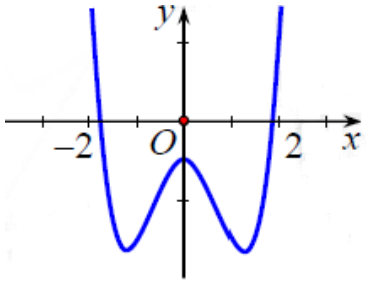
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c(a\neq 0)$ có 3 cực trị khi $ab<0$

Để hàm số $y=f(x)$ có 2 cực tiểu và 1 cực đại thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có dạng



Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị nhánh ngoài của hàm số hướng lên, nên hàm số có hệ số $a>0$.

Khi đó để thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có: $\begin{cases}a>0\\ab<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\m(m-3)<0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<3.$

Vậy có 2 giá trị m nguyên là $m\in\{1;2\}$.

Câu 25: Cho đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có điểm cực đại $A(0;-3)$ và điểm cực tiểu $B(-1;-5)$. Tính giá trị của $P=a+2b+3c$.

A. $P=3$. **B.** $P=-5$. **C.** $P=-9$. **D.** $P=-15$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-3)$ và $B(-1;-5)\Rightarrow\begin{cases}c=-3\\a+b+c=-5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a+b=-2\\c=-3.\end{cases}$ (1)

$y=ax^4+bx^2+c\Rightarrow y'=4ax^3+2bx$.

Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $B(-1;-5)\Rightarrow -4a-2b=0.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases}a+b=-2\\-4a-2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-4.\end{cases}$

Với $\begin{cases}a=2\\b=-4\\c=-3\end{cases}\Rightarrow y=2x^4-4x^2-3\Rightarrow y'=8x^3-8x\Rightarrow y''=24x^2-8.$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1.\end{array}\right.$

$y''(0)=-8<0\Rightarrow A(0;-3)$ là điểm cực đại.

$y''(-1)=16>0\Rightarrow B(-1;-5)$ là điểm cực tiểu.

Vậy $\begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow P=a+2b+3c=-15$.

Câu 26: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4+(2m-1)x^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **B.** $m\le 0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$. **D.** $m\le \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét $m=0$, khi đó $y=-x^2-2$ là hàm số bậc hai có $a=-1<0$ nên đồ thị là Parabol có bề lõm hướng xuống nên có 1 cực đại mà không có cực tiểu. Suy ra $m=0$ thỏa mãn đề bài.

Xét $m\neq 0$, khi đó $y=mx^4+(2m-1)x^2+m-2$ là hàm số bậc 4 dạng trùng phương.

Để đồ thị hàm số $y=mx^4+(2m-1)x^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì $\begin{cases} m<0 \\ m.(2m-1)\ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m<0 \\ \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow m<0$.

Vậy $m\le 0$.

Câu 27: Để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2, giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

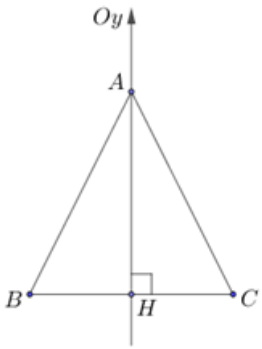
Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m)$

+) Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0$ $(*)$.

+) Với $m>0$, ta có $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{m} \end{array}\right.$

Gọi $A(0;m-1), B(-\sqrt{m};-m^2+m-1), C(\sqrt{m};-m^2+m-1)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.



Vì $A \in Oy; B$ và C đối xứng nhau qua Oy nên tam giác ABC cân tại A (tham khảo hình vẽ).

Gọi $H = BC \cap Oy \Rightarrow AH \perp BC$

$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AH.BC = 2$

$\Leftrightarrow \left|(y_A - y_H)(x_C - x_B)\right| = 4$ (với $y_H = y_B = y_C$)

$\Leftrightarrow \left|m^2.2\sqrt{m}\right| = 4 \Leftrightarrow m^2\sqrt{m} = 2 \Rightarrow m = \sqrt[5]{4} \in (1;2)$.

Câu 28: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^4 + 2\left(m^2+3\right)x^2 + 2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực đại của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m = 0$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

Chọn A

Người làm: Côngg Hiếnn

Xét hàm số $y = -x^4 + 2\left(m^2+3\right)x^2 + 2$

Ta có $y' = -4x^3 + 4\left(m^2+3\right)x$.

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4\left(m^2+3\right)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m^2+3} \end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Hàm số luôn có 3 điểm cực trị với $\forall m$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{m^2+3}$		0		$\sqrt{m^2+3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$y_{CĐ}$	↘	y_{CT}	↗	$y_{CĐ}$	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại khi $x = \pm\sqrt{m^2+3}$.

Giá trị cực đại của hàm số: $y_{C§} = -\left(\sqrt{m^2+3}\right)^4 + 2\left(m^2+3\right)^2 + 2 = \left(m^2+3\right)^2 + 2$.

$\Rightarrow \min y_{C§} = 11$ khi $m = 0$.

Câu 29: Cho hàm trùng phương $y = f(x) = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2 - 8$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị (C). Để tam giác ABC đều thì giá trị tham số m nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4(m+1)x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2 - m - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m+1 \end{array}\right.$.

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m + 1 > 0$

$\Leftrightarrow m > -1$.

Khi đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{m+1} \\ x=-\sqrt{m+1} \end{array}\right.$.

Đồ thị (C) có ba điểm cực trị là $A\left(0\,;m^2-8\right)$, $B\left(\sqrt{m+1}\,;-(m+1)^2+m^2-8\right)$ và

$C\left(-\sqrt{m+1}\,;-(m+1)^2+m^2-8\right)$.

Ta có $AB=AC=\sqrt{m+1+(m+1)^4}$.

Do đó tam giác ABC đều $\Leftrightarrow AB=BC \Leftrightarrow \sqrt{m+1+(m+1)^4}=\sqrt{4(m+1)}$

$\Leftrightarrow m+1+(m+1)^4=4(m+1)$ $\Leftrightarrow (m+1)^4-3(m+1)=0$

$\Leftrightarrow (m+1).\left[(m+1)^3-3\right]=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=0 \\ (m+1)^3-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-1+\sqrt[3]{3} \end{array}\right.$.

So điều kiện $m>-1$ ta nhận $m=-1+\sqrt[3]{3}$.

Câu 30: Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị nguyên của tham số $m\in[-20;\,20]$ để hàm số $y=x^4+2(m-2)x^2+1$ có duy nhất một điểm cực tiểu. Số phần tử của tập S bằng

A. 19. **B.** 21. **C.** 20. **D.** 41.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để hàm số $y=x^4+2(m-2)x^2+1$ có duy nhất một điểm cực tiểu là $a=1>0$ và phương trình $y'=0$ có duy nhất một nghiệm. Ta có:

$y'=4x^3+4(m-2)x.$

$y'=0 \Leftrightarrow 4x(x^2+m-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=2-m \quad (*) \end{array}\right.$

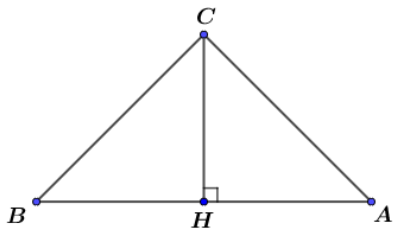
Để phương trình $y'=0$ có duy nhất một nghiệm $x=0$ thì phương trình (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm duy nhất $x=0 \Leftrightarrow 2-m\le 0 \Leftrightarrow m\ge 2$. Vậy $m\in\{2,3,...,20\}$ hay có 19 giá trị của tham số $m\in[-20;\,20]$ thỏa mãn.

Câu 31: Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+2$. Tổng bình phương các giá trị m để hàm số có ba cực trị và đường tròn qua ba cực trị đó có bán kính bằng 4, gần với số nguyên nào nhất trong các số nguyên sau?

A. 8. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A



Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x\left(x^2 - m\right)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba cực trị thì $m > 0$ (1). Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(\sqrt{m}; 2 - m^2\right); B\left(-\sqrt{m}; 2 - m^2\right); C(0;2)$. Theo giả thiết ta có $4 = R = \dfrac{CA}{2\sin CBA} = \dfrac{AC.BC}{2CH}$ (2)

(Với H là trung điểm của AB và ta có $AC = BC$)

Hay $(2) \Leftrightarrow AC.BC = 8CH \Leftrightarrow AC^2 = 8CH \Leftrightarrow CH^2 + AH^2 = 8CH$

$8m^2 = m^4 + m \Leftrightarrow m^4 - 8m^2 + m = 0$

Khi đó với $m > 0$ sử dụng máy tính casio ta được tổng bình phương các giá trị m gần bằng $7,654$

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2$. Tổng bình phương các giá trị m để hàm số có ba cực trị và đường tròn đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số có bán kính bằng 4, gần với số nguyên nào nhất trong các số nguyên sau?

A. 8. **B.** 9. **C.** 16. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 4mx$

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow m > 0$

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0;2)$; $B\left(-\sqrt{m}; 2 - m^2\right)$; $C\left(\sqrt{m}; 2 - m^2\right)$

Ta có: $AB = \sqrt{m + m^4} = AC$; $BC = 2\sqrt{m}$

$\Rightarrow \cos BAC = \dfrac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB.AC} = \dfrac{m^3 - 1}{m^3 + 1} \Rightarrow \sin BAC = \sqrt{1 - \cos^2 BAC} = \dfrac{2m\sqrt{m}}{m^3 + 1}$

Mà $BC = 2R\sin BAC \Leftrightarrow 2\sqrt{m} = 2.4.\dfrac{2m\sqrt{m}}{m^3 + 1} \Leftrightarrow m^3 - 8m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \approx -2,889 \quad (loại) \\ m \approx 2,764 \quad (thỏa mãn) \\ m \approx 0,125 \quad (thỏa mãn) \end{array}\right.$

Vậy tổng bình phương các giá trị m là $2,764^2 + 0,125 \approx 7,655$.

Câu 33: Cho hàm số $y = mx^4 - (2m+1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có một điểm cực đại

A. $-\dfrac{1}{2} \le m < 0$. **B.** $m \le -\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{1}{2} \le m \le 0$. **D.** $m \ge -\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 4mx^3 - 2(2m+1)x = 2x\left(2mx^2 - 2m - 1\right); y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 = 2m + 1 \end{array}\right.$

* $m = 0$ ta có $y = -x^2 + 1$. Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

* $m \ne 0$ để hàm số có một điểm cực đại khi $\begin{cases} m < 0 \\ 2m + 1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le m < 0$.

Vậy $-\frac{1}{2} \le m \le 0$ thì hàm số có một điểm cực đại.

Câu 34: Tìm giá trị tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 3$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho trục hoành chia tam giác ABC thành một tam giác và một hình thang biết rằng tỉ số diện tích tam giác nhỏ được chia ra và diện tích tam giác ABC bằng $\frac{4}{9}$

A. $m = \frac{5+\sqrt{3}}{2}$. **B.** $m = \frac{-1+\sqrt{15}}{2}$. **C.** $m = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$. **D.** $m = \frac{1+\sqrt{15}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 3$.

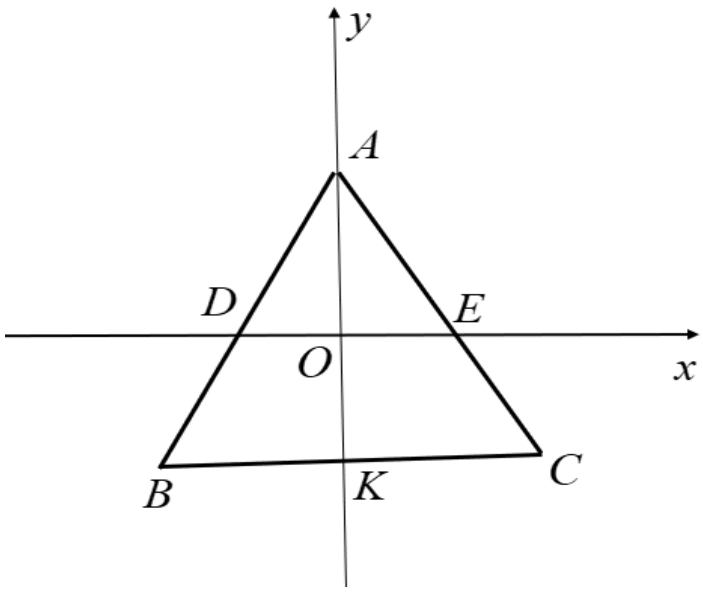
$y' = 4x^3 - 4(m+1)x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m+1 \end{array}\right.$.

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -1$.

Khi $m > -1$, đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0; 2m+3)$, $B\left(-\sqrt{m+1}; -m^2+2\right)$, $C\left(\sqrt{m+1}; -m^2+2\right)$.

Ta có $A \in Oy$, B, C đối xứng nhau qua $Oy \Rightarrow \Delta ABC$ cân tại A.



Trục hoành chia tam giác ABC thành một tam giác và một hình thang $\Rightarrow \begin{cases} 2m+3 > 0 \\ -m^2+2 < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{2} \\ m < -\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{2} \\ -\frac{3}{2} < m < -\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $m>-1$ ta được $m>\sqrt{2}$.

Khi đó, gọi D,E lần lượt là giao điểm của trục Ox và các cạnh AB,AC, K là giao điểm của BC và Oy.

Ta có $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\left(\frac{AO}{AK}\right)^2=\left(\frac{y_A}{y_A-y_B}\right)^2=\left(\frac{2m+3}{m^2+2m+1}\right)^2$.

Mà $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\frac{4}{9}\Leftrightarrow\left(\frac{2m+3}{m^2+2m+1}\right)^2=\frac{4}{9}$.

Vì $m>\sqrt{2}\Rightarrow\frac{2m+3}{\left(m^2+2m+1\right)}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow 2m^2-2m-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{1+\sqrt{15}}{2}\\ m=\frac{1-\sqrt{15}}{2}\end{array}\right.\Rightarrow m=\frac{1+\sqrt{15}}{2}$.

Vậy $m=\frac{1+\sqrt{15}}{2}$ thoả mãn yêu cầu đề bài.

Câu 35: Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y=mx^4+\left(m-2\right)x^2+1+2m$ chỉ có một cực trị:

A. $m\ge 2$. **B.** $0\le m\le 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 2\end{array}\right.$. **D.** $m\le 0$.

Lời giải

Chọn C

* Nếu $m=0$ thì $y=-2x^2+1$ là hàm bậc hai nên chỉ có duy nhất một cực trị.

* Khi $m\ne 0$, ta có: $y'=4mx^3+2\left(m-2\right)x=2x\left[2mx^2+\left(m-2\right)\right]$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=\frac{2-m}{2m}\end{array}\right.$.

Để hàm số có một cực trị khi $\frac{2-m}{2m}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m<0\end{array}\right.$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 2\end{array}\right.$.

Câu 36: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^4+2\left(m^2+3\right)x^2+2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực đại của hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=0$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y=-x^4+2\left(m^2+3\right)x^2+2$

Ta có $y'=-4x^3+4\left(m^2+3\right)x$.

Phương trình $y'=0\Leftrightarrow -4x^3+4\left(m^2+3\right)x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\sqrt{m^2+3}\end{array}\right.$

$\Rightarrow$ Hàm số luôn có 3 điểm cực trị với $\forall m$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{m^2+3}$		0		$\sqrt{m^2+3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$y_{CĐ}$	↘	y_{CT}	↗	$y_{CĐ}$	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại khi $x=\pm\sqrt{m^2+3}$.

Giá trị cực đại của hàm số: $y_{C§}=-\left(\sqrt{m^2+3}\right)^4+2\left(m^2+3\right)^2+2=\left(m^2+3\right)^2+2$.

$\Rightarrow \min y_{C§}=11$ khi $m=0$.

DẠNG 8 Cực trị hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối

Phương pháp:

a. Hàm số dạng $y=\left|f\left(x\right)\right|$

Để tìm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ ta sẽ lập bảng biến thiên hoặc vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ từ đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$.

Chú ý: Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ gồm 2 phần:

- Phần đồ thị $y=f\left(x\right)$ nằm trên trục Ox
- Phần đồ thị lấy đối xứng qua Ox của đồ thị $y=f\left(x\right)$ nằm dưới Ox
- Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ và số nghiệm bội lẻ của phương trình $f\left(x\right)=0$.

b. Hàm số dạng $y=f\left(\left|x\right|\right)$

Để tìm cực trị của hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ ta sẽ lập bảng biến thiên hoặc vẽ đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ từ đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$.

Chú ý: Đồ thị hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ gồm 2 phần:

- Phần đồ thị $y=f\left(x\right)$ nằm bên phải trục Oy $\left(C_1\right)$
- Phần lấy đối xứng $\left(C_1\right)$ qua Oy
- Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ bằng hai lần số điểm cực trị dương của hàm số $y=f\left(x\right)$ và cộng thêm 1.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ **(** a,b,c,d là các hằng số thực) có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 2: Cho hàm số $y=\left(m-1\right)x^3-5x^2+\left(3+m\right)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 3: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-\left(2m-1\right)x^2+\left(2-m\right)x+2$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có 5 cực trị là

A. $\frac{5}{4}\le m\le 2$. **B.** $-\frac{5}{4}<m<2$. **C.** $-2<m<\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{5}{4}<m<2$.

Câu 4: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-\left(2m-1\right)x^2+\left(2-m\right)x+2$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có 5 cực trị là

A. $\frac{5}{4} \le m \le 2$. **B.** $-\frac{5}{4} < m < 2$. **C.** $-2 < m < \frac{5}{4}$. **D.** $\frac{5}{4} < m < 2$.

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m\right|$ có 5 điểm cực trị

A. 26. **B.** 16. **C.** 27. **D.** 44.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m^2\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Đặt $g(x) = \left|m + f\left(x+1\right)\right|$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = g(x)$ có đúng 3 điểm cực trị

A. $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 3 \end{array}\right.$. **B.** $-1 < m < 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge 3 \end{array}\right.$. **D.** $-1 \le m \le 3$.

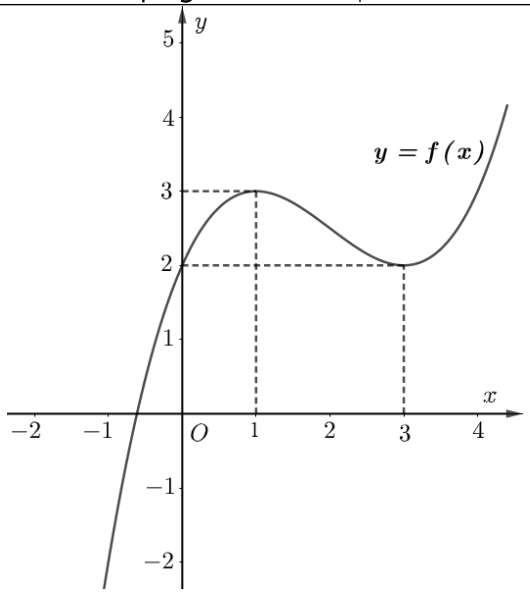
Câu 8: Cho hàm số $f\left(x\right) = \left|x^3 - 3x^2 + m\right|$ với $m \in \left[-4;4\right]$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f\left(x\right)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 9: Cho hàm số $y = \left|x^4 - 4x^3 + 4x^2 + m\right|$ (m là tham số). Khi m thay đổi thì số điểm cực trị của hàm số có thể là a hoặc b hoặc c. Tính tích abc.

A. 120. **B.** 105. **C.** 60. **D.** 15.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $\left[-200;200\right]$ để hàm số $g\left(x\right) = \left|f^2\left(x\right) + 8f\left(x\right) - m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị.



A. 186. **B.** 184. **C.** 185. **D.** 187.

Câu 11: Gọi tập X là tập hợp tất cả các số nguyên $m\in[-2021;2021]$ sao cho đồ thị của hàm số $y=\left|x^3-(2m+1)x^2+mx+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của tập X.

A. 0. **B.** −1. **C.** 4036. **D.** 1.

Câu 12: Cho hàm số $y=\left|x^4+2mx^3+(3-3m)x^2-2mx+3m-4\right|$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để đồ thị hàm số đã cho có 7 điểm cực trị?

A. 15. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 16.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x^2+2mx+m+1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m>-10$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)=\left|x^2-4x+3\right|+mx$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

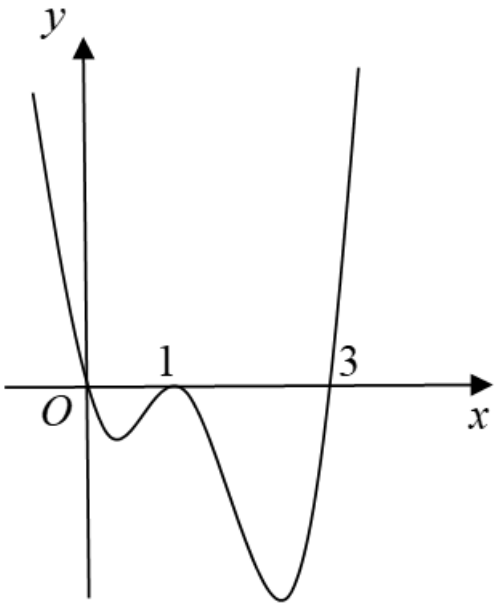
Câu 15: Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+m\right|$ với $m\in[-4;4]$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 16: Cho hàm số $f\ x\ =x^4-2mx^2+4-2m^2$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m\in\ -10;10$ để hàm số $y=\left|f\ x\ \right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị của hàm số $g(x)=\left|f(x)\right|^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu. **B.** 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
C. 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu. **D.** 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Câu 18: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-\left(2m+1\right)x^2+\left(3-m\right)x+2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m>3$. **B.** $m>-\frac{1}{2}$. **C.** $m\geq 3$. **D.** $-\frac{1}{2}<m\leq 3$.

Câu 19: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m\in\left(-2021;2021\right)$ để hàm số $y=\left|x^4-4x^2+m+2020\right|$ có 7 điểm cực trị.

A. 2020. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

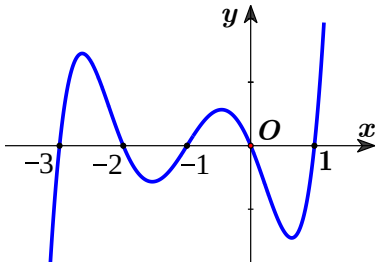
Câu 20: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m\in\left(-2021;2021\right)$ để hàm số $y=\left|x^4-4x^2+m+2020\right|$ có 7 điểm cực trị.

A. 2020. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 21: Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|2x^4-8x^3-16x^2+1-m\right|$ (m là tham số). Biết rằng khi m thay đổi thì số điểm cực trị của hàm số có thể là a hoặc b hoặc C. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 12. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 13.

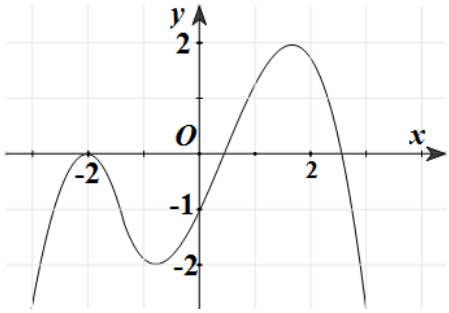
Câu 22: Cho hàm đa thức $y=\left[f\left(x^2+2x\right)\right]'$ có đồ thị như hình vẽ.



Tổng giá trị nguyên của $m\in\left[-10;10\right]$ để hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(\left|x-2\right|+m\right)$ có 5 điểm cực trị là

A. −52. **B.** 55. **C.** −55. **D.** 56.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10;\ 10]$ để hàm số $g(x)=|f(x)-m|$ có 3 điểm cực trị?



A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 8.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

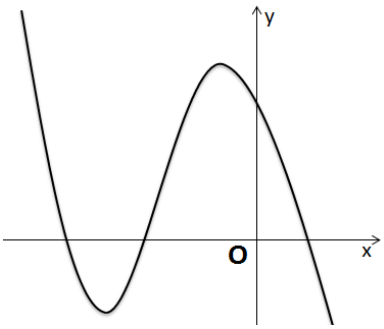
Câu 1: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (a,b,c,d là các hằng số thực) có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ là

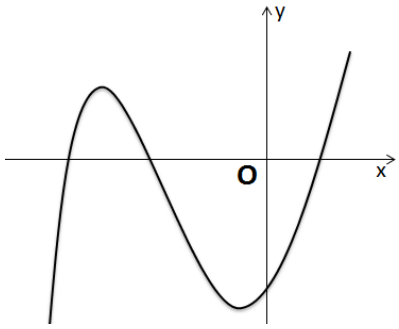
A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

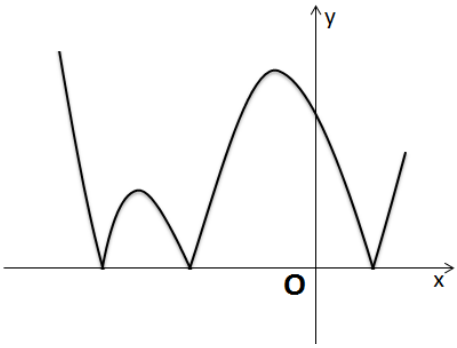
Chọn B

Ta có các trường hợp đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (a,b,c,d là các hằng số thực) có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt:





Khi đó đồ thị hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ là



Suy ra số điểm cực trị của hàm số $y=\left|ax^3+bx^2+cx+d\right|$ là 5.

Câu 2: Cho hàm số $y=(m-1)x^3-5x^2+(3+m)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y=f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị thì hàm số $y=f(x)$ phải có đúng 1 điểm cực trị dương.

Xét $f(x)=(m-1)x^3-5x^2+(3+m)x+3\Rightarrow y'=3(m-1)x^2-10x+(3+m)$.

Lúc này, phương trình $y'=3(m-1)x^2-10x+(3+m)=0$ phải có tối đa 2 nghiệm bội lẻ, trong đó có 1 nghiệm bắt buộc dương.

Trường hợp 1: $m=1$. Khi đó $y'=-10x+4=0\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{5}>0$, là nghiệm bội lẻ.

Suy ra, nhận giá trị $m=1$.

Trường hợp 2: $m \neq 1$. Khi đó, $y' = 3(m-1)x^2 - 10x + (3+m) = 0$ là hàm bậc 2.

Gọi $x_1, x_2 \ (x_1 < x_2)$ là 2 nghiệm của phương trình trên, hiển nhiên hai nghiệm này bội lẻ.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x_1 < 0 < x_2 \\ x_1 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 100 - 12(m-1)(3+m) > 0 \\ \left[\begin{array}{l} P = x_1.x_2 = \dfrac{3+m}{m-1} < 0 \\ x_1 = 0 \Rightarrow m = -3 \Rightarrow x_2 = -\dfrac{5}{6} < x_1 \ (VL) \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12m^2 + 24m - 136 < 0 \\ m \in (-3;1) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \in (-3;1) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \text{Có } 3 \text{ giá trị m nguyên khác } 1$$

Vậy, tồn tại 4 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có đúng 3 điểm cực trị.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị là

A. $\dfrac{5}{4} \le m \le 2$. **B.** $-\dfrac{5}{4} < m < 2$. **C.** $-2 < m < \dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{4} < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Nhận thấy rằng nếu x_0 là điểm cực trị dương của hàm số $y = f(x)$ thì x_0 và $-x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$.

Lại thấy vì đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nhận trục Oy làm trục đối xứng mà $f(x)$ là hàm đa thức bậc ba nên $x = 0$ luôn là một điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$

Khi đó, để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$ có hai điểm cực trị dương phân biệt.

Suy ra phương trình $f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + 2 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 - 3(2-m) > 0 \\ \dfrac{2m-1}{3} > 0 \\ 2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ m > \dfrac{1}{2} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 cực trị là

A. $\dfrac{5}{4} \le m \le 2$. **B.** $-\dfrac{5}{4} < m < 2$. **C.** $-2 < m < \dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{5}{4} < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có $f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + (2-m)$

◆ Điều kiện để hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có 5 cực trị là $y=f\left(x\right)$ có 2 cực trị dương hay phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

◆ Do đó ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4m^2-m-5>0\\ 2m-1>0\\ 2-m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>\dfrac{5}{4}\end{array}\right.\\ m<2\\ m>\dfrac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4}<m<2$

Câu 5: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị

A. 26. **B.** 16. **C.** 27. **D.** 44.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có đạo hàm của $\left(|f(x)|\right)'=\left(\sqrt{f^2(x)}\right)'=\dfrac{2f(x).f'(x)}{2\sqrt{f^2(x)}}=\dfrac{f(x).f'(x)}{|f(x)|}$, suy ra

Đạo hàm $y'=\dfrac{(12x^3-12x^2-24x)(3x^4-4x^3-12x^2+m)}{\left|3x^4-4x^3-12x^2+m\right|}$

Xét phương trình $(12x^3-12x^2-24x)(3x^4-4x^3-12x^2+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}12x^3-12x^2-24x=0\\ 3x^4-4x^3-12x^2+m=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=2\\ 3x^4-4x^3-12x^2=-m \quad (*)\end{array}\right.$

Xét hàm số $g(x)=3x^4-4x^3-12x^2$ trên $\mathbb{R}$ ta có $g'(x)=12x^3-12x^2-24x$ và $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	0	↘	-32	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi tổng số nghiệm bội lẻ của $y'=0$ và số điểm tới hạn của y' là 5, do đó ta cần có các trường hợp sau

TH1: Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác $-1;0;2$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-m>0\\-32<-m<-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<0\\5<m<32\end{array}\right.$, trường hợp này có 26 số nguyên dương.

TH2: Phương trình (*) có 3 nghiệm trong đó có một nghiệm kép trùng với một trong các nghiệm $-1;0;2$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-m=0\\-m=-5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=5\end{array}\right.$, trường hợp này có một số nguyên dương.

Vậy có tất cả là 27 số nguyên dương thỏa mãn bài toán.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m^2\right|$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$y=3x^4-4x^3-12x^2+m^2\Rightarrow y'=12x^3-12x^2-24x$

Ta có: $y'=12x^3-12x^2-24x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-5+m^2$	$\nearrow$	m^2	$\searrow$	$-32+m^2$	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m^2\right|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2<0\\5<m^2<32\end{array}\right.\Leftrightarrow\sqrt{5}<|m|<\sqrt{32}$

$m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-3;-4;-5;3;4;5\}$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Đặt $g(x)=\left|m+f\left(x+1\right)\right|$ (với m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=g(x)$ có đúng 3 điểm cực trị

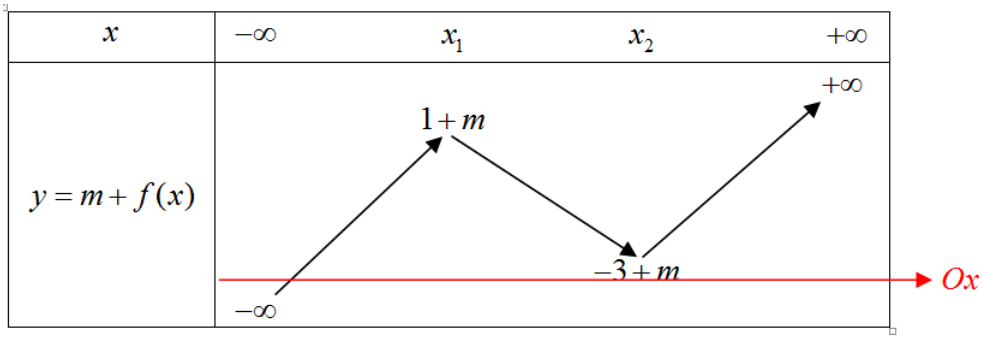
A. $\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>3\end{array}\right.$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\le-1\\m\ge3\end{array}\right.$. **D.** $-1\le m\le3$.

Lời giải

Chọn C

☞**Nhận xét:** Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|m+f\left(x+1\right)\right|$ bằng số điểm cực trị của hàm số $h(x)=\left|m+f\left(x\right)\right|$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=m+f(x)$ như sau:



Suy ra hàm số $h(x)=\left|m+f\left(x\right)\right|$ có đúng 3 điểm cực trị khi $\left[\begin{array}{l}-3+m\geq 0\\1+m\leq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 3\\m\leq -1\end{array}\right.$.

Câu 8: Cho hàm số $f\left(x\right)=\left|x^3-3x^2+m\right|$ với $m\in\left[-4;4\right]$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f\left(x\right)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

$g\left(x\right)=x^3-3x^2+m$

Ta có $g'\left(x\right)=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Vậy hàm số $g\left(x\right)=x^3-3x^2+m$ có hai cực trị. Do đó, để hàm đã cho có 3 cực trị thì phương trình $g\left(x\right)=x^3-3x^2+m=0$ có nghiệm duy nhất 1 nghiệm đơn.

Ta có

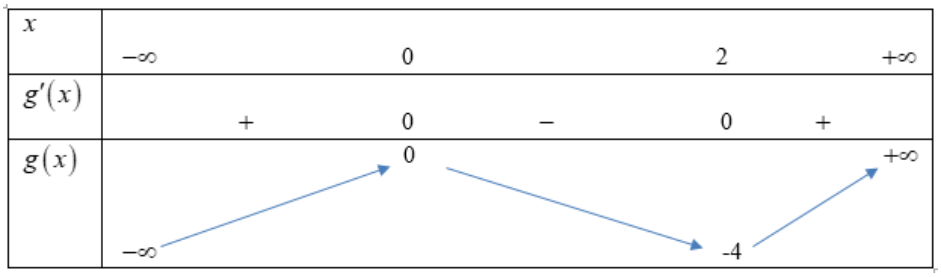
$g\left(x\right)=x^3-3x^2+m=0$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2=-m$

Xét hàm số $g\left(x\right)=x^3-3x^2$,

$g'\left(x\right)=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Ta có Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $x^3-3x^2=-m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 0 \\ m\leq -4 \end{array}\right.$

Mà $m\in[-4;4]$. Suy ra $m\in\{-4;0;1;2;3;4\}$

Vậy có 6 giá trị của m.

Câu 9: Cho hàm số $y=\left|x^4-4x^3+4x^2+m\right|$ (m là tham số). Khi m thay đổi thì số điểm cực trị của hàm số có thể là a hoặc b hoặc c. Tính tích abc.

A. 120. **B.** 105. **C.** 60. **D.** 15.

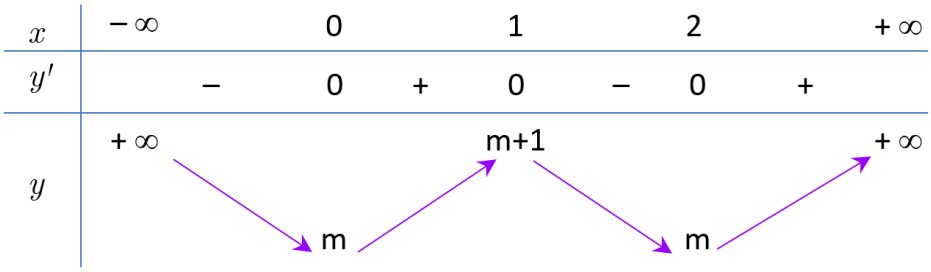
Lời giải

Chọn B

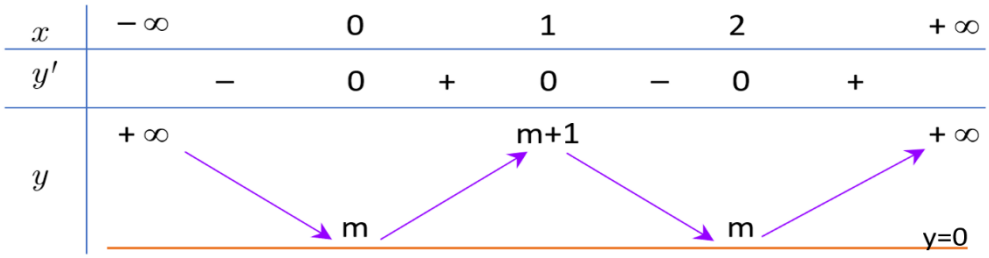
Gọi $g(x)=x^4-4x^3+4x^2+m$.

Ta có: $g'(x)=4x^3-12x^2+8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$

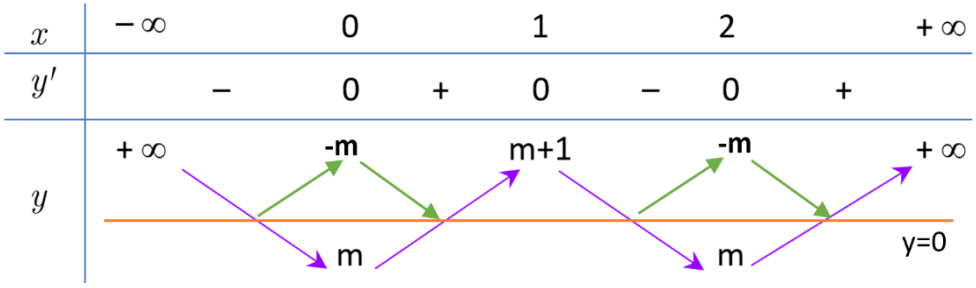


Trường hợp 1: $m\geq 0$.



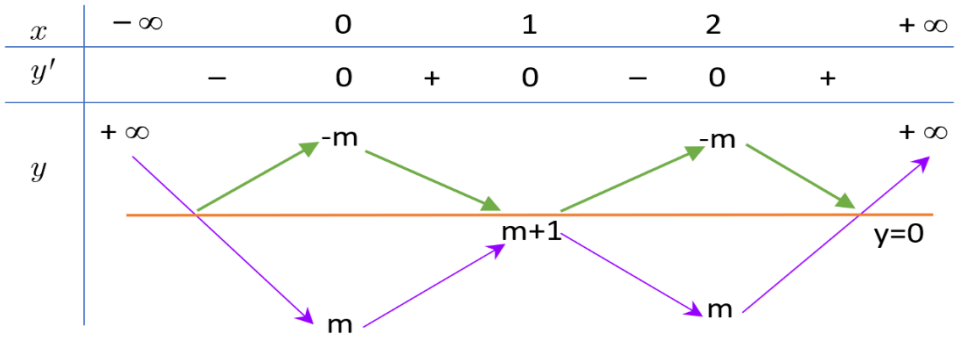
Hàm số $y=\left|x^4-4x^3+4x^2+m\right|$ có 3 điểm cực trị, suy ra $a=3$.

Trường hợp 2: $-1<m<0$.



Hàm số $y=\left|x^4-4x^3+4x^2+m\right|$ có 7 điểm cực trị, suy ra $b=7$.

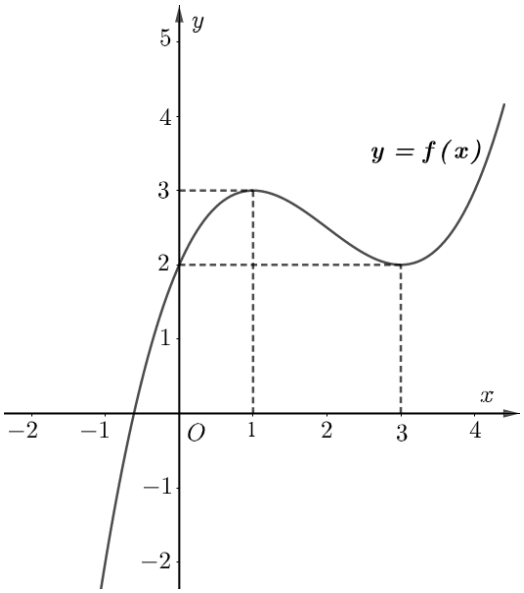
Trường hợp 3: $m\leq -1$.



Hàm số $y=\left|x^4-4x^3+4x^2+m\right|$ có 5 điểm cực trị, suy ra $c=5$.

Vậy tích $abc=105$.

Câu 10: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-200;200]$ để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+8f(x)-m\right|$ có đúng 3 điểm cực trị.



A. 186. **B.** 184. **C.** 185. **D.** 187.

Lời giải

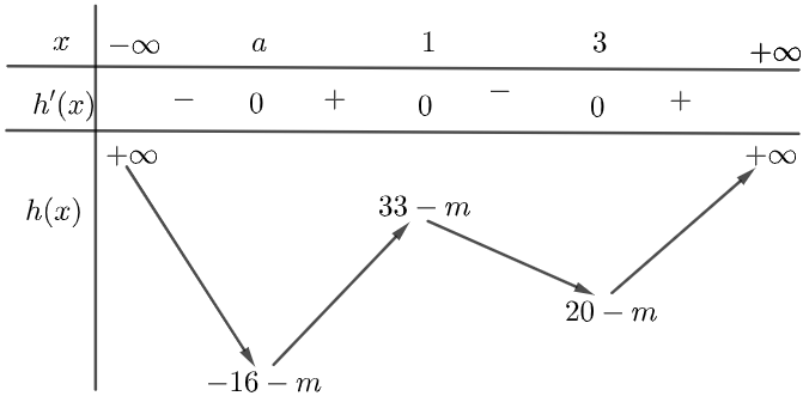
Chọn C

Xét $h(x)=f^2(x)+8f(x)-m$.

$h'(x)=2f(x).f'(x)+8f'(x)=2f'(x)\left(f(x)+4\right)$.

$$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\\x=a<0\end{array}\right..$$

Bảng biến thiên



Từ BBT, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -16-m\ge 0\Leftrightarrow m\le -16$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-200;200]$ nên $m\in\{-200,-199,....,-16\}$.

Suy ra có tất cả 185 số thỏa yêu cầu.

Câu 11: Gọi tập X là tập hợp tất cả các số nguyên $m\in[-2021;2021]$ sao cho đồ thị của hàm số $y=\left|x^3-(2m+1)x^2+mx+m\right|$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng các phần tử của tập X.

A. 0. **B.** −1. **C.** 4036. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x)=x^3-(2m+1)x^2+mx+m$.

Ta có $y=|f(x)|$, $y'=\dfrac{f(x).f'(x)}{|f(x)|}$ ($f(x)$ là đa thức bậc 3; $f'(x)$ là đa thức bậc 2).

Suy ra hàm số $y=|f(x)|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow f(x)$ có 3 nghiệm phân biệt và $f'(x)$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2mx-m)=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2-2mx-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=m^2+m>0\\ 1-2m-m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>0\end{array}\right.\\ m\ne\dfrac{1}{3}\end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện m nguyên và $m\in[-2021;2021]$ ta được

$m\in\{-2021;-2020;....;-3;-2;1;2;...;2021\}=X$.

Tổng các phần tử của X bằng 1.

Câu 12: Cho hàm số $y=\left|x^4+2mx^3+(3-3m)x^2-2mx+3m-4\right|$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để đồ thị hàm số đã cho có 7 điểm cực trị?

A. 15. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=x^4+2mx^3+(3-3m)x^2-2mx+3m-4$.

Ta thấy $f(x)=x^4+2mx^3+(3-3m)x^2-2mx+3m-4=(x+1)(x-1)(x^2+2mx+4-3m)$.

Để đồ thị hàm số $y=\left|x^4+2mx^3+(3-3m)x^2-2mx+3m-4\right|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 3 cực trị và cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Vì hàm số $y=f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên chỉ cần điều kiện phương trình $f(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Khi đó phương trình $x^2+2mx+4-3m=0$ có 2 nghiệm x phân biệt khác 1 và -1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\5-m\neq 0\\5-5m\neq 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+3m-4>0\\m\neq 5\\m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<-4\\m>1\end{array}\right.\\m\neq 5\\m\neq 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\m=[-10;10]\setminus\{-4;-3;-2;-1;0;1;5\}\end{cases}.$$

Vậy có 14 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x^2+2mx+m+1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m>-10$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $g(x)=f(|x|)$ là hàm số chẵn nên $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi $f(x)$ có đúng 2 điểm cực trị dương, hay phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2(x-1)(x^2+2mx+m+1)=0$ có đúng 2 nghiệm bội lẻ dương.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x^2+2mx+m+1=0\quad(*)\end{array}\right.$

Xét các trường hợp

+ Trường hợp $(*)$ có 1 nghiệm dương khác 1 và 1 nghiệm bằng 0, hay $\begin{cases}m+1=0\\-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow m=-1$.

+ Trường hợp $(*)$ có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm dương khác 1, hay

$$\begin{cases}1+2m+m+1\neq 0\\m+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq-\dfrac{2}{3}\\m<-1\end{cases}\Leftrightarrow m<-1.$$

Vậy với $m\le -1$ thì $g(x)$ có 5 điểm cực trị.

Vì $m>-10$ nên $m\in\{-9;-8;...;-1\}$, có 9 giá trị.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)=\left|x^2-4x+3\right|+mx$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x)$ có đúng ba điểm cực trị.

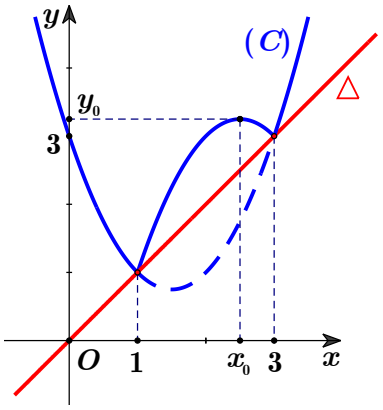
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y = f(x) = \left|x^2 - 4x + 3\right| + mx = \begin{cases} x^2 + (m-4)x + 3 \ , x \in (-\infty;1] \cup [3;+\infty) \\ -x^2 + (m+4)x - 3 \ , \ x \in (1;3) \end{cases}$

Ta có đồ thị, đường thẳng $\Delta : y = mx$, $x_0 = \dfrac{m+4}{2}$



Từ đồ thị ta có hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow 1 < \dfrac{m+4}{2} < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2 \Rightarrow m \in \{-1;0;1\}$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x) = \left|x^3 - 3x^2 + m\right|$ với $m \in [-4;4]$ là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

GVSB: Quách Đăng Thăng; GVPB: Hải Hạnh Trần

Chọn D

Xét hàm số $h(x) = x^3 - 3x^2 + m \Rightarrow h'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow h'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	m	↘	$m-4$	↗	$+\infty$

Ta có $f(x) = \left|h(x)\right|$ nên để hàm số $f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị thì hàm số $h(x)$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thoả mãn $h(x_1).h(x_2) \le 0$.

Từ bảng biến thiên suy ra $\left[\begin{array}{l} m-4\ge 0 \\ m\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 4 \\ m\le 0 \end{array}\right.$.

Mà $m\in[-4;4]$ và m là số nguyên nên $m\in\{-4;-3;-2;-1;0;4\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số $m\in[-4;4]$ thoả mãn hàm số $f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị.

Câu 16: Cho hàm số $f\ x\ = x^4-2mx^2+4-2m^2$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m\in\ -10;10$ để hàm số $y=\left|f\ x\ \right|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

TH1: (C) có một điểm cực trị và tung độ điểm cực trị nhỏ hơn 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m\le 0 \\ f(0)=4-2m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} m<-\sqrt{2} \\ m>\sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases}$$

$\Leftrightarrow m<-\sqrt{2}$

$\Rightarrow m\in\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2\}$

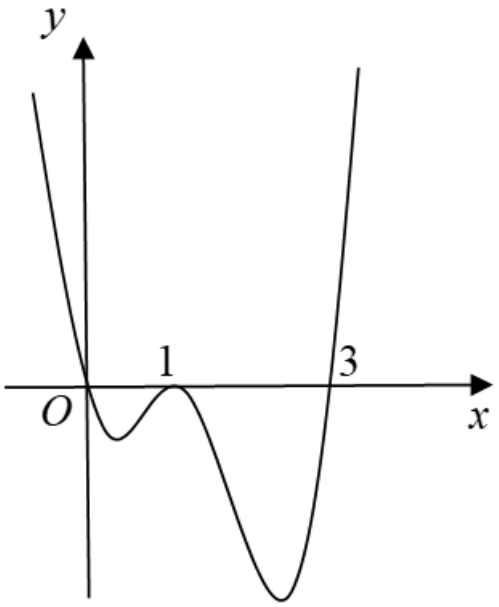
TH2: (C) có ba điểm cực trị và tung độ điểm cực tiểu lớn hơn 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m<0 \\ 4-3m^2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m\le \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$\Rightarrow m=1$

Vậy: có 9 giá trị m nguyên thỏa ycbt

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị của hàm số $g(x)=\left|f(x)\right|^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
B. 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.
C. 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
D. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x)=2|f(x)|'|f(x)|; g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=0.5 \\ x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		0.5		1		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Vậy của hàm số $g(x)=|f(x)|^2$ có 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-(2m+1)x^2+(3-m)x+2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m>3$. **B.** $m>-\frac{1}{2}$. **C.** $m\geq 3$. **D.** $-\frac{1}{2}<m\leq 3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=f'(x)=3x^2-2(2m+1)x+3-m$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-2(2m+1)x+3-m=0$ (1)

Để hàm số $y=f(|x|)$ có 3 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng 1 cực trị nằm bên phải trục tung $\Rightarrow (1)$ có 1 nghiệm dương $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $0=x_1<x_2$ hoặc

$x_1<0<x_2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3-m=0 \\ 2m+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\geq 3. \\ 3-m<0 \end{array}\right.$

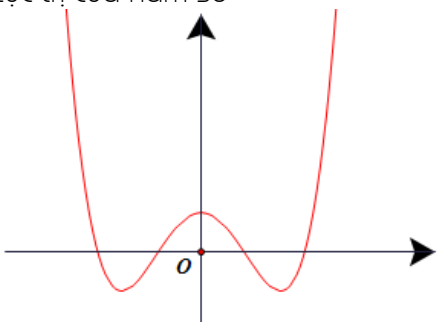
Câu 19: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=|x^4-4x^2+m+2020|$ có 7 điểm cực trị.

A. 2020. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

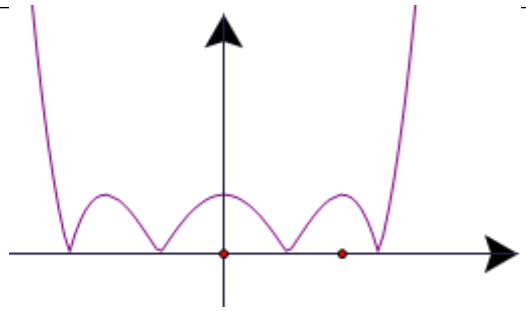
Lời giải

Chọn D

Nhận xét: Hàm số $y=|x^4-4x^2+m+2020|$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(x)=x^4-4x^2+m+2020$ có ba điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox.



Đồ thị $y = x^4 - 4x^2 + m + 2020$



Đồ thị $y = \left|x^4 - 4x^2 + m + 2020\right|$

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + m + 2020$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 8x = 4x\left(x^2 - 2\right)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2 - 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$m+2016$	↗	$m+2020$	↘	$m+2016$	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + m + 2020$ có ba điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 2020 > 0 \\ m + 2016 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2020 \\ m < -2016 \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu là: $\left[\begin{array}{l} m = -2019 \\ m = -2018 \\ m = -2017 \end{array}\right.$.

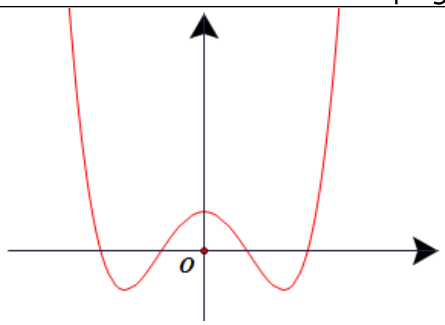
Câu 20: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m \in (-2021; 2021)$ để hàm số $y = \left|x^4 - 4x^2 + m + 2020\right|$ có 7 điểm cực trị.

A. 2020. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

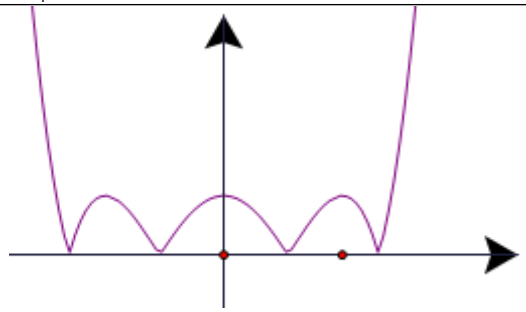
Lời giải

Chọn D

Nhận xét: Hàm số $y = \left|x^4 - 4x^2 + m + 2020\right|$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + m + 2020$ có ba điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox.



Đồ thị $y = x^4 - 4x^2 + m + 2020$



Đồ thị $y = \left|x^4 - 4x^2 + m + 2020\right|$

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + m + 2020$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$m+2016$	↗	$m+2020$	↘	$m+2016$	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + m + 2020$ có ba điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m + 2020 > 0 \\ m + 2016 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2020 \\ m < -2016 \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu là: $\left[\begin{array}{l} m = -2019 \\ m = -2018 \\ m = -2017 \end{array}\right.$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x) = \left|2x^4 - 8x^3 - 16x^2 + 1 - m\right|$ (m là tham số). Biết rằng khi m thay đổi thì số điểm cực trị của hàm số có thể là a hoặc b hoặc C. Giá trị $a + b + c$ bằng

A. 12. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

GVSB: Trần Xuân Thiện; GVPB: Nguyễn Minh Luận

Chọn C

Xét hàm số $g(x) = 2x^4 - 8x^3 - 16x^2 + 1 - m$

Ta có: $g'(x)=8x^3-24x^2-32x$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1.\\x=4\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		4		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-5-m$	$\nearrow$	$1-m$	$\searrow$	$-255-m$	$\nearrow$	$+\infty$

Trường hợp 1: $1-m\le 0\Leftrightarrow m\ge 1\Rightarrow f(x)=|g(x)|$ có 5 cực trị.

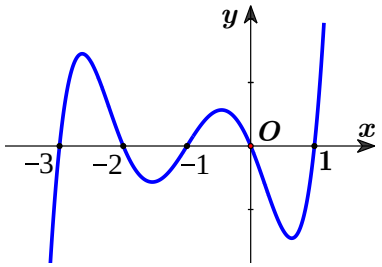
Trường hợp 2: $-5-m<0<1-m\Leftrightarrow -5<m<1\Rightarrow f(x)=|g(x)|$ có 7 cực trị.

Trường hợp 3: $-255-m<0\le -5-m\Leftrightarrow -255<m\le -5\Rightarrow f(x)=|g(x)|$ có 5 cực trị.

Trường hợp 4: $0\le -255-m\Leftrightarrow m\le -255\Rightarrow f(x)=|g(x)|$ có 3 cực trị.

Vậy $a+b+c=15$.

Câu 22: Cho hàm đa thức $y=\left[f\left(x^2+2x\right)\right]'$ có đồ thị như hình vẽ.



Tổng giá trị nguyên của $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=g(x)=f\left(|x-2|+m\right)$ có 5 điểm cực trị là

A. -52. **B.** 55. **C.** -55. **D.** 56.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left[f\left(x^2+2x\right)\right]'=(2x+2)f'\left(x^2+2x\right)=a(x+3)(x+2)(x+1)x(x-1)\ (a>0)$

$\Rightarrow f'\left(x^2+2x\right)=\frac{a}{2}(x+3)(x+2)x(x-1)=\frac{a}{2}\left(x^2+2x-3\right)\left(x^2+2x\right)$

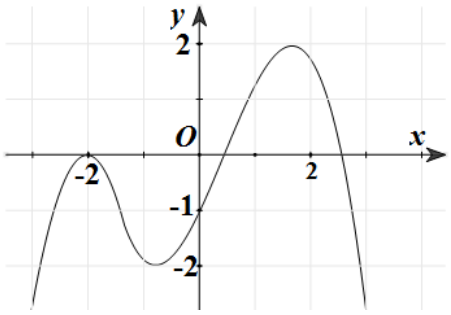
Đặt $t=x^2+2x\Rightarrow f'(t)=\frac{a}{2}(t-3)t$.

Ta có $g'(x)=\frac{x-2}{|x-2|}f'\left(|x-2|+m\right)=0$, $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\f'\left(|x-2|+m\right)=0\end{array}\right.$

Để hàm số $y=g(x)$ có 5 cực trị thì các phương trình $|x-2|+m=0$ và $|x-2|+m=3$ phải có 4 nghiệm phân biệt khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} -m>0 \\ 3-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m<3 \end{cases} \Leftrightarrow m<0$.

Suy ra $m\in\{-10;-9;...;-1\}$. Tổng giá trị m nguyên là -55.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10;\ 10]$ để hàm số $g(x)=|f(x)-m|$ có 3 điểm cực trị?



A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Số cực trị của hàm số $g(x)$ bằng tổng số cực trị của hàm $y=f(x)-m$ và số nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của phương trình $f(x)=m$.

Hàm số $y=f(x)-m$ có 3 điểm cực trị. Do đó hàm số $g(x)=|f(x)-m|$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x)=m$ vô nghiệm hoặc có nghiệm bội chẵn $\Leftrightarrow m\geq 2$.

Kết hợp điều kiện ta có $m\in\{2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$. Vậy có 9 giá trị của m.

DẠNG 1 Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng, đoạn

Phương pháp:

- **Bước 1**: Hàm số đã cho $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$.

  Tìm các điểm $x_1,x_2,...,x_n$ trên khoảng $(a;b)$, tại đó $f'(x)=0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
- **Bước 2**: Tính $f(a),f(x_1),f(x_2),...,f(x_n),f(b)$.
- **Bước 3**: Khi đó:

  $\max\limits_{[a,b]} f(x)=\max\{f(x_1),f(x_2),...,f(x_n),f(a),f(b)\}$.

  $\min\limits_{[a,b]} f(x)=\min\{f(x_1),f(x_2),...,f(x_n),f(a),f(b)\}$.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 20. **D.** 16.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x-3}{x+2}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng:

A. $f(0)$. **B.** $f(4)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(3)$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+48x$ trên đoạn $[-7;5]$ bằng

A. 127. **B.** 128. **C.** 115. **D.** 7.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\dfrac{8}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{15}{2}$. **C.** $\dfrac{65}{4}$. **D.** $6\sqrt[3]{2}$.

Câu 6: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+6x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $6\sqrt{2}-2$. **B.** $4\sqrt{2}-2$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+4$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\min\limits_{[0;2]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[0;2]} y=2$. **C.** $\min\limits_{[0;2]} y=1$. **D.** $\min\limits_{[0;2]} y=4$.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{4-3x}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ trên đoạn $[-2;5]$ bằng

A. -1. **B.** -7. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 10: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=13.$ **B.** $m=\dfrac{51}{2}.$ **C.** $m=\dfrac{49}{4}.$ **D.** $m=\dfrac{51}{4}.$

Câu 11: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x-3$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. $\dfrac{311}{27}.$ **B.** $-7.$ **C.** $-1.$ **D.** $5.$

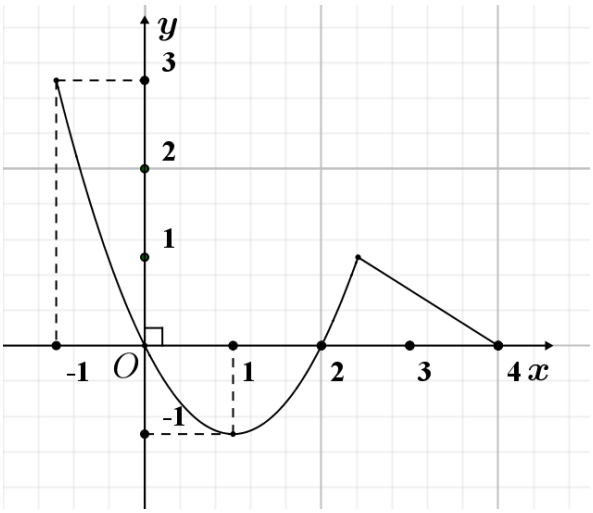
Câu 12: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $0.$ **B.** $-9.$ **C.** $\dfrac{-2}{3}.$ **D.** $-1.$

Câu 13: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$ trên đoạn $[0;1]$. Tổng $M+m$ bằng

A. $-2.$ **B.** $\dfrac{7}{2}.$ **C.** $-\dfrac{13}{2}.$ **D.** $-\dfrac{17}{3}.$

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;4]$. Giá trị $M+m$ bằng

A. $2.$ **B.** $0.$ **C.** $1.$ **D.** $5.$

Câu 15: Tìm giá trị nhỏ nhất của $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên $[0;2]$.

A. $-2.$ **B.** $0.$ **C.** $11.$ **D.** $3.$

Câu 16: Cho hàm số $y=x^3+5x+7$, giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-5;0]$ bằng bao nhiêu?

A. $7.$ **B.** $5.$ **C.** $80.$ **D.** $-143.$

Câu 17: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x$ trên $[1;2]$ bằng:

A. $0.$ **B.** $2.$ **C.** $\dfrac{14}{27}.$ **D.** $-7.$

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 4. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{5}{4}$. **D.** 3.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 5. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** 3. **D.** 10.

Câu 20: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=0$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$.

Câu 21: Gọi M và n lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+2$ trên $[0;2]$. Khi đó tổng $M+n$ bằng:

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 22: Gọi M,N là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên $[0;2]$. Khi đó $M+N$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 23: Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là m. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 5. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** 3. **D.** 10.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2$ trên đoạn $[-5;-1]$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -50.

Câu 26: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$ lần lượt là M và m. Giá trị của biểu thức $T=M^2-m^2$

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 27: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2+x-1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là:

A. $21;-\frac{136}{125}$. **B.** $21;-\frac{\sqrt{6}}{9}$. **C.** $19;-\frac{\sqrt{6}}{9}$. **D.** $21;-\frac{4\sqrt{6}}{9}$.

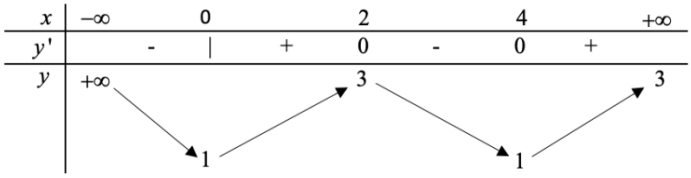
Câu 28: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Giả sử giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ lần lượt là M,m thì $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+x+4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình sau



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;5]$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 31: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $2m+4M$ bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 32: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+3$ trên $[0;3]$ là

A. 3. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 33: Biết rằng hàm số $f\ x\ =x^3-3x^2-9x+28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $0;4$ tại x_0.
Tính $P=x_0+2021$

A. 3. **B.** 2021. **C.** 2018. **D.** 2024.

Câu 34: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-8x$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=\dfrac{176}{27}$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=-8$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=-4$.

Câu 35: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+3$ trên đoạn $\left[-3;\dfrac{3}{2}\right]$. Tích $M.m$ bằng:

A. 5. **B.** $-\dfrac{225}{8}$. **C.** -75. **D.** $\dfrac{75}{8}$.

Câu 36: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=11$. **D.** $M=15$.

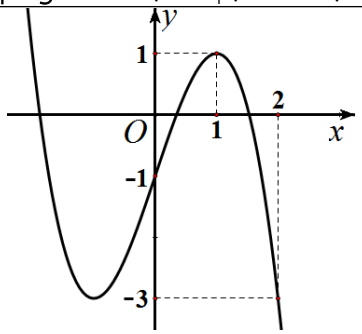
Câu 37: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-12x$ trên đoạn $[0;3]$. Giá trị $M-m$ bằng

A. 32. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 64.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{3x-1}{x+1}$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$. Khi đó $M+2m$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)=-x^3+3x-1$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$ là bao nhiêu?



A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 40: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x+1$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. 5. **B.** 37. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 41: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 42: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. -4. **B.** 50. **C.** -2. **D.** 45.

Câu 43: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-10x^2-2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -2. **B.** -11. **C.** -26. **D.** -27.

Câu 44: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ trên đoạn $[-3;1]$. Tổng $M+m$ bằng

A. 0. **B.** 52. **C.** -3. **D.** 54.

Câu 45: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2$ trên đoạn $[-5;-1]$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -50.

Câu 46: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$ lần lượt là M và m. Giá trị của biểu thức $T=M^2-m^2$

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 47: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của m là

A. $m=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=\dfrac{2}{3}$.

Câu 48: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{x+2}$ trên đoạn $[-1;34]$. Tổng $S=3m+M$ bằng.

A. $S=\dfrac{13}{2}$. **B.** $S=\dfrac{25}{2}$. **C.** $S=\dfrac{63}{2}$. **D.** $S=\dfrac{11}{2}$.

Câu 49: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+2x^2-1$ trên $[-1;1]$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 50: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x-3$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. $\frac{311}{27}$. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 5.

Câu 51: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+4$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 52: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-5x^2+3x+2$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M+m$ bằng

A. $-\frac{122}{27}$. **B.** -2. **C.** $-\frac{41}{27}$. **D.** -4.

Câu 53: Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2-4x}{2x+1}$ trên đoạn $[0;3]$.

A. $\min\limits_{[0;3]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y=-\frac{7}{3}$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y=-4$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y=-1$.

Câu 54: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+5$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. -1. **B.** -17. **C.** -22. **D.** 3.

Câu 55: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-8x$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=\frac{176}{27}$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=-8$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=-4$.

Câu 56: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+3$ trên đoạn $\left[-3;\frac{3}{2}\right]$. Tích $M.m$ bằng:

A. 5. **B.** $-\frac{225}{8}$. **C.** -75. **D.** $\frac{75}{8}$.

Câu 57: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=11$. **D.** $M=15$.

Câu 58: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-12x$ trên đoạn $[0;3]$. Giá trị $M-m$ bằng

A. 32. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 64.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 20. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3x^2-3 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-1;3] \\ x=-1\in[-1;3] \end{array}\right.$.

Do $f(-1)=4$; $f(1)=0$; $f(3)=20$ nên $\underset{[-1;3].}{max} f(x)=20 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 2: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x-3}{x+2}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng:

A. $f(0)$. **B.** $f(4)$. **C.** $f(2)$. **D.** $f(3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0$, $\forall x\in[0;4]$ nên hàm số đồng biến trên $[0;4]$

Do đó $\min\limits_{x\in[0;4]} f(x)=f(0)$.

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+48x$ trên đoạn $[-7;5]$ bằng

A. 127. **B.** 128. **C.** 115. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=-3x^2+48$

$\Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow -x^3+48x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \\ x=-4 \end{array}\right.$

$\Rightarrow f(0)=0$, $f(-4)=-128$, $f(4)=128$, $f(5)=115$, $f(-7)=7$

$\Rightarrow \max\limits_{[-7;5]} f(x)=128$.

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Có $f'(x)=3x^2-3$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1\notin(-2;1) \end{array}\right.$.

Ta có: $f(-1)=-2$; $f(-1)=2$; $f(1)=-2$.

Nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ bằng -2, đạt được tại $x=1$ hoặc $x=-1$.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\frac{8}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 8. **B.** $\frac{15}{2}$. **C.** $\frac{65}{4}$. **D.** $6\sqrt[3]{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=f(x)=x^2+\frac{8}{x}$ $y'=2x-\frac{8}{x^2}=\frac{2x^3-8}{x^2}$. Có $y'=0\Leftrightarrow x^3=4\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{4}$.

Có $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{65}{4}$, $f(2)=8$, $f\left(\sqrt[3]{4}\right)=6\sqrt[3]{2}$. Vậy $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x)=6\sqrt[3]{2}$.

Câu 6: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^3+6x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $6\sqrt{2}-2$. **B.** $4\sqrt{2}-2$. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=-3x^2+6$. Cho $f'(x)=0\Rightarrow -3x^2+6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{2}\in(0;2) \\ x=-\sqrt{2}\notin(0;2)\end{array}\right.$.

Khi đó $f(0)=-2$, $f\left(\sqrt{2}\right)=-2+4\sqrt{2}$ và $f(2)=2$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} y=f\left(\sqrt{2}\right)=4\sqrt{2}-2$.

Câu 7: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+4$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\min\limits_{[0;2]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[0;2]} y=2$. **C.** $\min\limits_{[0;2]} y=1$. **D.** $\min\limits_{[0;2]} y=4$.

Lời giải

Chọn B

$y'=3x^2-3=3\left(x^2-1\right)$; $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

$y(0)=4$, $y(1)=2$, $y(2)=6$. Vậy $\min\limits_{[0;2]} y=2$.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{4-3x}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\left(-\infty;\frac{4}{3}\right]$

Ta có $y'=\frac{-3}{2\sqrt{4-3x}}<0$, $\forall x<\frac{4}{3}$

$\Rightarrow$ Trên đoạn $[0;1]$ hàm số $y=\sqrt{4-3x}$ nghịch biến

$\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} y=y(1)=1$.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ trên đoạn $[-2;5]$ bằng

A. -1. **B.** -7. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3+4x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \quad (n) \\ x=-1 \ (n) \\ x=1 \quad (n) \end{array}\right.$.

Khi đó $y(-2)=-5$, $y(-1)=y(1)=2$, $y(0)=1$ và $y(5)=-574$.

Vậy $\max\limits_{[-2;5]} y=y(1)=y(-1)=2$.

Câu 10: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=13$. **B.** $m=\dfrac{51}{2}$. **C.** $m=\dfrac{49}{4}$. **D.** $m=\dfrac{51}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số liên tục trên $[-2;3]$.

$y'=4x^3-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$

+) $y(0)=13$

+) $y\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{51}{4}$

+) $y(-2)=25$

+) $y(3)=85$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $m=\dfrac{51}{4}$..

Câu 11: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+2x^2-7x-3$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. $\dfrac{311}{27}$. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2+4x-7$.

Giải $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[-1;2] \\ x=-\dfrac{7}{3}\notin[-1;2] \end{array}\right.$.

Tính $y(1)=-7$, $y(2)=-1$, $y(-1)=5$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;2]} y=y(-1)=5$.

Câu 12: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 0. **B.** -9. **C.** $\dfrac{-2}{3}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $y=\dfrac{x^2-3x}{x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{(2x-3)(x+1)-(x^2-3x)}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2]\\x=-3\notin[0;2]\end{array}\right.$.

Ta có $\begin{cases}y(0)=0\\y(2)=-\dfrac{2}{3}\\y(1)=-1\end{cases}\Rightarrow\min\limits_{[0;2]}y=y(1)=-1$

Câu 13: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$ trên đoạn $[0;1]$. Tổng $M+m$ bằng

A. -2. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $-\dfrac{13}{2}$. **D.** $-\dfrac{17}{3}$.

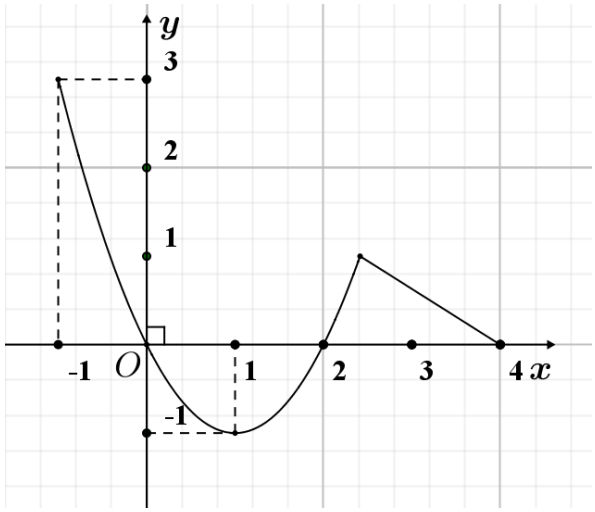
Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=-\dfrac{7}{(x-2)^2}<0$ trên $[0;1]$.

Vậy $M=y(0)=-\dfrac{3}{2},m=y(1)=-5\Rightarrow M+m=-\dfrac{3}{2}-5=-\dfrac{13}{2}$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;4]$. Giá trị $M+m$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ suy ra $M=3; m=-1$.

Vậy $M+m=3+(-1)=2$.

Câu 15: Tìm giá trị nhỏ nhất của $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên $[0;2]$.

A. -2. **B.** 0. **C.** 11. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-14x+11=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{11}{3} \end{array}\right.$

$f(0)=-2$; $f(1)=3$; $f(2)=0$.

Vậy $\min\limits_{[0;2]} f(x)=-2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=x^3+5x+7$, giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-5;0]$ bằng bao nhiêu?

A. 7. **B.** 5. **C.** 80. **D.** -143.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên $[-5;0]$.

$y'=3x^2+5$.

$y'>0, \forall x \in [-5;0] \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $[-5;0]$.

Vậy $\max\limits_{[-5;0]} y=y(0)=7$.

Câu 17: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x$ trên $[1;2]$ bằng:

A. 0. **B.** 2. **C.** $\dfrac{14}{27}$. **D.** -7.

Lời giải

Chọn A

$y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \in [1;2] \\ x=-1 \notin [1;2] \end{array}\right.$

$y(1)=-2$

$y(2)=2$

$\max\limits_{[1;2]} y=2$

$\min\limits_{[1;2]} y=-2$

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x$ trên $[1;2]$ bằng 0.

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{-x+3}{x-2}$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 4. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** $-\dfrac{5}{4}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

◆ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

◆ Ta có : $y'=\dfrac{-1}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq 2$.

$\Rightarrow$Hàm số đã cho nghịch biến trên trên đoạn $[-2;0]$.

Do đó: $\max\limits_{[-2;0]} y=y(-2)=\dfrac{-(-2)+3}{-2-2}=-\dfrac{5}{4}$.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{17}{4}$. **C.** 3. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow 2x-\dfrac{2}{x^2}=0\Leftrightarrow x=1\in\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Suy ra: $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{17}{4}$, $f(1)=3$, $f(2)=5$

Vậy $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y=f(2)=5$.

Câu 20: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=0$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=3$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$.

Lời giải

Chọn D

◆ Hàm số đã cho liên tục trên tập số thực, và $y'=3x^2-3$, suy ra $y=0\Leftrightarrow x=\pm 1\notin[2;4]$.

◆ Ta có $y(2)=7$ và $y(4)=57$ nên $\min\limits_{[2;4]} y=7$.

Câu 21: Gọi M và n lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+2$ trên $[0;2]$. Khi đó tổng $M+n$ bằng:

A. 6. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Cách 1.

◆ Ta có: $y'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2]\\x=-1\notin[0;2]\end{array}\right.$

◆ $y(0)=2; y(1)=0; y(2)=4\Rightarrow M=4, n=0$

◆ Khi đó $M+n=4+0=4$

Cách 2. Dùng máy tính tính giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

Câu 22: Gọi M,N là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên $[0;2]$. Khi đó $M+N$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in [0;2] \\ x = -1 \notin [0;2] \end{array}\right.$.

◆ $y(0) = 1; y(2) = 3; y(1) = -1$.

◆ $\max\limits_{[0;2]} f(x) = M = 3; \min\limits_{[0;2]} f(x) = N = -1$.

◆ Vậy $M + N = 2$.

Câu 23: Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là m. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m = \dfrac{1}{2}$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có: TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$y' = \dfrac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

◆ Và $y(0) = -1; y(3) = \dfrac{1}{2}$.

◆ Vậy $\min\limits_{x \in [0;3]} y = -1 = m$.

Câu 24: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$ bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{17}{4}$. **C.** 3. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 2x - \dfrac{2}{x^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 2x - \dfrac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in \left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Suy ra: $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{17}{4}$, $f(1) = 3$, $f(2) = 5$

Vậy $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y = f(2) = 5$.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-5;-1]$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -50.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin [-5;-1] \\ x = -2 \in [-5;-1] \end{array}\right.$

$y(-5) = -50; y(-2) = 4; y(-1) = 2;$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-5;-1]$ là -50

Câu 26: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$ lần lượt là M và m. Giá trị của biểu thức $T = M^2 - m^2$

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = [-2;\ 2]$

$y' = 1 - \dfrac{x}{\sqrt{4 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

$f(2) = 2;\ f(-2) = -2;\ f\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2}$

$M = \max\limits_{[-2;2]} f(x) = f\left(\sqrt{2}\right) = 2\sqrt{2},\ m = \min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2) = -2$

$T = M^2 - m^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 - (-2)^2 = 4$

Câu 27: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + x - 1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là:

A. $21; -\dfrac{136}{125}$. **B.** $21; -\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. **C.** $19; -\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. **D.** $21; -\dfrac{4\sqrt{6}}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Trên đoạn $[-1;2]$

Ta có $y' = 3x^2 + 6x + 1$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-3 - \sqrt{6}}{3} \notin [-1;2] \\ x = \dfrac{-3 + \sqrt{6}}{3} \in [-1;2] \end{array}\right.$

$y(-1) = 0;\ y\left(\dfrac{-3 + \sqrt{6}}{3}\right) = -\dfrac{4\sqrt{6}}{9};\ y(2) = 21$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} y = y(2) = 21;\ \min\limits_{[-1;2]} y = y\left(\dfrac{-3 + \sqrt{6}}{3}\right) = -\dfrac{4\sqrt{6}}{9}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Giả sử giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ lần lượt là M, m thì $M - m$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=x^3-3x^2+2\Rightarrow y'=3x^2-6x$

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow 3x(x-2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

$f(-1)=-2;\ f(0)=2;\ f(2)=-2;\ f(3)=2$.

Vậy $M=2; m=-2\Rightarrow M-m=4$.

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên trên tập $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ nên xác định và liên tục trên $[-3;-1]$.

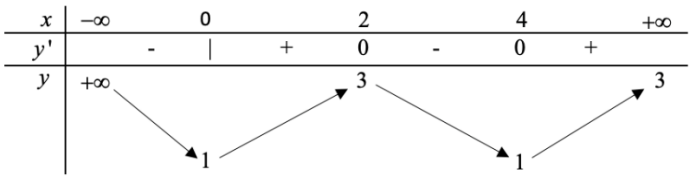
Ta có $y'=\dfrac{x^2-4}{x^2}, \forall x\neq 0$.

$y'=0\Leftrightarrow \dfrac{x^2-4}{x^2}=0.\Leftrightarrow \begin{cases}x^2-4=0\\x\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\notin[-3;-1]\\x=-2\in[-3;-1]\end{array}\right.$.

Mà $y(-3)=\dfrac{-10}{3}; y(-1)=-4; y(-2)=-3$.

Vậy $\min\limits_{[-3;-1]} y=y(-1)=-4$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình sau



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;5]$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào BBT, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;5]$ bằng 3.

Câu 31: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $2m+4M$ bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=\dfrac{5}{(x+2)^2}>0,\forall x\neq -2$ nên hàm số đồng biến $[0;2]$.

$m=\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(0)=-\dfrac{1}{2}; M=\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{3}{4}$.

Vậy $2m+4M=2$.

Câu 32: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+3$ trên $[0;3]$ là

A. 3. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

◆ Hàm số $y=x^3-3x^2+3$ xác định và liên tục trên $[0;3]$.

$y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$, $y(0)=3$, $y(2)=-1$, $y(3)=3$.

◆ Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;3]$ là 3.

Câu 33: Biết rằng hàm số $f\ x\ =x^3-3x^2-9x+28$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $0;4$ tại x_0.

Tính $P=x_0+2021$

A. 3. **B.** 2021. **C.** 2018. **D.** 2024.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'\ x\ =3x^2-6x-9\longrightarrow f'\ x\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin 0;4\\x=3\in 0;4\end{array}\right.$.

$\begin{cases}f\ 0\ =28\\f\ 3\ =1\\f\ 4\ =8\end{cases}\longrightarrow\min\limits_{0;4} f\ x\ =1$ khi $x=3=x_0\longrightarrow P=2024.$

Câu 34: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-8x$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=\dfrac{176}{27}$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=-8$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=-4$.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-2x-8$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-2x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\ \text{(nhan)}\\x=-\dfrac{4}{3}\ \text{(loai)}\end{array}\right.$.

$y(1)=-8$, $y(2)=-12$, $y(3)=-6$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y=y(3)=-6$.

Câu 35: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+3$ trên đoạn $\left[-3;\dfrac{3}{2}\right]$. Tích $M.m$ bằng:

A. 5. **B.** $-\dfrac{225}{8}$. **C.** -75. **D.** $\dfrac{75}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\left(-3;\frac{3}{2}\right)\\x=-1\in\left(-3;\frac{3}{2}\right)\end{array}\right.$

$f(-3)=-15; f(-1)=5; f(1)=1; f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{15}{8}$.

Suy ra: $M=\underset{\left[-3;\frac{3}{2}\right]}{Max}f(x)=f(-1)=5, m=\underset{\left[-3;\frac{3}{2}\right]}{Min}f(x)=f(-3)=-15$

Do đó: $M.m=-75$.

Câu 36: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=11$. **D.** $M=15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=6x^2+6x-12=6\left(x^2+x-2\right)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-1;2]\\x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$

Ngoài ra $y(-1)=15; y(1)=-5; y(2)=6$ nên $M=15$.

Câu 37: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-12x$ trên đoạn $[0;3]$. Giá trị $M-m$ bằng

A. 32. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 64.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f(x)=x^3-12x\Rightarrow f'(x)=3x^2-12$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\in[0;3]\\x=-2\notin[0;3]\end{array}\right.$.

Ta có: $f(0)=0; f(2)=-16; f(3)=-9$.

Khi đó: $M=0; m=-16$. Vậy: $M-m=0-(-16)=16$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$. Khi đó $M+2m$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x)=\frac{3x-1}{x+1}$.

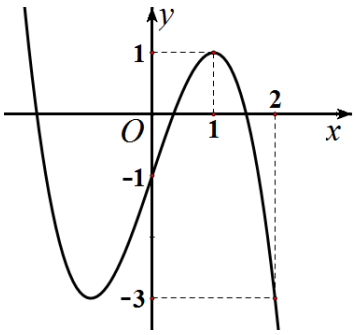
TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$; Hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$.

$f'(x)=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1;$

$f(0)=-1;\ f(2)=\dfrac{5}{3}$. Khi đó $M=\dfrac{5}{3};\ m=-1$.

Suy ra $M+2m=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)=-x^3+3x-1$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$ là bao nhiêu?



A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3+3x-1$ ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là -3.

Câu 40: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3+3x+1$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. 5. **B.** 37. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=x^3+3x+1\Rightarrow f'(x)=3x^2+3>0, \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[1;3]$ do đó $\min\limits_{x\in[1;3]} f(x)=f(1)=5$

Câu 41: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+5$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=4x^3-8x$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

$y(-1)=2;\ y(0)=5;\ y(\sqrt{2})=1;\ y(2)=5$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là 5.

Câu 42: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. -4. **B.** 50. **C.** -2. **D.** 45.

Lời giải

Chọn A

Ta có trên đoạn $[1;5]$: $y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin [1;5] \\ x = 2 \in [1;5] \end{array}\right.$.

$y(1) = -2$; $y(2) = -4$; $y(5) = 50$.

Vậy $\min\limits_{[1;5]} y = y(2) = -4$.

Câu 43: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

A. -2. **B.** -11. **C.** -26. **D.** -27.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;9]$.

Ta có

$f'(x) = 4x^3 - 20x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 20x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [0;9] \\ x = \sqrt{5} \in [0;9] \\ x = -\sqrt{5} \notin [0;9] \end{array}\right.$

$f(0) = -2$; $f\left(\sqrt{5}\right) = -27$; $f(9) = 5749$.

So sánh 3 giá trị trên và kết luận $\min\limits_{x\in[0;9]} f(x) = -27$.

Câu 44: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-3;1]$. Tổng $M + m$ bằng

A. 0. **B.** 52. **C.** -3. **D.** 54.

Lời giải

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-3;1] \\ x = 2 \notin [-3;1] \end{array}\right.$.

Khi đó: $y(-3) = 53$, $y(0) = -1$, $y(1) = 1$.

Suy ra $M = \underset{[-3;1]}{Max}\, y = y(-3) = 53$, $m = \underset{[-3;1]}{Min}\, y = y(0) = -1$.

Vậy $M + m = 53 + (-1) = 52$.

Câu 45: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-5;-1]$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -50.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin [-5;-1] \\ x = -2 \in [-5;-1] \end{array}\right.$

$y(-5)=-50; y(-2)=4; y(-1)=2;$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2$ trên đoạn $[-5;-1]$ là -50

Câu 46: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$ lần lượt là M và m. Giá trị của biểu thức $T=M^2-m^2$

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=[-2;\ 2]$

$$y'=1-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}=0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2}-x=0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2}=x \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ 4-x^2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=\sqrt{2}\ .$$

$f(2)=2;\ f(-2)=-2;\ f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$

$M=\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$, $m=\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)=-2$

$T=M^2-m^2=\left(2\sqrt{2}\right)^2-(-2)^2=4$

Câu 47: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của m là

A. $m=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\dfrac{3x+1}{x-2} \Rightarrow y'=\dfrac{-7}{(x-2)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Do đó: $m=\min\limits_{[-1;1]} y=y(1)=-4$.

Câu 48: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{x+2}$ trên đoạn $[-1;34]$. Tổng $S=3m+M$ bằng.

A. $S=\dfrac{13}{2}$. **B.** $S=\dfrac{25}{2}$. **C.** $S=\dfrac{63}{2}$. **D.** $S=\dfrac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x+2}}=\dfrac{\sqrt{x+2}-1}{2\sqrt{x+2}}$.

$y'=0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2}=1 \Leftrightarrow x=-1$. $f(-1)=-\dfrac{3}{2};\ f(34)=11$.

$m=-\dfrac{3}{2}; M=11$. $S=3\left(-\dfrac{3}{2}\right)+11=\dfrac{-9}{2}+11=\dfrac{13}{2}$.

Câu 49: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+2x^2-1$ trên $[-1;1]$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2 + 1\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Khi đó $f(0) = -1$, $f(1) = 2$, $f(-1) = 2$

Vậy $\min\limits_{[-1;1]} y = \min\left\{f(0), f(1), f(-1)\right\} = -1$

Câu 50: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x - 3$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. $\frac{311}{27}$. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 + 4x - 7 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\frac{7}{3} \end{array}\right.$ vì $x \in [-1;2] \Rightarrow x = 1$.

Khi đó $y(-1) = 5$; $y(1) = -7$ và $y(2) = -1$. Vậy $\max\limits_{[-1;2]} y = 5$.

Câu 51: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M + m$ bằng?

A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) = x^3 - 3x + 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \notin [0;2] \end{array}\right.$

$f(0) = 4$

$f(2) = 6 = \max\limits_{[0;2]} f(x) = M \Rightarrow M + m = 8$.

$f(1) = 2 = \min\limits_{[0;2]} f(x) = m$

Câu 52: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 2$ trên đoạn $[0;2]$. Tổng $M + m$ bằng

A. $-\frac{122}{27}$. **B.** -2. **C.** $-\frac{41}{27}$. **D.** -4.

Lời giải

Chọn C

Xét trên đoạn $[0;2]$

$y' = 3x^2 - 10x + 3; y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \notin (0;2) \\ x = \frac{1}{3} \in (0;2) \end{array}\right.$

$y(0) = 2$; $y(2) = -4$; $y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{67}{27}$

Vậy $M + n = \frac{67}{27} + (-4) = -\frac{41}{27}$.

Câu 53: Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-4x}{2x+1}$ trên đoạn $[0;3]$.

A. $\min\limits_{[0;3]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y=-\dfrac{7}{3}$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y=-4$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y=-1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{x^2-4x}{2x+1}$ liên tục trên đoạn $[0;3]$

$y'=\dfrac{2x^2+2x-4}{(2x+1)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;3]\\ x=-2\notin[0;3]\end{array}\right.$.

Có: $y(0)=0;\ y(1)=-1;\ y(3)=-\dfrac{3}{7};\ y(1)<y(3)<y(0)$ nên $\min\limits_{[0;3]} y=y(1)=-1$.

Câu 54: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+5$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. -1. **B.** -17. **C.** -22. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Với $x\in[-2;2]$, ta có: $y'=3x^2-6x-9$; $y'=0\Leftrightarrow x=-1$.

Ta có: $y(-2)=3; y(-1)=10; y(2)=-17$.

Do đó $\min\limits_{[-2;2]} y=-17$ tại $x=2$.

Câu 55: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-8x$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=\dfrac{176}{27}$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=-8$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=-4$.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-2x-8$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-2x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\ (\text{nhaän})\\ x=-\dfrac{4}{3}\ (\text{loaïi})\end{array}\right.$.

$y(1)=-8$, $y(2)=-12$, $y(3)=-6$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y=y(3)=-6$.

Câu 56: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+3$ trên đoạn $\left[-3;\dfrac{3}{2}\right]$. Tích $M.m$ bằng:

A. 5. **B.** $-\dfrac{225}{8}$. **C.** -75. **D.** $\dfrac{75}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\left(-3;\dfrac{3}{2}\right)\\x=-1\in\left(-3;\dfrac{3}{2}\right)\end{array}\right.$

$f(-3)=-15; f(-1)=5; f(1)=1; f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{15}{8}$.

Suy ra: $M=\underset{\left[-3;\frac{3}{2}\right]}{Max}f(x)=f(-1)=5, m=\underset{\left[-3;\frac{3}{2}\right]}{Min}f(x)=f(-3)=-15$

Do đó: $M.m=-75$.

