



BẤT PHƯƠNG TRÌNH

bậc hai một ẩn



TÁC GIẢ
TOÁN TỪ TÂM



MỤC LỤC

Bài 1. KHÁI NIỆM VECTƠ

A. Lý thuyết

B. Các dạng bài tập

➤ Dạng 1. Tìm nghiệm và biệt thức của tam thức bậc hai	4
➤ Dạng 2. Xét dấu tam thức bậc hai	6
➤ Dạng 3. Điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có dấu không đổi	11

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	15
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	17
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	19

Bài 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI & PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. Lý thuyết

1. Bất phương trình bậc hai	22
2. Giải bất phương trình bậc hai	22
3. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$	22
4. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$	23

B. Các dạng bài tập

➤ Dạng 1. Giải bất phương trình bậc hai	24
➤ Dạng 2. Tìm tham số để tam thức bậc hai luôn âm – dương	26
➤ Dạng 3. Giải phương trình quy về phương trình bậc hai.....	29

C. Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm.....	33
B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai.....	37
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn	39



Chương 07

Bài 1.

DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A

Lý thuyết



Tam thức bậc hai:

- » Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.
- » Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được gọi là **nghiệm của tam thức bậc hai** $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- » $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b'^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Dấu của tam thức bậc hai:

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

- » Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- » Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.
- » Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn:
 - Cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
 - Trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$.Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.
- » Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: **"Trong trái ngoài cùng"**





Chú ý

Xét dấu tam thức bậc hai ta làm các bước:

- » **Bước (1):** Tính và xác định dấu của biệt thức Δ ;
- » **Bước (2):** Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);
- » **Bước (3):** Xác định dấu của hệ số a ;
- » **Bước (4):** Xác định dấu của $f(x)$.

► **Chú ý:** Khi xét dấu của tam thức bậc hai, ta có thể dùng biệt thức thu gọn Δ' thay cho biệt thức Δ .

Nhận xét

Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

$$(1) \quad ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$(3) \quad ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$(4) \quad ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

TOÁN TỪ TÂM

B



Đang 1. Tìm nghiệm và biệt thức của tam thức bậc hai



- » Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.
- » Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được gọi là *nghiệm của tam thức bậc hai* $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- » $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b'^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Tìm biệt thức và nghiệm của các tam thức bậc hai sau

(6) $f(x) = -x^2 + 4$

 Lời giải



TOÁN TỪ TÂM



Tìm biệt thức và nghiệm (nếu có) của các tam thức bậc hai sau:

$$(1) \quad f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 1$$

$$(2) \quad f(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 + m$$

(3) $f(x) = x^2 + mx - 1$

$$(4) \quad f(x) = (m^2 + 1)x^2 - 3mx - 1$$

 Lời giải

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

» Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

- Cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$

- Trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$.

Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

» Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: “***Trong trái ngoài cùng***”

Xét dấu của các tam thức sau:

(1) $3x^2 - 2x + 1$

(2) $-x^2 + 4x + 5$

(3) $4x^2 + 4x + 1$

$$(4) \quad 2x^2 - 6x + \frac{9}{2}$$

(5) $3x^2 - 2x - 8$

(6) $-x^2 + 2x - 1$

 Lời giải



Ví dụ 2.2.

Xét dấu các biểu thức sau:

(1) $f(x) = 2x^2 + x + 6$

(2) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

(3) $f(x) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1$

(4) $f(x) = (4 - 3x)(x^2 - 5x + 6)$

(5) $f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 - 2x + 1 + \sqrt{2}$

(6) $f(x) = -0,3x^2 + x - 1,5$

(7) $f(x) = x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5}$

(8) $f(x) = \sqrt{3}x^2 + (\sqrt{3} + 1)x + 1$

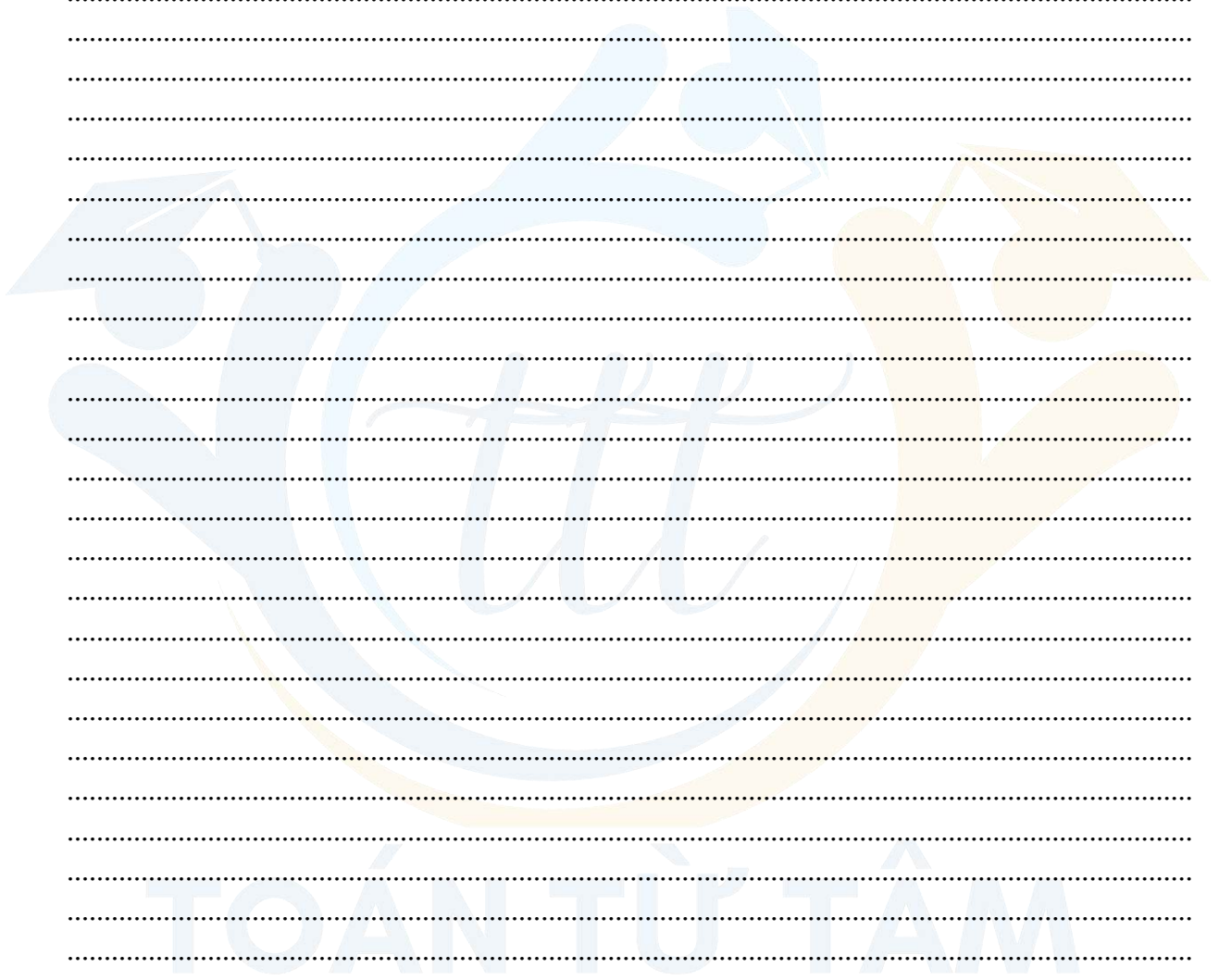
» Lời giải



Xét dấu các biểu thức sau:

$$(10) \quad f(x) = \frac{2x-5}{4x^2-19x+12}$$

 **Lời giải**





.....

.....

.....

.....



TOÁN TỪ TÂM



Dạng 3. Điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có dấu không đổi



Phương pháp

Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$\gg f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$



Ví dụ 3.1.

Cho $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x)$ luôn dương với mọi x .

Lời giải

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.2.

Cho $f(x) = (m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x) \geq 0$ với mọi giá trị của x .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Ví dụ 3.3.

Cho $f(x) = mx^2 - x - 1$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x) < 0$ với mọi giá trị của x .

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....



Cho $f(x) = (m-4)x^2 + (2m-8)x + m-5$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x) \leq 0$ với mọi giá trị của x .

 Lời giải



Cho $f(x) = \sqrt{x^2 - x + m} - 1$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x) > 0$ với mọi giá trị của x .

 **Lời giải**



Ví dụ 3.6.

Tìm các giá trị của tham số m để

(1) $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = (2m^2 - 3m - 2)x^2 + 2(m - 2)x - 1$.

(2) $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = (m + 4)x^2 - 2mx + 2m - 3$.

(3) $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = \frac{-x^2 + 4(m + 1)x + 1 - 4m^2}{-4x^2 + 5x - 2}$.

Lời giải



TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

» **Câu 2.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

» **Câu 3.** Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

- A. $x^2 - 10x + 2$. B. $x^2 - 2x - 10$. C. $x^2 - 2x + 10$. D. $-x^2 + 2x + 10$.

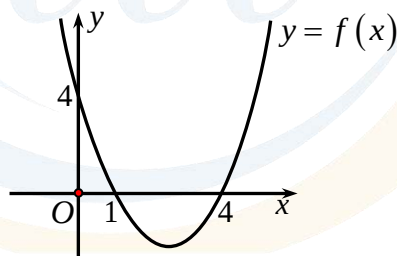
» **Câu 4.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai. B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.
C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

» **Câu 5.** Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $\Delta < 0$. B. $\Delta = 0$. C. $\Delta > 0$. D. $\Delta \geq 0$.

» **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



- A. $a > 0$, $\Delta > 0$. B. $a < 0$, $\Delta > 0$. C. $a > 0$, $\Delta = 0$. D. $a < 0$, $\Delta = 0$.

» **Câu 7.** Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. B. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

» **Câu 8.** Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?

- A. $x^2 - 5x + 6$. B. $16 - x^2$. C. $x^2 - 2x + 3$. D. $-x^2 + 5x - 6$.

» **Câu 9.** Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A. $x < -4$ hoặc $x > -1$. B. $x < 1$ hoặc $x > 4$.
C. $-4 < x < -1$. D. $x \in \mathbb{R}$.

» **Câu 10.** Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A. $x < -13$ hoặc $x > 1$. B. $x < -1$ hoặc $x > 13$.
C. $-13 < x < 1$. D. $-1 < x < 13$.



- » **Câu 11.** Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi
A. $x < -3$ hoặc $x > -1$. **B.** $x < -1$ hoặc $x > 3$.
C. $x < -2$ hoặc $x > 6$. **D.** $-1 < x < 3$.
- » **Câu 12.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?
A. $[2; 3]$. **B.** $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$. **C.** $[2; 4]$. **D.** $[1; 4]$.
- » **Câu 13.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương?
A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.
- » **Câu 14.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương?
A. $\emptyset$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-1; 3)$.
- » **Câu 15.** Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?

A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		$+$	$0 \quad -$

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$0 \quad +$

C.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$		$+$	$0 \quad +$

D.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$		$-$	$0 \quad -$

- » **Câu 16.** Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$0 \quad +$	$-$

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$		$+$	$0 \quad -$	$+$

C.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$		$-$	$0 \quad +$	$-$

D.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$		$+$	$0 \quad -$	$+$

- » **Câu 17.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. **B.** $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. **D.** $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.
- » **Câu 18.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
B. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.
D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- » **Câu 19.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.
A. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$. **B.** $x \in [-1; 5]$.
C. $x \in [-5; 1]$. **D.** $x \in (-5; 1)$.
- » **Câu 20.** Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$.

B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.



C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$.

D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

» **Câu 21.** Biểu thức $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$ âm khi

A. $x \in (1; 2)$.

B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.

C. $x \geq 4$.

D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

» **Câu 22.** Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$.

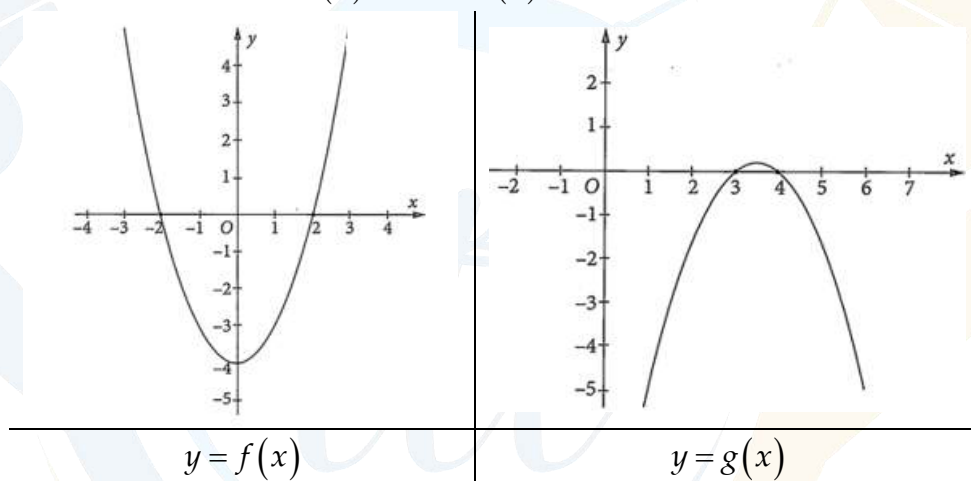
B. $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$.

C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$.

D. $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 23.** Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Khi đó:



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai												
(a)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$														
(b)	Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$														
(c)	Tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$											
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$									
(d)	$g(x) > 0 \Leftrightarrow 3 < x < 4$														

» **Câu 24.** Cho biểu thức $f(x) = (3x-1)(3x^2-4x+1)$.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$		
(b)	Bảng xét dấu của biểu thức là:		



x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$3x-1$	$-$	0	$+$	$+$
$3x^2-4x+1$	$+$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	0	$+$

(c) Với $x \in (1; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.

(d) Với $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ thì $f(x) < 0$.

» Câu 25. Cho biểu thức $f(x) = \frac{x-3}{x^2+7x+6}$.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai																																	
(a)	$f(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-6 \end{cases}$																																			
(b)	Bảng xét dấu của biểu thức là: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-6</td><td>-1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x-3$</td><td></td><td>$-$</td><td>$$</td><td>$-$</td><td>$$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>x^2+7x+6</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>$$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>$$</td><td>$+$</td><td>$$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$	$x-3$		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$	x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$f(x)$		$-$	$ $	$+$	$ $	$-$	0	$+$		
x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$																															
$x-3$		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$																												
x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$+$																												
$f(x)$		$-$	$ $	$+$	$ $	$-$	0	$+$																												
(c)	với $x \in (-\infty;-6) \cup (-1;3)$ thì $f(x) > 0$.																																			
(d)	với $x \in (-6;-1) \cup (3;+\infty)$ thì $f(x) < 0$.																																			

» Câu 26. Cho $f(x) = \frac{5x^2+3x-8}{x^2-7x+6}$.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x \neq 6$		
(b)	$f(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$		
(c)	$f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$		
(d)	$f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$		

» Câu 27. Cho $f(x) = \frac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7}$.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x \neq 0$		
(b)	$f(x) = 0 \Rightarrow x = 0$		
(c)	$x^2+5x+7 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 4$		



(d) $\frac{4x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7} = 0$ có tập nghiệm $S = (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$

» **Câu 28.** Cho phương trình $mx^2 - (4m+1)x + 4m+2 = 0$ (1) với m là tham số.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $-\frac{1}{4} < m < 0$		
(b)	Không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.		
(c)	Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi $-2 < m < 0$		
(d)	Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$		

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 29.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho: $-x^2 + 2(m+1)x - m^2 + m < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 30.** Tập nghiệm của bất phương trình: $(x^2 - 3x + 2)(-x^2 + 5x - 6) \geq 0$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 31.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m \in [0; 10]$ để phương trình $x^2 - (m+1)x + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 32.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $-x^2 + x + 4m^2 - 5m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 33.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - (2m-1)x + 1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 34.** Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 300Q + 200000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Gọi $a; b$ lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà xí nghiệp cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S = a + b$

» **Điền đáp số:**

» **Câu 35.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để: $f(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + m - 3$ không dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.



Điền đáp số:

- » **Câu 36.** Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là $21m$ và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên $10m$ so với mặt đất?

Điền đáp số:

- » **Câu 37.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hệ bất phương trình sau có nghiệm:
$$\begin{cases} x^2 + 2x - 15 < 0 \\ (m+1)x \geq 3 \end{cases}$$

Điền đáp số:

- » **Câu 38.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $x^2 + (m-2)x - 8m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Điền đáp số:

- » **Câu 39.** Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Gọi a, b lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà nhà sản xuất cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S = a + b$ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

Điền đáp số:

- » **Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m+1)x - m + 2 = 0$ vô nghiệm.

Điền đáp số:

- » **Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-100; 100]$ để phương trình $\frac{1}{m}x^2 + 2(m-2)x + m^2 = 0$ vô nghiệm.

Điền đáp số:

- » **Câu 42.** Một khung dây thép hình chữ nhật với chiều dài $30cm$ và chiều rộng $20cm$ được uốn lại thành hình chữ nhật mới với kích thước $(30-x)cm$ và $(20+x)cm$. Với $x \in (a; b)$ thì diện tích của khung sau khi uốn tăng lên. Khi đó trong khoảng $(a; b)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

Điền đáp số:

- » **Câu 43.** Cho phương trình $x^4 - 2x^2 - 2 - m = 0$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình (1) phương trình có đúng 2 nghiệm

Điền đáp số:



» **Câu 44.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Điền đáp số:

» **Câu 45.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 2]$.

Điền đáp số:

» **Câu 46.** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Điền đáp số:

Hết

TOÁN TỪ TÂM



Chương 07

Bài 2.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI & PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A

Lý thuyết

1. Bất phương trình bậc hai



Định nghĩa

- » Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), Trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai



Giải bất phương trình bậc hai

- » $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu không âm** (lớn hơn hoặc bằng 0).
- » $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu âm**.
- » $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu không dương** (bé hơn hoặc bằng 0).

3. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$



» Ta làm như sau:

- **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.
- **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$



4. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$



» Ta làm như sau:

- **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.
- **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

Hoặc $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$



Chú ý:

Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác

(1) $\sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$

(2) $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0; B \geq 0 \\ A + B + 2\sqrt{AB} = C \end{cases}$

(3) $\sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} + \sqrt{D}$

- » Nếu $A + B = C + D$ (hoặc $A.B = C.D$) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.
- » Nếu $A + C = B + D$ (hoặc $A.C = B.D$) thì đưa phương trình về dạng:
 $\sqrt{A} - \sqrt{C} = \sqrt{D} - \sqrt{B}$ sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

(4) $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$

- » Lập phương hai vế ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}) = C$
- » Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được:
 $A + B + 3\sqrt[3]{ABC} = C$.

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.

B

Phương pháp

✓ **Cách giải:**

Bước 2. Chọn những giá trị của x làm cho vế trái dương hoặc âm tùy theo chiều của bất phương trình.

Giải các bất phương trình sau:

$$(2) \quad -36x^2 + 12x - 1 \geq 0$$

$$(4) \quad (x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$$

$$(6) \quad (x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$$

 **Lời giải**



TOÁN TỪ TÂM



 **Lời giải**



Tìm giá trị của tham số m để các biểu thức sau đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$(2) \quad f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 4$$

TOÁN TỪ TÂM



✓ **Phương trình dạng** $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

- $$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{dx^2+ex+f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2+bx+c \geq 0 \\ dx^2+ex+f \geq 0 \\ ax^2+bx+c = dx^2+ex+f \end{cases}$$

✓ Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

- $$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2+bx+c} = dx+e \Leftrightarrow \begin{cases} dx+e \geq 0 \\ ax^2+bx+c = (dx+e)^2 \end{cases}$$

$$(1) \sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$$

$$(2) \sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$$

$$(3) \sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$$

$$(4) \sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

 **Lời giải**

TOÁN TỬ TÂM



Ví dụ 3.2.

