

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN ĐỀ

BẢNG BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- * CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
- * CẬP NHẬT NHIỀU BÀI TẬP MỚI HAY
- * CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG

ÔN THI THPT QUỐC GIA

MỤC LỤC

BẢNG BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ	0
A – KIẾN THỨC CHUNG.....	2
B – CÁC DẠNG BÀI TẬP	7
CHỦ ĐỀ 1: BẢNG BIẾN THIÊN	7
DẠNG 1: NHẬN DẠNG BBT	7
DẠNG 2: BBT VỚI SỰ ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ.....	9
DẠNG 3: BBT VỚI CỰC TRỊ HÀM SỐ.....	12
DẠNG 4: BBT VỚI GTLN, GTNN CỦA HÀM SỐ	14
DẠNG 5: BBT VỚI TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.....	15
CHỦ ĐỀ 2: ĐỒ THỊ HÀM SỐ.....	18
DẠNG 1: ĐỒ THỊ VỚI SỰ ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ.....	18
DẠNG 2: ĐỒ THỊ VỚI CỰC TRỊ HÀM SỐ.....	20
DẠNG 3: ĐỒ THỊ VỚI GTLN, GTNN CỦA HÀM SỐ	23
DẠNG 4: ĐỒ THỊ VỚI TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.....	25
DẠNG 5: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ CỦA CÁC HÀM SỐ	26
DẠNG 6: XÉT DẤU CÁC HỆ SỐ DỰA VÀO BBT VÀ ĐỒ THỊ.....	30
DẠNG 7: XÉT SỰ TƯƠNG GIAO BẰNG BBT VÀ ĐỒ THỊ.....	38
STG SỬ DỤNG BẢNG BIẾN THIÊN	38
STG SỬ DỤNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ.....	41
DẠNG 8: ĐỒ THỊ HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI	46
DẠNG 9: XÉT SỰ TƯƠNG GIAO VỚI BBT VÀ ĐỒ THỊ HÀM CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI.....	50
STG SỬ DỤNG BẢNG BIẾN THIÊN	50
STG SỬ DỤNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ	52
C – HƯỚNG DẪN GIẢI	60

BẢNG BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

A – KIẾN THỨC CHUNG

1 - TÍNH ĐƠN ĐIỀU

- Đối với bảng biến thiên nhìn vào dòng của y nếu thấy hướng mũi tên đi lên (đi xuống) thì hàm số đồng biến(nghịch biến). Để tìm xem đồng biến nghịch biến trên khoảng nào thì nhìn lên dòng của biến x tương ứng.
- Đối với đồ thị hàm số: Theo hướng tăng dần của biến x nếu đồ thị đi lên (đi xuống) thì hàm số đồng biến(nghịch biến).

2 - CỰC TRỊ

- Đối với bảng biến thiên nhìn vào dòng của y nếu thấy tại điểm đó hàm số thay đổi tính chất từ đồng biến sang nghịch biến hoặc nhìn sang dòng y' thấy dấu y' đổi từ + sang – thì đó là điểm cực đại ngược lại là điểm cực tiểu.
- Đối với đồ thị hàm số: Nếu đồ thị đổi hướng từ đi lên sang đi xuống thì đó là điểm cực đại ngược lại là cực tiểu.
- Khi nói đến cực trị hàm số chú ý phân biệt 3 khái niệm
 - + Điểm cực trị của hàm số
 - + Giá trị cực trị của hàm số: y
 - + Điểm cực trị của đồ thị hàm số: x, y

3 - TIỆM CẬN (GIỚI HẠN)

- Nhìn vào bảng biến thiên hoặc đồ thị nếu :
+ Nếu $x \rightarrow +\infty (x \rightarrow -\infty)$ mà $y \rightarrow y_0$ thì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = y_0$ ($\lim_{x \rightarrow -\infty} y = y_0$) hay $y = y_0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- + Nếu $x \rightarrow x_0^- (x \rightarrow x_0^+)$ mà $y \rightarrow +\infty (y \rightarrow -\infty)$ thì $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y = +\infty$ ($\lim_{x \rightarrow x_0^+} y = -\infty$) hay $x = x_0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

4 - GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, NHỎ NHẤT.

- Nhìn vào bảng biến thiên hoặc đồ thị để tìm được hai số m, M sao cho: $m \leq y \leq M$
- + Nếu tồn tại $x_0 \in D$ để $f(x_0) = m$ thì $\min_{x \in D} f(x) = m$
- + Nếu tồn tại $x_0 \in D$ để $f(x_0) = M$ thì $\max_{x \in D} f(x) = M$

5 – ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

1. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$
2. Đạo hàm: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$, $\Delta' = b^2 - 3ac$
 $\Delta' > 0$: Hàm số có 2 cực trị.
 $\Delta' \leq 0$: Hàm số luôn tăng hoặc luôn giảm trên $\mathbb{R}$.
3. Đạo hàm cấp 2: $y'' = 6ax + 2b$, $y'' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$
 $x = -\frac{b}{3a}$ là hoành độ điểm uốn, đồ thị nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.
4. Giới hạn: Nếu $a > 0$ thì: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

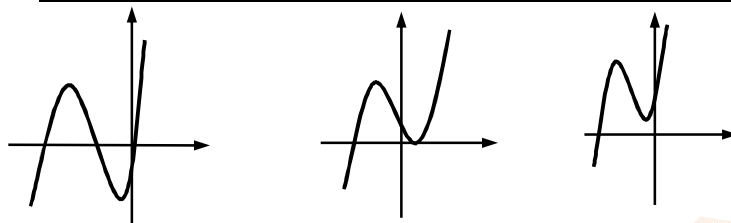
Nếu $a < 0$ thì: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$

5. Bảng biến thiên và đồ thị:

Trường hợp $a > 0$:

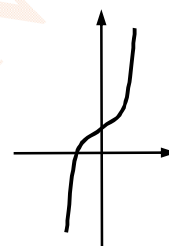
* $\Delta' = b^2 - 3ac > 0$: Hàm số có 2 cực trị

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	CD	CT	$+\infty$	



* $\Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$: Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$.

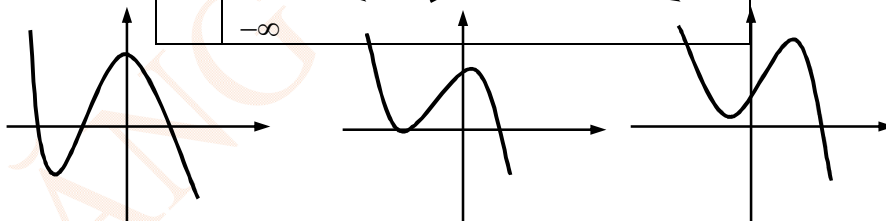
x	$-\infty$	$+\infty$
y'	+	+
y	$+\infty$	$-\infty$



Trường hợp $a < 0$:

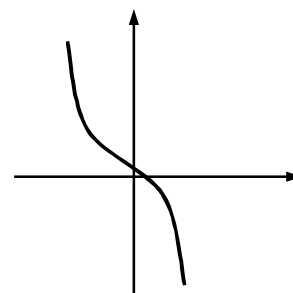
* $\Delta' = b^2 - 3ac > 0$: Hàm số có 2 cực trị.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	CT		CD	$-\infty$



* $\Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \Rightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$: Hàm số luôn giảm trên $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	$+\infty$
y'	-	-
y	$+\infty$	$-\infty$



Một số tính chất của hàm số bậc ba

- Hàm số có cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi: $\Delta' = b^2 - 3ac > 0$.
- Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$
- Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$
- Để tìm giá trị ta lấy $f(x)$ chia cho $f'(x)$: $f(x) = f'(x).g(x) + rx + q$

Nếu x_1, x_2 là hai nghiệm của $f'(x)$ thì: $f(x_1) = rx_1 + q$; $f(x_2) = rx_2 + q$

Khi đó đường thẳng đi qua các điểm cực trị là $y = rx + q$.

5. Đồ thị luôn có điểm uốn I và là tâm đối xứng của đồ thị.

6. Đồ thị cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ hàm số có hai cực trị trái dấu nhau.

7. Đồ thị cắt Ox tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số có hai cực trị và một cực trị nằm trên Ox.

8. Đồ thị cắt Ox tại một điểm $\Leftrightarrow$ hoặc hàm số không có cực trị hoặc hàm số có hai cực trị cùng dấu.

9. Tiếp tuyến: Gọi I là điểm uốn. Cho $M \in (C)$

* Nếu $M \equiv I$ thì ta có đúng một tiếp tuyến đi qua M và tiếp tuyến này có hệ số góc nhỏ nhất (nếu $a > 0$), lớn nhất (nếu $a < 0$).

* Nếu M khác I thì có đúng 2 tiếp tuyến đi qua M .

Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$

1. TXĐ: $D = \mathbb{R}$

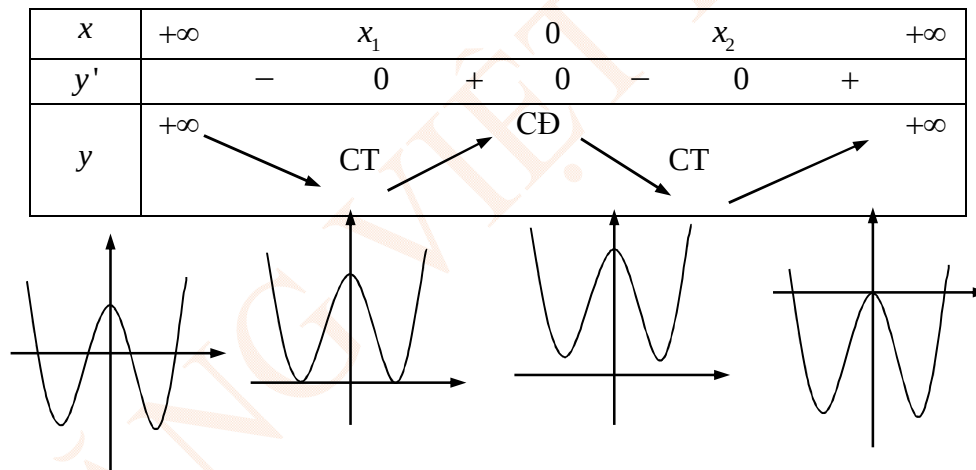
2. Đạo hàm: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x^2 = -\frac{b}{2a}$.

* Nếu $ab \geq 0$ thì y có một cực trị $x_0 = 0$

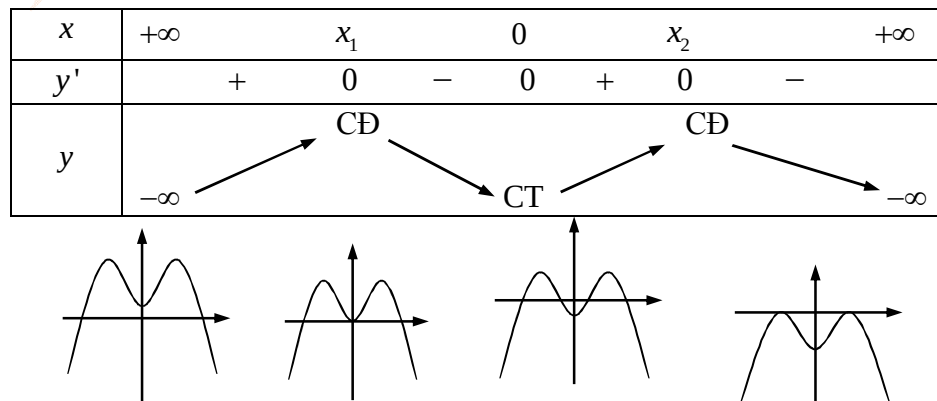
* Nếu $ab < 0$ thì y có 3 cực trị $x_0 = 0$; $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{b}{2a}}$

3. Bảng biến thiên và đồ thị:

* $a > 0, b < 0$: Hàm số có 3 cực trị.

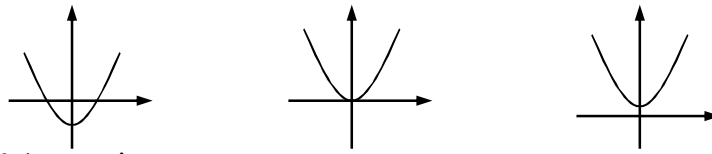


* $a < 0, b > 0$: Hàm số có 3 cực trị.



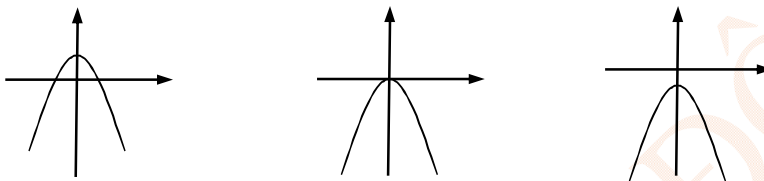
* $a > 0, b \geq 0$: Hàm số có 1 cực trị.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	CT	$+\infty$



* $a < 0, b \leq 0$: Hàm số có 1 cực trị.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$ $\nearrow$ CĐ $\searrow$ $-\infty$		



Tính chất:

* Đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt lập thành cấp số cộng khi phương trình: $aX^2 + bX + c = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt thỏa $X_1 = 9X_2$.

* Nếu đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì ba điểm cực trị tạo thành một tam giác cân có đỉnh nằm trên Oy.

* Nếu đường thẳng d là tiếp tuyến của đồ thị thì đường thẳng d' đối xứng với d qua Ox cũng là tiếp tuyến của đồ thị.

Hàm số nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, $ac \neq 0$.

1. TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$

2. Đạo hàm: $y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$. Đặt $m = ad-bc$, ta có:

* Nếu $m > 0$ thì hàm số tăng trên từng khoảng xác định.

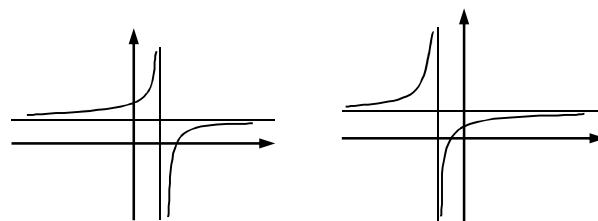
* Nếu $m < 0$ thì hàm số giảm trên từng khoảng xác định.

3. Các đường tiệm cận: $x = -\frac{d}{c}$ là tiệm cận đứng và $y = \frac{a}{c}$ là tiệm cận ngang.

4. Bảng biến thiên và đồ thị:

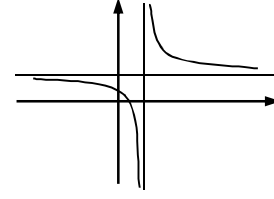
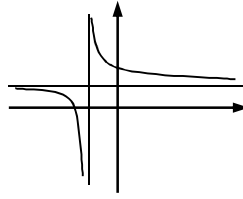
* $m > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$
y'	$+$	$\parallel$	$+$
y	$\frac{a}{c}$	$+\infty$	$\frac{a}{c}$



* $m < 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{d}{c}$	$+\infty$
y'	$-$	$\parallel$	$-$
y	$\frac{a}{c}$	$\parallel$	$\frac{a}{c}$
		$-\infty$	$+\infty$



5. Đồ thị của hàm số nhất biến gọi là một hypebol vuông góc có tâm đối xứng

$I\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$, là giao điểm của 2 đường tiệm cận.

MỘT SỐ PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

Lưu ý: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C)

Loại hàm số

Cách suy đồ thị

$y = -f(x)$ (C_1) Lấy đối xứng đồ thị (C) qua trục Ox ta được đồ thị (C_1)

$y = f(-x)$ (C_2) Lấy đối xứng đồ thị (C) qua trục Oy ta được đồ thị (C_2)

$y = -f(-x)$ (C_3) Lấy đối xứng đồ thị (C) qua gốc tọa độ ta được đồ thị (C_3)

$y = f(x) + b$ Tịnh tiến đồ thị (C) theo trục tung b đơn vị (lên phía trên nếu $b > 0$ hoặc xuống phía dưới nếu $b < 0$)

$y = f(x + a)$ Tịnh tiến đồ thị (C) theo trục Ox a đơn vị (sang trái nếu $a > 0$ hoặc sang phải nếu $a < 0$).

Dạng 1

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = f(|x|)$.

$$\text{Ta có: } y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

và $y = f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

* Cách vẽ (C') từ (C) :

- Giữ nguyên phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- Bỏ phần đồ thị bên trái Oy của (C) , lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy .

Dạng 2

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

$$\text{Ta có: } y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$$

* Cách vẽ (C') từ (C) :

- Giữ nguyên phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị (C): $y = f(x)$.
- Bỏ phần đồ thị phía dưới Ox của (C), lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox.

Chú ý với dạng: $y = |f(|x|)|$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

Dạng 3

Từ đồ thị (C): $y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị (C'): $y = |u(x)|.v(x)$.

$$\text{Ta có: } y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \geq 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$$

* **Cách vẽ (C') từ (C):**

- Giữ nguyên phần đồ thị trên miền $u(x) \geq 0$ của đồ thị (C): $y = f(x)$.
- Bỏ phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C), lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox.

B – CÁC DẠNG BÀI TẬP

CHỦ ĐỀ 1: BẢNG BIẾN THIÊN

DẠNG 1: NHẬN DẠNG BBT

Câu 1: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 2: Bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	

A. $y = -x^4 + x^2 - 3$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 3: Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'	-			-	
y	1	$\searrow$		$+\infty$	$\searrow$ 1
			$-\infty$		

A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Câu 4: Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$				2		$+\infty$

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ 2 -2 $+\infty$

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 5: Hàm số nào có BBT sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$				2		1		$-\infty$

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 $-\infty$ 2 1 2 $-\infty$

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 6: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào trong 4 hàm số sau?

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		+	0	-	
y	$-\infty$			2	$-\infty$

$\nearrow$ $\searrow$
 $-\infty$ 2 $-\infty$

A. $y = 1 + x - x^2$.

B. $y = x^2 + 2$.

C. $y = -x^4 - x^2 + 2$.

D. $y = -x^4 + x^2 + 2$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		+		+	
y	$\frac{1}{2}$		$+\infty$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$

$\nearrow$ $\searrow$
 $\frac{1}{2}$ $+\infty$ $-\infty$ $\frac{1}{2}$

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{-x+2}{2x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{2x-1}$.

C. $y = \frac{-x-2}{2x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$

Hỏi hàm số đó là hàm nào?

A. $y = \frac{-x+2}{2x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{2x-1}$.

C. $y = \frac{-x-2}{2x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

Câu 9: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

A. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 3$.

B. $y = 2x^4 - 4x^2 - 3$.

C. $y = 2|x|^3 - 3|x| - 3$.

D. $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	-		-	+
y	-1	$-\infty$	0	1

Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây:

A. $y = \frac{1}{x(x+1)}$.

B. $y = |x|(x+1)$.

C. $y = \frac{x}{|x+1|}$.

D. $y = \frac{|x|}{x+1}$.

DẠNG 2: BBT VỚI SỰ ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		4		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 4)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-1; 2)$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			0			32	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; 2)$.

Câu 13: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
$y = f(x)$	2		2

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
y'	$+$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		-4		$+\infty$	$+\infty$

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
y'		$\parallel$	0	
y			0	

$-\infty \nearrow 0 \nearrow 0 \searrow -\infty$

Cho các mệnh đề sau:

I. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; -2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

III. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 5)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(4; 6)$.

C. $(-1; 5)$.

D. $(0; 4)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$.B. $(2; +\infty)$.C. $(0; 2)$.D. $(-\infty; -2)$.

DẠNG 3: BBT VỚI CỰC TRỊ HÀM SỐ

Câu 20: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$

A. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	1	4	$-\infty$

Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

B. Hàm số có 3 cực tiểu.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu là 0.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên sau.

	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$	0
y	1			15	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 4$.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -15 .

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'	-		-	0	+		
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. Hàm số có đúng một cực trị.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
- D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng** ?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
- D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$-$
y	$-\infty$	1	-1	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

Hãy chọn khẳng định **đúng**.

- A. Hàm số có 3 cực trị.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, cực tiểu tại $x = 0$.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$, cực tiểu tại $x = 0$.
- D. Hàm số có GTLN bằng 1 và GTNN bằng -1 .

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	2	$-\infty$

- A. 5 B. 6 C. 3 D. 7

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1		-2		$+\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

DẠNG 4: BBT VỚI GTLN, GTNN CỦA HÀM SỐ

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $(-4; 4)$ và có bảng biến thiên trên $(-4; 4)$ như bên.
Phát biểu nào sau đây đúng?

x	-4	-2	0	4	
y'	+	0	-	0	+
y	-10	0	-4	10	

A. $\max y = 0$ và $\min y = -4$.
(-4;4) (-4;4)

B. $\min y = -4$ và $\max y = 10$.
(-4;4) (-4;4)

C. $\max y = 10$ và $\min y = -10$.
(-4;4) (-4;4)

D. Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4; 4)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	-		+	0	+
y	$+\infty$				$+\infty$

Diagram illustrating the behavior of a function y as x approaches $-\infty$ and $+\infty$. The horizontal axis represents x with critical points at $-\infty$, -1, 0, and $+\infty$. The vertical axis represents y with values $+\infty$ and -1. The derivative y' is indicated above the x -axis: it is negative ($-$) for $x < -1$, zero ($||$) at $x = -1$, positive ($+$) for $-1 < x < 0$, zero (0) at $x = 0$, and positive ($+$) for $x > 0$. The function y is shown with arrows indicating its path: it starts at $+\infty$ as $x \rightarrow -\infty$, decreases to a local minimum at $x = -1$ where $y = -1$, increases to a local maximum at $x = 0$, and then increases towards $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

C. Hàm số không xác định tại $x = -1$.

D. Hàm số có đúng hai cực trị.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Cực đại của hàm số là 4.

B. Cực tiểu của hàm số là 3.

C. $\max_{\mathbb{R}} y = 4$.

D. $\min_{\mathbb{R}} y = 3$.

Câu 31: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3		
y'		+	0	-	0	+
y	0	↗ 5 ↘		1	↗ 4 ↘	

A. $M = f(-1)$.

B. $M = f(3)$.

C. $M = f(2)$.

D. $M = f(0)$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$ $	$-$	0	$+$
			0	$+$	0
			$-$		$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\min_{(-1; +\infty)} f(x) = f(0)$

B. $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$

C. $\max_{(-1; 1]} f(x) = f(0)$

D. $\min_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$

DẠNG 5: BBT VỚI TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	-2

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$				
$f'(x)$	$+$	$ $	$-$	0	$+$			
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

D. Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$+$
y	4	$+\infty$	2	$+\infty$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là

A. không tồn tại tiệm cận đứng.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$ và $x = 1$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên:

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	1	7	5	$+\infty$	-1

A. Đường thẳng $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

B. Đường thẳng $y = -1$ là đường tiệm ngang của đồ thị hàm số đã cho.

C. Đường thẳng $x = 3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

D. Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 37: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	0	$+\infty$	-1

Gọi k, l lần lượt là số

đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2018}$. Tính $k + l$.

A. $k + l = 2$.

B. $k + l = 3$.

C. $k + l = 4$.

D. $k + l = 5$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x) - 2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$	-2	-1	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 2.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	3	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

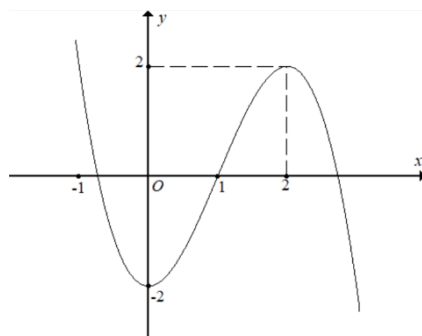
B. 4.

C. 2.

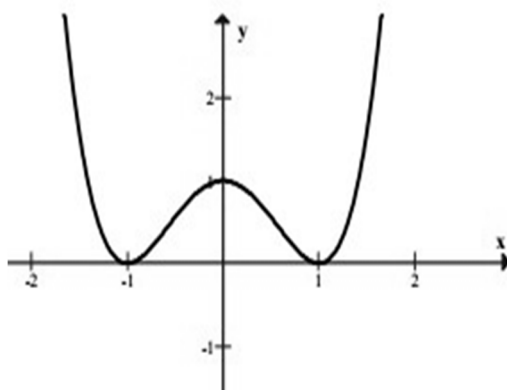
D. 1.

CHỦ ĐỀ 2: ĐỒ THỊ HÀM SỐ**DẠNG 1: ĐỒ THỊ VỚI SỰ ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ**

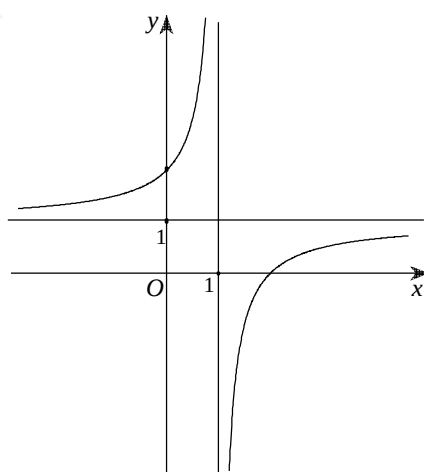
Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0; 2)$ **B.** $(-2; 2)$ **C.** $(2; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 0)$

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $(-\infty; 0)$.**B.** $(-\infty; -1)$.**C.** $(1; +\infty)$.**D.** $(-1; 1)$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Xét các mệnh đề sau:

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- b) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- c) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là:

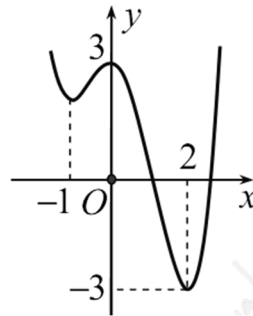
A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



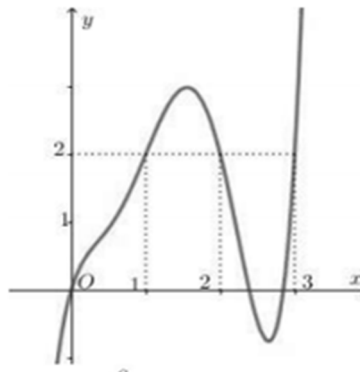
A. Đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $h(x) = 3x - f(x)$. Hãy so sánh $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$?



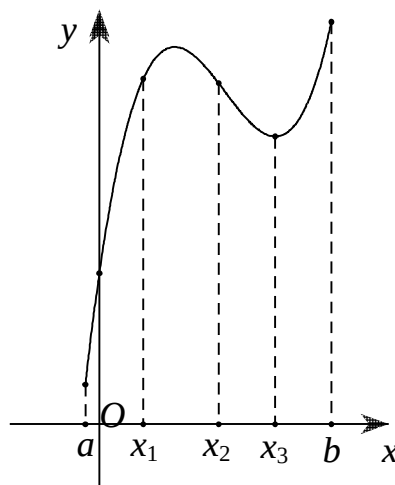
A. $h(1) < h(2) < h(3)$.

B. $h(2) < h(1) < h(3)$.

C. $h(3) < h(2) < h(1)$.

D. $h(3) = h(2) < h(1)$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trong khoảng $(a; b)$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là **sai**?



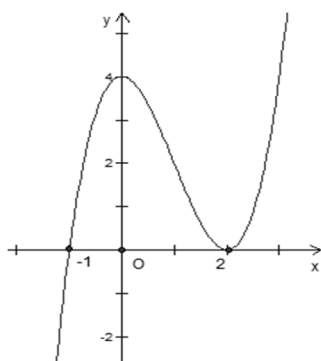
A. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a; b)$.

B. $f'(x_1) > 0$.

C. $f'(x_2) > 0$.

D. $f'(x_3) = 0$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(1; +\infty)$.

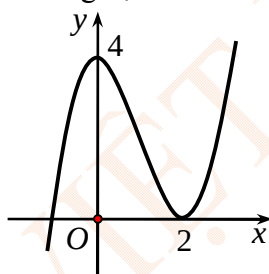
B. $(-1; 0)$.

C. $(-2; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 + x + 2})$.

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau



A. $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

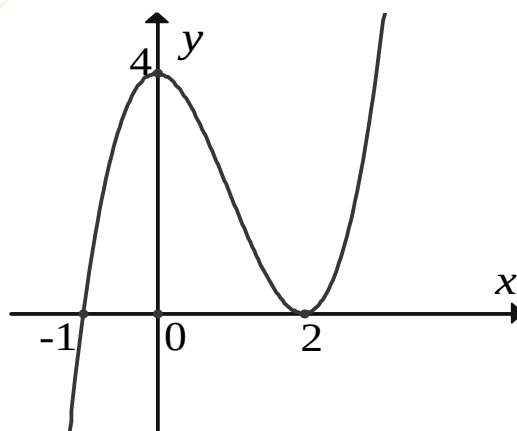
B. $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

C. $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

D. $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

DẠNG 2: ĐỒ THỊ VỚI CỰC TRỊ HÀM SỐ

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

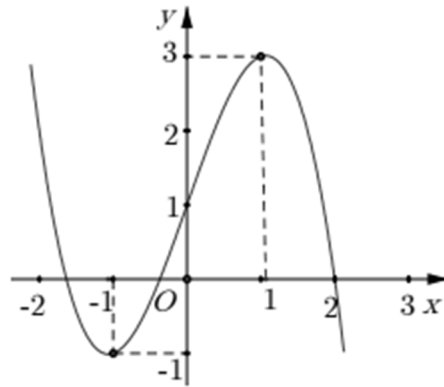
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

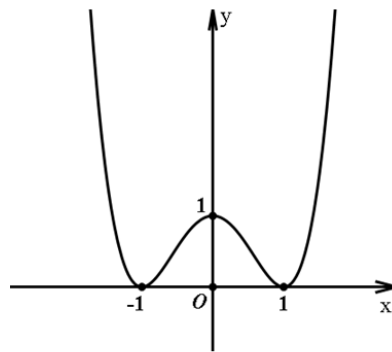
Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số có giá trị cực đại bằng?

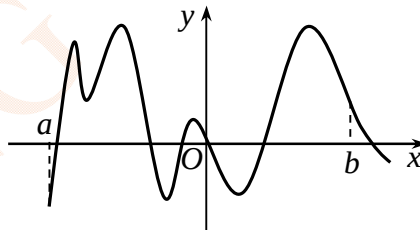
- A. 1. B. 2. C. 3. D. -1.

Câu 51: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



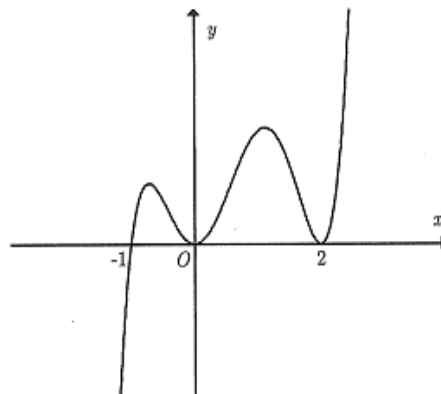
- A. $x = -1$. B. $x = 0$. C. $y = 0$. D. $x = 1$.

Câu 52: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a; b)$?



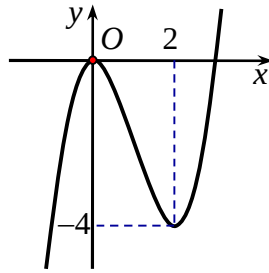
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 7.

Câu 53: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K . Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $f(x)$ trên khoảng K . Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên là:



- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 54: Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x)]$.



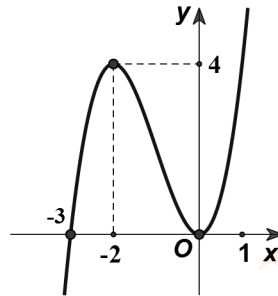
A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Câu 55: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có dạng như hình vẽ:



Hỏi đồ thị hàm số $y = |x^3 + 3x^2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

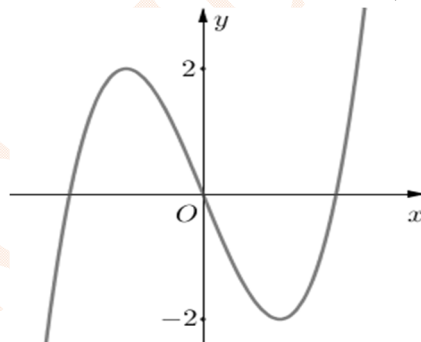
A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 56: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



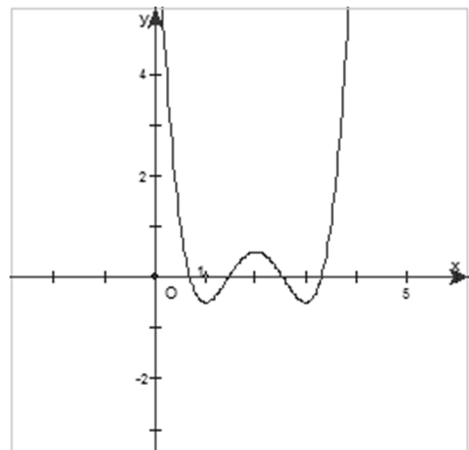
A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 5.

Câu 57: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x-1)|$.



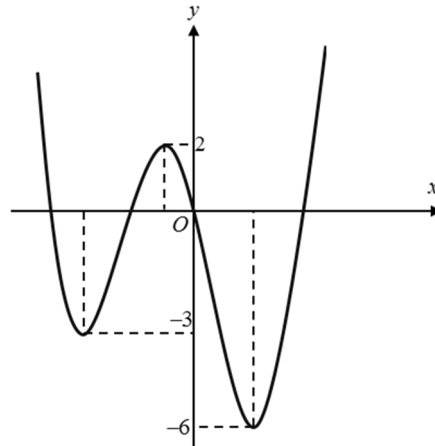
A. 7.

B. 9.

C. 5.

D. 3.

Câu 58: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left| f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

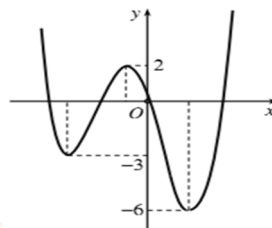
A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 9.

Câu 59: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng



A. 12.

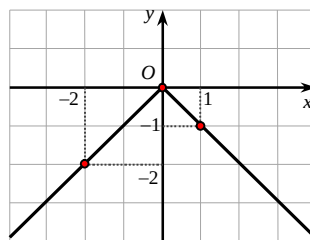
B. 15.

C. 18.

D. 9

DẠNG 3: ĐỒ THỊ VỚI GTLN, GTNN CỦA HÀM SỐ

Câu 60: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là $f(-2)$, $f(0)$.