Câu 57: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M=10$. **B.** $M=6$. **C.** $M=11$. **D.** $M=15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=6x^2+6x-12=6\left(x^2+x-2\right)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-1;2]\\x=-2\notin[-1;2]\end{array}\right.$

Ngoài ra $y(-1)=15; y(1)=-5; y(2)=6$ nên $M=15$.

Câu 58: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-12x$ trên đoạn $[0;3]$. Giá trị $M-m$ bằng

A. 32. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 64.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f(x)=x^3-12x\Rightarrow f'(x)=3x^2-12$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\in[0;3]\\x=-2\notin[0;3]\end{array}\right.$.

Ta có: $f(0)=0; f(2)=-16; f(3)=-9$.

Khi đó: $M=0; m=-16$. Vậy: $M-m=0-(-16)=16$.

DẠNG 2 Xác định min-max thông qua đồ thị, bảng biến thiên

Phương pháp:

- Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f'(x_i)=0, x_i \in [a;b]$. Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là $M=\max\{f(a), f(b), f(x_i)\}$

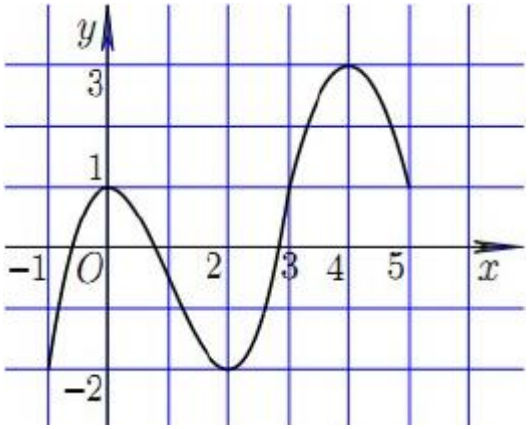
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f'(x_i)=0, x_i \in [a;b]$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $m=Min\{f(a), f(b), f(x_i)\}$

- Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$ thì $\underset{[a;b]}{Max}\, f(x)=f(b); \underset{[a;b]}{Min}\, f(x)=f(a)$
- Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a;b]$ thì $\underset{[a;b]}{Max}\, f(x)=f(a); \underset{[a;b]}{Min}\, f(x)=f(b)$

PHẦN I. ĐỀ BÀI

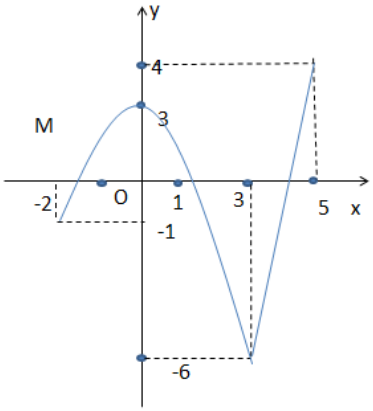
Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;5]$ bằng

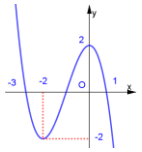
A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 2: Cho hàm $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[2;5]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 9. **B.** 5. **C.** 10. **D.** -10.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;0]$ là:



A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 4: Hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'	$-$		$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3

Giá trị lớn nhất của $y=f(x)$ trên $[1;5]$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

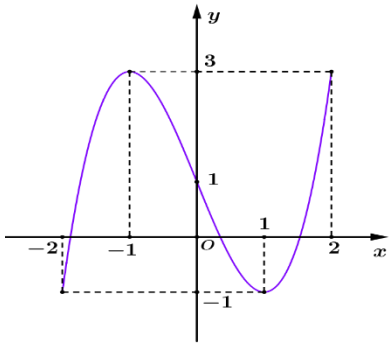
Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiến trên đoạn $[-5;7]$ như sau:

x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	
y	6	$\searrow$	2	$\nearrow$	9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=1$. **B.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=6$. **C.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=2$. **D.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=9$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-3		-1		0		1		2
$f(x)$		↗	3	↘		↗	2	↘	
	-2				0				1

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-5;7]$ như sau:

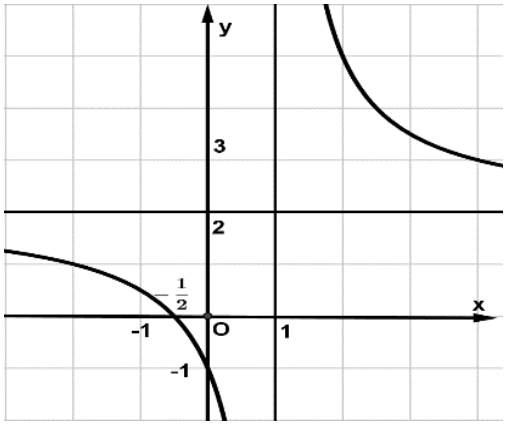
x	-5		1		7
y'		$-$	0	$+$	
y	6	↘	2	↗	9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=1$. **B.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=6$. **C.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=2$. **D.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=9$.

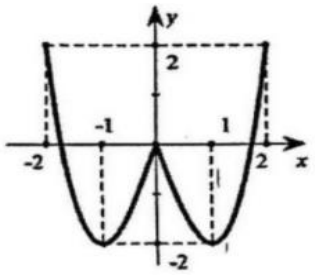
Câu 9: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;0]$ là



A. -1. **B.** 2. **C.** 0 **D.** 1.

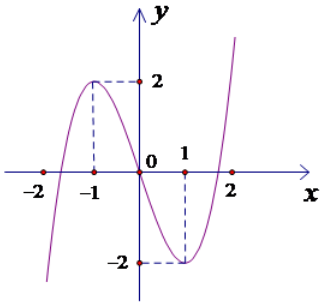
Câu 10: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

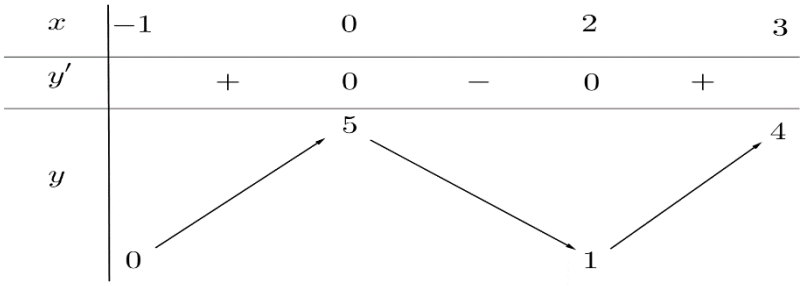
A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2)$. **D.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(0)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm giá trị x_0 để hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-1;1]$.



A. $x_0 = -2$. **B.** $x_0 = 2$. **C.** $x_0 = -1$. **D.** $x_0 = 1$.

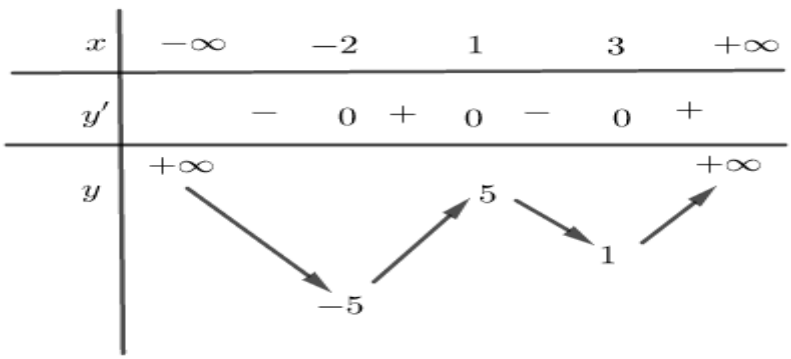
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau.



Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

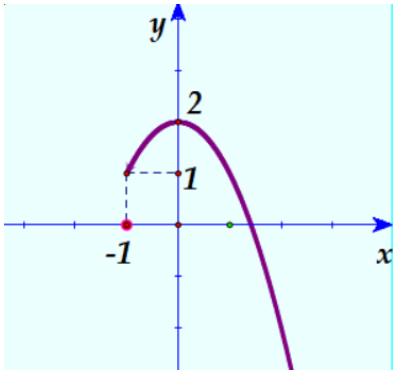
A. $M = f(0)$. **B.** $M = f(3)$. **C.** $M = f(2)$. **D.** $M = f(-1)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên. Khẳng định nào sau đây **sai?**



A. $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x)=5$. **B.** $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=-5$. **C.** $\min\limits_{[1;3]} f(x)=1$. **D.** $\max\limits_{(-2;3)} f(x)=5$.

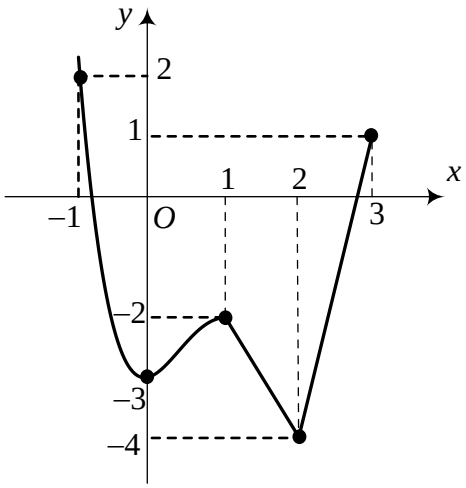
Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó, tổng $M+m$ bằng



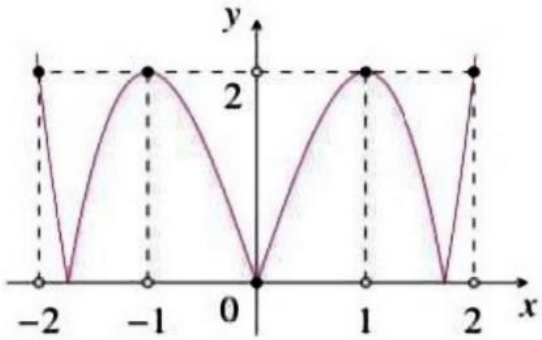
A. -6. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 16: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-3;2]$ là

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-2	↗	3	↘	0	↗	2	↘	1

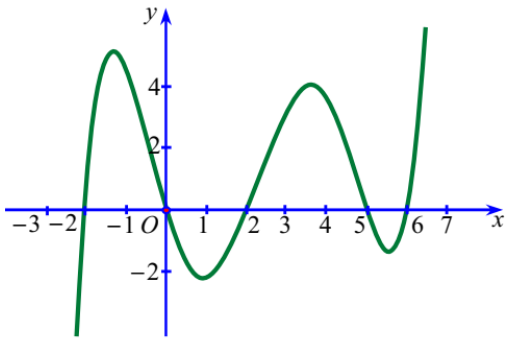
A. 0. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$. Giá trị của M^3-m bằng



A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 2.

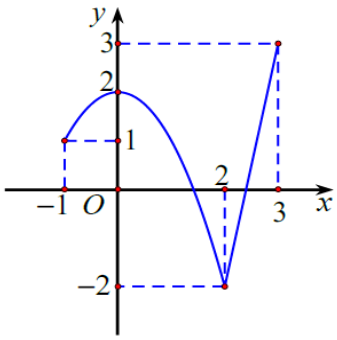
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;6]$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;6]$ bằng

A. $f(2)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(5)$. **D.** $f(6)$.

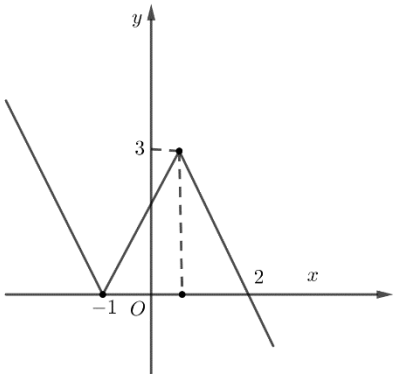
Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình dưới đây



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M+2m$ bằng

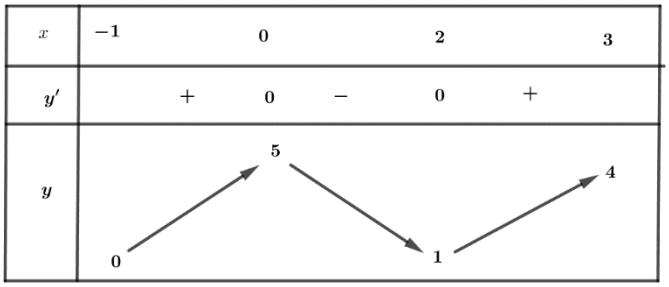
A. -1. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 7.

Câu 20: Cho hàm số $y=f\ x$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $g\ x=2f\ x-1$ trên đoạn $[-1;2]$ tương ứng là



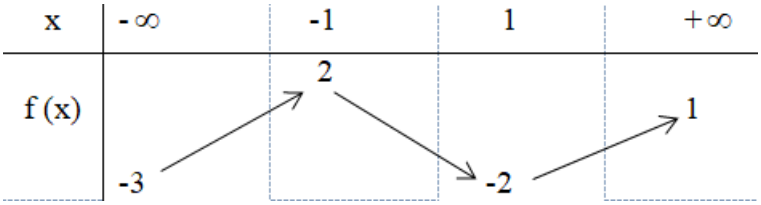
A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 21: Hàm số $y=f\ x$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $-1;3$ cho trong hình ben. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\ x$ trên đoạn $-1;3$, thì M bằng



A. $M=f\ 2$. **B.** $M=f\ 0$. **C.** $M=f\ -1$. **D.** $M=f\ 3$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

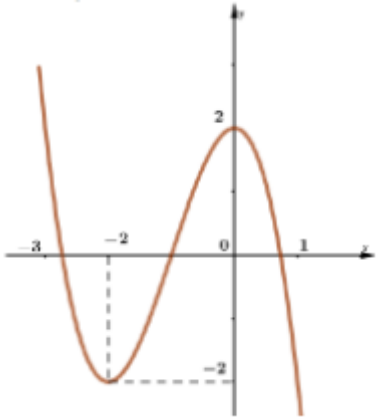
A. Hàm số không có GTLN và không có GTNN.

B. Hàm số có GTLN bằng 2 và GTNN bằng -3.

C. Hàm số có GTLN bằng 2 và GTNN bằng -2.

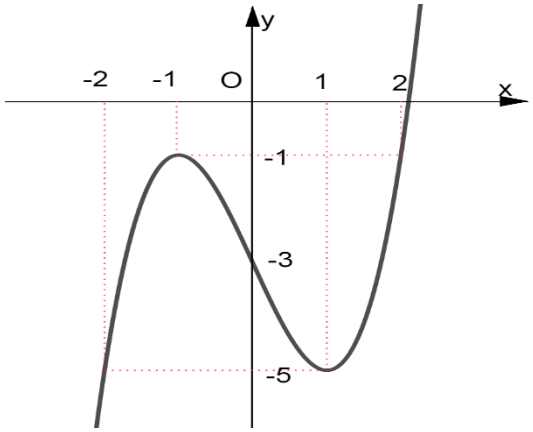
D. Hàm số có GTLN bằng 2 và không có GTNN.

Câu 23: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $\left[-2;0\right]$ là:



A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ lần lượt là



A. -5 và 0. **B.** -5 và -1. **C.** -1 và 0. **D.** -2 và 2.

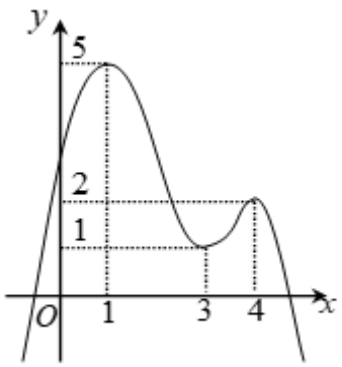
Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f(x)$	2	↗	5	↘	1	↗	3	↘	-2	↗	10

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(\cos x)$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 10. **D.** 1.

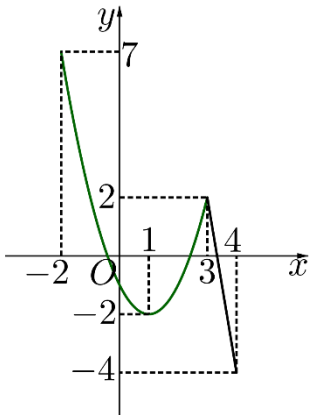
Câu 26: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f\ x$. Khẳng định nào sau đây đúng



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5. **D.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

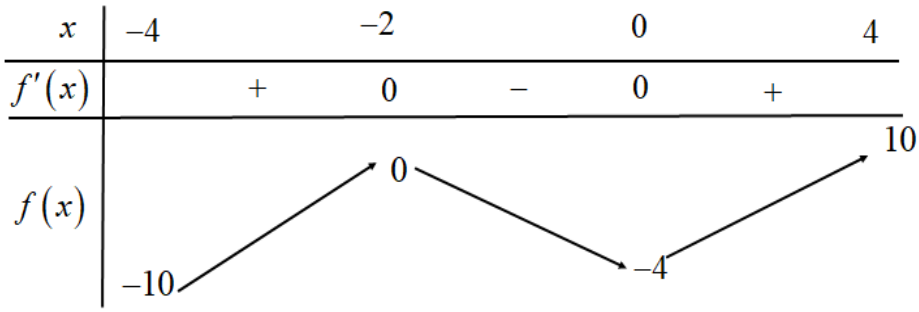
Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2\,;\,4]$ như hình vẽ bên dưới.



Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2\,;\,4]$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(-4;4)$ có bảng biến thiên trên $(-4;4)$ như hình sau:



Phát biểu nào sau đây đúng:

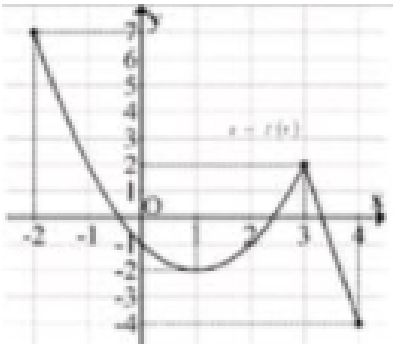
A. $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y=10$.

B. $\max\limits_{(-4;4)} y=10$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-10$.

C. $\max\limits_{(-4;4)} y=0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$.

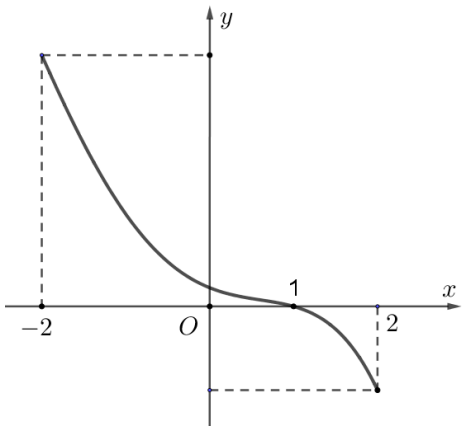
D. Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;4]$ bằng



A. 3. **B.** -2. **C.** 5. **D.** 0.

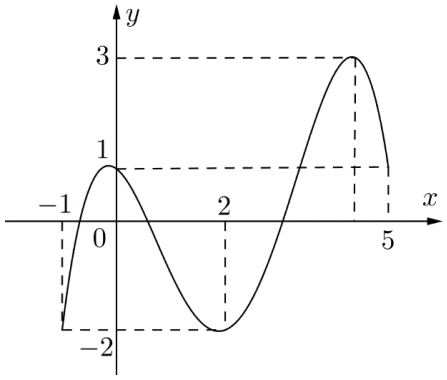
Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$.

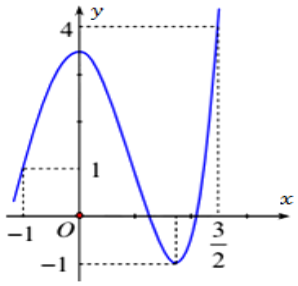
C. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



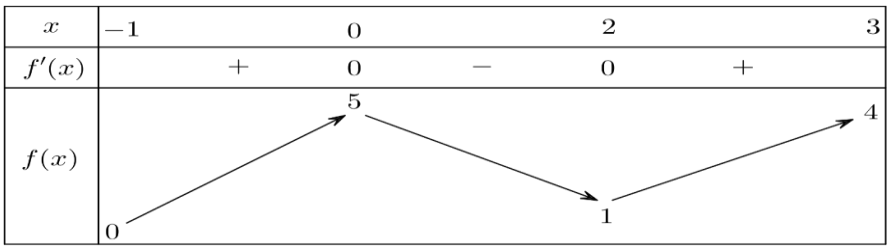
A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$. Khi đó, M và m lần lượt là:



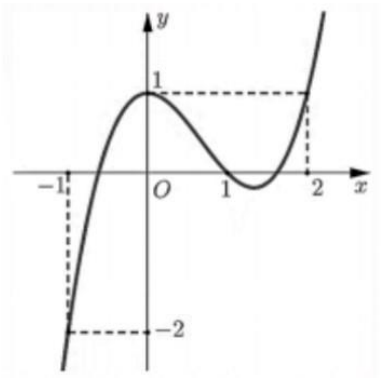
A. $M=4;\ m=1$. **B.** $M=\dfrac{3}{2};\ m=-1$. **C.** $M=4;\ m=-1$. **D.** $M=\dfrac{3}{2};\ m=1$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tìm mệnh đề đúng?



A. $M=f(2)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(0)$. **D.** $M=f(-1)$.

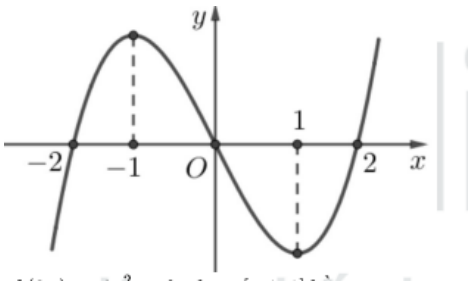
Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=2f(x)-(x-1)^2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

A. $2f(0)-1$ **B.** $2f(-1)-4$.. **C.** $2f(1)$.. **D.** $2f(2)-1$.

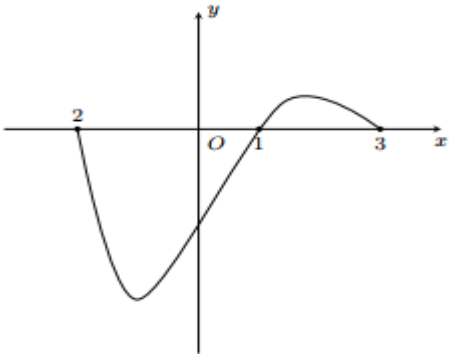
Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-\sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. $f(-1)-\sin^2\dfrac{1}{2}$. **B.** $f(2)-\sin^2 1$. **C.** $f(0)$. **D.** $f(1)-\sin^2\dfrac{1}{2}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;3]$ như hình vẽ bên dưới.



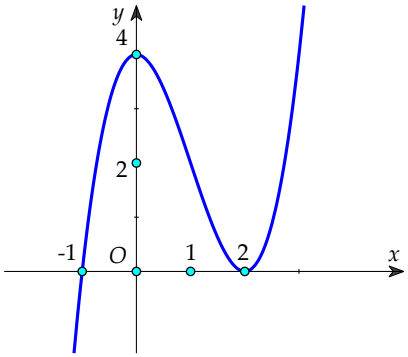
Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Khi đó $M;m$ lần lượt là

A. $M=f(-2);m=f(1)$.
B. $M=f(3);m=f(1)$.
C. $M=f(1);m=f(-2)$.
D. $M=f(3);m=f(-2)$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-2x+2021$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng

A. $f(2)+2019$.
B. $f(-1)+2022$.
C. $f(0)+2021$.
D. $f(1)+2020$.

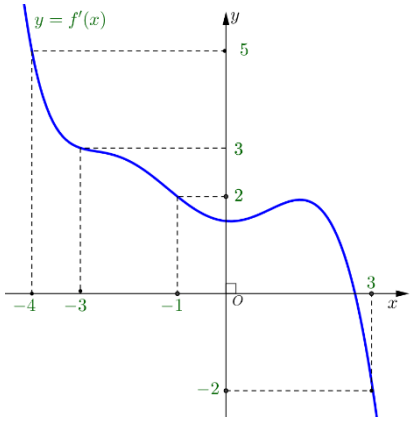
Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khi đó, giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2-x^2)$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{2}\right]$ là

A. $\max\limits_{[0;\sqrt{2}]}g(x)=f(0)$.
B. $\max\limits_{[0;\sqrt{2}]}g(x)=f(1)$.
C. $\max\limits_{[0;\sqrt{2}]}g(x)=f\left(\sqrt{2}\right)$.
D. $\max\limits_{[0;\sqrt{2}]}g(x)=f(2)$.

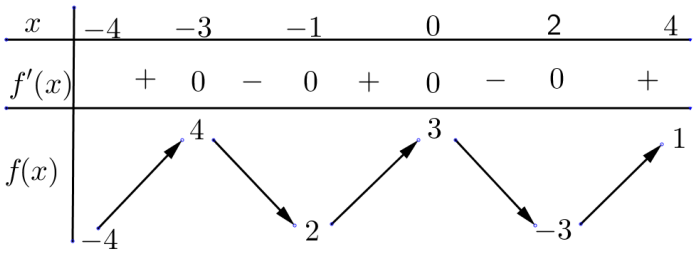
Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y=f'(x)$ như hình dưới đây.



Trên đoạn $[-3;4]$, hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $x_0=-4$. **B.** $x_0=3$. **C.** $x_0=-1$. **D.** $x_0=-3$.

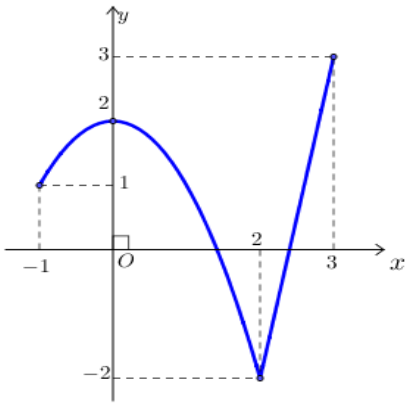
Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4;4]$ như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị của tham số m trên đoạn $[-4;4]$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(\left|x^3\right|+3|x|\right)+f(m)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1?

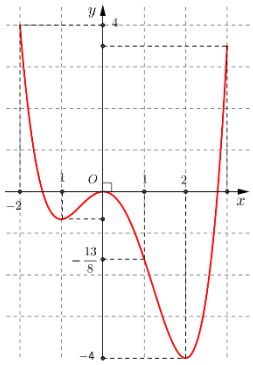
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x)=f(3|\cos x|-1)$ là



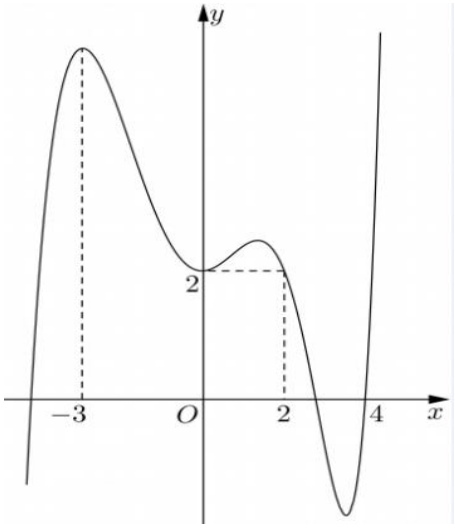
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(-2x)$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$. Giá trị của $2m+3M$ là



A. 0. **B.** $\frac{35}{4}$. **C.** 4. **D.** -8.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên.

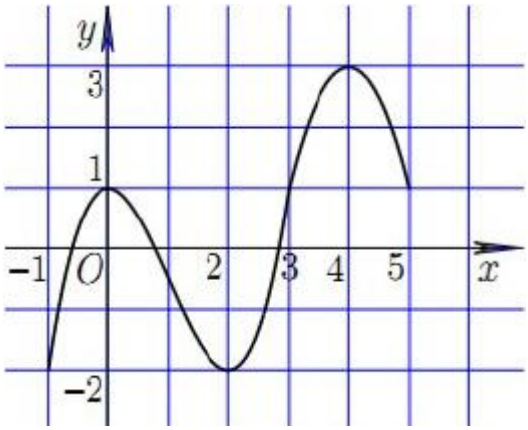


Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(-3)+6$. **C.** $f(2)-4$. **D.** $f(4)-8$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;5]$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

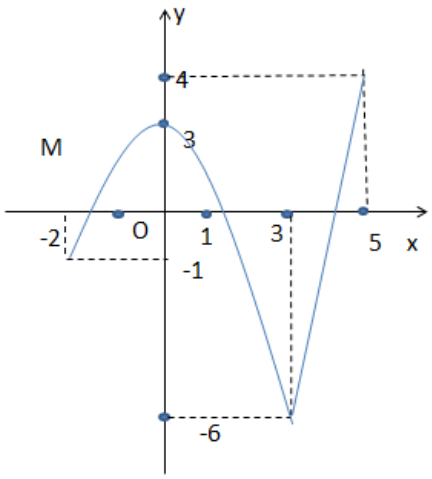
Chọn C

Từ đồ thị của hàm số đã cho ta có: $\max\limits_{[-1;5]} f(x)=3$; $\min\limits_{[-1;5]} f(x)=-2$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;5]} f(x)-\min\limits_{[-1;5]} f(x)=5$.

Câu 2: Cho hàm $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[2;5]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 10. **D.** -10.

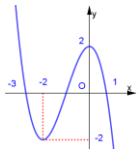


Lời giải

Chọn C

$M=4$; $m=-6$. Vậy $M-m=10$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;0]$ là:



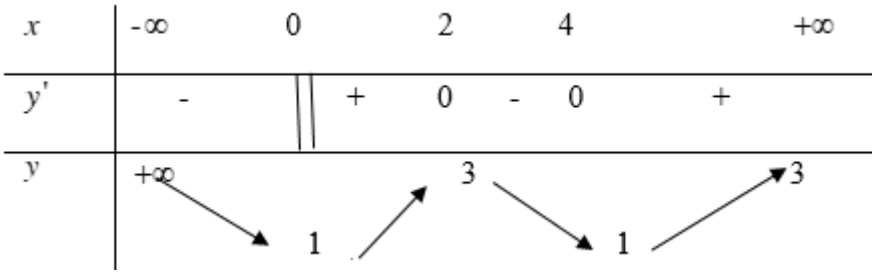
A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;0]$ là 2.

Câu 4: Hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.



Giá trị lớn nhất của $y=f(x)$ trên $[1;5]$ bằng

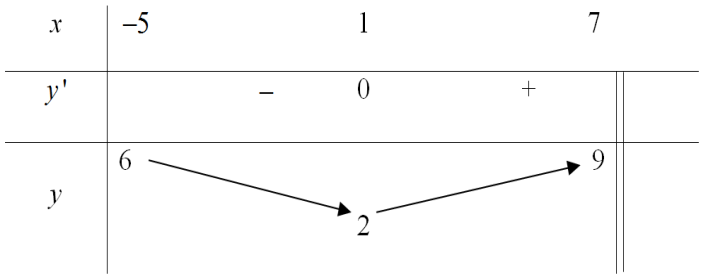
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất của $y=f(x)$ trên $[1;5]$ bằng 3.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-5;7]$ như sau:



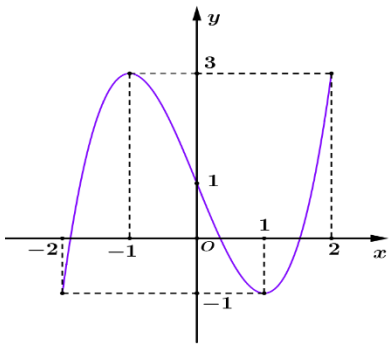
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=1$. **B.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=6$. **C.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=2$. **D.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=9$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ là

A. 1. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 3.

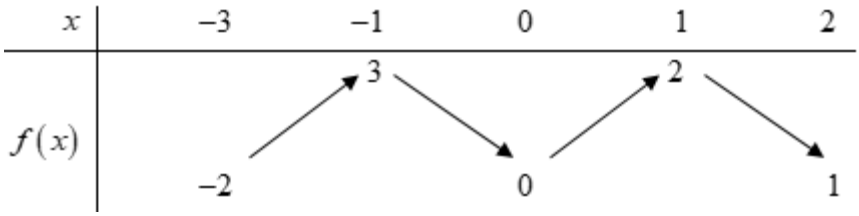
Lời giải

Chọn B

Trên đoạn $[-2;2]$ ta có $f(x)\ge -1$ và $f(x)=-1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=1 \end{array}\right.$

Vậy $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=-1$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như sau.



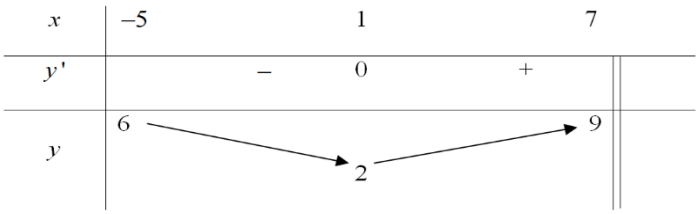
Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-5;7]$ như sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

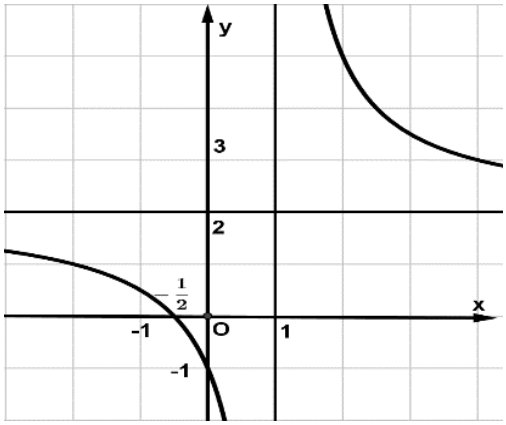
A. $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=1.$ **B.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=6.$ **C.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=2.$ **D.** $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=9.$

Lời giải

Chọn C

Từ BBT $\underset{[-5;7]}{Min}\, f(x)=2.$

Câu 9: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;0]$ là



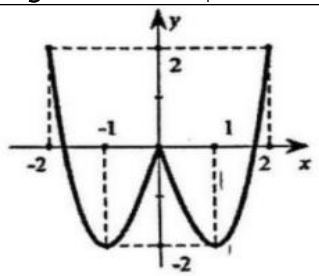
A. -1. **B.** 2. **C.** 0 **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta thấy $\min\limits_{[-1;0]} y=-1$.

Câu 10: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$. **D.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(0)$.

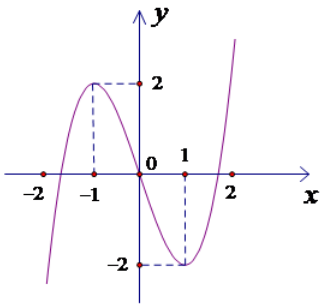
Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị hàm số trên đoạn $[-2;2]$, ta thấy:

$\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)=f(-2)$ và $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)=f(-1)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm giá trị x_0 để hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[-1;1]$.



A. $x_0=-2$. **B.** $x_0=2$. **C.** $x_0=-1$. **D.** $x_0=1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy trên đoạn $[-1;1]$ điểm có tung độ lớn nhất là số 2 đạt được khi $x_0=1$. Do đó chọn đáp án **D.**

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau.

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

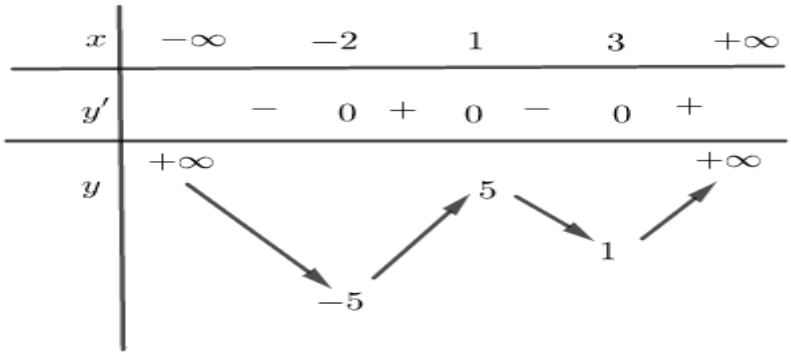
A. $M=f(0)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(2)$. **D.** $M=f(-1)$.

Lời giải

Chọn A

◆ Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị lớn nhất của hàm số là $M = f(0) = 5$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên. Khẳng định nào sau đây **sai?**



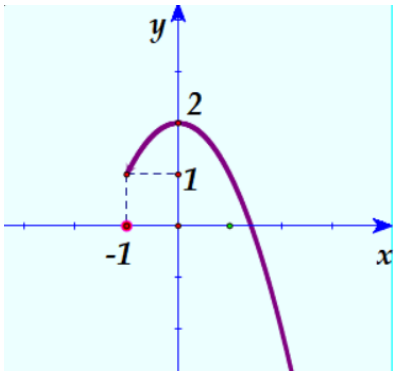
A. $\max\limits_{\mathbb{R}} f(x) = 5$. **B.** $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = -5$. **C.** $\min\limits_{[1;3]} f(x) = 1$. **D.** $\max\limits_{(-2;3)} f(x) = 5$.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có **A** là đáp án sai

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$ bằng

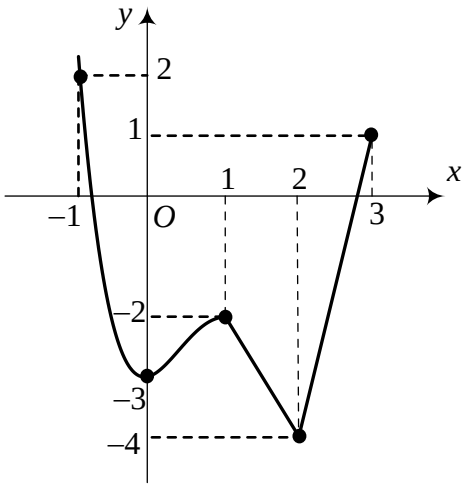
A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó, tổng $M + m$ bằng



A. -6. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Theo đồ thị, ta có : $M=2$ và $m=-4 \Rightarrow M+m=-2$.

Câu 16: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-3;2]$ là

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-2	↗	3	↘	0	↗	2	↘	1

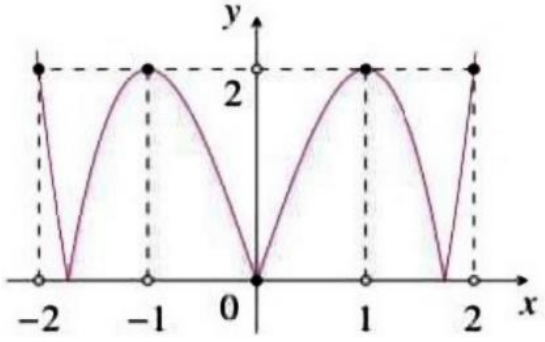
A. 0. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$\min\limits_{[-3;2]} f(x)=-2$ khi $x=-3$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$. Giá trị của M^3-m bằng



A. 8. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 2.

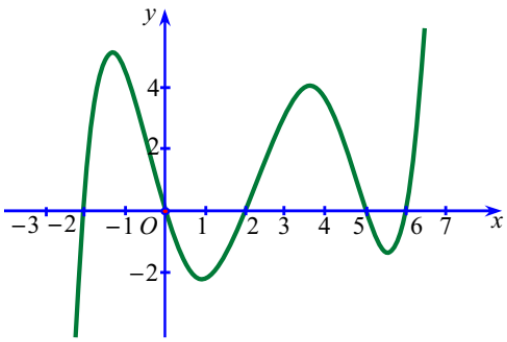
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta thấy $\max\limits_{[-2;1]} f(x)=2; \min\limits_{[-2;1]} f(x)=0$. Suy ra $M=2; m=0$.

Vậy $M^3-m=8$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;6]$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;6]$ bằng

A. $f(2)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(5)$. **D.** $f(6)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta lập được bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;6]$ như sau:

x	0		2		5		6
$f'(x)$	0	−	0	+	0	−	0
$f(x)$	$f(0)$	↘	$f(2)$	↗	$f(5)$	↘	$f(6)$

Từ bảng biến thiên trên, ta suy ra: $\max\limits_{[0;6]} f(x)=\max\{f(0);f(5)\}$

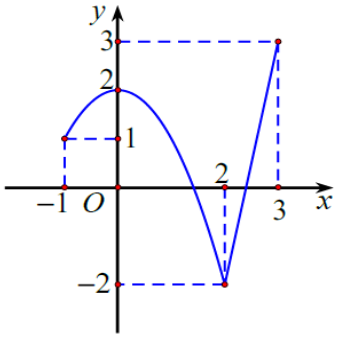
+) Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f'(x)$, đường thẳng $x=0, x=2$, ta có: $S_1=-\int\limits_0^2 f'(x)\mathrm{d}x=f(0)-f(2)$.

+) Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f'(x)$, đường thẳng $x=2, x=5$, ta có: $S_2=\int\limits_2^5 f'(x)\mathrm{d}x=f(5)-f(2)$.

+) Từ hình vẽ đồ thị hàm số ta suy ra $S_2>S_1 \Leftrightarrow f(5)-f(2)>f(0)-f(2) \Leftrightarrow f(5)>f(0)$

Vậy $\max\limits_{[0;6]} f(x)=f(5)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình dưới đây



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M+2m$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -2. **D.** 7.

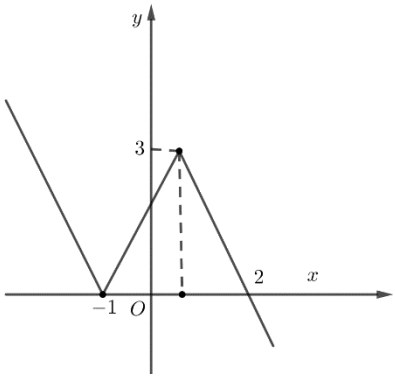
Lời giải

Chọn A

Ta có $M=\max\limits_{[-1;3]} f(x)=3$ và $m=\min\limits_{[-1;3]} f(x)=-2$

Khi đó $M+2m=3+2.(-2)=-1$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=2f(x)-1$ trên đoạn $[-1;2]$ tương ứng là



A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

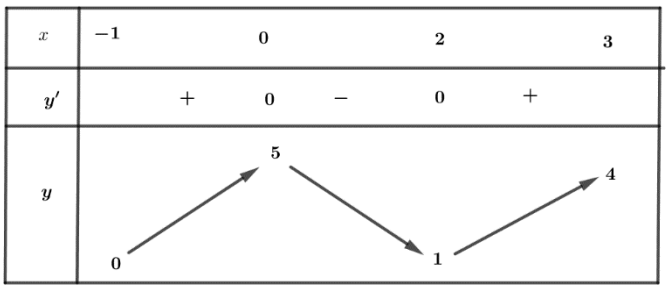
Lời giải

Chọn B

Trên đoạn $[-1;2]$ ta có: $0\le f(x)\le 3\Leftrightarrow -1\le 2f(x)-1\le 5\Leftrightarrow -1\le g(x)\le 5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ là 5.

Câu 21: Hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $-1;3$ cho trong hình ben. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $-1;3$, thì M bằng



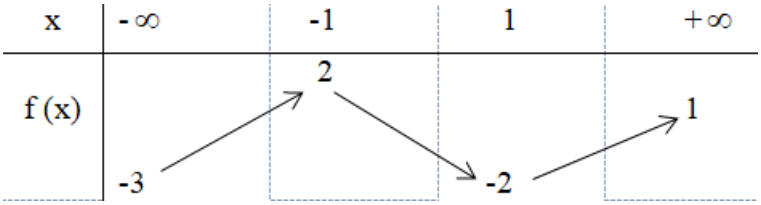
A. $M=f(2)$. **B.** $M=f(0)$. **C.** $M=f(-1)$. **D.** $M=f(3)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{-1;3} f\ x\ = f\ 0\ = 5$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số không có GTLN và không có GTNN.

B. Hàm số có GTLN bằng 2 và GTNN bằng -3.

C. Hàm số có GTLN bằng 2 và GTNN bằng -2.

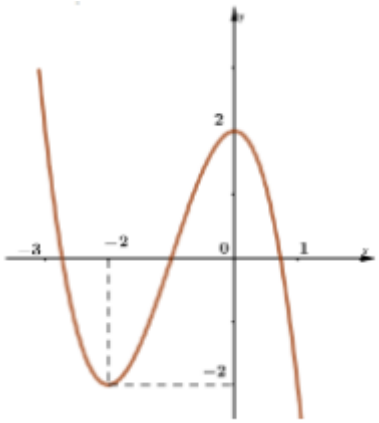
D. Hàm số có GTLN bằng 2 và không có GTNN.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thây hàm số có GTLN bằng 2 và không có GTNN.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;0]$ là:



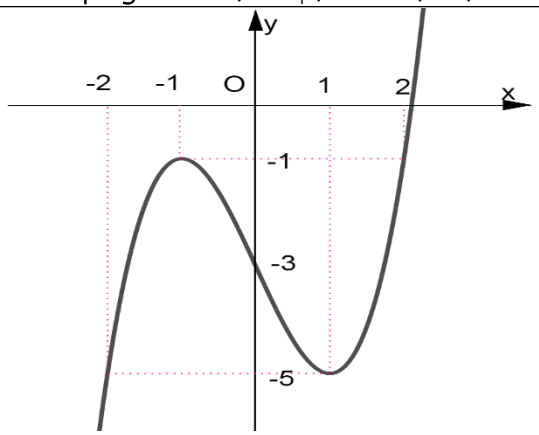
A. -1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có $\max\limits_{[-2;0]} f(x) = 2$.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ lần lượt là



A. -5 và 0. **B.** -5 và -1. **C.** -1 và 0. **D.** -2 và 2.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số suy ra $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = -5; \max\limits_{[-2;2]} f(x) = -1$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		2	$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	5	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$		$\nearrow$ 10
	2				1				-2	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(\cos x)$.

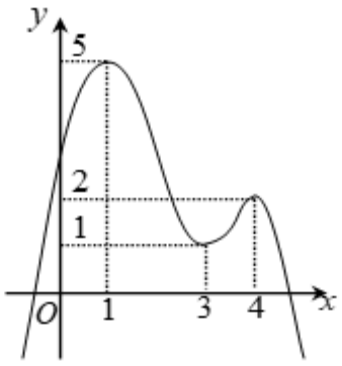
A. 5. **B.** 3. **C.** 10. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos x \in [-1;1]$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(\cos x)$ là 5.

Câu 26: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f\ x$. Khẳng định nào sau đây đúng



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

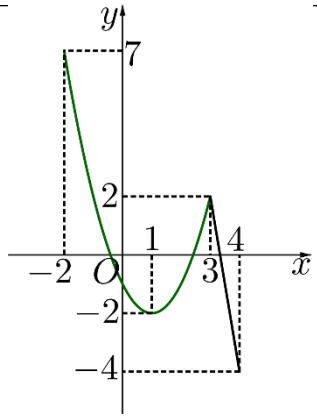
C. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5. **D.** Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị của hàm số $y = f\ x$ ta có giá trị lớn nhất của hàm số bằng 5.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2\ ;\ 4]$ như hình vẽ bên dưới.



Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 0.

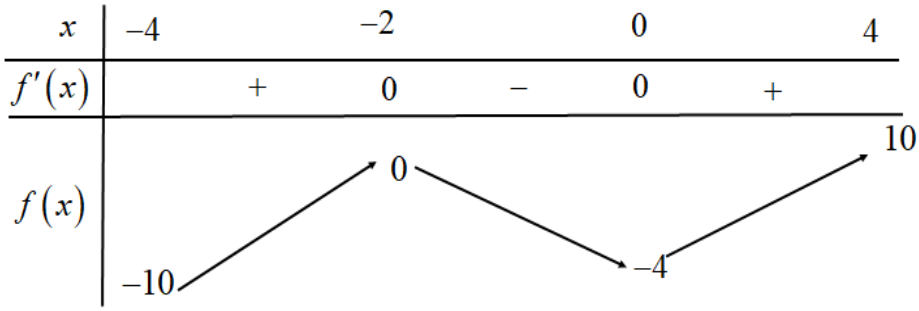
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $\max\limits_{x\in[-2;4]} f(x)=7,\ \min\limits_{x\in[-2;4]} f(x)=-4.$

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ là $7+(-4)=3.$

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(-4;4)$ có bảng biến thiên trên $(-4;4)$ như hình sau:



Phát biểu nào sau đây đúng:

A. $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y=10$.

B. $\max\limits_{(-4;4)} y=10$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-10$.

C. $\max\limits_{(-4;4)} y=0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y=-4$.

D. Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.

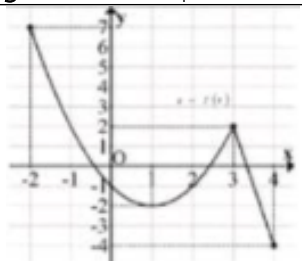
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ trên $(-4;4)$ ta thấy $-10<f(x)<10, \forall x\in(-4;4)$.

Vậy hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-2;4]$ bằng



A. 3. **B.** -2. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

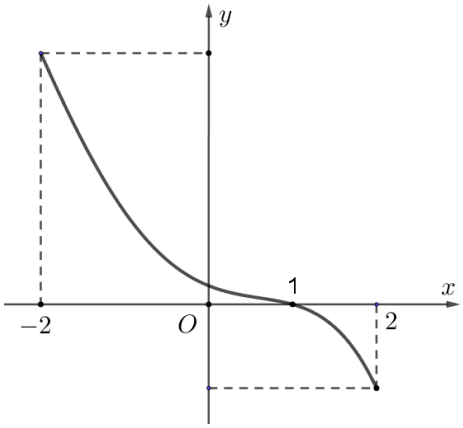
Chọn A

Quan sát đồ thị hàm số trên đoạn $[-2;4]$ ta thấy:

Hàm số đạt GTNN bằng -4 tại $x=4$ và đạt GTLN bằng 7 tại $x=-2$.

Vậy tổng GTNN và GTNN bằng $-4+7=3$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$.

C. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$.

Lời giải

Chon C

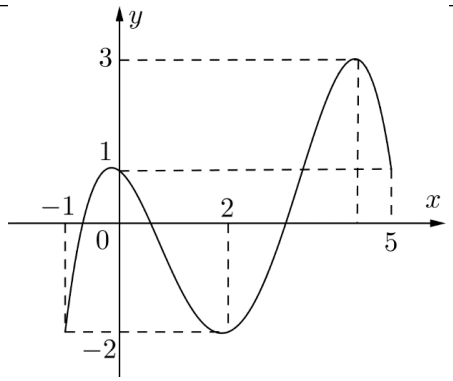
Dựa vào thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng BBT:

x	-2		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(1)$	↘	$f(2)$

Do đó $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



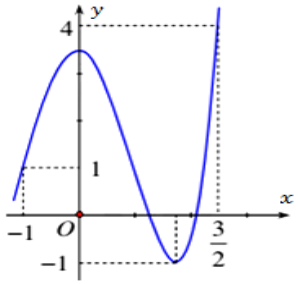
A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy: $\begin{cases} M=\max\limits_{[-1;5]} f(x)=3 \\ n=\min\limits_{[-1;5]} f(x)=-2 \end{cases} \Rightarrow M+n=1.$

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$. Khi đó, M và m lần lượt là:



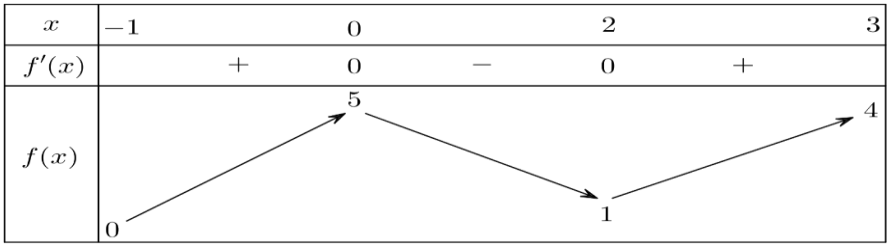
A. $M=4;\ m=1$. **B.** $M=\dfrac{3}{2};\ m=-1$. **C.** $M=4;\ m=-1$. **D.** $M=\dfrac{3}{2};\ m=1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy: $M=4;\ m=-1$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Tìm mệnh đề đúng?



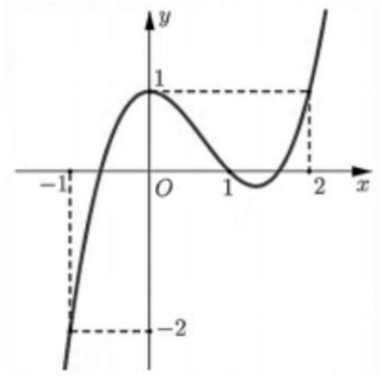
A. $M=f(2)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(0)$. **D.** $M=f(-1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ là $M=f(0)$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=2f(x)-(x-1)^2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

A. $2f(0)-1$ **B.** $2f(-1)-4$.. **C.** $2f(1)$.. **D.** $2f(2)-1$.

Lời giải

Chọn B

Có:

$g'(x)=2f'(x)-2(x-1)$

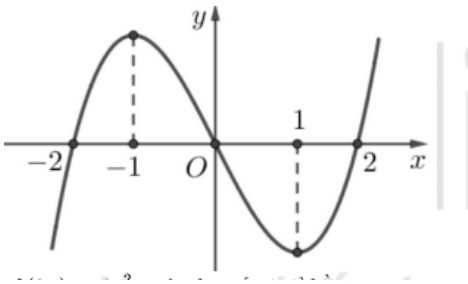
$\Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	-1		1		2	$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	
$g(x)$		↗		↘		
	g(1)				g(2)	

$S_1>S_2 \Rightarrow g'(1)-g(-1)>-g(2)+g(1) \Leftrightarrow g(2)>g(-1) \Rightarrow Min\, g(x)=g(-1)=2f(-1)-4$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của đạo hàm như sau:



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-\sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

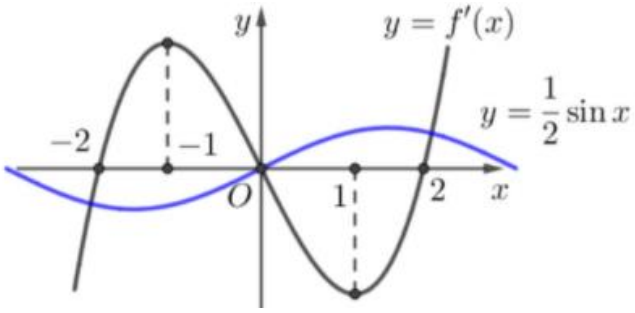
A. $f(-1)-\sin^2\frac{1}{2}$. **B.** $f(2)-\sin^2 1$. **C.** $f(0)$. **D.** $f(1)-\sin^2\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=2x\Rightarrow \forall x\in -1;1\ ,t\in -2;2$. Ta xét hàm số $y=f\ t\ -\sin^2\frac{t}{2}=f\ t\ -\frac{1-\cos t}{2}$ trên $-2;2$.

Ta có: $y'=f'\ t\ -\frac{1}{2}\sin t; y'=0\Leftrightarrow f'\ t\ =\frac{1}{2}\sin t\Leftrightarrow t=0\in -2;2$.

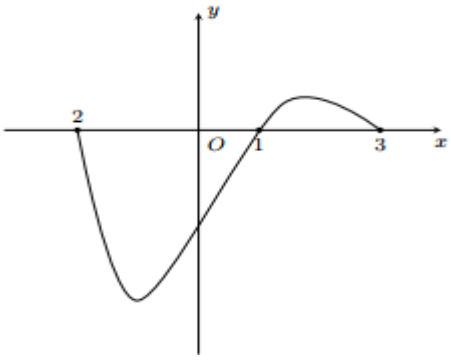


Bảng biến thiên:

t	-2		0		2
y'		$+$	0	$-$	
y		↗		↘	

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $y\ 0\ =f\ 0$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;3]$ như hình vẽ bên dưới.



Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$. Khi đó $M;m$ lần lượt là

A. $M=f(-2);m=f(1)$. **B.** $M=f(3);m=f(1)$.

C. $M=f(1);m=f(-2)$. **D.** $M=f(3);m=f(-2)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta suy ra bảng biến thiên như sau

x	-2		1		3
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	0
$f(x)$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$f(3)$

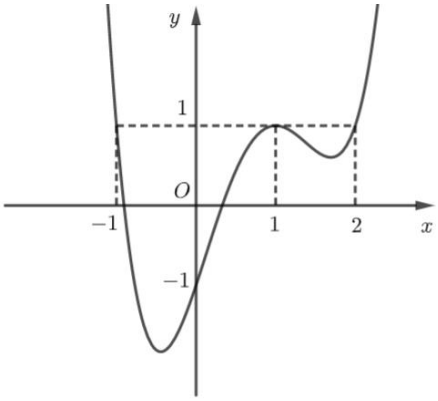
Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;3]$ bằng $f(1)$. Mặt khác, cũng từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta suy ra diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ với trục hoành trên đoạn $[-2;1]$ lớn hơn diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ với trục hoành trên đoạn $[1;3]$, do đó chúng ta có

$$-\int_{-2}^{1} f'(x)dx > \int_{1}^{3} f'(x)dx \Leftrightarrow f(-2)-f(1) > f(3)-f(1) \Leftrightarrow f(-2) > f(3).$$

Vậy giá trị lớn nhất là $f(-2)$. Vậy $M=f(-2); m=f(1)$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-2x+2021$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$ bằng

A. $f(2)+2019$. **B.** $f(-1)+2022$. **C.** $f(0)+2021$. **D.** $f(1)+2020$.



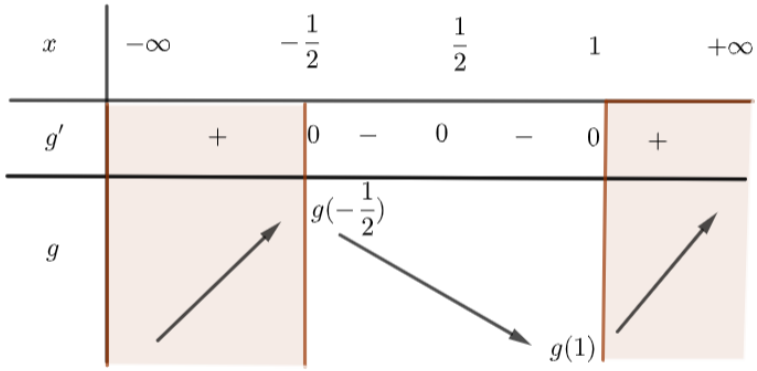
Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=2.f'(2x)-2;\ g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(2x)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=-1 \\ 2x=1 \\ 2x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ x=\frac{1}{2} \\ x=1 \end{array}\right.$

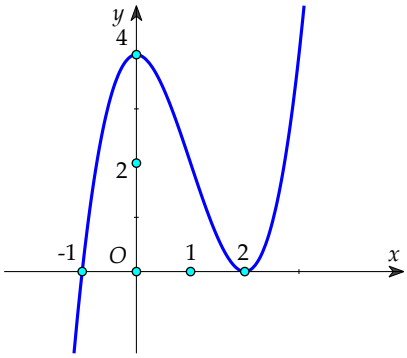
Trong đó các nghiệm $x=-\frac{1}{2}$ và $x=1$ là nghiệm đơn, $x=\frac{1}{2}$ là nghiệm kép.

$g'(0)=2f'(0)-2=-4<0$ nên ta có BBT của hàm $g(x)$ như sau:



Vậy $\underset{\left[-\frac{1}{2};1\right]}{\text{Min}}\, g(x) = g(1) = f(2) + 2019.$

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khi đó, giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2-x^2)$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{2}\right]$ là

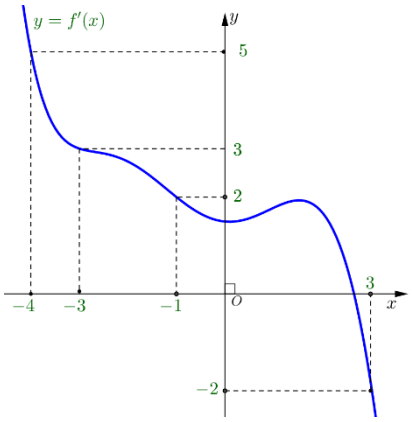
A. $\max\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} g(x) = f(0).$ **B.** $\max\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} g(x) = f(1).$ **C.** $\max\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} g(x) = f\left(\sqrt{2}\right).$ **D.** $\max\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} g(x) = f(2).$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2 - x^2; t' = -2x \le 0, \forall x \in \left[0;\sqrt{2}\right] \Rightarrow t \in [0;2] \Rightarrow \max\limits_{\left[0;\sqrt{2}\right]} g(x) = \max\limits_{[0;2]} f(t) = f(0).$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình dưới đây.



Trên đoạn $[-3;4]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào trong các điểm sau đây?

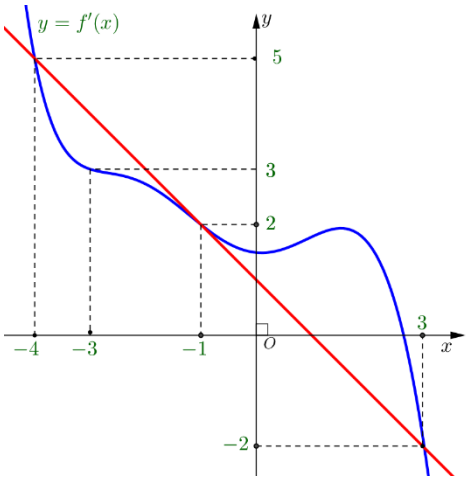
A. $x_0 = -4.$ **B.** $x_0 = 3.$ **C.** $x_0 = -1.$ **D.** $x_0 = -3.$

Lời giải

Chọn C

Xét hàm $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ trên đoạn $[-3;4]$.

$g'(x)=2f'(x)-2(1-x)=2\left(f'(x)-(1-x)\right)$, $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=1-x$



Đồ thị hàm $y=f'(x)$ và $y=1-x$ cắt nhau tại các điểm có hoành độ $x=-4;x=-1;x=3$.

Bảng biến thiên:

x	-4		-1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$g(-4)$	↘	$g(-1)$	↗	$g(3)$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ trên đoạn $[-3;4]$ đạt được tại $x_0=-1$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4;4]$ như hình vẽ.

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	4	↘	2	↗	3	↘	-3	↗	1

Có bao nhiêu giá trị của tham số m trên đoạn $[-4;4]$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(\left|x^3\right|+3|x|\right)+f(m)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x\in[-1;1]\Rightarrow|x|\in[0;1]\Rightarrow|x|^3\in[0;1]$. Suy ra $t=|x|^3+3|x|\in[0;4]$.

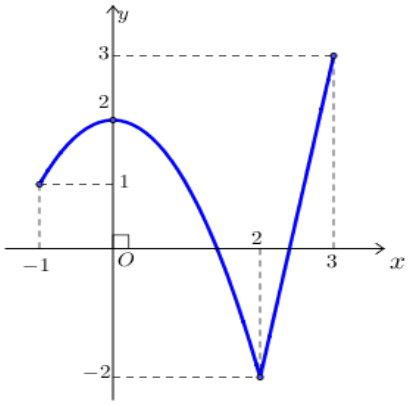
Khi đó $f\left(|x|^3+3|x|\right)\in[-3;3]$ hay $f\left(|x|^3+3|x|\right)+f(m)\in[-3+f(m);3+f(m)]$.

YCBT $\Leftrightarrow 3+f(m)=1\Leftrightarrow f(m)=-2$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình $f(m)=-2$ có ba nghiệm.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa đề.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x)=f(3|\cos x|-1)$ là



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=|\cos x|$, với $x\in$ $x\in[-1;3]\Rightarrow \cos 3\le \cos x\le 1\Rightarrow 0\le t\le 1$.

Xét hàm số $g(t)=f(3t-1)$ trên $[0;1]$, ta có:

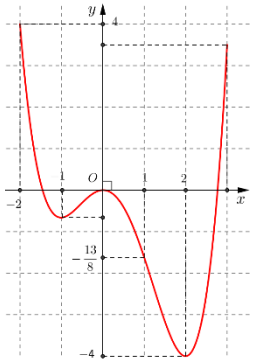
+) $g'(t)=3f'(3t-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3t-1=0\\3t-1=2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=\dfrac{1}{3}\\t=1\end{array}\right.$.

+) $g(0)=f(-1)=1$, $g\left(\dfrac{1}{3}\right)=f(0)=2$, $g(1)=f(2)=-2$.

Vậy giá trị lớn nhất cần tìm là 2.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Gọi m,M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(-2x)$ trên đoạn $\left[-1;\dfrac{1}{2}\right]$. Giá trị của $2m+3M$ là



A. 0. **B.** $\dfrac{35}{4}$. **C.** 4. **D.** -8.

Lời giải

Chọn D

Xét $g(x)=f(-2x)$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$

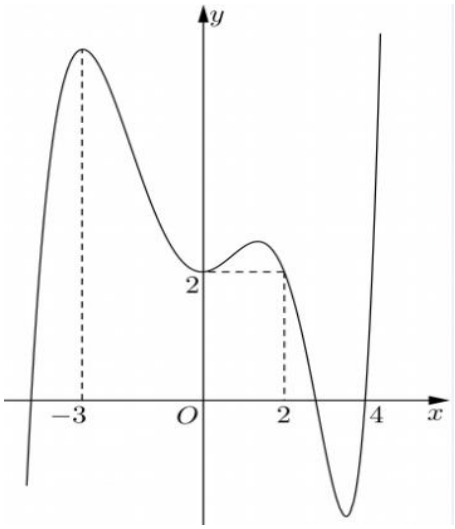
$$g'(x)=-2f'(-2x),\ g'(x)=0\Leftrightarrow f'(-2x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2x=-1\\-2x=0\\-2x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\x=0\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)\\x=-1\end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị $y=f(x)$ ta tính được $g(-1)=f(2)=-4,\ g(0)=f(0)=0$

$g\left(\frac{1}{2}\right)=f(-1)$ với $-4<f(-1)<0$.

Vậy $m=-4,\ M=0\Rightarrow 2m+3M=-8$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên.

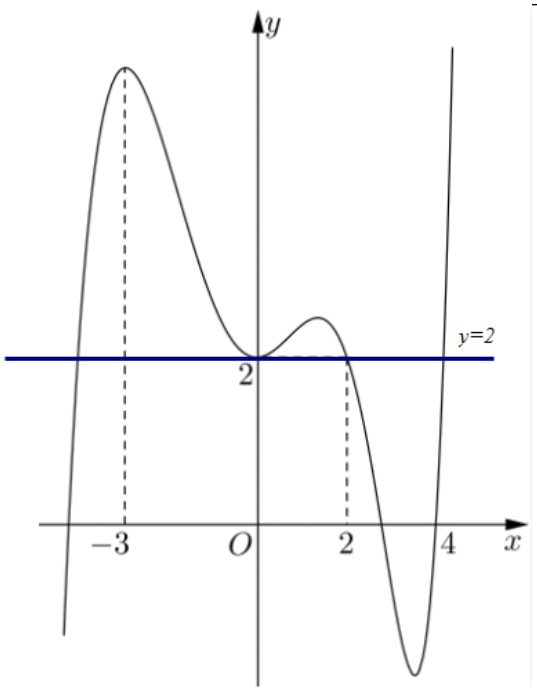


Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(-3)+6$. **C.** $f(2)-4$. **D.** $f(4)-8$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $g'(x)=2f'(2x)-4$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow 2f'(2x)-4=0\Leftrightarrow f'(2x)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=x_1<-3\\2x=0\\2x=2\\2x=x_2>4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1<-\dfrac{3}{2}\\x=0\\x=1\\x_2>2\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		x_1	$-\frac{3}{2}$	0		1		2	x_2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$		0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↗	$f(2)-4$	↘			↗	

Từ bảng biến thiên ta có: trên $\left[-\frac{3}{2};2\right]$ hàm số $g(x)=f(2x)-4x$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ và $\max\limits_{\left[-\frac{3}{2};1\right]} y=f(2)-4$.

DẠNG 3 Tìm m để hàm số có GTLN-GTNN thỏa mãn điều kiện

Phương pháp:

- **Bước 1.** Tìm nghiệm $x_i (i=1,2,...)$ của $y'=0$ thuộc $[a;b]$
- **Bước 2**. Tính các giá trị $f(x_i); f(a); f(b)$ theo tham số
- **Bước 3.** So sánh các giá trị, suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.
- **Bước 4.** Biện luận m theo giả thiết đề để kết luận bài toán.

Chú ý:

- Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên đoạn $[a;b]$ thì $\underset{[a;b]}{Max} f(x)=f(b); \underset{[a;b]}{Min} f(x)=f(a)$
- Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[a;b]$ thì $\underset{[a;b]}{Max} f(x)=f(a); \underset{[a;b]}{Min} f(x)=f(b)$

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{9}{2}$ .Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $0<m\le 2$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m>4$. **D.** $2<m\le 4$.

Câu 2: Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=x^3+3x^2+m^2-5$ có giá trị lớn nhất trên $[-1,2]$ bằng 19. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 3: Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x-2}$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng -1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m\in(-1;0)$.. **B.** $m\in(-4;3)$.. **C.** $m\in(4;6)$.. **D.** $m\in(0;1)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3<m\le 4$. **B.** $1\le m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $m<-1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=2x^3-3x^2-m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1. Tìm m.

A. $m=-5$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=-4$.

Câu 6: Biết $\min\limits_{[-3;0]}\left(-\dfrac{1}{3}x^3+x^2-x+m\right)=2$, giá trị của m bằng

A. -2. **B.** 23. **C.** 2. **D.** -19.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0.

A. $m=4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=6$. **D.** $m=2$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+e^m$, với m là tham số thực. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên [0;2] bằng 0; khi đó, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 9: Cho hàm số $y=2x^3-3x^2-m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1. Tìm m.

A. $m=-5$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=-4$.

Câu 10: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $m>4$. **B.** $0<m\le 2$. **C.** $2<m\le 4$. **D.** $m\le 0$.

Câu 11: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{9}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<m\le 2$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m>4$. **D.** $2<m\le 4$.

Câu 12: Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}+m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là:

A. $m=2\sqrt{2}$. **B.** $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m=-\sqrt{2}$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

Câu 13: Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y=-2x^3+3x^2+m$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 5, tìm giá trị của tham số m.

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 14: Tìm giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 5 .

A. $m=7$. **B.** $m=21$. **C.** $m=17$. **D.** $m=5$.

Câu 15: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng -4. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0 **B.** 5 **C.** -5 **D.** 10

Câu 16: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng -4. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0 **B.** 5 **C.** -5 **D.** 10

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$, m là tham số. Tích tất cả các giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\dfrac{1}{4}$ là

A. Không tồn tại. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** -4.

Câu 18: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$, m là tham số. Tích tất cả các giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\dfrac{1}{4}$ là

A. Không tồn tại. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{4}$. **D.** -4.

Câu 19: Cho hàm số $y=\frac{mx-m^2-2}{-x+1}$ với m là tham số thực lớn hơn -3 thỏa mãn $\max\limits_{[-4;-2]} y=\frac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $-3<m<\frac{-1}{2}$. **B.** $\frac{-1}{2}<m<0$. **C.** $m>4$. **D.** $1\le m<3$.

Câu 20: Tìm giá trị âm của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{m^2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 1.

A. $m=-\sqrt{2}$. **B.** $m=-\sqrt{3}$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-2$.

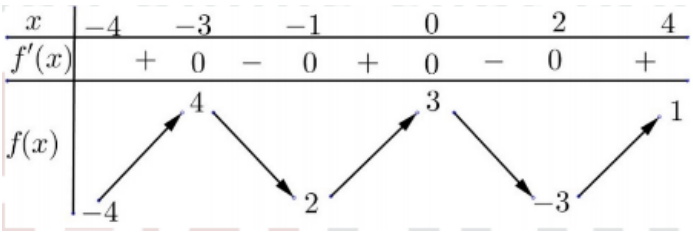
Câu 21: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+3x+m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $-1;1$ bằng 8.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 22: Có bao nhiêu số thực dương m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $[m+1;m+2]$ bằng 53.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên:



Có bao nhiêu số thực $m\in[-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+2\right)+f(m)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 24: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 8. Giá trị của m thỏa mãn điều kiện trên thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(8;10)$. **C.** $(4;8)$. **D.** $(10;+\infty)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=\frac{2x+m}{x-4}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[0;2]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $m<-11$ **B.** $m=-12$ **C.** $m>-8$ **D.** $m<-8$

Câu 26: Cho hàm số $y=2x^3-3x^2-m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1. Tìm m.

A. $m=-5$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=-4$.

Câu 27: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\le 0$. **B.** $2<m\le 4$. **C.** $m>4$. **D.** $0<m\le 2$.

Câu 28: Biết rằng tồn tại tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ có $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\in(2;4]$. **B.** $m\in(0;2]$. **C.** $m\in(4;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;0]$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+m}{x-3}$. Giá trị của m để $\max\limits_{[-1;2]} f(x)+\min\limits_{[-1;2]} f(x)=8$ là

A. $m=\dfrac{4}{5}$. **B.** $m=-\dfrac{46}{5}$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=\dfrac{18}{5}$.

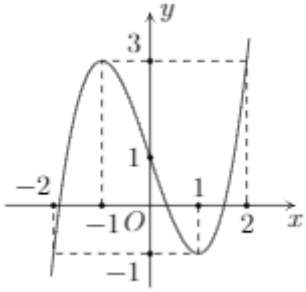
Câu 30: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y=3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $3<m\le 4$. **B.** $1\le m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $m<-1$.

Câu 31: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cos x+m^2}{2-\cos x}$ có giá trị lớn nhất trên $\left[\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{3}\right]$ bằng 1. Số phần tử của S là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 32: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Tìm m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$.



A. $m=3$. **B.** $m=-13$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-9$.

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{m\sin x+1}{\cos x+2}$ nhỏ hơn 2?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 34: Gọi S là tập hợp các giá trị tham số m để hàm số $y=\dfrac{2mx+m^2+m-2}{x+m}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;4]$ bằng 1. Tổng các phần tử của S bằng.

A. -2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -3.

Câu 35: Số các giá trị tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng -6 là :

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x^2+1}$. Biết $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m<-2$. **B.** $0<m<2$. **C.** $m>2$. **D.** $-2<m<0$.

Câu 37: Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 1 khi

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 38: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+2}$ với m là tham số, $m\neq -4$. Biết $\min\limits_{[0;2]} f(x)+\max\limits_{[0;2]} f(x)=-8$. Giá trị của tham số m bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 39: Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{mx+5}{x-m}$ trên đoạn $[0;1]$bằng -7. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0<m\le 2$. **D.** $-1<m<0$.

Câu 40: Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x+2m+7$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2; 4] thuộc khoảng $(-5;8)$ là

A. 12. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m^2-2m$. Gọi S tập hợp tất cả các Vậy có 6 số nguyên cần tìm.
giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $3\max\limits_{[-3;1]} f(|x|)+2\min\limits_{[-3;1]} f(|x|)\le 112$. Số phần tử của S bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 42: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-3}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[-1;2]} y=-2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m>3$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $m<-3$. **D.** $-3<m\le -1$.

Câu 43: Cho hàm số $f\ x\ =x-3\sqrt[3]{x+1}+m$, đặt $P=\max\limits_{x\in -1;7}\left[f\ x\ \right]^2+\min\limits_{x\in -1;7}\left[f\ x\ \right]^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để giá trị lớn nhất của P không vượt quá 26.

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 44: Tìm giá trị của tham số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 5.

A. $m=7$. **B.** $m=21$. **C.** $m=17$. **D.** $m=5$.

Câu 45: Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x^2+x-m)^2$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

A. $\dfrac{23}{4}$. **B.** $-\dfrac{23}{4}$. **C.** $\dfrac{41}{4}$. **D.** $\dfrac{23}{2}$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{9}{2}$ .Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $0<m\le 2$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m>4$. **D.** $2<m\le 4$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ .Hàm số luôn đơn điệu trên đoạn $[1;2]$ nên $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=f(1)+f(2)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1+m}{2}+\dfrac{2+m}{3}=\dfrac{9}{2}\Leftrightarrow m=4$.

Câu 2: Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=x^3+3x^2+m^2-5$ có giá trị lớn nhất trên $[-1,2]$ bằng 19. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

x	-2	-1	0	2
f'	0	-	0	+
f		m^2-3 ↘	m^2-5	↗ m^2+15

Ta có $y'=3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$.

Ta có $\max\limits_{[-1,2]} f(x)=f(2)=m^2+15$

Theo bài ta được $m^2+15=19\Rightarrow m=\pm 2\Rightarrow S=0$

Câu 3: Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x-2}$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng -1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $m\in(-1;0)$.. **B.** $m\in(-4;3)$.. **C.** $m\in(4;6)$.. **D.** $m\in(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm $y'=\dfrac{-2-m^2}{(x-2)^2}<0$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x-2}$ trên đoạn $[-1;1]$ là

$f(-1)=-1\Leftrightarrow\dfrac{m^2-1}{-3}=-1\Leftrightarrow m^2-1=3\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow m=\pm2$

Suy ra $m\in(-4;3)$..

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]}y=3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3<m\le4$. **B.** $1\le m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $m<-1$.

Lời giải

Chọn C

◆ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

◆ Ta có $y'=\dfrac{-1-m}{(x-1)^2}$. Vì hàm số đơn điệu trên $[2;4]$ nên

$$\begin{bmatrix}\min\limits_{[2;4]}y=y(2),-1-m>0\\ \min\limits_{[2;4]}y=y(4),-1-m<0\end{bmatrix}\xrightarrow{\min\limits_{[2;4]}y=3}\begin{bmatrix}3=2+m,m<-1\\ 3=\dfrac{4+m}{3},m>-1\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=1,m<-1\\ m=5,m>-1\end{bmatrix}\Leftrightarrow m=5$$

◆ Nếu $m=-1\Rightarrow y=1\Rightarrow$ Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

◆ Vậy $m>4$.

Câu 5: Cho hàm số $y=2x^3-3x^2-m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1. Tìm m.

A. $m=-5$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=6x^2-6x=6x(x-1)$, $y'=0\Leftrightarrow6x(x-1)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\ x=1\end{bmatrix}$.

Bảng biến thiên

x	-1		0		1
y'		$+$	0	$-$	0
y	$-5-m$	↗	$-m$	↘	$-1-m$

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{[-1;1]}y=-5-m\Leftrightarrow-1=-5-m\Leftrightarrow m=-4$.

Câu 6: Biết $\min\limits_{[-3;0]}\left(-\dfrac{1}{3}x^3+x^2-x+m\right)=2$, giá trị của m bằng

A. -2. **B.** 23. **C.** 2. **D.** -19.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+x^2-x+m$ trên $[-3;0]$.

Hàm số liên tục trên đoạn $[-3;0]$.

Ta có $f'(x)=-x^2+2x-1=-(x-1)^2<0,\ \forall x\in[-3;0]$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

$\Rightarrow \min\limits_{[-3;0]} f(x)=f(0)=m\Rightarrow m=2$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3-3x^2+m$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 0.

A. $m=4$. **B.** $m=0$. **C.** $m=6$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=-3x^2-6x$.

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow -3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=-2\notin[-1;1] \end{array}\right.$.

Mà $f(-1)=m-2, f(0)=m, f(1)=m-4$ và $m-4<m-2<m$.

Khi đó $\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)=f(1)=m-4$.

Theo đề bài ta có $\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)=0\Leftrightarrow m-4=0\Leftrightarrow m=4$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+e^m$, với m là tham số thực. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên [0;2] bằng 0; khi đó, giá trị lớn nhất của hàm số đã cho bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$, do xét trên [0;2] nên nhận x=1

Vì $f(1)=e^m-2; f(0)=e^m; f(2)=e^m+2$ nên $\min\limits_{[0;2]} f(x)=e^m-2=0\Leftrightarrow e^m=2$

Từ đó $\max\limits_{[0;2]} f(x)=e^m+2=4$.

Câu 9: Cho hàm số $y=2x^3-3x^2-m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1. Tìm m.

A. $m=-5$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=6x^2-6x=6x(x-1)$, $y'=0\Leftrightarrow 6x(x-1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-1		0		1
y'		$+$	0	$-$	0
y	$-5-m$	↗	$-m$	↘	$-1-m$

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{[-1;1]} y = -5-m \Leftrightarrow -1 = -5-m \Leftrightarrow m = -4$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $m > 4$. **B.** $0 < m \le 2$. **C.** $2 < m \le 4$. **D.** $m \le 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = \dfrac{1-m}{(x+1)^2}$

TH1: $m = 1 \Rightarrow y = 1$ loại

TH2: $m > 1$ khi đó $\min\limits_{[1;2]} y = \dfrac{1+m}{2}; \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{2+m}{3}$

$\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{1+m}{2} + \dfrac{2+m}{3} = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5$

TH3: $m < 1$ khi đó: $\max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{1+m}{2}; \min\limits_{[1;2]} y = \dfrac{2+m}{3}$

$\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{2+m}{3} + \dfrac{1+m}{2} = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5$

Vậy $m = 5$ thỏa mãn

Câu 11: Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{9}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < m \le 2$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m > 4$. **D.** $2 < m \le 4$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x+1 \ne 0 \Leftrightarrow x \ne -1$.

TH1: $m = 1$ thì $y = 1$

TH2: $m \ne 1$ thì hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Mà $[1;2] \subset (-1;+\infty)$ nên $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{9}{2} \Leftrightarrow y(1) + y(2) = \dfrac{9}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{1+m}{1+1}+\frac{2+m}{2+1}=\frac{9}{2}$$
$$\Leftrightarrow \frac{1+m}{2}+\frac{2+m}{3}=\frac{9}{2}$$
$$\Leftrightarrow 3(1+m)+2(2+m)=3.9$$
$$\Leftrightarrow 5m+7=27$$
$$\Leftrightarrow m=4.$$

Câu 12: Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}+m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là:

A. $m=2\sqrt{2}$. **B.** $m=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m=-\sqrt{2}$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

$y=x+\sqrt{4-x^2}+m$

Tập xác định $D=[-2;2]$.

$y'=1+\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}, \forall x\in(-2;2)$.

$y'=0\Leftrightarrow 1=\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}\Leftrightarrow \sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ 4-x^2=x^2 \end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

$y(2)=2+m$.

$y(-2)=-2+m$.

$y(\sqrt{2})=2\sqrt{2}+m$.

Giá trị lớn nhất $2\sqrt{2}+m=3\sqrt{2}\Leftrightarrow m=\sqrt{2}$.

Câu 13: Biết giá trị lớn nhất của hàm số $y=-2x^3+3x^2+m$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 5, tìm giá trị của tham số m.

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$y'=-6x^2+6x;\ y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		2
$f'(x)$	0	+	0	−	|
$f(x)$	m	↗	$m+1$	↘	$m-4$

Theo bảng biến thiên ta có $\max\limits_{[0;2]} f(x)=5\Leftrightarrow f(1)=5\Leftrightarrow m+1=5\Leftrightarrow m=4$.

Câu 14: Tìm giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$ bằng 5 .

A. $m=7$. **B.** $m=21$. **C.** $m=17$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\dfrac{2-m}{(x+1)^2}$; $y(0)=m$; $y(4)=\dfrac{8+m}{5}$.

$$\min_{[0;4]} y=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}y'<0\\y(4)=5\end{cases}\\\begin{cases}y'>0\\y(0)=5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2-m<0\\\dfrac{8+m}{5}=5\end{cases}\\\begin{cases}2-m>0\\m=5\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m>2\\m=17\end{cases}\\\begin{cases}m<2\\m=5\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow m=17.$$

Câu 15: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng -4. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0 **B.** 5 **C.** -5 **D.** 10

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{2+m^2}{(x+2)^2}>0, \forall x\neq -2$. Suy ra hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ đồng biến trên đoạn $[1;5]$, do đó

$\max\limits_{[1;5]} y=y(5)=\dfrac{5-m^2}{7}$.

Theo giả thiết, $\dfrac{5-m^2}{7}=-4\Leftrightarrow m^2=33\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{33}$. Vậy $S=\left\{\sqrt{33};-\sqrt{33}\right\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 16: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng -4. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0 **B.** 5 **C.** -5 **D.** 10

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{2+m^2}{(x+2)^2}>0, \forall x\neq -2$. Suy ra hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ đồng biến trên đoạn $[1;5]$, do đó

$\max\limits_{[1;5]} y=y(5)=\dfrac{5-m^2}{7}$.

Theo giả thiết, $\dfrac{5-m^2}{7}=-4\Leftrightarrow m^2=33\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{33}$. Vậy $S=\left\{\sqrt{33};-\sqrt{33}\right\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$, m là tham số. Tích tất cả các giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\dfrac{1}{4}$ là

A. Không tồn tại. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** -4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{2+m^2}{(x+2)^2}>0, \forall x\in[-1;1] \Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} y=y(1)=\dfrac{1-m^2}{3}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow m=\pm\dfrac{1}{2}$.

Vậy tích các giá trị của tham số m là $-\dfrac{1}{4}$.

Câu 18: Cho hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$, m là tham số. Tích tất cả các giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\dfrac{1}{4}$ là

A. Không tồn tại. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** -4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{2+m^2}{(x+2)^2}>0, \forall x\in[-1;1] \Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} y=y(1)=\dfrac{1-m^2}{3}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow m=\pm\dfrac{1}{2}$.

Vậy tích các giá trị của tham số m là $-\dfrac{1}{4}$.

Câu 19: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-m^2-2}{-x+1}$ với m là tham số thực lớn hơn -3 thỏa mãn $\max\limits_{[-4;-2]} y=\dfrac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $-3<m<\dfrac{-1}{2}$. **B.** $\dfrac{-1}{2}<m<0$. **C.** $m>4$. **D.** $1\le m<3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+m-2}{(-x+1)^2}<0$, $\forall x\in[-4;-2]$. Do đó hàm số $y=\dfrac{mx-m^2-2}{-x+1}$ nghịch biến trên $[-4;-2]$. Từ đó suy ra $\max\limits_{[-4;-2]} y=y(-4)=\dfrac{-m^2-4m-2}{5}$.

Theo đề bài ta có $\max\limits_{[-4;-2]} y=\dfrac{-1}{3}\Leftrightarrow\dfrac{-m^2-4m-2}{5}=-\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow 3m^2+12m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=\dfrac{-6+\sqrt{33}}{3}\\ m=\dfrac{-6-\sqrt{33}}{3}\end{array}\right.$.

Câu 20: Tìm giá trị âm của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{m^2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng 1.

A. $m=-\sqrt{2}$. **B.** $m=-\sqrt{3}$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{2m^2+1}{(x+2)^2}>0,\forall x\neq -2$.

Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;3]$ nên $\max\limits_{[1;3]} y=y(3) \Leftrightarrow \dfrac{3m^2-1}{5}=1 \Leftrightarrow m=-\sqrt{2}$.

Câu 21: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+3x+m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $-1;1$ bằng 8.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3+3x+m$ trên $-1;1$.

Ta có: $y'=3x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$, nên giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $-1;1$ là $y\,1=4+m.$

Theo giả thiết ta có: $4+m=8\Leftrightarrow m=4$.

Câu 22: Có bao nhiêu số thực dương m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $[m+1;m+2]$ bằng 53.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

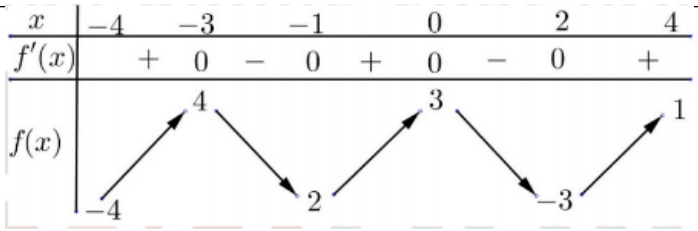
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Dựa theo bảng biến thiên thì để giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+1$ trên đoạn $[m+1;m+2]$ bằng 53 thì $m+1>1\Leftrightarrow m>0$. Khi đó $\max\limits_{[m+1;m+2]} f(x)=f(m+2)=(m+2)^3-3(m+2)+1=53$

$\Leftrightarrow m^3+6m^2+9m-50=0\Leftrightarrow m=2$.

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên:



Có bao nhiêu số thực $m\in\left[-4;4\right]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^3-3x+2\right)+f\left(m\right)$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$ bằng 1.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x^3-3x+2$

Ta có $t'\left(x\right)=3x^2-3\le 0,\ \forall x\in\left[-1;1\right]$

Suy ra $\underset{\left[-1;1\right]}{\text{Min}}t\left(x\right)=t\left(1\right)=0,\ \underset{\left[-1;1\right]}{\text{Max}}t\left(x\right)=t\left(-1\right)=4$

Do đó $\forall x\in\left[-1;1\right]$ thì $t\in\left[0;4\right]$

nên $\underset{\left[0;4\right]}{\text{Max}}\left\{f\left(t\right)+f\left(m\right)\right\}=1\Leftrightarrow\underset{\left[0;4\right]}{\text{Max}}f\left(t\right)+f\left(m\right)=1\Leftrightarrow 3+f\left(m\right)=1\Leftrightarrow f\left(m\right)=-2$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $\left[-4;4\right]$ phương trình $f\left(m\right)=-2$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 24: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $\left[1;2\right]$ bằng 8. Giá trị của m thỏa mãn điều kiện trên thuộc tập hợp nào sau đây?