Giải phương trình sau:

$$(1) \sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$$

(2) $\sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$

$$(3) \sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$$

$$(4) \sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$$

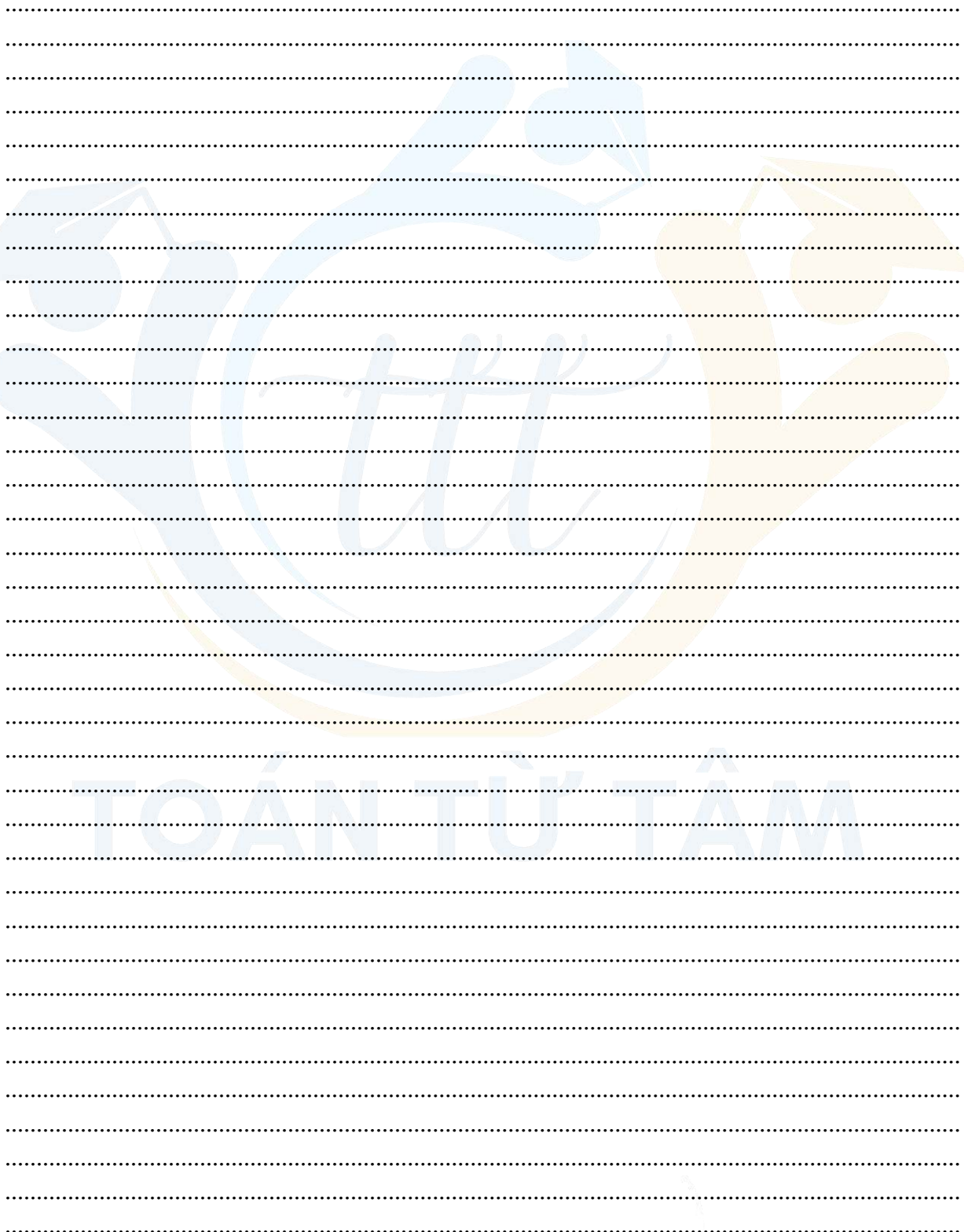
 **Lời giải**



Giải phương trình sau:

$$(2) \quad 2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$$

$$(4) \quad 13\sqrt{x^3 + x^2 - 6x} = 5x^2 + 21x - 12$$





.....

.....

.....



TOÁN TỪ TÂM



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

- » **Câu 1.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?
- A. $(-\infty; 0]$. B. $[6; +\infty)$. C. $[8; +\infty)$. D. $(-\infty; -1]$.
- » **Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là
- A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.
C. $S = (2; 5)$. D. $S = [2; 5]$.
- » **Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là
- A. $S = (-5; 5)$. B. $x > \pm 5$.
C. $-5 < x < 5$. D. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.
- » **Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là
- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(2; +\infty)$.
- » **Câu 5.** Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.
- A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$. B. $[-2; 3]$.
C. $[-3; 2]$. D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.
- » **Câu 6.** Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là
- A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. B. $(-1; 3)$. C. $[-1; 3]$. D. $(-3; 1)$.
- » **Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:
- A. $(1; 3)$. B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.
C. $[-1; 3]$. D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.
- » **Câu 8.** Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là
- A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$. B. $\emptyset$.
C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$. D. $[-3; 4]$.
- » **Câu 9.** Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là
- A. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. B. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.
C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$. D. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.
- » **Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.
- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.
- » **Câu 11.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là
- A. $(1; 4)$. B. $(-2; -1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1) \cup (1; 2)$.



» **Câu 12.** Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

- A. $x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 4$. C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $x \geq 4$.

» **Câu 13.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x+3}{x^2-4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. C. $\emptyset$. D. $(-2; -1]$.

» **Câu 14.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1$ là

- A. Hai khoảng. B. Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn. D. Ba khoảng.

» **Câu 15.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = 2-x$ là:

- A. $S = \{1; 5\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \{2; 3\}$.

» **Câu 16.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = -x^2-5$ là

- A. $S = \{1; 5\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \emptyset$.

» **Câu 17.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-3x^2} = 2x-1$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

» **Câu 18.** Số nghiệm của phương trình $(x-3)\sqrt{4-x^2} = x^2-4x+3$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

» **Câu 19.** Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)\sqrt{10-x^2} = x^2-3x+2$ là:

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

» **Câu 20.** Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3} = x-3$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{6; 2\}$. D. $S = \{6\}$.

» **Câu 21.** Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x-3$.

- A. 2 giao điểm. B. 4 giao điểm. C. 3 giao điểm. D. 1 giao điểm.

» **Câu 22.** Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1} = x-2$ bằng:

- A. 6. B. 1. C. 5. D. 2.

» **Câu 23.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x-2} = x$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

» **Câu 24.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6} = x-6$ bằng

- A. 15. B. 6. C. 2 và 15. D. 2.

» **Câu 25.** Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+x+1} = x^2+x-1$ là

- A. 3. B. -3. C. -1. D. 0.

» **Câu 26.** Số nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2-4$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

» **Câu 27.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

» **Câu 28.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x+5} = x^2-2x+3$ là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.



» **Câu 29.** $[-3;1)$ là tập xác định của phương trình nào sau đây?

A. $\sqrt{3+x} = \sqrt{\frac{1}{1-x^3}}$

B. $\sqrt{x^2-2x+1} = \sqrt{3-2x-x^2}$

C. $\sqrt{-x^2-x+6} = \sqrt{-x^2-3x+4}$

D. $\sqrt{1-x} = \sqrt{-x^2-x+6}$

» **Câu 30.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

» **Câu 31.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

A. $-4 \leq m \leq 4$.

B. $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.

C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$.

D. $-2 \leq m \leq 2$.

» **Câu 32.** Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $(-1; 2)$

B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

C. $[-1; 2]$

D. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

» **Câu 33.** Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

D. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

» **Câu 34.** Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m \geq 0$.

B. $m = \pm 2$.

C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$

» **Câu 35.** Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$.

D. $m > 0$.

» **Câu 36.** Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$.

B. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$.

C. $m > \frac{1}{7}$.

D. $m > 0$.

» **Câu 37.** Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$.

B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.

C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$.

D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

» **Câu 38.** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

A. $m < 2 \vee m > 6$.

B. $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.

C. $2 < m < 6$.

D. $-2 < m < 6$.

» **Câu 39.** Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m < 3$.

B. $m \geq 3$.

C. $m \leq -3$.

D. $m \leq 3$.



- » **Câu 40.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- A. $m \in \emptyset$. B. $m \in (-2; 2)$.
C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $m \in [-2; 2]$.
- » **Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
- A. 4. B. 6. C. 3. D. 5.
- » **Câu 42.** Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$.
- A. $m > 1$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.
- » **Câu 43.** Tìm m để $-9 < \frac{3x^2 + mx - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.
- A. $-3 < m < 6$. B. $-3 \leq m \leq 6$. C. $m < -3$. D. $m > 6$.
- » **Câu 44.** Cho phương trình $\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất
- A. $m > 4$. B. $4 < m < 5$. C. $3 < m < 4$. D. $m < 4$.
- » **Câu 45.** Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 2m} = x - 2$ có nghiệm. Đáp số nào sau đây đúng?
- A. $m \geq -\frac{25}{4}$. B. $m \geq 3$. C. $m \geq 0$. D. $m \geq -\frac{25}{8}$.
- » **Câu 46.** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1$ có hai nghiệm phân biệt là $S = (a; b]$. Khi đó giá trị $P = a \cdot b$ là
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{2}{3}$.
- » **Câu 47.** Tìm m để phương trình $(\sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 1)(x + 1)^3 + x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$, ta được điều kiện $m \in [a; b]$. Giá trị của biểu thức $P = a^2 + 2b$ bằng
- A. $P = 10$. B. $P = 12$. C. $P = 20$. D. $P = 15$.
- » **Câu 48.** Phương trình $\sqrt{3x + 1} - \sqrt{x - 1} = m^2(x + 1)$ có nghiệm thì $m \in [a; b] \setminus \{0\}$, tính giá trị của $a^2 + b$
- A. 0. B. 3. C. 2. D. 4.
- » **Câu 49.** Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - 2x - 2m} = x - 2$ có nghiệm.
- A. $m \leq 1$. B. $m \in (1; +\infty)$. C. $m > 2$. D. $m \geq 2$.
- » **Câu 50.** Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 8x + m} = 2x - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho vô nghiệm.
- A. $m \in \left[-\frac{1}{3}; \frac{15}{4}\right)$. B. $m \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{15}{4}\right)$. C. $m \in \left(-\infty; \frac{15}{4}\right)$. D. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.
- » **Câu 51.** Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - m - 1} = \sqrt{2x - 1}$ có hai nghiệm phân biệt là
- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.



B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 52.** Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ (*). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2 - 9x - 22 = 0$		
(b)	Phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ và phương trình $x^2 - 9x - 22 = 0$ có chung tập nghiệm		
(c)	$x = 11; x = -2$ là nghiệm của phương trình (*)		
(d)	Tập nghiệm của phương trình (*) là $S = \emptyset$		

» **Câu 53.** Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$ (*). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \leq 2$		
(b)	Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được $x^2 + 3x + 1 = 0$		
(c)	Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Các nghiệm của phương trình (*) thuộc $\mathbb{Z}$		

» **Câu 54.** Cho 2 phương trình $\sqrt{5x + 10} = 8 - x$ (1) và $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2$ (2). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình (1) có 1 nghiệm		
(b)	Phương trình (2) có 2 nghiệm		
(c)	Phương trình (1) và (2) có chung tập nghiệm		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) và (2) bằng 6		

» **Câu 55.** Cho phương trình $(x - 2)\sqrt{2x^2 + 4} = x^2 - 4$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq 2$		
(b)	Phương trình có 3 nghiệm		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5		
(d)	Các nghiệm của phương trình là các số chẵn		

» **Câu 56.** Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0$. (3) Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bình phương hai vế phương trình (3), ta được: $2x^2 + 2x - 3 = 0$		
(b)	Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình $3x^2 + 2x - 8 = 0$		
(c)	Phương trình (3) có một nghiệm		
(d)	Phương trình (3) có các nghiệm là các số nguyên âm		

» **Câu 57.** Cho phương trình $\sqrt{3x - 2} = 1 + \sqrt{x + 7}$. (1) Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$		
(b)	Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình $(x - 9)^2 = 0$		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 11		

» **Câu 58.** Cho phương trình $(x - 2)\sqrt{2x + 7} = x^2 - 4$ (3). Khi đó:



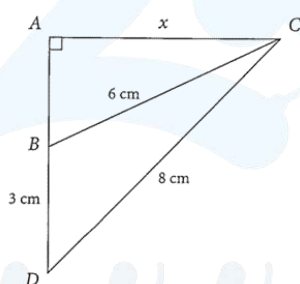
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq \frac{7}{2}$		
(b)	Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3		
(d)	Các nghiệm của phương trình (3) là các số tự nhiên		
» Câu 59. Cho phương trình $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0$ (4) Khi đó:			
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$		
(b)	Phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt		
(c)	Phương trình (4) có nghiệm lớn nhất là một số tự nhiên		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (4) bằng $3 - \sqrt{2}$		
» Câu 60. Cho phương trình $\sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = 2\sqrt{x^2}$. Khi đó:			
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$x = 0$ là nghiệm của phương trình		
(b)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 9		
(d)	Nghiệm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn 2		
» Câu 61. Cho phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$. Khi đó:			
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$		
(b)	$x = -3$ là nghiệm của phương trình		
(c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3		
» Câu 62. Cho phương trình $x^2 + \sqrt{x+5} = 5$. Khi đó:			
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq -5$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $x^2 - (x+5) + (x + \sqrt{x+5}) = 0$		
(c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Tích các nghiệm của phương trình là một số dương		
» Câu 63. Cho phương trình $2x^2 - 6x + 10 - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$. Khi đó:			
	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq -1$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $2(x-2)^2 + 2(x+1) - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$		
(c)	$x = 0$ là nghiệm của phương trình		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 11		
» Câu 64. Cho phương trình $4x^2 + \sqrt{2x+3} = 8x + 1$. Khi đó:			
	Mệnh đề	Đúng	Sai



(a)	Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2x+3} - \frac{1}{2}\right)^2$		
(c)	Phương trình có 4 nghiệm phân biệt		
(d)	Phương trình có một nghiệm dương lớn hơn $\frac{3}{2}$		

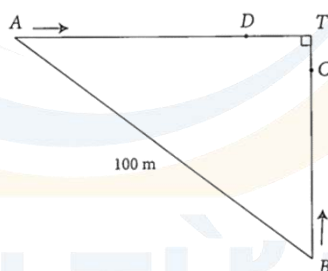
C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» **Câu 65.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 6\text{cm}$. Điểm D nằm trên tia AB sao cho $DB = 3\text{cm}, DC = 8\text{cm}$ (xem hình vẽ). Đặt $AC = x$. Tính diện tích tam giác BCD (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



» **Điền đáp số:**

» **Câu 66.** Lúc 8 giờ sáng, hai ô tô cùng xuất phát tại vị trí A và vị trí B cách nhau 100km chạy về thành phố T . Vận tốc của hai ô tô chạy từ vị trí A và vị trí B lần lượt là 55km/h và 45km/h . Biết rằng tại thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D cách thành phố T 14km thì ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cách thành phố T là 6km . Thời điểm đó là a giờ b phút? Tính $a+b$



» **Điền đáp số:**

» **Câu 67.** Tính tổng các phần tử trong tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 1} - |2x + 1| = 1$. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 68.** Tập nghiệm phương trình $\sqrt{2x^2 - |x|} + 3 = -x + 5$ có bao nhiêu phần tử nguyên?

» **Điền đáp số:**

» **Câu 69.** Tính tổng các phần tử trong tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|$.

» **Điền đáp số:**

» **Câu 70.** Phương trình $\sqrt[3]{x+7} = 1 + \sqrt{x}$ có bao nhiêu nghiệm dương?



Điền đáp số:

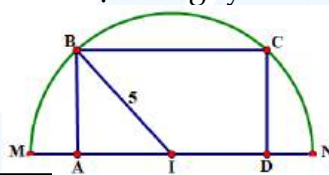
» Câu 71. Tập nghiệm phương trình $2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$ có bao nhiêu phần tử dương?

Điền đáp số:

» Câu 72. Tập nghiệm phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = 2x - 12 + 2\sqrt{x^2 - 16}$ có bao nhiêu phần tử dương?

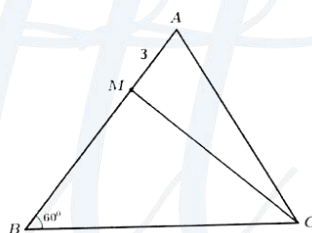
Điền đáp số:

» Câu 73. Xét nửa đường tròn đường kính $MN=10$. Xét điểm B (không trùng hai điểm M, N) di động trên nửa đường tròn và hình chiếu của B trên đoạn MN là điểm A , vẽ hình chữ nhật $ABCD$ với C cũng thuộc nửa đường tròn. Tìm độ dài IA biết rằng chu vi hình chữ nhật $ABCD$ bằng 22 và độ dài IA là một số nguyên.



Điền đáp số:

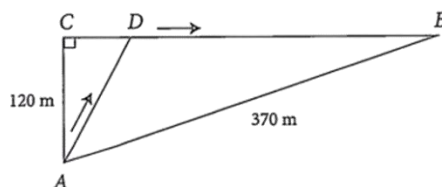
» Câu 74. Cho tam giác ABC có cạnh $BC=10$, góc ABC bằng 60° . Trên cạnh AB ta lấy điểm M sao cho $AM=3$ (như hình vẽ).



Đoạn thẳng BM dài bao nhiêu? Biết rằng $CM = \frac{8}{9}CA$ và $BM > 8$ (đáp số gần đúng đến hàng phần mười).

Điền đáp số:

» Câu 75. Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A , cách cửa hang của mình tại vị trí B là $370m$ để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A $120m$ để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là $13m/s$, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là $15m/s$. Vị trí C cách vị trí D bao nhiêu mét?



Điền đáp số:

Hết



TOÁN TỪ TÂM



Chương 07

Bài 1.

DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

A

Lý thuyết



Tam thức bậc hai:

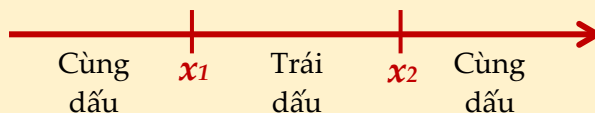
- » Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.
- » Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được gọi là **nghiệm của tam thức bậc hai** $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- » $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b'^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Dấu của tam thức bậc hai:

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

- » Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.
- » Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.
- » Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn:
 - Cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
 - Trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$.Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.
- » Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: "**Trong trái ngoài cùng**"





Chú ý

Xét dấu tam thức bậc hai ta làm các bước:

- » **Bước (1):** Tính và xác định dấu của biệt thức Δ ;
- » **Bước (2):** Xác định nghiệm của $f(x)$ (nếu có);
- » **Bước (3):** Xác định dấu của hệ số a ;
- » **Bước (4):** Xác định dấu của $f(x)$.

► **Chú ý:** Khi xét dấu của tam thức bậc hai, ta có thể dùng biệt thức thu gọn Δ' thay cho biệt thức Δ .



Nhận xét

Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

$$(1) \quad ax^2 + bx + c > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$(2) \quad ax^2 + bx + c < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$(3) \quad ax^2 + bx + c \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$(4) \quad ax^2 + bx + c \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Tìm nghiệm và biệt thức của tam thức bậc hai



Phương pháp

- » Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hệ số, $a \neq 0$.
- » Nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ được gọi là **nghiệm của tam thức bậc hai** $f(x) = ax^2 + bx + c$.
- » $\Delta = b^2 - 4ac$ và $\Delta' = b'^2 - ac$ theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.



