TRUNG TÂM HOÀNG GIA

Số 14 – Thống Nhất – P. Tân Thành – Q. Tân Phú

Số 56 – Phố Chợ - P. Tân Thành – Q. Tân Phú

CHUYÊN ĐỀ 3

TÍCH PHÂN

Tài liệu luyện thi Thpt Quốc Gia

Năm học 2017 – 2018

Biên soạn & Giảng dạy:

Ths. Lê Văn Đoàn

0933.755.607

Chuyên đề 3 NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG

§ 1. NGUYÊN HÀM VÀ PHƯƠNG PHÁP TÌM NGUYÊN HÀM

☆☆☆

Khái niệm nguyên hàm và tính chất

1. Khái niệm nguyên hàm

– Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K. Hàm số $F(x)$ được gọi là **nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K nếu: $F'(x)=f(x),\ \forall x\in K$.

– Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì **họ nguyên hàm** của hàm số $f(x)$ trên K là: $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C,\ const=C\in\mathbb{R}$.

2. Tính chất: Nếu $f(x),\ g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K và $k\neq 0$ thì ta luôn có:

① $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C,\ \int f''(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C,\ \int f'''(x)\mathrm{d}x=f''(x)+C,....$

② $\int kf(x)\mathrm{d}x=k.\int f(x)\mathrm{d}x$, với k là số thực khác 0.

③ $\int\big[f(x)\pm g(x)\big]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x\pm\int g(x)\mathrm{d}x$.

④ $F'(x)=f(x)$ (định nghĩa).

Bảng nguyên hàm của một số hàm thường gặp (với *C* là hằng số tùy ý)

① $\int 0\mathrm{d}x=C.$	$\longrightarrow\int k\mathrm{d}x=kx+C.$
② $\int x^n\mathrm{d}x=\dfrac{x^{n+1}}{n+1}+C.$	$\longrightarrow\int(ax+b)^n\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}\dfrac{(ax+b)^{n+1}}{n+1}+C.$
③ $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\left\|x\right\|+C.$	$\longrightarrow\int\dfrac{1}{ax+b}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}\ln\left\|ax+b\right\|+C.$
④ $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{x}+C.$	$\longrightarrow\int\dfrac{1}{(ax+b)^2}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{a}\cdot\dfrac{1}{ax+b}+C.$
⑤ $\int\sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C.$	$\longrightarrow\int\sin(ax+b)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{a}\cos(ax+b)+C.$
⑥ $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C.$	$\longrightarrow\int\cos(ax+b)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}\sin(ax+b)+C.$
⑦ $\int\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=-\cot x+C.$	$\longrightarrow\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\sin^2(ax+b)}=-\dfrac{1}{a}\cot(ax+b)+C.$
⑧ $\int\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C.$	$\longrightarrow\int\dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^2(ax+b)}=\dfrac{1}{a}\tan(ax+b)+C.$
⑨ $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C.$	$\longrightarrow\int e^{ax+b}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}e^{ax+b}+C.$
⑩ $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C.$	$\longrightarrow\int a^{\alpha x+\beta}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{\alpha}\dfrac{a^{\alpha x+\beta}}{\ln a}+C.$

♦ **Nhận xét**. Khi thay x bằng $(ax+b)$ thì khi lấy nguyên hàm nhân kết quả thêm $\dfrac{1}{a}\cdot$

Dạng toán 1. Tính nguyên hàm bằng bảng nguyên hàm

☆☆☆

1. Tích của đa thức hoặc lũy thừa $\xrightarrow{PP}$ khai triển.
2. Tích các hàm mũ $\xrightarrow{PP}$ khai triển theo công thức mũ.
3. Chứa căn $\xrightarrow{PP}$ chuyển về lũy thừa.
4. Tích lượng giác bậc một của sin và cosin $\xrightarrow{PP}$ Sử dụng công thức tích thành tổng.
   - $\sin a\cos b=\frac{1}{2}\big[\sin(a+b)+\sin(a-b)\big]$
   - $\sin a\sin b=\frac{1}{2}\big[\cos(a-b)-\cos(a+b)\big]$
   - $\cos a\cos b=\frac{1}{2}\big[\cos(a+b)+\cos(a-b)\big]$
5. Bậc chẵn của sin và cosin $\Rightarrow$ Hạ bậc: $\sin^2 a=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2a,\ \cos^2 a=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 2a.$
6. Nguyên hàm của hàm số hữu tỷ $I=\int\frac{P(x)}{Q(x)}\mathrm{d}x,$ với $P(x),\ Q(x)$ là các đa thức.
   - Nếu bậc của tử số $P(x)\geq$ bậc của mẫu số $Q(x)\ \xrightarrow{PP}$ Chia đa thức.
   - Nếu bậc của tử số $P(x)<$ bậc của mẫu số $Q(x)\ \xrightarrow{PP}$ phân tích mẫu $Q(x)$ thành tích số, rồi sử dụng đồng nhất thức để đưa về dạng tổng của các phân số **(pp che).**
     - $\frac{1}{(x-m)(ax^2+bx+c)}=\frac{A}{x-m}+\frac{Bx+C}{ax^2+bx+c},$ với $\Delta=b^2-4ac<0.$
     - $\frac{1}{(x-a)^2(x-b)^2}=\frac{A}{x-a}+\frac{B}{(x-a)^2}+\frac{C}{x-b}+\frac{D}{(x-b)^2}.$

   ✍ **Lưu ý**. Nếu mẫu không phân tích được thành tích sẽ tìm hiểu ở phần đổi biến.

Bài tập vận dụng

BT 1. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định):

a) $f(x)=3x^2+\frac{1}{3}x\Rightarrow F(x)=\int\left(3x^2+\frac{1}{3}x\right)\mathrm{d}x=$ .....

b) $f(x)=2x^3-5x^2-4x+7\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

c) $f(x)=6x^5-12x^3+x^2-8\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

d) $f(x)=(x^2-3x)(x+1)\Rightarrow F(x)=\int(x^2-3x)(x+1)\mathrm{d}x=$ .....

$=$ .....

e) $f(x)=(x-1)(x^2+2)\Rightarrow F(x)=\int(x-1)(x^2+2)\mathrm{d}x=$ .....

$=$ .....

f) $f(x)=x(x^2+1)^2 \Rightarrow F(x)=\int x(x^2+1)^2\mathrm{d}x=$ .....

$=$ .....

g) $f(x)=(3-x)^3 \Rightarrow F(x)=\int (3-x)^3\mathrm{d}x=$ .....

h) $f(x)=(2x+1)^5 \Rightarrow F(x)=\int (2x+1)^5\mathrm{d}x=$ .....

i) $f(x)=(2x-10)^{2018} \Rightarrow F(x)=\int (2x-10)^{2018}\mathrm{d}x=$ .....

j) $f(x)=(3-4x)^{2019} \Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

k) $f(x)=(2x^2-1)^2 \Rightarrow F(x)=\int (2x^2-1)^2\mathrm{d}x=$ .....

l) $f(x)=(x^2+1)^3 \Rightarrow F(x)=\int (x^2+1)^3\mathrm{d}x=$ .....

BT 2. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_{\circ})=k$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=4x^3-4x+5$ thỏa mãn $F(1)=3$.

Lời giải tham khảo

Ta có: $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int (4x^3-4x+5)\mathrm{d}x=x^4-2x^2+5x+C$.

Vì $F(1)=3$ nên $4+C=3 \Rightarrow C=-1$. Suy ra $F(x)=x^4-2x^2+5x-1$.

➢ ***Lưu ý.*** *Nếu đề bài yêu cầu tìm $F(a)$ ta chỉ cần thế $x=a$ vào $F(x)$ sẽ tìm được $F(a)$.*

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=-x^3+3x^2-2x$ thỏa mãn $F(1)=0$.

.....

.....

c) Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=3x^3-2x^2+1$ thỏa mãn $F(-2)=3$.

.....

.....

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=-5x^4+4x^2-6$ thỏa mãn $F(3)=1$. Hãy tính $F(-3)$.

.....

.....

.....

e) Hàm số $f(x)=x^3+3x+2$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F(2)=14$. Tính $F(-2)$.

.....

.....

.....

f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(1-x)^9$ thỏa $10F(2)=9$.

.....

.....

g) Hàm số $f(x)=(2x+1)^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(\frac{1}{2}\right)=4$. Tính $F\left(\frac{3}{2}\right)$.

.....

.....

h) Hàm số $f(x)=(1-2x)^5$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{3}$. Tính $F(1)$.

.....

.....

.....

i) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x-3)^2$ thỏa mãn $F(0)=\frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_2\left[3F(1)-2F(2)\right]$.

.....

.....

.....

j) Gọi $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x)=x(x+2)^2$ thỏa $F_1(0)=1$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x)=x^3+4x^2+5$ thỏa $F_2(0)=-2$. Tìm nghiệm của phương trình $F_1(x)=F_2(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

k) Gọi $F_1(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f_1(x)=(x+1)(x+2)$ thỏa $F_1(0)=0$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x)=x^2+x-2$ thỏa $F_2(0)=0$. Biết rằng phương trình $F_1(x)=F_2(x)$ có hai nghiệm là $x_1,\ x_2$. Tính $2^{x_1}+2^{x_2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

BT 3. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định):

a) $f(x)=x^2-3x+\dfrac{1}{x}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

b) $f(x)=3x^2+\dfrac{1}{x}-2\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

c) $f(x)=3x^2-\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

d) $f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x}\Rightarrow F(x)=\int\dfrac{x^2-3x+1}{x}\mathrm{d}x=$ .....

$=$ .....

e) $f(x)=\dfrac{2x^4-x^2-3x}{x^2}\Rightarrow F(x)=\int\dfrac{2x^4-x^2-3x}{x^2}\mathrm{d}x=$ .....

$=$ .....

f) $f(x)=\dfrac{1}{2x-1}\Rightarrow F(x)=\int\dfrac{1}{2x-1}\mathrm{d}x=$ .....

g) $f(x)=\dfrac{1}{3-4x}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

h) $f(x)=\dfrac{5}{3x+1}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

i) $f(x)=\dfrac{3}{2-4x}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

j) $f(x)=\dfrac{2}{5-2x}+\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

k) $f(x)=\dfrac{4}{2x+1}+\dfrac{5}{x}-\dfrac{2}{x^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

l) $f(x)=\dfrac{12}{(x-1)^2}+\dfrac{2}{2x-3}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

m) $f(x)=\dfrac{6}{(3x-1)^2}-\dfrac{9}{3x-1}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

n) $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{(2-x)^2}-2x\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

o) $f(x)=\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{4}{x^4}\Rightarrow F(x)=\int\left(\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{4}{x^4}\right)\mathrm{d}x=$ .....

.....

p) $f(x)=\dfrac{2}{(2x-1)^3}\Rightarrow F(x)=\int\dfrac{2\mathrm{d}x}{(2x-1)^3}=$ .....

<u>BT 4.</u> Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_{\circ})=k$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x-5}$ thỏa mãn $F(1)=2\ln\sqrt{3}$.

.....

.....

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{5}{2-10x}$ thỏa mãn $F(2)=3\ln 2$.

.....

.....

c) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ và $F(2)=1$. Tính $F(3)$.

.....

.....

d) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}$ thỏa $F(0)=2$. Tính $F(e)$.

.....

.....

e) Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{2x-1}$ và $f(1)=1$. Tính $f(5)$.

.....

.....

f) **(Đề tham khảo Bộ GD & ĐT câu 37 năm 2018)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$; $f(0)=1$ và $f(1)=2$. Tính $P=f(-1)+f(3)$.

Lời giải tham khảo

Có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2}{2x-1}\mathrm{d}x=\ln\left|2x-1\right|+C=\begin{cases}\ln(2x-1)+C_1 \text{ khi } x>\frac{1}{2}\\ \ln(1-2x)+C_2 \text{ khi } x<\frac{1}{2}\end{cases}$

Để $\begin{cases}f(0)=1\\ f(1)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C_2=1\\ C_1=2\end{cases}$. Suy ra: $f(x)=\begin{cases}\ln(2x-1)+2 \text{ khi } x>\frac{1}{2}\\ \ln(1-2x)+1 \text{ khi } x<\frac{1}{2}\end{cases}$.

Do đó $P=f(-1)+f(3)=3+\ln 3+\ln 5=3+\ln 15$.

✍ **Nhận xét**: Sử dụng tính chất $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$, $\int f''(x)\mathrm{d}x=f'(x)+C$,.....

và vận dụng định nghĩa trị tuyệt đối $\left|A\right|=\begin{cases}A & \text{khi } A\geq 0\\ -A & \text{khi } A<0\end{cases}$.

g) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ thỏa $f'(x)=\frac{2}{x-1}$; $f(0)=3$ và $f(2)=4$. Tính giá trị của biểu thức $P=f(-2)+f(5)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

h) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{3}\right\}$ thỏa $f'(x)=\frac{6}{3x-1}$; $f(-2)=2$ và $f(1)=1$. Tính giá trị của biểu thức $P=f(-1)+f(4)$.

.....

.....

.....

.....

.....

i) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}^*$ thỏa mãn $f''(x)=\dfrac{1}{x^2}$, $f(-1)=1$, $f(1)=0$ và $f(2)=0$. Giá trị của biểu thức $f(-2)$ bằng

A. $1+2\ln 2$. **B.** $2+\ln 2$. **C.** $3+\ln 2$. **D.** $\ln 2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

j) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa $f'(x)=\left|2x-4\right|$, $f(1)=1$ và $f(3)=-2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f(4)$ bằng bao nhiêu ?

A. 6. **B.** 2. **C.** -14. **D.** 0.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

k) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ thỏa $f'(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$; $f(-3)+f(3)=0$ và $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)=0$. Tính giá trị của biểu thức $P=f(-2)+f(0)+f(4)$.

A. $2\ln 2-2\ln 3-\ln 5$. **B.** $6\ln 2-2\ln 3-\ln 5$.

C. $2\ln 3-\ln 5$. **D.** $2\ln 3-\ln 5+6$.

Lời giải tham khảo

$$f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2}{x^2-1}\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x=\ln|x-1|-\ln|x+1|+C$$

Hay $f(x)=\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C=\begin{cases}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)+C_1 & \text{khi } x>1\\ \ln(1-x^2)+C_2 & \text{khi } -1<x<1.\\ \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)+C_3 & \text{khi } x<-1\end{cases}$

Theo đề ta có: $\begin{cases}f(-3)+f(3)=0\\ f\left(-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C_1+C_3=2\ln 2\\ C_2=-2\ln 3+4\ln 2\end{cases}.$

Do đó $f(-2)+f(0)+f(4)=\ln\frac{1}{3}+C_3+C_2+\ln\frac{3}{5}+C_1$

$\Rightarrow f(-2)+f(0)+f(4)=-\ln 5+2\ln 2-2\ln 3+4\ln 2=6\ln 2-2\ln 3-\ln 5.$

Chọn đáp án B.

l) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-1;\frac{1}{2}\right\}$ và thỏa mãn $f'(x)=\frac{4x+1}{2x^2+x-1}$, $f(1)+f(-2)=0$ và $f(0)+f(1)=0$. Tính $f(-3)+f(3)+f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

A. $\ln 280$. **B.** $-\ln 10$. **C.** $\ln 70$. **D.** $\ln 28$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

m) Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$ thỏa mãn $f'(x)=|x-1|+|x-2|$, $f(0)+f\left(\frac{1}{2}\right)=1$ và $f(4)=2$. Giá trị của biểu thức $f(-1)+f\left(\frac{3}{2}\right)+f(3)$ bằng

A. 4. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** -2.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

n) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ thỏa mãn $f'(x)=x\ln|x|$, $f(-1)=\frac{3}{4}$ và $f(2)=-1$. Giá trị của biểu thức $f(-2)+f(1)$ bằng

A. $2\ln 2-1$. **B.** $1-2\ln 2$. **C.** 1. **D.** 0.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

o) Cho $f'(x)=2x+1$ và $f(1)=5$. Phương trình $f(x)=5$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$. Tính tổng $\log_2\left|x_1\right|+\log_2\left|x_2\right|$.

.....

.....

.....

.....

p) Cho hàm số $f'(x)=\dfrac{2}{(2x-1)^2}-\dfrac{1}{(x-1)^2}$ thỏa mãn $f(2)=-\dfrac{1}{3}\cdot$ Biết phương trình $f(x)=-1$ có nghiệm duy nhất $x=x_\circ$. Tính $2017^{x_\circ}$.

.....

.....

.....

.....

.....

q) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai là $f''(x)=12x^2+6x-4$ và thỏa mãn $f(0)=1$, $f(1)=3$. Tính giá trị của hàm số $f(x)$ tại $x=-1$.

.....

.....

.....

.....

.....

r) Tìm hàm số $f(x)$, biết $f'(x)=ax+\dfrac{b}{x^2}$, $f'(1)=0,\ f(1)=4$ và $f(-1)=2$. Tính $f(2)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

s) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $[-1;2]$ thỏa $f(0)=1$ và $f^2(x).f'(x)=1+2x+3x^2$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 5. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_{\circ})=k$.

a) $f(x)=\sqrt[n]{ax+b} \Rightarrow F(x)=\int \sqrt[n]{ax+b}\,\mathrm{d}x=$ .....

.....

.....

.....

✍ **Nhận xét**: $\boxed{\int \sqrt[n]{ax+b}\,\mathrm{d}x=\frac{n}{(n+1)a}\cdot(ax+b)\sqrt[n]{ax+b}+C}$

- Với $n=2 \Rightarrow F(x)=\boxed{\int \sqrt{ax+b}\,\mathrm{d}x=\frac{2}{3a}(ax+b)\sqrt{ax+b}+C}$
- Với $n=3 \Rightarrow F(x)=\boxed{\int \sqrt[3]{ax+b}\,\mathrm{d}x=\frac{3}{4a}(ax+b)\sqrt[3]{ax+b}+C}$

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{x}$ thỏa mãn $F(4)=\frac{19}{3}\cdot$

.....

.....

c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{2x-1}$ thỏa mãn $F(1)=\frac{4}{3}\cdot$

.....

.....

d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{4x-5}$ thỏa mãn $F\left(\frac{9}{4}\right)=2$.

.....

.....

e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{5-2x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{7}{3}\cdot$

.....

.....

f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{1-x}$ thỏa mãn $F(-3)=\frac{5}{3}\cdot$

.....

.....

g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{2x-4}$ thỏa mãn $F(-2)=\frac{1}{4}\cdot$

.....

.....

h) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x-2}$ thỏa mãn $F(3)=\frac{7}{4}\cdot$ Tính giá trị của biểu thức $T=2^{\log_{13}\left[F(10)\right]}+3^{\log_{13}\left[F(-6)\right]}$.

.....

.....

i) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{3-5x}$ thỏa mãn $F(-1)=-\frac{8}{5}\cdot$

.....

.....

j) $f(x)=\frac{1}{\sqrt[n]{ax+b}}\Rightarrow F(x)=\int\frac{1}{\sqrt[n]{ax+b}}\mathrm{d}x=$ .....

.....

.....

.....

.....

✍ **Nhận xét**: $\boxed{\int \frac{1}{\sqrt[n]{ax+b}}\mathrm{d}x = \frac{n}{(n-1)a}\cdot\frac{ax+b}{\sqrt[n]{ax+b}} + C}$

- Với $n=2 \Rightarrow F(x) = \boxed{\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}}\mathrm{d}x = \frac{2}{a}\sqrt{ax+b} + C}$
- Với $n=3 \Rightarrow \boxed{\int \frac{1}{\sqrt[3]{ax+b}}\mathrm{d}x = \frac{3}{2a}\sqrt[3]{(ax+b)^2} + C}$

k) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$ thỏa mãn $F(3) = 3\sqrt{11}$.

.....

.....

l) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-1}}$ thỏa mãn $F(2) = \sqrt{5}$.

.....

.....

m) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ thỏa mãn $F\left(-\frac{3}{2}\right) = 2018$.

.....

.....

n) Biết $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} = a(x+2)\sqrt{x+2} + b(x+1)\sqrt{x+1} + C$ với $a,\ b$ là các số hữu tỉ và C là hằng số bất kỳ. Tính $S = 3a + b$.

.....

.....

.....

.....

o) Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$ thỏa $F(0) = \frac{2}{3}\cdot$ Tính giá trị của biểu thức $T = 3[F(3) + F(2)] + 4\sqrt{2}$.

.....

.....

.....

.....

p) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{3}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x-2}}$ thỏa $F(1)=\sqrt{3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

q) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm $f(x)=\dfrac{9x}{\sqrt{x+10}+\sqrt{10-8x}}$ thỏa $F(0)=\sqrt{10}$.

.....

.....

.....

.....

r) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{6x}{\sqrt{3x+7}-\sqrt{7-3x}}$ thỏa $F(2)=1$.

.....

.....

.....

s) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}}$ thỏa $F(2)=2\sqrt{2}$.

.....

.....

.....

.....

t) Tìm một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{1}{(x+2)\sqrt{x+1}+(x+1)\sqrt{x+2}}$ thỏa $F(3)=4$.

.....

.....

.....

.....

u) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm $f(x)=\dfrac{1}{(x+2)\sqrt{x}-x\sqrt{x+2}}$ thỏa $F(1)=\sqrt{3}$.

.....

.....

.....

BT 6. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_{\circ})=k$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x+\sin x$ thỏa $F(0)=19$.

.....

.....

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x-\cos x$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$.

.....

.....

c) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=2x-3\cos x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi^2}{4}\cdot$ Tính $F(\pi)$.

.....

.....

d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 2x$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{5}{2}\cdot$

.....

.....

e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin(1-2x)$ thỏa $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=1$.

.....

.....

f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2$ thỏa $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{3\pi}{2}\cdot$

.....

.....

g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos^4 x-\sin^4 x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3}{2}\cdot$

.....

.....

h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^4 x+\cos^4 x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{3\pi}{16}\cdot$

.....

.....

.....

i) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x(2+\cos x)$ thỏa $4F(0)=11.$

.....

.....

j) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{5}{6}\cdot$

.....

.....

k) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 6x-\cos 4x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2}}{12}\cdot$

.....

.....

l) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin 2x+3x^2$ thỏa $F(0)=0.$

.....

.....

m) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{\cos^2 x}$ thỏa $F\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=2.$

.....

.....

n) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=0.$

.....

.....

o) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x\left(2+\dfrac{1}{x\sin^2 x}\right)$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-1.$

.....

.....

p) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\dfrac{1}{\cos^2 x}$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$

.....

.....

q) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=1+\tan^2 x$ thỏa $F\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cdot$

.....

.....

r) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\tan^2 x$ thỏa $F(0)=3.$

.....

.....

s) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=1+\tan^2\dfrac{x}{2}$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=5.$

.....

.....

.....

t) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(\tan x+\cot x)^2$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=3.$

.....

.....

u) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sin^2 x\cos^2 x}$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{8}\right)=3.$

.....

.....

.....

v) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{\cos 2x}{\sin^2 x\cos^2 x}$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0.$

.....

.....

.....

w) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{2}{(\cos x-\sin x)^2}$ thỏa $F(0)=1.$

.....

.....

.....

x) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{1}{(\sin x+\cos x)^2}$ thỏa $F(0)=\frac{1}{2}\cdot$

.....

.....

.....

y) Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=a+b\cos 2x,$ thỏa $F(0)=\frac{\pi}{2},\ F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{6}$ và $F\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\pi}{3}\cdot$ Tìm hàm số $F(x).$

.....

.....

.....

z) Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2\sin 5x+\sqrt{x}+\dfrac{3}{5}$ thỏa đồ thị của hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung. Tìm hàm số $F(x)$.

.....

.....

.....

.....

BT 7. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_{\circ})=k$.

a) Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2 x$ thỏa mãn $F(0)=10$.

.....

.....

.....

b) Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2\dfrac{x}{2}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=4$.

.....

.....

.....

c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x$, biết rằng đồ thị của hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{4}\right)$.

.....

.....

.....

.....

d) Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2\dfrac{x}{4}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{4}$.

.....

.....

.....

e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(1+\sin x)^2$ thỏa $F(0)=0$.

.....

.....

.....

.....

f) Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{4m}{\pi}+\sin^2 x,$ thỏa mãn $F(0)=1$ và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{8}\cdot$ Tìm giá thực của tham số $m.$

.....

.....

.....

.....

g) Cho hàm số $f(x)=\dfrac{a}{\pi}+\cos^2 x.$ Tìm tất cả các giá trị của a để $f(x)$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn đồng thời $F(0)=\dfrac{1}{4}$ và $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{4}\cdot$

.....

.....

.....

.....

h) Tìm hàm số $f(x),$ biết rằng $f'(x)=\cos^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ và $f(0)=\dfrac{13}{4}\cdot$

.....

.....

.....

i) Gọi $F_1(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_1(x)=\sin^2 x$ thỏa $F_1(0)=0$ và $F_2(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f_2(x)=\cos^2 x$ thỏa mãn $F_2(0)=0$. Giải phương trình $F_1(x)=F_2(x)$.

.....

.....

.....

.....

j) Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^4 x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

k) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^4 2x$ thỏa mãn $F(0)=\frac{3}{8}\cdot$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 8. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_\circ)=k$.

a) Hàm số $f(x)=\sin 3x\cos x$ có 1 nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{15}{16}\cdot$ Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)\cdot$

.....

.....

.....

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2\sin x\cos 3x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-3$.

.....

.....

.....

c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin 4x\cos x$ thỏa mãn $F(\pi)=4$.

.....

.....

.....

d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 5x\cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=5$.

.....

.....

.....

e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 6x\cos 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=-2$.

.....

.....

.....

f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 2x\cos 8x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{8}\right)=2018$.

.....

.....

.....

g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin 7x\sin x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=-7$.

.....

.....

.....

h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x\sin 3x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\cdot$

.....

.....

.....

i) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=10\sin x\sin 5x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=9.$

.....

.....

.....

BT 9. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_{\circ})=k.$

a) Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}$ thỏa $F(0)=1.$

.....

.....

b) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=e^{3x+1}$ thỏa mãn $F(0)=\frac{e}{3}\cdot$ Tính $\ln^3\left[3F(1)\right].$

.....

.....

c) Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=(2+e^{3x})^2$ thỏa $F(0)=\frac{3}{2}\cdot$ Tính $F\left(\frac{1}{3}\right)\cdot$

.....

.....

d) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^{-x}(2e^{x}+1)$ biết $F(0)=1.$

.....

.....

e) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^{x}(3+e^{-x})$ thỏa $F(\ln 2)=3$.

.....

.....

f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{e^{4x-2}}$, biết $F\left(\frac{1}{2}\right)=1$.

.....

.....

g) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^{3x-1}-\frac{1}{x^2}$, biết $F(1)=2+\frac{e^2}{3}\cdot$

.....

.....

h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2017^{x}$ thỏa mãn $F(1)=\ln^{-1}2017$.

.....

.....

i) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=3^{x}-2^{x}.3^{x}$ thỏa $F(0)=-\frac{1}{\ln 6}+2$.

.....

.....

j) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=9^{x}+3x^{2}$ thỏa $F(0)=\frac{1}{\ln 9}+2$.

.....

.....

k) Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x)=4^{x}.2^{2x+3}$ thỏa $F(0)=\frac{2}{\ln 2}\cdot$ Tính $A=\frac{\left[\ln 2.F(1)\right]^{3}}{2^{10}}\cdot$

.....

.....

.....

.....

l) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2^{2x}.3^{x}.7^{x}$ thỏa $F(1)=\dfrac{1}{\ln 84}$.

.....

.....

m) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2^{x}.3^{-2x}$ thỏa $F(1)=\dfrac{2}{9}$.

.....

.....

BT 10. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định):

a) $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}\Rightarrow F(x)=\int\dfrac{2x+1}{x-1}\mathrm{d}x=$ .....

.....

b) $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}\Rightarrow F(x)=\int\dfrac{3x+1}{x-2}\mathrm{d}x=$ .....

.....

c) $f(x)=\dfrac{x+1}{2x+3}\Rightarrow F(x)=\int\dfrac{x+1}{2x+3}\mathrm{d}x=$ .....

.....

d) $f(x)=\dfrac{x-1}{3x+1}\Rightarrow F(x)=\int\dfrac{x-1}{3x+1}\mathrm{d}x=$ .....

.....

e) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

f) $f(x)=\dfrac{4x^2+6x+1}{2x+1}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

g) $f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{2x+1}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

h) $f(x)=\dfrac{4x^3+4x^2-1}{2x+1}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

i) $f(x)=\dfrac{x^3-2x^2+3x-5}{2x+3}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

BT 11. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định):

a) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-a^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

b) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

c) $f(x)=\dfrac{1}{x(x+1)}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

d) $f(x)=\dfrac{3}{x^2+3x}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

e) $f(x)=\dfrac{4}{x^2-4x}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

f) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-6x+5}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

g) $f(x)=\dfrac{1}{x^2+4x-5}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

h) $f(x)=\dfrac{1}{2x^2-x-6}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

i) $f(x)=\dfrac{1}{2x^2-3x-9}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

j) $f(x)=\dfrac{4x-5}{x^2-x-2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

k) $f(x)=\dfrac{4x+11}{x^2+5x+6}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

l) $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-x-6}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

m) $f(x)=\dfrac{5x-3}{x^2-3x+2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

n) $f(x)=\dfrac{2x^2+6x-4}{x(x^2-4)}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

o) $f(x)=\dfrac{2x^2-6x+6}{x^3-6x^2+11x-6}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

p) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-6x+9}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

q) $f(x)=\dfrac{3x+2}{4x^2-4x+1}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

r) $f(x)=\dfrac{3x+1}{(x+1)^3}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

s) $f(x)=\dfrac{2x-1}{(x-1)^3}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

t) $f(x)=\dfrac{1}{x^2(x-1)}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

u) $f(x)=\dfrac{2}{(x-1)(x+2)^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

v) $f(x)=\dfrac{3}{x(x-1)^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

w) $f(x)=\dfrac{4}{(x^2-x)(x-2)^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

x) $f(x)=\dfrac{x+1}{x(x-1)^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

.....

y) $f(x)=\dfrac{x^2+10x-6}{x^3-2x^2-7x-4}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

.....

z) $f(x)=\dfrac{3x+6}{x(x-1)(x-2)^2}\Rightarrow F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=$ .....

.....

.....

.....

BT 12. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện $F(x_{\circ}) = k$.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \dfrac{x}{x+1}$ thỏa $F(2) = 3 - \ln 3$.

.....

.....

.....

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$, biết đồ thị hàm số $y = F(x)$ đi qua điểm $M(2;5)$.

.....

.....

.....

c) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2}{x+2}$, biết $F(-1) = 3$.

.....

.....

.....

d) Hàm số $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 + 2x + 1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-2) = 6$. Tính $F(0)$.

.....

.....

.....

.....

e) Hàm số $f(x) = \dfrac{x}{(x+1)^3}$ có 1 nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(-\dfrac{3}{2}\right) = 5$. Tính $F\left(-\dfrac{1}{2}\right)$.

.....

.....

.....

.....

f) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{3x+1}{(x+1)^3}$; biết $F(-2)=5$.

.....

.....

.....

g) Hàm số $f(x)=\dfrac{x}{(2x+1)^3}$ có nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(-\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{1}{9}\cdot$ Tính $F\left(-\dfrac{1}{8}\right)\cdot$

.....

.....

.....

h) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{x-1}$, biết $F(2)=\dfrac{5}{3}\cdot$

.....

.....

.....

i) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x+1}$, biết $F(1)=\dfrac{5}{6}\cdot$

.....

.....

.....

j) Hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{x+2}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-3)=0$. Tính $F(-1)$.

.....

.....

.....

k) Biết $f'(x)=\dfrac{2x+3}{x+1}$ và $f(2)=6$. Tính giá trị của $e^{f(0)}$.

.....

.....

l) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{x-1}$ thỏa mãn $F(2)=\dfrac{5}{3}\cdot$

.....

.....

.....

m) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{x-3}{x^2+2x-3}$ thỏa $F(0)=0$. Tính $F(-2)$.

.....

.....

.....

n) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{x+2}$ thỏa $F(-1)=\dfrac{1}{2}\cdot$ Tính $F(2)$.

.....

.....

.....

o) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{4x^2+4x+1}$; biết rằng đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)\cdot$

.....

.....

.....

p) Hàm số $f(x)=\dfrac{2x+9}{x+3}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-2)=0$. Biết phương trình $F(x)=2x+4$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$. Tính tổng $\dfrac{1}{2^{x_1}}+\dfrac{1}{2^{x_2}}\cdot$

.....

.....

.....

.....

q) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2+2x+3}{2x+1}$, biết đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\dfrac{9}{8}$.

.....

.....

.....

r) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x}$ thỏa mãn $F(1)=-\dfrac{5}{3}\ln 2$.

.....

.....

.....

s) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2+x-2}$; biết rằng đồ thị của hàm số $y=F(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\dfrac{2}{3}\ln 2$.

.....

.....

.....

t) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-x-6}$; biết $F(-1)=\dfrac{6}{5}\ln 4$.

.....

.....

.....

u) Hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-3x+2}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(3)=0$. Tính $F\left(\dfrac{2}{3}\right)$.

.....

.....

.....

.....

v) Hàm số $f(x)=\dfrac{2x+3}{2x^2-x-1}$ có nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-1)=\dfrac{11}{3}\ln 2$. Tìm $e^{F(0)}$.

.....

.....

.....

w) Hàm số $f(x)=\dfrac{4x+11}{x^2+5x+6}$ có nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-1)=\ln 2$. Tính $e^{F(-4)}$.

.....

.....

.....

x) Hàm số $y=\dfrac{5x+3}{x^2+7x+12}$ có 1 nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F(-2)=18\ln 2$. Tìm $F(-5)$.

.....

.....

.....

y) Hàm số $f(x)=\dfrac{9x-10}{6x^2-11x+3}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(1)=\ln 2$. Gọi $x_1,\ x_2$ là hai nghiệm của phương trình $F(x)=\ln\left|3x-1\right|+\dfrac{1}{2}\ln 3$. Tính $3^{x_1}+3^{x_2}$.

.....

.....

.....

z) Hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2(x+1)}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(1)=\ln 2$. Tính $F(-2)$.

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

☆☆☆

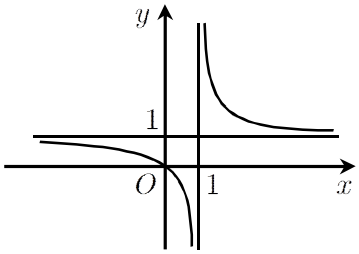
Câu 1. **(Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 – Câu 09)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+1$.

A. x^3+C. **B.** $\frac{x^3}{3}+x+C$. **C.** $6x+C$. **D.** x^3+x+C.

Câu 2. **(Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 – Câu 37)** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$; $f(0)=1$ và $f(1)=2$. Tính $P=f(-1)+f(3)$.

A. $P=4+\ln 15$. **B.** $P=2+\ln 15$. **C.** $P=3+\ln 15$. **D.** $P=\ln 15$.

Câu 3. Xét hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, có $f(0)=2$ và $f(2)=1$. Biết rằng hàm số $f'(x)=\frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Tính giá trị của $f(-1)+f(3)$.



A. $f(-1)+f(3)=2\ln 2$.

B. $f(-1)+f(3)=6$.

C. $f(-1)+f(3)=6+2\ln 2$.

D. $f(-1)+f(3)=3+2\ln 2$.

Câu 4. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 102 câu 02)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{5x-2}$.

A. $\int\frac{1}{5x-2}\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\ln\left|5x-2\right|+C$. **B.** $\int\frac{1}{5x-2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\ln(5x-2)+C$.

C. $\int\frac{1}{5x-2}\mathrm{d}x=5\ln\left|5x-2\right|+C$. **D.** $\int\frac{1}{5x-2}\mathrm{d}x=\ln\left|5x-2\right|+C$.

Câu 5. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 09)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=7^x$.

A. $\int 7^x\mathrm{d}x=7^x\ln 7+C$. **B.** $\int 7^x\mathrm{d}x=7^{x+1}+C$.

C. $\int 7^x\mathrm{d}x=\frac{7^x}{\ln 7}+C$. **D.** $\int 7^x\mathrm{d}x=\frac{7^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 6. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 02)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 3x$.

A. $\int\cos 3x\mathrm{d}x=3\sin 3x+C$. **B.** $\int\cos 3x\mathrm{d}x=\frac{\sin 3x}{3}+C$.

C. $\int\cos 3x\mathrm{d}x=\sin 3x+C$. **D.** $\int\cos 3x\mathrm{d}x=\cos 3x+C$.

Câu 7. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 08)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin x$.

A. $\int 2\sin x\mathrm{d}x=2\cos x+C$. **B.** $\int 2\sin x\mathrm{d}x=\sin^2 x+C$.

C. $\int 2\sin x\mathrm{d}x = \sin 2x + C.$ **D.** $\int 2\sin x\mathrm{d}x = -2\cos x + C.$

Câu 8. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 28)** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x$ thoả mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2.$

A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3.$ **B.** $F(x) = -\cos x + \sin x + 3.$

C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1.$ **D.** $F(x) = -\cos x + \sin x + 1.$

Câu 9. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 27)** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\sin x$ và $f(0) = 10.$ Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $f(x) = 3x + 5\cos x + 5.$ **B.** $f(x) = 3x + 5\cos x + 2.$

C. $f(x) = 3x - 5\cos x + 2.$ **D.** $f(x) = 3x - 5\cos x + 15.$

Câu 10. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 13)** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thoả mãn $F(0) = \frac{3}{2}\cdot$ Tìm $F(x).$

A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}\cdot$ **B.** $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}\cdot$

C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}\cdot$ **D.** $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}\cdot$

Câu 11. **(Đề thi thử nghiệm – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1.$ Tính $F(3).$

A. $F(3) = \ln 2 - 1.$ **B.** $F(3) = \ln 2 + 1.$ **C.** $F(3) = \frac{1}{2}\cdot$ **D.** $F(3) = \frac{7}{4}\cdot$

Câu 12. **(Đề thi minh họa – Bộ GD & ĐT 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}.$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{3}\sqrt{2x-1} + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sqrt{2x-1} + C.$

Câu 13. **(Đề thi thử nghiệm – Bộ GD & ĐT 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x.$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\sin 2x + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\sin 2x + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2\sin 2x + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -2\sin 2x + C.$

Câu 14. **(Đề thi minh họa lần 3 – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}\cdot$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

Câu 15. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 1 năm 2017)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x+2^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=1+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{2^x}{\ln 2}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+2^x\ln 2+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+2^x+C.$

Câu 16. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 1 năm 2017)** Biết một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ là $F(x)=x^2+4x+1$. Tính giá trị của hàm số $y=f(x)$ tại $x=3$.

A. $f(3)=6.$ **B.** $f(3)=10.$ **C.** $f(3)=22.$ **D.** $f(3)=30.$

Câu 17. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 2 năm 2017)** Hàm số $F(x)=2\sin x-3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây ?

A. $f(x)=2\cos x+3\sin x.$ **B.** $f(x)=-2\cos x+3\sin x.$

C. $f(x)=-2\cos x-3\sin x.$ **D.** $f(x)=2\cos x-3\sin x.$

Câu 18. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 2 năm 2017)** Xác định hệ số $a,\ b,\ c$ để hàm số $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2-3x+2)e^{-x}$.

A. $a=-1,\ b=1,\ c=-1.$ **B.** $a=-1,\ b=-5,\ c=-7.$

C. $a=1,\ b=-3,\ c=2.$ **D.** $a=1,\ b=-1,\ c=1.$

Câu 19. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 2 năm 2017)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}\left(x+\sin\dfrac{x}{2}\right).$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\cos\dfrac{x}{2}+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{x}{2}+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}x^2-\dfrac{1}{4}\cos\dfrac{x}{2}+C.$

Câu 20. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 4 năm 2017)** Hàm số $F(x)=2\sin x-3\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số nào ?

A. $f(x)=2\cos x+3\sin x.$ **B.** $f(x)=-2\cos x+3\sin x.$

C. $f(x)=-2\cos x-3\sin x.$ **D.** $f(x)=2\cos x-3\sin x.$

Câu 21. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 7 năm 2017)** Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I=\int\left[3f(x)+1\right]\mathrm{d}x.$

A. $I=3F(x)+1+C.$ **B.** $I=3xF(x)+1+C.$

C. $I=3xF(x)+x+C.$ **D.** $I=3F(x)+x+C.$

Câu 22. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 7 năm 2017)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+1}.$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln(2x+1)+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{2}{(2x+1)^2}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln\left|2x+1\right|+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln\left|2x+1\right|+C.$

Câu 23. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 8 năm 2017)** Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}x\sqrt{x}$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt{x}$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\sqrt{x}$.

Câu 24. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 8 năm 2017)** Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$. Với $a\neq 0$, hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=F(ax+b)+C$. **B.** $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=aF(ax+b)+C$.

C. $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a+b}F(ax+b)+C$. **D.** $\int f(ax+b)\mathrm{d}x=\frac{1}{a}F(ax+b)+C$.