A. $\left(0;4\right)$. **B.** $\left(8;10\right)$. **C.** $\left(4;8\right)$. **D.** $\left(10;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn.B.

$y'=\dfrac{1-m}{\left(x+1\right)^2}$

Nếu $m=1\Rightarrow y=\dfrac{x+1}{x+1}=1\Rightarrow\max\limits_{\left[1;2\right]}y+\min\limits_{\left[1;2\right]}y=2\neq 8\Rightarrow m=1$ loại.

Nếu $m>1\Rightarrow y'<0\Rightarrow\max\limits_{\left[1;2\right]}y+\min\limits_{\left[1;2\right]}y=y\left(1\right)+y\left(2\right)=\dfrac{1+m}{2}+\dfrac{2+m}{3}=8\Leftrightarrow m=\dfrac{41}{5}$

Nếu $m<1\Rightarrow y'>0\Rightarrow\max\limits_{\left[1;2\right]}y+\min\limits_{\left[1;2\right]}y=y\left(2\right)+y\left(1\right)=\dfrac{2+m}{3}+\dfrac{1+m}{2}=8\Leftrightarrow m=\dfrac{-35}{6}$.

Vậy $m=\dfrac{41}{5}\in\left(8;10\right)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-4}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{\left[0;2\right]}y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $m<-11$ **B.** $m=-12$ **C.** $m>-8$ **D.** $m<-8$

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm $y=\dfrac{2x+m}{x-4}\Rightarrow y'=\dfrac{-8-m}{(x-4)^2}$.

Do hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định nên ta xét $f(0)=-\dfrac{m}{4}; f(2)=\dfrac{m+4}{-2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi

$-8-m>0\Rightarrow m<-8\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=f(2)\Rightarrow \dfrac{m+4}{-2}=3\Rightarrow m=-10$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi

$m>-8\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=f(0)\Rightarrow \dfrac{m}{-4}=3\Rightarrow m=-12$.

Như vậy $m=-10$.

Câu 26: Cho hàm số $y=2x^3-3x^2-m$. Trên $[-1;1]$ hàm số có giá trị nhỏ nhất là -1. Tìm m.

A. $m=-5$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=6x^2-6x$. Xét $y'=0\Leftrightarrow 6x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=1\in[-1;1]. \end{array}\right.$

Mặt khác $y(-1)=-m-5$, $y(0)=-m$, $y(1)=-m-1$.

Suy ra hàm số có giá trị nhỏ nhất là $-m-5$ tại $x=-1$.

Theo giả thiết suy ra $-m-5=-1\Leftrightarrow m=-4$.

Câu 27: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\le 0$. **B.** $2<m\le 4$. **C.** $m>4$. **D.** $0<m\le 2$.

Lời giải

Chọn C

Xét trên đoạn $[1;2]$ hàm số liên tục

Ta có $y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

+TH1: $1-m>0\Leftrightarrow m<1\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(1;2)$.

Suy ra $\max\limits_{[1;2]} y=y(2)$ và $\min\limits_{[1;2]} y=y(1)$.

Do đó $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow y(2)+y(1)=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow \dfrac{2+m}{3}+\dfrac{1+m}{2}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow m=5$

+TH2: $1-m<0\Leftrightarrow m>1\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

Suy ra $\max\limits_{[1;2]} y=y(1)$ và $\min\limits_{[1;2]} y=y(2)$.

Do đó $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow y(1)+y(2)=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow \dfrac{1+m}{2}+\dfrac{2+m}{3}=\dfrac{16}{3}\Leftrightarrow m=5$

+TH3: $m-1=0\Leftrightarrow m=1\Rightarrow y=1$.

Do đó $\min\limits_{[1;2]} y = \max\limits_{[1;2]} y = 1 \Leftrightarrow \min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3}$

Vậy $m = 5$.

Câu 28: Biết rằng tồn tại tham số thực m để hàm số $y = \dfrac{x+m}{x+1}$ có $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (2;4]$. **B.** $m \in (0;2]$. **C.** $m \in (4;+\infty)$. **D.** $m \in (-\infty;0]$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\min\limits_{[1;2]} y + \max\limits_{[1;2]} y = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow y(1) + y(2) = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow \dfrac{1+m}{2} + \dfrac{2+m}{3} = \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5.$

Suy ra $m \in (4;+\infty)$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x+m}{x-3}$. Giá trị của m để $\max\limits_{[-1;2]} f(x) + \min\limits_{[-1;2]} f(x) = 8$ là

A. $m = \dfrac{4}{5}$. **B.** $m = -\dfrac{46}{5}$. **C.** $m = -12$. **D.** $m = \dfrac{18}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(-1) = \dfrac{2-m}{4}$ và $f(2) = -m-4$

Khi đó $\max\limits_{[-1;2]} f(x) + \min\limits_{[-1;2]} f(x) = 8 \Rightarrow \dfrac{2-m}{4} - m - 4 = 8 \Leftrightarrow -5m - 46 = 0 \Leftrightarrow m = -\dfrac{46}{5}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $3 < m \le 4$. **B.** $1 \le m < 3$. **C.** $m > 4$. **D.** $m < -1$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Khi đó $y' = \dfrac{-1-m}{(x-1)^2}$, $\forall x \ne 1$

Nếu $-1-m > 0 \Leftrightarrow m < -1$ thì $y' > 0, \forall x \ne 1$ nên $\min\limits_{[2;4]} y = y(2) = \dfrac{2+m}{2-1} = m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$.

Nếu $-1-m < 0 \Leftrightarrow m > -1$ thì $y' < 0, \forall x \ne 1$ nên $\min\limits_{[2;4]} y = y(4) = \dfrac{4+m}{4-1} = \dfrac{m+4}{3} = 3 \Leftrightarrow m = 5$.

Chọn $m > 4$.

Câu 31: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\cos x + m^2}{2 - \cos x}$ có giá trị lớn nhất trên $\left[\dfrac{-\pi}{2}; \dfrac{\pi}{3}\right]$ bằng 1. Số phần tử của S là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=\dfrac{\cos x+m^2}{2-\cos x}\ \forall x\in\left[\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{3}\right]$

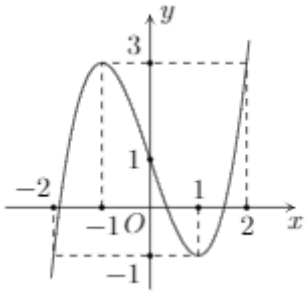
Đặt $t=\cos x\ (0\le t\le 1)$.

Hàm số đã cho trở thành: $f(t)=\dfrac{t+m^2}{2-t}\forall t\in[0;1]$

Ta có: $f'(t)=\dfrac{2+m^2}{(2-t)^2}>0\forall t\in[0;1]$. Suy ra: $\underset{\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{3}\right]}{\text{Max}}\, y=f(1)=m^2+1=1\Leftrightarrow m=0$

Vậy số phần tử của S là 1.

Câu 32: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Tìm m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$.



A. $m=3$. **B.** $m=-13$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-9$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g'(x)=\left(6x^2+1\right)f'\left(2x^3+x-1\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(2x^3+x-1\right)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}u(x)=2x^3+x-1=-1\\u(x)=2x^3+x-1=1\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=\alpha\in(0;1)\end{bmatrix}$$

Khi đó:

$g(0)=f(-1)+m=m+3$

$g(\alpha)=f(1)+m=m-1$

$g(1)=f(2)+m=m+3$

Vậy $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10\Leftrightarrow m+3=-10\Leftrightarrow m=-13..$

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{m\sin x+1}{\cos x+2}$ nhỏ hơn 2?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\dfrac{m\sin x+1}{\cos x+2}\Leftrightarrow m\sin x+1=y\cos x+2y\Leftrightarrow m\sin x-y\cos x=2y-1$

Phương trình có nghiệm khi

$m^2+y^2\ge(2y-1)^2\Leftrightarrow m^2+y^2\ge 4y^2-4y+1\Leftrightarrow 3y^2-4y+1-m^2\le 0$

Xét phương trình $3y^2-4y+1-m^2=0$ có $\Delta'=(-2)^2-3.\left(1-m^2\right)=3m^2+1>0,\forall m$.

Suy ra phương trình $3y^2-4y+1-m^2=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt. Do đó,

$\Leftrightarrow \dfrac{2-\sqrt{3m^2+1}}{3} \le y \le \dfrac{2+\sqrt{3m^2+1}}{3}$.

Suy ra $\max y = \dfrac{2+\sqrt{3m^2+1}}{3}$. Theo yêu cầu bài toán ta có:

$\max y < 2 \Leftrightarrow \dfrac{2+\sqrt{3m^2+1}}{3} < 2 \Leftrightarrow \sqrt{3m^2+1} < 4 \Leftrightarrow 3m^2+1 < 16 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán là: $-2, -1, 0, 1, 2$.

Câu 34: Gọi S là tập hợp các giá trị tham số m để hàm số $y=\dfrac{2mx+m^2+m-2}{x+m}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;4]$ bằng 1. Tổng các phần tử của S bằng.

A. -2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x \ne -m$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-m+2}{(x+m)^2}$. Vì $\begin{cases} a=1 \\ \Delta_m=(-1)^2-4.1.2<0 \end{cases} \Rightarrow m^2-m+2>0, \forall m \Rightarrow y'>0, \forall x \in [1;4]$.

Suy ra, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;4]$ bằng

$y(1)=1 \Leftrightarrow \dfrac{m^2+3m-2}{1+m}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne -1 \\ m^2+2m-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \{1;-3\}$

Kết hợp điều kiện $\begin{cases} x \ne -m \\ x \in [1;4] \end{cases} \Rightarrow m=-3$ loại. Vậy $\sum m = 1$.

Câu 35: Số các giá trị tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng -6 là :

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x-m}$ có tập xác định $\mathbb{R} \setminus \{m\}$

Ta có: $y'=\dfrac{-m+m^2+1}{(x-m)^2}=\dfrac{m^2-m+1}{(x-m)^2}$

Nhận xét: với $m \in [0;4]$ thì hàm số không có GTLN, GTNN trên $[0;4]$

Với $\forall m \notin [0;4]$, Ta có $y'=\dfrac{-m+m^2+1}{(x-m)^2}=\dfrac{m^2-m+1}{(x-m)^2}>0, \forall m \notin [0;4]$

Khi đó giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;4]$ bằng

$y(4)=\dfrac{4-m^2-1}{4-m}=-6 \Leftrightarrow m^2+24m-27=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=-9 \\ m=3 \in [0;4] \end{array}\right.$.

Vậy kết hợp với điều kiện ta chọn $m=-9$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x^2+1}$. Biết $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m<-2$. **B.** $0<m<2$. **C.** $m>2$. **D.** $-2<m<0$.

Lời giải

Chọn D

◆ TXĐ $D=\mathbb{R}$.

◆ Ta có $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-2 \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x\in\mathbb{R}: \dfrac{x+m}{x^2+1}\geq -2 \quad (1) \\ \exists x_0: \dfrac{x_0+m}{x_0^2+1}=-2 \quad (2) \end{cases}$

◆ $(1)\Leftrightarrow \dfrac{x+m}{x^2+1}\geq -2 \Leftrightarrow 2x^2+x+m+2\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow 1-4.2(m+2)\leq 0 \Leftrightarrow m\geq -\dfrac{15}{8}$.

◆ Từ suy ra $m=-\dfrac{15}{8}$.

◆ Vậy $m=-\dfrac{15}{8}$.

Câu 37: Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 1 khi

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn A

+) Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và có đạo hàm là $y'=\dfrac{2+m}{(x+1)^2}$.

+) Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ là một hàm liên tục và đơn điệu trên đoạn $[0;1]$ nên hàn số này đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 1 khi

$$\left[\begin{cases} y'=\dfrac{2+m}{(x+1)^2}>0 \\ \max\limits_{[0;1]} f(x)=f(1) \end{cases} \right. \left. \begin{cases} y'=\dfrac{2+m}{(x+1)^2}<0 \\ \max\limits_{[0;1]} f(x)=f(0) \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{cases} m>-2 \\ f(1)=1 \end{cases} \right. \left. \begin{cases} m<-2 \\ f(0)=1 \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{cases} m>-2 \\ \dfrac{2-m}{1+1}=1 \end{cases} \right. \left. \begin{cases} m<-2 \\ \dfrac{-m}{1}=1 \end{cases}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{cases} m>-2 \\ m=0 \end{cases} \right. \left. \begin{cases} m<-2 \\ m=-1 \end{cases}\right. \Leftrightarrow m=0.$$

Câu 38: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+2}$ với m là tham số, $m\neq -4$. Biết $\min\limits_{[0;2]} f(x)+\max\limits_{[0;2]} f(x)=-8$. Giá trị của tham số m bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{4+m}{(x+2)^2}$.

TH1. Nếu $4+m>0\Leftrightarrow m>-4$ thì $y'>0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Khi đó $\begin{cases}\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(0)=-\dfrac{m}{2}\\ \max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{4-m}{4}\end{cases}$.

Mà $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)+\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=-8\Leftrightarrow -\dfrac{m}{2}+\dfrac{4-m}{4}=-8\Leftrightarrow m=12$.

TH2. Nếu $4+m<0\Leftrightarrow m<-4$ thì $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Khi đó $\begin{cases}\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(0)=-\dfrac{m}{2}\\ \min\limits_{x\in[0;2]} f(x)=f(2)=\dfrac{4-m}{4}\end{cases}$.

Mà $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)+\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=-8\Leftrightarrow -\dfrac{m}{2}+\dfrac{4-m}{4}=-8\Leftrightarrow m=12$.

Vậy $m=12$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 39: Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{mx+5}{x-m}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -7. Mệnh đề nào sau đây đúng.

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0<m\le 2$. **D.** $-1<m<0$.

Lời giải

Chọn C

- Ta có: $y'=-\dfrac{m^2+5}{(x-m)^2}<0,\forall x\ne m$.
- Suy ra hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$.
- Vì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ nên $m\notin[0;1]$.
- Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -7 nên suy ra:

$$\left[\begin{cases}m>1\\ f(1)=\dfrac{m+5}{1-m}=-7\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{cases}m>1\\ m=2\end{cases}(TM)\right.\Leftrightarrow m=2.$$
$$\left.\begin{cases}m<0\\ f(1)=\dfrac{m+5}{1-m}=-7\end{cases}\right.\qquad\left.\begin{cases}m<0\\ m=2\end{cases}(L)\right.$$

Câu 40: Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x+2m+7$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn [2; 4] thuộc khoảng $(-5;8)$ là

A. 12. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số trên [2; 4], ta có:

$$y'=x^2-2x-3,\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin(2;4)\\ x=3\in(2;4)\end{array}\right.\qquad y(2)=-\frac{1}{3}+2m;\ y(4)=\frac{1}{3}+2m;\ y(3)=-2+2m$$

$\Rightarrow \underset{[2;4]}{Min}\, y = -2+2m \in (-5;8) \Leftrightarrow -5 < -2+2m < 8 \Leftrightarrow -3 < 2m < 10 \Leftrightarrow \dfrac{-3}{2} < m < 5$

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1;0;1;2;3;4\}$

Vậy có 6 số nguyên cần tìm.

Câu 41: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m^2 - 2m$. Gọi S tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $3\max\limits_{[-3;1]} f(|x|) + 2\min\limits_{[-3;1]} f(|x|) \le 112$. Số phần tử của S bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $f\left(|x|\right) = f\left(|-x|\right) \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} \max\limits_{[-3;1]} f\left(|x|\right) = \max\limits_{[0;3]} f\left(x\right) \\ \min\limits_{[-3;1]} f\left(|x|\right) = \min\limits_{[0;3]} f\left(x\right) \end{cases}$.

◆ Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow f\left(0\right) = m^2 - 2m \\ x = 2 \Rightarrow f\left(2\right) = m^2 - 2m - 4 \end{array}\right.$ và $f\left(3\right) = m^2 - 2m$.

◆ Suy ra $3\max\limits_{[-3;1]} f(|x|) + 2\min\limits_{[-3;1]} f(|x|) \le 112 \Leftrightarrow 3\left(m^2 - 2m\right) + 2\left(m^2 - 2m - 4\right) \le 112$

$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 24 \le 0 \Leftrightarrow -4 \le m \le 6 \overset{m\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} m \in \{-4;-3;-2...;5;6\} \Rightarrow$ có 11 giá trị của m..

Câu 42: Cho hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-3}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{[-1;2]} y = -2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m > 3$. **B.** $-1 < m < 1$. **C.** $m < -3$. **D.** $-3 < m \le -1$.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta thấy $y' = \dfrac{-3-m}{\left(x-3\right)^2}$

◆ Trường hợp 1: $\begin{cases} -m-3 > 0 \\ \min\limits_{[-1;2]} y = y\left(-1\right) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m = 9 \end{cases} (VN)$

◆ Trường hợp 2: $\begin{cases} -m-3 < 0 \\ \min\limits_{[-1;2]} y = y\left(2\right) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$

Câu 43: Cho hàm số $f\ x = x - 3\sqrt[3]{x+1} + m$, đặt $P = \max\limits_{x\in -1;7} \left[f\ x\right]^2 + \min\limits_{x\in -1;7} \left[f\ x\right]^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để giá trị lớn nhất của P không vượt quá 26.

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sqrt[3]{x+1} \in 0;2$ ta có $f\ t = t^3 - 3t + m - 1 \Rightarrow \left[f\ t\right]' = 3t^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1; t = -1$.

Bảng biến thiên:

t	0	1	2
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$m-1$ ↘	$m-3$	↗ $m+1$

Suy ra $f\ t\ \in m-3;m+1$.

Ta có

$$\begin{cases}\max\limits_{0;2}\left|f\ t\right|=\dfrac{\left|m-3+m+1\right|+\left|m-3-m-1\right|}{2}=\left|m-1\right|+2\\ \min\limits_{0;2}\left|f\ t\right|=\begin{cases}0 & khi\ m-3\ \ m+1\ \le 0\\ \left|m-1\right|-2 & khi\ m-3\ \ m+1\ >0\end{cases}\end{cases}.$$

Trường hợp 1: Khi $m-3\ \ m+1\ \le 0\Leftrightarrow m\in -1;3$ thì

$P=\ \left|m-1\right|+2\ ^{2}\le 26\Leftrightarrow\left|m-1\right|\le\sqrt{26}-2\simeq 3,09\Rightarrow m\in\ -1;0;1;2;3$.

Trường hợp 2: Khi $m-3\ \ m+1\ >0\Leftrightarrow m\notin\ -1;3$ thì

$P=\ \left|m-1\right|-2\ ^{2}+\ \left|m-1\right|+2\ ^{2}=2\ \ m-1\ ^{2}+8\le 26$

$\Leftrightarrow\ \ m-1\ ^{2}\le 9\Leftrightarrow m\in\ -2;4\ \Rightarrow m\in\ -2;4$.

Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 44: Tìm giá trị của tham số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $\left[0;4\right]$ bằng 5.

A. $m=7$. **B.** $m=21$. **C.** $m=17$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn C

◆ Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;4\right]$.

◆ Ta có $y'=\dfrac{2-m}{\left(x+1\right)^{2}}$.

◆ Nếu $2-m>0\Leftrightarrow m<2\left(1\right)\Rightarrow y'>0,\forall x\in\left(0;4\right)$ suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $\left[0;4\right]$.

Khi đó $\underset{[0;4]}{Miny}=y\left(0\right)=m=5$.

◆ Nếu $2-m<0\Leftrightarrow m>2\left(2\right)\Rightarrow y'<0,\forall x\in\left(0;4\right)$ suy ra hàm số nghịch biến trên đoạn $\left[0;4\right]$.

Khi đó $\underset{[0;4]}{Miny}=y\left(4\right)=\dfrac{m+8}{5}=5\Leftrightarrow m=17$

◆ Nếu $2-m=0\Leftrightarrow m=2\Rightarrow y=2,\forall x\in\left[0;4\right]$.

Khi đó $\underset{[0;4]}{Miny}=2\neq 5$.

Vậy $m=17$.

Câu 45: Gọi S là tập hợp các giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x^{2}+x-m)^{2}$ trên đoạn $\left[-2;2\right]$ bằng 4. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** $-\frac{23}{4}$. **C.** $\frac{41}{4}$. **D.** $\frac{23}{2}$.

Lời giải

Chọn A

◆ Đặt $f(x)=x^2+x-m$. Ta có: $f'(x)=2x+1$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

Bảng biến thiên:

x	-2		$-\frac{1}{2}$		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-m+2$	↘	$-m-\frac{1}{4}$	↗	$-m+6$

◆**Trường hợp 1:** $-m-\frac{1}{4}>0 \Leftrightarrow m<-\frac{1}{4}$

Ta có: $\min\limits_{x\in[-2;2]} f(x)=-m-\frac{1}{4} \Rightarrow \min\limits_{x\in[-2;2]} y=\left(-m-\frac{1}{4}\right)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\frac{9}{4}(n) \\ m=\frac{7}{4}(l) \end{array}\right.$

◆**Trường hợp 2:** $-m+6<0 \Leftrightarrow m>6$

Ta có $\min\limits_{x\in[-2;2]} f(x)=-m-\frac{1}{4} \Rightarrow \min\limits_{x\in[-2;2]} y=(-m+6)^2=4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4(l) \\ m=8(n) \end{array}\right.$

◆**Trường hợp 3:** $-m-\frac{1}{4}\le 0\le -m+6 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\le m\le 6$

Ta có $\min\limits_{x\in[-2;2]} f(x)=0 \Rightarrow \min\limits_{x\in[-2;2]} y=0$. Suy ra $-\frac{1}{4}\le m\le 6$ không thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy $m\in\left\{-\frac{9}{4};8\right\} \Rightarrow S=\frac{23}{4}$.

DẠNG 4 Max-min hàm số chứa dấu giá trị tuyệt đối

PHẦN I. ĐỀ BÀI

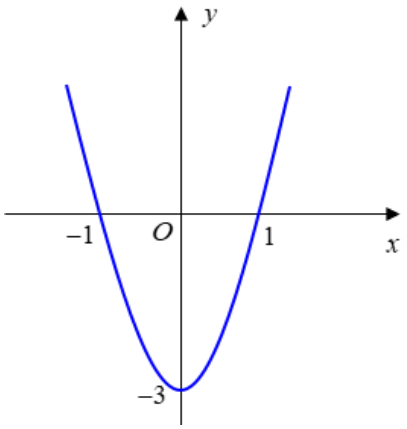
Câu 1: Gọi $m,\ n$ lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=|x|+2$ trên $[-2;-1]$. Tính $m+n$.

A. 8. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 2: Cho hàm số $y=\left|x+\sqrt{16-x^2}\right|+a$ có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là m,M. Biết $m+M=a^2$. Tìm tích P tất cả các giá trị a thỏa mãn đề bài

A. $P=-4$. **B.** $P=-8$. **C.** $P=-4\sqrt{2}$. **D.** $P=-4\sqrt{2}-4$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ dương và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 3. **B.** 14. **C.** 8. **D.** 20.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+m}{x+1}$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho $\max\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|\le 200$?

A. 400. **B.** 301. **C.** 401. **D.** 200.

Câu 5: Cho $m\in(0;2)$. Gọi β là giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^3-3x^2-m|$ trên $[0;3]$. Tính β.

A. $\beta=2+m$. **B.** $\beta=m+4$. **C.** $\beta=2-m$. **D.** $4-m$.

Câu 6: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{19}{2}x^2+30x+m-20\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 20. Tổng các phần tử của S bằng

A. 300. **B.** 105. **C.** -195. **D.** 210.

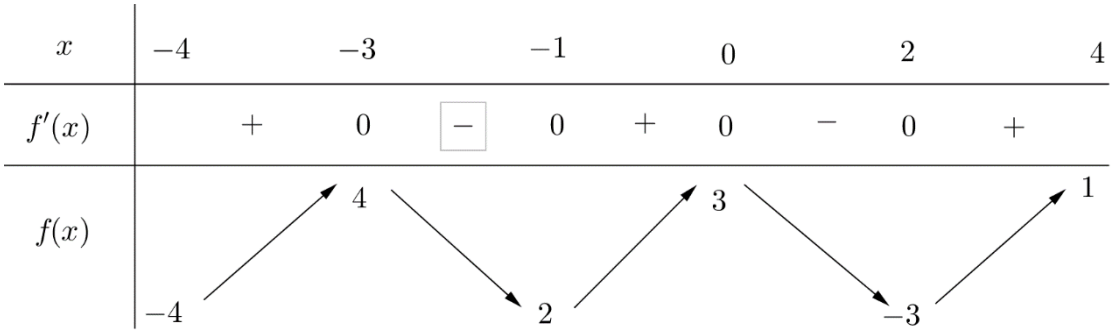
Câu 7: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^4-4x^2+m|$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng 2020. Tính tổng các phần tử của S

A. 4. **B.** 5. **C.** 2020. **D.** 0.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+m\right|$. Có bao nhiêu số nguyên m để $\min\limits_{[1;3]} f(x)\le 3$.

A. 4. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4;4]$ như sau:



Có bao nhiêu giá trị của tham số m thuộc đoạn $[-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(|x|^3+3|x|\right)+f(m)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\frac{11}{2}$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3 **D.** 5.

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^3+3x^2-72x+90\right|+m$ trên đoạn $[-5;5]$ là 2020. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng về tham số m?

A. m là số chính phương. **B.** m là một số chẵn.

C. m là số nguyên âm. **D.** m là số nguyên tố.

Câu 11: Gọi m là tham số thực để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+m-4\right|$ trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 12: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|\frac{x^2+2mx+4m}{x+2}\right|$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 3. Tích các phần tử của S bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** 1.

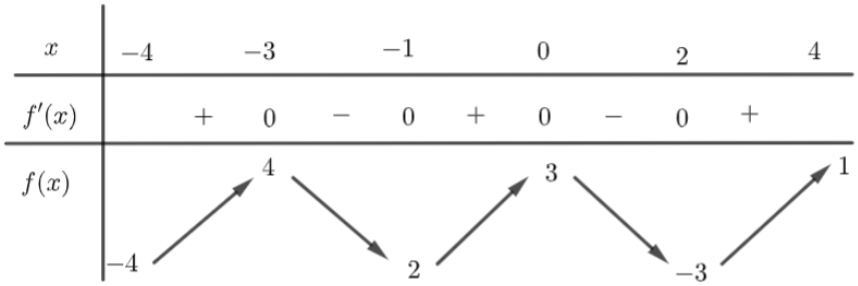
Câu 13: Cho hàm số $y=\frac{2x+m}{x-4}$ (m là tham số thực) Thỏa mãn $\max\limits_{[0;2]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $m<-11$. **B.** $m=-12$. **C.** $m>-8$. **D.** $m<-8$.

Câu 14: Cho hàm số $y=\frac{x+m}{x-3}$ (m là tham số) thỏa mãn $\min\limits_{[-1;2]} y=-2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m>3$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $m<-3$. **D.** $-3<m\le -1$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4;4]$ như sau:



Có bao nhiêu giá trị của tham số $m \in [-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f\left(|x|^3 + 3|x|\right) + f(m)$ trên $[-1;1]$ bằng $\frac{11}{2}$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 20.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 31.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Gọi m, n lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=|x|+2$ trên $[-2;-1]$. Tính $m+n$.

A. 8. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Vì trên $[-2;-1]$ thì $0\le|x|\le 2\Rightarrow 2\le|x|+2\le 4\Rightarrow\begin{cases}m=4\\n=2\end{cases}\Rightarrow m+n=6..$

Câu 2: Cho hàm số $y=\left|x+\sqrt{16-x^2}\right|+a$ có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là m,M. Biết $m+M=a^2$. Tìm tích P tất cả các giá trị a thỏa mãn đề bài

A. $P=-4$. **B.** $P=-8$. **C.** $P=-4\sqrt{2}$. **D.** $P=-4\sqrt{2}-4$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=x+\sqrt{16-x^2}$ với $-4\le x\le 4$.

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}=\dfrac{\sqrt{16-x^2}-x}{\sqrt{16-x^2}}$;

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{16-x^2}-x}{\sqrt{16-x^2}}=0\Leftrightarrow x=2\sqrt{2}.$

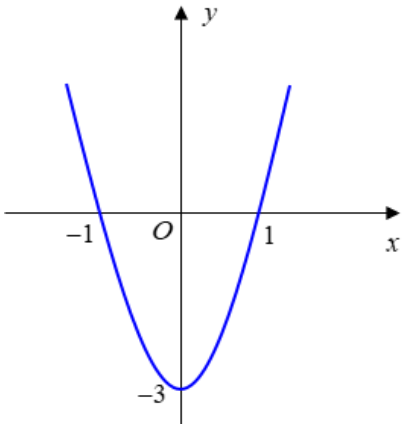
Ta tính $f(-4)=-4; f(4)=4; f\left(2\sqrt{2}\right)=4\sqrt{2}$ suy ra $\begin{cases}\min f(x)=-4\\\max f(x)=4\sqrt{2}\end{cases}$.

Ta có $y=|f(x)|+a$ do đó $\begin{cases}m=\min y=0+a=a\\M=\max y=4\sqrt{2}+a\end{cases}$.

$m+M=a^2\Leftrightarrow a+4\sqrt{2}+a=a^2\Leftrightarrow a^2-2a-4\sqrt{2}=0$.

Do đó $P=a_1.a_2=-4\sqrt{2}$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ dương và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y=|f(x)|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 3. **B.** 14. **C.** 8. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị của hàm số $f'(x)$ đi qua các điểm $(1;0)$; $(0;-3)$ và có trục đối xứng là $x=0$

$$\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=-3\end{cases}\Rightarrow f(x)=x^3-3x+d.$$

Đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ dương

$$\Rightarrow\begin{cases}x^3-3x+d=4\\3x^2-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^3-3x+d=4\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1(l)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=6\\x=1\end{cases}\Rightarrow f(x)=x^3-3x+6$$

Xét trên đoạn $[0;2]$ ta có:

$$\begin{cases}f(0)=6\\f(2)=8\\f(1)=4\end{cases}\Rightarrow \text{giá trị lớn nhất của hàm số } y=|f(x)| \text{ trên đoạn } [0;2] \text{ bằng } |f(2)|=8.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+m}{x+1}$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho $\max\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|\le 200$?

A. 400. **B.** 301. **C.** 401. **D.** 200.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ và có $f'(x)=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

TH1: $m=1\Rightarrow f'(x)=0\Rightarrow f(x)$ là hàm hằng $\Rightarrow \max\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|=\min\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|=|f(0)|=1$

Thỏa điều kiện $\max\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|\le 200$ nên nhận $m=1$.

TH2: $m<1\Rightarrow f'(x)>0\Rightarrow f(x)$ đồng biến $[0;1]$

Suy ra $\max\limits_{x\in[0;1]}f(x)=f(1)=\dfrac{m+1}{2}$, $\min\limits_{x\in[0;1]}f(x)=m$.

TH2.1: $m\ge 0$.

$$\max_{x\in[0;1]}|f(x)|+2\min_{x\in[0;1]}|f(x)|\le 200\Leftrightarrow\frac{m+1}{2}+2m\le 200\Leftrightarrow m\le\frac{399}{5}.$$

Suy ra $m\in[0;1)$.

TH2.2: $-1<m<0\Rightarrow\begin{cases}\min\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|=0\\\max\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|\in\left\{\left|\dfrac{m+1}{2}\right|;|m|\right\}\end{cases}$, nên $\max\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|\le 1$.

Do đó $\max\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|+2\min\limits_{x\in[0;1]}|f(x)|\le 200$ luôn đúng.

Nên $-1<m<0$.

TH3: $m \le -1$

$\max\limits_{x\in[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|+2\min\limits_{x\in[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|\le 200 \Leftrightarrow -m+2.\left(-\dfrac{m+1}{2}\right)\le 200 \Leftrightarrow m\ge -\dfrac{201}{2}$.

Suy ra $m\in\left[-\dfrac{201}{2};-1\right]$.

Kết hợp 3 trường hợp của TH2, ta nhận $m\in\left[-\dfrac{201}{2};1\right)$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{-100;-99;...;0\right\}$.

TH3: $m>1\Rightarrow f'\left(x\right)<0\Rightarrow f\left(x\right)$ nghịch biến $\left[0;1\right]$.

Suy ra $\min\limits_{x\in[0;1]}f\left(x\right)=f\left(1\right)=\dfrac{m+1}{2}>1$, $\max\limits_{x\in[0;1]}f\left(x\right)=f\left(0\right)=m$

Nên $\max\limits_{x\in[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|+2\min\limits_{x\in[0;1]}\left|f\left(x\right)\right|\le 200 \Leftrightarrow m+2.\dfrac{m+1}{2}\le 200\Leftrightarrow m\le\dfrac{199}{2}$

Suy ra $m\in\left(1;\dfrac{199}{2}\right]$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{2;3;...99\right\}$.

Kết hợp 3 trường hợp, ta được $m\in\left\{-100;-99;...;99\right\}$.

Vậy có 200 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 5: Cho $m\in(0;2)$. Gọi β là giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x^2-m\right|$ trên $\left[0;3\right]$. Tính β.

A. $\beta=2+m$. **B.** $\beta=m+4$. **C.** $\beta=2-m$. **D.** $4-m$.

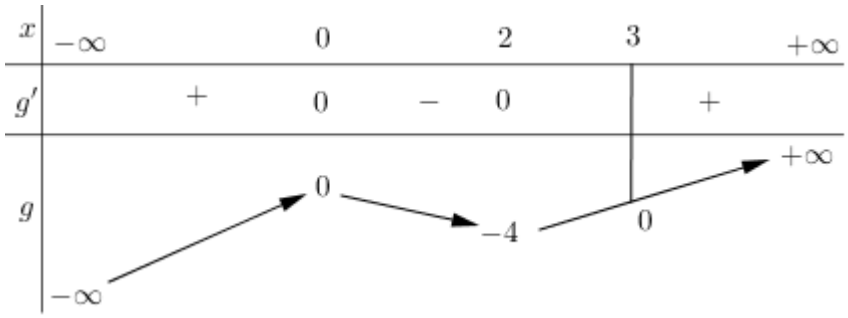
Lời giải

Chọn B

Đặt $t=x^3-3x^2$. Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2$ trên $\left[0;3\right]$.

Ta có: $g'(x)=3x^2-6x$. Xét $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên



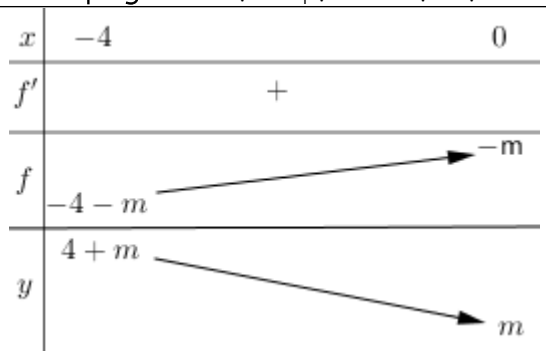
Từ bảng biến thiên ta suy ra: $-4\le t\le 0$ khi $0\le x\le 3$.

Từ đó bài toán trở thành

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|t-m\right|$ trên $\left[-4;0\right]$.

Nhận thấy hàm số $f(t)=$ t− m là hàm đồng biến.

Kết hợp với điều kiện $m\in\left(0;2\right)$ nên ta có bảng biến thiên.



Vậy $\beta = 4+m$.

Câu 6: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-\frac{19}{2}x^2+30x+m-20\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 20. Tổng các phần tử của S bằng

A. 300. **B.** 105. **C.** -195. **D.** 210.

Lời giải

Chọn B

◆ Xét hàm số $g(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{19}{2}x^2+30x+m-20$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có: $g'(x)=x^3-19x+30; g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5\notin(0;2) \\ x=2\notin(0;2) \\ x=3\notin(0;2) \end{array}\right.$.

$g(0)=m-20; g(2)=m+6$.

Ta có $\max\limits_{[0;2]}|g(x)|\le 20 \Leftrightarrow \begin{cases} |g(0)|\le 20 \\ |g(2)|\le 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m-20|\le 20 \\ |m+6|\le 20 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le m\le 14$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2;...14\}$.

Vậy tổng các phần tử của S bằng 105.

Câu 7: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^4-4x^2+m|$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng 2020. Tính tổng các phần tử của S

A. 4. **B.** 5. **C.** 2020. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=x^4-4x^2+m, f(x)=|x^4-4x^2+m|$

TXĐ của $g(x)$ là $\mathbb{R}, g'(x)=4x^3-8x$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ với $x\in[-2;1]$

x	-2		$-\sqrt{2}$		0		1
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	
g	m	↘	$m-4$	↗	m	↘	$m-3$

Ta có: $\max\limits_{x\in[-2;1]} f(x)=\max\{|m|,|m-4|,|m-3|\}$ **(1)**

- Nếu $m\le 0$: Toàn bộ phần đồ thị trên của hàm số $g(x)$ nằm phía dưới trục hoành $\Rightarrow \max\limits_{x\in[-2;1]} f(x)=|m-4|=4-m=2020\Leftrightarrow m=-2016$

- Nếu $m-4\ge 0\Leftrightarrow m\ge 4$: Toàn bộ phần đồ thị trên của hàm số $g(x)$ nằm phía trên trục hoành $\Rightarrow \max\limits_{x\in[-2;1]} f(x)=|m|=m=2020$

- Nếu $0<m<4$: Vì có **(1)** nên yêu cầu của bài toán không thể thỏa mãn. Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn bài toán là: $\left[\begin{array}{l} m=-2016 \\ m=2020 \end{array}\right. \Rightarrow -2016+2020=4$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)=\left|x^3-3x^2+m\right|$. Có bao nhiêu số nguyên m để $\min\limits_{[1;3]} f(x)\le 3$.

A. 4. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2+m\Rightarrow g'(x)=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\notin[1;3] \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có $g(1)=m-2$; $g(2)=m-4$; $g(3)=m$. Ta thấy $g(3)>g(1)>g(2)$.

Nếu $g(3).g(2)\le 0\Leftrightarrow m(m-4)\le 0\Leftrightarrow 0\le m\le 4$ thì $\min\limits_{[1;3]} f(x)=0$ thỏa mãn.

Nếu $g(3)<0\Rightarrow m<0$ thì $\min\limits_{[1;3]} f(x)=|g(3)|=|m|\le 3\Leftrightarrow -3\le m\le 3$. Vậy $m\in[-3;0)$.

Nếu $g(2)>0\Rightarrow m>4$ thì $\min\limits_{[1;3]} f(x)=|g(2)|=|m-4|\le 3\Leftrightarrow 1\le m\le 7$. Vậy $m\in(4;7]$.

Kết hợp 3 điều trên ta được $m\in[-3;7]\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}$ có 11 giá trị m thỏa ycbt.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4;4]$ như sau:

x	-4		-3		-1		0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	4	↘	2	↗	3	↘	-3	↗	1

Có bao nhiêu giá trị của tham số m thuộc đoạn $[-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(|x|^3+3|x|\right)+f(m)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng $\frac{11}{2}$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3 **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$\forall x\in[-1;1]\Rightarrow -x\in[-1;1]$

Có $g(-x)=f\left(|-x|^3+3|-x|\right)+f(m)=f\left(|x|^3+3|x|\right)+f(m)=g(x)$

Suy ra $g(x)$ là hàm số chẵn trên $[-1;1]$.

Xét trên $[0;1]$, ta có: $g(x)=f\left(x^3+3x\right)+f(m)$

$g'(x)=\left(3x^2+3\right).f'\left(x^3+3x\right)$

Cho $g'(x)=0\Rightarrow f'\left(x^3+3x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3+3x=-3(VN)\\x^3+3x=-3(VN)\\x^3+3x=0\\x^3+3x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

$g(0)=f(0)+f(m)=3+f(m)$; $g(1)=f(1)+f(m)<g(0)$.

Từ đó: $\max\limits_{[-1;1]}g(x)=3+f(m)=\frac{11}{2}\Rightarrow f(m)=\frac{5}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy có 4 giá trị của m thuộc đoạn $[-4;4]$ thỏa điều kiện bài toán.

Câu 10: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|x^3+3x^2-72x+90\right|+m$ trên đoạn $[-5;5]$ là 2020. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng về tham số m?

A. m là số chính phương. **B.** m là một số chẵn.

C. m là số nguyên âm. **D.** m là số nguyên tố.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=g(x)+m$ với $g(x)=\left|x^3+3x^2-72x+90\right|=\sqrt{\left(x^3+3x^2-72x+90\right)^2}$.

$g'(x)=\frac{2\left(x^3+3x^2-72x+90\right).\left(x^3+3x^2-72x+90\right)'}{2\sqrt{\left(x^3+3x^2-72x+90\right)^2}}=\frac{\left(x^3+3x^2-72x+90\right)\left(3x^2+6x-72\right)}{\sqrt{\left(x^3+3x^2-72x+90\right)^2}}$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2+6x-72=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\in[-5;5]\\x=-6\notin[-5;5]\end{array}\right.$.

$f(-5)=400+m$, $f(5)=70+m$, $f(4)=86+m$.

Vậy $\max\limits_{x\in[-5;5]}f(x)=400+m=2020\Leftrightarrow m=1620$.

Vậy m là một số chẵn.

Câu 11: Gọi m là tham số thực để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+m-4\right|$ trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của m là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^2+2x+m-4$ liên tục trên $[-2;1]$.

Ta có: $f'(x)=2x+2$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-1\in(-2;1)$.

Ta có $f(-2)=m-4$, $f(1)=m-1$, $f(-1)=m-5$.

Khi đó $\max\limits_{[-2;1]} f(x)=m-1$, $\min\limits_{[-2;1]} f(x)=m-5$.

Khi đó $\max\limits_{[-2;1]}|f(x)|=\max\{|m-5|;|m-1|\}=M$.

Ta có: $\begin{cases}M\ge|m-5|\\ M\ge|m-1|=|1-m|\end{cases}\Rightarrow 2M\ge|m-5|+|1-m|\ge|m-5+1-m|=4\Rightarrow M\ge 2$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}|m-5|=|1-m|=2\\ (m-5)(1-m)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m=3$.

Câu 12: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|\dfrac{x^2+2mx+4m}{x+2}\right|$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 3. Tích các phần tử của S bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $-\dfrac{3}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{x^2+2mx+4m}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$

Ta có: $g'(x)=\dfrac{x^2+4x}{(x+2)^2}$, $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[-1;1]\\ x=-4\notin[-1;1]\end{array}\right.$

$g(0)=2m$; $g(-1)=2m+1$; $g(-1)=2m+\dfrac{1}{3}$.

Theo đề bài $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=\max\limits_{[-1;1]}|g(x)|=\max\limits_{[-1;1]}\left\{|2m|\,;\,|2m+\dfrac{1}{3}|;|2m+1|\right\}=3$.

Chỉ có thể xảy ra một trong hai trường hợp:

Th1: $|2m|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{3}{2}\\ m=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$;

$*\ m=\dfrac{3}{2}\Rightarrow\max\limits_{[-1;1]} f(x)=4$ vì vậy ta loại trường hợp $m=\dfrac{3}{2}$.

$*\ m=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow\max\limits_{[-1;1]} f(x)=3$ (nhận).

Th2: $|2m+1|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-2\end{array}\right.$;

$*\ m=-2\Rightarrow\max\limits_{[-1;1]} f(x)=4$ vì vậy ta loại trường hợp $m=-2$.

$^*\ m=1 \Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} f(x)=3$ (nhận).

Vậy $S=-\dfrac{3}{2}.1=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 13: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-4}$ (m là tham số thực) Thỏa mãn $\max\limits_{[0;2]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $m<-11$. **B.** $m=-12$. **C.** $m>-8$. **D.** $m<-8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{-8-m}{(x-4)^2}$

TH1: $-8-m>0 \Leftrightarrow m<-8 \Rightarrow y'>0\ \forall x\neq 4$ nên hàm số đồng biến trong $[0;2]$

$\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=y(2)=\dfrac{4+m}{2-4}=\dfrac{4+m}{-2}=3 \Rightarrow m=-10$ (tm)

TH2: $-8-m<0 \Leftrightarrow m>-8 \Rightarrow y'<0\ \forall x\neq 4$ nên hàm số nghịch biến trong $[0;2]$

$\Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=y(0)=\dfrac{m}{-4}=3 \Rightarrow m=-12$ (L)

Vậy $m=-10$ là giá trị cần tìm nên đáp án D là mệnh đề đúng

Câu 14: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-3}$ (m là tham số) thỏa mãn $\min\limits_{[-1;2]} y=-2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m>3$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $m<-3$. **D.** $-3<m\leq -1$.

Lời giải

Chọn B

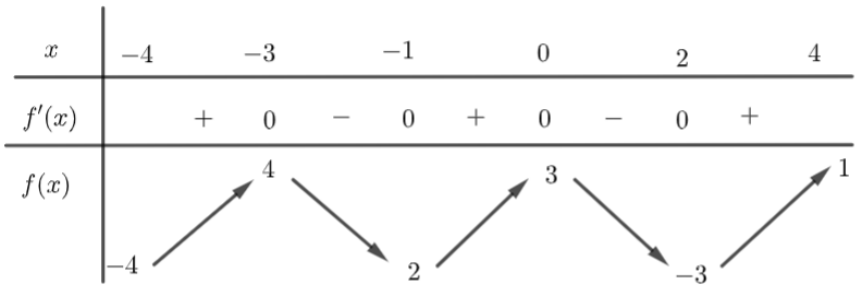
Hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-3}$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đạo hàm $y'=\dfrac{-3-m}{(x-3)^2}$

Nếu $y'>0 \Leftrightarrow m<-3$ thì hàm số đồng biến trên đoạn $[-1;2]$ nên $\min\limits_{[-1;2]} y=y(-1)=\dfrac{-1+m}{-4}=-2 \Leftrightarrow m=9$ không thỏa mãn.

Nếu $y'<0 \Leftrightarrow m>-3$ hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;2]$ nên $\min\limits_{[-1;2]} y=y(2)=\dfrac{2+m}{-1}=-2 \Leftrightarrow m=0$ thỏa mãn.

Vậy đáp án **B** đúng.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-4;4]$ như sau:



Có bao nhiêu giá trị của tham số $m\in[-4;4]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(|x|^3+3|x|\right)+f(m)$ trên $[-1;1]$ bằng $\frac{11}{2}$?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(-x)=g(x)$ nên $g(x)$ chẵn hay đồ thị của hàm số $y=g(x)$ đối xứng qua trục tung.

$\Rightarrow \max\limits_{[-1;1]} g(x)=\max\limits_{[0;1]} g(x)=\max\limits_{[0;1]}\left[f\left(x^3+3x\right)+f(m)\right]=\max\limits_{[0;1]}\left[f\left(x^3+3x\right)\right]+f(m).$

Xét hàm số $y=f\left(x^3+3x\right)$ trên $[0;1]$.

Đặt $t=x^3+3x\Rightarrow t\in[0;4]\Rightarrow \max\limits_{[0;1]} y=\max\limits_{[0;4]} f(t)=3.$

Khi đó $\max\limits_{[-1;1]} g(x)=3+f(m)=\frac{11}{2}\Leftrightarrow f(m)=\frac{5}{2}.$

Vậy có 4 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+m\right|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 20.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 31.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm $f(x)=x^3-3x+m$ trên $[0;3]$.

Ta có $f'(x)=3x^2-3$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Khi đó $f(1)=m-2$, $f(0)=m$ và $f(3)=m+18$.

Do $f(1)<f(0)<f(3)$ nên $\max\limits_{[0;3]} y=\max\left\{|f(1)|;|f(3)|\right\}$.

Nếu $\max\limits_{[0;3]} y=|m+18|=20$ thì $\left\{\begin{array}{l}|m+18|=20\\|m+18|\geq|m-2|\end{array}\right.\Leftrightarrow m=2$.

Nếu $\max\limits_{[0;3]} y=|m-2|=20$ thì $\left\{\begin{array}{l}|m-2|=20\\|m-2|\geq|m+18|\end{array}\right.\Leftrightarrow m=-18$.

DẠNG 5 Các bài toán ứng dụng, tối ưu và thực tế

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Một chất điểm chuyển động với quy luật $s(t)=6t^2-t^3$. Thời điểm t (giây) tại vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 12. **B.** 24. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 2: Độ giảm huyết áp của một bệnh $G(x)=0,025x^2(30-x)$ trong đó x là số miligam thuốc được tiêm cho bệnh nhân $(0<x<30)$. Để bệnh nhân đó có huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm vào là

A. $x=15(mg)$. **B.** $x=20(mg)$. **C.** $x=20(mg)$. **D.** $x=25(mg)$.

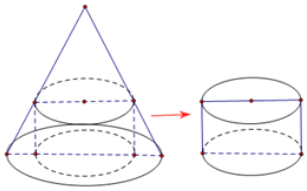
Câu 3: Một chất điểm chuyển động với quy luật $s(t)=6t^2-t^3$. Thời điểm t **(giây)** tại vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 12. **B.** 24. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 4: Vận tốc của một hạt chuyển động được xác định bởi công thức $v\ t\ =t^3-10t^2+29t-20$ (t được tính bằng giây). Vận tốc của hạt tại thời điểm gia tốc nhỏ nhất gần bằng

A. $-0,88$. **B.** $2,59$. **C.** $6,06$. **D.** $2,61$.

Câu 5: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r=2\text{m}$, chiều cao $h=6\text{m}$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Giá trị của V là:



A. $V=\frac{32}{9}\pi(\text{m}^3)$. **B.** $V=\frac{32}{3}\pi(\text{m}^3)$. **C.** $V=\frac{32}{27}\pi(\text{m}^3)$. **D.** $V=\frac{32}{5}\pi(\text{m}^3)$.

Câu 6: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t)=\frac{t}{t^2+1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 4 giờ. **B.** 3 giờ. **C.** 1 giờ. **D.** 2 giờ.

Câu 7: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S=-t^3+12t^2-30t+10$ trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng (m). Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất là

A. $t=2s$. **B.** $t=4s$. **C.** $t=6s$. **D.** $t=5s$.

Câu 8: Ông A dự định sử dụng hết $8\ m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $2.05\ m^3$. **B.** $1.02\ m^3$. **C.** $1.45\ m^3$. **D.** $0.73\ m^3$.

Câu 9: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành một hình vuông, đoạn thứ hai được uốn thành một vòng tròn. Hỏi khi tổng diện tích của hình vuông và hình tròn ở trên nhỏ nhất thì chiều dài đoạn dây uốn thành hình vuông bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $30,54\text{cm}$. **B.** $33,61\text{cm}$. **C.** $40,62\text{cm}$. **D.** $26,43\text{cm}$

Câu 10: Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t)=\dfrac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t sử dụng độc tố. Vào thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?

A. Ngay từ lúc bắt đầu sử dụng độc tố. **B.** Sau $0,5$ giờ.

C. Sau 2 giờ. **D.** Sau 1 giờ.

Câu 11: Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Câu 12: Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ.Hãy cho biết chiến sỹ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất?Biết dòng sông là thẳng,mục tiêu cách chiến sỹ 1km theo đường chim bay và chiến sỹ cách bờ bên kia 100m.

A. $\dfrac{200\sqrt{2}}{3}$. **B.** $75\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{200\sqrt{3}}{3}$. **D.** $75\sqrt{2}$.

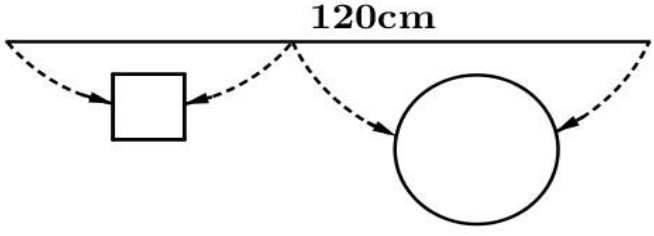
Câu 13: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/m^2. Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể.

A. 46 triệu đồng. **B.** 51 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 36 triệu đồng.

Câu 14: Ông X muốn xây một bình chứa hình trụ có thể tích $72\,\text{m}^3$. Đáy làm bằng bêtông giá 100 nghìn đồng/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn đồng/m^2, nắp bằng nhôm giá 140 nghìn đồng/m^2. Vậy đáy của hình trụ có bán kính bằng bao nhiêu để chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{\pi}}(\text{m})$. **B.** $\dfrac{3}{\sqrt[3]{\pi}}(\text{m})$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt[3]{\pi}}(\text{m})$. **D.** $\dfrac{3\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{\pi}}(\text{m})$.

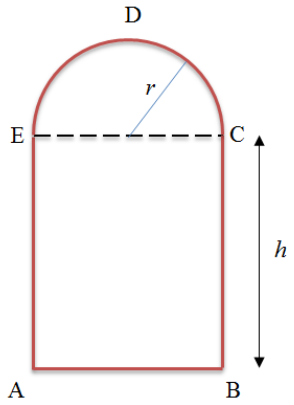
Câu 15: Một sợi dây kim loại dài 120cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn **(tham khảo hình bên dưới)**.



Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là **(làm tròn đến hàng đơn vị)**

A. 462. **B.** 426. **C.** 498. **D.** 504.

Câu 16: Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài $4m$ để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ.



Gọi r là bán kính của nửa đường tròn. Tìm r (theo m) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.

A. 1. **B.** 0,5. **C.** $\frac{4}{\pi+4}$. **D.** $\frac{2}{\pi+4}$.

Câu 17: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Nếu giá cho thuê mỗi căn là 3 000 000 đồng/tháng thì không có phòng trống, còn nếu cho thuê mỗi căn hộ thêm 200.000đ/tháng thì sẽ có 2 căn bị bỏ trống. Hỏi công ty phải niêm yết bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

A. 3400000. **B.** 3000000. **C.** 5000000. **D.** 4000000.

Câu 18: Lưu lượng xe ô tô vào đường hầm được cho bởi công thức $f(v)=\frac{386v}{v^2+2v+5}$ (xe/giây), trong đó v (km/h) là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm. Tính vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm sao cho lưu lượng xe là lớn nhất

A. 5 km/h. **B.** $\sqrt{5}$ km/h. **C.** $\frac{193}{\sqrt{5}+1}$ km/h. **D.** $\frac{193}{\sqrt{5}-1}$ km/h.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Một chất điểm chuyển động với quy luật $s(t)=6t^2-t^3$. Thời điểm t (giây) tại vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 12. **B.** 24. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $s(t)=6t^2-t^3 \Rightarrow v(t)=s'(t)=12t-3t^2$.

$\Rightarrow v'(t)=12-6t=0 \Leftrightarrow t=2$.

Bảng biến thiên:

t	0		2		$+\infty$
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$		↗	12	↘	

Vậy vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng 12 khi $t=2$.

Câu 2: Độ giảm huyết áp của một bệnh $G(x)=0,025x^2(30-x)$ trong đó x là số miligam thuốc được tiêm cho bệnh nhân $(0<x<30)$. Để bệnh nhân đó có huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm vào là

A. $x=15(mg)$. **B.** $x=20(mg)$. **C.** $x=20(mg)$. **D.** $x=25(mg)$.

Lời giải

Chọn C

$G'(x)=1,5x-0,075x^2$

$G'(x)=0 \Leftrightarrow x=0 \vee x=20$

x	0		20		30
$G'(x)$		$+$	0	$-$	
$G(x)$	0	↗	G_{max}	↘	0

Vậy để bệnh nhân đó có huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm vào là $x=20(mg)$.

Câu 3: Một chất điểm chuyển động với quy luật $s(t)=6t^2-t^3$. Thời điểm t **(giây)** tại vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 12. **B.** 24. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

- Vận tốc của chuyển động là $v(t)=s'(t)=12t-3t^2=12-3(2-t)^2 \le 12, \forall t$.
- Vậy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi $t=2$.

Câu 4: Vận tốc của một hạt chuyển động được xác định bởi công thức $v\ t\ =t^3-10t^2+29t-20$ (t được tính bằng giây). Vận tốc của hạt tại thời điểm gia tốc nhỏ nhất gần bằng

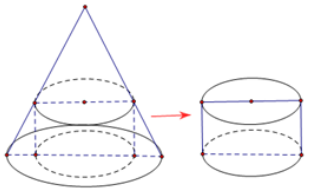
A. $-0,88$. **B.** $2,59$. **C.** $6,06$. **D.** $2,61$.

Lời giải

Chọn B

◆ Gia tốc của hạt $a\ t\ = 3t^2 - 20t + 29$, gia tốc là hàm số bậc hai ẩn t đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = \frac{10}{3}$. Tại đó, vận tốc của hạt bằng $v\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{70}{27} \approx 2,59$.

Câu 5: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r = 2\text{m}$, chiều cao $h = 6\text{m}$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Giá trị của V là:



A. $V = \frac{32}{9}\pi\left(\text{m}^3\right)$. **B.** $V = \frac{32}{3}\pi\left(\text{m}^3\right)$. **C.** $V = \frac{32}{27}\pi\left(\text{m}^3\right)$. **D.** $V = \frac{32}{5}\pi\left(\text{m}^3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi r_t, h_t lần lượt là bán kính và chiều cao của khối trụ.

Ta có: $\frac{r_t}{2} = \frac{6 - h_t}{6} \Rightarrow 2\left(6 - h_t\right) = 6r_t \Leftrightarrow h_t = 6 - 3r_t$.

Ta lại có: $V = \pi r_t^2.h_t = \pi r_t^2\left(6 - 3r_t\right) = \pi\left(6r_t^2 - 3r_t^3\right)$.

Xét hàm số $f\left(r_t\right) = 6r_t^2 - 3r_t^3$, với $r_t \in \left(0;2\right)$ có $f'\left(r_t\right) = 12r_t - 9r_t^2$;

$f'\left(r_t\right) = 0 \Leftrightarrow r_t = \frac{4}{3}$.

Bảng biến thiên:

r_t	0		$\frac{4}{3}$		2
$f'(r_t)$		+	0	−	
$f(r_t)$	0	↗	$\frac{32}{9}$	↘	0

Dựa vào BBT ta có $\max f\left(r_t\right) = \frac{32}{9}$ đạt tại $r_t = \frac{4}{3}$.

Vậy $V = \frac{32}{9}\pi$.

Cách 2: $V = \pi r_t^2.h_t = \pi r_t^2\left(6 - 3r_t\right) = 12\pi\frac{r_t}{2}\frac{r_t}{2}\left(2 - r_t\right)$. Áp dụng BĐT Co-si, V max khi $\frac{r_t}{2} = 2 - r_t \Leftrightarrow r_t = \frac{4}{3}$.

Câu 6: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c\left(t\right) = \frac{t}{t^2 + 1}\ \left(mg/L\right)$. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng

độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 4 giờ. **B.** 3 giờ. **C.** 1 giờ. **D.** 2 giờ.

Lời giải

Chọn C

Ta có $c'(t)=\dfrac{-t^2+1}{\left(t^2+1\right)^2}, \forall t\in(0;+\infty)$. Cho $c'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

t	0		1		$+\infty$
$c'(t)$		$+$	0	$-$	
$c(t)$		↗		↘	

Vậy sau khi tiêm 1 giờ, nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân cao nhất.

Câu 7: Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S=-t^3+12t^2-30t+10$ trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng (m). Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất là

A. $t=2s$. **B.** $t=4s$. **C.** $t=6s$. **D.** $t=5s$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $v(t)=S'=-3t^2+24t-30=-3(t-4)^2+18\le 18$.

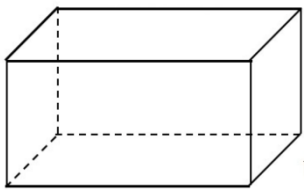
Khi đó $\max v(t)=18\Leftrightarrow t=4(s)$.

Câu 8: Ông A dự định sử dụng hết $8\ m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $2.05\ m^3$. **B.** $1.02\ m^3$. **C.** $1.45\ m^3$. **D.** $0.73\ m^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi chiều rộng, chiều dài, chiều cao của bể lần lượt là $x, 2x, y(x, y>0)$.

Diện tích phần lắp kính là

$$2x.x+2xy+2.2x.y=2x^2+6xy=8\Leftrightarrow xy=\frac{8-2x^2}{6}>0\ \Rightarrow x<\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$$

Thể tích bể cá là: $V=2x.x.y=2x.\dfrac{8-2x^2}{6}=\dfrac{-4x^3+16x}{6}$ với $0<x<2$

Ta có: $V' = \dfrac{-12x^2+16}{6}, V' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{2}{\sqrt{3}} \\ x = -\dfrac{2}{\sqrt{3}} \ (L) \end{array}\right.$

x	0		$\frac{2}{\sqrt{3}}$		2
V'		$+$	0	$-$	
V		↗		↘	

$\Rightarrow V_{\max} = V\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) \approx 2,05 m^3$

Câu 9: Một sợi dây kim loại dài $60cm$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành một hình vuông, đoạn thứ hai được uốn thành một vòng tròn. Hỏi khi tổng diện tích của hình vuông và hình tròn ở trên nhỏ nhất thì chiều dài đoạn dây uốn thành hình vuông bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $30,54cm$. **B.** $33,61cm$. **C.** $40,62cm$. **D.** $26,43cm$

Lời giải

Chọn B

Gọi $x \ (0 < x < 60)$ là chiều dài của đoạn thứ hai, suy ra $60 - x$ là độ dài đoạn thứ nhất.

Khi đó cạnh hình vuông là $15 - \dfrac{x}{4}$ nên diện tích hình vuông là $\left(15 - \dfrac{x}{4}\right)^2$.

Chu vi của vòng tròn là $2\pi R = x \Rightarrow R = \dfrac{x}{2\pi}$. Khi đó diện tích hình tròn là $\pi R^2 = \dfrac{x^2}{4\pi}$.

Khi đó tổng diện tích của hai hình sẽ là $f(x) = \dfrac{x^2}{4\pi} + \left(15 - \dfrac{x}{4}\right)^2$.

Khi đó ta có $f'(x) = \dfrac{x}{2\pi} - \dfrac{1}{2}\left(15 - \dfrac{x}{4}\right) = \dfrac{x}{2}\left(\dfrac{1}{\pi} + \dfrac{1}{4}\right) - \dfrac{15}{2}$.

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \dfrac{15}{\dfrac{1}{\pi} + \dfrac{1}{4}}$. Suy ra tổng diện tích hai hình nhỏ nhất khi $x = \dfrac{60\pi}{4+\pi}$.

Khi đó cạnh hình vuông sẽ là $60 - \dfrac{60\pi}{4+\pi} \approx 33,61$.

Câu 10: Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \dfrac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t sử dụng độc tố. Vào thời điểm nào thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?

A. Ngay từ lúc bắt đầu sử dụng độc tố. **B.** Sau $0,5$ giờ.

C. Sau 2 giờ. **D.** Sau 1 giờ.

Lời giải

Chọn D

◆ Xét $P'(t)=\dfrac{-t^2-2t+3}{\left(t^2+t+4\right)^2}=\dfrac{(t-1)(-t-3)}{\left(t^2+t+4\right)^2}$.

$P'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-3\\t=1\end{array}\right.$.

Ta thấy hàm số đạt cực đại tại $t=1$ và $P'(t)<0,\forall t\in(1;+\infty)$ nên sau $1(h)$ thì vi khuẩn bắt đầu giảm.

Câu 11: Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Lời giải

Đáp án: 16 máy1aa

◆ Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là $x\left(x\in\mathrm{N},\ x>0\right)$.

Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là: $\dfrac{8000}{30x}$.

Tổng chi phí để sản xuất là: $P(x)=200x+\dfrac{8000}{30x}.192=200x+\dfrac{51200}{x}$

Ta có: $P'(x)=200-\dfrac{51200}{x^2}=0\Leftrightarrow x^2=256\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=16\\x=-16(L)\end{array}\right.$.

x	0		16		$+\infty$
$P'(x)$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		↘	6400	↗	

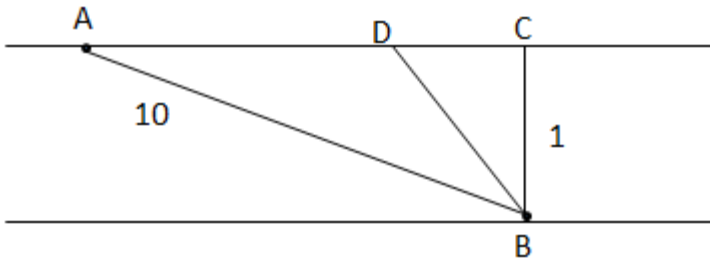
Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Câu 12: Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy trên bộ.Hãy cho biết chiến sỹ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất?Biết dòng sông là thẳng,mục tiêu cách chiến sỹ 1km theo đường chim bay và chiến sỹ cách bờ bên kia 100m.

A. $\dfrac{200\sqrt{2}}{3}$. **B.** $75\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{200\sqrt{3}}{3}$. **D.** $75\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi A là mục tiêu;B là vị trí chiến sỹ, BD là đường bơi của chiến sỹ.

Chọn 1 đơn vị độ dài là 100m,suy ra BC=1;AB=10; $AC=3\sqrt{11}$

Gọi vận tốc bơi của chiến sỹ là 1 đơn vị vận tốc,thì vận tốc chạy của chiến sỹ là 3 đơn vị vận tốc.

Gọi x là quãng đường chiến sỹ bơi suy ra BD=x; Vậy quãng đường chiến sỹ chạy là $AD=AC-CD=3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}$

Thời gian chiến sỹ đến được mục tiêu là: $t=\dfrac{3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}}{3}+\dfrac{x}{1}=\sqrt{11}-\dfrac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$

Xét hàm $f(x)=\sqrt{11}-\dfrac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$ có

$$f'(x)=1-\frac{1}{3}\frac{x}{\sqrt{x^2-1}};\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}(TM)\\ x=-\dfrac{3\sqrt{2}}{4}(L)\end{array}\right.$$

BBT

x	1	$\frac{3\sqrt{2}}{4}$	10
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘		↗

Vậy thời gian chiến sỹ đến mục tiêu ngắn nhất khi $f(x)_{\min}\Rightarrow x=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy chiến sỹ phải bơi $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}.100=75\sqrt{2}(m)$.

Câu 13: Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $200m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/m^2. Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể.

A. 46 triệu đồng. **B.** 51 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 36 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

◆ Gọi chiều rộng của hình chữ nhật đáy bể là $x(m)$ suy ra chiều dài của hình chữ nhật là $2x$.

Gọi h là chiều cao của bể ta có $V=Sh=2x^2.h=200\Rightarrow h=\dfrac{100}{x^2}$.

Diện tích của bể là $S = 2h.x + 2.2hx + 2x^2 = 2x^2 + 6hx = 2x^2 + 6.\frac{100}{x^2}.x = 2x^2 + \frac{600}{x}$.

◆ Theo bất đẳng thức AM – GM, ta có:

$2x^2 + \frac{600}{x} = 2x^2 + \frac{300}{x} + \frac{300}{x} \ge 3\sqrt[3]{2x^2.\frac{300}{x}.\frac{300}{x}} = 3\sqrt[3]{2.300^2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $2x^2 = \frac{300}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{150}$.

Suy ra chi phí thấp nhất để xây bể là $3\sqrt[3]{2.300^2}.300000 \approx 51$ triệu đồng.

Câu 14: Ông X muốn xây một bình chứa hình trụ có thể tích $72\,\text{m}^3$. Đáy làm bằng bêtông giá 100 nghìn đồng/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn đồng/m^2, nắp bằng nhôm giá 140 nghìn đồng/m^2. Vậy đáy của hình trụ có bán kính bằng bao nhiêu để chi phí xây dựng là thấp nhất?

A. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt[3]{\pi}}(\text{m})$. **B.** $\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}(\text{m})$. **C.** $\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}(\text{m})$. **D.** $\frac{3\sqrt[3]{3}}{2\sqrt[3]{\pi}}(\text{m})$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x(m), (x > 0)$ là bán kính đáy của bình chứa hình trụ.

Khi đó tổng số tiền phải trả là : $14.10^4\pi x^2 + 10^5\pi x^2 + \frac{144.9.10^4}{x}$.

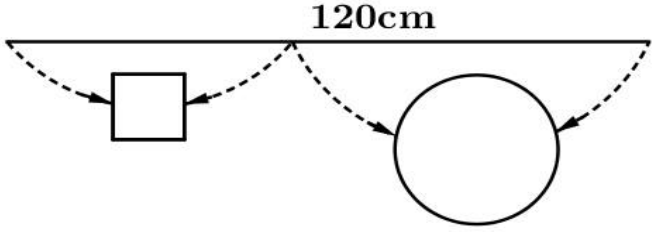
Đặt $f(x) = 14.10^4\pi x^2 + 10^5\pi x^2 + \frac{144.9.10^4}{x}$.

Suy ra : $f'(x) = 48.10^4\pi x - \frac{1296.10^4}{x^2}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 48.10^4\pi x - \frac{1296.10^4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Vậy để chi phí xây dựng là thấp nhất thì bán kính đáy bằng $\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Câu 15: Một sợi dây kim loại dài 120cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn **(tham khảo hình bên dưới)**.



Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là **(làm tròn đến hàng đơn vị)**

A. 462. **B.** 426. **C.** 498. **D.** 504.

Lời giải

Chọn D

Gọi độ là của đoạn dây thứ hai là $x$cm. Khi đó, độ dài của đoạn dây thứ nhất là $(120 - x)$cm $(0 < x < 120)$.

Suy ra diện tích của hình vuông bằng $\left(\frac{120-x}{4}\right)^2$ và diện tích của hình tròn bằng $\pi\left(\frac{x}{2\pi}\right)^2=\frac{x^2}{4\pi}$

.

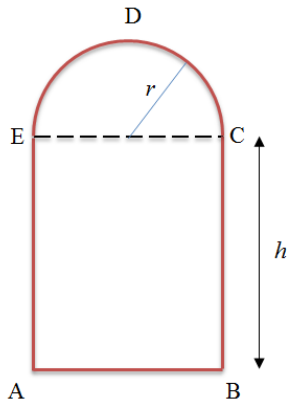
Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S(x)=\left(\frac{120-x}{4}\right)^2+\frac{x^2}{4\pi}=\left(\frac{1}{4\pi}+\frac{1}{16}\right)x^2-15x+900,\ (0<x<120).$$

Ta có $S(x)$ là một hàm số bậc hai, đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\frac{120\pi}{4+\pi}\in(0;120)$.

Vậy $\min S(x)=S\left(\frac{120\pi}{4+\pi}\right)\approx 504cm^2$.

Câu 16: Bác thợ hàn dùng một thanh kim loại dài $4m$ để uốn thành khung cửa sổ có dạng như hình vẽ.



Gọi r là bán kính của nửa đường tròn. Tìm r (theo m) để diện tích tạo thành đạt giá trị lớn nhất.

A. 1. **B.** 0,5. **C.** $\frac{4}{\pi+4}$. **D.** $\frac{2}{\pi+4}$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $2(h+r)+\pi r=4 \Rightarrow h=\frac{4-2r-\pi r}{2}$.

◆ Diện tích của khung cửa là $S=\frac{1}{2}\pi r^2+2rh=\frac{1}{2}\pi r^2+2r\left(\frac{4-2r-\pi r}{2}\right)=-\frac{\pi+4}{2}.r^2+4r$.

◆ Ta có $h=\frac{4-2r-\pi r}{2}>0\Leftrightarrow 0<r<\frac{4}{\pi+2}$.

◆ Xét hàm số $S(r)=-\frac{\pi+4}{2}.r^2+4r$ trên $\left(0;\frac{4}{\pi+2}\right)$.

$S'(r)=-(\pi+4)r+4=0 \Leftrightarrow r=\frac{4}{\pi+4}$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{4}{\pi+4}$		$\frac{4}{\pi+2}$
S'		$+$	0	$-$	
S		↗	$\frac{8}{\pi+4}$	↘	

$\Rightarrow S(r)$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow r=\dfrac{4}{\pi+4}$.

Câu 17: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Nếu giá cho thuê mỗi căn là 3 000 000 đồng/tháng thì không có phòng trống, còn nếu cho thuê mỗi căn hộ thêm 200.000đ/tháng thì sẽ có 2 căn bị bỏ trống. Hỏi công ty phải niêm yết bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

A. 3400000. **B.** 3000000. **C.** 5000000. **D.** 4000000.

Lời giải

Chọn D

- Đặt số tiền tăng thêm là $200000x$
- Giá tiền mỗi căn hộ một tháng là $3000000+200000x$ **(đồng)**
- Số căn hộ bị trống là $50-2x$ phòng
- Số tiền thu được mỗi tháng là: $(3000000+200000x)(50-2x)$ đồng
- Đặt $f(x)=(3000000+200000x)(50-2x)$
- Để doanh thu là lớn nhất thì ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ tại đỉnh của parabol. Hay:

$f'(x)=200000(50-2x)-2(3000000+200000x)=0\Leftrightarrow x=5$.

Vậy công ty niêm yết giá tiền là: $3000000+200000\times 5=4000000$ đồng để được doanh thu là lớn nhất.

Câu 18: Lưu lượng xe ô tô vào đường hầm được cho bởi công thức $f(v)=\dfrac{386v}{v^2+2v+5}$ (xe/giây), trong đó v (km/h) là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm. Tính vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm sao cho lưu lượng xe là lớn nhất

A. 5 km/h. **B.** $\sqrt{5}$ km/h. **C.** $\dfrac{193}{\sqrt{5}+1}$ km/h. **D.** $\dfrac{193}{\sqrt{5}-1}$ km/h.

Lời giải

Chọn B

Vì v là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm $\Rightarrow v>0$ và $\dfrac{5}{v}>0$

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có: $v+\dfrac{5}{v}\ge 2\sqrt{5}\Rightarrow v+\dfrac{5}{v}+2\ge 2\sqrt{5}+2$

$\Rightarrow \dfrac{386}{v+\dfrac{5}{v}+2}\le \dfrac{386}{2\sqrt{5}+2}\Rightarrow f(v)=\dfrac{386v}{v^2+2v+5}\le \dfrac{386}{2\sqrt{5}+2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow v=\dfrac{5}{v}\Leftrightarrow v^2=5\Leftrightarrow v=\sqrt{5}$ **(vì** $v>0$**)**

Vậy vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm là $\sqrt{5}$ km/h thì lưu lượng xe là lớn nhất.

DẠNG 1 Tiệm cận của đồ thị hàm số phân thức hữu tỷ

Phương pháp:

1. Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty), (-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$

Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = y_0, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = y_0$

2. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = +\infty,\ \lim_{x\to x_0^-} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to x_0^+} f(x) = -\infty,\ \lim_{x\to x_0^-} f(x) = +\infty$$

- Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c \neq 0;\ ad - bc \neq 0)$ luôn có tiệm cận ngang là $y = \dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x^2-1}$ là

A. $y = 1.$ **B.** $x = 1.$ **C.** $x = -1.$ **D.** $y = 0.$

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \dfrac{1}{x^2+1}.$ **B.** $y = \dfrac{1}{x^2+x+1}.$ **C.** $y = \dfrac{1}{x^4+1}.$ **D.** $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}}.$

Câu 3: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2-4}$ có phương trình là

A. $y = -2.$ **B.** $y = 2.$ **C.** $y = 0.$ **D.** $y = -1.$

Câu 4: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 0.$ **B.** $x = 1.$ **C.** $y = 5.$ **D.** $x = 0.$

Câu 5: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2}{-x+3}$?

A. $x = -2.$ **B.** $y = -2.$ **C.** $y = 0.$ **D.** $x = 3.$

Câu 6: Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{-x-1}.$

A. $x = 3.$ **B.** $y = -3.$ **C.** $x = 1.$ **D.** $y = 1.$

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y = 2.$ **B.** $y = 0.$ **C.** $y = 1.$ **D.** $x = -2.$

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2020}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $y=2020$. **B.** $x=2020$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{6-3x}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 10: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x}{\left|x\right|-1}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 12: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3-4x}{x^3-3x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 15: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-3x+4}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 16: Số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+n}{ax^2+bx+c}$ (m,n,a,b,c là các tham số thực). Hỏi đồ thị hàm số có tối đa bao nhiêu đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 18: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-2x}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 20: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 21: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{3-2x-5x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+m}$ có duy nhất một đường tiệm cận là

A. $m>4$.. **B.** $m<4$.. **C.** $m\geq 4$.. **D.** $m\leq 4$.

Câu 23: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 24: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là bao nhiêu ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^2-16}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 26: **)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}$ có số đường tiệm cận là?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 28: Đường thẳng $y+2=0$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{2}{3x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x^2-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x^2+x-1}{(x+1)(3-x)}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-1}$.

Câu 29: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 30: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-4}$ có phương trình là

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-1$.

Câu 31: Một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4x+3}{(x-2)(x^2-1)}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-2$.

Câu 32: Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 33: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-0.5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 35: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10000-x^2}}{x-2}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 36: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

Câu 37: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 38: Gọi k và l lần lượt là số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $k=0,l=2$. **B.** $k=1,l=2$. **C.** $k=1,l=1$. **D.** $k=0,l=1$.

Câu 39: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang.

A. $y=\dfrac{2x^2-1}{x-3}$. **B.** $y=x^4-10x^2+97$. **C.** $y=x^3+20x^2+6$. **D.** $y=\dfrac{-4x+1}{x^2-2}$.

Câu 40: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 41: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0

Câu 42: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là

A. $y=1.$ **B.** $x=1.$ **C.** $x=-1.$ **D.** $y=0.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x}{x^2-1}=0.$ Do đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là $y=0.$

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^2+1}.$ **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}.$ **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}.$ **D.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}.$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Các hàm số ở các đáp án **A, B, C** có tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên đáp án **D** đúng.

Cách 2: Xét đáp án D:

Hàm số có tập xác định $D=(0;+\infty).$

$\lim\limits_{x\to 0^+}y=+\infty\Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của hàm số.

Câu 3: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-4}$ có phương trình là

A. $y=-2.$ **B.** $y=2.$ **C.** $y=0.$ **D.** $y=-1.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x^2-4}=0$

Vậy đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 4: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=0.$ **B.** $x=1.$ **C.** $y=5.$ **D.** $x=0.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{5}{x-1}=0.$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình $y=0.$

Câu 5: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{-x+3}$?

A. $x=-2.$ **B.** $y=-2.$ **C.** $y=0.$ **D.** $x=3.$

Lời giải

Chọn C

◆Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2}{-x+3}=0\Leftrightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 6: Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{-x-1}$.

A. $x=3$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-1}{-x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-1}{-x-1}=-3$.

Vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{-x-1}$ là $y=-3$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}{1-\dfrac{4}{x^2}}=0\Rightarrow$ tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2020}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $y=2020$. **B.** $x=2020$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2020}{x-1}=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2020}{x-1}$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{6-3x}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x-3}{6-3x}=+\infty$ **(hoặc** $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x-3}{6-3x}=-\infty$**)** nên đường thẳng $x=2$ là TCĐ của ĐTHS.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-3}{6-3x}=\dfrac{-1}{3}$ nên đường thẳng $y=\dfrac{-1}{3}$ là TCN của ĐTHS.

Câu 10: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x}{|x|-1}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Khi $x\ge0, x\ne1\Rightarrow f(x)=\dfrac{x}{x-1}$

$\Rightarrow$đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=1$ và 1 tiệm cận đứng $x=1$.

Khi $x<0 \Rightarrow f(x)=\dfrac{x}{-x-1}$

$\Rightarrow$đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=-1$ và 1 tiệm cận đứng $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 4 đường tiệm cận.

Câu 11: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}}\right)=0$: đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

+) $\lim\limits_{x\to 3^+}\left(\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}\right)=\lim\limits_{x\to 3^+}\left(\dfrac{x+1}{(x+1)(x-3)}\right)=+\infty$: đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=3$.

+) $\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}\right)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\left(\dfrac{x+1}{(x+1)(x-3)}\right)=\dfrac{1}{-4}$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$, tiệm cận đứng $x=3$

Câu 12: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=1\Rightarrow y=1$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=-1\Rightarrow y=-1$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3-4x}{x^3-3x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

$y=\dfrac{x^3-4x}{x^3-3x-2}=\dfrac{(x-2)(x^2+2x)}{(x-2)(x^2+2x+1)}=\dfrac{x^2+2x}{x^2+2x+1}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1+\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^3}} = 1 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là $y = 1$

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = \lim\limits_{x\to(-1)^+} \dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2} = -\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là $x = -1$

Vậy đồ thị có hai đường tiệm cận.

Câu 14: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = \dfrac{x-3}{x^2+x-2} = \dfrac{x-3}{(x-1)(x+2)}$

Xét $\lim\limits_{x\to1^+} \dfrac{x-3}{(x-1)(x+2)} = -\infty$ suy ra $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị.

Xét $\lim\limits_{x\to-2^+} \dfrac{x-3}{(x-1)(x+2)} = +\infty$ suy ra $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị.

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{x^2+x-2}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 15: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2-3x+4}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2-3x+4}$ không có tiệm cận đứng.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}}{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{4}{x^2}} = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2-3x+4}$ là 1.

Câu 16: Số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2}$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2} = -1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2} = -1$ nên $y=-1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 2} y = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{(x-1)(x-2)}{(2-x)(2+x)} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{1-x}{x+2} = -\dfrac{1}{4}$

$\lim\limits_{x\to -2^+} y = \lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{x^2-3x+2}{4-x^2} = \lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{(x-1)(x-2)}{(2-x)(2+x)} = \lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{\dfrac{x^2-3x+2}{2-x}}{x+2} = -\infty$ nên $x=-2$ là tiệm cận ngang.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 2.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+n}{ax^2+bx+c}$ (m,n,a,b,c là các tham số thực). Hỏi đồ thị hàm số có tối đa bao nhiêu đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình $ax^2+bx+c=0$ có nhiều nhất hai nghiệm.

Nên đồ thị hàm số có nhiều nhất hai đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{mx+n}{ax^2+bx+c} = 0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 0 \Rightarrow y=0$ là tiệm cân ngang.

Vậy đồ thị hàm số có nhiều nhất 3 đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Câu 18: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x^2}} = 0$

$\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của ĐTHS.

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+1}$ là 1.

Câu 19: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-2x}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x\geq 1 \\ x\neq 2 \end{cases}$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng $x=2$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 20: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=[1;2)\cup(2;+\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}=1$;

$\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{1}{\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-2}{(x-2)\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{1}{\left(\sqrt{x-1}+1\right)}=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}=0$.

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 21: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{3-2x-5x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $-5x^2-2x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=\dfrac{3}{5}\end{array}\right.$.

Với $x=-1$ thì $x^2-1=0$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=\dfrac{3}{5}$.

Câu 22: Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+m}$ có duy nhất một đường tiệm cận là

A. $m>4$.. **B.** $m<4$.. **C.** $m\ge 4$.. **D.** $m\le 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số luôn có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+m}$ có duy nhất một đường tiệm cận thì đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng, hay phương trình $x^2+4x+m=0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow\Delta'<0\Leftrightarrow 4-m<0\Leftrightarrow m>4$.

Câu 23: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=0$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=0$.

Mặt khác $x^2-3x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$

và $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{1}{x-1}=1$ nên $x=2$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số;

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{x-1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là: $x=1$

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 24: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là bao nhiêu ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là : $D=(-\infty;-2)\cup(-2;2)\cup(2;+\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=0$. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^-}y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(-2)^+}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to2^-}y=-\infty;\lim\limits_{x\to2^+}y=+\infty$. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=-2$ và $x=2$.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^2-16}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{4;-4\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-4}{x^2-16}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}-\dfrac{4}{x^2}}{1-\dfrac{16}{x^2}}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to4^+}y=\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{x-4}{x^2-16}=\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{1}{x+4}=\dfrac{1}{8};\ \lim\limits_{x\to4^-}y=\dfrac{1}{8}$

Ta có $\lim\limits_{x\to(-4)^+}y=\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{x-4}{x^2-16}=\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{1}{x+4}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(-4)^-}y=-\infty\Rightarrow x=-4$ là đường tiệm cận đứng.

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 2.

Câu 26: **)** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}$ có số đường tiệm cận là?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

◆ $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2+3x+2}$

◆ Tiệm cận đứng : $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -1^-} y=-\infty\\ \lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty\end{cases}$; $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -2^-} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to -2^+} y=-\infty\end{cases}$. Vậy $x=-1; x=-2$ là hai tiệm cận đứng

◆ Tiệm cận ngang: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1\Rightarrow y=1$. Vậy $y=1$ là tiệm cận ngang.

Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{x-1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và đứng là 2 tiệm cận.

Câu 28: Đường thẳng $y+2=0$ là đường tiệm cận của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{2}{3x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x^2-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x^2+x-1}{(x+1)(3-x)}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x-1}$.

Lời giải

Chọn C

◆ $y=\dfrac{2}{3x+2}$ có $\lim\limits_{x\to\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang nên đáp án A sai.

◆ $y=\dfrac{2x^2-3}{x+2}$ có $\lim\limits_{x\to\infty} y=\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Đáp án B sai.

◆ $y=\dfrac{2x^2+x-1}{(x+1)(3-x)}=\dfrac{2x^2+x-1}{-x^2+2x+3}$ có $\lim\limits_{x\to\infty} y=-2\Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang. Đáp án C đúng.

Câu 29: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty; \lim\limits_{x\to 1^-} y=-\infty\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty \Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng.

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ là 3.

Câu 30: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-4}$ có phương trình là

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=0$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x^2-4}=0$

Vậy đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 31: Một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4x+3}{(x-2)(x^2-1)}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

$$\lim_{x\to1^+} y=\lim_{x\to1^+}\frac{(x+1)(x+3)}{(x-2)(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to1^+}\frac{x+3}{(x-2)(x-1)}=-\infty$$

$$\lim_{x\to2^+} y=\lim_{x\to2^+}\frac{(x+1)(x+3)}{(x-2)(x-1)(x+1)}=\lim_{x\to2^+}\frac{x+3}{(x-2)(x-1)}=+\infty$$

Vậy một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

Câu 32: Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$D=\mathbb{R}\setminus\{0;3\}$

$f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}$

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}=-\infty;\ \lim\limits_{x\to0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}=+\infty$.

Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=0$.

$\lim\limits_{x\to3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}=+\infty;\lim\limits_{x\to3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}=-\infty$

Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-3x=1}{x^2-3x}=1$

Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x^2-3x}$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

Câu 33: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;1\}$

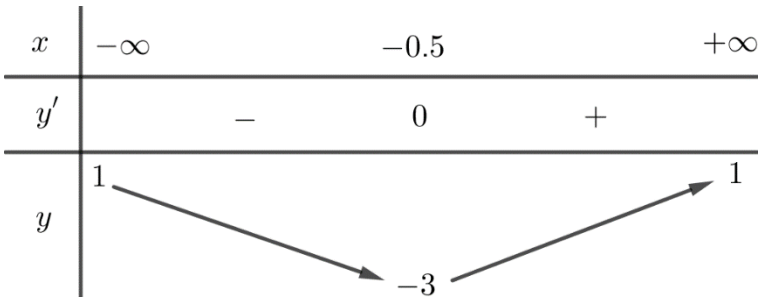
+) $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=0\end{cases}\Rightarrow$ đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

+) $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{1}{4}$ và $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{1}{x+3}=\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=1$ **không** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

+) $\lim\limits_{x\to(-3)^+} y=\lim\limits_{x\to(-3)^+}\dfrac{x-1}{(x-1)(x+3)}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-3)^-} y=\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{x-1}{(x-1)(x+3)}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



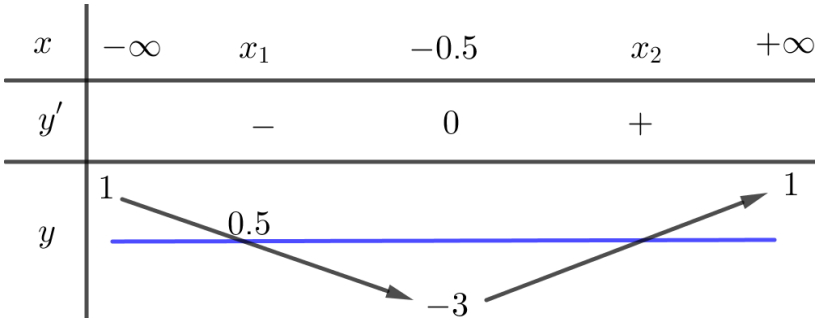
Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là $2f(x)-1\neq0\Leftrightarrow f(x)\neq\dfrac{1}{2}$.



Từ bảng biến thiên ta có $f(x)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\in(-\infty;-0.5)\\ x=x_1\in(-0.5;+\infty)\end{array}\right.$.

Tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{x_1;x_2\}$.

Có $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=\dfrac{1}{2.1-1}=1\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{2f(x)-1}=\dfrac{1}{2.1-1}=1\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Có $\lim\limits_{x\to x_1^{\pm}}\dfrac{1}{2f(x)-1}=\mp\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=x_1$.

Có $\lim\limits_{x\to x_2^{\pm}}\dfrac{1}{2f(x)-1}=\pm\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=x_2$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-1}$ là 3.

Câu 35: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10000-x^2}}{x-2}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số $\begin{cases}10000-x^2\ge 0\\ x-2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-100\le x\le 100\\ x\ne 2\end{cases}$.