Ví dụ 1.1.

Tìm biệt thức và nghiệm của các tam thức bậc hai sau

(1) $f(x) = x^2 - 3x + 2$

(2) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

(3) $f(x) = 2x^2 - 3x$

(4) $f(x) = -x^2 - 2\sqrt{2}x - 4$

(5) $f(x) = -3x^2 - 2x + 2$

(6) $f(x) = -x^2 + 4$

Lời giải

(1) $f(x) = x^2 - 3x + 2$

Tam thức $f(x) = x^2 - 3x + 2$ có $\Delta = 3^2 - 4.1.2 = 1$,

Nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1; x_2 = 2$.

(2) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

Tam thức $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$ có $\Delta = 5^2 - 4.2.2 = 9$,

Nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{1}{2}; x_2 = 2$.

(3) $f(x) = 2x^2 - 3x$

Tam thức $f(x) = 2x^2 - 3x$ có $\Delta = 1$, nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{3}{2}; x_2 = 0$.

(4) $f(x) = -x^2 - 2\sqrt{2}x - 4$

Tam thức $f(x) = -x^2 - 2\sqrt{2}x - 4$ có $\Delta = -8$, nên tam thức vô nghiệm.

(5) $f(x) = -3x^2 - 2x + 2$

Tam thức $f(x) = -3x^2 - 2x + 2$ có $\Delta = \sqrt{28}$,

Nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{7}}{3}; x_2 = \frac{-1 + \sqrt{7}}{3}$.



(6) $f(x) = -x^2 + 4$

Tam thức $f(x) = -x^2 + 4$ có $\Delta = 16$,

Nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -2; x_2 = 2$.



Ví dụ 1.2.

Tìm biệt thức và nghiệm (nếu có) của các tam thức bậc hai sau:

(1) $f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 1$

(2) $f(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 + m$

(3) $f(x) = x^2 + mx - 1$

(4) $f(x) = (m^2 + 1)x^2 - 3mx - 1$

Lời giải

(1) $f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 1$

Tam thức $f(x) = x^2 - 2mx + m^2 - 1$ có $\Delta = 4$,

Nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1 - m; x_2 = 1 + m$.

(2) $f(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 + m$

Tam thức $f(x) = x^2 - (2m+1)x + m^2 + m$ có $\Delta = 1$,

Nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = m; x_2 = 1 + m$.

(3) $f(x) = x^2 + mx - 1$

Tam thức $f(x) = x^2 + mx - 1$ có $\Delta = m^2 + 4 > 0$,

Nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-m + \sqrt{m^2 + 4}}{2}; x_2 = \frac{-m - \sqrt{m^2 + 4}}{2}$.

(4) $f(x) = (m^2 + 1)x^2 - 3mx - 1$

Tam thức $f(x) = (m^2 + 1)x^2 - 3mx - 1$ có $\Delta = 13m^2 + 4 > 0$,

Nên tam thức có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-3m + \sqrt{13m^2 + 4}}{2(m^2 + 1)}; x_2 = \frac{-3m - \sqrt{13m^2 + 4}}{2(m^2 + 1)}$.



Dạng 2. Xét dấu tam thức bậc hai



Phương pháp

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$.

» Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

» Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \neq -\frac{b}{2a}$.

» Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn:

- Cùng dấu với hệ số a khi $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$
- Trái dấu với hệ số a khi $x \in (x_1; x_2)$.

Trong đó x_1, x_2 là hai nghiệm của $f(x)$.

» Khi $\Delta > 0$, dấu của $f(x)$ và a là: **“Trong trái ngoài cùng”**



Ví dụ 2.1.

Xét dấu của các tam thức sau:

(1) $3x^2 - 2x + 1$

(2) $-x^2 + 4x + 5$

(3) $4x^2 + 4x + 1$

(4) $2x^2 - 6x + \frac{9}{2}$

(5) $3x^2 - 2x - 8$

(6) $-x^2 + 2x - 1$

Lời giải

(1) $3x^2 - 2x + 1$

Ta có $\Delta' = -2 < 0$ và $a = 3 > 0$. Suy ra $3x^2 - 2x + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

(2) $-x^2 + 4x + 5$

Ta có: $-x^2 + 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$-x^2 + 4x + 5$	$-$	0	$+$	0	$-$

Suy ra: $-x^2 + 4x + 5 > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 5)$ và $-x^2 + 4x + 5 < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

(3) $4x^2 + 4x + 1$

Tam thức bậc hai $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$ có $\Delta = 0$, nghiệm kép $x_0 = -\frac{1}{2}$ và hệ số $a = 4 > 0$

nên $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

(4) $2x^2 - 6x + \frac{9}{2}$



Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 6x + \frac{9}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

Suy ra: $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

(5) $3x^2 - 2x - 8$

Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra: $f(x) > 0 \Leftrightarrow \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup (2; +\infty)$ và $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{4}{3}; 2\right)$.

(6) $-x^2 + 2x - 1$

Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	-	0	-

Suy ra: $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.



Ví dụ 2.2.

Xét dấu các biểu thức sau:

(1) $f(x) = 2x^2 + x + 6$

(2) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

(3) $f(x) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1$

(4) $f(x) = (4 - 3x)(x^2 - 5x + 6)$

(5) $f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 - 2x + 1 + \sqrt{2}$

(6) $f(x) = -0,3x^2 + x - 1,5$

(7) $f(x) = x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5}$

(8) $f(x) = \sqrt{3}x^2 + (\sqrt{3} + 1)x + 1$

✎ **Lời giải**

(1) $f(x) = 2x^2 + x + 6$

$f(x) = 2x^2 + x + 6$ có $\Delta = -47 < 0$, hệ số $a = 2 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

(2) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$



$f(x) = 4x^2 - 4x + 1$ có $\Delta = 0$, hệ số $a = 4 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

(3) $f(x) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1$

$f(x) = x^2 - \frac{3}{2}x - 1$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 2$, hệ số $a = 1 > 0$ nên

$f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$ và $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

(4) $f(x) = (4 - 3x)(x^2 - 5x + 6)$

$$f(x) = (4 - 3x)(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	2	3	$+\infty$
$4-3x$	+	0	-	-	-
x^2-5x+6	+	+	0	-	+
$f(x)$	+	0	-	0	-

Ta có, bảng xét dấu:

Vậy $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{4}{3}\right) \cup (2; 3)$ và $f(x) < 0, \forall x \in \left(\frac{4}{3}; 2\right) \cup (3; +\infty)$.

(5) $f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 - 2x + 1 + \sqrt{2}$

$f(x) = (1 - \sqrt{2})x^2 - 2x + 1 + \sqrt{2}$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1, x_2 = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} = -3 - 2\sqrt{2}$,

Hệ số $a = 1 - \sqrt{2} < 0$ nên $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\infty; -3 - 2\sqrt{2}\right) \cup (1; +\infty)$

và $f(x) > 0, \forall x \in (-3 - 2\sqrt{2}; 1)$.

(6) $f(x) = -0,3x^2 + x - 1,5$

$f(x) = -0,3x^2 + x - 1,5$ có $\Delta = -\frac{4}{5} < 0$, hệ số $a = -0,3 < 0$ nên $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

(7) $f(x) = x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5}$

$f(x) = x^2 + (\sqrt{5} - 1)x - \sqrt{5}$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 1, x_2 = -\sqrt{5}$, hệ số $a = 1 > 0$

Nên $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\sqrt{5}\right) \cup (1; +\infty)$ và $f(x) < 0, \forall x \in (-\sqrt{5}; 1)$

(8) $f(x) = \sqrt{3}x^2 + (\sqrt{3} + 1)x + 1$

$f(x) = \sqrt{3}x^2 + (\sqrt{3} + 1)x + 1$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = -1, x_2 = \frac{-1}{\sqrt{3}}$, hệ số $a = \sqrt{3} > 0$

Nên $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -1\right) \cup \left(\frac{-1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$ và $f(x) < 0, \forall x \in \left(-1; \frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$.



Ví dụ 2.3.

Xét dấu các biểu thức sau:

(1) $f(x) = (x+3)(2x^2+5x+2)$

(3) $f(x) = \frac{2x-x^2}{3+x}$

(5) $f(x) = x^2-2x+5.$

(7) $f(x) = \frac{x^2+4x+3}{x-1}.$

(9) $f(x) = x - \frac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$

(2) $f(x) = (x^2-7x+12)(1-x)$

(4) $f(x) = \frac{2x^2-9x+7}{4-x^2}$

(6) $f(x) = x^2-5x-6.$

(8) $f(x) = \frac{2x^2-x-1}{x^2-4}$

(10) $f(x) = \frac{2x-5}{4x^2-19x+12}$

Lời giải

(1) $f(x) = (x+3)(2x^2+5x+2)$

Cho $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$; $2x^2+5x+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ x=-2 \end{cases}$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-2	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$x+3$	-	0	+	+	+
$2x^2+5x+2$	+	+	0	-	+
$f(x)$	-	0	+	-	+

Kết luận:

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup \left(-2; -\frac{1}{2}\right).$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3; x = -2; x = -\frac{1}{2}.$

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-3; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$

(2) $f(x) = (x^2-7x+12)(1-x)$

Cho $x^2-7x+12=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=4 \end{cases}$; $1-x=0 \Leftrightarrow x=1.$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	3	4	$+\infty$
$1-x$	+	0	-	-	-
$x^2-7x+12$	+	+	0	0	+
$f(x)$	+	0	-	0	-

Kết luận:

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (1; 3) \cup (4; +\infty).$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 3; x = 4.$



$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1) \cup (3; 4).$$

$$(3) f(x) = \frac{2x - x^2}{3 + x}$$

$$\text{Cho } 2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}; 3 + x = 0 \Leftrightarrow x = -3.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$3 + x$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$2x - x^2$	$-$	$ $	0	$+$	$-$
$f(x)$	$+$	$ $	$-$	0	$-$

Kết luận:

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-3; 0) \cup (2; +\infty).$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2.$$

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (0; 2).$$

$f(x)$ không xác định khi và chỉ khi $x = -3$.

$$(4) f(x) = \frac{2x^2 - 9x + 7}{4 - x^2}$$

$$\text{Cho } 2x^2 - 9x + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases}; 4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	1	2	$\frac{7}{2}$	$+\infty$
$2x^2 - 9x + 7$	$+$	$ $	0	$-$	$ $	$+$
$4 - x^2$	$-$	0	$+$	$ $	$-$	$-$
$f(x)$	$-$	$ $	0	$-$	$ $	$-$

Kết luận:

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2) \cup \left(\frac{7}{2}; +\infty\right).$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = \frac{7}{2}.$$

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; 1) \cup \left(2; \frac{7}{2}\right).$$

$f(x)$ không xác định khi và chỉ khi $x = -2; x = 2$.

$$(5) f(x) = x^2 - 2x + 5.$$

Ta có $\Delta' = -4 < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$(6) f(x) = x^2 - 5x - 6.$$

$$\text{Ta có } f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 6 \end{cases}.$$



Do $a = 1 > 0$ nên $\begin{cases} f(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (6; +\infty) \\ f(x) < 0, \forall x \in (-1; 6) \end{cases}$

(7) $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 3}{x - 1}$.

Ta có $g(x) = x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

$h(x) = x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$			
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$h(x)$		$-$	$ $	$-$	0	$+$		
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy $\begin{cases} f(x) > 0, \forall x \in (-3; -1) \cup (1; +\infty) \\ f(x) < 0, \forall x \in (-\infty; -3) \cup (-1; 1) \end{cases}$

(8) $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 4}$

Lời giải

Ta có $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$; $x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{2}$	1	2	$+\infty$					
$2x^2 - x - 1$	$+$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$+$		
$x^2 - 4$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+$	$ $	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$ $	$+$

(9) $f(x) = x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$

Ta có $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{-x^3 + 2x^2 + 5x - 6}{-x^2 + 3x + 4} = \frac{(x-1)(-x^2 + x + 6)}{-x^2 + 3x + 4}$

Ta có $-x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$, $-x^2 + 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	-1	1	3	4	$+\infty$					
$x-1$		-		-		-	0	+		+		+
$-x^2+x+6$		-	0	+		+		+	0	-		-
$-x^2+3x+4$		-		-	0	+		+		+	0	-
$x-\frac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$		-	0	+		-	0	+	0	-		+



Suy ra $x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ dương khi và chỉ khi $x \in (-2; -1) \cup (1; 3) \cup (4; +\infty)$,

$x - \frac{x^2 - x + 6}{-x^2 + 3x + 4}$ âm khi và chỉ khi $x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (3; 4)$.

(10) $f(x) = \frac{2x - 5}{4x^2 - 19x + 12}$

Điều kiện xác định: $4x^2 - 19x + 12 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 4 \\ x \neq \frac{3}{4} \end{cases}$.

Ta có $2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$, $4x^2 - 19x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{3}{4} \end{cases}$

Bảng xét dấu :

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{2}$	4	$+\infty$
$2x - 5$	-		-	0	+
$4x^2 - 19x + 12$	+	0	-	-	0
$\frac{2x - 5}{4x^2 - 19x + 12}$	-		+	0	-
					+

Vậy $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

$f(x)$ không xác định tại $\begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{3}{4} \end{cases}$.

$f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{2}\right) \cup (4; +\infty)$.

$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{5}{2}; 4\right)$.



Dạng 3. Điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có dấu không đổi



Phương pháp

Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$\begin{aligned} \gg f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} & \gg f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \\ \gg f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} & \gg f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} &\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$



Ví dụ 3.1.

Cho $f(x) = (m^2 + 2)x^2 - 2(m+1)x + 1$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x)$ luôn dương với mọi x .

Lời giải

Ta có $a = m^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 2) = 2m - 1$.

Để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì $\Delta < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$.



Ví dụ 3.2.

Cho $f(x) = (m+2)x^2 + 2(m+2)x + m+3$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x) \geq 0$ với mọi giá trị của x .

Lời giải

Với $m = -2 \Rightarrow f(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Với $m \neq -2$, để $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì điều kiện là

$$\begin{cases} m+2 > 0 \\ \Delta' = (m+2)^2 - (m+2)(m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 > 0 \\ -m-2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -2.$$

Vậy với $m \geq -2$ thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Ví dụ 3.3.

Cho $f(x) = mx^2 - x - 1$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x) < 0$ với mọi giá trị của x .

Lời giải

Với $m = 0 \Rightarrow f(x) = -x - 1 < 0 \Leftrightarrow x > -1$.

$$\text{Với } m \neq 0, \text{ để } f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ thì điều kiện là } \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' = 1 + 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}.$$



Vậy với $m < -\frac{1}{4}$ thì $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Ví dụ 3.4.

Cho $f(x) = (m-4)x^2 + (2m-8)x + m-5$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x) \leq 0$ với mọi giá trị của x .

Lời giải

Với $m = 4 \Rightarrow f(x) = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Với $m \neq 4$, để $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì điều kiện là

$$\begin{cases} m-4 < 0 \\ \Delta' = (m-4)^2 - (m-4)(m-5) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 \\ m-4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 4$$

Vậy với $m \leq 4$ thì $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.



Ví dụ 3.5.

Cho $f(x) = \sqrt{x^2 - x + m} - 1$.

Tìm các giá trị của tham số m để $f(x) > 0$ với mọi giá trị của x .

Lời giải

$$f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - x + m > 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x + m - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = 1 - 4(m-1) < 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{4}$$



Ví dụ 3.6.

Tìm các giá trị của tham số m để

(1) $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = (2m^2 - 3m - 2)x^2 + 2(m-2)x - 1$.

(2) $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = (m+4)x^2 - 2mx + 2m - 3$.

(3) $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = \frac{-x^2 + 4(m+1)x + 1 - 4m^2}{-4x^2 + 5x - 2}$.

Lời giải

(1) $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = (2m^2 - 3m - 2)x^2 + 2(m-2)x - 1$

Trường hợp 1.

$$\text{Xét } 2m^2 - 3m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{2} \\ m = 2 \end{cases}$$

Nếu $m = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -5x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{5}$.

Nếu $m = 2 \Rightarrow f(x) = -1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 2.



Xét $2m^2 - 3m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -\frac{1}{2}, \\ m \neq 2 \end{cases}$, khi đó, điều kiện để $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ là.

$$\begin{cases} 2m^2 - 3m - 2 < 0 \\ \Delta' = (m-2)^2 + (2m^2 - 3m - 2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3} \leq m \leq 2 \\ -\frac{1}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m < 2.$$

(2) $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = (m+4)x^2 - 2mx + 2m - 3$.

Với $m = -4 \Rightarrow f(x) = 8x - 14 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{7}{4}$.

Với $m \neq -4$, để $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì điều kiện là

$$\begin{cases} m+4 < 0 \\ \Delta' = m^2 - (m+4)(2m-6) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m \in (-\infty; -6) \cup (4; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -6)$$

Vậy với $m < -6$ thì $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

(3) $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ với $f(x) = \frac{-x^2 + 4(m+1)x + 1 - 4m^2}{-4x^2 + 5x - 2}$.

Ta có $-4x^2 + 5x - 2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Để $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì $g(x) = -x^2 + 4(m+1)x + 1 - 4m^2 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4(m+1)^2 + (1 - 4m^2) < 0 \Leftrightarrow 8m + 5 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{5}{8}.$$



Chương 07

Bài 1.

DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

» *Lời giải*

Chọn A

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

» **Câu 2.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

» *Lời giải*

Chọn C

Ta có $f(x) = -2(x^2 - 4x + 4) = -2(x - 2)^2 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy: $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

» **Câu 3.** Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

A. $x^2 - 10x + 2$.

B. $x^2 - 2x - 10$.

C. $x^2 - 2x + 10$.

D. $-x^2 + 2x + 10$.

» *Lời giải*

Chọn C

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của x phải có $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$

» **Câu 4.** Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai. B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

» *Lời giải*

Chọn A

* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

» **Câu 5.** Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $\Delta < 0$.

B. $\Delta = 0$.

C. $\Delta > 0$.

D. $\Delta \geq 0$.

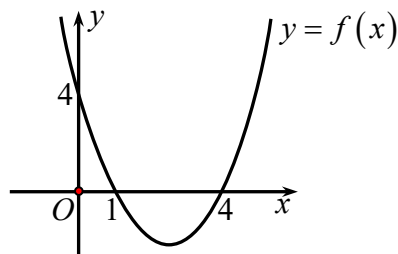
» *Lời giải*



Chọn A

* Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

» **Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



- A. $a > 0, \Delta > 0$. B. $a < 0, \Delta > 0$. C. $a > 0, \Delta = 0$. D. $a < 0, \Delta = 0$.

» **Lời giải**

Chọn A

* Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a > 0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

» **Câu 7.** Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. B. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

» **Lời giải**

Chọn C

Ta có $f(x) = x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$. Suy ra $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

» **Câu 8.** Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x < 2$?

- A. $x^2 - 5x + 6$. B. $16 - x^2$. C. $x^2 - 2x + 3$. D. $-x^2 + 5x - 6$.

» **Lời giải**

Chọn D

Ta có $y = x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3) < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$ (loại A);

$$y = 16 - x^2 = (4 - x)(4 + x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -4 \\ x > 4 \end{cases} \text{ (loại B)}$$

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2 > 0, \forall x \text{ (loại C)}$$

$$y = -x^2 + 5x - 6 = -(x - 2)(x - 3) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases} \text{ (Chọn D)}$$

» **Câu 9.** Tam thức $-x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

- A. $x < -4$ hoặc $x > -1$. B. $x < 1$ hoặc $x > 4$.
C. $-4 < x < -1$. D. $x \in \mathbb{R}$.