Câu 25. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 6 năm 2017)** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=e^x(1-3e^{-2x})$.

A. $F(x)=e^x-3e^{-3x}+C$. **B.** $F(x)=e^x+3e^{-x}+C$.

C. $F(x)=e^x-3e^{-x}+C$. **D.** $F(x)=e^x+3e^{-2x}+C$.

Câu 26. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 6 năm 2017)** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 5x\cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=0$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{8}$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 27. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh Cụm 6 năm 2017)** Gọi $F(x)=(ax^3+bx^2+cx+d)e^x$ là một nguyên hàm của $f(x)=(2x^3+9x^2-2x+5)e^x$. Tính $T=a^2+b^2+c^2+d^2$.

A. $T=244$. **B.** $T=247$. **C.** $T=245$. **D.** $T=246$.

Câu 28. **(THPT Kim Liên – Hà Nội lần 2 năm học 2017)** Biết $F(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2.e^x$. Tìm $a,\ b,\ c$.

A. $a=1,\ b=2,\ c=-2$. **B.** $a=2,\ b=1,\ c=-2$.

C. $a=-2,\ b=2,\ c=1$. **D.** $a=1,\ b=-2,\ c=2$.

Câu 29. **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong – Tp Hồ Chí Minh năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$.

A. $\cos 2x+C$. **B.** $-\cos 2x+C$. **C.** $-\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 30. **(THPT Lê Lợi – Thanh Hóa lần 3 năm 2017)** Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x+\frac{1}{\cos^2 x}$ thỏa mãn điều kiện $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

A. $F(x)=-\cos x+\tan x+C$. **B.** $F(x)=-\cos x+\tan x-\sqrt{2}+1$.

C. $F(x)=\cos x+\tan x+\sqrt{2}-1$. **D.** $F(x)=-\cos x+\tan x+\sqrt{2}-1$.

Câu 31. **(THPT Chuyên Biên Hòa – Hà Nam lần 3 năm 2017)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2016^{2017x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2017.2016^{2017x}\ln 2016+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2016^{2017x}}{2017}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2016^{2017x}}{2017.\ln 2016}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2016^{2017x}}{\ln 2016}+C$.

Câu 32. **(THPT Chuyên Biên Hòa – Hà Nam lần 3 năm 2017)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=1-4\sin 2x$ và $f(0)=10$. Tính $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{4}+10$. **B.** $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{4}+12$. **C.** $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{4}+6$. **D.** $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\pi}{4}+8$.

Câu 33. **(Sở GD & ĐT Phú Thọ lần 2 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x+2$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}x^2+2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}x^2-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2-2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+2x+C$.

Câu 34. **(THPT Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa lần 3 năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^2 x$ và $F(\pi)=1$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{5}{4}-\dfrac{3\pi}{8}$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3}{4}-\dfrac{3\pi}{8}$.

C. $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{5}{4}+\dfrac{3\pi}{8}$. **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{3\pi}{8}$.

Câu 35. **(THPT Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa lần 3 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2\sqrt{2x+1}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4\sqrt{2x+1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sqrt{2x+1}+C$.

Câu 36. **(THPT Chuyên Đại học Vinh lần 4 năm 2017)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=-\cos 2x$.

A. $F(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$. **B.** $F(x)=-\dfrac{1}{2}\sin 2x+C$.

C. $F(x)=-\sin 2x+C$. **D.** $F(x)=-\dfrac{1}{2}\sin 2x$.

Câu 37. **(THPT Chuyên Đại học Vinh lần 4 năm 2017)** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}}$.

A. $F(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}$. **B.** $F(x)=\sqrt{x+1}$.

C. $F(x)=4\sqrt{x+1}$. **D.** $F(x)=2\sqrt{x+1}$.

Câu 38. **(Sở GD & ĐT Hải Dương năm 2017)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 2x$.

A. $\int \sin 2x\mathrm{d}x=-2\cos 2x+C$. **B.** $\int \sin 2x\mathrm{d}x=2\cos 2x+C$.

C. $\int \sin 2x\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\int \sin 2x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 39. **(Sở GD & ĐT Hải Dương năm 2017)** Cho hàm số $f(x)=2x+\sin x+2\cos x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=1$.

A. $F(x)=x^2+\cos x+2\sin x-2$. **B.** $F(x)=2+\cos x+2\sin x$.

C. $F(x)=x^2-\cos x+2\sin x$. **D.** $F(x)=x^2-\cos x+2\sin x+2$.

Câu 40. **(Sở GD & ĐT Bình Dương lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm $f(x)=\cos^2 x$.

A. $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\cos 2x}{4}+C$.

C. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\cos 2x}{4}+C$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$.

Câu 41. **(Sở GD & ĐT Bình Dương lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x)=2-7\sin x$ và $f(0)=14$. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **đúng** ?

A. $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{3\pi}{2}$. **B.** $f(\pi)=2\pi$.

C. $f(x)=2x+7\cos x+14$. **D.** $f(x)=2x-7\cos x+14$.

Câu 42. **(Sở GD & ĐT Bình Phước năm học 2017)** Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 2x$, biết rằng $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2\pi$.

A. $F(x)=x+\sin 2x+\dfrac{3\pi}{2}$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{2}\sin 2x+2\pi$.

C. $F(x)=\sin x+2\pi$. **D.** $F(x)=2x+2\pi$.

Câu 43. **(Sở GD & ĐT Phú Thọ năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$.

A. $\int e^{2x}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$. **B.** $\int e^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}e^{2x}+C$.

C. $\int e^{2x}\mathrm{d}x=2e^{2x}+C$. **D.** $\int e^{2x}\mathrm{d}x=-2e^{2x}+C$.

Câu 44. **(Sở GD & ĐT Phú Thọ năm 2017)** Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$ thỏa mãn $F(1)=3$. Tính $F(0)$.

A. $F(0)=0$. **B.** $F(0)=5$. **C.** $F(0)=1$. **D.** $F(0)=3$.

Câu 45. **(THPT Nguyễn Huệ – Huế năm 2017)** Tìm một nguyên hàm của hàm $f(x)=e^{3x+1}$.

A. e^{3x+1}. **B.** $\dfrac{e^{3x+1}}{2}$. **C.** $\dfrac{e^{3x+1}}{4}$. **D.** $\dfrac{e^{3x+1}}{3}$.

Câu 46. **(THPT Kim Liên – Hà Nội năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x+1)^9$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{10}(2x+1)^{10}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{20}\left(2x+1\right)^{10}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{10}(2x+1)^{9}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{20}(2x+1)^{9}+C$.

Câu 47. **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}\sqrt[3]{4x^2}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{4}\sqrt[3]{4x^2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{4\sqrt[3]{16x^4}}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{3}{8\sqrt[3]{16x^4}}+C$.

Câu 48. **(THPT Chuyên Thái Nguyên lần 2 năm 2017)** Giả sử một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{1-x^3}}+\frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}$ có dạng $A\sqrt{1-x^3}+\frac{B}{1+\sqrt{x}}$. Tìm $A+B$.

A. $A+B=-2$. **B.** $A+B=\frac{8}{3}$. **C.** $A+B=2$. **D.** $A+B=-\frac{8}{3}$.

Câu 49. **(THPT Chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm – Quãng Ngãi lần 1 năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=4^x$ thỏa mãn $F(1)=\frac{3}{\ln 2}$. Tìm $F(2)$.

A. $F(2)=\frac{9}{\ln 2}$. **B.** $F(2)=\frac{3}{\ln 2}$. **C.** $F(2)=\frac{8}{\ln 2}$. **D.** $F(2)=\frac{7}{\ln 2}$.

Câu 50. **(THPT Thực Hành Cao Nguyên lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x+2\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^3+C$.

Câu 51. **(THPT Thực Hành Cao Nguyên lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 4x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\cos 4x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{4}\cos 4x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=4\cos 4x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-4\cos 4x+C$.

Câu 52. **(THPT Chuyên Bến Tre năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 5x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=5\cos 5x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-5\cos 5x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\cos 5x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{5}\cos 5x+C$.

Câu 53. **(THPT Chuyên Bến Tre năm 2017)** Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$ thỏa mãn $F(0)=\dfrac{3}{2}$. Tính $F\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}e+2$. **B.** $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}e+1$. **C.** $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}e+\dfrac{1}{2}$. **D.** $F\left(\dfrac{1}{2}\right)=2e+1$.

Câu 54. **(Sở GD & ĐT Hà Tĩnh năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+\cos x$.

A. $\sin x-\cos x+C$. **B.** $\sin x+\cos x+C$.

C. $-\cos x-\sin x+C$. **D.** $\sin 2x+C$.

Câu 55. **(Chuyên Phan Bội Châu – Nghệ An lần 3 năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ và $F(1)=3$. Tính $F(4)$.

A. $F(4)=5$. **B.** $F(4)=3$. **C.** $F(4)=3+\ln 2$. **D.** $F(4)=4$.

Câu 56. **(Chuyên Phan Bội Châu – Nghệ An lần 3 năm 2017)** Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$.

A. $F(x)=\dfrac{1}{2}\ln(x^2-2x+1)+5$. **B.** $F(x)=-\ln(2x-2)+4$.

C. $F(x)=-\dfrac{1}{4}\ln\left|4-4x\right|+3$. **D.** $F(x)=\ln\left|1-x\right|+2$.

Câu 57. **(THPT Chu Văn An Hà Nội lần 2 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm $f(x)=\cos 3x$.

A. $\displaystyle\int\cos 3x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\sin 3x+C$. **B.** $\displaystyle\int\cos 3x\mathrm{d}x=\sin 3x+C$.

C. $\displaystyle\int\cos 3x\mathrm{d}x=3\sin 3x+C$. **D.** $\displaystyle\int\cos 3x\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}\sin 3x+C$.

Câu 58. **(THPT Chu Văn An – Hà Nội lần 2 năm học 2017)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\dfrac{1}{1-x}$ và $f(0)=1$. Tính $f(5)$.

A. $f(5)=2\ln 2$. **B.** $f(5)=1+\ln 4$. **C.** $f(5)=1-2\ln 2$. **D.** $f(5)=-2\ln 2$.

Câu 59. **(THPT Thanh Chương – Nghệ An lần 1 năm học 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^{2x+1}$.

A. $F(x)=\dfrac{2^{2x}}{\ln 2}+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{2^{2x-1}}{\ln 2}+C$.

C. $F(x)=-\dfrac{2^{2x}}{\ln 2}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{2^{2x+1}}{\ln 2}+C$.

Câu 60. **(THPT Thanh Chương – Nghệ An lần 1 năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin\left(\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{x}{2}\right)$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=1$. Tính $F(0)$.

A. $F(0)=1$. **B.** $F(0)=2$. **C.** $F(0)=0$. **D.** $F(0)=-1$.

Câu 61. **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diêu – Đồng Tháp lần 2 năm 2017)** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos 2x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\pi$.

A. $F(x)=\sin x+2\pi$. **B.** $F(x)=2x+2\pi$.

C. $F(x)=\frac{1}{2}\sin 2x+2\pi$. **D.** $F(x)=x+\sin 2x+\frac{3\pi}{2}$.

Câu 62. **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn – Quãng Trị lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{e^{2x}}{2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{e^{2x+1}}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{e^{2x}}{4}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x+1}+C$.

Câu 63. **(THPT Quốc Học Quy Nhơn – Bình Định lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(\tan x+\cot x)^2$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-2\cot(2x+2017\pi)+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x-\cot x+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+\cot x+2x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cot 2x+C$.

Câu 64. **(THPT Quốc Học Quy Nhơn – Bình Định năm 2017)** Biết $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=x(1-x)e^{-x}$. Tính $S=a+2b+2015c$.

A. $S=2019$. **B.** $S=2018$. **C.** $S=-2017$. **D.** $S=2017$.

Câu 65. **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình lần 4 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(2+\frac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)$.

A. $F(x)=2e^x+\cot x+C$. **B.** $F(x)=2e^x-\tan x+C$.

C. $F(x)=2e^x+\tan x+C$. **D.** $F(x)=2e^x-\tan x$.

Câu 66. **(THPT Chuyên Ngoại Ngữ – Hà Nội lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sin^2 x}$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cot x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cot x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\tan x+C$.

Câu 67. **(THPT Chuyên Lê Thánh Tông – Quảng Nam lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan^2 x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x-x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\tan x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+x+C$.

Câu 68. **(THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi lần 1 năm 2017)** Tìm giá trị của m để hàm số $F(x)=mx^3+(3m+2)x^2-4x+3$ là một nguyên hàm của $f(x)=3x^2+10x-4$.

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

Câu 69. **(THPT Chuyên Lê Khiết – Quảng Ngãi lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\dfrac{3}{x}-2\sqrt{x}$.

A. $\dfrac{x^3}{3}-3\ln|x|+\dfrac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$. **B.** $\dfrac{x^3}{3}+3\ln|x|-\dfrac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$.

C. $\dfrac{x^3}{3}-3\ln|x|-\dfrac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$. **D.** $\dfrac{x^3}{3}+3\ln|x|+\dfrac{4}{3}\sqrt{x^3}+C$.

Câu 70. **(THPT Chuyên Lam Sơn – Thanh Hóa lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn các điều kiện $f'(x)=2+\cos 2x$ và $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2\pi$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $f(0)=\pi$. **B.** $f(x)=2x+\dfrac{\sin 2x}{2}+\pi$.

C. $f(x)=2x-\dfrac{\sin 2x}{2}+\pi$. **D.** $f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=0$.

Câu 71. **(THPT Chuyên Biên Hòa – Đồng Nai lần 2 năm 2017)** Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x+\sin x$ thỏa mãn $f(0)=19$.

A. $F(x)=x^2+\cos x+20$. **B.** $F(x)=x^2-\cos x+20$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2-\cos x+20$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2+\cos x+20$.

Câu 72. **(THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình lần 1 năm 2017)** Kết quả nào **đúng** trong các phép tính sau ?

A. $\int \cos 2x\mathrm{d}x=\sin x\cos x+C$. **B.** $\int \cos 2x\mathrm{d}x=2\sin 2x+C$.

C. $\int \cos 2x\mathrm{d}x=-2\cos^2 x+C$. **D.** $\int \cos 2x\mathrm{d}x=\sin 2x+C$.

Câu 73. **(THPT Chuyên Sơn La lần 2 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt{x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\sqrt{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}\sqrt{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}x\sqrt{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}+C$.

Câu 74. **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai lần 1 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{-2x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-e^{-2x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-2e^{-2x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}e^{-2x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}e^{-2x}+C$.

Câu 75. **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thoả mãn $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^3-3x^2+2x+C$. Tìm hàm số $f(x)$.

A. $f(x)=x^4-x^3+x^2+Cx$. **B.** $f(x)=12x^2-6x+2+C$.

C. $f(x)=12x^2-6x+3$. **D.** $f(x)=12x^2-6x+2$.

Câu 76. **(THPT Quảng Xương – Thanh Hóa lần 3 năm 2017)** Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=ax+\dfrac{b}{x^2}$ $(a,\ b\in\mathbb{R},\ x\neq 0)$, biết rằng $F(-1)=1, F(1)=4,\ f(1)=0$.

A. $F(x)=\dfrac{3x^2}{4}+\dfrac{3}{2x}+\dfrac{7}{4}$. **B.** $F(x)=\dfrac{3x^2}{4}-\dfrac{3}{2x}-\dfrac{7}{4}$.

C. $F(x)=\dfrac{3x^2}{2}+\dfrac{3}{4x}-\dfrac{7}{4}$. **D.** $F(x)=\dfrac{3x^2}{2}-\dfrac{3}{2x}-\dfrac{1}{2}$.

Câu 77. **(THPT Quảng Xương – Thanh Hóa lần 3 năm 2017)** Phát biểu nào sau đây là **đúng** ?

A. $\int(x^2+1)^2\mathrm{d}x=\dfrac{x^2+1}{3}+C$. **B.** $\int(x^2+1)^2\mathrm{d}x=2(x^2+1)+C$.

C. $\int(x^2+1)^2\mathrm{d}x=\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{2x^3}{3}+x+C$. **D.** $\int(x^2+1)^2\mathrm{d}x=\dfrac{x^5}{5}+\dfrac{2x^3}{3}+x$.

Câu 78. **(THPT Hà Huy Tập – Hà Tĩnh lần 2 năm 2017)** Tìm khẳng định **sai** ?

A. $\int\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x=\sqrt{x}+C$. **B.** $\int\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{x}+C$.

C. $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C$.

Câu 79. **(THPT Hà Huy Tập – Hà Tĩnh lần 2 năm 2017)** Công thức nào sau đây **sai** ?

A. $\int\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{1}{x}+C$. **B.** $\int\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x=\tan x+C$.

C. $\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$. **D.** $\int\sin 2x\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 80. **(THPT Hà Huy Tập – Hà Tĩnh lần 2 năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$ thỏa mãn $F(-3)=1$. Tính $F(0)$.

A. $F(0)=\ln 2+1$. **B.** $F(0)=\ln 2-1$. **C.** $F(0)=\ln 2$. **D.** $F(0)=\ln 2-3$.

Câu 81. **(THPT Phú Xuyên A – Hà Nội năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm $f(x)=(2+e^{3x})^2$.

A. $4x+\dfrac{4}{3}e^{3x}+\dfrac{1}{6}e^{6x}+C$. **B.** $3x+\dfrac{4}{3}e^{3x}+\dfrac{1}{6}e^{6x}+C$.

C. $4x+\dfrac{4}{3}e^{3x}-\dfrac{1}{6}e^{6x}+C$. **D.** $3x+\dfrac{4}{3}e^{3x}+\dfrac{5}{6}e^{6x}+C$.

Câu 82. **(THPT Phú Xuyên A – Hà Nội lần 1 năm 2017)** Hàm số $F(x)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{8}\sin 4x+C$ là nguyên hàm của hàm số nào sau đây ?

A. $\dfrac{1}{2}\sin 2x$. **B.** $\cos^2 2x$. **C.** $\dfrac{1}{2}\cos 2x$. **D.** $\sin^2 2x$.

Câu 83. **(Sở GD & ĐT Hải Phòng lần 2 năm 2017)** Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x^4+3}{x^2}$. Chọn phương án **đúng** ?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 2x^3 - \frac{3}{x} + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C.$

Câu 84. **(Sở GD & ĐT Bắc Giang lần 1 năm 2017)** Tính nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x+2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}e^{3x+2} + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^{3x+2} + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 3e^{3x+2} + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = (3x+2)e^{3x+2} + C.$

Câu 85. **(Sở GD & ĐT Quảng Ninh năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm $f(x) = \sin(2x+1)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cos(2x+1) + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\cos(2x+1) + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos(2x+1) + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos(2x+1) + C.$

Câu 86. **(Sở GD & ĐT Vũng Tàu lần 1 năm 2017)** Cho $y = f(x),\ y = g(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau ?

A. $\int \big[f(x) + g(x)\big]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x.$

B. $\int k.f(x)\mathrm{d}x = k\int f(x)\mathrm{d}x,$ với $k \in \mathbb{R}\setminus\{0\}.$

C. $\int \big[f(x).g(x)\big]\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x \cdot \int g(x)\mathrm{d}x.$

D. $\left[\int f(x)\mathrm{d}x\right]' = f(x).$

Câu 87. **(Sở GD & ĐT Vũng Tàu lần 1 năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}.$ **B.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0.$ **C.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}.$ **D.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4}.$

Câu 88. **(Sở GD & ĐT Vũng Tàu lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $f(x) = (2x-3)e^x$. Giả sử $F(x) = (mx+n)e^x,\ (m,\ n \in \mathbb{R})$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $m-n$.

A. $m-n=7.$ **B.** $m-n=3.$ **C.** $m-n=1.$ **D.** $m-n=6.$

Câu 89. **(THPT Gia Lộc 2 – Hải Dương lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $f(x) = (2x+1)^{2017}$. Tìm hàm số $F(x)$ thỏa mãn $F'(x) = f(x)$ và $F\left(-\frac{1}{2}\right) = 2018.$

A. $F(x) = \frac{(2x+1)^{2018}}{4036} + 2018.$ **B.** $F(x) = 2017(2x+1)^{2016} + 2018.$

C. $F(x) = \frac{(2x+1)^{2018}}{2018} + 2018.$ **D.** $F(x) = 4034(2x+1)^{2016} + 2018.$

Câu 90. **(THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa lần 2 năm 2017)** Cho $a,\ b$ là các số hữu tỉ thỏa $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}} = a(x+2)\sqrt{x+2} + b(x+1)\sqrt{x+1} + C.$ Tính $S = 3a+b.$

A. $S=-\frac{2}{3}\cdot$ **B.** $S=\frac{1}{3}\cdot$ **C.** $S=\frac{4}{3}\cdot$ **D.** $S=\frac{2}{3}\cdot$

Câu 91. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2+1)^2$ thỏa $F(1)=\frac{28}{15}\cdot$ Tính giá trị của biểu thức $T=5F(6)-30F(4)+18$.

A. $T=8526$. **B.** $T=1000$. **C.** $T=7544$. **D.** $T=982$.

Câu 92. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(2x-3)^2$ thỏa $F(0)=\frac{1}{3}\cdot$ Tính giá trị của biểu thức $T=\log_2\left[3F(1)-2F(2)\right]$.

A. $T=2$. **B.** $T=4$. **C.** $T=10$. **D.** $T=-4$.

Câu 93. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x-1$. Đồ thị của hàm số $y=F(x)$ và $y=f(x)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung. Tìm tọa độ điểm chung của hai đồ thị $y=F(x)$ và $y=f(x)$.

A. $(0;-1)$ và $\left(\frac{5}{2};3\right)\cdot$ **B.** $(0;-2)$ và $\left(\frac{5}{2};8\right)\cdot$

C. $(0;-2)$ và $\left(\frac{8}{3};14\right)\cdot$ **D.** $(0;-1)$ và $\left(\frac{5}{2};9\right)\cdot$

Câu 94. **(THPT Chuyên Phan Bội Châu – Nghệ An lần 2 năm 2017)** Cho hai hàm số $F(x)=ax^3+(a+b)x^2+(2a-b+c)x+1$ và $f(x)=3x^2+6x+2$. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Hãy tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=5$. **B.** $S=4$. **C.** $S=3$. **D.** $S=2$.

Câu 95. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x-2}$ thỏa mãn $F(3)=\frac{7}{4}\cdot$ Tính giá trị của biểu thức $T=2^{\log_{13}\left[F(10)\right]}+3^{\log_{13}\left[F(-6)\right]}$.

A. $T=2$. **B.** $T=3$. **C.** $T=5$. **D.** $T=10$.

Câu 96. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x+1}}$ thỏa mãn $F(0)=0$. Biết phương trình $F(x)+1=x$ có nghiệm duy nhất dạng $x=a+\sqrt{b}$, với a, b nguyên dương. Tìm $a+b$.

A. $a+b=2$. **B.** $a+b=7$. **C.** $a+b=5$. **D.** $a+b=3$.

Câu 97. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của của hàm số $f(x)=\sin x$ và đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M(0;1)$. Tính $F\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot$

A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$. **B.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-1$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$. **D.** $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

Câu 98. **(THPT Chuyên Đại Học Khoa Học Tự Nhiên – Huế lần 1 năm 2017)** Cho hàm số $f(x)=\frac{a}{\pi}+\cos^2 x$. Tìm tất cả các giá trị của a để $f(x)$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa mãn đồng thời $F(0)=\frac{1}{4}$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$.

A. $a=\pi-2$. **B.** $a=\pi-1$. **C.** $a=\frac{\pi}{2}-1$. **D.** $a=\frac{\pi}{2}-2$.

Câu 99. **(THPT Lương Đắc Bằng – Thanh Hóa năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+1}$ thỏa mãn $F(0)=\frac{e}{3}$. Tính $\ln^3\left[3F(1)\right]$.

A. $\ln^3\left[3F(1)\right]=64$. **B.** $\ln^3\left[3F(1)\right]=-8$. **C.** $\ln^3\left[3F(1)\right]=81$. **D.** $\ln^3\left[3F(1)\right]=27$.

Câu 100. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=4^x.2^{2x+3}$ thỏa mãn $F(0)=\frac{2}{\ln 2}$. Tính giá trị của biểu thức $A=\frac{\left[\ln 2.F(1)\right]^3}{2^{10}}$.

A. $A=1$. **B.** $A=8$. **C.** $A=16$. **D.** $A=32$.

Câu 101. Cho $f'(x)=2x+1$ và $f(1)=5$. Phương trình $f(x)=5$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính tổng $S=\log_2\left|x_1\right|+\log_2\left|x_2\right|$.

A. $S=0$. **B.** $S=1$. **C.** $S=2$. **D.** $S=4$.

Câu 102. **(THPT Chuyên Hạ Long – Quãng Ninh năm học 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3\sin 3x-\cos 3x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos 3x-\sin 3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos 3x+\sin 3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos 3x-\frac{1}{3}\sin 3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\cos 3x-\frac{1}{3}\cos 3x+C$.

Câu 103. **(THPT Chuyên Hạ Long – Quãng Ninh năm học 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x-e^{-x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+e^{-x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-e^x+e^{-x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-e^{-x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-e^x-e^{-x}+C$.

Câu 104. **(THPT Chuyên Hạ Long – Quãng Ninh năm 2017)** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sqrt{3x+4}$ thỏa mãn $F(0)=8$.

A. $F(x)=\frac{1}{3}\sqrt{3x+4}+\frac{38}{3}$. **B.** $F(x)=\frac{2}{3}(3x+4)\sqrt{3x+4}+\frac{16}{4}$.

C. $F(x)=\frac{2}{9}(3x+4)\sqrt{3x+4}+\frac{56}{9}$. **D.** $F(x)=\frac{2}{3}(3x+4)\sqrt{3x+4}+\frac{8}{3}$.

Câu 105. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[3]{x}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3\sqrt[3]{x^2}}{4}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3x\sqrt[3]{x}}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{4x}{3\sqrt[3]{x}} + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{4x}{3\sqrt[3]{x^2}} + C.$

Câu 106. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$ trên $(0;+\infty)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{2}{\sqrt{x}} + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{\sqrt{x}}{2} + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{\sqrt{x}}{2} + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{2}{\sqrt{x}} + C.$

Câu 107. Biết nguyên hàm $\int \dfrac{\mathrm{d}x}{2-3x} = \dfrac{1}{a}\ln\left|2-3x\right| + C$. Tính 3^a.

A. $3^a = 6.$ **B.** $3^a = 27.$ **C.** $3^a = \dfrac{1}{9}\cdot$ **D.** $3^a = \dfrac{1}{27}\cdot$

Câu 108. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{e^{2-5x}}\cdot$

A. $\dfrac{5}{e^{2-5x}} + C$ **B.** $-\dfrac{5}{e^{2-5x}} + C.$ **C.** $\dfrac{e^{5x-2}}{5} + C.$ **D.** $\dfrac{e^{5x}}{5e^2} + C.$

Câu 109. Biết nguyên hàm $\int \dfrac{2x-3}{x^2}\mathrm{d}x = a\ln\left|x\right| + \dfrac{b}{x} + C$. Tìm a và b.

A. $a=2,\ b=3.$ **B.** $a=-2,\ b=3.$ **C.** $a=2,\ b=-3.$ **D.** $a=3,\ b=-2.$

Câu 110. Biết rằng $F(x) = \int \cos^2 x\mathrm{d}x = ax + b\sin 2x + C.$ Tính a^2+b^2.

A. $a^2+b^2 = \dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $a^2+b^2 = \dfrac{5}{16}\cdot$ **C.** $a^2+b^2 = 2.$ **D.** $a^2+b^2 = \dfrac{5}{4}\cdot$

Câu 111. Tìm một nguyên hàm của $f(x) = 4\cos x + \dfrac{1}{x^2}$ trên $(0;+\infty)$.

A. $\int\left(4\cos x + \dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x = 4\cos x + \ln x.$ **B.** $\int\left(4\cos x + \dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x = 4\cos x + \dfrac{1}{x}\cdot$

C. $\int\left(4\cos x + \dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x = 4\sin x - \dfrac{1}{x}\cdot$ **D.** $\int\left(4\cos x + \dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x = 4\sin x + \dfrac{1}{x}\cdot$

Câu 112. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{(2x-1)^2}\cdot$

A. $\int \dfrac{1}{(2x-1)^2}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2-4x} + C.$ **B.** $\int \dfrac{1}{(2x-1)^2}\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{(2x-1)^3} + C.$

C. $\int \dfrac{1}{(2x-1)^2}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{4x-2} + C.$ **D.** $\int \dfrac{1}{(2x-1)^2}\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2x-1} + C.$

Câu 113. Tìm nguyên hàm hàm số $f(x) = \sin 5x\cos x.$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{5}\cos 5x + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{5}\cos 5x + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{\cos 4x}{8} - \dfrac{\cos 6x}{12} + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{8}\cos 4x + \dfrac{1}{12}\cos 6x + C.$

Câu 114. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x}.3^x.7^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{84^x}{\ln 84} + C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{2^{2x}.3^x.7^x}{\ln 4.\ln 3.\ln 7} + C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 84^x + C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 84^x.\ln 84 + C.$

Câu 115. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{1}{2x+1}$ và $F(-1) = 5$. Tính $F(-4)$.

A. $F(-4) = \dfrac{1}{2}\ln 7 - 5.$ **B.** $F(-4) = 2\ln 7 + 5.$

C. $F(-4) = \ln 7 + 5.$ **D.** $F(-4) = \dfrac{1}{2}\ln 7 + 5.$

Câu 116. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{3}{2x-1}$ thỏa $F(1) = 0$. Tính $F(2)$.

A. $F(2) = \dfrac{3}{2}\ln 2.$ **B.** $F(2) = \dfrac{3}{2}\ln\dfrac{3}{2}\cdot$ **C.** $F(2) = \dfrac{3}{2}\ln 3.$ **D.** $F(2) = 1.$

Câu 117. Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ biết $F(2) = 1$.

A. $\ln|x-1| + 1.$ **B.** $\ln|x-1|.$ **C.** $\ln(x+1) + 1.$ **D.** $-\dfrac{1}{(x-1)^2} + 2.$

Câu 118. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$ và $F(-3) = 1$. Tính $F(0)$.

A. $F(0) = \ln 2 - 1.$ **B.** $F(0) = \ln 2 - 3.$ **C.** $F(0) = \ln 2.$ **D.** $F(0) = \ln 2 + 1.$

Câu 119. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2e^x - 3x^2$ thỏa $F(0) = \dfrac{9}{2}\cdot$

A. $F(x) = 2e^x + x^3 - \dfrac{3}{2}\cdot$ **B.** $F(x) = 2e^x - x^3 + \dfrac{5}{2}\cdot$

C. $F(x) = e^x - x^3 + \dfrac{7}{2}\cdot$ **D.** $F(x) = 2e^x - x^3 + \dfrac{9}{2}\cdot$

Câu 120. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^{2x} - 4x$ thoả mãn $F(1) = 1 + \dfrac{e^2}{2}\cdot$

A. $F(x) = \dfrac{e^{2x}}{2} - 2x^2 + 3.$ **B.** $F(x) = \dfrac{e^{2x}}{2} - 2x^2 - 1.$

C. $F(x) = e^{2x} - 2x^2 - \dfrac{3e^2}{2} + 3.$ **D.** $F(x) = e^{2x} - 2x^2 + \dfrac{3e^2}{2} - 3.$

Câu 121. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2^x + 3\sqrt{x}$ và $f(4) = \dfrac{16}{\ln 2}\cdot$ Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $f(x) = 2^x + 2\sqrt{x^3} + \dfrac{16}{\ln 2} - 32.$ **B.** $f(x) = \dfrac{2^x}{\ln 2} + \sqrt{x^3} - 8.$

C. $f(x)=2^x+\sqrt{x^3}+\dfrac{16}{\ln 2}-24.$ **D.** $f(x)=\dfrac{2^x}{\ln 2}+2\sqrt{x^3}-16.$

Câu 122. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin x-2\cos x$ thoả mãn $F\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=7.$

A. $F(x)=\cos x-2\sin x+8.$ **B.** $F(x)=-\cos x-2\sin x+8.$

C. $F(x)=-\cos x-2\sin x+5.$ **D.** $F(x)=\cos x+2\sin x+5.$

Câu 123. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-\cos 2x$ thỏa $F\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$ Tìm hàm số $F(x)$.

A. $F(x)=-\cos x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $F(x)=-\cos x-\dfrac{1}{2}\sin 2x-\dfrac{1}{2}\cdot$

C. $F(x)=-\cos x+\dfrac{1}{2}\sin 2x-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$ **D.** $F(x)=-\cos x+\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$

Câu 124. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x)=\sin^2 x-\cos 2x$ và $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=-\dfrac{3}{4}\cdot$ Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $f(x)=\dfrac{1}{3}\sin^3 x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+\dfrac{\sqrt{2}}{12}+\dfrac{1}{4}\cdot$ **B.** $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{4}\sin 2x-1.$

C. $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{3}{4}\sin 2x-\dfrac{\pi}{8}\cdot$ **D.** $f(x)=\dfrac{1}{3}\sin^3 x-\dfrac{1}{2}\sin 2x-\dfrac{\sqrt{2}}{12}-\dfrac{1}{4}\cdot$

Câu 125. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=7+4\cos x$ và $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=4.$ Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $f(x)=7x-4\sin x-7.$ **B.** $f(x)=7x-4\sin x+7.$

C. $f(x)=7x+4\sin x+4-\dfrac{7\pi}{2}\cdot$ **D.** $f(x)=7x+4\sin x-\dfrac{7\pi}{2}\cdot$

Câu 126. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=4\cos^2 x-5$ thỏa $F(\pi)=0.$ Tìm $F(x).$

A. $F(x)=-3x+\sin 2x+3\pi.$ **B.** $F(x)=\dfrac{4}{3}\sin^3 x-5x+5\pi.$

C. $F(x)=\dfrac{4}{3}\cos^3 x-5x+\dfrac{4}{3}+5\pi.$ **D.** $F(x)=-3x-\sin 2x+3\pi.$

Câu 127. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x+3\sqrt{x}$ thoả mãn $F(1)=0.$

A. $F(x)=x^2+3\sqrt[3]{x^2}-4.$ **B.** $F(x)=x^2+2\sqrt{x^3}-3.$

C. $F(x)=x^2+2\sqrt[3]{x^2}-3.$ **D.** $F(x)=x^2+3\sqrt{x^3}-4.$

Câu 128. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x-8\sin x\cos x$ thỏa mãn $F(\pi)=2.$

A. $F(x)=x^2+4\cos 2x-\pi^2-2.$ **B.** $F(x)=x^2-2\cos 2x-\pi^2+4.$

C. $F(x)=x^2+2\cos 2x-\pi^2.$ **D.** $F(x)=x^2-4\cos 2x-\pi^2+6.$

Câu 129. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{3x-6}$; $f(0)=\dfrac{4}{3}\ln 6$ và $f(3)=\dfrac{4}{3}\ln 3$. Tính $P=f(-7)+f(11)$.

A. $P=\ln 162$. **B.** $P=\ln 18$. **C.** $P=2\ln 3$. **D.** $P=3+\ln 2$.

Câu 130. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+3x+2}$ thỏa $F(1)=\ln 2$.

A. $F(x)=x+\ln|x+1|-4\ln|x+2|+4\ln 3-1$.

B. $F(x)=x+\ln|x+1|-4\ln|x+2|+4\ln 3+1$.

C. $F(x)=x+\ln|x+1|+4\ln|x+2|+4\ln 3+1$.

D. $F(x)=x+\ln|x+1|+4\ln|x+2|+4\ln 3-1$.

Câu 131. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-5x}{x^2-5x+6}$ thỏa $F(4)=6\ln 2$.

A. $F(x)=x-6\ln\left|\dfrac{x-3}{x-2}\right|-4$. **B.** $F(x)=x-6\ln\left|\dfrac{x-3}{x-2}\right|+4$.

C. $F(x)=x-6\ln\left|\dfrac{x-2}{x-3}\right|+4$. **D.** $F(x)=x-6\ln\left|\dfrac{x-2}{x-3}\right|-4$.

Câu 132. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{3x-40}{x^2-30x+200}$ thỏa $F(11)=6\ln 9$.

A. $F(x)=\ln|x-10|-2\ln|x-20|-2\ln 3$.

B. $F(x)=\ln|x-10|-2\ln|x-20|+2\ln 3$.

C. $F(x)=\ln|x-10|+2\ln|x-20|-2\ln 3$.

D. $F(x)=\ln|x-10|+2\ln|x-20|+2\ln 3$.

Câu 133. Hàm số $f(x)=\dfrac{5x+11}{x^2+3x-10}$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F(3)=3\ln 8$. Tìm $e^{F(-6)}$.

A. $e^{F(-6)}=64$. **B.** $e^{F(-6)}=512$. **C.** $e^{F(-6)}=4096$. **D.** $e^{F(-6)}=32768$.

Câu 134. Hàm số $f(x)=\dfrac{9x-10}{6x^2-11x+3}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F(1)=\ln 2$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $F(x)=\ln|3x-1|+\dfrac{1}{2}\ln 3$. Tính $3^{x_1}+3^{x_2}$.

A. $3^{x_1}+3^{x_2}=28$. **B.** $3^{x_1}+3^{x_2}=4$.

C. $3^{x_1}+3^{x_2}=\dfrac{730}{27}$. **D.** $3^{x_1}+3^{x_2}=\dfrac{82}{27}$.

Câu 135. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-7x+12}$ thỏa $F(5)=5$.

A. $F(x)=x+16\ln|x-4|-9\ln|x-3|-9\ln 2$.

B. $F(x)=x-16\ln|x-4|+9\ln|x-3|+9\ln 2$.

C. $F(x)=x+16\ln|x-4|-9\ln|x-3|+9\ln 2$.

D. $F(x)=x-16\ln|x-4|+9\ln|x-3|-9\ln 2$.

Câu 136. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2+(a+b)x+ab}$; giả sử hàm số xác định.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln\left|\dfrac{x+b}{x+a}\right|+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{b-a}\ln\left|\dfrac{x+a}{x+b}\right|+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln\left|\dfrac{x+a}{x+b}\right|+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{b-a}\ln\left|\dfrac{x+b}{x+a}\right|+C$.

Câu 137. Hàm số $f(x)=\dfrac{x^4}{x^2-1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(0)=-\dfrac{14}{3}$. Tính $e^{F(2)}$.

A. $e^{F(2)}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

B. $e^{F(2)}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $e^{F(2)}=\sqrt{3}$.

D. $e^{F(2)}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 138. Hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x^2+x-2}$ có 1 nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(2)=\dfrac{10\ln 2}{3}$. Tính $e^{F(-1)}$.

A. $e^{F(-1)}=\sqrt[3]{2^5}$.

B. $e^{F(-1)}=\ln\sqrt[3]{2}$.

C. $e^{F(-1)}=\sqrt[3]{2}$.

D. $e^{F(-1)}=\ln\sqrt[3]{4^5}$.

Câu 139. Hàm số $y=\dfrac{5x+3}{x^2+7x+12}$ có 1 nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F(-2)=18\ln 2$. Tìm $F(-5)$.

A. $F(-5)=-33\ln 2$.

B. $F(-5)=-21\ln 2$.

C. $F(-5)=-17\ln 2$.

D. $F(-5)=-11\ln 2$.

Câu 140. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{-x^3+5x+2}{4-x^2}$ thỏa mãn $F(1)=\dfrac{3}{2}$.

A. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\ln|x-2|-1$.

B. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\ln|2-x|-1$.

C. $F(x)=\dfrac{x^2+2}{2}-\ln|2-x|$.

D. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+\ln|2-x|+1$.

Câu 141. Hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2-5x+6}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F(4)=1-\ln 2$.

Phương trình $F(x)=1$ có nghiệm $x=\dfrac{a}{b}$; với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm $a+b$.

A. $a+b=-2$.

B. $a+b=5$.

C. $a+b=7$.

D. $a+b=9$.

Câu 142. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=-\dfrac{x}{(x+1)^2}$; biết rằng đồ thị của hàm số $y=F(x)$ đi qua gốc tọa độ O.

A. $F(x)=\dfrac{x}{x+1}-\ln|x+1|$.

B. $F(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{x+1}-\ln|x+1|$.

C. $F(x)=-\dfrac{1}{x+1}+\ln|x+1|+1$.

D. $F(x)=\dfrac{x}{x+1}+\ln|x+1|$.

Câu 143. Hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2(x+1)}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(1)=\ln 2$. Tính $F(-2)$.