Tập xác định $[-100;100]\setminus\{2\}$.

Vì hàm số không tồn tại khi $x\to-\infty$ và $x\to+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 36: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

Chọn A

$y=\dfrac{x+1}{x^2-1}=\dfrac{1}{x-1}\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}y=0;\lim\limits_{x\to1}y=\infty$.

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận đứng lần lượt là $x=1;y=0$.

Câu 37: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2-1\ne 0\Leftrightarrow x\ne\pm1$.

Tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}=3\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}=3\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

$\lim\limits_{x\to -1^{\pm}}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}=\mp\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(3x-1)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x-1}{x+1}=1 \Rightarrow x=1$ không là tiệm cận đứng.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}$ là 2.

Câu 38: Gọi k và l lần lượt là số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $k=0,l=2$. **B.** $k=1,l=2$. **C.** $k=1,l=1$. **D.** $k=0,l=1$.

Lời giải

Chọn A

- Tập xác định của hàm số: có: $D=(0;2]\setminus\{1\}$.
- Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}}=+\infty;\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}}=-\infty$ ta có $x=1$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}}=-\infty$ ta có $x=0$ là tiệm cận đứng.

- Vậy $k=0,l=2$.

Câu 39: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có đường tiệm cận ngang.

A. $y=\dfrac{2x^2-1}{x-3}$. **B.** $y=x^4-10x^2+97$. **C.** $y=x^3+20x^2+6$. **D.** $y=\dfrac{-4x+1}{x^2-2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-4x+1}{x^2-2}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x}\right)\cdot\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{-4+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{2}{x^2}}\right)=0$. Khi đó, đồ thị hàm số $y=\dfrac{-4x+1}{x^2-2}$ có tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 40: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=1$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Và: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to 3^+}y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 3^-}y=-\infty\end{cases}$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 41: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2-2020x-2021=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2021\end{array}\right.$

$\lim\limits_{x\to-1}y=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x+1}{(x+1)(x-2021)}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{1}{x-2021}=\dfrac{-1}{2022}$

$\lim\limits_{x\to2021^+}y=\lim\limits_{x\to2021^+}\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to2021^-}y=\lim\limits_{x\to2021^-}\dfrac{x+1}{x^2-2020x-2021}=-\infty$

Suy ra đường thẳng $x=2021$ là tiệm cận đứng

Vậy hàm số đã cho có 1 tiệm cận đứng.

Câu 42: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2-1\neq0\Leftrightarrow x\neq\pm1$.

Tập xác định $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}=3\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}=3\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

$\lim\limits_{x\to-1^{\pm}}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}=\mp\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x-1)(3x-1)}{(x-1)(x+1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x-1}{x+1}=1\Rightarrow$ $x=1$ không là tiệm cận đứng.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x^2-4x+1}{x^2-1}$ là 2.

DẠNG 2 Tiệm cận của đồ thị hàm số chứa căn

Phương pháp:

- **Bước 1**. Tìm tập xác định của hàm số.
- **Bước 2**. Xác định các đường tiệm cận

- **Tiệm cận ngang:**
  +) Điều kiện cần: Để đồ thị hàm số chứa căn thức có tiệm cận ngang thì trong tập xác định phải có các khoảng $(-\infty;a)$ hoặc $(b;+\infty)$.
  +) Điều kiện đủ: Tồn tại một trong các giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}=a$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty}=b$ thì đường thẳng $y=a$ hoặc $y=b$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
- **Tiệm cận đứng:** Tồn tại giá trị x_0 để một trong các giới hạn $\lim\limits_{x\to x_0^+}y=-\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0-}y=+\infty$ thì $x=x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2+4}$.

Câu 2: Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{2-x}.\sqrt{3-x}}$ có tất cả mấy đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 4: Sau đây, có bao nhiêu hàm số mà đồ thị có đúng một tiệm cận ngang?

1) $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 2) $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ 3) $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{x+1}$ 4) $y=x+1+\sqrt{x^2-1}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2

Câu 6: Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 7: Đồ thị hàm số nào dưới đây có đúng một đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{2x+3}$. **C.** $y=\dfrac{3x+1}{x+\sqrt{2x^2-1}}$. **D.** $y=\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}$.

Câu 8: Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-\sqrt{x+2}}{(x-2)^2(x-1)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 11: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}-x}{\sqrt{x^2+3}-2}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 12: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 13: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-\sqrt{2-x}}{x-1}-x$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 14: Tổng số đường TCĐ và TCN của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x\left(\sqrt{x^2+3}+x-1\right)}{x^2-2x-3}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 15: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x+1}}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 16: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+1|}{\sqrt{x^2+3}-2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận (nếu ta chỉ tính đến các đường TCĐ và TCN)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 17: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{x^2-2x-m}$ có đúng hai tiệm cận đứng là

A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;3]$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 18: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-3x-10}}{x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{9-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 20: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{9-x^2}}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2+4}$.

Câu 22: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2-x}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 23: Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 24: Phương trình tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10-x}}{x^2-100}$ là

A. $x=100$. **B.** $x=-10$. **C.** $x=10$ và $x=-10$. **D.** $x=10$.

Câu 25: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}$

A. $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=-2; y=-3$ và $y=3$.

C. $x=2$ và $y=3$. **D.** $x=-2; y=-9$ và $y=9$.

Câu 27: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}$.

A. $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=-2$, $y=-3$ và $y=3$.

C. $x=2$ và $y=3$. **D.** $x=-2$, $y=-9$ và $y=9$.

Câu 28: Tính tổng số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)\sqrt{x^2-16}}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 29: Tính tổng số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)\sqrt{x^2-16}}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 30: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-2)\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 31: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x}-1}{x+2}$ là :

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 32: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{2-x}.\sqrt{3-x}}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 33: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 34: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5}$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 35: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+5x-6}$ là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-3)$.

A. $m=0$. **B.** $m=1;m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Câu 37: Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$.

Câu 38: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}+2x}{2x^2-3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 39: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 40: Số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-2x}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2+4}$.

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án A: Không có tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}=+\infty$

Xét đáp án B: Không có tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x^3-3x\right)=\pm\infty$

Xét đáp án C: Không có tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\log_2 x\right)=+\infty$

Xét đáp án D: Có tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)=0$

Câu 2: Đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x+1}{\sqrt{2-x}.\sqrt{3-x}}$ có tất cả mấy đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}2-x>0\\3-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\x<3\end{cases}\Leftrightarrow x<2.$

Tập xác định $D=\left(-\infty;2\right)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to2^-}=+\infty\ \Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to-\infty}f\left(x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{2-x}.\sqrt{3-x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2-5x+6}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{1+\dfrac{1}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}}}=-1$$

$\Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 3: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

+ TXĐ $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

+ Vì $\lim\limits_{x\to-1^+}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-1$ làm đường tiệm cận đứng $(*)$

+ Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=-1$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=-1$ làm đường tiệm cận ngang.

+ Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1+\dfrac{1}{x}}=1$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=1$ làm đường tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

Câu 4: Sau đây, có bao nhiêu hàm số mà đồ thị có đúng một tiệm cận ngang?

1) $y=\dfrac{\sin x}{x}$ 2) $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ 3) $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{x+1}$ 4) $y=x+1+\sqrt{x^2-1}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Xét $y=\dfrac{\sin x}{x}$: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$ nên có 1 TCN là $y=0$

Xét $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}$: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=-1$ nên có 2 TCN là $y=1$ và $y=-1$

Xét $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{x+1}$: $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{1-x}}{x+1}=0$ nên có 1 TCN là $y=0$

Xét $y=x+1+\sqrt{x^2-1}$: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+1+\sqrt{x^2-1}\right)=1$ nên có 1 TCN là $y=1$

Vậy có 3 hàm số mà đồ thị có đứng 1 TCN.

Câu 5: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(2x^2-x\right)\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(2-\dfrac{1}{x}\right)\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=2$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(-2x^2+x\right)\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(-2+\dfrac{1}{x}\right)\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}{1-\dfrac{1}{x^2}}=-2$.

$\Rightarrow y=\pm2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^{\pm}} y=\lim\limits_{x\to1^{\pm}}\dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2+1}}{x^2-1}=\pm\infty\Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to(-1)^{\pm}} y = \lim\limits_{x\to(-1)^{\pm}} \dfrac{(2x-1)\sqrt{x^2+1}}{x^2-1} = \pm\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Câu 6: Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=1 \Rightarrow$ Đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1 \Rightarrow$ Đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to(-2)^{-}} y=-\infty \Rightarrow$ Đường thẳng $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to2^{+}} y=+\infty \Rightarrow$ Đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy có tổng số 4 đường đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang.

Câu 7: Đồ thị hàm số nào dưới đây có đúng một đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{2x+3}$. **C.** $y=\dfrac{3x+1}{x+\sqrt{2x^2-1}}$. **D.** $y=\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Ta có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}=0\\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}=0\end{cases}$

Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-2}{x^2-3x+2}$ chỉ có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 8: Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có TXĐ: $D=[-1;1]\setminus\{0\}$.

Vì TXĐ của hàm số không chứa $-\infty$ và $+\infty$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

Lại có: $\lim\limits_{x\to0^{-}} y=\lim\limits_{x\to0^{-}}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to0^{+}} y=\lim\limits_{x\to0^{+}}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

Câu 9: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-7}}{x^2+3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

◆ Tập xác định $D=[7;+\infty)$.

◆ Phương trình $x^2+3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\notin[7;+\infty) \\ x=-4\notin[7;+\infty) \end{array}\right.$

Do đó không tồn tại các giới hạn $\lim\limits_{x\to -4^-} y, \lim\limits_{x\to -4^+} y; \lim\limits_{x\to 1^-} y, \lim\limits_{x\to 1^+} y$. Vì vậy đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-\sqrt{x+2}}{(x-2)^2(x-1)}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=[-2;+\infty)\setminus\{1;2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x-\sqrt{x+2}}{(x-2)^2(x-1)}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x-\sqrt{x+2}}{(x-2)^2(x-1)}=-\infty$

Suy ra đường thẳng $x=1$ và $x=2$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 11: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}-x}{\sqrt{x^2+3}-2}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số: $\begin{cases} 2-x\ge 0 \\ \sqrt{x^2+3}-2\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ \sqrt{x^2+3}\ne 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ x\ne \pm 1 \end{cases}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to -\infty} y=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{\sqrt{2-x}-x}{\sqrt{x^2+3}-2}=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{-\sqrt{\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x}}-1}{-\sqrt{1+\dfrac{3}{x}}-\dfrac{2}{x}}=1$. Suy ra đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

$\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{2-x}-x}{\sqrt{x^2+3}-2}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\left(2-x-x^2\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}{\left(x^2-1\right)\left(\sqrt{2-x}+x\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(2+x)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}{(x+1)\left(\sqrt{2-x}+x\right)}=-3$.

Suy ra đường thẳng $x=1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{\sqrt{2-x}-x}{\sqrt{x^2+3}-2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{\sqrt{2-x}-x}{\sqrt{x^2+3}-2}=-\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 12: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

$\lim\limits_{x\to 2} y=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{(x-2)(\sqrt{x^2+5}+3)}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3}=\dfrac{2}{3}$ nên $x=2$ không phải tiệm cận đứng.

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1+\dfrac{5}{x^2}}-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{2}{x}}=-1$$

$\Rightarrow y=-1$ là một tiệm cận ngang.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+\dfrac{5}{x^2}}-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{2}{x}}=1$$

$\Rightarrow y=1$ là một tiệm cận ngang.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}$ là 2.

Câu 13: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-\sqrt{2-x}}{x-1}-x$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Cách 1.

TXĐ: $(-\infty;2)\setminus\{1\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x^2-\sqrt{2-x}}{x-1}-x\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-\sqrt{2-x}}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(1+\sqrt{\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x}}\right)}{x\left(1-\dfrac{1}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\sqrt{\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{x}}}{1-\dfrac{1}{x}}=1$

Suy ra hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Ta lại có: $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x^2-\sqrt{2-x}}{x-1}-x\right)=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{2-x}}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2+x}{(x-1)\left(x+\sqrt{2-x}\right)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+2}{x+\sqrt{2-x}}=\dfrac{3}{2}$

Suy ra hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy hàm số có 1 đường tiệm cân.

Cách 2.

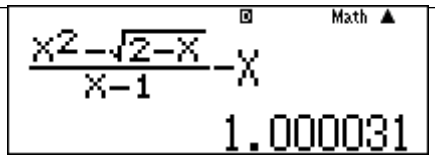
☑ Xác định tiệm cận ngang:

Tính: $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ bằng casio

+ Nhập biểu thức $\dfrac{x^2-\sqrt{2-x}}{x-1}-x$

+ Nhấn r rồi lần lượt nhập 10^9 và -10^9

+ Kết quả $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ không xác định; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$



Suy ra hàm số có 1 tiệm cận ngang $y=1$.

☑ xác định tiệm cận đứng

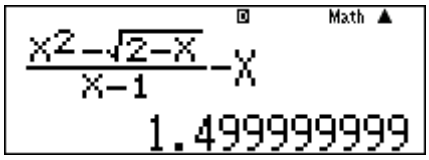
Giải $x-1=0\Leftrightarrow x=1$

Tính $\lim\limits_{x\to 1^-} y$ và $\lim\limits_{x\to 1^+} y$ bằng casio

+ Nhập biểu thức $\dfrac{x^2-\sqrt{2-x}}{x-1}-x$

+ Nhấn r rồi lần lượt nhập $1-10^{-9}$ và $1+10^{-9}$

+ Kết quả $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\dfrac{3}{2}$; $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\dfrac{3}{2}$



Suy ra hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy hàm số có 1 đường tiệm cận.

Câu 14: Tổng số đường TCĐ và TCN của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x\left(\sqrt{x^2+3}+x-1\right)}{x^2-2x-3}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}/\{-1;3\}$.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}+x-1\right)}{x^2-2x-3}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}+1-\dfrac{1}{x}\right)}{x^2\left(1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}+1-\dfrac{1}{x}\right)}{\left(1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}\right)}=2.$$

Suy ra $y=2$ là TCN.

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}+x-1\right)}{x^2-2x-3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2\left(-\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}+1-\dfrac{1}{x}\right)}{x^2\left(1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}+1-\dfrac{1}{x}}{\left(1-\dfrac{2}{x}-\dfrac{3}{x^2}\right)}=0.$$

Suy ra $y=0$ là TCN.

$$\lim_{x\to-1} y=\lim_{x\to-1}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}+x-1\right)}{x^2-2x-3}=\lim_{x\to-1}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}+x-1\right)\left(\sqrt{x^2+3}-x+1\right)}{\left(x^2-2x-3\right)\left(\sqrt{x^2+3}-x+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to-1}\frac{2x\left(x+1\right)}{\left(x+1\right)\left(x-3\right)\left(\sqrt{x^2+3}-x+1\right)}=\lim_{x\to-1}\frac{2x}{\left(x-3\right)\left(\sqrt{x^2+3}-x+1\right)}=\frac{-2}{-16}=\frac{1}{8}.$$

Suy ra $x=-1$ không phải là TCĐ của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x\left(\sqrt{x^2+3}+x-1\right)}{x^2-2x-3}=+\infty;\lim\limits_{x\to 3^-} y=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{x\left(\sqrt{x^2+3}+x-1\right)}{x^2-2x-3}=-\infty$.

Suy ra $x=3$ là TCĐ của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 TCN và 1 TCĐ.

Câu 15: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x}}{\sqrt{x+1}}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

GV phản biện:Quý Nguyễn – Hoàng Thị Minh Huệ

Ta có tập xác định của hàm số là $D=(-1;4]\Rightarrow$ Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận xiên.

$\lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị nhận đường thẳng $x=-1$ làm tiệm cận đứng. Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 16: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x+1|}{\sqrt{x^2+3}-2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận (nếu ta chỉ tính đến các đường TCĐ và TCN)?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

GV phản biện: Nguyễn Duy Tân – Thuy Hoang

Tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{|x+1|}{\sqrt{x^2+3}-2}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$$y=\frac{|x+1|}{\sqrt{x^2+3}-2}=\frac{|x+1|\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}{x^2-1}=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^2+3}+2}{x-1}, x\geq -1\\ -\dfrac{\sqrt{x^2+3}+2}{x-1}, x<-1\end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty;\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 17: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{x^2-2x-m}$ có đúng hai tiệm cận đứng là

A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;3]$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

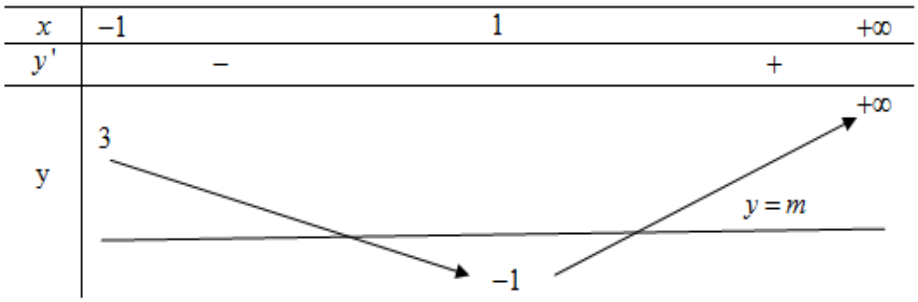
ĐKXĐ: $x\geq -1$.

Vì $1+\sqrt{x+1}>0$ với $\forall x\geq -1$ nên để đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-2x=m$ (1) phải có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

Xét hàm số $f(x)=x^2-2x$ trên $[-1;+\infty)$.

$f'(x)=2x-2=0\Rightarrow x=1.$

BBT



Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn -1 khi $-1<m\le 3$.

Câu 18: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-3x-10}}{x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}x^2-3x-10\ge 0\\ x-2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le -2\\ x\ge 5\end{array}\right.\\ x\ne 2\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le -2\\ x\ge 5\end{array}\right.$

Vậy $D=(-\infty;-2]\cup[5;+\infty)$

Xét $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x-10}}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{1-\dfrac{3}{x}-\dfrac{10}{x^2}}}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-\dfrac{3}{x}-\dfrac{10}{x^2}}}{1-\dfrac{2}{x}}=1$

Vậy $y=1$ là TCN của đồ thị hàm số

Xét $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-3x-10}}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1-\dfrac{3}{x}-\dfrac{10}{x^2}}}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\dfrac{3}{x}-\dfrac{10}{x^2}}}{1-\dfrac{2}{x}}=-1$

Vậy $y=-1$ là một TCN của đồ thị hàm số

Vì $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-3x-10}}{x-2};\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{\sqrt{x^2-3x-10}}{x-2}$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có TCĐ.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 19: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{9-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có tập xác định là $D=(-3;3)$, do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có

+) $\lim\limits_{x\to 3^-} y = \lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x-1}{\sqrt{9-x^2}} = +\infty$, suy ra đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x=3$ làm tiệm cận đứng.

+) $\lim\limits_{x\to (-3)^+} y = \lim\limits_{x\to (-3)^+} \dfrac{x-1}{\sqrt{9-x^2}} = -\infty$, suy ra đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x=-3$ làm tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 20: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{9-x^2}}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=(-3;3) \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

• $\lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x-3}{\sqrt{9-x^2}} = \lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{x-3}{\sqrt{(3-x)(3+x)}} = \lim\limits_{x\to 3^-} \dfrac{-\sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x}} = 0$

$\Rightarrow x=3$ không phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to -3^+} \dfrac{x-3}{\sqrt{9-x^2}} = \lim\limits_{x\to -3^+} \dfrac{x-3}{\sqrt{(3-x)(3+x)}} = \lim\limits_{x\to -3^+} \dfrac{-\sqrt{3-x}}{\sqrt{3+x}} = -\infty$

$\Rightarrow x=-3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau có đường tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{x}{1+\sqrt{x}}$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=x+\sqrt{x^2+4}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(x+\sqrt{x^2+4}\right) = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-4}{x-\sqrt{x^2+4}} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-\frac{4}{x}}{1+\sqrt{1+\frac{4}{x^2}}} = 0.$

Do đó đồ thị hàm số $y=x+\sqrt{x^2+4}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

Câu 22: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2-x}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=[-4;+\infty) \setminus \{0;1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2-x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{x^2-x\ \sqrt{x+4}+2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x-1\ \sqrt{x+4}+2} = -\dfrac{1}{4}$

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2-x}=\lim_{x\to 1^+}\frac{x}{x^2-x\ \sqrt{x+4}+2}=\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x-1\ \sqrt{x+4}+2}=+\infty$$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x^2-x}$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Câu 23: Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=[-1;+\infty)\setminus\{1\}$

Tiệm cận đứng $x=1$ vì $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}=+\infty$

Tiệm cận ngang $y=0$ vì $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}=0$

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ là 2.

Câu 24: Phương trình tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10-x}}{x^2-100}$ là

A. $x=100$. **B.** $x=-10$. **C.** $x=10$ và $x=-10$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn C

$D=(-\infty;10)\setminus\{-10\}$.

$\lim\limits_{x\to 10^-}f(x)=-\infty$ nên $x=10$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to(-10)^+}f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-10)^-}f(x)=+\infty$ nên $x=-10$ là tiệm cận đứng.

Vậy phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{10-x}}{x^2-100}$ là $x=10$ và $x=-10$.

Câu 25: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=[-3;3]\setminus\{1\}$.

Ta có $x^2-6x+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=5\end{array}\right.$.

Do $\lim\limits_{x\to 1^+}y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-}y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=1$.

Do $x=5\notin[-3;3]$ nên đồ thị hàm số không nhận $x=5$ là tiệm cận đứng.

Vì hàm số có tập xác định là $D=[-3;3]\setminus\{1\}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số đã cho chỉ có 1 tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 26: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}$

A. $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=-2; y=-3$ và $y=3$.

C. $x=2$ và $y=3$. **D.** $x=-2; y=-9$ và $y=9$.

Lời giải

Chọn B

- $\lim\limits_{x\to -2^+} y=+\infty \Rightarrow x=-2$ là tiệm cận ngang của hàm số.
- $\lim\limits_{x\to +\infty} y=3 \Rightarrow y=3$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} y=-3$ nên $y=-3; y=3$ là hai tiệm cận ngang của hàm số.

Câu 27: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}$.

A. $x=-2$ và $y=3$. **B.** $x=-2$, $y=-3$ và $y=3$.

C. $x=2$ và $y=3$. **D.** $x=-2$, $y=-9$ và $y=9$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=+\infty \Rightarrow$ TCĐ: $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=3$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-3 \Rightarrow$ TCN: $y=3$ và $y=-3$.

Câu 28: Tính tổng số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)\sqrt{x^2-16}}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(4;+\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)\sqrt{x^2-16}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)x\sqrt{1-\dfrac{16}{x^2}}}=0$

$\Rightarrow$Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)\sqrt{x^2-16}}=+\infty \Rightarrow x=4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 29: Tính tổng số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)\sqrt{x^2-16}}$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(4;+\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)\sqrt{x^2-16}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)x\sqrt{1-\dfrac{16}{x^2}}}=0$

$\Rightarrow$Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{\sqrt{x-3}(x+4)}{(2x^2-5x+2)\sqrt{x^2-16}}=+\infty\Rightarrow x=4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 30: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-2)\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=(1;+\infty)$.

Ta có $y=\dfrac{(x-2)\sqrt{x-1}}{x^2-1}=\dfrac{x-2}{(x+1)\sqrt{x-1}}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{(x+1)\sqrt{x-1}}=0$. Nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-2}{(x+1)\sqrt{x-1}}=-\infty$. Nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-2)\sqrt{x-1}}{x^2-1}$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 31: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x}-1}{x+2}$ là :

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định : $D=(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)/\{-2\}$.

Ta có : $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-1$, $\lim\limits_{x\to+\infty}y=1$, $\lim\limits_{x\to(-2)^-}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to(-2)^+}y=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=1;y=-1$ và một đường tiệm cận đứng $x=-2$.

Câu 32: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{2-x}.\sqrt{3-x}}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ không tồn tại.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{-\dfrac{2}{x}+1}.\sqrt{-\dfrac{3}{x}+1}}=-1\Rightarrow y=-1$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Ta lại có : $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=+\infty\Rightarrow x=2$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to3^+} f(x);\lim\limits_{x\to3^-} f(x)$ không tồn tại.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 33: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}=0\Rightarrow$tiệm cận ngang : $y=0$.

Và: $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}=+\infty;\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{\sqrt{x+1}}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{1}{(x-1)\sqrt{x+1}}=-\infty\Rightarrow$tiệm cận đứng : $x=\pm1$.

Câu 34: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+5}$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $D=[-3;3]\setminus\{1\}$.

$\lim\limits_{x\to1^+} y=-\infty;\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty$ nên $x=1$ là TCĐ của ĐTHS.

Câu 35: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+5x-6}$ là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-6;1\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1} y=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{(x-1)(x+6)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{x+6}=\dfrac{1}{7}\Rightarrow x=1$ không phải là đường tiệm cận đứng

$\lim\limits_{x\to-6^+} y=\lim\limits_{x\to-6^+}\dfrac{x-1}{(x-1)(x+6)}=\lim\limits_{x\to-6^+}\dfrac{1}{x+6}=+\infty\Rightarrow x=-6$ là đường tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-3)$.

A. $m=0$. **B.** $m=1; m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=2m+1\Rightarrow d: y=2m+1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Do $A(1;-3)\in d\Leftrightarrow 2m+1=-3\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 37: Đồ thị hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$.

Lời giải

Chọn A

+) Xét hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. TXĐ $D=(0;+\infty)$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$ Tiệm cận đứng của đồ thị là $x=0$

+) Hàm số $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. có TXĐ $D=\mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận.

+) Hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. có TXĐ $D=\mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận.

+) Hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. có TXĐ $D=\mathbb{R}$. Vậy đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 38: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}+2x}{2x^2-3x+1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=[-2;2]\setminus\left\{1;\dfrac{1}{2}\right\}$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ suy ra tiệm cận đứng $x=1$

$\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}^+} f(x)=-\infty$ suy ra tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$.

Hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 39: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=[-2;2]$.

Không tồn tại $\lim\limits_{x\to-\infty} y$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y$, suy ra đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Lại có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to(-1)^-} = +\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có tất cả là 1 đường tiệm cận.

Câu 40: Số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-2x}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định : $D=[1;+\infty)\setminus\{2\}$.

Ta có : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-2x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{1}{x^4}}}{1-\dfrac{2}{x}}=0.$ Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-2x}=-\infty;\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2-2x}=+\infty$

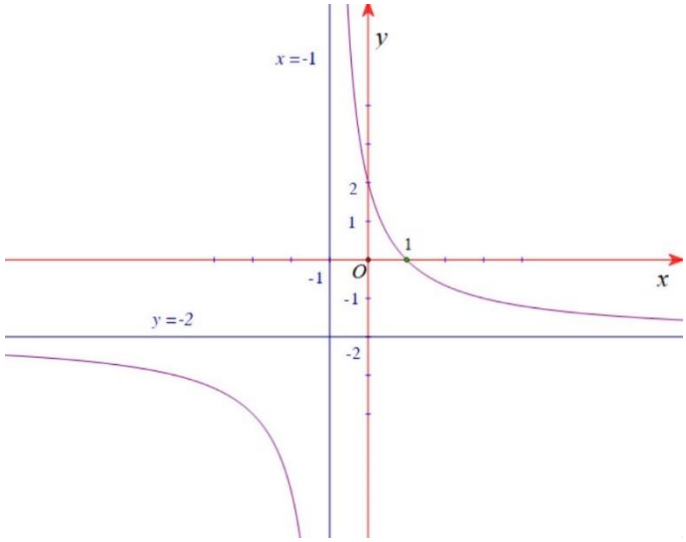
Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng.

DẠNG 3 Xác định số đường tiệm cận dựa vào đồ thị, BBT

Phương pháp:
Nắm chắc được lý thuyết về cách xác định số đường tiệm cận của đồ thị hàm số, kết hợp với việc quan sát đồ thị, bảng biến thiên để đưa ra kết luận

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau



Đồ thị hàm số trên có đường tiệm cận đứng là

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=-2$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ / $-\infty$	$\nearrow$	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$+\infty$ / $-\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

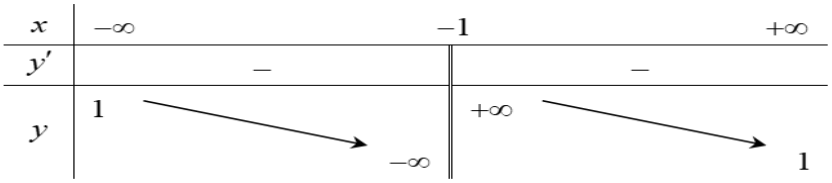
A. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

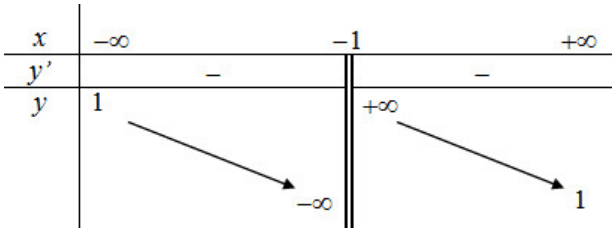
Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số trên có tiệm cận ngang là

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số trên có tiệm cận đứng là:

A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	$+\infty$ / $-\infty$	$\nearrow$	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

A. $y=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-1$.

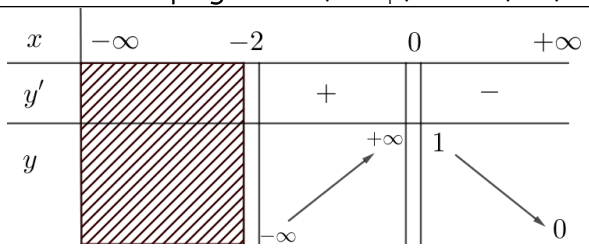
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	$+\infty$ / -4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

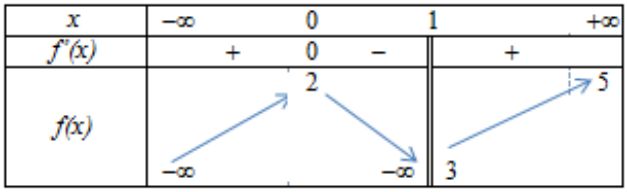
Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

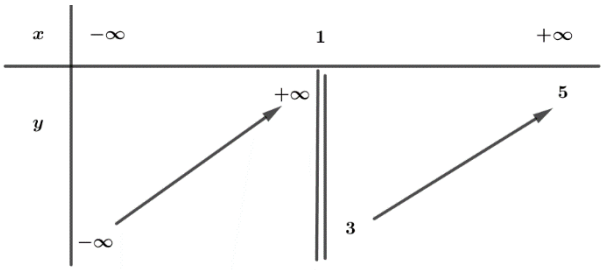
Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

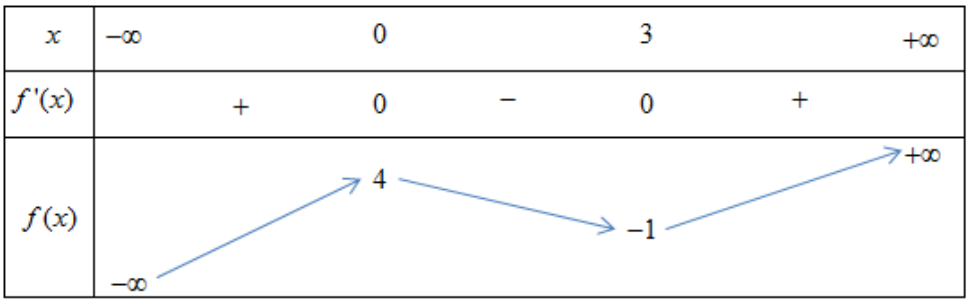
Câu 10: Cho hàm số $y = f\ x$ có bảng biến thiên như hình bên dưới



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

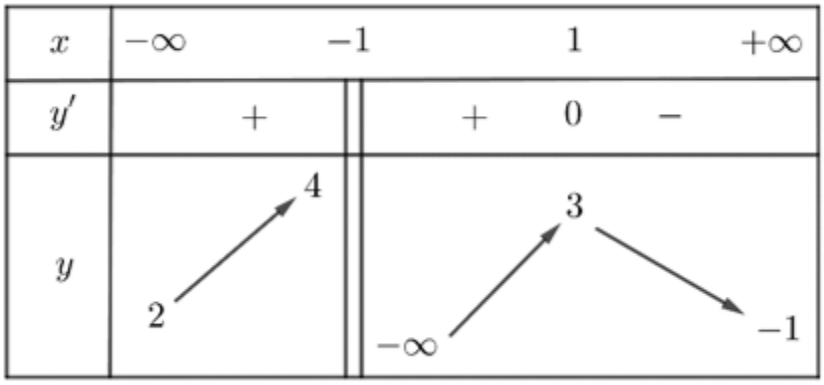
A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 4$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 0$.

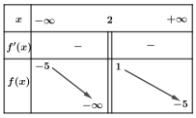
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau:



Hỏi đồ thị hàm số có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

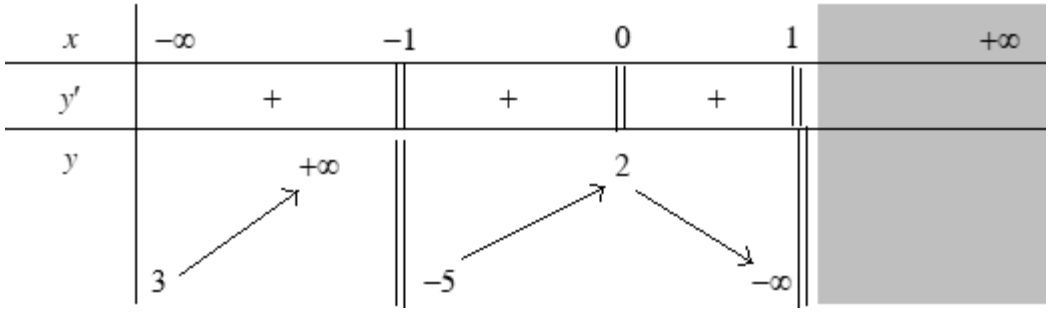
Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

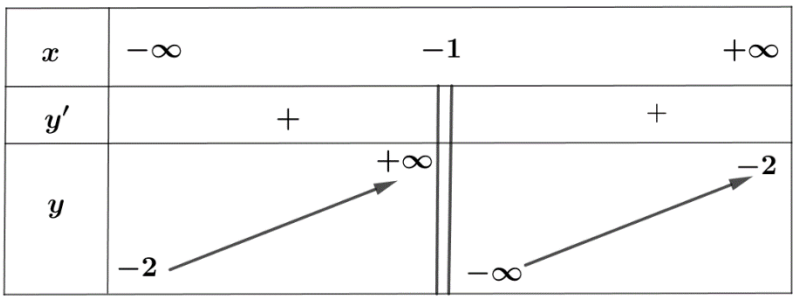
Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

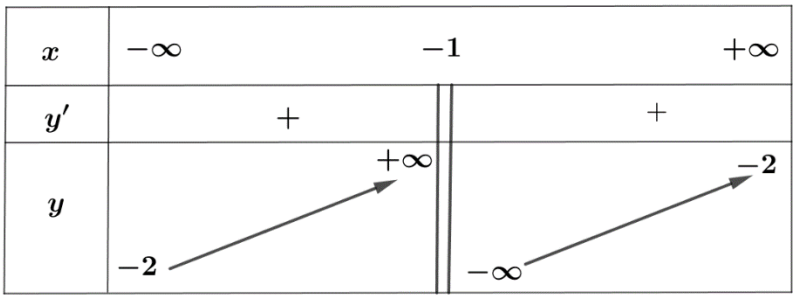
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=-1$ và tiệm cận ngang $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

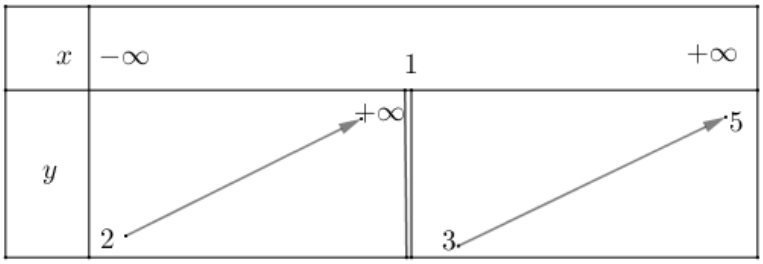
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=-1$ và tiệm cận ngang $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-2$.

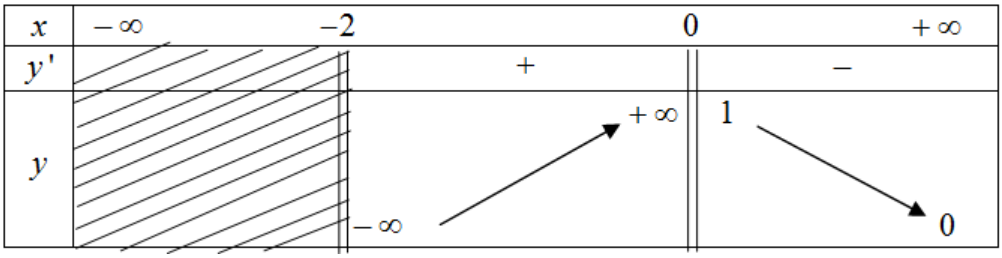
Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

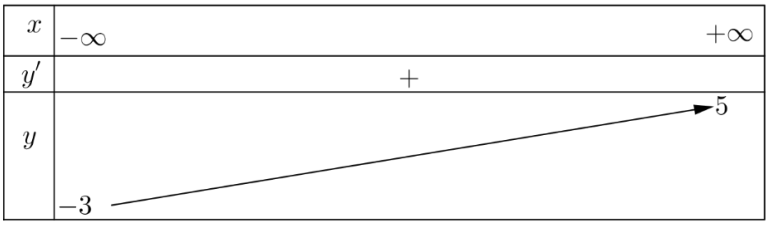
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

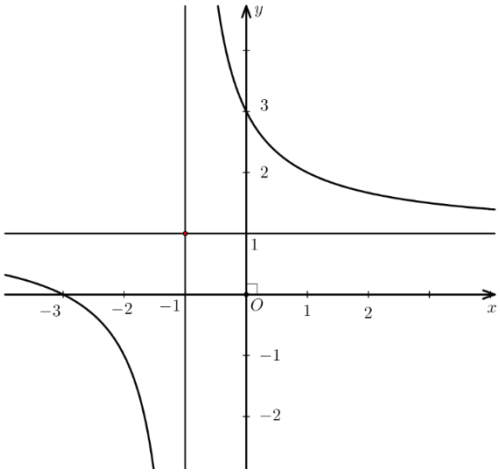
Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

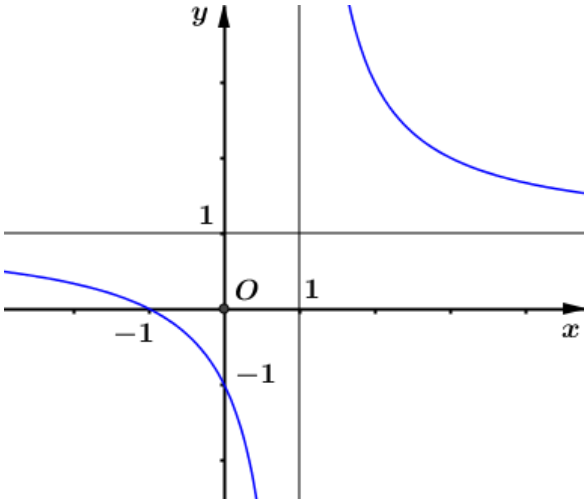
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 20: Đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là



A. $x=1,\ y=1$. **B.** $x=-3,\ y=3$. **C.** $x=-1,\ y=1$. **D.** $x=1,\ y=-1$.

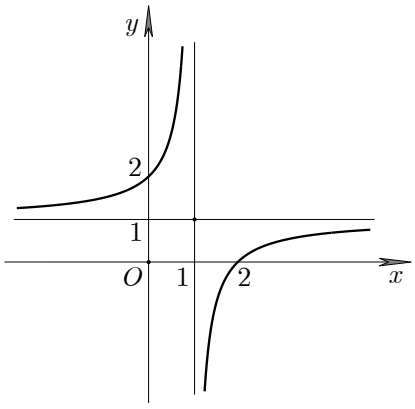
Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là

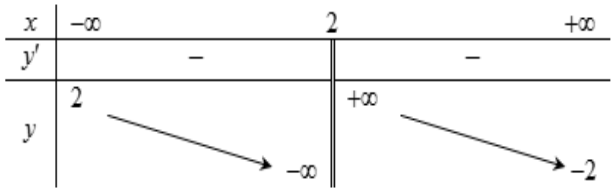
A. $x=-1;\ y=-1$. **B.** $x=1;\ y=1$. **C.** $x=1;\ y=-1$. **D.** $x=-1;\ y=1$.

Câu 22: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(ad-bc\neq 0\,;ac\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số?



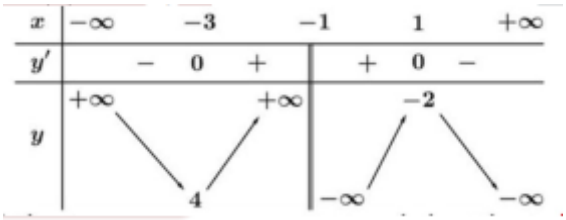
A. $x=-1,\ y=1$. **B.** $x=1,\ y=2$. **C.** $x=1,\ y=1$. **D.** $x=2,\ y=1$.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

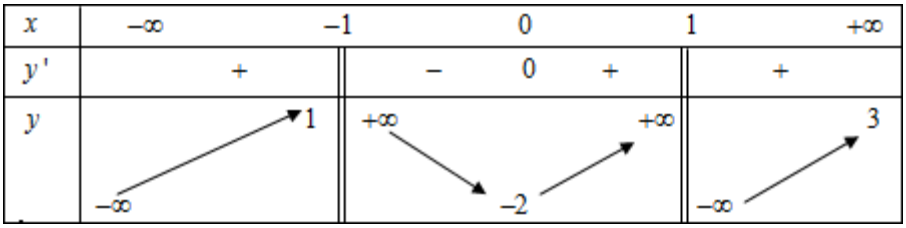
Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

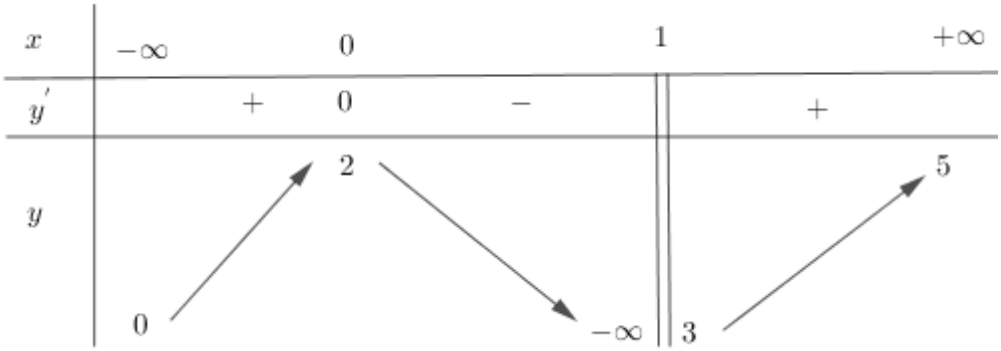
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 25: Cho hàm $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

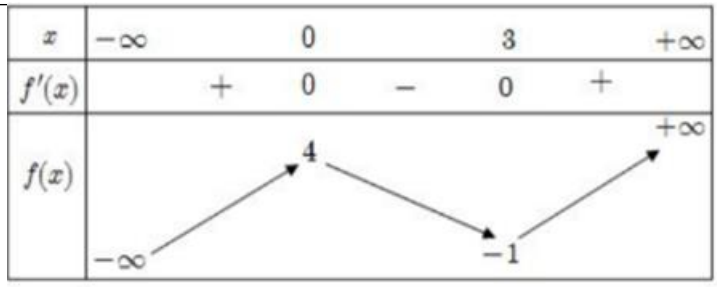
Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

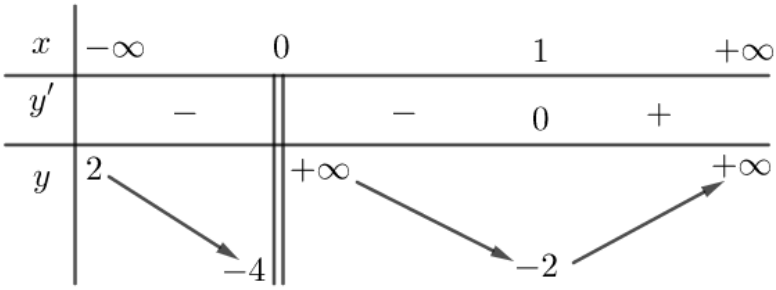
A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=4$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

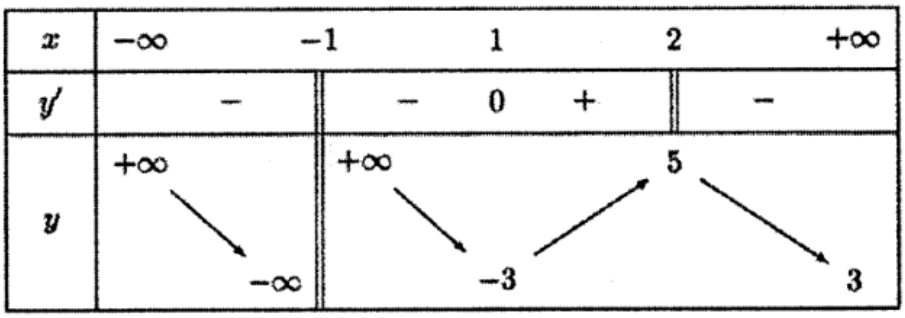
Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

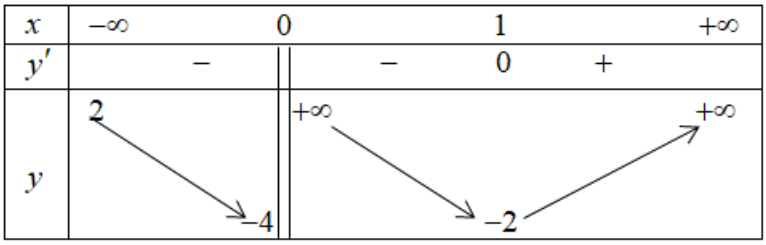
Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

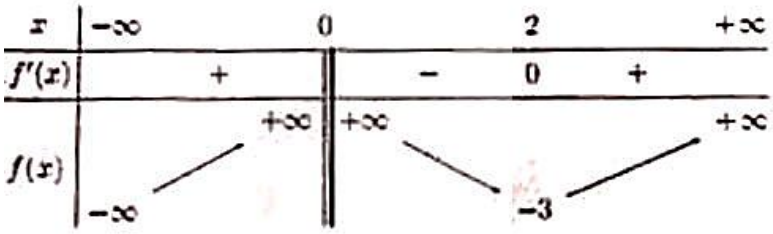
Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đô thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:



Gọi a và b lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số đường tiệm cận đứng của đồ thị $y=f(x)$. Tính $a+b$.

A. $a+b=3$. **B.** $a+b=1$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a+b=0$

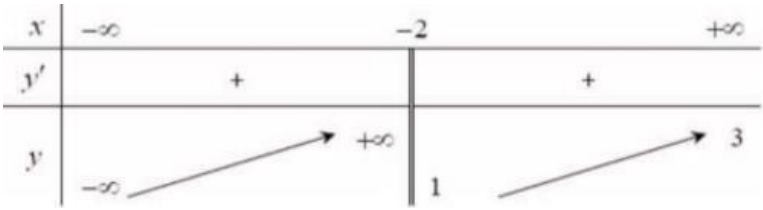
Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	‖ $-\infty$	↘	-3	↗	3

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

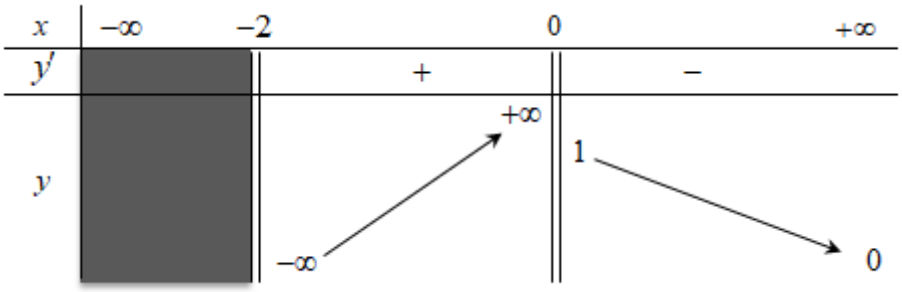
Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới



Hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là

A. $y=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

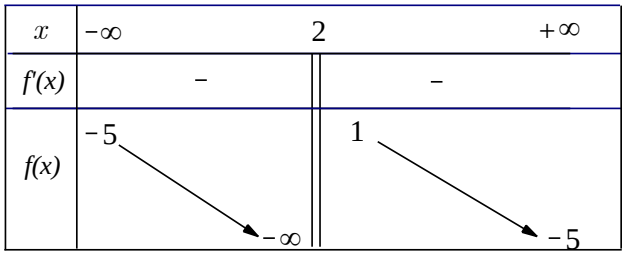
Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị của hàm số đã cho có tổng số bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

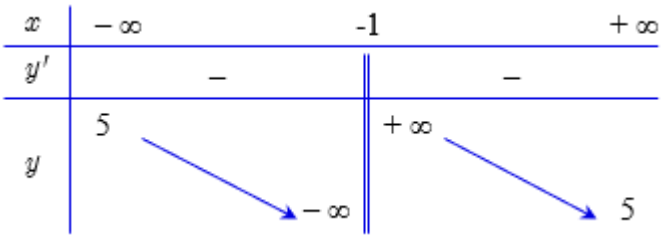
Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

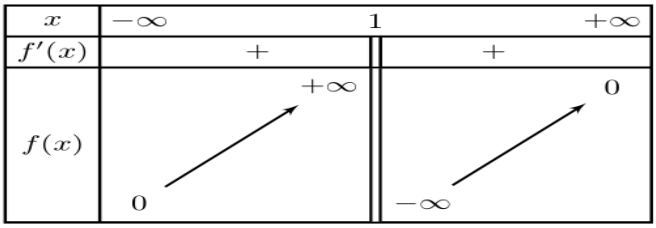
Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

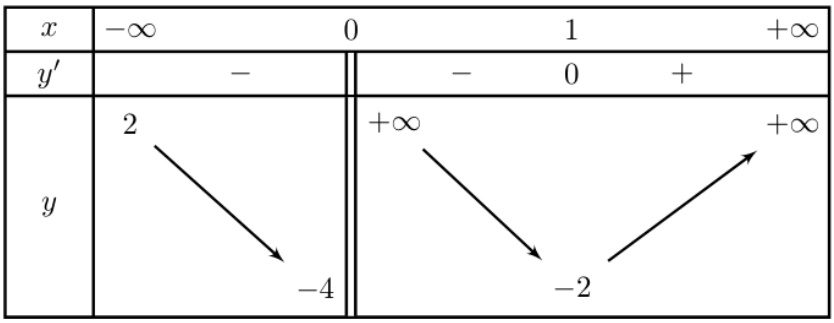
A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là



A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

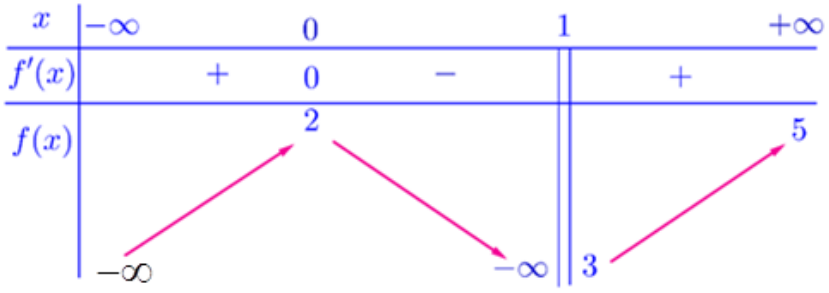
Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

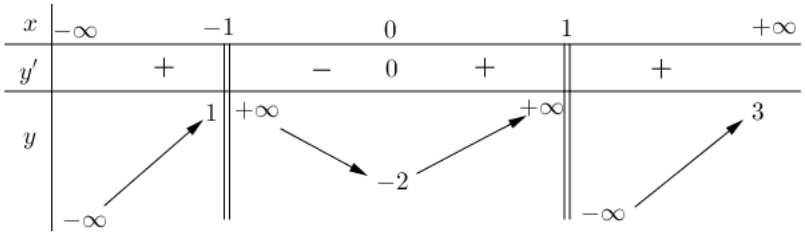
Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

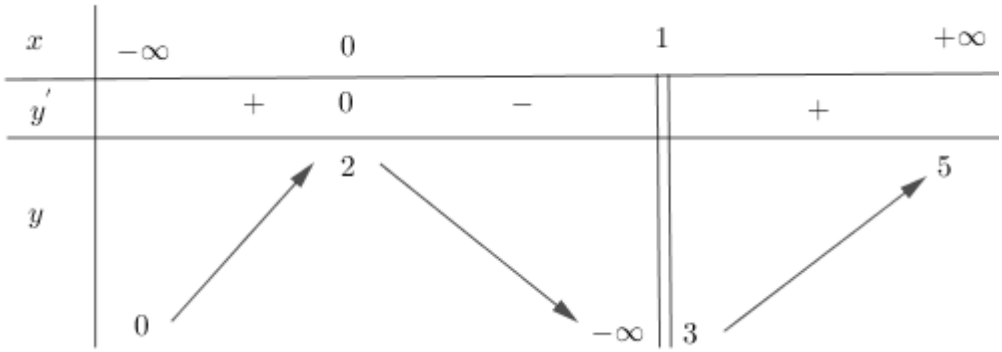
Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

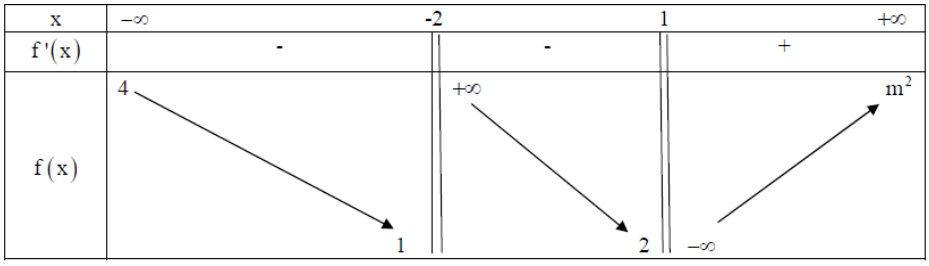
Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:



Số giá trị nguyên của $m\in[-4;4]$ để đồ thị hàm số có 4 tiệm cận là

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$		$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$	↗	3

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số trên là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 44: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-3	↘	0	$+\infty$	↘	1	↗ 3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$		$+$		$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$	↘	1 ↘ 0
			$-\infty$				

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

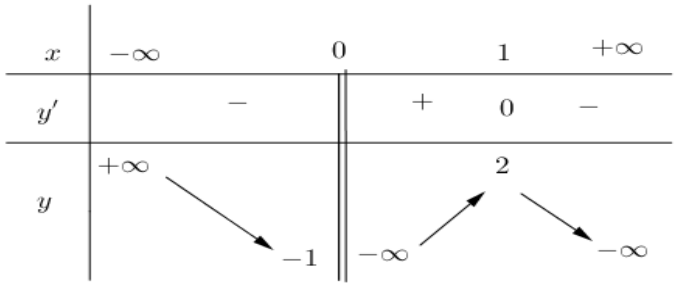
Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$-\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$-\infty$	↗	1
					$-\infty$		

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

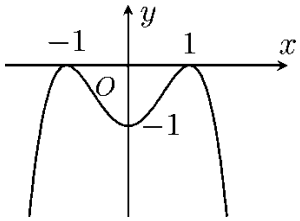
A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

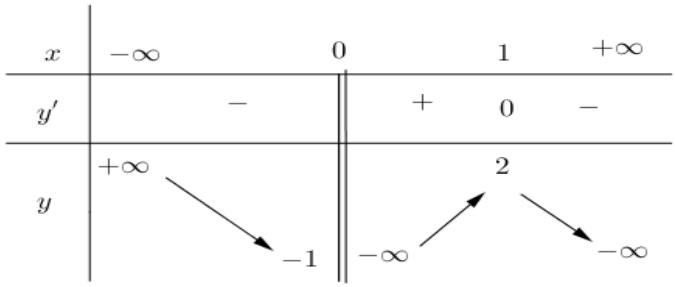
Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{2020}{2f(x)+1}$ có số đường tiệm cận đứng là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 49: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

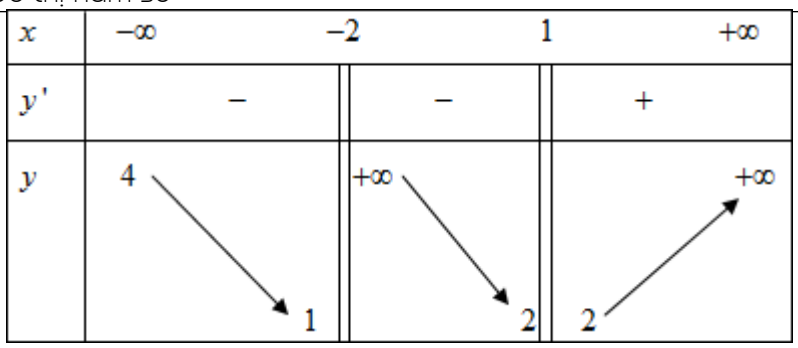
A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 50: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định và có đạo hàm trên trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ và có bảng biến thiên như sau

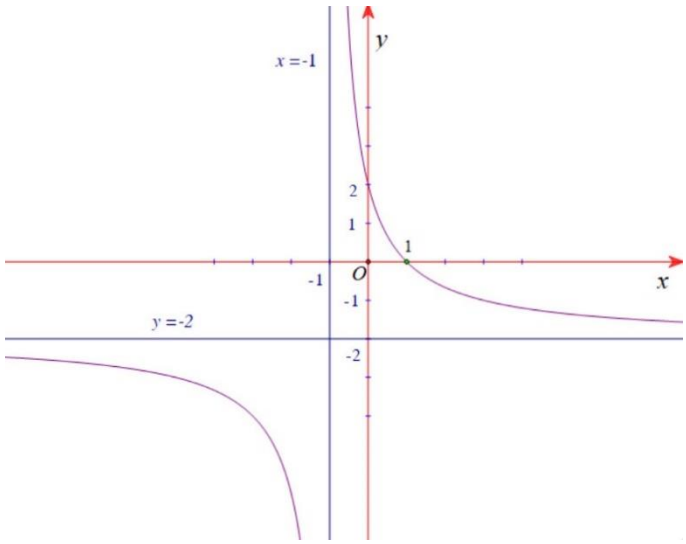


Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau



Đồ thị hàm số trên có đường tiệm cận đứng là

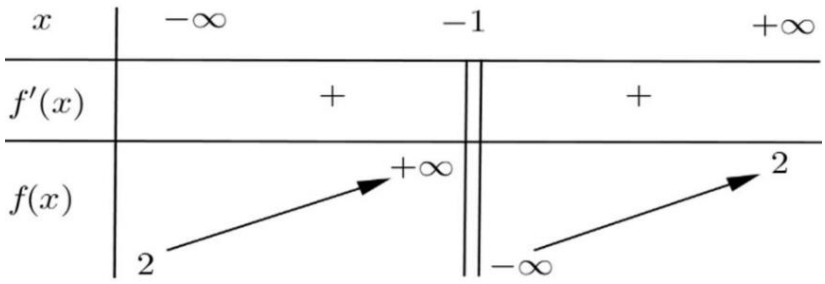
A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=-1$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là

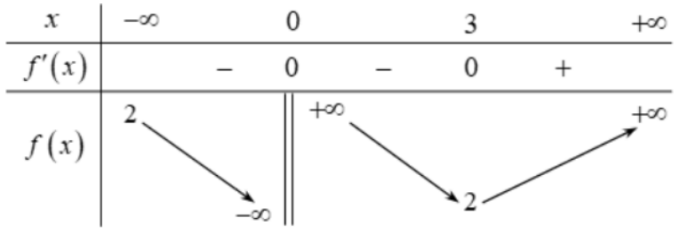
A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.

Lời giải

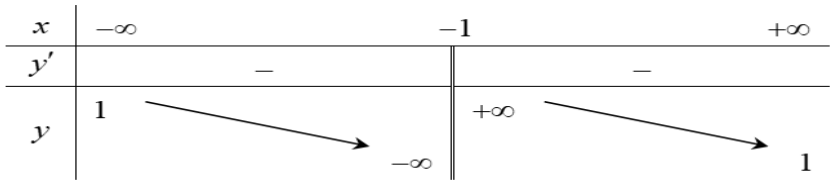
Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$ nên $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to0^-} y=-\infty\end{cases}$ nên $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Đồ thị hàm số trên có tiệm cận ngang là

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

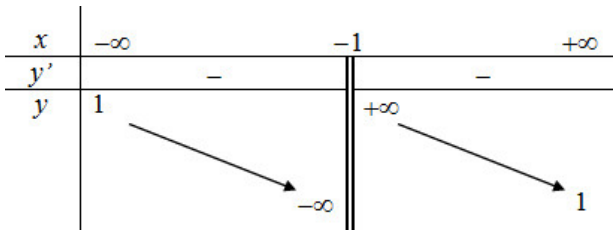
GVSB: Vũ Viên; GVPB:Thuy Nguyen

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=1$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số trên có tiệm cận đứng là:

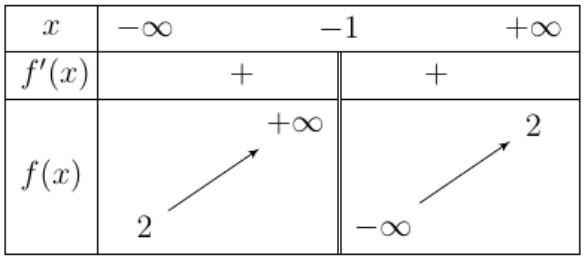
A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là: $x=-1$

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

A. $y=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to -1^-}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^+}=-\infty$

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	2	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to -\infty}y=2$, $\lim\limits_{x\to 0^{(+)}}y=+\infty$ nên hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$ và tiệm cận đứng là $x=0$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'			$+$			$-$	
y			$-\infty$	↗	$+\infty$ | 1	↘	0

Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

1) $\lim\limits_{x\to -2^+}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 0^-}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là $x=-2$ và $x=0$.

2) $\lim\limits_{x\to +\infty}y=0$ nên đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	3	↗	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=5$

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận ngang và đứng là 2.

Câu 10: Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ | 3	↗	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=5\Rightarrow y=5$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\ x$.

$\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\ x$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=4$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

Lời giải

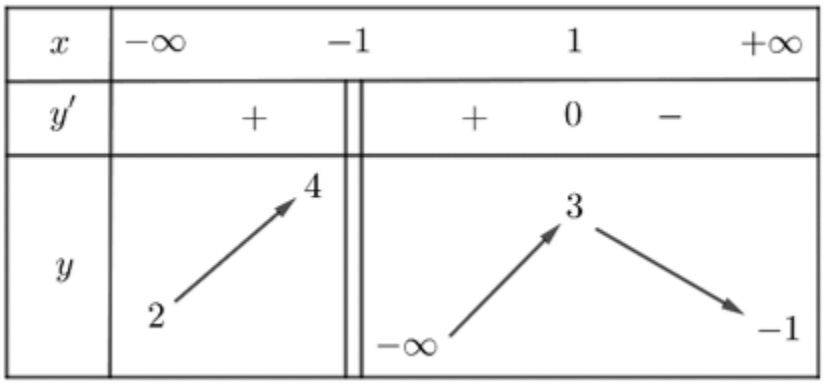
Chọn C

Từ BBT của hàm số $y=f(x)$ ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Và $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=4, \lim\limits_{x\to0^-} f(x)=4, \lim\limits_{x\to3^-} f(x)=-1, \lim\limits_{x\to3^+} f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau:



Hỏi đồ thị hàm số có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

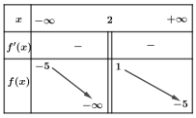
Từ bảng biến thiên $\Rightarrow \lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1 \Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

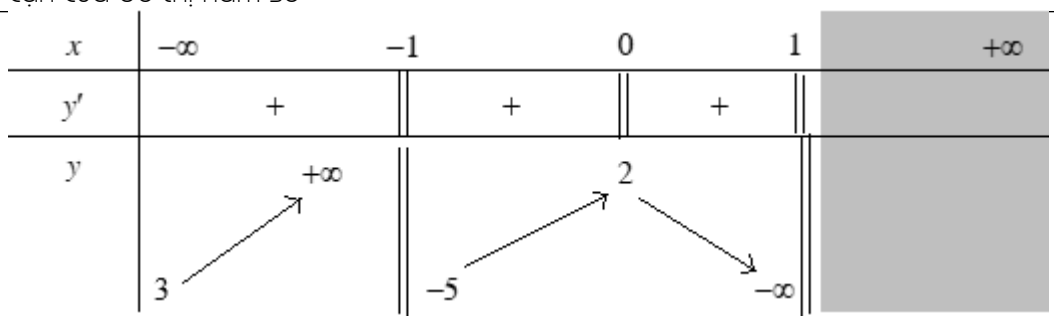
Lờigiải

Người làm: Trịnh Thanh Hải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-5$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-5$, nên đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

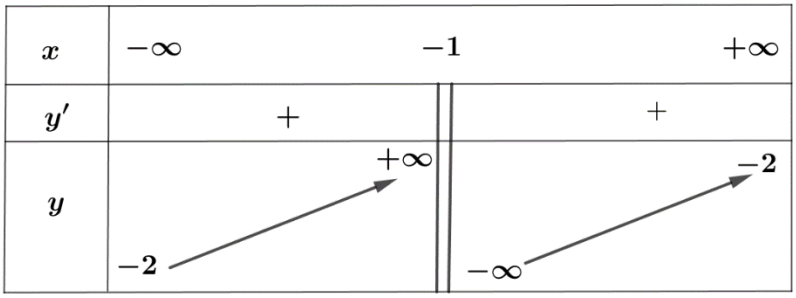
Chọn D

Tiệm cận ngang: $y=3$.

Tiệm cận đứng: $x=-1;\ x=1$.

Vậy tổng số tiệm cận là 3.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=-1$ và tiệm cận ngang $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-2$.

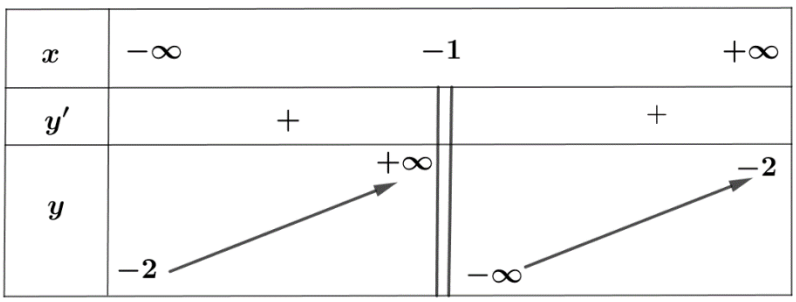
Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-2\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty\Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=-1$ và tiệm cận ngang $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số có duy nhất một tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ và tiệm cận ngang $y=-2$.

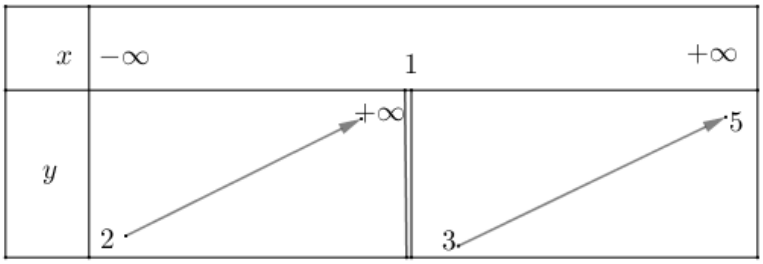
Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$.

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

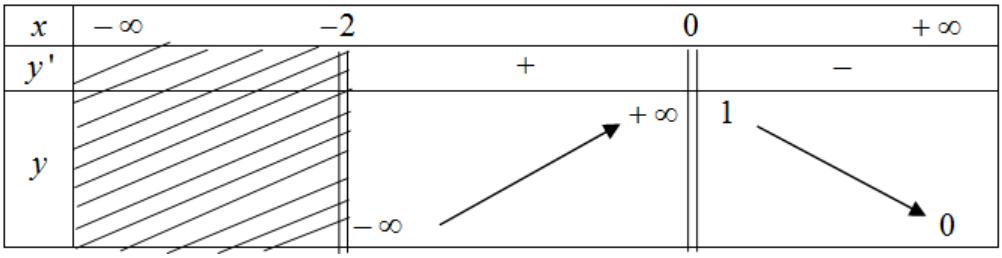
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=1$ và hai đường tiệm cận ngang $y=2; y=5$. Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 3 đường.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to0^-} y=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

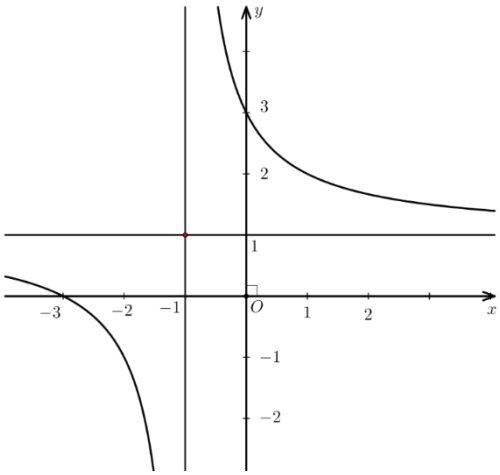
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chon D

Do $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=5\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=-3\end{cases}$ nên đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 đường tiệm cận ngang là $y=-3, y=5$.

Câu 20: Đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là



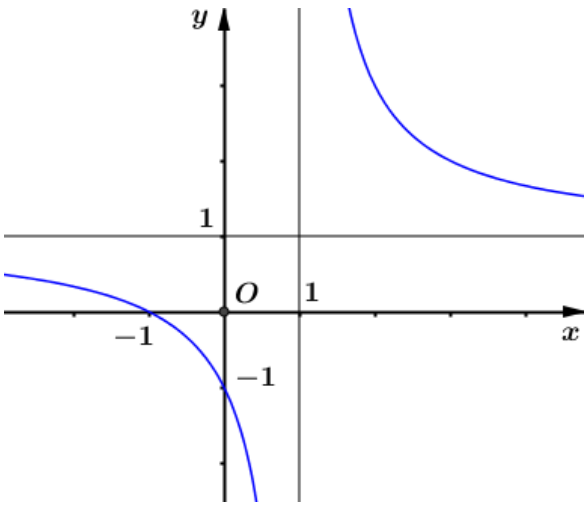
A. $x=1,\ y=1$. **B.** $x=-3,\ y=3$. **C.** $x=-1,\ y=1$. **D.** $x=1,\ y=-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là $x=-1,\ y=1$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là

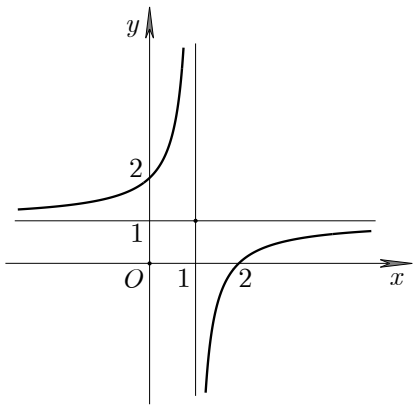
A. $x=-1;\ y=-1$. **B.** $x=1;\ y=1$. **C.** $x=1;\ y=-1$. **D.** $x=-1;\ y=1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=1$ là và đường tiệm cận ngang là $y=1$.

Câu 22: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(ad-bc\neq 0\,;ac\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số?



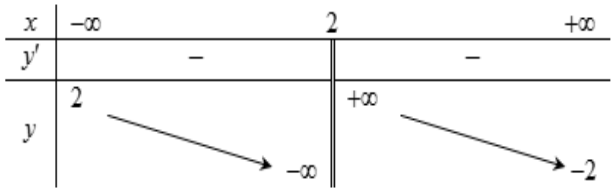
A. $x=-1,\ y=1$. **B.** $x=1,\ y=2$. **C.** $x=1,\ y=1$. **D.** $x=2,\ y=1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ ta có $x=1$ là tiệm cân đứng và $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Câu 23: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.



A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên trên

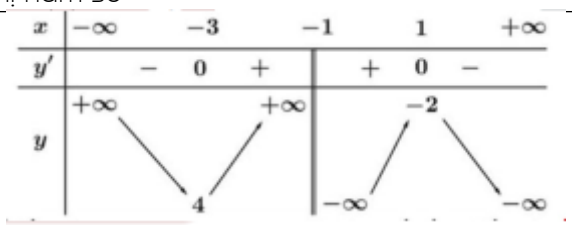
Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=2\ \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=-2\Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^{+}} f\left(x\right)=+\infty\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng

Vậy hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 24: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

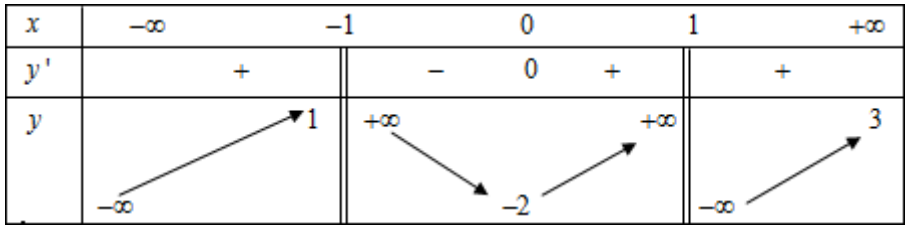
Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 1.

Câu 25: Cho hàm $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

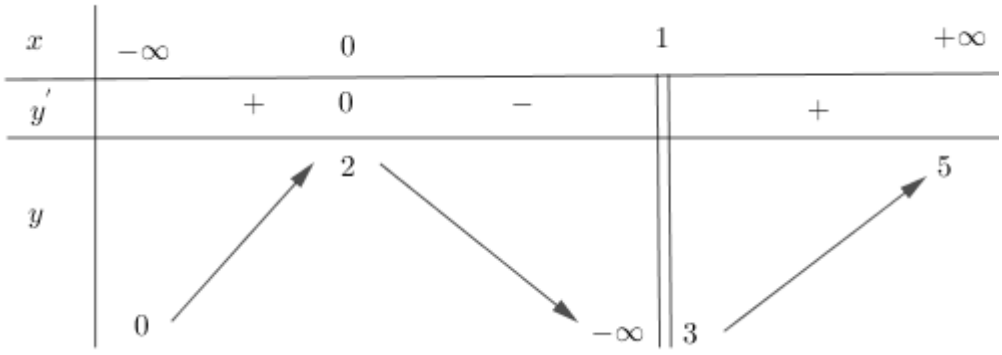
Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ nên đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Mặt khác, $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(1)^\pm} f(x)=\mp\infty$ nên đường thẳng $x=\pm1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

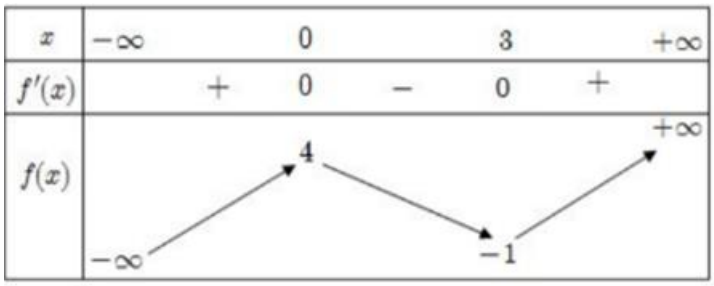
Chọn A

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ nên hàm số có 2 tiệm cận ngang.

+ $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$ nên hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Nên hàm số đã cho có 3 tiệm cận.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=4$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

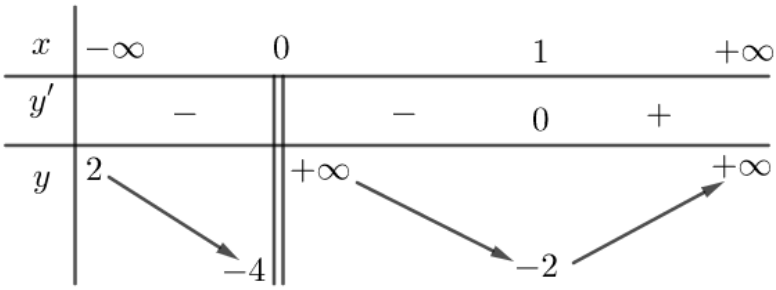
D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty \Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$-$	
y	$+\infty$	↘	‖ $+\infty$	↘	-3	↗	5	↘	3
			$-\infty$						

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=-\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=3 \Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang.

Vậy tổng số tiệm cận là 2.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2	↘	‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$
			-4				

Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đô thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -\infty} y=2$

Vậy đồ thị có 2 tiệm cận gồm một tiêm cận đứng $x=0$ và một tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	‖ $+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

Gọi a và b lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số đường tiệm cận đứng của đồ thị $y=f(x)$. Tính $a+b$.

A. $a+b=3$. **B.** $a+b=1$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a+b=0$

Lời giải

Chọn B

◆ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$, suy ra hàm số không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty, \lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=+\infty$, suy ra hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

◆ Vậy $a+b=1$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	$-\infty$ | 2	↘	-3	↗	3

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Quan sát bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to 0^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ | 1	↗	3

Hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là

A. $y=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta thấy 2 giới hạn sau thông qua bảng biến thiên $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -2^-} y=+\infty\\ \lim\limits_{x\to -2^+} y=1\end{cases}$

Suy ra $x=-2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. **Chọn C**

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'				$+$		$-$	
y			$-\infty$	↗	$+\infty$ | 1	↘	0

Đồ thị của hàm số đã cho có tổng số bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có:

*) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

*) $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

*) $\lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	
$f(x)$	-5	↘	$-\infty$ | 1	↘	-5

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-5$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-5$ nên $y=-5$ là tiệm cận ngang.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	5	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Lời giải

Chọn D

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có 1 TCĐ $x=-1$ và 1 TCN $y=5$. Nên tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	0

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$, $\lim\limits_{x\to 1^{(-)}} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^{(+)}} y=-\infty$ nên hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$ và tiệm cận đứng là $x=0$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2	↘	‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$
			-4				

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=2$, $\lim\limits_{x\to 0^{(+)}} y=+\infty$ nên hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$ và tiệm cận đứng là $x=0$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ ‖ 3	↗	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=5$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận ngang là $y=5$.

$\lim\limits_{x\to 1^{-}} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^{+}} f(x)=3$ nên đồ thị có 1 đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
y	$-\infty$	↗	1 ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên, ta có

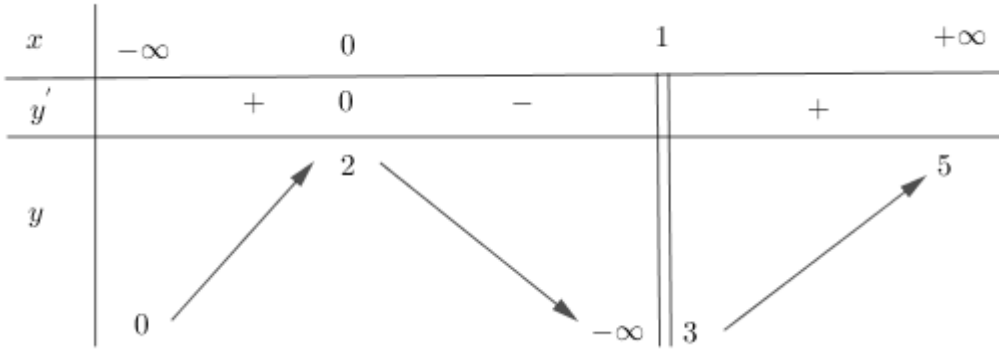
$\lim\limits_{x\to -1^+} f\left(x \right)=+\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị;

$\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x \right)=+\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị;

$\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x \right)=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 tiệm cận đứng và ngang.

Câu 41: Cho hàm số $f\left(x \right)$ có bảng biến thiên như sau.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 4 .

Lời giải

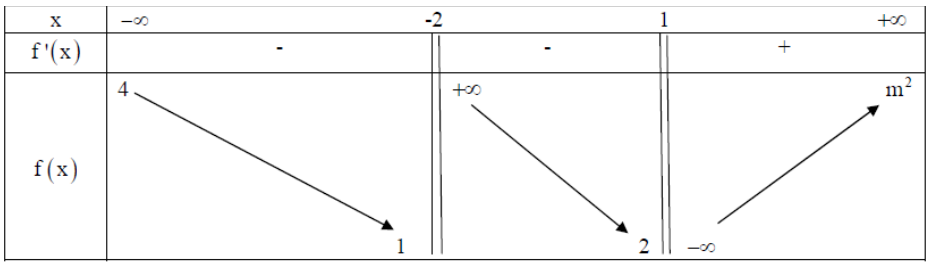
Chọn A

+ $\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x \right)=5$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} f\left(x \right)=0$ nên hàm số có 2 tiệm cận ngang.

+ $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x \right)=-\infty$ nên hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Nên hàm số đã cho có 3 tiệm cận.

Câu 42: Cho hàm số $y=f\left(x \right)$ có bảng biến thiên:



Số giá trị nguyên của $m\in \left[-4;4 \right]$ để đồ thị hàm số có 4 tiệm cận là

A. 7 . **B.** 6 . **C.** 5 . **D.** 8 .

Lời giải

Chọn A

◆ Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị có hai tiệm cận đứng $x=-2;x=1$ và các tiệm cận ngang $y=4;y=m^2$. Suy ra đồ thị có bốn tiệm cận khi $m^2\ne 4\Leftrightarrow m\ne \pm 2$.

◆ Do $m\in \left[-4;4 \right]$ và m nguyên nên $m\in \left\{ \pm 4;\pm 3;\pm 1;0 \right\}$.

◆ Vậy có 7 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$		$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$	↗	3

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số trên là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=+\infty \Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

◆ Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng.

◆ Ta có: $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=3 \Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang.

◆ Vậy đồ thị của hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 44: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-3	↘	$+\infty$	↘	1	↗	3
							0		

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim\limits_{x\to +\infty} y=3$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang $y=3$.

Do $\lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$		$+$		$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$	↘	0
			$-\infty$		1		

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

◆ Từ bảng biến thiên ta có :

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0$.

◆ Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng 3.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$-\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	‖	↗	1
					$-\infty$		

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Theo bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$.

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 2.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	‖	↗	2	↘	
			-1		$-\infty$		$-\infty$

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng.

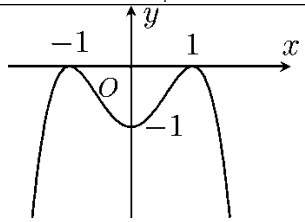
D. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



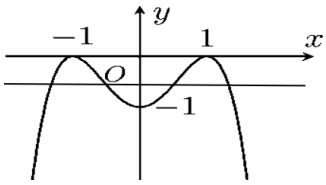
Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2020}{2f(x)+1}$ có số đường tiệm cận đứng là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

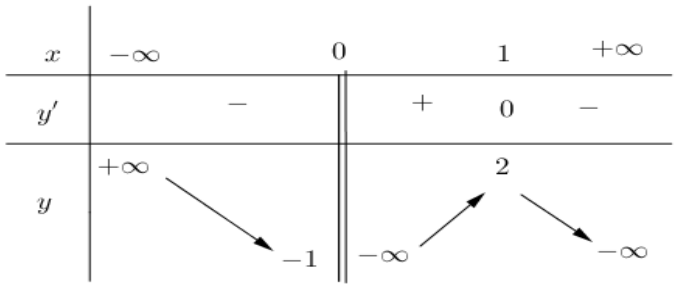
Chọn C

◆ Số đường tiệm cận đứng là số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{1}{2}$



Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình trên có 4 nghiệm tương ứng với 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng.

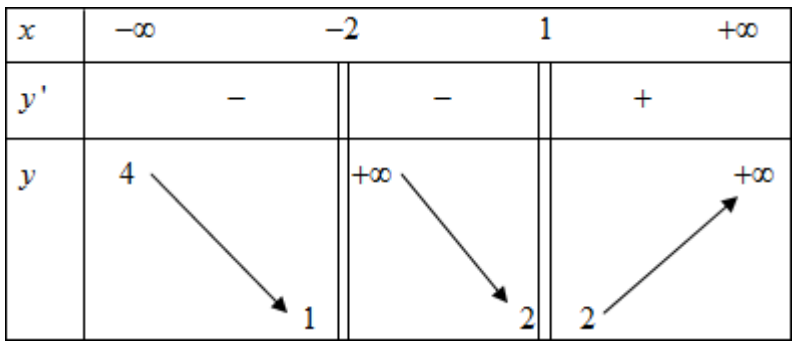
D. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} f\left(x\right)=-\infty$ nên đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và có đạo hàm trên trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=4$ và một đường tiệm cận đứng $x=-2$

DẠNG 4 Các dạng toán khác liên quan đến tiệm cận

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Hai đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{4-x}$ cắt nhau tại điểm I. Tìm tọa độ điểm I

A. $(-4;2)$. **B.** $(4;2)$. **C.** $(-4;-2)$. **D.** $(4;-2)$.

Câu 2: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ là điểm nào sau đây?

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 3: Cho các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ tạo với hai trục tọa độ diện tích bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x-1}{x+3}$ cắt đường thẳng $y=2021x$ tại điểm có tung độ bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** 0. **D.** $\dfrac{-1}{2021}$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

A. $m=\pm 4$. **B.** $m=\pm\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 7: Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2-2mx+2m^2-9}$ có đúng 3 đường tiệm cận. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 8: Đồ thị hàm số nào dưới có đường tiệm cận đứng đi qua điểm $M(-4;5)$?

A. $y=\dfrac{-4x+7}{x+5}$. **B.** $y=\dfrac{5x+1}{x+4}$. **C.** $y=\dfrac{-4x+1}{x-5}$. **D.** $y=\dfrac{5x+3}{x-4}$.

Câu 9: Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$

A. $A(3;2)$. **B.** $B(-3;2)$ **C.** $D(-1;3)$ **D.** $C(1;-3)$.

Câu 10: Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ là điểm

A. $G(3;-2)$. **B.** $F(1;3)$. **C.** $H(-2;3)$. **D.** $E(3;1)$.

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

A. 14. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 8.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+n}{ax^2+bx+c}$ (m,n,a,b,c là các tham số thực). Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tối đa bao nhiêu tiệm cận **(ngang hoặc đứng)**?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 13: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 14: Hai đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{4-x}$ cắt nhau tại điểm I. Tìm tọa độ điểm I.

A. $(4;-2)$. **B.** $(4;2)$. **C.** $(-4;-2)$. **D.** $(-4;2)$.

Câu 15: Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$

A. $A(3;2)$. **B.** $B(-3;2)$ **C.** $D(-1;3)$ **D.** $C(1;-3)$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(m^2-3m\right)x-1}{x-2}$ có đường tiệm cận ngang qua điểm $A(1;-2)$ khi:

A. $m=1$ hoặc $m=-2$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=2$.

C. $m=-1$ hoặc $m=-2$. **D.** $m=1$ hoặc $m=2$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m<2$. **B.** $m=2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m>2$.

Câu 18: Cho các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ tạo với hai trục tọa độ diện tích bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 19: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 20: Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-3}{x-4m}$ đi qua điểm $A(-2;4)$?

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 21: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{x^2-2x-m}$ có đúng hai tiệm cận đứng là

A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;3]$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 22: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục trung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

A. 8. **B.** -6. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 23: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận là

A. $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right]$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $\left\{2;\dfrac{9}{4}\right\}$.

Câu 24: **(HK1 - K12 - THPT Marie - Curie - Hà Nội - 2021)** Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ có đúng một đường tiệm cận đứng là

A. $m\in[-1;4]$. **B.** $m\in\{-1;4;5\}$. **C.** $m\in(-1;4)$. **D.** $m\in\{-5;-1;4\}$.

Câu 25: Số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2-2mx+2m^2-4m-12}$ có ba đường tiệm cận

A. 7. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{x^2+4x+m}$ có đúng 3 đường tiệm cận?

A. 9. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 27: Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2mx+3m^2-m-1}$ có ba đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^3-3x^2-m}$ có đúng một tiệm cận đứng?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hai đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{4-x}$ cắt nhau tại điểm I. Tìm tọa độ điểm I

A. $(-4;2)$. **B.** $(4;2)$. **C.** $(-4;-2)$. **D.** $(4;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{4-x}$ có đường tiệm cận đứng $x=4$ và đường tiệm cận ngang $y=-2$. Do đó giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(4;-2)$.

Câu 2: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ là điểm nào sau đây?

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận ngang $y=3$.