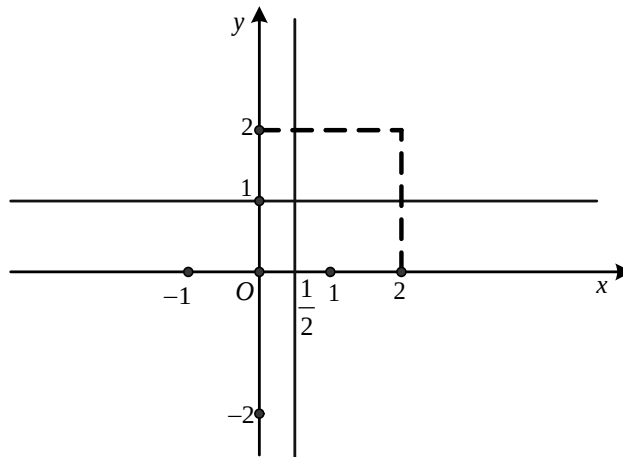
B. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là $f(-2)$, $f(1)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 61: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Đồ thị hàm số

$y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

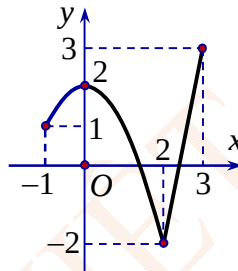
A. $\max_{[1;2]} f(x) = 2$.

B. $\max_{[-2;1]} f(x) = 0$.

C. $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$.

D. $\max_{[3;4]} f(x) = f(4)$.

Câu 62: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A. 0.

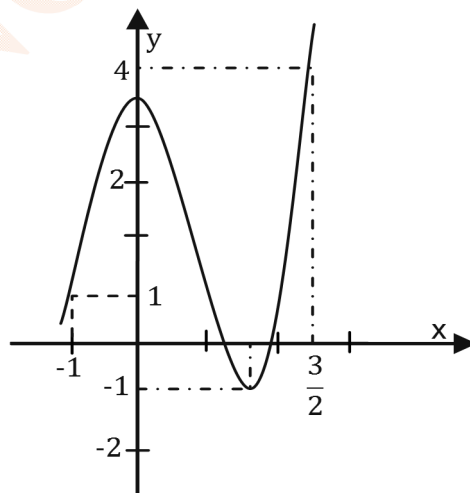
B. 1.

C. 4.

D. 5.

Câu 63: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.

Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là



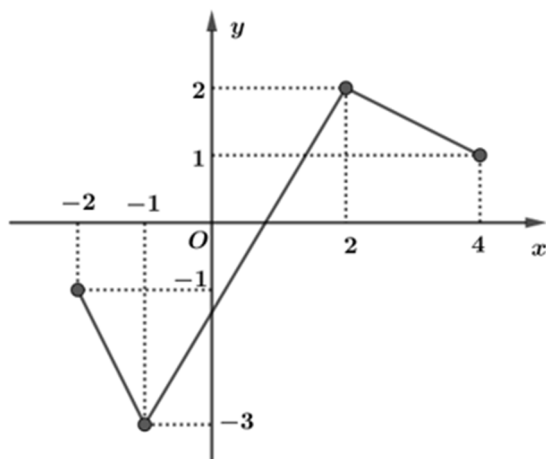
A. $M + m = \frac{7}{2}$.

B. $M + m = -3$

C. $M + m = \frac{5}{2}$

D. $M + m = 3$

Câu 64: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max_{[-2; 4]} |f(x)|$.

A. $|f(0)|$.

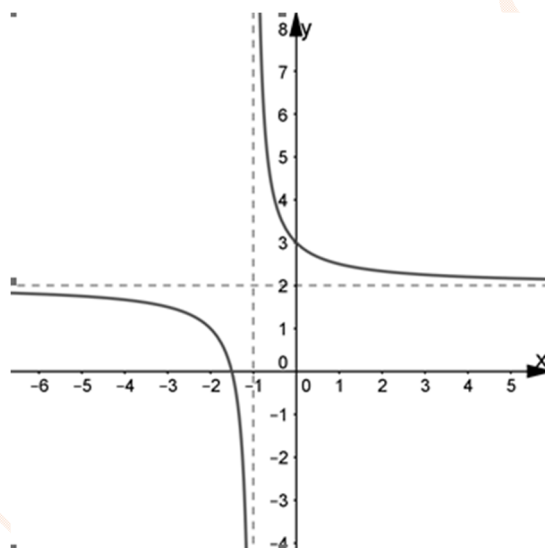
B. 2.

C. 3.

D. 1.

DẠNG 4: ĐỒ THỊ VỚI TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

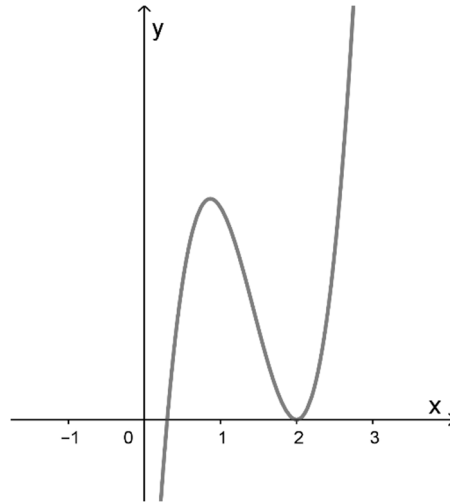
Câu 65: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là.

A. $x = -1$ và $y = 2$.B. $x = 1$ và $y = 2$.C. $x = -1$ và $y = -2$.D. $x = 1$ và $y = -2$.

Câu 66: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x+1}}{(x^4 - 5x^2 + 4) \cdot f(x)}$$

có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

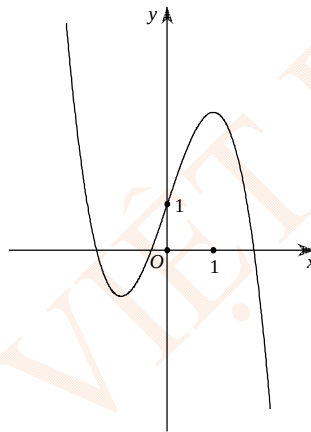


A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 6.

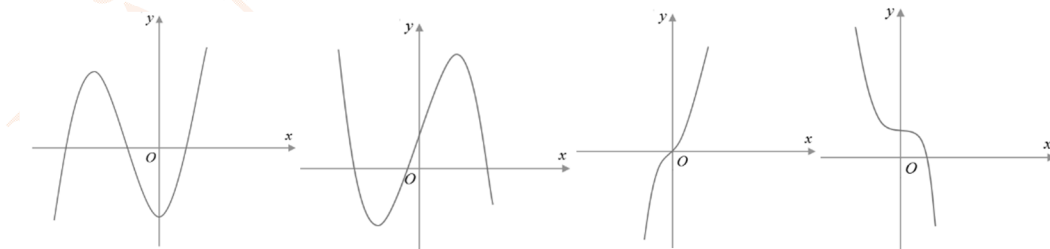
DẠNG 5: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ CỦA CÁC HÀM SỐ**Câu 67:** Đường cong bên dưới là đồ thị hàm số nêu dưới đây.

A. $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

B. $y = -x^3 - 2x^2 + x - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

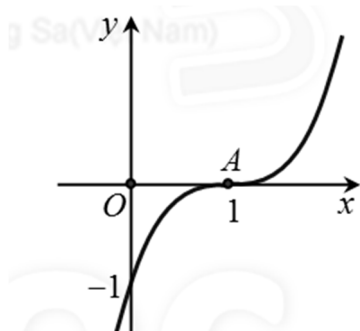
D. $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

Câu 68: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và các hình vẽ dưới đây.**Hình (I) Hình (II) Hình (III) Hình (IV)**

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (IV) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (III) khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ vô nghiệm.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (I) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình (II) khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có nghiệm kép.

Câu 69: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?

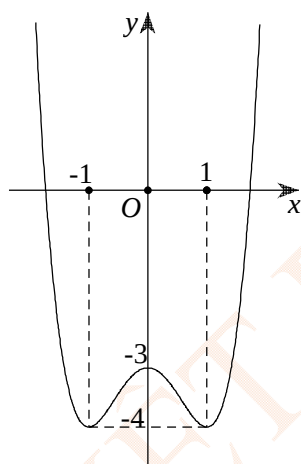
A. $y = (x+1)^3$.

B. $y = (x-1)^3$.

C. $y = x^3 + 1$.

D. $y = x^3 - 1$.

Câu 70: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



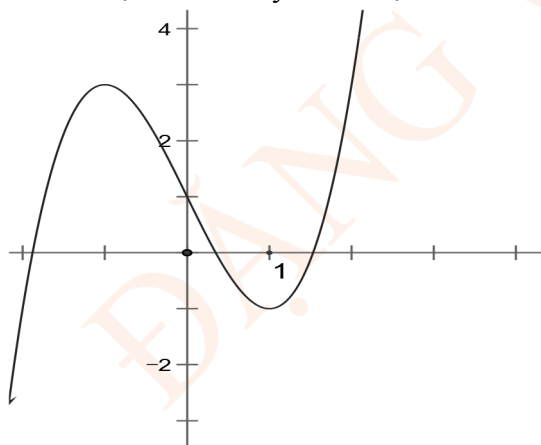
A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$

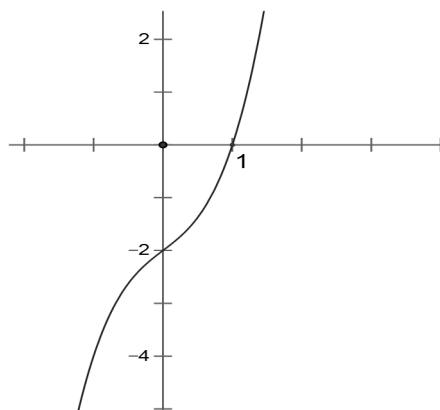
C. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

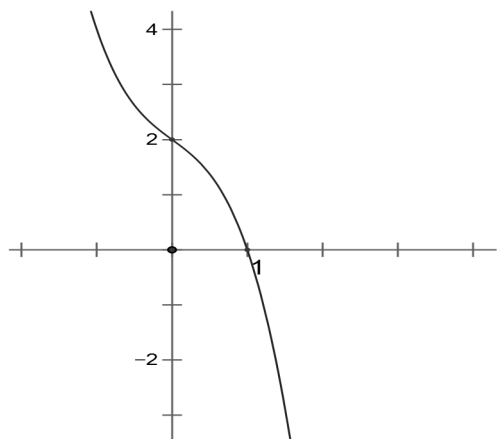
Câu 71: Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$.



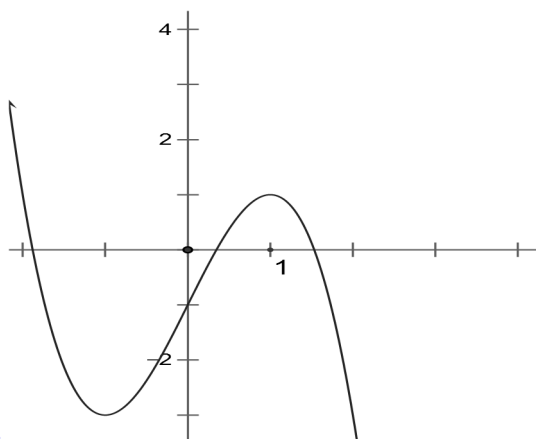
A.



B.

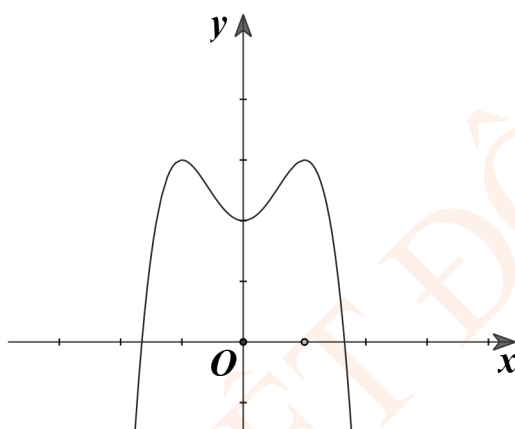


C.



D.

Câu 72: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



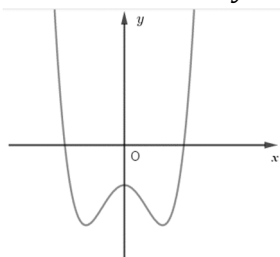
A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

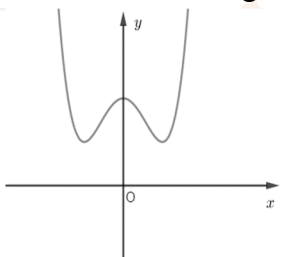
C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

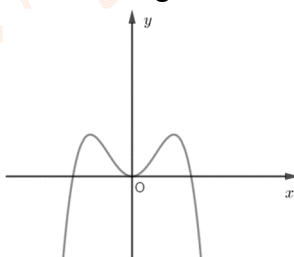
Câu 73: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có dạng đồ thị nào trong các đồ thị sau đây?



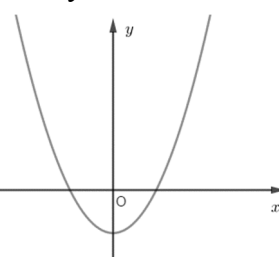
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

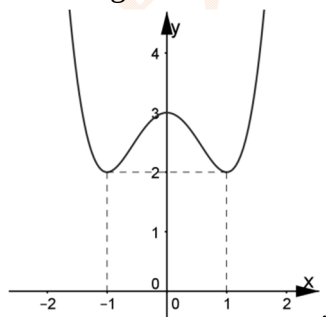
A. 2.

B. 4.

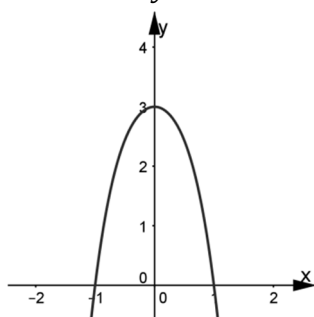
C. 1.

D. 3.

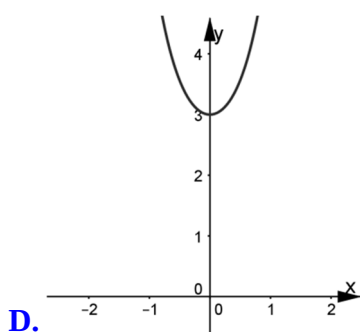
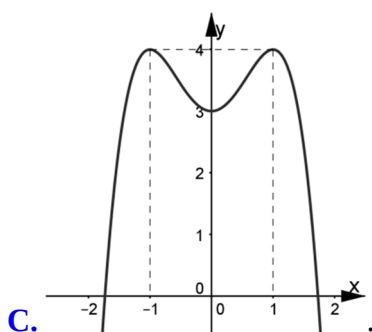
Câu 74: Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



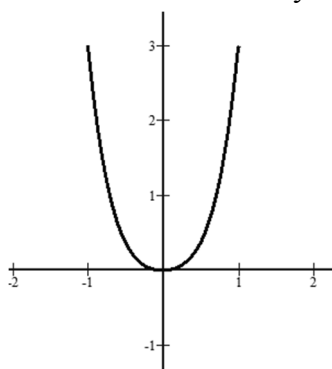
A.



B.



Câu 75: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



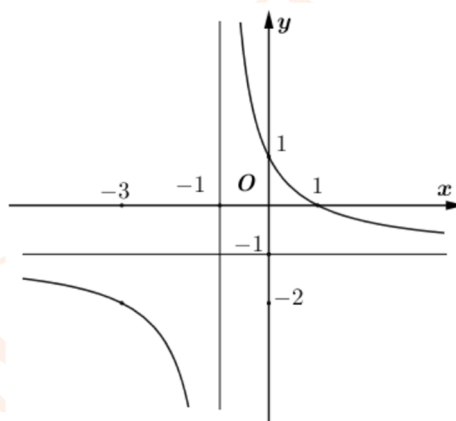
A. $y = x^2$.

B. $y = -x^4 + 4x^2$.

C. $y = 3x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = 2x^4 + x^2$.

Câu 76: Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



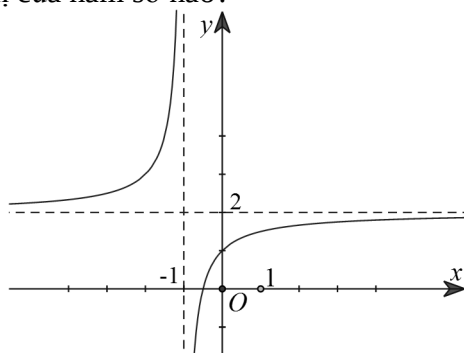
A. $y = \frac{-x}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$.

D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

Câu 77: Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào?



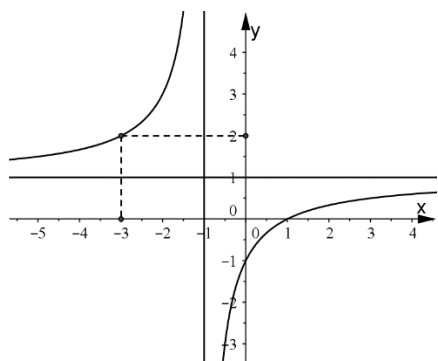
A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

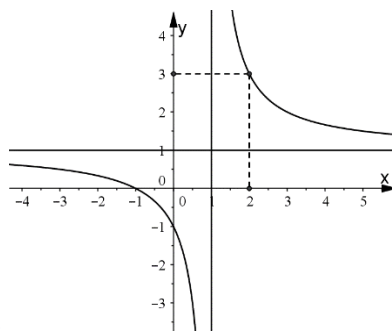
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

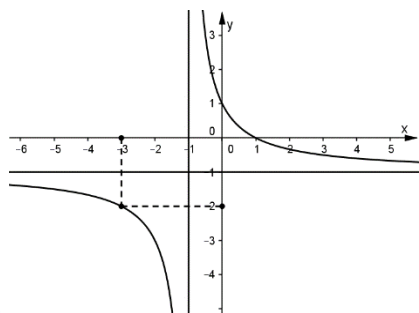
Câu 78: Tìm đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ trong các đồ thị hàm số dưới đây:



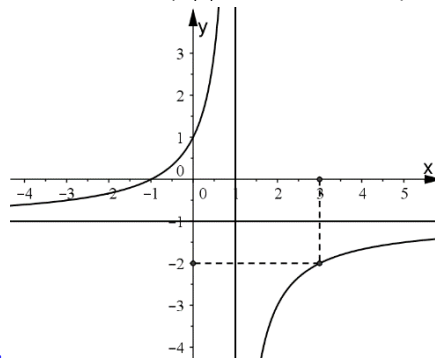
A.



B.

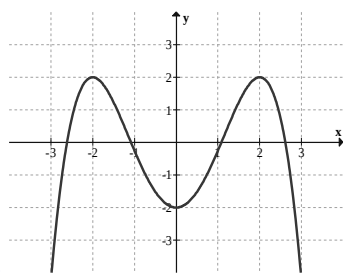


C.

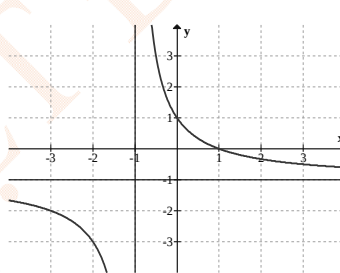


D.

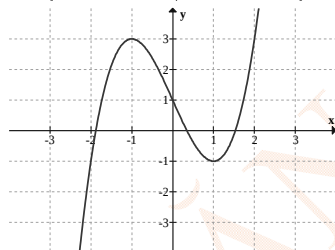
Câu 79: Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 1$?



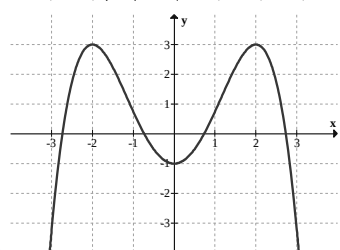
A.



B.



C.



D.

DẠNG 6: XÉT DẤU CÁC HỆ SỐ DỰA VÀO BBT VÀ ĐỒ THỊ

Phương pháp:

Để xét được hệ số của hàm số bậc 3 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$), hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$), hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta cần phải nắm chắc được hình dạng các đồ thị đã được học (đã tổng hợp phần thứ nhất). Ngoài ra, với từng hàm số cụ thể ta cần xét hệ số theo các tiêu chí sau:

* **Hàm số bậc 3** $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c; \Delta'_{y'} = b^2 - 3ac$$

+ Hệ số a:

Dựa vào hướng đi lên của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực $\Rightarrow a > 0$

Dựa vào hướng đi xuống của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực $\Rightarrow a < 0$

+ Hệ số d:

Dựa vào giao với trục tung : - Giao điểm nằm trên trục Ox : $d > 0$

- Giao điểm nằm dưới trục Ox : $d < 0$

- Giao điểm nằm tại trục Ox : $d = 0$

+ Hệ số b : Dựa vào điểm uốn $x_0 = -\frac{b}{3a}$ (dấu a) suy ra dấu b

+ Hệ số c : Dựa vào cực trị:

- Nếu không có cực trị $3ac \geq b^2$ (dấu a, b) suy ra dấu c

- Nếu có hai cực trị $x_{CB} \cdot x_{CT} = \frac{c}{a}$ (dấu a) suy ra dấu c

* **Hàm số bậc 4 trùng phương** $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

$$y' = 4ax^3 + 2bx = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \sqrt{\frac{-b}{2a}} \end{cases}$$

+ Hệ số a :

Dựa vào hướng đi lên của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực suy ra $a > 0$

Dựa vào hướng đi xuống của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực suy ra $a < 0$

+ Hệ số c :

Dựa vào giao với trục tung : - Giao điểm nằm trên trục Ox : $c > 0$

- Giao điểm nằm dưới trục Ox : $c < 0$

- Giao điểm nằm tại trục Ox : $c = 0$

+ Hệ số b : Dựa vào cực trị

- Nếu có 1 cực trị $a \cdot b \geq 0$ (dấu a) suy ra dấu b

- Nếu có 3 cực trị $a \cdot b \leq 0$ (dấu a) suy ra dấu b

* **Hàm số** $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad - bc \neq 0; c \neq 0$)

$$y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$$

+ Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục Ox suy ra dấu ab (1)

+ Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục Oy suy ra dấu db (2)

+ Dựa vào TCN: $y = \frac{c}{a}$ suy ra dấu ac (3)

+ Dựa vào TCD: $x = \frac{-d}{c}$ suy ra dấu cd (4)

+ Dựa vào tính đơn điệu :

- Đồng biến $ad - bc > 0$

- Nghịch biến $ad - bc < 0$

Từ (1) : (3) suy ra dấu $b \cdot c$

Từ (2) : (4) suy ra dấu $b \cdot c$

Từ (1):(2) suy ra $a \cdot d$

Câu 80: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Xác định dấu của a và d ?

- A. $a > 0, d < 0$. B. $a < 0, d = 0$. C. $a < 0, d > 0$. D. $a > 0, d > 0$.

Câu 81: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b < 0, c > 0$ B. $a > 0, b > 0, c > 0$ C. $a > 0, b < 0, c < 0$ D. $a < 0, b < 0, c > 0$

Câu 82: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	2	$+\infty$	2

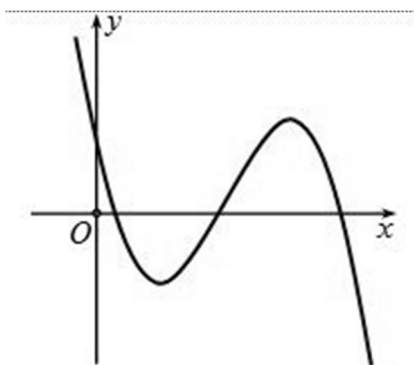
Xét các mệnh đề:

- (1) $c = 1$
- (2) $a = 2$
- (3) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$
- (4) Nếu $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ thì $b = 1$

Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 83: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

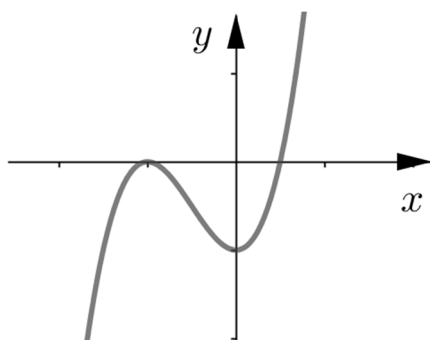
A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Câu 84: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

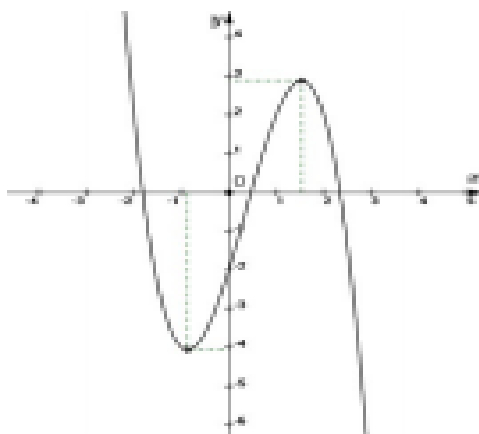
B. $a < 0, b < 0, c = 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0$

, $c = 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$.

Câu 85: Hình sau đây là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$



Khẳng định nào dưới đây đúng?

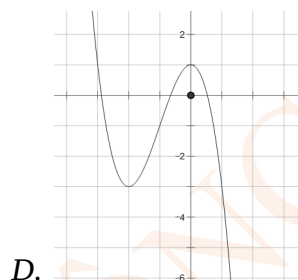
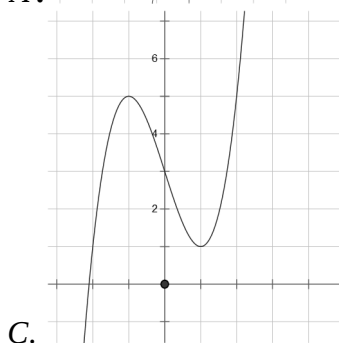
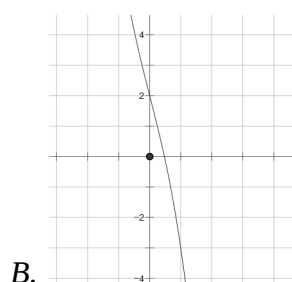
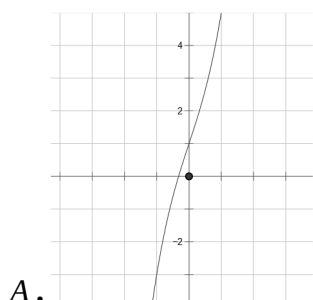
A. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Câu 86: Cho các dạng đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như sau



và các điều kiện.

1. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

Hãy chọn sự tương ứng đúng giữa các dạng đồ thị và điều kiện.

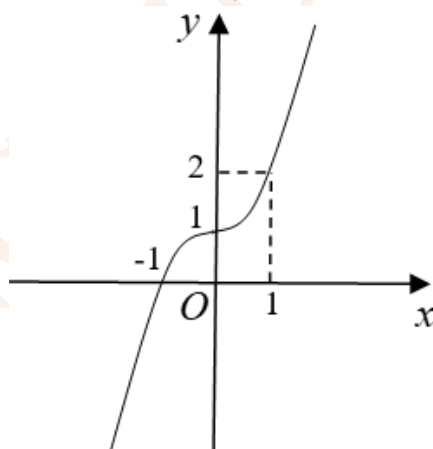
A. $A \rightarrow 3; B \rightarrow 4; C \rightarrow 2; D \rightarrow 1$.

B. $A \rightarrow 1; B \rightarrow 2; C \rightarrow 3; D \rightarrow 4$.

C. $A \rightarrow 1; B \rightarrow 3; C \rightarrow 2; D \rightarrow 4$.

D. $A \rightarrow 2; B \rightarrow 4; C \rightarrow 1; D \rightarrow 3$.

Câu 87: Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



Xét các mệnh đề sau:

(I) $a = -1$. (II) $ad > 0$. (III) $d = -1$. (IV) $a + c = b + 1$.

Tìm số mệnh đề **sai**.

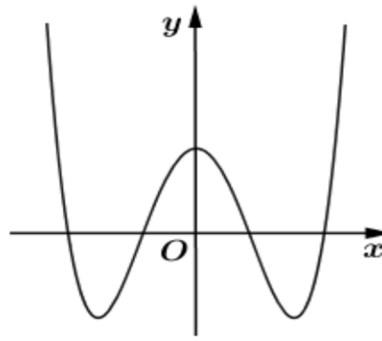
A. 2.

B. 1.

C. 4.

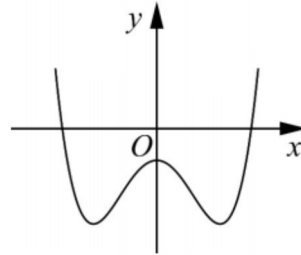
D. 3.

Câu 88: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



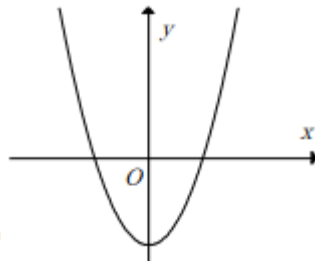
- A. $a > 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 89: Cho hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng



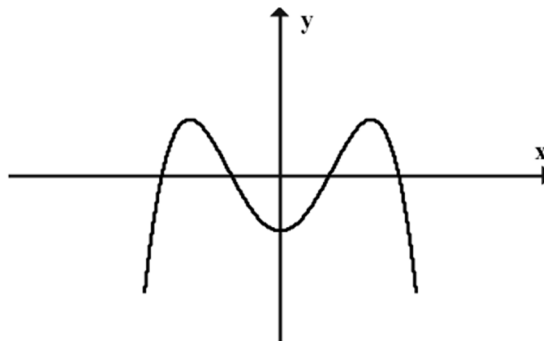
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b > 0, c < 0$. C. $a > 0, b < 0, c > 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 90: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. $a < 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b \geq 0, c > 0$. C. $a > 0, b \geq 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c \leq 0$.

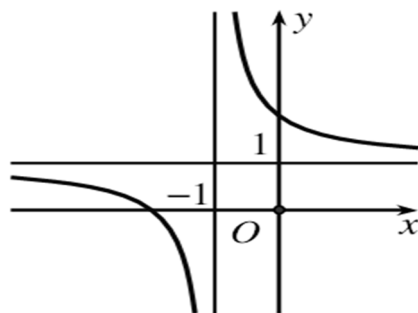
Câu 91: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ như hình vẽ dưới đây



Dấu của a , b và c là

- A. $a < 0, b < 0, c < 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$. C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 92: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

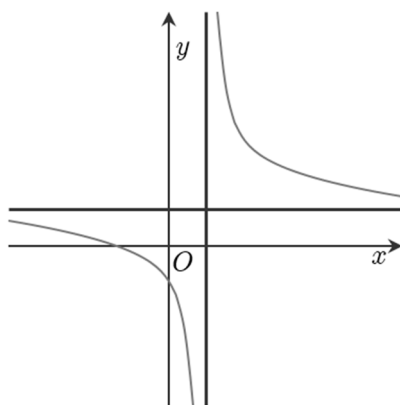
A. $b < 0 < a$.

B. $0 < a < b$.

C. $a < b < 0$.

D. $0 < b < a$

Câu 93: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



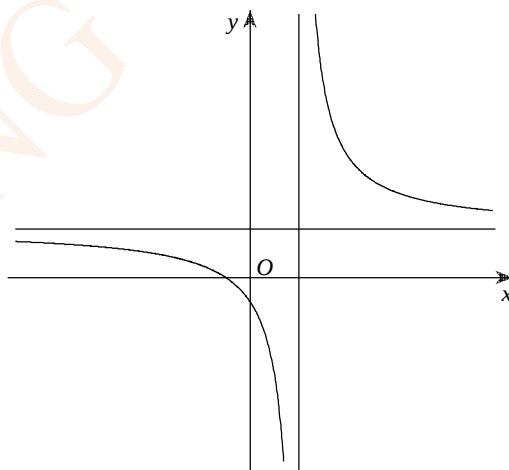
A. $ab < 0, cd < 0$.

B. $bc > 0, ad < 0$.

C. $ac > 0, bd > 0$.

D. $bd < 0, ad > 0$.

Câu 94: Cho hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

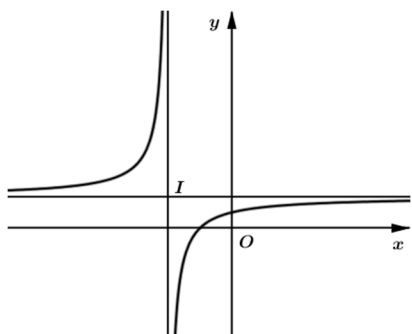
B. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c - ab < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c - ab > 0$.

Câu 95: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?



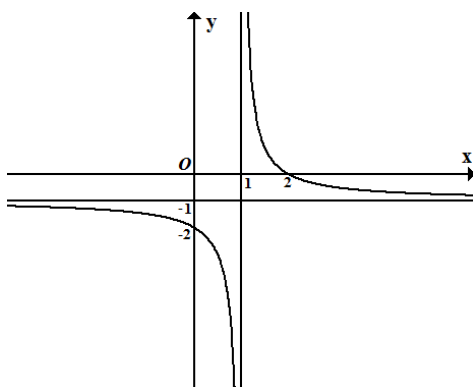
A. $a > 0 > b$.

B. $a > b > 0$.

C. $a < b < 0$.

D. $a < 0 < b$.

Câu 96: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$?



A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -9$.

D. $T = -7$.

DẠNG 7: XÉT SỰ TƯƠNG GIAO BẰNG BBT VÀ ĐỒ THỊ**Dạng 1 :** Dựa vào bảng biến thiên biện luận số nghiệm phương trình.

- +) Lập phương trình hoành độ giao điểm dạng $F(x, m) = 0$ (phương trình ẩn x tham số m)
- +) Cô lập m đưa phương trình về dạng $m = f(x)$
- +) Lập BBT cho hàm số $y = f(x)$.
- +) Dựa và giả thiết và BBT từ đó suy ra m .

Dạng 2 : Dựa vào đồ thị hàm số để biện luận số nghiệm phương trình.