A. $F(-2)=\dfrac{5}{2}-\ln\dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $F(-2)=\dfrac{5}{2}-\ln 2.$

C. $F(-2)=\dfrac{3}{2}-\ln\dfrac{1}{2}\cdot$ **D.** $F(-2)=\dfrac{3}{2}-\ln 2.$

Câu 144. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2}$, biết đồ thị hàm số $y=F(x)$ đi qua điểm $M\left(e;2+\dfrac{1}{e}\right)\cdot$

A. $F(x)=\ln x-\dfrac{1}{x}+2.$ **B.** $F(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}+1.$

C. $F(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}-2.$ **D.** $F(x)=\ln x-\ln x^2+1.$

Câu 145. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{x^2+2x+1}$, biết rằng đồ thị hàm số $y=F(x)$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $F(x)=x+\dfrac{2}{x+1}-2.$ **B.** $F(x)=x+\dfrac{2}{x+1}+2.$

C. $F(x)=x-2\ln(x+1)^2.$ **D.** $F(x)=x-\dfrac{2}{x+1}+2.$

Câu 146. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x-1}{x^2+2x+1}$ và thỏa $F(1)=\dfrac{1}{3}\cdot$ Xác định hàm số $F(x)$.

A. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{13}{6}\cdot$ **B.** $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{11}{6}\cdot$

C. $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{13}{6}\cdot$ **D.** $F(x)=\dfrac{x^2}{2}+x+\dfrac{2}{x+1}-\dfrac{11}{6}\cdot$

Câu 147. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=(1-x)\ln(x^2+1)$. Hỏi hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. $0.$ **B.** $1.$ **C.** $2.$ **D.** $3.$

Câu 148. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=(x^2-x-1)(1+\cos 2x)$. Hỏi hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. Vô số **B.** $1.$ **C.** $2.$ **D.** $3.$

Câu 149. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=25^x-2017.5^x+2018$. Hỏi hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. $0.$ **B.** $1.$ **C.** $2.$ **D.** $3.$

Câu 150. Hàm số $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=x(\log^2 x-\log x^2-3)$. Hỏi hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $0.$ **B.** $1.$ **C.** $2.$ **D.** $3.$

BẢNG ĐÁP ÁN NGUYÊN HÀM CƠ BẢN

1.D	2.C	3.B	4.C	5.B	6.D	7.D	8.A	9.D	10.B
11.B	12.A	13.A	14.B	15.B	16.A	17.A	18.A	19.A	20.D
21.D	22.C	23.D	24.B	25.C	26.D	27.D	28.C	29.D	30.C
31.D	32.A	33.A	34.D	35.B	36.C	37.C	38.D	39.D	40.B
41.B	42.B	43.C	44.D	45.B	46.B	47.D	48.A	49.A	50.B
51.C	52.B	53.A	54.A	55.B	56.A	57.C	58.A	59.C	60.C
61.C	62.A	63.B	64.C	65.C	66.B	67.D	68.B	69.C	70.C
71.A	72.D	73.C	74.D	75.A	76.C	77.D	78.A	79.A	80.A
81.D	82.B	83.A	84.B	85.C	86.C	87.A	88.A	89.C	90.B
91.A	92.D	93.A	94.C	95.D	96.A	97.D	98.A	99.D	100.B
101.C	102.A	103.C	104.B	105.D	106.D	107.C	108.A	109.B	110.C
111.A	112.C	113.A	114.D	115.C	116.A	117.D	118.B	119.A	120.D
121.C	122.B	123.C	124.D	125.A	126.B	127.C	128.A	129.A	130.B
131.D	132.C	133.A	134.C	135.B	136.D	137.C	138.D	139.C	140.C
141.A	142.D	143.B	144.A	145.C	146.C	147.C	148.C	149.C	150.D

Dạng toán 2. Nguyên hàm từng phần

☆☆☆

Định lý: Nếu hai hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm và liên tục trên K thì

$$I = \int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x \text{ hay } I = \boxed{\int u\mathrm{d}v = uv - \int v\mathrm{d}u}.$$

Vận dụng giải toán:

— **Nhận dạng**: Tích hai hàm khác loại nhân nhau, Ví dụ: $\int e^x \sin x\mathrm{d}x$, $\int x\ln x\mathrm{d}x$,....

— **Đặt**: $\begin{cases} u = \cdots\cdots\cdots \xrightarrow{Vi\ phân} \mathrm{d}u = \cdots\cdots\cdots\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = \cdots\mathrm{d}x \xrightarrow{Nguyên\ ha`m} v = \cdots\cdots\cdots \end{cases}$. Suy ra: $I = \int u\mathrm{d}v = uv - \int v\mathrm{d}u$.

— **Thứ tự ưu tiên chọn *u***: ***log – đa – lượng – mũ*** và $dv =$ ***phần còn lại***.

— **Lưu ý** rằng bậc của đa thức và bậc của ln tương ứng với số lần lấy nguyên hàm.

— **Dạng mũ nhân lượng giác** là dạng nguyên hàm từng phần luân hồi.

Bài tập vận dụng

BT 1. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ (giả sử điều kiện được xác định):

a) Tính $I = \int \ln x\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

b) Tính $I = \int x\ln x\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

c) Tính $I = \int (2x+1)\ln x\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

d) Tính $I = \int x\ln(1-x)\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

e) Tính $I=\int x\sin x\,\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

f) Tính $I=\int x\cos x\,\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

g) Tính $I=\int (x+1)\sin 2x\,\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

h) Tính $I=\int x\sin\dfrac{x}{2}\,\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

i) Tính $I=\int x\sin x\cos x\,\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

j) Tính $I=\int x(2\cos^2 x-1)\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

k) Tính $I=\int xe^x\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

l) Tính $I=\int (1-2x)e^x\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

m) Tính $I=\int xe^{3x}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

n) Tính $I=\int xe^{-x}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

o) Tính $I=\int (4x-1)e^{-2x}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

p) Tính $I=\int \dfrac{x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

q) Tính $I=\int \dfrac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

r) Tính $I=\int \dfrac{2x-1}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

s) Tính $I=\int \dfrac{2x}{1-\cos 4x}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

t) Tính $I=\int \dfrac{\ln x}{x^3}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

u) Tính $I = \int \frac{x^2 - 1}{x^2} \ln x \, \mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

v) Tính $I = \int e^x \cos x \, \mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

w) Tính $I = \int e^x \sin x \, \mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

x) Tính $I = \int e^{-2x} \cos 3x \, \mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

y) Tính $I = \int x\ln(x^2+1)\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \longrightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

z) Tính $I = \int \dfrac{\ln(4x^2+8x+3)}{(x+1)^3}\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 2. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn điều kiện cho trước.

a) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = xe^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

.....

.....

.....

.....

b) Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x\cos 3x$ thỏa mãn $F(0) = 1$.

.....

.....

.....

.....

c) Cho $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x^3}\cdot$ Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x)\ln x.$

Lời giải tham khảo

Vì $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x^3}$ nên theo định nghĩa nguyên hàm ta có $(\ln x)'=\frac{f(x)}{x^3}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{f(x)}{x^3}\Rightarrow f(x)=x^2\Rightarrow f'(x)=2x.$

Khi đó $I=\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\int 2x\ln x\mathrm{d}x.$

Chọn $\begin{cases}u=\ln x\longrightarrow \mathrm{d}u=\frac{1}{x}\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=2x\mathrm{d}x\longrightarrow v=x^2\end{cases}\Rightarrow I=x^2\ln x-\int x\,\mathrm{d}x=x^2\ln x-\frac{x^2}{2}+C.$

Lưu ý: Nếu hàm $f(x)$ phức tạp (dạng $u.v$ hoặc $\frac{u}{v}$) ta có thể bỏ qua bước tính $f'(x)$ và khi đó chọn $\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow v=f(x),$ tùy vào bài toán sao cho đơn giản.

d) Cho $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của hàm $\frac{f(x)}{x^2}\cdot$ Tìm nguyên hàm của $f'(x)\ln x.$

.....

.....

.....

.....

e) Cho $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của $xf(x).$ Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x)\ln x.$

.....

.....

.....

.....

f) Cho $F(x)=x^2+1$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}\cdot$ Tìm nguyên hàm của $f'(x)\ln x.$

.....

.....

.....

.....

g) Cho $F(x)=\frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}\cdot$ Tìm nguyên hàm của $f'(x).(x^4-x^3).$

.....

.....

.....

.....

h) Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x)e^{2x}$.

.....

.....

.....

.....

i) Cho $F(x) = \frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)(x^3+1)$.

.....

.....

.....

.....

j) Cho $F(x) = \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $x^2 f(x)$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)x^3 \ln x$.

.....

.....

.....

.....

.....

k) Cho $F(x) = \frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)x\ln x$.

.....

.....

.....

.....

.....

l) Cho $F(x)=\frac{1}{x^3}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x)\ln x$.

.....

.....

.....

.....

m) Cho $F(x)=\frac{x^4}{16}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x)\ln x$.

.....

.....

.....

.....

n) Cho $F(x)=-xe^x$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)e^{2x}$.

.....

.....

.....

.....

o) Cho $F(x)=2(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ thỏa $f(0)=0$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$.

.....

.....

.....

.....

p) Cho $F(x)=\left(1-\frac{x^2}{2}\right)\cos x+x\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\sin x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\cos x$.

.....

.....

.....

q) Cho $F(x)=\left(\frac{x^2}{2}-1\right)\sin x+x\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\cos x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\sin x$.

.....

.....

.....

.....

.....

r) Cho $F(x)=x\tan x+\ln\left|\cos x\right|$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{\cos^2 x}\cdot$ Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\tan x$.

.....

.....

.....

.....

s) Cho $F(x)=-x\cot x+\ln\left|\sin x\right|$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{\sin^2 x}\cdot$ Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\cot x$.

.....

.....

.....

.....

t) Cho $F(x)=\left(\frac{x^2}{2}-x+1\right)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$.

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

☆☆☆

Câu 1. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 32)** Cho $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x).e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=-x^2+2x+C.$ **B.** $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=-x^2+x+C.$

C. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=2x^2-2x+C.$ **D.** $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=-2x^2+2x+C.$

Câu 2. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 102 câu 40)** Cho $F(x)=(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x).e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(x-2)e^x+C.$ **B.** $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{2-x}{2}e^x+C.$

C. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(2-x)e^x+C.$ **D.** $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(4-2x)e^x+C.$

Câu 3. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 37)** Cho $F(x)=-\dfrac{1}{3x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{5x^5}+C.$ **B.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}-\dfrac{1}{5x^5}+C.$

C. $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C.$ **D.** $\int f'(x)\ln x\mathrm{d}x=-\dfrac{\ln x}{x^3}+\dfrac{1}{3x^3}+C.$

Câu 4. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 42)** Cho $F(x)=\dfrac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}\right)+C.$ **B.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}+C.$

C. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{2x^2}+C.$ **D.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=-\left(\dfrac{\ln x}{x^2}+\dfrac{1}{x^2}\right)+C.$

Câu 5. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 5 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của $y=xe^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2e^x+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=xe^x+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=(x+1)e^x+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=(x-1)e^x+C.$

Câu 6. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 2 năm 2017)** Tìm nguyên hàm của $y=x\ln x$.

A. $\dfrac{x^2}{2}\ln x+\dfrac{1}{4}x^2+C.$ **B.** $x^2\ln x-\dfrac{1}{2}x^2+C.$

C. $\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{1}{4}x^2+C.$ **D.** $x\ln x+\dfrac{1}{2}x+C.$

Câu 7. **(THPT Thực Hành Cao Nguyên lần 2 năm 2017)** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln 2x$.

A. $\frac{x^2}{2}\ln 2x - x^2 + C.$ **B.** $x^2\ln 2x - \frac{x^2}{2} + C.$

C. $\frac{x^2}{2}(\ln 2x - 1) + C.$ **D.** $\frac{x^2}{2}\left(\ln 2x - \frac{1}{2}\right) + C.$

Câu 8. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 2 năm 2017)** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{\frac{x}{2}}$ thỏa $f(0) = -1$. Tính $F(4)$.

A. $F(4) = 3.$ **B.** $F(4) = \frac{7e^2}{4} - \frac{3}{4}\cdot$ **C.** $F(4) = 4e^2 + 3.$ **D.** $F(4) = 4e^2 - 3.$

Câu 9. **(Sở GD & ĐT Phú Thọ năm 2017)** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\ln(x+2)$.

A. $\frac{x^2}{2}\ln(x+2) - \frac{x^2+4x}{4} + C.$ **B.** $\frac{x^2-4}{2}\ln(x+2) - \frac{x^2-4x}{4} + C.$

C. $\frac{x^2}{2}\ln(x+2) - \frac{x^2+4x}{2} + C.$ **D.** $\frac{x^2-4}{2}\ln(x+2) - \frac{x^2+4x}{2} + C.$

Câu 10. **(THPT Chuyên Bến Tre – Bến Tre năm 2017)** Tìm nguyên hàm của $f(x) = \ln x.$

A. $x\ln x + C.$ **B.** $x - x\ln x + C.$ **C.** $x\ln x + x + C.$ **D.** $x\ln x - x + C.$

Câu 11. **(THPT Chuyên Đại Học Vinh lần 3 năm 2017)** Cho $y = f(x)$ thỏa $f'(x) = (x+1)e^x$ và $\int f(x)\mathrm{d}x = (ax+b)e^x + c$, với $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$. Tính $a+b$.

A. $a+b=0.$ **B.** $a+b=3.$ **C.** $a+b=2.$ **D.** $a+b=1.$

Câu 12. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\ln(2x-1)$.

A. $\frac{4x^2-1}{8}\ln|2x-1| + \frac{x(x+1)}{4} + C.$ **B.** $\frac{4x^2-1}{8}\ln|2x-1| - \frac{x(x+1)}{4} + C.$

C. $\frac{4x^2+1}{8}\ln|2x-1| + \frac{x(x+1)}{4} + C.$ **D.** $\frac{4x^2+1}{8}\ln|2x-1| - \frac{x(x+1)}{4} + C.$

Câu 13. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-1)e^{-x}$.

A. $-(2x+1)e^{-x} + C.$ **B.** $-(2x-1)e^{-x} + C.$

C. $-(2x+3)e^{-x} + C.$ **D.** $-(2x-3)e^{-x} + C.$

Câu 14. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-1)\sin 2x.$

A. $\frac{(1-2x)\cos 2x + \sin 2x}{2} + C.$ **B.** $\frac{(2-2x)\cos 2x + \sin 2x}{2} + C.$

C. $\frac{(1-2x)\cos 2x + \sin 2x}{4} + C.$ **D.** $\frac{(2-2x)\cos 2x + \sin 2x}{4} + C.$

Câu 15. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = (x+1)\cos x.$

A. $(x+1)\sin x - \cos x + C.$ **B.** $(x+1)\sin x + \cos x + C.$

C. $-(x+1)\sin x - \cos x + C.$ **D.** $-(x+1)\sin x + \cos x + C.$

Câu 16. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \ln x$ thỏa $F(1) = 3$. Tính $F(e)$.

A. $F(e) = 3.$ **B.** $F(e) = 1.$ **C.** $F(e) = 4.$ **D.** $F(e) = 0.$

Câu 17. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sin x\cos x.$

A. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{x}{2}\cos 2x\right)+C.$ **B.** $-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 2x-\frac{x}{2}\cos 2x\right)+C.$

C. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 2x-\frac{x}{2}\cos 2x\right)+C.$ **D.** $-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{x}{2}\cos 2x\right)+C.$

Câu 18. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x\sin x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=2019.$

A. $F(x)=x\sin x+\cos x+2019.$ **B.** $F(x)=\sin x-x\cos x+2018.$

C. $F(x)=x\sin x-\cos x+2019.$ **D.** $F(x)=\sin x+x\cos x+2018.$

Câu 19. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x\cos x$ thỏa mãn $F(\pi)=2017.$

A. $F(x)=x\sin x-\cos x+2019.$ **B.** $F(x)=x\sin x+\cos x+2018.$

C. $F(x)=-x\sin x+\cos x-1.$ **D.** $F(x)=-x\sin x-\cos x+2017.$

Câu 20. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^x.$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-xe^x+e^x+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=xe^x+e^x+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=xe^x-e^x+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-xe^x-e^x+C.$

Câu 21. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln x.$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}\ln x+\frac{x^3}{9}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{x^3}{3}\ln x-\frac{x^3}{9}+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{x^3}{3}\ln x+\frac{x^3}{9}+C.$

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin x\cos x.$

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{4}\sin 2x-\frac{x}{8}\cos 2x+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{x}{8}\cos 2x+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{8}\sin 2x-\frac{x}{4}\cos 2x+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{x}{2}\sin 2x+C.$

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\cos^2\frac{x}{2}.$

A. $\frac{x^2}{4}-\frac{x\sin x}{2}-\frac{\cos x}{2}+C.$ **B.** $\frac{x^2}{4}+\frac{x\sin x}{2}+\frac{\cos x}{2}+C.$

C. $\frac{x^2}{4}+\frac{x\sin x}{2}-\frac{\cos x}{2}+C.$ **D.** $\frac{x^2}{4}-\frac{x\sin x}{2}+\frac{\cos x}{2}+C.$

Câu 24. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^{\frac{x}{3}}.$

A. $\frac{x+3}{3}e^{\frac{x}{3}}+C.$ **B.** $\frac{x-3}{3}e^{\frac{x}{3}}+C.$ **C.** $3(x-3)e^{\frac{x}{3}}+C.$ **D.** $(x+3)e^{\frac{x}{3}}+C.$

Câu 25. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2\cos x.$

A. $(2x+x^2)\cos x-x\sin x.$ **B.** $(x^2+2)\sin x-2x\cos x.$

C. $(x^2-2)\sin x+2x\cos x.$ **D.** $2x^2\sin x-x\cos x+\sin x.$

Câu 26. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2$.

A. $\frac{x^2}{2}-x\cos x-\sin x+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+x\cos x-\sin x+C$.

C. $\frac{x^2}{2}-x\cos x+\sin x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}+x\cos x+\sin x+C$.

Câu 27. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x}{\cos^2 x}$.

A. $-x\cot x-\ln\left|\cos x\right|+C$. **B.** $x\tan x+\ln\left|\cos x\right|+C$.

C. $-x\cot x+\ln\left|\cos x\right|+C$. **D.** $-x\tan x+\ln\left|\cos x\right|+C$.

Câu 28. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sin 2x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}(2x\cos 2x-\sin 2x)$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}(2x\cos 2x+\sin 2x)$.

Câu 29. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2+2x)e^x$.

A. $(2x+2).e^x$. **B.** x^2e^x. **C.** $(x^2+x).e^x$. **D.** $(x^2-2x).e^x$.

Câu 30. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x.e^{-x}$ thỏa mãn $F(0)=1$.

A. $-(x+1)e^{-x}+1$. **B.** $-(x+1)e^{-x}+2$. **C.** $(x+1)e^{-x}+1$. **D.** $(x+1)e^{-x}+2$.

Câu 31. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x+1)\sin x$.

A. $(x+1)\cos x+\sin x+C$. **B.** $-(x+1)\cos x+\sin x+C$.

C. $-(x+1)\cos x-\sin x+C$. **D.** $(x+1)\cos x-\sin x+C$.

Câu 32. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\ln x$.

A. $x(\ln x-1)+C$. **B.** $\frac{1}{x}+C$. **C.** $\frac{\ln^2 x}{2}+C$. **D.** $x(\ln x+1)+C$.

Câu 33. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x\left(\frac{1}{\cos x}+x\right)$.

A. $\sin x\left(\frac{x}{\sin x}+\frac{1}{2}x^2\right)+C$. **B.** $x(1+\sin x)-\cos x+C$.

C. $x(1+\sin x)+\cos x+C$. **D.** $x(1-\sin x)+\cos x+C$.

Câu 34. Tìm một n guyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x\cos 3x$ thỏa mãn $F(0)=1$.

A. $F(x)=\frac{1}{3}x\sin 3x+\frac{1}{9}\cos 3x+\frac{1}{9}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}x\sin 3x+\frac{1}{9}\cos 3x+1$.

C. $F(x)=\frac{1}{6}x^2\sin 3x$. **D.** $F(x)=\frac{1}{3}x\sin 3x+\frac{1}{9}\cos 3x+\frac{8}{9}$.

Câu 35. Tìm một nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x^2+2x)e^x$.

A. $F(x)=(2x+2).e^x$. **B.** $F(x)=x^2e^x$.

C. $F(x)=(x^2+x).e^x$. **D.** $F(x)=(x^2-2x).e^x$.

Câu 36. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\cos 2x$.

A. $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+C$. **B.** $\frac{1}{2}x\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

C. $\frac{x^2\sin 2x}{4}+C$. **D.** $\sin 2x+C$.

Câu 37. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x.\sin(2x+1)$.

A. $-\frac{x}{2}\cos(2x+1)+\frac{1}{4}\sin(2x+1)+C$. **B.** $-\frac{x^2}{4}\cos(2x+1)+C$.

C. $\frac{x}{2}\cos(2x+1)-\frac{1}{4}\sin(2x+1)+C$. **D.** $-\frac{x}{2}\cos(2x+1)+\frac{1}{2}\sin(2x+1)+C$.

Câu 38. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\ln(1+x)$.

A. $\frac{x^2}{2(x+1)}+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}\ln(1+x)-\frac{1}{6}x^3\ln(1+x)+C$.

C. $\frac{1}{2}(x^2-1)\ln(1+x)-\frac{1}{4}x^2+\frac{x}{2}+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}\ln(1+x)-\frac{x^2}{4}+\frac{1}{2}\ln(x+1)+C$.

Câu 39. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(x-2)\sin 3x$.

A. $-\frac{(x-2)\cos 3x}{3}+\frac{1}{9}\sin 3x+C$. **B.** $\frac{(x-2)\cos 3x}{3}+\frac{\sin 3x}{9}+C$.

C. $-\frac{(x+2)\cos 3x}{3}+\frac{\sin 3x}{9}+C$. **D.** $\frac{\sin 3x}{3}-\frac{(x-2)\cos 3x}{3}+C$.

Câu 40. Cho $F(x)=\frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x.\mathrm{d}x=\frac{2\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x.\mathrm{d}x=-\left(\frac{2\ln x}{x^2}+\frac{1}{x^2}\right)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x.\mathrm{d}x=\frac{2\ln x}{x^2}-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x.\mathrm{d}x=-\left(\frac{2\ln x}{x^2}-\frac{1}{x^2}\right)+C$.

Câu 41. Cho $F(x)=\frac{1}{x^3}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x.\mathrm{d}x=-\frac{3\ln x}{x^2}+\frac{3}{2x^2}+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x.\mathrm{d}x=\frac{3\ln x}{x^2}-\frac{3}{2x^2}+C$.

C. $\int f'(x)\ln x.\mathrm{d}x=-\frac{3\ln x}{x^2}-\frac{3}{2x^2}+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x.\mathrm{d}x=\frac{3\ln x}{x^2}\frac{3}{2x^2}+C$.

Câu 42. Cho $F(x)=\frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x)x\ln x$.

A. $\int f'(x)x\ln x.\mathrm{d}x=-4\left(\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x^2}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)x\ln x.\mathrm{d}x=4\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x}\right)+C$.

C. $\int f'(x)x\ln x.\mathrm{d}x=4\left(\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x^2}\right)+C$. **D.** $\int f'(x)x\ln x.\mathrm{d}x=-4\left(\frac{\ln x}{x^2}+\frac{1}{x}\right)+C$.

Câu 43. Cho $F(x)=\frac{1}{x}$. là một nguyên hàm của $x^2f(x)$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)x^3\ln x$.

A. $\int f'(x)x^3\ln x.\mathrm{d}x=-\frac{4}{x}(\ln x+1)+C$. **B.** $\int f'(x)x^3\ln x.\mathrm{d}x=-\frac{4}{x}(\ln x-1)+C$.

C. $\int f'(x)x^3\ln x.\mathrm{d}x=\frac{4}{x}(\ln x+1)+C$. **D.** $\int f'(x)x^3\ln x.\mathrm{d}x=\frac{4}{x}(\ln x-1)+C$.

Câu 44. Cho $F(x)=\frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x).(x^3+1)$.

A. $\int f'(x)(x^3+1)\mathrm{d}x=4x+\frac{2}{x^2}+C$. **B.** $\int f'(x)(x^3+1)\mathrm{d}x=4x-\frac{2}{x^2}+C$.

C. $\int f'(x)(x^3+1)\mathrm{d}x=-4x-\frac{2}{x^2}+C$. **D.** $\int f'(x)(x^3+1)\mathrm{d}x=x+\frac{2}{x^2}+C$.

Câu 45. Cho $F(x)=\frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x).(x^4-x^3)$.

A. $\int f'(x)(x^4-x^3)\mathrm{d}x=x^2+x+C$. **B.** $\int f'(x)(x^4-x^3)\mathrm{d}x=-x^2-x+C$.

C. $\int f'(x)(x^4-x^3)\mathrm{d}x=x^2-x+C$. **D.** $\int f'(x)(x^4-x^3)\mathrm{d}x=-x^2+x+C$.

Câu 46. Cho $F(x)=x^2+1$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x^2(2\ln x+1)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x^2(1-2\ln x)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=-x^2(2\ln x+1)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x^2(2\ln x-1)+C$.

Câu 47. Cho $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của $xf(x)$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{x^2}\left(\ln x+\frac{1}{2}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{x}\left(\ln x+\frac{1}{2}\right)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{x^2}\left(\ln x-\frac{1}{2}\right)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{x^2}(2\ln x+1)+C$.

Câu 48. Cho $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x(\ln x+1)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x(\ln x-1)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x(\ln x-x)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x(1-\ln x)+C$.

Câu 49. Cho $F(x)=\ln x$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x^3}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x^2\left(\frac{1}{2}-\ln x\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x^2\left(\ln x+\frac{1}{2}\right)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x^2(2\ln x-1)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=x^2\left(\ln x-\frac{1}{2}\right)+C$.

Câu 50. Cho $F(x)=\dfrac{x^2}{4}$ là một nguyên hàm của $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\left(\ln x-\dfrac{1}{2}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\left(\ln x+\dfrac{1}{2}\right)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\left(\ln x-\dfrac{1}{2x}\right)+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}\left(\ln x+\dfrac{1}{2x}\right)+C$.

Câu 51. Cho $F(x)=\dfrac{x^4}{16}$ là một nguyên hàm của hàm $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}\left(\ln x-\dfrac{1}{4}\right)+C$. **B.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}\left(\ln x+\dfrac{1}{4}\right)+C$.

C. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^6}{30}\ln x-\dfrac{x^4}{16}+C$. **D.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^6}{30}\ln x+\dfrac{x^4}{16}+C$.

Câu 52. Cho $F(x)=-xe^x$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=2(1-x)e^x+C$. **B.** $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=\dfrac{1-x}{2}e^x+C$.

C. $\int f'(x)e^{2x}dx=(x-1)e^x+C$. **D.** $\int f'(x)e^{2x}\mathrm{d}x=(x-2)e^x+C$.

Câu 53. Cho $F(x)=2(x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ và $f(0)=0$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$.

A. $\int f(x)e^x\mathrm{d}x=(x^2-2x+1)e^x+C$. **B.** $\int f(x)e^x\mathrm{d}x=(x^2+2x-2)e^x+C$.

C. $\int f(x)e^x\mathrm{d}x=(x^2-2x+2)e^x+C$. **D.** $\int f(x)e^x\mathrm{d}x=(x^2+2x-1)e^x+C$.

Câu 54. Cho $F(x)=\left(1-\dfrac{x^2}{2}\right)\cos x+x\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\sin x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\cos x$.

A. $\int f'(x)\cos x\,\mathrm{d}x=\cos x-x\sin x+C$. **B.** $\int f'(x)\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x+x\cos x+C$.

C. $\int f'(x)\cos x\,\mathrm{d}x=\cos x+x\sin x+C$. **D.** $\int f'(x)\cos x\,\mathrm{d}x=\sin x-x\cos x+C$.

Câu 55. Cho $F(x)=\left(\dfrac{x^2}{2}-1\right)\sin x+x\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)\cos x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\sin x$.

A. $\int f'(x)\sin x\,\mathrm{d}x=\sin x+x\cos x+C$. **B.** $\int f'(x)\sin x\,\mathrm{d}x=\cos x-x\sin x+C$.

C. $\int f'(x)\sin x\,\mathrm{d}x=\sin x-x\cos x+C$. **D.** $\int f'(x)\sin x\,\mathrm{d}x=\cos x+x\sin x+C$.

Câu 56. Cho $F(x)=x\tan x+\ln\left|\cos x\right|$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{\cos^2 x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\tan x$.

A. $\int f'(x)\tan x\,\mathrm{d}x=\ln\left|\cos x\right|+C$. **B.** $\int f'(x)\tan x\,\mathrm{d}x=\ln\left|\sin x\right|+C$.

C. $\int f'(x)\tan x\,\mathrm{d}x = -\ln\left|\cos x\right| + C.$ **D.** $\int f'(x)\tan x\,\mathrm{d}x = -\ln\left|\sin x\right| + C.$

Câu 57. Cho $F(x) = -x\cot x + \ln\left|\sin x\right|$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{\sin^2 x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\cot x$.

A. $\int f'(x)\cot x\,\mathrm{d}x = -\ln\left|\sin x\right| + C.$ **B.** $\int f'(x)\cot x\,\mathrm{d}x = \ln\left|\cos x\right| + C.$

C. $\int f'(x)\cot x\,\mathrm{d}x = \ln\left|\sin x\right| + C.$ **D.** $\int f'(x)\cot x\,\mathrm{d}x = -\ln\left|\cos x\right| + C.$

Câu 58. Cho $F(x) = \left(\dfrac{x^2}{2} - x + 1\right)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$.

A. $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x = (1-x)e^x + C.$ **B.** $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x = xe^x + C.$

C. $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x = (x-1)e^x + C.$ **D.** $\int f'(x)e^x\mathrm{d}x = -xe^x + C.$

Câu 59. Cho $F(x) = \dfrac{1}{x^4}$ là một nguyên hàm của hàm số $\dfrac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x = -\dfrac{\ln x}{4x^4} - \dfrac{1}{16x^4} + C.$ **B.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x = -\dfrac{\ln x}{4x^4} + \dfrac{1}{16x^4} + C.$

C. $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x = -\dfrac{4\ln x}{x^4} - \dfrac{1}{x^4} + C.$ **D.** $\int f'(x)\ln x\,\mathrm{d}x = \dfrac{4\ln x}{x^4} - \dfrac{1}{x^4} + C.$

Câu 60. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln x$ thỏa mãn điều kiện $F(1) = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2^{F(e)} + \log_4 3.\log_3\left[F(e)\right]$.

A. $T = 2.$ **B.** $T = 8.$ **C.** $T = \dfrac{9}{2}.$ **D.** $T = 17.$

Câu 61. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)= xe^{2x}$ thỏa $F\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0$. Tính $\ln\left[F\left(\dfrac{5}{2}\right)\right]$.

A. $\ln\left[F\left(\dfrac{5}{2}\right)\right] = -2.$ **B.** $\ln\left[F\left(\dfrac{5}{2}\right)\right] = 1.$ **C.** $\ln\left[F\left(\dfrac{5}{2}\right)\right] = 5.$ **D.** $\ln\left[F\left(\dfrac{5}{2}\right)\right] = 6.$

Câu 62. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x.e^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = -1$. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $F(x) + x + 1 = 0$.

A. $S = -3.$ **B.** $S = 0.$ **C.** $S = 2.$ **D.** $S = -1.$

Câu 63. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\sin x$ thỏa mãn $F(\pi) = 2\pi$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2F(0) - 8F(2\pi)$.

A. $T = 6\pi.$ **B.** $T = 4\pi.$ **C.** $T = 8\pi.$ **D.** $T = 10\pi.$

Câu 64. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin\sqrt{x}$.

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\cos\sqrt{x} + C.$ **B.** $-\cos\sqrt{x} + C.$

C. $2(\sin\sqrt{x} - \sqrt{x}\cos\sqrt{x}) + C.$ **D.** $\cos\sqrt{x} + C.$

Câu 65. Cho các số nguyên $a,\ b,\ c,\ d$ thỏa $\int (x+2)\cos 3x\,\mathrm{d}x = \dfrac{(x+a)\sin 3x}{b} + \dfrac{\cos 3x}{d} + c.$ Tính $S = a+b+d.$

A. $S = 8.$ **B.** $S = -4.$ **C.** $S = 10.$ **D.** $S = 14.$

Câu 66. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\cos x$ thỏa $F(0) = 2018.$ Tính tổng $F(\pi) + F(-\pi) = 4032.$

A. $F(\pi) + F(-\pi) = 2017.$ **B.** $F(\pi) + F(-\pi) = 4032.$

C. $F(\pi) + F(-\pi) = 4034.$ **D.** $F(\pi) + F(-\pi) = 2018.$

Câu 67. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = x\sin x$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2.$ Tính $F(0) + F(\pi).$

A. $F(0) + F(\pi) = \pi.$ **B.** $F(0) + F(\pi) = \pi + 3.$

C. $F(0) + F(\pi) = 2 + \pi.$ **D.** $F(0) + F(\pi) = 3 - \pi.$

Câu 68. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x\ln(2x-1).$

A. $\dfrac{4x^2-1}{8}\ln\left|2x-1\right| + \dfrac{x(x+1)}{4} + C.$ **B.** $\dfrac{4x^2-1}{8}\ln\left|2x-1\right| - \dfrac{x(x+1)}{4} + C.$

C. $\dfrac{4x^2+1}{8}\ln\left|2x-1\right| + \dfrac{x(x+1)}{4} + C.$ **D.** $\dfrac{4x^2+1}{8}\ln\left|2x-1\right| - \dfrac{x(x+1)}{4} + C.$

Câu 69. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-1)\sin 2x.$

A. $\dfrac{(1-2x)\cos 2x + \sin 2x}{2} + C.$ **B.** $\dfrac{(2-2x)\cos 2x + \sin 2x}{2} + C.$

C. $\dfrac{(1-2x)\cos 2x + \sin 2x}{4} + C.$ **D.** $\dfrac{(2-2x)\cos 2x + \sin 2x}{4} + C.$

Câu 70. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln\sqrt{2x+1}.$

A. $\dfrac{x}{2}\ln(2x+1) + \dfrac{1}{4}\ln(2x+1) + C.$ **B.** $\dfrac{x}{2}\ln(2x+1) + C.$

C. $\dfrac{x}{2}\ln(2x+1) - \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{4}\ln(2x+1) + C.$ **D.** $\dfrac{x}{2}\ln(2x+1) - x + \dfrac{1}{2}\ln(2x+1) + C.$

BẢNG ĐÁP ÁN NGUYÊN HÀM TỪNG PHẦN

1. D	*2. C*	*3. B*	*4. A*	*5. D*	*6. C*	*7. D*	*8. C*	*9. B*	*10. D*
11. A	**12. B**	**13. A**	**14. D**	**15. B**	**16. C**	**17. C**	**18. B**	**19. B**	**20. C**
21. A	**22. C**	**23. B**	**24. C**	**25. C**	**26. C**	**27. B**	**28. C**	**29. B**	**30. B**
31. B	**32. A**	**33. C**	**34. D**	**35. B**	**36. A**	**37. A**	**38. C**	**39. A**	**40. B**
41. C	**42. D**	**43. A**	**44. B**	**45. C**	**46. D**	**47. A**	**48. B**	**49. D**	**50. A**
51. A	**52. C**	**53. C**	**54. C**	**55. C**	**56. C**	**57. C**	**58. C**	**59. C**	**60. D**
61. C	**62. D**	**63. C**	**64. C**	**65. D**	**66. B**	**67. C**	**68. B**	**69. D**	**70. C**

Dạng toán 3. Tìm nguyên hàm bằng phương pháp đổi biến số

☆☆☆

Định lí: Cho $\int f(u)\,\mathrm{d}u = F(u) + C$ và $u = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục thì

$$\int f\big[u(x)\big]u'(x)\,\mathrm{d}x = F\big[u(x)\big] + C.$$

Có sẵn — Tách từ hàm — Nhân thêm

Một số dạng đổi biến thường gặp

① $\begin{cases} I = \int f(ax+b)^n.x\,\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t = ax+b \Rightarrow \mathrm{d}t = a\,\mathrm{d}x \\ I = \int \left(\dfrac{x^n}{ax^{n+1}+1}\right)^m \mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t = x^{n+1}+1 \Rightarrow \mathrm{d}t = (n+1)x^n\mathrm{d}x, \text{ với } m,\ n \in \mathbb{Z}. \\ I = \int f(ax^2+b)^n.x\,\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t = ax^2+b \Rightarrow \mathrm{d}t = 2ax\,\mathrm{d}x \end{cases}$

② $I = \int \sqrt[n]{f(x)}.f'(x)\,\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $t = \sqrt[n]{f(x)} \Rightarrow t^n = f(x) \Rightarrow nt^{n-1}\,\mathrm{d}t = f'(x)\,\mathrm{d}x.$

③ $\begin{cases} I = \int f(\ln x)\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ I = \int f(a+b\ln x)\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \end{cases} \xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{cases} t = \ln x \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ t = a+b\ln x \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{b}{x}\mathrm{d}x \end{cases}.$

④ $I = \int f(e^x).e^x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{cases} t = e^x \Rightarrow \mathrm{d}t = e^x\mathrm{d}x \\ t = a+be^x \Rightarrow \mathrm{d}t = be^x\mathrm{d}x \end{cases}.$

⑤ $I = \int f(\cos x).\sin x\,\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{cases} t = \cos x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\sin x\,\mathrm{d}x \\ t = a+b\cos x \Rightarrow \mathrm{d}t = -b\sin x\,\mathrm{d}x \end{cases}.$

⑥ $I = \int f(\sin x).\cos x\,\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{cases} t = \sin x \Rightarrow \mathrm{d}t = \cos x\,\mathrm{d}x \\ t = a+b\sin x \Rightarrow \mathrm{d}t = b\cos x\,\mathrm{d}x \end{cases}.$

⑦ $I = \int f(\tan x)\dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x} \xrightarrow{PP}$ Đặt $t = \tan x \Rightarrow \mathrm{d}t = \dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = (1+\tan^2 x)\,\mathrm{d}x.$

⑧ $I = \int f(\cot x)\dfrac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x} \xrightarrow{PP}$ Đặt $t = \cot x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\dfrac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x} = -(1+\cot^2 x)\,\mathrm{d}x.$

⑨ $I = \int f(\sin^2 x;\cos^2 x).\sin 2x\,\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{cases} t = \sin^2 x \Rightarrow \mathrm{d}t = \sin 2x\,\mathrm{d}x \\ t = \cos^2 x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\sin 2x\,\mathrm{d}x \end{cases}.$

⑩ $I = \int f(\sin x \pm \cos x).(\sin x \mp \cos x)\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $t = \sin x \pm \cos x.$

Lưu ý: Sau khi đổi biến và tính nguyên hàm xong, ta cần trả lại biến cũ ban đầu là x.

Bài tập vận dụng

BT 1. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ①)**

a) Tính $I=\int x(1-x)^{2018}\mathrm{d}x$. Đặt $t=1-x\Rightarrow x=1-t\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t.$

$\Rightarrow I=-\int(1-t)t^{2018}\mathrm{d}t=\int(t-1)t^{2018}\mathrm{d}t=\int(t^{2019}-t^{2018})\mathrm{d}t$

$=\dfrac{t^{2020}}{2020}-\dfrac{t^{2019}}{2019}+C=\dfrac{(1-x)^{2020}}{2020}-\dfrac{(1-x)^{2019}}{2019}+C.$

b) Tính $I=\int x(x+1)^{2017}\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

c) Tính $I=\int x(x^2+1)^5\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

d) Tính $I=\int x^2(x-1)^9\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

e) Tính $I=\int 2\left[x(1-x^2)\right]^5\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

f) Tính $I=\int x^5(1-x^3)^6\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

g) Tính $I=\int x^3(2-3x^2)^8\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

.....

h) Tính $I=\int \dfrac{x\,\mathrm{d}x}{x^2+2}\cdot$ Đặt $t=x^2+2\Rightarrow x^2=t-2\Rightarrow 2x.\mathrm{d}x=\mathrm{d}t\Rightarrow x.\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t.$

$\Rightarrow I=\int \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{t}\mathrm{d}t=\dfrac{1}{2}\ln\left|t\right|+C=\dfrac{1}{2}\ln\left|x^2+2\right|+C.$

i) Tính $I=\int \dfrac{x\,\mathrm{d}x}{(x+1)^5}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

j) Tính $I=\int \dfrac{x^3\mathrm{d}x}{(1+x^2)^3}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

k) Tính $I=\int \dfrac{4x^3\mathrm{d}x}{(x^4+2)^2}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

l) Tính $I=\int \dfrac{x^5\mathrm{d}x}{x^2+1}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

m) Tính $I=\int \dfrac{x^4\mathrm{d}x}{x^{10}-4}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

n) Tính $I=\int\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^3\dfrac{\mathrm{d}x}{x^2}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

.....

o) Tính $I=\int \frac{(x+1)^{2017}}{(2x+3)^{2019}}\mathrm{d}x$. Ta có $I=\int\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)^{2017}\cdot\frac{1}{(2x-3)^2}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=\frac{x+1}{2x+3}\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{(2x-3)^2}\mathrm{d}x$.