» **Lời giải**

Chọn D

Cách 1: $y = -x^2 - 3x - 4$ nhận giá trị âm khi $-x^2 - 3x - 4 < 0 \Leftrightarrow -\left(x^2 + 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} + \frac{7}{4}\right) < 0$



$$\Leftrightarrow -\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{7}{4} < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

» **Câu 10.** Tam thức $y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x < -13$ hoặc $x > 1$.

B. $x < -1$ hoặc $x > 13$.

C. $-13 < x < 1$.

D. $-1 < x < 13$.

🔍 **Lời giải**

Chọn D

$y = x^2 - 12x - 13$ nhận giá trị âm tức là $x^2 - 12x - 13 < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-13) < 0$
 $\Leftrightarrow -1 < x < 13$.

» **Câu 11.** Tam thức $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x < -3$ hoặc $x > -1$.

B. $x < -1$ hoặc $x > 3$.

C. $x < -2$ hoặc $x > 6$.

D. $-1 < x < 3$.

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Ta có $y = x^2 - 2x - 3$ nhận giá trị dương tức là $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}$$

» **Câu 12.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 - 6x + 8$ không dương?

A. $[2; 3]$.

B. $(-\infty; 2] \cup [4; +\infty)$.

C. $[2; 4]$.

D. $[1; 4]$.

🔍 **Lời giải**

Chọn C

Để $f(x)$ không dương thì $x^2 - 6x + 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) \leq 0$

Lập bảng xét dấu $f(x)$ ta thấy để $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$

» **Câu 13.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x) = x^2 + 9 - 6x$ luôn dương?

A. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 3)$.

🔍 **Lời giải**

Chọn A

Ta có $x^2 + 9 - 6x > 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Vậy $x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

» **Câu 14.** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x^2 - 2x + 3$ luôn dương?

A. $\emptyset$.

B. $\mathbb{R}$.

C. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

D. $(-1; 3)$.

🔍 **Lời giải**

Chọn B

Ta có $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy $x \in \mathbb{R}$.

» **Câu 15.** Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 + 6x - 9$?



A.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$

C.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$+$	0	$+$

B.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$

D.

x	$-\infty$	3	$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$

🔍 *Lời giải*

Chọn D

Ta có $-x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ và $a = -1 < 0$.

» **Câu 16.** Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x) = -x^2 - x + 6$?

A.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

C.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

B.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

D.

X	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

🔍 *Lời giải*

Chọn C

Ta có $-x^2 - x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$ và $a = -1 < 0$.

» **Câu 17.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$.

B. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$.

D. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

» **Câu 18.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$.

D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

🔍 *Lời giải*

Chọn C

» **Câu 19.** Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

A. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 5]$.

C. $x \in [-5; 1]$.

D. $x \in (-5; 1)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn C

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -5$.



Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5; 1]$.

» **Câu 20.** Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$.

B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.

C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$.

D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

» **Lời giải**

Chọn B

Đặt $f(x) = (3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$

Phương trình $3x^2 - 10x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$ và $4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$		
$3x^2-10x+3$	+	0	-	-	0	+	
$4x-5$	-	-	0	+	+	+	
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.

» **Câu 21.** Biểu thức $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$ âm khi

A. $x \in (1; 2)$.

B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.

C. $x \geq 4$.

D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

» **Lời giải**

Chọn D

Đặt $f(x) = (4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$

Phương trình $4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Phương trình $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Ta có $x^2 + 5x + 9 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 9 = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$. Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$			
$4-x^2$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$
x^2+2x-3	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$
x^2+5x+9	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$



Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ -2 < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty).$$

» **Câu 22.** Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$.

B. $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$.

C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$.

D. $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

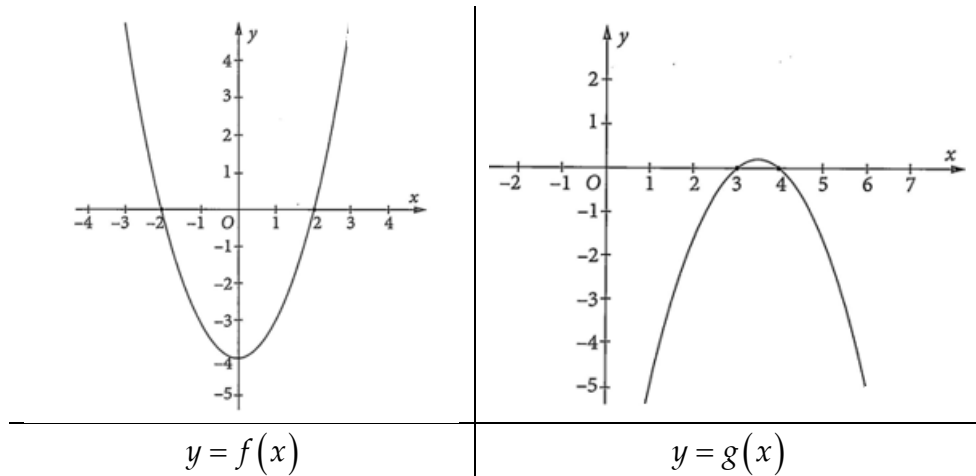
» **Lời giải**

Chọn C

Ta có: $\frac{4x-12}{x^2-4x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 3 \leq x < 4 \end{cases}$ hay $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$.

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 23.** Cho đồ thị hàm số bậc hai $y = f(x)$ và $y = g(x)$. Khi đó:



Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai											
(a)	Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2;0)$ và $(2;0)$													
(b)	Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$													
(c)	Tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$										
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$									
(d)	$g(x) > 0 \Leftrightarrow 3 < x < 4$													

» **Lời giải**

(a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2; 0)$ và $(2; 0)$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(-2; 0)$ và $(2; 0)$

Nên tam thức bậc hai $f(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = -2, x_2 = 2$.

Đồ thị có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a > 0$.



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$

Đồ thị hàm số $y = g(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm $(3;0)$ và $(4;0)$

Nên tam thức bậc hai $g(x)$ có hai nghiệm là $x_1 = 3, x_2 = 4$.

Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên hệ số $a < 0$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tam thức bậc hai $f(x)$ có bảng xét dấu:

Do đó, ta có bảng xét dấu $y = f(x)$ sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f(x)$		+	0	-	0	+

» **Chọn SAI.**

(d) $g(x) > 0 \Leftrightarrow 3 < x < 4$

Quan sát đồ thị ta thấy $g(x) > 0 \Leftrightarrow 3 < x < 4$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 24.** Cho biểu thức $f(x) = (3x-1)(3x^2-4x+1)$.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai																				
(a)	$f(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ x=1 \end{cases}$																						
(b)	Bảng xét dấu của biểu thức là:<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$3x-1$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$3x^2-4x+1$</td><td>$+$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>$+$</td></tr></table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$	$3x-1$	$-$	0	$+$	$+$	$3x^2-4x+1$	$+$	$+$	0	$+$	$f(x)$	$-$	0	$-$	$+$		
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$																			
$3x-1$	$-$	0	$+$	$+$																			
$3x^2-4x+1$	$+$	$+$	0	$+$																			
$f(x)$	$-$	0	$-$	$+$																			
(c)	Với $x \in (1;+\infty)$ thì $f(x)<0$.																						
(d)	Với $x \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3};1\right)$ thì $f(x)<0$.																						

» **Lời giải**

$$(a) f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Biểu thức } f(x) = (3x-1)(3x^2-4x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1=0 \\ 3x^2-4x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = 1. \end{cases}$$

» **Chọn SAI.**

(b) Bảng xét dấu của biểu thức là:



Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$3x-1$	$-$	0	$+$	$+$
$3x^2-4x+1$	$+$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$	$+$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Với $x \in (1; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.

Từ bảng xét dấu, với $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ thì $f(x) < 0$.

» **Chọn SAI.**

(d) Với $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ thì $f(x) < 0$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 25.** Cho biểu thức $f(x) = \frac{x-3}{x^2+7x+6}$.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai																								
(a)	$f(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-6 \end{cases}$																										
(b)	Bảng xét dấu của biểu thức là: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-6</td><td>-1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x-3$</td><td>$-$</td><td>$$</td><td>$-$</td><td>$$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>x^2+7x+6</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-$</td><td>$\parallel$</td><td>$+$</td><td>$\parallel$</td><td>$-$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$	$x-3$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	x^2+7x+6	$+$	0	$-$	0	$+$	$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$-$		
x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$																						
$x-3$	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$																						
x^2+7x+6	$+$	0	$-$	0	$+$																						
$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$-$																						
(c)	với $x \in (-\infty;-6) \cup (-1;3)$ thì $f(x) > 0$.																										
(d)	với $x \in (-6;-1) \cup (3;+\infty)$ thì $f(x) < 0$.																										

» **Lời giải**

(a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$

Ta có: $x-3=0 \Leftrightarrow x=3, x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$.

» **Chọn SAI.**

(b) Bảng xét dấu của biểu thức là:

Bảng xét dấu:



x	$-\infty$	-6	-1	3	$+\infty$			
$x-3$		$-$	$ $	$-$	0	$+$		
x^2+7x+6		$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$		$-$	$ $	$+$	$ $	$-$	0	$+$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) > 0$.

Từ bảng xét dấu:

với $x \in (-\infty; -6) \cup (-1; 3)$ thì $f(x) < 0$,

» **Chọn SAI.**

(d) với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) < 0$.

với $x \in (-6; -1) \cup (3; +\infty)$ thì $f(x) > 0$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 26.** Cho $f(x) = \frac{5x^2 + 3x - 8}{x^2 - 7x + 6}$.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x \neq 6$		
(b)	$f(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$		
(c)	$f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$		
(d)	$f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện: $x \neq 6$

Điều kiện: $x^2 - 7x + 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 6 \end{cases}$.

» **Chọn SAI.**

(b) $f(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow 5x^2 + 3x - 8 = 0 \Rightarrow x = 1 \vee x = -\frac{8}{5}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$

Bảng xét dấu:



x	$-\infty$	$-\frac{8}{5}$	1	6	$+\infty$		
$5x^2+3x-8$	+	0	-	0	+		
x^2-7x+6	+		+	0	-	0	+
f(x)	+	0	-		-		+

Kết luận: $f(x) > 0, \forall x \in \left(-\infty; -\frac{8}{5}\right) \cup (6; +\infty)$;

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6)$

$f(x) < 0, \forall x \in \left(-\frac{8}{5}; 1\right) \cup (1; 6).$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 27.** Cho $f(x) = \frac{4x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7}.$

b)

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x \neq 0$		
(b)	$f(x) = 0 \Rightarrow x = 0$		
(c)	$x^2 + 5x + 7 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 4$		
(d)	$\frac{4x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7} = 0$ có tập nghiệm $S = (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện: $x \neq 0$

Điều kiện: $x^2 + 5x + 7 \neq 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0$ (luôn đúng).

» **Chọn SAI.**

(b) $f(x) = 0 \Rightarrow x = 0$

Xét $f(x) = 0 \Rightarrow 4x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \vee x = \frac{1}{4}.$

» **Chọn SAI.**

(b) $x^2 + 5x + 7 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 4$

Xét $x^2 + 5x + 7 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \forall x \in \mathbb{R}.$

» **Chọn SAI.**

(d) $\frac{4x^2 + 3x - 1}{x^2 + 5x + 7} = 0$ có tập nghiệm $S = (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$

Bảng xét dấu:



x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{4}$	$+\infty$	
$4x^2+3x-1$	+	0	-	0	+
x^2+5x+7	+		+		+
f(x)	+	0	-	0	+

Ta có: $\frac{4x^2+3x-1}{x^2+5x+7} \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 28.** Cho phương trình $mx^2 - (4m+1)x + 4m+2 = 0$ (1) với m là tham số.

Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $-\frac{1}{4} < m < 0$		
(b)	Không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.		
(c)	Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi $-2 < m < 0$		
(d)	Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$		

» **Lời giải**

Để phương trình có 2 nghiệm (1) phải là phương trình bậc 2.

Do đó $m \neq 0$.

Đặt $f(x) = mx^2 - (4m+1)x + 4m+2$.

$\Delta = b^2 - 4ac = (4m+1)^2 - 4m(4m+2) = 1 > 0$.

Do đó (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

(a) Phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $-\frac{1}{4} < m < 0$

Phương trình có 2 nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $f(0) \cdot m < 0 \Leftrightarrow (4m+2) \cdot m < 0$

Trường hợp 1: $\begin{cases} 4m+2 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases}$

Trường hợp 2: $\begin{cases} 4m+2 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases}$

Kết hợp ta được $-\frac{1}{2} < m < 0$

Vậy để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu nhau thì $-\frac{1}{4} < m < 0$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.



Phương trình (1) có 2 nghiệm âm khi và chỉ khi $\begin{cases} f(0) \cdot m > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4m+2) \cdot m > 0 \\ S < 0 \end{cases}$

$$\text{Với } (4m+2) \cdot m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 4m+2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+2 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } S < 0 \Leftrightarrow \frac{4m+1}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 4m+1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 4m+1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{4} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < m < 0$$

Suy ra không tồn tại giá trị m để phương trình (1) có 2 nghiệm âm.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi $-2 < m < 0$

Phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 1 < x_2$ khi và chỉ khi

$$f(1) \cdot m < 0 \Leftrightarrow (m+1) \cdot m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m+1 > 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1 < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

» **Chọn SAI.**

(d) Phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 < 3$ khi $\begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\text{Phương trình có 2 nghiệm } x_1, x_2 \text{ thỏa } x_1 < x_2 < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} f(3) \cdot m > 0 \\ \frac{x_1 + x_2}{2} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1) \cdot m > 0 \\ S < 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m+1 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1 < 0 \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m < 0 \end{cases} \\ \frac{4m+1}{m} < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > -1 \\ m > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m < -1 \\ m < 0 \end{cases} \\ \frac{1-2m}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-2m > 0 \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-2m < 0 \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases} \\ \begin{cases} m < 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$$

» **Chọn SAI.**

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn



» **Câu 29.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho: $-x^2 + 2(m+1)x - m^2 + m < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0**

Xét tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 + 2(m+1)x - m^2 + m$ có:

$$\Delta' = (m+1)^2 - (-1) \cdot (-m^2 + m) = 3m+1 \text{ và } a = -1 < 0.$$

Để $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $\Delta' = 3m+1 < 0$ suy ra $m < \frac{-1}{3}$

» **Câu 30.** Tập nghiệm của bất phương trình: $(x^2 - 3x + 2)(-x^2 + 5x - 6) \geq 0$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 3**

Tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - 3x + 2$ có $\Delta = 1 > 0, a = 1 > 0$ và có hai nghiệm $x_1 = 1; x_2 = 2$.

Tam thức bậc hai $g(x) = -x^2 + 5x - 6$ có $\Delta = 1 > 0, a = -1 < 0$ và có hai nghiệm $x_1 = 2; x_2 = 3$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+		+	
$g(x)$		-		-	0	+	0	-	
$f(x) \cdot g(x)$		-	0	+	0	+	0	-	

Suy ra $f(x) \cdot g(x) \geq 0$ khi $x \in [1; 3]$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1; 3]$.

» **Câu 31.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m \in [0; 10]$ để phương trình $x^2 - (m+1)x + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Ta có: $\Delta = [-(m+1)]^2 - 4 \cdot 1 \cdot (3m - 5) = m^2 - 10m + 21$.

Để phương trình $x^2 - (m+1)x + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0$

hay $m^2 - 10m + 21 > 0$.

Tam thức bậc hai $m^2 - 10m + 21$ có $a = 1 > 0$ và có hai nghiệm $m_1 = 3, m_2 = 7$.

Do đó, $m^2 - 10m + 21 > 0$ khi $m \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$.

Vậy $x^2 - (m+1)x + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi $m \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$.

Khi đó với $m \in [0; 10]$ có $2 + 3 = 5$ giá trị nguyên dương của tham số m .

» **Câu 32.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $-x^2 + x + 4m^2 - 5m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 20**

Để phương trình $-x^2 + x + 4m^2 - 5m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu thì



$$x_1 \cdot x_2 < 0 \Leftrightarrow -4m^2 + 5m - 1 < 0.$$

Tam thức $-4m^2 + 5m - 1$ có hai nghiệm $m = 1$ và $m = \frac{1}{4}$ và hệ số của m^2 bằng -4 nhỏ hơn 0 nên $-4m^2 + 5m - 1 < 0$ khi $m < \frac{1}{4}$ hoặc $m > 1$.

Vậy để phương trình có hai nghiệm trái dấu thì $m \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \cup (1; +\infty)$.

Khi đó với $m \in [-10; 10]$ có $11 + 9 = 20$ giá trị nguyên của tham số m .

» **Câu 33.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - (2m-1)x + 1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

✓ **Trả lời: 2**

Để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - (2m-1)x + 1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $2x^2 - (2m-1)x + 1 > 0$ đúng

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

Ta có: $a = 2 > 0$ và $\Delta = (2m-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 7 < 0$.

Tam thức $4m^2 - 4m - 7$ có hai nghiệm $m = \frac{1-2\sqrt{2}}{2}$ và $m = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$ và hệ số của m^2 bằng 4 lớn hơn 0 nên $4m^2 - 4m - 7 < 0$ khi $\frac{1-2\sqrt{2}}{2} < m < \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - (2m-1)x + 1}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $m \in \left[\frac{1-2\sqrt{2}}{2}; \frac{1+2\sqrt{2}}{2}\right]$.

Khi đó $m \in \{0; 1\}$

» **Câu 34.** Bộ phận nghiên cứu thị trường của một xí nghiệp xác định tổng chi phí để sản xuất Q sản phẩm là $Q^2 + 300Q + 200000$ (nghìn đồng). Giả sử giá mỗi sản phẩm bán ra thị trường là 1200 nghìn đồng. Gọi $a; b$ lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà xí nghiệp cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S = a + b$

Lời giải

✓ **Trả lời: 900**

Lợi nhuận của xí nghiệp khi bán hết Q sản phẩm là:

$$1200Q - (Q^2 + 300Q + 200000) = -Q^2 + 900Q - 200000.$$

Để xí nghiệp không bị lỗ thì $-Q^2 + 900Q - 200000 \geq 0 \Leftrightarrow 400 \leq Q \leq 500$.

Vậy để không bị lỗ, xí nghiệp cần sản xuất nhiều hơn hoặc bằng 400 sản phẩm và ít hơn hoặc bằng 500 sản phẩm.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 400 \\ b = 500 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 900$$

» **Câu 35.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để: $f(x) = (m-1)x^2 + 2(m-1)x + m - 3$ không dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.



Lời giải

Trả lời:

Ta có: $a = m - 1, b = 2(m - 1), b' = m - 1, c = m - 3$.

Theo giả thiết: $(m - 1)x^2 + 2(m - 1)x + m - 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} (*)$.

Trường hợp 1: $a = m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1$. Thay vào (*): $1 - 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (đúng).

Suy ra $m = 1$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $a = m - 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq 1$.

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 < 0 \\ (m - 1)^2 - (m - 1)(m - 3) \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m^2 - 2m + 1 - (m^2 - 4m + 3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 2m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1. \end{aligned}$$

Hợp hai kết quả trên, ta được $m \leq 1$ thỏa mãn đề bài.

» Câu 36. Một quả bóng được đá lên từ mặt đất, biết rằng chiều cao y (mét) của quả bóng so với mặt đất được biểu diễn bởi một hàm số bậc hai theo thời gian t (giây). Sau 3 giây kể từ lúc được đá lên, quả bóng đạt chiều cao tối đa là $21m$ và bắt đầu rơi xuống. Hỏi thời điểm t lớn nhất là bao nhiêu (t nguyên) để quả bóng vẫn đang ở độ cao trên $10m$ so với mặt đất?