- +) Cô lập m hoặc đưa về hàm hằng $y = g(m)$ là đường thẳng song song với trục
- +) Từ đồ thị hàm số tìm cực đại, cực tiểu của hàm số (nếu có)
- +) Dựa vào số giao điểm của hai đồ thị hàm số ta tìm được giá trị của m theo yêu cầu của bài toán.
- +) có những bài toán đưa vào đồ thị hàm ban đầu hoặc hàm liên quan để biện luận số nghiệm phương trình. Do vậy yêu cầu học sinh nắm được các phương pháp suy luận đồ thị.

) Chú ý:** - Sử dụng PP bảng biến thiên và đồ thị hàm số khi m độc lập với x .- Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ **STG SỬ DỤNG BẢNG BIẾN THIÊN*Câu 97:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				1				$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -2 -2

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 98: Tìm m để phương trình $x^3 - 3x + m = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệtA. $-2 \leq m \leq 2$.B. $-2 < m < 2$.C. $-2 < m, m > 2$.D. $-1 < m < 1$.**Câu 99:** Phương trình $x^3 - 3x = m^2 + m$ có 3 nghiệm phân biệt khi:A. $-2 < m < 1$ B. $-1 < m < 2$ C. $m < 1$ D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \end{cases}$ **Câu 100:** Tìm m để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số (C): $y = x^4 - 8x^2 + 3$ tại 4 phân biệt:A. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.B. $m \leq \frac{3}{4}$.C. $m \geq -\frac{13}{4}$.D. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.**Câu 101:** Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt.A. $1 < m < 2$.B. $m < 2$.C. $2 < m < 3$.D. $m > 2$.**Câu 102:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -1

Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 103: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-		+	
$f(x)$		-1		2	

$\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ $-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x) = m$ (1) có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $(-\infty; -1)$.B. $(-\infty; 2)$.C. $(-1; 2)$ D. $(-\infty; 1)$.

Câu 104: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+		+		+		+	
y		$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$		$+\infty$	

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$ $\searrow$
 -2 $-\infty$ -1 $-\infty$ 2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt

A. $[-2; 2]$.B. $(-2; 2)$.C. $(-\infty; +\infty)$.D. $(2; +\infty)$.

Câu 105: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[0; +\infty)$, liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'				+	0	-	-		
y									

$\swarrow$ $\searrow$
 -2 0 -1 -3

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số sao cho phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (0; 2)$ và $x_2 \in (2; +\infty)$.

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-3; -1)$.

Câu 106: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			5		1		$+\infty$
	$-\infty$						

Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 107: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$			5			3		$+\infty$

Tìm m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

- A. $m \leq -1$. B. $m < -1$ hoặc $m > -\frac{1}{3}$.
 C. $-1 < m < -\frac{1}{3}$. D. $m = -\frac{1}{3}$.

Câu 108: Cho hàm số H có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là:

- A. $(-2; 1)$. B. $[-1; 2)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; 1]$.

Câu 109: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	$+$	$+$	$+$
y	-2	$+\infty$	1	$+\infty$	-2

A. $[-2; 1]$.B. $(-\infty; -2]$.C. $[1; +\infty)$.D. $[-2; 1)$.

Câu 110: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm m để $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
y	-2	$+\infty$	-1	$+\infty$	2

A. $(-2; 2)$.B. $(-2; 2) \setminus \{-1\}$.C. $[-2; 2]$.D. $(2; +\infty)$.

Câu 111: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$ là

A. 3.

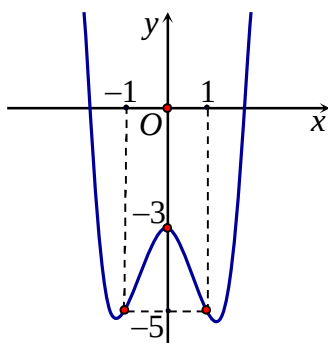
B. 5.

C. 1.

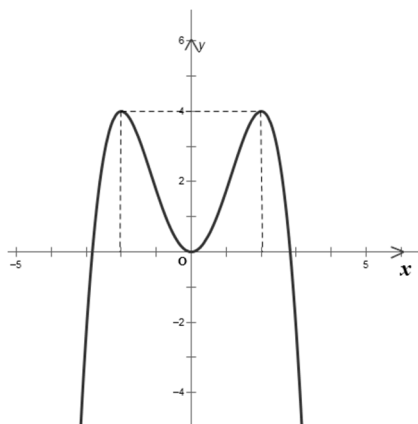
D. 2.

STG SỬ DỤNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 112: Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $m = -3$.B. $m = -4$.C. $m = 0$.D. $m = 4$.

Câu 113: Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$ có đồ thị (C) như hình vẽ sau. Dựa vào đồ thị (C), tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 8x^2 - 2^{m+2} = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.



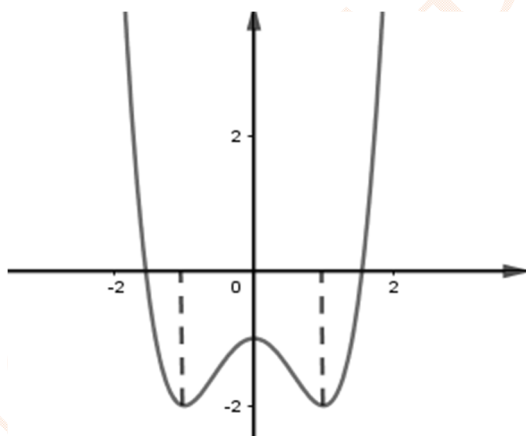
A. $m < 2$.

B. $0 < m < 2$.

C. $0 < m < 4$.

D. $m > 0$.

Câu 114: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là



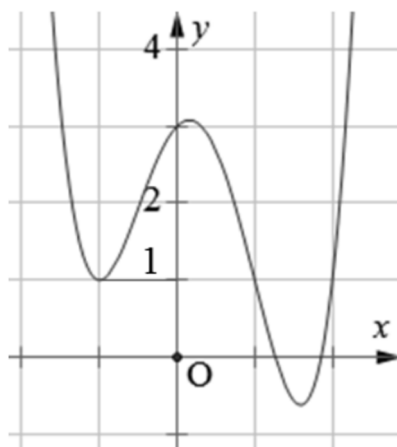
A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 115: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?



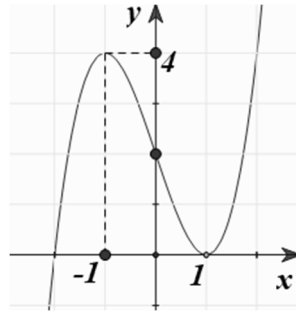
A. 2.

B. 4.

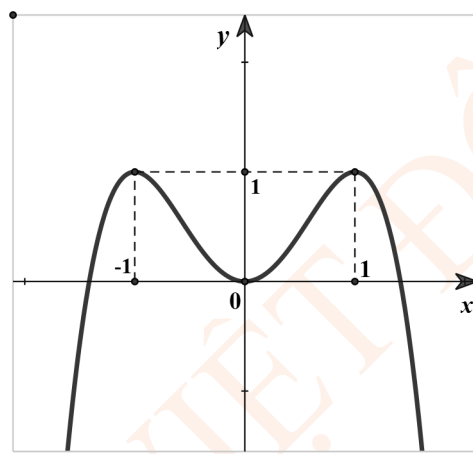
C. 1.

D. 3.

Câu 116: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 5$.B. $1 < m < 5$.C. $-1 < m < 4$.D. $0 < m < 4$.

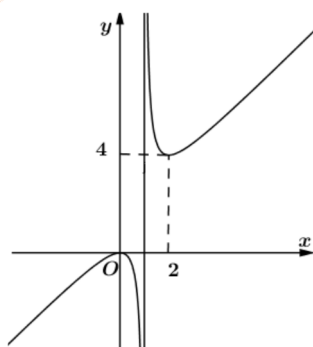
Câu 117: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình vẽ.



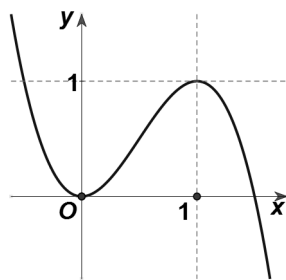
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $m > 0$.B. $0 < m < 1$.C. $0 \leq m \leq 1$.D. $m < 1$.

Câu 118: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hỏi với giá trị thực nào của m thì đường thẳng $y = 2m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

A. $m < 0 \vee m > 2$.B. $m = 0$.C. $0 < m < 2$.D. $m = 2$.

Câu 119: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = x$.



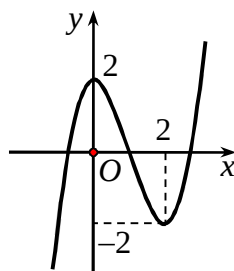
A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Câu 120: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2) + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

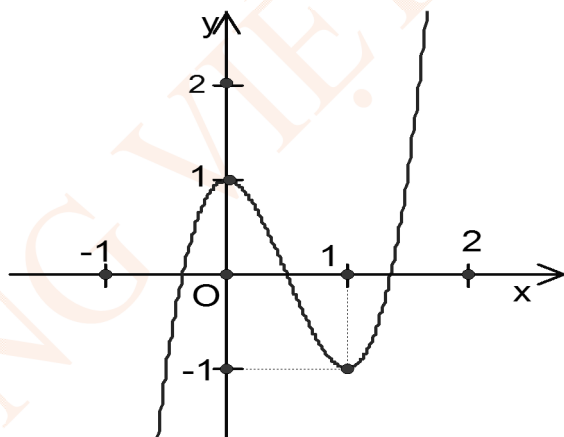
A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Câu 121: Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4(4x^3 - 6x^2 + 1)^3 - 6(4x^3 - 6x^2 + 1)^2 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực.



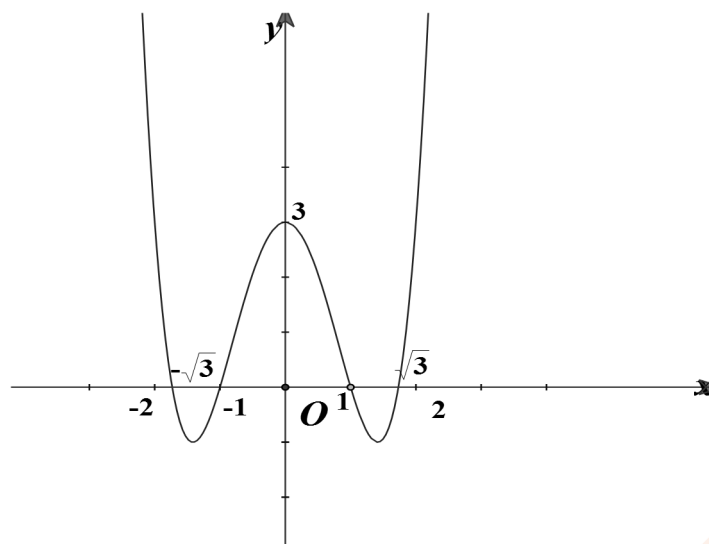
A. 3.

B. 6.

C. 7.

D. 9.

Câu 122: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



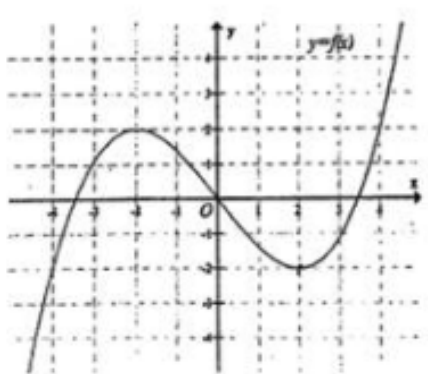
A. 8.

B. 4.

C. 0.

D. 9.

Câu 123: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 2) = 1$?

A. 2.

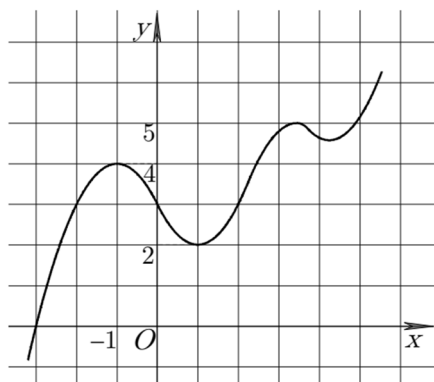
B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 124: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình

$$f(x^2 - 2x) = m \text{ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn } \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right].$$



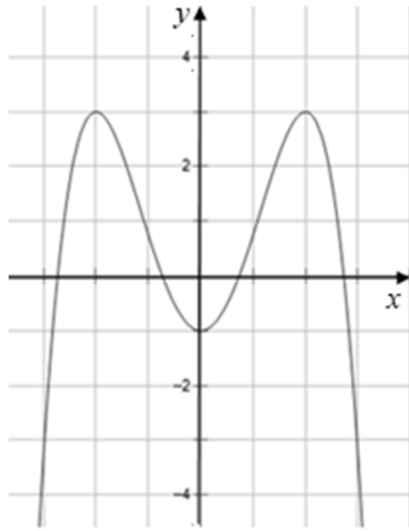
A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 125: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\frac{1-f(x)}{1+f(x)} = 2$ là:

A. 3.

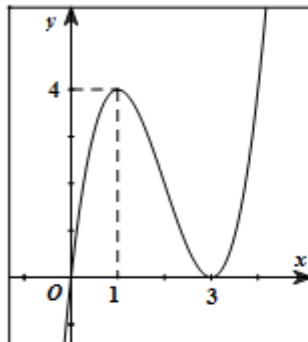
B. 1.

C. 2.

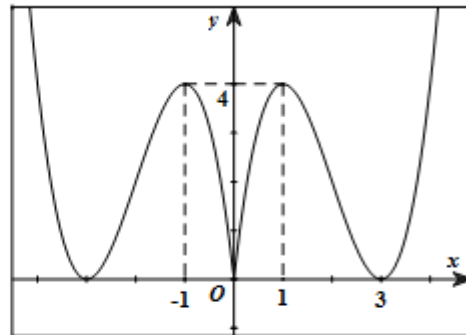
D. 4.

DẠNG 8: ĐỒ THỊ HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 126: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

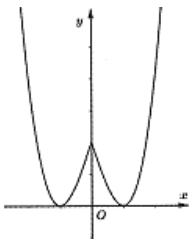
A. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

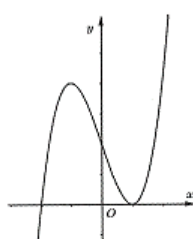
C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

D. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

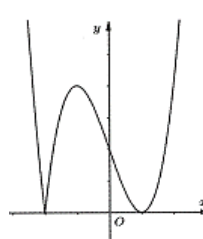
Câu 127: Hàm số $y = |x^3 - 3x + 2|$ có đồ thị nào dưới đây:



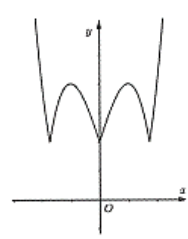
A.



B.

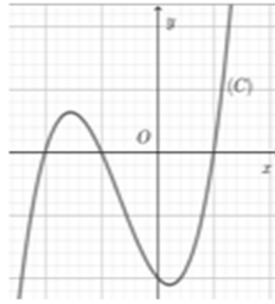


C.

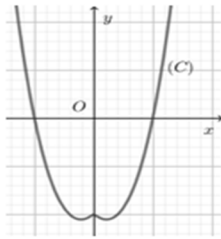


D.

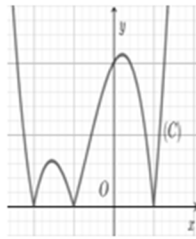
Câu 128: Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ



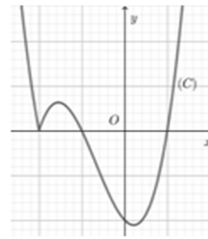
Biết đồ thị của hàm số $y = |x^3 + 2x^2 - x - 2|$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?



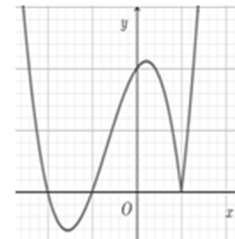
A. Hình 1



B. Hình 2.



C. Hình 3.



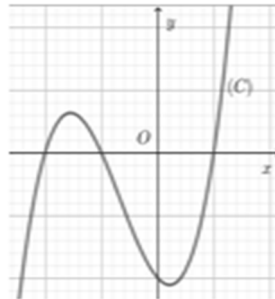
D. Hình 4.

Hướng dẫn giải

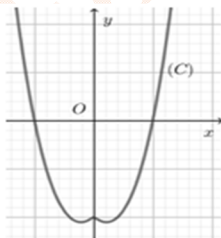
Chọn B

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía trên trục Ox và bỏ phần đồ thị nằm dưới trục Ox ta được phần 1
- Lấy đối xứng phần đồ thị nằm dưới trục Ox qua trục Ox ta được phần 2.
- Hợp của phần 1 và phần 2 chính là đồ thị $y = |x^3 + 2x^2 - x - 2|$

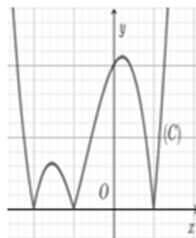
Câu 129: Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ



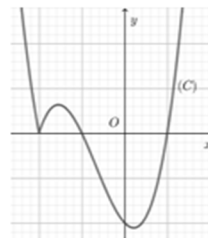
Biết đồ thị của hàm số $y = |x^3 + 2x^2 - x - 2|$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?



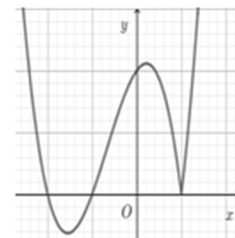
A. Hình 1



B. Hình 2.



C. Hình 3.



D. Hình 4.

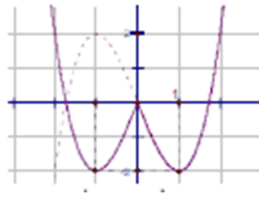
Hướng dẫn giải

Chọn A

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía bên phải trục Oy và bỏ phần đồ thị nằm bên trái Oy ta được phần 1
- Lấy đối xứng qua trục Oy phần đồ thị vừa có được ta được phần 2

- Hợp phần 1 và phần 2 là đồ thị hàm số $y = |x^3| + 2x^2 - |x| - 2$

Câu 130: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



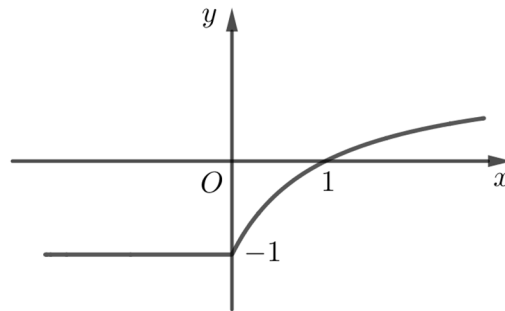
A. $y = |x^3 + 3x|$.

B. $y = |x^3| - 3|x|$.

C. $y = |x|^3 + 3|x|$.

D.

Câu 131: Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?



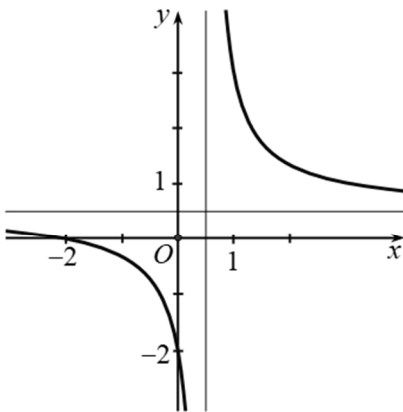
A. $y = \frac{x-1}{|x|+1}$.

B. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$.

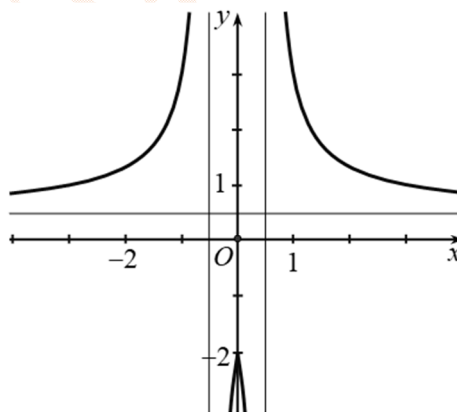
C. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

D. $y = \frac{-x-1}{|x|+1}$.

Câu 132: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Hình 1



Hình 2

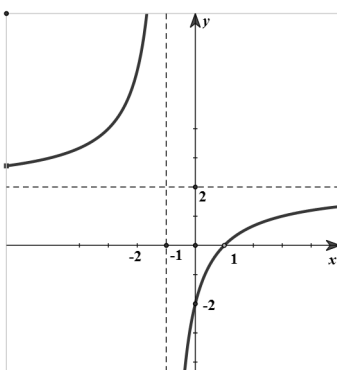
A. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$.

B. $y = \frac{|x+2|}{2x-1}$.

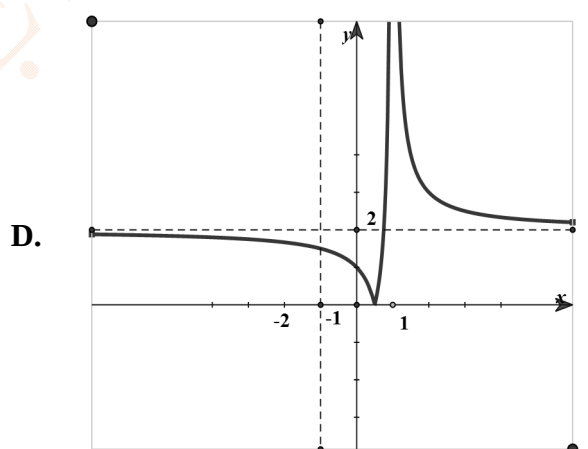
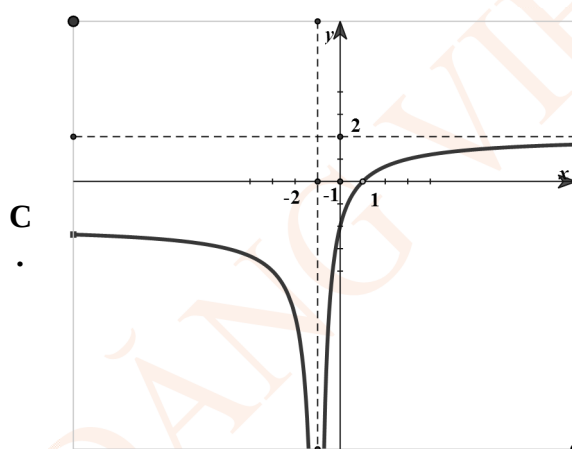
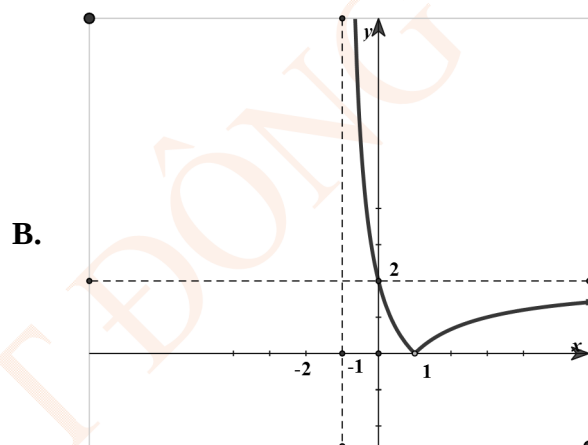
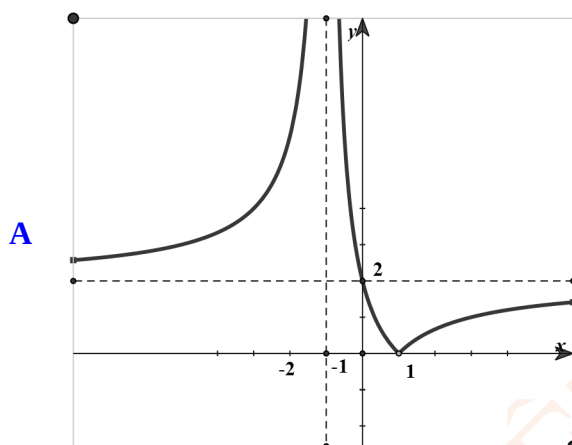
C. $y = \frac{x+2}{|2x-1|}$.

D. $y = \frac{|x+2|}{2x-1}$.

Câu 133: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ sau:



Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:



Hướng dẫn giải

Chọn A

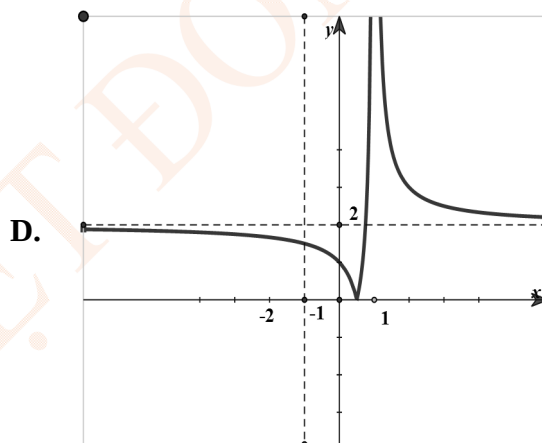
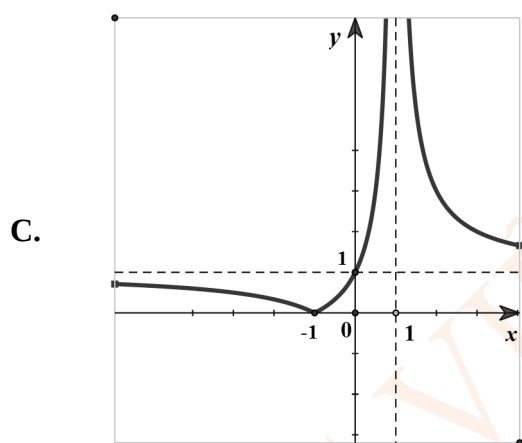
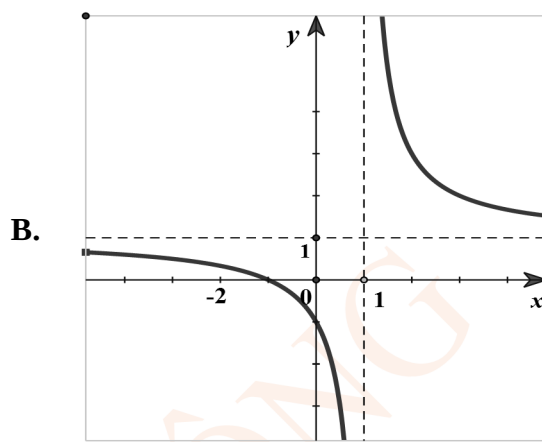
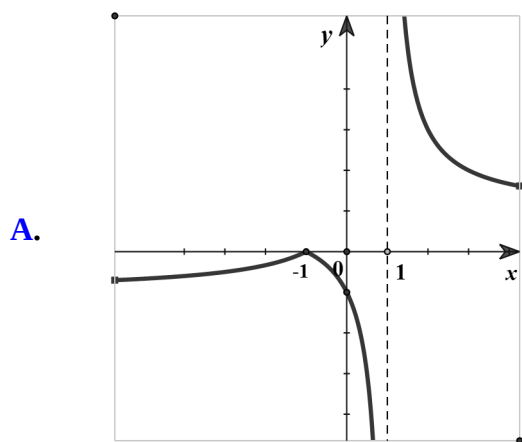
$$\text{Ta có } y = \frac{2x-2}{x+1} = \begin{cases} \frac{2x-2}{x+1} & \text{nếu } \frac{2x-2}{x+1} \geq 0 \\ -\frac{2x-2}{x+1} & \text{nếu } \frac{2x-2}{x+1} < 0 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ có được bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Câu 134: Đồ thị hàm số $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau



DẠNG 9: XÉT SỰ TƯƠNG GIAO VỚI BBT VÀ ĐỒ THỊ HÀM CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI STG SỬ DỤNG BẢNG BIẾN THIÊN

Câu 135: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $0 < m \leq 1$.

Câu 136: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$						

Với $m \in (1; 3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Câu 137: Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{k}{2} - 1 \right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt

A. $k \in \left(\frac{19}{4}; 5 \right)$.B. $k \in \emptyset$.C. $k \in (-2; -1) \cup \left(1; \frac{19}{4} \right)$.D. $k \in \left(-2; -\frac{3}{4} \right) \cup \left(\frac{19}{4}; 6 \right)$.

Câu 138: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-2018	2018	$-\infty$

Hỏi phương trình $|f(x+2017) - 2018| = 2019$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 6.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 139: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	$ $	$-$	0	$+$
y		0	-1			

Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m + 2$ có bốn nghiệm phân biệt

A. $-2 < m < -1$.B. $-3 \leq m \leq -2$.C. $-2 \leq m \leq -1$.D. $-3 < m < -2$

Câu 140: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		$+$	$-$	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(|x|) - 2m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$

B. $-\frac{1}{2} < m < 0$

C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$

D. $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$

Câu 141: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		1		$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+	
y		1 0					$+\infty$
	$-\infty$						

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi.

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

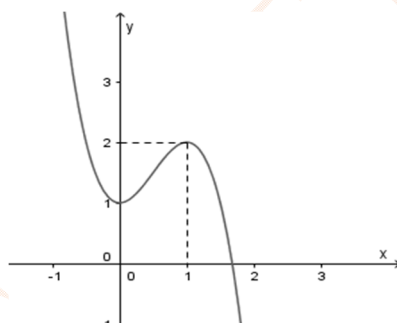
B. $0 < m < 1$.

C. $0 < m \leq 1$.

D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

STG SỬ DỤNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 142: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2|f(x-1)| - 3 = 0$ là:

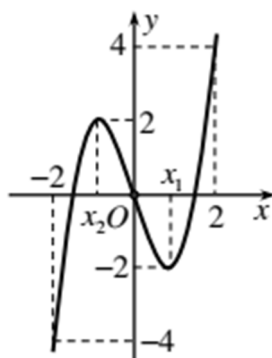
A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 143: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



Hỏi phương trình $|f(x) - 1| = 2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $[-2; 2]$.

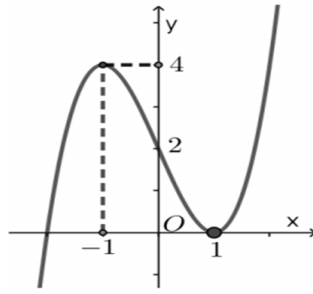
A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Câu 144: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|f(x-2) - 2| = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt



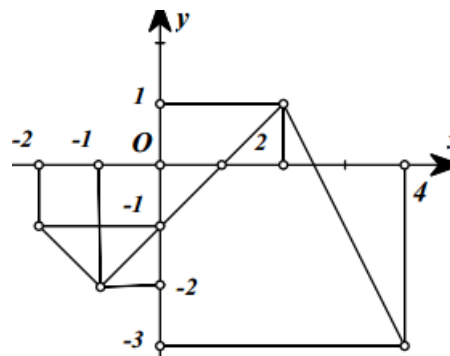
A. 6

B. 3

C. 2

D. 4

Câu 145: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ dưới đây.



Phương trình $|f(x)| = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $[-2; 4]$?

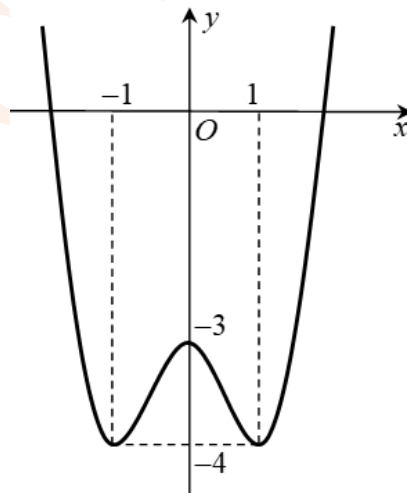
A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 146: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

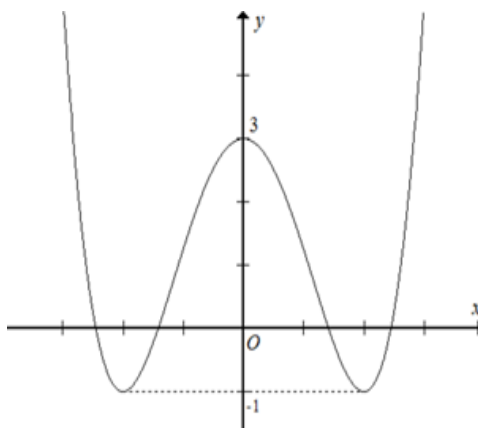


Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $-4 < m < -3$.B. $0 < m < 4$.C. $3 < m < 4$.D. $0 < m < 3$.

Câu 147: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ có đồ thị như hình dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của

tham số m để phương trình $|x^4 - 8x^2 + 12| = m$ có 8 nghiệm phân biệt là:



- A. 3. B. 6. C. 10. D. 0.

Câu 148: Hình vẽ bên là đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Giá trị của m để phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau là.

- A. $m = 0$. B. $1 < m < 3$. C. $-3 < m < 1$. D. $m = 0, m = 3$.

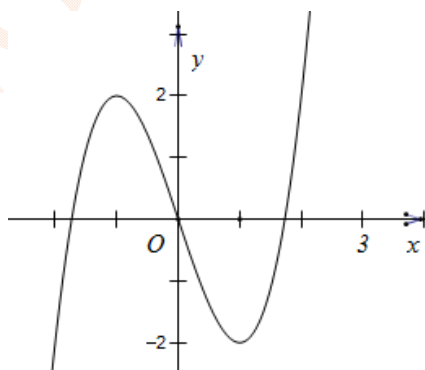
Câu 149: Tìm m để phương trình $|x^4 - 5x^2 + 4| = \log_2 m$ có 8 nghiệm phân biệt:

- A. $0 < m < \sqrt[4]{2^9}$. B. Không có giá trị của m .
C. $1 < m < \sqrt[4]{2^9}$. D. $-\sqrt[4]{2^9} < m < \sqrt[4]{2^9}$.

Câu 150: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $\frac{|x| - 2}{|x| + 1} = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

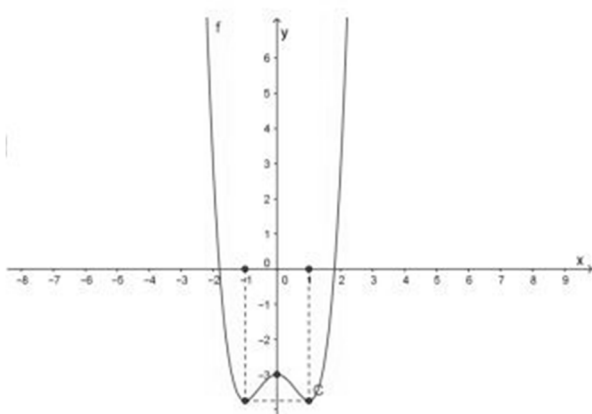
- A. $[0; 2)$. B. $[1; 2] \cup \{0\}$. C. $[1; 2)$. D. $[1; 2) \cup \{0\}$.