Suy ra $I=\int t^{2017}\mathrm{d}t=\frac{t^{2018}}{2018}+C=\frac{1}{2018}\cdot\left(\frac{x+1}{2x+3}\right)^{2018}+C$.

p) Tính $I=\int \frac{x^5\mathrm{d}x}{(x+1)^7}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

q) Tính $I=\int \frac{(7x-1)^{99}\mathrm{d}x}{(2x+1)^{101}}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

r) Tính $I=\int \frac{x^9\mathrm{d}x}{(x^2+1)^6}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

s) Tính $I=\int \frac{x^{2001}\mathrm{d}x}{(1+x^2)^{1002}}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

BT 2. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ②)**

a) Tính $I=\int \dfrac{(x+1)\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+2x-4}}$. Đặt $t=\sqrt{x^2+2x-4} \Rightarrow t^2=x^2+2x-4$

$\Rightarrow 2t\,\mathrm{d}t=2(x+1)\mathrm{d}x \Leftrightarrow (x+1)\mathrm{d}x=t\,\mathrm{d}t.$

Suy ra $I=\int \dfrac{t}{t}\mathrm{d}t=\int \mathrm{d}t=t+C=\sqrt{x^2+2x-4}+C.$

b) Tính $I=\int \dfrac{(2x-3)\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-3x-5}}$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

.....

c) Tính $I=\int x\sqrt{2017-x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

.....

d) Tính $I=\int x\sqrt{x^2+3}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

.....

e) Tính $I=\int x\sqrt{2019-x^2}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

.....

f) Tính $I=\int x\sqrt[3]{x^2-2018}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int \frac{2x}{\sqrt[3]{x^2+4}}\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int 5x\sqrt[3]{1-x^2}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

i) Tính $I = \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x}}\mathrm{d}x\cdot$ Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

j) Tính $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{4-x^2}}\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

k) Tính $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2+4}}\cdot$ Đặt $t =$ .....

.....

.....

l) Tính $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2+9}}\cdot$ Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

m) Tính $I = \int x^5 \sqrt[3]{(1-2x^2)^2}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

n) Tính $I = \int \dfrac{2x^3 - 3x^2 + x}{\sqrt{x^2 - x + 1}}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int \dfrac{\ln x\,\mathrm{d}x}{x\sqrt{1+\ln x}}$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int \dfrac{\ln x\sqrt{1+3\ln x}}{x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

.....

q) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{x\sqrt[3]{1+\ln x}}$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

r) Tính $I = \int \dfrac{\ln^2 x}{x\sqrt{\ln x + 1}}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

s) Tính $I = \int e^x \sqrt{5 - e^x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

t) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{e^x + 3}}$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

u) Tính $I = \int \cos x\sqrt{3\sin x + 2}\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

v) Tính $I = \int \sin x\sqrt{2018 + \cos x}\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

w) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{x\ln x\sqrt{6 + 3\ln^2 x}}$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

.....

x) Tính $I = \int \dfrac{x\,\mathrm{d}x}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

y) Tính $I = \int \dfrac{x^3 \mathrm{d}x}{\sqrt{x^4 + 1} - x^2}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

z) Tính $I = \int \dfrac{3x}{\sqrt{x^2 + 2} + \sqrt{x^2 - 1}}\mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 3. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ③)**

a) Tính $I = \int \frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

b) Tính $I = \int \frac{\ln^2 x}{x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

c) Tính $I = \int \frac{1+\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

d) Tính $I = \int \frac{1+\ln^4 x}{x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

e) Tính $I = \int \frac{3\ln x+1}{x\ln x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

f) Tính $I = \int \frac{1+\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

g) Tính $I = \int \frac{\ln x}{x(2+\ln x)^2}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

h) Tính $I = \int\limits_1^e \frac{\sqrt{4+\ln x}}{x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

i) Tính $I = \int \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

j) Tính $I = \int \frac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}\,\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

BT 4. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ④)**

a) Tính $I=\int \frac{e^x \mathrm{d}x}{e^x-1}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

b) Tính $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{e^x+3}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

c) Tính $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{e^x+4}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

d) Tính $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{e^x+e^{-x}}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

e) Tính $I=\int \frac{e^x \mathrm{d}x}{e^x+e^{-x}}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

f) Tính $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{e^x+2e^{-x}-3}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

g) Tính $I=\int \frac{\mathrm{d}x}{e^x-4.e^{-x}}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

h) Tính $I=\int \dfrac{(1+e^x)^3}{e^x}\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

i) Tính $I=\int \dfrac{e^{2x}+3e^x}{e^{2x}+3e^x+2}\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

j) Tính $I=\int \dfrac{e^x\mathrm{d}x}{(e^x+1)^2}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

k) Tính $I=\int \dfrac{2e^x-1}{e^x+1}\mathrm{d}x$. Đặt $t=$ .....

.....

.....

l) Tính $I=\int \dfrac{e^{2x}\mathrm{d}x}{\sqrt{e^x-1}}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

m) Tính $I=\int \dfrac{e^{2x}\mathrm{d}x}{\sqrt{3+e^x}}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

n) Tính $I=\int \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{e^x+1}}\cdot$ Đặt $t=$ .....

.....

.....

<u>BT 5.</u> Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ⑤)**

a) Tính $I = \int \tan x \, \mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

b) Tính $I = \int \sin^3 x \, \mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

c) Tính $I = \int \sin^5 x \, \mathrm{d}x$. Ta có : .....

.....

d) Tính $I = \int \cos^{2017} x \sin x \, \mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

e) Tính $I = \int \dfrac{\sin x \, \mathrm{d}x}{\cos^2 x} \cdot$ Đặt $t =$ .....

.....

f) Tính $I = \int \sin 2x \cos^2 x \, \mathrm{d}x$. Ta có:.....

.....

g) Tính $I = \int \dfrac{\sin x}{2 + \cos x} \mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

h) Tính $I = \int \dfrac{5 \sin^3 x}{1 - \cos x} \mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

.....

i) Tính $I = \int \sin^2 x \tan x \, \mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

j) Tính $I = \int \dfrac{\sin 2x \cos x}{1 - \cos x} \mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

k) Tính $I = \int \dfrac{\sin 2x}{4 - \cos^2 x} \mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

.....

l) Tính $I = \int \frac{\sin 4x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

.....

m) Tính $I = \int \left(1+\tan x \tan\frac{x}{2}\right)\sin x\,\mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

n) Tính $I = \int \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{\cos 2x + 3\cos x + 2}\cdot$ Ta có: .....

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{\cos 2x - \cos x}\cdot$ Ta có: .....

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int \frac{\sin x + \sin 3x}{\cos 2x}\mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

.....

.....

q) Tính $I = \int 2\sin x\sqrt{1+4\cos x}\mathrm{d}x$. Đặt $t =$ .....

.....

.....

.....

r) Tính $I = \int \frac{\sin 2x + \sin x}{\sqrt{1 + 3\cos x}} \mathrm{d}x$. Ta có: .....

.....

.....

.....

s) Tính $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{\sin x}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

t) Tính $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^3 x}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

.....

u) Tính $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{\sin x + \sqrt{3}\cos x}$. Ta có: .....

.....

.....

.....

.....

<u>BT 6.</u> Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ⑥)**

a) Tính $I = \int \cot x \, \mathrm{d}x$. .....

.....

b) Tính $I = \int \cos^3 x \, \mathrm{d}x$. .....

.....

c) Tính $I = \int \cos^5 x \, \mathrm{d}x$. .....

.....

d) Tính $I = \int \sin^{2019} x \cos x \, \mathrm{d}x$. .....

.....

e) Tính $I = \int (1 + 2\sin x)\cos x \, \mathrm{d}x$. .....

.....

f) Tính $I = \int \dfrac{\cos x}{4 + \sin x} \mathrm{d}x$. .....

.....

g) Tính $I = \int \dfrac{\cos x}{9 - 2\sin x} \mathrm{d}x$. .....

.....

h) Tính $I = \int \dfrac{\sin 2x}{1 - \sin x} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

i) Tính $I = \int \dfrac{\sin 2x}{(2 + \sin x)^2} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

j) Tính $I = \int (1 + \sin x)^9 \cos x \, \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

k) Tính $I = \int \sin 2x \sin^5 x \, \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

l) Tính $I = \int (1 + 2\sin x)^7 \cos x \, \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

m) Tính $I = \int \dfrac{(2\sin x - 3)\cos x}{2\sin x + 1} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

n) Tính $I = \int \dfrac{\cos 2x}{1 + 2\sin 2x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int \dfrac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int \dfrac{\cos x \, \mathrm{d}x}{6 - 5\sin x + \sin^2 x}.$ .....

.....

.....

.....

q) Tính $I = \int \cos x\, e^{\sin x}\, \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

r) Tính $I = \int \cos x \sqrt{1+\sin x}\, \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

s) Tính $I = \int \cos x \sqrt{3\sin x + 1}\, \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

t) Tính $I = \int \dfrac{\cos x\, \mathrm{d}x}{2+\sqrt{3\sin x+1}}.$ .....

.....

.....

.....

u) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{\cos x}.$ .....

.....

.....

.....

v) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^3 x}.$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 7. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ⑦)**

a) Tính $I = \int \frac{\tan x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

b) Tính $I = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

c) Tính $I = \int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

d) Tính $I = \int \frac{(1+\tan x)^2}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

e) Tính $I = \int \frac{2+3\tan x}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

f) Tính $I = \int \frac{\tan^2 x}{\cos 2x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

g) Tính $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x - 4\cos^2 x}.$ .....

.....

.....

h) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{\sin^2 x + 3\sin x \cos x}$. .....

.....

.....

.....

i) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{5\cos^2 x - 8\sin x \cos x + 3\sin^2 x}$. .....

.....

.....

.....

j) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{\sin x \cos^3 x}$. .....

.....

.....

.....

k) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^4 x \sin^2 x}$. .....

.....

.....

.....

l) Tính $I = \int \dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^4 x}$. .....

.....

.....

m) Tính $I = \int \dfrac{(1+\sin 2x)\mathrm{d}x}{2\sin x \cos^3 x + \cos^4 x}$. .....

.....

.....

.....

BT 8. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ⑧)**

a) Tính $I = \int \frac{\cot x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

b) Tính $I = \int \frac{(2-\cot x)^2}{\sin^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

c) Tính $I = \int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

d) Tính $I = \int \frac{3-\cot x}{1-\cos 2x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

e) Tính $I = \int \frac{\cos^4 x}{\sin^6 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

f) Tính $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{\sin^4 x}$.

g) Tính $I = \int \frac{\cot^2 x}{\cos 2x}\mathrm{d}x$.

h) Tính $I = \int \frac{\cot^4 x}{\cos 2x}\mathrm{d}x$.

i) Tính $I = \int \frac{\mathrm{d}x}{\cos x \sin^3 x}$.

j) Tính $I = \int \frac{\sin x\,\mathrm{d}x}{(\sin x + \cos x)^3}$.

BT 9. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ⑨)**

a) Tính $I = \int \dfrac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

b) Tính $I = \int \dfrac{\sin 2x}{1-\sin^2 x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int \dfrac{\sin 2x}{3+\cos^2 x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

d) Tính $I = \int \sin 2x(1+\sin^2 x)^3\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

e) Tính $I = \int e^{\sin^2 x}\sin 2x\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

f) Tính $I = \int e^{\cos^2 x} \sin 2x \, \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int \dfrac{\sin 4x}{1 + \cos^2 x} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int \dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

.....

i) Tính $I = \int \dfrac{\sin x \cos x}{\sqrt{4 \cos^2 x + 9 \sin^2 x}} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

BT 10. Tìm nguyên hàm của các hàm số sau **(loại ⑩)**

a) Tính $I = \int \dfrac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

b) Tính $I = \int \dfrac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x + 3}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

c) Tính $I = \int \dfrac{\cos 2x}{\sin x + \cos x + 1}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

d) Tính $I = \int \dfrac{\cos 2x}{(\sin x + \cos x + 4)^3}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

e) Tính $I = \int \dfrac{\sin x + \cos x}{3 + \sin 2x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

f) Tính $I = \int \dfrac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{\sin x + \cos x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int \dfrac{\sin x - \cos x}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int \dfrac{\cos 2x}{2 - \sqrt{1 + \sin x - \cos x}} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

i) Tính $I = \int \dfrac{4(\sin x + \cos x) - \cos 2x}{2(\sin x - \cos x - 1) - \sin 2x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

j) Tính $I = \int \dfrac{\cos 2x}{(1 + \sin 2x)\cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN SỐ

☆☆☆

Câu 1. Xét $I=\int x^3(4x^4-3)^5\mathrm{d}x$. Bằng cách đặt $u=4x^4-3$, hỏi khẳng định nào **đúng** ?

A. $I=\dfrac{1}{4}\int u^5\mathrm{d}u$. **B.** $I=\dfrac{1}{12}\int u^5\mathrm{d}u$. **C.** $I=\dfrac{1}{16}\int u^5\mathrm{d}u$. **D.** $I=\int u^5\mathrm{d}u$.

Câu 2. Cho $I=\int x(1-x^2)^{10}\mathrm{d}x$. Đặt $u=1-x^2$, hỏi khẳng định nào sau **đúng** ?

A. $I=\int 2u^{10}\mathrm{d}u$. **B.** $I=-2\int u^{10}\mathrm{d}u$. **C.** $I=-\dfrac{1}{2}\int u^{10}\mathrm{d}u$. **D.** $I=\dfrac{1}{2}\int u^{10}\mathrm{d}u$.

Câu 3. Xét $I=\int\dfrac{x}{\sqrt{4x+1}}\mathrm{d}x$, bằng cách đặt $t=\sqrt{4x+1}$, mệnh đề nào sau **đúng** ?

A. $I=\dfrac{1}{8}\left(\dfrac{t^3}{3}+t\right)+C$. **B.** $I=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{t^3}{3}-t\right)+C$.

C. $I=\dfrac{1}{8}\left(\dfrac{t^3}{3}-t\right)+C$. **D.** $I=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{t^3}{3}+t\right)+C$.

Câu 4. Tìm nguyên hàm của hàm số $y=\cos^2 x.\sin x$.

A. $\dfrac{1}{3}\cos^3 x+C$. **B.** $-\cos^3 x+C$. **C.** $-\dfrac{1}{3}\cos^3 x+C$. **D.** $\dfrac{1}{3}\sin^3 x+C$.

Câu 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\sin^3 x.\cos x$ và $F(0)=\pi$. Tìm $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\pi$. **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\pi-\dfrac{1}{4}$. **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{4}+\pi$. **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\pi$.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ và $F(e)=3$. Tính $F(e^2)$.

A. $3+2\ln 2$. **B.** $3+\ln 2$. **C.** $1+\ln 3$. **D.** $3-\ln 2$.

Câu 7. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cot x$ và $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$. Tính $F\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

A. $1+\ln\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $1-\ln 2$. **C.** $1-\ln\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $1+\ln 2$.

Câu 8. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}}$.

A. $-\dfrac{1}{11}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{11}+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{11}+C$.

C. $\dfrac{1}{11}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{11}+C$. **D.** $\dfrac{1}{33}\left(\dfrac{x-2}{x+1}\right)^{11}+C$.

Câu 9. Tìm hàm số $f(x)$, biết rằng $f'(x)=\dfrac{\cos x}{(2+\sin x)^2}$.

A. $f(x)=\dfrac{\sin x}{(2+\sin x)^2}+C.$ **B.** $f(x)=\dfrac{1}{2+\cos x}+C.$

C. $f(x)=-\dfrac{1}{2+\sin x}+C.$ **D.** $f(x)=\dfrac{\sin x}{2+\sin x}+C.$

Câu 10. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2x^3+1}{x(x^3-1)}$.

A. $\ln\left|x^2-\dfrac{1}{x}\right|+C.$ **B.** $\ln\left|x^2+\dfrac{1}{x}\right|+C.$ **C.** $\ln\left|x-\dfrac{1}{x^2}\right|+C.$ **D.** $\ln\left|x+\dfrac{1}{x^2}\right|+C.$

Câu 11. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x(x^2+1)}$.

A. $\ln\left|x-\dfrac{1}{x^2}\right|+C.$ **B.** $\ln\left|x-\dfrac{1}{x}\right|+C.$ **C.** $\ln\left|x+\dfrac{1}{x}\right|+C.$ **D.** $\ln\left|x^2-\dfrac{1}{x}\right|+C.$

Câu 12. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ và $F(0)=1$. Tính $F(1)$.

A. $\ln 2+1.$ **B.** $\dfrac{1}{2}\ln 2+1.$ **C.** $0.$ **D.** $\ln 2+2.$

Câu 13. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sqrt{1+x^2}$.

A. $\dfrac{1}{2}x^2\sqrt{1+x^2}+C.$ **B.** $\dfrac{1}{3}(x^2\sqrt{1+x^2})^3+C.$

C. $\dfrac{1}{3}(\sqrt{1+x^2})^3+C.$ **D.** $\dfrac{1}{3}x^2\sqrt{1+x^2}+C.$

Câu 14. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^5 x\sin x$.

A. $-\dfrac{1}{6}\cos^6 x+C.$ **B.** $-\dfrac{1}{6}\sin^6 x+C.$ **C.** $\dfrac{1}{6}\cos^6 x+C.$ **D.** $-\dfrac{1}{4}\cos^4 x+C.$

Câu 15. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=2x(x^2+1)^4$ thỏa mãn $F(1)=6$.

A. $F(x)=\dfrac{x^2(x^2+1)^5}{5}-\dfrac{2}{5}.$ **B.** $F(x)=\dfrac{(x^2+1)^5}{5}-\dfrac{2}{5}.$

C. $F(x)=\dfrac{x^2(x^2+1)^5}{5}+\dfrac{2}{5}.$ **D.** $F(x)=\dfrac{(x^2+1)^4}{4}-\dfrac{2}{5}.$

Câu 16. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x(x^2+1)^9\mathrm{d}x$ thỏa mãn $F(0)=\dfrac{21}{20}$.

A. $F(x)=-\dfrac{1}{20}(x^2+1)^{10}+1.$ **B.** $F(x)=\dfrac{1}{20}(x^2+1)^{10}+1.$

C. $F(x)=2(x^2+1)^{10}-1.$ **D.** $F(x)=(x^2+1)^{10}+2.$

Câu 17. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(3-x)^5$.

A. $(3-x)^6\left(\dfrac{3-x}{6}-\dfrac{1}{2}\right)+C.$ **B.** $(3-x)^6\left(\dfrac{3-x}{7}+\dfrac{1}{2}\right)+C.$

C. $(3-x)^6\left(\frac{3-x}{7}-\frac{1}{2}\right)+C.$ **D.** $(3+x)^6\left(\frac{3-x}{7}-\frac{1}{2}\right)+C.$

Câu 18. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{\ln x}{x}\sqrt{\ln^2 x+1}$ thỏa $F(1)=\frac{1}{3}\cdot$ Tính $\left[F(e)\right]^2$.

A. $\left[F(e)\right]^2=\frac{8}{3}\cdot$ **B.** $\left[F(e)\right]^2=\frac{8}{9}\cdot$ **C.** $\left[F(e)\right]^2=\frac{1}{3}\cdot$ **D.** $\left[F(e)\right]^2=\frac{1}{9}\cdot$

Câu 19. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{8-x^2}}$ thoả $F(2)=0$. Tìm tổng các nghiệm phương trình $F(x)=x$.

A. $1+\sqrt{3}.$ **B.** $2.$ **C.** $1.$ **D.** $1-\sqrt{3}.$

Câu 20. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3\cos x}.\sin x.$

A. $\frac{1}{3}e^{3\cos x}\cos x+C.$ **B.** $-\frac{1}{3}e^{3\cos x}+C.$

C. $3e^{3\cos x}+C.$ **D.** $3e^{3\cos x}\cos x+C.$

Câu 21. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x\sqrt{\sin x+1}.$

A. $\frac{2}{3}\sqrt{(\sin x+1)^3}+C.$ **B.** $-\frac{2}{3}\sqrt{(\sin x+1)^3}+C.$

C. $\frac{2}{3}\sqrt{\sin x+1}+C.$ **D.** $\frac{2}{3}(\sin x+1)^3+C.$

Câu 22. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=(x^2-1)e^{x^3-3x}$, biết rằng đồ thị của hàm số $F(x)$ có điểm cực tiểu nằm trên trục hoành.

A. $F(x)=e^{x^3-3x}-e^2.$ **B.** $F(x)=\frac{e^{x^3-3x+2}-1}{3e^2}\cdot$

C. $F(x)=\frac{e^{x^3-3x}-e^2}{3}\cdot$ **D.** $F(x)=\frac{e^{x^3-3x}-1}{3}\cdot$

Câu 23. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x\cos^3 x.$

A. $\frac{1}{3}\sin^3 x-\frac{1}{5}\sin^5 x+C.$ **B.** $\frac{1}{5}\sin^5 x-\frac{1}{3}\sin^3 x+C.$

C. $\sin^3 x-\sin^5 x+C.$ **D.** $\frac{1}{3}\sin^3 x+\frac{1}{5}\sin^5 x+C.$

Câu 24. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\cos x.e^{\sin x}.$

A. $F(x)=e^{\sin x}.$ **B.** $F(x)=e^{\cos x}.$ **C.** $F(x)=e^{-\sin x}.$ **D.** $F(x)=e^{-\cos x}.$

Câu 25. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin^2 2x.\cos^3 2x$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=0.$

A. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x.$ **B.** $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x.$

C. $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x+\frac{1}{10}\sin^5 2x+\frac{4}{15}\cdot$ **D.** $F(x)=\frac{1}{6}\sin^3 2x-\frac{1}{10}\sin^5 2x+\frac{1}{15}\cdot$

Câu 26. Phát biểu nào sau đây là phát biểu đúng **đúng** ?

A. $\int \cos^5 x \sin x \,\mathrm{d}x = \dfrac{\sin^6 x}{6} + C.$ **B.** $\int \cos^5 x \sin x \,\mathrm{d}x = \dfrac{\cos^6 x}{6} + C.$

C. $\int \cos^5 x \sin x \,\mathrm{d}x = -\dfrac{\cos^6 x}{6} + C.$ **D.** $\int \cos^5 x \sin x \,\mathrm{d}x = -\dfrac{\sin^6 x}{6} + C.$

Câu 27. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sin^{20} x}\cdot$

A. $-\dfrac{1}{19\sin^{19} x} + C.$ **B.** $\dfrac{1}{19\sin^{19} x} + C.$ **C.** $-\dfrac{1}{19\cos^{19} x} + C.$ **D.** $\dfrac{1}{19\cos^{19} x} + C.$

Câu 28. Hàm số $f(x) = \sin^5 x$ có một nguyên hàm $F(x)$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$. Tính $F(\pi)$.

A. $F(\pi) = -\dfrac{15}{16}\cdot$ **B.** $F(\pi) = \dfrac{8}{15}\cdot$ **C.** $F(\pi) = \dfrac{16}{15}\cdot$ **D.** $F(\pi) = -\dfrac{8}{15}\cdot$

Câu 29. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos^5 x$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = -\dfrac{7}{15}\cdot$

A. $F(x) = \sin x - \dfrac{2}{3}\sin^3 x + \dfrac{1}{5}\sin^5 x - 1.$ **B.** $F(x) = \cos x - \dfrac{2}{3}\cos^3 x + \dfrac{1}{5}\cos^5 x - 1.$

C. $F(x) = \sin x - \dfrac{2}{3}\sin^3 x + \dfrac{1}{5}\sin^5 x + 1.$ **D.** $F(x) = \cos x + \dfrac{2}{3}\cos^3 x + \dfrac{1}{5}\cos^5 x.$

Câu 30. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{\cos^5 x}{1 - \sin x}\cdot$

A. $\cos x - \dfrac{\sin^3 x}{3} - \dfrac{\cos^4 x}{4} + C.$ **B.** $\sin x - \dfrac{\sin^3 3x}{3} - \dfrac{\cos^4 4x}{4} + C.$

C. $\sin x - \dfrac{\sin^3 x}{3} - \dfrac{\cos^4 x}{4} + C.$ **D.** $\sin x - \dfrac{\sin^3 x}{9} - \dfrac{\cos^4 x}{4} + C.$

Câu 31. Hàm số $f(x) = \dfrac{4\sin^3 x}{1 + \cos x}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{3}{2}\cdot$ Tính $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot$

A. $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{2}{3}\cdot$ **B.** $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = 1.$ **C.** $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{3}{2}\cdot$ **D.** $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 3.$

Câu 32. Hỏi hàm số $F(x) = \ln\left|\sin x - 3\cos x\right|$ là một nguyên hàm của hàm số nào trong các hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây ?

A. $f(x) = \dfrac{\cos x + 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}\cdot$ **B.** $f(x) = \cos x + 3\sin x.$

C. $f(x) = \dfrac{-\cos x - 3\sin x}{\sin x - 3\cos x}\cdot$ **D.** $f(x) = \dfrac{\sin x - 3\cos x}{\cos x + 3\sin x}\cdot$

Câu 33. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \dfrac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$ thỏa $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{1}{2}\ln 2.$

A. $F(x) = \sqrt{2} + \ln\left|\sin x + \cos x\right|.$ **B.** $F(x) = \sqrt{2} - \ln\left|\sin x + \cos x\right|.$

C. $F(x)=\sqrt{2}-\ln\left|\sin x-\cos x\right|$. **D.** $F(x)=\ln\left|\sin x+\cos x\right|-\sqrt{2}$.

Câu 34. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\tan^3 x(\tan^2 x+1)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{5}{4}$.

A. $F(x)=4\tan^4 x+\frac{1}{4}$. **B.** $F(x)=\frac{\tan^4 x}{4}+1$.

C. $F(x)=\tan^4 x-\frac{1}{4}$. **D.** $F(x)=1-\frac{\tan^4 x}{4}$.

Câu 35. Hàm số $f(x)=\frac{1}{\sin x}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{3}\right)=0$. Tính $e^{F\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$.

A. $e^{F\left(\frac{2\pi}{3}\right)}=\frac{1}{3}$. **B.** $e^{F\left(\frac{2\pi}{3}\right)}=2$. **C.** $e^{F\left(\frac{2\pi}{3}\right)}=3$. **D.** $e^{F\left(\frac{2\pi}{3}\right)}=\frac{1}{2}$.

Câu 36. Hàm số $f(x)=\cot x$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$. Tính $e^{F\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$.

A. $e^{F\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{1}{2}$. **B.** $e^{F\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=2$. **C.** $e^{F\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $e^{F\left(-\frac{\pi}{4}\right)}=\sqrt{2}$.

Câu 37. Hàm số $f(x)=\tan x$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F\left(-\frac{\pi}{4}\right)=\ln 2$. Tính $e^{F\left(\frac{\pi}{4}\right)}$.

A. $e^{F\left(\frac{\pi}{4}\right)}=\ln 2$. **B.** $e^{F\left(\frac{\pi}{4}\right)}=2$. **C.** $e^{F\left(\frac{\pi}{4}\right)}=\sqrt{2}$. **D.** $e^{F\left(\frac{\pi}{4}\right)}=2\sqrt{2}$.

Câu 38. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=xe^{x^2+1}$.

A. $\frac{1}{2}e^{x^2}+C$. **B.** $-\frac{1}{2}e^{x^2+1}+C$. **C.** $\frac{1}{2}e^{x^2+1}+C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{x^2-1}+C$.

Câu 39. Hàm số $f(x)=xe^{x^2}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(0)=\frac{1}{2}$. Tìm nghiệm của phương trình $2F(x)=e^{x+2}$.

A. $x=-1$ hoặc $x=2$. **B.** $x=0$ hoặc $x=-2$.

C. $x=-1$ hoặc $x=0$. **D.** $x=0$ hoặc $x=2$.

Câu 40. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{e^x}{e^x+2}$ thỏa $F(0)=-\ln 3$.

A. $F(x)=\ln(e^x+2)+\ln 3$. **B.** $F(x)=\ln(e^x+2)-\ln 3$.

C. $F(x)=\ln(e^x+2)+2\ln 3$. **D.** $F(x)=\ln(e^x+2)-2\ln 3$.

Câu 41. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{e^x-4e^{-x}}$.

A. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-2}{e^x+2}\right|+C$. **B.** $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{e^x-2}{e^x+2}\right|+C$.

C. $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{e^x+2}{e^x-2}\right|+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x+2}{e^x-2}\right|+C$.

Câu 42. Hàm số $F(x)=e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số nào được liệt kê dưới đây ?

A. $f(x)=2x.e^{x^2}$. **B.** $f(x)=e^{2x}$. **C.** $f(x)=\dfrac{e^{x^2}}{2x}\cdot$ **D.** $f(x)=x^2.e^{x^2}$.

Câu 43. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{2x}\cdot$

A. $\dfrac{\ln^2 x}{4}+C.$ **B.** $\dfrac{\ln^2 x}{2}+C.$ **C.** $\dfrac{\ln^2 x}{4x}+C.$ **D.** $\dfrac{1}{2x^2}+C.$

Câu 44. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{x}{\ln x}\right)\ln x.$

A. $\ln^2 x+x^2+C.$ **B.** $\dfrac{\ln^2 x+x^2}{2}+C.$

C. $\dfrac{\ln^2 x}{2}+x^2+C.$ **D.** $\left(\ln x+\dfrac{x^2}{2\ln x}\right)\ln x+C.$

Câu 45. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}\cdot$

A. $\ln^2 x+C.$ **B.** $\dfrac{1}{2}\ln x+C.$ **C.** $\dfrac{1}{2}\ln^2 x+C.$ **D.** $\dfrac{1}{x^3}+C.$

Câu 46. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3\sqrt{x-1}.$

A. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\left[\frac{2}{9}(x-1)^4+\frac{5}{7}(x-1)^3+\frac{6}{5}(x-1)^2+\frac{2}{3}(x-1)\right]\sqrt{x-1}+C.$

B. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\left[\frac{2}{9}(x-1)^4+\frac{6}{7}(x-1)^3+\frac{6}{5}(x-1)^2+\frac{2}{3}(x-1)\right]\sqrt{x-1}+C.$

C. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\left[\frac{2}{9}(x-1)^4+\frac{6}{7}(x-1)^3+\frac{6}{7}(x-1)^2+\frac{2}{3}(x-1)\right]\sqrt{x-1}+C.$

D. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\left[\frac{2}{9}(x-1)^4+\frac{6}{7}(x-1)^3+\frac{6}{5}(x-1)^2+\frac{1}{3}(x-1)\right]\sqrt{x-1}+C.$

Câu 47. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{2x}{x+\sqrt{x^2-1}}\cdot$

A. $F(x)=\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{2}{3}(x^2-1)\sqrt{x^2-1}.$ **B.** $F(x)=\dfrac{2}{3}x^3+\dfrac{2}{3}(x^2-1)\sqrt{x^2-1}.$

C. $F(x)=\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2-1}.$ **D.** $F(x)=\dfrac{2}{3}x^3+\dfrac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2-1}.$

Câu 48. Hàm số $f(x)=\dfrac{\ln x\sqrt{\ln^2 x+1}}{x}$ có 1 nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(1)=\dfrac{1}{3}\cdot$ Tìm $F^2(e)$.

A. $F^2(e)=\dfrac{1}{3}\cdot$ **B.** $F^2(e)=\dfrac{8}{3}\cdot$ **C.** $F^2(e)=\dfrac{8}{9}\cdot$ **D.** $F^2(e)=\dfrac{1}{9}\cdot$

Câu 49. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{e^x+3}}$ thỏa $F(0)=\sqrt{27}$.

A. $F(x)=2\sqrt{e^x+3}-\sqrt{3}$. **B.** $F(x)=\sqrt{e^x+3}-\sqrt{3}$.

C. $F(x)=2\sqrt{e^x+3}+\sqrt{3}$. **D.** $F(x)=\sqrt{e^x+3}+\sqrt{3}$.

Câu 50. Hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{\sqrt{2-x^2}}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(-1)=\dfrac{1}{3}\cdot$ Tính $F(1)$.

A. $F(1)=2$. **B.** $F(1)=\dfrac{1}{3}\cdot$ **C.** $F(1)=-\dfrac{5}{3}\cdot$ **D.** $F(1)=-\dfrac{3}{5}\cdot$

Câu 51. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x-2}}$ thỏa mãn $F(3)=\dfrac{2}{3}\cdot$

A. $F(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{(x-2)^3}-4\sqrt{x-2}+4$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\sqrt{(x-2)^3}+4\sqrt{x-2}+4$.

C. $F(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{(x-2)^3}+4\sqrt{x-2}-4$. **D.** $F(x)=\dfrac{2}{3}\sqrt{(x-2)^3}+2\sqrt{x-2}-4$.

Câu 52. Phát biểu nào sau đây là phát biểu **đúng** ?

A. $\displaystyle\int\dfrac{x^3}{\sqrt[3]{x^4+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{8}\sqrt[3]{(x^4+1)^2}+C$. **B.** $\displaystyle\int\dfrac{x^3}{\sqrt[3]{x^4+1}}\mathrm{d}x=\sqrt[3]{(x^4+1)^2}+C$.

C. $\displaystyle\int\dfrac{x^3}{\sqrt[3]{x^4+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{3}{4}\sqrt[3]{(x^4+1)^2}+C$. **D.** $\displaystyle\int\dfrac{x^3}{\sqrt[3]{x^4+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{3}{8}\sqrt[3]{(x^4+1)^2}+C$.

Câu 53. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x\sqrt{4x+7}$.

A. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{20}\left[\dfrac{2}{5}(4x+7)^{\frac{5}{2}}-7\cdot\dfrac{2}{3}(4x+7)^{\frac{3}{2}}\right]+C$.

B. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{18}\left[\dfrac{2}{5}(4x+7)^{\frac{5}{2}}-7\cdot\dfrac{2}{3}(4x+7)^{\frac{3}{2}}\right]+C$.

C. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{14}\left[\dfrac{2}{5}(4x+7)^{\frac{5}{2}}-7\cdot\dfrac{2}{3}(4x+7)^{\frac{3}{2}}\right]+C$.

D. $\displaystyle\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{16}\left[\dfrac{2}{5}(4x+7)^{\frac{5}{2}}-7\cdot\dfrac{2}{3}(4x+7)^{\frac{3}{2}}\right]+C$.

Câu 54. Hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(0)=2\ln 2$. Tính $F(1)$.

A. $F(1)=-2\ln 2$. **B.** $F(1)=2\ln 2$. **C.** $F(1)=2$. **D.** $F(1)=0$.

Câu 55. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x-1}+4}$ thỏa $F(1)=2-4\ln 5$.

A. $\sqrt{2x+1}+1-4\ln(\sqrt{2x+1}+4)$. **B.** $\sqrt{2x-1}+1-4\ln(\sqrt{2x-1}+4)$.

C. $\sqrt{2x-1}-1-\dfrac{7}{2}\ln(\sqrt{2x-1}+4)$. **D.** $\sqrt{2x-1}-1+\dfrac{7}{2}\ln(\sqrt{2x+1}+4)$.

Câu 56. Hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(0)=\dfrac{2}{3}$. Tính $F(1)$.

A. $F(1)=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $F(1)=\dfrac{3}{2}$. **C.** $F(1)=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $F(1)=\dfrac{2}{3}$.

Câu 57. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ thỏa $F(0)=1$. Tính $\log_2\left[F(-1)\right]$.

A. $\log_2\left[F(-1)\right]=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\log_2\left[F(-1)\right]=\dfrac{1}{2}$.

C. $\log_2\left[F(-1)\right]=\sqrt{2}$. **D.** $\log_2\left[F(-1)\right]=2$.

Câu 58. Tìm hàm số $f(x)$, biết rằng $f'(x)=x\sqrt{1+x^2}$ và $2f(-1)=3$.

A. $f(x)=\dfrac{(\sqrt{1+x^2})^3}{3}+1$. **B.** $f(x)=\dfrac{1+x^2}{2}+1$.

C. $f(x)=\dfrac{x^2(\sqrt{1+x^2})^2}{2}-1$. **D.** $f(x)=\dfrac{(\sqrt{1+x^2})^3}{3}-1$.

Câu 59. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}}$ thỏa mãn $F(1)=2017$.

A. $F(x)=\sqrt{x^2-2x+5}+2017$. **B.** $F(x)=2\sqrt{x^2-2x+5}+2017$.

C. $F(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-2x+5}}{2}+2016$. **D.** $F(x)=\dfrac{2x-2}{\sqrt{x^2-2x+5}}+2016$.

Câu 60. Hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x^2+2}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa $F(1)=\dfrac{3}{2}\ln 3$. Tính $e^{F(\sqrt{7})}$.

A. $e^{F(\sqrt{7})}=3$. **B.** $e^{F(\sqrt{7})}=9$. **C.** $e^{F(\sqrt{7})}=27$. **D.** $e^{F(\sqrt{7})}=81$.

Câu 61. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(1-x)^{2015}$.

A. $\dfrac{(1-x)^{2017}}{2017}+\dfrac{(1-x)^{2016}}{2016}+C$. **B.** $\dfrac{(1-x)^{2017}}{2017}-\dfrac{(1-x)^{2016}}{2016}+C$.

C. $-\dfrac{(1-x)^{2017}}{2017}+\dfrac{(1-x)^{2016}}{2016}+C$. **D.** $\dfrac{(1-x)^{2017}}{2017}-\dfrac{(1-x)^{2016}}{2016}+C$.

Câu 62. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(x^2+1)^{2016}$.

A. $\dfrac{(x^2+1)^{2017}}{4034}+C$. **B.** $\dfrac{(x^2+1)^{2016}}{4032}+C$.

C. $\dfrac{(x^2+1)^{2016}}{2016}+C$. **D.** $\dfrac{(x^2+1)^{2017}}{2017}+C$.

Câu 63. Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=(\sin x+1)^3\cos x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{(\cos x+1)^4}{4}+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{\sin^4 x}{4}+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{(\sin x+1)^4}{4}+C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 4(\sin x+1)^3+C$

Câu 64. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{2x^3-x}{\sqrt{x^4-x^2+1}}$.

A. $\sqrt{x^4-x^2+1}+x+C.$ **B.** $\sqrt{x^4-x^2+1}-x+C.$

C. $\sqrt{x^4-x^2+1}+C.$ **D.** $\frac{1}{\sqrt{x^4-x^2+1}}+C.$

Câu 65. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2\left(\frac{x^3}{18}-1\right)^5$.

A. $\left(\frac{x^3}{18}-1\right)^6+C.$ **B.** $6\left(\frac{x^3}{18}-1\right)^6+C.$

C. $\frac{1}{6}\left(\frac{x^3}{18}-1\right)^6+C.$ **D.** $\frac{1}{2}\left(\frac{x^3}{18}-1\right)^6+C.$

Câu 66. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{\sin x}\cos x.$.

A. $e^{\sin x}+C.$ **B.** $\cos x.e^{\sin x}+C.$ **C.** $e^{\cos x}+C.$ **D.** $e^{-\sin x}+C.$

Câu 67. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\ln x}{x}\sqrt{\ln^2 x+1}.$

A. $\frac{\sqrt{(\ln^2 x+1)^3}}{3}+C.$ **B.** $\frac{(\ln^2 x+1)^3}{3}+C.$

C. $\frac{(\ln^2 x+1)\sqrt{(\ln^2 x+1)^3}}{3}+C.$ **D.** $\frac{\sqrt{(\ln x+1)^3}}{3}+C.$

Câu 68. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x\ln x+x}$.

A. $\ln\left|\ln x+1\right|+C.$ **B.** $\ln\left|\ln x-1\right|+C.$

C. $-\ln\left|\ln x+1\right|+C.$ **B.** $-\ln\left|\ln x-1\right|+C.$

Câu 69. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{3x^2+2}}$.

A. $\frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2}+C.$ **B.** $C-\frac{1}{3}\sqrt{3x^2+2}.$ **C.** $\frac{1}{6}\sqrt{3x^2+2}+C.$ **D.** $\frac{2\sqrt{3x^2+2}}{3}+C.$

Câu 70. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{\cot x}{\sin^2 x}$.

A. $-\dfrac{\cot^2 x}{2}+C.$ **B.** $\dfrac{\cot^2 x}{2}+C.$ **C.** $-\dfrac{\tan^2 x}{2}+C.$ **D.** $\dfrac{\tan^2 x}{2}+C.$

Câu 71. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^5}{\sqrt{2-x^3}}$.

A. $-\dfrac{2}{9}(\sqrt{2-x^3})^3+\dfrac{4}{3}\sqrt{2-x^3}+C.$ **B.** $\dfrac{1}{3}(\sqrt{2-x^3})^3-\dfrac{2}{3}\sqrt{2-x^3}+C.$

C. $\dfrac{2}{9}(\sqrt{2-x^3})^3-\dfrac{4}{3}\sqrt{2-x^3}+C.$ **D.** $-\dfrac{1}{3}(\sqrt{2-x^3})^3+\dfrac{2}{3}\sqrt{2-x^3}+C.$

Câu 72. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{-3\sin 3x+2\cos 3x}{5\sin 3x-\cos 3x}$.