Lời giải

Trả lời: 5

Xét hàm số bậc hai $y = at^2 + bt + c (a \neq 0)$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có: } \begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 3 \\ 9a + 3b + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 6a + b = 0 \\ 9a + 3b = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{7}{3} \\ b = 14 \\ c = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Vì vậy } y = -\frac{7}{3}t^2 + 14t.$$

$$\text{Ta cần xét: } y = -\frac{7}{3}t^2 + 14t > 10 \text{ hay } -\frac{7}{3}t^2 + 14t - 10 > 0.$$

$$\text{Đặt } f(t) = -\frac{7}{3}t^2 + 14t - 10; \text{ cho } f(t) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{21 - \sqrt{231}}{7}, t_2 = \frac{21 + \sqrt{231}}{7}.$$

Bảng xét dấu $f(t)$

t	$-\infty$	t_1	t_2	$+\infty$
$f(t)$	$-$	0	$+$	0

$$\text{Kết luận: } f(t) > 0 \text{ khi } t_1 < t < t_2 \text{ hay } \underbrace{\frac{21 - \sqrt{231}}{7}}_{\approx 0,83} < t < \underbrace{\frac{21 + \sqrt{231}}{7}}_{\approx 5,17}.$$

Vì t nguyên nên $t \in [1; 5]$. Do vậy giá trị $t = 5$ thỏa mãn đề bài.

» Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để hệ bất phương trình sau có

$$\text{nghiệm: } \begin{cases} x^2 + 2x - 15 < 0 \\ (m + 1)x \geq 3 \end{cases}$$



Lời giải

Trả lời: 19

Xét bất phương trình (1): $x^2 + 2x - 15 < 0$. Đặt $f(x) = x^2 + 2x - 15$; $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 3$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-5	3	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

(1) có tập nghiệm $S_1 = (-5; 3)$.

Xét bất phương trình (2): $(m+1)x \geq 3$.

Trường hợp 1: $m+1 = 0 \Rightarrow m = -1$.

Thay vào (2): $0 \geq 3$ (vô lí). Khi đó (2) vô nghiệm, suy ra hệ bất phương trình vô nghiệm. Loại $m = -1$.

Trường hợp 2: $m+1 > 0 \Rightarrow m > -1$. Khi đó: (2) trở thành $x \geq \frac{3}{m+1}$, nên có tập nghiệm là

$$S_2 = \left[\frac{3}{m+1}; +\infty \right).$$

Hệ có nghiệm khi: $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{3}{m+1} < 3 \Leftrightarrow 3 < 3m+3$ (do $m+1 > 0$) $\Leftrightarrow m > 0$.

So điều kiện, ta thấy $m > 0$ thỏa mãn.

Trường hợp 3: $m+1 < 0 \Rightarrow m < -1$. Khi đó: (2) trở thành: $x \leq \frac{3}{m+1}$, nên có tập nghiệm

$$S_3 = \left(-\infty; \frac{3}{m+1} \right].$$

Hệ có nghiệm khi: $S_1 \cap S_3 \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{3}{m+1} > -5 \Leftrightarrow 3 < -5(m+1)$ (do $m+1 < 0$)

$$\Leftrightarrow 5m < -8 \Leftrightarrow m < -\frac{8}{5}.$$

So điều kiện, ta thấy $m < -\frac{8}{5}$ thỏa mãn.

Vậy hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m < -\frac{8}{5}$ hoặc $m > 0$.

Khi đó với $m \in [-10; 10]$ có $9 + 10 = 19$ giá trị nguyên của tham số m .

» **Câu 38.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $x^2 + (m-2)x - 8m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Lời giải

Trả lời:

Ta có: $a = 1 \neq 0, b = m-2, c = -8m+1$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta = (m-2)^2 - 4(-8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 28m > 0.$$

Xét $m^2 + 28m = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = -28$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$	-28	0	$+\infty$	
m^2+28m	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $m^2 + 28m > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -28) \cup (0; +\infty)$.



Vậy với $m \in (-\infty; -28) \cup (0; +\infty)$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó với $m \in [-10; 10]$ có 11 giá trị nguyên của tham số m .

» **Câu 39.** Tổng chi phí P (đơn vị: nghìn đồng) để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $P = x^2 + 30x + 3300$; giá bán một sản phẩm là 170 nghìn đồng. Gọi $a; b$ lần lượt là số sản phẩm tối thiểu và tối đa mà nhà sản xuất cần sản xuất để không bị lỗ. Tính $S = a + b$ (giả sử các sản phẩm được bán hết)?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 140**

Khi bán hết x sản phẩm thì số tiền thu được là: $170x$ (nghìn đồng).

Điều kiện để nhà sản xuất không bị lỗ là

$$170x \geq x^2 + 30x + 3300 \Leftrightarrow x^2 - 140x + 3300 \leq 0.$$

$$\text{Xét } x^2 - 140x + 3300 = 0 \Rightarrow x = 30 \vee x = 110.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	30	110	$+\infty$	
$x^2-140x+3300$	+	0	-	0	+

$$\text{Ta có: } x^2 - 140x + 3300 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [30; 110].$$

Vậy nếu nhà sản xuất làm ra từ 30 đến 110 sản phẩm thì họ sẽ không bị lỗ.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 30 \\ b = 110 \end{cases} \Rightarrow S = a + b = 140$$

» **Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để phương trình $(m+1)x^2 - 2(m+1)x - m + 2 = 0$ vô nghiệm.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 2**

Trường hợp 1: $a = m + 1 = 0 \Rightarrow m = -1$.

Thay vào phương trình: $3 = 0$ (vô nghiệm), nhận $m = -1$.

Trường hợp 2: $a = m + 1 \neq 0 \Rightarrow m \neq -1$. Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta' = (m+1)^2 - (m+1)(-m+2) < 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 + m^2 - m - 2 < 0 \Leftrightarrow 2m^2 + m - 1 < 0.$$

$$\text{Xét } 2m^2 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1 \vee m = \frac{1}{2}.$$

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$2m^2+m-1$	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\text{Ta có: } 2m^2 + m - 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{1}{2}.$$

Kết hợp hai kết quả trên, ta thu được $m \in \left[-1; \frac{1}{2}\right)$ thỏa mãn đề bài.

Khi đó với $m \in [-10; 10]$ có 2 giá trị nguyên của tham số m .

» **Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-100; 100]$ để phương trình $\frac{1}{m}x^2 + 2(m-2)x + m^2 = 0$ vô nghiệm.



Lời giải

Trả lời: 196

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = \frac{1}{m} \neq 0 \\ \Delta' = (m-2)^2 - \frac{1}{m} \cdot m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m^2 - 5m + 4 > 0 \end{cases} (*)$$

Xét $m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \vee m = 4$.

Bảng xét dấu:

m	$-\infty$	1	4	$+\infty$	
m^2-5m+4	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $m^2 - 5m + 4 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$.

Từ (*), ta có $m \in (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$ thỏa mãn đề bài.

Khi đó với $m \in [-100; 100]$ có $101 + 96 = 196$ giá trị nguyên của tham số m .

- » **Câu 42.** Một khung dây thép hình chữ nhật với chiều dài 30cm và chiều rộng 20cm được uốn lại thành hình chữ nhật mới với kích thước $(30-x)\text{cm}$ và $(20+x)\text{cm}$. Với $x \in (a; b)$ thì diện tích của khung sau khi uốn tăng lên. Khi đó trong khoảng $(a; b)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

Lời giải

Trả lời: 9

Ta có điều kiện: $-20 < x < 30$

Diện tích hình chữ nhật lúc sau là: $S = (30-x) \cdot (20+x) = -x^2 + 10x + 600\text{cm}^2$.

Diện tích hình chữ nhật lúc đầu là 600cm^2

Đặt $f(x) = -x^2 + 10x + 600 - 600 = -x^2 + 10x$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 10 \end{cases}. \text{ Ta có bảng xét dấu của } f(x)$$

x	$-\infty$	0	10	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Diện tích của khung sau khi uốn tăng lên khi $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 10)$.

Khi đó trong $(0; 10)$ có 9 giá trị nguyên.

- » **Câu 43.** Cho phương trình $x^4 - 2x^2 - 2 - m = 0$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình (1) phương trình có đúng 2 nghiệm

Lời giải

Trả lời: 2

Đặt: $x^2 = t (t \geq 0)$. Khi đó (1) trở thành: $t^2 - 2t - 2 - m = 0$ (2)

Phương trình (1) có 2 nghiệm khi (2) phải có 2 nghiệm: $\begin{cases} t_1 = t_2 > 0 \\ t_1 < 0 < t_2 \end{cases}$

» **TH1:** $t_1 = t_2 > 0$. Khi đó $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m + 3 = 0 \Leftrightarrow m = -3$.



Với $m = -3$ thì phương trình (2) nghiệm $t_1 = t_2 = 1$ thỏa mãn.

» **TH2:** $t_1 < 0 < t_2$. Khi đó: $-2 - m < 0 \Leftrightarrow m > -2$.

Vậy phương trình (1) có 2 nghiệm khi $m = -3$ hoặc $m > -2$.

Khi đó có 2 giá trị nguyên âm của tham số m

» **Câu 44.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 5**

Ta có $-x^2 + 2x - 5 = -(x-1)^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Nên $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-2; 2].$$

Khi đó có 5 giá trị nguyên của tham số m

» **Câu 45.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để $x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 2]$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 38**

Ta có $\Delta' = m^2 \geq 0$. Phương trình có hai nghiệm $x_1 = 1 - m$ và $x_2 = 1 + m$

» Nếu $m = 0$ thì bpt trở thành $x^2 - 2x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow x = 1$ không thỏa mãn.

» Nếu $m > 0$ thì $x_1 = 1 - m < x_2 = 1 + m$. Suy ra tập nghiệm của bpt là $S = [1 - m; 1 + m]$

Để bpt nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 2]$ khi và chỉ khi $[1; 2] \subset [1 - m; 1 + m]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq 1 - m \\ 2 \geq 1 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1$$

» Nếu $m < 0$ thì $x_1 = 1 - m > x_2 = 1 + m$.

Suy ra tập nghiệm của bpt là $S = [1 + m; 1 - m]$

Để bpt nghiệm đúng với mọi $x \in [1; 2]$ khi và chỉ khi $[1; 2] \subset [1 + m; 1 - m]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \geq 1 + m \\ 2 \geq 1 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -1.$$

Vậy $m \leq -1 \vee m \geq 1$ thỏa mãn.

Khi đó $m \in (-20; 20)$ có $19 + 19 = 38$ giá trị nguyên của tham số m

» **Câu 46.** Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 20**

Hàm số xác định $\Leftrightarrow (m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1 \geq 0(*)$.

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi (*) đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

» $m = -10$ (*) trở thành: $24x + 1 \geq 0$ không đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $m = -10$ loại.



$$\begin{aligned} & \text{» } m \neq -10 \text{ (*) đúng với } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+10 > 0 \\ (m-2)^2 - (m+10) \leq 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m - 6 \leq 0 \\ m > -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 6 \\ m > -10 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 6. \end{aligned}$$

Vậy với $-1 \leq m \leq 6$ thì hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Khi đó tổng các giá trị nguyên = 20

----- Hết -----



Chương 07

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Bài 2.

& PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A

Lý thuyết

1. Bất phương trình bậc hai



Định nghĩa

- » Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2 + bx + c < 0$ (hoặc $ax^2 + bx + c \leq 0$, $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$), Trong đó a, b, c là những số thực đã cho, $a \neq 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai



Giải bất phương trình bậc hai

- » $ax^2 + bx + c > 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu không âm** (lớn hơn hoặc bằng 0).
- » $ax^2 + bx + c < 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu âm**.
- » $ax^2 + bx + c \leq 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x) = ax^2 + bx + c$ có **dấu không dương** (bé hơn hoặc bằng 0).

3. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$



» Ta làm như sau:

- **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.
- **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$



4. Phương trình dạng $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$



» Ta làm như sau:

- **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.
- **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không?
Sau đó kết luận nghiệm.

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$$

Chú ý:

Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác

$$(1) \sqrt{A} = B \Leftrightarrow \begin{cases} B \geq 0 \\ A = B^2 \end{cases}$$

$$(2) \sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0; B \geq 0 \\ A + B + 2\sqrt{AB} = C \end{cases}$$

$$(3) \sqrt{A} + \sqrt{B} = \sqrt{C} + \sqrt{D}$$

- » Nếu $A + B = C + D$ (hoặc $A.B = C.D$) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.
- » Nếu $A + C = B + D$ (hoặc $A.C = B.D$) thì đưa phương trình về dạng:
 $\sqrt{A} - \sqrt{C} = \sqrt{D} - \sqrt{B}$ sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

$$(4) \sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$$

- » Lập phương hai vế ta được: $A + B + 3\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B}) = C$
- » Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A} + \sqrt[3]{B} = \sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được:
 $A + B + 3\sqrt[3]{ABC} = C$.

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.



B

Các dạng bài tập

Dạng 1. Giải bất phương trình bậc hai



Phương pháp

» Để giải bất phương trình bậc hai ta dựa vào việc **xét dấu tam thức bậc hai**.

✓ **Cách giải:**

Bước 1. Xét dấu tam thức bậc hai ở vế trái.

Bước 2. Chọn những giá trị của x làm cho vế trái dương hoặc âm tùy theo chiều của bất phương trình.



Ví dụ 1.1.

Giải các bất phương trình sau:

(1) $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

(2) $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

(3) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

(4) $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$

(5) $\frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$

(6) $(x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$

Lời giải

(1) $-3x^2 + 2x + 1 < 0$

Tam thức $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ có $a = -3 < 0$ và có hai nghiệm $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = 1$ ($f(x)$ cùng dấu với hệ số a).

Suy ra $-3x^2 + 2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3}$ hoặc $x > 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

(2) $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0$

Tam thức $f(x) = -36x^2 + 12x - 1$ có $a = -36 < 0$ và $\Delta = 0$

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f(x)$ âm với $\forall x \neq \frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right) = 0$

Suy ra $-36x^2 + 12x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{6}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left\{\frac{1}{6}\right\}$.

(3) $y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

Điều kiện: $x^2 - 2x + 5 \geq 0$



Xét tam thức vế trái có $\Delta' = -4 < 0$ và $a = 1 > 0$ nên $x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$.

$$(4) (x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0$$

$$\text{Ta có } (x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x \leq -2 \\ x^2 - x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 2 \leq 0 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{đúng } \forall x.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $T = \mathbb{R}$.

$$(5) \frac{x^2 + x - 1}{x - 2} > \frac{1}{x^2 - x} + \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \frac{(x^2 + x - 1)(x^2 - x) - (x - 2) + x(x^3 - 2)}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{x(x^2 - 3x + 2)} > 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3x + 2) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1 \vee x > 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = (0; 1) \cup (2; +\infty)$.

$$(6) (x^2 - 4)(x^2 + 2x) \leq 3(x^2 + 4x + 4)$$

$$\text{BPT} \Leftrightarrow (x + 2)^2(x^2 - 2x) \leq 3(x + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2(x^2 - 2x - 3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x^2 - 2x - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2 \vee -1 \leq x \leq 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S = [-1; 3] \cup \{-2\}$.



Dạng 2. Tìm tham số để tam thức bậc hai luôn âm – dương



Phương pháp

Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$.

$$\gg f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \quad \gg f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \quad \gg f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) > 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) \geq 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) < 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$$

$$\gg f(x) \leq 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

**** Lưu ý:** Khi giải bất phương trình mà a chứa tham số m , thì xét 2 trường hợp :

» **Trường hợp 1:** hệ số $a = 0$

» **Trường hợp 2:** hệ số $a \neq 0$



Ví dụ 2.1.

Với giá trị nào của m thì

(1) $f(x) = -2x^2 - mx + m$ luôn âm?

(2) $f(x) = (m-1)x^2 + (2m+1)x + m+1$ luôn âm?

(3) $f(x) = (2-m)x^2 - 2x + 1$ luôn dương?

Lời giải

(1) $f(x) = -2x^2 - mx + m$ luôn âm?

$$f(x) = -2x^2 - mx + m < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 < 0 \\ \Delta = (-m)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 8m < 0 \Leftrightarrow -8 < m < 0.$$

Vậy $-8 < m < 0$.

(2) $f(x) = (m-1)x^2 + (2m+1)x + m+1$ luôn âm?

Trường hợp 1: $m = 1$. Khi đó: $f(x) = 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}$. Vậy $m = 1$ (không thỏa).

Trường hợp 2: $m \neq 1$. Khi đó:

$$f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 < 0 \\ \Delta = (2m+1)^2 - 4 \cdot (m-1) \cdot (m+1) < 0 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ 4m + 5 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m < -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{5}{4}.$$

Vậy $m < -\frac{5}{4}$.

(3) $f(x) = (2-m)x^2 - 2x + 1$ luôn dương?

Trường hợp 1: $m = 2$. Khi đó: $f(x) = -2x + 1 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$. Vậy $m = 2$ (không thỏa).

Trường hợp 2: $m \neq 2$. Khi đó:

$$f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - m > 0 \\ \Delta' = (-1)^2 - (2 - m) \cdot 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

Vậy $1 < m < 2$.



Ví dụ 2.2.

Tìm giá trị của tham số m để các biểu thức sau đây luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

(1) $f(x) = -2x^2 + 2(m-2)x + m - 2$

(2) $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 4$

Lời giải

(1) $f(x) = -2x^2 + 2(m-2)x + m - 2$

Tìm m sao cho $f(x) = -2x^2 + 2(m-2)x + m - 2 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do $a = -2 < 0$ nên $f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' = (m-2)^2 - (-2)(m-2) \leq 0$

Ta có $\Delta' = (m-2)^2 + (m-2) = m(m-2) \Rightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2$.

(2) $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 4$

Tìm m sao cho $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 4 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$, khi đó $f(x) = -4 < 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$, khi đó $f(x) \leq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 + 4(m-1) \leq 0 \end{cases}$

Từ đó suy ra $\begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' = (m-1)(m+3) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ m+3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -1$

Kết hợp hai trường hợp ta suy ra giá trị của m cần tìm là $-3 \leq m \leq 1$.



Dạng 3. Giải phương trình quy về phương trình bậc hai



Phương pháp

✓ **Phương trình dạng** $\sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f}$

- **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.
- **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = \sqrt{dx^2 + ex + f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + c \geq 0 \\ dx^2 + ex + f \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = dx^2 + ex + f \end{cases}$$

✓ **Phương trình dạng** $\sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e$

- **Bước 1:** Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.
- **Bước 2:** Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm.

$$\text{Hoặc } \sqrt{ax^2 + bx + c} = dx + e \Leftrightarrow \begin{cases} dx + e \geq 0 \\ ax^2 + bx + c = (dx + e)^2 \end{cases}$$



Ví dụ 3.1.

Giải phương trình sau:

(1) $\sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$

(2) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

(3) $\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$

(4) $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$

Lời giải

(1) $\sqrt{2x^2 - 4x - 2} = \sqrt{x^2 - x - 2}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 - 4x - 2 = x^2 - x - 2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x = 0$

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = 3$

Thay lần lượt hai giá trị này vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 3$.

(2) $\sqrt{3x^2 - 6x + 1} = \sqrt{-2x^2 - 9x + 1}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 6x + 1 = -2x^2 - 9x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2 + 3x = 0$.