Câu 151: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:



- A. $-1 < m < 0$. B. $m > 0$.
C. $m < -2$ hoặc $m > 1$. D. $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Câu 152: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.



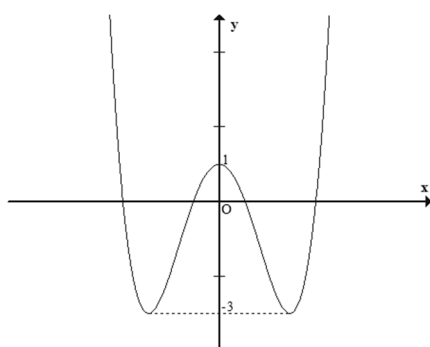
A. $-4 < m < 0$.

B. $m > 4; m = 0$.

C. $3 < m < 4$.

D. $0 < m < 3$.

Câu 153: Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:



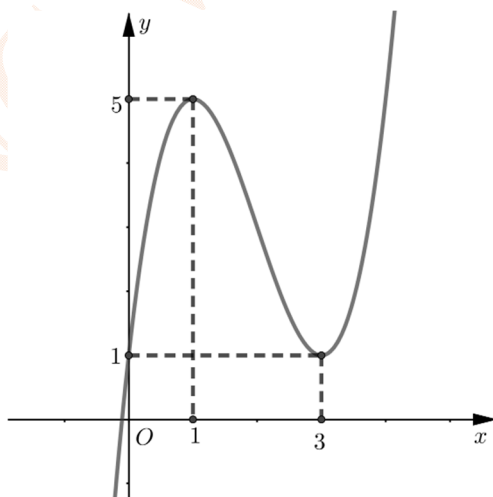
A. $-3 < m < 1$.

B. $m = 0$.

C. $1 < m < 3$.

D. $m = 0, m = 3$.

Câu 154: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



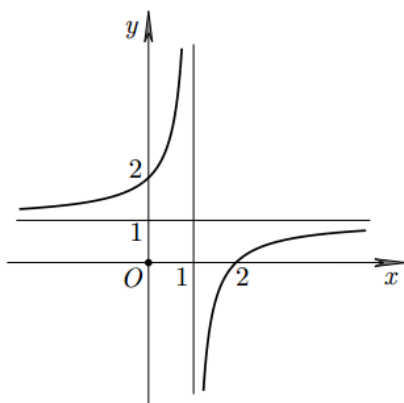
A. $m > 5, 0 < m < 1$.

B. $m < 1$.

C. $m = 1, m = 5$.

D. $1 < m < 5$.

Câu 155: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



A. $m > 0; m \neq 1$.

B. $m > 2$.

C. $m > 1$.

D. $m > 0$.

Câu 156: Biết đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là

A. $4 < m < 5$.

B. $5 < m < 6$.

C. $3 < m < 4$.

D. $m > 6$ hoặc $m < 5$.

Câu 157: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|2|x| - 6| = m||x| - 1|$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m \in (0; 1) \cup (4; +\infty)$.

B. $m \in (0; 1) \cup (6; +\infty)$.

C. $m \in (0; 2) \cup (6; +\infty)$.

D. $m \in (0; 3) \cup (5; +\infty)$.

Câu 158: Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{k}{2} - 1 \right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

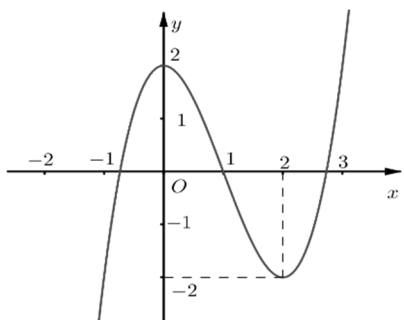
A. $k \in \left(\frac{19}{4}; 5 \right)$.

B. $k \in (-2; -1) \cup \left(1; \frac{19}{4} \right)$.

C. $k \in \emptyset$.

D. $k \in \left(-2; -\frac{3}{4} \right) \cup \left(\frac{19}{4}; 6 \right)$.

Câu 159: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3 - 3x^2 + 2 = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



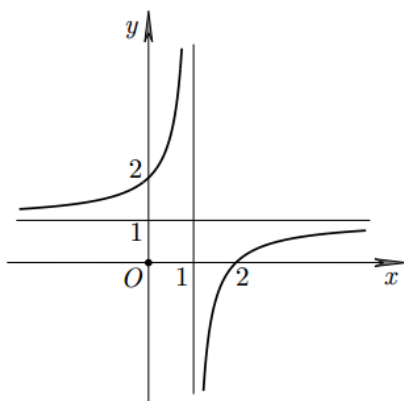
A. $0 < m < 2$.

B. $-2 \leq m \leq 2$.

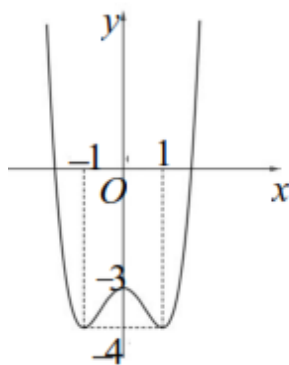
C. $-2 < m < 2$.

D. $0 \leq m \leq 2$.

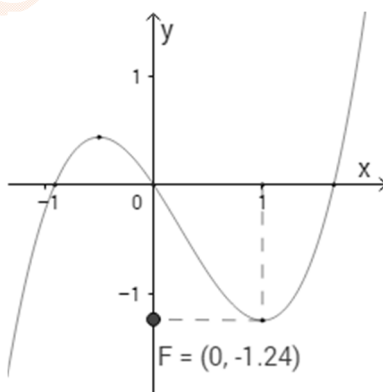
Câu 160: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.

A. $m > 0; m \neq 1$.B. $m > 2$.C. $m > 1$.D. $m > 0$.

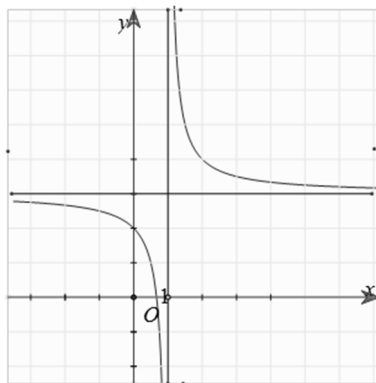
Câu 161: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| + 1 = m$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. $-4 < m < -3$ B. $4 < m < 5$ C. $m > 5$ D. $0 < m < 4$

Câu 162: Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

A. $m = 0$ hoặc $m = 6$.B. $m > 0$ hoặc $m < 6$.C. $0 < m < 3$.D. $1 < m < 6$.

Câu 163: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{3x-2}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực dương?

A. $-2 < m < 0$.

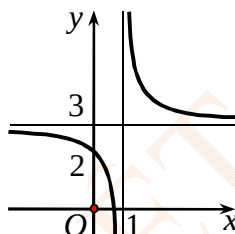
B. $m < -3$.

C. $0 < m < 3$.

D. $m > 3$.

Câu 164: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để

phương trình $\frac{3x-2}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực dương?



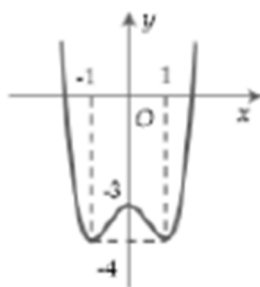
A. $-2 < m < 0$.

B. $m < -3$.

C. $0 < m < 3$.

D. $m > 3$.

Câu 165: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = 2m^2 - m + 3$ có 6 nghiệm thực phân biệt.



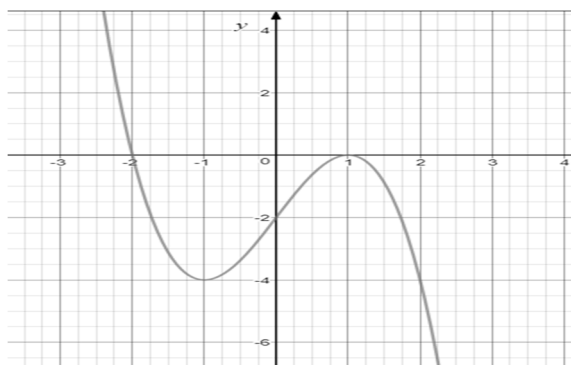
A. $-\frac{1}{2} < m < 0$

B. $20 < m < \frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2} < m < 1$

D. $\begin{cases} \frac{1}{2} < m < 1 \\ -\frac{1}{2} < m < 0 \end{cases}$

Câu 166: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x - 2$ như hình vẽ.



Phương trình $|x+2|(x-1)^2 = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m = 4 \end{cases}$

B. $0 \leq m \leq 4$

C. $\begin{cases} m > 4 \\ m = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$

C – HƯỚNG DẪN GIẢI

CHỦ ĐỀ 1: BẢNG BIẾN THIÊN

DẠNG 1: NHẬN DẠNG BBT

Câu 1: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số bậc ba có hai khoảng nghịch biến và một khoảng đồng biến nên hệ số $a < 0$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; 3)$ nên chọn hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 2: Bảng biến thiên trong hình vẽ dưới đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	

A. $y = -x^4 + x^2 - 3$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số phải tìm có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$).

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có 2 cực tiểu và 1 cực đại nên $a > 0, b < 0$.

Câu 3: Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{-x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận ngang là $y = 1$ nên ta loại các đáp án A và C.

Mặt khác từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến nên loại đáp án D.

Câu 4: Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$	$\nearrow$		2	$\searrow$		$+\infty$
				-2			

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Hướng dẫn giải

Từ BBT suy ra $a > 0$ nên loại A

Mặt khác điểm uốn nằm bên phải Oy nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow$ chọn D

Câu 5: Hàm số nào có BBT sau?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$		2	$\searrow$		1	$\nearrow$	
	$-\infty$								$-\infty$

A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.

Hướng dẫn giải

Từ BBT suy ra $a < 0$ nên loại C

Hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0 \Rightarrow$ loại D

Hàm số có 3 cực trị là $x = 0$ và $x = -1$; $x = 1$ nên chọn B

Câu 6: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào trong 4 hàm số sau?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	$-\infty$

A. $y = 1 + x - x^2$.

B. $y = x^2 + 2$.

C. $y = -x^4 - x^2 + 2$.

D. $y = -x^4 + x^2 + 2$.

Hướng dẫn giải

Từ chiều biến thiên của hàm số ta loại đáp án B

Do hàm số chỉ có một cực trị nên ta loại đáp án D

Khi $x = 0$ thì $y = 2$ nên ta chọn đáp án C

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{-x+2}{2x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{2x-1}$.

C. $y = \frac{-x-2}{2x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \frac{1}{2} \Rightarrow$ Chọn B hoặc D

Vì $y = \frac{x-2}{2x-1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(2x-1)^2} > 0$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	+		+
y	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$

Hỏi hàm số đó là hàm nào?

A. $y = \frac{-x+2}{2x-1}$.

B. $y = \frac{x+2}{2x-1}$.

C. $y = \frac{-x-2}{2x-1}$.

D. $y = \frac{x-2}{2x-1}$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$ và hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Do đó loại đáp án A, B, C

Câu 9: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$	
		$\searrow$	-4	$\nearrow$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	

A. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 3$.

B. $y = 2x^4 - 4x^2 - 3$.

C. $y = 2|x|^3 - 3|x| - 3$.

D. $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1

Xét $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3$; $f'(x) = 6x^2 - 6x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	-3	-4	$+\infty$	

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = 2|x^3| - 3x^2 - 3$ là:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			-3			$+\infty$	
		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$			
		-4		-4				

Cách 2

Từ bảng biến thiên ta có:

$\square y(\pm 1) = -4$ nên loại A và B.

$\square y'(1) = 0$ nên loại C.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	-		-	+
y	-1	$+\infty$	0	1

Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây:

A. $y = \frac{1}{x(x+1)}$.

B. $y = |x|(x+1)$.

C. $y = \frac{x}{|x+1|}$.

D. $y = \frac{|x|}{x+1}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có:

$$y = \frac{|x|}{x+1} = \begin{cases} \frac{x}{x+1} & \text{khi } x > 0 \\ -\frac{x}{x+1} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Có } y' = \begin{cases} \frac{1}{(x+1)^2} & \text{khi } x > 0 \\ -\frac{1}{(x+1)^2} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

Lập bbt ta được btt như đề bài.

Chú ý: Có thể sử dụng mode 7 để kiểm tra đáp án.

DẠNG 2: BBT VỚI SỰ ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		4		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 4)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	5	0	-32	$+\infty$		

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 13: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
$y = f(x)$	2	$+\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
y'	+	0	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$+\infty$	0	$+\infty$	

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Nhìn vào bảng biến thiên, **chọn đáp án**

D.

Đáp án B sai vì hàm số không xác định tại $x = 0$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
y'			0	
y	$-\infty$	0	0	$-\infty$

Cho các mệnh đề sau:

- I. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; -2)$.
 II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 III. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
 IV. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 5)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

Ta thấy nhận xét III đúng, nhận xét I, II, IV sai.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.B. $(4; 6)$.C. $(-1; 5)$.D. $(0; 4)$.**Hướng dẫn giải****Chọn D**

Ta có $y' = -f'(3-x)$

$$y' > 0 \Leftrightarrow f'(3-x) < 0 \Leftrightarrow -1 < 3-x < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 4.$$

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}, f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}, f'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2 \text{ và } f(0) = -1, f(2) = -2.$$

Xét hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$ ta có $g'(x) = -f'(2-x)$.

$$\text{Giải phương trình } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x=0 \\ 2-x=2 \end{cases}.$$

Ta có

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow -f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow 0 < 2-x < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow -f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < 0 \\ 2-x > 2 \end{cases} \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}.$$

$$g(0) = f(2-0) - 2 = f(2) - 2 = -4.$$

$$g(2) = f(2-2) - 2 = f(0) - 2 = -3.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$				-3		$-\infty$

$\swarrow$ -4 $\nearrow$ $\searrow$

Từ bảng biến thiên ta có

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ nên I sai.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ nên II sai.

Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ nên III sai.

Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$ và $g_{CB} = g(0)$ nên IV đúng.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$								$-\infty$

$\nearrow$ 3 $\searrow$ -1 $\nearrow$ 3 $\searrow$

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Với $u = x^2 - 2$ ta có $y = f(u) \Rightarrow y' = u' \cdot f'(u) = 2xf'(x^2 - 2)$.

Theo yêu cầu bài toán ta cần tìm tập nghiệm của bất phương trình:

$$y' = 2xf'(x^2 - 2) < 0 \Leftrightarrow -2x(x^2 - 2 - (-2)) \cdot (x^2 - 2 - 2) \cdot (x^2 - 2 - 0) < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x < -\sqrt{2} \\ 0 < x < \sqrt{2} \end{cases}$$

DẠNG 3: BBT VỚI CỰC TRỊ HÀM SỐ

Câu 20: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		5		1		$+\infty$

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

A. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y								
	$-\infty$		2		1		4	$-\infty$

Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

B. Hàm số có 3 cực tiểu.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu là 0.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta chọn đáp án A.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ và có bảng biến thiên sau.

	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y				1			15		

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 4$.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -15 .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		0		-1		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Khi qua $x = 0$ đạo hàm không đổi dấu nên hàm số không thể đạt cực trị tại $x = 0$.

Vậy khẳng định câu C là sai.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+			-	0	+
y				2		-3	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
- D. Hàm số có đúng một cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy: y' đổi dấu 2 lần, suy ra hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Sai, vì hàm số có 2 cực trị.

Sai, vì hàm số có giá trị cực đại bằng 2.

Sai, vì hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

. Đúng.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+			-	0	+		-
y			1			-1		$+\infty$	

Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. Hàm số có 3 cực trị.
- B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$, cực tiểu tại $x = 0$.
- C. Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$, cực tiểu tại $x = 0$.
- D. Hàm số có GTLN bằng 1 và GTNN bằng -1.

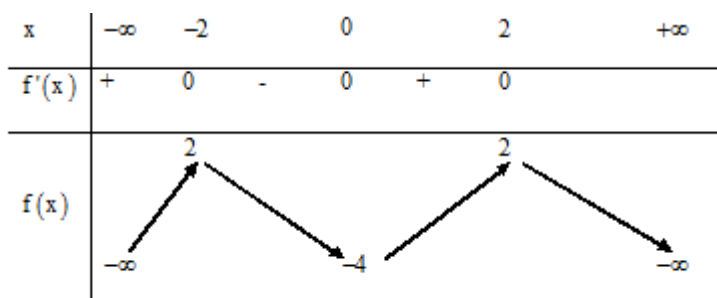
Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+			-	0	+		-
y			1			-1		$+\infty$	

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị



A. 5

B. 6

C. 3

D. 7

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta vẽ lại bảng biến thiên của $|f(x)|$.

x	$-\infty$	x_1	-2	x_2	0	x_3	2	x_4	$+\infty$
$ f(x) $	$+\infty$		2		4		2		$+\infty$
		0		0		0		0	

Từ bảng biến thiên này hàm số $y = |f(x)|$ có 7 cực trị.**Câu 27:** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$?I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Ở đây bài toán cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ nhưng yêu cầu xét tính đúng sai của hàm số $y = g(x)$. Muốn thế ta phải lập bảng biến thiên hàm số $y = g(x)$. Trước hết phải tính đạo hàm và xét dấu đạo hàm của hàm số $y = g(x)$ theo hàm số $y = f(x)$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}, f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}, f'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2 \text{ và } f(0) = -1, f(2) = -2.$$

Xét hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$ ta có $g'(x) = -f'(2-x)$.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
C. Hàm số không xác định tại $x = -1$.

- B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0 .
D. Hàm số có đúng hai cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Nhìn BBT ta thấy $y = -1$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Cực đại của hàm số là 4 .
C. $\max_{\mathbb{R}} y = 4$.

- B. Cực tiểu của hàm số là 3 .
D. $\min_{\mathbb{R}} y = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

Câu 31: Hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ cho trong hình bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng?

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y	0		5		1		4

A. $M = f(-1)$.

B. $M = f(3)$.

C. $M = f(2)$.

D. $M = f(0)$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\min_{(-1; +\infty)} f(x) = f(0)$

B. $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$

C. $\max_{(-1; 1]} f(x) = f(0)$

D. $\min_{(-\infty; -1)} f(x) = f(-1)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có trong khoảng $(0; +\infty)$ hàm số có duy nhất một điểm cực trị và điểm đó là điểm cực đại của đồ thị hàm số. Vậy trong khoảng $(0; +\infty)$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$ hay $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(1)$.

DẠNG 5: BBT VỚI TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	2	$+\infty$	-2

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có.

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang.
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \Rightarrow x = 2$ là tiệm cận đứng.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$	0	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

D. Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ nên hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$	$+$
y	4	$+\infty$	2	$+\infty$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là

A. không tồn tại tiệm cận đứng.

B. $x = -2$.C. $x = 1$.D. $x = -2$ và $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = +\infty$ nên $x = -2$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên:

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$		
y'		-	-	0	+	+	
y	1		-1	5	$+\infty$	-4	-1

- A. Đường thẳng $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
 B. Đường thẳng $y = -1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
 C. Đường thẳng $x = 3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
 D. Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 3^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 3$.

Câu 37: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	-		-	0	+	+
y	$+\infty$ 	$+\infty$ 	0 	$+\infty$	$-\infty$ 	-1

Gọi k, l lần lượt là số

đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x) - 2018}$. Tính $k + l$.

- A. $k + l = 2$. B. $k + l = 3$. C. $k + l = 4$. D. $k + l = 5$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		0		$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x) - 2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta thấy $f(x) = 2$ có 3 nghiệm $\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(3-x) - 2}$ có 3 tiệm cận đứng.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$	-2	-1	$+\infty$	0

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x) = -\frac{3}{2}$ có hai nghiệm phân biệt a và b (với $a < 0$ và $0 < b < 1$).

Nên, tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ là $\mathbb{R} \setminus \{1; a; b\}$.

Ta có

$$\square \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{1}{2f(x)+3} = -\infty;$$

$$\square \lim_{x \rightarrow b^-} \frac{1}{2f(x)+3} = +\infty;$$

$$\square \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{2f(x)+3} = 0;$$

$$\square \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{2f(x)+3} = 0.$$

Do đó, đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:.

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	3	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào BBT, phương trình $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng $(-\infty; -2)$

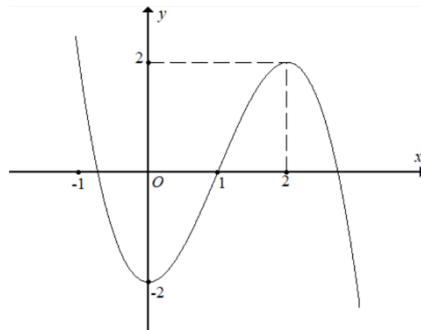
, $(-2; 1)$, $(1; 2)$, $(2; +\infty)$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHỦ ĐỀ 2: ĐỒ THỊ HÀM SỐ

DẠNG 1: ĐỒ THỊ VỚI SỰ ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

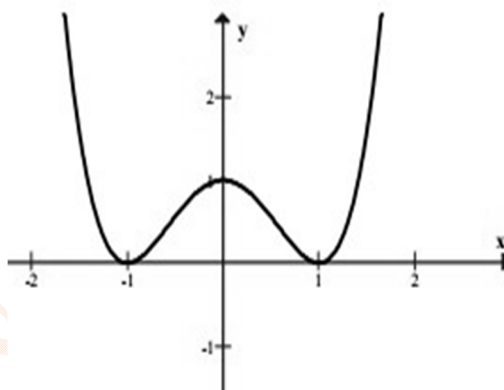
A. $(0; 2)$ B. $(-2; 2)$ C. $(2; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; 0)$.B. $(-\infty; -1)$.C. $(1; +\infty)$.D. $(-1; 1)$.

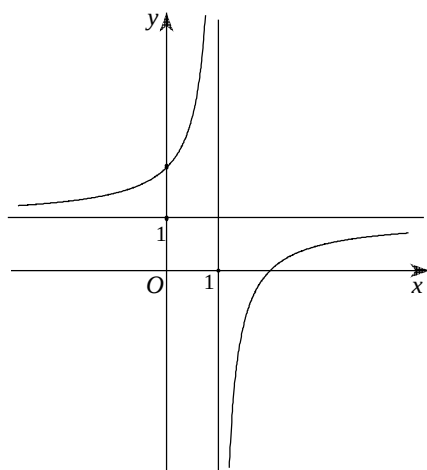
Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(1; +\infty)$ và $(-1; 0)$.

Vậy chỉ có phương án C thỏa mãn.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Xét các mệnh đề sau:

- a) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 - b) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
 - c) Hàm số đồng biến trên tập xác định.
- Số các mệnh đề đúng là:

A. 2.

B. 1.

C. 0.

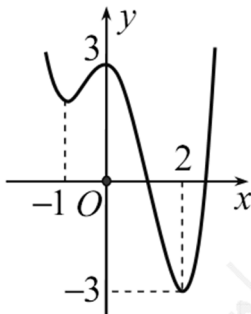
D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



A. Đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Nghịch biến trên khoảng $(-3; 0)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

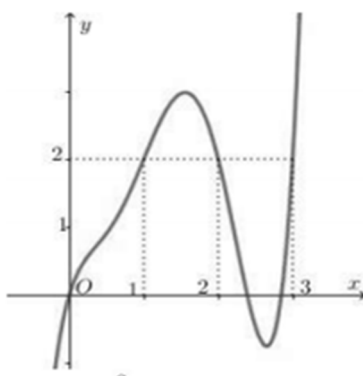
D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy trong khoảng $(-1; 0)$ thì đồ thị là một đường đi lên.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $h(x) = 3x - f(x)$. Hãy so sánh $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$?



A. $h(1) < h(2) < h(3)$.

B. $h(2) < h(1) < h(3)$.

C. $h(3) < h(2) < h(1)$.

D. $h(3) = h(2) < h(1)$.

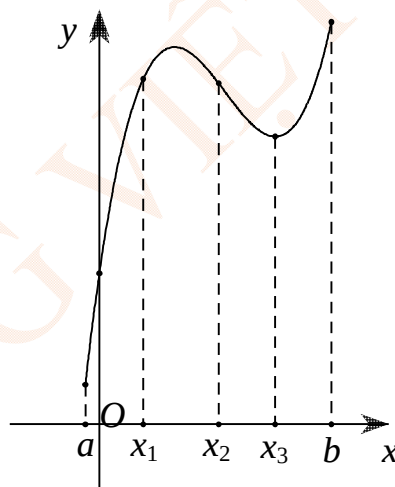
Hướng dẫn giải**Chọn A**

Dựa vào đồ thị ta có: $f(1) = f(2) = f(3) = 2$.

$$h(x) = 3x - f(x) \Rightarrow h(1) = 3 \cdot 1 - 2 = 1, h(2) = 3 \cdot 2 - 2 = 4, h(3) = 3 \cdot 3 - 2 = 7.$$

$$\Rightarrow h(1) < h(2) < h(3).$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trong khoảng $(a; b)$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là **sai**?



A. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a; b)$.

B. $f'(x_1) > 0$.

C. $f'(x_2) > 0$.

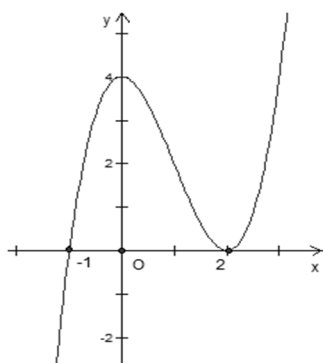
D. $f'(x_3) = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại x' , $x' \in (x_1; x_2)$, đạt cực tiểu tại x_3 , và hàm số đồng biến trên các khoảng $(a; x')$, $(x_3; b)$, hàm số nghịch biến trên $(x'; x_3)$; đồ thị hàm số không bị "gãy" trên $(a; b)$.

Vì $x_2 \in (x'; x_3)$ nên $f'(x_2) < 0$, do đó mệnh đề C sai.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(1; +\infty)$.B. $(-1; 0)$.C. $(-2; 1)$.D. $(0; 1)$.**Hướng dẫn giải****Chọn D**

Từ đồ thị ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Xét hàm số $y = f(2 - x^2)$ ta có $y' = -2xf'(2 - x^2)$.

Để hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến thì $-2xf'(2 - x^2) > 0 \Leftrightarrow xf'(2 - x^2) < 0$. Ta có các trường hợp sau:

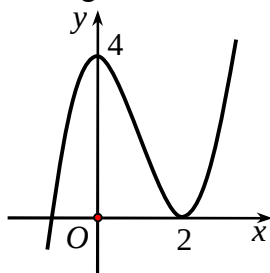
$$\text{TH1: } \begin{cases} x > 0 \\ f'(2 - x^2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 0 < 2 - x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{2}.$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} x < 0 \\ f'(2 - x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} 2 - x^2 > 2 \Leftrightarrow x < \sqrt{2} \\ 2 - x^2 < 0 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(2 - x^2)$ đồng biến trên các mỗi khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.

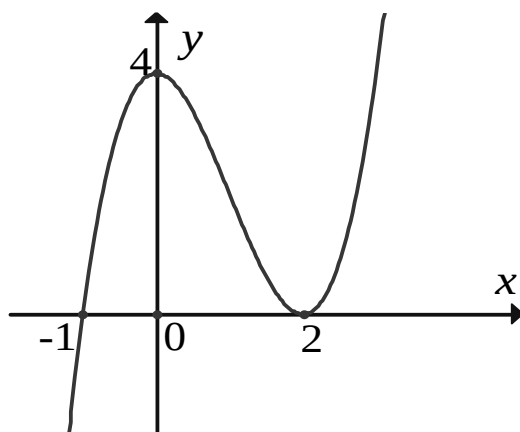
Câu 48: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 + x + 2})$.

Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.B. $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.C. $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(\frac{-1}{2}; 0)$.D. $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

DẠNG 2: ĐỒ THỊ VỚI CỰC TRỊ HÀM SỐ

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

T?p h?p 1

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

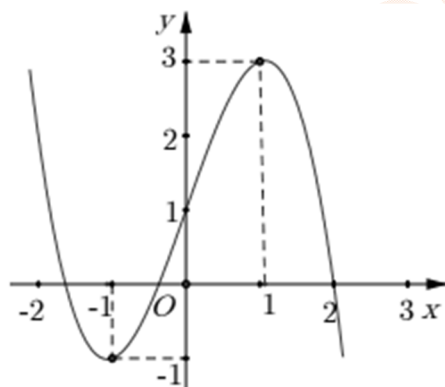
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$. Do đó chọn B.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số có giá trị cực đại bằng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. -1.

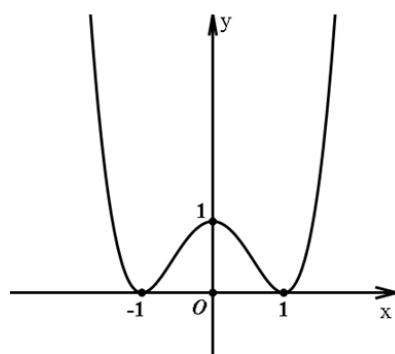
Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow$ hàm số có giá trị cực đại bằng $y(1) = 3$.

Câu 51: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x = -1$.

B. $x = 0$.

C. $y = 0$.

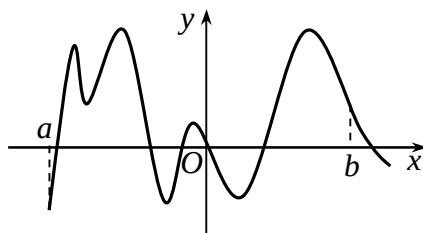
D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Câu 52: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a; b)$?



A. 2.

B. 3.

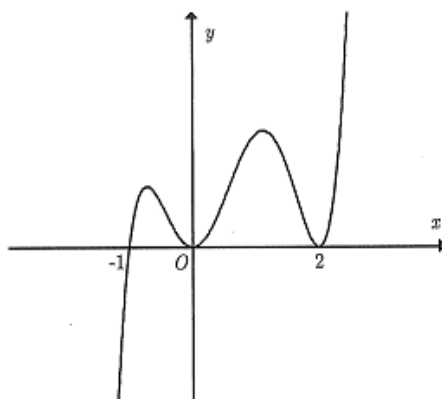
C. 4.

D. 7.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực tiểu trên khoảng $(a; b)$

Câu 53: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K . Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $f(x)$ trên khoảng K . Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên là:



A. 0.

B. 3.

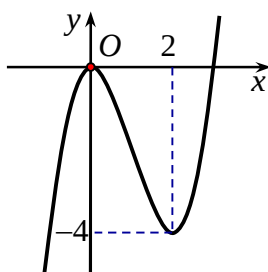
C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có một nghiệm đơn (và hai nghiệm kép) nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua nghiệm đơn này. Do đó suy ra hàm số $f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 54: Biết rằng hàm số $f(x)$ có đồ thị được cho như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x)]$.



A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải**Chọn C**

Xét hàm số $y = f[f(x)]$, $y' = f'(x) \cdot f'[f(x)]$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = a \in (2; +\infty) \\ x = b \in (a; +\infty) \end{cases}$$

Với $x > b$, ta có $f(x) > 2 \Rightarrow f'[f(x)] > 0$

Với $a < x < b$, ta có $0 < f(x) < 2 \Rightarrow f'[f(x)] < 0$

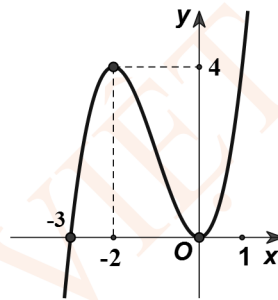
Với $0 < x < a$ hoặc $x < 0$, ta có $f(x) < 0 \Rightarrow f'[f(x)] > 0$

BBT:

x	$-\infty$		0		2		a		b		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	0	+	
y											

Dựa vào BBT suy ra hàm số $y = f[f(x)]$ có bốn điểm cực trị.

Câu 55: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có dạng như hình vẽ:



Hỏi đồ thị hàm số $y = |x^3 + 3x^2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

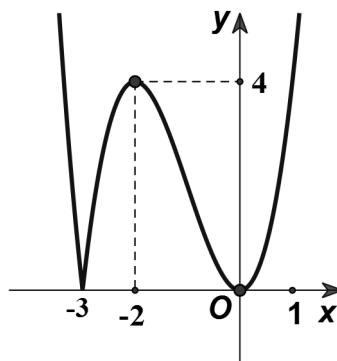
D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

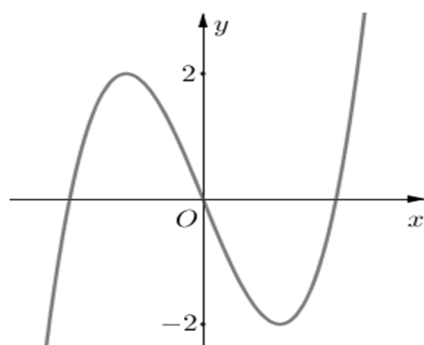
$$\text{Ta có: } y = |x^3 + 3x^2| = \begin{cases} x^3 + 3x^2 & \text{khi } x^3 + 3x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3 \\ -x^3 - 3x^2 & \text{khi } x^3 + 3x^2 < 0 \Leftrightarrow x < -3 \end{cases} = \begin{cases} x^3 + 3x^2 & \text{khi } x \geq -3 \\ -x^3 - 3x^2 & \text{khi } x < -3 \end{cases}$$

Nên ta lấy phần đối xứng của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ khi $x < -3$.



Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 56: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3.

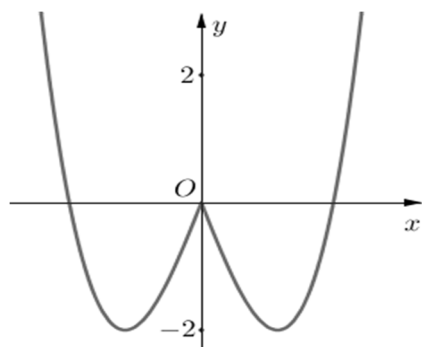
B. 1.