A. $-\dfrac{17}{26}x+\dfrac{7}{78}\ln\left|5\sin 3x-\cos 3x\right|+C.$ **B.** $-\dfrac{17}{26}x-\dfrac{7}{78}\ln\left|5\sin 3x-\cos 3x\right|+C.$

C. $\dfrac{17}{26}x+\dfrac{7}{78}\ln\left|5\sin 3x-\cos 3x\right|+C.$ **D.** $\dfrac{17}{26}x-\dfrac{7}{78}\ln\left|5\sin 3x-\cos 3x\right|+C.$

Câu 73. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\dfrac{\sin x}{1+3\cos x}$ và $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$. Tính $F(0)$.

A. $-\dfrac{1}{3}\ln 2+2.$ **B.** $-\dfrac{2}{3}\ln 2+2.$ **C.** $-\dfrac{2}{3}\ln 2-2.$ **D.** $-\dfrac{1}{3}\ln 2-2.$

Câu 74. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x(x^2+7)^{15}$.

A. $\dfrac{(x^2+7)^{16}}{2}+C.$ **B.** $C-\dfrac{(x^2+7)^{16}}{32}.$ **C.** $\dfrac{(x^2+7)^{16}}{16}+C.$ **D.** $\dfrac{(x^2+7)^{16}}{32}+C.$

Câu 75. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^2}\cos\dfrac{2}{x}$.

A. $-\dfrac{1}{2}\sin\dfrac{2}{x}+C.$ **B.** $-\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{2}{x}+C.$ **C.** $\dfrac{1}{2}\sin\dfrac{2}{x}+C.$ **D.** $\dfrac{1}{2}\cos\dfrac{2}{x}+C.$

Câu 76. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{e^x+3}$ thỏa mãn $F(0)=-\dfrac{1}{3}\ln 4$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $3F(x)+\ln(e^x+3)=2$.

A. $S=\{2\}.$ **B.** $S=\{-2;2\}.$ **C.** $S=\{1;2\}.$ **D.** $S=\{-2;1\}.$

Câu 77. Giả sử $\displaystyle\int x(1-x)^{2017}\,\mathrm{d}x=\frac{(1-x)^a}{a}-\frac{(1-x)^b}{b}+C$, với a, b là các số nguyên dương. Tính $2a-b$.

A. $2a-b=2017.$ **B.** $2a-b=2018.$ **C.** $2a-b=2019.$ **D.** $2a-b=2020.$

Câu 78. Cho $\displaystyle I=\int\frac{\cos x}{\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x$, $\displaystyle J=\int\frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\,\mathrm{d}x$. Tìm $T=4J-2I$.

A. $T=x-3\ln\left|\sin x+\cos x\right|+C.$ **B.** $T=x+3\ln\left|\sin x+\cos x\right|+C.$

C. $T = 3x - \ln\left|\sin x + \cos x\right| + C.$ **D.** $T = 2x - \ln\left|\sin x + \cos x\right| + C.$

Câu 79. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{e^{2x}}{e^x + 1}$.

A. $e^x - \ln(e^x + 1) + C.$ **B.** $e^x + \ln(e^x + 1) + C.$

C. $\ln(e^x + 1) + C.$ **D.** $e^{2x} - e^x + C.$

Câu 80. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x} + 1}$.

A. $2\sqrt{x} - 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$ **B.** $2\sqrt{x} + 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$

C. $\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$ **D.** $2 + 2\ln(1 + \sqrt{x}) + C.$

Câu 81. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x + 2}{\sqrt{x + 1}}$.

A. $\dfrac{3}{4}(x + 4)\sqrt{x + 1} + C.$ **B.** $\dfrac{2}{3}(x + 4)\sqrt{x + 1} + C.$

C. $\dfrac{x}{2(x + 1)\sqrt{x + 1}} + C.$ **D.** $\sqrt{x + 1} + \dfrac{1}{\sqrt{x + 1}} + C.$

Câu 82. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{2x - 1}{\sqrt{1 - x}}$.

A. $-2\sqrt{1 - x} + \dfrac{1}{\sqrt{1 - x}} + C.$ **B.** $\dfrac{2}{3}(2x + 1)\sqrt{1 - x} + C.$

C. $-\dfrac{2}{3}(2x + 1)\sqrt{1 - x} + C.$ **D.** $-\dfrac{2}{3}(2x - 1)\sqrt{1 - x} + C.$

Câu 83. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{3x^2 + 2}}$.

A. $-\dfrac{1}{3}\sqrt{3x^2 + 2} + C.$ **B.** $\dfrac{1}{6}\sqrt{3x^2 + 2} + C.$

C. $\dfrac{2}{3}\sqrt{3x^2 + 2} + C.$ **D.** $\dfrac{1}{3}\sqrt{3x^2 + 2} + C.$

Câu 84. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x^3}{\sqrt{4 - x^2}}$.

A. $-\dfrac{1}{3}(x^2 + 8)\sqrt{4 - x^2} + C.$ **B.** $\dfrac{1}{3}(x^2 + 8)\sqrt{4 - x^2} + C.$

C. $-\dfrac{1}{3}\sqrt{4 - x^2} + C.$ **D.** $-\dfrac{2}{3}(x^2 + 8)\sqrt{4 - x^2} + C.$

Câu 85. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x \cos x.$

A. $\frac{1}{3}\sin^3 x + C.$ **B.** $\sin^3 x + C.$ **C.** $-\frac{1}{3}\sin^3 x + C.$ **D.** $-\sin^3 x + C.$

Câu 86. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x \sin x.$

A. $-\cos^3 x + C.$ **B.** $-\frac{1}{3}\cos^3 x + C.$ **C.** $\frac{1}{3}\cos^3 x + C.$ **D.** $\cos^3 x + C.$

Câu 87. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x.$

A. $3\sin^2 x.\cos x + C.$ **B.** $\frac{\cos^3 x}{6} - \cos x + C.$

C. $\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C.$ **D.** $-\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x + C.$

Câu 88. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^3 x.$

A. $\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} + C.$ **B.** $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C.$

C. $-\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C.$ **D.** $3\sin^2 x.\cos x + C.$

Câu 89. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^4 x \cos x.$

A. $-\frac{1}{5}\sin^5 x + C.$ **B.** $\sin^5 x + C.$ **C.** $\frac{1}{5}\sin^5 x + C.$ **D.** $-\sin^5 x + C.$

Câu 90. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x}.$

A. $e^{\tan x} + C.$ **B.** $e^{-\tan x} + C.$ **C.** $\tan x.e^{\tan x} + C.$ **D.** $-e^{\tan x} + C.$

Câu 91. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}.$

A. $\tan^2\sqrt{x} + C.$ **B.** $2\tan\sqrt{x} + C.$ **C.** $\frac{1}{2}\tan\sqrt{x} + C.$ **D.** $\tan\sqrt{x} + C.$

Câu 92. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x^2}{x^3+1}.$

A. $\frac{4x^3}{x^4+4x} + C.$ **B.** $\frac{x^3}{x^4+x} + C.$ **C.** $\ln(x^3+1) + C.$ **D.** $\ln\left|x^3+1\right| + C.$

Câu 93. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{6x^2-12x}{x^3-3x^2+6}.$

A. $\ln\left|x^3-3x^2+6\right| + C.$ **B.** $\frac{1}{2}\ln\left|x^3-3x^2+6\right| + C.$

C. $2\ln\left|x^3-3x^2+6\right| + C.$ **D.** $2\ln(x^3-3x^2+6) + C.$

Câu 94. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{4x^3+2x}{x^4+x^2+3}$.

A. $\ln\left|x^4+x^2+3\right|+C$. **B.** $2\ln\left|x^4+x^2+3\right|+C$.

C. $\dfrac{1}{2}\ln\left|x^4+x^2+3\right|+C$. **D.** $-2\ln(x^4+x^2+3)+C$.

Câu 95. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^3+3x-1}$.

A. $\ln\left|x^3+3x-1\right|+C$. **B.** $\ln\left|x^3+3x-1\right|+C$.

C. $\dfrac{1}{3}\ln(x^3+3x-1)+C$. **D.** $\dfrac{1}{3}\ln\left|x^3+3x-1\right|+C$.

Câu 96. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2(x^3+1)^5$.

A. $\dfrac{1}{18}(x^3+1)^6+C$. **B.** $\dfrac{1}{9}(x^3+1)^6+C$. **C.** $18(x^3+1)^6+C$. **D.** $(x^3+1)^6+C$.

Câu 97. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=x\sqrt{x+1}$ thỏa $F(0)=2$. Tính $F(3)$.

A. $\dfrac{886}{105}$. **B.** $\dfrac{116}{15}$. **C.** $\dfrac{146}{15}$. **D.** $\dfrac{105}{886}$.

Câu 98. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\dfrac{\sin 2x}{\sin^2 x+3}$ thỏa mãn $F(0)=0$.

A. $\dfrac{\ln\left|2+\sin^2 x\right|}{3}$. **B.** $\ln\left|1+\dfrac{\sin^2 x}{3}\right|$. **C.** $\ln\left|1+\sin^2 x\right|$. **D.** $\ln\left|\cos^2 x\right|$.

Câu 99. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin x\cos x}$.

A. $\ln\left|\sin x\right|-\dfrac{1}{2}\ln\left|1-\sin^2 x\right|+C$. **B.** $\ln\left|\sin x\right|+\dfrac{1}{2}\ln\left|1-\sin^2 x\right|+C$.

C. $\dfrac{1}{2}\ln\left|\sin x\right|-\dfrac{1}{2}\ln\left|1-\sin^2 x\right|+C$. **D.** $-\ln\left|\sin x\right|-\dfrac{1}{2}\ln\left|1-\sin^2 x\right|+C$.

Câu 100. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=(\tan x+e^{2\sin x})\cos x$.

A. $-\cos x+e^{2\sin x}+C$. **B.** $-\cos x-\dfrac{1}{2}e^{2\sin x}+C$.

C. $\cos x+\dfrac{1}{2}e^{2\sin x}+C$. **D.** $-\cos x+\dfrac{1}{2}e^{2\sin x}+C$.

BẢNG ĐÁP ÁN NGUYÊN HÀM ĐỔI BIẾN SỐ

1.C	2.C	3.C	4.C	5.C	6.B	7.B	8.D	9.C	10.A
11.C	12.B	13.C	14.A	15.B	16.B	17.C	18.B	19.D	20.B
21.A	22.B	23.A	24.A	25.D	26.C	27.A	28.C	29.A	30.C
31.D	32.A	33.B	34.B	35.C	36.A	37.B	38.C	39.A	40.D
41.B	42.A	43.A	44.B	45.C	46.B	47.A	48.C	49.C	50.B
51.A	52.D	53.D	54.C	55.B	56.C	57.B	58.A	59.C	60.B
61.B	62.A	63.C	64.B	65.A	66.A	67.A	68.A	69.A	70.A
71.C	72.A	73.B	74.D	75.A	76.A	77.D	78.A	79.A	80.A
81.B	82.C	83.D	84.A	85.A	86.B	87.C	88.B	89.C	90.A
91.B	92.D	93.C	94.A	95.D	96.A	97.C	98.B	99.A	100.D

§ 2. TÍCH PHÂN

☆☆☆

Khái niệm tích phân

— Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên K và $a,\ b \in K$. Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì $F(b)-F(a)$ được gọi là tích phân của $f(x)$ từ a đến b và được kí hiệu $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$. Khi đó $\boxed{I=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(x)\Big|_a^b=F(b)-F(a)}$, ($a$ cận dưới, b cận trên).

— Đối với biến số lấy tích phân, có thể chọn bất kì một chữ khác nhau thay cho x, nghĩa là $I=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(t)\mathrm{d}t=\cdots=F(b)-F(a)$ ***(không phụ thuộc biến mà phụ thuộc cận)***

Tính chất của tích phân

① $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$ và $\int\limits_a^a f(x)\mathrm{d}x=0$. ② $\int\limits_a^b kf(x)\mathrm{d}x=k\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$, với $k\neq 0$.

③ $\int\limits_a^b\big[f(x)\pm g(x)\big]\mathrm{d}x=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\pm\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$. ④ $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

⑤ $\int\limits_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_a^b$, $\int\limits_a^b f''(x)\mathrm{d}x=f'(x)\Big|_a^b$, $\int\limits_a^b f'''(x)\mathrm{d}x=f''(x)\Big|_a^b$,....

Dạng toán 1. Tích phân cơ bản & tính chất tích phân

☆☆☆

Nhóm 1. Tích phân cơ bản

BT 1. Tính các tích phân sau:

a) Tính $\int\limits_1^3(3x^2-4x+5)\mathrm{d}x=(x^3-2x^2+5x)\Big|_1^3=14-4=20.$

b) Tính $\int\limits_{-2}^3(4x^3-3x^2+10)\mathrm{d}x=$ .....

c) Tính $\int\limits_1^4(x^2+3\sqrt{x})\mathrm{d}x=$ .....

d) Tính $\int\limits_0^2 x(x+1)^2\mathrm{d}x=$ .....

e) Tính $\int\limits_0^1\dfrac{\mathrm{d}x}{(1+x)^3}=$ .....

f) Tính $\int\limits_{2}^{4}\left(x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x =$ .....

g) Tính $\int\limits_{1}^{3}\left(\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x =$ .....

h) Tính $\int\limits_{0}^{1}e^{3x}\mathrm{d}x =$ .....

i) Tính $\int\limits_{0}^{2018}7^{x}\mathrm{d}x =$ .....

j) Tính $\int\limits_{0}^{6}\frac{\mathrm{d}x}{x+6} =$ .....

k) Tính $\int\limits_{1}^{3}\frac{\mathrm{d}x}{1-3x} =$ .....

l) Tính $\int\limits_{0}^{1}(2x+1)^{5}\mathrm{d}x =$ .....

m) Tính $\int\limits_{1}^{3}(1-3x)^{10}\mathrm{d}x =$ .....

n) Tính $\int\limits_{1}^{2}\frac{\mathrm{d}x}{(4x-1)^2} =$ .....

o) Tính $\int\limits_{1}^{4}\frac{4}{(1-2x)^2}\mathrm{d}x =$ .....

p) Tìm số thực m thỏa mãn $\int\limits_{-1}^{m}e^{x+1}\,\mathrm{d}x = e^2-1.$ .....

.....

q) Tìm số thực m thỏa mãn $\int\limits_{0}^{m}(2x+5)\mathrm{d}x = 6.$ .....

.....

r) Tìm số thực m thỏa mãn $\int\limits_{2}^{5}m^2(5-x^3)\mathrm{d}x = -549.$ .....

.....

s) Tìm số thực m thỏa mãn $\int\limits_{m}^{2}(3-2x)^4\,\mathrm{d}x=\dfrac{122}{5}\cdot$ .....

.....

t) Tìm số thực m thỏa mãn $\int\limits_{0}^{m}(3x^2-12x+11)\mathrm{d}x=6.$ .....

.....

u) Tìm số thực m thỏa mãn $\int\limits_{1}^{2}\left[m^2+(4-4m)x+4x^3\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{2}^{4}2x\,\mathrm{d}x.$

.....

.....

.....

BT 2. Tính các tích phân sau:

a) Tính $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,\mathrm{d}x=$ .....

b) Biết $\int\limits_{0}^{a}\sin x\cos x\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\cdot$ Tìm $a.$ .....

.....

c) Có bao nhiêu số nguyên $m\in(0;2018)$ thỏa $\int\limits_{0}^{m}\cos 2x\,\mathrm{d}x=0$ .....

.....

d) Tính $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}}\cos\left(3x-\dfrac{2\pi}{3}\right)\mathrm{d}x=$ .....

e) Biết $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\sin 5x\,\mathrm{d}x=a+b\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}.$ Tính giá trị của $P=ab+b-a.$

.....

f) Tính $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x} =$ .....

g) Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{1-\sin^3 x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-c}{2}$ với $a,\ b,\ c>0$. Tính $P = a^2 + b^3 + abc$.

.....

.....

.....

h) Tính $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\mathrm{d}x}{\cos^2 x \sin^2 x} = a + b\sqrt{3}$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị của $P = ab - a + b$.

.....

i) Tính $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x\,\mathrm{d}x =$ .....

j) Tính $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cot^2 x\,\mathrm{d}x =$ .....

k) Tính $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\,\mathrm{d}x =$ .....

l) Tính $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 x\,\mathrm{d}x =$ .....

m) Biết $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x\,\mathrm{d}x = a + \dfrac{b\sqrt{2}}{10}$; với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $a+b$.

.....

.....

.....

n) Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 5x \sin x \,\mathrm{d}x =$ .....

.....

.....

o) Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \sin 4x \cos x \,\mathrm{d}x =$ .....

.....

.....

p) Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 6x \cos 2x \,\mathrm{d}x =$ .....

.....

.....

q) Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x \cos x \,\mathrm{d}x =$ .....

.....

.....

r) Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 6x \cos 2x \,\mathrm{d}x =$ .....

.....

.....

s) Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x \,\mathrm{d}x =$ .....

.....

.....

.....

.....

BT 3. Tính các tích phân sau:

a) Biết $\int\limits_1^2 \sqrt{2x-1}\,\mathrm{d}x = \dfrac{\sqrt{a}-1}{b}$ với $a>0$. Tính $a-b^3$. .....

.....

b) Biết $\int\limits_1^3 \sqrt{8-2x}\,\mathrm{d}x = \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{3}$ với $a,\ b$ là số nguyên dương. Tính $P=ab+a+b$.

.....

.....

c) Biết $\int\limits_0^3 \sqrt[3]{3x-5}\,\mathrm{d}x = \sqrt[3]{a}-\dfrac{5}{4}\sqrt[3]{b}$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $P=a.b+a-b$.

.....

.....

d) Tính $\int\limits_{-1}^3 \sqrt[3]{1-4x}\,\mathrm{d}x =$ .....

e) Biết $\int\limits_2^6 \dfrac{2\mathrm{d}x}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}$ với $a,\ b$ là số nguyên dương $P=ab+a+b$.

.....

.....

f) Tính $\int\limits_{-2}^{-5} \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-3x}} =$ .....

.....

g) Tính $\int\limits_2^7 \dfrac{4\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}} =$ .....

.....

.....

.....

h) Tính $\int\limits_3^5 \dfrac{4x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{5x+1}-\sqrt{3x+1}} =$ .....

.....

.....

.....

.....

i) Tính $\int\limits_1^5 \dfrac{5x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{8x+1}+\sqrt{3x+1}} =$ .....

.....

.....

.....

j) Biết $\int\limits_1^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}-c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}^+$. Tính $P = a+b+c$.

.....

.....

.....

.....

k) Tính $\int\limits_1^6 \dfrac{\mathrm{d}x}{(x+3)\sqrt{x}-x\sqrt{x+3}} =$ .....

.....

.....

.....

.....

l) Tính $\int\limits_2^3 \dfrac{\mathrm{d}x}{(x+2)\sqrt{x+1}+(x+1)\sqrt{x+2}} =$ .....

.....

.....

.....

.....

Nhóm 2. Tích phân hàm số hữu tỷ

BT 4. Tính các tích phân sau:

a) Biết $\int\limits_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{3x-1} = \frac{1}{a}\ln b$ với $b>0$. Tính $S = a^2 + b$. .....

.....

b) Biết $\int\limits_0^1 \frac{2x+3}{2-x}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a + 2b + 2^a - 2^b$.

.....

.....

c) Biết $\int\limits_0^1 \frac{2x-1}{x+1}\mathrm{d}x = a + b\ln 2$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = ab - a + b$.

.....

.....

d) Biết $\int\limits_0^2 \frac{x^2}{x+1}\mathrm{d}x = a + \ln b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 2a + b + 2^b$.

.....

.....

e) Biết $\int\limits_0^1 \frac{x^3}{x+2}\mathrm{d}x = \frac{a}{3} + b\ln 3 + c\ln 2$, với $a,\ b,\ c \in Q$. Tính $S = 2a + 4b^2 + 3c^3$.

.....

.....

.....

f) Biết $\int\limits_{-1}^0 \frac{3x^2+5x-1}{x-2}\mathrm{d}x = a\ln\frac{2}{3} + b$, với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị của $S = a + 4b$.

.....

.....

.....

g) Biết $\int_3^5 \frac{x^2+x+1}{x+1}\mathrm{d}x = a + \ln\frac{b}{2}$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

.....

.....

h) Tính $\int_0^1 \frac{x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x =$ .....

.....

i) Tính $\int_0^1 \frac{x}{(x+2)^3}\mathrm{d}x =$ .....

.....

j) Biết $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9}\mathrm{d}x = 3\ln\frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2^a + 2^b - ab$. .....

.....

.....

k) Biết $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 3$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b - ab^2$.

.....

.....

l) Biết $\int_3^5 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-x} = a\ln 5 + b\ln 3 + c\ln 2$ với $a,\ b,\ c \in Q$. Tính $S = -2a + b + 3c^2$.

.....

.....

m) Biết $\int_1^5 \frac{3}{x^2+3x}\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 2$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b - ab$.

.....

.....

n) Biết $\int\limits_1^2 \dfrac{x\,\mathrm{d}x}{(x+1)(2x+1)} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a+b+c$.

.....

.....

o) Biết $\int\limits_0^1 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2-5x+6} = a\ln 2 + b\ln 3$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a+b$.

.....

.....

p) Biết $\int\limits_2^3 \dfrac{\mathrm{d}x}{-2x^2+3x-1} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tính $2a+b^2+2^c$.

.....

.....

q) Biết $\int\limits_0^1 \dfrac{5-2x}{x^2+3x+2}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 3$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $2^a - 3ab$.

.....

.....

.....

r) Biết $\int\limits_0^2 \dfrac{x-1}{x^2+4x+3}\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 3$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = ab + 3^a - a$.

.....

.....

.....

s) Biết $\int\limits_1^2 \dfrac{1}{x^2(x+1)}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2} + \ln\dfrac{a}{b}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}^+$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+2^b$.

.....

.....

.....

Nhóm 3. Tính chất tích phân

BT 5. Bài toán sử dụng tính chất $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x,\ \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x.$

a) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 3.$

Tính $P = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_6^{10} f(x)\mathrm{d}x.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $7 = \int\limits_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_2^6 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 7 = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x + 3 + \int\limits_6^{10} f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow P = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_6^{10} f(x)\mathrm{d}x = 4.$

b) Cho $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x = 3$ với $a < b < c$. Tính $I = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x.$

.....

c) Cho hàm $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2017,\ \int\limits_4^3 f(x)\mathrm{d}x = 2018.$

Tính $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x =$ .....

d) Cho hàm số $f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_5^7 f(x)\mathrm{d}x = 9.$

Tính $\int\limits_2^7 f(x)\mathrm{d}x =$ .....

.....

e) Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 4,\ \int\limits_2^6 f(t)\mathrm{d}t = -3.$ Hãy

tính $\int\limits_0^2 \big[f(v) - 3\big]\mathrm{d}v =$ .....

.....

f) Cho $\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x = 10$ và $\int\limits_2^4 g(x)\mathrm{d}x = 5.$ Tính tích phân $I = \int\limits_2^4 \big[3f(x) - 5\,\mathrm{g}(x)\big]\mathrm{d}x.$

.....

g) Cho $\int\limits_{-1}^{5} f(x)\mathrm{d}x = 5$, $\int\limits_{4}^{5} f(t)\mathrm{d}t = -2$ và $\int\limits_{-1}^{4} g(u)\mathrm{d}u = \dfrac{1}{3}\cdot$ Tính $I = \int\limits_{-1}^{4}\Big[f(x) + g(x)\Big]\mathrm{d}x.$

.....

.....

h) Cho tích phân $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x = a.$ Tính tích phân $I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{f(x)\cos^2 x - 5}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$ theo $a.$

.....

.....

i) Biết $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 5.$ Tính $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\Big[f(x) + 2\sin x\Big]\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

j) Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\,\mathrm{d}x = -2$ Tính tích phân $I = \int\limits_{-1}^{2}\Big[x + 2f(x) - 3g(x)\Big]\mathrm{d}x.$

.....

.....

k) Cho $\int\limits_{-1}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = 10$ và $\int\limits_{4}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x = 2.$ Tính $\int\limits_{6}^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

l) Cho $\int\limits_{3}^{6} f(x)\,\mathrm{d}x = 7.$ Tính $\int\limits_{3}^{6}\Big[x^2 - f(x)\Big]\mathrm{d}x =$ .....

.....

m) Cho $\int\limits_{0}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ và $\int\limits_{0}^{2}\Big[e^x - f(x)\Big]\mathrm{d}x = e^a - b.$ Tìm a và $b.$ .....

.....

BT 6. Bài toán sử dụng tính chất $\int\limits_a^b f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_a^b = f(b)-f(a)$, $\int\limits_a^b f''(x)dx = f'(x)\Big|_a^b$,....

a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1)=1$ và $f(2)=2$. Tính $\int\limits_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải tham khảo

Sử dụng tính chất và định nghĩa có $\int\limits_1^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_1^2 = f(2)-f(1) = 2-1 = 1$.

b) Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;4]$, $f(1)=1$ và $\int\limits_1^4 f'(x)\mathrm{d}x = 2$. Tính $f(4)$.

.....

.....

c) Cho $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$, $f(3)=5$ và $\int\limits_1^3 f'(x)\mathrm{d}x = 6$. Tính $f(1)$.

.....

.....

d) Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm cấp hai trên đoạn $[1;3]$, $f'(1)=1$ và $f'(3)=m$. Tìm m để $\int_1^3 f''(x)\mathrm{d}x = 5$. .....

.....

e) Biết $f(1)=12$, $f'(x)$ là hàm số liên tục trên $[1;4]$ và $\int_1^4 f'(x)\mathrm{d}x = 17$. Tính $f(4)$.

.....

.....

f) Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm trên $[-3;5]$, $f(-3)=1$ và $f(5)=9$. Tính $\int_{-3}^5 4f'(x)\mathrm{d}x$.

.....

.....

g) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 3 trên $[-3;2]$, $f''(-3)=4$ và $f''(2)=6$. Tính giá trị của tích phân $\int_{-3}^2 f'''(x)\mathrm{d}x =$ .....

.....

BT 7. Tính các tích phân bằng phương pháp đổi biến hàm ẩn:

a) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2017$. Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)\cos 2x\,\mathrm{d}x$.

Lời giải tham khảo

Đặt $t = \sin 2x \Rightarrow \mathrm{d}t = 2\cos 2x\,\mathrm{d}x \Rightarrow \cos 2x\,\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = \dfrac{\pi}{4} \Rightarrow t = 1 \end{cases}$.

Khi đó $I = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 f(t)\,\mathrm{d}t = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{2017}{2}$.

***Cần nhớ**: Đổi biến là phải đổi cận.*

b) Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 16$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$. .....

.....

c) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^{2017} f(x)\mathrm{d}x = 1$. Tính tích phân $\int\limits_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x$.

.....

.....

d) Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Tính $I = \int\limits_0^1 f(4x)\mathrm{d}x$. .....

.....

e) Biết $\int\limits_1^3 f(3x-1)\mathrm{d}x = 20$. Tính $I = \int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x$. .....

.....

f) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $[1;2]$ thỏa mãn $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $\int_1^2 \dfrac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x = \ln 2$. Biết rằng hàm số $f(x) > 0,\ \forall x \in [1;2]$. Tính $f(2)$.

.....

.....

.....

g) Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm trên $\left[1;2\right]$, $f(2)=2$ và $f(4)=2018$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

h) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left[f(2x)-\sin x\right]\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

i) Cho tích phân $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=a$. Hãy tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x.f(x^2+1)\mathrm{d}x$ theo a.

.....

.....

j) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x).\cos x\,\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

k) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

l) Cho $f(x)$ là hàm liên tục và $a>0$. Giả sử rằng với mọi $x\in[0;a]$, ta có $f(x)>0$ và $f(x).f(a-x)=1$. Tính $I=\int\limits_0^a \frac{\mathrm{d}x}{1+f(x)}$. .....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 8. Tính các tích phân sau bằng phương pháp tích phân từng phần của hàm ẩn:

a) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\left[1;2\right]$ thỏa $f(1)=0,\ f(2)=2$ và $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$.

Tính $I=\int\limits_1^2 x.f'(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải tham khảo

Chọn $\begin{cases}u=x\Rightarrow \mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow v=f(x)\end{cases}\Rightarrow I=xf(x)\Big|_1^2-\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2f(2)-f(1)-1=3.$

Lưu ý: Tùy vào bài toán mà ta cần chọn u và $\mathrm{d}v$ sao cho $\int\limits_a^b v\mathrm{d}u$ đơn giản nhất.

b) Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên $[1;2],\ F(2)=1$ và $\int\limits_1^2 F(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int\limits_1^2 (x-1)f(x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

c) Cho hàm $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16,\ \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_0^1 x.f'(2x)\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

.....

d) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $f(2) = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^4 f'(\sqrt{x})\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

e) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ thỏa $\int_1^2 f'(x).\ln\left[f(x)\right]\mathrm{d}x = 1$ và $f(1) = 1,\ f(2) > 1$. Tính $f(2)$. .....

.....

.....

f) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $\int_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

g) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai và liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn các điều kiện $\int_0^1 x^2 f''(x)\mathrm{d}x = 12$ và $2f(1) - f'(1) = -2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

h) Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^3 xe^{f(x)}f'(x)\mathrm{d}x = 8$ và $f(3) = \ln 3$. Tính $I = \int_0^3 e^{f(x)}\mathrm{d}x$.

.....

.....

.....

i) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa $f(1)=4,\ \int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=\dfrac{223}{10}\cdot$

Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x^2f'(x)\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

j) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa $f(1)=0,\ \int\limits_0^1 x^2f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\cdot$ Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

k) Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;3]$ thỏa $f(3)=2$ và $\int\limits_0^3 x^3f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{5461}{120}\cdot$

Tính tích phân $I=\int\limits_0^3 x^4f'(x)\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

l) Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int\limits_a^b x.f''(x)\mathrm{d}x=4,\ f'(a)=-2,\ f'(b)=3$ với $a,\ b$ là các số thực dương và $f(a)=f(b)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{4a^2}{3b+1}+\dfrac{9b^2}{2a+3}\cdot$

.....

.....

.....

.....

m) **(Đề thi tham khảo Bộ GD & ĐT câu 50 năm 2018)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa $f(1)=0,\ \int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^1 x^2f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\cdot$ Tính $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

<u>Cách giải 1</u>. Ta có: $\frac{1}{3}=\int\limits_0^1 x^2f(x)\mathrm{d}x.$ Chọn $\begin{cases}u=f(x)\Rightarrow \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=x^2\mathrm{d}x\Rightarrow v=\frac{1}{3}x^3\end{cases}.$

Suy ra: $\frac{1}{3}=\int\limits_0^1 x^2f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3f(x)\Big|_0^1-\frac{1}{3}\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x=-1.$

$\Leftrightarrow 7\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x=-7\Leftrightarrow\int\limits_0^1 7x^3f'(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x$ vì $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=7$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^1\left(7x^3f'(x)+\left[f'(x)\right]^2\right)\mathrm{d}x=0\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f'(x)\left[7x^3+f'(x)\right]\mathrm{d}x=0$

$\Rightarrow 7x^3+f'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=-7x^3\Rightarrow f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=-\int 7x^3\mathrm{d}x=-\frac{7}{4}x^4+C.$

Vì $f(1)=0\Rightarrow-\frac{7}{4}+C=0\Rightarrow C=\frac{7}{4}\Rightarrow f(x)=-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}\cdot$

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{7x^5}{20}+\frac{7}{4}x\right)\Big|_0^1=\frac{7}{5}\cdot$

<u>Cách giải 2</u>. Ta có: $\frac{1}{3}=\int\limits_0^1 x^2f(x)\mathrm{d}x.$ Chọn $\begin{cases}u=f(x)\Rightarrow \mathrm{d}u=f'(x)\mathrm{d}x\\ \mathrm{d}v=x^2\mathrm{d}x\Rightarrow v=\frac{1}{3}x^3\end{cases}.$

Suy ra: $\frac{1}{3}=\int\limits_0^1 x^2f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3f(x)\Big|_0^1-\frac{1}{3}\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_0^1 x^3f'(x)\mathrm{d}x=-1.$

Ta lại có: $\begin{cases}\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=7\\ 2\int\limits_0^1 7x^3f'(x)\mathrm{d}x=-14\end{cases}\xrightarrow{\oplus}\int\limits_0^1\left[f'(x)+7x^3\right]^2\mathrm{d}x=0.$
$\int\limits_0^1(7x^3)^2\mathrm{d}x=7$

Mà $\left[f'(x)+7x^3\right]^2\ge 0\Rightarrow\begin{cases}\int\limits_0^1\left[f'(x)+7x^3\right]^2\mathrm{d}x\ge 0\\ \int\limits_0^1\left[f'(x)+7x^3\right]^2\mathrm{d}x=0\end{cases}\Rightarrow f'(x)=-7x^3.$

Ta có: $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=-\int 7x^3\mathrm{d}x=-\frac{7}{4}x^4+C.$

Vì $f(1)=0 \Rightarrow -\frac{7}{4}+C=0 \Rightarrow C=\frac{7}{4} \Rightarrow f(x)=-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}\cdot$

Vậy $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(-\frac{7x^4}{4}+\frac{7}{4}\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{7x^5}{20}+\frac{7}{4}x\right)\Big|_0^1=\frac{7}{5}\cdot$

n) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa $f(1)=4$, $\int\limits_0^1\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=36$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}\cdot$ Tính tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

o) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$ thỏa $f(2)=3$, $\int\limits_0^2\left[f'(x)\right]^2\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_0^2 x^2f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\cdot$ Tính tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

p) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa $f(1)=4,\ \int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2}\cdot$ Tính tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

q) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$ thỏa $f(2)=6,\ \int\limits_0^2 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_0^2 xf(x)\mathrm{d}x = \dfrac{17}{2}\cdot$ Tính tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 9. Cho hàm số $f(x)$ **liên tục và lẻ** trên đoạn $[-a;a]$. Chứng minh: $I=\boxed{\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x=0}$.

Chứng minh: Ta có $I=\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x$. Xét tích phân $\int\limits_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $x=-t\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases} x=-a\to t=a \\ x=0\to t=0 \end{cases}$.

Do $f(x)$ là hàm số lẻ và liên tục trên $[-a;a]$ nên $f(-x)=-f(x)\Rightarrow f(-t)=-f(t)$.

$$\Rightarrow \int\limits_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{a}^{0} f(-t)\mathrm{d}t=-\int\limits_{a}^{0}\big[-f(-t)\big]\mathrm{d}t=\int\limits_{a}^{0} f(t)\mathrm{d}t=-\int\limits_{0}^{a} ff(t)\mathrm{d}t=-\int\limits_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x.$$

Vậy $I=\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x=0$ **(đpcm)**

a) Cho $f(x)$ là hàm số lẻ thỏa mãn $\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

.....

.....

b) Tính tích phân $I=\int\limits_{-2017}^{2017} x^{2019}\sqrt{x^4+2018}\mathrm{d}x$. .....

.....

c) Tính tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x\sqrt{1+x^{2018}}\mathrm{d}x$ .....

.....

d) Biết $\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}+x}\mathrm{d}x=\dfrac{\sqrt{a}-\pi\sqrt{b}}{4}$ với $a,\ b$ là các số nguyên dương. Tính $T=ab$.

.....

.....

.....

.....

BT 10. Cho hàm số $f(x)$ **liên tục và chẵn** trên đoạn $[-a;a]$. Chứng minh rằng:

$$\boxed{\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = 2\int_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x = 2\int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x} \text{ và } \boxed{\int_{-a}^{a} \frac{f(x)}{1+b^x}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = \int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x}.$$

① ***Chứng minh:*** $I = \int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = 2\int_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x = 2\int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x.$

Ta có $I = \int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x + \int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x = A + B.$

Xét $A = \int_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x$. Đặt $x = -t \Rightarrow \mathrm{d}x = -\mathrm{d}t$. Đổi cận $\begin{cases} x = -a \Rightarrow t = a \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

Do $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $[-a;a]$ nên $f(-x) = f(x) \Rightarrow f(-t) = f(t)$.

Khi đó: $A = -\int_{a}^{0} f(-t)\mathrm{d}t = \int_{0}^{a} f(-t)\mathrm{d}t = \int_{0}^{a} f(-x)\mathrm{d}x = \int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x = B.$

Suy ra $A = B = \frac{I}{2}$ nên $I = \int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = 2\int_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x = 2\int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x$ **(đpcm)**

② ***Chứng minh:*** $I = \int_{-a}^{a} \frac{f(x)}{1+b^x}\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = \int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x$ với $0 < b \neq 1$ và $a \in \mathbb{R}^+$.

Đặt $x = -t \Rightarrow \mathrm{d}x = -\mathrm{d}t$. Đổi cận $\begin{cases} x = -a \Rightarrow t = a \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

$$I = -\int_{a}^{-a} \frac{f(-t)}{1+b^{-t}}\mathrm{d}t = \int_{-a}^{a} \frac{f(t)}{1+\frac{1}{b^t}}\mathrm{d}t = \int_{-a}^{a} \frac{b^t f(t)}{1+b^t}\mathrm{d}t = \int_{-a}^{a} \frac{b^x f(x)}{1+b^x}\mathrm{d}x$$

Cộng 2 vế cho $I \Rightarrow 2I = \int_{-a}^{a} \frac{b^x f(x)}{1+b^x}\mathrm{d}x + \int_{-a}^{a} \frac{f(x)}{1+b^x}\mathrm{d}x = \int_{-a}^{a} \frac{(b^x+1)f(x)}{1+b^x}\mathrm{d}x = \int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\int_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x = \int_{-a}^{0} f(x)\mathrm{d}x = \int_{0}^{a} f(x)\mathrm{d}x$ **(đpcm)**

a) Cho hàm số $f(x)$ là hàm chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $I = \int_{0}^{3} f(x)\mathrm{d}x = 6.$

Tính $A = \int_{-3}^{3} f(x)\mathrm{d}x.$ .....

Tính $B = \int_{-1}^{1} f(3x)\mathrm{d}x.$ .....

Tính $C=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(3\sin x)\mathrm{d}x$. .....

.....

b) Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6;6]$. Biết rằng $\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_{1}^{3}f(-2x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{6}f(x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

c) Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên đoạn $[-1;1]$ thỏa mãn $\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{f(x)}{2^x+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

d) Tính tích phân $I=\int\limits_{-3}^{3}\dfrac{x^{2018}}{e^x+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

e) Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{\mathrm{d}x}{(2018^x+1)(x^2-4)}$. .....

.....

f) Tính tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos x}{2017^x+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

g) Tính tích phân $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin^6 x+\cos^6 x}{6^x+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

BT 11. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Chứng minh rằng:

① Nếu $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = k$ thì $\int\limits_a^b f(a+b-x)\mathrm{d}x = k.$

② Nếu $f(a+b-x) = -f(x)$ thì $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = 0.$

③ Nếu $f(a+b-x) = f(x)$ thì $\int\limits_a^b x.f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{a+b}{2}\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

Hướng dẫn chứng minh

① ***Chứng minh:*** Nếu $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = k$ thì $\int\limits_a^b f(a+b-x)\mathrm{d}x = k.$

Đặt $t = a+b-x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x = a \Rightarrow t = b$ và $x = b \Rightarrow t = a$.

Suy ra $\int\limits_a^b f(a+b-x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(t)\mathrm{d}t = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = k$ **(đpcm)**.

② ***Chứng minh:*** Nếu $f(a+b-x) = -f(x)$ thì $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = 0.$

Đặt $t = a+b-x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x = a \Rightarrow t = b$ và $x = b \Rightarrow t = a$.

Suy ra $\int\limits_a^b f(a+b-x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(t)\mathrm{d}t = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$. Mà $f(a+b-x) = -f(x)$ nên ta có

$\int\limits_a^b f(a+b-x)\mathrm{d}x = -\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = 0$ **(đpcm)**.

③ ***Chứng minh:*** Nếu $f(a+b-x) = f(x)$ thì $\int\limits_a^b x.f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{a+b}{2}\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

Đặt $t = a+b-x \Rightarrow \mathrm{d}t = -\mathrm{d}x$. Đổi cận: $x = a \Rightarrow t = b$ và $x = b \Rightarrow t = a$.

Khi đó $\int\limits_a^b xf(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a (a+b-t)f(a+b-t)\mathrm{d}t = \int\limits_a^b (a+b-t)f(a+b-t)\mathrm{d}t$

$= \int\limits_a^b (a+b-x)f(a+b-x)\mathrm{d}x \overset{f(a+b-x)=f(x)}{=} (a+b)\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x - \int\limits_a^b xf(x)\mathrm{d}x.$

Suy ra $2\int\limits_a^b x.f(x)\mathrm{d}x = (a+b)\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int\limits_a^b x.f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{a+b}{2}\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$ **(đpcm)**.

a) Cho tích phân $\int\limits_1^{2018} f(x)\mathrm{d}x = 5$ trong đó $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1;2018]$.