Từ đó tìm được $x = 0$ hoặc $x = -\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 0$ và $x = -\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ 0; -\frac{3}{5} \right\}$



$$(3) \sqrt{2x^2 - 3x - 5} = \sqrt{x^2 - 7}$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 - 3x - 5 = x^2 - 7$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = 2$.

Thay lần lượt giá trị này vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.

$$(4) \sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$$

Ta có : $\sqrt{3x^2 + 6x + 3} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x + 3 \geq 0 \\ 2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \\ 3x^2 + 6x + 3 = 2x^2 - 5x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x^2 + 11x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x = 0 \\ x = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -11 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S = \{0; -11\}$



Ví dụ 3.2.

Giải phương trình sau:

$$(1) \sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$$

$$(2) \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$$

$$(3) \sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$$

$$(4) \sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$$

Lời giải

$$(1) \sqrt{2x^2 - 5x - 9} = x - 1$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2 - 5x - 9 = x^2 - 2x + 1$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2 - 3x - 10 = 0$.

Từ đó tìm được $x = -2$ hoặc $x = 5$.

Thay lần lượt vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x = 5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 5$.

$$(2) \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - x$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2 + x + 3 = 1 - 2x + x^2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2 + 3x + 2 = 0$

Từ đó tìm được $x = -1$ hoặc $x = -2$

Thay lần lượt vào phương trình đã cho, ta thấy $x = -1$ hoặc $x = -2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-1; -2\}$.

$$(3) \sqrt{3x^2 - 13x + 14} = x - 3$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2 - 13x + 14 = x^2 - 6x + 9$.

Sau khi thu gọn ta được $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

Từ đó tìm được $x = 1$ hoặc $x = \frac{5}{2}$.

Thay lần lượt vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$.



(4) $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x$

Ta có $\sqrt{-x^2 + 9x - 5} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -x^2 + 9x - 5 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 9x + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{41}}{4}$.

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.



Ví dụ 3.2.

Giải phương trình sau:

(1) $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4-x)(x+2)}$

(2) $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$

(3) $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2$

(4) $13\sqrt{x^3 + x^2 - 6x} = 5x^2 + 21x - 12$

Lời giải

(1) $x^2 - 2x - 8 = 4\sqrt{(4-x)(x+2)}$

Đặt $t = \sqrt{-x^2 + 2x + 8} (t \geq 0)$, khi đó phương trình trở thành: $-t^2 = 4t \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -4(L) \end{cases}$.

Với $t = 0 \Rightarrow \sqrt{-x^2 + 2x + 8} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$. Vậy phương trình có hai nghiệm.

(2) $2\sqrt{x^2 - 8x} = x^2 - 8x - 3$

Đặt $t = \sqrt{x^2 - 8x}$, $t \geq 0$. Pt: $2t = t^2 - 3 \Leftrightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1(L) \\ t = 3(N) \end{cases}$.

Với $t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 8x} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -1 \end{cases}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 8.

(3) $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2$

Điều kiện xác định của phương trình: $x^3 + x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$.

Ta có $5\sqrt{x^3 + x^2 - 2x} = 2x^2 + 6x - 2 \Leftrightarrow 5\sqrt{(x-1)(x^2 + 2x)} = 2(x^2 + 2x) + 2(x-1) \quad (*)$

Ta thấy với $x = 1$ không phải là nghiệm của phương trình (*).

Với $x \neq 1$ ta có phương trình (*) $\Leftrightarrow 2\left(\frac{x^2 + 2x}{x-1}\right) - 5\sqrt{\frac{x^2 + 2x}{x-1}} + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 + 2x}{x-1}} = \frac{1}{2} \\ \sqrt{\frac{x^2 + 2x}{x-1}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2 + 2x}{x-1} = \frac{1}{4} \\ \frac{x^2 + 2x}{x-1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 7x + 1 = 0 \\ x^2 - 2x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-7 + \sqrt{33}}{8} \\ x = \frac{-7 - \sqrt{33}}{8} \end{cases}$.

So với điều kiện $\begin{cases} x \geq 1 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$, ta có hai nghiệm $x = \frac{-7 \pm \sqrt{33}}{8}$ thỏa mãn.

(4) $13\sqrt{x^3 + x^2 - 6x} = 5x^2 + 21x - 12$



Điều kiện xác định của phương trình: $x^3 + x^2 - 6x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$.

Ta có $13\sqrt{x^3 + x^2 - 6x} = 5x^2 + 21x - 12 \Leftrightarrow 13\sqrt{(x-2)(x^2+3x)} = 5(x^2+3x) + 6(x-2) \quad (*)$

Ta thấy với $x = 2$ không phải là nghiệm của phương trình (*).

Với $x \neq 2$ ta có phương trình (*) $\Leftrightarrow 5\left(\frac{x^2+3x}{x-2}\right) - 13\sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} = \frac{3}{5} \\ \sqrt{\frac{x^2+3x}{x-2}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+3x}{x-2} = \frac{9}{25} \\ \frac{x^2+3x}{x-2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x^2 + 66x + 18 = 0 \\ x^2 - x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-33+3\sqrt{71}}{25} \\ x = \frac{-33-3\sqrt{71}}{25} \end{cases}$$

So với điều kiện $\begin{cases} x \geq 2 \\ -3 \leq x \leq 0 \end{cases}$, ta có hai nghiệm $x = \frac{-33 \pm 3\sqrt{71}}{25}$ thỏa mãn.



Chương 07

BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Bài 2.

& PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI



Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» **Câu 1.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

- A. $(-\infty; 0]$. B. $[6; +\infty)$. C. $[8; +\infty)$. D. $(-\infty; -1]$.

» *Lời giải*

Chọn B

$$\text{Ta có } x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}.$$

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

Do đó $[6; +\infty) \not\subset S$.

» **Câu 2.** Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

- A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.
C. $S = (2; 5)$. D. $S = [2; 5]$.

» *Lời giải*

Chọn C

Bất phương trình $0 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow 2 < x < 5$.

Vậy $S = (2; 5)$.

» **Câu 3.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

- A. $S = (-5; 5)$. B. $x > \pm 5$.
C. $-5 < x < 5$. D. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

» *Lời giải*

Chọn A

Bất phương trình $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Vậy $S = (-5; 5)$.

» **Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

» *Lời giải*

Chọn A

Ta có $x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là $(1; 2)$.

» **Câu 5.** Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.



A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

B. $[-2; 3]$.

C. $[-3; 2]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn B

Ta có: $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

» **Câu 6.** Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-3; 1)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn B

Ta có: $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

» **Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ xác định khi $-x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; 3]$.

» **Câu 8.** Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$.

B. $\emptyset$.

C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$.

D. $[-3; 4]$.

🔍 *Lời giải*

Chọn D

Ta có $-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3; 4]$.

» **Câu 9.** Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

A. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

B. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

D. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

🔍 *Lời giải*

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} \sqrt{x^2-3}+x-2 \neq 0 \\ x^2-3 \geq 0 \end{cases}$

Ta có $x^2 - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq -\sqrt{3} \end{cases}$.



$$\text{Xét } \sqrt{x^2-3}+x-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x^2-3=(2-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x=\frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{7}{4}$$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.

» **Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

🔗 **Lời giải**

Chọn A

$$\text{Hàm số xác định } \Leftrightarrow 2x^2-5x+2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 2 \end{cases}$$

» **Câu 11.** Tập nghiệm của bất phương trình $x^4-5x^2+4 < 0$ là

- A. $(1; 4)$. B. $(-2; -1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

🔗 **Lời giải**

Chọn D

$$\text{Ta có } x^4-5x^2+4=(x^2-1)(x^2-4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1=0 \\ x^2-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

Đặt $f(x)=x^4-5x^2+4$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$			
x^2-1	+		+ 0	- 0	+		+		
x^2-4	+	0	-		-		- 0	+	
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ là $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

» **Câu 12.** Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2)$.

- A. $x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 4$. C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $x \geq 4$.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Bất phương trình } x(x+5) \leq 2(x^2+2) \Leftrightarrow x^2+5x \leq 2x^2+4 \Leftrightarrow x^2-5x+4 \geq 0$$

$$\text{Xét phương trình } x^2-5x+4=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$$

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$		
x^2-5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$



Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2 - 5x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

» **Câu 13.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. C. $\emptyset$. D. $(-2; -1]$.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Xét } \frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 4} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x + 7}{x^2 - 4} \geq 0.$$

Bất phương trình có tập nghiệm $S = [-7; -2) \cup (2; +\infty)$.

$$\text{Vậy } S \cap (-2; 2) = \emptyset.$$

» **Câu 14.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2 + 7x + 7}{x^2 - 3x - 10} \leq -1$ là

- A. Hai khoảng. B. Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn. D. Ba khoảng.

🔗 **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 3x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x - 5) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 5 \end{cases}.$$

Bất phương trình

$$\frac{-2x^2 + 7x + 7}{x^2 - 3x - 10} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 7x + 7}{x^2 - 3x - 10} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 + 4x - 3}{x^2 - 3x - 10} \leq 0 \quad (*).$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$			
$-x^2+4x-3$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$-$
$x^2-3x-10$	$+$	$ $	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$
$f(x)$	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$	$ $	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình $(*) \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup [1; 3] \cup (5; +\infty)$.

» **Câu 15.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x - 1} = 2 - x$ là:

- A. $S = \{1; 5\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \{2; 3\}$.

🔗 **Lời giải**

Chọn B

Thay các giá trị vào phương trình có $x = 1$ vào thỏa mãn phương trình.

» **Câu 16.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{2x - 1} = -x^2 - 5$ là

- A. $S = \{1; 5\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{5\}$. D. $S = \emptyset$.

🔗 **Lời giải**

Chọn D

Vì $-x^2 - 5 < 0$ vậy phương trình vô nghiệm

» **Câu 17.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4 - 3x^2} = 2x - 1$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.



Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{4-3x^2} = 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 4-3x^2 = 4x^2-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x=1 \\ x=\frac{-3}{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x=1$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm

» **Câu 18.** Số nghiệm của phương trình $(x-3)\sqrt{4-x^2} = x^2-4x+3$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $-2 \leq x \leq 2$

$$(x-3)\sqrt{4-x^2} = x^2-4x+3 \Leftrightarrow (x-3)\sqrt{4-x^2} = (x-3)(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \quad (L) \\ \sqrt{4-x^2} = x-1 \quad (*) \end{cases}$$

Giải (*)

$$\sqrt{4-x^2} = x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2-2x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = \frac{1+\sqrt{7}}{2} \quad (TM) \\ x = \frac{1-\sqrt{7}}{2} \quad (L) \end{cases}$$

Vậy phương trình có 1 nghiệm

» **Câu 19.** Tổng các nghiệm của phương trình $(x-1)\sqrt{10-x^2} = x^2-3x+2$ là:

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$

$$(x-1)\sqrt{10-x^2} = x^2-3x+2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\sqrt{10-x^2} = (x-2)(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1(TM) \\ \sqrt{10-x^2} = x-2 \quad (*) \end{cases}$$

Giải (*)

$$\sqrt{10-x^2} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 10-x^2 = (x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x=3(TM) \\ x=-1(L) \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 4

» **Câu 20.** Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{2x-3} = x-3$ là

A. $S = \emptyset$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{6; 2\}$.

D. $S = \{6\}$.

Lời giải



Chọn D

$$\begin{aligned} \sqrt{2x-3} = x-3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ 2x-3 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 2x-3 = x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2-8x+12 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x = 6 \Leftrightarrow x = 6. \\ x = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

» **Câu 21.** Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x-3$.

- A.** 2 giao điểm. **B.** 4 giao điểm. **C.** 3 giao điểm. **D.** 1 giao điểm.

🔍 Lời giải

Chọn D

Số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x-3$ là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm:

$$\begin{aligned} \sqrt{3x-4} = x-3 &\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \\ (\sqrt{3x-4})^2 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ 3x-4 = x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x^2-9x+13 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x = \frac{9-\sqrt{29}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{9+\sqrt{29}}{2}. \\ x = \frac{9+\sqrt{29}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x-3$ có 1 giao điểm chung.

» **Câu 22.** Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1} = x-2$ bằng:

- A.** 6. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

🔍 Lời giải

Chọn C

+) Với điều kiện $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ ta có phương trình đã cho tương đương với phương

$$\text{trình: } 2x-1 = (x-2)^2 \Leftrightarrow x^2-6x+5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(L) \\ x = 5(t/m) \end{cases}$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 5$.

» **Câu 23.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x-2} = x$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

🔍 Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \sqrt{3x-2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 3x-2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2-3x+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases} \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

» **Câu 24.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6} = x-6$ bằng

- A.** 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.

🔍 Lời giải

Chọn A



$$\sqrt{5x+6} = x-6 \Leftrightarrow \begin{cases} x-6 \geq 0 \\ 5x+6 = x^2-12x+36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x^2-17x+30=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x=2 \\ x=15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x=15 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=15$.

» **Câu 25.** Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+x+1} = x^2+x-1$ là

- A. 3. B. -3. C. -1. D. 0.

🔗 *Lời giải*

Chọn B

Ta có: $x^2+x+1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\sqrt{x^2+x+1} = x^2+x-1 \Leftrightarrow x^2+x+1 - \sqrt{x^2+x+1} - 2 = 0 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+x+1}\right)^2 - \sqrt{x^2+x+1} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+x+1} = -1 \text{ (vn)} \\ \sqrt{x^2+x+1} = 2 \text{ (1)} \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2+x+1} = 2 \Leftrightarrow x^2+x-3 = 0$$

$$\text{Do đó: } x_1 \cdot x_2 = \frac{-3}{1} = -3.$$

» **Câu 26.** Số nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2-4$ bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

🔗 *Lời giải*

Chọn B

$$+) \text{ Điều kiện: } 2x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}.$$

$$(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2-4 \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7} = (x-2)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[\sqrt{2x+7} - (x+2)\right] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ \sqrt{2x+7} = x+2 \end{cases}$$

$$+) x-2=0 \Leftrightarrow x=2 \text{ (thỏa mãn).}$$

$$+) \sqrt{2x+7} = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 2x+7 = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2+2x-3=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x=1 \\ x=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm $\begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases}$.

» **Câu 27.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2}$ là

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left\{-2; \frac{1}{2}\right\}$. C. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

🔗 *Lời giải*

Chọn C



Điều kiện: $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3.$

Phương trình tương đương: $3-x = x+2 \Leftrightarrow 1 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}.$

» **Câu 28.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = x^2 - 2x + 3$ là

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

» *Lời giải*

Chọn C

Ta có: $x^2 - 2x + 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Đặt $t = x^2 - 2x + 5$, ta có phương trình trở thành $\sqrt{t} = t - 2$

$$\sqrt{t} = t - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t = (t-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t^2 - 5t + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t = 1 \Rightarrow t = 4. \\ t = 4 \end{cases}$$

Khi đó $4 = x^2 - 2x + 5 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Thử lại ta thấy $x = 1$ thỏa mãn.

Suy ra phương trình đã cho có một nghiệm.

» **Câu 29.** $[-3; 1)$ là tập xác định của phương trình nào sau đây?

A. $\sqrt{3+x} = \sqrt{\frac{1}{1-x^3}}$

B. $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{3 - 2x - x^2}$

C. $\sqrt{-x^2 - x + 6} = \sqrt{-x^2 - 3x + 4}$

D. $\sqrt{1-x} = \sqrt{-x^2 - x + 6}$

» *Lời giải*

Chọn A

A. ĐK: $\begin{cases} 3+x \geq 0 \\ \frac{1}{1-x^3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ 1-x^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x < 1 \end{cases}.$

B. ĐK: $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{3 - 2x - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ 3 - 2x - x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 \geq 0 \\ -(x-1)(x+3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1.$

C. ĐK: $\begin{cases} -x^2 - x + 6 \geq 0 \\ -x^2 - 3x + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -(x+3)(x-2) \geq 0 \\ -(x-1)(x+4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 2 \\ -4 \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1.$

D. ĐK: $\begin{cases} 1-x \geq 0 \\ -x^2 - x + 6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ -(x+3)(x-2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ -3 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1.$

» **Câu 30.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2-x} = 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

» *Lời giải*

Chọn C

- Điều kiện: $\begin{cases} 3x+1 \geq 0 \\ 2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 2.$



$$\begin{aligned}
 - \text{PT} &\Leftrightarrow \sqrt{3x+1} = 1 + \sqrt{2-x} \Leftrightarrow [\sqrt{3x+1}]^2 = [1 + \sqrt{2-x}]^2 \Leftrightarrow 3x+1 = 1 + 2\sqrt{2-x} + 2-x \\
 &\Leftrightarrow 2\sqrt{2-x} = 4x-2 \Leftrightarrow \sqrt{2-x} = 2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2-x = (2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 2-x = 4x^2 - 4x + 1 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 3x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}.
 \end{aligned}$$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm $x = 1$.

» **Câu 31.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

A. $-4 \leq m \leq 4$.

B. $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.

C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$.

D. $-2 \leq m \leq 2$.

» **Lời giải**

Chọn B

Phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$ hay $m \geq 4$

» **Câu 32.** Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $(-1; 2)$

B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

C. $[-1; 2]$

D. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

» **Lời giải**

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - (-1) \cdot (m-3) > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

» **Câu 33.** Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

D. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

» **Lời giải**

Chọn B

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ \Delta = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ x < -\frac{3}{5} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}.$$

» **Câu 34.** Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi



A. $m \geq 0$.

B. $m = \pm 2$.

C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ (*).

TH1. Với $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

• Khi $m = 2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3 = 0$ (vô lý).

• Khi $m = -2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -8x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{8}$.

Suy ra với $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH2. Với $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$\Leftrightarrow (m - 2)^2 - 3(m^2 - 4) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 - 3m^2 + 12 < 0 \Leftrightarrow -2m^2 - 4m + 16 < 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 > 0 \Leftrightarrow (m - 2)(m + 4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}$.

Suy ra với $\begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết hợp hai TH, ta được $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$ là giá trị cần tìm.

» **Câu 35.** Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m + 2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$.

B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (m + 2)^2 - 4(8m + 1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 32m - 4 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow m(m - 28) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}$.

Vậy $m < 0$ hoặc $m > 28$ là giá trị cần tìm.

» **Câu 36.** Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$.

B. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$.

C. $m > \frac{1}{7}$.

D. $m > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(mx^2 + (2m - 1)x + 4m) = 0$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ f(x) = mx^2 + (2m-1)x + 4m = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Để phương trình ban đầu có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1 thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 và khác 2.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 2 khi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -12m^2 - 4m + 1 > 0 \\ 4m + 2(2m-1) + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \\ m \neq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \end{cases} \quad (1).$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2.

Theo định lý Vi ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-2m}{2} \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases}$$

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-4m}{m} > 0 \\ \frac{7m-1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < \frac{1}{4} \\ m > \frac{1}{7} \\ m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{7} < m < \frac{1}{4} \quad (2).$$

Vậy $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$

» **Câu 37.** Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$.

B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.

C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$.

D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

» **Lời giải**

Chọn B

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2m^2 - 3m - 5) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{5}{2}.$$

» **Câu 38.** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

A. $m < 2 \vee m > 6$.

B. $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.



C. $2 < m < 6$.

D. $-2 < m < 6$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (*), có $\Delta' = m + 2$.

Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ P \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ m+2 > 0 \\ m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \{-1; 2\} \\ m > -2 \end{cases} \quad (I).$$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*) suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}$.

Theo bài ra, ta có $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2m}{m-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{m-6}{m-2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 2 \end{cases}$.

Kết hợp với (I), ta được $\begin{cases} m > 6 \\ m \in (-2; -1) \cup (-1; 2) \end{cases}$ là giá trị cần tìm.