$\Rightarrow$Tâm đối xứng $(-2;3)$.

Câu 3: Cho các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ tạo với hai trục tọa độ diện tích bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$ và đường tiệm cận ngang là $y=2$. Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có kích thước lần lượt là 2 và 3 nên diện tích của hình chữ nhật là $S=2.3=6$.

Câu 4: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x-1}{x+3}$ cắt đường thẳng $y=2021x$ tại điểm có tung độ bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** 0. **D.** $\dfrac{-1}{2021}$.

Lời giải

Chọn A

Do $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x-1}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=-1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x-1}{x+3}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=-1$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=-1$;

Xét phương trình hoành độ giao điểm : $2021x=-1\Leftrightarrow x=\dfrac{-1}{2021}$; vậy tung độ giao điểm là $y=-1.$

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=0$. Suy ra đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

◆ Mặt khác $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=\infty$. Suy ra $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

◆ Ta có $\lim\limits_{x\to\sqrt{3}^+}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=\infty$. Suy ra $x=\sqrt{3}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

◆ Ta có $\lim\limits_{x\to(-\sqrt{3})^-}\dfrac{x+3}{x^3-3x}=-\infty$. Suy ra $x=-\sqrt{3}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

◆ Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

Câu 6: Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

A. $m=\pm 4$. **B.** $m=\pm\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận là $-2m-m\neq 0\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó, đồ thị hàm số có:

+) tiệm cận đứng: $x=1$, song song với Oy và cắt Ox tại điểm $A(1;0)$.

+) tiệm cận ngang: $y=2m$, song song với Ox và cắt Oy tại điểm $B(2m;0)$.

Diện tích hình chữ nhật tạo bởi hai đường tiệm cận cùng với hai trục tọa độ là

$S=OA.OB=1.|2m|=8\Rightarrow m=\pm 4$.

Câu 7: Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2-2mx+2m^2-9}$ có đúng 3 đường tiệm cận. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

◆ $y=\dfrac{x-3}{x^2-2mx+2m^2-9}$ có 1 đường tiệm cận ngang là $y=0$

◆ Để có 3 đường tiệm cận thì $x^2-2mx+2m^2-9=0$ phải có 2 nghiệm phân biệt khác 3.

Tức là: $\begin{cases}\Delta' = -m^2 - 2m^2 - 9 > 0 \\ 3^2 - 6m + 2m^2 - 9 \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3 < m < 3 \\ m \neq 0; m \neq 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3 < m < 3 \\ m \neq 0\end{cases} \Rightarrow S \in \pm 2; \pm 1$.

Câu 8: Đồ thị hàm số nào dưới có đường tiệm cận đứng đi qua điểm $M(-4;5)$?

A. $y = \dfrac{-4x+7}{x+5}$. **B.** $y = \dfrac{5x+1}{x+4}$. **C.** $y = \dfrac{-4x+1}{x-5}$. **D.** $y = \dfrac{5x+3}{x-4}$.

Lời giải

Chọn B

◆ Đáp án B: $\lim\limits_{x \to (-4)^+} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x \to (-4)^-} y = -\infty$

Suy ra: $x = -4$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

◆ Tiệm cận đứng đi qua điểm $M(-4;5) \Rightarrow x = -4$.

Câu 9: Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$

A. $A(3;2)$. **B.** $B(-3;2)$ **C.** $D(-1;3)$ **D.** $C(1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x+1}{x-3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{3}{x}} = 2$$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2$

$\lim\limits_{x \to 3^+} y = \lim\limits_{x \to 3^+} \dfrac{2x+1}{x-3} = +\infty$ **(vì** $\lim\limits_{x \to 3^+}(2x+1) = 7; \lim\limits_{x \to 3^+}(x-3) = 0; x-3 > 0, \forall x > 3$ **)**

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x = 3$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $A(3;2)$.

Câu 10: Giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-3}$ là điểm

A. $G(3;-2)$. **B.** $F(1;3)$. **C.** $H(-2;3)$. **D.** $E(3;1)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có:

+) $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to -\infty} y = 1$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang.

+) $\lim\limits_{x \to 3^-} y = -\infty$; $\lim\limits_{x \to 3^+} y = +\infty$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng.

Như vậy giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $E(3;1)$.

Cách 2:

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\ (c\neq 0)$:

+) Nhận đường thẳng $x=-\dfrac{d}{c}$ là tiệm cận đứng.

+) Nhận đường thẳng $y=\dfrac{a}{c}$ là tiệm cận ngang.

Như vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-3}$ nhận đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang, nhận đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng.

Nên giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $E(3;1)$.

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận?

A. 14. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}=0$ nên suy ra hàm số có 1đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận thì phải có 2 tiệm cận đứng hay phương trình $x^2-8x+m=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=16-m>0\\1^2-8.1+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<16\\m\neq 7\end{cases}$.

Do m nguyên dương nên có 14 giá trị m thỏa mãn.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+n}{ax^2+bx+c}$ (m,n,a,b,c là các tham số thực). Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tối đa bao nhiêu tiệm cận **(ngang hoặc đứng)**?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

◆ Với $a=0;b\neq 0$ thì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\dfrac{m}{b}\Rightarrow y=\dfrac{m}{b}$ là tiệm cận ngang.

◆ Với $a\neq 0$ thì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang

◆ Vậy tối đa hàm số có 1 tiệm cận ngang.

◆ Để hàm số có tối đa tiệm cận đứng thì phương trình $ax^2+bx+c=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-\dfrac{n}{m}$. Nên hàm số có tối đa 2 tiệm cận đứng.

Câu 13: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

◆ $y=\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}=\dfrac{x+9-9}{x(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}=\dfrac{1}{(x+1)\left(\sqrt{x+9}+3\right)}$.

$\lim\limits_{x\to -1} y=\infty \Rightarrow x=-1$là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 14: Hai đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{4-x}$ cắt nhau tại điểm I. Tìm tọa độ điểm I.

A. $(4;-2)$. **B.** $(4;2)$. **C.** $(-4;-2)$. **D.** $(-4;2)$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{4-x}$ có TCĐ: $x=4$, TCN $y=-2$.

Khi đó giao điểm I của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang có tọa độ là $(4;-2)$.

Câu 15: Tìm tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$

A. $A(3;2)$. **B.** $B(-3;2)$ **C.** $D(-1;3)$ **D.** $C(1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{3}{x}}=2$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=2$

$\lim\limits_{x\to 3^+} y=\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x+1}{x-3}=+\infty$ **(vì** $\lim\limits_{x\to 3^+}(2x+1)=7;\lim\limits_{x\to 3^+}(x-3)=0;x-3>0,\forall x>3$**)**

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $x=3$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $A(3;2)$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(m^2-3m\right)x-1}{x-2}$ có đường tiệm cận ngang qua điểm $A(1;-2)$ khi:

A. $m=1$ hoặc $m=-2$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=2$.

C. $m=-1$ hoặc $m=-2$. **D.** $m=1$ hoặc $m=2$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(m^2-3m\right)x-1}{x-2}$ có đường tiệm cận ngang là: $y=m^2-3m$..

Đường tiệm cận ngang đi qua $A(1;-2)$ nên ta có: $m^2-3m=-2\Leftrightarrow m^2-3m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=2\end{array}\right.$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m<2$. **B.** $m=2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m>2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng khi $2m-4\neq 0\Leftrightarrow m\neq 2$.

Câu 18: Cho các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ tạo với hai trục tọa độ diện tích bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có đường tiệm cận đứng là $x=3$ và đường tiệm cận ngang là $y=2$. Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có kích thước lần lượt là 2 và 3 nên diện tích của hình chữ nhật là $S=2.3=6$.

Câu 19: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{2x+3}{x-1}\right)=2\Rightarrow y=2$ là phương trình đường tiệm cận ngang.

Do $\lim\limits_{x\to 1^{+}}\left(\dfrac{2x+3}{x-1}\right)=+\infty\Rightarrow x=1$ là phương trình đường tiệm cận đứng.

Khi đó hai đường tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có kích thước là $2;1\Rightarrow S=2.1=2.$

Câu 20: Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-3}{x-4m}$ đi qua điểm $A(-2;4)$?

A. $m=1.$ **B.** $m=-2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=\dfrac{mx-3}{x-4m}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{4m\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}y=m$.

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $d: y=m$.

$A(-2;4)\in d$ nên $m=4$.

Câu 21: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{x^2-2x-m}$ có đúng hai tiệm cận đứng là

A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;3]$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=[-1;+\infty)$.

Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow x^2-2x-m=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \geq -1$.

Khi đó, ta có :

$$\begin{cases}\Delta'=1+m>0\\ x_1+x_2\geq -2\\ (x_1+1)(x_2+1)\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\ 2\geq -2\\ x_1x_2+(x_1+x_2)+1\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\ -m+2+1\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\leq 3.$$

Câu 22: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục trung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

A. 8. **B.** -6. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có $\begin{cases}2m-n=0\\ n-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=3\\ n=6\end{cases}$. Vậy $m+n=9$.

Câu 23: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận là

A. $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right]$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $\left\{2;\dfrac{9}{4}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

+) Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}=0$

Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}$ luôn có đúng một tiệm cận ngang $y=0$. Nên để đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận thì phải có thêm đúng một tiệm cận đứng.

+) Tam thức $h(x)=x^2-3x+m$ có $\Delta=9-4m$.

+) Đồ thị hàm số có đúng hai tiệm cận thì phải có thêm đúng một tiệm cận đứng khi

$$\begin{bmatrix}\Delta=9-4m=0\\ \begin{cases}\Delta=9-4m>0\\ h(1)=0\end{cases}\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=\dfrac{9}{4}\\ \begin{cases}m<\dfrac{9}{4}\\ m=2\end{cases}\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m=\dfrac{9}{4}.\\ m=2\end{bmatrix}$$

Câu 24: **(HK1 - K12 - THPT Marie - Curie - Hà Nội - 2021)** Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ có đúng một đường tiệm cận đứng là

A. $m\in[-1;4]$. **B.** $m\in\{-1;4;5\}$. **C.** $m\in(-1;4)$. **D.** $m\in\{-5;-1;4\}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ có đúng một đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2+2mx+3m+4=0$ có duy nhất một nghiệm hoặc phương trình $x^2+2mx+3m+4=0$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm $x=-1$ và một nghiệm x khác -1.

◆ Trường hợp 1: Phương trình $x^2+2mx+3m+4=0$ có duy nhất một nghiệm

Suy ra $\Delta'=0\Leftrightarrow m^2-3m-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=4\end{array}\right.$.

◆ Trường hợp 2: Phương trình có một nghiệm bằng -1, một nghiệm khác -1.

Khi đó ta có: $(-1)^2+2.(-1)m+3m+4=0\Leftrightarrow m=-5$.

◆ Thử lại thấy với $m=-5$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện.

◆ Vậy $m\in\{-5;-1;4\}$.

Câu 25: Số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2-2mx+2m^2-4m-12}$ có ba đường tiệm cận

A. 7. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x^2-2mx+2m^2-4m-12}=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang.

Theo yêu cầu bài toán: $x^2-2mx+2m^2-4m-12=0$ phải có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow m^2-\left(2m^2-4m-12\right)>0\Leftrightarrow -m^2+4m+12>0\Leftrightarrow -2<m<6$

Vậy $m\in\{-1;0;1;2;3;4;5\}$.

Câu 26: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{x^2+4x+m}$ có đúng 3 đường tiệm cận?

A. 9. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

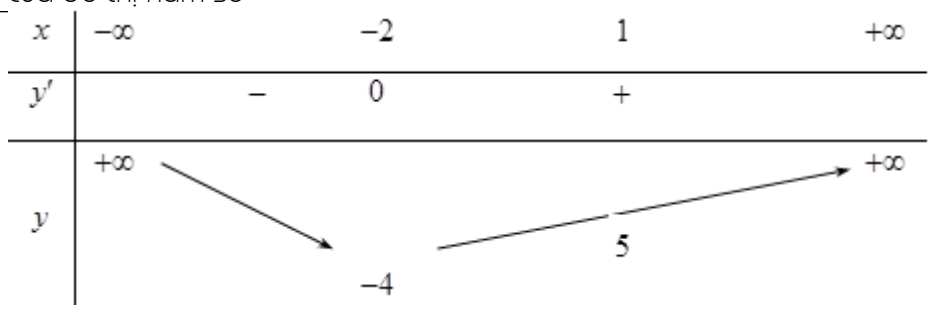
◆ ĐK: $1\ge x$

Do $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{1-x}}{x^2+4x+m}=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Để đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận $\Rightarrow x^2+4x+m=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1;x_2\le 1$.

$x^2+4x=-m$. Đặt $y=x^2+4x$

Ta có BBT:



Dựa vào BBT, có: Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2 \le 1 \Leftrightarrow -4 < -m \le 5 \Leftrightarrow 4 > m \ge -5$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3\}$

Vậy có 9 số m thỏa mãn.

Câu 27: Có bao nhiêu số nguyên m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2+2mx+3m^2-m-1}$ có ba đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Do đó để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận thì đồ thị hàm số phải có hai tiệm cận đứng.

$\Leftrightarrow x^2+2mx+3m^2-m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2+m+1>0 \\ 3m^2+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{2} < m < 1 \\ m \neq 0 \\ m \neq -\dfrac{1}{3} \end{cases}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên không tồn tại giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 28: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^3-3x^2-m}$ có đúng một tiệm cận đứng?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 5.

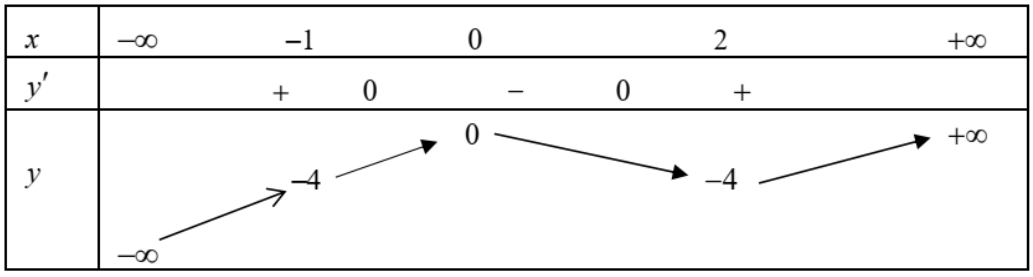
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^3-3x^2-m}$ có đúng một tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $x^3-3x^2-m=0$ có đúng 1 nghiệm khác -1.

Ta có $x^3-3x^2-m=0 \Leftrightarrow m = x^3-3x^2$.

Xét hàm số $g(x) = x^3-3x^2 \Rightarrow g'(x) = 3x^2-6x \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$



Từ bảng biến thiên suy ra $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-4 \end{array}\right.$.

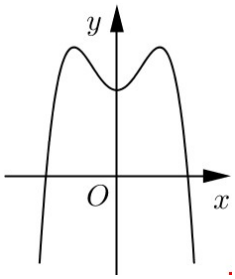
Mà m là tham số nguyên thuộc đoạn $[-5;5]$ suy ra $m \in \{-5;1;2;3;4;5\}$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

DẠNG 1 Nhận diện hàm số thông qua đồ thị, BBT

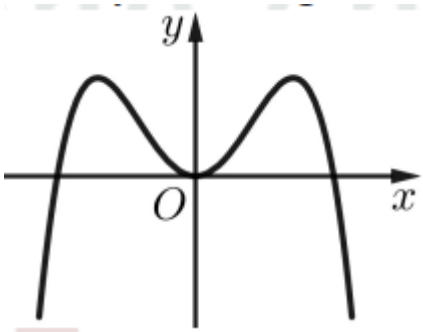
PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

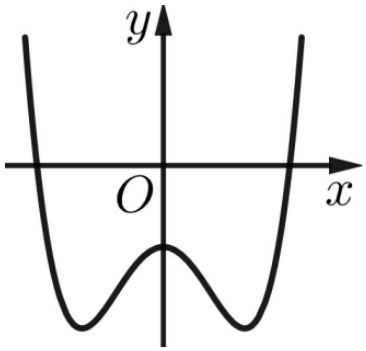


A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?

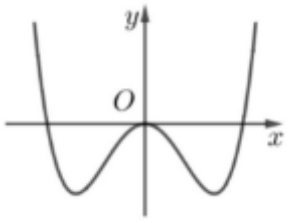
A. $y=-x^3+2x-2$. **B.** $y=-x^3+2x+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^4+2x^2-2$

Câu 4: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng nhưng đường cong trong hình



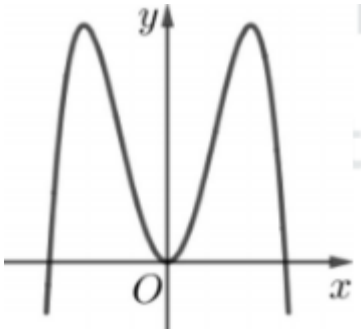
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 5: Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



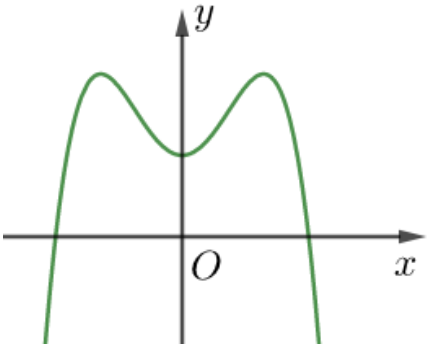
A. $y=x^3-3x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^3+3x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 6: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



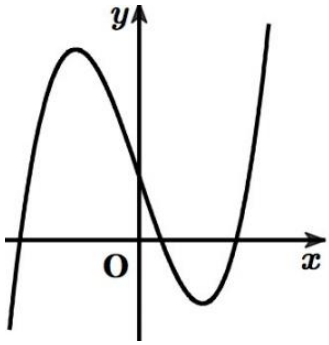
A. $y=-x^4-4x^2$. **B.** $y=-x^4+4x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3-2x$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



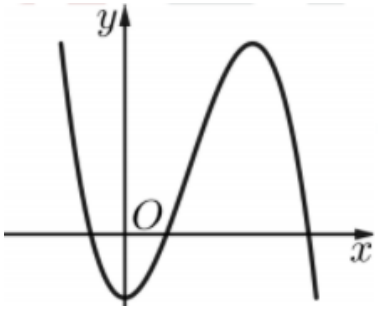
A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 8: Đường cog ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



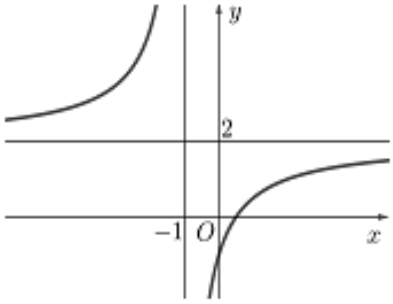
A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



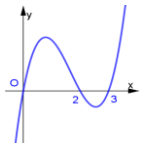
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 10: Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực.Mệnh đề nào dưới đây đúng?



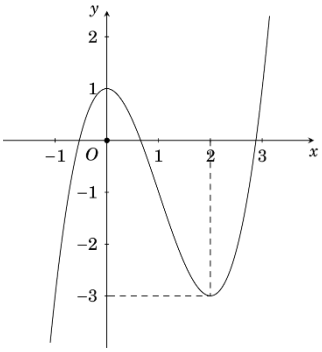
A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $y' > 0, \forall x \neq -1$. **C.** $y' < 0, \forall x \neq -1$. **D.** $y' > 0, \forall x \neq 2$.

Câu 11: Biết rằng đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số dưới đây, đó là hàm số nào?



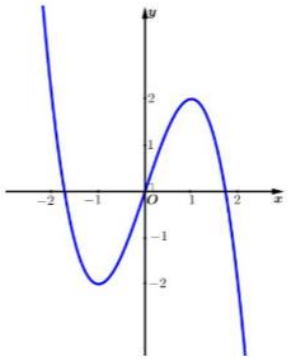
A. $y = -x^3 + 3x^2 - 6x$. **B.** $y = x^3 - 2x^2$. **C.** $y = -x^3 + 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 5x^2 + 6x$.

Câu 12: Đồ thị được cho bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



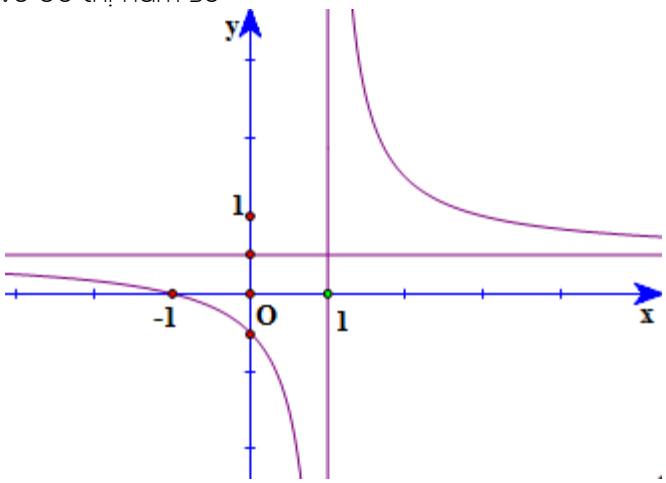
A. $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 13: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



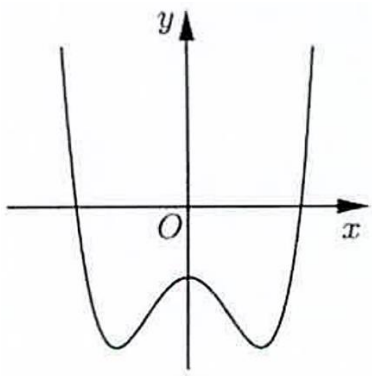
A. $y = -x^4 + 3x^2$. **B.** $y = x^3 - 3x$. **C.** $y = 3x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x$.

Câu 14: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$.

Câu 15: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



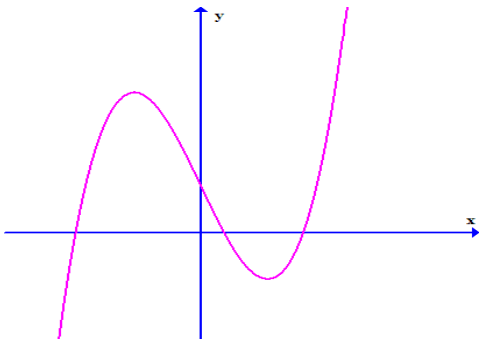
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 16: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

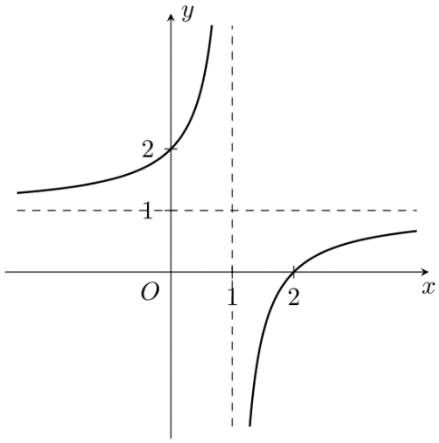
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 17: Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?



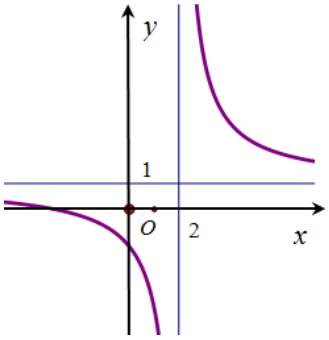
A. $y=x^4-x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^2+x-1$.

Câu 18: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên dưới?



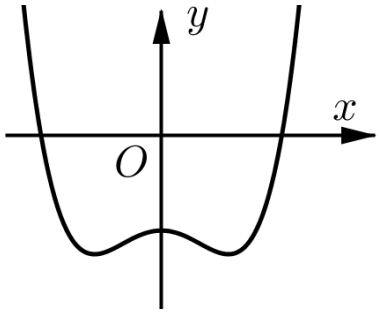
A. $y=x^3-3x+2.$ **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}.$ **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}.$ **D.** $y=-x^4+5x^2-4.$

Câu 19: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



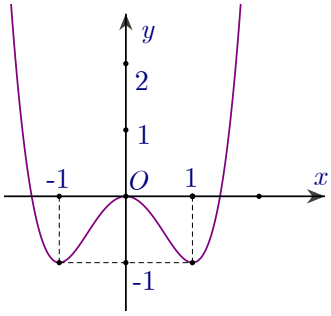
A. $y=\dfrac{x+3}{x-2}.$ **B.** $y=x^3-3x.$ **C.** $y=x^4-4x^2+2.$ **D.** $y=\dfrac{x-3}{x+1}.$

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên?



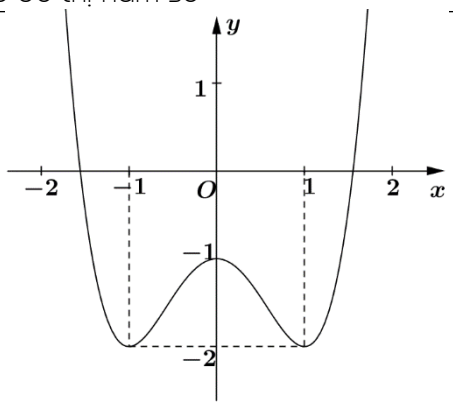
A. $y=-x^3+x^2-1.$ **B.** $y=x^4-x^2-1.$ **C.** $y=x^3-x^2-1.$ **D.** $y=-x^4+x^2-1.$

Câu 22: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



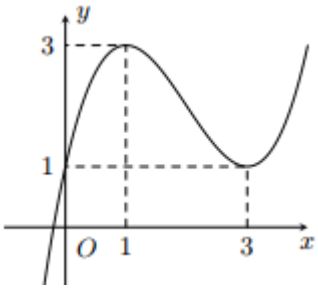
A. $y=-x^4+2x^2.$ **B.** $y=x^3-2x^2.$ **C.** $y=x^4-2x^2-3.$ **D.** $y=x^4-2x^2.$

Câu 23: Đồ thị được cho ở hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = 2x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = 2x^4 - 2x^2 - 2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

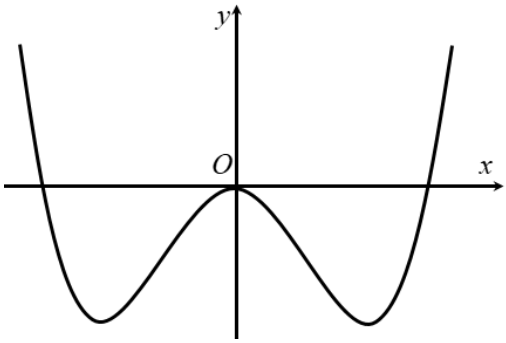
Câu 24: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$.

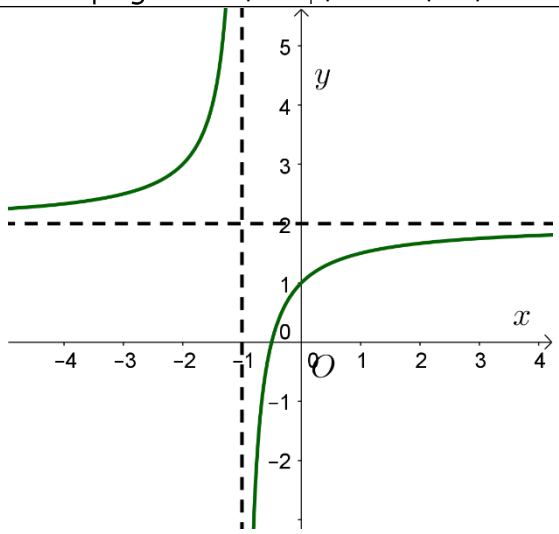
C. $y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1$. **D.** $y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1$.

Câu 25: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



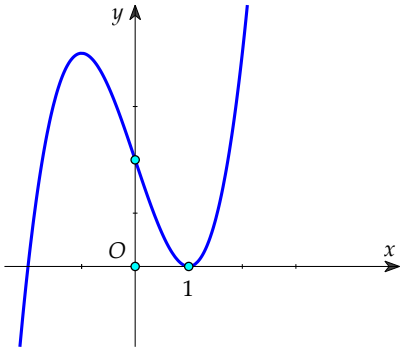
A. $y = -x^3 + 3x^2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 27: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

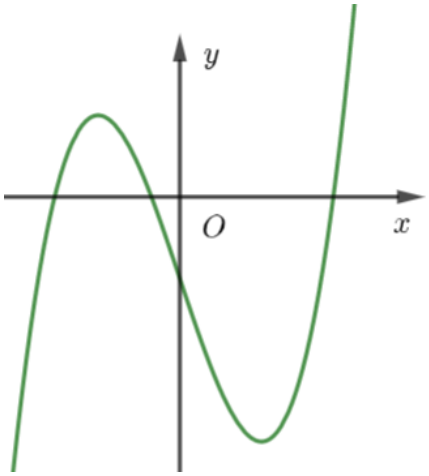
Câu 28: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



Hàm số đó là hàm số nào?

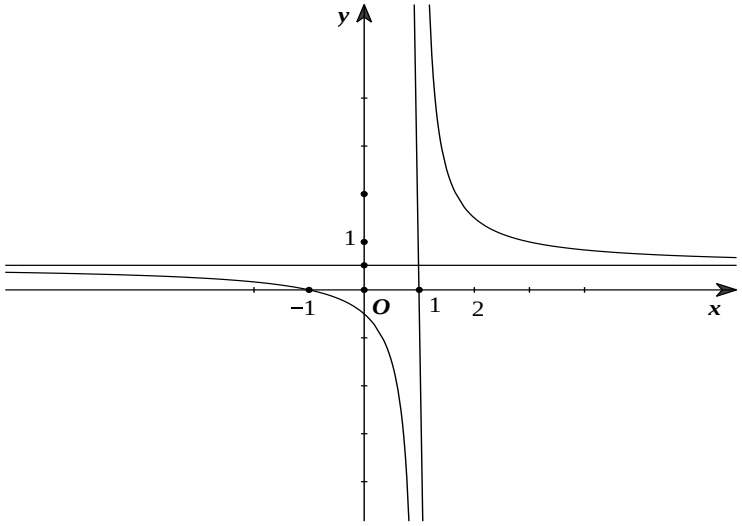
A. $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Câu 31: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



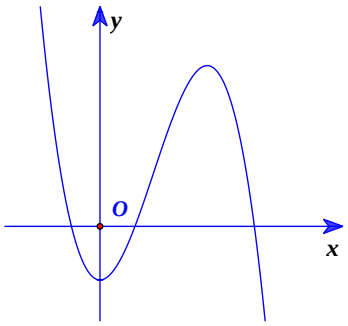
A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 32: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



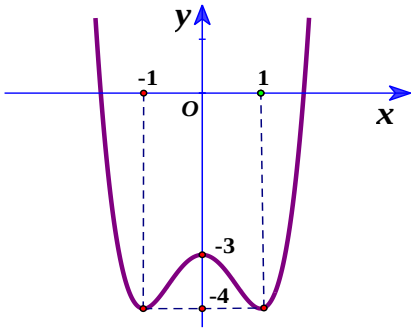
A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$.

Câu 33: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình?



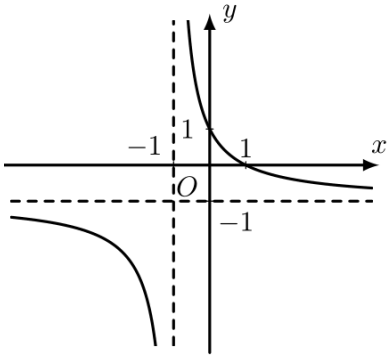
A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^3-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 34: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 35: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.



Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=\dfrac{-x+3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'	$+$		$+$	0	$-$		
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ $\mid$ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

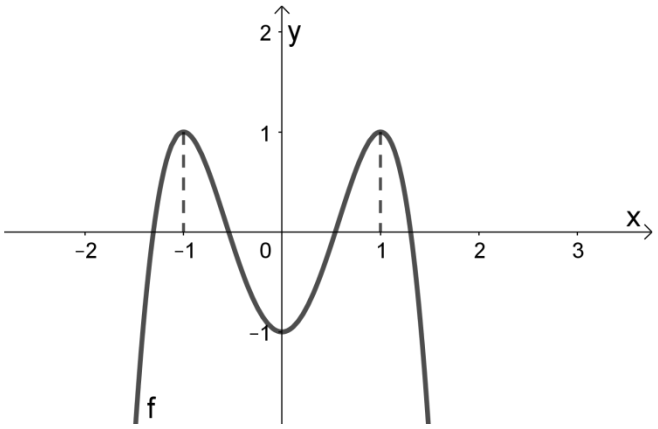
A. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

B. Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m\in(1;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

D. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

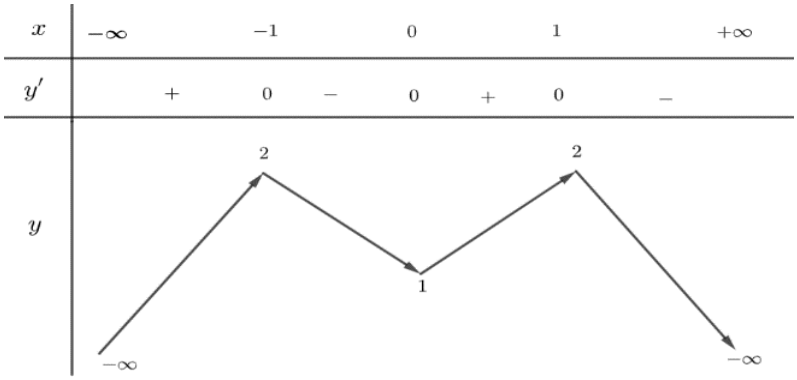
Câu 38: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ.



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$.

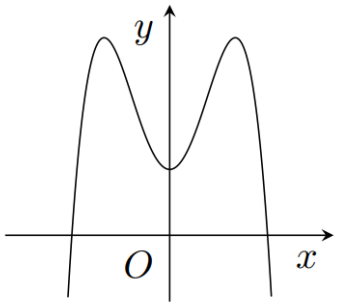
C. $y=-2x^4+4x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 39: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$

Câu 40: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



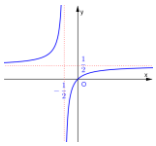
A. $y=2x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=2x^3-3x+1$. **D.** $y=-2x^3+3x+1$.

Câu 44: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số $y=f(x)$ là một trong bốn hàm số được liệt kê ở 4 phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

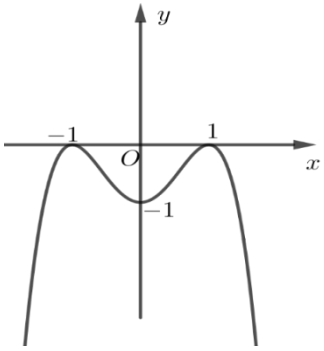
A. $y=x^4+2x^2+3.$. **B.** $y=x^4+2x^2-3.$. **C.** $y=-x^4+2x^2-3.$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 45: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$.

Câu 46: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



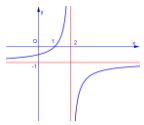
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+3x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Câu 47: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2-4$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+2x^2+1$.

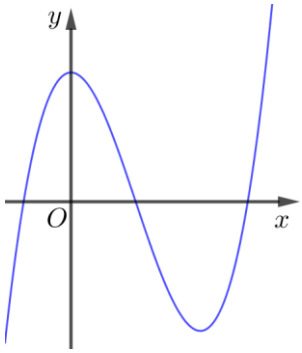
Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

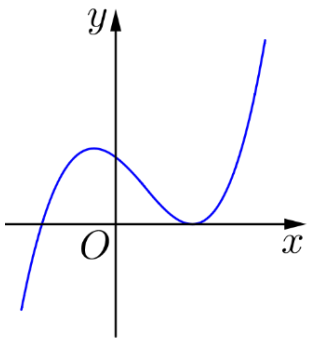
A. 3. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 49: Đường cong hình sau là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?

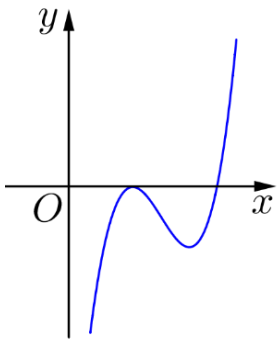


A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^4+3x^2+2$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

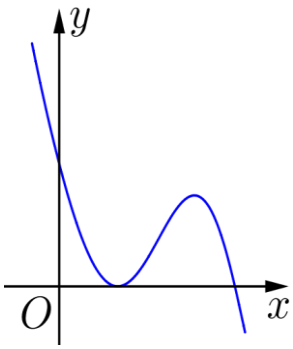
Câu 50: Hình vẽ nào dưới đây là đồ thị hàm số $y=(x-c)(d-x)^2$ với $c>d>0$.



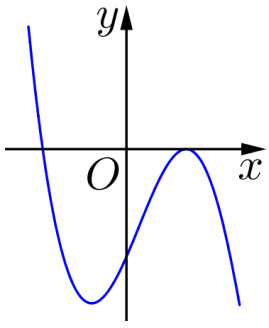
Hình 1



Hình 2



Hình 3

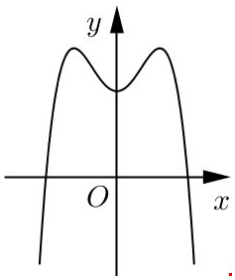


Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



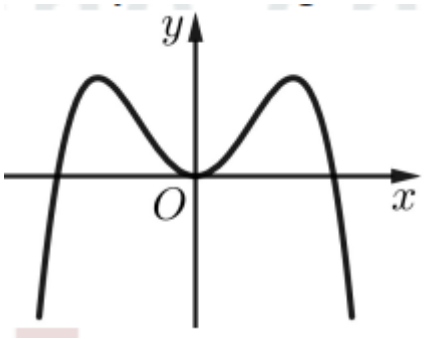
A. $y=-x^4+2x^2+2$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị đã cho, ta thấy đồ thị này là đồ thị hàm số bậc 4 có hệ số $a<0$ nên chọn **A.**

Câu 2: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x^2$

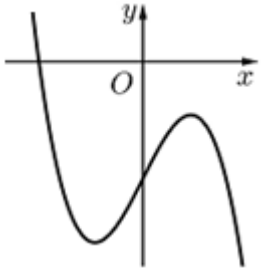
Lời giải

Chọn A

Đồ thị là hàm bậc 4 với a<0 và a.b<0.

Câu 3: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?

A. $y=-x^3+2x-2$. **B.** $y=-x^3+2x+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^4+2x^2-2$



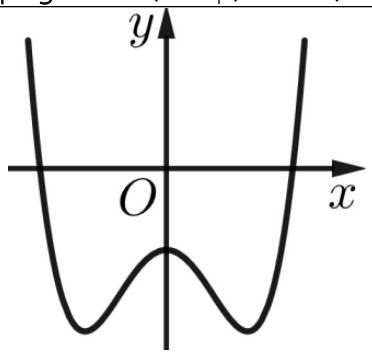
Lời giải

Chọn A

Nhận thấy đây là dáng đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d \quad (a\neq 0)$ nên loại **C, D.**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên chọn **A.**

Câu 4: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng nhưng đường cong trong hình



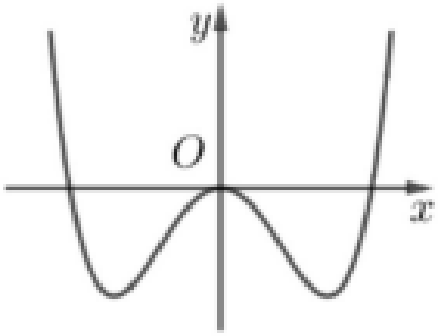
A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm bậc 4 có hệ số $a>0$, cắt trục tung tại điểm có tung độ lớn hơn 0.

Câu 5: Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



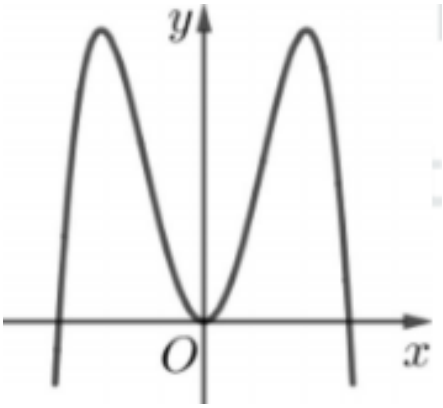
A. $y=x^3-3x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^3+3x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Đây là dáng điệu của hàm trùng phương với hệ số $a>0$ và hàm số có 3 điểm cực trị ($ab<0$).

Câu 6: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



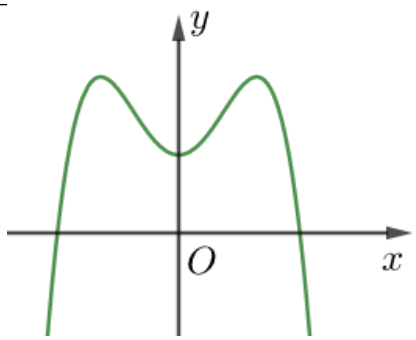
A. $y=-x^4-4x^2$. **B.** $y=-x^4+4x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3-2x$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị hàm số cắt Ox tại 3 điểm phân biệt nên chọn $y=-x^4+4x^2$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

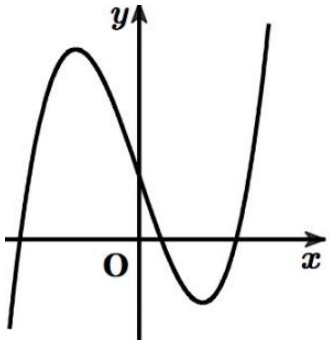
Chọn C

Đồ thị đã cho không phải là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án **A**, **B**

Mặt khác từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ nên loại đáp án **D.**

Vậy **Chọn C**

Câu 8: Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

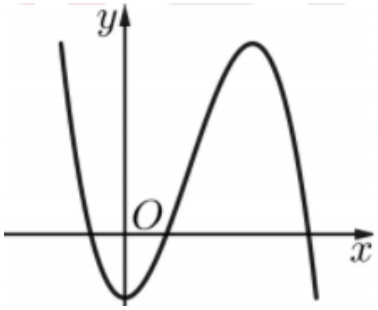
Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy đây là hàm số bậc ba dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$ nên

Chọn A

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

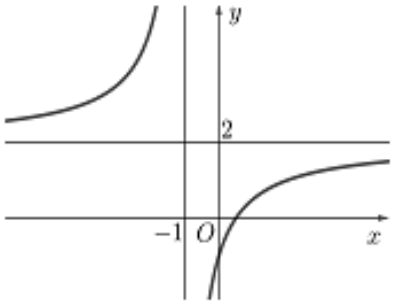
Lời giải

Chọn C

Từ hình dáng đồ thị ta nhận ra đây là đồ thị của hàm số bậc ba.

Đồ thị hàm số bậc ba có phần ngoài cùng bên phải đi xuống nên hệ số của hạng tử bậc ba phải âm.

Câu 10: Đường cong ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực.Mệnh đề nào dưới đây đúng?



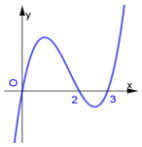
A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq -1$. **C.** $y'<0,\forall x\neq -1$. **D.** $y'>0,\forall x\neq 2$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$, suy ra $y'>0,\forall x\neq -1$.

Câu 11: Biết rằng đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số dưới đây, đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2-6x$. **B.** $y=x^3-2x^2$. **C.** $y=-x^3+2x^2$. **D.** $y=x^3-5x^2+6x$.

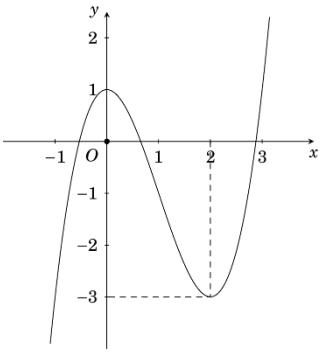
Lời giải

Chọn D

Đây là đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với hệ số $a>0\Rightarrow$ Loại đáp án **A, C.**

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $(3;0)\Rightarrow$ Chọn đáp án **D.**

Câu 12: Đồ thị được cho bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

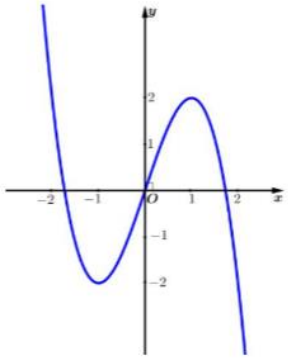
Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a>0$ nên loại phương án A và **B.**

Mặt khác ta lại thấy hàm số có hai điểm cực trị là $x=0$ và $x=2$, do đó trong bốn phương án chỉ có phương án C thỏa mãn.

Câu 13: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên



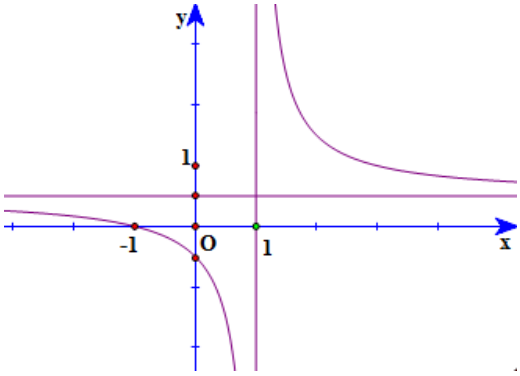
A. $y=-x^4+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=3x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số hình chữ N ngược nên của hàm số bậc ba với $a<0$, như vậy $y=-x^3+3x$.

Câu 14: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$.

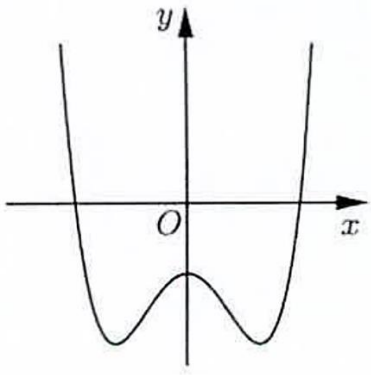
Lời giải

Chọn D

Đường tiệm cận ngang: $y=\dfrac{1}{2}$

Đường tiệm cận đứng: $x=1$

Câu 15: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

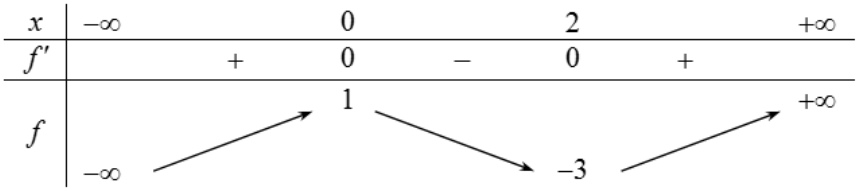
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị có ba điểm cực trị, nhận thấy đây là đồ thị của hàm đa thức bậc bốn nên loại phương án **C** và **D**

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hệ số $a>0$

Câu 16: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ sau?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

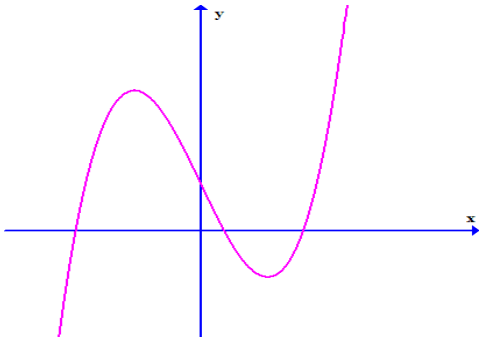
Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ Hàm số bậc ba nên loại câu A và **D.**

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow a>0$, nên loại câu **B.**

Câu 17: Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?



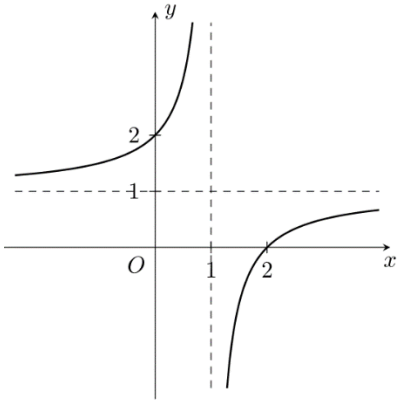
A. $y=x^4-x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^2+x-1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy đồ thị là của hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$. Nên **Chọn B**

Câu 18: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **D.** $y=-x^4+5x^2-4$.

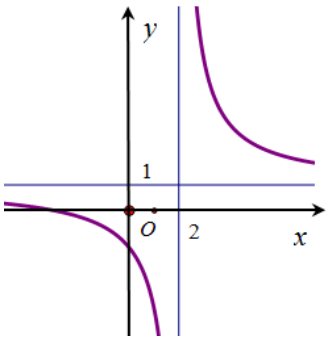
Lời giải

Chọn C

Hàm số trên có dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nên loại A, D.

Ta có $y(0)=2$ nên loại B.

Câu 19: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=x^4-4x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x+1}$.

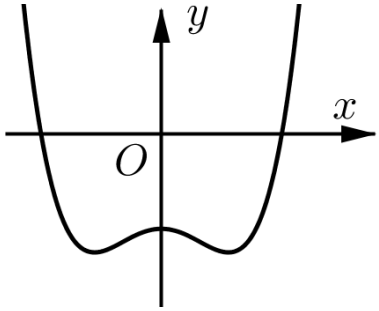
Lời giải

Chọn A

Đồ thị trong hình vẽ là của hàm số có dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\Rightarrow$ Loại B, **C.**

Đồ thị trong hàm vẽ nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)\Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên?



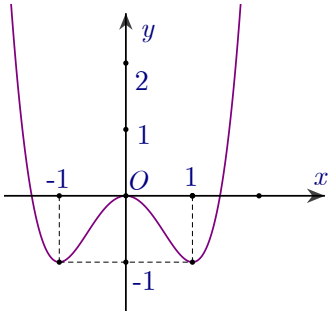
A. $y=-x^3+x^2-1$. **B.** $y=x^4-x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra đồ thị là đồ thị của hàm số bậc bốn có hệ số $a>0$.

Câu 22: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



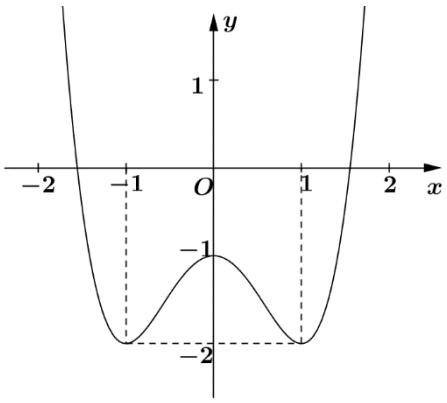
A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy nhánh cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$ và cắt trục Oy tại điểm O suy ra $c=0$.

Câu 23: Đồ thị được cho ở hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=2x^4-2x^2-1$. **C.** $y=2x^4-2x^2-2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

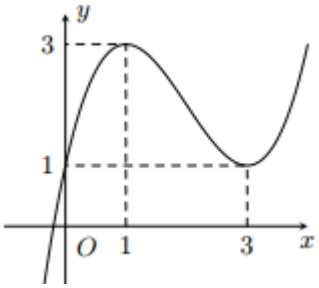
Chọn B

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a>0$, nên loại đáp án **D.**

Mặt khác hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và $x=-1$ và giá trị cực tiểu $y(1)=y(-1)=-2$, nên ta

Chọn B

Câu 24: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{9}{2}x+1$.

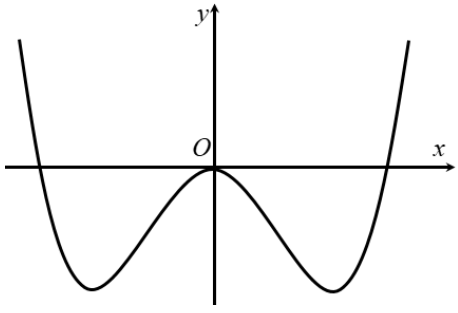
C. $y=-\frac{1}{2}x^3+3x^2+\frac{9}{2}x+1$. **D.** $y=\frac{1}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;3)$ nên chỉ có hàm số $y=\frac{1}{2}x^3-3x^2+\frac{9}{2}x+1$ thỏ mãn.

Câu 25: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



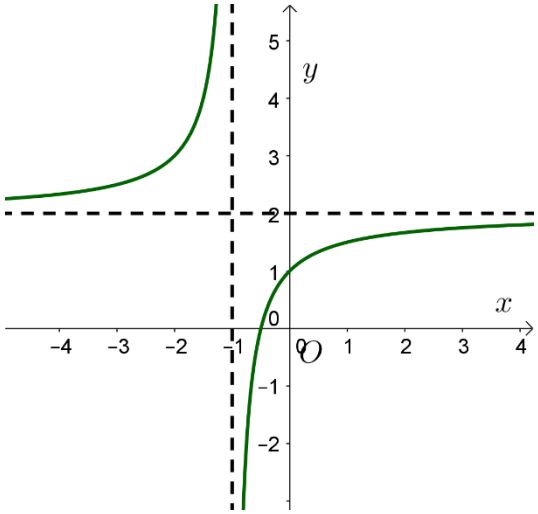
A. $y=-x^3+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị và các phương án trả lời ta có đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với hệ số $a>0$ nên chọn **D.**

Câu 27: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

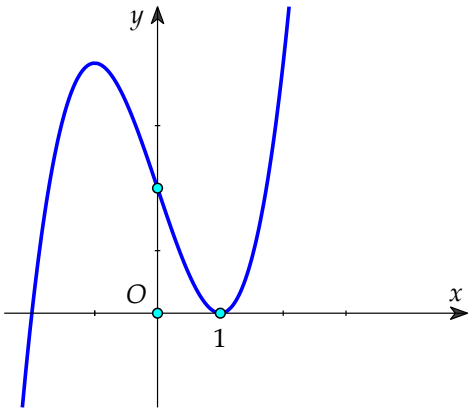
Chọn A

Tiệm cận đứng: $x=-1$

Tiệm cận ngang: $y=2$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $A(0;1)$.

Câu 28: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



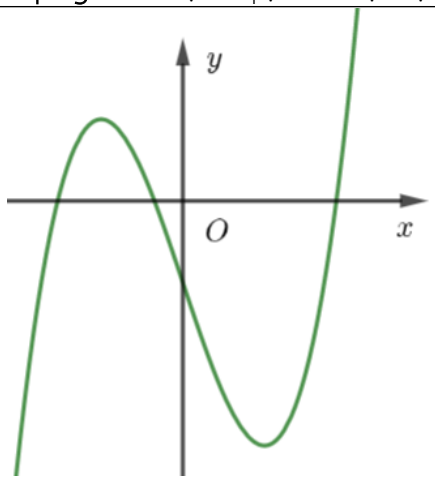
Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=x^4-x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Lời giải

Chọn D

Câu 31: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x-1$. **C.** $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

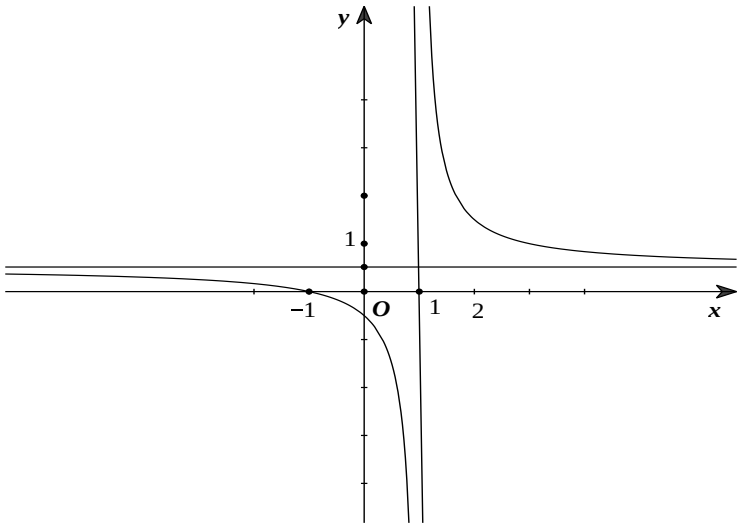
Lời giải

Chọn C

Ta thấy hình vẽ là đồ thị của hàm bậc 3, loại A, **D.**

Lại có nhánh cuối củng của đồ thị đi lên nên $a>0\Rightarrow$ **Chọn C**

Câu 32: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$.

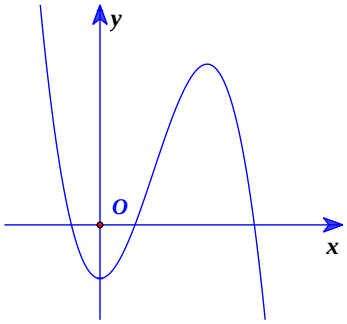
Lời giải

Chọn C

Dựa vào đò thị hàm số ta thấy :

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$ và đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 33: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như hình?



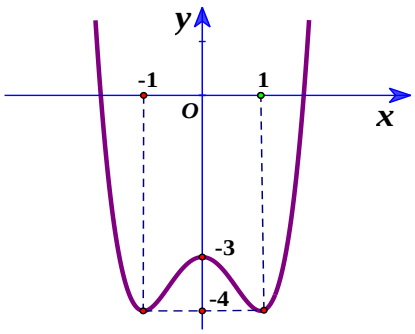
A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^3-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị có dạng của một hàm số bậc ba, nhánh cuối đi xuống nên $a<0$. Do đó **Chọn D**

Câu 34: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



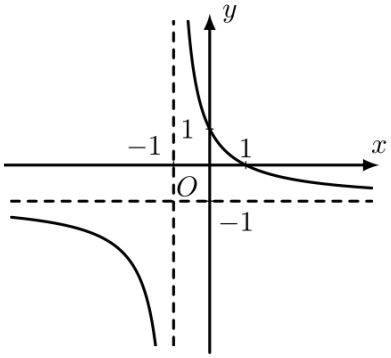
A. $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị và các phương án trả lời ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số của x^4 dương, đồ thị hàm số đi qua điểm $\begin{cases}x=1\\y=-4\end{cases}$ nên ta chọn phương án. **D.**

Câu 35: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.



Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=\dfrac{-x+3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}y=-1$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là $x=-1, y=-1$ suy ra loại. **B.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên loại A,**C.**

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'	$+$		$+$		0	$-$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ $\mid$ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

B. Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m\in(1;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$.

D. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Lời giải

Chọn B

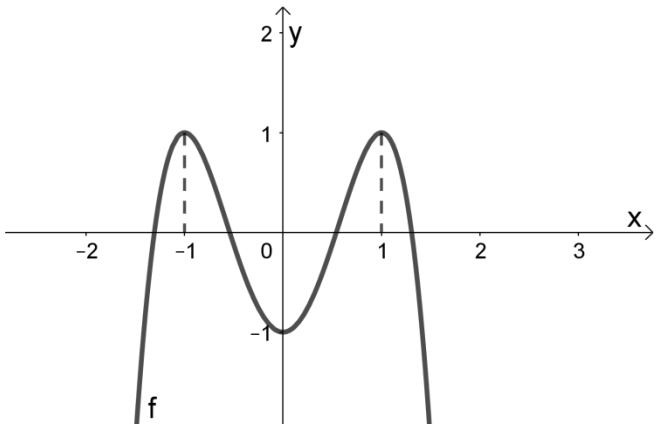
Đáp án **A** sai: Hàm số không có giá trị lớn nhất, vì $\lim\limits_{x\to -1^-} y=+\infty$.

Đáp án **B** đúng: Phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $1<m<2$.

Đáp án **C** sai: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1);(-1;1)$.

Đáp án **D** sai: Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận là $x=-1$; $y=1$ vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^+} y=-\infty$.

Câu 38: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ.



A. $y=-x^4+2x^2$.

B. $y=-x^4+2x^2-1$.

C. $y=-2x^4+4x^2-1$.

D. $y=x^4-2x^2-1$.

Lời giải

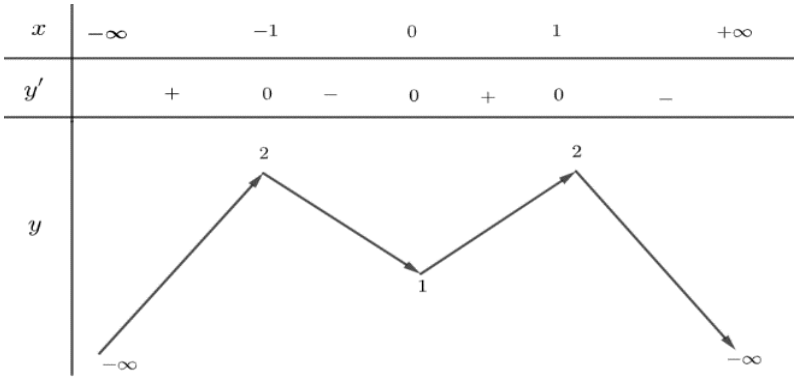
Chọn C

Vì đồ thị hàm số đi qua diểm có tọa độ $(0;-1)$ nên loại **A.**

Vì đồ thị hàm số có điểm cực trị là $(1;1);(-1;1)$ nên loại **B, D.**

Vậy đáp án là **C.**

Câu 39: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$

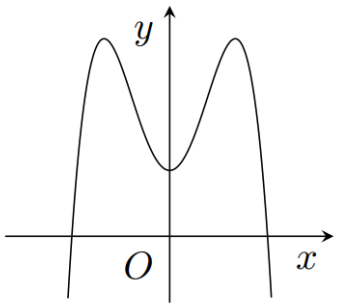
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số dạng hình chữ M nên là hàm số trùng phương với $a<0$.

Như vậy $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 40: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=2x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=2x^3-3x+1$. **D.** $y=-2x^3+3x+1$.

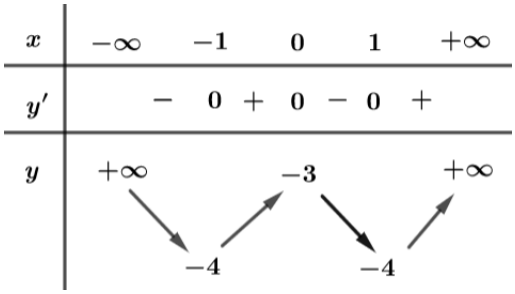
Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại C,. **D.**

Lại thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ nên $a<0$, suy ra loại A chọn. **B.**

Câu 44: Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ và có bảng biến thiên dưới đây. Hàm số $y=f(x)$ là một trong bốn hàm số được liệt kê ở 4 phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4+2x^2+3$.. **B.** $y=x^4+2x^2-3$.. **C.** $y=-x^4+2x^2-3$.. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

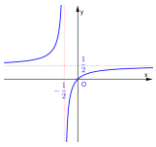
Nhận diện đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như sau:

Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ nên $a>0$.

Hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$

Do $x_0=0\Rightarrow y_0=3$. Vậy ta chọn đáp án **D.**

Câu 45: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$.

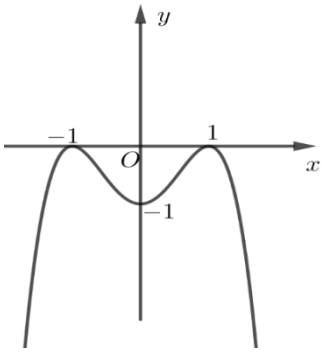
Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $\Rightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng, $y=\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $O(0;0)\Rightarrow$ Chọn đáp án **A.**

Câu 46: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+3x^2-1$. **D.** $y=-x^4+x^2-1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-1)$ nên loại đáp án B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0);(-1;0)$, dễ thấy chỉ có đáp án A thỏa mãn.

Vậy đường cong trong hình vẽ trên là đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2-1$.

Câu 47: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2-4$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=-x^3+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

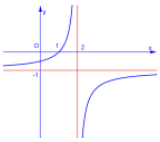
Đồ thị hàm số có hệ số $a<0$ và có hai điểm cực trị là $A(0;1), B(2;5)$ nên chỉ có hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ thoả mãn vì:

$y'=-3x^2+6x$.

$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Khi đó $x=0\Rightarrow y=1\Rightarrow A(0;1)$ và $x=2\Rightarrow y=5\Rightarrow B(2;5)$.

Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số, đường tiệm cận đứng $x=2$, đường tiệm cận ngang $y=-1$.

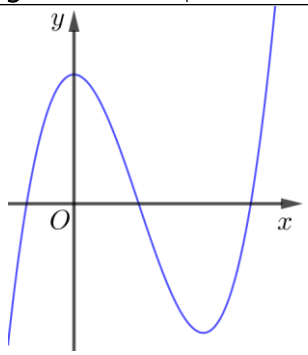
Xét hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$, đồ thị có tiệm cận đứng $x=c$, đường tiệm cận ngang $y=a$

Ta có $c=2; a=-1$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-c}$ đi qua điểm $(1;0)\Rightarrow \dfrac{a.1+b}{1-c}=0\Leftrightarrow a+b=0\Leftrightarrow b=1$.

Ta có $a+b+c=-1+1+2=2$.

Câu 49: Đường cong hình sau là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



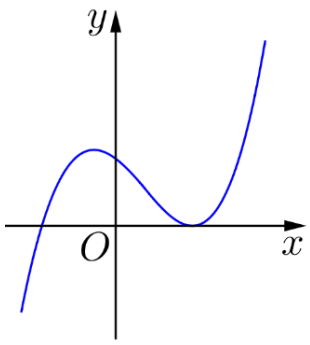
A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^4+3x^2+2$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải

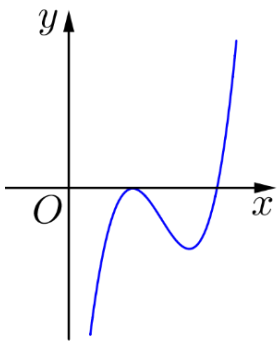
Chọn C

Từ dạng đồ thị hàm số ta có đó là đồ thị hàm bậc ba và có hệ số $a>0$.

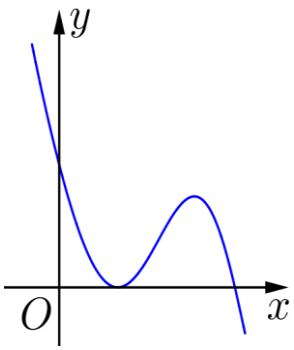
Câu 50: Hình vẽ nào dưới đây là đồ thị hàm số $y=(x-c)(d-x)^2$ với $c>d>0$.



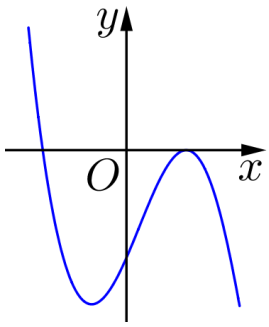
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn B

Với $0<d<c$ thì đồ thị hàm số $y=(x-c)(d-x)^2$ theo thứ tự tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x=d$, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=c$.

Mặt khác: Với $x\le c$ thì $y\le 0$ nên khi $x\le c$ thì đồ thị hàm số nằm phía dưới trục hoành.

Vậy đồ thì hàm số là hình vẽ 2.

DẠNG 2 Tìm tọa độ, số giao điểm của hai đồ thị không chứa tham số

PHẦN I. ĐỀ BÀI

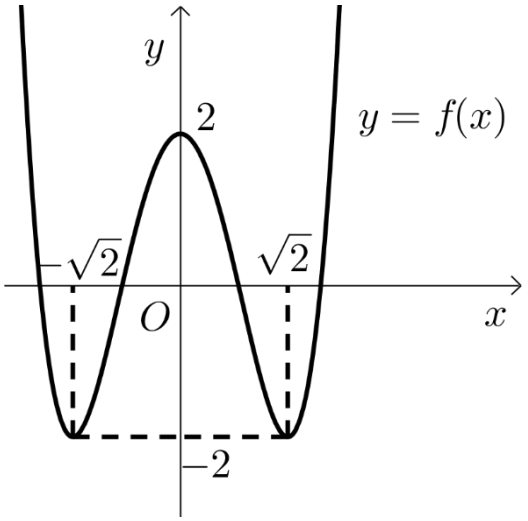
Câu 1: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2$ với trục hoành là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 2: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là.

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 4: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x-1}{x+3}$ cắt đường thẳng $y = 2021x$ tại điểm có tung độ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{1}{2021}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = (2x^2 + 2)(x^2 - 1)$ có đồ thị (C), số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y = \dfrac{4x+1}{x+2}$. **B.** $y = \dfrac{3x+4}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$.

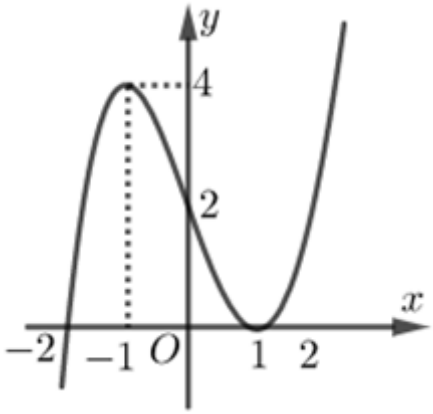
Câu 7: Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A(0;\sqrt{2})$. **B.** $A(-2;0)$. **C.** $A(0;-2)$. **D.** $A(0;-\sqrt{2})$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ cắt trục tung tại điểm có tung độ:

A. 0. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 4.

Câu 9: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Số giao điểm của (C) và đường thẳng $y = 3$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2-3$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là?

A. $(1;0)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng?

A. 0. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 12: **)** Đường thẳng $y=4x-1$ và đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

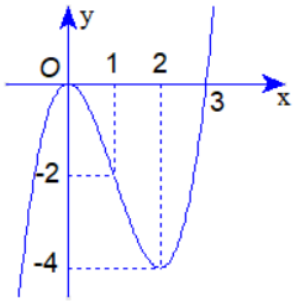
Câu 13: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 14: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x-2$ với trục hoành là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Hỏi phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=-x^4+x^2+2$ cắt trục Oy tại điểm nào?

A. $A(2;0)$. **B.** $A(0;0)$. **C.** $A(0;-2)$. **D.** $A(0;2)$.

Câu 17: Biết rằng đường thẳng $y=4x+5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2x+1$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=11$. **B.** $y_0=10$. **C.** $y_0=13$. **D.** $y_0=12$.

Câu 18: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x\left(x^2-x-2\right)$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 19: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với đường thẳng $y=4$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 20: Tọa độ giao điểm M của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ với trục hoành là

A. $\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$. **C.** $\left(0;-2\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 21: Cho hàm số $y=x^3-4x+5\,(1)$. Đường thẳng $(d):y=3-x$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A,B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 22: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 23: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$ với trục hoành là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 24: Biết rằng đường thẳng $y=2x-3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+2x-3$ tại hai điểm phân biệt A và B, biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ điểm B bằng

A. 0. **B.** -5. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 25: Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y=-x^4+4x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2-1$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

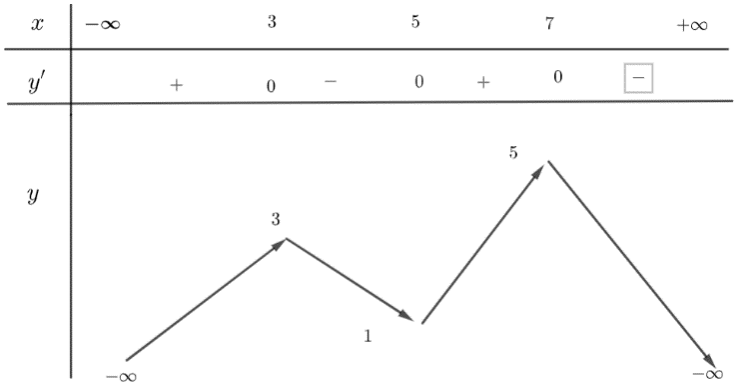
Câu 26: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 27: Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

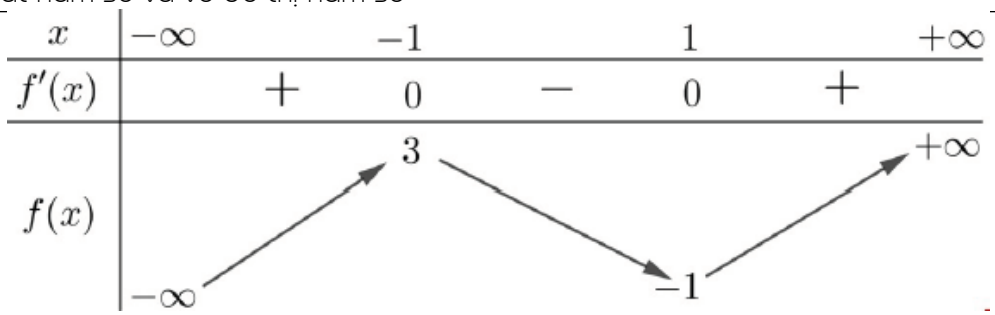
Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Phương trình $f(x)=4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $3f\left(x\right)-2=0$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30: Số giao điểm của hai đường cong $y=x^4-2$ và $y=3x^2$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 31: Gọi A,B là hai giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=3x-2$. Khi đó trung điểm I của đoạn thẳng AB có tung độ bằng

A. $\dfrac{7}{6}$. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** -5.

Câu 32: **)** Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

A. $D\left(3;-1\right)$. **B.** $I\left(-1;0\right),J\left(3;4\right)$. **C.** $A\left(4;3\right),B\left(0;-1\right)$. **D.** $C\left(-1;3\right)$.

Câu 33: Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 34: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Gọi A,B là hai giao điểm của đồ thị $\left(C\right)$ với đường thẳng $\left(d\right):y=2x+10$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 10. **C.** 5. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 35: Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 36: Gọi $A\left(x_A;y_A\right),B\left(x_B;y_B\right)$ là các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$ với trục hoành. Tìm tổng $P=x_A+x_B$.

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=3$. **D.** $P=4$.

Câu 37: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0

Câu 38: Số giao điểm của hai đồ thị các hàm số $f\left(x\right)=-x^4+2x^2-1$ và $g\left(x\right)=-x^2+x$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+2$ có đồ thị $\left(C\right)$. Số giao điểm của $\left(C\right)$ với đường thẳng $y=4$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 40: Đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số sau đây luôn nằm dưới trục hoành?

A. $y=-x^3-2x^2+x-1$. **B.** $y=x^4-3x^2+3$. **C.** $y=-x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Câu 41: Số giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{x^3+x-2}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=-x+5$ làs

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 43: Cho hàm số $y=\left(2x^2+2\right)\left(x^2-1\right)$ có đồ thị (C), số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44: Số giao điểm của đồ thị $y=x^4-5x^2+4$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 45: Cho hàm số $y=x(1-x)\left(x^2-3x+2\right)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

D. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 46: Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt A,B. Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $AB=4$. **B.** $AB=8$. **C.** $AB=\sqrt{6}$. **D.** $AB=2\sqrt{2}$.

Câu 47: Biết rằng đường thẳng $y=1-2x$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B. Độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{20}$. **B.** 20. **C.** 15. **D.** $\sqrt{15}$.

Câu 48: Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+1$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 49: Số giao điểm của đường cong $y=x^3+3x^2+2x+5$ và đường thẳng $y=3-2x$ bằng

A. 1. **B.** 0 **C.** 3 **D.** 2.

Câu 50: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4-4x^2-2$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 51: Biết đường thẳng $d: y=x-2$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt x_A và x_B. Giá trị của biểu thức x_A+x_B là

A. 5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2

Câu 52: Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 53: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-1$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 54: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+5x$ với trục hoành là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

Câu 55: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-4x+3$ và đường thẳng $y=x+3$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2$ với trục hoành là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là: $x^4 - 9x^2 = 0$. Nghiệm của phương trình là: $x \in \{-3, 0, 3\}$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 9x^2$ với trục hoành là 3.

Câu 2: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

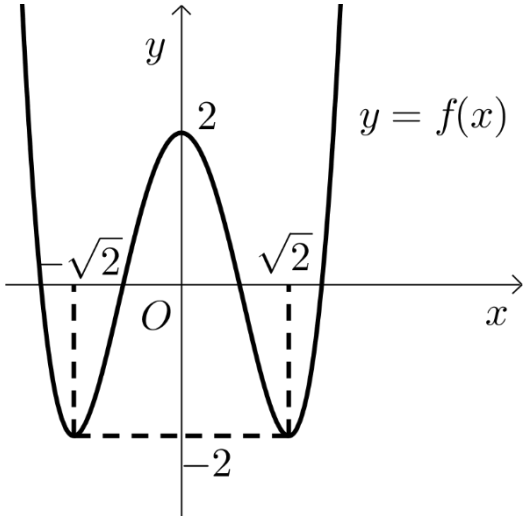
Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ là

$$x^3 - 3x + 3 = x \Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2 + x - 3\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-1+\sqrt{13}}{2} \\ x = \dfrac{-1-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hai hàm số có 3 giao điểm.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là.

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$2f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{5}{2}$ có hai nghiệm.

Câu 4: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x-1}{x+3}$ cắt đường thẳng $y=2021x$ tại điểm có tung độ bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{1}{2021}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=-1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{3}{x}}=-1$

$\Rightarrow y=-1$ là đường tiệm cận ngang của ĐTHS

Đường tiệm cận ngang $y=-1$ cắt đường thẳng $y=2021x$ tại điểm có tung độ bằng -1.

Câu 5: Cho hàm số $y=\left(2x^2+2\right)\left(x^2-1\right)$ có đồ thị (C), số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là: $\left(2x^2+2\right)\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Vậy đồ thị (C) cắt trục hoành tại hai điểm.

Câu 6: Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có hoành độ $x=0$, do đó thay $x=0$ vào các hàm số đã cho ta nhận thấy đáp án B thỏa mãn với $y=-4$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A\left(0;\sqrt{2}\right)$. **B.** $A(-2;0)$. **C.** $A(0;-2)$. **D.** $A\left(0;-\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-2$ cắt trục Oy tại điểm $A(0;-2)$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+4$ cắt trục tung tại điểm có tung độ:

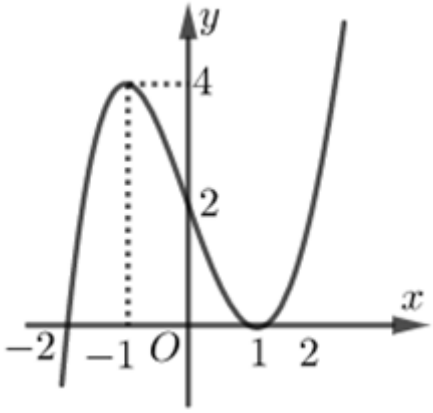
A. 0. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0 suy ra $y=4$.

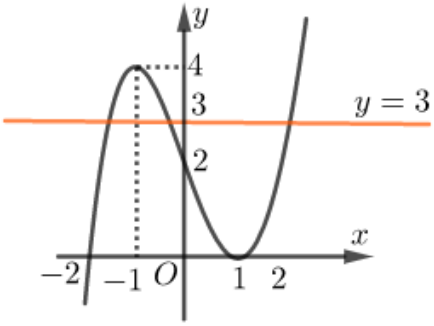
Câu 9: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Số giao điểm của (C) và đường thẳng $y=3$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C



.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là?

A. $(1;0)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;3)$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x = 0$ vào hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ ta được $y = -3$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0;-3)$.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+4}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng?

A. 0. **B.** 2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng:

$y = \dfrac{0-2}{0+4} = \dfrac{-2}{4} = \dfrac{-1}{2}$

Câu 12: **)** Đường thẳng $y = 4x - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2-1=4x-1\Leftrightarrow x^3-3x^2-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=4\end{array}\right.$.

Suy ra số điểm chung là 3.

Câu 13: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+x^2-2x+2=x^2-2x+3\Leftrightarrow x=1$.

Câu 14: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x-2$ với trục hoành là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

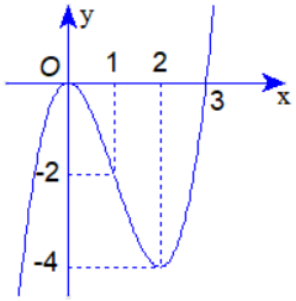
Xét hàm số $y=x^3-3x^2-9x-2$

Ta có $y'=3x^2-6x-9=0$

Giải $y=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\Rightarrow y=3\\x=3\Rightarrow y=-29\end{array}\right.$

Ta có $y_{CD}.y_{CT}<0\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-9x-2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Hỏi phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị đã cho ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ giao với trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Do đó phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=-x^4+x^2+2$ cắt trục Oy tại điểm nào?

A. $A(2;0)$. **B.** $A(0;0)$. **C.** $A(0;-2)$. **D.** $A(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

◆ Do đồ thị cắt trục Oy nên $x=0\Rightarrow y=2$ nên tọa độ $A(0;2)$.

Câu 17: Biết rằng đường thẳng $y=4x+5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2x+1$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0;y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0 = 11$. **B.** $y_0 = 10$. **C.** $y_0 = 13$. **D.** $y_0 = 12$.

Lời giải

Chọn C

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 4x + 5$:

$x^3 + 2x + 1 = 4x + 5 \Leftrightarrow x^3 - 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

◆ Với $(x_0; y_0)$ là tọa độ của giao điểm đó. Khi đó $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 13$.

Câu 18: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x(x^2 - x - 2)$ và trục hoành là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x(x^2 - x - 2)$ và trục hoành là

$$x(x^2 - x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x(x^2 - x - 2)$ và trục hoành là 3.

Câu 19: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với đường thẳng $y = 4$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

◆ Số giao điểm của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 2$ với đường thẳng $y = 4$ là số nghiệm của phương trình: $x^3 + 3x^2 + 2 = 4 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - \sqrt{3} \\ x = -1 + \sqrt{3} \end{cases}$.

Vậy đồ thị hàm số (C) giao với đường thẳng $y = 4$ tại 2 điểm.

Câu 20: Tọa độ giao điểm M của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x + 3}{x + 2}$ với trục hoành là

A. $\left(-\dfrac{3}{2}; 0\right)$. **B.** $(-2; 0)$. **C.** $(0; -2)$. **D.** $\left(0; \dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2x + 3}{x + 2} = 0 \Rightarrow 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{3}{2}$.

Giao điểm $M\left(-\dfrac{3}{2}; 0\right)$.

Câu 21: Cho hàm số $y = x^3 - 4x + 5$ (1). Đường thẳng $(d): y = 3 - x$ cắt đồ thị hàm số (1) tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 3. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

◆ Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-4x+5=3-x \Leftrightarrow x^3-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

◆ Suy ra $A(1;2)$ và $B(-2;5)$.

◆ Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-3;3)$ nên $AB=\sqrt{9+9} \Leftrightarrow AB=3\sqrt{2}$.

Câu 22: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm : $x^3+x^2-2x+2=x^2-2x+3 \Leftrightarrow x^3-1=0 \Leftrightarrow x=1$

Vậy số giao điểm của 2 đồ thị là 1.

Câu 23: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$ với trục hoành là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có:

$x^4-4x^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{2-\sqrt{3}} \\ x=\pm\sqrt{2+\sqrt{3}} \end{array}\right.$ nên đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

Câu 24: Biết rằng đường thẳng $y=2x-3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+2x-3$ tại hai điểm phân biệt A và B, biết điểm B có hoành độ âm. Hoành độ điểm B bằng

A. 0. **B.** -5. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

◆ Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3+x^2+2x-3=2x-3 \Leftrightarrow x^3+x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \end{array}\right.$

◆ Điểm B có hoành độ âm nên $x_B=-1$.

Câu 25: Số giao điểm của đồ thị của hàm số $y=-x^4+4x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2-1$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm:

$-x^4+4x^2+1=x^2-1 \Leftrightarrow -x^4+3x^2+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{17}}{2} \\ x^2=\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{17}}{2}<0 (vn) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{17}}{2}} \\ x=-\sqrt{\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{17}}{2}} \end{array}\right.$.

Vậy có 2 giao điểm.

Câu 26: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

GVSB: Chương Huy; GVPB: Hoàng Tiến Đông

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$ là

$$x^3-3x+3=x \Leftrightarrow x^3-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=1 \\ x=\dfrac{-\sqrt{13}-1}{2} \Rightarrow y=\dfrac{-\sqrt{13}-1}{2} \\ x=\dfrac{\sqrt{13}-1}{2} \Rightarrow y=\dfrac{\sqrt{13}-1}{2} \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$ có 3 giao điểm.

Câu 27: Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

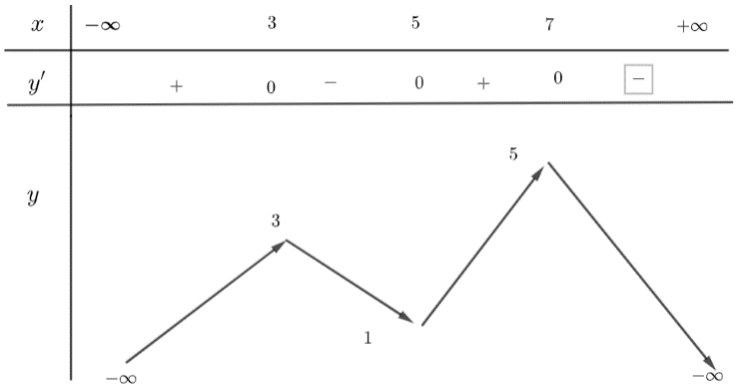
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung. Ta có $x_0=0 \Rightarrow y_0=2$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Phương trình $f(x)=4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

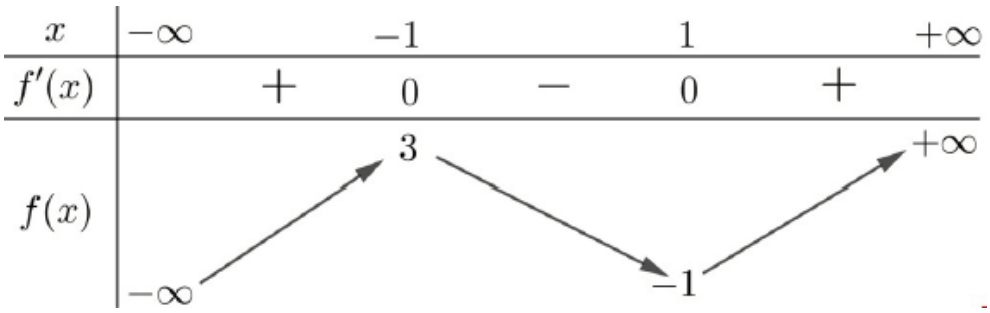
Lời giải

Chọn C

Dựa theo bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=4$ tại 2 điểm phân biệt.

Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm thực.

Câu 29: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $3f\left(x\right)-2=0$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

*Ta có $3f\left(x\right)-2=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{2}{3}$. Đường thẳng $y=\frac{2}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại ba điểm phân biệt, do đó phương trình $3f\left(x\right)-2=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 30: Số giao điểm của hai đường cong $y=x^4-2$ và $y=3x^2$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong là

$$x^4-2=3x^2\Leftrightarrow x^4-3x^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=\frac{3+\sqrt{17}}{2}\\x^2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}\left(L\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{3+\sqrt{17}}{2}}.$$

Do phương trình trên có 2 nghiệm nên số giao điểm của hai đường cong là 2.

Câu 31: Gọi A,B là hai giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=3x-2$. Khi đó trung điểm I của đoạn thẳng AB có tung độ bằng

A. $\frac{7}{6}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x\neq1$.

Ta có hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $y=3x-2$ là nghiệm phương trình $\frac{2x+1}{x-1}=3x-2\Leftrightarrow2x+1=3x^2-5x+2\Leftrightarrow3x^2-7x+1=0\quad(1)$

Do $\Delta=7^2-4.3.1=37>0$ nên đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ cắt đường thẳng $y=3x-2$ tại hai điểm phân biệt A,B.

Gọi x_1,x_2 là nghiệm của phương trình (1). Theo Viét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{7}{3}\\x_1x_2=\frac{1}{3}\end{cases}$

Khi đó $A\left(x_1;3x_1-2\right),B\left(x_1;3x_2-2\right)$ nên trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ bằng $I\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{3x_1-2+3x_2-2}{2}\right)\Rightarrow I\left(\frac{7}{6};\frac{3}{2}\right)$. Vậy tung độ điểm I bằng $\frac{3}{2}$.

Câu 32: **)** Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ với đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$.

A. $D(3;-1)$. **B.** $I(-1;0), J(3;4)$. **C.** $A(4;3), B(0;-1)$. **D.** $C(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x+1}{x-2}=x+1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x+1=(x+1)(x-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ (x+1)(3-x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Với $x=-1 \Rightarrow y=0 \Rightarrow I(-1;0)$.

Với $x=3 \Rightarrow y=4 \Rightarrow J(3;4)$.

Do đó, tọa độ giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ với đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ là $I(-1;0), J(3;4)$.

Câu 33: Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị của hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung $Oy: x=0$ nên giao điểm có hoành độ $x=0 \Rightarrow y=2$.

Câu 34: Cho hàm số $y=\frac{2x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là hai giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $(d): y=2x+10$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 10. **C.** 5. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $2x+10=\frac{2x-2}{x+1}$.

Điều kiện $x\neq -1$.

Phương trình tương đương với $(2x+10)(x+1)=2x-2 \Leftrightarrow x^2+5x+6=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Hai giao điểm là $A(-2;6), B(-3;4)$.