Tính tích phân $I = \int\limits_1^{2018} f(2019-x)\mathrm{d}x.$.....

.....

b) Cho tích phân $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 10$ trong đó $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[-1;2]$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^{2} f(1-x)\mathrm{d}x$. .....

c) Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a;b]$ thỏa $\int_{a}^{b} f(x)\mathrm{d}x = 7$. Tính $\int_{a}^{b} f(a+b-x)\mathrm{d}x$.

.....

d) Biết $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan x)\mathrm{d}x = \frac{a}{b}\ln c$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $c > 0$. Tính $a + 9b - c$.

.....

.....

.....

.....

e) Biết $\int_{0}^{\pi} x\sin^6 x\,\mathrm{d}x = \frac{a\pi^b}{c}$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$. Tìm phần nguyên của $a + 2\pi + 10b - c$.

.....

.....

.....

f) Biết $\int_{0}^{\pi} xf(\sin x)\mathrm{d}x = 2\pi$. Tính tích phân $I = \int_{0}^{\pi} f(\sin x)\mathrm{d}x$. .....

.....

g) Biết $\int_{0}^{\pi} f(\sin x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}\cdot$ Tính tích phân $I = \int_{0}^{\pi} xf(\sin x)\mathrm{d}x$. .....

.....

h) Chứng minh rằng $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^n x\,\mathrm{d}x}{\sin^n x + \cos^n x} = \frac{\pi}{4}$ với $n \in \mathbb{R}^+$.

.....

.....

.....

.....

.....

i) Tính tích phân $\int\limits_0^{\pi} \dfrac{x\,\mathrm{d}x}{\sin x+1}$. .....

.....

.....

BT 12. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $mf(-x)+nf(x)=g(x)$ thì $\int\limits_{-a}^{a} f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{m+n}\int\limits_{-a}^{a} g(x)\mathrm{d}x.$

Hệ quả: Nếu $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thì $\begin{cases} \bullet \ \int\limits_{\alpha}^{\pi-\alpha} x.f(\sin x)\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{2}\int\limits_{\alpha}^{\pi-\alpha} f(\sin x)\mathrm{d}x \\ \bullet \ \int\limits_{\alpha}^{2\pi-\alpha} x.f(\cos x)\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{\alpha}^{2\pi-\alpha} f(\cos x)\mathrm{d}x \end{cases}$.

a) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $f(-x)+2017f(x)=\cos x$. Tính $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x.$

.....

.....

b) Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $2f(x)+5f(-x)=\dfrac{1}{4+x^2}$. Tính $I=\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x.$

.....

.....

c) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x},\ \forall x\in\mathbb{R}.$ Tính tích phân $I=\int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

BT 13. Cho tích phân $\int\limits_a^{a+T} f(x)\mathrm{d}x = k$ với $f(x)$ là hàm xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và tuần hoàn với chu kỳ T thì tích phân $\int\limits_0^T f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^{a+T} f(x)\mathrm{d}x = k.$

Chứng minh: Ta có $I = \int\limits_a^{a+T} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_0^T f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_T^{a+T} f(x)\mathrm{d}x.$

Xét $J = \int\limits_T^{a+T} f(x)\mathrm{d}x$. Đặt $t = x - T$. Đổi cận $\begin{cases} x = T \to t = 0 \\ x = a + T \to t = a \end{cases}$.

Khi đó: $J = \int\limits_T^{a+T} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^a f(t+T)\mathrm{d}t = \int\limits_0^a f(t)\mathrm{d}t = \int\limits_0^a f(x)\mathrm{d}x.$

$\Rightarrow I = \int\limits_a^{a+T} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_0^T f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_0^a f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_0^T f(x)\mathrm{d}x = k$ **(đpcm)**

Lưu ý: Hàm số $f(x)$ có chu kỳ T thì $f(x+T) = f(x)$ với T là số dương nhỏ nhất.

a) Cho tích phân $I = \int\limits_a^{a+\pi} f(x)dx = 2018$ với $f(x)$ là hàm xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và tuần hoàn với chu kỳ π Tính tích phân $I = \int\limits_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x.$

.....

.....

b) Tính tích phân $I = \int\limits_{\pi}^{\frac{5\pi}{4}} \dfrac{\sin 2x\,\mathrm{d}x}{\cos^4 x + \sin^4 x}$. .....

.....

.....

.....

c) Tính tích phân $I = \int\limits_0^{2017\pi} \sqrt{1-\cos 2x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

Nhóm 4. Tích phân chứa dấu trị tuyệt đối

BT 14. Tính các tích phân sau:

a) Tính tích phân $I=\int\limits_0^2\left|x^2-x\right|\mathrm{d}x$. Ta có: $x^2-x=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=1$.

Bảng xét dấu x^2-x trên đoạn $[0;2]$:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
x^2-x		$+$	0	$-$	0	$+$			

Suy ra: $I=\int\limits_0^1(-x^2+x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^2(x^2-x)\mathrm{d}x=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\Big|_0^1+\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^2=1.$

b) Tính tích phân $I=\int\limits_0^3\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

c) Tính tích phân $I=\int\limits_0^4\left|x^2+4x-5\right|\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

d) Tính tích phân $I=\int\limits_0^3\sqrt{x^3-2x^2+x}\mathrm{d}x$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

e) Tính tích phân $\int\limits_0^{\pi} \left|\cos x\right| \sqrt{\sin x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

f) Tính tích phân $I = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{1-\cos 2x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

g) Tính tích phân $I = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{\tan^2 x + \cot^2 x - 2} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

h) Tính tích phân $I = \int_{-1}^{1} \left|2^x - 2^{-x}\right| \mathrm{d}x$ .....

.....

.....

.....

i) Tính tích phân $I = \int_{-2}^{2} \left|2x - \left|x+1\right|\right| \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Nhóm 1. Sử dụng tính chất $\int\limits_a^b f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_a^b = f(b)-f(a)$, $\int\limits_a^b f''(x)dx = f'(x)\Big|_a^b$,.....

☆☆☆

Câu 1. **(Sở GD & ĐT Thành phố Hồ Chí Minh cụm 8 năm 2017)** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó hiệu số $F(1)-F(2)$ bằng

A. $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int\limits_1^2 -f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_2^1 -F(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_1^2 -F(x)\mathrm{d}x$.

Câu 2. **(Đề thi thử nghiệm – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$, $f(1)=1$ và $f(2)=2$. Tính $I=\int\limits_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=3$. **D.** $I=\dfrac{7}{2}$.

Câu 3. Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(0)=1$. Tính $I=\int\limits_0^x f'(t)\mathrm{d}t$.

A. $I=f(x)+1$. **B.** $I=f(x+1)$. **C.** $I=f(x)$. **D.** $I=f(x)-1$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên $[2;4]$ thỏa mãn $f'(2)=1$ và $f'(4)=5$. Tính tích phân $I=\int\limits_2^4 f''(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=4$. **B.** $I=2$. **C.** $I=3$. **D.** $I=1$.

Câu 5. Biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(0)=\dfrac{\pi}{2}$ và tích phân $\int\limits_0^\pi f'(x)\mathrm{d}x=2\pi$. Tính $f(\pi)$.

A. $f(\pi)=\dfrac{3\pi}{2}$. **B.** $f(\pi)=2\pi$. **C.** $f(\pi)=\dfrac{5\pi}{2}$. **D.** $f(\pi)=3\pi$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=-\pi$, $\int\limits_0^{2\pi} f'(x)\mathrm{d}x=6\pi$. Tính $f(2\pi)$.

A. $f(2\pi)=6\pi$. **B.** $f(2\pi)=7\pi$. **C.** $f(2\pi)=5\pi$. **D.** $f(2\pi)=0$.

Câu 7. Biết $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(0)=1$. Tính $I=\int\limits_0^x f'(t)\mathrm{d}t$.

A. $I=f(x)+1$. **B.** $I=f(x+1)$. **C.** $I=f(x)$. **D.** $I=f(x)-1$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)=\ln\left|x+\sqrt{x^2+1}\right|$. Tính tích phân $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = \ln\sqrt{2}$. **B.** $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = \ln\left|1+\sqrt{2}\right|$.

C. $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = 1+\ln\sqrt{2}$. **D.** $\int\limits_0^1 f'(x)\mathrm{d}x = 2\ln 2$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;3]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $f(3)=m$. Tìm giá trị của tham số m để tích phân $\int\limits_1^3 f'(x)\mathrm{d}x = 5$.

A. $m=6$. **B.** $m=5$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-2;4]$ thỏa mãn $f(-2)=-4$ và $f(4)=2$. Tính tích phân $I=\int\limits_{-2}^4 f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=2$. **D.** $I=-2$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-3;5]$ thỏa mãn $f(-3)=1$ và $f(5)=9$. Tính tích phân $I=\int\limits_{-3}^5 4f'(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=40$. **B.** $I=32$. **C.** $I=36$. **D.** $I=44$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;4]$, thỏa $f(1)=1$ và $\int\limits_1^4 f'(x)\mathrm{d}x = 2$. Tính giá trị của $f(4)$.

A. $f(4)=2$. **B.** $f(4)=3$. **C.** $f(4)=\dfrac{1}{4}\cdot$ **D.** $f(4)=4$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;3]$, thỏa $f(3)=5$ và $\int\limits_1^3 f'(x)\mathrm{d}x = 6$. Tính giá trị của $f(1)$.

A. $f(1)=-1$. **B.** $f(1)=\dfrac{1}{11}\cdot$ **C.** $f(1)=-11$. **D.** $f(1)=10$.

Câu 14. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ và $2F(a)-1=2F(b)$. Tính tích phân $I=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-1$. **B.** $I=1$. **C.** $I=-\dfrac{1}{2}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{1}{2}\cdot$

Câu 15. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$. Biết rằng $\int\limits_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$ và $F(-1)=-1$. Tính $F(2)$.

A. $F(2)=2$. **B.** $F(2)=0$. **C.** $F(2)=3$. **D.** $F(2)=\dfrac{1}{3}\cdot$

Nhóm 2. Sử dụng tính chất $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$ và $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = -\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x.$

☆☆☆

Câu 16. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 102 câu 21)** Cho tích phân $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int\limits_{-1}^{2}\big[x + 2f(x) - 3g(x)\big]\mathrm{d}x.$

A. $I = \dfrac{5}{2}\cdot$ **B.** $I = \dfrac{7}{2}\cdot$ **C.** $I = \dfrac{17}{2}\cdot$ **D.** $I = \dfrac{11}{2}\cdot$

Câu 17. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 25)** Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\big[f(x) + 2\sin x\big]\mathrm{d}x.$

A. $I = 7.$ **B.** $I = 5 + \dfrac{\pi}{2}\cdot$ **C.** $I = 3.$ **D.** $I = 5 + \pi.$

Câu 18. Cho $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_1^3 g(x)\mathrm{d}x = 1$. Tính $I = \int\limits_1^3\big[1008f(x) + 2g(x)\big]\mathrm{d}x.$

A. $I = 2017.$ **B.** $I = 2016.$ **C.** $I = 2019.$ **D.** $I = 2018.$

Câu 19. Cho $f(x),\ g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Chọn mệnh đề **sai** ?

A. $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(y)\mathrm{d}y$ **B.** $\int\limits_a^b\big[f(x) + g(x)\big]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x.$

C. $\int\limits_a^a f(x)\mathrm{d}x = 0.$ **D.** $\int\limits_a^b\big[f(x)g(x)\big]\mathrm{d}x = \int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x.$

Câu 20. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\mathrm{d}x = a$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{f(x)\cos^2 x - 5}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$ theo $a.$

A. $I = a - 2.$ **B.** $I = a - 5.$ **C.** $I = a.$ **D.** $I = a - 1.$

Câu 21. Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 4,\ \int\limits_2^6 f(t)\mathrm{d}t = -3$. Hãy tính tích phân $I = \int_0^2\big[f(v) - 3\big]\mathrm{d}v.$

A. $I = 1.$ **B.** $I = 2.$ **C.** $I = 4.$ **D.** $I = 3.$

Câu 22. Cho $\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x = 10$ và $\int\limits_2^4 g(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính tích phân $I = \int\limits_2^4\big[3f(x) - 5\,\mathrm{g}(x)\big]\mathrm{d}x.$

A. $I = 5.$ **B.** $I = 15.$ **C.** $I = -5.$ **D.** $I = 10.$

Câu 23. Cho $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x = 3$ với $a < b < c$. Tính tích phân $I = \int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = -2$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = -1$.

Câu 24. Cho $\int\limits_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x = 5$, $\int\limits_4^5 f(t)\mathrm{d}t = -2$ và $\int\limits_{-1}^4 g(u)\mathrm{d}u = \dfrac{1}{3}\cdot$ Tính $I = \int\limits_{-1}^4 \big[f(x) + g(x)\big]\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{8}{3}\cdot$ **B.** $I = \dfrac{10}{3}\cdot$ **C.** $I = \dfrac{22}{3}\cdot$ **D.** $I = -\dfrac{20}{3}\cdot$

Câu 25. Cho các tích phân $\int\limits_{-2}^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$, $\int\limits_{-2}^4 f(t)\mathrm{d}t = -4$. Tính $I = \int\limits_2^4 f(y)\mathrm{d}y$.

A. $I = -5$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 5$.

Câu 26. Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^2 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \big[f(2x) - \sin x\big]\mathrm{d}x$.

A. $I = 2 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$ **B.** $I = 3 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$ **C.** $I = 1 + \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$ **D.** $I = 2 - \dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$

Câu 27. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \big[f(x) + 2\sin x\big]\mathrm{d}x$.

A. $I = 5 + \pi$. **B.** $I = 5 + \dfrac{\pi}{2}\cdot$ **C.** $I = 7$. **D.** $I = 3$.

Câu 28. Cho $\int\limits_{-1}^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 10$ và $\int\limits_4^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$. Tính $I = \int\limits_6^{-1} f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 10$. **B.** $I = -12$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = -8$.

Câu 29. Cho $\int\limits_{-4}^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 2$. Tính $I = \int\limits_{-4}^2 e^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 2e^2$. **B.** $I = e^3 - 2$. **C.** $I = e^2 - 2$. **D.** $I = e^3$.

Câu 30. Cho $\int\limits_{-1}^4 f(x)\,\mathrm{d}x = 10$ và $\int\limits_{-1}^4 g(x)\,\mathrm{d}x = -3$. Tính $I = \int\limits_{-1}^4 \big[3 - f(x) + 2g(x)\big]\mathrm{d}x$.

A. $I = -6$. **B.** $I = 7$. **C.** $I = 10$. **D.** $I = -1$.

Câu 31. Cho $\int\limits_3^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 7$. Tính $I = \int\limits_3^6 \big[x^2 - f(x)\big]\mathrm{d}x$.

A. $I = 7$. **B.** $I = 56$. **C.** $I = 42$. **D.** $I = 18$.

Câu 32. Cho $\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x = 1$ và $\int\limits_0^2 \big[e^x - f(x)\big]\mathrm{d}x = e^a - b$ với a, b là những số nguyên. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $a > b$. **B.** $a < b$. **C.** $a = b$. **D.** $ab = 1$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định liên tục trên $[0;4]$ thỏa $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính tích phân $I = \int\limits_3^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 8$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 1$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_5^7 f(x)\mathrm{d}x = 9$. Tính $I = \int\limits_2^7 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 3$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 12$. **D.** $I = -6$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ thỏa mãn $\int\limits_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $P = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_6^{10} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P = 10$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = -4$.

Câu 36. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 2016$, $\int\limits_4^3 f(x)\mathrm{d}x = 2017$. Tính $I = \int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 4023$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = -1$. **D.** $I = 0$.

Nhóm 3. Tích phân đổi biến số với hàm ẩn

☆☆☆

Câu 37. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 25)** Cho $\int\limits_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 12$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Câu 38. **(Đề thi thử nghiệm – Bộ GD & ĐT 2017)** Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 16$. Tính $I = \int\limits_0^2 f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 32$. **B.** $I = 8$. **C.** $I = 16$. **D.** $I = 4$.

Câu 39. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 5 năm 2017)** Cho tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 9$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} f(\sin 3x).\cos 3x\,\mathrm{d}\,x$.

A. $I = 5$. **B.** $I = 9$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 2$.

Câu 40. Cho $\int\limits_0^6 f(x)\,\mathrm{d}x = 12$. Tính $I = \int\limits_0^2 f(3x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Câu 41. Cho $\int\limits_5^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = -8$. Tính $I = \int\limits_1^2 f(5x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{4}{5}\cdot$ **B.** $I = -\dfrac{8}{5}\cdot$ **C.** $I = \dfrac{8}{5}\cdot$ **D.** $I = -\dfrac{4}{5}\cdot$

Câu 42. Cho $\int\limits_4^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = 10$. Tính $I = \int\limits_2^5 f(2x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 10$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Câu 43. Cho $\int\limits_4^{10} f(x)\,\mathrm{d}x = 18$. Tính $I = \int\limits_1^3 f(3x+1)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 18$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 9$. **D.** $I = 15$.

Câu 44. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_1^9 \dfrac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x).\cos x.\mathrm{d}x = 2$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 2$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 10$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng $[1;2]$ thỏa mãn $\int\limits_1^2 f'(x)\mathrm{d}x = 10$ và $\int\limits_1^2 \dfrac{f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \ln 2$. Biết rằng hàm số $f(x) > 0,\ \forall x \in [1;2]$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = -10$. **B.** $f(2) = 20$. **C.** $f(2) = 10$. **D.** $f(2) = -20$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^{2017} f(x)\mathrm{d}x = 1$. Tính tích phân $\int\limits_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x$.

A. $\int\limits_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x = 2017$. **B.** $\int\limits_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x = 0$.

C. $\int\limits_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x = 1$. **D.** $\int\limits_0^1 f(2017x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2017}\cdot$

Câu 47. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2017$. Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\sin 2x)\cos 2x.\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{2}{2017}\cdot$ **B.** $I = \dfrac{2017}{2}\cdot$ **C.** $I = 2017$. **D.** $I = -\dfrac{2017}{2}\cdot$

Câu 48. Cho tích phân $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = a$. Hãy tính tích phân $I = \int\limits_0^1 x.f(x^2+1)\mathrm{d}x$ theo a.

A. $I = 2a$. **B.** $I = 4a$. **C.** $I = \dfrac{a}{2}$. **D.** $I = \dfrac{a}{4}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $\int\limits_1^e \dfrac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x = e$. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 1$. **B.** $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = e$. **C.** $\int\limits_0^e f(x)\mathrm{d}x = 1$. **D.** $\int\limits_0^e f(x)\mathrm{d}x = e$.

Câu 50. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \dfrac{e^x}{x}$ trên $(0;+\infty)$. Tính $\int\limits_1^2 \dfrac{e^{3x}\mathrm{d}x}{x}$.

A. $I = 3\big[F(2) - F(1)\big]$. **B.** $I = F(6) - F(3)$.

C. $I = \dfrac{F(6) - F(3)}{3}$. **D.** $I = 3\big[F(6) - F(3)\big]$.

Câu 51. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int\limits_{-2}^4 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\int\limits_{-1}^2 f(2x)\mathrm{d}x = 1$. **B.** $\int\limits_{-3}^3 f(x+1)\mathrm{d}x = 2$.

C. $\int\limits_{-1}^2 f(2x)\mathrm{d}x = 2$. **D.** $\int\limits_0^6 \dfrac{1}{2}f(x-2)\mathrm{d}x = 1$.

Câu 52. Cho $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $\big[1;2\big]$, $f(2) = 2$ và $f(4) = 2018$. Tính $I = \int\limits_1^2 f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I = -1008$. **B.** $I = 2018$. **C.** $I = 1008$. **D.** $I = -2018$.

Câu 53. Cho $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 f(4x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 8$. **B.** $I = \dfrac{1}{2}$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 2$.

Câu 54. Biết $\int\limits_1^3 f(3x-1)\mathrm{d}x = 20$. Hãy tính tích phân $I = \int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 20$. **B.** $I = 40$. **C.** $I = 10$. **D.** $I = 60$.

Câu 55. Biết $\int\limits_0^{27} f(x)\mathrm{d}x = 81$. Tính $I = \int\limits_0^3 f(9x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 3$. **B.** $I = 81$. **C.** $I = 27$. **D.** $I = 9$.

Câu 56. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;+\infty)$ và $\int\limits_0^3 f(\sqrt{x+1})\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \int\limits_1^2 xf(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 8$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 16$. **D.** $I = 2$.

Câu 57. Biết $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = 4$. Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\cos 2x).\sin 4x\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 2$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 8$. **D.** $I = 4$.

Câu 58. Biết $\int\limits_{\frac{1}{2}}^1 xf(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\cdot$ Tính $I = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f(\sin x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 2$. **B.** $I = \frac{\pi}{3}\cdot$ **C.** $I = \frac{1}{2}\cdot$ **D.** $I = 1$.

Câu 59. Biết $\int\limits_0^2 f(x^2)x\,\mathrm{d}x = 1$. Tính $I = \int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 2$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = \frac{1}{2}\cdot$ **D.** $I = 1$.

Câu 60. Biết $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $I = \int\limits_{-1}^1 f\left(\left|2x\right|\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = 3$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = \frac{3}{2}\cdot$ **D.** $I = 0$.

Câu 61. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = -5$ và $\int\limits_1^3 f(2x)\mathrm{d}x = 10$.

Tính giá trị của $I = \int\limits_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 8$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = \frac{3}{5}\cdot$ **D.** $I = 6$.

Câu 62. Biết $\int\limits_{-1}^5 f(x)\mathrm{d}x = 15$. Tính $I = \int\limits_0^2 \left[f(5-3x)+7\right]\mathrm{d}x$.

A. $I = 15$. **B.** $I = 37$. **C.** $I = 27$. **D.** $I = 19$.

Câu 63. Biết $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x = -3$. Tính $I = \int\limits_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = -6$. **B.** $I = -\frac{3}{2}\cdot$ **C.** $I = -1$. **D.** $I = 5$.

Câu 64. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và các tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x = 2$. Tính

tích phân $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 2$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = 1$.

Nhóm 4. Tích phân từng phần với hàm ẩn

☆☆☆

Câu 65. **(Đề thi minh họa lần 3 – Bộ GD & ĐT năm học 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\int\limits_0^1 (x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $2f(1)-f(0)=2$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-12$. **B.** $I=8$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-8$.

Câu 66. **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong – Thành phố Hồ Chí Minh năm 2017)** Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(1)=1$ và $\int\limits_0^1 f(t)\mathrm{d}t=\dfrac{1}{3}\cdot$ Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f'(\sin x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{4}{3}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{2}{3}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{1}{3}\cdot$ **D.** $I=-\dfrac{2}{3}\cdot$

Câu 67. Cho hàm số $f(x)$ có nguyên hàm là $F(x)$ trên đoạn $[1;2]$, $F(2)=1$ và $\int\limits_1^2 F(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int\limits_1^2 (x-1)f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-3$. **B.** $I=6$. **C.** $I=-4$. **D.** $I=1$.

Câu 68. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\left[1;2\right]$ thỏa $f(1)=0$, $f(2)=2$ và $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=1$. Tính $I=\int\limits_1^2 x.f'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=3$. **D.** $I=8$.

Câu 69. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_0^1 x.f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=13$. **B.** $I=12$. **C.** $I=20$. **D.** $I=7$.

Câu 70. Giả sử hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thoả mãn điều kiện $f(1)=6$, $\int\limits_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=11$. **D.** $I=3$.

Câu 71. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int\limits_0^1 x^2f''(x)\mathrm{d}x=12$ và $2f(1)-f'(1)=-2$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=10$. **B.** $I=14$. **C.** $I=8$. **D.** $I=5$.

Câu 72. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int\limits_0^3 xf'(x)e^{f(x)}\mathrm{d}x=8$ và $f(3)=\ln 3$. Tính $I=\int\limits_0^3 e^{f(x)}\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=11$. **C.** $I=8-\ln 3$. **D.** $I=8+\ln 3$.

Câu 73. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int\limits_a^b xf''(x)\mathrm{d}x = 4$ và $a,\ b$ là các số thực dương, đồng thời $f'(a) = -2,\ f'(b) = 3$ và $f(a) = f(b)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \dfrac{4a^2}{3b+1} + \dfrac{9b^2}{2a+3}$.

A. $\min P = \dfrac{23}{20}$. **B.** $\min P = 2$. **C.** $\min P = \dfrac{784}{391}$. **D.** $\min P = \dfrac{5}{2}$.

Câu 74. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int\limits_1^2 f'(x).\ln[f(x)]\mathrm{d}x = 1$ và $f(1) = 1,\ f(2) > 1$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = 2$. **B.** $f(2) = 3$. **C.** $f(2) = e$. **D.** $f(2) = e^2$.

Câu 75. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $f(2) = 2$. Tính $I = \int\limits_0^4 f'(\sqrt{x})\mathrm{d}x$.

A. $I = 2$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = 1$.

Câu 76. **(Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 – Câu 50)** Cho hàm $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0,\ \int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I = \dfrac{7}{5}$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = \dfrac{7}{4}$. **D.** $I = 4$.

Câu 77. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 4,\ \int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 36$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{5}$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 4. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 78. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;2]$ thỏa $f(2) = 3,\ \int\limits_0^2 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_0^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{3}$. Tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{2}{115}$. **B.** $\dfrac{297}{115}$. **C.** $\dfrac{562}{115}$. **D.** $\dfrac{266}{115}$.

Câu 79. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1) = 4,\ \int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = -\dfrac{1}{2}$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{15}{19}$. **B.** $\dfrac{17}{4}$. **C.** $\dfrac{17}{18}$. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Câu 80. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa $f(2)=6$, $\int\limits_0^2 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_0^2 xf(x)\mathrm{d}x = \dfrac{17}{2}$. Tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 81. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa $f(3)=6$, $\int\limits_0^3 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_0^3 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{154}{3}$. Tích phân $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{53}{5}$. **B.** $\dfrac{117}{20}$. **C.** $\dfrac{153}{5}$. **D.** $\dfrac{13}{5}$.

Câu 82. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=2$, $\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 8$ và $\int\limits_0^1 x^3 f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{2}{285}$. **B.** $\dfrac{194}{95}$. **C.** $\dfrac{116}{57}$. **D.** $\dfrac{584}{285}$.

Câu 83. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=6$, $\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = 5$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** $\dfrac{79}{12}$. **C.** $-\dfrac{7}{48}$. **D.** $\dfrac{103}{16}$.

Câu 84. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa $f(3)=6$, $\int\limits_0^3 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 91$ và $\int\limits_0^3 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{17}{2}$. Tích phân $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{72}{5}$. **B.** $-\dfrac{112}{5}$. **C.** $\dfrac{153}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Câu 85. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=3$, $\int\limits_0^1 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_0^1 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{2}{5}$. Tích phân $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{7}{36}$. **B.** $\dfrac{20}{9}$. **C.** $\dfrac{73}{36}$. **D.** $-\dfrac{35}{276}$.

Câu 86. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa $f(2)=2$, $\int\limits_0^2 \left[f'(x)\right]^2 \mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_0^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x = 16$. Tích phân $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{401}{160}$. **C.** $\frac{399}{160}$. **D.** $\frac{1}{160}$.

Câu 87. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=4$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2 \mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = \frac{223}{10}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{5}{4}$. **B.** $I=\frac{17}{4}$. **C.** $I=\frac{5}{18}$. **D.** $I=\frac{17}{18}$.

Câu 88. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa $f(2)=3$, $\int\limits_0^2 [f'(x)]^2 \mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_0^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1238}{35}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=2$. **B.** $I=\frac{2}{39}$. **C.** $I=38$. **D.** $I=\frac{38}{39}$.

Câu 89. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa $f(3)=2$, $\int\limits_0^3 [f'(x)]^2 \mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_0^3 x^3 f(x)\mathrm{d}x = \frac{5461}{120}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{3}{1228}$. **B.** $I=\frac{1228}{3}$. **C.** $I=\frac{2}{1227}$. **D.** $I=\frac{1227}{2}$.

Câu 90. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=6$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2 \mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = \frac{367}{30}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{5}{4}$. **B.** $I=\frac{27}{4}$. **C.** $I=\frac{29}{4}$. **D.** $I=\frac{4}{5}$.

Câu 91. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa $f(2)=7$, $\int\limits_0^2 [f'(x)]^2 \mathrm{d}x = 8$ và $\int\limits_0^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \frac{766}{7}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{131}{5}$. **B.** $I=\frac{6}{5}$. **C.** $I=\frac{134}{5}$. **D.** $I=\frac{137}{5}$.

Câu 92. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa $f(3)=7$, $\int\limits_0^3 [f'(x)]^2\mathrm{d}x = 8$ và $\int\limits_0^3 x^3 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{5461}{96}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=507$. **B.** $I=705$. **C.** $I=75$. **D.** $I=57$.

Câu 93. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa $f(1)=0$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x = 1$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = \dfrac{3}{10}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{5}{6}$. **B.** $I=\dfrac{4}{5}$. **C.** $I=\dfrac{6}{5}$. **D.** $I=\dfrac{5}{4}$.

Câu 94. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa $f(2)=1$, $\int\limits_0^2 [f'(x)]^2\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_0^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{409}{21}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=21$. **B.** $I=\dfrac{106}{5}$. **C.** $I=\dfrac{84}{3}$. **D.** $I=\dfrac{6}{5}$.

Câu 95. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=6$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x = 7$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = \dfrac{699}{40}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{3}{2}$. **B.** $I=\dfrac{13}{2}$. **C.** $I=\dfrac{3}{14}$. **D.** $I=\dfrac{14}{13}$.

Câu 96. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;3]$ thỏa mãn điều kiện $f(3)=1$, $\int\limits_0^3 [f'(x)]^2\mathrm{d}x = 2$ và $\int\limits_0^3 x^3 f(x)\mathrm{d}x = \dfrac{5461}{120}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=609$. **B.** $I=\dfrac{3}{2}$. **C.** $I=\dfrac{1221}{2}$. **D.** $I=610$.

Câu 97. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=3$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x = 4$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = \dfrac{84}{5}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{13}{4}$. **B.** $I=\dfrac{5}{4}$. **C.** $I=\dfrac{4}{5}$. **D.** $I=\dfrac{13}{14}$.

Câu 98. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=2$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x = 3$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x = \dfrac{271}{80}$. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{3}$. **B.** $I=\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=3$. **D.** $I=2$.

Câu 99. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=6$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=\dfrac{771}{80}\cdot$ Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=\dfrac{1}{4}\cdot$ **B.** $I=7.$ **C.** $I=\dfrac{7}{8}\cdot$ **D.** $I=2.$

Câu 100. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=1$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=\dfrac{29}{5}\cdot$ Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=\dfrac{5}{4}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{4}{5}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{6}{5}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{5}{6}\cdot$

Câu 101. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn điều kiện $f(2)=6$, $\int\limits_0^2 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^2 x^2f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3387}{56}\cdot$ Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=13.$ **B.** $I=\dfrac{188}{7}\cdot$ **C.** $I=21.$ **D.** $I=\dfrac{188}{5}\cdot$

Câu 102. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa mãn điều kiện $f(2)=5$, $\int\limits_0^2 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=6$ và $\int\limits_0^2 x^2f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{4405}{84}\cdot$ Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=\dfrac{178}{5}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{178}{7}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{5}{178}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{7}{178}\cdot$

Câu 103. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn điều kiện $f(2)=6$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=\dfrac{367}{30}\cdot$ Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=\dfrac{27}{4}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{5}{4}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{27}{28}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{5}{28}\cdot$

Câu 104. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ thỏa $f(2)=6$, $\int\limits_0^2 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_0^2 x^2f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3383}{70}\cdot$ Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=44.$ **B.** $I=\dfrac{44}{45}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{45}{44}\cdot$ **D.** $I=2.$

Nhóm 5. Tích phân hàm số chẵn, hàm số lẻ và hàm số liên tục

☆☆☆

Câu 105. **(Đề minh họa lần 3 – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+f(-x)=\sqrt{2+2\cos 2x},\ \forall x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int\limits_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x)\,\mathrm{d}\,x$.

A. $I=-6$. **B.** $I=0$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=6$.

Câu 106. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 1 năm 2017)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $f(x)+f(-x)=3-2\cos x,\ \forall\ x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{\pi-1}{3}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{\pi}{2}+2$. **C.** $I=\dfrac{3\pi}{2}-2$. **D.** $I=\dfrac{\pi+1}{2}\cdot$

Câu 107. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $f(-x)+2f(x)=\cos x$. Tính $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{3}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{4}{3}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{2}{3}\cdot$ **D.** $I=1$.

Câu 108. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $f(x)+f(-x)=\sin 2x$. Tính $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=\dfrac{1}{2}\cdot$ **C.** $I=2$. **D.** $I=-2$.

Câu 109. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $2f(-x)-f(x)=x^3$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=\dfrac{4}{3}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{2}{3}\cdot$ **D.** $I=1$.

Câu 110. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $f(x)+f(-x)=\cos^4 x$. Tính $\int\limits_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

A. -2. **B.** $\dfrac{3\pi}{16}\cdot$ **C.** $\ln 2-\dfrac{3}{4}\cdot$ **D.** $\ln 3-\dfrac{3}{5}\cdot$

Câu 111. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 8 năm 2017)** Cho $\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{f(x)}{1+2^x}\mathrm{d}x=4$, trong đó hàm số $y=f(x)$ là hàm số chẵn trên đoạn $[-1;1]$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=2$. **B.** $I=16$. **C.** $I=4$. **D.** $I=8$.

Câu 112. Tính tích phân $I=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{x^{2016}}{e^x+1}\mathrm{d}x.$

A. $T=\dfrac{2^{2016}}{2017}\cdot$ **B.** $T=\dfrac{2^{2018}}{2017}\cdot$ **C.** $T=\dfrac{2^{2017}}{2017}\cdot$ **D.** $T=\dfrac{2^{2018}}{2018}\cdot$

Câu 113. Cho hàm số $f(x)$ lẻ và liên tục trên đoạn $[-2;2]$. Tìm khẳng định luôn **đúng** ?

A. $\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=0.$

C. $\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-2\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 114. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính $\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x.$

A. $1.$ **B.** $2.$ **C.** $\dfrac{1}{2}\cdot$ **D.** $\dfrac{1}{4}\cdot$

Câu 115. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $\int\limits_{-3}^{0}f(x)\mathrm{d}x=2$. Chọn mệnh đề **đúng** ?

A. $\int\limits_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x=2.$ **B.** $\int\limits_{-3}^{3}f(x)\mathrm{d}x=4.$ **C.** $\int\limits_{0}^{3}f(x)\mathrm{d}x=-2.$ **D.** $\int\limits_{3}^{0}f(x)\mathrm{d}x=2.$

Câu 116. Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{1}x^{2017}\sqrt{x^2+2017}\mathrm{d}x.$

A. $I=0.$ **B.** $I=2.$ **C.** $I=-2.$ **D.** $I=\dfrac{1}{3}\cdot$

Câu 117. Cho f là hàm số liên tục trên $[a;b]$ thỏa $\int\limits_{a}^{b}f(x)\mathrm{d}x=7$. Tính $I=\int\limits_{a}^{b}f(a+b-x)\mathrm{d}x.$

A. $I=7.$ **B.** $I=a+b-7.$ **C.** $I=7-a-b.$ **D.** $I=a+b+7.$

Câu 118. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6;6]$. Biết rằng $\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_{1}^{3}f(-2x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{6}f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I=11.$ **B.** $I=5.$ **C.** $I=2.$ **D.** $I=14.$

Câu 119. Cho $f(x)$ là hàm số chẵn và $\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x=a.$ Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-a.$ **B.** $\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=2a.$ **C.** $\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=0.$ **D.** $\int\limits_{0}^{-2}f(x)\mathrm{d}x=a.$

Câu 120. Tính $\int\limits_{0}^{\pi}\dfrac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x.$

A. $\frac{\pi^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{6}$. **C.** $\frac{\pi^2}{8}$. **D.** $\frac{\pi^2}{4}$.

Câu 121. Tính $I=\int\limits_0^{\pi}\frac{x}{\sin x+1}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{\pi}{4}$. **B.** $I=\frac{\pi}{2}$. **C.** $I=\frac{\pi}{3}$. **D.** $I=\pi$.

Câu 122. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin^{2007}x}{\sin^{2007}x+\cos^{2007}x}\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{\pi}{2}$. **B.** $I=\frac{\pi}{4}$. **C.** $I=\frac{3\pi}{4}$. **D.** $I=\frac{5\pi}{4}$.

Câu 123. Cho $f(x)$ là hàm số lẻ và $\int\limits_{-2}^{0}f(x)dx=2$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=2$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-1$.

Câu 124. Cho hàm số $f(x)$ là hàm chẵn và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $I=\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính tích phân $J=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\cos x.f(3\sin x)\mathrm{d}x$.

A. $J=0$. **B.** $J=3$. **C.** $J=6$. **D.** $J=4$.

Câu 125. Cho tích phân $\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=5$ trong đó $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[-1;2]$. Tính tích phân $\int\limits_{-1}^{2}f(1-x)\mathrm{d}x$.

A. -1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 126. Biết $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\ln(1+\tan x)\mathrm{d}x=\frac{a}{b}\ln c$ với $a,\,b,\,c\in\mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a+2b-c$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(17;19)$. **B.** $(25;27)$. **C.** $(31;33)$. **D.** $(41;43)$.

Câu 127. Biết $\int\limits_0^{\pi}xf(\sin x)\mathrm{d}x=2\pi$. Tính $\int\limits_0^{\pi}f(\sin x)\mathrm{d}x$.

A. 1. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 4.

Câu 128. Biết $\int\limits_0^{\pi}f(\sin x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}$. Tính $\int\limits_0^{\pi}xf(\sin x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{\pi}{3}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 2.

Nhóm 6. Tích phân hàm đa thức cơ bản

☆☆☆

Câu 129. **(THPT Chuyên Lê Hồng Phong – TPHCM 2017)** Tính tích phân $I=\int\limits_0^1(1-x)^{2017}\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{1}{2018}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{1}{2017}\cdot$ **C.** $I=0.$ **D.** $I=-\dfrac{1}{2018}\cdot$

Câu 130. Tìm m thỏa mãn $\int\limits_m^2(3-2x)^4\mathrm{d}x=\dfrac{122}{5}\cdot$

A. $0.$ **B.** $9.$ **C.** $7.$ **D.** $2.$

Câu 131. Tính $\int\limits_0^1(2x+1)^5\mathrm{d}x.$

A. $30\dfrac{1}{3}\cdot$ **B.** $60\dfrac{1}{3}\cdot$ **C.** $60\dfrac{2}{3}\cdot$ **D.** $30\dfrac{2}{3}\cdot$

Câu 132. Có mấy giá trị của b thỏa mãn $\int\limits_0^b(3x^2-12x+11)\mathrm{d}x=6.$

A. $4.$ **B.** $2.$ **C.** $1.$ **D.** $3.$

Câu 133. Biết $\int\limits_0^1(x^2-2x)\mathrm{d}x=-\dfrac{m}{n}$ với $m,\ n\in\mathbb{N}$ và $\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính $m+n.$

A. $5.$ **B.** $1.$ **C.** $-1.$ **D.** $6.$

Câu 134. Để $\int\limits_1^k(k-4x)\mathrm{d}x+3k+1=0$ thì giá trị nguyên của k là bao nhiêu ?

A. $k=1.$ **B.** $k=2.$ **C.** $k=4.$ **D.** $k=3.$

Câu 135. Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn đẳng thức tích phân $\int\limits_a^2x^3\mathrm{d}x=2.$

A. Không có. **B.** Ba. **C.** Một. **D.** Hai.

Câu 136. Có hai giá trị của số thực a là $a_1,\ a_2\ (a_1<a_2)$ thỏa mãn $\int\limits_1^a(2x-3)\mathrm{d}x=0.$ Hãy tính $T=2^{a_1}+2^{a_2}+\log_4(a_1a_2).$

A. $T=\dfrac{13}{2}\cdot$ **B.** $T=14.$ **C.** $T=20.$ **D.** $T=56.$

Câu 137. Tìm các tham số a để bất phương trình $\int\limits_0^x\left[\dfrac{1}{2}t+2(a+1)\right]\mathrm{d}t\geq-1$ nghiệm đúng với mọi giá trị thực của $x.$

A. $a\in\left[-\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{2}\right]\cdot$ **B.** $a\in\left[0;1\right].$ **C.** $a\in\left[-2;-1\right].$ **D.** $a\leq0.$

Câu 138. Cho $b-a=2$. Tính $I=\int_a^b 2x.\mathrm{d}x$.

A. $I=-(b+a)$. **B.** $I=2(b+a)$. **C.** $I=b+a$. **D.** $I=-2(b+a)$.

Câu 139. Tính tích phân $I=\int_0^b (3x^2+2ax+1)\mathrm{d}x$ với $a,\ b$ là tham số.