» **Câu 39.** Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m < 3$.

B. $m \geq 3$.

C. $m \leq -3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 4) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3.$$

Vậy $m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

» **Câu 40.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in \emptyset$.

B. $m \in (-2; 2)$.

C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in [-2; 2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2 + 2x - 5 = -(x-1)^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow m \in [-2; 2].$$

» **Câu 41.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 5.



Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

» **Câu 42.** Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1)$.

- A. $m > 1$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in (0; 1)$.

$$\Leftrightarrow -2m(x-1) > x^2 - 2x + 1, \forall x \in (0; 1) \quad (*).$$

Vì $x \in (0; 1) \Rightarrow x - 1 < 0$ nên $(*) \Leftrightarrow -2m < \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} = x - 1 = g(x), \forall x \in (0; 1)$.

$$\Leftrightarrow -2m \leq g(0) = -1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$$

» **Câu 43.** Tìm m để $-9 < \frac{3x^2 + mx - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $-3 < m < 6$. B. $-3 \leq m \leq 6$. C. $m < -3$. D. $m > 6$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$-9(x^2 - x + 1) < 3x^2 + mx - 6 < 6(x^2 - x + 1) \quad (\text{do } x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 + (m-9)x + 3 > 0 & (1) \\ 3x^2 - (m+6)x + 12 > 0 & (2) \end{cases}$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow (1)$ và (2) nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} < 0 \\ \Delta_{(2)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-9)^2 - 144 < 0 \\ (m+6)^2 - 144 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 6.$$

» **Câu 44.** Cho phương trình $\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất

- A. $m > 4$. B. $4 < m < 5$. C. $3 < m < 4$. D. $m < 4$.

Lời giải

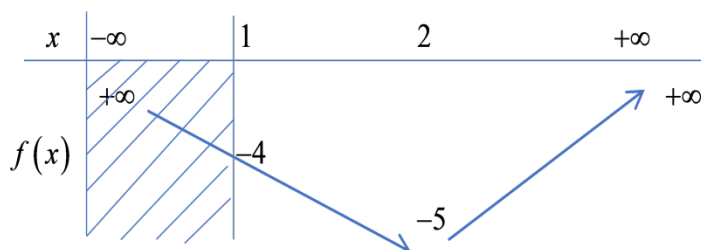
Chọn D

$$\sqrt{2x^2 - 6x + m} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x^2 - 6x + m = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 4x - 1 = -m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow (1)$ có nghiệm duy nhất $x \geq 1$.



Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của đường thẳng $y = -m$ và đồ thị hàm số $f(x) = x^2 - 4x - 1$.



Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\begin{cases} -m = -5 \\ -m > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m < 4 \end{cases}$.

» **Câu 45.** Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - x - 2m} = x - 2$ có nghiệm. Đáp số nào sau đây đúng?

A. $m \geq -\frac{25}{4}$.

B. $m \geq 3$.

C. $m \geq 0$.

D. $m \geq -\frac{25}{8}$.

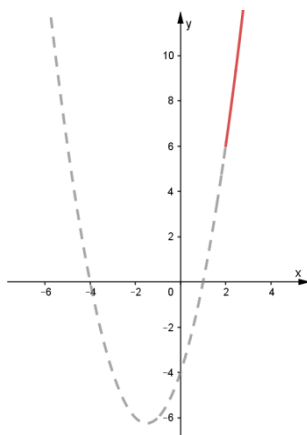
Lời giải

Chọn B

$$\sqrt{2x^2 - x - 2m} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 3x - 4 = 2m \end{cases}$$

Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2 + 3x - 4$ với đường thẳng $y = m$ trên tập $[2; +\infty)$.

Ta có đồ thị sau



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình có nghiệm khi $2m \geq 6 \Leftrightarrow m \geq 3$.

» **Câu 46.** Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1$ có hai nghiệm phân biệt là $S = (a; b]$. Khi đó giá trị $P = a.b$ là

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\sqrt{x^2 + 2x + 2m} = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ x^2 + 2x + 2m = (2x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ 3x^2 + 2x + 1 - 2m = 0 (*) \end{cases}$$



Đặt $t = x + \frac{1}{2}$; phương trình (*) trở thành: $3\left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(t - \frac{1}{2}\right) + 1 - 2m = 0$

$$\Leftrightarrow 3t^2 - t + \frac{3}{4} - 2m = 0 \quad (**)$$

Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $-\frac{1}{2} \leq x_1 < x_2$ khi và chỉ khi phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa $0 \leq t_1 < t_2$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} \Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot \left(\frac{3}{4} - 2m\right) > 0 \\ S = -\frac{-1}{3} > 0 \\ P = \frac{\frac{3}{4} - 2m}{3} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{1}{3} \\ m \leq \frac{3}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < m \leq \frac{3}{8}.$$

Vậy $S = \left[\frac{1}{3}; \frac{3}{8}\right]$. Ta có: $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$.

» **Câu 47.** Tìm m để phương trình $\left(\sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 1\right)(x+1)^3 + x^2 - x - 3 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$, ta được điều kiện $m \in [a; b]$. Giá trị của biểu thức $P = a^2 + 2b$ bằng

A. $P = 10$.

B. $P = 12$.

C. $P = 20$.

D. $P = 15$.

» **Lời giải**

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = \left(\sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 1\right)(x+1)^3 + x^2 - x - 3$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$f(-1) = -1 < 0, \quad f(0) = \sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 4.$$

Để phương trình có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-1; 0)$ thì

$$f(0) = \sqrt{5m^2 - 2m - 2} + m - 4 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{5m^2 - 2m - 2} > 4 - m.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m < 0 \\ 5m^2 - 2m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m \leq 4 \\ 4m^2 + 6m - 18 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -3 \vee \frac{3}{2} < m \leq 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -3 \vee m > \frac{3}{2}.$$

Do đó $m \notin \left[-3; \frac{3}{2}\right]$ hay $P = a^2 + 2b = 12$.

» **Câu 48.** Phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = m^2(x+1)$ có nghiệm thì $m \in [a; b] \setminus \{0\}$, tính giá trị của $a^2 + b$

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

» **Lời giải**

Chọn C



TXĐ: $[1; +\infty)$

Phương trình ban đầu

$$\Leftrightarrow 2(x+1) = m^2(x+1)(\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ 2 = m^2(\sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1})(1) \end{cases}$$

Phương trình ban đầu có nghiệm khi và chỉ khi (1) có nghiệm $x \geq 1$.

Lại có (1) $\Leftrightarrow \frac{2}{m^2} = \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1}$ do $m = 0$ là cho phương trình vô nghiệm.

Vậy (1) có nghiệm $x \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2}{m^2}$ thuộc miền giá trị của hàm số $y = \sqrt{3x+1} + \sqrt{x-1}$ với

$$x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow \frac{2}{m^2} \geq 2 \Leftrightarrow m \in [-1; 1] \setminus \{0\}.$$

» **Câu 49.** Tìm m để phương trình $\sqrt{2x^2 - 2x - 2m} = x - 2$ có nghiệm.

A. $m \leq 1$.

B. $m \in (1; +\infty)$.

C. $m > 2$.

D. $m \geq 2$.

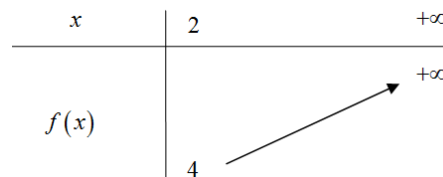
» **Lời giải**

Chọn D

$$\sqrt{2x^2 - 2x - 2m} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ 2x^2 - 2x - 2m = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 + 2x - 4 = 2m \quad (*) \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 + 2x - 4, (x \geq 2)$

BBT:



Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $x \geq 2 \Leftrightarrow 2m \geq 4 \Leftrightarrow m \geq 2$.

» **Câu 50.** Cho phương trình $\sqrt{x^2 - 8x + m} = 2x - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số để phương trình đã cho vô nghiệm.

A. $m \in \left[-\frac{1}{3}; \frac{15}{4}\right)$.

B. $m \in \left(-\frac{1}{3}; \frac{15}{4}\right)$.

C. $m \in \left(-\infty; \frac{15}{4}\right)$.

D. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

» **Lời giải**

Chọn C

$$\text{Phương trình đã cho} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 8x + m = (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ m = 3x^2 + 4x + 1 \end{cases} \quad (*)$$

Phương trình đã cho vô nghiệm khi và chỉ khi $(*)$ vô nghiệm.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = 3x^2 + 4x + 1$ như sau

x	$-\infty$	$-2/3$	$1/2$	$+\infty$
$y = 3x^2 + 4x + 1$	$+\infty$		$15/4$	$+\infty$



Từ BBT suy ra pt vô nghiệm khi và chỉ khi $m < \frac{15}{4}$.

» **Câu 51.** Số các giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - m - 1} = \sqrt{2x - 1}$ có hai nghiệm phân biệt là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

» **Lời giải**

Chọn D

Phương trình tương đương: $\begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 2x - m - 1 = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 - 4x - m = 0 \end{cases}$

Để phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - m - 1} = \sqrt{2x - 1}$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 - 4x - m = 0$ có

hai nghiệm phân biệt thỏa $x_2 > x_1 \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + x_2 > 1 \\ \left(x_1 - \frac{1}{2}\right)\left(x_2 - \frac{1}{2}\right) \geq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 + m > 0 \\ 4 > 0 \\ x_1 x_2 - \frac{1}{2}(x_1 + x_2) + \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + m > 0 \\ -m - \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{4} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m \leq -\frac{7}{4}.$

B. Câu hỏi – Trả lời đúng/sai

» **Câu 52.** Cho phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ (*). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2 - 9x - 22 = 0$		
(b)	Phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ và phương trình $x^2 - 9x - 22 = 0$ có chung tập nghiệm		
(c)	$x = 11; x = -2$ là nghiệm của phương trình (*)		
(d)	Tập nghiệm của phương trình (*) là $S = \emptyset$		

» **Lời giải**

(a) Bình phương 2 vế của phương trình ta được $x^2 - 9x - 22 = 0$

$\sqrt{2x^2 + x + 3} + x + 5 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5.$

Bình phương hai vế của phương trình, ta được:

$2x^2 + x + 3 = x^2 + 10x + 25 \Rightarrow x^2 - 9x - 22 = 0 \Rightarrow x = 11$ hoặc $x = -2$

Thay lần lượt $x = 11; x = -2$ vào phương trình đã cho, ta thấy hai giá trị này đều không thỏa mãn.

Do đó, phương trình đã cho vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \emptyset$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình $\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x - 5$ và phương trình $x^2 - 9x - 22 = 0$ có chung tập nghiệm



$$x^2 - 9x - 22 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow S' = \{11; -2\}$$

» **Chọn SAI.**

(c) $x = 11; x = -2$ là nghiệm của phương trình (*)

Tập nghiệm của phương trình (*) đã cho là $S = \emptyset$

» **Chọn SAI.**

(d) Tập nghiệm của phương trình (*) là $S = \emptyset$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 53.** Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = \sqrt{2 - x}$ (*). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \leq 2$		
(b)	Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được $x^2 + 3x + 1 = 0$		
(c)	Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Các nghiệm của phương trình (*) thuộc $\mathbb{Z}$		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện $x \leq 2$

Điều kiện $2 - x \geq 0 \Leftrightarrow 2 \geq x$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Bình phương 2 vế phương trình (*) ta được $x^2 + 3x + 1 = 0$

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$$x^2 + 2x + 4 = 2 - x \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -2.$$

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

Thay giá trị $x = -1$ vào phương trình: $\sqrt{3} = \sqrt{3}$ (thỏa mãn).

Thay giá trị $x = -2$ vào phương trình: $\sqrt{4} = \sqrt{4}$ (thỏa mãn).

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Các nghiệm của phương trình (*) thuộc $\mathbb{Z}$

Vậy tập nghiệm phương trình là $S = \{-1; -2\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 54.** Cho 2 phương trình $\sqrt{5x + 10} = 8 - x$ (1) và $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2$ (2). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Phương trình (1) có 1 nghiệm		
(b)	Phương trình (2) có 2 nghiệm		
(c)	Phương trình (1) và (2) có chung tập nghiệm		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) và (2) bằng 6		

» **Lời giải**

(a) Phương trình (1) có 1 nghiệm

$$(1) \sqrt{5x + 10} = 8 - x.$$

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$$5x + 10 = 64 - 16x + x^2 \Leftrightarrow x^2 - 21x + 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 18 \end{cases}$$



Thay $x = 3$ vào phương trình đã cho: $\sqrt{25} = 5$ (thỏa mãn).

Thay $x = 18$ vào phương trình đã cho: $\sqrt{100} = -10$ (không thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình: $S = \{3\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình (2) có 2 nghiệm

$$(2) \sqrt{3x^2 - 9x + 1} = x - 2.$$

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta được:

$$3x^2 - 9x + 1 = x^2 - 4x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -\frac{1}{2}.$$

Thay $x = 3$ vào phương trình đã cho, ta được: $\sqrt{1} = 1$ (thỏa mãn).

Thay $x = -\frac{1}{2}$ vào phương trình đã cho, ta được: $\sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2}$ (không thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm phương trình: $S = \{3\}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình (1) và (2) có chung tập nghiệm

Vậy tập nghiệm hai phương trình đã cho là $S = \{3\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) và (2) bằng 6

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 55.** Cho phương trình $(x - 2)\sqrt{2x^2 + 4} = x^2 - 4$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq 2$		
(b)	Phương trình có 3 nghiệm		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5		
(d)	Các nghiệm của phương trình là các số chẵn		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện $x \geq 2$

$$\text{Điều kiện } 2x^2 + 4 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

» **Chọn SAI.**

(b) Phương trình có 3 nghiệm

$$\text{Ta có: } (x - 2)\sqrt{2x^2 + 4} = x^2 - 4$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)\sqrt{2x^2 + 4} = (x - 2)(x + 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \\ \sqrt{2x^2 + 4} = x + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x + 2 \geq 0 \\ 2x^2 + 4 = x^2 + 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x \geq -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x \geq -2 \\ x = 0 \vee x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \{0; 2; 4\}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 5

Tổng các nghiệm của phương trình là: 6.



» **Chọn SAI.**

(d) Các nghiệm của phương trình là các số chẵn

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 56.** Cho phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0$. (3) Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Bình phương hai vế phương trình (3), ta được: $2x^2 + 2x - 3 = 0$		
(b)	Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình $3x^2 + 2x - 8 = 0$		
(c)	Phương trình (3) có một nghiệm		
(d)	Phương trình (3) có các nghiệm là các số nguyên âm		

» **Lời giải**

(a) Bình phương hai vế phương trình (3), ta được: $2x^2 + 2x - 3 = 0$

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} - \sqrt{-2x^2 + 5} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{-2x^2 + 5} \quad (3)$$

Bình phương hai vế phương trình (3), ta được:

$$x^2 + 2x - 3 = -2x^2 + 5 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ hoặc } x = \frac{4}{3}.$$

» **Chọn SAI.**

(b) Phương trình (3) có chung tập nghiệm với phương trình $3x^2 + 2x - 8 = 0$

Thay lần lượt các giá trị trên vào phương trình (3) ta thấy chỉ có $x = \frac{4}{3}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình (2) là $S = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$.

$$3x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow S' = \left\{ \frac{4}{3}; -2 \right\}$$

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình (3) có một nghiệm

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Phương trình (3) có các nghiệm là các số nguyên âm

» **Chọn SAI.**

» **Câu 57.** Cho phương trình $\sqrt{3x - 2} = 1 + \sqrt{x + 7}$. (1) Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$		
(b)	Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình $(x - 9)^2 = 0$		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 11		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x - 2 \geq 0 \\ x + 7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}.$$



» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{3x-2} = \sqrt{x+7} + 1 \Leftrightarrow 3x-2 = x+8 + \sqrt{x+7} \Leftrightarrow \sqrt{x+7} = x-5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-5 \geq 0 \\ x+7 = x^2 - 10x + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x = 9 \Leftrightarrow x = 9. \\ x = 2 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện, ta được nghiệm của phương trình là $x = 9$.

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình (1) có chung tập nghiệm với phương trình $(x-9)^2 = 0$

Tập nghiệm của phương trình (1) là $S = \{9\}$.

Phương trình $(x-9)^2 = 0$ có tập nghiệm $S = \{9\}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tổng các nghiệm của phương trình (1) bằng 11

» **Chọn SAI.**

» **Câu 58.** Cho phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ (3). Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq \frac{7}{2}$		
(b)	Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3		
(d)	Các nghiệm của phương trình (3) là các số tự nhiên		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện $x \geq \frac{7}{2}$

$$\text{Điều kiện: } 2x+7 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{7}{2}.$$

» **Chọn SAI.**

(b) Phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt

$$(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4 \Leftrightarrow (x-2)\sqrt{2x+7} = (x-2)(x+2)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left[\sqrt{2x+7} - (x+2)\right] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 0 \\ \sqrt{2x+7} = x+2 \end{cases}$$

+) $x-2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn).

$$\text{+) } \sqrt{2x+7} = x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 2x+7 = (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x^2 + 2x - 3 = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình (3) có hai nghiệm $x = 2$ và $x = 1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tổng các nghiệm của phương trình (3) bằng 3

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Các nghiệm của phương trình (3) là các số tự nhiên

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 59.** Cho phương trình $\sqrt{2x-1} + x^2 - 3x + 1 = 0$ (4) Khi đó:



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$		
(b)	Phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt		
(c)	Phương trình (4) có nghiệm lớn nhất là một số tự nhiên		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình (4) bằng $3 - \sqrt{2}$		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$

Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình (4) có 3 nghiệm phân biệt

$$(4) \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} - x + x^2 - (2x-1) = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{2x-1} - x) + x^2 - (\sqrt{2x-1})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2x-1} - x) + (x - \sqrt{2x-1})(x + \sqrt{2x-1}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{2x-1})(-1 + x + \sqrt{2x-1}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} = x \\ \sqrt{2x-1} = 1 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x^2 - 1 = x^2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ 2x - 1 = (1 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = 2 - \sqrt{2}.$$

So với Điều kiện, nghiệm của phương trình là $x = 1$ hoặc $x = 2 - \sqrt{2}$.

» **Chọn SAI.**

(c) Phương trình (4) có nghiệm lớn nhất là một số tự nhiên

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tổng các nghiệm của phương trình (4) bằng $3 - \sqrt{2}$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 60.** Cho phương trình $\sqrt{x(x-1)} + \sqrt{x(x+2)} = 2\sqrt{x^2}$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$x = 0$ là nghiệm của phương trình		
(b)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(c)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 9		
(d)	Nghiệm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn 2		

» **Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x(x-1) \geq 0 \\ x(x+2) \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \vee x \geq 1 \\ x \leq -2 \vee x \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x \geq 1 \end{cases}.$$

+ Với $x = 0$ thì phương trình trở thành $0 = 0 \Rightarrow x = 0$ là một nghiệm của pt.

+ Với $x \geq 1$ thì pt $\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2}) = 2\sqrt{x^2} \Leftrightarrow \sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 2\sqrt{x}$

$$\Leftrightarrow x - 1 + x + 2 + 2\sqrt{(x-1)(x+2)} = 4x$$



$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x+2)} = x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x^2 + x - 2 = x^2 - x + \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = \frac{9}{8} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9}{8} (N).$$

Suy ra nghiệm của phương trình là $x = 0 \vee x = \frac{9}{8}$.