C. 2.

D. 5.

Hướng dẫn giải

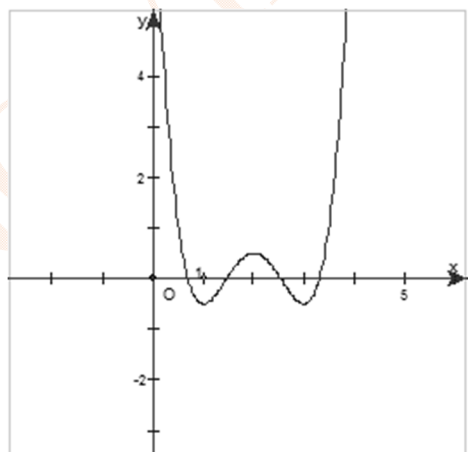
Chọn A



Giữ nguyên phần đồ thị bên phải trục Oy

Lấy đối xứng phần đồ thị nằm trên phải trục Oy qua Oy ta được đồ thị hàm $y = f(|x|)$. Vậy hàm số $y = f(|x|)$ có 3 cực trị.

Câu 57: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x-1)|$.



A. 7.

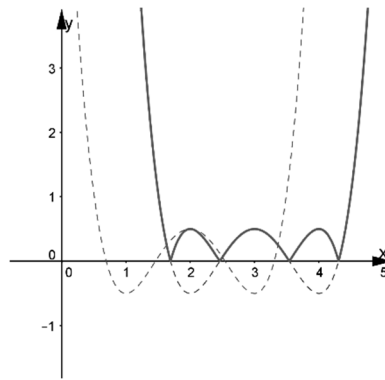
B. 9.

C. 5.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Tính tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $f(x-1)$.

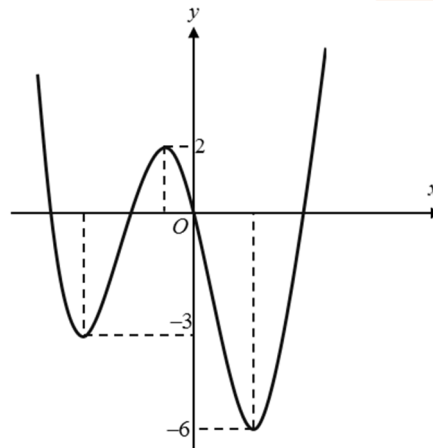
Đồ thị của hàm số $y = |f(x-1)|$ là gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $f(x-1)$ nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành của đồ thị hàm $f(x-1)$ qua trục Ox .

Suy ra: Đồ thị của hàm số $y = |f(x-1)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 58: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left| f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: hàm số $y = f(x+2018)$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y = f(x)$ tịnh tiến sang trái 2018 đơn vị;

Hàm số $y = f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y = f(x+2018)$ tịnh tiến lên trên $\frac{1}{3}m^2$ đơn vị.

Hàm số $y = \left| f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có đồ thị gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2$ phần phía trên Ox .

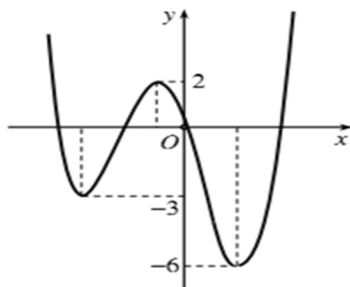
+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2$ phía dưới trục Ox qua Ox .

Đề đồ thị hàm số $y = \left| f(x+2018) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow 3 \leq \frac{1}{3}m^2 < 6 \Leftrightarrow 9 \leq m^2 < 18$

$\Leftrightarrow 3 \leq m < 3\sqrt{2}$ (do $m \in \mathbb{Z}^+$) suy ra: $m \in \{3; 4\} \Rightarrow S = \{3; 4\}$.

Vậy tổng cần tìm bằng 7.

Câu 59: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng



A. 12.

B. 15.

C. 18.

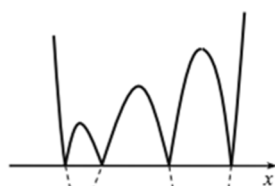
D. 9

Hướng dẫn giải

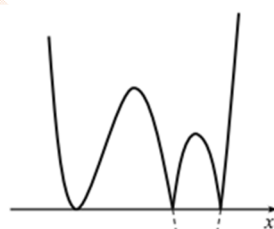
Chọn A

Nhận xét: Số giao điểm của $(C): y = f(x)$ với Ox bằng số giao điểm của $(C'): y = f(x-1)$ với Ox

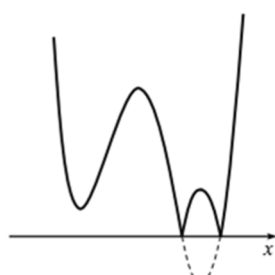
Vì $m > 0$ nên $(C''): y = f(x-1) + m$ có được bằng cách tịnh tiến $(C'): y = f(x-1)$ lên trên m đơn vị.



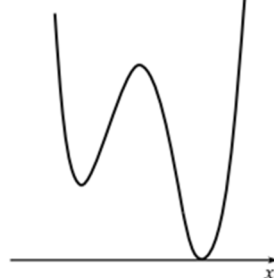
TH1: $0 < m < 3$



TH2: $m = 3$



TH3: $3 < m < 6$



TH4: $m \geq 6$

TH1: $0 < m < 3$. Đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị. Loại.

TH2: $m = 3$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

TH3: $3 < m < 6$. Đồ thị hàm số có 5 điểm cực trị. Nhận.

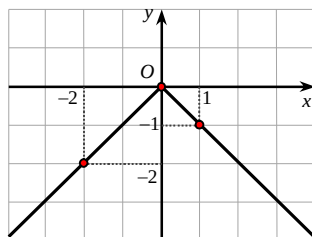
TH4: $m \geq 6$. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Loại.

Vậy $3 \leq m < 6$. Do $m \in \mathbb{Z}^*$ nên $m \in \{3; 4; 5\}$

Vậy tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng 12.

DẠNG 3: ĐỒ THỊ VỚI GTLN, GTNN CỦA HÀM SỐ

Câu 60: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



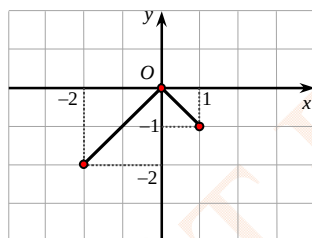
Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là $f(-2)$, $f(0)$.
- B. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ lần lượt là $f(-2)$, $f(1)$.
- C. Hàm số không có cực trị.
- D. Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$,

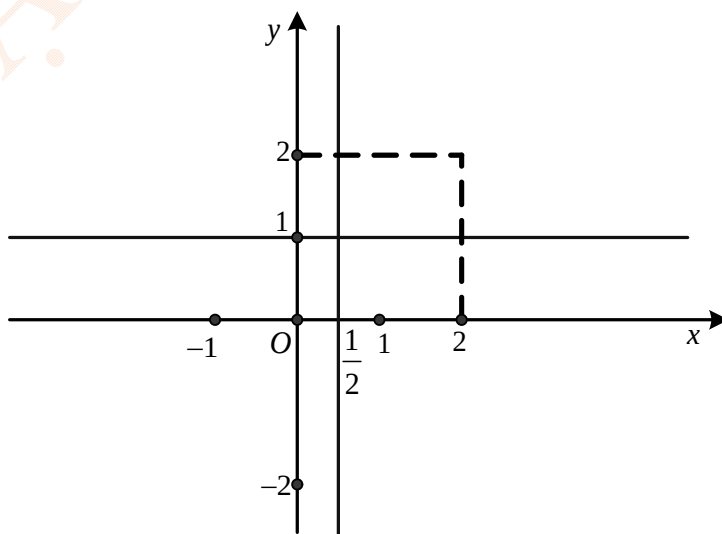


ta có bảng biến thiên

x	-2	0	1
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	$f(-2)$	$f(0)$	$f(1)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max_{[-2; 1]} f(x) = f(0)$; $\min_{[-2; 1]} f(x) = f(-2)$.

Câu 61: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\max_{[1;2]} f(x) = 2$.

B. $\max_{[-2;1]} f(x) = 0$.

C. $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$.

D. $\max_{[3;4]} f(x) = f(4)$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy: Đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và

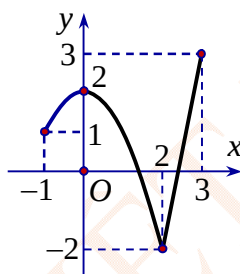
$\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Trên $[1; 2]$ hàm số liên tục và $f(1) > f(2) = 2$ nên loại A. Trên $[-2; 1]$ hàm số gián đoạn tại $x = \frac{1}{2}$ nên loại

B. Trên $[3; 4]$ hàm số liên tục và $f(3) > f(4)$ nên loại

D. Trên đoạn $[-3; 0]$ hàm số liên tục và $f(-3) > f(0)$ nên $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$.

Câu 62: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng



A. 0.

B. 1.

C. 4.

D. 5.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

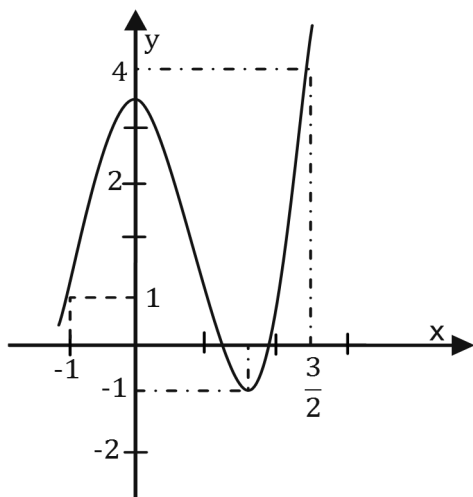
Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ ta có:

$$M = \max_{[-1;3]} y = f(3) = 3 \text{ và } m = \min_{[-1;3]} y = f(2) = -2$$

Khi đó $M - m = 5$.

Câu 63: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.

Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$ là



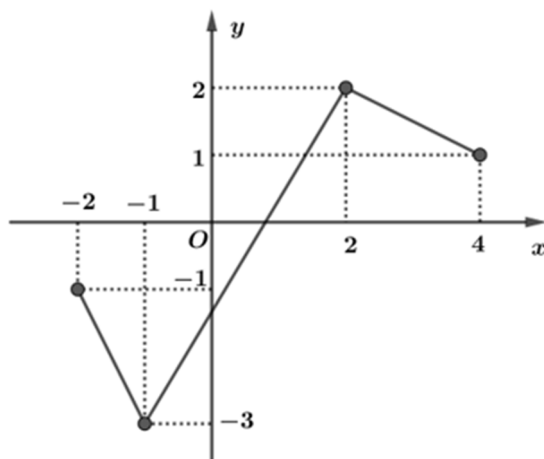
A. $M + m = \frac{7}{2}$.

B. $M + m = -3$

C. $M + m = \frac{5}{2}$

D. $M + m = 3$

Câu 64: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max_{[-2; 4]} |f(x)|$.



A. $|f(0)|$.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có: $\max_{[-2; 4]} f(x) = 2$ khi $x = 2$ và $\min_{[-2; 4]} f(x) = -3$ khi $x = -1$.

Vậy $\max_{[-2; 4]} |f(x)| = 3$ khi $x = -1$.

DẠNG 4: ĐỒ THỊ VỚI TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 65: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là.

A. $x = -1$ và $y = 2$.

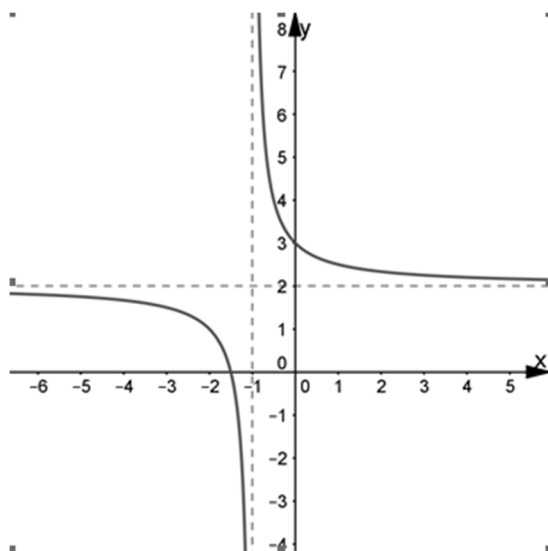
B. $x = 1$ và $y = 2$.

C. $x = -1$ và $y = -2$.

D. $x = 1$ và $y = -2$.

Hướng dẫn giải

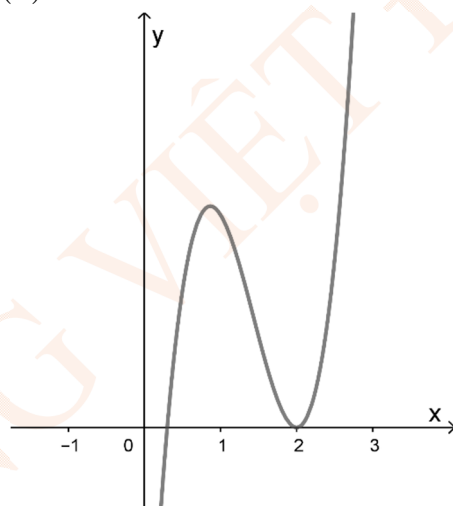
Chọn A



Nhìn vào đồ thị ta suy ra ngay tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng $x = -1$; $y = 2$

Câu 66: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x+1}}{(x^4 - 5x^2 + 4) \cdot f(x)}$$
 có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Quan sát đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x_0 \in (0; 1)$, có hệ số $a > 0$ và tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2. Từ đó suy ra $f(x) = a(x - x_0)(x - 2)^2$.

Suy ra $g(x) = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x+1}}{(x^4 - 5x^2 + 4) \cdot f(x)} = \frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2x+1}}{(x^4 - 5x^2 + 4) \cdot a(x - x_0)(x - 2)^2}$ xác định trên

$$D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{x_0, 1, 2\} \text{ và } g(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{a(x+1)(x+2)(x-2)^2(x-x_0)}.$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow x_0^+/-} g(x) = \pm\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^+/-} g(x) = \pm\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$ hữu hạn nên hàm số có 2 tiệm cận đứng là $x = x_0$ và $x = 2$.

DẠNG 5: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ CỦA CÁC HÀM SỐ

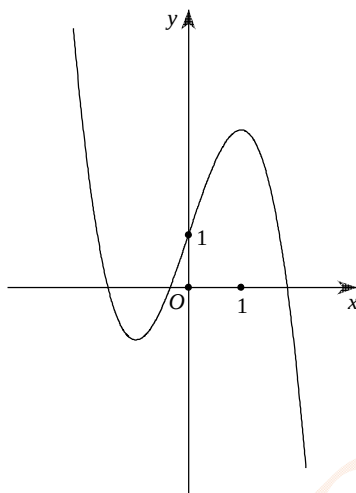
Câu 67: Đường cong bên dưới là đồ thị hàm số nêu dưới đây.

A. $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

B. $y = -x^3 - 2x^2 + x - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.

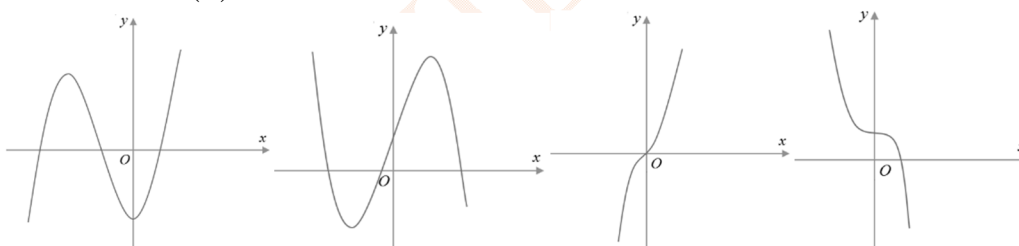


Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a < 0$, do đó loại đáp án **A** và **D**. Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên $d = 1$, do đó loại đáp án **B**.

Câu 68: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và các hình vẽ dưới đây.



Hình (I) Hình (II) Hình (III) Hình (IV)

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình **(IV)** khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình **(III)** khi $a > 0$ và $f'(x) = 0$ vô nghiệm.

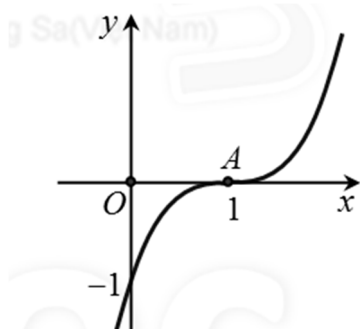
C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình **(I)** khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là hình **(II)** khi $a < 0$ và $f'(x) = 0$ có nghiệm kép.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 69: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?

A. $y = (x+1)^3$.

B. $y = (x-1)^3$.

C. $y = x^3 + 1$.

D. $y = x^3 - 1$.

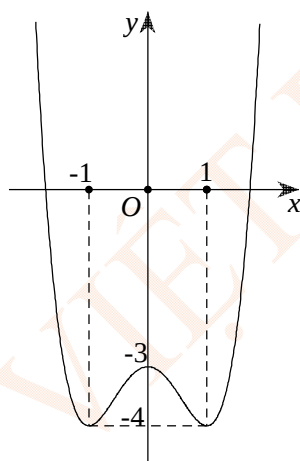
Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f(0) = -1$ (loại đáp án $y = x^3 + 1$ và $y = (x+1)^3$).

Đồ thị hàm số có điểm uốn $I(1;0)$ nên $x=1$ là một nghiệm của phương trình $y'' = 0$ (loại $y = x^3 - 1$).

Câu 70: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

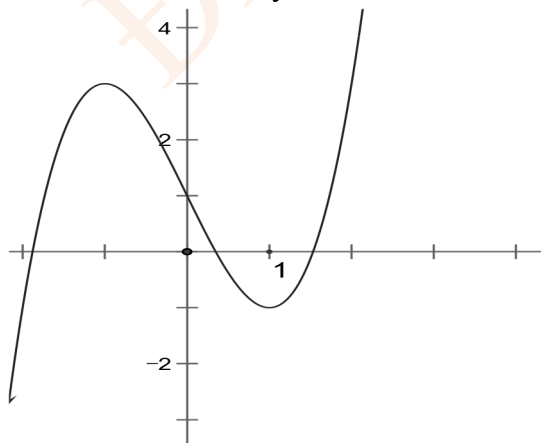
Hướng dẫn giải

Chọn B

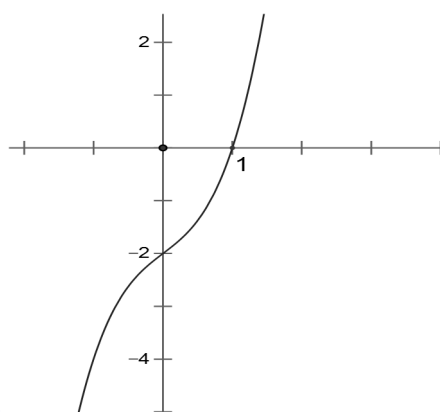
Theo hình vẽ, đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$, loại đáp án C, D.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab < 0$, loại đáp án A.

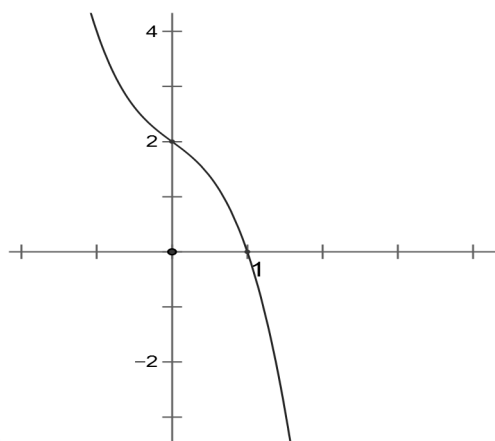
Câu 71: Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$.



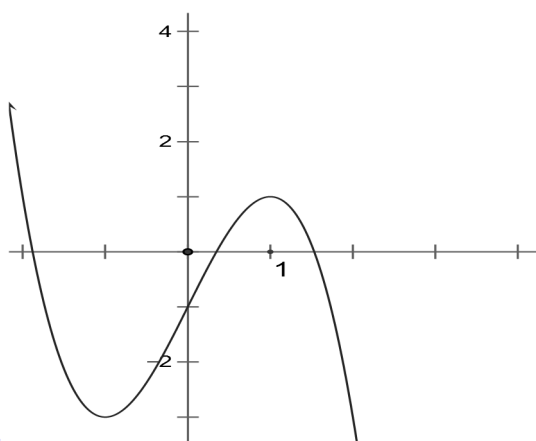
A.



B.



C.



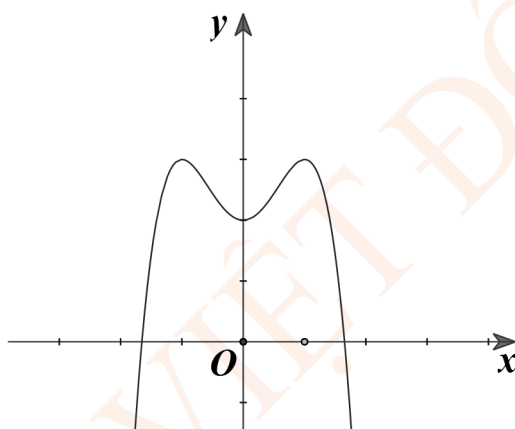
D.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$y' = 3x^2 + 1 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 72: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

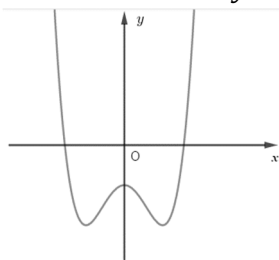
D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

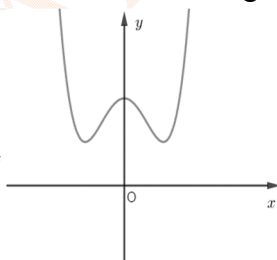
Từ đồ thị và các phương án lựa chọn ta thấy, hình dạng trên là dạng đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a < 0$. Do đó chỉ có phương án C. thỏa mãn.

Câu 73: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có dạng đồ thị nào trong các đồ thị sau đây ?



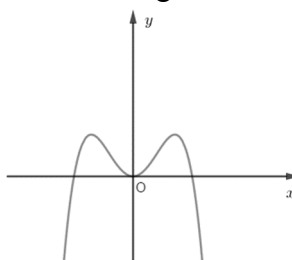
Hình 1

A. 2.



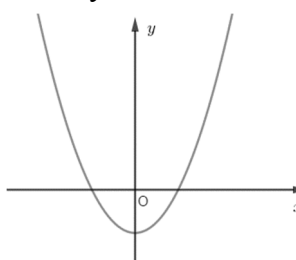
Hình 2

B. 4.



Hình 3

C. 1.



Hình 4

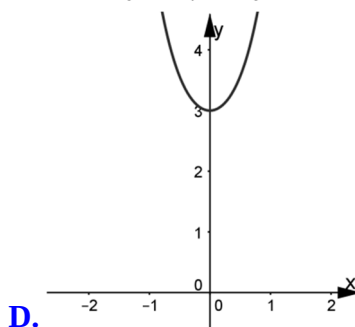
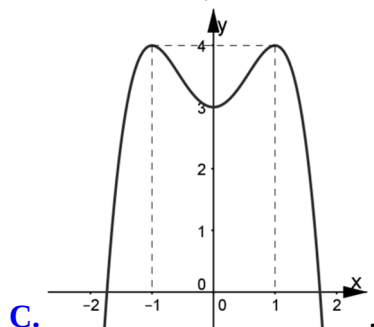
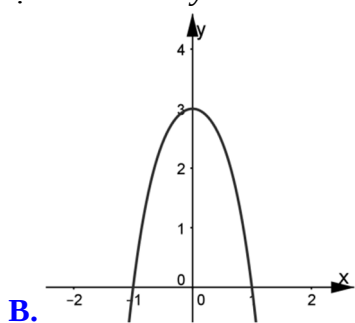
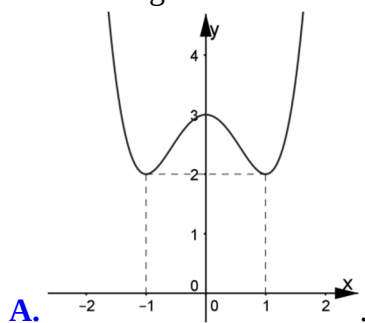
D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ có $a = 1 > 0$; $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $\begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$ và đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0; -1)$ nên hàm số có dạng đồ thị số 1.

Câu 74: Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



Hướng dẫn giải

Chọn C

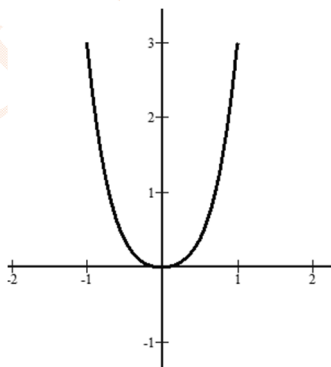
* Vì hệ số $a = -1 < 0$ nên loại **A, D**.

Ta có: $y' = -4x^3 + 4x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 0 \end{cases}$$

Do đó hàm số có ba cực trị.

Câu 75: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = x^2$.

B. $y = -x^4 + 4x^2$.

C. $y = 3x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = 2x^4 + x^2$.

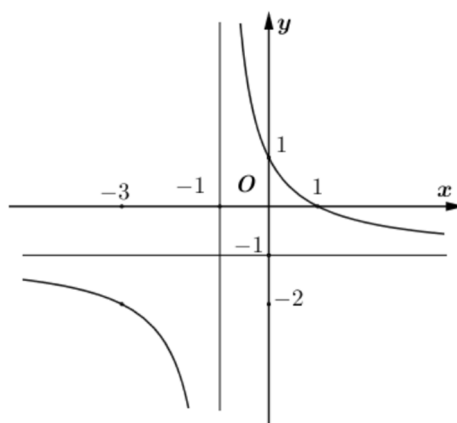
Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường cong trên đi qua điểm $(0; 0)$ và $(1; 3)$ và có bề lõm hướng lên nên $a > 0$.

Vậy đồ thị của hàm số $y = 2x^4 + x^2$ thỏa yêu cầu.

Câu 76: Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



A. $y = \frac{-x}{x+1}$.

B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

C. $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$.

D. $y = \frac{-x+2}{x+1}$.

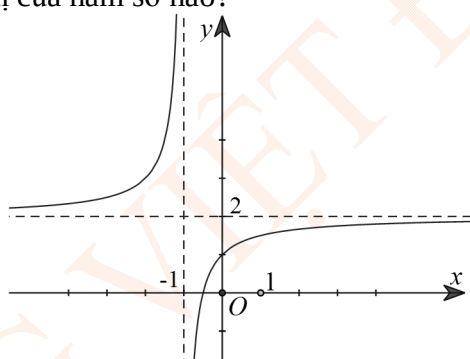
Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ:

□ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = -1$. Vậy loại phương án C.□ Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 1$. Vậy loại phương án A, D.

Vậy ta chọn phương án B.

Câu 77: Đồ thị (hình bên) là đồ thị của hàm số nào?

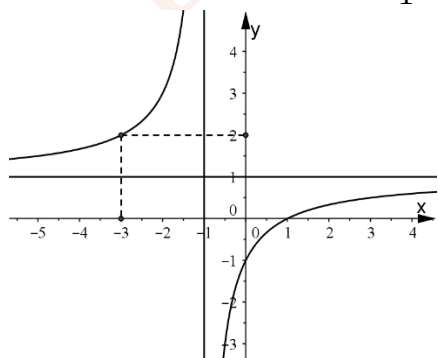
A. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

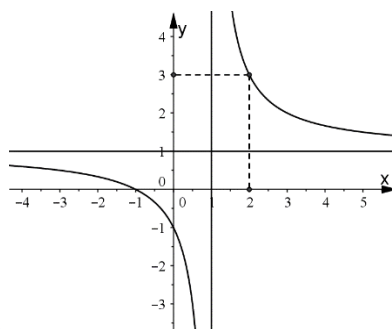
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

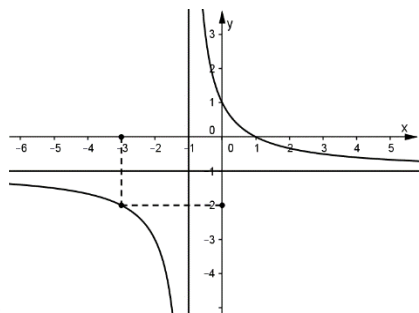
Hướng dẫn giải

Chọn BDựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng $x = -1$ và đường tiệm cận ngang $y = 2$ nên chọn phương án B.**Câu 78:** Tìm đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ trong các đồ thị hàm số dưới đây:

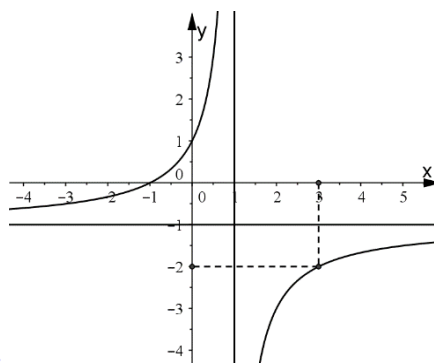
A.



B.

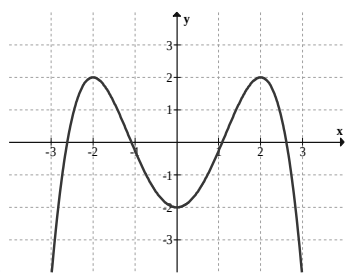


C.

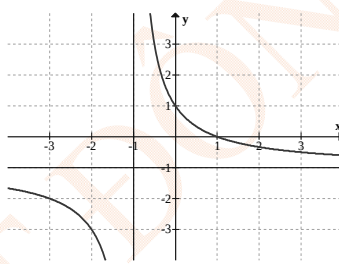


D.

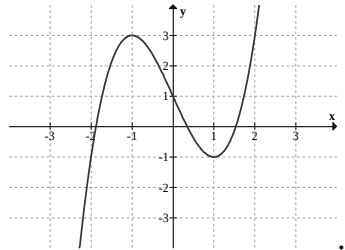
Hướng dẫn giải

Chọn DTiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=-1$.**Câu 79:** Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 1$?

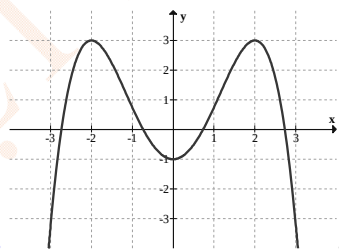
A.



B.



C.



D.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có B là đồ thị hàm bậc 3, C là đồ thị hàm phân thức.

Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 1$ cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -1 nên loại D.

DẠNG 6: XÉT DẤU CÁC HỆ SỐ DỰA VÀO BBT VÀ ĐỒ THỊ**Phương pháp:**

Để xét được hệ số của hàm số bậc 3 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$), hàm số bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$), hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ta cần phải nắm chắc được hình dạng các đồ thị đã được học (đã tổng hợp phần thứ nhất). Ngoài ra, với từng hàm số cụ thể ta cần xét hệ số theo các tiêu chí sau:

*** Hàm số bậc 3** $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c \quad ; \Delta_{y'} = b^2 - 3ac$$

+ Hệ số a :

Dựa vào hướng đi lên của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực $\Rightarrow a > 0$

Dựa vào hướng đi xuống của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực $\Rightarrow a < 0$

+ Hệ số d :

Dựa vào giao với trục tung : - Giao điểm nằm trên trục Ox : $d > 0$

- Giao điểm nằm dưới trục Ox : $d < 0$

- Giao điểm nằm tại trục Ox : $d = 0$

+ Hệ số b : Dựa vào điểm uốn $x_0 = -\frac{b}{3a}$ (dấu a) suy ra dấu b

+ Hệ số c : Dựa vào cực trị:

- Nếu không có cực trị $3ac \geq b^2$ (dấu a, b) suy ra dấu c

- Nếu có hai cực trị $x_{CB}, x_{CT} = \frac{c}{a}$ (dấu a) suy ra dấu c

*** Hàm số bậc 4 trùng phương** $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

$$y' = 4ax^3 + 2bx = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-b}{2a} \end{cases}$$

+ Hệ số a :

Dựa vào hướng đi lên của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực suy ra $a > 0$

Dựa vào hướng đi xuống của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực suy ra $a < 0$

+ Hệ số c :

Dựa vào giao với trục tung : - Giao điểm nằm trên trục Ox : $c > 0$

- Giao điểm nằm dưới trục Ox : $c < 0$

- Giao điểm nằm tại trục Ox : $c = 0$

+ Hệ số b : Dựa vào cực trị

- Nếu có 1 cực trị $a.b \geq 0$ (dấu a) suy ra dấu b

- Nếu có 3 cực trị $a.b \leq 0$ (dấu a) suy ra dấu b

*** Hàm số** $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad - bc \neq 0; c \neq 0$)

$$y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$$

+ Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục Ox suy ra dấu ab (1)

+ Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục Oy suy ra dấu db (2)

+ Dựa vào TCN: $y = \frac{c}{a}$ suy ra dấu ac (3)

+ Dựa vào TCD: $x = \frac{-d}{c}$ suy ra dấu cd (4)

+ Dựa vào tính đơn điệu :

- Đồng biến $ad - bc > 0$

- Nghịch biến $ad - bc < 0$

Từ (1) : (3) suy ra dấu $b.c$

Từ (2) : (4) suy ra dấu $b.c$

Từ (1):(2) suy ra $a.d$

Câu 80: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		-2		$+\infty$

Xác định dấu của a và d ?

A. $a > 0, d < 0$.

B. $a < 0, d = 0$.

C. $a < 0, d > 0$.

D. $a > 0, d > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

Từ bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = -1$ và $x = 3$.

$$\text{Do đó } y' = 3ax^2 + 2bx + c = 3a(x+1)(x-3)$$

$$\Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 3ax^2 - 6ax - 9a$$

$$\Rightarrow b = -3a \text{ và } c = -9a.$$

$$\text{Tại } x = -1 \text{ thì } y = 2 \text{ cho nên } \Rightarrow -a + b - c + d = 2 \Leftrightarrow 5a + d = 2 \quad (1)$$

$$\text{Tại } x = 3 \text{ thì } y = -2 \text{ cho nên } \Rightarrow 27a + 9b + 3c + d = -2 \Leftrightarrow -27a + d = -2 \quad (2)$$

Giải hệ phương trình $\{(1), (2)\}$ ta thu được nghiệm $a > 0$ và $d > 0$.