A. $I=3b^2+2ab$. **B.** $I=b^3+b^2a+b$. **C.** $I=b^3+b$. **D.** $I=a+2$.

Câu 140. Giải phương trình $\int_0^2 (t-\log_2 x)\mathrm{d}t=2\log_2\dfrac{2}{x}$ với ẩn là x.

A. $x=1$. **B.** $x\in\{1;4\}$. **C.** $x\in(0;+\infty)$. **D.** $x\in\{1;2\}$.

Câu 141. Cho bất phương trình $\int_0^x (3t^2-8t+4)\,\mathrm{d}t\le x,\ (x>0)$. Tính tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình.

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 142. Với $a,\ b$ là các tham số thực. Hỏi giá trị $\int_0^b (3x^2+2ax+1)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu ?

A. $3b^2+2ab$. **B.** b^3+b^2a+b. **C.** b^3+b. **D.** $a+2$.

Câu 143. Tập hợp các giá trị của a thỏa mãn $\int_1^a (2x-3)\mathrm{d}x=0$ là

A. $\{1;2\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-2;1\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 144. Tìm tất cả các tham số thực $m>1$ để phương trình $\int_0^m (2x-1)\mathrm{d}x=x^2-3x+4$ có hai nghiệm phân biệt ?

A. $m>3$. **B.** $2<m<3$. **C.** $m>2$. **D.** $1<m<2$.

Câu 145. Tìm m biết $\int_0^m (2x+5)\mathrm{d}x=6$.

A. $m=1,\ m=6$. **B.** $m=-1,\ m=-6$.

C. $m=1,\ m=-6$. **D.** $m=-1,\ m=6$.

Câu 146. Tập hợp các giá trị của b sao cho $\int_0^b (2x-4)\mathrm{d}x=5$ là

A. $\{5\}$. **B.** $\{-5;1\}$. **C.** $\{4\}$. **D.** $\{4;-1\}$.

Câu 147. Hỏi a thuộc khoảng nào sau đây thì $\int_1^2 \left[a^2+(4-4a)x+4x^3\right]\mathrm{d}x=\int_2^4 2x\,\mathrm{d}x$.

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $[-3;1)$. **C.** $[1;5)$. **D.** $[5;+\infty)$.

Câu 148. Cho $f(x)$ liên tục trên $[0;3]$ thỏa $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_1^2 \left[mx-f(x)\right]\mathrm{d}x=-1$. Tìm m.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=5$. **D.** $m=7$.

Nhóm 7. Tích phân hàm lượng giác cơ bản

☆☆☆

Câu 149. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \,\mathrm{d}\, x = a + b\sqrt{3}$, với a và b là các số hữu tỉ. Tính $a - 4b$.

A. $a - 4b = \dfrac{9}{2}\cdot$ **B.** $a - 4b = 3.$ **C.** $a - 4b = -\dfrac{1}{2}\cdot$ **D.** $a - 4b = \dfrac{1}{2}\cdot$

Câu 150. Cho $a,\ b$ là các số hữu tỉ thỏa mãn $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sin 5x \,\mathrm{d}\, x = a + b\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$ Tính $a - b$.

A. $a - b = \dfrac{1}{5}\cdot$ **B.** $a - b = -\dfrac{1}{5}\cdot$ **C.** $a - b = \dfrac{1}{10}\cdot$ **D.** $a - b = 0.$

Câu 151. Biết $\int\limits_{0}^{\frac{1}{2}} \cos \pi x \,\mathrm{d}\, x = m + 1$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $\pi m = 1 - \pi.$ **B.** $1 + \pi m = \pi.$ **C.** $1 - \pi m = 2\pi.$ **D.** $1 - 3m = \pi.$

Câu 152. Cho $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \sin 3x)\mathrm{d}x = \dfrac{\pi}{a} + \dfrac{b}{c}$ với $a, c \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tìm $2a + b + c$.

A. $4.$ **B.** $2.$ **C.** $6.$ **D.** $8.$

Câu 153. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (0;2017)$ thỏa mãn $\int\limits_{0}^{m} \cos 2x \,\mathrm{d}x = 0.$

A. $643.$ **B.** $1284.$ **C.** $1285.$ **D.** $642.$

Câu 154. Cho $a,\ b,\ c$ là các số nguyên thỏa mãn $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = \dfrac{a\sqrt{3} + b\sqrt{2} - c}{2}\cdot$ Hãy tính giá trị của biểu thức $T = 2a^2 + 3b^3 - abc$.

A. $T = -16.$ **B.** $T = -12.$ **C.** $T = 3.$ **D.** $T = 12.$

Câu 155. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \left[1 + \cos\left(3x - \dfrac{2\pi}{3}\right)\right]\mathrm{d}x = \dfrac{\pi}{a} - \dfrac{\sqrt{3}}{b}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $S = a^2 - ab + b^2$.

A. $S = 9.$ **B.** $S = 12.$ **C.** $S = 16.$ **D.** $S = 8.$

Câu 156. Cho $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x + 1)\mathrm{d}x = \dfrac{\pi}{a} + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $M(a;b;3)$. Tính độ dài đoạn OM.

A. $OM = \sqrt{17}.$ **B.** $OM = \sqrt{7}.$ **C.** $OM = 17.$ **D.** $OM = \sqrt{8}.$

Câu 157. Cho hàm số $f(x)=a\sin \pi x+b$ thỏa mãn $f(1)=2$ và $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính $a+b$.

A. π. **B.** $2+\pi$. **C.** $2+2\pi$. **D.** $3+2\pi$.

Câu 158. Biết rằng $\int\limits_0^a \sin x\cos x\,\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\cdot$ Hãy tìm giá trị của a.

A. $a=\dfrac{\pi}{2}\cdot$ **B.** $a=\dfrac{2\pi}{3}\cdot$ **C.** $a=\dfrac{\pi}{4}\cdot$ **D.** $a=\dfrac{\pi}{6}\cdot$

Câu 159. Tìm tập hợp nghiệm của phương trình $\int\limits_0^x \sin 2t\,\mathrm{d}t=0$ với ẩn x.

A. $k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\dfrac{\pi}{2}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $\dfrac{\pi}{4}+k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 160. Tính tích phân $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1+\sin^2 x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$.

A. $I=2+\dfrac{\pi}{2}\cdot$ **B.** $I=1+\dfrac{\pi}{2}\cdot$ **C.** $I=2+\dfrac{\pi}{4}\cdot$ **D.** $I=1+\dfrac{\pi}{4}\cdot$

Câu 161. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\cos^2 2x-1}{\cos^2 2x}\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{a}+\dfrac{b}{c}-\dfrac{\sqrt{3}}{d}$ với $a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{Q}$ và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản.

Tính tổng $S=a+b+c+d$.

A. $S=28$. **B.** $S=29$. **C.** $S=30$. **D.** $S=31$.

Câu 162. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\dfrac{1+\sin^2\dfrac{x}{2}}{\sin^2\dfrac{x}{2}}\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{a}+\sqrt{b}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}^+$. Tìm $a+b$.

A. $a+b=8$. **B.** $a+b=9$. **C.** $a+b=11$. **D.** $a+b=14$.

Câu 163. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin\dfrac{x}{2}-\cos\dfrac{x}{2}\right)^2\mathrm{d}x=\pi+m$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $2m+2=\pi$. **B.** $2m+2=-\pi$. **C.** $2m+\pi=2$. **D.** $2m=\pi+2$.

Câu 164. Trong các hàm số sau, hàm số nào có tích phân trên đoạn $[0;\pi]$ đạt giá trị bằng 0 ?

A. $f(x)=\cos 3x$. **B.** $f(x)=\sin 3x$.

C. $f(x)=\cos\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot$ **D.** $f(x)=\sin\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{\pi}{2}\right)\cdot$

Câu 165. Cho $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{1}{\sin^2 x\cos^2 x}\mathrm{d}x=\dfrac{a\sqrt{c}}{b}$ với $b,\ c\in\mathbb{N}^*$, $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+2b+c$.

A. 11. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 166. Cho $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x}\mathrm{d}x = a + \dfrac{b}{c}\sqrt{3}$ với $b,\ c \in \mathbb{N}^*;\ a \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 9$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = -5$. **D.** $T = -9$.

Câu 167. Để $\int\limits_0^x \left(\sin^2 t - \dfrac{1}{2}\right)\mathrm{d}t = 0$, với $k \in \mathbb{Z}$ thì x phải thỏa mãn điều kiện nào sau đây ?

A. $x = k2\pi$. **B.** $x = k\pi$. **C.** $x = \dfrac{k\pi}{2}\cdot$ **D.** $x = \pi + k2\pi$.

Câu 168. Nếu $\int\limits_0^a (\sin x + \cos x)\mathrm{d}x = 0$ với $0 < a < 2\pi$ thì giá trị a bằng bao nhiêu ?

A. $\dfrac{\pi}{4}\cdot$ **B.** $\dfrac{\pi}{2}\cdot$ **C.** $\dfrac{3\pi}{2}\cdot$ **D.** π.

Câu 169. Với giá trị nào của tham số m thì $\int\limits_0^m (x + \sin^2 x)\mathrm{d}x = \dfrac{\pi^2 + 4\pi - 8}{32}\cdot$

A. $m = 1$. **B.** $m = \dfrac{\pi}{6}\cdot$ **C.** $m = \dfrac{\pi}{3}\cdot$ **D.** $m = \dfrac{\pi}{4}\cdot$

Câu 170. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \cot x\,\mathrm{d}x = \dfrac{a}{b}\ln\dfrac{c}{d}$ với $b,\ d \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b},\ \dfrac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi $M(a;b),\ N(c;d)$. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. $MN = 2$. **B.** $MN = 4\sqrt{2}$. **C.** $MN = 2\sqrt{2}$. **D.** $MN = 4$.

Câu 171. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x\,\mathrm{d}x = \dfrac{\pi}{a} - \dfrac{b}{c}$ với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên với $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính tổng $a + b + c$.

A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 172. Biết $\int\limits_0^a \sin x \cos x\mathrm{d}x = 0$ với $0 < a < 2\pi$ thì bằng bao nhiêu ?

A. $a = \pi$. **B.** $a = \dfrac{\pi}{2}\cdot$ **C.** $a = \dfrac{3\pi}{2}\cdot$ **D.** $a = \dfrac{\pi}{4}\cdot$

Câu 173. Giải phương trình ẩn m sau đây $\int\limits_0^m \cos x\mathrm{d}x = 0$.

A. $m = \dfrac{\pi}{3} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **B.** $m = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

C. $m = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}$. **D.** $m = k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

Câu 174. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin 2x \,\mathrm{d}\,x = a + \dfrac{b\sqrt{2}}{10}$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $S = a + b$.

A. $S = -2$. **B.** $S = -3$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 3$.

Câu 175. Biết $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 7x \sin 2x \,\mathrm{d}\,x = \dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S = a^2 + b$.

A. $S = 61$. **B.** $S = 23$. **C.** $S = 49$. **D.** $S = 63$.

Câu 176. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 3x \cos x \mathrm{d}x = \dfrac{a}{b}$ với $b \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b$.

A. $T = 1$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = -3$.

Câu 177. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \sin x \mathrm{d}x = \dfrac{a}{b}$ với $b \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(a;b)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số nào sau đây ?

A. $y = \dfrac{x+4}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{1-4x}{1-x}$. **C.** $y = \dfrac{4x-1}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{x-4}$.

Câu 178. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{1}{1+\sin 2x} \mathrm{d}x = \dfrac{a}{b}$ với $b \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $I(a;b)$ là đỉnh của parabol có phương trình nào sau đây ?

A. $y = x^2 - 2x + 3$. **B.** $y = x^2 - 4x + 5$.

C. $y = -x^2 + 6x - 7$. **D.** $y = x^2 - 2x - 3$.

Câu 179. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{1}{1+\cos 2x} \mathrm{d}x = \dfrac{a}{b}$ với $b \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a - b$.

A. $T = -1$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = -3$. **D.** $T = 2$.

Câu 180. Cho $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{1}{1-\cos x} \mathrm{d}x = \sqrt{a} + b$ với $a \in \mathbb{N}^*,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = 2a - b$.

A. $T = 11$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 7$.

Câu 181. Với $x > 0$, ta có $\int\limits_0^{x^2} f(t)\mathrm{d}t = x\cos \pi x$. Hãy tính $f(4)$.

A. $f(4) = \dfrac{1}{2}$. **B.** $f(4) = 1$. **C.** $f(4) = 2$. **D.** $f(4) = \dfrac{1}{4}$.

Nhóm 8. Tích phân hàm số mũ cơ bản

☆☆☆

Câu 182. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 3^x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{2}{\ln 3}$. **B.** $I=\dfrac{1}{4}$. **C.** $I=2$. **D.** $I=\dfrac{3}{\ln 3}$.

Câu 183. Tính tích phân $I=\int\limits_0^{2016} 7^x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{7^{2016}-1}{\ln 7}$. **B.** $I=7^{2016}-\ln 7$. **C.** $I=\dfrac{7^{2017}}{2017}-7$. **D.** $I=2016.7^{2015}$.

Câu 184. Tính tích phân $\int\limits_1^{2018} 10^x\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{10^{2017}-10}{\ln 10}$. **B.** $\dfrac{10^{2019}-10}{\ln 10}$. **C.** $\dfrac{10^{2018}-10}{\ln 10}$. **D.** $\dfrac{10^{2018}-1}{\ln 10}$.

Câu 185. Tính tích phân $\int\limits_0^{50} 2017^{2x+3}\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{2017^{103}-1}{\ln 2017}$. **B.** $\dfrac{2017^{103}-2017^3}{2\ln 2017}$. **C.** $\dfrac{2017^{103}-2017}{2\ln 2017}$. **D.** $\dfrac{2017^{103}-2017^3}{\ln 2017}$.

Câu 186. Biết $\int\limits_0^1 (2^x+3^x)^2\mathrm{d}x=\dfrac{a}{\ln 4}+\dfrac{b}{\ln 6}+\dfrac{c}{\ln 9}$ với $a,\ b,\ c\in\mathbb{Z}$. Tìm $a+b^2+c^3$.

A. 67. **B.** 76. **C.** 877. **D.** 615.

Câu 187. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 e^{2x}\mathrm{d}x$.

A. $I=e^2-1$. **B.** $I=e-1$. **C.** $I=\dfrac{e^2-1}{2}$. **D.** $I=e+\dfrac{1}{2}$.

Câu 188. Biết $\int\limits_0^1 e^{4x}\mathrm{d}x=\dfrac{e^a-1}{b}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z},\ b\neq 0$. Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $a<b$. **B.** $a=b$. **C.** $a+b=10$. **D.** $a=2b$.

Câu 189. Cho số thực a thỏa mãn $\int\limits_{-1}^{a} e^{x+1}\mathrm{d}x=e^2-1$. Tìm a.

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=0$. **D.** $a=2$.

Câu 190. Cho số thực a thỏa mãn $\int\limits_{1}^{a} e^{x+1}\mathrm{d}x=e^4-e^2$. Tìm a.

A. $a=-1$. **B.** $a=3$. **C.** $a=0$. **D.** $a=2$.

Câu 191. Tích phân $\int\limits_0^{\ln 2} \dfrac{e^{2x+1}+1}{e^x}\mathrm{d}x = e + \dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tích ab.

A. $ab = 1$. **B.** $ab = 2$. **C.** $ab = 6$. **D.** $ab = 12$.

Câu 192. Tìm m thỏa mãn $\int\limits_{-2}^{0}\left(4 - e^{-\frac{x}{2}}\right)\mathrm{d}x = m - 2e$.

A. $m = 12$. **B.** $m = 9$. **C.** $m = 11$. **D.** $m = 10$.

Câu 193. Tính $\int\limits_0^2 ke^x\mathrm{d}x$ với k là hằng số.

A. $k(e^2 - 1)$. **B.** $e^2 - 1$. **C.** $k(e^2 - e)$. **D.** $e^2 - e$.

Câu 194. Biết $\int\limits_0^1 (1 - e^{-x})^2\mathrm{d}x = \dfrac{a}{e} + \dfrac{1}{be^2} + \dfrac{1}{c}$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b - c$.

A. $T = 2$. **B.** $T = 4$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 8$.

Câu 195. Biết $\int\limits_0^1 (1 + e^{2x})^2\mathrm{d}x = e^2 + \dfrac{e^4}{a} + \dfrac{b}{c}$ với $b \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi điểm $M(a;b;c)$. Khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) bằng bao nhiêu ?

A. $d = 1$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = \sqrt{17}$. **D.** $d = 3$.

Câu 196. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} e^x\left(e^{-x} + \dfrac{e^{-x}}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x = a + \dfrac{\pi}{b}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + 2b$.

A. $T = 9$. **B.** $T = 6$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = -7$.

Câu 197. Cho $\int\limits_1^{\ln 3} (3x^2 + e^{2x})\mathrm{d}x = \ln^3 3 + \dfrac{a}{b}e^2 + \dfrac{c}{d}$ với $\dfrac{a}{b}; \dfrac{c}{d}$ là 2 phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}$.

A. $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = 2$. **B.** $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = 3$. **C.** $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = 4$. **D.** $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = 1$.

Nhóm 9. Tích phân hàm căn thức, trị tuyệt đối và hàm chứa max – min

☆☆☆

Câu 198. Biết $\int\limits_0^1 \sqrt{x+1}\mathrm{d}x = \dfrac{\sqrt{a}}{3} - \dfrac{b}{c}$ với $a > 0$ và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $a + b^2 + c^3$.

A. 32. **B.** 45. **C.** 96. **D.** 134.

Câu 199. Biết $\int\limits_1^2 \sqrt{2x-1}\mathrm{d}x = -\dfrac{a}{b} + \sqrt{c}$ với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương. Tính $a + b^2 + c^3$.

A. 37. **B.** 11. **C.** 45. **D.** 27.

Câu 200. Biết $\int\limits_{-1}^{1}\sqrt{6-3x}\,\mathrm{d}x = a - \dfrac{\sqrt{b}}{3}$ với $a,\ b$ là các số nguyên dương. Tính $a^2 - b$.

A. 31. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 24.

Câu 201. Cho $\int\limits_{1}^{2}\sqrt{x^3}\,\mathrm{d}x = \dfrac{a}{b}(\sqrt{8}-c)$ với $a,b,c \in \mathbb{N}^*$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b+c^5$.

A. 8. **B.** 6. **C.** -6. **D.** -8.

Câu 202. Cho $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{x\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{x}\,\mathrm{d}x = \dfrac{a\sqrt{2}+b\sqrt[3]{2}+c}{d}$ với $a,b,c \in \mathbb{Z};\ d \in \mathbb{N}^*$. Tính $a+b+c+d$.

A. -5. **B.** 5. **C.** 10. **D.** -10.

Câu 203. Cho $a,\ b$ là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a}-\sqrt{b}+1=0$. Tính $I = \int\limits_{a}^{b}\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}}$.

A. $I=2$. **B.** $I=1$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=\dfrac{1}{2}$.

Câu 204. Biết $\int\limits_{1}^{3}\dfrac{2}{\sqrt{x+2}}\,\mathrm{d}x = \sqrt{a}-\sqrt{b}$ với $a,\ b$ là các số nguyên dương. Tính $a+b^3$.

A. 107. **B.** 27. **C.** 39. **D.** 67.

Câu 205. Biết $\int\limits_{0}^{1}\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}} = \dfrac{1}{3}\sqrt{a}-\dfrac{b}{3}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a+b$.

A. 28. **B.** 30. **C.** 32. **D.** 36.

Câu 206. Biết $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}} = \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}+c}{3}$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}^+$. Tìm $a+b+c$.

A. 36. **B.** 42. **C.** 27. **D.** 54.

Câu 207. Biết $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{x}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+3}}\,\mathrm{d}x = \dfrac{a+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{3}$ với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=750$. **B.** $P=978$. **C.** $P=728$. **D.** $P=1000$.

Câu 208. Biết $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}-x\sqrt{x+1}} = a\sqrt{b}-a$ với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương. Tính giá trị của biểu thức $P=b-a$.

A. $P=-5$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=5$. **D.** $P=1$.

Câu 209. **(Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 Câu 32)** Cho $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương thỏa $\int\limits_{1}^{2}\dfrac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}-c$. Tìm $P=a+b+c$.

A. $P=24$. **B.** $P=12$. **C.** $P=18$. **D.** $P=46$.

Câu 210. Biết $\int\limits_{5}^{6}\dfrac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x-1}+(x-1)\sqrt{x}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}-c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}^+$. Tính $P=a-bc$.

A. $P=16$. **B.** $P=-19$. **C.** $P=19$. **D.** $P=-16$.

Câu 211. Biết $\int\limits_1^8 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt[3]{x^2+x}\left(\sqrt[3]{x^2+2x+1}+\sqrt[3]{x^2+x}+\sqrt[3]{x^2}\right)}=\frac{3}{2}\left(a+\sqrt[3]{b}-\sqrt[3]{c}\right)$ với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương. Tính $P=c+b-a$.

A. $P=86$. **B.** $P=82$. **C.** $P=-76$. **D.** $P=80$.

Câu 212. Biết $\int\limits_{-26}^{-7} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt[3]{x-x^2}\left(\sqrt[3]{x^2-2x+1}-\sqrt[3]{x-x^2}+\sqrt[3]{x^2}\right)}=\frac{3}{2}\left(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}-c\right)$ với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên dương. Tính $P=ac-b$.

A. $P=8$. **B.** $P=25$. **C.** $P=15$. **D.** $P=-3$.

Câu 213. Biết $\int\limits_{-1}^{0} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+\sqrt{1+x}}}=\frac{a}{3}-\frac{\sqrt{b}}{3}$ với $a,\ b$ nguyên dương. Tính $T=a^2-2b+1$.

A. $T=1$. **B.** $T=4$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=5$.

Câu 214. Biết $\int\limits_1^4 \sqrt{x+\frac{1}{x}+2}\mathrm{d}x=2+\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $a+b$.

A. 14. **B.** 3. **C.** 17. **D.** 20.

Câu 215. Biết $\int\limits_0^1 x\sqrt{(x+1)^3}\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{a}}{35}+\frac{b}{35}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}^+$. Tính $a-b^5$.

A. 218. **B.** 128. **C.** 812. **D.** 182.

Câu 216. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}2-x & \text{khi } x>1\\ x^2 & \text{khi } x\le 1\end{cases}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{5}{6}$. **B.** $I=\frac{1}{3}$. **C.** $I=\frac{1}{2}$. **D.** $I=\frac{1}{6}$.

Câu 217. Biết $\int\limits_1^5 \frac{2\left|x-2\right|+1}{x}\mathrm{d}x=4+a\ln 2+b\ln 5$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Tính $S=a+b$.

A. $S=9$. **B.** $S=11$. **C.** $S=-3$. **D.** $S=5$.

Câu 218. Tích phân $\int\limits_{-1}^4 \left|x^2-3x+2\right|\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+2b$.

A. 22. **B.** 17. **C.** 23. **D.** 67.

Câu 219. Tính tích phân $\int\limits_{-1}^5 \left|x^2-2x-3\right|\mathrm{d}x$.

A. 0. **B.** $\frac{64}{3}$. **C.** 7. **D.** $\frac{25}{2}$.

Câu 220. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 \left|x-1\right|\mathrm{d}x$.

A. $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=1$. **C.** $I=2$. **D.** $I=0$.

Câu 221. Biết có ba giá trị của tham số m lập thành cấp số cộng giảm thỏa mãn $\int\limits_0^m |x|\mathrm{d}x = m$.

Tìm công sai d của cấp số cộng đó ?

A. $d=-2$. **B.** $d=2$. **C.** $d=-3$. **D.** $d=3$.

Câu 222. Biết $\int\limits_0^2 \sqrt{x^3-2x^2+x}\mathrm{d}x = \dfrac{\sqrt{a}}{15}+\dfrac{b}{15}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}^+$. Tính $a+b$.

A. 60. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 50.

Câu 223. Cho các số thực $m,\ n$ thỏa mãn $\int\limits_a^1 (1-x)\mathrm{d}x = m$ và $\int\limits_b^1 (1-x)\mathrm{d}x = n$ trong đó $a,\ b$ là các số thực và $a<1<b$. Tính tích phân $I=\int\limits_a^b |1-x|\mathrm{d}x$.

A. $I=-m-n$. **B.** $I=n-m$. **C.** $I=m-n$. **D.** $I=m+n$.

Câu 224. Tính tích phân $\int\limits_0^{2017\pi} \sqrt{1-\cos 2x}\mathrm{d}x$.

A. $3034\sqrt{2}$. **B.** $-4043\sqrt{2}$. **C.** $3043\sqrt{2}$. **D.** $4034\sqrt{2}$.

Câu 225. Tính tích phân $I=\int\limits_0^4 \max\{x^2+1;\ 4x-2\}\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{80}{3}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{76}{3}\cdot$ **C.** $I=24$. **D.** $I=\dfrac{148}{3}\cdot$

Câu 226. Tính tích phân $I=\int\limits_2^4 \max\{x^2;\ 4x-3\}\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{56}{3}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{58}{3}\cdot$ **C.** $I=18$. **D.** $I=\dfrac{2}{3}\cdot$

Câu 227. Tính tích phân $I=\int\limits_0^3 \min\{x;\ x^2\}\mathrm{d}x$.

A. $I=9$. **B.** $I=\dfrac{9}{2}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{11}{6}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{27}{2}\cdot$

Câu 228. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 \min\{1;\ x^2\}\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{8}{3}\cdot$ **B.** $I=2$. **C.** $I=\dfrac{2}{3}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{4}{3}\cdot$

Câu 229. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 \max\left\{\dfrac{3x-1}{x+1};\ 2-x\right\}\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{9}{2}-4\ln\dfrac{3}{2}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{3}{2}-2\ln\dfrac{3}{2}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{5}{2}-4\ln\dfrac{3}{2}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{7}{2}-2\ln\dfrac{3}{2}\cdot$

Câu 230. Tính tích phân $I=\int_0^2 \max\{x;\ x^2\}\mathrm{d}x$.

A. $I=-\dfrac{4}{3}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{2}{3}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{9}{2}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{8}{3}\cdot$

Câu 231. Tích phân $I=\displaystyle\int_0^4 \max\left\{x^2-2x+1;\ x+1\right\}\mathrm{d}x.$

A. $I=\dfrac{83}{6}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{7}{6}\cdot$ **C.** $I=-\dfrac{7}{6}\cdot$ **D.** $I=-\dfrac{83}{6}\cdot$

Câu 232. Tích phân $I=\displaystyle\int_0^3 \min\left\{x^2-x;\ x\right\}\mathrm{d}x.$

A. $I=-\dfrac{11}{6}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{19}{6}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{11}{6}\cdot$ **D.** $I=-\dfrac{19}{6}\cdot$

Câu 233. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_{-1}^3 \min\{e^x;e^{-x}\}\mathrm{d}x.$

A. $I=\dfrac{2}{e}-2.$ **B.** $I=\dfrac{2}{e}+2.$ **C.** $I=2-\dfrac{2}{e}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{2}{e}\cdot$

Câu 234. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^3 \max\{x^3;\ 4x^2-3x\}\mathrm{d}x.$

A. $I=\dfrac{117}{2}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{707}{12}\cdot$ **C.** $I=19.$ **D.** $I=27.$

Câu 235. Tính tích phân $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \min\{\sin x;\cos x\}\mathrm{d}x.$

A. $I=\sqrt{2}-2.$ **B.** $I=\sqrt{2}.$ **C.** $I=2+\sqrt{2}.$ **D.** $I=2-\sqrt{2}.$

Nhóm 10. Tích phân hàm hữu tỉ cơ bản

☆☆☆

Câu 236. **(Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT năm 2018 – Câu 19)** Tích phân $\displaystyle\int_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{x+3}$ bằng

A. $\dfrac{16}{225}\cdot$ **B.** $\log\dfrac{5}{3}\cdot$ **C.** $\ln\dfrac{5}{3}\cdot$ **D.** $\dfrac{2}{15}\cdot$

Câu 237. Biết $\displaystyle\int_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{3x-1}=\frac{1}{a}\ln b$ với $a,\ b$ là các số nguyên dương. Tính $a^2+b.$

A. $a^2+b=12.$ **B.** $a^2+b=10.$ **C.** $a^2+b=2.$ **D.** $a^2+b=14.$

Câu 238. Cho $\displaystyle\int_0^{\frac{1}{2}} x^n\mathrm{d}x=\frac{1}{64}$ và $\displaystyle\int_1^5 \frac{\mathrm{d}x}{2x-1}=\ln m,$ với $n,\ m$ là các số nguyên dương. Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $n>m.$ **B.** $1<n+m<5.$ **C.** $n<m.$ **D.** $n=m.$

Câu 239. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 28)** Cho $a,\ b$ là các số nguyên thỏa mãn $\int\limits_0^1\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $a+b=2$. **B.** $a-2b=0$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a+2b=0$.

Câu 240. Cho $\int\limits_0^1\left(\frac{3}{x+2}+\frac{2}{x+3}\right)\mathrm{d}x=a\ln\frac{3}{2}+b\ln\frac{4}{3}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}^+$. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $2a+3b=10$. **B.** $3a-2b=4$. **C.** $a+b=7$. **D.** $3a+2b=13$.

Câu 241. Cho $\int\limits_4^5\left(\frac{3}{x-2}-\frac{5}{x-3}\right)\mathrm{d}x=a\ln\frac{3}{2}+b\ln 2$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}^+$. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $2a+b=11$. **B.** $a+2b=-7$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a-2b=15$.

Câu 242. Cho $\int\limits_4^5\left(\frac{2}{x}-\frac{3}{x-2}\right)\mathrm{d}x=a\ln\frac{25}{27}+b\ln 2$ với a,b là số nguyên. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $a+b=-2$. **B.** $a+2b=-1$. **C.** $a+b=1$. **D.** $a-2b=-3$.

Câu 243. Cho $\int\limits_4^5\left(\frac{2016}{x-2017}-\frac{2018}{x-2019}\right)\mathrm{d}x=a\ln\frac{2012}{2013}+b\ln\frac{2014}{2015}$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $a-b=-4034$. **B.** $a+b=-2$. **C.** $a^2-b=8$. **D.** $a-b^2=4$.

Câu 244. Cho $\int\limits_0^1\left(\frac{2}{2x-2017}+\frac{4}{2x-2018}\right)\mathrm{d}x=a\ln\frac{2015}{2017}+b\ln\frac{2016}{2018}$ với a,b là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $a-b=1$. **B.** $a+b=3$. **C.** $b-a=-1$. **D.** $a=2b$.

Câu 245. Cho $\int\limits_0^1\left(\frac{6}{3-2x}+\frac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln 3$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\frac{b}{a}=-\frac{1}{4}\cdot$ **B.** $\frac{a}{b}=-\frac{1}{4}\cdot$ **C.** $b-a=-5$. **D.** $b+a=5$.

Câu 246. Cho $\int\limits_e^\pi\left(\frac{2e}{3+ex}+\frac{3\pi}{\pi x+2}\right)\mathrm{d}x=a\ln\frac{3+e\pi}{3+e^2}+b\ln\frac{\pi^2+2}{\pi e+2}$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $a^2-b^2=5$. **B.** $a^2+b^2=13$. **C.** $\sqrt{a^2+b^2}=4$. **D.** $b+\sqrt{a}=4$.

Câu 247. Cho $\int\limits_3^4\left(\frac{1}{2-x}-\frac{6}{3x+5}\right)\mathrm{d}x=a\ln 2+b\ln\frac{17}{14}$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\frac{a}{b}=-\frac{1}{2}\cdot$ **B.** $\frac{a}{b}=\frac{1}{2}\cdot$ **C.** $\frac{b}{a}=\frac{1}{2}\cdot$ **D.** $\frac{b}{a}=-\frac{1}{2}\cdot$

Câu 248. Tích phân $\int\limits_0^1\frac{x+4}{x+3}\mathrm{d}x$ bằng

A. $1-\ln\dfrac{3}{5}$. **B.** $1-\ln\dfrac{5}{3}$. **C.** $\ln\dfrac{5}{3}$. **D.** $\ln\dfrac{3}{5}$.

Câu 249. Cho $\displaystyle\int_{2016}^{2018}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x=a\ln 2015+b\ln 2019$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $\dfrac{a}{b}=1$. **B.** $a-b=2$. **C.** $\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{b}{a}=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 250. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 5 năm 2017)** Biết $\displaystyle\int_{3}^{5}\frac{x^2+x+1}{x+1}\mathrm{d}x=a+\ln\frac{b}{2}$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $S=a-2b$.

A. $S=-2$. **B.** $S=10$. **C.** $S=5$. **D.** $S=2$.

Câu 251. Biết $\displaystyle\int_{-1}^{0}\frac{3x^2+5x-1}{x-2}\mathrm{d}x=a\ln\frac{2}{3}+b$ với $a,\ b$ là các số hữu tỉ. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=30$. **B.** $a+2b=40$. **C.** $a+2b=50$. **D.** $a+2b=60$.

Câu 252. Biết $\displaystyle\int_{2}^{3}\frac{x^2-x+4}{x+1}\mathrm{d}x=a+b\ln 2-c\ln 3$ với $a,\ b,\ c$ là các số dương. Tính abc.

A. $abc=12$. **B.** $abc=36$. **C.** $abc=72$. **D.** $abc=6$.

Câu 253. Biết $\displaystyle\int_{1}^{a}\frac{x+1}{x}\mathrm{d}x=e$. Tìm a.

A. $a=\dfrac{2}{1-e}$. **B.** $a=\dfrac{2}{e-1}$. **C.** $a=e$. **D.** $a=\dfrac{e}{2}$.

Câu 254. Biết $\displaystyle\int_{0}^{1}\frac{2x+3}{2-x}\mathrm{d}x=a\ln 2+b$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Hãy tính $a+2b$.

A. $a+2b=0$. **B.** $a+2b=2$. **C.** $a+2b=3$. **D.** $a+2b=7$.

Câu 255. Biết $\displaystyle\int_{1}^{2}\frac{x-1}{x+3}\mathrm{d}x=1+4\ln\frac{a}{b}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $2a+b$.

A. $2a+b=0$. **B.** $2a+b=13$. **C.** $2a+b=14$. **D.** $2a+b=-20$.

Câu 256. Biết rằng $\displaystyle\int_{0}^{2}\frac{x^2}{x+1}\mathrm{d}x=a+\ln b$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$ và $b>0$. Hỏi giá trị của $2a+b$ thuộc khoảng nào sau đây ?

A. $(8;10)$. **B.** $(6;8)$. **C.** $(4;6)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 257. Tìm tất cả các số thực dương m thỏa mãn $\displaystyle\int_{0}^{m}\frac{x^2\mathrm{d}x}{x+1}=\ln 2-\frac{1}{2}$.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m>3$. **D.** $m=3$.

Câu 258. Biết $\displaystyle\int_{1}^{3}\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)(x+4)}=a\ln 2+b\ln 5+c\ln 7$ với $a,\ b,\ c\in\mathbb{Q}$. Tính $S=a+4b-c$.

A. $S=2$. **B.** $S=4$. **C.** $S=3$. **D.** $S=5$.

Câu 259. Cho $a,\ b,\ c$ là các số nguyên thỏa mãn $\int\limits_1^2 \frac{x}{(x+1)(2x+1)}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$. Tính $S = a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=0$. **C.** $S=-1$. **D.** $S=2$.

Câu 260. Cho $\int\limits_4^5 \frac{x+4}{x(2-x)}\mathrm{d}x = a\ln\frac{25}{27} + b\ln 2$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $a+b=-2$. **B.** $a+2b=-1$. **C.** $a+b=1$. **D.** $a-2b=-3$.

Câu 261. Biết $\int\limits_2^3 \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = a\ln 2 - b\ln 3$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Khi đó a và b đồng thời là hai nghiệm của phương trình nào dưới đây ?

A. $x^2-4x+3=0$. **B.** $x^2-2x+\frac{3}{4}=0$. **C.** $x^2-x-\frac{3}{4}=0$. **D.** $x^2-2x-3=0$.

Câu 262. Biết $\int\limits_3^4 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+x} = a\ln 2 + b\ln 3 + c\ln 5$ với a,b,c là các số nguyên. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=6$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=0$.

Câu 263. Giả sử $\int\limits_3^5 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-x} = a\ln 5 + b\ln 3 + c\ln 2,\ (a,\ b,\ c\in\mathbb{Z})$. Tính $S=-2a+b+3c^2$.

A. $S=3$. **B.** $S=6$. **C.** $S=0$. **D.** $S=-2$.

Câu 264. Cho $a,\ b$ là các số nguyên thỏa $\int\limits_1^5 \frac{3}{x^2+3x}\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 2$. Mệnh đề nào đúng ?

A. $a+2b=0$. **B.** $2a-b=0$. **C.** $a-b=0$. **D.** $a+b=0$.

Câu 265. Cho $a,\ b$ là các số nguyên thỏa mãn $\int\limits_1^2 \frac{2\mathrm{d}x}{x^2+2x} = a\ln 2 + b\ln 3$. Tính $S=a+2b$.

A. $S=-1$. **B.** $S=1$. **C.** $S=2$. **D.** $S=0$.

Câu 266. Biết $\int\limits_3^4 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+x-2} = a\ln 2 + b\ln 5$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $S=2a-b$.

A. $S=-\frac{1}{3}\cdot$ **B.** $S=-\frac{2}{3}\cdot$ **C.** $S=-2$. **D.** $S=-\frac{5}{3}\cdot$

Câu 267. Biết $\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2+3x+2} = a\ln 2 + b\ln 3$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $a+b=2$. **B.** $a-2b=0$. **C.** $a+b=-2$. **D.** $a+2b=0$.

Câu 268. Cho $a,\ b$ là các số nguyên thỏa $\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{x^2-5x+6} = a\ln 2 + b\ln 3$. Tính $S=a+b$.

A. $S=-3$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=1$. **D.** $S=0$.

Câu 269. Biết $\int\limits_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3}\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 3$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Hãy tính $P=ab$.

A. $P=8$. **B.** $P=-6$. **C.** $P=-4$. **D.** $P=-5$.

Câu 270. Biết $\int\limits_4^5 \dfrac{1-2x}{x^2-5x+6}\mathrm{d}x = a\ln\dfrac{3}{2} + b\ln 2$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $2a+b=11$. **B.** $a+2b=-7$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a-2b=15$.

Câu 271. Biết $\int\limits_0^1 \dfrac{4x+15}{-2x^2-x+6}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 3$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $\dfrac{b}{a} = -\dfrac{1}{4}$ **B.** $\dfrac{a}{b} = -\dfrac{1}{4}$ **C.** $b-a=-5$ **D.** $b+a=5$

Câu 272. Biết $\int\limits_3^4 \dfrac{9x-7}{-3x^2+x+10}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln\dfrac{17}{14}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào **đúng** ?

A. $\dfrac{a}{b} = -\dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $\dfrac{a}{b} = \dfrac{1}{2}\cdot$ **C.** $\dfrac{b}{a} = \dfrac{1}{2}\cdot$ **D.** $\dfrac{b}{a} = -\dfrac{1}{2}\cdot$

Câu 273. Biết $\int\limits_0^1 \dfrac{x+2}{x^2+4x+7}\mathrm{d}x = a\ln\sqrt{12} + b\ln\sqrt{7}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=-1$. **B.** $a+b=1$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a+b=0$.

Câu 274. Biết $\int\limits_0^1 \dfrac{3x-1}{x^2+6x+9}\mathrm{d}x = 3\ln\dfrac{a}{b} - \dfrac{5}{6}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $P=ab$.

A. $ab=-5$. **B.** $ab=27$. **C.** $ab=6$. **D.** $ab=12$.

Câu 275. Xét tích phân $I = \int\limits_1^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^2}\cdot$ Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. $I = -\dfrac{1}{x}\Big|_1^2 = -\dfrac{1}{2-1} = -1.$ **B.** $I = \dfrac{1}{x}\Big|_1^2 = 1-\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}\cdot$

C. $I = -\dfrac{1}{x}\Big|_1^2 = -\left(\dfrac{1}{2}-1\right) = \dfrac{1}{2}\cdot$ **D.** $I = \ln|x|^2\Big|_1^2 = \ln 4.$

Câu 276. Tính tích phân $I = \int\limits_1^2 \left(\dfrac{2}{x} - \dfrac{1}{x^2}\right)\mathrm{d}x.$

A. $I = 2e + \dfrac{1}{2}\cdot$ **B.** $I = 2\ln 2 - \dfrac{1}{2}\cdot$ **C.** $I = 2\ln 2.$ **D.** $I=0.$

Câu 277. Cho $a,\ b >$ là thỏa $\int\limits_0^1 \dfrac{2x^2+5x-2}{x^3+2x^2-4x-8}\mathrm{d}x = \dfrac{a}{6} + a\ln\dfrac{b}{4}\cdot$ Tính $20^a + \log_2(a^2+b)$.