Suy ra $AB=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 35: Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-2x^2+x-1=1-2x \Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ có một giao điểm.

Câu 36: Gọi $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$ là các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$ với trục hoành. Tìm tổng $P=x_A+x_B$.

A. $P=1$. **B.** $P=2$. **C.** $P=3$. **D.** $P=4$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x^2-4x+3}{x-2}=0\Leftrightarrow x=1\vee x=3$.

$P=x_A+x_B=1+3=4$.

Câu 37: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ và trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là $x^4-2x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=-1\\x^2=3\end{array}\right.\Leftrightarrow x^2=3\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$.

Phương trình hoành độ giao điểm có hai nghiệm nên số giao điểm là 2.

Câu 38: Số giao điểm của hai đồ thị các hàm số $f(x)=-x^4+2x^2-1$ và $g(x)=-x^2+x$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Số giao điểm của đồ thị các hàm số $f(x)=-x^4+2x^2-1$ và $g(x)=-x^2+x$ là số nghiệm của phương trình: $-x^4+2x^2-1=-x^2+x\Leftrightarrow -x^4+3x^2-x-1=0$

Phương trình $-x^4+3x^2-x-1=0$ có 4 nghiệm phân biệt. Vậy có 4 giao điểm.

Câu 39: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+2$ có đồ thị (C). Số giao điểm của (C) với đường thẳng $y=4$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3+3x^2+2=4\Leftrightarrow x^3+3x^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1+\sqrt{3}\\x=-1\\x=-1-\sqrt{3}\end{array}\right..$$

Phương trình này có ba nghiệm nên hai đồ thị đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt.

Câu 40: Đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số sau đây luôn nằm dưới trục hoành?

A. $y=-x^3-2x^2+x-1$. **B.** $y=x^4-3x^2+3$. **C.** $y=-x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=-x^4+2x^2-2$.

Ta có: $-x^4+2x^2-2=-\left(x^2-1\right)^2-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$

Do đó đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2-2$ luôn nằm dưới trục hoành.

Câu 41: Số giao điểm của đồ thị hàm số $(C):y=\dfrac{x^3+x-2}{x-1}$ và đường thẳng $d:y=-x+5$ làs

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$\dfrac{x^3+x-2}{x-1}=-x+5\Leftrightarrow x^3+x-2=(x-1)(-x+5)$ (với $x\neq 1$).

$\Leftrightarrow x^3+x^2-5x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện ta được $x=-3$.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $(C):y=\dfrac{x^3+x-2}{x-1}$ và đường thẳng $d:y=-x+5$ là 1.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta $f(x)-3=0\Leftrightarrow f(x)=3$ **(2).**

Số nghiệm của phương trình **(1)** bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=3$.

Do đó dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình **(1)** có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 43: Cho hàm số $y=\left(2x^2+2\right)\left(x^2-1\right)$ có đồ thị (C), số giao điểm của đồ thị (C)với trục hoành là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(2x^2+2\right)\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^2+2=0(VN)\\x^2-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm 1$

Vậy đồ thị hàm số $y=\left(2x^2+2\right)\left(x^2-1\right)$ giao với trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Câu 44: Số giao điểm của đồ thị $y=x^4-5x^2+4$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Số giao điểm của đồ thị $y=x^4-5x^2+4$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình:

$$x^4-5x^2+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=-2\\x=2\end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của đồ thị $y=x^4-5x^2+4$ với trục hoành là 4.

Câu 45: Cho hàm số $y=x(1-x)\left(x^2-3x+2\right)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại 1 điểm.

B. (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt.

C. (C) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

D. (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có: $x(1-x)\left(x^2-3x+2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

(trong đó $x=1$ là nghiệm bội chẵn) $\Rightarrow(C)$ cắt trục hoành tại $x=0$, $x=2$ và tiếp xúc với trục hoành tại $x=1$.

Câu 46: Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt A,B. Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $AB=4$. **B.** $AB=8$. **C.** $AB=\sqrt{6}$. **D.** $AB=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$x+1=\frac{x-1}{x-2}\Rightarrow x^2-x-2=x-1\Leftrightarrow x^2-2x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1+\sqrt{2}\Rightarrow y=2+\sqrt{2}\\x=1-\sqrt{2}\Rightarrow y=2-\sqrt{2}\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow A\left(1+\sqrt{2};2+\sqrt{2}\right);B\left(1-\sqrt{2};2-\sqrt{2}\right)$$

$$\Rightarrow AB=\sqrt{\left(-2\sqrt{2}\right)^2+\left(-2\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{16}=4.$$

Câu 47: Biết rằng đường thẳng $y=1-2x$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B. Độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{20}$. **B.** 20. **C.** 15. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=1-2x$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$:

$1-2x=\dfrac{x-2}{x-1}\Rightarrow -2x^2+2x+1=0\ \ (1)$.

Giả sử $A(x_1;1-2x_1);B(x_2;1-2x_2)\Rightarrow x_1;x_2$ là nghiệm của phương trình (1).

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;-2(x_2-x_1))$

$\Rightarrow AB=\sqrt{5(x_2-x_1)^2}=\sqrt{5\left[(x_2+x_1)^2-4x_1x_2\right]}=\sqrt{5.\left[1-4.\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right]}=\sqrt{15}$.

Câu 48: Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+1$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+1$ với trục hoành là nghiệm phương trình :

$-\dfrac{x^4}{2}+x^2+1=0\Leftrightarrow -x^4+2x^2+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1-\sqrt{3}<0 \\ x^2=1+\sqrt{3}>0 \end{array}\right.$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+1$ cắt trục hoành tại hai điểm.

Câu 49: Số giao điểm của đường cong $y=x^3+3x^2+2x+5$ và đường thẳng $y=3-2x$ bằng

A. 1. **B.** 0 **C.** 3 **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm

$x^3+3x^2+2x+5=3-2x$

$\Leftrightarrow x=-1$

Câu 50: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4-4x^2-2$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là:

$-x^4-4x^2-2=0$ **(vô nghiệm)**.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4-4x^2-2$ và trục hoành là 0.

Câu 51: Biết đường thẳng $d: y=x-2$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ lần lượt x_A và x_B. Giá trị của biểu thức x_A+x_B là

A. 5. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y = x - 2$ và đồ thị hàm số đã cho là

$$\frac{2x+1}{x-1} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x+1 = x^2 - 3x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - 5x + 1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Dễ thấy (1) có 2 nghiệm phân biệt, theo Viet ta có $x_A + x_B = 5$.

.

Câu 52: Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 1 - 2x$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là:

$x^3 - 2x^2 + x - 1 = 1 - 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy số giao điểm của hai đường là 1.

Câu 53: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

$y' = -4x^3 + 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	0	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho có 2 giao điểm với trục hoành.

Câu 54: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Ta có $-x^3 + 5x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \\ x = 0 \end{array}\right.$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là 3.

Câu 55: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x + 3$ và đường thẳng $y = x + 3$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

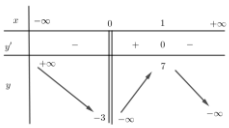
Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-4x+3=x+3\Leftrightarrow x^3-5x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{5}\\x=-\sqrt{5}\\x=0\end{array}\right.$.

Phương trình có 3 nghiệm nên số giao điểm là 3.

DẠNG 3 Tìm số nghiệm f(x)=g(x) khi biến đồ thị, BBT

PHẦN I. ĐỀ BÀI

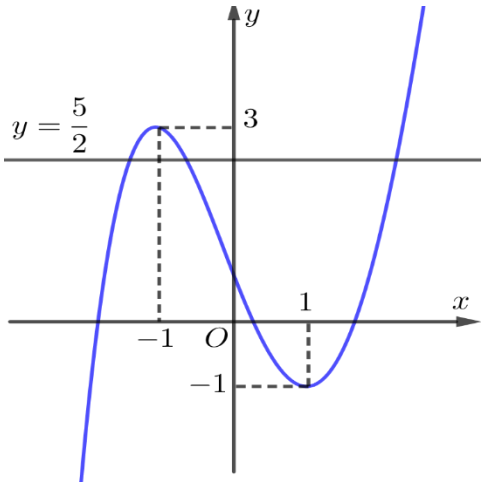
Câu 1: Cho hàm số $y=f\ x$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus 0$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

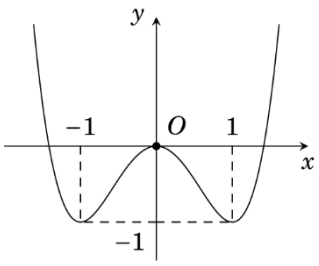
Câu 2: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-5=0$ là.

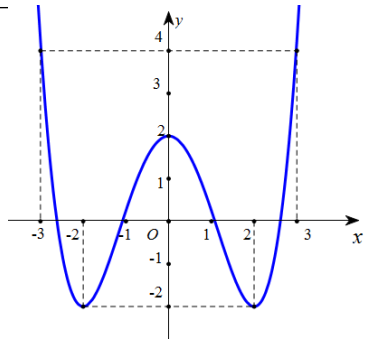
A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-\frac{1}{3}$ là



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $3f(x)-5=0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

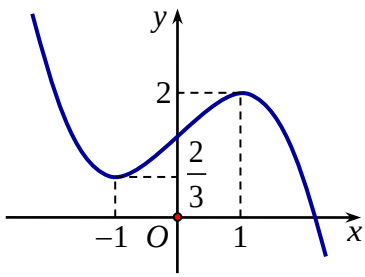
Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 7: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm phân biệt của phương trình nào sau đây?

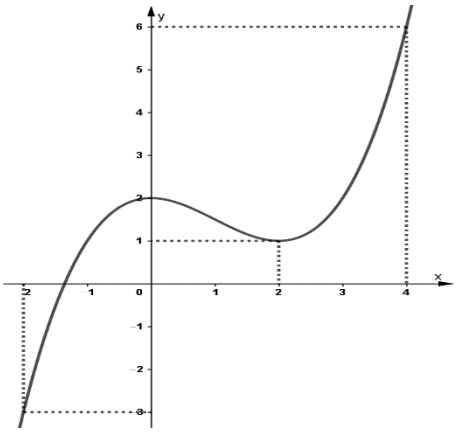
A. $\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$. **B.** $f(x)+g(x)=0$. **C.** $f(x)-g(x)=0$. **D.** $f(x).g(x)=0$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$.



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

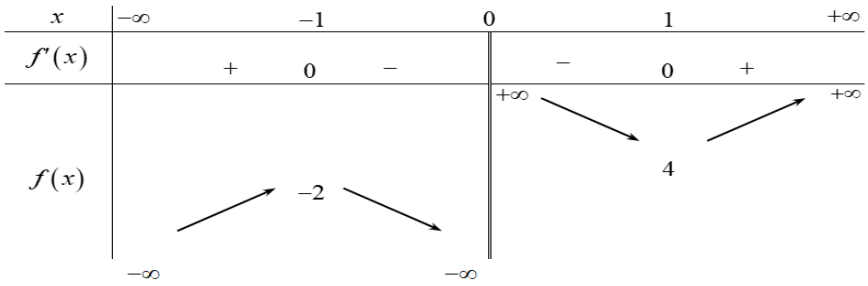
Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $3f(x)-4=0$ có bao nhiêu nghiệm thực trên đoạn $[-2;4]$?

A. 3. **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1.

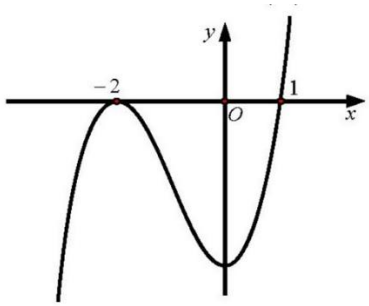
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên từng khoảng xác định và bảng biến thiên như sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y-4=0$ là

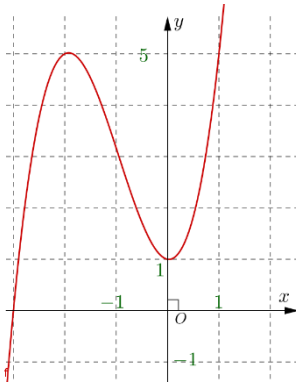
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của $f(x)=1$ là



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

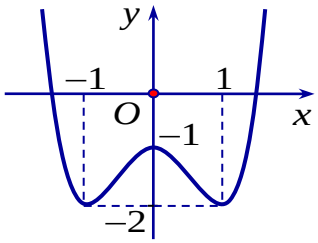
Câu 12: Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ như hình vẽ bên.



Phương trình $f(x)=3-2\sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 nghiệm. **B.** 3 nghiệm. **C.** 0 nghiệm. **D.** 1 nghiệm.

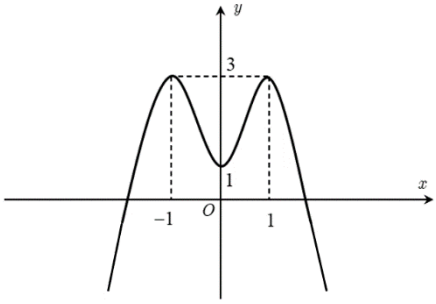
Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị hình dưới đây.



Hỏi phương trình $2f(x)=-1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

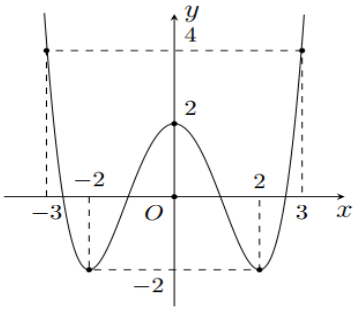
Câu 14: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

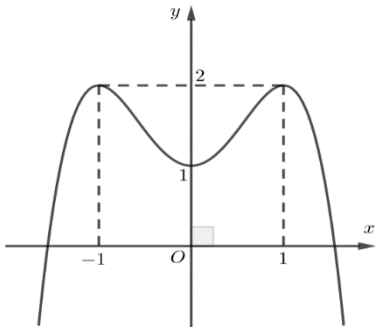
Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $3f(x)-5=0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

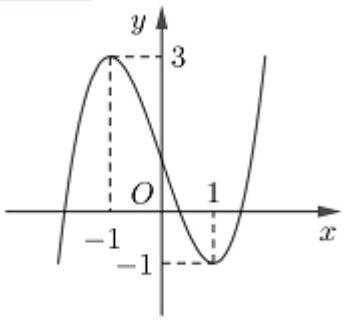
Câu 16: Cho hàm số bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Số nghiệm của phương trình $f(x)=\dfrac{1}{2}$ là:

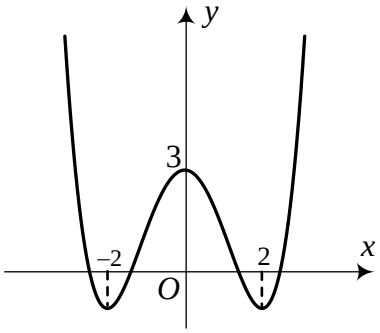
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 17: Cho hàm số $y = f\ x$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f\ x\ -1 = 0$ là



A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

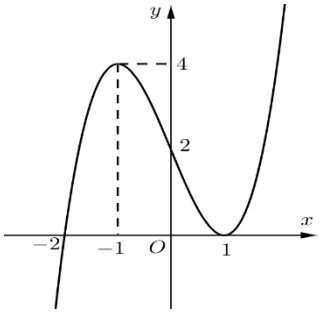
Câu 18: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right) - 5 = 0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

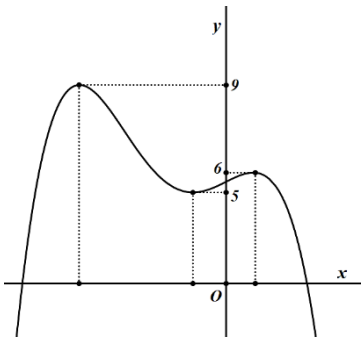
Câu 19: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi phương trình $\left|f\left(x-2\right)-2\right| = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

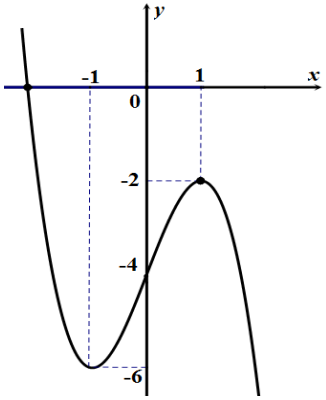
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình $f(x) = 6$ có bao nhiêu nghiệm?



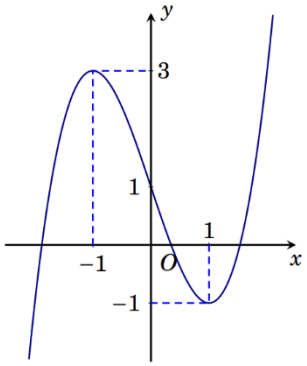
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x)=-6$ có số nghiệm là



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|f(\cos x)\right|=-2m+3$ có 4 nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ là:



A. $\{1\}$. **B.** $\left[1;\frac{3}{2}\right]$. **C.** $\left[1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(0;1)$.

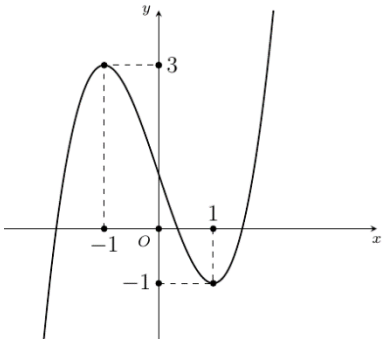
Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$		$-$		$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	1

Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



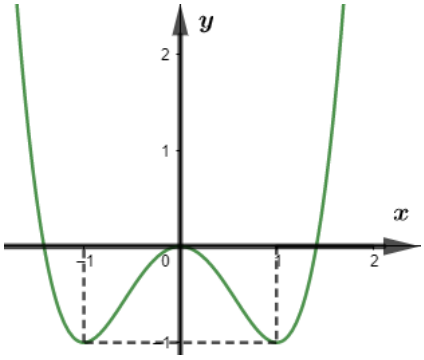
Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+1$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x))=f(2)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 26: Cho hàm số trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm thực của phương trình $2|f(x)|-1=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{7\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\cos x)=1$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

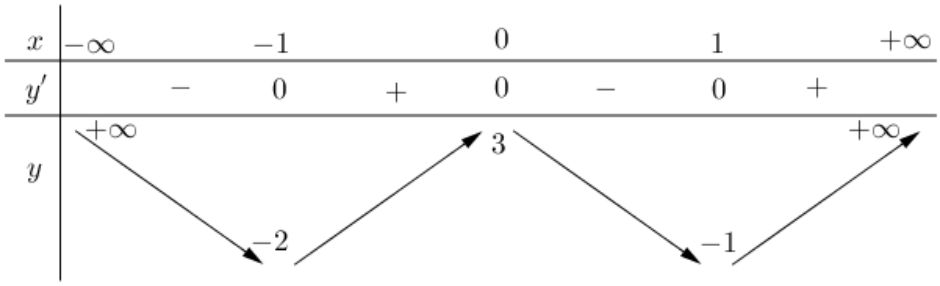
Câu 28: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-3	↗	$+\infty$

Phương trình $|f(2x^2+3)-2|=5$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

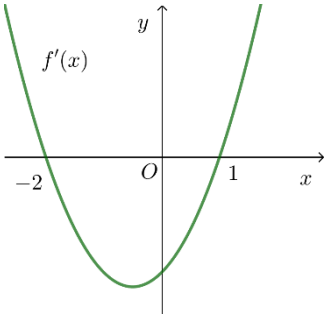
Câu 29: Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như hình bên.



Phương trình $2f\left(\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}\right)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[\dfrac{-3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right]$:

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 30: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị hàm số như sau:

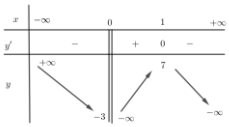


Và $2020f(1)=2021f(0)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm phân biệt.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\ x$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus 0$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

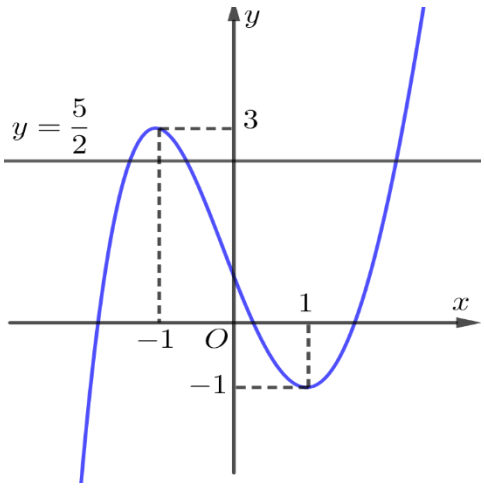
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương $f(x)=-3$, dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình có 2 nghiệm.

Câu 2: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-5=0$ là.

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

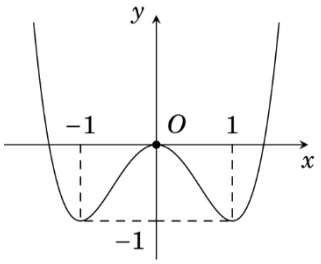
Chọn C

Phương trình $2f\left(x\right)-5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}$.

Quan sát hình vẽ ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f\left(x\right)-5=0$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{1}{3}$ là



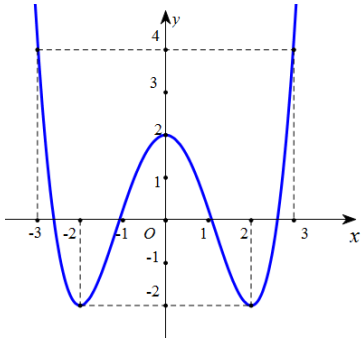
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta xem phương trình $f(x)=-\frac{1}{3}$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $(C): y=f(x)$ và $(d): y=-\frac{1}{3}$. Do (d) cắt (C) tại 4 điểm phân biệt nên phương trình có 4 nghiệm.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $3f(x)-5=0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{3}$ nên số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{5}{3}$.

Từ đồ thị hàm số ta có đường thẳng $y=\frac{5}{3}$ cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm nên phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

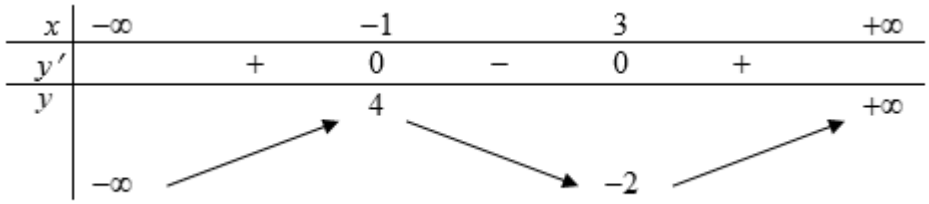
Chọn A

Phương trình $f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=3$.

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=3$ tại ba điểm.

Vậy phương trình $f(x)-3=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



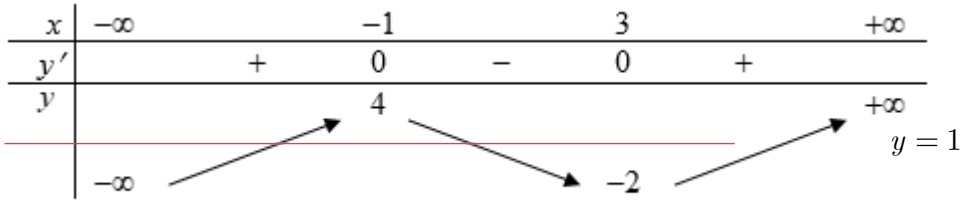
Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f\ x\ -1=0 \Leftrightarrow f\ x\ =1$ nên số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\ x$ và đường thẳng $y=1$.



Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 7: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm phân biệt của phương trình nào sau đây?

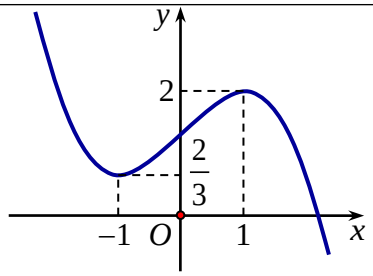
A. $\dfrac{f(x)}{g(x)}=0$. **B.** $f(x)+g(x)=0$. **C.** $f(x)-g(x)=0$. **D.** $f(x).g(x)=0$.

Lời giải

Chọn C

◆ Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số R và $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ là nghiệm của phương trình sau $f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$.



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

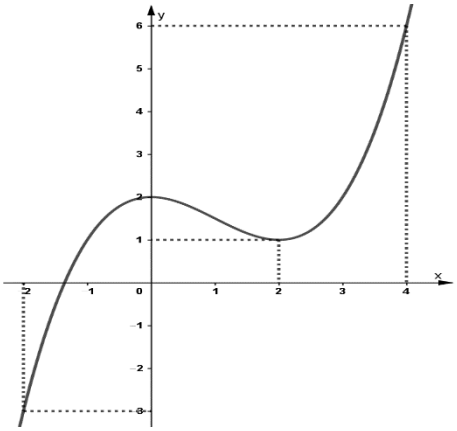
Chọn C

Ta có: $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\frac{3}{2}$

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy hai đồ thị hàm số cắt nhau tại 3 điểm nên phương trình có 3 nghiệm.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $3f(x)-4=0$ có bao nhiêu nghiệm thực trên đoạn $[-2;4]$?

A. 3. **B.** 2 **C.** 0 **D.** 1.

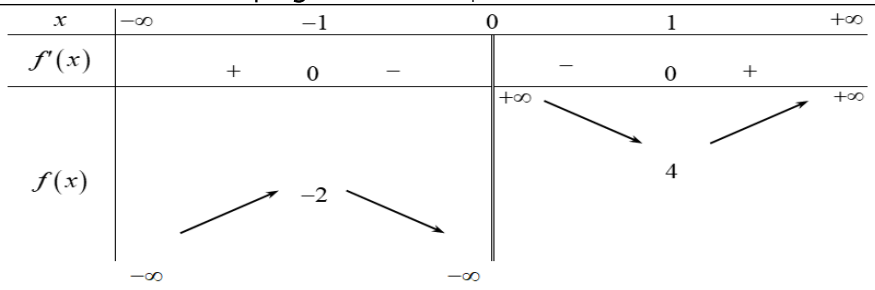
Lời giải

Chọn A

$3f(x)-4=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{4}{3}$ với mọi $x\in[-2;4]$

$\forall x\in[-2;4]$ đường thẳng $y=\frac{4}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên $3f(x)-4=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên từng khoảng xác định và bảng biến thiên như sau:



Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y-4=0$ là

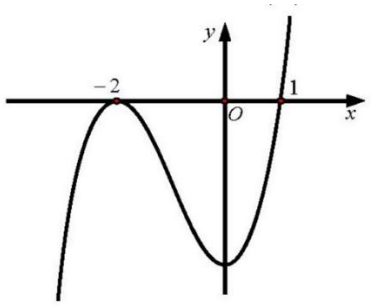
A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Dựa vào bảng biến thiên thấy rằng đường thẳng $y-4=0 \Leftrightarrow y=4$ tiếp xúc đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của $f(x)=1$ là

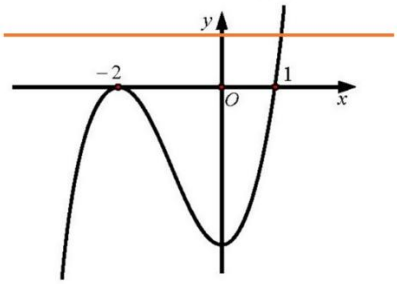


A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

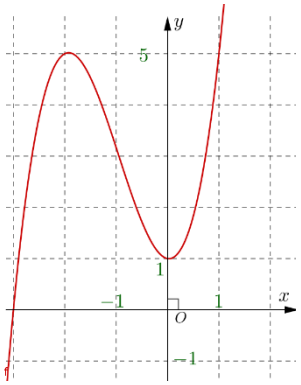
Chọn A

Số nghiệm thực phân biệt của $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=1$



Dựa vào hình vẽ ta có số nghiệm thực phân biệt của $f(x)=1$ là 1.

Câu 12: Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ như hình vẽ bên.

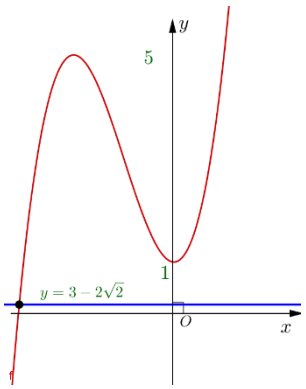


Phương trình $f(x)=3-2\sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 nghiệm. **B.** 3 nghiệm. **C.** 0 nghiệm. **D.** 1 nghiệm.

Lời giải

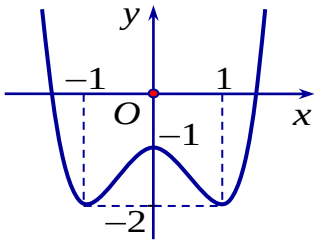
Chọn D



Đường thẳng $y=3-2\sqrt{2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm

$\Rightarrow$phương trình $f(x)=3-2\sqrt{2}$ có 1 nghiệm.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị hình dưới đây.

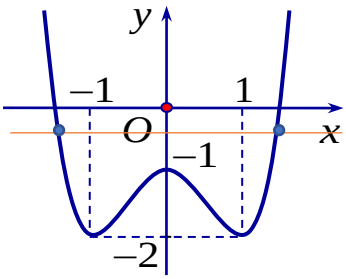


Hỏi phương trình $2f(x)=-1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

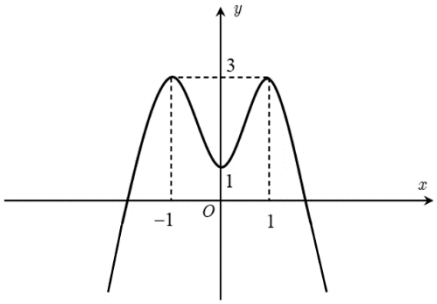
Chọn A



Ta có $2f(x)=-1 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{2}$.

Số nghiệm của phương trình $2f(x)=-1$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$. Quan sát đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-\frac{1}{2}$ cắt đồ thị tại hai điểm. Do đó phương trình $2f(x)=-1$ có 2 nghiệm.

Câu 14: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+5=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

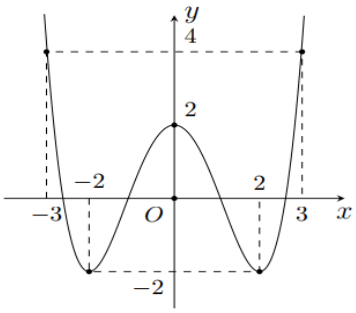
Lời giải

Chọn B

Ta có $2f\left(x\right)+5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{5}{2}$

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng nằm ngang $y=\dfrac{-5}{2}$ tại hai điểm.

Câu 15: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



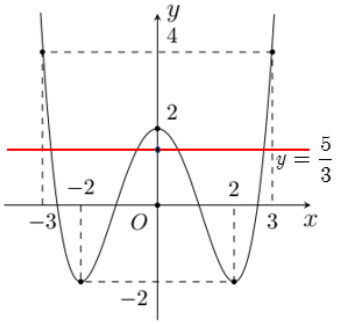
Số nghiệm của phương trình $3f\left(x\right)-5=0$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

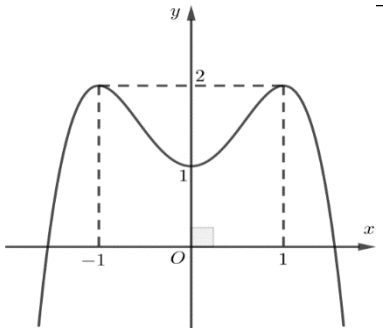
Chọn A

Ta có: $3f\left(x\right)-5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{5}{3}$.



Từ đồ thị, ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{5}{3}$ cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt. Do đó phương trình $3f\left(x\right)-5=0$ có 4 nghiệm.

Câu 16: Cho hàm số bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên dưới:

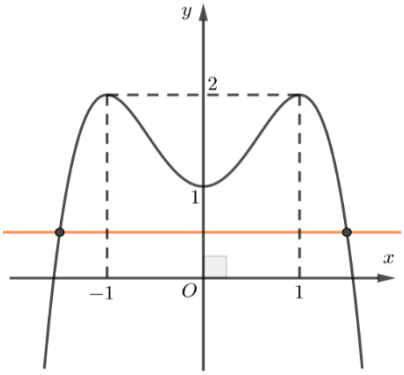


Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=\frac{1}{2}$ là:

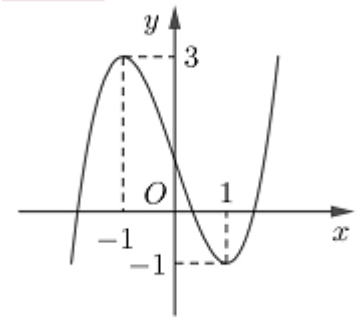
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C



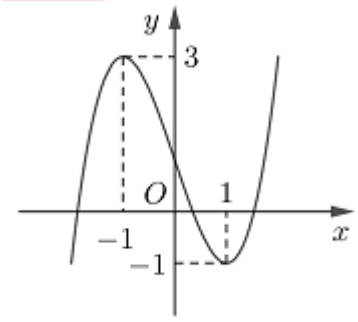
Câu 17: Cho hàm số $y=f\ x$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f\ x\ -1=0$ là



A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

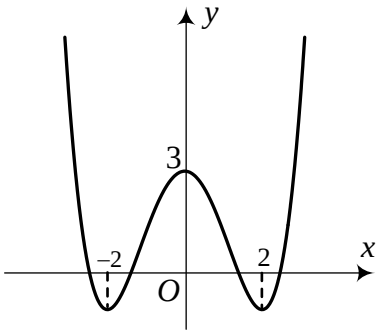
Lời giải

Chọn D



Phương trình $f\ x\ -1=0\Leftrightarrow f\ x\ =1$. Ta có đồ thị hàm số $y=f\ x$ cắt đường thẳng $y=1$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f\ x\ -1=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 18: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)-5=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

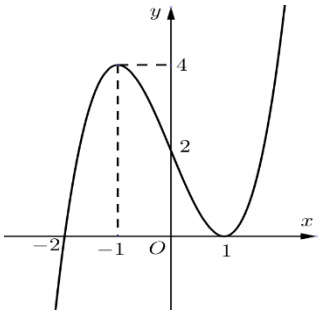
Chọn B

Ta có : $2f\left(x\right)-5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}\ \left(1\right)$

$\left(1\right)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$.

Do hai đồ thị có 4 giao điểm nên $\left(1\right)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 19: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.

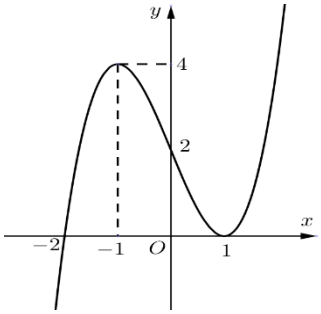


Hỏi phương trình $\left|f\left(x-2\right)-2\right|=1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

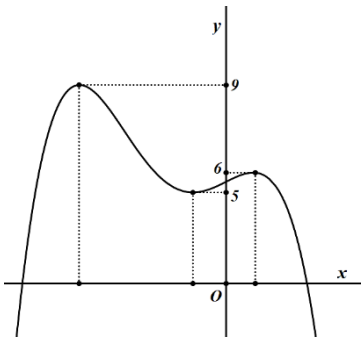


Đặt: $t=x-2,t>-2$.

Phương trình cho trở thành: $\left|f\left(t\right)-2\right|=1\ \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(t\right)=3\\f\left(t\right)=1\end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình có 6 nghiệm phân $t\in\left(-2;+\infty\right)\Rightarrow$ Phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt thuộc $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình $f(x)=6$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

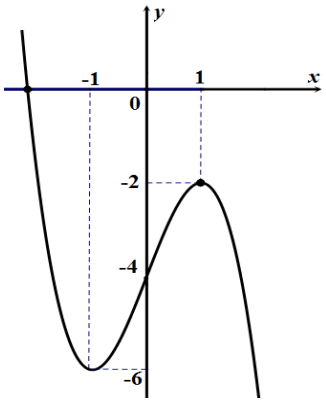
Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x)=6$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=6$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta thấy đường thẳng $y=6$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(x)=-6$ có số nghiệm là



A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

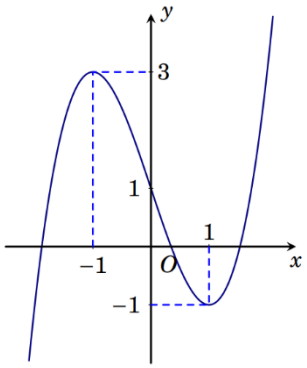
Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-6$

Ta thấy hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt hay phương trình có hai nghiệm.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(\cos x)|=-2m+3$ có 4 nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ là:



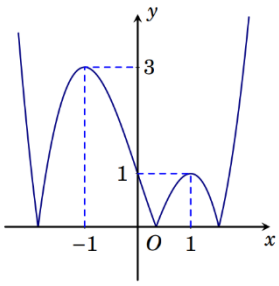
A. $\{1\}$. **B.** $\left[1;\frac{3}{2}\right]$. **C.** $\left[1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\cos x$, $t\in[-1;1]$

Ta có: $|f(t)|=-2m+3$ $(*)$, với $t\in[-1;1]$



◆Dựa vào đồ thị, phương trình đã cho có 4 nghiệm thuộc đoạn $[0;2\pi]$ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm $t\in[-1;1]\Leftrightarrow 0<-2m+3\le 1\Leftrightarrow 1\le m<\frac{3}{2}$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$		$-$		$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	1

Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f^2(x)-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=2 \quad (1)\\ f(x)=-2 \quad (2)\end{array}\right.$

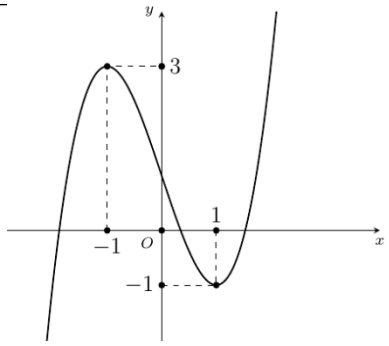
Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=2; y=-2$.

Phương trình (1) có 1 nghiệm.

Phương trình (2) có 2 nghiệm.

$\Rightarrow$ Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là 3.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-5=0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2f\left(x\right)-5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}$.

Số nghiệm phương trình $f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}$ là số giao điểm của đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$ và đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Suy ra phương trình $f\left(x\right)=\dfrac{5}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 25: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x+1$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=f\left(2\right)$ là

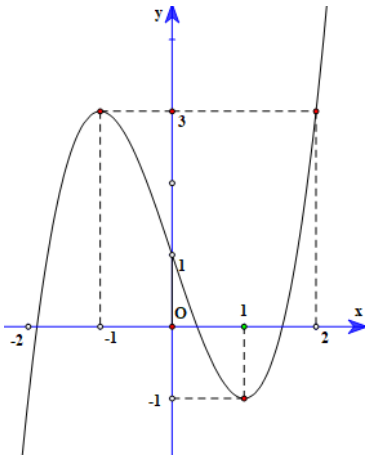
A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f\left(f\left(x\right)\right)=f\left(2\right)=3$.

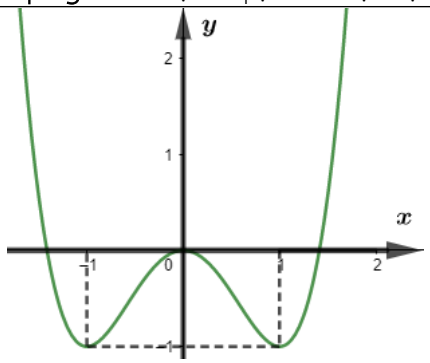
Đồ thị của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x+1$ như sau:



Từ đồ thị suy ra $f\left(f\left(x\right)\right)=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2\\f\left(x\right)=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x+1=2\\x^3-3x+1=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x-1=0\left(1\right)\\x^3-3x+2=0\left(2\right)\end{array}\right.$

Dùng máy tính ta thấy $\left(1\right)$ có 3 nghiệm thực, $\left(2\right)$ có 2 nghiệm thực.

Câu 26: Cho hàm số trùng phương $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm thực của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

$$2\left|f\left(x\right)\right|-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\\f\left(x\right)=\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$$

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt, đường thẳng $y=\dfrac{-1}{2}$ cắt đồ thị tại bốn điểm phân biệt.

Do đó phương trình $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}$ có 2 nghiệm phân biệt; $f\left(x\right)=\dfrac{-1}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thực phân biệt.

Câu 27: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{7\pi}{2}\right]$ của phương trình $f\left(\cos x\right)=1$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $f\left(\cos x\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\cos x=a<-1 & (1)\\\cos x=b\in\left(-1;0\right) & (2)\\\cos x=c\in\left(0;1\right) & (3)\\\cos x=d>1 & (4)\end{array}\right.$.

Các phương trình (1) và (4) vô nghiệm.

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π	$\frac{7\pi}{2}$
$\cos x$	1	0	-1	0	1	0	-1	0

Phương trình $\cos x = b \in (-1;0)$ có 4 nghiệm đoạn $\left[0;\frac{7\pi}{2}\right]$.

Phương trình $\cos x = c \in (0;1)$ có 3 nghiệm đoạn $\left[0;\frac{7\pi}{2}\right]$.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm đoạn $\left[0;\frac{7\pi}{2}\right]$.

Câu 28: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-3	↗	$+\infty$

Phương trình $\left|f\left(2x^2+3\right)-2\right|=5$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Gọi $g(x)=f\left(2x^2+3\right)-2$. Ta có: $g'(x)=4x.f'\left(2x^2+3\right)$.

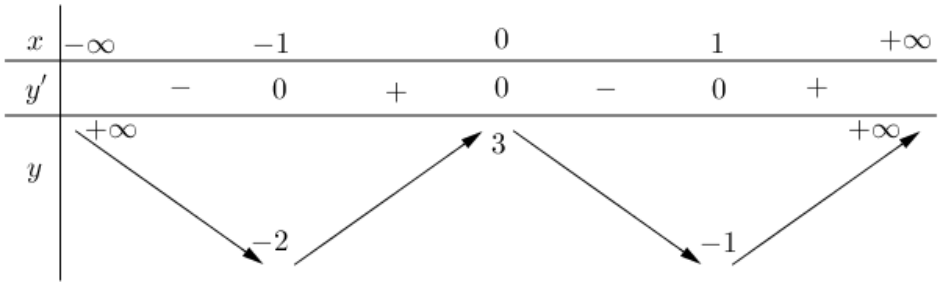
$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 2x^2+3=-1 \Leftrightarrow x=0 \\ 2x^2+3=3 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	$+\infty$

Mà $\left|g(x)\right|=5 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x)=5 \\ g(x)=-5 \end{cases}$. Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm.

Câu 29: Cho hàm số $y = f\ x$ có bảng biến thiên như hình bên.



Phương trình $2f\left(\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}\right)+3=0$ có bao nhiêu nghiệm trên $\left[\dfrac{-3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right]$:

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f\left(\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}\right)+3=0 \Leftrightarrow f\left(\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\right)=\dfrac{-3}{2}(1)$;

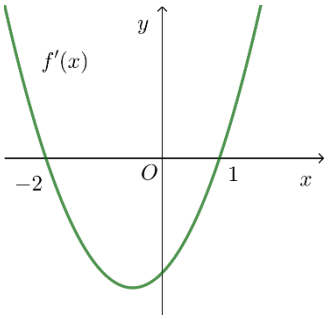
Đặt $u=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right); u'=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right) \Rightarrow u'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi \xrightarrow{\left[\frac{-3\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right]} \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{3\pi}{4} \\ x=\dfrac{\pi}{4} \\ x=\dfrac{5\pi}{4} \end{array}\right.$;

Ta có:

x	$-\dfrac{3\pi}{4}$		$\dfrac{\pi}{4}$		$\dfrac{5\pi}{4}$		$\dfrac{7\pi}{4}$
$u=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$	-1	0	1	0	-1	$+$	0
$f(u)$	-2	$\nearrow 3$		$\searrow -1$	$\nearrow 3$	$\searrow -2$	$\nearrow 3$

Vậy phương trình $2f\left(\dfrac{\sin x+\cos x}{\sqrt{2}}\right)+3=0$ có ba nghiệm trên $\left[\dfrac{-3\pi}{4};\dfrac{7\pi}{4}\right]$.

Câu 30: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị hàm số như sau:



Và $2020f(1)=2021f(0)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm phân biệt.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $f'(x)=3ax^2+2bx+c=3a(x+2)(x-1)=3a(x^2+x-2)\ (a\neq 0)$

Đồng nhất hệ số ta có: $b=\frac{3}{2}a$, $c=-6a$.

Theo đề bài: $2020f(1)=2021f(0)\Leftrightarrow 2020(a+b+c+d)=2021d\Leftrightarrow d=-7070a$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $f(x)=f'(x)\Leftrightarrow ax^3+bx^2+cx+d=3ax^2+2bx+c$

$\Leftrightarrow ax^3+\frac{3}{2}ax^2-6ax-7070a=3ax^2+3ax-6a\Leftrightarrow x^3-\frac{3}{2}x^2-9x-7064=0\ (*)$.

Phương trình $(*)$ có một nghiệm.

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt nhau tại một điểm.

DẠNG 4 Tìm m để hàm số có k nghiệm khi biết đồ thị, BBT

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | 1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(2;4)$. **B.** $m\in[2;4)$. **C.** $m\in(1;3)$. **D.** $m\in[1;3)$.

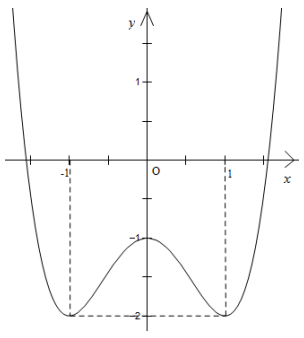
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2 | $+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

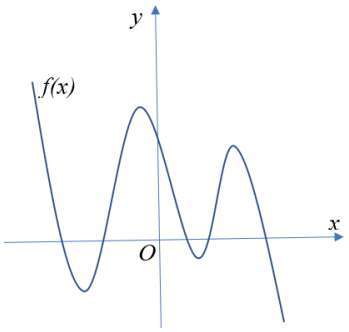
A. $[-4;2)$. **B.** $(-4;2]$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 3: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ là



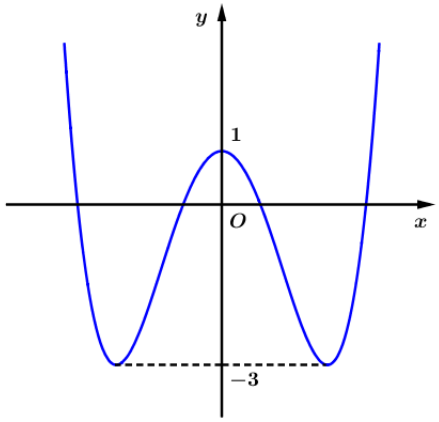
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 4: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Hỏi phương trình $2f(x)=m$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực x?



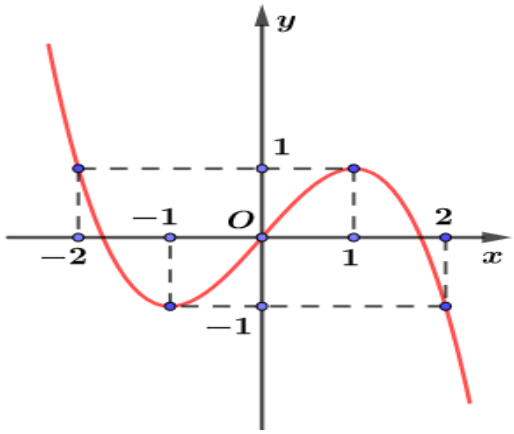
A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 5: Cho hàm trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.



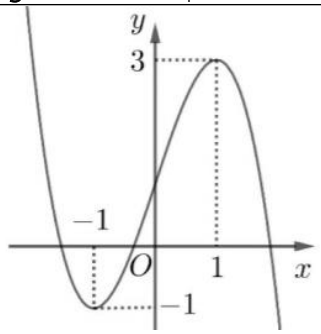
A. $m=1$. **B.** $m>-1$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $m<1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để số nghiệm dương của phương trình $f(x)=m$ bằng 1.



A. $m<0$. **B.** $m\le 0$.
C. $m\le 0$ hoặc $m=1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>1$.

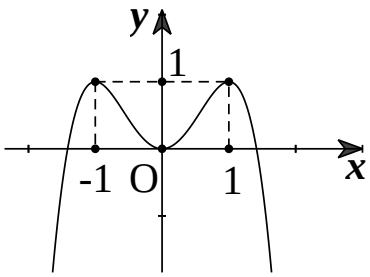
Câu 7: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)+3m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 8: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>0$. **D.** $0\le m\le 1$.

Câu 9: Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m để đường thẳng $d: y=m-x$ và đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ có đúng một điểm chung. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_1+m_2\in(-10;-1)$. **B.** $m_1+m_2\in(7;12)$. **C.** $m_1+m_2\in\left(-1;\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $m_1+m_2\in\left(\dfrac{9}{2};7\right)$.

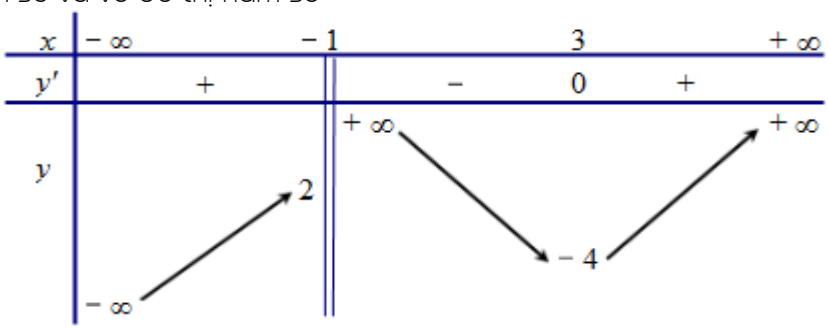
Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(-1;2)$. **B.** $(-1;2]$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[-1;2]$.

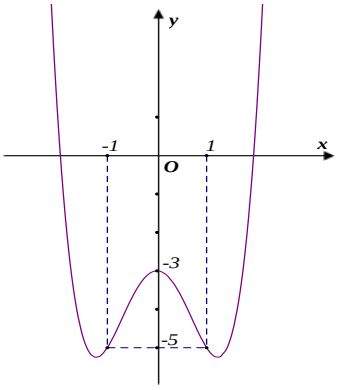
Câu 11: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau



Tổng các giá trị nguyên của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -1.

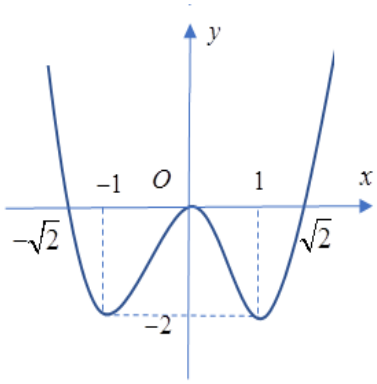
Câu 12: Đồ thị bên dưới đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$



Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt?

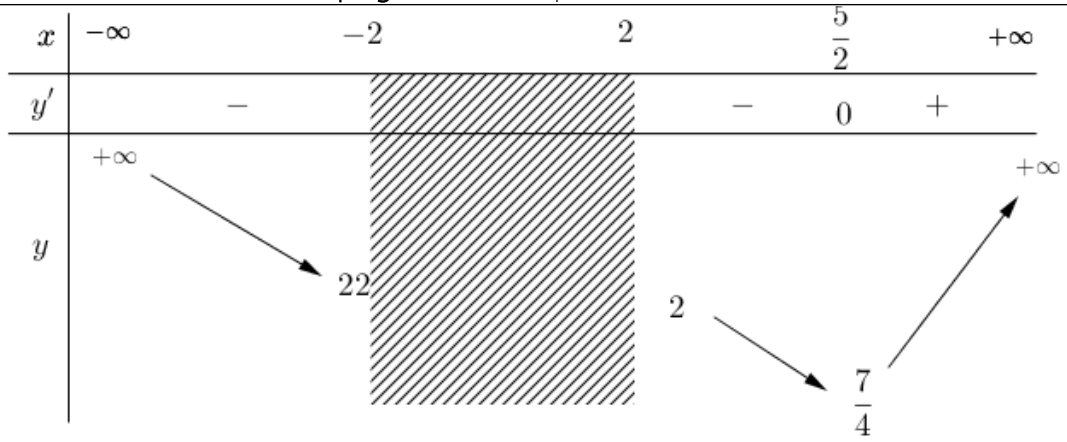
A. $m=-4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=0$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $m>-1$. **B.** $-1\le m<0$. **C.** $-1<m\le 0$. **D.** $-1<m<0$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:



Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\left(\frac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$. **B.** $\left[\frac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$. **C.** $[22;+\infty)$. **D.** $\left(\frac{7}{4};+\infty\right)$

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Tìm m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt

A. $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+3$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3-3x^2+5-m=0$ có ba nghiệm phân biệt?.

B. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3+4x+1=m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 5. **B.** 17. **C.** 7. **D.** 15.

Câu 18: Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^3-3x+1$. Với giá trị nào của m thì phương trình x^3-3x-m có 3 nghiệm phân biệt?

A. $-2<m<2$. **B.** $-2<m<3$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-2\le m<2$.

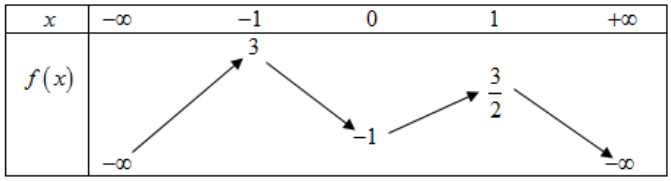
Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ít nhất hai nghiệm thực phân biệt.

A. $(-1;3)$. **B.** $(-1;3]$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $[-1;3)$.

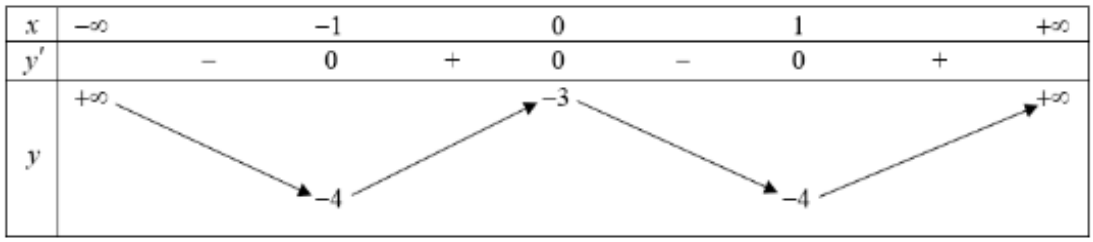
Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $2f(x)-m+2=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



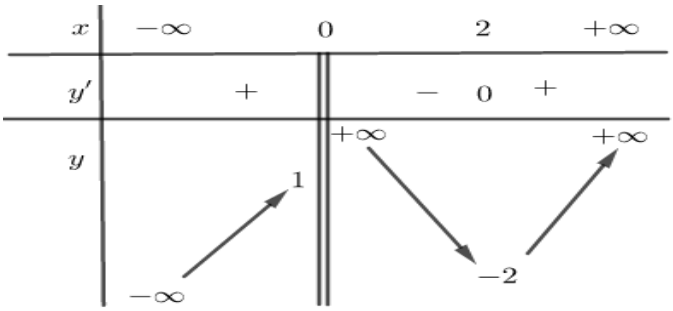
Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f(x)+3m=0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)+m-2020=0$ có 2 nghiệm là

A. 2024. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2023.

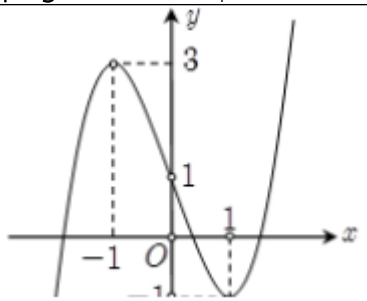
Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt là

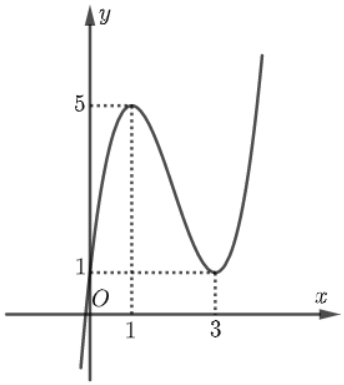
A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt là:



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



A. $m>5,\ 0<m<1$. **B.** $m<1$. **C.** $m=1,\ m=5$. **D.** $1<m<5$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

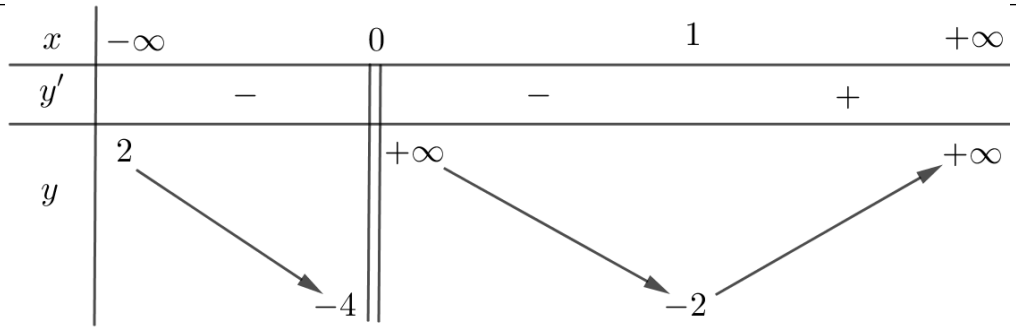
Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	$-\infty$

Với giá trị nào của m thì phương trình $f(x)+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<1$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $0<m<4$. **D.** $-2<m<1$.

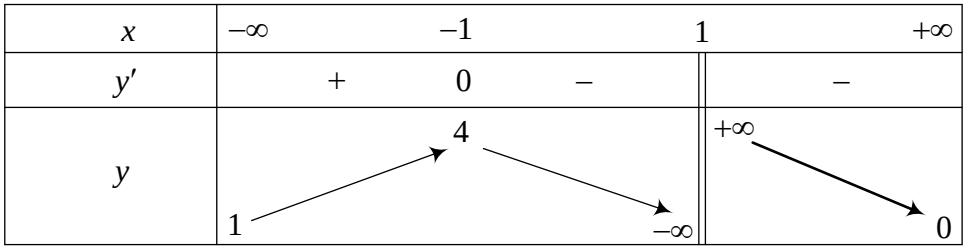
Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

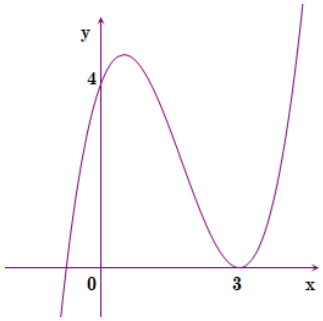
A. $-4<m<-2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2<m\le 2$. **D.** $-4<m<2$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là



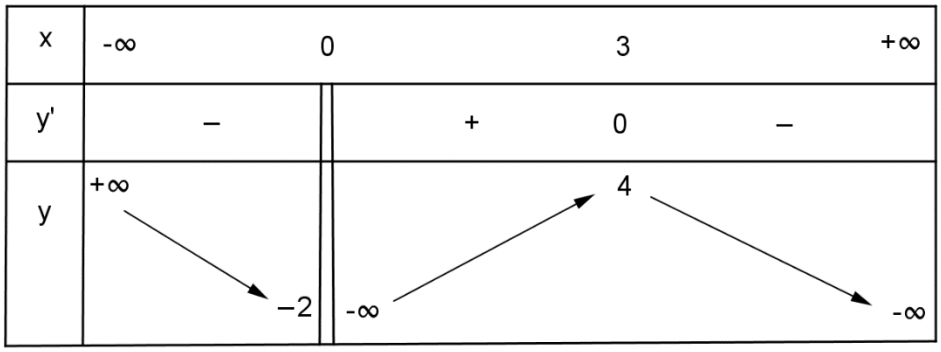
A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 30: Cho hàm số $f\ x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\ x\ -1=m$ có 3 nghiệm phân biệt



A. $-1<m<3$. **B.** $1<m<4$. **C.** $-2<m<5$. **D.** $0<m<4$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm thực phân biệt

A. $(-\infty;-2)\cup\{4\}$. **B.** $(-\infty;-2]$. **C.** $(-\infty;-2]\cup\{4\}$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x)+m=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

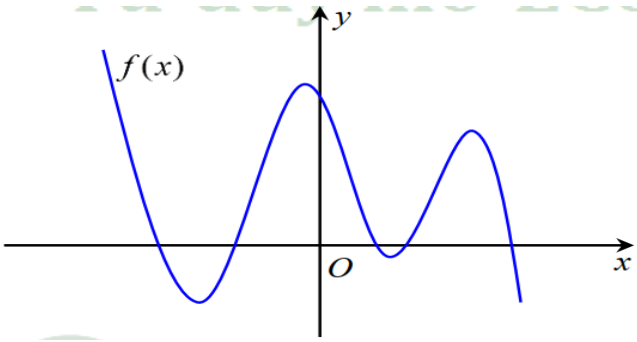
Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

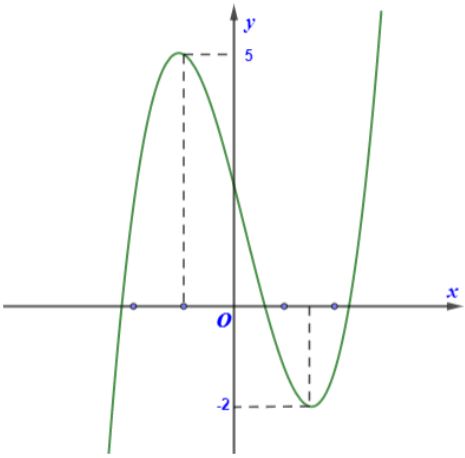
A. $m<-2$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $-2\le m\le 4$. **D.** $m>4$.

Câu 34: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Hỏi phương trình $2f(x)=m$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực x?



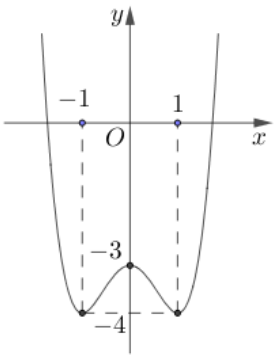
A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 35: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-5=0$ là:



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-4<m<-3$. **B.** $m>-4$. **C.** $-4\le m<-3$. **D.** $-4<m\le -3$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'	$+$		$+$	0	$-$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | 1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(2;4)$. **B.** $m\in[2;4)$. **C.** $m\in(1;3)$. **D.** $m\in[1;3)$.

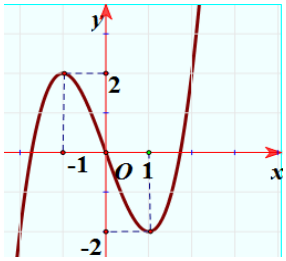
Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f(x)+3m=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-3m+5=0$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

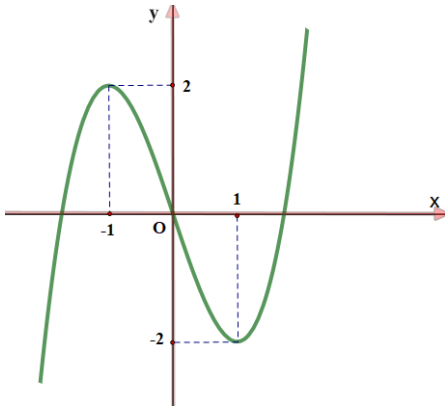
Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\frac{3}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $2f(x)-m+2=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

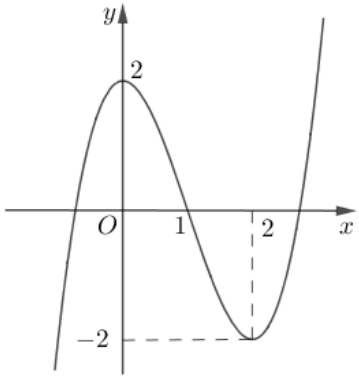
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+2m-1=0$ có ba nghiệm phân biệt?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

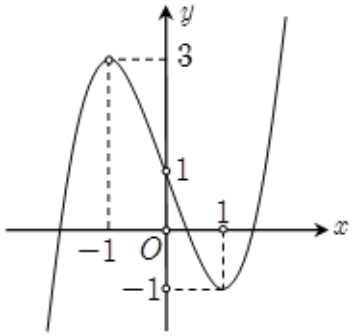
Câu 42: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x+m)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt là

A. $(-2;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt là



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

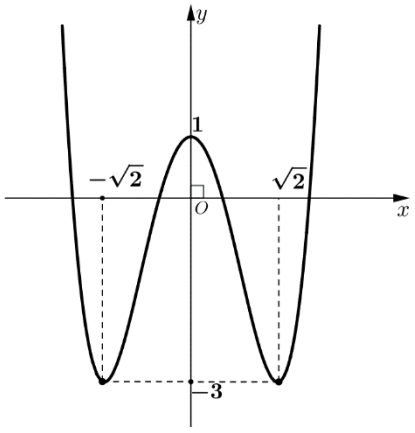
Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)+5=0$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

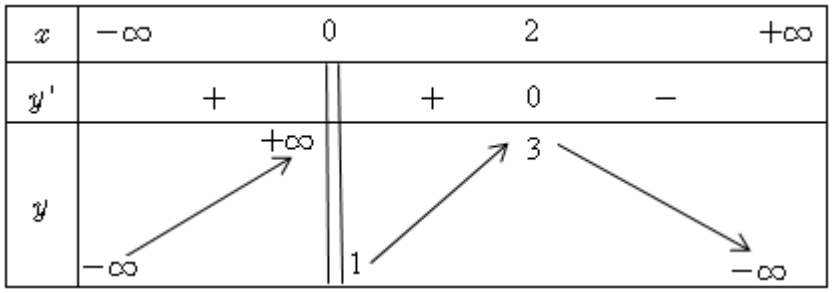
Câu 45: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 4 điểm phân biệt?



A. $-3<m<1$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m=-3$. **D.** $-3\le m\le 1$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(2;4)$. **B.** $m\in[2;4)$. **C.** $m\in(1;3)$. **D.** $m\in[1;3)$.

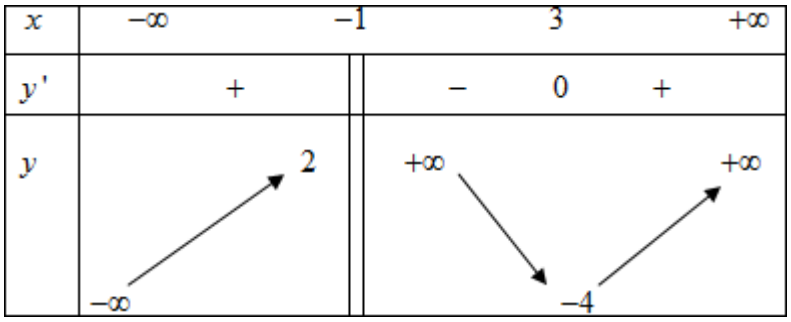
Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi

$1<m-1<3\Leftrightarrow 2<m<4\Rightarrow m\in(2;4)$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

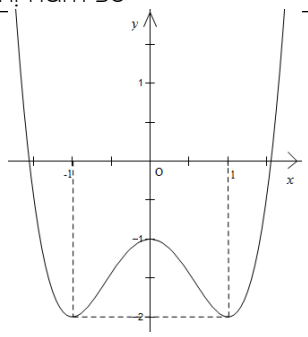
A. $[-4;2)$. **B.** $(-4;2]$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$

Vậy để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $-4<m<2$

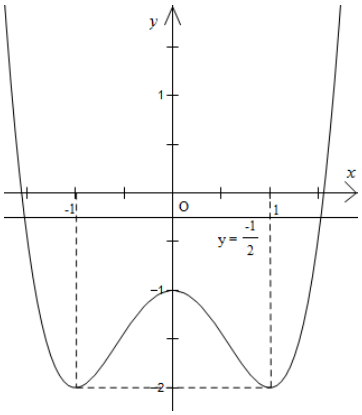
Câu 3: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-\dfrac{1}{2}$ là



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

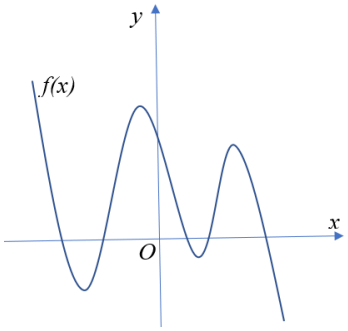
Lời giải

Chọn C



Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-\dfrac{1}{2}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 4: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ. Hỏi phương trình $2f\left(x\right)=m$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực x?



A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

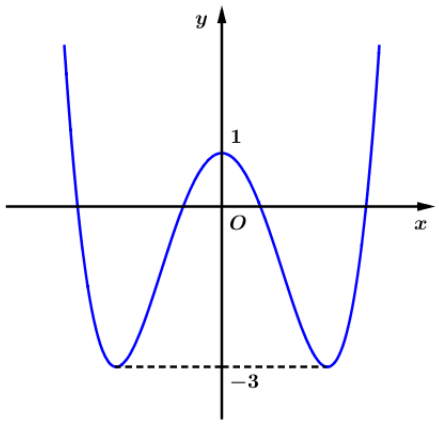
Lời giải

Chọn C

Phương trình $2f\left(x\right)=m\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{m}{2}$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$. Số giao điểm của hai đường bằng số nghiệm của phương trình.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$ cắt đồ thị tại nhiều nhất 5 điểm. Vậy phương trình có nhiều nhất 5 nghiệm.

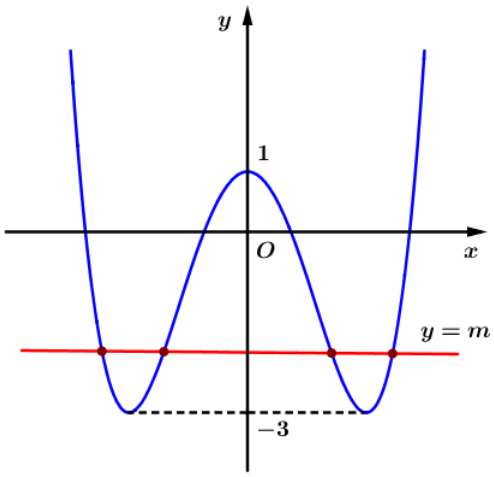
Câu 5: Cho hàm trùng phương $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $m=1$. **B.** $m>-1$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $m<1$.

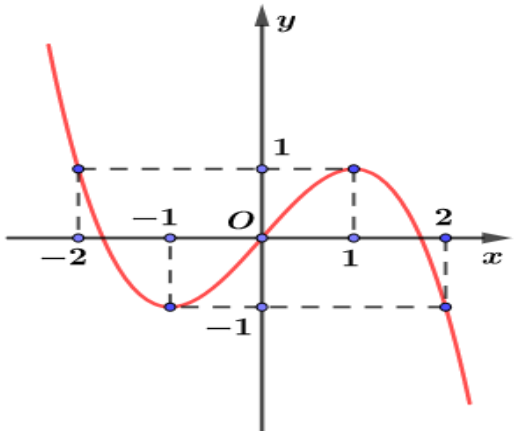
Lời giải

Chọn C



Để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt thì $-3<m<1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để số nghiệm dương của phương trình $f(x)=m$ bằng 1.



A. $m<0$. **B.** $m\le 0$.

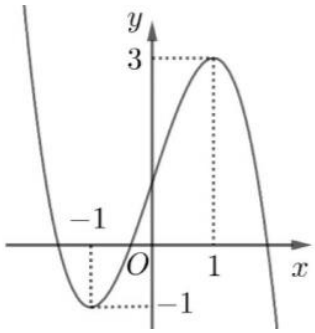
C. $m\le 0$ hoặc $m=1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>1$.

Lời giải

Chọn C

Để số nghiệm dương của phương trình $f(x)=m$ bằng 1 thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại một điểm có hoành độ dương $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m=1 \end{array}\right.$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)+3m=0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

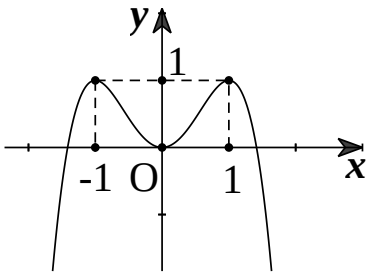
Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)+3m=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-3m$.

$\Rightarrow$Để phương trình $f(x)+3m=0$ có ba nghiệm phân biệt thì $-1<-3m<3 \Leftrightarrow -1<m<\dfrac{1}{3}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=0$.

Câu 8: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>0$. **D.** $0\le m\le 1$.

Lời giải

Chọn B

YCBT $\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 9: Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham số m để đường thẳng $d: y=m-x$ và đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ có đúng một điểm chung. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $m_1+m_2\in(-10;-1)$. **B.** $m_1+m_2\in(7;12)$. **C.** $m_1+m_2\in\left(-1;\dfrac{9}{2}\right)$. **D.** $m_1+m_2\in\left(\dfrac{9}{2};7\right)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $m-x=\dfrac{x}{x-1}$

$\Leftrightarrow (m-x)(x-1)=x$.

$\Leftrightarrow x^2-mx+m=0\ (1)$.

Đường thẳng $d: y=m-x$ và đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ có một điểm chung khi và chỉ khi phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta=0 \Leftrightarrow m^2-4m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=4 \end{array}\right.$.

Vậy $m_1+m_2=4\in\left(-1;\dfrac{9}{2}\right)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1 | $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(-1;2)$. **B.** $(-1;2]$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[-1;2]$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta được:

Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $m\in(-1;2)$.

Câu 11: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau

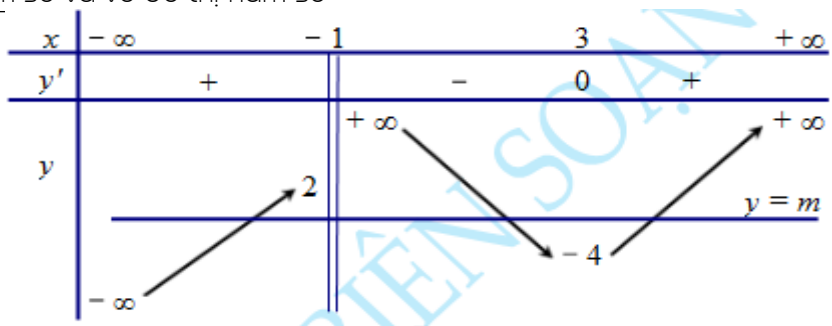
x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2 | $+\infty$	↘	-4	↗	$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** -5. **D.** -1.

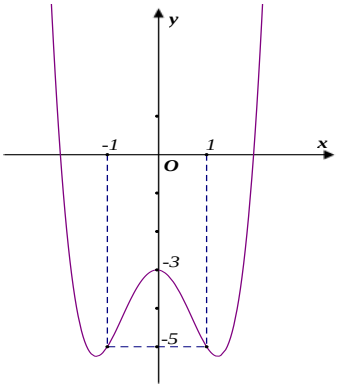
Lời giải

Chọn C



- Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -4<m<2$.
- Các giá trị nguyên của $m\in\{-3;-2;-1;0;1\}$.
- Tổng các giá trị nguyên của m bằng -5.

Câu 12: Đồ thị bên dưới đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$



Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt?

A. $m=-4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=0$.

Lời giải

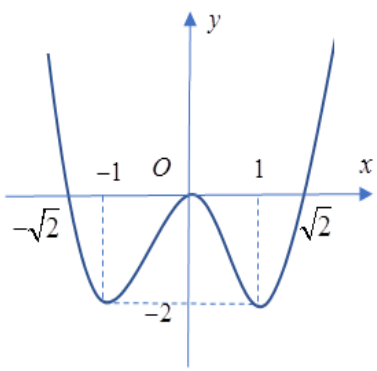
Chọn D

$x^4-3x^2+m=0\Leftrightarrow x^4-3x^2-3=-m-3$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-3$ và đường thẳng $y=m-3$.

Để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -m-3=-3\Leftrightarrow m=0$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $m>-1$. **B.** $-1\le m<0$. **C.** $-1<m\le 0$. **D.** $-1<m<0$.

Lời giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị hai hàm số sau:

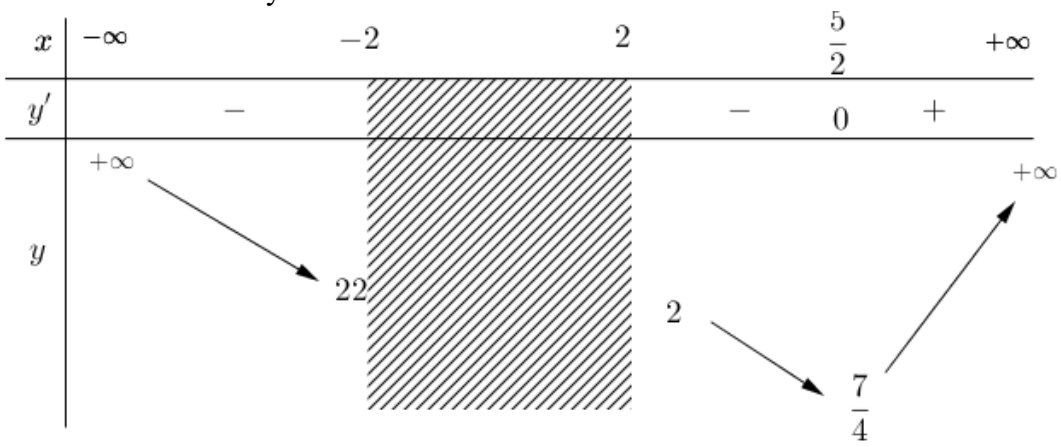
$$\begin{cases} y=f(x) & (1) \\ y=m & (2) \end{cases}$$

Đồ thị của hàm số (1) đã vẽ ở trên.

Đường thẳng $y=m$ song song với trục hoành cắt trục tung tại điểm có tung độ m.

Vậy phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt thì $-1<m<0$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên mỗi nửa khoảng $(-\infty;-2]$ và $[2;+\infty)$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây:



Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $\left(\frac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$. **B.** $\left[\frac{7}{4};2\right]\cup[22;+\infty)$. **C.** $[22;+\infty)$. **D.** $\left(\frac{7}{4};+\infty\right)$

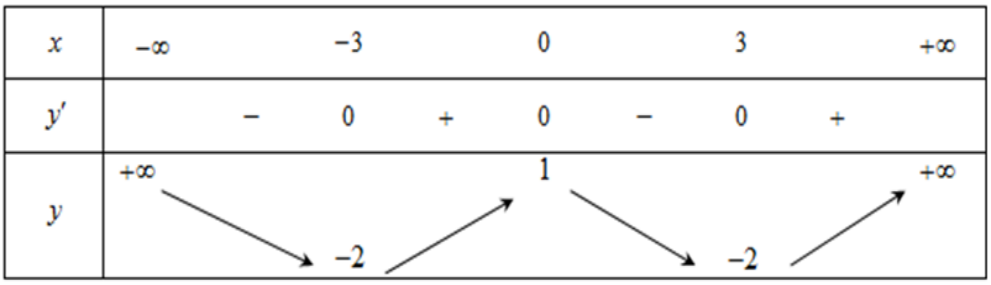
Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt, dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\left[\begin{array}{l} \frac{7}{4}<m\le 2 \\ m\ge 22 \end{array}\right.$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến



Tìm m để phương trình $2f(x)+m=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt

A. $m=-1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

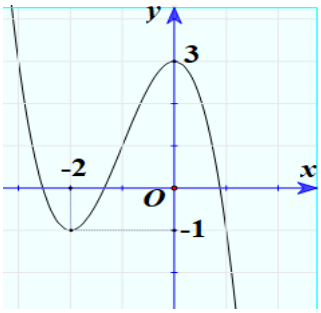
Chọn B

Ta có $2f(x)+m=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{m}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow f(x)=-\dfrac{m}{2}$ có ba ngiệm phân biệt $\Leftrightarrow -\dfrac{m}{2}=1 \Leftrightarrow m=-2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+3$ có đồ thị như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3-3x^2+5-m=0$ có ba nghiệm phân biệt?.

B. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.



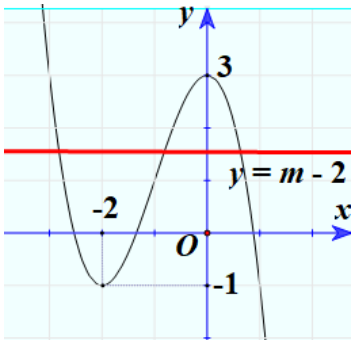
Lời giải

Chọn B

Ta có $-x^3-3x^2+5-m=0 \Leftrightarrow -x^3-3x^2+3=m-2$ **(1).**

Để phương trình **(1)** có ba nghiệm phân biệt thì đồ thị hàm số $y=-x^3-3x^2+3$ phải cắt đường thẳng $y=m-2$ tại ba điểm phân biệt.

Vẽ đường thẳng $y=m-2$.



Quan sát đồ thị, suy ra $-1<m-2<3 \Leftrightarrow 1<m<5$, mà $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{2;3;4\}$.

Vậy có giá trị 3 nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $-x^3+4x+1=m$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 5. **B.** 17. **C.** 7. **D.** 15.

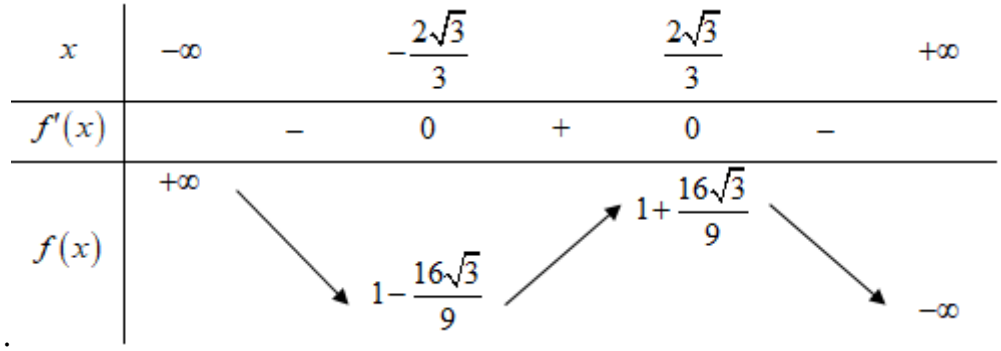
Lời giải

Chọn C

Phương trình đã cho là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3+4x+1$ và đường thẳng $y=m$.

Xét $f(x)=-x^3+4x+1$. Ta có $f'(x)=-3x^2+4$.

Phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ hoặc $x=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. Ta lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$



Đường thẳng $y=m$ là đường thẳng cắt trục tung tại điểm $(0;m)$ và song song với trục Ox.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi $1-\dfrac{16\sqrt{3}}{3}<m<1+\dfrac{16\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-2;-1;...;4\}$.

Như vậy có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 18: Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^3-3x+1$. Với giá trị nào của m thì phương trình x^3-3x-m có 3 nghiệm phân biệt?

A. $-2<m<2$. **B.** $-2<m<3$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-2\le m<2$.

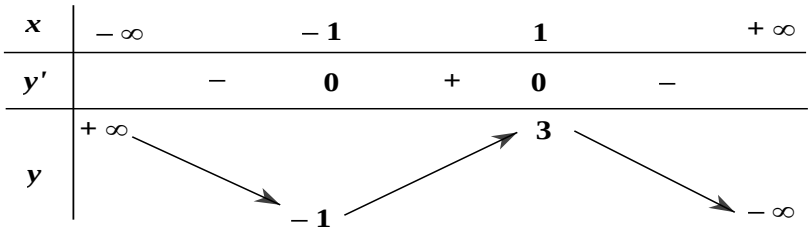
Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình $x^3-3x-m \Leftrightarrow x^3-3x+1=m+1(*)$ số nghiệm của phương trình $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số với đường thẳng $y=m+1$

◆Dựa vào đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$, phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-1<m+1<3 \Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ít nhất hai nghiệm thực phân biệt.

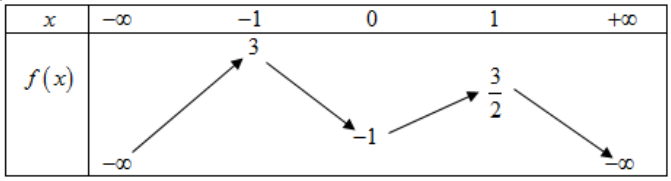
A. $(-1;3)$. **B.** $(-1;3]$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $[-1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $f(x)=m$ có ít nhất hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ít nhất hai điểm phân biệt $-1\le m\le 3$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $2f\left(x\right)-m+2=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

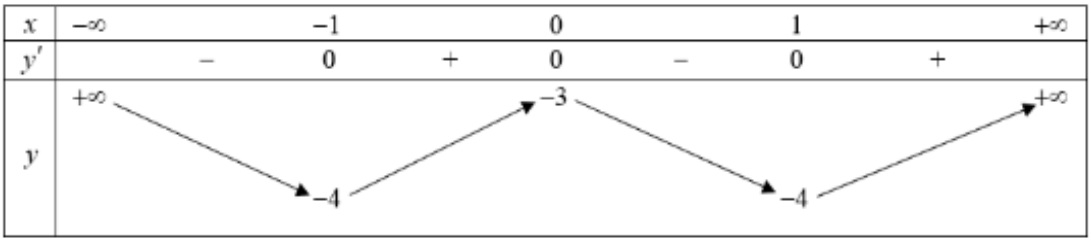
Chọn A

$2f\left(x\right)-m+2=0\Rightarrow 2f\left(x\right)=m-2\Rightarrow f\left(x\right)=\dfrac{m-2}{2}$

Để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt: $\left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=-1 \\ f\left(x\right)=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \dfrac{m-2}{2}=-1 \\ \dfrac{m-2}{2}=\dfrac{3}{2} \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=5 \end{array}\right.$

Vậy có một giá trị nguyên dương của *m* để phương trình có đúng ba nghiệm phân biệt.

Câu 21: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f\left(x\right)+3m=0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $2f\left(x\right)+3m=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{3m}{2}$.

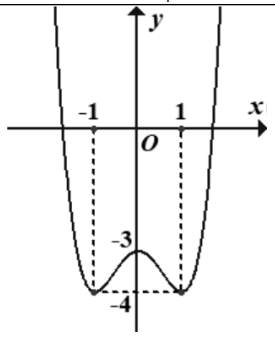
Để phương trình $2f\left(x\right)+3m=0$ có ba nghiệm phân biệt thì $-\dfrac{3m}{2}=-3\Leftrightarrow m=2$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f\left(x\right)+m-2020=0$ có 2 nghiệm là

A. 2024. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2023.

Lời giải

Chọn D

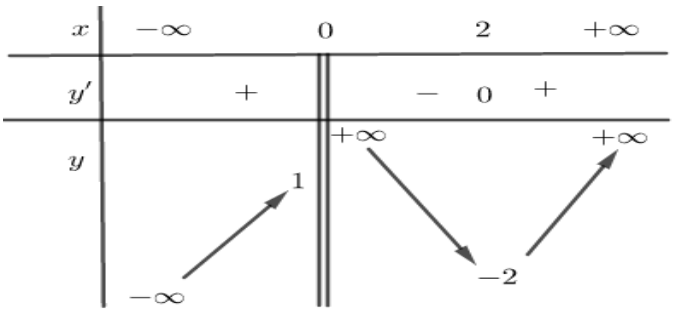


◆ Ta có $f(x)+m-2020=0 \Leftrightarrow f(x)=2020-m$.

◆ Phương trình đã cho có 2 nghiệm $\left[\begin{array}{l}2020-m=-4\\2020-m>-3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2024\\m<2023\end{array}\right.$.

◆ Vậy có 2023 giá trị của tham số m.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt là

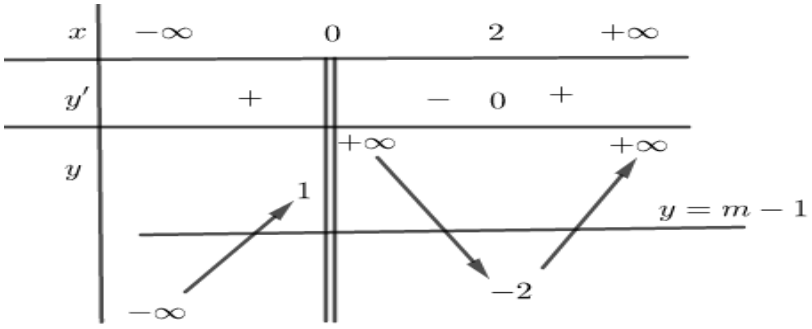
A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn B

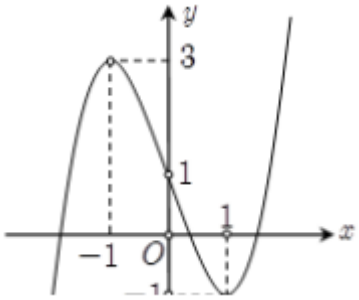
◆ Số nghiệm của phương trình $f(x)=m-1$ là số giao điểm của hai đồ thị $\begin{cases}y=f(x)\\y=m-1\end{cases}$.