☐ Chọn phương án D

Câu 81: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$

B. $a > 0, b > 0, c > 0$

C. $a > 0, b < 0, c < 0$

D. $a < 0, b < 0, c > 0$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào hướng đi lên của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực $\Rightarrow a > 0$

Dựa vào giao với trục tung: - Giao điểm nằm trên trục Ox: $c > 0$

Dựa vào đồ thị có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a, b \leq 0 \Rightarrow b > 0$

Câu 82: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		$+$	$+$
y	2	$+\infty$ $-\infty$	2

Xét các mệnh đề:

(1) $c = 1$

(2) $a = 2$

(3) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

(4) Nếu $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ thì $b = 1$

Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương pháp: Dựa vào BBT để kết luận tính đơn điệu của hàm số và suy ra các giá trị a, c tương ứng.

Cách giải: TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{c} \right\}$

Ta có: $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}$

Ta thấy đồ thị có TĐĐ $x = -1 \Rightarrow -\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow$ Mệnh đề **(1)** đúng.

Hàm số có TCN $y = 2 \Rightarrow \frac{a}{c} = 2 \Leftrightarrow a = 2c = 2 \Rightarrow$ Mệnh đề **(2)** đúng.

Theo BBT ta thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của hàm số.

$y' > 0 \Leftrightarrow a - bc > 0$ (do $(cx+1)^2 > 0 \forall x \in D$)

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty) \Rightarrow$ Mệnh đề **(3)** sử dụng kí hiệu hợp nên sai.

Nếu $y' = \frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow \frac{a-bc}{(cx+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$

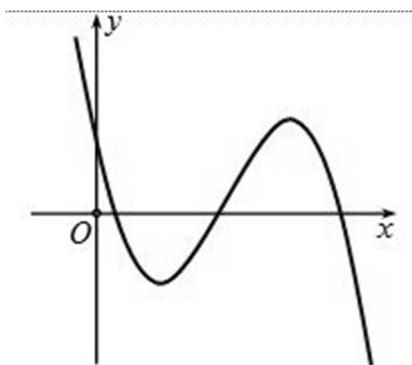
$\Leftrightarrow \frac{2-b}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} \Leftrightarrow 2-b=1 \Leftrightarrow b=1$

$\Rightarrow$ Mệnh đề **(4)** đúng.

Như vậy có 3 mệnh đề đúng.

Chú ý: Học sinh rất dễ nhầm lẫn và sai ở mệnh đề **(3)**. Chú ý khi kết luận khoảng đồng biến và nghịch biến ta dùng và chứ không dùng kí hiệu hợp.

Câu 83: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Hướng dẫn giải

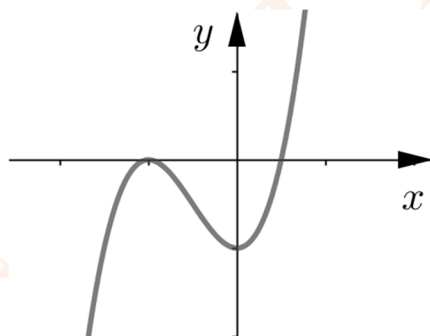
Chọn A

Do đồ thị ở nhánh phải đi xuống nên $a < 0$. Loại phương án **B**.

Do hai điểm cực trị dương nên $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow ab < 0$ và $a < 0 \Rightarrow b > 0$. Loại **C**.

Loại phương án **D**

Câu 84: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c = 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0$

, $c = 0, d < 0$.

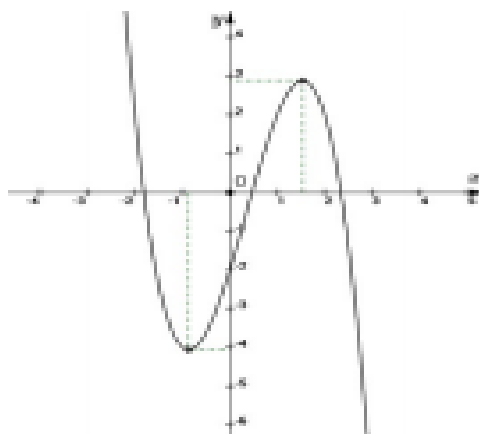
D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra $a > 0$ và $d < 0$, $f'(x) = 0$ có một nghiệm âm và một nghiệm bằng 0 nên suy ra $c = 0$ và $b > 0$.

Câu 85: Hình sau đây là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Hướng dẫn giải

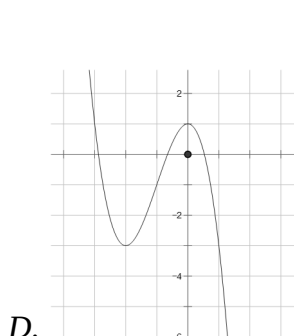
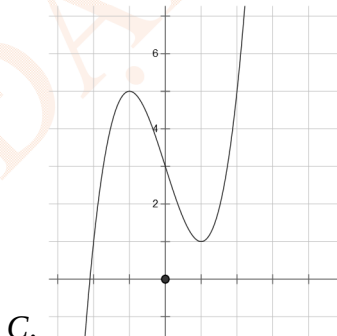
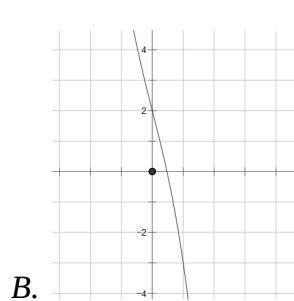
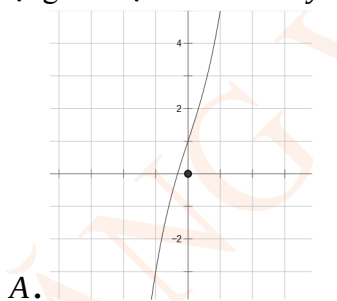
Chọn C

Từ đồ thị dễ thấy $a < 0$. Lại có x_{cd}, x_{ct} là nghiệm của $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ nên theo định lí Viét ta có:

$$x_{cd} \cdot x_{ct} = \frac{c}{3a}; x_{cd} + x_{ct} = -\frac{2b}{3a}.$$

Nhìn vào đồ thị ta thấy $x_{cd} \cdot x_{ct} = \frac{c}{3a} < 0$; $x_{cd} + x_{ct} = -\frac{2b}{3a} > 0$ Do đó $c > 0, b > 0$. Giao với trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

Câu 86: Cho các dạng đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như sau



và các điều kiện.

$$1. \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases} \quad 4. \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}.$$

Hãy chọn sự tương ứng đúng giữa các dạng đồ thị và điều kiện.

A. $A \rightarrow 3; B \rightarrow 4; C \rightarrow 2; D \rightarrow 1$.

B. $A \rightarrow 1; B \rightarrow 2; C \rightarrow 3; D \rightarrow 4$.

C. $A \rightarrow 1; B \rightarrow 3; C \rightarrow 2; D \rightarrow 4$.

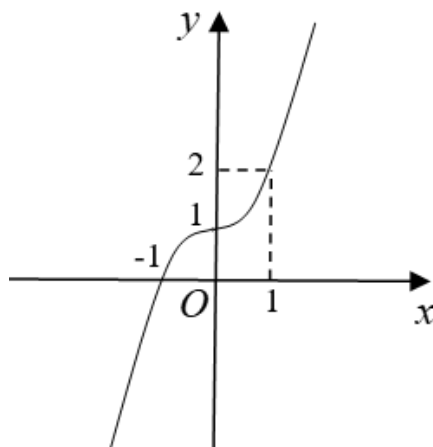
D. $A \rightarrow 2; B \rightarrow 4; C \rightarrow 1; D \rightarrow 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

1. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có chiều đi lên và có 2 cực trị ứng với C.
2. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có chiều đi lên và không có cực trị ứng với A.
3. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có chiều đi xuống và có 2 cực trị ứng với D.

Câu 87: Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



Xét các mệnh đề sau:

(I) $a = -1$. (II) $ad > 0$. (III) $d = -1$. (IV) $a + c = b + 1$.

Tìm số mệnh đề **sai**.

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

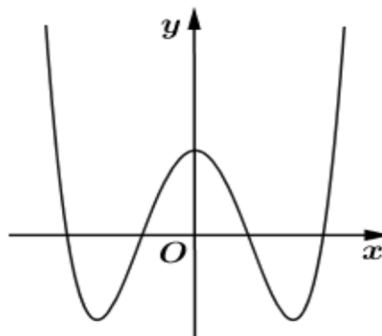
Dựa vào đồ thị ta thấy $a > 0$. Mệnh đề (I) sai.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 1) \Rightarrow d = 1 > 0 \Rightarrow ad > 0$. Mệnh đề (II) đúng, mệnh đề (III) sai.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 0) \Rightarrow a + c = b + 1$. Mệnh đề (IV) đúng.

Vậy có hai mệnh đề sai là (I) và (III).

Câu 88: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



A. $a > 0, b > 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b > 0, c > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

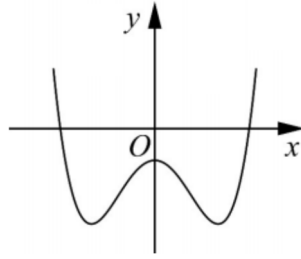
Hướng dẫn giải

Chọn B

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0, b < 0$.

Mặt khác điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

Câu 89: Cho hàm số bậc bốn $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng



- A.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

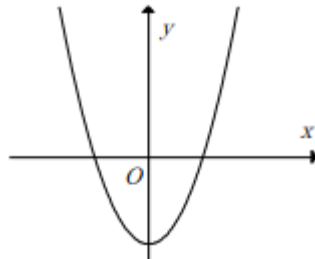
Sử dụng đồ thị tìm các tính chất tham số:

Dựa vào hướng đi lên của đồ thị khi x tiến ra dương vô cực $\Rightarrow a > 0$

ĐTHS cắt Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$

ĐTHS có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$ (vì $a > 0$)

Câu 90: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



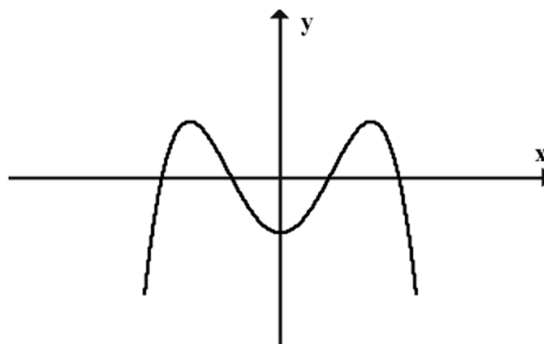
- A.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b \geq 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b \geq 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c \leq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} a > 0 \\ a.b \geq 0 \\ c < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

Câu 91: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ như hình vẽ dưới đây



Dấu của a , b và c là

- A.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

Hướng dẫn giải

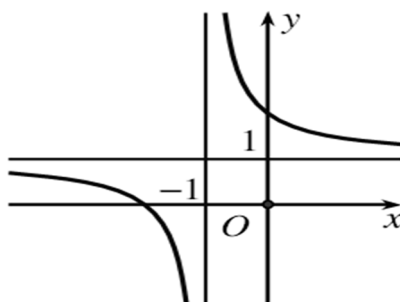
Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta có $a < 0$ và $c < 0$.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên b và a trái dấu $\Rightarrow b > 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 92: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $b < 0 < a$.

B. $0 < a < b$.

C. $a < b < 0$.

D. $0 < b < a$

Hướng dẫn giải

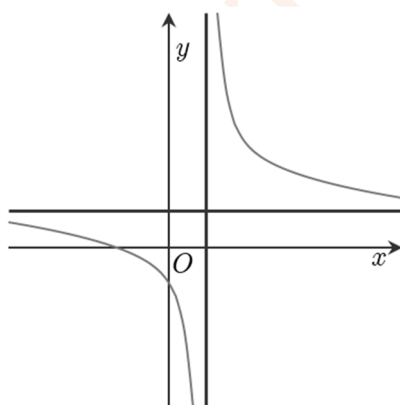
Chọn B

• Từ đồ thị ta thấy:

+ Tiệm cận ngang $y = 1 \Rightarrow a > 0$.

+ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $y' = \frac{a-b}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow a < b$.

Câu 93: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ab < 0, cd < 0$.

B. $bc > 0, ad < 0$.

C. $ac > 0, bd > 0$.

D. $bd < 0, ad > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad - bc < 0$, với mọi $x \neq -\frac{d}{c}$ nên $ad < bc$.

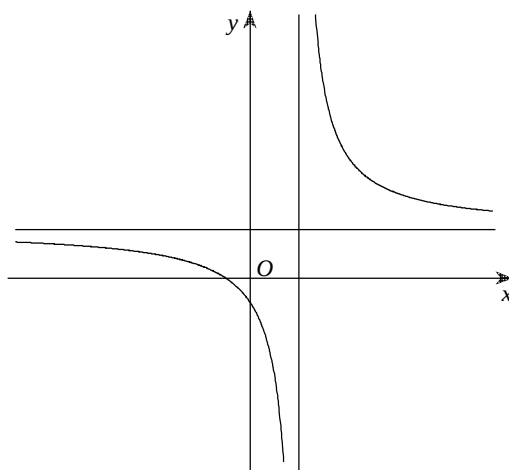
Mặt khác $(C) \cap Ox = A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ và $-\frac{b}{a} < 0$ nên $ab > 0$ (1) $\Rightarrow$ **Loại A**

Và $(C) \cap Oy = B\left(0; \frac{b}{d}\right)$ và $\frac{b}{d} < 0$ nên $bd < 0$ (2) $\Rightarrow$ **Loại C**

Từ (1) và (2) ta có $ad < 0 \Rightarrow$ **Loại D**

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0$ nên $cd < 0$. Suy ra $bc > 0$. **Chọn B**

Câu 94: Cho hàm số $y = \frac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và $a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c - ab < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c - ab < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c - ab < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c - ab > 0$.

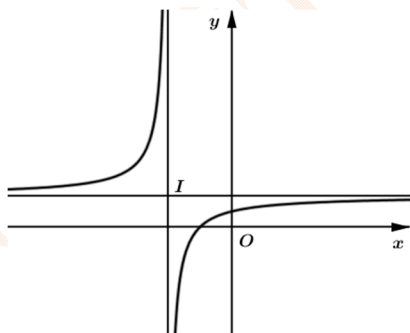
Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = b > 0$, tiệm cận đứng $x = a > 0$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định nên $c - ab < 0$, đáp án B đúng.

Câu 95: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0 > b$.

B. $a > b > 0$.

C. $a < b < 0$.

D. $a < 0 < b$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

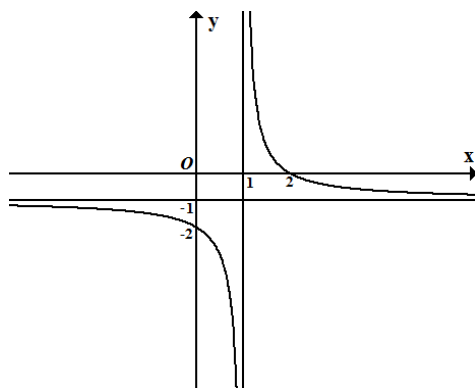
Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = b$. Theo như hình vẽ thì $b < 0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = a$. Theo như hình vẽ thì $a > 0$.

Do đó ta có $a > 0 > b$.

Câu 96: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a - 3b + 2c?$$

A. $T = 12$.B. $T = 10$.C. $T = -9$.D. $T = -7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có $x = 1$ là tiệm cận đứng nên $c = -1$.Đồ thị hàm số có $y = -1$ là tiệm cận ngang nên $a = -1$.Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\frac{b}{c} = -2$ do đó $b = 2$.Vậy $T = a - 3b + 2c = -1 - 3 \cdot 2 + 2(-1) = -9$.**DẠNG 7: XÉT SỰ TƯƠNG GIAO BẰNG BBT VÀ ĐỒ THỊ****Dạng 1 : Dựa vào bảng biến thiên biện luận số nghiệm phương trình.**+) Lập phương trình hoành độ giao điểm dạng $F(x, m) = 0$ (phương trình ẩn x tham số m)+) Cô lập m đưa phương trình về dạng $m = f(x)$ +) Lập BBT cho hàm số $y = f(x)$.+) Dựa và giả thiết và BBT từ đó suy ra m .**Dạng 2 : Dựa vào đồ thị hàm số để biện luận số nghiệm phương trình.**+) Cô lập m hoặc đưa về hàm hằng $y = g(m)$ là đường thẳng song song với trục

+) Từ đồ thị hàm số tìm cực đại, cực tiểu của hàm số (nếu có)

+) Dựa vào số giao điểm của hai đồ thị hàm số ta tìm được giá trị của m theo yêu cầu của bài toán.

+) có những bài toán đưa vào đồ thị hàm ban đầu hoặc hàm liên quan để biện luận số nghiệm phương trình. Do vậy yêu cầu học sinh nắm được các phương pháp suy luận đồ thị.

) Chú ý:** - Sử dụng PP bảng biến thiên và đồ thị hàm số khi m độc lập với x .- Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ **STG SỬ DỤNG BẢNG BIẾN THIÊN*Câu 97:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				1			$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -2 -2

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

A. 4.

C. 2.

B. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải:**Chọn A**

$$\text{Ta có } 2f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{2}.$$

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{3}{2}$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y_{CT} = -2 < -\frac{3}{2} < 1 = y_{CD}$.

Vậy phương trình $2f(x) + 3 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

Câu 98: Tìm m để phương trình $x^3 - 3x + m = 0$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. $-2 \leq m \leq 2$.B. $-2 < m < 2$.C. $-2 < m, m > 2$.D. $-1 < m < 1$.

Phân tích: ta có thể cô lập được m , do vậy dựa bbt ta tìm được pt có 3 nghiệm khi nào.

Hướng dẫn giải:**Chọn B**

$$\text{Ta có } x^3 - 3x + m = 0 \Leftrightarrow m = 3x - x^3.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 3x - x^3 \text{ có } f'(x) = 3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3 \end{cases} \text{ ó ; } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	
y	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của hai đồ thị $y = 3x - x^3, y = m$.

Do đó (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m < 2$

Câu 99: Phương trình $x^3 - 3x = m^2 + m$ có 3 nghiệm phân biệt khi:

A. $-2 < m < 1$ B. $-1 < m < 2$ C. $m < 1$ D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \end{cases}$

Phân tích: ta thấy phương trình xuất hiện bậc 2 với m nhưng ta vẫn cô lập được m , dựa bảng biến thiên hàm số ta tìm được số nghiệm phương trình.

Hướng dẫn giải:**Chọn A**

Xét hàm số: $y = x^3 - 3x$ ta có:

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$+ y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

+ Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

+ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi

$$\begin{cases} m^2 + m > 2 \\ m^2 + m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 1$$

Câu 100: Tìm m để đường thẳng $y = 4m$ cắt đồ thị hàm số $(C): y = x^4 - 8x^2 + 3$ tại 4 phân biệt:

A. $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

B. $m \leq \frac{3}{4}$.

C. $m \geq -\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{13}{4} \leq m \leq \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$y' = 4x^3 - 16x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

Using sign chart

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-13	3	-13	$+\infty$		

Câu 101: Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < 2$.

C. $2 < m < 3$.

D. $m > 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ ta có.

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+ $y' = 4x^3 - 4x$.

+ $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

+ Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				2			$+\infty$
					</			

+ Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $1 < m < 2$.

Câu 102: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -1

Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t = 2 - x$ thì phương trình $f(2-x)-1=0$ trở thành $f(t)=1$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(t)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Mà mỗi giá trị của t cho duy nhất một giá trị của x ($x = 2 - t$).

Vậy phương trình $f(2-x)-1=0$ cũng có ba nghiệm phân biệt. **B** là đáp án đúng.

Câu 103: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-		+	
$f(x)$		-1		2	

$\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ $-\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x) = m$ (1) có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-1; 2)$

D. $(-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Nhìn bảng biến thiên ta thấy pt (1) có 2 nghiệm thực phân biệt khi $m < -1$,

Chọn D

Câu 104: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+		+		+		+	
y			$+\infty$			$+\infty$		$+\infty$	

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -2 $-\infty$ -1 $-\infty$ 2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt

A. $[-2; 2]$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 105: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[0; +\infty)$, liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
y'			+	0	-
y				0	-1
				-2	-3

Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số sao cho phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (0; 2)$ và $x_2 \in (2; +\infty)$.

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-3; -1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng $y = m$

Dựa vào BBT ta có kết luận $m \in (-2; -1)$

Câu 106: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			5	1
	$-\infty$			$+\infty$

Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$ có số nghiệm là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và $y = 2$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			5	1
	$-\infty$			$+\infty$

Câu 107: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$								$+\infty$

$\swarrow$ 3 $\nearrow$ 5 $\searrow$ 3 $\nearrow$ $+\infty$

Tìm m để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m \leq -1$.

B. $m < -1$ hoặc $m > -\frac{1}{3}$.

C. $-1 < m < -\frac{1}{3}$.

D. $m = -\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2 - 3m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2 - 3m$.

Để phương trình $f(x) = 2 - 3m$ có bốn nghiệm phân biệt thì $3 < 2 - 3m < 5 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{3}$.

Câu 108: Cho hàm số H có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $(-2; 1)$.

B. $[-1; 2)$.

C. $(-1; 2)$.

D. $(-2; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m$. Số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số H và đường thẳng $y = -m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x) = -m$ có ba nghiệm phân biệt khi:

$-1 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Câu 109: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	$+$	$+$	
y	-2	$+\infty$	1	$+\infty$	-2

$\swarrow$ $-\infty$ $\nearrow$ 1 $\searrow$ $+\infty$

A. $[-2; 1]$.

B. $(-\infty; -2]$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $(-2; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = m$.

Từ bảng biến thiên ta có khi $-2 \leq m < 1$ thì đồ thị $f(x) = m$ và đường thẳng $y = m$ không có điểm chung hay phương trình $f(x) = m$ vô nghiệm.

Câu 110: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Tìm m để $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	+	+	+
y		$+\infty$		$+\infty$	
	-2		-1		2
		$-\infty$		$-\infty$	

A. $(-2; 2)$.B. $(-2; 2) \setminus \{-1\}$.C. $[-2; 2]$.D. $(2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ thì $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi $m \in (-2; 2)$.

Câu 111: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$ là

A. 3.

B. 5.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

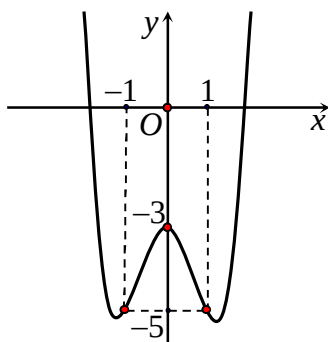
$$\text{Ta có } f^2(x) - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}.$$

Dựa vào BBT, phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x) = -2$ có 2 nghiệm phân biệt (khác 3 nghiệm trên).

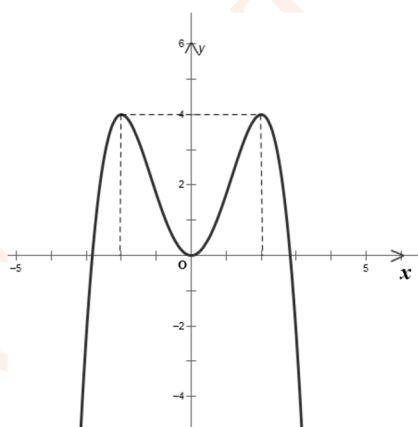
Vậy số nghiệm của phương trình $f^2(x) - 4 = 0$ là 5.

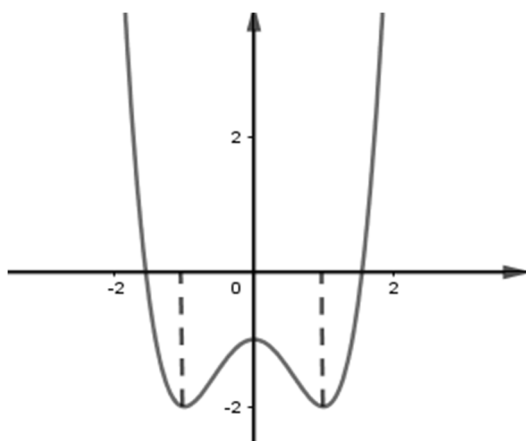
STG SỬ DỤNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 112: Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $m = -3$.B. $m = -4$.C. $m = 0$.D. $m = 4$.**Hướng dẫn giải:****Chọn C**Xét phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = -m - 3$.Khi đó Dựa vào đồ thị để phương trình đã cho có ba nghiệm thì $-m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 113: Cho hàm số $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$ có đồ thị (C) như hình vẽ sau. Dựa vào đồ thị (C), tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4 + 8x^2 - 2^{m+2} = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m < 2$.B. $0 < m < 2$.C. $0 < m < 4$.D. $m > 0$.**Hướng dẫn giải:****Chọn A**Phương trình $-x^4 + 8x^2 - 2^{m+2} = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 2^m = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 = 2^m$.Suy ra số nghiệm của phương trình $-x^4 + 8x^2 - 2^{m+2} = 0$ là số giao điểm của đường thẳng $y = 2^m$ và đồ thị hàm số (C): $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$.Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 0 < 2^m < 4 \Leftrightarrow m < 2$.**Câu 114:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là



A. 1.

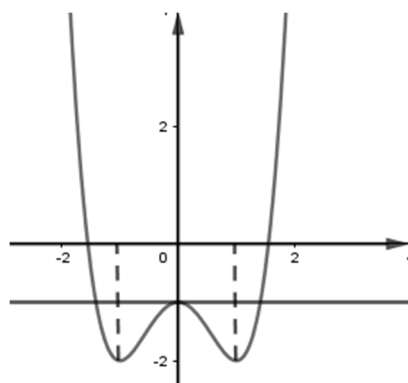
B. 3.

C. 4.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

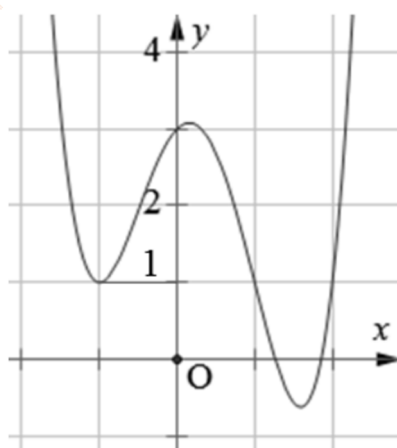


Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C).

Ta có: $f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -1$ là phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $d: y = -1$. Do đó số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của (C) và (d).

Dựa vào đồ thị hai hàm số ta có (C) và (d) có 3 điểm chung nên phương trình có 3 nghiệm.

Câu 115: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

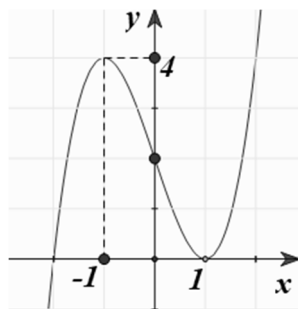
Hướng dẫn giải

Chọn D

Số nghiệm phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 116: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực m để phương trình $f(x)+1=m$ có ba nghiệm phân biệt.



A. $0 < m < 5$.

B. $1 < m < 5$.

C. $-1 < m < 4$.

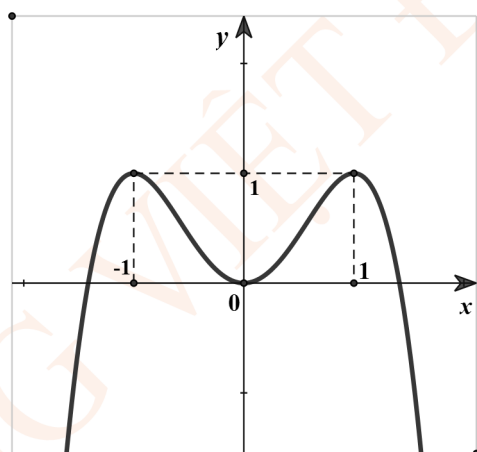
D. $0 < m < 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình $f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m-1 < 4$
 $\Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Câu 117: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình vẽ.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $m > 0$.

B. $0 < m < 1$.

C. $0 \leq m \leq 1$.

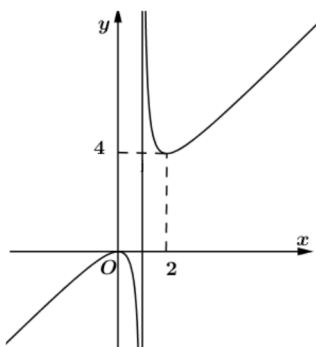
D. $m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $-x^4+2x^2=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$.

Câu 118: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hỏi với giá trị thực nào của m thì đường thẳng $y=2m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

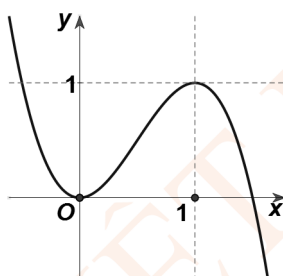
A. $m < 0 \vee m > 2$.B. $m = 0$.C. $0 < m < 2$.D. $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{YCBT} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m < 0 \\ 2m > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$$

Câu 119: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = x$.



A. 0

B. 1

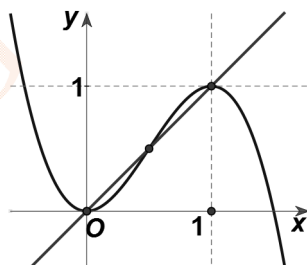
C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải

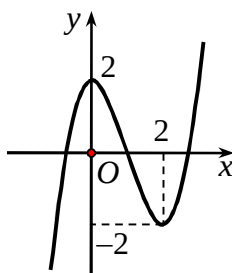
Chọn D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = x$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = x$.



Dựa vào hình vẽ suy ra phương trình $f(x) = x$ có 3 nghiệm.

Câu 120: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2) + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6.

B. 5.

C. 7.

D. 9.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Gọi $a, 1, b$ với $-1 < a < 0$ và $2 < b < 3$ là hoành độ của ba giao điểm của đồ thị và trục Ox .

$$\text{Ta có } (x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2) + 2 = 0(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2 = a \\ x^3 - 3x^2 + 2 = 1 \\ x^3 - 3x^2 + 2 = b \end{cases}$$

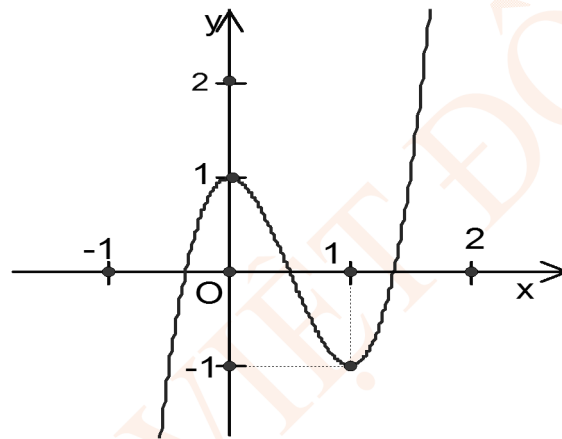
$x^3 - 3x^2 + 2 = a$ có ba nghiệm phân biệt.

$x^3 - 3x^2 + 2 = 1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

$x^3 - 3x^2 + 2 = b$ có một nghiệm thực.

Vậy phương trình (1) có 7 nghiệm.

Câu 121: Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4(4x^3 - 6x^2 + 1)^3 - 6(4x^3 - 6x^2 + 1)^2 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực.



A. 3.

B. 6.

C. 7.

D. 9.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Xét phương trình $4(4x^3 - 6x^2 + 1)^3 - 6(4x^3 - 6x^2 + 1)^2 + 1 = 0$

Đặt $t = 4x^3 - 6x^2 + 1$, ta có phương trình $4t^3 - 6t^2 + 1 = 0$ (*)

Dựa vào đồ thị thì (*) có 3 nghiệm phân biệt với $-1 < t_1 < t_2 < 1$ và $1 < t_3 < 2$.

Khi đó phương trình:

$4x^3 - 6x^2 + 1 = t_1$ có ba nghiệm phân biệt.

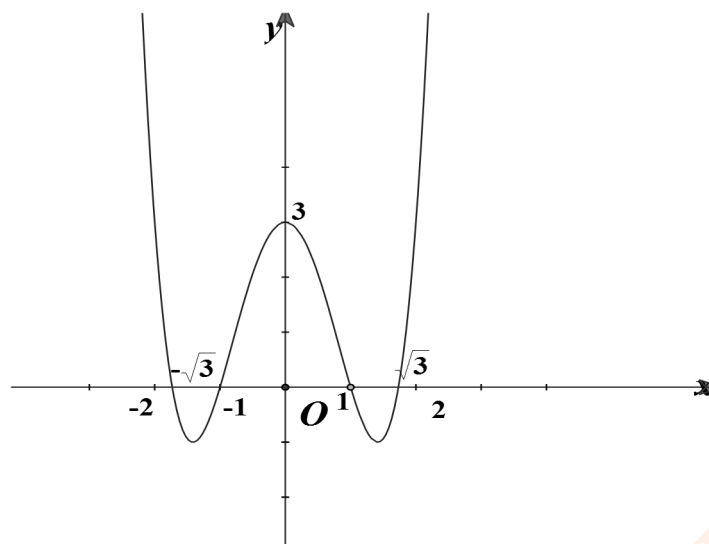
$4x^3 - 6x^2 + 1 = t_2$ có ba nghiệm phân biệt.

$4x^3 - 6x^2 + 1 = t_3$ có duy nhất một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm thực.

Câu 122: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình

$$(x^4 - 4x^2 + 3)^4 - 4(x^4 - 4x^2 + 3)^2 + 3 = 0 \text{ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?}$$



A. 8.

B. 4.

C. 0.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn C

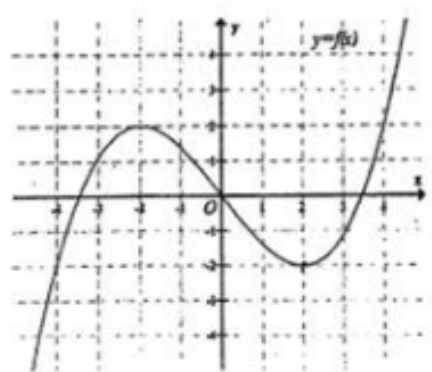
Đặt $t = x^4 - 2x^2 + 3$. Khi đó ta có phương trình $t^4 - 4t^2 + 3 = 0$ (2).