(a) $x = 0$ là nghiệm của phương trình

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 9

Tổng các nghiệm của phương trình là $\frac{9}{8}$

» **Chọn SAI.**

(d) Nghiệm lớn nhất của phương trình nhỏ hơn 2

Nghiệm lớn nhất của phương trình là $\frac{9}{8} = 1,125 < 2$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 61.** Cho phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$		
(b)	$x = -3$ là nghiệm của phương trình		
(c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$

Điều kiện: $10 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $x = -3$ là nghiệm của phương trình

$$(*) \Leftrightarrow (x+3)\sqrt{10-x^2} = (x+3)(x-4)$$

$$\Leftrightarrow (x+3)\left[\sqrt{10-x^2} - (x-4)\right] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \sqrt{10-x^2} = x-4 \end{cases} \quad (1)$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

Ta có: $-\sqrt{10} \leq x \leq \sqrt{10} \Rightarrow x-4 \leq \sqrt{10}-4 < 0 \Rightarrow x-4 < 0$ nên (1) vô nghiệm.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = -3$.

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 3

Phương trình có nghiệm duy nhất $x = -3$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 62.** Cho phương trình $x^2 + \sqrt{x+5} = 5$. Khi đó:

Mệnh đề

Đúng Sai



(a)	Điều kiện $x \geq -5$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $x^2 - (x+5) + (x + \sqrt{x+5}) = 0$		
(c)	Phương trình có 2 nghiệm phân biệt		
(d)	Tích các nghiệm của phương trình là một số dương		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện $x \geq -5$

Điều kiện: $x+5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình tương đương với phương trình $x^2 - (x+5) + (x + \sqrt{x+5}) = 0$

$$PT \Leftrightarrow x^2 - (x+5) + (x + \sqrt{x+5}) = 0$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{x+5})^2 + (x + \sqrt{x+5}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{x+5})(x + \sqrt{x+5}) + (x + \sqrt{x+5}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + \sqrt{x+5})(x + 1 - \sqrt{x+5}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+5} = -x & (1) \\ \sqrt{x+5} = x+1 & (2) \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x = \frac{1-\sqrt{21}}{2}$ hoặc $x = \frac{-1+\sqrt{17}}{2}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Tích các nghiệm của phương trình là một số dương

Tích các nghiệm của phương trình là $\frac{-1+\sqrt{17}}{2} \cdot \frac{1-\sqrt{21}}{2} \approx -2,797$.

» **Chọn SAI.**

» **Câu 63.** Cho phương trình $2x^2 - 6x + 10 - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện $x \geq -1$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $2(x-2)^2 + 2(x+1) - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$		
(c)	$x = 0$ là nghiệm của phương trình		
(d)	Tổng các nghiệm của phương trình bằng 11		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện $x \geq -1$

Điều kiện: $x \geq -1$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Phương trình tương đương với phương trình $2(x-2)^2 + 2(x+1) - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$

$$PT \Leftrightarrow 2(x-2)^2 + 2(x+1) - 5(x-2)\sqrt{x+1} = 0$$

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) $x = 0$ là nghiệm của phương trình

$$\Leftrightarrow \left[2(x-2)^2 - (x-2)\sqrt{x+1} \right] + \left[2(\sqrt{x+1})^2 - 4(x-2)\sqrt{x+1} \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2) \left[2(x-2) - \sqrt{x+1} \right] - 2\sqrt{x+1} \left[2(x-2) - \sqrt{x+1} \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[2(x-2) - \sqrt{x+1} \right] \left[(x-2) - 2\sqrt{x+1} \right] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-2) - \sqrt{x+1} = 0 \\ 2\sqrt{x+1} - (x-2) = 0 \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 2(x-2) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 4x^2 - 17x + 15 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 3 \\ x = \frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 8x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 8.$$

So với điều kiện, phương trình có hai nghiệm: $x = 3$ hoặc $x = 8$.

» **Chọn SAI.**

(d) Tổng các nghiệm của phương trình bằng 11

Tổng hai nghiệm: $x = 3$; $x = 8$ bằng 11.

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 64.** Cho phương trình $4x^2 + \sqrt{2x+3} = 8x+1$. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$		
(b)	Phương trình tương đương với phương trình $\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2x+3} - \frac{1}{2}\right)^2$		
(c)	Phương trình có 4 nghiệm phân biệt		
(d)	Phương trình có một nghiệm dương lớn hơn $\frac{3}{2}$		

» **Lời giải**

(a) Điều kiện: $x \geq \frac{3}{2}$

$$\text{Điều kiện: } 2x+3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{3}{2}.$$

» **Chọn SAI.**

(b) Phương trình tương đương với phương trình $\left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2x+3} - \frac{1}{2}\right)^2$

$$\text{pt} \Leftrightarrow 4x^2 - 6x + \frac{9}{4} = \left(\sqrt{2x+3}\right)^2 - 2\sqrt{2x+3} + \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(2x - \frac{3}{2}\right)^2 = \left(\sqrt{2x+3} - \frac{1}{2}\right)^2$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Phương trình có 4 nghiệm phân biệt



$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{3}{2} = \sqrt{2x+3} - \frac{1}{2} \\ 2x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2} - \sqrt{2x+3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+3} = 2x - 1 \\ \sqrt{2x+3} = 1 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5-\sqrt{21}}{4} \\ x = \frac{3+\sqrt{17}}{4} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, nghiệm của phương trình là $x = \frac{5-\sqrt{21}}{4}$ hoặc $x = \frac{3+\sqrt{17}}{4}$.

» Chọn SAI.

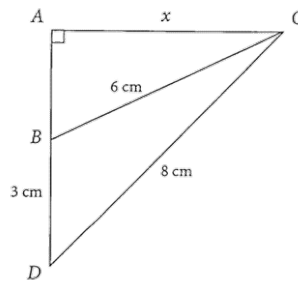
(d) Phương trình có một nghiệm dương lớn hơn $\frac{3}{2}$

$$\text{Tập nghiệm của phương trình là } S = \left\{ \underbrace{\frac{5-\sqrt{21}}{4}}_{\approx 0,104}; \underbrace{\frac{3+\sqrt{17}}{4}}_{\approx 1,78} \right\}.$$

» Chọn ĐÚNG.

C. Câu hỏi – Trả lời ngắn

» Câu 65. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 6\text{ cm}$. Điểm D nằm trên tia AB sao cho $DB = 3\text{ cm}$, $DC = 8\text{ cm}$ (xem hình vẽ). Đặt $AC = x$. Tính diện tích tam giác BCD (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



» Lời giải

✓ Trả lời: 7,6

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABC vuông tại A , ta được: $AC^2 + AB^2 = BC^2$.

Suy ra $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{6^2 - x^2} = \sqrt{36 - x^2} (\text{cm})$.

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ACD vuông tại A , ta được: $AC^2 + AD^2 = CD^2$.

Suy ra $AD = \sqrt{CD^2 - AC^2} = \sqrt{8^2 - x^2} = \sqrt{64 - x^2} (\text{cm})$.

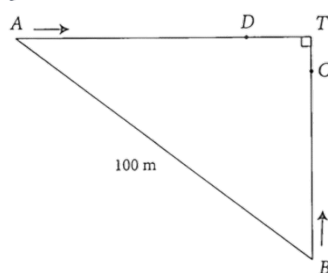
Mà $AB + BD = AD$ nên $\sqrt{36 - x^2} + 3 = \sqrt{64 - x^2}$ (1).

Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:

$$36 - x^2 + 6\sqrt{36 - x^2} + 9 = 64 - x^2 \Rightarrow \sqrt{36 - x^2} = \frac{19}{6} \Rightarrow x^2 = \frac{935}{36} \Rightarrow x \approx 5,1.$$

Diện tích của tam giác BCD là: $\frac{1}{2} \cdot 5,1 \cdot 3 = 7,6 (\text{cm}^2)$.

» Câu 66. Lúc 8 giờ sáng, hai ô tô cùng xuất phát tại vị trí A và vị trí B cách nhau 100 km chạy về thành phố T . Vận tốc của hai ô tô chạy từ vị trí A và vị trí B lần lượt là 55 km/h và 45 km/h . Biết rằng tại thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D cách thành phố T 14 km thì ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cách thành phố T là 6 km . Thời điểm đó là a giờ b phút? Tính $a + b$



Lời giải

Trả lời: 21

Gọi x (giờ) là thời gian ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D ($x > 0$).

Vì hai ô tô xuất phát cùng một lúc nên thời gian ô tô đi từ vị trí B đến địa điểm C cũng là x giờ.

Do đó, quãng đường AD và BC lần lượt là $55x$ (km) và $45x$ (km).

Suy ra khoảng cách từ vị trí A và vị trí B đến thành phố T lần lượt là $55x + 14$ (km) và $45x + 6$ (km).

Vì khoảng cách giữa hai vị trí A và B là 100 km nên ta có phương trình:

$$\sqrt{(55x + 14)^2 + (45x + 6)^2} = 100 \Rightarrow 5050x^2 + 2080x + 232 = 10000.$$

Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $x > 0$, ta nhận $x = \frac{6}{5}$.

Đổi: $\frac{6}{5}$ giờ = 1 giờ 12 phút.

Vậy thời điểm ô tô đi từ vị trí A đến địa điểm D là:

8 giờ + 1 giờ 12 phút = 9 giờ 12 phút (sáng).

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 9 \\ b = 12 \end{cases} \Rightarrow a + b = 21$$

Câu 67. Tính tổng các phần tử trong tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 - 4x - 1} - |2x + 1| = 1$. Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải

Trả lời: -1,5

Trường hợp 1: Với $2x + 1 \geq 0$ hay $x \geq -\frac{1}{2}$, phương trình đã cho trở thành:

$$\sqrt{x^2 - 4x - 1} - (2x + 1) = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4x - 1} = 2x + 2 \quad (1)$$

Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:

$$x^2 - 4x - 1 = 4x^2 + 8x + 4 \Rightarrow 3x^2 + 12x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-6 + \sqrt{21}}{3} \text{ hoặc } x = \frac{-6 - \sqrt{21}}{3}.$$

$$\text{Mà } x \geq -\frac{1}{2} \text{ nên ta nhận } x = \frac{-6 + \sqrt{21}}{3}.$$

Thay $x = \frac{-6 + \sqrt{21}}{3}$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thỏa mãn.

Trường hợp 2: Với $2x + 1 < 0$ hay $x < -\frac{1}{2}$, phương trình đã cho trở thành

$$\sqrt{x^2 - 4x - 1} + 2x + 1 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 4x - 1} = -2x. \quad (2)$$



Bình phương hai vế của phương trình (2), ta được:

$$x^2 - 4x - 1 = 4x^2 \Rightarrow 3x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{3} \text{ hoặc } x = -1.$$

Mà $x < -\frac{1}{2}$ nên ta nhận $x = -1$.

Thay $x = -1$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ \frac{-6 + \sqrt{21}}{3}; -1 \right\}$.

Tổng các phần tử $\frac{-6 + \sqrt{21}}{3} + (-1) \approx -1,5$

» **Câu 68.** Tập nghiệm phương trình $\sqrt{2x^2 - |x| + 3} = -x + 5$ có bao nhiêu phần tử nguyên?

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 1**

Trường hợp 1: Với $x \geq 0$, phương trình đã cho trở thành

$$\sqrt{2x^2 - x + 3} = -x + 5. (1)$$

Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:

$$2x^2 - x + 3 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 + 9x - 22 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ hoặc } x = -11.$$

Mà $x \geq 0$ nên ta nhận $x = 2$.

Thay $x = 2$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Trường hợp 2: Với $x < 0$, phương trình trở thành

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = -x + 5. (2)$$

Bình phương hai vế của phương trình (2), ta được:

$$2x^2 + x + 3 = x^2 - 10x + 25 \Rightarrow x^2 + 11x - 22 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-11 + \sqrt{209}}{2} \text{ hoặc } x = \frac{-11 - \sqrt{209}}{2}.$$

Mà $x < 0$ nên ta nhận $x = \frac{-11 - \sqrt{209}}{2}$.

Thay $x = \frac{-11 - \sqrt{209}}{2}$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{ 2; \frac{-11 - \sqrt{209}}{2} \right\}$.

» **Câu 69.** Tính tổng các phần tử trong tập nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 1} = |x - 2|$.

✎ **Lời giải**

✓ **Trả lời: 0,5**

Cách giải 1:

Bình phương hai vế phương trình, ta có:

$$3x^2 - 9x - 5 = x^2 - 8x + 16 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = \frac{7}{2}.$$

Thay $x = -3$ vào phương trình, ta được: $\sqrt{49} = |-7|$ (thoả mãn).

Thay $x = \frac{7}{2}$ vào phương trình, ta được: $\frac{1}{2} = \left| -\frac{1}{2} \right|$ (thoả mãn).



Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \left\{-3; \frac{7}{2}\right\}$.

Cách giải 2:

Ta có: $\sqrt{3x^2 - 9x - 5} = |x - 4| \Leftrightarrow \begin{cases} |x - 4| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ 3x^2 - 9x - 5 = x^2 - 8x + 16 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 21 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = \frac{7}{2}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \left\{-3; \frac{7}{2}\right\}$.

» **Câu 70.** Phương trình $\sqrt[3]{x+7} = 1 + \sqrt{x}$ có bao nhiêu nghiệm dương?

Lời giải

Trả lời: 1

Đặt $t = \sqrt[3]{x+7} \Rightarrow t^3 = x+7 \Rightarrow t^3 - 7 = x$.

Phương trình trở thành: $t = 1 + \sqrt{t^3 - 7} \Leftrightarrow \sqrt{t^3 - 7} = t - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t - 1 \geq 0 \\ t^3 - 7 = t^2 - 2t + 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t^3 - t^2 + 2t - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ (t-2)(t^2 + t + 4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 1 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2.$$

Với $t = 2$ thì $2^3 - 7 = x \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \{1\}$.

» **Câu 71.** Tập nghiệm phương trình $2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$ có bao nhiêu phần tử dương?

Lời giải

Trả lời: 1

Đặt $t = \sqrt{6x^2 - 12x + 7} (t \geq 0) \Rightarrow t^2 = 6(x^2 - 2x) + 7 \Rightarrow \frac{t^2 - 7}{6} = x^2 - 2x$.

Với $t = 1$ thì $\frac{1^2 - 7}{6} = x^2 - 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \{1\}$.

» **Câu 72.** Tập nghiệm phương trình $\sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} = 2x - 12 + 2\sqrt{x^2 - 16}$ có bao nhiêu phần tử dương?

Lời giải

Trả lời: 1

Điều kiện: $x \geq 4$. Đặt $t = \sqrt{x+4} + \sqrt{x-4} (t \geq 0)$

$$\Rightarrow t^2 = x + 4 + x - 4 + 2\sqrt{(x-4)(x+4)} = 2x + 2\sqrt{x^2 - 16}.$$

Phương trình trở thành: $t = t^2 - 12 \Leftrightarrow t^2 - t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \text{ (loại)} \\ t = 4 \text{ (nhận)} \end{cases}$

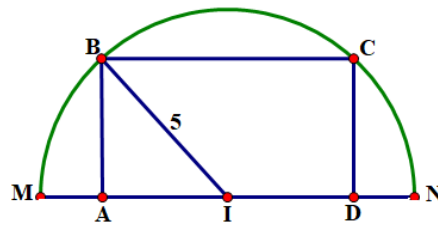
Với $t = 4$ thì $4^2 = 2x + 2\sqrt{x^2 - 16} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 16} = 8 - x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8 - x \geq 0 \\ x^2 - 16 = 64 - 16x + x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

Vậy tập nghiệm phương trình là: $S = \{5\}$.



- » **Câu 73.** Xét nửa đường tròn đường kính $MN=10$. Xét điểm B (không trùng hai điểm M, N) di động trên nửa đường tròn và hình chiếu của B trên đoạn MN là điểm A , vẽ hình chữ nhật $ABCD$ với C cũng thuộc nửa đường tròn. Tìm độ dài IA biết rằng chu vi hình chữ nhật $ABCD$ bằng 22 và độ dài IA là một số nguyên.



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 4**

Đặt $IA = x \in (0; 5) \Rightarrow AD = 2x$.

Xét tam giác IAB vuông tại A , ta có: $AB = \sqrt{5^2 - x^2}$.

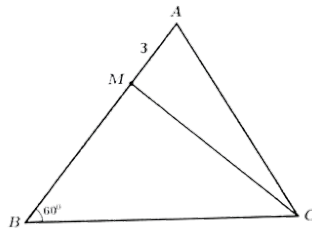
Chu vi hình chữ nhật $ABCD$ là:

$$2AB + 2AD = 4x + 2\sqrt{5^2 - x^2} = 22 \Leftrightarrow \sqrt{25 - x^2} = 11 - 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11 - 2x \geq 0 \\ 25 - x^2 = 121 - 44x + 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{11}{2} \\ 5x^2 - 44x + 96 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{11}{2} \\ x = 4 \vee x = \frac{24}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \vee x = \frac{24}{5}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai điểm I, A bằng 4 hoặc bằng $\frac{24}{5}$ thỏa mãn đề bài.

- » **Câu 74.** Cho tam giác ABC có cạnh $BC=10$, góc ABC bằng 60° . Trên cạnh AB ta lấy điểm M sao cho $AM=3$ (như hình vẽ).



Đoạn thẳng BM dài bao nhiêu? Biết rằng $CM = \frac{8}{9}CA$ và $BM > 8$ (đáp số gần đúng đến hàng phần mười).

» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 25,6**

Đặt $BM = x (x \geq 0)$.

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AN^2 + NC^2 - 2AN \cdot NC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{x^2 + 100 - 10x}$$

$$CM = \sqrt{BM^2 + BC^2 - 2BM \cdot BC \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{(x+3)^2 + 100 - 10(x+3)} = \sqrt{x^2 - 4x + 79}$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } AC = \frac{8}{9}BC \Rightarrow \sqrt{x^2 - 10x + 100} = \frac{8}{9}\sqrt{x^2 - 4x + 79}$$

$$\Rightarrow 81(x^2 - 10x + 100) = 64(x^2 - 4x + 79)$$

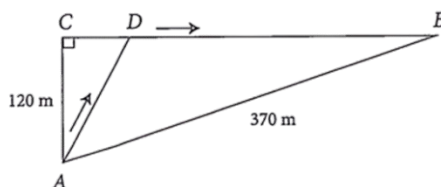
$$\Rightarrow 17x^2 - 554x + 3044 = 0 \Rightarrow x \approx 25,59 \text{ hoặc } x \approx 6,99.$$

Vậy $BM \approx 25,59$ hoặc $BM \approx 6,99$.

Khi đó $BM \approx 25,6$



» **Câu 75.** Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A , cách cửa hang của mình tại vị trí B là $370m$ để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A $120m$ để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là $13m/s$, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là $15m/s$. Vị trí C cách vị trí D bao nhiêu mét?



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 50**

Gọi thời gian chú thỏ chạy trên đoạn AD là x ($0 < x < 30$) (giây),

Khi đó thời gian chú thỏ chạy trên đoạn BD là $30 - x$ (giây).

Do đó, quãng đường AD và BD lần lượt là $13x(m)$ và $15(30 - x)(m)$.

Độ dài quãng đường BC là: $\sqrt{370^2 - 120^2} = 350(m)$.

Tam giác ACD vuông tại C nên $CD = \sqrt{(13x)^2 - 120^2} (m)$.

Mặt khác, $CD = BC - BD = 350 - 15(30 - x)(m)$.

Do đó, ta có: $\sqrt{(13x)^2 - 120^2} = 350 - 15(30 - x)$.

Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $0 < x < 30$, ta nhận $x = 10$ (giây).

Vậy khoảng cách giữa vị trí C và vị trí D là: $350 - 15 \cdot (30 - 10) = 50(m)$.

----- Hết -----