◆ Bảng biến thiên:



◆ Phương trình $f(x)=m-1$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi $-2<m-1<1$ $\Leftrightarrow -1<m<2$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt là:



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

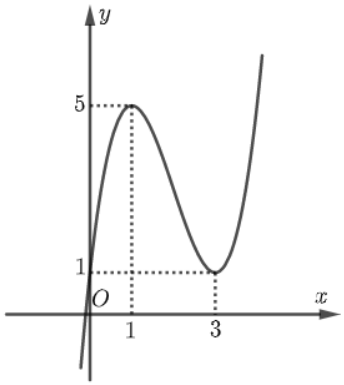
Lời giải

Chọn D

Để phương $f(x)+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt thì $f(x)=m-1$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow -1<m-1<3 \Leftrightarrow 0<m<4$. Vậy $m=1,2,3$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

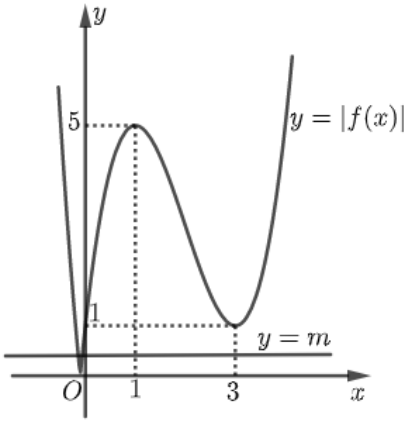


A. $m>5$, $0<m<1$. **B.** $m<1$. **C.** $m=1$, $m=5$. **D.** $1<m<5$.

Lời giải

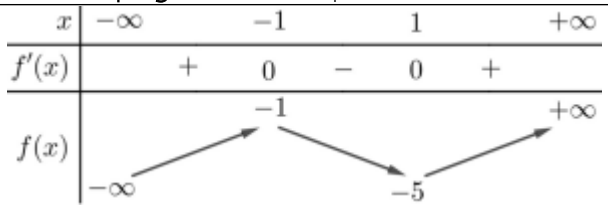
Chọn A

Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính là số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y=|f(x)| \\ y=m \end{cases}$.



Vậy để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt thì $m>5$, $0<m<1$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

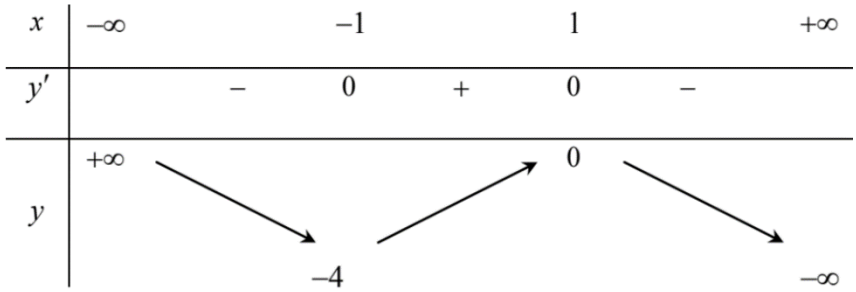
Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi $-5<m<-1$.

Mà m nguyên nên $m\in\{-4;-3;-2\}$.

Vậy số giá trị nguyên của tham số m là 3.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:



Với giá trị nào của m thì phương trình $f(x)+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $-1<m<1$. **B.** $-4<m<0$. **C.** $0<m<4$. **D.** $-2<m<1$.

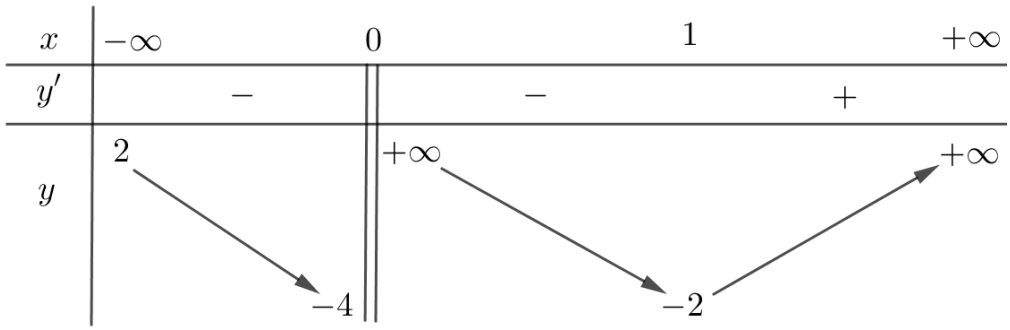
Lời giải

Chọn C

$f(x)+m=0\ (1)\Leftrightarrow f(x)=-m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có $-4<-m<0\Leftrightarrow 0<m<4$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi

A. $-4<m<-2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2<m\le 2$. **D.** $-4<m<2$.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số giá trị nguyên m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	
y	1	↗	4	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	0

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

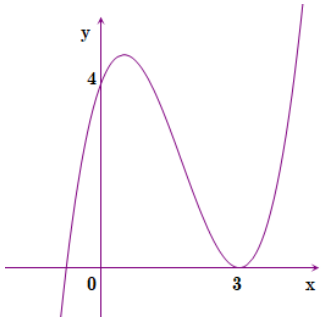
Chọn D

Phương trình $f(x)=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $(C):y=f(x)$ và đường thẳng $(d):y=m$.

Để $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (C)$ và (d) có ba giao điểm $\Leftrightarrow 1<m<4$.

Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{2;3\}$.

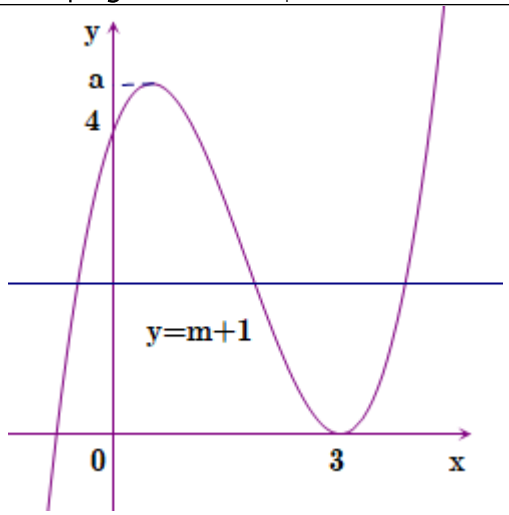
Câu 30: Cho hàm số $f\ x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\ x\ -1=m$ có 3 nghiệm phân biệt



A. $-1<m<3$. **B.** $1<m<4$. **C.** $-2<m<5$. **D.** $0<m<4$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $f\left(x\right)-1=m\Leftrightarrow f\left(x\right)=m+1$. Quan sát đồ thị phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $0<m+1<a\Leftrightarrow -1<m<a-1$. Mặt khác $a>4\Rightarrow a-1>3\Rightarrow -1<m<3<a-1$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	$-\infty$
			$-\infty$				

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f\left(x\right)=m$ có hai nghiệm thực phân biệt

A. $\left(-\infty;-2\right)\cup\left\{4\right\}$. **B.** $\left(-\infty;-2\right]$. **C.** $\left(-\infty;-2\right]\cup\left\{4\right\}$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m\le -2\end{array}\right.$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f\left(x\right)+m=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $4f\left(x\right)+m=0 \Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{m}{4}$

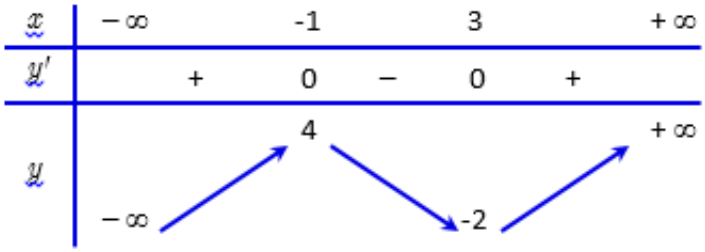
Dựa vào BBT ta có phương trình $4f\left(x\right)+m=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow -2<-\dfrac{m}{4}<1 \Leftrightarrow -4<m<8$.

Do m nguyên nên $m\in\left\{-3;-2;...;7\right\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 33: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau :



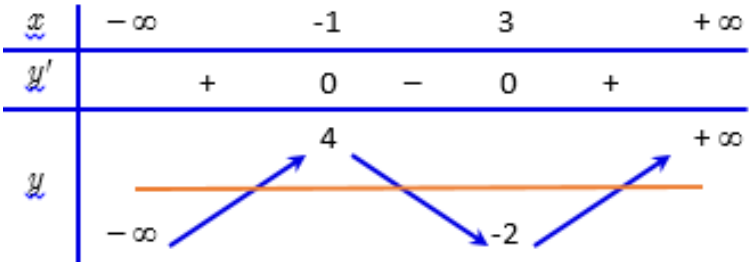
Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(x\right)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-2$. **B.** $-2<m<4$. **C.** $-2\le m\le 4$. **D.** $m>4$.

Lời giải

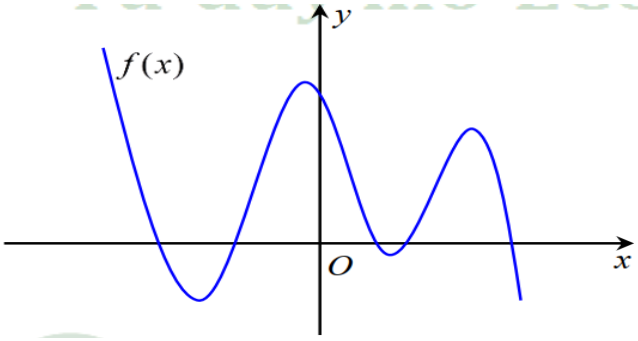
Chọn B

Ta có



Phương trình $f\left(x\right)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m<4$.

Câu 34: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ. Hỏi phương trình $2f\left(x\right)=m$ có tối đa bao nhiêu nghiệm thực x?



A. 3. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

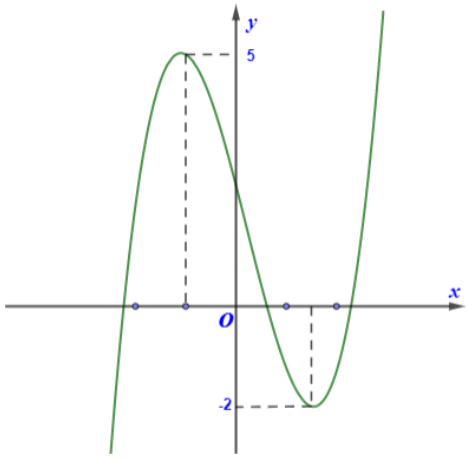
Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)=m \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{m}{2}$.

Đường thẳng $y=\dfrac{m}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tối đa tại 5 điểm nên phương trình $2f(x)=m$ có tối đa 5 nghiệm thực x.

Câu 35: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-5=0$ là:



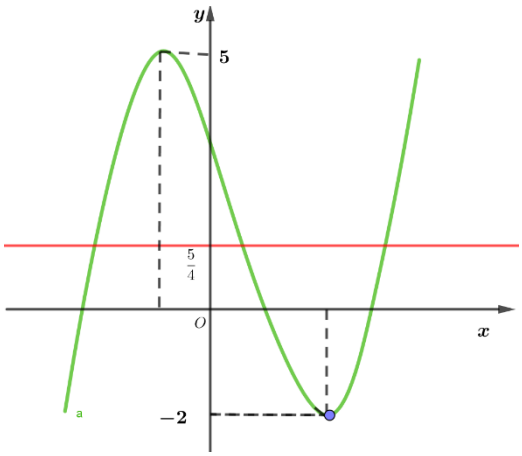
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{4}$ (1).

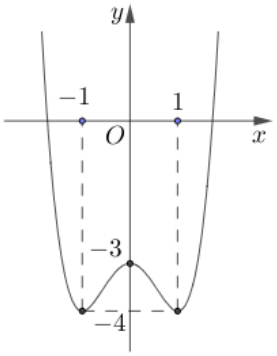
Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{5}{4}$.



Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=\dfrac{5}{4}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



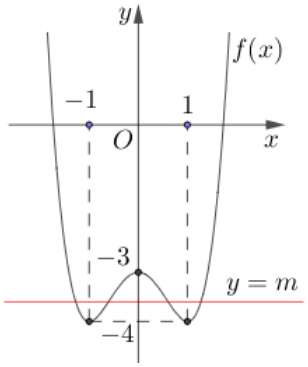
Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $-4<m<-3$. **B.** $m>-4$. **C.** $-4\le m<-3$. **D.** $-4<m\le -3$.

Lời giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.



Quan sát đồ thị, để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow -4<m<-3$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'	$+$		‖	$+$	0	$-$	
y		$+\infty$	‖		3		
	$-\infty$		‖	1			$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(2;4)$. **B.** $m\in[2;4)$. **C.** $m\in(1;3)$. **D.** $m\in[1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Để phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt thì đồ thị hàm số củađường thẳng $y=m-1$phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt. Do đó

$$\begin{cases} m\in\mathbb{R} \\ 1<m-1<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in\mathbb{R} \\ 2<m<4 \end{cases} \Leftrightarrow 2<m<4.$$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2f(x)+3m=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

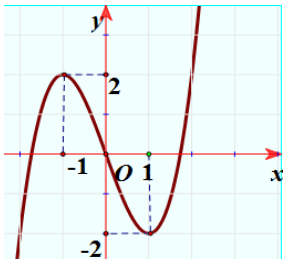
Lời giải

Chọn B

Ta có $2f(x)+3m=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{-3m}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(x)=-\dfrac{3m}{2}$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-\dfrac{3m}{2}=-3 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-3m+5=0$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)-3m+5=0 \Leftrightarrow f(x)=3m-5$.

Phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi đường thẳng $y=3m-5$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow -2<3m-5<2 \Leftrightarrow 1<m<\dfrac{7}{3}$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=2$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$\dfrac{3}{2}$	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình $2f(x)-m+2=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

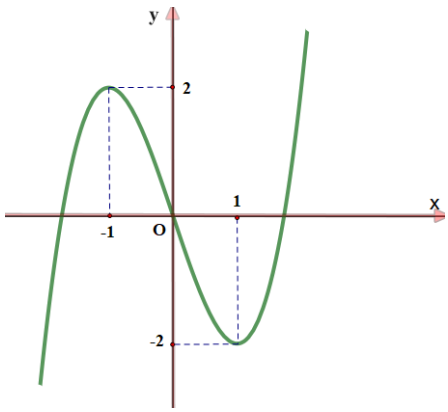
Lời giải

Chọn A

Ta có $2f\left(x\right)-m+2=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{m-2}{2}$.

Phương trình $2f\left(x\right)-m+2=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{m-2}{2}=-1\\ \dfrac{m-2}{2}=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=5.\end{array}\right.$

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x\right)+2m-1=0$ có ba nghiệm phân biệt?



A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

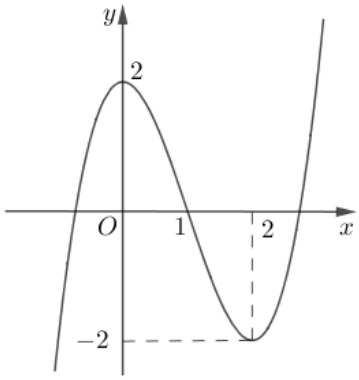
Chọn A

Ta có $f\left(x\right)+2m-1=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=1-2m$

Để phương trình có 3 nghiệm ta phải có $-2<1-2m<2\Leftrightarrow-\dfrac{1}{2}<m<\dfrac{3}{2}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 42: Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ và $a\neq0$ có đồ thị như hình vẽ



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(x+m\right)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt là

A. $\left(-2;2\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(-2;1\right)$.

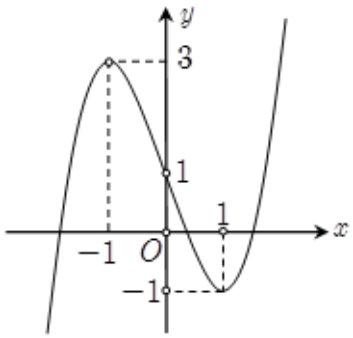
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=f\left(x+m\right)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ sang trái (hoặc phải) theo phương song song với trục hoành $\left|m\right|$ đơn vị.

Suy ra phương trình $f(x+m)=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m\in(-2;2)$.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+1=m$ có 3 nghiệm phân biệt là



A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $f(x)+1=m\Leftrightarrow f(x)=m-1$.

Từ đồ thị ta thấy để phương trình có 3 nghiệm phân biệt ta phải có $-1<m-1<3\Leftrightarrow 0<m<4$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên ta được $m\in\{1;2;3\}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)+5=0$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

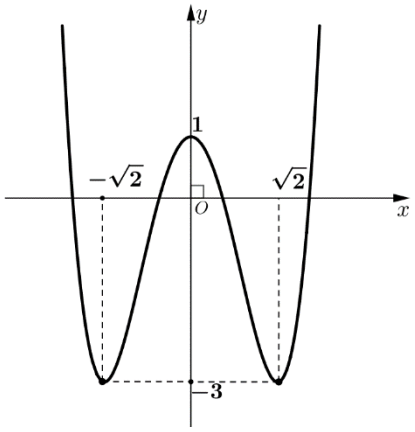
Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương với $f(x)=-5$.

Ta thấy đường thẳng $y=-5$ không có điểm chung với đồ thị hàm số $y=f(x)$ nên phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 45: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại 4 điểm phân biệt?



A. $-3 < m < 1$. **B.** $m \le 1$. **C.** $m = -3$. **D.** $-3 \le m \le 1$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị suy ra hai đồ thị cắt nhau tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -3 < m < 1$.

DẠNG 5 Tìm m liên quan đến tương giao hàm bậc ba

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m-1$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là

A. 9. **B.** -9. **C.** -15. **D.** 15.

Câu 2: Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-12x+1-m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 33.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=2x+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại 3 điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 5: Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3+6x^2$ tại ba điểm phân biệt.

A. $0<m<32$. **B.** $\begin{cases} m\ge 16 \\ m\le 0 \end{cases}$. **C.** $0<m<16$. **D.** $-32<m<0$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^2+5m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 8: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-1$ có đồ thị (C), đường thẳng $(d): y=mx-1$ và điểm $K(4;11)$. Biết rằng (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A, B, C trong đó $A(0;-1)$ còn trọng tâm tam giác KBC nằm trên đường thẳng $y=2x+1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** Không có m.

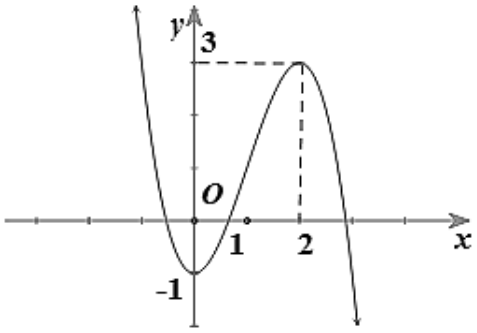
Câu 9: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=2x^3-(2+m)x+m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $m\le\frac{1}{2}$. **C.** $m>-\frac{1}{2}$. **D.** $m>-\frac{1}{2};\ m\neq 4$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ của tham số m để phương trình $2f(|x|)-m=0$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019.

Câu 12: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-(2m+1)x^2+(3m+1)x-(m+1)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 14: Cho đồ thị $(C_m): y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$

A. $m\neq 0$. **B.** $m\in(0;2)$. **C.** $m=1$. **D.** $m>-\frac{1}{4}$ và $m\neq 0$.

Câu 15: Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A,B,C (B nằm giữa A,C) sao cho $AB=2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S.

A. -4. **B.** $\frac{7-\sqrt{7}}{7}$. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y=x^3+(a+10)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 10. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 9.

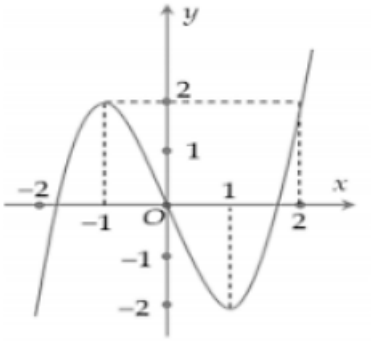
Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-2020;2021]$ của hàm số m để đường thẳng $y=mx-m-1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2024. **D.** 2022.

Câu 18: Cho bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=-x^3+mx^2-2m$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2f(\cos x)}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left[\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 20: Gọi S là tập hợp các số nguyên m để phương trình $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$ có ba nghiệm lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=x^3-\dfrac{1}{2}mx+m-8$, $x\in\mathbb{R}$ với m là một hằng số khác 0. Biết rằng phương trình $f(x)=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thì có bao nhiêu giá trị nguyên dương k thỏa mãn phương trình $f(x)=k$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 6. **C.** 34. **D.** 31.

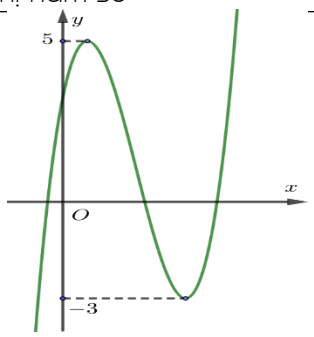
Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-(m+2)x^2-(2m+13)x-m-2$ có đồ thị (C_m), đường thẳng $d: y=mx+m+8$ và điểm $I(1;4)$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m, biết rằng đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt A, B, C với A có hoành độ bằng -2 và tam giác IBC cân tại I.

A. -12. **B.** -6. **C.** -4. **D.** -10.

Câu 23: Gọi d là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc $m(m>0)$ cắt đồ thị $(C): y=-x^3+6x^2-9x+2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C lên trục tung. Biết rằng hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(5;8)$. **B.** $(-5;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;5)$.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^3(x)-2mf^2(x)+\left(m^2-3m-9\right)f(x)+3m^2+9m=0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 25: Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6(m+1)x^2+3(2m+1)x+2$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn -1.

Biết rằng $S=\left(\dfrac{-a}{b};+\infty\right)$; trong đó a,b là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ là tối giản. Giá trị biểu thức $T=a+b$ tương ứng bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 26: Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị hàm số $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Câu 27: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm AC. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $m\in(-4;0)$. **B.** $m\in(0;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;-4)$. **D.** $m\in(-4;-2)$.

Câu 28: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-1$ có đồ thị (C), đường thẳng $(d):y=mx-1$ và điểm $K(4;11)$. Biết rằng (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C trong đó $A(0;-1)$ còn trọng tâm tam giác KBC nằm trên đường thẳng $y=2x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** Không tồn tại m

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

A. $\begin{cases}-\dfrac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **B.** $m<1$. **C.** $-\dfrac{1}{4}<m<1$. **D.** $\dfrac{1}{4}<m<1$.

Câu 30: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1,x_2,x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

A. $\begin{cases}-\dfrac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **B.** $m<1$. **C.** $-\dfrac{1}{4}<m<1$. **D.** $\dfrac{1}{4}<m<1$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m-1$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là

A. 9. **B.** -9. **C.** -15. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là

$x^3-3x^2+m-1=0$

$\Leftrightarrow -x^3+3x^2+1=m$.

◆ Xét hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+1$ với $x\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=-3x^2+6x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm $f(x)=-x^3+3x^2+1$ với $x\in\mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

◆ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow 1<m<5$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{2;3;4\}$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là $S=2+3+4=9$.

Câu 2: Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $3x+m-2=(x-1)^3\Leftrightarrow m=x^3-3x^2+1\ (1)$

Nhận xét: (1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $(d):y=m$ và đồ thị $(C):y=x^3-3x^2+1$.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+1$

$y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Vậy: yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 33.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là $x^3 - 12x + 1 - m = 0$

Ta có: $x^3 - 12x + 1 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x + 1 = m$ (1).

Đặt $\begin{cases} y = x^3 - 12x + 1 \\ y = m \end{cases}$. Khi đó số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1$ và đường thẳng $y = m$.

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = x^3 - 12x + 1$ ta có: $y' = 3x^2 - 12$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

BBT của hàm số $y = x^3 - 12x + 1$ là:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	17	↘	-15	↗	$+\infty$

Với $-15 < m < 17$ thì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt. Mặt khác do m nguyên nên $m \in \{-14, ..., 16\}$. Vậy có 31 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại 3 điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + mx + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + (m-2)x = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 - 3x + m - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 3x + m - 2 = 0 \end{array}\right.$.

Đặt $f(x) = x^2 - 3x + m - 2$.

Để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $x^3-3x^2+(m-2)x=0$ phải có 3 nghiệm phân biệt, khi đó $f(x)=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0.

Do đó $\begin{cases} f(0)\neq 0 \\ \Delta>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2\neq 0 \\ 9-4(m-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ -4m>-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ m<\dfrac{17}{4} \end{cases}$.

Do m là số nguyên dương nên $m\in\{1,3,4\}$.

Câu 5: Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$; $y'=3x^2-4x+1$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{3} \\ x=1 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$-23/27$	↘	-1	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT đồ thi hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất là ba giao điểm.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3+6x^2$ tại ba điểm phân biệt.

A. $0<m<32$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\geq 16 \\ m\leq 0 \end{array}\right.$. **C.** $0<m<16$. **D.** $-32<m<0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=-x^3+6x^2\Rightarrow y'=-3x^2+12x$.

$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	32	↘	$-\infty$

Để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3+6x^2$ tại ba điểm phân biệt thì $0<m<32$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^2+5m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=x^3-3x^2-m^2+5m$.

Để $x^3-3x^2-m^2+5m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt thì $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $f(x_1).f(x_2)<0$

Ta có: $f'(x)=3x^2-6x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

$f(0)=-m^2+5m$.

$f(2)=-m^2+5m-4$.

Khi đó: $f(0).f(2)<0\Leftrightarrow\left(-m^2+5m\right)\left(-m^2+5m-4\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m<1\\4<m<5\end{array}\right.$

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Câu 8: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-1$ có đồ thị (C), đường thẳng $(d):y=mx-1$ và điểm $K(4;11)$.Biết rằng (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C trong đó $A(0;-1)$ còn trọng tâm tam giác KBC nằm trên đường thẳng $y=2x+1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$$x^3-2x^2-1=mx-1\Leftrightarrow x^3-2x^2-mx=0\Leftrightarrow x\left(x^2-2x-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2x-m=0(1)\end{array}\right.$$

Để (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt thì **(1)** có hai nghiệm phân biệt khác 0. Ta có:

$$\begin{cases}\Delta'>0\\0^2-0-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+m>0\\m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\m\neq 0\end{cases}$$

Gọi x_1,x_2 là nghiệm của **(1)**, ta có $B(x_1;mx_1-1);C(x_2;mx_2-1)$. Trọng tâm G của tam giác KBC, ta có

$$\begin{cases}x_G=\dfrac{4+x_1+x_2}{3}=2\\y_G=\dfrac{11+mx_1+mx_2-2}{3}=\dfrac{2m+9}{3}\end{cases}$$

Theo giả thiết G thuộc đường thẳng $(d):y=2x+1$ nên ta có: $\dfrac{2m+9}{3}=2.2+1\Rightarrow m=3(tm)$

Câu 9: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2$.

Giả sử đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$ tại điểm x_0 thì $y'(x_0)=3\Leftrightarrow x_0=\pm 1$.

Đk đủ: $x_0=1\Rightarrow y_0=2$ thì PTTT là $y=3x-2\Rightarrow m=-1$.

$x_0=-1\Rightarrow y_0=0$ thì PTTT là $y=3x+3\Rightarrow m=3$.

Tổng các phần tử của S bằng 2.

Cách 2: Điều kiện tiếp xúc $\begin{cases}x^3+1=3x+m\\3x^2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^3+1-3x=m\\x=\pm 1\end{cases}\Leftrightarrow m=-1; m=3.$

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=2x^3-(2+m)x+m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $m\le\frac{1}{2}$. **C.** $m>-\frac{1}{2}$. **D.** $m>-\frac{1}{2}; m\neq 4$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục Ox:

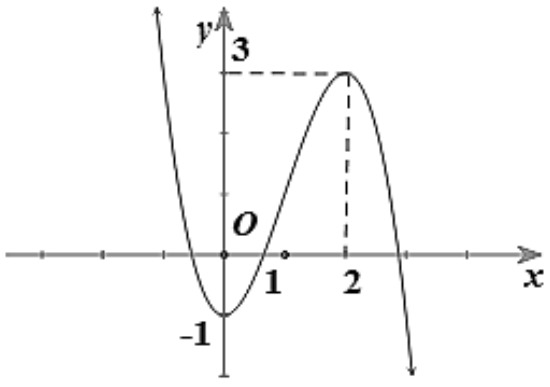
$2x^3-(2+m)x+m=0\Leftrightarrow 2x^3-2x-mx+m=0\Leftrightarrow(x-1)\left[2x^2+2x-m\right]=0\quad(1)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\2x^2+2x-m=0\quad(2)\end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow(1)$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow(2)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=1+2m>0\\g(1)=2+2-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\frac{1}{2}\\m\neq 4\end{cases}$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ của tham số m để phương trình $2f(|x|)-m=0$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019.

Lời giải

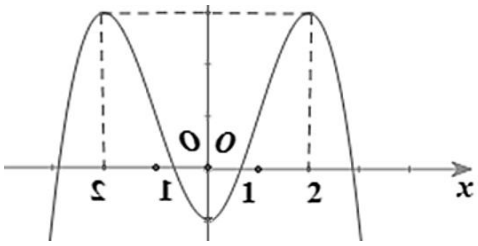
Chọn D

$2f(|x|)-m=0 \Leftrightarrow f(|x|)=\dfrac{m}{2}\ (1)$

Dựa vào đồ thị hàm $y=f(|x|)$ ta có: để phương trình (1) có đúng 2 nghiệm thực phân biệt

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{2}=3\\ \dfrac{m}{2}<-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=6\\ m<-2\end{array}\right.$$

Vì $m\in[-2020;2020] \Leftrightarrow m\in\{-2020;-2019;.....-3;6\}$. Vậy có 2019 số.



Câu 12: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm là $(3m-1)x+6m+3=x^3-3x^2+1$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2=0\ \ (1)$.

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2\ \ (C_m)$.

$g'(x)=3x^2-6x-3m+1 \Rightarrow g''(x)=6x-6;\ g''(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Đồ thị (C_m) có điểm uốn là $I(1;-9m-3)$.

Để đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=(-3)^2-3.(-3m+1)>0\\ I\in Ox\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>-\dfrac{2}{3}\\ m=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow m=-\frac{1}{3}\in(-1;0).$$

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-\ 2m+1\ x^2+\ 3m+1\ x-\ m+1$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

◆ Xét phương trình

$x^3-\left(2m+1\right)x^2+\left(3m+1\right)x-\left(m+1\right)=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left[x^2-2mx+m+1\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2mx+m+1=0\end{array}\right.$ *

◆ Theo yêu cầu bài toán phương trình * xảy ra 2 trường hợp

TH1: phương trình có nghiệm kép khác 1, tức là $\begin{cases}\Delta'=m^2-m-1=0\\1-2m+m+1\neq0\end{cases}$ loại, do nghiệm không nguyên.

TH2: phương trình có 2 nghiệm phân biệt trong đó 1 là một nghiệm, tức là $\begin{cases}\Delta'=m^2-m-1>0\\1-2m+m+1=0\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Nhận xét: cụm từ "cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt" được người ra đề hiểu là "có đúng 2 điểm chung với trục hoành". Theo ý kiến chủ quan của người giải, ta nên phát biểu rõ ràng hơn.

Câu 14: Cho đồ thị $\left(C_m\right):y=x^3-2x^2+\left(1-m\right)x+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $\left(C_m\right)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$

A. $m\neq0$. **B.** $m\in\left(0;2\right)$. **C.** $m=1$. **D.** $m>-\frac{1}{4}$ và $m\neq0$.

Lời giải

Chọn C

◆ Để hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phàn biệt thì phương trình hoành độ giao điểm phải có 3 nghiệm phàn biệt:

$x^3-2x^2+(1-m)x+m=0$

$(x-1)\left(x^2-x-m\right)=0$

◆ Ta đặt $x_1=1$. Khi đó, đế phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình sau phải có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$x^2-x-m=0$

◆ Do có nghiệm khác 1 nên $1-1-m\neq0$ hay $m\neq0$.

Ta có $\Delta=1+4m$

◆ Để có 2 nghiệm phàn biệt thì $\Delta>0$ hay $m>-\frac{1}{4}$.

◆ Theo điều kiện của đề bài ta có $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$

$\Leftrightarrow1+\left(x_2+x_3\right)^2-2x_2x_3=4$

$\Leftrightarrow\left(x_2+x_3\right)^2-2x_2x_3=3$

vói x_2,x_3 là nghiệm của phương trình bậc 2 trên.

◆ Áp dụng Viet ta có

$1^2-2(-m)=3\Leftrightarrow m=1$

◆ Kết hợp các điều kiện ta có $\Leftrightarrow m=1$.

Câu 15: Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A,B,C (B nằm giữa A,C) sao cho $AB=2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S.

A. -4. **B.** $\dfrac{7-\sqrt{7}}{7}$. **C.** -2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có BBT của hàm số $y=x^3-3x^2$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

◆ Suy ra đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A,B,C $\Leftrightarrow -4<m<0$.

◆ Khi đó $x_A+x_B+x_C=3, x_Ax_B+x_Bx_C+x_Cx_A=0, x_Ax_Bx_C=m$.

◆ Để B nằm giữa A,C và $AB=2BC$ thì $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_A<x_B<x_C\\ x_B-x_A=2\left(x_C-x_B\right)\end{cases}\\ \begin{cases}x_C<x_B<x_A\\ x_A-x_B=2\left(x_B-x_C\right)\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 3x_B=x_A+2x_C \Leftrightarrow 4x_B-3=x_C \Rightarrow x_A=6-5x_B$.

◆ Suy ra $\begin{cases}\left(6-5x_B\right).x_B+x_B.\left(4x_B-3\right)+\left(4x_B-3\right).\left(6-5x_B\right)=0 \quad (*)\\ \left(4x_B-3\right).x_B.\left(6-5x_B\right)=m \qquad\qquad\qquad\qquad (**)\end{cases}$.

◆ Từ **(*)** được $x_B=\dfrac{7\pm\sqrt{7}}{7}$. Thay vào **(**)** được $m=-\dfrac{98+20\sqrt{7}}{49}$ và $m=\dfrac{-98+20\sqrt{7}}{49}$.

◆ Vậy $S=\left\{-\dfrac{98+20\sqrt{7}}{49};\dfrac{-98+20\sqrt{7}}{49}\right\}$.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y=x^3+\left(a+10\right)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 10. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là:

$x^3+\left(a+10\right)x^2-x+1=0\left(1\right)$

$\Leftrightarrow x^3+10x^2-x+1=-ax^2$.

Ta thấy $x=0$ không là nghiệm của phương trình nên

$(1) \Leftrightarrow -\dfrac{x^3+10x^2-x+1}{x^2}=a$.

◆ Xét hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3+10x^2-x+1}{x^2}$ với $x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Ta có $f'(x)=-\dfrac{x^3+x-2}{x^3}=-\dfrac{(x-1).(x^2+x+2)}{x^3}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-11	↘	$-\infty$

◆ Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng một điểm khi (1) có đúng 1 nghiệm $\Leftrightarrow a>-11$.

Do a nguyên âm nên $a\in\{-10,-9,-8,...,-1\}$. Vậy có 10 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-2020;2021]$ của hàm số m để đường thẳng $y=mx-m-1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2024. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x^2+x=mx-m-1\Leftrightarrow x^3-3x^2+(1-m)x+m+1=0$.

$(x-1)(x^2-2x-1-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x-1-m=0\ \ (1)\end{array}\right.$

Để để đường thẳng $y=mx-m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x$ tại ba điểm phân biệt A, B, C thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}2+m>0\\-2-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>-2$.

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=2$ với mọi tham số m.

Trường hợp 1: $x_B=1$.

Khi đó yêu cầu bài toán trở thành $\begin{cases}x_A+x_C=2x_B\\y_A+y_C=2y_B\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2=2\\y_1+y_2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2=2\\m(x_1+x_2)-2m+2=2\end{cases}$.

Điều này thỏa mãn với mọi $m>-2$.

Trường hợp 2: $x_B\neq 1$ và giả sử $x_1<x_2$.

Khi đó yêu cầu bài toán trở thành

$\begin{cases}x_A+x_C=2x_B\\y_A+y_C=2y_B\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+1=2x_2\\y_1+1=2y_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+1=2x_2\\mx_1-m+2=2(mx_2-m+1)(*)\end{cases}$.

Ta có hệ $\begin{cases} x_1+1=2x_2 \\ x_1+x_2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=1 \\ x_1=1 \end{cases}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy giá trị m cần tìm là $m>-2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}, m\in[-2020;2021] \Rightarrow m\in[-1;2021] \Rightarrow$ có 2023 giá trị của m.

Câu 18: Cho bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=-x^3+mx^2-2m$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

◆ Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3+mx^2-2m=0$ **(*)**.

◆ Giả sử phương trình **(*)** có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, theo tính chất của cấp số cộng ta có: $x_1+x_3=2x_2$.

◆ Áp dụng định lí Vi-et ta có: $x_1+x_2+x_3=m \Rightarrow 3x_2=m \Leftrightarrow x_2=\dfrac{m}{3}$.

◆ Vì $x_2=\dfrac{m}{3}$ là một nghiệm của phương trình **(*)** nên ta có:

$$-\left(\frac{m}{3}\right)^3+m.\left(\frac{m}{3}\right)^2-2m=0 \Leftrightarrow 2m^3-54m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3\sqrt{3} \\ m=-3\sqrt{3} \end{array}\right. .$$

◆ Thử lại:

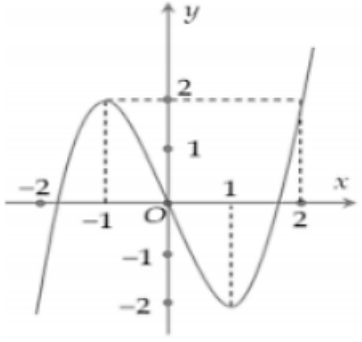
+ Với $m=0$, phương trình trở thành: $-x^3=0 \Leftrightarrow x=0$ **(loại)**.

+ Với $m=3\sqrt{3}$, phương trình trở thành: $-x^3+3\sqrt{3}x^2-6\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-3+\sqrt{3} \\ x_2=\sqrt{3} \\ x_3=3+\sqrt{3} \end{array}\right.$ và 3 nghiệm này lập thành 1 CS**C.**

+ Với $m=-3\sqrt{3}$, phương trình trở thành: $-x^3-3\sqrt{3}x^2+6\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-3-\sqrt{3} \\ x_2=-\sqrt{3} \\ x_3=3-\sqrt{3} \end{array}\right.$ và 3 nghiệm này lập thành 1 CS**C.**

◆ Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán là $m=3\sqrt{3}$ và $m=-3\sqrt{3}$.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2f\left(\cos x\right)}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right)$

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\cos x,$ do $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right)$ nên suy ra $t\in\left(-1;0\right]$.

Trên khoảng $\left(-1;0\right)$ hàm số nghịch biến nên suy ra

Với $t\in\left(-1;0\right]$ thì $f\left(0\right)\le f\left(t\right)<f\left(-1\right)$ hay $0\le f\left(t\right)<2$.

Đặt $u=\sqrt{2f\left(\cos x\right)}$ thì $u=\sqrt{2f\left(t\right)},u\in\left[0;2\right)$. Khi đó bài toán trở thành:

Tìm m để phương trình $f\left(u\right)=m$ có nghiệm $u\in\left[0;2\right)$.

Quan sát đồ thị ta thấy rằng với $u\in\left[0;2\right)$ thì $f\left(u\right)\in\left[-2;2\right)\Rightarrow-2\le m<2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{-2;-1;0;1\right\}\Rightarrow\sum m=-2$.

Câu 20: Gọi S là tập hợp các số nguyên m để phương trình $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$ có ba nghiệm lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Giả sử x_1,x_2,x_3 là ba nghiệm của phương trình $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$.

Khi đó ta có $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)\left(x-x_3\right)$

Ta có $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=2m+1\\x_1x_2x_3=8\\x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=2\left(3m+2\right)\end{cases}$

Do x_1,x_2,x_3 lập thành một cấp số nhân nên ta có $x_1x_2x_3=8\Leftrightarrow x_2=2$.

Thay $x_2=2$ vào phuognw trình $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$ ta có

$8-\left(2m+1\right).4+4\left(3m-2\right)-8=0\Leftrightarrow4m=12\Leftrightarrow m=3$.

Thử lại với $m=3$ ta thấy thỏa mãn. Vậy $m=3$. Dó đó tổng tất cả các giá trị của m bằng 3

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=x^3-\frac{1}{2}mx+m-8$, $x\in\mathbb{R}$ với m là một hằng số khác 0. Biết rằng phương trình $f(x)=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thì có bao nhiêu giá trị nguyên dương k thỏa mãn phương trình $f(x)=k$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 6. **C.** 34. **D.** 31.

Lời giải

Chọn D

$pt\ f(x)=0\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4-\frac{m}{2}\right)=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt

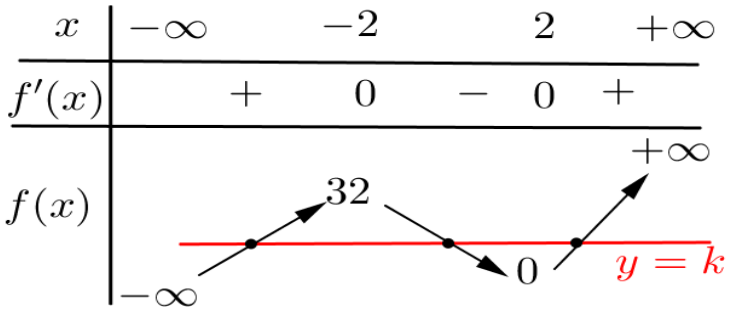
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \underbrace{x^2+2x+4-\dfrac{m}{2}=0}_{g(x)} \quad (1) \end{array}\right.$ có đúng 2 nghiệm phân biệt

+ $g(2)=0 \Rightarrow m=24$ **(nhận)**

$f(x)=x^3-12x+16 \to f'(x)=3x^2-12$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 2$

BBT



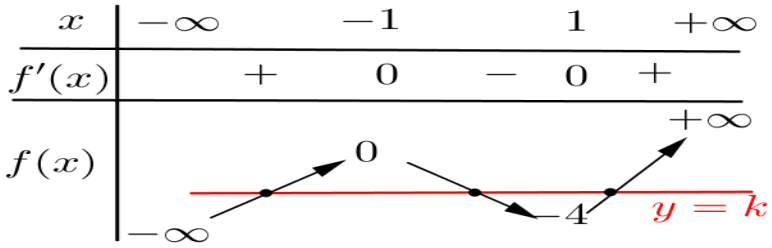
Phương trình $f(x)=k$ có 3 nghiệm phân biệt khi $0<k<32$ và $k \in \mathbb{N}^* \to k=\{1;2;3;....;31\}$

+ $Pt\ (1)$ có nghiệm kép và khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=0 \\ g(2)\neq 0 \end{cases} \Rightarrow m=6$ **(nhận)**

$f(x)=x^3-3x-2 \to f'(x)=3x^2-3$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 1$

BBT



Phương trình $f(x)=k$ có 3 nghiệm phân biệt khi $-4<k<0$ và $k \in \mathbb{N}^* \to k \in \varnothing$

Vậy có 31 giá trị k thỏa điều kiện bài toán.

Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-(m+2)x^2-(2m+13)x-m-2$ có đồ thị (C_m), đường thẳng $d: y=mx+m+8$ và điểm $I(1;4)$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m, biết rằng đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt A, B, C với A có hoành độ bằng -2 và tam giác IBC cân tại I.

A. -12. **B.** -6. **C.** -4. **D.** -10.

Lời giải

Chọn B

+ Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C_m) là:

$x^3-(m+2)x-(3m+13)x-2m-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-1 \\ x=m+5 \end{array}\right.$

+ Để đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt A,B,C thì $\begin{cases} m \neq -7 \\ m \neq -6 \end{cases}$

+ Giả sử $B(-1;8), C(m+5; m^2+6m+8)$. Để tam giác IBC cân tại I

thì $IB^2 = IC^2 \Leftrightarrow 20 = (m+4)^2 + (m^2+6m+4)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-6\,(l) \\ m=-2\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Vậy có ba giá trị của *m* thỏa mãn nên tổng các giá trị của *m* bằng -6.

Câu 23: Gọi d là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc $m(m>0)$ cắt đồ thị $(C): y=-x^3+6x^2-9x+2$ tại ba điểm phân biệt A,B,C. Gọi B',C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B,C lên trục tung. Biết rằng hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(5;8)$. **B.** $(-5;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng $d: y=m(x-2)$. Phương trình hoành độ giao điểm

$-x^3+6x^2-9x+2=m(x-2) \Leftrightarrow (x-2)(x^2-4x+m+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \Rightarrow A(2;0) \\ x^2-4x+m+1=0 \end{array}\right.$.

Để (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4-m-1>0 \Leftrightarrow m<3$.

Giả sử $B(x_1, mx_1-2m), C(x_2, mx_2-2m) \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1x_2=m+1 \end{cases}$.

Ta có $B'(0, mx_1-2m), C'(0, mx_2-2m)$.

$S_{BB'C'C} = \frac{1}{2}B'C'(BB'+CC') = 8 \Leftrightarrow B'C'(BB'+CC') = 16$.

Mà $B'C' = |m(x_1-x_2)|, BB' = |x_1|, CC' = |x_2|$.

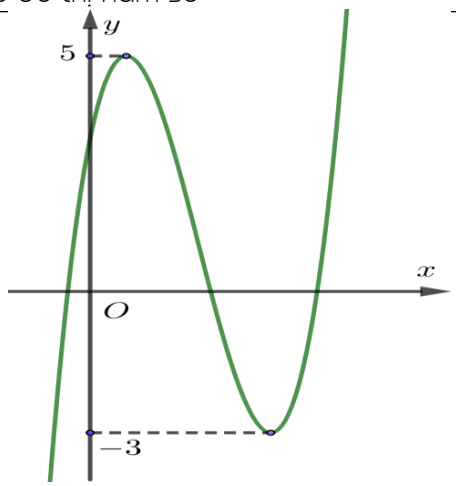
Do m dương nên $x_1x_2 = m+1 > 0$ mà $x_1+x_2 = 4 > 0 \Rightarrow x_1>0, x_2>0$.

$\Rightarrow B'C' = m|x_1-x_2|, BB' = x_1, CC' = x_2 \Rightarrow m|x_1-x_2|(x_1+x_2) = 16 \Leftrightarrow m|x_1-x_2| = 4$

$\Leftrightarrow m^2(x_1-x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow m^2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right] = 16 \Leftrightarrow m^2(16-4m-4) = 16$

$\Leftrightarrow m^3-3m^2+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1\,(l) \\ m=2 \end{array}\right.$

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^3(x)-2mf^2(x)+\left(m^2-3m-9\right)f(x)+3m^2+9m=0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

$f^3(x)-2mf^2(x)+\left(m^2-3m-9\right)f(x)+3m^2+9m=0$

Đặt $t=f(x)$, phương trình trở thành:

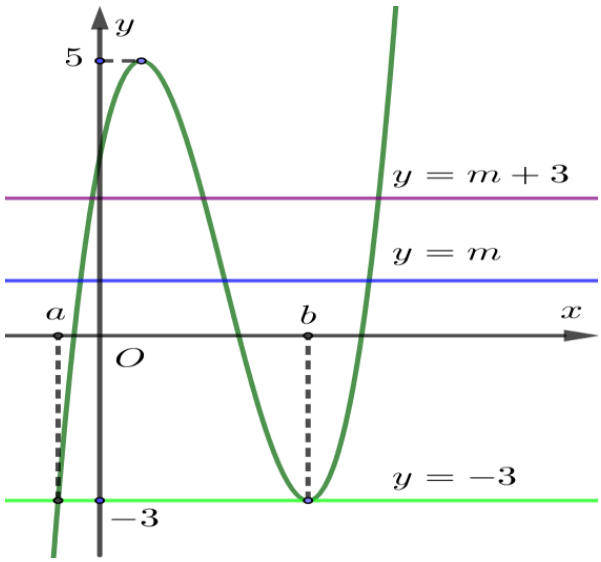
$t^3-2mt^2+\left(m^2-3m-9\right)t+3m^2+9m=0$

$\Leftrightarrow (t+3)\left[t^2-(2m+3)t+m^2+3m\right]=0$

$\Leftrightarrow (t+3)(t-m)(t-m-3)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3 \\ t=m \\ t=m+3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=-3 & (1) \\ f(x)=m & (2) \\ f(x)=m+3 & (3) \end{array}\right.$

Nhận xét các phương trình (2) và (3) không có nghiệm chung.



Dựa vào đồ thị, ta thấy:

$(1)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=b \end{array}\right.$

YCBT $\Leftrightarrow$ Các phương trình (2) và (3) đều có 3 nghiệm phân biệt khác a, b

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+3<5 \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m<2$$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-2;-1;0;1\}$.

Câu 25: Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6(m+1)x^2+3(2m+1)x+2$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn -1.

Biết rằng $S=\left(\frac{-a}{b};+\infty\right)$; trong đó a,b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Giá trị biểu thức $T=a+b$ tương ứng bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-6(m+1)x^2+3(2m+1)x+2=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2-(6m+5)x-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=1 \\ x^2-(6m+5)x-2=0(*) \end{bmatrix}$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ lớn hơn -1 và khác 1.Ta có:

$$\begin{cases} \Delta>0 \\ x_1+x_2>-2 \\ (x_1+1)(x_2+1)>0 \\ 1^2-(6m+5)-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36m^2+60m+33>0 \\ 6m+5>-2 \\ 6m+4>0 \\ m\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m>\frac{-2}{3}$$

Do đó $a=2;b=3 \Rightarrow T=a+b=5$

Câu 26: Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị hàm số $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Lời giải

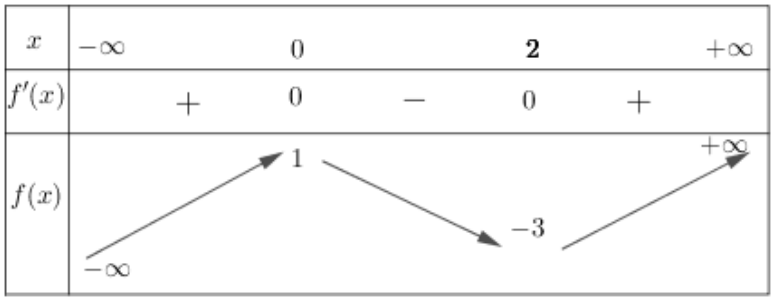
Chọn B

Xét phương trình: $(x-1)^3=3x+m-2 \Leftrightarrow x^3-3x^2+1=m$ **(*).**

Đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt.

Đặt $f(x)=x^3-3x^2+1 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=2 \end{bmatrix}$.

Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt. Vậy $-3<m<1$.

Câu 27: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm AC. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $m\in(-4;0)$. **B.** $m\in(0;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;-4)$. **D.** $m\in(-4;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là $x^3+3x^2+m=0(1)$.

Giả sử (1) có 3 nghiệm phân biệt $x_1;x_2;x_3\,(x_1<x_2<x_3)$ thì $x_1;x_2;x_3$ lần lượt là hoành độ của A,B,C và $x^3+3x^2+m=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$\Leftrightarrow x^3+3x^2+m=x^3-(x_1+x_2+x_3)x^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)x-x_1x_2x_3$

Nên ta có $x_1+x_2+x_3=-3$.

Để B là trung điểm AC thì $x_1+x_3=2x_2$ nên $3x_2=-3\Leftrightarrow x_2=-1$.

Tức là (1) có 1 nghiệm là $x=-1$. Suy ra $-1+3+m=0\Leftrightarrow m=-2$.

Thử lại với $m=-2$ thì (1) trở thành $x^3+3x^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1-\sqrt{3}\\x=-1\\x=-1+\sqrt{3}\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện bài toán).

Cách 2: Ta có $y'=3x^2+6x$ và $y''=6x+6$ nên (C) có điểm uốn $I(-1;m+2)$.

Để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm AC thì $I\in Ox$

$\Leftrightarrow m+2=0\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 28: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-1$ có đồ thị (C), đường thẳng $(d):y=mx-1$ và điểm $K(4;11)$. Biết rằng (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C trong đó $A(0;-1)$ còn trọng tâm tam giác KBC nằm trên đường thẳng $y=2x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** Không tồn tại m

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ:

$$x^3-2x^2-1=mx-1\Leftrightarrow x^3-2x^2-mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2x-m=0(1)\end{array}\right.$$

Suy ra $A(0;-1)$ và hoành độ của điểm B và C là nghiệm của phương trình (1)

Để (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

Khi và chỉ khi: $\begin{cases}\Delta'_{(1)}>0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+m>0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\ m\neq 0\end{cases}(*)$

Giả sử: $B(x_1;mx_1-1)$, $C(x_2;mx_2-1)$. Theo Vi–ét ta có $x_1+x_2=2$

Gọi G là trọng tâm của tam giác KBC :

$$\begin{cases}x_G=\dfrac{4+x_1+x_2}{3}\\ y_G=\dfrac{11+mx_1-1+mx_2-1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_G=2\\ y_G=\dfrac{2m+9}{3}\end{cases}\Rightarrow G\left(2;\dfrac{2m+9}{3}\right)$$

Trọng tâm G nằm trên đường thẳng $y=2x+1$ suy ra $\dfrac{2m+9}{3}=2.2+1\Leftrightarrow m=3$ thỏa mãn $(*)$

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

A. $\begin{cases}-\dfrac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **B.** $m<1$. **C.** $-\dfrac{1}{4}<m<1$. **D.** $\dfrac{1}{4}<m<1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là:

$$x^3-2x^2+(1-m)x+m=0\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2-x-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-x-m=0\ \ (*)\end{array}\right.$$

(C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}1+4m>0\\ 1^2-1-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\dfrac{1}{4}\\ m\neq 0\end{cases}.$$

Khi đó $x_1=1$, x_2 và x_3 là hai nghiệm của $(*)$.

$x_1^2+x_2^2+x_3^2<4\Leftrightarrow(x_2+x_3)^2-2x_2x_3<3\Leftrightarrow 1+2m<3\Leftrightarrow m<1$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là $\begin{cases}-\dfrac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1,x_2,x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

A. $\begin{cases} -\dfrac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. **B.** $m < 1$. **C.** $-\dfrac{1}{4} < m < 1$. **D.** $\dfrac{1}{4} < m < 1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \ (1)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_3 = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \ (2) \end{array}\right.$. Điều kiện để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt là phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \Delta = 1 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

Khi đó phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Ta có $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 < 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 3 \Leftrightarrow 1^2 + 2m < 3 \Leftrightarrow m < 1$.

Vậy $\begin{cases} -\dfrac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$.

DẠNG 5 Tìm m liên quan đến tương giao hàm bậc ba

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m-1$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là

A. 9. **B.** -9. **C.** -15. **D.** 15.

Câu 2: Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-12x+1-m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 33.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx+1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=2x+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại 3 điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 5: Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3+6x^2$ tại ba điểm phân biệt.

A. $0<m<32$. **B.** $\begin{cases} m\ge 16 \\ m\le 0 \end{cases}$. **C.** $0<m<16$. **D.** $-32<m<0$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^2+5m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 8: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-1$ có đồ thị (C), đường thẳng $(d): y=mx-1$ và điểm $K(4;11)$. Biết rằng (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A, B, C trong đó $A(0;-1)$ còn trọng tâm tam giác KBC nằm trên đường thẳng $y=2x+1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** Không có m.

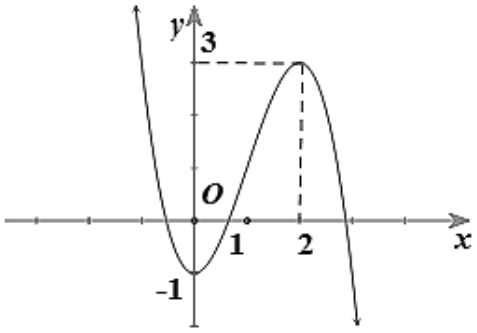
Câu 9: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=2x^3-(2+m)x+m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $m\le\frac{1}{2}$. **C.** $m>-\frac{1}{2}$. **D.** $m>-\frac{1}{2};\ m\neq 4$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ của tham số m để phương trình $2f(|x|)-m=0$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019.

Câu 12: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-(2m+1)x^2+(3m+1)x-(m+1)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 14: Cho đồ thị $(C_m): y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$

A. $m\neq 0$. **B.** $m\in(0;2)$. **C.** $m=1$. **D.** $m>-\frac{1}{4}$ và $m\neq 0$.

Câu 15: Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A,B,C (B nằm giữa A,C) sao cho $AB=2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S.

A. -4. **B.** $\frac{7-\sqrt{7}}{7}$. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y=x^3+(a+10)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 10. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 9.

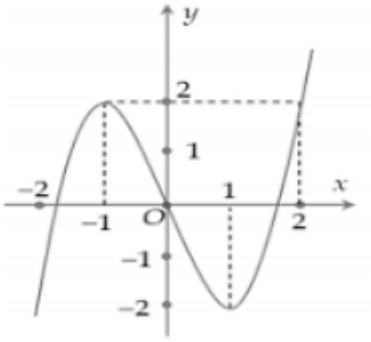
Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-2020;2021]$ của hàm số m để đường thẳng $y=mx-m-1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2024. **D.** 2022.

Câu 18: Cho bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=-x^3+mx^2-2m$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2f(\cos x)}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left[\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 20: Gọi S là tập hợp các số nguyên m để phương trình $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$ có ba nghiệm lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=x^3-\dfrac{1}{2}mx+m-8$, $x\in\mathbb{R}$ với m là một hằng số khác 0. Biết rằng phương trình $f(x)=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thì có bao nhiêu giá trị nguyên dương k thỏa mãn phương trình $f(x)=k$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 6. **C.** 34. **D.** 31.

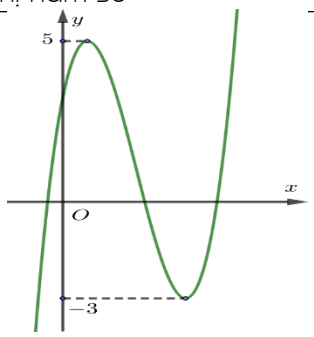
Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-(m+2)x^2-(2m+13)x-m-2$ có đồ thị (C_m), đường thẳng $d: y=mx+m+8$ và điểm $I(1;4)$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m, biết rằng đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt A, B, C với A có hoành độ bằng -2 và tam giác IBC cân tại I.

A. -12. **B.** -6. **C.** -4. **D.** -10.

Câu 23: Gọi d là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc $m(m>0)$ cắt đồ thị $(C): y=-x^3+6x^2-9x+2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C. Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, C lên trục tung. Biết rằng hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(5;8)$. **B.** $(-5;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;5)$.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^3(x)-2mf^2(x)+\left(m^2-3m-9\right)f(x)+3m^2+9m=0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 25: Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6(m+1)x^2+3(2m+1)x+2$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn -1.

Biết rằng $S=\left(\dfrac{-a}{b};+\infty\right)$; trong đó a,b là các số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ là tối giản. Giá trị biểu thức $T=a+b$ tương ứng bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 26: Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị hàm số $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Câu 27: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm AC. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $m\in(-4;0)$. **B.** $m\in(0;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;-4)$. **D.** $m\in(-4;-2)$.

Câu 28: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-1$ có đồ thị (C), đường thẳng $(d):y=mx-1$ và điểm $K(4;11)$. Biết rằng (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C trong đó $A(0;-1)$ còn trọng tâm tam giác KBC nằm trên đường thẳng $y=2x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** Không tồn tại m

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

A. $\begin{cases}-\dfrac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **B.** $m<1$. **C.** $-\dfrac{1}{4}<m<1$. **D.** $\dfrac{1}{4}<m<1$.

Câu 30: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1,x_2,x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

A. $\begin{cases}-\dfrac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **B.** $m<1$. **C.** $-\dfrac{1}{4}<m<1$. **D.** $\dfrac{1}{4}<m<1$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+m-1$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là

A. 9. **B.** -9. **C.** -15. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là

$x^3-3x^2+m-1=0$

$\Leftrightarrow -x^3+3x^2+1=m$.

◆ Xét hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+1$ với $x\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=-3x^2+6x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm $f(x)=-x^3+3x^2+1$ với $x\in\mathbb{R}$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

◆ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow 1<m<5$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{2;3;4\}$

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là $S=2+3+4=9$.

Câu 2: Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $3x+m-2=(x-1)^3\Leftrightarrow m=x^3-3x^2+1\ (1)$

Nhận xét: (1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $(d):y=m$ và đồ thị $(C):y=x^3-3x^2+1$.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+1$

$y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Vậy: yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Câu 3: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1 - m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 32. **C.** 31. **D.** 33.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là $x^3 - 12x + 1 - m = 0$

Ta có: $x^3 - 12x + 1 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 12x + 1 = m$ (1).

Đặt $\begin{cases} y = x^3 - 12x + 1 \\ y = m \end{cases}$. Khi đó số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 1$ và đường thẳng $y = m$.

Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = x^3 - 12x + 1$ ta có: $y' = 3x^2 - 12$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

BBT của hàm số $y = x^3 - 12x + 1$ là:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	17	↘	-15	↗	$+\infty$

Với $-15 < m < 17$ thì phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt. Mặt khác do m nguyên nên $m \in \{-14, ..., 16\}$. Vậy có 31 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x + 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại 3 điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + mx + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + (m-2)x = 0$

$\Leftrightarrow x(x^2 - 3x + m - 2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 3x + m - 2 = 0 \end{array}\right.$.

Đặt $f(x) = x^2 - 3x + m - 2$.

Để đồ thị (C) cắt đường thẳng d tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $x^3-3x^2+(m-2)x=0$ phải có 3 nghiệm phân biệt, khi đó $f(x)=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0.

Do đó $\begin{cases} f(0)\neq 0 \\ \Delta>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2\neq 0 \\ 9-4(m-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ -4m>-17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ m<\dfrac{17}{4} \end{cases}$.

Do m là số nguyên dương nên $m\in\{1,3,4\}$.

Câu 5: Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$; $y'=3x^2-4x+1$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\dfrac{1}{3} \\ x=1 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$-23/27$	↘	-1	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT đồ thi hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất là ba giao điểm.

Câu 6: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3+6x^2$ tại ba điểm phân biệt.

A. $0<m<32$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\geq 16 \\ m\leq 0 \end{array}\right.$. **C.** $0<m<16$. **D.** $-32<m<0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=-x^3+6x^2\Rightarrow y'=-3x^2+12x$.

$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+12x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	32	↘	$-\infty$

Để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3+6x^2$ tại ba điểm phân biệt thì $0<m<32$.

Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^2+5m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=x^3-3x^2-m^2+5m$.

Để $x^3-3x^2-m^2+5m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt thì $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn: $f(x_1).f(x_2)<0$

Ta có: $f'(x)=3x^2-6x$

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

$f(0)=-m^2+5m$.

$f(2)=-m^2+5m-4$.

Khi đó: $f(0).f(2)<0\Leftrightarrow\left(-m^2+5m\right)\left(-m^2+5m-4\right)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m<1\\4<m<5\end{array}\right.$

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Câu 8: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-1$ có đồ thị (C), đường thẳng $(d):y=mx-1$ và điểm $K(4;11)$.Biết rằng (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C trong đó $A(0;-1)$ còn trọng tâm tam giác KBC nằm trên đường thẳng $y=2x+1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) là:

$$x^3-2x^2-1=mx-1\Leftrightarrow x^3-2x^2-mx=0\Leftrightarrow x\left(x^2-2x-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2x-m=0(1)\end{array}\right.$$

Để (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt thì **(1)** có hai nghiệm phân biệt khác 0. Ta có:

$$\begin{cases}\Delta'>0\\0^2-0-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+m>0\\m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\m\neq 0\end{cases}$$

Gọi x_1,x_2 là nghiệm của **(1)**, ta có $B(x_1;mx_1-1);C(x_2;mx_2-1)$. Trọng tâm G của tam giác KBC, ta có

$$\begin{cases}x_G=\dfrac{4+x_1+x_2}{3}=2\\y_G=\dfrac{11+mx_1+mx_2-2}{3}=\dfrac{2m+9}{3}\end{cases}$$

Theo giả thiết G thuộc đường thẳng $(d):y=2x+1$ nên ta có: $\dfrac{2m+9}{3}=2.2+1\Rightarrow m=3(tm)$

Câu 9: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2$.

Giả sử đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$ tại điểm x_0 thì $y'(x_0)=3\Leftrightarrow x_0=\pm 1$.

Đk đủ: $x_0=1\Rightarrow y_0=2$ thì PTTT là $y=3x-2\Rightarrow m=-1$.

$x_0=-1\Rightarrow y_0=0$ thì PTTT là $y=3x+3\Rightarrow m=3$.

Tổng các phần tử của S bằng 2.

Cách 2: Điều kiện tiếp xúc $\begin{cases}x^3+1=3x+m\\3x^2=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^3+1-3x=m\\x=\pm 1\end{cases}\Leftrightarrow m=-1; m=3.$

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=2x^3-(2+m)x+m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $m\le\frac{1}{2}$. **C.** $m>-\frac{1}{2}$. **D.** $m>-\frac{1}{2}; m\neq 4$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục Ox:

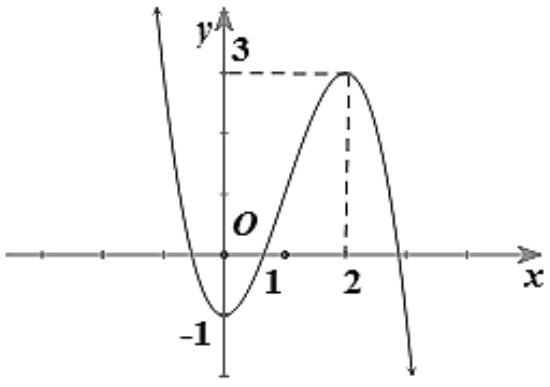
$2x^3-(2+m)x+m=0\Leftrightarrow 2x^3-2x-mx+m=0\Leftrightarrow(x-1)\left[2x^2+2x-m\right]=0\quad(1)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\2x^2+2x-m=0\quad(2)\end{array}\right.$

Để đồ thị hàm số cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow(1)$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow(2)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=1+2m>0\\g(1)=2+2-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\frac{1}{2}\\m\neq 4\end{cases}$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2020;2020]$ của tham số m để phương trình $2f(|x|)-m=0$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 2020. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2019.

Lời giải

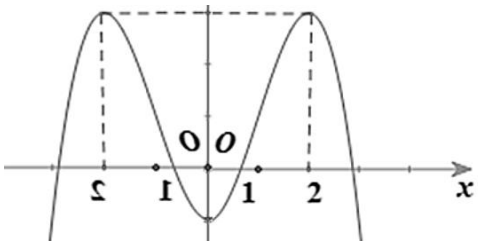
Chọn D

$2f(|x|)-m=0 \Leftrightarrow f(|x|)=\dfrac{m}{2}\ (1)$

Dựa vào đồ thị hàm $y=f(|x|)$ ta có: để phương trình (1) có đúng 2 nghiệm thực phân biệt

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{2}=3\\ \dfrac{m}{2}<-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=6\\ m<-2\end{array}\right.$$

Vì $m\in[-2020;2020] \Leftrightarrow m\in\{-2020;-2019;.....-3;6\}$. Vậy có 2019 số.



Câu 12: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm là $(3m-1)x+6m+3=x^3-3x^2+1$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2=0\ \ (1)$.

Xét hàm số $g(x)=x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2\ \ (C_m)$.

$g'(x)=3x^2-6x-3m+1 \Rightarrow g''(x)=6x-6;\ g''(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Đồ thị (C_m) có điểm uốn là $I(1;-9m-3)$.

Để đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=(-3)^2-3.(-3m+1)>0\\ I\in Ox\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>-\dfrac{2}{3}\\ m=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow m=-\frac{1}{3}\in(-1;0).$$

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-\ 2m+1\ x^2+\ 3m+1\ x-\ m+1$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

◆ Xét phương trình

$x^3-\left(2m+1\right)x^2+\left(3m+1\right)x-\left(m+1\right)=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left[x^2-2mx+m+1\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2mx+m+1=0\end{array}\right.$ *

◆ Theo yêu cầu bài toán phương trình * xảy ra 2 trường hợp

TH1: phương trình có nghiệm kép khác 1, tức là $\begin{cases}\Delta'=m^2-m-1=0\\1-2m+m+1\neq0\end{cases}$ loại, do nghiệm không nguyên.

TH2: phương trình có 2 nghiệm phân biệt trong đó 1 là một nghiệm, tức là $\begin{cases}\Delta'=m^2-m-1>0\\1-2m+m+1=0\end{cases}\Leftrightarrow m=2$.

Nhận xét: cụm từ "cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt" được người ra đề hiểu là "có đúng 2 điểm chung với trục hoành". Theo ý kiến chủ quan của người giải, ta nên phát biểu rõ ràng hơn.

Câu 14: Cho đồ thị $\left(C_m\right):y=x^3-2x^2+\left(1-m\right)x+m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $\left(C_m\right)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$

A. $m\neq0$. **B.** $m\in\left(0;2\right)$. **C.** $m=1$. **D.** $m>-\frac{1}{4}$ và $m\neq0$.

Lời giải

Chọn C

◆ Để hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phàn biệt thì phương trình hoành độ giao điểm phải có 3 nghiệm phàn biệt:

$x^3-2x^2+(1-m)x+m=0$

$(x-1)\left(x^2-x-m\right)=0$

◆ Ta đặt $x_1=1$. Khi đó, đế phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình sau phải có 2 nghiệm phân biệt khác 1.

$x^2-x-m=0$

◆ Do có nghiệm khác 1 nên $1-1-m\neq0$ hay $m\neq0$.

Ta có $\Delta=1+4m$

◆ Để có 2 nghiệm phàn biệt thì $\Delta>0$ hay $m>-\frac{1}{4}$.

◆ Theo điều kiện của đề bài ta có $x_1^2+x_2^2+x_3^2=4$

$\Leftrightarrow1+\left(x_2+x_3\right)^2-2x_2x_3=4$

$\Leftrightarrow\left(x_2+x_3\right)^2-2x_2x_3=3$

vói x_2,x_3 là nghiệm của phương trình bậc 2 trên.

◆ Áp dụng Viet ta có

$1^2-2(-m)=3\Leftrightarrow m=1$

◆ Kết hợp các điều kiện ta có $\Leftrightarrow m=1$.

Câu 15: Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A,B,C (B nằm giữa A,C) sao cho $AB=2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S.

A. -4. **B.** $\dfrac{7-\sqrt{7}}{7}$. **C.** -2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

◆ Ta có BBT của hàm số $y=x^3-3x^2$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

◆ Suy ra đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A,B,C $\Leftrightarrow -4<m<0$.

◆ Khi đó $x_A+x_B+x_C=3, x_Ax_B+x_Bx_C+x_Cx_A=0, x_Ax_Bx_C=m$.

◆ Để B nằm giữa A,C và $AB=2BC$ thì $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x_A<x_B<x_C\\ x_B-x_A=2\left(x_C-x_B\right)\end{cases}\\ \begin{cases}x_C<x_B<x_A\\ x_A-x_B=2\left(x_B-x_C\right)\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 3x_B=x_A+2x_C \Leftrightarrow 4x_B-3=x_C \Rightarrow x_A=6-5x_B$.

◆ Suy ra $\begin{cases}\left(6-5x_B\right).x_B+x_B.\left(4x_B-3\right)+\left(4x_B-3\right).\left(6-5x_B\right)=0 \quad (*)\\ \left(4x_B-3\right).x_B.\left(6-5x_B\right)=m \qquad\qquad\qquad\qquad (**)\end{cases}$.

◆ Từ **(*)** được $x_B=\dfrac{7\pm\sqrt{7}}{7}$. Thay vào **(**)** được $m=-\dfrac{98+20\sqrt{7}}{49}$ và $m=\dfrac{-98+20\sqrt{7}}{49}$.

◆ Vậy $S=\left\{-\dfrac{98+20\sqrt{7}}{49};\dfrac{-98+20\sqrt{7}}{49}\right\}$.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của a để đồ thị hàm số $y=x^3+\left(a+10\right)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng một điểm?

A. 10. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành là:

$x^3+\left(a+10\right)x^2-x+1=0\left(1\right)$

$\Leftrightarrow x^3+10x^2-x+1=-ax^2$.

Ta thấy $x=0$ không là nghiệm của phương trình nên

$(1) \Leftrightarrow -\dfrac{x^3+10x^2-x+1}{x^2}=a$.

◆ Xét hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3+10x^2-x+1}{x^2}$ với $x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$

Ta có $f'(x)=-\dfrac{x^3+x-2}{x^3}=-\dfrac{(x-1).(x^2+x+2)}{x^3}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-11	↘	$-\infty$

◆ Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng một điểm khi (1) có đúng 1 nghiệm $\Leftrightarrow a>-11$.

Do a nguyên âm nên $a\in\{-10,-9,-8,...,-1\}$. Vậy có 10 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 17: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-2020;2021]$ của hàm số m để đường thẳng $y=mx-m-1$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+x$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2024. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x^2+x=mx-m-1\Leftrightarrow x^3-3x^2+(1-m)x+m+1=0$.

$(x-1)(x^2-2x-1-m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x-1-m=0\ \ (1)\end{array}\right.$

Để để đường thẳng $y=mx-m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+x$ tại ba điểm phân biệt A, B, C thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}2+m>0\\-2-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m>-2$.

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2=2$ với mọi tham số m.

Trường hợp 1: $x_B=1$.

Khi đó yêu cầu bài toán trở thành $\begin{cases}x_A+x_C=2x_B\\y_A+y_C=2y_B\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2=2\\y_1+y_2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2=2\\m(x_1+x_2)-2m+2=2\end{cases}$.

Điều này thỏa mãn với mọi $m>-2$.

Trường hợp 2: $x_B\neq 1$ và giả sử $x_1<x_2$.

Khi đó yêu cầu bài toán trở thành

$\begin{cases}x_A+x_C=2x_B\\y_A+y_C=2y_B\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+1=2x_2\\y_1+1=2y_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+1=2x_2\\mx_1-m+2=2(mx_2-m+1)(*)\end{cases}$.

Ta có hệ $\begin{cases} x_1+1=2x_2 \\ x_1+x_2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=1 \\ x_1=1 \end{cases}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy giá trị m cần tìm là $m>-2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}, m\in[-2020;2021] \Rightarrow m\in[-1;2021] \Rightarrow$ có 2023 giá trị của m.

Câu 18: Cho bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=-x^3+mx^2-2m$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

◆ Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3+mx^2-2m=0$ **(*)**.

◆ Giả sử phương trình **(*)** có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, theo tính chất của cấp số cộng ta có: $x_1+x_3=2x_2$.

◆ Áp dụng định lí Vi-et ta có: $x_1+x_2+x_3=m \Rightarrow 3x_2=m \Leftrightarrow x_2=\dfrac{m}{3}$.

◆ Vì $x_2=\dfrac{m}{3}$ là một nghiệm của phương trình **(*)** nên ta có:

$$-\left(\frac{m}{3}\right)^3+m.\left(\frac{m}{3}\right)^2-2m=0 \Leftrightarrow 2m^3-54m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3\sqrt{3} \\ m=-3\sqrt{3} \end{array}\right. .$$

◆ Thử lại:

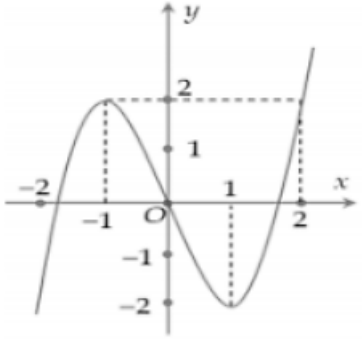
+ Với $m=0$, phương trình trở thành: $-x^3=0 \Leftrightarrow x=0$ **(loại)**.

+ Với $m=3\sqrt{3}$, phương trình trở thành: $-x^3+3\sqrt{3}x^2-6\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-3+\sqrt{3} \\ x_2=\sqrt{3} \\ x_3=3+\sqrt{3} \end{array}\right.$ và 3 nghiệm này lập thành 1 CS**C.**

+ Với $m=-3\sqrt{3}$, phương trình trở thành: $-x^3-3\sqrt{3}x^2+6\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-3-\sqrt{3} \\ x_2=-\sqrt{3} \\ x_3=3-\sqrt{3} \end{array}\right.$ và 3 nghiệm này lập thành 1 CS**C.**

◆ Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán là $m=3\sqrt{3}$ và $m=-3\sqrt{3}$.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2f\left(\cos x\right)}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right)$

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\cos x,$ do $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right)$ nên suy ra $t\in\left(-1;0\right]$.

Trên khoảng $\left(-1;0\right)$ hàm số nghịch biến nên suy ra

Với $t\in\left(-1;0\right]$ thì $f\left(0\right)\le f\left(t\right)<f\left(-1\right)$ hay $0\le f\left(t\right)<2$.

Đặt $u=\sqrt{2f\left(\cos x\right)}$ thì $u=\sqrt{2f\left(t\right)},u\in\left[0;2\right)$. Khi đó bài toán trở thành:

Tìm m để phương trình $f\left(u\right)=m$ có nghiệm $u\in\left[0;2\right)$.

Quan sát đồ thị ta thấy rằng với $u\in\left[0;2\right)$ thì $f\left(u\right)\in\left[-2;2\right)\Rightarrow-2\le m<2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{-2;-1;0;1\right\}\Rightarrow\sum m=-2$.

Câu 20: Gọi S là tập hợp các số nguyên m để phương trình $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$ có ba nghiệm lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Giả sử x_1,x_2,x_3 là ba nghiệm của phương trình $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$.

Khi đó ta có $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)\left(x-x_3\right)$

Ta có $\begin{cases}x_1+x_2+x_3=2m+1\\x_1x_2x_3=8\\x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=2\left(3m+2\right)\end{cases}$

Do x_1,x_2,x_3 lập thành một cấp số nhân nên ta có $x_1x_2x_3=8\Leftrightarrow x_2=2$.

Thay $x_2=2$ vào phuognw trình $x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$ ta có

$8-\left(2m+1\right).4+4\left(3m-2\right)-8=0\Leftrightarrow4m=12\Leftrightarrow m=3$.

Thử lại với $m=3$ ta thấy thỏa mãn. Vậy $m=3$. Dó đó tổng tất cả các giá trị của m bằng 3

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=x^3-\frac{1}{2}mx+m-8$, $x\in\mathbb{R}$ với m là một hằng số khác 0. Biết rằng phương trình $f(x)=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thì có bao nhiêu giá trị nguyên dương k thỏa mãn phương trình $f(x)=k$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 6. **C.** 34. **D.** 31.

Lời giải

Chọn D

$pt\ f(x)=0\Leftrightarrow\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4-\frac{m}{2}\right)=0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt

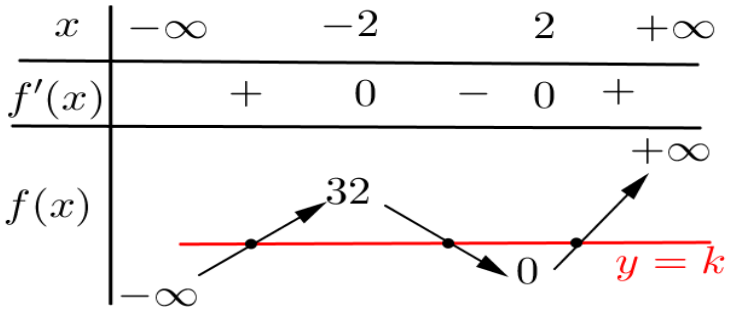
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \underbrace{x^2+2x+4-\dfrac{m}{2}=0}_{g(x)} \quad (1) \end{array}\right.$ có đúng 2 nghiệm phân biệt

+ $g(2)=0 \Rightarrow m=24$ **(nhận)**

$f(x)=x^3-12x+16 \to f'(x)=3x^2-12$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 2$

BBT



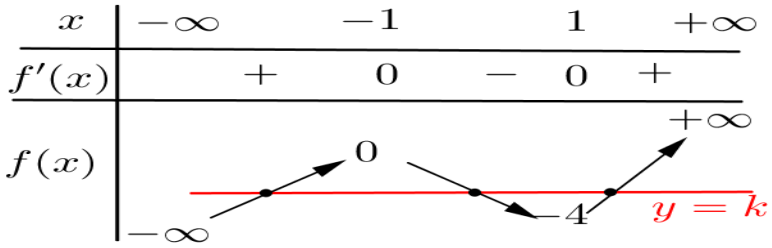
Phương trình $f(x)=k$ có 3 nghiệm phân biệt khi $0<k<32$ và $k \in \mathbb{N}^* \to k=\{1;2;3;....;31\}$

+ $Pt\ (1)$ có nghiệm kép và khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=0 \\ g(2)\neq 0 \end{cases} \Rightarrow m=6$ **(nhận)**

$f(x)=x^3-3x-2 \to f'(x)=3x^2-3$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=\pm 1$

BBT



Phương trình $f(x)=k$ có 3 nghiệm phân biệt khi $-4<k<0$ và $k \in \mathbb{N}^* \to k \in \varnothing$

Vậy có 31 giá trị k thỏa điều kiện bài toán.

Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-(m+2)x^2-(2m+13)x-m-2$ có đồ thị (C_m), đường thẳng $d: y=mx+m+8$ và điểm $I(1;4)$. Tính tổng tất cả các giá trị của tham số m, biết rằng đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt A, B, C với A có hoành độ bằng -2 và tam giác IBC cân tại I.

A. -12. **B.** -6. **C.** -4. **D.** -10.

Lời giải

Chọn B

+ Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C_m) là:

$x^3-(m+2)x-(3m+13)x-2m-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-1 \\ x=m+5 \end{array}\right.$

+ Để đường thẳng d cắt đồ thị (C_m) tại ba điểm phân biệt A,B,C thì $\begin{cases} m \neq -7 \\ m \neq -6 \end{cases}$

+ Giả sử $B(-1;8), C(m+5; m^2+6m+8)$. Để tam giác IBC cân tại I

thì $IB^2 = IC^2 \Leftrightarrow 20 = (m+4)^2 + (m^2+6m+4)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=-6\,(l) \\ m=-2\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

Vậy có ba giá trị của *m* thỏa mãn nên tổng các giá trị của *m* bằng -6.

Câu 23: Gọi d là đường thẳng đi qua $A(2;0)$ có hệ số góc $m(m>0)$ cắt đồ thị $(C): y=-x^3+6x^2-9x+2$ tại ba điểm phân biệt A,B,C. Gọi B',C' lần lượt là hình chiếu vuông góc của B,C lên trục tung. Biết rằng hình thang $BB'C'C$ có diện tích bằng 8, giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(5;8)$. **B.** $(-5;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng $d: y=m(x-2)$. Phương trình hoành độ giao điểm

$-x^3+6x^2-9x+2=m(x-2) \Leftrightarrow (x-2)(x^2-4x+m+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \Rightarrow A(2;0) \\ x^2-4x+m+1=0 \end{array}\right.$.

Để (C) cắt d tại 3 điểm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow 4-m-1>0 \Leftrightarrow m<3$.

Giả sử $B(x_1, mx_1-2m), C(x_2, mx_2-2m) \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=4 \\ x_1x_2=m+1 \end{cases}$.

Ta có $B'(0, mx_1-2m), C'(0, mx_2-2m)$.

$S_{BB'C'C} = \frac{1}{2}B'C'(BB'+CC') = 8 \Leftrightarrow B'C'(BB'+CC') = 16$.

Mà $B'C' = |m(x_1-x_2)|, BB' = |x_1|, CC' = |x_2|$.

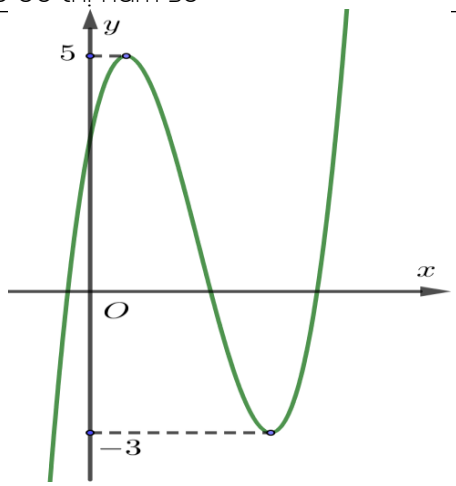
Do m dương nên $x_1x_2 = m+1 > 0$ mà $x_1+x_2 = 4 > 0 \Rightarrow x_1>0, x_2>0$.

$\Rightarrow B'C' = m|x_1-x_2|, BB' = x_1, CC' = x_2 \Rightarrow m|x_1-x_2|(x_1+x_2) = 16 \Leftrightarrow m|x_1-x_2| = 4$

$\Leftrightarrow m^2(x_1-x_2)^2 = 16 \Leftrightarrow m^2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right] = 16 \Leftrightarrow m^2(16-4m-4) = 16$

$\Leftrightarrow m^3-3m^2+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1\,(l) \\ m=2 \end{array}\right.$

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^3(x)-2mf^2(x)+\left(m^2-3m-9\right)f(x)+3m^2+9m=0$ có đúng 8 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

$f^3(x)-2mf^2(x)+\left(m^2-3m-9\right)f(x)+3m^2+9m=0$

Đặt $t=f(x)$, phương trình trở thành:

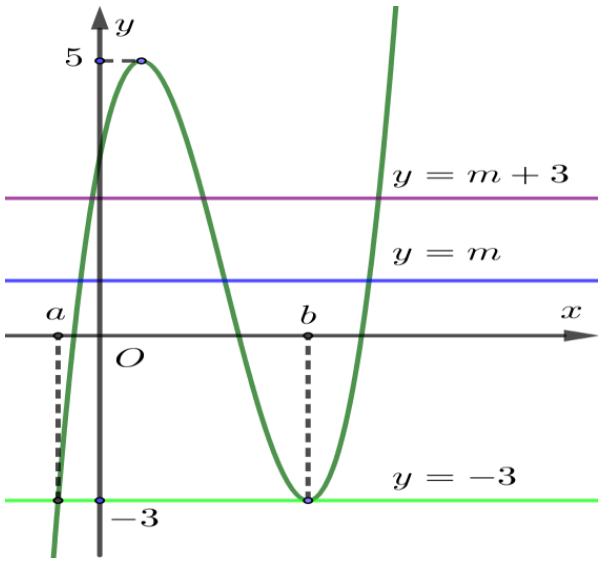
$t^3-2mt^2+\left(m^2-3m-9\right)t+3m^2+9m=0$

$\Leftrightarrow (t+3)\left[t^2-(2m+3)t+m^2+3m\right]=0$

$\Leftrightarrow (t+3)(t-m)(t-m-3)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3 \\ t=m \\ t=m+3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=-3 & (1) \\ f(x)=m & (2) \\ f(x)=m+3 & (3) \end{array}\right.$

Nhận xét các phương trình (2) và (3) không có nghiệm chung.



Dựa vào đồ thị, ta thấy:

$(1)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=b \end{array}\right.$

YCBT $\Leftrightarrow$ Các phương trình (2) và (3) đều có 3 nghiệm phân biệt khác a, b

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+3<5 \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ m>-3 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m<2$$

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-2;-1;0;1\}$.

Câu 25: Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6(m+1)x^2+3(2m+1)x+2$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn -1.

Biết rằng $S=\left(\frac{-a}{b};+\infty\right)$; trong đó a,b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ là tối giản. Giá trị biểu thức $T=a+b$ tương ứng bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3-6(m+1)x^2+3(2m+1)x+2=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2-(6m+5)x-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=1 \\ x^2-(6m+5)x-2=0(*) \end{bmatrix}$$

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ lớn hơn -1 và khác 1.Ta có:

$$\begin{cases} \Delta>0 \\ x_1+x_2>-2 \\ (x_1+1)(x_2+1)>0 \\ 1^2-(6m+5)-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36m^2+60m+33>0 \\ 6m+5>-2 \\ 6m+4>0 \\ m\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m>\frac{-2}{3}$$

Do đó $a=2;b=3 \Rightarrow T=a+b=5$

Câu 26: Điều kiện cần và đủ của tham số thực m để đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị hàm số $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Lời giải

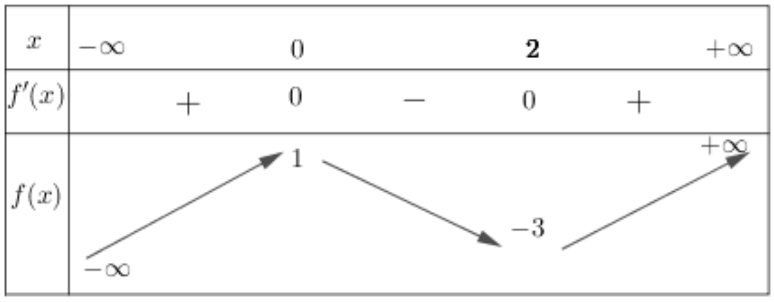
Chọn B

Xét phương trình: $(x-1)^3=3x+m-2 \Leftrightarrow x^3-3x^2+1=m$ **(*).**

Đường thẳng $y=3x+m-2$ cắt đồ thị $y=(x-1)^3$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt.