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành

Dựa vào đồ thị ta thấy: phương trình có 4 nghiệm

$$\begin{cases} t = -\sqrt{3} \\ t = -1 \\ t = 1 \\ t = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^4 - 2x^2 + 3 = -\sqrt{3} \\ x^4 - 2x^2 + 3 = -1 \\ x^4 - 2x^2 + 3 = 1 \\ x^4 - 2x^2 + 3 = \sqrt{3} \end{cases} \quad (\text{vô nghiệm}).$$

Câu 123: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 2) = 1$?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = 2\sin x + 2, x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right] \Rightarrow t \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right].$$

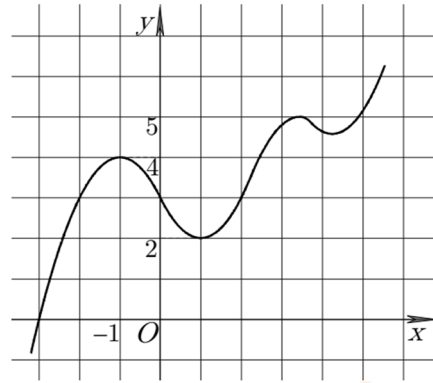
$$\text{Phương trình } f(2\sin x + 2) = 1 \Rightarrow f(t) = 1.$$

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta suy ra phương trình $f(t)=1$ không có nghiệm $t \in \left[-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Vậy số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 2) = 1$ là 0.

Câu 124: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình

$$f(x^2 - 2x) = m \text{ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn } \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right].$$



A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $t = x^2 - 2x$, $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{3}{2}$	-1	$\frac{3}{2}$
t'	$-$	0	$+$
t	$\frac{21}{4}$	-1	$\frac{21}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]$.

Ta có: $f(x^2 - 2x) = m \quad (1) \Leftrightarrow f(t) = m \quad (2)$.

Ta thấy, với mỗi giá trị $t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]$ ta tìm được hai giá trị của $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

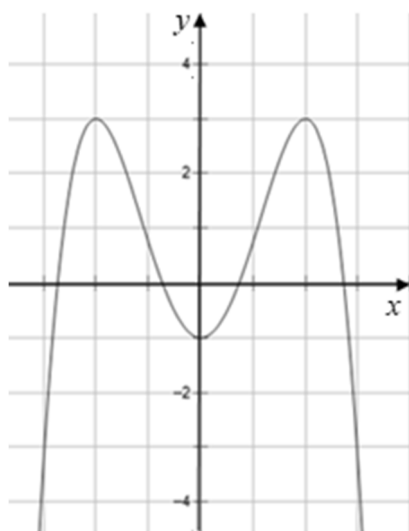
Do đó, phương trình (1) có 4 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-1; \frac{21}{4}\right]$

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $\left[-1; \frac{21}{4}\right]$.

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu là $m = 3$ và $m = 5$.

Câu 125: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\frac{1-f(x)}{1+f(x)} = 2$ là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

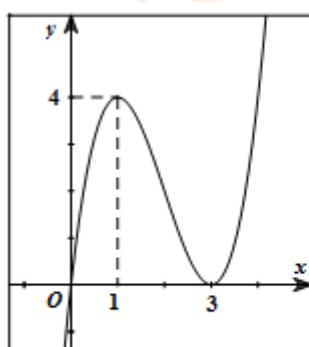
Ta có $\frac{1-f(x)}{1+f(x)} = 2 \Rightarrow 1-f(x) = 2+2f(x) \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{3}$

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -\frac{1}{3}$ tại bốn điểm phân biệt.

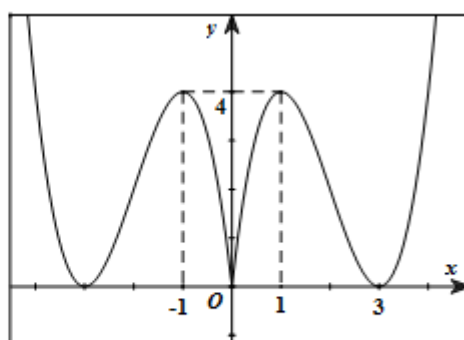
Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm.

DẠNG 8: ĐỒ THỊ HÀM TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 126: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = |x|^3 + 6|x|^2 + 9|x|$.

B. $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

C. $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

D. $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$.

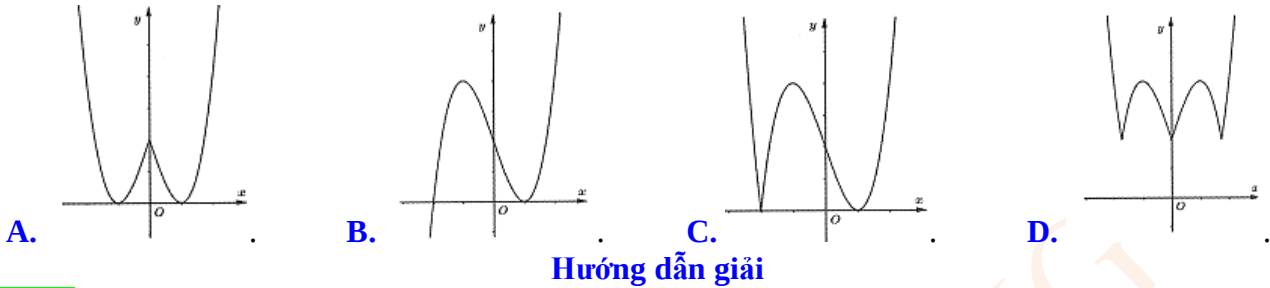
Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số ở hình 2 nhận làm trục đối xứng nên là hàm số chẵn. Loại đi 2 phương án $y = -x^3 + 6x^2 - 9x$. và $y = |x^3 - 6x^2 + 9x|$.

Mặt khác, với $x = 1$, ta có $y(1) = 4$ (nhìn vào đồ thị) nên chọn phương án $y = |x|^3 - 6x^2 + 9|x|$.

Câu 127: Hàm số $y = |x^3 - 3x + 2|$ có đồ thị nào dưới đây:



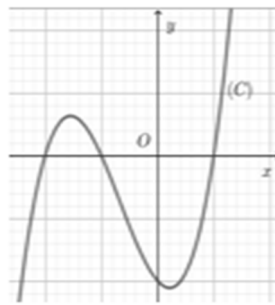
Hướng dẫn giải

Chọn C

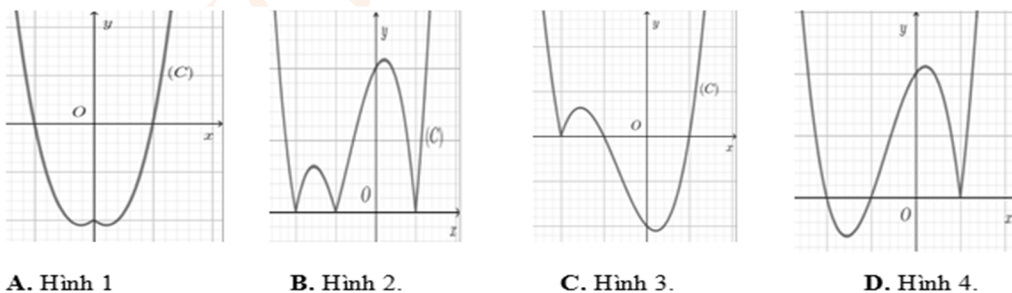
- Chúng ta thấy rằng $y = |x^3 - 3x + 2| \geq 0$ nên đồ thị phải nằm trên trục hoành, loại đáp án B.

- Đáp án A, D hai đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng là hàm chẵn mà hàm số đề bài cho không phải là hàm chẵn nên loại A, D.

Câu 128: Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ



Biết đồ thị của hàm số $y = |x^3 + 2x^2 - x - 2|$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?



Hướng dẫn giải

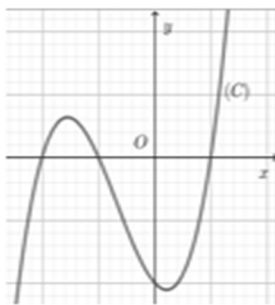
Chọn B

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía trên trục Ox và bỏ phần đồ thị nằm dưới trục Ox ta được phần 1

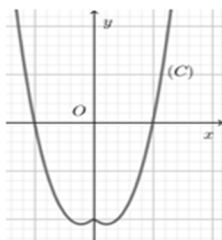
- Lấy đối xứng phần đồ thị nằm dưới trục Ox qua trục Ox ta được phần 2.

- Hợp của phần 1 và phần 2 chính là đồ thị $y = |x^3 + 2x^2 - x - 2|$

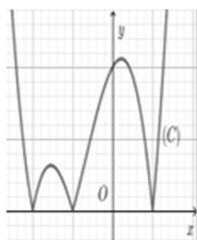
Câu 129: Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ



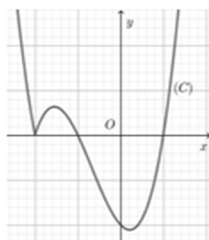
Biết đồ thị của hàm số $y = |x^3| + 2x^2 - |x| - 2$ là một trong các hình dưới, đó là hình nào?



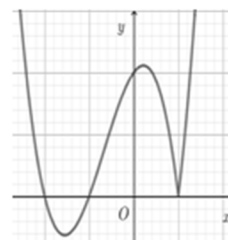
A. Hình 1



B. Hình 2.



C. Hình 3.



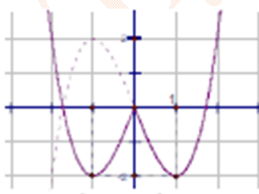
D. Hình 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

- Giữ nguyên phần đồ thị (C) nằm phía bên phải trục Oy và bỏ phần đồ thị nằm bên trái Oy ta được phần 1
- Lấy đối xứng qua trục Oy phần đồ thị vừa có được ta được phần 2
- Hợp phần 1 và phần 2 là đồ thị hàm số $y = |x^3| + 2x^2 - |x| - 2$

Câu 130: Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



A. $y = |x^3 + 3x|$

B. $y = |x^3| - 3|x|$

C. $y = |x^3| + 3|x|$

D.

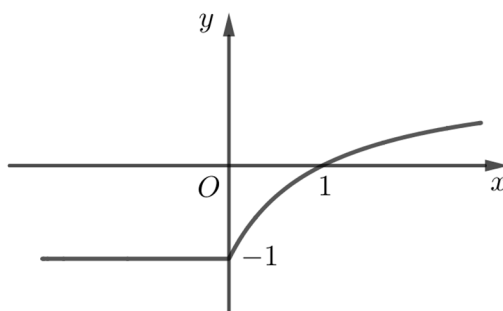
Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số đối xứng qua trục tung nên là hàm số chẵn ta loại đáp án A và.

D. Hàm số có giá trị âm nên ta loại đáp án C chọn đáp án B.

Câu 131: Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{|x|+1}$.

B. $y = \frac{x-1}{|x+1|}$.

C. $y = \frac{x}{|x|+1}$.

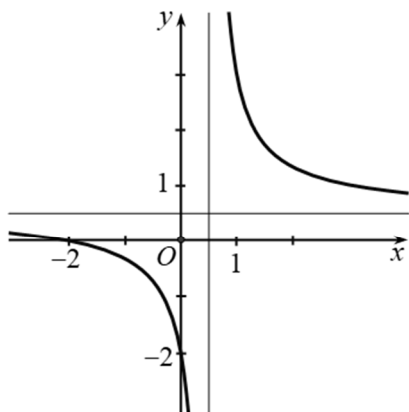
D. $y = \frac{-x-1}{|x|+1}$.

Hướng dẫn giải**Chọn A**

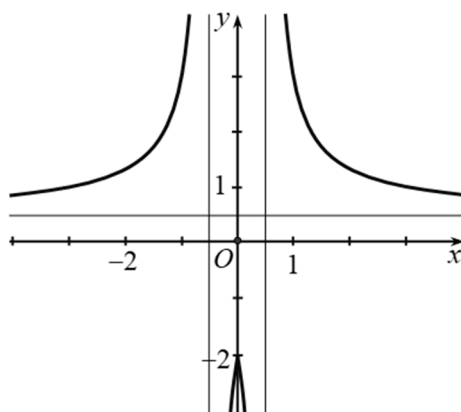
+) Từ đồ thị, ta có tập xác định hàm số $D = \mathbb{R}$ nên loại phương án B.

+) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$ nên loại phương án C, D.

Câu 132: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = \frac{|x|+2}{2|x|-1}$.

B. $y = \left| \frac{x+2}{2x-1} \right|$.

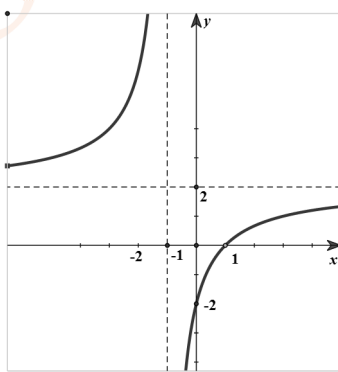
C. $y = \frac{x+2}{|2x-1|}$.

D. $y = \frac{|x+2|}{2x-1}$.

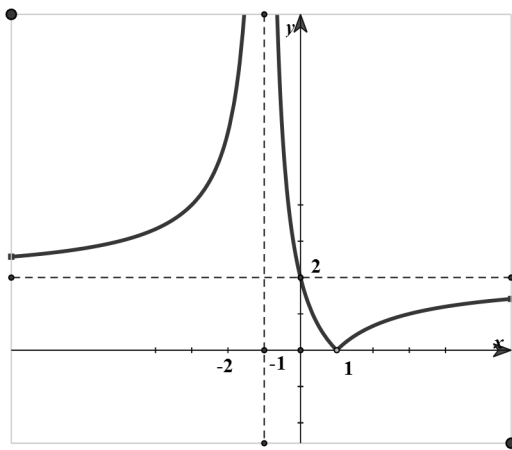
Hướng dẫn giải**Chọn A**

Sử dụng cách suy đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ từ đồ thị $f(x)$.

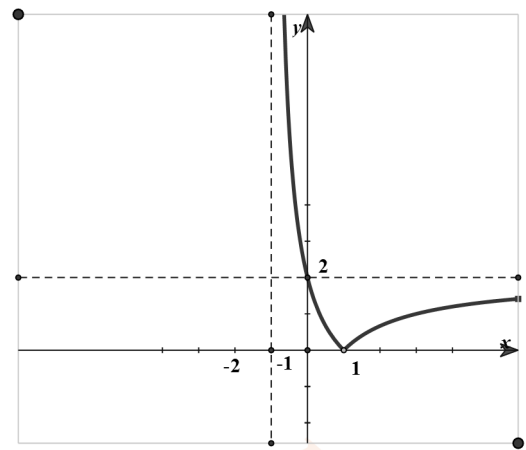
Câu 133: Biết đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là hình vẽ sau:



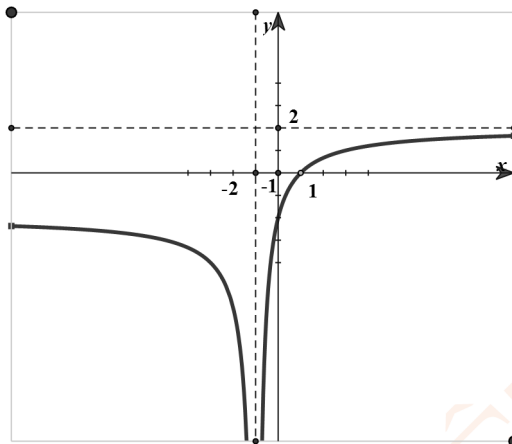
Đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right|$ là hình vẽ nào trong 4 hình vẽ sau:

A

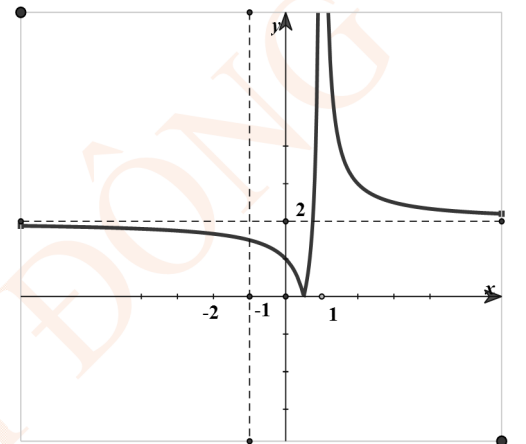
B.



C



D.

**Hướng dẫn giải****Chọn A**

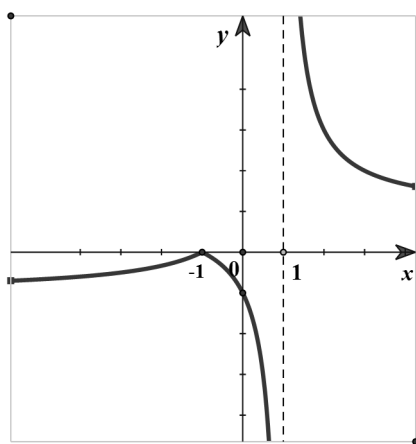
$$\text{Ta có } y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right| = \begin{cases} \frac{2x-2}{x+1} & \text{nếu } \frac{2x-2}{x+1} \geq 0 \\ -\frac{2x-2}{x+1} & \text{nếu } \frac{2x-2}{x+1} < 0 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2x-2}{x+1} \right|$ có được bằng cách:

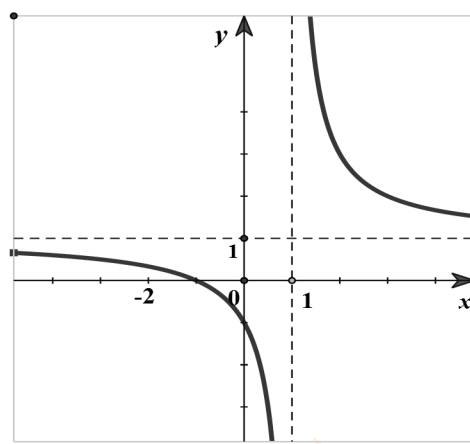
+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

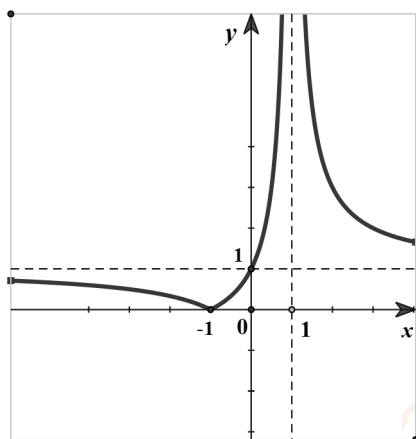
Câu 134: Đồ thị hàm số $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ là hình vẽ nào trong các hình vẽ sau

A.

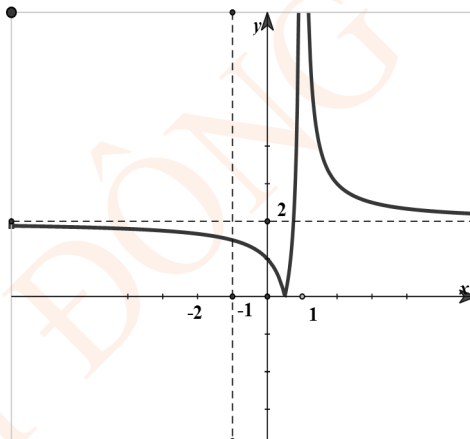
B.



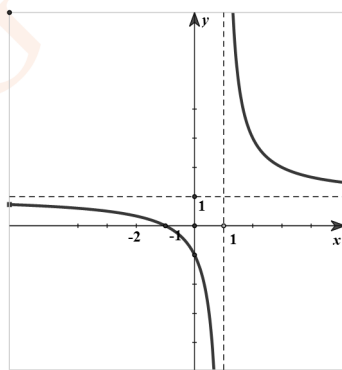
C.



D.

**Hướng dẫn giải****Chọn A**

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$



$$y = \frac{|x+1|}{x-1} = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1} & \text{nếu } x \geq -1 \\ -\frac{x+1}{x-1} & \text{nếu } x < -1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số $y = \frac{|x+1|}{x-1}$ có được bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ nằm phía bên phải đường thẳng $x = -1$.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ nằm phía bên trái đường thẳng $x = -1$ qua trục hoành.

DẠNG 9: XÉT SỰ TƯƠNG GIAO VỚI BBT VÀ ĐỒ THỊ HÀM CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI STG SỬ DỤNG BẢNG BIẾN THIÊN

Câu 135: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

C. $0 < m < 1$.

D. $0 < m \leq 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Đồ thị (C') : $y = |f(x)|$ được vẽ bằng cách:

Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị (C) : $y = f(x)$ nằm bên trên trục hoành.

Phần 2: Lấy đối xứng phần đồ thị (C) : $y = f(x)$ nằm dưới trục hoành qua trục hoành.

Đồ thị hàm số có tọa độ điểm uốn $I(\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$, nên phương trình đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt

$x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi $\frac{1}{2} < m < 1$.

Câu 136: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-4		0		$-\infty$

Với $m \in (1; 3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có bao nhiêu nghiệm? 12.

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$,

Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$

Phần 2: Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị hàm số và với $m \in (1, 3)$ thì phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm

Câu 137: Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{k}{2} - 1 \right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt

A. $k \in \left(\frac{19}{4}; 5 \right)$.

B. $k \in \emptyset$.

C. $k \in (-2; -1) \cup \left(1; \frac{19}{4} \right)$.

D. $k \in \left(-2; -\frac{3}{4} \right) \cup \left(\frac{19}{4}; 6 \right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $y' = -6x^2 - 3x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Ta có.

$$y = -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-7 + \sqrt{33}}{2} \\ x = \frac{-7 - \sqrt{33}}{2} \end{cases}.$$

Với

x	$-\infty$	$\frac{-7-\sqrt{33}}{8}$	-1	$\frac{-7+\sqrt{33}}{8}$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$						
y'	$-$		0	$+$	0	$-$							
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$\frac{11}{8}$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Từ đó, suy ra bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = \left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right|$

x	$-\infty$	$\frac{-7-\sqrt{33}}{8}$	-1	$\frac{-7+\sqrt{33}}{8}$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y	$+\infty$		2		$\frac{11}{8}$		$+\infty$

	0	0	0
--	---	---	---

Từ bảng biến th

iên, nhận thấy: ycbt $\frac{11}{8} < \left| \frac{k}{2} - 1 \right| < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{19}{4} < k < 6 \\ -2 < k < -\frac{3}{4} \end{cases}$.

Câu 138: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-2018	2018	$-\infty$

Hỏi phương trình $|f(x+2017) - 2018| = 2019$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 6.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét đồ thị hàm số $y = f(x+2017) - 2018$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ song song với trục Ox sang trái 2017 đơn vị, rồi sau đó tịnh tiến song song với trục Oy xuống dưới 2018 đơn vị.

Ta được bảng biến thiên của hàm số $y = g(x) = f(x+2017) - 2018$ như sau

x	$-\infty$	-2017	-2016	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	-4036	0	$-\infty$

Khi đó đồ thị hàm số $y = |f(x+2017) - 2018|$ gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $y = g(x) = f(x+2017) - 2018$ nằm phía trên trục hoành.

+ Và phần đối xứng của đồ thị $y = g(x) = f(x+2017) - 2018$ nằm phía dưới trục hoành.

Do đó ta có được bảng biến thiên của hàm số $y = |g(x)|$ như sau

x	$-\infty$	x_0	-2017	-2016	$+\infty$
$ g(x) $	$+\infty$	0	4036	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $|f(x+2017)-2018|=2019$ có 4 nghiệm.

Câu 139: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	$ $	$-$	0	$+$	
y			0		-1		$+\infty$
	$-\infty$						

Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m+2$ có bốn nghiệm phân biệt

A. $-2 < m < -1$.

B. $-3 \leq m \leq -2$.

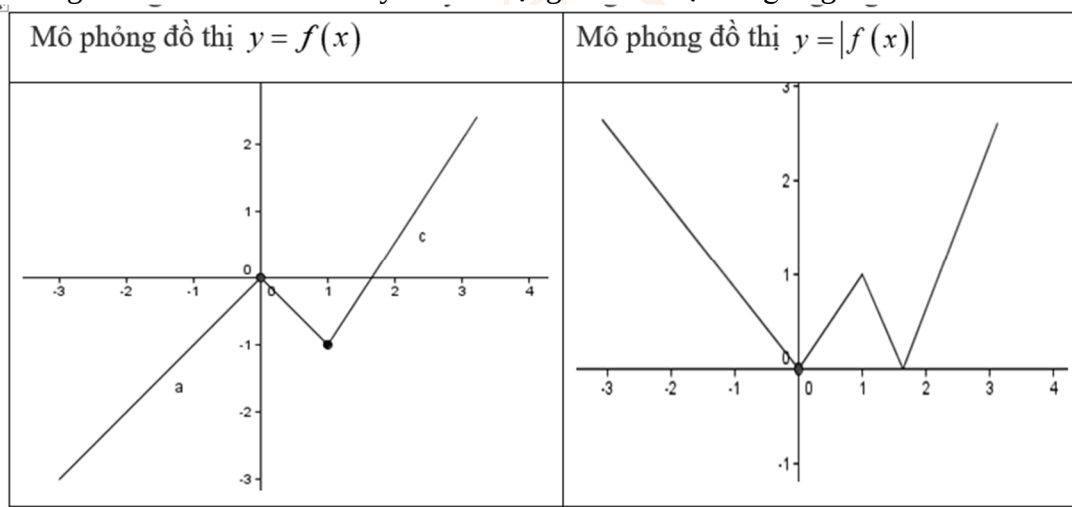
C. $-2 \leq m \leq -1$.

D. $-3 < m < -2$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1. Từ bảng biến thiên đã cho ta suy ra hình dạng của đồ thị tương ứng



Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m+2$ chính là số giao điểm của đồ thị $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m+2$. Dựa vào đồ thị thì phương trình có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m+2 < 1 \Leftrightarrow -2 < m < -1$.

Cách 2. Gọi $x_1 \in (1; +\infty)$ thỏa mãn $f(x_1) = 0$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bbt của hàm số $y = |f(x)|$ như bảng 1 hoặc bảng 2

Bảng 1:

x	$-\infty$	0	1	x_1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		1		$+\infty$
		0		0	

Bảng 2:

x	$-\infty$	0		1	x_1		$+\infty$		
y'		-	0	+	0	- +			
y	$+\infty$					1			$+\infty$
		0					0		

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m + 2$ chính là số giao điểm của đồ thị $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m + 2$. Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m + 2 < 1 \Leftrightarrow -2 < m < -1$.

Câu 140: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		+	-	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(|x|) - 2m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$

B. $-\frac{1}{2} < m < 0$

C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$

D. $-1 \leq m \leq -\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Đáp án C

Từ BBT của $f(x)$ ta có bảng biến thiên của $f(|x|)$

Từ BBT ta thấy PT $f(|x|) = 2m + 1$ có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < 2m + 1 < 0 \Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{2}$

Câu 141: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi.

A. $\frac{1}{2} < m < 1$.

B. $0 < m < 1$.

C. $0 < m \leq 1$.

D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=0 \\ f'(0)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=1 \end{cases}$, suy ra $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

NX: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

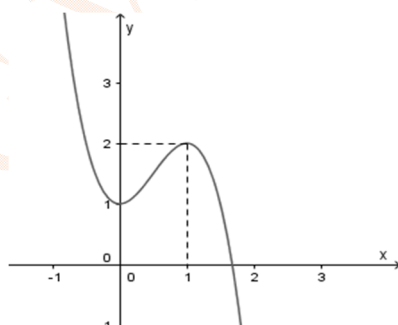
Bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$	0	1	$\frac{1}{2}$	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi $\frac{1}{2} < m < 1$.

STG SỬ DỤNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 142: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2|f(x-1)| - 3 = 0$ là:

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$. Ta thực hiện các thao tác sau:

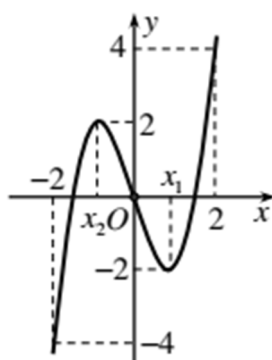
- ✓ Tịnh tiến qua trái 1 đơn vị.
- ✓ Lấy đối xứng qua trục Ox .
- ✓ Tịnh tiến xuống dưới 3 đơn vị.

Ta được đồ thị hàm số $g(x) = 2|f(x-1)| - 3$.



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $2|f(x-1)|-3=0$ có 4 nghiệm.

Câu 143: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



Hỏi phương trình $|f(x)-1|=2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $[-2; 2]$.

A. 2.

B. 5.

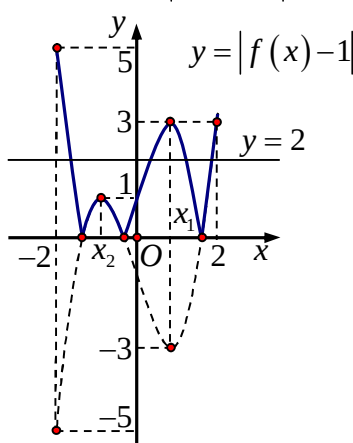
C. 4.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

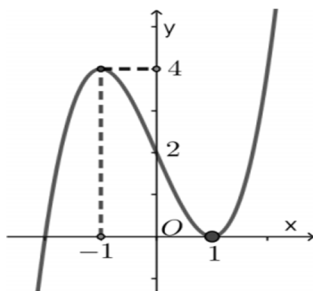
* Từ hàm số $y = f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số: $y = |f(x)-1|$.



* Số nghiệm của phương trình $|f(x)-1|=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số: $y = |f(x)-1|$ và đường thẳng $y = 2$.

* Dựa đồ thị ta có phương trình $|f(x)-1|=2$ có 4 nghiệm phân biệt trên đoạn $[-2; 2]$.

Câu 144: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|f(x-2)-2| = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt



A. 6

B. 3

C. 2

D. 4

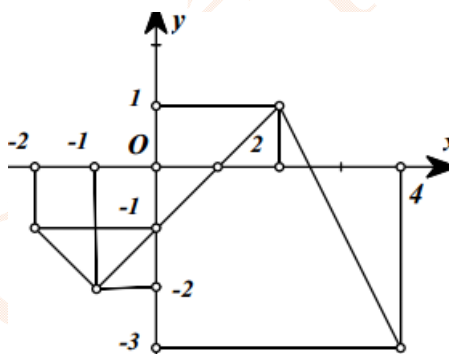
Hướng dẫn giải**Chọn C**

Số nghiệm của phương trình $|f(x-2)-2| = \pi$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = \pi$ và đồ thị hàm số $y = |f(x-2)-2|$.

Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x-2)-2|$ như sau:

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình $|f(x-2)-2| = \pi$ có hai nghiệm thực phân biệt.

Câu 145: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ dưới đây.



Phương trình $|f(x)| = 2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $[-2; 4]$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

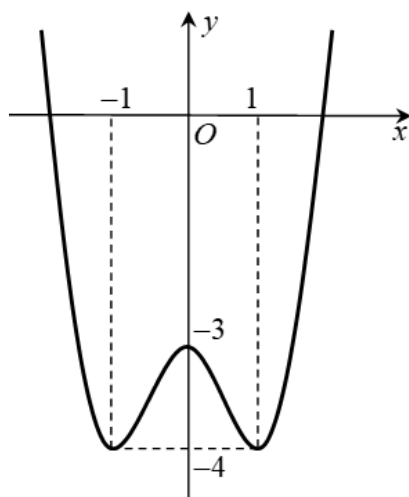
D. 3.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Dựa vào đồ thị, ta có: $|f(x)| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \alpha \in (2; 4) \\ x = 4 \end{cases}$.

Vậy phương trình $|f(x)| = 2$ có tất cả là ba nghiệm thực thuộc đoạn $[-2; 4]$.

Câu 146: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $-4 < m < -3$.

B. $0 < m < 4$.

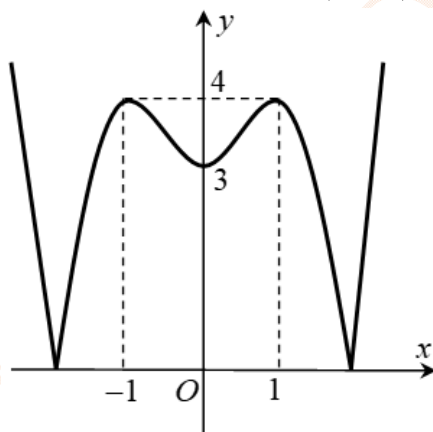
C. $3 < m < 4$.

D. $0 < m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

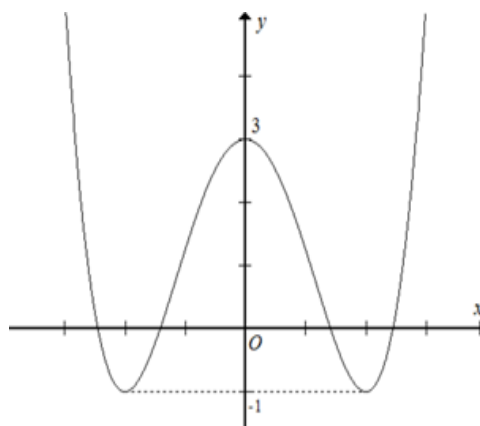
Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta suy ra được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình bên dưới.



Dựa vào đồ thị suy ra để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt thì $3 < m < 4$.

Câu 147: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ có đồ thị như hình dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của

tham số m để phương trình $|x^4 - 8x^2 + 12| = m$ có 8 nghiệm phân biệt là:



A. 3.

B. 6.

C. 10.

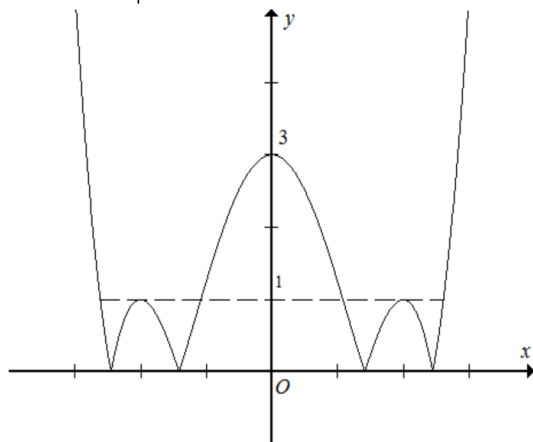
D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $|x^4 - 8x^2 + 12| = m \Leftrightarrow \left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3 \right| = \frac{m}{4} (*)$.

Ta có đồ thị của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3 \right|$:



Suy ra để phương trình (*) có 8 nghiệm phân biệt thì ta phải có $0 < \frac{m}{4} < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Suy ra các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 1, 2, 3.

Do đó tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là bằng 6.

Câu 148: Hình vẽ bên là đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x - 1$. Giá trị của m để phương trình

$|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau là.

A. $m = 0$.

B. $1 < m < 3$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $m = 0, m = 3$.

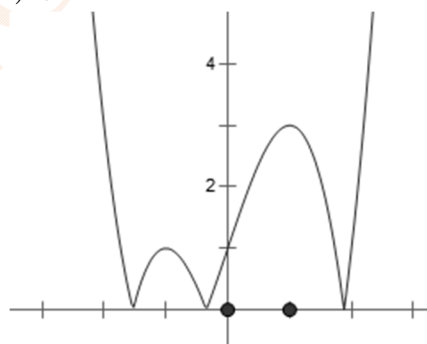
Hướng dẫn giải:

Chọn D

Đồ thị (C'): $y = |x^3 - 3x - 1|$ được vẽ bằng cách:

Phần 1: Giữ nguyên phần đồ thị (C): $y = x^3 - 3x - 1$ nằm bên trên trục hoành.

Phần 2: Lấy đối xứng phần đồ thị (C): $y = x^3 - 3x - 1$ nằm dưới trục hoành qua trục hoành



Dựa vào đồ thị, phương trình $|x^3 - 3x - 1| = m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau khi $m = 0, m = 3$.

Câu 149: Tìm m để phương trình $|x^4 - 5x^2 + 4| = \log_2 m$ có 8 nghiệm phân biệt:

A. $0 < m < \sqrt[4]{2^9}$.

B. Không có giá trị của m .

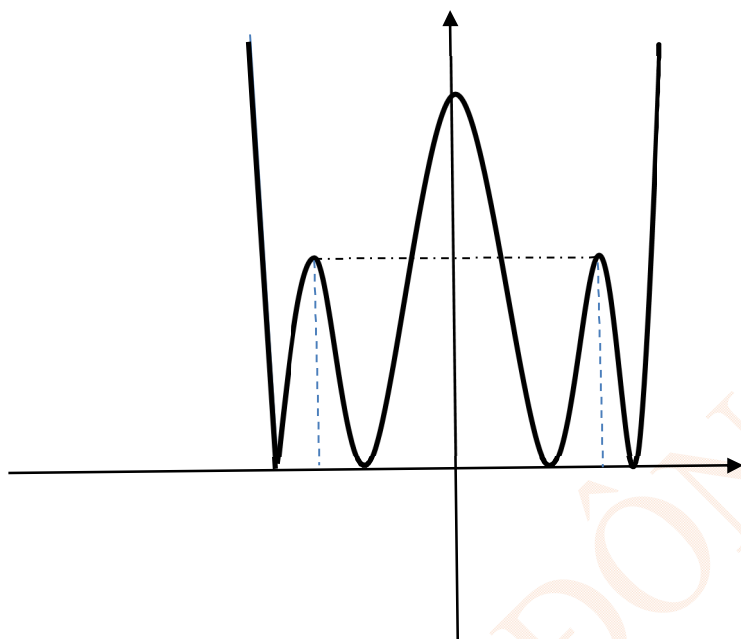
C. $1 < m < \sqrt[4]{2^9}$.

D. $-\sqrt[4]{2^9} < m < \sqrt[4]{2^9}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $|x^4 - 5x^2 + 4| = \begin{cases} -x^4 + 5x^2 - 4, x \in [-2; -1] \cup [1; 2] \\ x^4 - 5x^2 + 4, x \in (-\infty; -2) \cup (-1; 1) \cup (2; +\infty) \end{cases}$



Do đó đồ thị hàm số là phần bên trên trục hoành của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ và phần đối xứng bên dưới trục hoành của đồ thị qua trục hoành. Từ đồ thị ta thấy để phương trình có 8 nghiệm phân biệt thì $0 < \log_2 m < \frac{9}{4} \Leftrightarrow 1 < m < \sqrt[4]{2^9}$.

Câu 150: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $\frac{||x|-2|}{|x|+1} = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. $[0; 2)$.

B. $[1; 2] \cup \{0\}$.

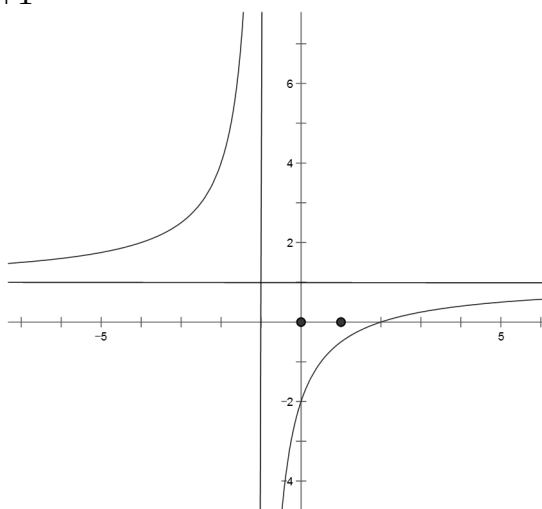
C. $[1; 2)$.

D. $[1; 2) \cup \{0\}$.

Hướng dẫn giải

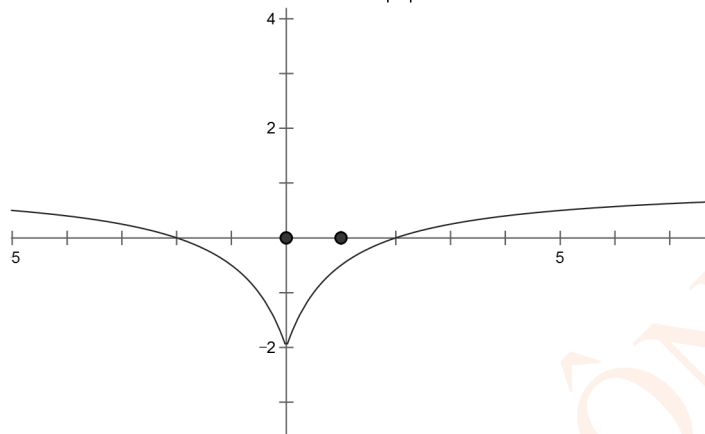
Chọn D

+ Vẽ đồ thị (C) hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$

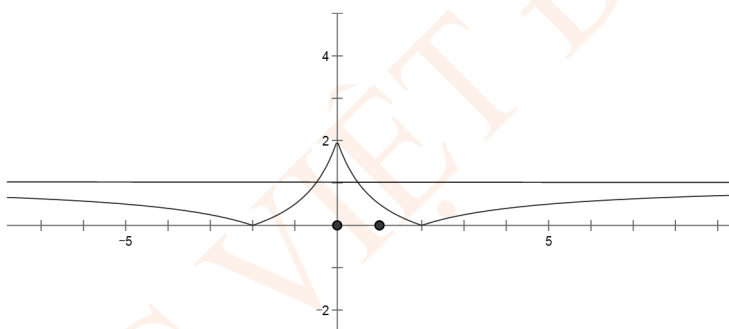


+ Đồ thị của hàm số $y = \frac{|x|-2}{|x|+1}$ được suy ra từ đồ thị (C) như sau:

- Giữ phần đồ thị (C) bên phải trục Oy (bỏ phần bên trái). Lấy đối xứng của nhánh đồ thị (C) của phần đồ thị khi $x \geq 0$ qua trục Oy, ta được đồ thị (C'): $y = \frac{|x|-2}{|x|+1}$.



- Phần đồ thị (C') nằm dưới trục hoành, lấy đối xứng qua trục Ox ta được đồ thị của hàm số $y = \frac{|x|-2}{|x|+1}$.



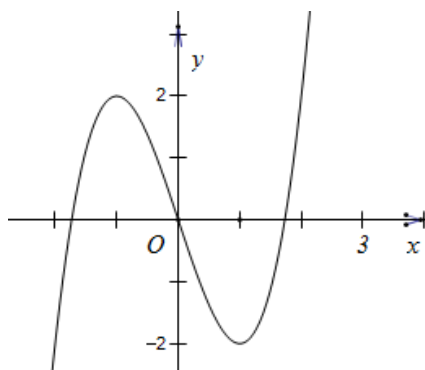
Số nghiệm của phương trình $\frac{|x|-2}{|x|+1} = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{|x|-2}{|x|+1}$ và đường thẳng

$y = m$. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{|x|-2}{|x|+1}$ tại hai điểm phân biệt khi

$$\begin{cases} m = 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình $\frac{|x|-2}{|x|+1} = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt khi $\begin{cases} m = 0 \\ 1 \leq m < 2 \end{cases}$.

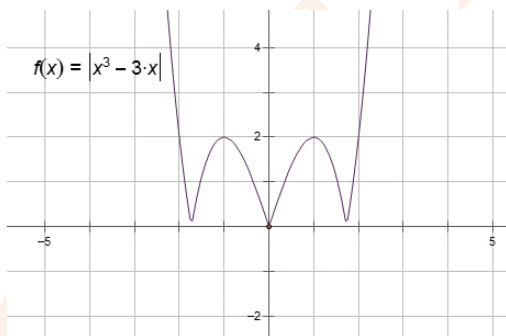
Câu 151: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $-1 < m < 0$.B. $m > 0$.C. $m < -2$ hoặc $m > 1$.D. $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.**Hướng dẫn giải****Chọn D**

Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ chính là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x| (C')$ với đường thẳng $y = m^2 + m (d)$.

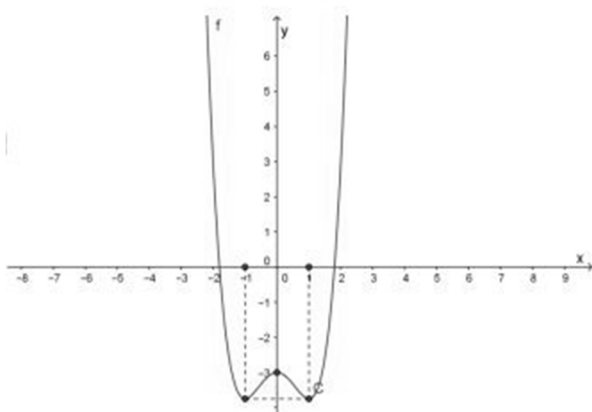
Đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x| (C')$ được suy ra từ đồ thị $y = x^3 - 3x (C)$ bằng cách:

- ☐ Giữ lại phần (C) nằm trên trục Ox .
- ☐ Lấy đối xứng phần (C) nằm dưới Ox qua trục Ox .



Dựa vào hình vẽ ta suy ra phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m^2 + m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Câu 152: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

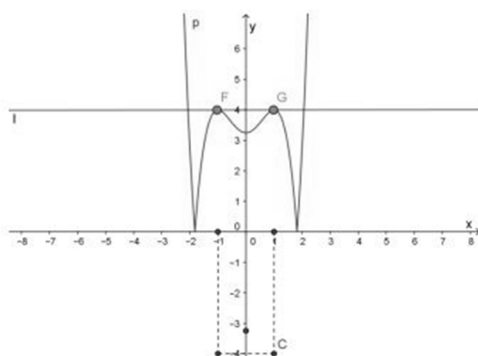
A. $-4 < m < 0$.B. $m > 4; m = 0$.C. $3 < m < 4$.D. $0 < m < 3$.**Hướng dẫn giải**

Chọn B

Dựa vào các điểm cực trị ta tìm được hàm số.

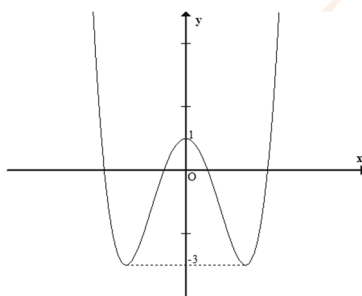
$$\text{Ban đầu là } y = \frac{3}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - \frac{13}{4} = f(x).$$

$$\text{Dựng đồ thị hàm số } m = |f(x)|.$$



Ta được $m > 4$ và $m = 0$.

Câu 153: Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:



A. $-3 < m < 1$.

B. $m = 0$.

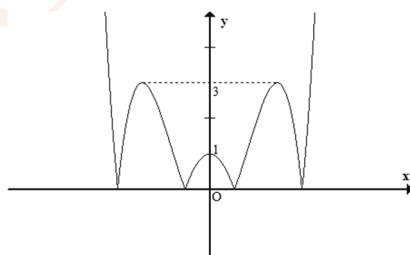
C. $1 < m < 3$.

D. $m = 0, m = 3$.

Hướng dẫn giải

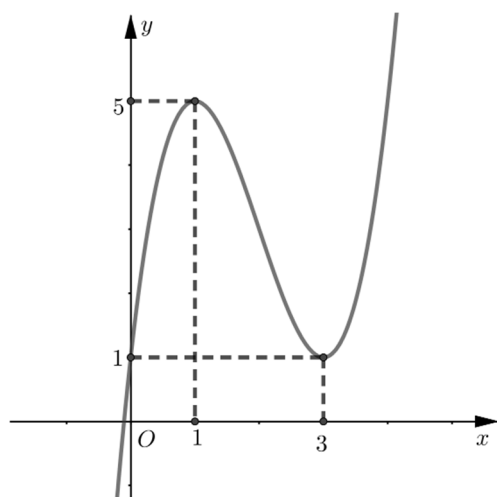
Chọn D

Đồ thị $y = |f(x)|$ là :



Phương trình có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m = 0 \vee m = 3$.

Câu 154: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

A. $m > 5$, $0 < m < 1$.B. $m < 1$.C. $m = 1$, $m = 5$.D. $1 < m < 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra đồ thị (C') của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

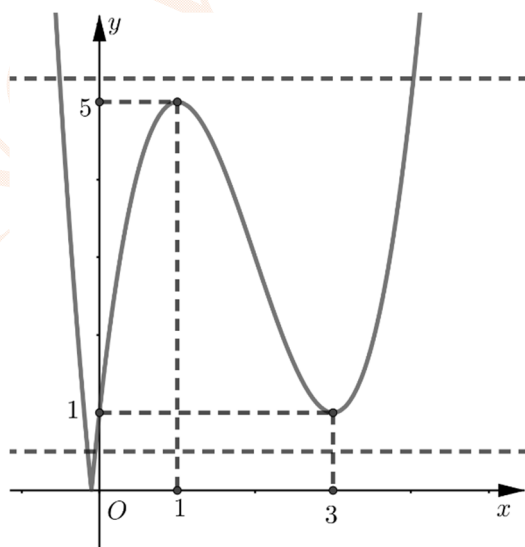
- Giữ nguyên phần đồ thị (C) ở phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) ở phía dưới trục hoành.

Khi đó, đồ thị (C') là hợp của hai phần trên.

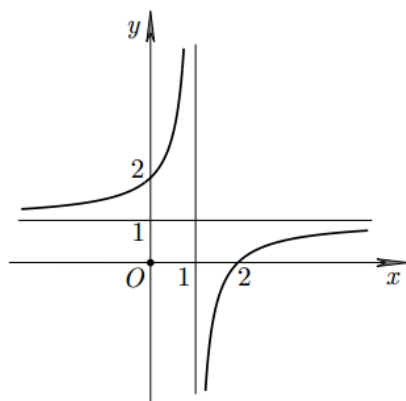
Ta có: $|f(x)| = m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C') và đường thẳng (d): $y = m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị (C'), ta có phương trình $|f(x)| = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 0 < m < 1 \\ m > 5 \end{cases}.$$



Câu 155: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.

A. $m > 0; m \neq 1$.B. $m > 2$.C. $m > 1$.D. $m > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ nằm bên trên trục hoành, sau đó lấy đối xứng phần đồ thị còn lại qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

Lại có: số nghiệm phương trình $|f(x)| = m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

Vậy phương trình $|f(x)| = m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi $m > 0; m \neq 1$.

Câu 156: Biết đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là

A. $4 < m < 5$.B. $5 < m < 6$.C. $3 < m < 4$.D. $m > 6$ hoặc $m < 5$.

Hướng dẫn giải

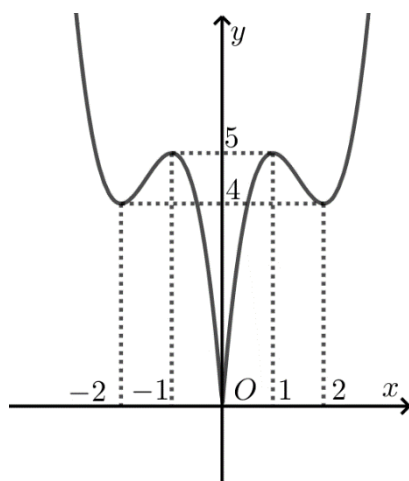
Chọn B

Hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung Oy làm trục đối xứng. Bởi vậy, đồ thị (C_1) hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$ như sau:

□ Đồ thị (C_1) ứng với $x \geq 0$ là phần đồ thị (C) bên phải trục tung.

□ Lấy đối xứng với phần trên qua trục tung ta được đồ thị (C_1) ứng với $x < 0$.

Đồ thị (C_1) có hình dạng như sau:



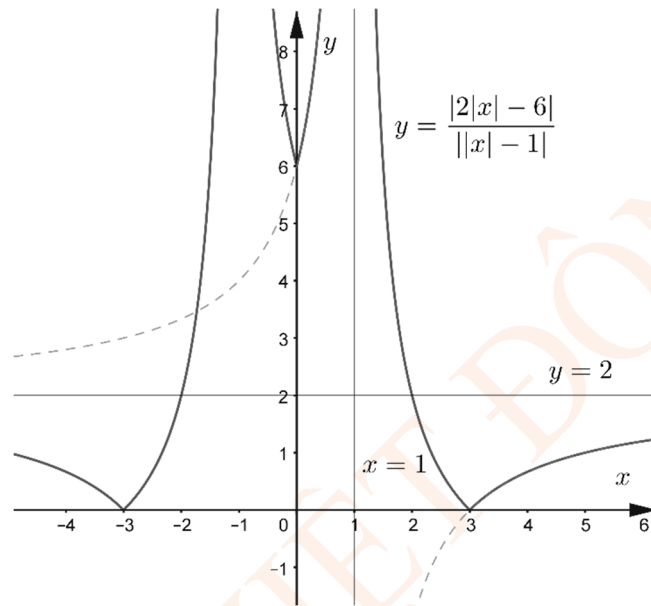
Từ đồ thị (C_1) hàm số $y = 2|x|^3 - 9x^2 + 12|x|$, suy ra đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị (C_1) tại 6 điểm phân biệt khi và chỉ khi $4 < m - 1 < 5 \Leftrightarrow 5 < m < 6$.

Câu 157: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $|2|x| - 6| = m||x| - 1|$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m \in (0; 1) \cup (4; +\infty)$. B. $m \in (0; 1) \cup (6; +\infty)$. C. $m \in (0; 2) \cup (6; +\infty)$. D. $m \in (0; 3) \cup (5; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $|2|x| - 6| = m||x| - 1| \Rightarrow \left| \frac{2|x| - 6}{|x| - 1} \right| = m$. Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì đường

thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2|x| - 6}{|x| - 1} \right|$ tại 4 điểm phân biệt.

Vẽ đồ thị hàm số ta dựa vào đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 6}{x - 1}$.

+ Trước hết vẽ đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2x - 6}{x - 1} \right|$ bằng cách từ đồ thị $y = \frac{2x - 6}{x - 1}$ bỏ phần phía dưới trục hoành, lấy đối xứng phần bị bỏ qua trục hoành.

+ Vẽ đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2|x| - 6}{|x| - 1} \right|$ bằng cách từ đồ thị $y = \left| \frac{2x - 6}{x - 1} \right|$ ta lấy đối xứng qua trục tung.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \left| \frac{2|x| - 6}{|x| - 1} \right|$ trong hình vẽ ta thấy để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số

$y = \left| \frac{2|x| - 6}{|x| - 1} \right|$ tại 4 điểm phân biệt thì $m > 6$ hoặc $0 < m < 2$.

Vậy $m \in (0; 2) \cup (6; +\infty)$.

Câu 158: Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{k}{2} - 1 \right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

A. $k \in \left(\frac{19}{4}; 5\right)$.

B. $k \in (-2; -1) \cup \left(1; \frac{19}{4}\right)$.

C. $k \in \emptyset$.

D. $k \in \left(-2; -\frac{3}{4}\right) \cup \left(\frac{19}{4}; 6\right)$.

Hướng dẫn giải

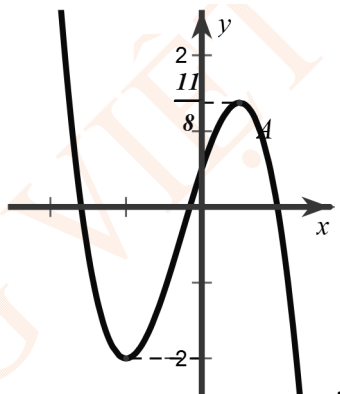
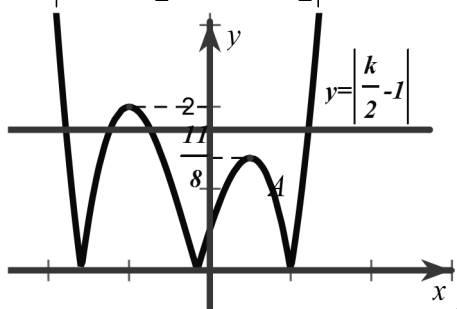
Chọn D

Đặt $f(x) = -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$.

$$f'(x) = -6x^2 - 3x + 3, \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

BBT.

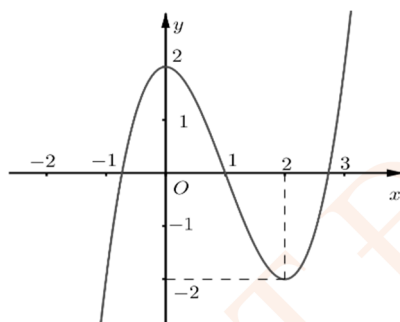
x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$				$\frac{11}{8}$	
		$\searrow$	-2	$\nearrow$		$\searrow$
						$-\infty$

Suy ra đồ thị của hàm trị tuyệt đối $y = \left| -2x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2} \right|$ bằng cách lấy đối xứng qua trục Ox .

$$\text{Vậy để PT có đúng 4 nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \frac{11}{8} < \left| \frac{k}{2} - 1 \right| < 2 \Leftrightarrow \frac{121}{64} < \frac{k^2}{4} - k + 1 < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{k^2}{4} - k - \frac{57}{64} > 0 \\ \frac{k^2}{4} - k - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} k < -\frac{3}{4} \\ k > \frac{19}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < k < -\frac{3}{4} \\ \frac{19}{4} < k < 6 \end{cases}$$

Câu 159: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3 - 3x^2 + 2 = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.

A. $0 < m < 2$.B. $-2 \leq m \leq 2$.C. $-2 < m < 2$.D. $0 \leq m \leq 2$.

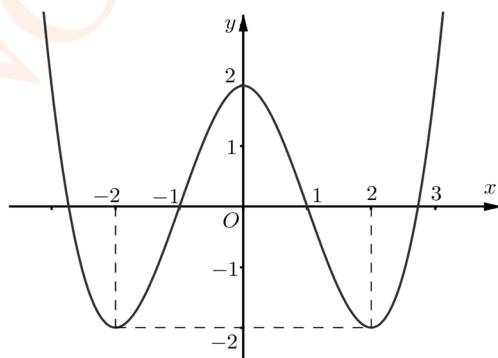
Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có hàm số $g(x) = |x|^3 - 3x^2 + 2$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

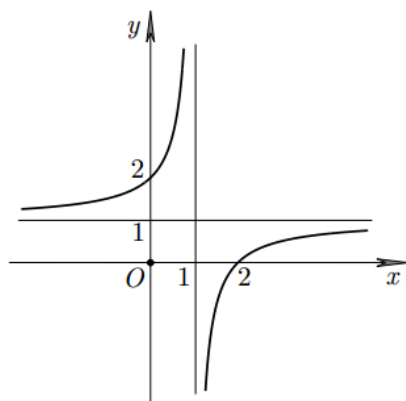
Khi $x \geq 0$, $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $g(x) = |x|^3 - 3x^2 + 2$ có dạng như hình vẽ.



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|x|^3 - 3x^2 + 2 = m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi và chỉ khi $-2 < m < 2$.

Câu 160: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có nhiều nghiệm thực nhất.

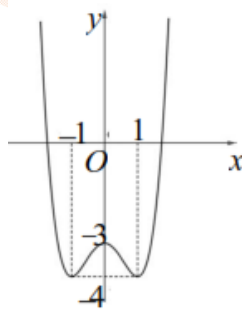
A. $m > 0; m \neq 1$.B. $m > 2$.C. $m > 1$.D. $m > 0$.**Hướng dẫn giải****Chọn A**

Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ nằm bên trên trục hoành, sau đó lấy đối xứng phần đồ thị còn lại qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

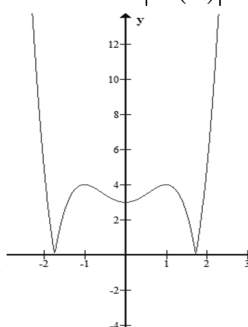
Lại có: số nghiệm phương trình $|f(x)| = m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

Vậy phương trình $|f(x)| = m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi $m > 0; m \neq 1$.

Câu 161: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| + 1 = m$ có 6 nghiệm phân biệt?

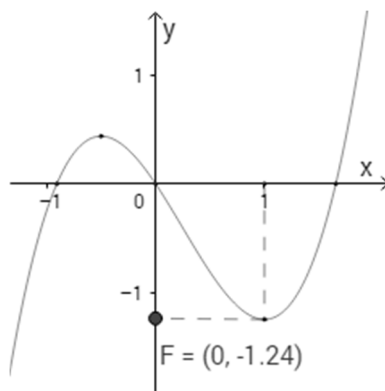
A. $-4 < m < -3$ B. $4 < m < 5$ C. $m > 5$ D. $0 < m < 4$ **Hướng dẫn giải****Chọn B**

Sử dụng phép suy đồ thị ta vẽ được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:



Phương trình $|f(x)| + 1 = m$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 6 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3 < m - 1 < 4 \Leftrightarrow 4 < m < 5$.

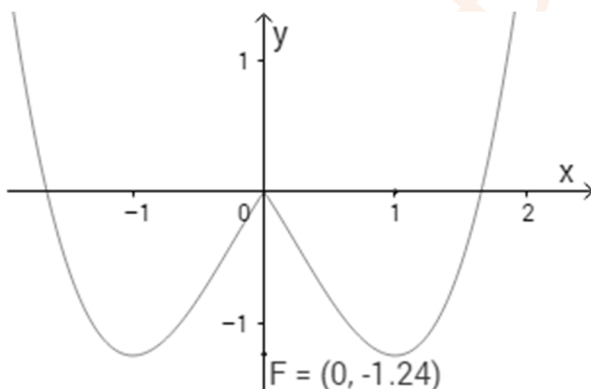
Câu 162: Cho hàm số $y = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt.



- A. $m = 0$ hoặc $m = 6$. B. $m > 0$ hoặc $m < 6$. C. $0 < m < 3$. D. $1 < m < 6$.

Hướng dẫn giải

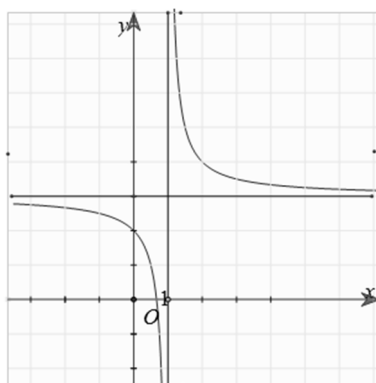
Chọn B



Ta có $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m \Leftrightarrow |x^3| - \frac{3x^2}{4} - \frac{3|x|}{2} = \frac{m^2 - 6m}{4}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{m^2 - 6m}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases}$

Câu 163: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực dương?

A. $-2 < m < 0$.B. $m < -3$.C. $0 < m < 3$.D. $m > 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

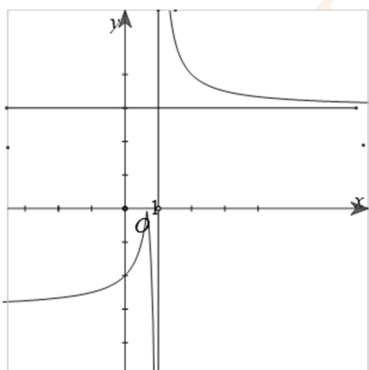
Số nghiệm của phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = \frac{|3x-2|}{x-1}$ (C') và đường thẳng $y = m$ (d).

Do $\frac{|3x-2|}{x-1} = \begin{cases} \frac{3x-2}{x-1} & \text{khi } x \geq \frac{2}{3} \\ -\frac{3x-2}{x-1} & \text{khi } x < \frac{2}{3} \end{cases}$ nên đồ thị (C') có được bằng cách

Giữ nguyên phần đồ thị $y = \frac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x \geq \frac{2}{3}$.

Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị $y = \frac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x < \frac{2}{3}$.

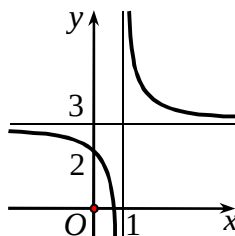
Hợp của hai phần đồ thị là (C').



Từ đồ thị ta có phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $-2 < m < 0$

Câu 164: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-2}{x-1}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để

phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm thực dương?

A. $-2 < m < 0$.B. $m < -3$.C. $0 < m < 3$.D. $m > 3$.

Lời giải

Chọn A

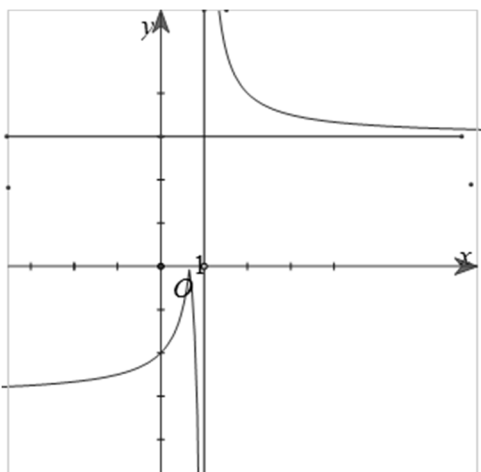
Số nghiệm của phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = \frac{|3x-2|}{x-1}$ (C') và đường thẳng $y = m$ (d).

Do $\frac{|3x-2|}{x-1} = \begin{cases} \frac{3x-2}{x-1} & \text{khi } x \geq \frac{2}{3} \\ -\frac{3x-2}{x-1} & \text{khi } x < \frac{2}{3} \end{cases}$ nên đồ thị (C') có được bằng cách

Giữ nguyên phần đồ thị $y = \frac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x \geq \frac{2}{3}$.

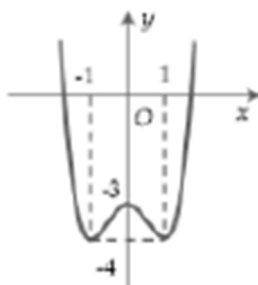
Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị $y = \frac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x < \frac{2}{3}$.

Hợp của hai phần đồ thị là (C') .



Từ đồ thị ta có phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1} = m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $-2 < m < 0$

Câu 165: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = 2m^2 - m + 3$ có 6 nghiệm thực phân biệt.



A. $-\frac{1}{2} < m < 0$

B. $20 < m < \frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2} < m < 1$

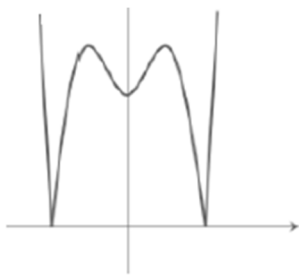
D. $\begin{cases} \frac{1}{2} < m < 1 \\ -\frac{1}{2} < m < 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương pháp:

- Vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ từ đồ thị hàm số $y = f(x)$: giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục hoành và lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục hoành qua trục hoành.



- Điều kiện để phương trình $|f(x)| = 2m^2 - m + 3$ có 6 nghiệm phân biệt là đường thẳng $y = 2m^2 - m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 6 điểm phân biệt.

Cách giải:

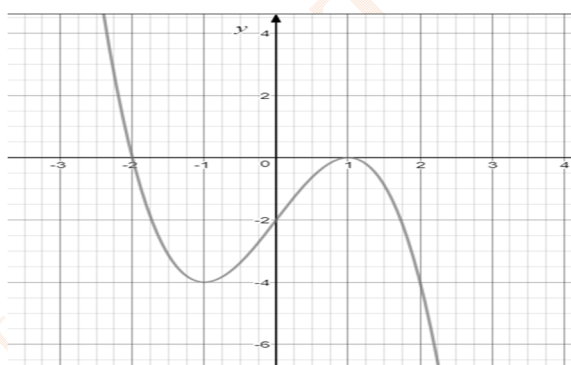
Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$.

Lúc này, để phương trình $|f(x)| = 2m^2 - m + 3$ có 6 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = 2m^2 - m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 6 điểm phân biệt.

Chú ý khi giải:

HS thường nhầm lẫn cách vẽ các đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và $y = f(|x|)$, hoặc ở bước giải bất phương trình kết hợp nghiệm sai dẫn đến chọn sai đáp án.

Câu 166: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x - 2$ như hình vẽ.



Phương trình $|x+2|(x-1)^2 = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m = 4 \end{cases}$

B. $0 \leq m \leq 4$

C. $\begin{cases} m > 4 \\ m = 0 \end{cases}$

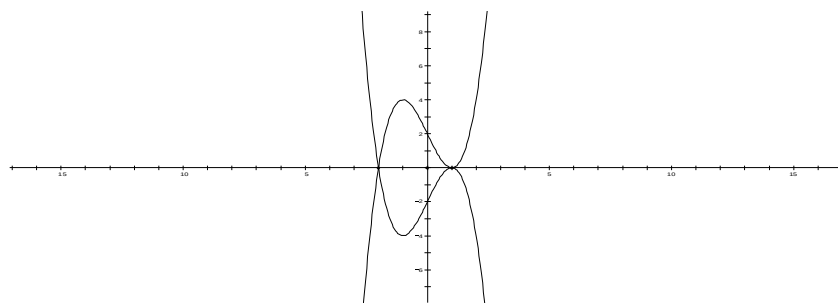
D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -4 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$y = f(x) = -x^3 + 3x - 2 = -(x+2)(x-1)^2$$

Đồ thị hàm số $y = |x+2|(x-1)^2$ là phần phía trên trục hoành



Từ đồ thị hàm số suy ra để phương trình $|x+2|(x-1)^2 = m$ có đúng hai nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 0 \\ m > 4 \end{cases}$