Đặt $f(x)=x^3-3x^2+1 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=2 \end{bmatrix}$.

Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt. Vậy $-3<m<1$.

Câu 27: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm AC. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $m\in(-4;0)$. **B.** $m\in(0;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;-4)$. **D.** $m\in(-4;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là $x^3+3x^2+m=0(1)$.

Giả sử (1) có 3 nghiệm phân biệt $x_1;x_2;x_3\,(x_1<x_2<x_3)$ thì $x_1;x_2;x_3$ lần lượt là hoành độ của A,B,C và $x^3+3x^2+m=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$

$\Leftrightarrow x^3+3x^2+m=x^3-(x_1+x_2+x_3)x^2+(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)x-x_1x_2x_3$

Nên ta có $x_1+x_2+x_3=-3$.

Để B là trung điểm AC thì $x_1+x_3=2x_2$ nên $3x_2=-3\Leftrightarrow x_2=-1$.

Tức là (1) có 1 nghiệm là $x=-1$. Suy ra $-1+3+m=0\Leftrightarrow m=-2$.

Thử lại với $m=-2$ thì (1) trở thành $x^3+3x^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1-\sqrt{3}\\x=-1\\x=-1+\sqrt{3}\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện bài toán).

Cách 2: Ta có $y'=3x^2+6x$ và $y''=6x+6$ nên (C) có điểm uốn $I(-1;m+2)$.

Để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A,B,C sao cho B là trung điểm AC thì $I\in Ox$

$\Leftrightarrow m+2=0\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 28: Cho hàm số $y=x^3-2x^2-1$ có đồ thị (C), đường thẳng $(d):y=mx-1$ và điểm $K(4;11)$. Biết rằng (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C trong đó $A(0;-1)$ còn trọng tâm tam giác KBC nằm trên đường thẳng $y=2x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** Không tồn tại m

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ:

$$x^3-2x^2-1=mx-1\Leftrightarrow x^3-2x^2-mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-2x-m=0(1)\end{array}\right.$$

Suy ra $A(0;-1)$ và hoành độ của điểm B và C là nghiệm của phương trình (1)

Để (C) và (d) cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 0

Khi và chỉ khi: $\begin{cases}\Delta'_{(1)}>0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1+m>0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-1\\ m\neq 0\end{cases}(*)$

Giả sử: $B(x_1;mx_1-1)$, $C(x_2;mx_2-1)$. Theo Vi–ét ta có $x_1+x_2=2$

Gọi G là trọng tâm của tam giác KBC :

$$\begin{cases}x_G=\dfrac{4+x_1+x_2}{3}\\ y_G=\dfrac{11+mx_1-1+mx_2-1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_G=2\\ y_G=\dfrac{2m+9}{3}\end{cases}\Rightarrow G\left(2;\dfrac{2m+9}{3}\right)$$

Trọng tâm G nằm trên đường thẳng $y=2x+1$ suy ra $\dfrac{2m+9}{3}=2.2+1\Leftrightarrow m=3$ thỏa mãn $(*)$

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1, x_2, x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

A. $\begin{cases}-\dfrac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **B.** $m<1$. **C.** $-\dfrac{1}{4}<m<1$. **D.** $\dfrac{1}{4}<m<1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là:

$$x^3-2x^2+(1-m)x+m=0\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2-x-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-x-m=0\ \ (*)\end{array}\right.$$

(C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}1+4m>0\\ 1^2-1-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\dfrac{1}{4}\\ m\neq 0\end{cases}.$$

Khi đó $x_1=1$, x_2 và x_3 là hai nghiệm của $(*)$.

$x_1^2+x_2^2+x_3^2<4\Leftrightarrow(x_2+x_3)^2-2x_2x_3<3\Leftrightarrow 1+2m<3\Leftrightarrow m<1$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là $\begin{cases}-\dfrac{1}{4}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt x_1,x_2,x_3 sao cho $x_1^2+x_2^2+x_3^2<4$.

A. $\begin{cases} -\dfrac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$. **B.** $m < 1$. **C.** $-\dfrac{1}{4} < m < 1$. **D.** $\dfrac{1}{4} < m < 1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0 \ (1)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_3 = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \ (2) \end{array}\right.$. Điều kiện để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt là phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \Delta = 1 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

Khi đó phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Ta có $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 < 4 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 < 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 3 \Leftrightarrow 1^2 + 2m < 3 \Leftrightarrow m < 1$.

Vậy $\begin{cases} -\dfrac{1}{4} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$.

DẠNG 6 Tìm m liên quan đến tương giao hàm trùng phương

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Tìm giá trị tham số của m để đồ thị hàm số $y=x^4-(3-m)x^2-7$ đi qua $A(-2;1)$.

A. $m=5$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Câu 2: Cho hàm số $y=x^4-4x^2-2$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=m$. Tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt là

A. $2\le m\le 6$. **B.** $-6<m<-2$. **C.** $-6\le m\le -2$. **D.** $2<m<6$.

Câu 3: Cho hàm số $y=x^4-4x^2-2$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=m$. Tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt là

A. $2\le m\le 6$. **B.** $-6<m<-2$. **C.** $-6\le m\le -2$. **D.** $2<m<6$.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 5: Biết đồ thị hàm số $y=(x-1)(x+1)(x^2-7)-m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là x_1,x_2,x_3,x_4. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\frac{1}{1-x_1}+\frac{1}{1-x_2}+\frac{1}{1-x_3}+\frac{1}{1-x_4}>1.$

A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 6: Đường thẳng $y=m^2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-10$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m^2\in(5;7)$. **B.** $m^2\in(3;5)$. **C.** $m^2\in(0;1)$. **D.** $m^2\in(1;3)$.

Câu 7: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4-2x^2+3-2m=0$ có nghiệm thuộc $(-2;2)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 8: Đường thẳng $y=m^2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-10$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m^2\in(5;7)$. **B.** $m^2\in(3;5)$. **C.** $m^2\in(0;1)$. **D.** $m^2\in(1;3)$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+2m+1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\in(6;9)$. **B.** $m\in(-6;-3)$. **C.** $m\in(-3;2)$. **D.** $m\in(2;6)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ có đồ thị (C_m). Xác định tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) cắt đường thẳng $y=-1$ tại bốn điểm phân biệt

A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < -\dfrac{1}{3} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\dfrac{1}{3} \end{cases}$. **C.** $m > -\dfrac{1}{3}$. **D.** $m < -\dfrac{1}{3}$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm giá trị tham số của m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (3-m)x^2 - 7$ đi qua $A(-2;1)$.

A. $m = 5$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;1)$ nên ta có

$1 = (-2)^4 - (3-m)(-2)^2 - 7 \Leftrightarrow 4m = 4 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = m$. Tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt là

A. $2 \le m \le 6$. **B.** $-6 < m < -2$. **C.** $-6 \le m \le -2$. **D.** $2 < m < 6$.

Lời giải

Chọn B

$y = x^4 - 4x^2 - 2$ có $y' = 4x^3 - 8x^2$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-6	↗	-2	↘	-6	↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ cắt đường thẳng $d : y = m$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -6 < m < -2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d : y = m$. Tất cả các giá trị của tham số m để d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt là

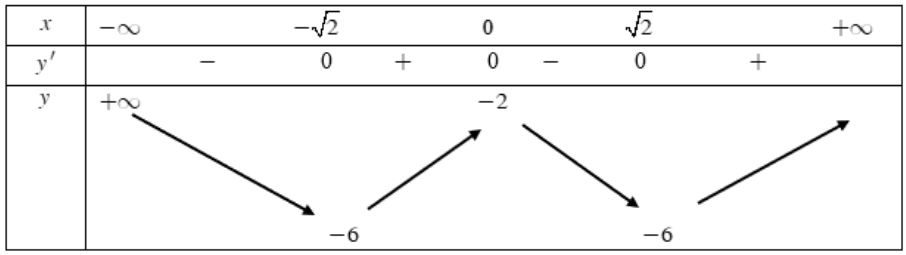
A. $2 \le m \le 6$. **B.** $-6 < m < -2$. **C.** $-6 \le m \le -2$. **D.** $2 < m < 6$.

Lời giải

Chọn B

$y = x^4 - 4x^2 - 2$ có $y' = 4x^3 - 8x^2$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 2$ cắt đường thẳng $d : y = m$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -6 < m < -2$.

Câu 4: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2 \left(t \ge 0\right)$. Ta được phương trình $t^2 - 3t + m = 0, \quad (1)$.

Phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ 3 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$

Do m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5: Biết đồ thị hàm số $y = \left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x^2-7\right) - m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3, x_4. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\frac{1}{1-x_1} + \frac{1}{1-x_2} + \frac{1}{1-x_3} + \frac{1}{1-x_4} > 1.$

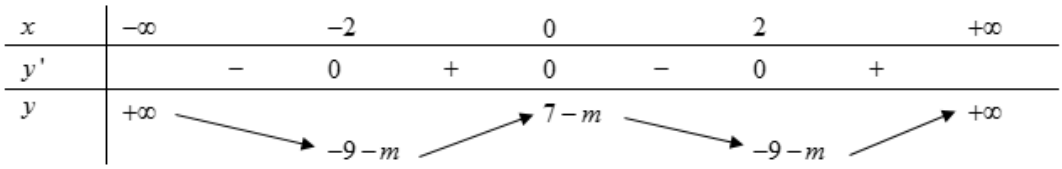
A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = \left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x^2-7\right) - m = x^4 - 8x^2 + 7 - m$.

Mặc khác ta có $y' = 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$. Ta có bảng biến thiên như sau:



Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $-9 < m < 7$. Vì hàm số chẵn nên có 2 cặp nghiệm đối xứng. Giả sử $x_1 + x_2 = 0$ và $x_3 + x_4 = 0$.

Theo đề bài ta có: $\frac{1}{1-x_1} + \frac{1}{1+x_1} + \frac{1}{1-x_3} + \frac{1}{1+x_3} = \frac{2}{1-x^2_1} + \frac{2}{1-x^2_3} = \frac{4 - 2\left(x^2_3 + x^2_1\right)}{1 - \left(x^2_3 + x^2_1\right) + x^2_3 . x^2_1} > 1$

$\frac{4-2.8}{1-8+(7-m)}>1\Leftrightarrow 0<m<12$. Kết hợp điều kiện suy ra $0<m<7\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 6: Đường thẳng $y=m^2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-10$ tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

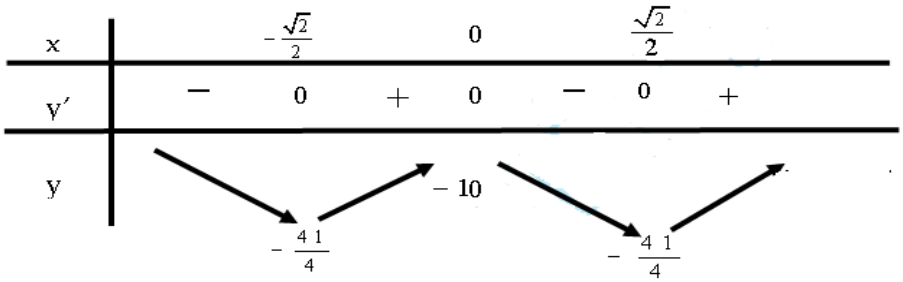
A. $m^2\in(5;7)$. **B.** $m^2\in(3;5)$. **C.** $m^2\in(0;1)$. **D.** $m^2\in(1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Xét: $y=x^4-x^2-10$

$$y'=4x^3-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$$



Vì $m^2\geq 0$ với mọi m nên từ bảng biến thiên thấy đường thẳng $y=m^2$ luôn cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-10$ tại những cặp điểm đối xứng nhau qua Oy. Giả sử

$A(x_1;m^2);B(-x_1;m^2)$.Tam giác OAB vuông **(với O là gốc tọa độ)**

$\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=\vec{0}\Rightarrow -{x_1}^2+m^4=0\Rightarrow {x_1}^2=m^4\Rightarrow x_1=m^2$

$\Rightarrow A(m^2;m^2)$ vì $A(m^2;m^2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $m^8-m^4-10=m^2\Rightarrow m^2=2$.

Câu 7: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4-2x^2+3-2m=0$ có nghiệm thuộc $(-2;2)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

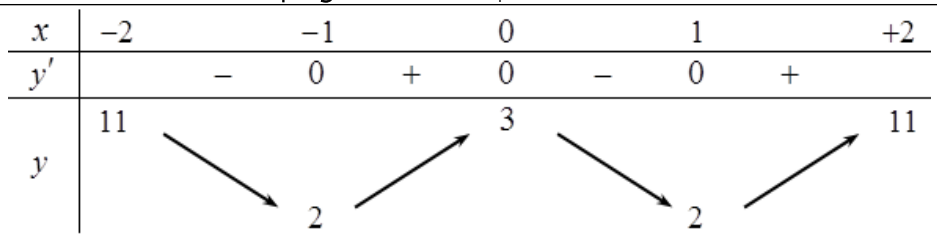
Chọn C

$x^4-2x^2+3-2m=0\Leftrightarrow x^4-2x^2+3=2m$

Xét $f(x)=x^4-2x^2+3, x\in(-2;2)$

$$\Rightarrow f'(x)=4x^3-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên



Theo yêu câu bài toán, có: $2 \le 2m < 11 \Leftrightarrow 1 \le m < 5,5$

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1,2,3,4,5\}$.

Câu 8: Đường thẳng $y = m^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

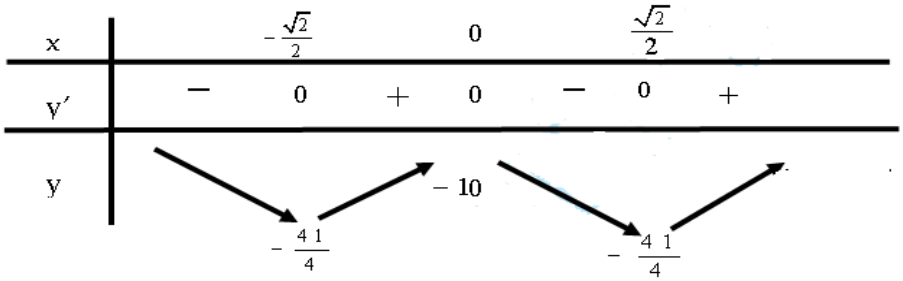
A. $m^2 \in (5;7)$. **B.** $m^2 \in (3;5)$. **C.** $m^2 \in (0;1)$. **D.** $m^2 \in (1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Xét: $y = x^4 - x^2 - 10$

$$y' = 4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$$



Vì $m^2 \ge 0$ với mọi m nên từ bảng biến thiên thấy đường thẳng $y = m^2$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại những cặp điểm đối xứng nhau qua Oy. Giả sử

$A(x_1; m^2); B(-x_1; m^2)$. Tam giác OAB vuông **(với O là gốc tọa độ)**

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = \vec{0} \Rightarrow -{x_1}^2 + m^4 = 0 \Rightarrow {x_1}^2 = m^4 \Rightarrow x_1 = m^2$

$\Rightarrow A(m^2; m^2)$ vì $A(m^2; m^2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $m^8 - m^4 - 10 = m^2 \Rightarrow m^2 = 2$.

Câu 9: Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (6;9)$. **B.** $m \in (-6;-3)$. **C.** $m \in (-3;2)$. **D.** $m \in (2;6)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0$. (1)

Đặt $t = x^2, t \ge 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 2(m+1)t + 2m + 1 = 0$. (2)

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt, nghĩa là $\begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+1)^2-(2m+1)>0\\ m+1>0\\ 2m+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m>-1\\ m>-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\dfrac{1}{2}\\ m\neq 0\end{cases}.$

Cách 1. Gọi $x_1,x_2,x_3,x_4\left(x_1<x_2<x_3<x_4\right)$ là nghiệm của phương trình (1) và $t_1,t_2\left(t_1<t_2\right)$ là nghiệm của phương trình (2).

Theo giả thiết, ta có

$x_4-x_3=x_3-x_2=x_2-x_1\Leftrightarrow x_4-x_3=x_3-x_2$

$\Leftrightarrow\sqrt{t_2}-\sqrt{t_1}=\sqrt{t_1}+\sqrt{t_1}\Leftrightarrow t_2=9t_1>0$

Ta có hệ

$$\begin{cases}t_1+t_2=2(m+1)\\ t_1t_2=2m+1\\ t_2=9t_1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=\dfrac{m}{5}+\dfrac{1}{5}\\ t_2=\dfrac{9m}{5}+\dfrac{9}{5}\\ t_1t_2=2m+1\end{cases}\Rightarrow\left(\frac{m}{5}+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{9m}{5}+\frac{9}{5}\right)=2m+1\Leftrightarrow\begin{cases}m=4\\ m=-\dfrac{4}{9}\end{cases}\text{(nhận)}$$

Cách 2. Với $\Delta'>0$, phương trình (1) có nghiệm $t_1=1,t_2=2m+1$. Biện luận như trên, ta có hai trường hợp $\begin{cases}t_2=9t_1\\ t_1=9t_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=4\\ m=-\dfrac{4}{9}\end{cases}$ (nhận).

Câu 10: Cho hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ có đồ thị (C_m). Xác định tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) cắt đường thẳng $y=-1$ tại bốn điểm phân biệt

A. $\begin{cases}m\neq 0\\ m<-\dfrac{1}{3}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m>-\dfrac{1}{3}\end{cases}$. **C.** $m>-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m<-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-(3m+2)x^2+3m=-1$

$\Leftrightarrow x^4-2x^2+1-3m\left(x^2-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(x^2-1\right)^2-3m\left(x^2-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left(x^2-1\right)\left(x^2-3m-1\right)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-1=0\\ x^2-3m-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1,x=-1\\ x^2=3m+1\end{cases}$

Đồ thị (C_m) cắt $y=-1$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $x^2=3m+1$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -1.

Khi đó, ta có $\begin{cases}3m+1>0\\ 3m+1\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-\dfrac{1}{3}\\ m\neq 0\end{cases}.$

DẠNG 7 Điểm đặc biệt của đồ thị hàm số

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là

A. $N\ 3;0$. **B.** $M\ 1;-2$. **C.** $Q\ 2;14$. **D.** $P\ -1;-4$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (H). Điểm nào sau đây thuộc (H)?

A. $Q(-3;7)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $N(-1;-4)$. **D.** $P(1;1)$.

Câu 3: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$?

A. $N(3;0)$. **B.** $M(1;-2)$. **C.** $Q(2;14)$. **D.** $P(-1;-4)$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A(-1;4)$.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

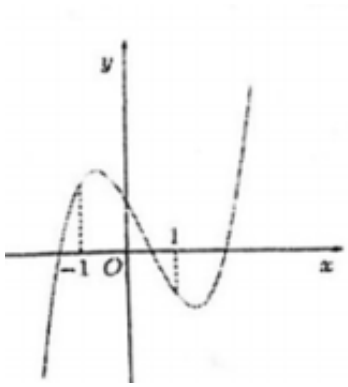
Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (H). Điểm nào sau đây thuộc (H)?

A. $Q(-3;7)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $N(-1;-4)$. **D.** $P(1;1)$.

Câu 6: Đồ thị hàm số nào sau đây nhận điểm $I(1;3)$ làm tâm đối xứng

A. $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$.

Câu 7: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

C. $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

Câu 8: Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 9: Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 10: Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$. Khi đó $f(3)$ bằng

A. 60. **B.** -28. **C.** 11. **D.** 155.

Câu 11: Đồ thị hàm số nào sau đây nhận điểm $I(1;3)$ làm tâm đối xứng?

A. $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$ **C.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$.

Câu 12: Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A\left(0;\sqrt{2}\right)$. **B.** $A(-2;0)$. **C.** $A(0;-2)$. **D.** $A\left(0;-\sqrt{2}\right)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=x^4-mx^2+m$ có đồ thị (C). Tìm tham số m để (C) đi qua điểm $A(2;16)$.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 14: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Số điểm thuộc (C) có hoành độ và tung độ đều là các số nguyên là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 15: Tìm tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm có tọa độ

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(1;1)$.

Câu 17: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ là điểm có tọa độ nào sau đây?

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 18: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x}$ có đồ thị (C). Có tất cả bao nhiêu đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt mà hoành độ và tung độ của hai giao điểm này đều là các số nguyên?

A. 10. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+3$ có độ thị (C). Gọi A và B là hai điểm nằm trên (C) và đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Độ dài AB bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$ có đồ thị là C và 2 điểm $A\ 4;2\ ;B\ -2;8$. Điểm $M\ a;b\ \in\ C$ sao cho trực tâm H của tam giác MAB thuộc vào đường thẳng $d:5x-4y-3=0$. Tính giá trị của biểu thức $S=4a^2+3b$?

A. $S=9$. **B.** $S=6$. **C.** $S=10$. **D.** $S=12$.

Câu 21: Cho hàm số $y=x^3+x^2-4$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu cặp điểm A,B thuộc (C) sao cho ba điểm O,A,B thẳng hàng và $OA=2OB$ (O là gốc tọa độ).

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 22: Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ điểm M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ điểm M đến trục hoành

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 23: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi $M(a;b)$ là điểm trên (C) có khoảng cách đến đường thẳng $d: y=3x+6$ nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $a-b=2$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a-b=-2$.

Câu 24: Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y=\dfrac{-5}{x+2}$ theo trục Oy lên trên 2 đơn vị và theo Ox sang trái 3 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=g(x)$. Có bao nhiêu điểm trên đồ thị $y=g(x)$ có các tọa độ đều là số nguyên?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 25: Cho hàm số $y=x^3+x^2-4$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu cặp điểm A, B thuộc (C) sao cho ba điểm O, A, B thẳng hàng và $OA=2OB$ **(O là gốc tọa độ)**?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	4	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

Hỏi có bao nhiêu số dương trong các hệ số a,b,c?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là

A. $N\ 3;0$. **B.** $M\ 1;-2$. **C.** $Q\ 2;14$. **D.** $P\ -1;-4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $1^3 - 3.1 = -2 \Rightarrow M\ 1;-2$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 2: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (H). Điểm nào sau đây thuộc (H)?

A. $Q(-3;7)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $N(-1;-4)$. **D.** $P(1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $x=-1\Rightarrow y=-4\Rightarrow N(-1;-4)\in(H)$

Câu 3: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$?

A. $N(3;0)$. **B.** $M(1;-2)$. **C.** $Q(2;14)$. **D.** $P(-1;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Thế $x=1$ vào $y = x^3 - 3x$, ta được $y = 1^3 - 3.1 = -2$.

Nên $M(1;-2)$ thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A(-1;4)$.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Thay $x=-1; y=4$ vào hàm số $y=\dfrac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ ta có $\dfrac{2-6m+4}{-m+2}=4$

$\Leftrightarrow 6-6m=-4m+8\Leftrightarrow 2m=-2\Leftrightarrow m=-1.$

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (H). Điểm nào sau đây thuộc (H)?

A. $Q(-3;7)$. **B.** $M(0;-1)$. **C.** $N(-1;-4)$. **D.** $P(1;1)$.

Lời giải

Chọn C

- Thay tọa độ điểm $N(-1;-4)$ vào $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ ta được: $-4=\dfrac{3(-1)-1}{(-1)+2}$ **(luôn đúng)**.
- Suy ra điểm $N(-1;-4)$ thuộc (H).

Câu 6: Đồ thị hàm số nào sau đây nhận điểm $I(1;3)$ làm tâm đối xứng

A. $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$.

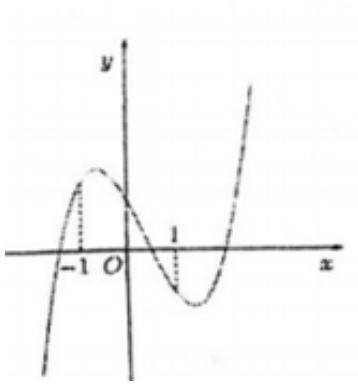
Lời giải

GVSB: Chương Huy; GVPB: Hoàng Tiến Đông

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$ nhận giao điểm $I(1;3)$ của 2 tiệm cận làm tâm đối xứng.

Câu 7: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

C. $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

Lời giải

ChọnB

Phần cuối đồ thị hướng lên nên $a>0$.

Giao điểm của đồ thị với trục tung nằm phía trên trục hoành nên $d>0$.

Hai điểm cực trị của hàm số trái dấu nên $ac<0$. Suy ra $c<0$.

Từ đồ thị thấy tổng hai điểm cực trị của hàm số mang dấu dương nên $-ab>0$. Suy ra $b<0$.

Vậy mệnh đề đúng là $a>0,\ b<0,\ c<0,\ d>0$.

Câu 8: Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn A

$y=x^3-3x+2\Rightarrow y'=3x^2-3\Rightarrow y''=6x$.

$y''=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y=2$.

Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $(0;2)$.

Câu 9: Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow 3y\in\mathbb{Z}\Rightarrow\dfrac{6x-3}{3x+4}=2-\dfrac{11}{3x+4}\in\mathbb{Z}\Rightarrow\dfrac{11}{3x+4}\in\mathbb{Z}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}3x+4=1\\3x+4=-1\\3x+4=11\\3x+4=-11\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-\dfrac{5}{3}\ (L)\\x=\dfrac{7}{3}\ (L)\\x=-5\end{array}\right.$.

Với $x=1\Rightarrow y=\dfrac{1}{7}\ (L)$.

Với $x=-5\Rightarrow y=1\ (tm)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+4}$ có một điểm có tọa độ nguyên.

Câu 10: Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$. Khi đó $f(3)$ bằng

A. 60. **B.** -28. **C.** 11. **D.** 155.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=4ax^3+2bx$.

Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$ ta có

$$\begin{cases}y(0)=2\\y(2)=-14\\y'(2)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=2\\16a+4b+c=-14\\32a+4b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-8\\c=2\end{cases}$$

Vậy $y=x^4-8x^2+2$. Suy ra $f(3)=11$.

Câu 11: Đồ thị hàm số nào sau đây nhận điểm $I(1;3)$ làm tâm đối xứng?

A. $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$ **C.** $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận ngang là $y=3$.

Vậy nên đồ thị hàm đó nhận $I(1;3)$ làm tâm đối xứng.

Câu 12: Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A\left(0;\sqrt{2}\right)$. **B.** $A(-2;0)$. **C.** $A(0;-2)$. **D.** $A\left(0;-\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-2$ cắt trục Oy tại điểm $A(0;-2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=x^4-mx^2+m$ có đồ thị (C). Tìm tham số m để (C) đi qua điểm $A(2;16)$.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn D

$A(2;16) \in (C) \Leftrightarrow 16 = 2^4 - m.2^2 + m \Leftrightarrow 16 = 16 - m.4 + m \Leftrightarrow 3m = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy để (C) đi qua điểm $A(2;16)$ thì $m = 0$.

Câu 14: Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Số điểm thuộc (C) có hoành độ và tung độ đều là các số nguyên là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y = \dfrac{2x+1}{x-2} \Leftrightarrow y = 2 + \dfrac{5}{x-2}$ (C).

Gọi $M(x_0;y_0) \in (C)$ với $x_0, y_0 \in Z \Rightarrow \begin{cases} x_0 \in Z \\ y_0 = 2 + \dfrac{5}{x_0 - 2} \in Z \end{cases} \Rightarrow x_0 - 2 \in \{\pm 1; \pm 5\}$.

Với $x_0 - 2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 7 \Rightarrow M(3;7)$ (TM).

Với $x_0 - 2 = -1 \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = -3 \Rightarrow M(1;-3)$ (TM).

Với $x_0 - 2 = 5 \Leftrightarrow x_0 = 7 \Rightarrow y_0 = 3 \Rightarrow M(7;3)$ (TM).

Với $x_0 - 2 = -5 \Leftrightarrow x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = 1 \Rightarrow M(-3;1)$ (TM).

Vậy có 4 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 15: Tìm tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

A. $(0;2)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$,

$y'' = 6x$.

Cho $y'' = 0 \Leftrightarrow 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Với $x = 0 \Rightarrow y = 2$.

Vậy tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là $(0;2)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Tâm đối xứng của đồ thị (C) là điểm có tọa độ

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(3;-2)$. **D.** $(1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận đứng của đồ thị (C): $x = 1$.

Tiệm cận ngang của đồ thị (C): $y = 1$.

Tâm đối xứng của đồ thị (C) là giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang do đó có tọa độ $(1;1)$.

Câu 17: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$ là điểm có tọa độ nào sau đây?

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(2;-1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ nhận giao của hai tiệm cận làm tâm đối xứng.

Tiệm cận đứng $x=-2$ vì $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{3x-1}{x+2}=+\infty$

Tiệm cận ngang $y=3$ vì $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{3x-1}{x+2}=3$

Do đó đồ thị hàm số nhận $I(-2;3)$ làm tâm đối xứng.

Câu 18: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x}$ có đồ thị (C). Có tất cả bao nhiêu đường thẳng cắt (C) tại hai điểm phân biệt mà hoành độ và tung độ của hai giao điểm này đều là các số nguyên?

A. 10. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=\dfrac{3x-2}{x}=3-\dfrac{2}{x}$.

Điểm $M\in(C)$ có tọa độ nguyên (hoành độ và tung độ nguyên) khi $x\in U(2)\Rightarrow x\in\{-2;-1;1;2\}$.

Các điểm thuộc (C) có tọa độ nguyên thuộc tập $B=\{(-1;5),(1;1),(2;2),(-2;4)\}$.

Mỗi cặp hai điểm thuộc tập B xác định một đường thẳng cắt (C) tại hai điểm có tọa độ nguyên, do đó số đường thẳng là $C_4^2=6$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+3$ có độ thị (C). Gọi A và B là hai điểm nằm trên (C) và đối xứng nhau qua gốc tọa độ O. Độ dài AB bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(x;y)$ và $B(-x;-y)$ là hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ O (ĐK $x>0$).

Vì A và B là hai điểm nằm trên (C) nên

$$x^3-3x^2+3=-\left[(-x)^3-3(-x)^2+3\right]\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1(TMĐK)\\x=-1(\text{không TMĐK})\end{array}\right.$$

Với $x=1\Rightarrow y=1$ khi đó $A(1;1)$ và $B(-1;-1)$.

Vậy độ dài $AB=\sqrt{(1+1)^2+(1+1)^2}=2\sqrt{2}$.

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$ có đồ thị là C và 2 điểm $A\ 4;2\ ;B\ -2;8$. Điểm $M\ a;b\ \in\ C$ sao cho trực tâm H của tam giác MAB thuộc vào đường thẳng $d:5x-4y-3=0$. Tính giá trị của biểu thức $S=4a^2+3b$?

A. $S=9$. **B.** $S=6$. **C.** $S=10$. **D.** $S=12$.

Lời giải

Chọn D

Nhận xét: hai điểm A, B thuộc đồ thị của hàm số đã cho

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Gọi $M(-1+4t; -2+5t) \in d$ và $H\left(m; \dfrac{3m-2}{m+1}\right)$ $m \neq 4; m \neq -2$

$\overrightarrow{AB} = (-6; 6); \overrightarrow{AM} = (4t-5; 5t-4)$

$\overrightarrow{HM} = \left(-1+4t-m; -2+5t-\dfrac{3m-2}{m+1}\right)$

$\overrightarrow{BH} = \left(m+2; \dfrac{-5m-10}{m+1}\right)$

Theo giả thiết, ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HM} = 0 \\ \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(-1+4t-m) + \left(5t - \dfrac{5m}{m+1}\right) = 0 \\ (m+2)(4t-5) - \dfrac{(5t-4)(5m+10)}{m+1} = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t + m + 1 - \dfrac{5m}{m+1} = 0 \\ \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ 4t - 5 - \dfrac{25t-20}{m+1} = 0 \end{array}\right. \end{cases}$

* Giải hệ phương trình $\begin{cases} m = -2 \\ t + m + 1 - \dfrac{5m}{m+1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ t = 11 \end{cases}$ (không thỏa vì $M \equiv B$)

* Giải hệ phương trình: $\Leftrightarrow \begin{cases} t + m + 1 - \dfrac{5m}{m+1} = 0 \\ 4t - 5 - \dfrac{25t-20}{m+1} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{m^2-3m+1}{m+1} \\ 4t - 5 - \dfrac{25t-20}{m+1} = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{m^2-3m+1}{m+1} \\ 4m^3 - 28m^2 + 57m - 36 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{m^2-3m+1}{m+1} \\ \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = \dfrac{3}{2} \end{array}\right. \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} m = \dfrac{3}{2} \\ t = \dfrac{1}{2} \end{cases}$

Vậy $M\left(\dfrac{3}{2}; 1\right)$

Vậy $S = 4\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 + 3.1 = 12$

Câu 21: Cho hàm số $y=x^3+x^2-4$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu cặp điểm A,B thuộc (C) sao cho ba điểm O,A,B thẳng hàng và $OA=2OB$ (O là gốc tọa độ).

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi d đường thẳng đi qua ba điểm O,A,B, khi đó d có phương trình $y=kx$. Khi đó hoành độ của O,A,B là nghiệm của phương trình $x^3+x^2-4=kx$.

Giả sử $A(x_1;kx_1), B(x_2;kx_2)$, khi đó ta có $\begin{cases}x_1^3+x_1^2-4=kx_1\\x_2^3+x_2^2-4=kx_2\end{cases}$.

Do $OA=2OB$ nên $\overrightarrow{OA}=\pm 2\overrightarrow{OB}\Rightarrow x_1=\pm 2x_2$.

Nếu $x_1=2x_2$ thế vào ta được $\begin{cases}8x_2^3+4x_2^2-4=2kx_2\\x_2^3+x_2^2-4=kx_2\end{cases}\Rightarrow 6x_2^3+2x_2^2+4=0\Leftrightarrow x_2=-1$.

Khi đó $k=4$ suy ra $A(-2;-8), B(-1;-4)$.

Nếu $x_1=-2x_2$ thế vào ta được $\begin{cases}-8x_2^3+4x_2^2-4=-2kx_2\\x_2^3+x_2^2-4=kx_2\end{cases}\Rightarrow -6x_2^3+6x_2^2-12=0\Leftrightarrow x_2=-1$.

Khi đó $k=4$ suy ra $A(2;8), B(-1;-4)$.

Vậy có hai cặp điểm A,B thỏa mãn đề bài.

Câu 22: Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ điểm M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ điểm M đến trục hoành

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(a;\dfrac{a+2}{a-1}\right)$, $a\neq 1$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

Ta có $d(M;Oy)=|a|$, $d(M;Ox)=\left|\dfrac{a+2}{a-1}\right|$.

Theo đề bài ta có $d(M;Oy)=2d(M;Ox)\Leftrightarrow |a|=2\left|\dfrac{a+2}{a-1}\right|$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2.\dfrac{a+2}{a-1}\\a=-2.\dfrac{a+2}{a-1}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2-3a-4=0\\a^2+a+4=0\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=4\end{array}\right.$$

Với $a=-1\Rightarrow M\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Với $a=4\Rightarrow M(4;2)$.

Vậy có hai điểm M thỏa mãn.

Câu 23: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ có đồ thị (C). Gọi $M(a;b)$ là điểm trên (C) có khoảng cách đến đường thẳng $d: y=3x+6$ nhỏ nhất. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $a-b=2$. **B.** $a+b=2$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a-b=-2$.

Lời giải

Chọn C

◆ $M\in(C)\Rightarrow M\left(a;\dfrac{2a+1}{a+2}\right)$.

Khoảng cách từ M đến $d:y=3x+6$ bằng:

$$d(M;d)=\frac{\left|3a-\dfrac{2a+1}{a+2}+6\right|}{\sqrt{3^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.\left|3a+6-\frac{2a+1}{a+2}\right|=\frac{1}{\sqrt{10}}\cdot\left|\frac{3a^2+10a+11}{a+2}\right|.$$

Xét hàm số $f(a)=\dfrac{3a^2+10a+11}{a+2}$ với $a\neq -2$.

$$f'(a)=\frac{3\left(a^2+4a+3\right)}{(a+2)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=-3\end{array}\right.$$

Ta có: $f(-1)=4; f(-3)=-8;$.

$\lim\limits_{x\to -2^-} f(a)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(a)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to -\infty} f(a)=-\infty;\ \lim\limits_{x\to +\infty} f(a)=+\infty$

BBT

a	$-\infty$	-3	-2	- 1	$+\infty$
f′	+	0	−	−	0 +
f(a)	$-\infty$ ↗	-8	↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘	4 ↗ $+\infty$

Vậy GTNN của hàm số $\left|f(a)\right|=4$ tại $a=-1$

Vậy $\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}\Rightarrow a+b=-2$.

Câu 24: Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y=\dfrac{-5}{x+2}$ theo trục Oy lên trên 2 đơn vị và theo Ox sang trái 3 đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=g(x)$. Có bao nhiêu điểm trên đồ thị $y=g(x)$ có các tọa độ đều là số nguyên?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $x\neq -2$.

Tịnh tiến liên tiếp đồ thị hàm số $y=\dfrac{-5}{x+2}$ theo trục Oy lên trên 2 đơn vị ta được hàm số $y=\dfrac{-5}{x+2}+2$, rồi tịnh tiến theo Ox sang trái 3 đơn vị ta được hàm số $y=\dfrac{-5}{x+3+2}+2$

$\Leftrightarrow y=\dfrac{-5}{x+5}+2$.

Để điểm trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{-5}{x+5}+2$ có tọa độ đều nguyên thì $x+5$ phải là ước của -5.

Ta có $U(-5)=\{-5;-1;1;5\}$ suy ra $x\in\{-10;-6;-4;0\}$ (thỏa mãn so với điều kiện).

Vậy có 4 điểm thỏa mãn đề bài.

Câu 25: Cho hàm số $y=x^3+x^2-4$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu cặp điểm A, B thuộc (C) sao cho ba điểm O, A, B thẳng hàng và $OA=2OB$ **(O là gốc tọa độ)**?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B(x_0;y_0)$ thuộc (C), suy ra: $y_0=x_0^3+x_0^2-4$ $(*)$.

Từ O, A, B thẳng hàng và $OA=2OB$ suy ra: $\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OB}$ hoặc $\overrightarrow{OA}=-2\overrightarrow{OB}$.

Nếu $\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OB}\Rightarrow\begin{cases}x_A=2x_B=2x_0\\y_A=2y_B=2y_0\end{cases}$.

Điểm $A\in(C)$, suy ra: $2y_0=(2x_0)^3+(2x_0)^2-4\Leftrightarrow y_0=4x_0^3+2x_0^2-2$ $(**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra: $4x_0^3+2x_0^2-2=x_0^3+x_0^2-4\Leftrightarrow 3x_0^3+x_0^2+2=0$

$\Leftrightarrow(x_0+1)(3x_0^2-2x_0+2)=0\Leftrightarrow x_0=-1.$

Suy ra: $A(-2;-8)$, $B(-1;-4)$.

Nếu $\overrightarrow{OA}=-2\overrightarrow{OB}\Rightarrow\begin{cases}x_A=-2x_B=-2x_0\\y_A=-2y_B=-2y_0\end{cases}$.

Điểm $A\in(C)$, suy ra: $-2y_0=(-2x_0)^3+(-2x_0)^2-4\Leftrightarrow y_0=4x_0^3-2x_0^2+2$ $(***)$.

Từ $(*)$ và $(***)$ suy ra: $4x_0^3-2x_0^2+2=x_0^3+x_0^2-4\Leftrightarrow x_0^3-x_0^2+2=0$

$\Leftrightarrow(x_0+1)(x_0^2-2x_0+2)=0\Leftrightarrow x_0=-1.$

Suy ra: $A(2;8)$, $B(-1;-4)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	4	$+$	
$f(x)$			$\sqrt{2}$		$+\infty$
	$-\infty$				

Hỏi có bao nhiêu số dương trong các hệ số a,b,c?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=x^2+2ax+b$.

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số $f(x)$ luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Do đó: $f\ 0\ > f\ -2\ = \sqrt{2} \Leftrightarrow c > \sqrt{2} > 0$.

Đồng thời $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $\Delta'_{y'} = a^2 - b < 0 \Leftrightarrow b > a^2 \quad (1)$.

$f'(-2) = 4 \Leftrightarrow 4 - 4a + b = 4 \Leftrightarrow b = 4a \quad (2)$

Thế 2 vào 1, ta được $4a > a^2 \Leftrightarrow 0 < a < 4 \Rightarrow b > 0$.

Vậy cả ba hệ số a, b, c đều dương.

DẠNG 8 Tiếp tuyến của đồ thị hàm số

PHẦN I. ĐỀ BÀI

Câu 1: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+3$ tại điểm có hoành đô $x=2$ là

A. $y=7x-7$. **B.** $y=x+5$. **C.** $y=10x-27$. **D.** $y=10x-13$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm M thuộc đồ thị có hoành độ $x=3$?

A. $y=-3x+13$. **B.** $y=3x+13$. **C.** $y=3x-5$. **D.** $y=3x+5$.

Câu 3: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+2$ song song với đường thẳng $9x-y+18=0$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $-\dfrac{1}{5}$. **D.** –5.

Câu 5: Hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm A có hoành độ $x_A=1$ nằm trên (C).

A. $y=-3x+5$. **B.** $y=3x-5$. **C.** $y=-5x+3$. **D.** $y=5x-3$.

Câu 6: Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-1$ là

A. 6. **B.** –1. **C.** –6. **D.** 0.

Câu 7: Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-1$ là

A. 6. **B.** –1. **C.** –6. **D.** 0.

Câu 8: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=3x-4x^3$ tại điểm có hoành độ $x=0$ là:

A. $y=3x$. **B.** $y=0$. **C.** $y=3x-2$. **D.** $y=-12x$.

Câu 9: Tìm tất cả các điểm M trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ mà tiếp tuyến của đồ thị tại điểm đó song song với đường thẳng $d: y=3x+10$.

A. $M\left(3;\dfrac{1}{4}\right)$. **B.** $M(0;-2)$.

C. $M(0;-2)$ và $M(-2;4)$. **D.** $M\left(-\dfrac{5}{2};3\right)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ và điểm $I(1;-1)$. Tìm tất cả các điểm M nằm trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với IM.

A. $M\left(1+\sqrt{2};-1-\sqrt{2}\right)$ và $M\left(1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)$.

B. $M\left(-1;0\right)$ và $M\left(3;-2\right)$.

C. $M\left(\sqrt{2};-3-2\sqrt{2}\right)$.

D. $M\left(2;-3\right)$ và $M\left(0;1\right)$.

Câu 11: Qua điểm $M\left(2;0\right)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 12: Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+2$ tại điểm $A(-1;1)$ vuông góc với đường thẳng $x-2y+3=0$. Tính a^2-b^2

A. $a^2-b^2=-2$. **B.** $a^2-b^2=10$. **C.** $a^2-b^2=13$. **D.** $a^2-b^2=-5$.

Câu 13: Viết phương tình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+3$ tại điểm $M\left(1;2\right)$.

A. $y=2x+2$. **B.** $y=3x-1$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=2-x$.

Câu 14: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x-3$ tại điểm $M\left(1;-3\right)$ có phương trình là

A. $y=-3x$. **B.** $y=-3x+6$. **C.** $y=5x-8$. **D.** $y=3x-6$.

Câu 15: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$, biết tiếp tuyến có hệ số góc $k=-3$.

A. $y=-3x+4$. **B.** $y=-3x+14$ và $y=-3x+2$.

C. $y=-3x-14$ và $y=-3x-2$. **D.** $y=-3x-4$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp một liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết phương trình tiếp tuyến của hàm số tại điểm $x_0=1$ có dạng: $y=3x+4$. Giá trị của $f(1)$ bằng:

A. 4. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 0.

Câu 17: **[2D1-5.18-2] (TMD - Đề IMC10 - 2020 - 2021)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A có hoành độ $x_A=1$ nằm trên (C).

A. $y=-3x+5$. **B.** $y=3x-5$. **C.** $y=-5x+3$. **D.** $y=5x-3$.

Câu 18: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị (C) song song với trục hoành?

A. 3. **B.** 2. **C.** Không có. **D.** 1.

Câu 19: Cho hàm số $y=x^4-6x^2-3$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm A (có hoành độ $x_A=1$) cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm B (B khác A). Hoành độ điểm B là

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 20: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\ln x$ tại điểm có hoành độ $x=1$ có phương trình là

A. $y=x$ **B.** $y=x-1$ **C.** $y=-x$ **B.** $y=-x+1$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{1}{x}$.

Khi đó, tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)=\ln x$ tại điểm có hoành độ $x=1$ có phương trình là $y=f'(1)(x-1)+f(1)=\frac{1}{1}(x-1)+\ln 1=x-1$.

Câu 21: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x-3}$ tại điểm có hoành độ $x=4$ là

A. $k=-3$. **B.** $k=-5$. **C.** $k=7$. **D.** $k=2$.

Câu 22: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là

A. $y=2x+3e$. **B.** $y=2x-e$. **C.** $y=ex-2e$. **D.** $y=x+e$.

Câu 23: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ là

A. $y=-40x-102$. **B.** $y=-40x-58$. **C.** $y=-40x+102$. **D.** $y=-40x+58$.

Câu 24: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ là

A. $y=-40x-102$. **B.** $y=-40x-58$. **C.** $y=-40x+102$. **D.** $y=-40x+58$.

Câu 25: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ có hệ số góc $k=-3$ có phương trình là

A. $y=-3x+1$. **B.** $y=-3x-1$. **C.** $y=-3x-7$. **D.** $y=-3x+7$.

Câu 26: Cho đường cong (C) có phương trình $y=\frac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) và trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y=x-2$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-2x-1$. **D.** $y=2x-1$.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C):y=(2m-1)x^4-mx^2+8$ tại điểm có hoành độ $x=1$ vuông góc với đường thẳng $d:2x-y-3=0$.

A. $m=\frac{9}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C.** $m=\frac{7}{12}$. **D.** $m=2$.

Câu 28: Tiếp tuyến của đường cong $(C):y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;5)$ và cắt trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B. Tính diện tích tam giác OAB.

A. $\frac{121}{6}$. **B.** $\frac{121}{3}$. **C.** $-\frac{121}{6}$. **D.** $-\frac{121}{3}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3-x$ có đồ thị (C). Gọi M,N là hai điểm phân biệt trên (C) và các tiếp tuyến của (C) tại các điểm M,N song song với nhau. Tính x_M+x_N.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 30: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x-3$ tại điểm $M(1;-3)$ có phương trình là

A. $y=-3x$. **B.** $y=-3x+6$. **C.** $y=5x-8$. **D.** $y=3x-6$.

Câu 31: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ song song với đường thẳng $9x-y+18=0$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

A. $y=-x+1$ **B.** $y=-x-2$ **C.** $y=x-2$ **D.** $y=-x+2$

Câu 33: Cho hàm số $y=x^3+(m-1)x^2-3mx+2m+1$ có đồ thị (C_m), biết rằng đồ thị (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định A,B. Có bao số nguyên dương m thuộc $[-2020;2020]$ để (C_m) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng AB ?

A. 4041. **B.** 2021. **C.** 2019 **D.** 2020.

Câu 34: Cho biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là $y=2x-1$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(2x^2-1\right)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là

A. $y=4x-3$. **B.** $y=5x-4$. **C.** $y=8x-7$. **D.** $y=6x-5$.

Câu 35: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Viết tất cả các phương trình tiếp tuyến của (C), biết khoảng cách từ điểm $I(1;2)$ đến tiếp tuyến bằng $\sqrt{2}$.

A. $x+y-5=0$. **B.** $x+y-1=0$ và $x+y-5=0$.

C. $x+y+1=0$ và $x+y+5=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{(2m-1)x-m}{x+m}(m\neq 0)$ có đồ thị (C_m). Biết rằng tồn tại duy nhất một đường thẳng (d) có phương trình $y=ax+b$ sao cho (C_m) luôn tiếp xúc với (d). Giá trị của $a+b$ là

A. -3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

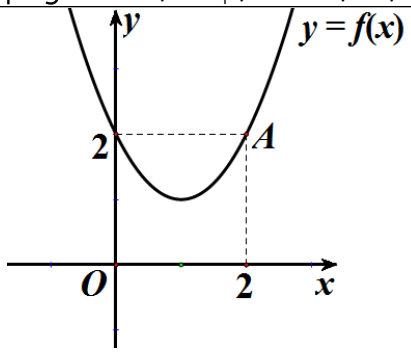
Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn: $\left[f(1+x)\right]^3+2.f(1+x)-21x-3=0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0=1$.

A. $y=3x+1$. **B.** $y=3x+2$. **C.** $y=3x-2$. **D.** $y=3x-1$.

Câu 38: Xét điểm M có hoành độ là số nguyên thuộc đồ thị $(C): y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M cắt đường tiệm cận ngang của (C) tại điểm A. Hỏi có bao nhiêu điểm M thỏa điều kiện A cách gốc tọa độ một khoảng cách nhỏ hơn $2\sqrt{10}$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (P) như hình bên và đường thẳng $\Delta: y=2x-2$ là tiếp tuyến của (P) tại điểm A. Xét hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$. Tính $g'(2)$.



A. $g'(2)=\frac{1}{2}$. **B.** $g'(2)=\frac{1}{4}$. **C.** $g'(2)=-\frac{1}{4}$. **D.** $g'(2)=-\frac{1}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x$ có đồ thị (C) và hàm số $y=g(x)=x^2$ có đồ thị (P). Hỏi hai đồ thị (C) và (P) có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến chung?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

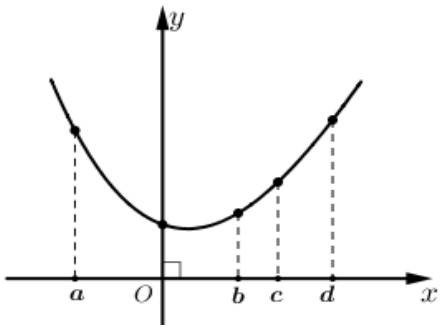
Câu 41: Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-2x+m-1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của d và (C). Tính tích $k_1.k_2$.

A. $k_1.k_2=2$. **B.** $k_1.k_2=\frac{1}{4}$. **C.** $k_1.k_2=4$. **D.** $k_1.k_2=3$.

Câu 42: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 43: Cho $f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S=\{f'(a), f'(b), f'(c), f'(d), f'(0)\}$. Phần tử lớn nhất trong tập hợp S là:



A. $f'(a)$. **B.** $f'(b)$. **C.** $f'(0)$. **D.** $f'(d)$.

Câu 44: Cho biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là $y=2x-1$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(2x^2-1)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là

A. $y=4x-3$. **B.** $y=5x-4$. **C.** $y=8x-7$. **D.** $y=6x-5$.

Câu 45: Cho hàm số $y=x^4-2x^2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại $B(x_2;y_2)$ với B khác A thỏa $y_2-y_1=-24(x_2-x_1)$. Số điểm A thỏa mãn là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 46: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0;a)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2018;2018]$ để từ A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2017. **D.** 2018.

Câu 47: Cho hàm số $y=x^4-2x^2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại $B(x_2;y_2)$ với B khác A thỏa $y_2-y_1=-24(x_2-x_1)$. Số điểm A thỏa mãn là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 48: Tìm điểm M có hoành độ âm trên đồ thị $(C): y=\dfrac{1}{3}x^3-x+\dfrac{2}{3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $d: y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}$.

A. $M(-2;-4)$. **B.** $M\left(-1;\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $M(-2;0)$. **D.** $M\left(2;-\dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 49: Cho đa thức $f(x)$ với hệ số thực và thỏa mãn điều kiện $2f(x)+f(1-x)=x^2, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=1$ của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Tính diện tích của tam giác đó?

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

PHẦN II. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 3$ tại điểm có hoành đô $x = 2$ là

A. $y = 7x - 7$. **B.** $y = x + 5$. **C.** $y = 10x - 27$. **D.** $y = 10x - 13$.

Lời giải

Chọn D

$y' = 3x^2 - 2 \Rightarrow y'(2) = 10$.

$x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 7$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $x_0 = 2$ là:

$$y = 10(x-2) + 7 \Leftrightarrow y = 10x - 13.$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x+1}{x-2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm M thuộc đồ thị có hoành độ $x = 3$?

A. $y = -3x + 13$. **B.** $y = 3x + 13$. **C.** $y = 3x - 5$. **D.** $y = 3x + 5$.

Lời giải

Chọn A

◆ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

◆ Ta có: $f'(x) = \dfrac{-3}{(x-2)^2} \Rightarrow k = f'(3) = -3$.

◆ Vì $x_M = 3 \Rightarrow y_M = 4$.

◆ Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -3(x-3) + 4 = -3x + 13$.

Câu 3: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ song song với đường thẳng $9x - y + 18 = 0$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

◆ Ta có $y' = -3x^2 + 3$.

◆ Giả sử x_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến Δ với đồ thị $(C): y = -x^3 + 3x + 2$.

Do Δ song song với đường thẳng $d: 9x - y + 18 = 0 \Leftrightarrow y = 9x + 18$ nên ta có $y'(x_0) = 9$

$\Leftrightarrow -3x_0^{\,2} + 3 = 9 \Leftrightarrow x_0^{\,2} = -2$ **(vô nghiệm)**.

◆ Vậy không có tiếp tuyến nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ có hệ số góc bằng bao nhiêu?

A. 5. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $-\dfrac{1}{5}$. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $y=\dfrac{x+1}{2x-3}\Rightarrow y'=\dfrac{-5}{(2x-3)^2}$

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ là: $y'(-1)=-\dfrac{1}{5}$.

Câu 5: Hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm A có hoành độ $x_A=1$ nằm trên (C).

A. $y=-3x+5$. **B.** $y=3x-5$. **C.** $y=-5x+3$. **D.** $y=5x-3$.

Lời giải

Chọn A

+ Tung độ của điểm A là $y_A=2$

+ $f(x)=x^3-3x^2+4\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x\Rightarrow f'(1)=-3$.

+ Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y-2=-3(x-1)\Leftrightarrow y=-3x+5$.

Câu 6: Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-1$ là

A. 6. **B.** -1. **C.** -6. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'(x)=-3x^2+3$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số đã cho là: $y'(1)=-3(1)^2+3=0$.

Câu 7: Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-1$ là

A. 6. **B.** -1. **C.** -6. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'(x)=-3x^2+3$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số đã cho là: $y'(1)=-3(1)^2+3=0$.

Câu 8: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=3x-4x^3$ tại điểm có hoành độ $x=0$ là:

A. $y=3x$. **B.** $y=0$. **C.** $y=3x-2$. **D.** $y=-12x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3-12x^2\Rightarrow y'(0)=3$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ $x=0$ là: $y=y'(0).(x-0)+y(0)$ $\Leftrightarrow y=3x$.

Câu 9: Tìm tất cả các điểm M trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ mà tiếp tuyến của đồ thị tại điểm đó song song với đường thẳng $d: y=3x+10$.

A. $M\left(3;\dfrac{1}{4}\right)$. **B.** $M(0;-2)$.

C. $M(0;-2)$ và $M(-2;4)$. **D.** $M\left(-\frac{5}{2};3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M\left(a;1-\frac{3}{a+1}\right)$ là điểm thuộc đồ thị.

Ta có $y'=\frac{3}{(x+1)^2}\Rightarrow y'(M)=\frac{3}{(a+1)^2}$. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y=3x+10$

nên ta suy ra $y'(M)=3\Leftrightarrow\frac{3}{(a+1)^2}=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-2\end{array}\right.$.

Với $a=0$, ta có phương trình tiếp tuyến $y=3x-2$ (nhận).

Với $a=-2$, ta có phương trình tiếp tuyến $y=3x+10$ (loại).

Vậy $M(0;-2)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=\frac{x+1}{1-x}$ và điểm $I(1;-1)$. Tìm tất cả các điểm M nằm trên đồ thị hàm số sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với IM.

A. $M\left(1+\sqrt{2};-1-\sqrt{2}\right)$ và $M\left(1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)$.

B. $M(-1;0)$ và $M(3;-2)$.

C. $M\left(\sqrt{2};-3-2\sqrt{2}\right)$.

D. $M(2;-3)$ và $M(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y=\frac{x+1}{1-x}=\frac{x-1+2}{1-x}=-1+\frac{2}{1-x}$.

Gọi $M\left(a;-1+\frac{2}{1-a}\right)$ là điểm thuộc đồ thị. Ta có $\overrightarrow{IM}=\left(a-1;\frac{2}{1-a}\right)\Rightarrow k_{IM}=\frac{-2}{(a-1)^2}$.

Ta có $y'=\frac{2}{(x-1)^2}\Rightarrow y'(M)=\frac{2}{(a-1)^2}$. Tiếp tuyến vuông góc với IM nên ta có

$$y'(M).k_{IM}=-1\Leftrightarrow\frac{2}{(a-1)^2}\frac{-2}{(a-1)^2}=-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1-\sqrt{2}\\a=1+\sqrt{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}M\left(1-\sqrt{2};-1+\sqrt{2}\right)\\M\left(1+\sqrt{2};-1-\sqrt{2}\right)\end{array}\right.$$

Câu 11: Qua điểm $M(2;0)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2$ là (C).

Ta có $y'=4x^3-8x$

Gọi $A(x_0;y_0)\in(C)$ là tiếp điểm. Suy ra phương trình tiếp tuyến với (C) tại A là

$y=(4x_0^3-8x_0)(x-x_0)+x_0^4-4x_0^2$ (d).

Vì (d) đi qua điểm $M(2;0)$ nên $(4x_0^3-8x_0)(2-x_0)+x_0^4-4x_0^2=0$

$\Leftrightarrow x_0(4x_0^2-8)(2-x_0)+x_0^2(x_0-2)(x_0+2)=0$

$$\Leftrightarrow x_0(2-x_0)(3x_0^2-2x_0-8)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=2 \\ x_0=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right. .$$

Suy ra có 3 tiếp tuyến với (C) đi qua điểm M.

Câu 12: Biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+2$ tại điểm $A(-1;1)$ vuông góc với đường thẳng $x-2y+3=0$. Tính a^2-b^2

A. $a^2-b^2=-2$. **B.** $a^2-b^2=10$. **C.** $a^2-b^2=13$. **D.** $a^2-b^2=-5$.

Lời giải

Chọn D

Vì điểm $A(-1;1)$ thuộc đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+2$ nên $a+b=-1$ (1).

Ta có: $y'=4ax^3+2bx$ và $x-2y+3=0\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$.

Vì tiếp tuyến của đồ thị tại $A(-1;1)$ vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$ nên

$y'(-1).\dfrac{1}{2}=-1\Leftrightarrow y'(-1)=-2\Leftrightarrow -4a-2b=-2\Leftrightarrow 2a+b=1$ (2).

Từ (1), (2) ta được hệ phương trình $\begin{cases} a+b=-1 \\ 2a+b=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$.

Vậy $a^2-b^2=2^2-(-3)^2=-5$.

Câu 13: Viết phương tình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+3$ tại điểm $M(1;2)$.

A. $y=2x+2$. **B.** $y=3x-1$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=2-x$.

Lời giải

Chọn C

- $y=x^3-2x+3\Rightarrow y'=3x^2-2\Rightarrow y'(1)=1$
- Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-2x+3$ tại điểm $M(1;2)$ là

$y-y_0=y'(x_0)(x-x_0)\Leftrightarrow y-2=1.(x-1)\Leftrightarrow y=x+1$.

Câu 14: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x-3$ tại điểm $M(1;-3)$ có phương trình là

A. $y=-3x$. **B.** $y=-3x+6$. **C.** $y=5x-8$. **D.** $y=3x-6$.

Lời giải

Chọn D

- Ta có $y'=3x^2+2x-2\Rightarrow y'(1)=3$.

◆ Phương trình tiếp tuyến tại $M(1;-3)$ là $y=3(x-1)-3$ hay $y=3x-6$.

Câu 15: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$, biết tiếp tuyến có hệ số góc $k=-3$.

A. $y=-3x+4$. **B.** $y=-3x+14$ và $y=-3x+2$.

C. $y=-3x-14$ và $y=-3x-2$. **D.** $y=-3x-4$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

$y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm.

Tiếp tuyến có hệ số góc $k=-3\Leftrightarrow y'(x_0)=-3\Leftrightarrow\dfrac{-3}{(x_0-2)^2}=-3\Leftrightarrow(x_0-2)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\\x_0=1\end{array}\right.$.

Với $x_0=3\Rightarrow y_0=5$. Phương trình tiếp tuyến tại $M(3;5)$ là: $y=-3(x-3)+5=-3x+14$.

Với $x_0=1\Rightarrow y_0=-1$. Phương trình tiếp tuyến tại $M(1;-1)$ là: $y=-3(x-1)-1=-3x+2$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=-3x+14$ và $y=-3x+2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp một liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết phương trình tiếp tuyến của hàm số tại điểm $x_0=1$ có dạng: $y=3x+4$. Giá trị của $f(1)$ bằng:

A. 4. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có PT tiếp tuyến của hàm số tại điểm x_0 là $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$.

Do $x_0=1$ nên $y=f'(1)(x-1)+f(1)$

Suy ra $y=f'(1)x-f'(1)+f(1)=3x+4$

Suy ra

$\begin{cases}f'(1)=3\\-f'(1)+f(1)=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}f'(1)=3\\f(1)=7\end{cases}$

Vậy $f(1)=7$.

Câu 17: **[2D1-5.18-2] (TMD - Đề IMC10 - 2020 - 2021)** Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A có hoành độ $x_A=1$ nằm trên (C).

A. $y=-3x+5$. **B.** $y=3x-5$. **C.** $y=-5x+3$. **D.** $y=5x-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=x^3-3x^2+4\Rightarrow f'(x)=3x^2-6x\Rightarrow f'(1)=-3$.

Điểm $A\in(C)$ có $x_A=1\Rightarrow A(1;2)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A là: $y=-3(x-1)+2\Leftrightarrow y=-3x+5$.

Câu 18: Cho đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến với đồ thị (C) song song với trục hoành?

A. 3. **B.** 2. **C.** Không có. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$.

Tiếp tuyến với đồ thị (C) song song với trục hoành (nếu có) có hệ số góc bằng 0.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp tuyến của tiếp tuyến. Ta có $y'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{array}\right.$.

TH1: $x_0 = 0 \Rightarrow y(0) = 2$

PTTT: $y = 0(x - 0) + 2 \Leftrightarrow y = 2$ (thỏa mãn).

TH2: $x_0 = 2 \Rightarrow y(2) = -2$

PTTT: $y = 0(x - 2) + (-2) \Leftrightarrow y = -2$ (thỏa mãn).

Vậy có hai tiếp tuyến song song với trục hoành có phương trình là $y = 2$ và $y = -2$.

Câu 19: Cho hàm số $y = x^4 - 6x^2 - 3$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm A (có hoành độ $x_A = 1$) cắt đồ thị hàm số (C) tại điểm B (B khác A). Hoành độ điểm B là

A. 1. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) tại điểm $A(x_A; y_A)$ có dạng $y = y'(x_A)(x - x_A) + y_A$.

Ta có $x_A = 1 \Rightarrow y_A = -8$ và $y'(x_A) = y'(1) = -8$.

Vậy phương trình tiếp tuyến là $y = -8x$.

Khi đó hoành độ điểm B là nghiệm của phương trình

$x^4 - 6x^2 - 3 = -8x \Leftrightarrow x^4 - 6x^2 + 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Mà B khác A nên hoành độ điểm B là $x = -3$.

Câu 20: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \ln x$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ có phương trình là

A. $y = x$ **B.** $y = x - 1$ **C.** $y = -x$ **B.** $y = -x + 1$

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \dfrac{1}{x}$.

Khi đó, tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \ln x$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ có phương trình là $y = f'(1)(x - 1) + f(1) = \dfrac{1}{1}(x - 1) + \ln 1 = x - 1$.

Câu 21: Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 1}{x - 3}$ tại điểm có hoành độ $x = 4$ là

A. $k = -3$. **B.** $k = -5$. **C.** $k = 7$. **D.** $k = 2$.

Lời giải

Chọn B

$y' = \dfrac{2(-3)-1(-1)}{(x-3)^2} = \dfrac{-5}{(x-3)^2}$

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-3}$ tại điểm có hoành độ $x = 4$ là

$k = y'(4) = \dfrac{-5}{(4-3)^2} = -5$.

Câu 22: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x\ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là

A. $y = 2x + 3e$. **B.** $y = 2x - e$. **C.** $y = ex - 2e$. **D.** $y = x + e$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 1 + \ln x$.

Hệ số góc của tiếp tuyến là $k = y'(e) = 2$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = 2(x-e) + e$ hay $y = 2x - e$.

Câu 23: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là

A. $y = -40x - 102$. **B.** $y = -40x - 58$. **C.** $y = -40x + 102$. **D.** $y = -40x + 58$.

Lời giải

Chọn B

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 22$.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x \Rightarrow y'(-2) = -40$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là $y = -40(x+2) + 22$ hay $y = -40x - 58$.

Câu 24: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là

A. $y = -40x - 102$. **B.** $y = -40x - 58$. **C.** $y = -40x + 102$. **D.** $y = -40x + 58$.

Lời giải

Chọn B

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = 22$.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x \Rightarrow y'(-2) = -40$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là $y = -40(x+2) + 22$ hay $y = -40x - 58$.

Câu 25: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ có hệ số góc $k = -3$ có phương trình là

A. $y = -3x + 1$. **B.** $y = -3x - 1$. **C.** $y = -3x - 7$. **D.** $y = -3x + 7$.

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x$.

Theo đề ta có phương trình $3x^2 - 6x = -3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = -4$.

Phương trình tiếp tuyến: $y = -3(x-1) - 4 \Leftrightarrow y = -3x - 1$.

Câu 26: Cho đường cong (C) có phương trình $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) và trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y=x-2$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-2x-1$. **D.** $y=2x-1$.

Lời giải

Chọn D

◆ TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

◆ Ta có: $y'=f'(x)=\dfrac{2}{(x+1)^2}$.

◆ Cho $x=0\Rightarrow y=-1\Rightarrow M(0;-1)$.

◆ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là: $\Delta: y=f'(0)(x-0)-1 \Leftrightarrow \Delta: y=2x-1$.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=(2m-1)x^4-mx^2+8$ tại điểm có hoành độ $x=1$ vuông góc với đường thẳng $d: 2x-y-3=0$.

A. $m=\dfrac{9}{2}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\dfrac{7}{12}$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn C

◆ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

◆ Ta có: $y'=4(2m-1)x^3-2mx$.

◆ Hệ số góc của tiếp tuyến Δ của đồ thị hàm số (C) tại điểm có hoành độ $x=1$ là: $k_\Delta=y'(1)=6m-4$. Hệ số góc của đường thẳng d là $k_d=2$.

◆ Ta có: $\Delta\perp d \Leftrightarrow k_\Delta.k_d=-1\Leftrightarrow (6m-4).2=-1\Leftrightarrow m=\dfrac{7}{12}$.

Câu 28: Tiếp tuyến của đường cong $(C): y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;5)$ và cắt trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B. Tính diện tích tam giác OAB.

A. $\dfrac{121}{6}$. **B.** $\dfrac{121}{3}$. **C.** $-\dfrac{121}{6}$. **D.** $-\dfrac{121}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tiếp tuyến có dạng : $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$ và $y'(2)=-3$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến là : $y-5=-3(x-2)\Leftrightarrow y=-3x+11\ (d)$.

$A=Ox\cap d$ nên tọa độ A là nghiệm của hệ: $\begin{cases}y=-3x+11\\ y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{11}{3}\\ y=0\end{cases}$ nên $A\left(\dfrac{11}{3};0\right)$.

$B=Oy\cap d$ nên tọa độ B là nghiệm của hệ: $\begin{cases}y=-3x+11\\ x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=11\end{cases}$ nên $B(0;11)$.

$S_{OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.\frac{11}{3}.11=\frac{121}{6}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3-x$ có đồ thị (C). Gọi M,N là hai điểm phân biệt trên (C) và các tiếp tuyến của (C) tại các điểm M,N song song với nhau. Tính x_M+x_N.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn C

◆ Ta có $y'=3x^2-1$.

◆ Vì các tiếp tuyến của (C) tại các điểm M,N song song với nhau nên $y'(x_M)=y'(x_N)\Leftrightarrow 3x_M^2-1=3x_N^2-1\Leftrightarrow (x_M-x_N)(x_M+x_N)=0\Leftrightarrow x_M+x_N=0$ (vì M,N là hai điểm phân biệt).

Câu 30: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x-3$ tại điểm $M(1;-3)$ có phương trình là

A. $y=-3x$. **B.** $y=-3x+6$. **C.** $y=5x-8$. **D.** $y=3x-6$.

Lời giải

Chọn D

◆ Ta có $y'=3x^2+2x-2\Rightarrow y'(1)=3$.

◆ Phương trình tiếp tuyến tại $M(1;-3)$ là $y=3(x-1)-3$ hay $y=3x-6$.

Câu 31: Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ song song với đường thẳng $9x-y+18=0$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

◆ $y'=3x^2-3$.

◆ Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $9x-y+18=0$ nên hệ số góc bằng 9 $\Rightarrow 3x^2-3=9\Leftrightarrow x^2=4\Leftrightarrow x=\pm 2$.

◆ Với $x=2$ ta được phương trình tiếp tuyến $9x-y-14=0$.

◆ Với $x=-2$ ta được phương trình tiếp tuyến $9x-y+18=0$.

◆ Vậy có 1 tiếp tuyến thỏa mãn.

Câu 32: Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

A. $y=-x+1$ **B.** $y=-x-2$ **C.** $y=x-2$ **D.** $y=-x+2$

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm $y=-\frac{1}{(x+1)^2}$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x=0\\ y=\frac{x+2}{x+1}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\ y=2\end{cases}\Rightarrow k=f'(0)=-1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm M là $y=-1(x-0)+2=-x+2$.

Câu 33: Cho hàm số $y=x^3+(m-1)x^2-3mx+2m+1$ có đồ thị (C_m), biết rằng đồ thị (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định A,B. Có bao số nguyên dương m thuộc $[-2020;2020]$ để (C_m) có tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng AB?

A. 4041. **B.** 2021. **C.** 2019 **D.** 2020.

Lời giải

Chọn C

Ta tìm toạ độ hai điểm cố định A,B.

Ta có $y=x^3+(m-1)x^2-3mx+2m+1\Leftrightarrow m(x^2-3x+2)+x^3-x^2+1-y=0$. Toạ độ hai điểm cố định A,B là nghiệm hệ

$$\begin{cases}x^2-3x+2=0\\x^3-x^2+1=y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1,y=1\\x=2,y=5\end{bmatrix}\Rightarrow A(1;1),B(2;5).$$

Khi đó ta có: $(AB):-4x+y+3=0\Leftrightarrow(AB):y=4x-3$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với (C_m) tại $M(x_0;y_0)$ là $y'(x_0)=3x_0^2+2x_0(m-1)-3m$.

Vì tiếp tuyến vuông góc với AB nên $y'(x_0).4=-1$.

Suy ra: $4.(3x_0^2+2x_0(m-1)-3m)=-1\Leftrightarrow 12x_0^2+8(m-1)x_0-12m+1=0\quad(*)$

Để phương trình $(*)$ có nghiệm thì

$$\Delta'=\left[4(m-1)\right]^2-12(1-12m)\ge 0\Leftrightarrow 16m^2+112m+4\ge 0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m\le -6,69\\m\ge -0,036\end{bmatrix}$$

Vì $m\in[-2020;2020]$ và $m\in\mathbb{Z}^+$ nên $1\le m\le 2020$.

Vậy có 2019 giá trị m nguyên dương.

Câu 34: Cho biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là $y=2x-1$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(2x^2-1)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là

A. $y=4x-3$. **B.** $y=5x-4$. **C.** $y=8x-7$. **D.** $y=6x-5$.

Lời giải

Chọn C

Vì tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại $x=1$ có phương trình là $y=2x-1$

$$\Rightarrow\begin{cases}f'(1)=2\\f(1)=1\end{cases}.$$

Đặt $g(x)=f(2x^2-1)$; $g'(x)=4x.f'(2x^2-1)$; $g'(1)=4.f'(1)=4.2=8$; $g(1)=f(1)=1$

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=g'(1)(x-1)+g(1)$

$\Leftrightarrow y=8(x-1)+1\Leftrightarrow y=8x-7$.

Câu 35: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Viết tất cả các phương trình tiếp tuyến của (C), biết khoảng cách từ điểm $I(1;2)$ đến tiếp tuyến bằng $\sqrt{2}$.

A. $x+y-5=0$. **B.** $x+y-1=0$ và $x+y-5=0$.

C. $x+y+1=0$ và $x+y+5=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) có dạng:

$$y=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0-1}{x_0-1}\Leftrightarrow x+(x_0-1)^2y-2x_0^2+2x_0-1=0$$

Theo đề $d(I,\Delta)=\sqrt{2}\Leftrightarrow\dfrac{\left|1+2(x_0-1)^2-2x_0^2+2x_0-1\right|}{\sqrt{1+(x_0-1)^4}}=\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow(x_0-1)^4-2(x_0-1)^2+1=0\Leftrightarrow(x_0-1)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\\x_0=0\end{array}\right.$$

Với $x_0=2$ ta có phương trình tiếp tuyến: $y=-(x-2)+3\Leftrightarrow x+y-5=0$.

Với $x_0=0$ ta có phương trình tiếp tuyến: $y=-(x-0)+1\Leftrightarrow x+y-1=0$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{(2m-1)x-m}{x+m}(m\neq0)$ có đồ thị (C_m). Biết rằng tồn tại duy nhất một đường thẳng (d) có phương trình $y=ax+b$ sao cho (C_m) luôn tiếp xúc với (d). Giá trị của $a+b$ là

A. -3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{2m^2}{(x+m)^2}$.

Đường thẳng (d) luôn tiếp xúc với đồ thị (C_m) suy ra hệ phương trình sau luôn có nghiệm với mọi giá trị $m\neq0$.

$$\begin{cases}\dfrac{2m^2}{(x+m)^2}=a\\\dfrac{(2m-1)x-m}{x+m}=ax+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2m^2}{(x+m)}=a(x+m)\\\dfrac{(2m-1)(x+m)-2m^2}{x+m}=ax+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2m^2}{(x+m)}=ax+am & (1)\\(2m-1)-\dfrac{2m^2}{x+m}=ax+b & (2)\end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) theo vế ta được: $-(2m-1)+\dfrac{4m^2}{x+m}=am-b\Leftrightarrow\dfrac{m}{x+m}=\dfrac{(a+2)m-b-1}{4m}$

Thay vào (1) ta được: $\left(\dfrac{(a+2)m-(b+1)}{4m}\right)^2=\dfrac{a}{2}\Leftrightarrow\left((a+2)m-(b+1)\right)^2=8am^2$

$$\Leftrightarrow(a-2)^2m^2-2(b+1)(a+2)m+(b+1)^2=0\ (*)$$

Vì đồ thị (C_m) luôn tiếp xúc với đường thẳng (d) nên $(*)$ luôn xảy ra với mọi giá trị $m\neq0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 = 0 \\ 2(b+1)(a+2) = 0 \\ (b+1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}.$$

Vậy $a+b=1$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn: $\left[f(1+x)\right]^3 + 2.f(1+x) - 21x - 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$.

A. $y=3x+1$. **B.** $y=3x+2$. **C.** $y=3x-2$. **D.** $y=3x-1$.

Lời giải

Chọn C

◆ Xét phương trình: $\left[f(1+x)\right]^3 + 2.f(1+x) - 21x - 3 = 0$ **(1)**.

◆ Từ **(1)** cho $x=0$ ta có: $f^3(1) + 2.f(1) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(1) = 3$.

◆ Đạo hàm hai vế của **(1)** ta có $3f^2(1+x)\,f'(1+x) + 4f'(1+2x) - 21 = 0$ **(2)**.

◆ Từ **(2)** cho $x=0$ ta được: $3f^2(1)\,f'(1) + 4f'(1) - 21 = 0$

$\Leftrightarrow 3f'(1) + 4f'(1) - 21 = 0 \Leftrightarrow f'(1) = 3$.

◆ Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là:

$y = f'(1).(x-1) + f(1) = 3.(x-1) + 1 = 3x - 2$.

Câu 38: Xét điểm M có hoành độ là số nguyên thuộc đồ thị $(C): y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M cắt đường tiệm cận ngang của (C) tại điểm A. Hỏi có bao nhiêu điểm M thỏa điều kiện A cách gốc tọa độ một khoảng cách nhỏ hơn $2\sqrt{10}$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = -\dfrac{3}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1.$

Giả sử $M(a;b) \in (C)$. Khi đó $b = \dfrac{2a+1}{a-1}$ với $a \in \mathbb{Z}, a \neq 1$.

Tiếp tuyến với (C) tại điểm M có phương trình là

$\Delta: y = -\dfrac{3}{(a-1)^2}.(x-a) + \dfrac{2a+1}{a-1}$.

Đồ thị (C) có TCN là đường thẳng $d: y = 2$.

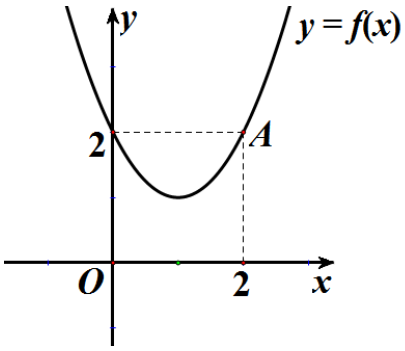
Ta có $\Delta \cap d = A(2a-1;2)$.

Theo bài ra ta có $OA < 2\sqrt{10} \Leftrightarrow (2a-1)^2 + 4 < 40$

$\Leftrightarrow 4a^2 - 4a - 35 < 0 \Leftrightarrow a \in \left(-\dfrac{5}{2}; \dfrac{7}{2}\right)$.

Do $a \in \mathbb{Z}, a \neq 1 \Rightarrow a \in \{-2;-1;0;2;3\}$. Vậy có 5 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (P) như hình bên và đường thẳng $\Delta: y = 2x - 2$ là tiếp tuyến của (P) tại điểm A. Xét hàm số $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$. Tính $g'(2)$.



A. $g'(2) = \dfrac{1}{2}$. **B.** $g'(2) = \dfrac{1}{4}$. **C.** $g'(2) = -\dfrac{1}{4}$. **D.** $g'(2) = -\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, với a, b, c là các số thực và $a > 0$.

Vì (P) đi qua các điểm $A(2;2), B(0;2)$ nên ta có hệ phương trình

$\begin{cases} 2 = 4a + 2b + c \\ 2 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ c = 2 \end{cases}, (1)$.

Vì đường thẳng $\Delta: y = 2x - 2$ là tiếp tuyến của (P) tại điểm A nên ta có

$f'(2) = 2 \Leftrightarrow 4a + b = 2, (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$.

Ta có $y = f(x) = x^2 - 2x + 2$ suy ra $g(x) = \dfrac{f(x)}{x} = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x} = x - 2 + \dfrac{2}{x}$.

Ta có $g'(x) = 1 - \dfrac{2}{x^2} \Rightarrow g'(2) = 1 - \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) và hàm số $y = g(x) = x^2$ có đồ thị (P). Hỏi hai đồ thị (C) và (P) có tất cả bao nhiêu tiếp tuyến chung?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi $A(a; a^2)$ thuộc đồ thị (P). Phương trình tiếp tuyến tại A có dạng $y = g'(a)(x - a) + a^2$.

Hay $y = 2a(x - a) + a^2 = 2ax - a^2 \ (d)$.

Để (d) là tiếp tuyến của (C) thì (d) và (C) phải tiếp xúc với nhau.

Ta có điều kiện tiếp xúc: $\begin{cases} x^3 - 3x = 2ax - a^2 & (1) \\ 3x^2 - 3 = 2a & (2) \end{cases}$.

Thế (2) vào (1) ta được $x^3-3x=\left(3x^2-3\right)x-\left(\dfrac{3x^2-3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x^3-3x=3x^3-3x-\dfrac{9x^4-18x^2+9}{4}$

$\Leftrightarrow 9x^4-8x^3-18x^2+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\approx 1,82 \\ x\approx 0,68 \end{array}\right.$.

Vậy hai đồ thị (C) và (P) có tất cả hai tiếp tuyến chung.

Câu 41: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-2x+m-1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của d và (C). Tính tích $k_1.k_2$.

A. $k_1.k_2=2$. **B.** $k_1.k_2=\dfrac{1}{4}$. **C.** $k_1.k_2=4$. **D.** $k_1.k_2=3$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\dfrac{x+1}{x+2}=-2x+m-1 \Leftrightarrow 2x^2+(6-m)x+3-2m=0 (x\neq -2) (1)$

Đặt $f(x)=2x^2+(6-m)x+3-2m$. Ta có $f(-2)=-1\neq 0$. $\Delta=m^2+4m+12>0, \forall m$.

Vậy phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2. Theo Viet ta có

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{m-6}{2} \\ x_1.x_2=\dfrac{3-2m}{2} \end{cases}$$

Từ $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ ta có $y'=\dfrac{1}{(x+2)^2}$. Do đó ta có $k_1=\dfrac{1}{(x_1+2)^2}; k_2=\dfrac{1}{(x_2+2)^2}$.

$k_1.k_2=\dfrac{1}{(x_1+2)^2(x_2+2)^2}=\dfrac{1}{\left[x_1.x_2+2(x_1+x_2)+4\right]^2}=$

Mà $\left[x_1.x+2(x_1+x_2)+4\right]^2=\left(\dfrac{3-2m}{2}+\dfrac{2m-12}{2}+4\right)^2=\dfrac{1}{4}$.

Vậy $k_1.k_2=4$.

Câu 42: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

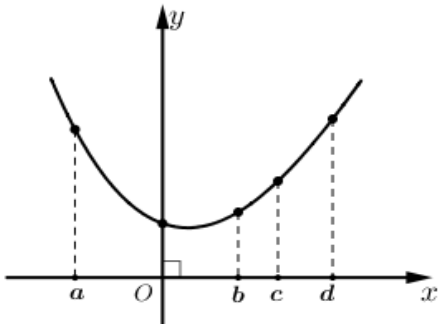
Để đường thẳng $y=3x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=x^3+1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} x^3+1=3x+m \\ 3x^2=3 \end{cases}$

(1) có nghiệm.

Giải hệ (1) $\begin{cases} x^3+1=3x+m \\ 3x^2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=x^3-3x+1 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$

Vậy tổng các giá trị m là: $-1+3=2$.

Câu 43: Cho $f(x)$ là hàm đa thức có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S=\{f'(a), f'(b), f'(c), f'(d), f'(0)\}$. Phần tử lớn nhất trong tập hợp S là:



A. $f'(a)$. **B.** $f'(b)$. **C.** $f'(0)$. **D.** $f'(d)$.

Lời giải

Gọi α, β lần lượt là góc tạo bởi tiếp tuyến tại c, d.

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(c)=\tan\alpha \\ f'(d)=\tan\beta \Rightarrow 0<f'(c)<f'(d). \\ \alpha<\beta \end{cases}$$

Vậy phần tử lớn nhất trong tập hợp S là: $f'(d)$.

Câu 44: Cho biết tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là $y=2x-1$. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f\left(2x^2-1\right)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là

A. $y=4x-3$. **B.** $y=5x-4$. **C.** $y=8x-7$. **D.** $y=6x-5$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề, ta có $f'(1)=2$ và tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=1$ là $y=2(x-1)+f(1)=2x+f(1)-2$, suy ra $f(1)=1$.

Xét hàm số $y=f\left(2x^2-1\right)$. Ta có $y'=4xf'\left(2x^2-1\right)$. Suy ra $y'(1)=4f'(1)=8$.

Từ đây ta loại ba đáp án **A, B, D.**

Câu 45: Cho hàm số $y=x^4-2x^2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại $B(x_2;y_2)$ với B khác A thỏa $y_2-y_1=-24(x_2-x_1)$. Số điểm A thỏa mãn là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình $y-y_1=y'(x_1).(x-x_1)$

Do B thuộc tiếp tuyến của (C) tại A nên $y_2-y_1=y'(x_1)(x_2-x_1)$

$$\Rightarrow y'(x_1)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-24.$$

Do đó x_1 là nghiệm của phương trình $4x^3-4x=-24\Leftrightarrow x^3-x+6=0\Leftrightarrow x=-2$

Từ đó suy ra có duy nhất điểm A thỏa mãn bài toán.

Câu 46: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0;a)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2018;2018]$ để từ A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 2017. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-\dfrac{3}{(x-1)^2}$.

Tiếp tuyến với đồ thị (C) qua $A(0;a)$ là $(\Delta): y=kx+a$.

(Δ) tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x+2}{x-1}=kx+a\\ -\dfrac{3}{(x-1)^2}=k\end{cases}$ $(*)$ có nghiệm.

Từ hệ $(*)$ ta có $\dfrac{x+2}{x-1}=-\dfrac{3x}{(x-1)^2}+a\Leftrightarrow(a-1)x^2-2(2+a)x+2+a=0$ $(**)$.

Yêu cầu bài toán là tìm a để phương trình $(**)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa $\dfrac{x_1+2}{x_1-1}.\dfrac{x_2+2}{x_2-1}<0$.

Ta có $\begin{cases}S=x_1+x_2=\dfrac{2+a}{a-1}\\ P=x_1x_2=\dfrac{2(2+a)}{a-1}\end{cases}$.

Yêu cầu bài toán tương đương $\begin{cases}a\neq 1\\ \Delta'>0\\ \dfrac{P+2S+4}{P-S+1}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 1\\ 3a+6>0\\ \dfrac{9a+6}{-3}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 1\\ a>-2\\ a>-\dfrac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\neq 1\\ a>-\dfrac{2}{3}\end{cases}$.

Do m nguyên thuộc đoạn $[-2018;2018]$ nên $m\in\{0;2;3;4;\ldots;2018\}$.

Vậy có 2018 giá trị thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 47: Cho hàm số $y=x^4-2x^2$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến của (C) tại A cắt (C) tại $B(x_2;y_2)$ với B khác A thỏa $y_2-y_1=-24(x_2-x_1)$. Số điểm A thỏa mãn là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình $y-y_1=y'(x_1).(x-x_1)$

Do B thuộc tiếp tuyến của (C) tại A nên $y_2-y_1=y'(x_1)(x_2-x_1)$

$\Rightarrow y'(x_1)=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-24$.

Do đó x_1 là nghiệm của phương trình $4x^3-4x=-24\Leftrightarrow x^3-x+6=0\Leftrightarrow x=-2$

Từ đó suy ra có duy nhất điểm A thỏa mãn bài toán.

Câu 48: Tìm điểm M có hoành độ âm trên đồ thị $(C):y=\dfrac{1}{3}x^3-x+\dfrac{2}{3}$ sao cho tiếp tuyến tại M vuông góc với đường thẳng $d:y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}$.

A. $M(-2;-4)$. **B.** $M\left(-1;\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $M(-2;0)$. **D.** $M\left(2;-\dfrac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d:y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{2}{3}$ có hệ số góc $-\dfrac{1}{3}$ cho nên tiếp tuyến có hệ số góc bằng 3.

Gọi tọa độ của M là $M(x_0;y_0)$ thì hệ số góc của tiếp tuyến tại M bằng $y'(x_0)=x_0^2-1$.

Từ đó ta có $x_0^2-1=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\\x_0=-2\end{array}\right.$.

Theo giả thiết, điểm M có hoành độ âm nên $x_0=-2$. Vậy tọa độ $M(-2;0)$.

Câu 49: Cho đa thức $f(x)$ với hệ số thực và thỏa mãn điều kiện $2f(x)+f(1-x)=x^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Biết tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=1$ của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Tính diện tích của tam giác đó?

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x)+f(1-x)=x^2,\forall x\in\mathbb{R}\ \ (1)$.

Đặt $t=1-x\Rightarrow 2f(1-t)+f(t)=(1-t)^2,\forall t\in\mathbb{R}\Rightarrow 2f(1-t)+f(x)=(1-x)^2,\forall t\in\mathbb{R}\ \ (2)$.

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases}2f(x)+f(1-x)=x^2\\2f(1-x)+f(x)=(1-x)^2\end{cases}\Rightarrow f(x)=\dfrac{1}{3}\left(x^2+2x-1\right)$.

Suy ra: $f(1)=\dfrac{2}{3};f'(1)=\dfrac{4}{3}$

Suy ra phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là:

$y=\dfrac{4}{3}(x-1)+\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow y=\dfrac{4}{3}x-\dfrac{2}{3}$

Tiếp tuyến cắt trục hoành tại $A\left(\dfrac{1}{2};0\right)$ và cắt trục tung tại $B\left(0;-\dfrac{2}{3}\right)$

Suy ra diện tích tam giác OAB là: $S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{1}{6}$.