A. 22. **B.** $40+\log_2 5$. **C.** 8002. **D.** 160000.

Câu 278. Cho $a,\ b \in \mathbb{Q}$ thỏa $\int\limits_1^2 \dfrac{x^2}{x^2-7x+12}\mathrm{d}x = 1 + a\ln 2 + b\ln 3$. Tính tổng $S=a+b$.

A. $S=-9$. **B.** $S=41$. **C.** $S=9$. **D.** $S=7$.

Câu 279. Cho $a,\ b,\ c \in \mathbb{Q}$ thỏa $\int\limits_2^3 \dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x+1}\mathrm{d}x = a\ln 7 + b\ln 3 + c$. Tính $T = a+2b^2+3c^3$.

A. $T=4$. **B.** $T=6$. **C.** $T=3$. **D.** $T=5$.

Câu 280. Biết $\int\limits_2^3 \dfrac{\mathrm{d}x}{x^3+x^2} = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Q}$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=-\frac{2}{3}$. **B.** $S=-\frac{7}{6}$. **C.** $S=\frac{2}{3}$. **D.** $S=\frac{7}{6}$.

Câu 281. Biết $\int\limits_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}-\frac{1}{a+1}\ln 2$ với $a\in\mathbb{R}$. Hỏi a thuộc khoảng nào sau đây ?

A. $(0;2)$. **B.** $(2;4)$. **C.** $a\in(4;6)$. **D.** $a\in(6;8)$.

Câu 282. Biết $\int\limits_1^{\sqrt{6+\sqrt{2}}} \frac{-4x^4+x^2-3}{x^4+1}\mathrm{d}x=\frac{\sqrt{2}}{8}(a\sqrt{3}+b+c\pi)+4$ với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $S=a+b^2+c^4$.

A. $S=20$. **B.** $S=241$. **C.** $S=196$. **D.** $S=48$.

Câu 283. Biết $\int\limits_1^e \frac{\mathrm{d}x}{x^3+x}=a\ln(e^2+1)+b\ln 2+c$ với a, b, $c\in\mathbb{Q}$. Tính $S=a+b+c$.

A. $S=1$. **B.** $S=-1$. **C.** $S=0$. **D.** $S=2$.

Câu 284. Biết $\int\limits_0^1 \frac{x^2\mathrm{d}x}{(x+1)^3}=-\frac{a}{b}+\ln c$ với a, b, $c\in\mathbb{Q}$, $c>0$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $S=abc$.

A. $S=16$. **B.** $S=8$. **C.** $S=80$. **D.** $S=10$.

Câu 285. Biết $\int\limits_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x^4+2x}=\frac{1}{2}\ln a+\frac{1}{6}\ln b-\frac{1}{6}\ln c$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}^+$. Tính abc.

A. $abc=16$. **B.** $abc=20$. **C.** $abc=30$. **D.** $abc=60$.

Câu 286. Biết $\int\limits_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x(x^4+1)}=\frac{5}{4}\ln a-\frac{1}{4}\ln b$ với a, $b\in\mathbb{Z}^+$. Tính $S=ab-a^2-b$.

A. $S=13$. **B.** $S=17$. **C.** $S=30$. **D.** $S=34$.

Câu 287. Biết $\int\limits_1^2 \frac{\mathrm{d}x}{x^2(x+1)}=-\frac{a}{b}+\ln\frac{c}{d}$ với $a,b,c,d\in\mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b};\frac{c}{d}$ tối giản. Tính $a+b+c+d$.

A. 32. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 14.

Câu 288. Biết $\int\limits_1^2 \frac{(3x^2+1)\mathrm{d}x}{x^2(x+1)}=\ln\frac{c}{d}-\frac{a}{b}$ với a, b, c, $d\in\mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $a+b-c+d$.

A. -32. **B.** -42. **C.** 81. **D.** 7.

Câu 289. Biết $\int\limits_1^2 \frac{2x+5}{x(x+1)^2}\mathrm{d}x=-\frac{a}{b}+5\ln\frac{c}{d}$ với a, b, c, $d\in\mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b}$; $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $a+b+c+d$.

A. 7. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 290. Biết $\int\limits_1^{\frac{1}{2}} \frac{x\,\mathrm{d}x}{(x-1)(x+1)^2}=\frac{a}{b}-\frac{1}{4}\ln c$ với a, b, $c\in\mathbb{Z}^+$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a+b+c$.

A. 9. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 14.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.D	4.C	5.C	6.C	7.D	8.B	9.A	10.A
11.B	12.B	13.A	14.C	15.B	16.C	17.A	18.D	19.D	20.B
21.A	22.A	23.D	24.C	25.A	26.C	27.C	28.B	29.A	30.D
31.B	32.C	33.C	34.C	35.B	36.C	37.D	38.B	39.C	40.D
41.B	42.B	43.B	44.C	45.B	46.D	47.B	48.C	49.B	50.B
51.C	52.C	53.B	54.D	55.D	56	57.D	58.D	59.A	60.A
61.B	62.D	63.A	64.A	65.D	66.A	67.C	68.C	69.D	70.A
71.D	72.A	73.B	74.C	75.A	76.A	77.B	78.C	79.D	80.A
81.B	82.C	83.D	84.A	85.B	86.C	87.B	88.C	89.D	90.B
91.C	92.A	93.D	94.B	95.B	96.C	97.A	98.C	99.B	100.A
101.D	102.A	103.A	104.A	105.D	106.C	107.C	108.A	109.A	110.B
111.D	112.C	113.B	114.A	115.B	116.A	117.A	118.D	119.B	120.D
121.D	122.B	123.B	124.D	125.C	126.A	127.D	128.A	129.A	130.A
131.C	132.D	133.A	134.D	135.D	136.A	137.A	138.B	139.B	140.C
141.C	142.B	143.A	144.C	145.C	146.B	147.C	148.B	149.B	150.D
151.A	152.C	153.D	154.C	155.A	156.A	157.B	158.C	159.A	160.D
161.B	162.D	163.B	164.A	165.A	166.B	167.C	168.C	169.D	170.A

171.A	172.A	173.D	174.D	175.A	176.B	177.B	178.A	179.A	180.D
181.D	182.A	183.A	184.C	185.C	186.D	187.C	188.B	189.A	190.B
191.B	192.D	193.A	194.A	195.B	196.A	197.B	198.B	199.A	200.D
201.B	202.B	203.C	204.A	205.D	206.A	207.D	208.D	209.D	210.D
211.D	212.D	213.A	214.C	215.B	216.A	217.D	218.C	219.B	220.B
221.A	222.C	223.D	224.D	225.A	226.B	227.C	228.D	229.A	230.A
231.A	232.B	233.C	234.B	235.D	236.C	237.D	238.D	239.D	240.D
241.B	242.B	243.B	244.B	245.B	246.B	247.B	248.B	249.B	250.D
251.B	252.B	253.C	254.C	255.B	256.D	257.B	258.A	259.B	260.B
261.B	262.B	263.B	264.C	265.B	266.D	267.D	268.C	269.B	270.B
271.B	272.B	273.D	274.D	275.C	276.B	277.A	278.C	279.A	280.D
281.A	282.B	283.A	284.C	285.D	286.A	287.D	288.B	289.C	290.A

Dạng toán 2. Tích phân từng phần

☆☆☆

Định lý: Nếu $u = u(x)$ và $v = v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm và liên tục trên đoạn $[a;b]$ thì

$$I = \int_a^b u(x)v'(x)\mathrm{d}x = \Big[u(x)v(x)\Big]\Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\mathrm{d}x \text{ hay } I = \int_a^b u\mathrm{d}v = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\mathrm{d}u.$$

Thực hành:

- **Nhận dạng**: Tích hai hàm khác loại nhân nhau, chẳng hạn: mũ nhân lượng giác,…
- **Đặt**: $\begin{cases} u = \cdots\cdots & \xrightarrow{\text{Vi phân}} \mathrm{d}u = \cdots\cdots\mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = \cdots\mathrm{d}x & \xrightarrow{\text{NH}} v = \cdots\cdots\cdots \end{cases}$ · Suy ra: $I = \int_a^b u\mathrm{d}v = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\mathrm{d}u.$
- **Thứ tự ưu tiên chọn *u***: ***log – đa – lượng – mũ*** và $\mathrm{d}v =$ ***phần còn lại***. Nghĩa là nếu có ln hay $\log_a x$ thì chọn $u = \ln$ hay $u = \log_a x = \dfrac{1}{\ln a}.\ln x$ và $dv =$ còn lại. Nếu không có $\ln;\ \log$ thì chọn $u =$ đa thức và $dv =$ còn lại. Nếu không có log, đa thức, ta chọn $u =$ lượng giác,….
- **Lưu ý** rằng bậc của đa thức và bậc của ln tương ứng với số lần lấy nguyên hàm.
- Dạng ***mũ nhân lượng giác*** là dạng nguyên hàm từng phần luân hồi.

BT 1. Tính các tích phân sau:

a) Tính $I = \int_0^1 xe^x\mathrm{d}x$. Chọn $\begin{cases} u = x \Rightarrow du = \mathrm{d}x \\ \mathrm{d}v = e^x\mathrm{d}x \Rightarrow v = e^x \end{cases}$.

Khi đó: $I = xe^x\Big|_0^1 - \int_0^1 e^x\mathrm{d}x = e - e^x\Big|_0^1 = 1.$

b) Tính $I = \int_0^1 (x-3)e^x\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

c) Tính $I = \int_0^2 (2x-1)e^x\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

d) Tính $I = \int_0^1 (2x+1)e^x\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

e) Tính $I=\int\limits_0^1(4x-1)e^{2x}\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

f) Tính $I=\int\limits_0^1(x-1)e^{2x}\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

g) Tính $I=\int\limits_1^3 xe^{-x}\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

h) Tính $I=\int\limits_0^2(1-2x)e^{-x}\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

i) Tính $I=\int\limits_0^1(x^2+2x)e^{x}\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

.....

.....

j) Tính $I=\int\limits_1^3 x^2e^{-x}\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

.....

.....

k) Tính $I=\int\limits_0^{\pi} e^{x}\cos x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

.....

.....

l) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} 5e^x \sin 2x \,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

m) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \cos x \,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

n) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} e^{3x} \sin 4x \,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos 2x \,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int\limits_0^1 \dfrac{3x+1}{e^{2x}} \mathrm{d}x = \ldots\ldots\ldots\ldots$ Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

BT 2. Tính các tích phân sau:

a) Tính $I=\int\limits_1^3 \ln x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

b) Tính $I=\int\limits_1^2 x\ln x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

c) Tính $I=\int\limits_1^2 (2x-1)\ln x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

d) Tính $I=\int\limits_1^e x^2\ln x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

e) Tính $I=\int\limits_1^e (1+x)\ln x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

f) Tính $I=\int\limits_1^e (x+2)\ln x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

g) Tính $I=\int\limits_1^e x\ln^2 x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int\limits_1^e x(1+\ln x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

i) Tính $I = \int\limits_1^2 \dfrac{x^3 - 2\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

j) Tính $I = \int\limits_1^2 \dfrac{\ln(xe^x)}{(x+2)^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

k) Tính $I = \int\limits_1^e 2x(1-\ln x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

l) Tính $I = \int\limits_e^{e^2} (1+\ln x)x\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

m) Tính $I = \int\limits_1^3 \dfrac{1+\ln(x+1)}{x^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

n) Tính $I = \int\limits_{2}^{3} 2x\ln(x-1)\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

o) Tính $I = \int\limits_{-1}^{1} (4x-5)\ln(2x+3)\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

p) Tính $I = \int\limits_{0}^{1} (2x-1)\ln(x+1)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

q) Tính $I = \int\limits_{0}^{1} x\ln(2+x^2)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

r) Tính $I = \int\limits_{0}^{1} (x-5)\ln(2x+1)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

s) Tính $I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\ln(\sin x + 2\cos x)}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

t) Tính $I=\int\limits_{0}^{\ln 2} e^{x}\ln(e^{x}+1)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

u) Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{\ln(x+1)}{(x+2)^{2}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

v) Tính $I=\int\limits_{2}^{3}\ln\left[2+x(x^{2}-3)\right]\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

w) Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{\ln(4x^{2}+8x+3)}{(x+1)^{3}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

x) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\log_{2}(3\sin x+\cos x)}{\sin^{2}x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 3. Tính các tích phân sau:

a) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

b) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} 2x\cos x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

c) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\sin 2x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

d) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x-2)\cos x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

e) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1)\sin x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

f) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x+1)\cos x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

g) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1)\sin x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

h) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos 2x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

i) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2x-1)\cos 2x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

j) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(3-2x)\sin 2x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

k) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}3x\cos x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

l) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}x\sin^2 x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

.....

.....

m) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos^2 x\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow \mathrm{d}u=\ldots\ldots\ldots\ldots\\ \mathrm{d}v=\ldots\ldots\ldots\ldots\Rightarrow v=\ldots\ldots\ldots\ldots\end{cases}$

.....

.....

.....

n) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}(x+2\cos^2 x)x\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\ln(\cos x)}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$. Chọn: $\begin{cases} u = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow \mathrm{d}u = \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mathrm{d}v = \ldots\ldots\ldots\ldots \Rightarrow v = \ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2+1)\sin x\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

q) Tính $I = \int\limits_0^{\pi} x(x-\sin x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

r) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x+\cos 3x)x\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

s) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} x(1+\sin 2x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

t) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x}(1+xe^{-2x}\cos x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

u) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x(x - 2\sin x)\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

v) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)^2\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

w) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi^2}{4}} \cos\sqrt{x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

x) Tính $I = \int\limits_0^{\pi^2} \sin\sqrt{x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

y) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \ln(1 + \cos x)\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

z) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \ln(1 + \cos^2 x)\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

BT 4. Tính các tích phân sau:

a) Tính $I = \int\limits_0^1 (1-x)(2+e^{2x})\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

b) Tính $I = \int\limits_0^{\pi} x(x-\sin x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int\limits_1^2 (2x^3+\ln x)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

d) Tính $I = \int\limits_1^2 \dfrac{x^3-2\ln x}{x^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

e) Tính $I = \int\limits_1^2 \dfrac{1+x^2e^x}{x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

f) Tính $I = \int\limits_0^1 \dfrac{e^x + x}{e^x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int\limits_1^4 \dfrac{\sqrt{x} - 4\ln x}{x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int\limits_1^3 \dfrac{1 + \ln(x+1)}{x^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

i) Tính $I = \int\limits_0^1 x\left(e^x + \dfrac{2}{x+1}\right)\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

j) Tính $I = \int\limits_0^1 (e^x + \sqrt{3x^2+1})x\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

k) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^2 x)\sin x\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

l) Tính $I = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x \, \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

m) Tính $I = \int_0^1 x^3 e^{x^2} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

n) Tính $I = \int_0^1 x^5 e^{x^3} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int_0^1 (8x^3 - 2x) e^{x^2} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int_0^1 \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} \mathrm{d}x$. .....

.....

.....

q) Tính $I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi^3}{27}} \sin\sqrt[3]{x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

r) Tính $I = \int\limits_{1-\frac{\pi^2}{4}}^{1} \cos\sqrt{1-x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

s) Tính $I = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\log_2(3\sin x + \cos x)}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

t) Tính $I = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x \ln(\sin x)}{\sin^2 x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

u) Tính $I = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\ln(\tan x)}{\cos^2 x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

☆☆☆

Câu 1. Với u và v là các hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Công thức biểu diễn tích phân từng phần được cho bởi công thức nào sau đây ?

A. $\int\limits_a^b u\mathrm{d}v = (uv)\Big|_a^b - \int\limits_a^b u\,\mathrm{d}v.$ **B.** $\int\limits_a^b u\mathrm{d}v = (uv)\Big|_a^b + \int\limits_a^b v\,\mathrm{d}u.$

C. $\int\limits_a^b u\mathrm{d}v = (uv)\Big|_a^b + \int\limits_a^b u\,\mathrm{d}v.$ **D.** $\int\limits_a^b u\mathrm{d}v = (uv)\Big|_a^b - \int\limits_a^b v\,\mathrm{d}u.$

Câu 2. Cho tích phân $I = \int\limits_2^3 \ln x\mathrm{d}x,$ biểu thức nào sau đây thể hiện đúng cách tính I theo công thức tích phân từng phần ?

A. $I = (x\ln x)\Big|_2^3 - \int\limits_2^3 \mathrm{d}x.$ **B.** $I = (x\ln x)\Big|_2^3 + \int\limits_2^3 x\,\mathrm{d}x.$

C. $I = (x\ln x)\Big|_2^3 - \int\limits_2^3 \ln x\mathrm{d}x.$ **D.** $I = (x\ln x)\Big|_2^3 + \int\limits_2^3 \ln x\,\mathrm{d}x.$

Câu 3. Khi tính tích phân $\int\limits_a^b x\sin 2x\mathrm{d}x$ thì cách đặt nào sau đây phù hợp với phương pháp tích phân từng phần ?

A. $\begin{cases} u = \sin 2x \\ \mathrm{d}v = x\mathrm{d}x \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \sin 2x\,\mathrm{d}x \end{cases}.$ **C.** $\begin{cases} u = \sin 2x \\ v = x \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} u = x \\ v = \sin x \end{cases}.$

Câu 4. Khi tính tích phân $\int\limits_a^b x\ln x\mathrm{d}x$ thì cách đặt nào sau đây phù hợp với phương pháp tích phân từng phần ?

A. $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \ln x\,\mathrm{d}x \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} u = \ln x \\ v = x \end{cases}.$ **C.** $\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = x\,\mathrm{d}x \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} u = x \\ v = \ln x \end{cases}.$

Câu 5. Khi tính tích phân $\int\limits_a^b x\sin 2x\mathrm{d}x$ thì cách đặt nào sau đây phù hợp với phương pháp tích phân từng phần ?

A. $\begin{cases} u = x \\ v = \sin x \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} u = \sin 2x \\ \mathrm{d}v = x\,\mathrm{d}x \end{cases}.$ **C.** $\begin{cases} u = \sin 2x \\ v = x \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = \sin 2x\,\mathrm{d}x \end{cases}.$

Câu 6. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng khi nói về tích phân $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos 2x\mathrm{d}x.$

A. $I = \dfrac{x\sin 2x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \dfrac{\cos 2x}{4}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}.$ **B.** $I = \dfrac{x\sin 2x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \dfrac{\cos 2x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}.$

C. $I=\dfrac{x\sin 2x}{4}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\dfrac{\cos 2x}{4}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$.

D. $I=\dfrac{x\sin 2x}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\dfrac{\cos 2x}{4}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$.

Câu 7. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng khi nói về tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2x\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{x}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\dfrac{1}{4}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$.

B. $I=-\dfrac{x}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\dfrac{1}{4}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$.

C. $I=-\dfrac{x}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\dfrac{1}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$.

D. $I=-\dfrac{x}{2}\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\dfrac{1}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$.

Câu 8. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng khi nói về tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

A. $I=-(x\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\ln(\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$.

B. $I=(x\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\ln(\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$.

C. $I=(x\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\ln(\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$.

D. $I=-(x\tan x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\ln(\cos x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$.

Câu 9. Cho tích phân $I=\int\limits_1^e x\ln^2 x\,\mathrm{d}x$. Mệnh đề nào dưới dây **đúng** ?

A. $I=\dfrac{1}{2}x^2\ln^2 x\Big|_1^e+\int\limits_1^e x\ln x\mathrm{d}x$.

B. $I=x^2\ln^2 x\Big|_1^e-2\int\limits_1^e x\ln x\,\mathrm{d}x$.

C. $I=x^2\ln^2 x\Big|_1^e-\int\limits_1^e x\ln x\mathrm{d}x$.

D. $I=\dfrac{1}{2}x^2\ln^2 x\Big|_1^e-\int\limits_1^e x\ln x\,\mathrm{d}x$.

Câu 10. Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(x-1)\sin 2x\,\mathrm{d}x$. Hỏi mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $I=-(x-1)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

B. $I=-(x-1)\cos 2x-\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

C. $I=\dfrac{1}{2}(1-x)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}+\dfrac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

D. $I=\dfrac{1}{2}(1-x)\cos 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\mathrm{d}x$.

Câu 11. Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\pi}x^2\cos x\,\mathrm{d}x$ và $u=x^2,\ \mathrm{d}v=\cos x\,\mathrm{d}x$. Khẳng định nào **đúng** ?

A. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}-2\int\limits_0^{\pi}x\sin x\,\mathrm{d}x$.

B. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}-\int\limits_0^{\pi}x\sin x\,\mathrm{d}x$.

C. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}+\int\limits_0^{\pi}x\sin x\,\mathrm{d}x$.

D. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}+2\int\limits_0^{\pi}x\sin x\,\mathrm{d}x$.

Câu 12. Cho tích phân $I=\int\limits_1^e (2x-5)\ln x\mathrm{d}x$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=-(x^2-5x)\ln x\Big|_1^e-\int\limits_1^e (x-5)\mathrm{d}x$. **B.** $I=(x^2-5x)\ln x\Big|_1^e+\int\limits_1^e (x-5)\mathrm{d}x$.

C. $I=(x^2-5x)\ln x\Big|_1^e-\int\limits_1^e (x-5)\mathrm{d}x$. **D.** $I=(x-5)\ln x\Big|_1^e-\int\limits_1^e (x^2-5x)\mathrm{d}x$.

Câu 13. Xét tích phân $I=\int\limits_0^1 (2x^2-4)e^{2x}\mathrm{d}x$ và đặt $u=2x^2-4,\ \mathrm{d}v=e^{2x}\mathrm{d}x$, ta được tích phân $I=\phi(x)\Big|_0^1-\int\limits_0^1 2xe^{2x}\mathrm{d}x$. Tìm hàm số $\phi(x)$.

A. $\phi(x)=(2x^2-4)e^{2x}$. **B.** $\phi(x)=(x^2-2)e^{2x}$.

C. $\phi(x)=(x^2-2)e^{x}$. **D.** $\phi\left(x\right)=(x^2-2)e^{x}$.

Câu 14. Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (2-x)\sin x\mathrm{d}x$ và đặt $u=2-x,\ \mathrm{d}v=\sin x\mathrm{d}x$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=-(2-x)\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,\mathrm{d}x$. **B.** $I=-(2-x)\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,\mathrm{d}x$.

C. $I=(2-x)\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,\mathrm{d}x$. **D.** $I=(2-x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\,\mathrm{d}x$.

Câu 15. **(Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 7 năm 2017)** Biết rằng $\int\limits_0^1 \ln(x+1)\mathrm{d}x=a+\ln b$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $(a+3)^b$.

A. 25. **B.** $\frac{1}{7}$. **C.** 16. **D.** $\frac{1}{9}$.

Câu 16. **(Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 6 năm 2017)** Biết $\int\limits_1^e (x+1)\ln x\mathrm{d}x=\frac{a}{b}+\frac{c}{d}e^2$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 17. **(Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 5 năm 2017)** Biết $\int\limits_1^2 \frac{\ln x}{x^3}\mathrm{d}x=\frac{a}{b}-\frac{c}{d}\ln 2$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{7}{8}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{3}{16}$. **D.** $\frac{5}{16}$.

Câu 18. **(Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 2 năm 2017)** Biết $\int\limits_0^2 (3x-1)e^{\frac{x}{2}}\mathrm{d}x = a + be$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $S = a + b$.

A. $S = 12$. **B.** $S = 16$. **C.** $S = 8$. **D.** $S = 10$.

Câu 19. **(Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 1 năm 2017)** Biết $\int\limits_1^e x^2 \ln x\,\mathrm{d}x = \frac{a}{b}e^3 + \frac{c}{d}$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.

A. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = -\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{1}{9}$. **C.** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$. **D.** $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = -\frac{1}{3}$.

Câu 20. Biết $4\int\limits_1^e x(1+\ln x)\mathrm{d}x = ae^2 + b$ với $a,\ b$ là các số nguyên. Tính $M = ab + 4(a+b)$.

A. $M = -5$. **B.** $M = -2$. **C.** $M = 5$. **D.** $M = -6$.

Câu 21. Biết $\int\limits_1^2 \frac{\ln x}{x^2}\mathrm{d}x = \frac{b}{c} + a\ln 2$ với $a \in \mathbb{R}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $2a + 3b + c$.

A. 4. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 22. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \frac{\pi}{a} + \frac{1}{b}\ln 4$ với $a,\ b$ là các số thực khác 0. Tính $P = a + b$.

A. $P = 2$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = 8$.

Câu 23. Biết $\int\limits_0^1 3xe^{2x}\mathrm{d}x = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}e^2$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 24. Biết $\int\limits_0^1 x\ln(1+x^2)\mathrm{d}x = -\frac{a}{b} + c\ln 2$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S = a + b + c + abc$.

A. 9. **B.** 6. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 25. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos^2 x\mathrm{d}x = a\pi^2 + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $P = ab$.

A. 0. **B.** $-\frac{1}{32}$. **C.** $-\frac{1}{16}$. **D.** $-\frac{1}{64}$.

Câu 26. Biết $\int\limits_0^1 e^{\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x = \frac{a}{b}e^2$ với $a,\ b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $a - b = -2$. Tính $a + b$.

A. 10. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 27. Biết $\int\limits_0^1 \ln(3x+1)\mathrm{d}x = a\ln 2 + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = 3a - b$.

A. $S = 7$. **B.** $S = 11$. **C.** $S = 8$. **D.** $S = 9$.

Câu 28. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} x\cos 2x\mathrm{d}x = a + b\pi$ với $a,\ b$ là các số hữu tỉ. Tính $S = a + 2b$.

A. $S = 0$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = \frac{1}{2}\cdot$ **D.** $S = \frac{3}{8}\cdot$

Câu 29. Biết $\int\limits_{-3}^{e-4} (x+4)\ln(x+4)\mathrm{d}x = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}e^2$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\cdot$

A. $\frac{1}{4}\cdot$ **B.** $\frac{3}{4}\cdot$ **C.** $\frac{1}{2}\cdot$ **D.** $\frac{3}{4}\cdot$

Câu 30. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = a\pi - \ln 2$ với $a \in \mathbb{R}$. Hỏi phần nguyên của $a-1$ là bao nhiêu ?

A. 1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 31. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin^2 x}dx = m\pi + n\ln 2$ với $m,\ n \in \mathbb{R}$. Tính $P = 2m + n$.

A. $P = 1$. **B.** $P = 0{,}75$. **C.** $P = 0{,}25$. **D.** $P = 0$.

Câu 32. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x = a\pi + b\ln 2$ với $a,\ b \in \mathbb{R}$. Tính $16a - 8b$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Biết $\int\limits_1^2 \ln(x+1)\mathrm{d}x = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = -2$.

Câu 34. Biết $\int\limits_1^e \frac{2\ln x}{x^2}\mathrm{d}x = -a + b.e^{-1}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Chọn khẳng định **đúng** ?

A. $a + b = 3$. **B.** $a + b = -3$. **C.** $a + b = 6$. **D.** $a + b = -6$.

Câu 35. Biết $\int\limits_1^2 \ln(9 - x^2)\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 2 + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = |a| + |b| + |c|$.

A. $S = 34$. **B.** $S = 13$. **C.** $S = 18$. **D.** $S = 26$.

Câu 36. Cho hàm số $G(x) = \int\limits_0^{x^2} \cos\sqrt{t}\mathrm{d}t$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $G'(x) = 2x\cos|x|$. **B.** $G'(x) = 2x\cos x$.

C. $G'(x) = x\cos x$. **D.** $G'(x) = 2x\sin x$.

Câu 37. Cho $0 < a < \dfrac{\pi}{2}$ và $\displaystyle\int_0^a x\tan x\mathrm{d}x = m$. Tính $\displaystyle\int_0^a \left(\frac{x}{\cos x}\right)^2 \mathrm{d}x$ theo a và m.

A. $a\tan a - 2m$. **B.** $m - a^2\tan a$. **C.** $a^2\tan a - 2m$. **D.** $a^2\tan a - m$.

Câu 38. Biết $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1+x)\cos 2x\mathrm{d}x = \frac{1}{a} + \frac{\pi}{b}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}^*$. Tính ab.

A. $ab = 32$. **B.** $ab = 2$. **C.** $ab = 4$. **D.** $ab = 12$.

Câu 39. Nếu $\displaystyle\int_0^a xe^x\mathrm{d}x = 1$ thì giá trị của a bằng bao nhiêu ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** e.

Câu 40. Biết $\displaystyle\int_0^1 \ln(2x+1)\mathrm{d}x = a\ln 3 + b$ với $a,\ b \in \mathbb{R}$. Tính $P = ab^3$.

A. $P = 3$. **B.** $P = \dfrac{3}{2}\cdot$ **C.** $P = 1$. **D.** $P = -\dfrac{3}{2}\cdot$

Câu 41. Biết $\displaystyle\int_0^1 (2x+3)e^x\mathrm{d}x = ae + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $a - b = 2$. **B.** $a^3 + b^3 = 28$. **C.** $ab = 3$. **D.** $a + 2b = 1$.

Câu 42. Biết $\displaystyle\int_1^2 (2x+1)\ln x\mathrm{d}x = a + \frac{3}{2} + \ln b$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = a + b$.

A. $P = 27$. **B.** $P = 28$. **C.** $P = 60$. **D.** $P = 61$.

Câu 43. Biết $\displaystyle\int_0^1 x\cos 2x\mathrm{d}x = \frac{1}{4}(a\sin 2 + b\cos 2 + c)$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tìm khẳng định **đúng** ?

A. $2a + b + c = -1$. **B.** $a + 2b + c = 0$. **C.** $a - b + c = 0$. **D.** $a + b + c = 1$.

Câu 44. Biết $\displaystyle\int_1^2 (2x-1)\ln x\mathrm{d}x = a\ln 2 + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tìm $a + b$.

A. $\dfrac{5}{2}\cdot$ **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{3}{2}\cdot$

Câu 45. Biết $\displaystyle\int_0^1 x\ln(2x+1)^{2017}\mathrm{d}x = a + \frac{b}{c}\ln 3$ với $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $b + c$.

A. $b + c = 6057$. **B.** $b + c = 6059$. **C.** $b + c = 6058$. **D.** $b + c = 6056$.

Câu 46. Biết $\displaystyle\int_0^1 xe^{2x}\mathrm{d}x = ae^2 + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $a + b$.

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{4}\cdot$ **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}\cdot$

Câu 47. Biết $\displaystyle\int_1^e x^2\ln x\,\mathrm{d}x = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}e^3$ với $\dfrac{a}{b}$ và $\dfrac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}\cdot$

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Câu 48. Giải bất phương trình $\int_1^e \ln\frac{k}{x}\mathrm{d}x < e-2$ với k nguyên dương.

A. $k \in \{1;2\}$. **B.** $k \in \{2;3\}$. **C.** $k \in \{1;4\}$. **D.** $k \in \{3;4\}$.

Câu 49. Biết $\int_0^1 (2x+1)e^x\mathrm{d}x = a + b.e$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $P = ab$.

A. $P = 1$. **B.** $P = -3$. **C.** $P = -15$. **D.** $P = 20$.

Câu 50. Biết $\int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}}\mathrm{d}x = \frac{a}{5}e^2 + \frac{b}{3}e + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tìm $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

A. $T = 6$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 10$. **D.** $T = 5$.

Câu 51. Hỏi tham số thực a thuộc khoảng nào sau đây thì $\int_0^a xe^x\mathrm{d}x = 1$.

A. $(-\infty;-3)$. **B.** $[-3;2)$. **C.** $[2;5)$. **D.** $[5;+\infty)$.

Câu 52. Tìm tham số m thỏa mãn $\int_0^1 e^x(x+m)\mathrm{d}x = e$.

A. $m = 0$. **B.** $m = e$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = \sqrt{e}$.

Câu 53. Biết $\int_0^4 x\ln(2x+1)\mathrm{d}x = \frac{a}{b}\ln 3 - c$ với $a,b,c \in \mathbb{Z}^+$ và $\frac{b}{c}$ tối giản. Tính $S = a+b+c$.

A. $S = 60$. **B.** $S = 70$. **C.** $S = 72$. **D.** $S = 68$.

Câu 54. Biết $\int_0^{\ln 2} xe^{-2x}\mathrm{d}x = \frac{1}{4}\left(\frac{a}{b} - \frac{c}{d}\ln 2\right)$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7}{4}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 55. Biết $\int_1^3 \frac{2x^2+x+2}{(x+1)^2}e^x\mathrm{d}x = \frac{a}{b}e^3 - \frac{c}{d}e$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $F = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

A. $F = 45$. **B.** $F = 47$. **C.** $F = 46$. **D.** $F = 48$.

Câu 56. Biết $\int_0^1 (2x+1)e^x\mathrm{d}x = a + be$ với $a,\ b \in \mathbb{R}$. Tính $a^3 + b$.

A. 25. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 17.

Câu 57. Biết $\int_4^5 (x+1)\ln(x-3)\mathrm{d}x = -\frac{a}{b} + c\ln 2$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Q}$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính tổng $a - b^2 + c$.

A. 13. **B.** 19. **C.** 16. **D.** 10.

Câu 58. Biết $\int\limits_0^{\pi} x(1+\cos x)\mathrm{d}x = a + \dfrac{b}{c}\pi^2$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{R}$ và $\dfrac{b}{c}$ tối giản. Tính abc.

A. $abc = 4$. **B.** $abc = -16$. **C.** $abc = 16$. **D.** $abc = -4$.

Câu 59. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x)\cos x\,\mathrm{d}x = -\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}\pi$ với $\dfrac{a}{b}$ và $\dfrac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}$.

A. $\dfrac{7}{6}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 60. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương của n sao cho $n\ln n - \int\limits_1^n \ln x\,\mathrm{d}x$ có giá trị không vượt quá 2017.

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 4034. **D.** 4036.

Câu 61. Biết $\int\limits_1^e (x-1)\ln x\ \mathrm{d}x = -\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}e^2$ với $\dfrac{a}{b}$ và $\dfrac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}$.

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 62. Biết $\int\limits_2^3 \ln(x^3 - 3x + 2)\mathrm{d}x = a\ln 5 + b\ln 2 + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = ab + c$.

A. $S = 60$. **B.** $S = -23$. **C.** $S = 12$. **D.** $S = -2$.

Câu 63. Biết $\int\limits_0^2 e^x(2x + e^x)\mathrm{d}x = a.e^4 + b.e^2 + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 2$. **B.** $S = -4$. **C.** $S = -2$. **D.** $S = 4$.

Câu 64. Biết $\int\limits_1^2 x^2\ln x\mathrm{d}x = -\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}\ln 2$ với $\dfrac{a}{b}$ và $\dfrac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}$.

A. $\dfrac{31}{9}$. **B.** $\dfrac{7}{9}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $\dfrac{32}{9}$.

Câu 65. Biết $\int\limits_1^e x\ln x\mathrm{d}x = \dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}e^2$ với $\dfrac{a}{b}$ và $\dfrac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}$.

A. $\dfrac{7}{4}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 66. Biết $\int\limits_0^1 xe^{1-x}\mathrm{d}x = a + be$ với $a,\ b \in \mathbb{R}$. Tìm $ab - a - b$.

A. 1. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 67. Biết $\int\limits_1^e 2x(1-\ln x)\mathrm{d}x = -\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}e^2$ với $\dfrac{a}{b}$ và $\dfrac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d}$.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 2.

Câu 68. Biết $\int\limits_1^e \left(x+\frac{1}{x}\right)\ln x\mathrm{d}x = \frac{a}{b}+\frac{c}{d}e^2$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 69. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} x\cos 2x\mathrm{d}x = -\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\pi$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{5}{8}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 70. Biết $\int\limits_0^1 x\ln(x^2+1)\mathrm{d}x = -\frac{a}{b}+c\ln 2$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^2+b^3+c^4$.

A. 10. **B.** 15. **C.** 42. **D.** 73.

Câu 71. Biết $\int\limits_1^e x^3\ln^2 x\mathrm{d}x = -\frac{a}{b}+\frac{c}{d}e^4$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{3}{16}$. **B.** $\frac{9}{32}$. **C.** $\frac{11}{32}$. **D.** $\frac{7}{32}$.

Câu 72. Biết $\int\limits_0^2 x\ln(x+1)\mathrm{d}x = \frac{a}{b}\ln 3$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tìm a^3-b^4.

A. 32. **B.** 11. **C.** 76. **D.** 92.

Câu 73. Biết $\int\limits_0^1 \ln(2x+1)\mathrm{d}x = a+\frac{b}{c}\ln 3$ với $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $b+c$.

A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 74. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x\cos x\sin^2 x\mathrm{d}x = -\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\pi$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{7}{18}$.

Câu 75. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x+x)\cos x\mathrm{d}x = -\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\pi$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{7}{4}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 76. Biết $\int\limits_1^e x^2\ln x\mathrm{d}x = \frac{a}{b}+\frac{c}{d}e^3$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 77. Cho $\int\limits_0^1 \ln(x+1)\mathrm{d}x = a\ln 2 + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $a^2 + b^3$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 78. Tính tích phân $\int\limits_0^{2017} xe^{2x}\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{4033e^{4034}+1}{2}$. **B.** $\dfrac{4033e^{4034}+1}{4}$. **C.** $\dfrac{4033e^{4034}-1}{4}$. **D.** $\dfrac{4033e^{4034}-1}{2}$.

Câu 79. Biết $\int\limits_0^{\ln 2} \dfrac{x}{e^x}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $a + 3b$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 80. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} (x + 2\cos x)\cos 2x\mathrm{d}x = \dfrac{\pi}{a} + \dfrac{b}{c}\sqrt{2} + \dfrac{1}{d}$ với $a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $a + b + c + d$.

A. 9. **B.** 17. **C.** 11. **D.** 7.

Câu 81. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{x + \cos x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = a\pi - b\ln 2 + c\sqrt{2} + d$ với $a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{Q}$. Tính $a.b.c.d$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $-\dfrac{1}{8}$.

Câu 82. Biết $\int\limits_1^2 x^2 \ln x^3\mathrm{d}x = a\ln 2 - \dfrac{b}{c}$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{b}{c}$ phân số tối giản. Tìm $a + b + c$.

A. 18. **B.** 14. **C.** 25. **D.** 9.

Câu 83. Biết $\int\limits_2^3 \ln\sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x+1}}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 3 + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b + c$.

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 84. Biết $\int\limits_0^{1024} \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = a.e^b + c$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $a > b > c$. **B.** $a > c > b$. **C.** $b > a > c$. **D.** $b > c > a$.

Câu 85. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x\mathrm{d}x = \dfrac{1}{a}e^{\frac{\pi}{b}} + \dfrac{1}{c}$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $a = b > c$. **B.** $a > b > c$. **C.** $a = c < b$. **D.** $a = b = c$.

Câu 86. Biết $\int\limits_0^1 (2x+1)\ln(x+1)\mathrm{d}x = -\dfrac{a}{b} + c\ln 2$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Q}$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $S = abc - a - b - c$.

A. $S = -2$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = -4$.

Câu 87. Biết $\int\limits_1^e (x^2+1)\ln x\,\mathrm{d}x = \frac{a}{b}e^3 + \frac{c}{d}$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{10}{9}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{9}{10}$.

Câu 88. Biết $\int\limits_1^e (2x+3)\ln x\,\mathrm{d}x = \frac{a}{b} - c.e$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính abc.

A. 12. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 18.

Câu 89. Biết $\int\limits_1^e (x+1)^2\ln x\mathrm{d}x = \frac{a}{b}e^3 + \frac{c}{d}e^2 + \frac{e}{f}$ với $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{e}{f}$ là ba phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $S = \frac{a}{b}+\frac{c}{d}+\frac{e}{f}$.

A. $\frac{29}{18}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Câu 90. Biết $\int\limits_1^2 x\ln(2x)\mathrm{d}x = -\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\ln 2$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. $\frac{17}{4}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{15}{4}$.

Câu 91. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x\mathrm{d}x = \frac{a}{b} + \frac{c}{d}e^{\frac{\pi}{2}}$ với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Tính $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$.

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 92. Biết $\int\limits_0^b 6\mathrm{d}x = 6$ và $\int\limits_0^a xe^x\mathrm{d}x = a$. Hãy tính $S = b^2 + a^3 + 3a^2 + 2a$.

A. $S = 5$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 3$.

Câu 93. Tìm tham số a thỏa mãn $\int\limits_1^a \frac{x^3 - 2\ln x}{x^2}\mathrm{d}x = \frac{1}{2} + \ln 2$.

A. 2. **B.** $\ln 2$. **C.** π. **D.** 3.

Câu 94. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin^2 x}\ln(\sin x)\mathrm{d}x = a\ln 2 - \frac{b}{c}\pi + d$ với $a,\ b,\ c,\ d \in \mathbb{R}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tìm $a^2 + b + c + d^2$.

A. 27. **B.** 15. **C.** 35. **D.** 10.

Câu 95. Biết $\int\limits_0^1 x\ln(2+x^2)\mathrm{d}x = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với $a,\ b,\ c$ là các số hữu tỉ. Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=0$. **B.** $a+b+c=1$. **C.** $a+b+c=3$. **D.** $a+b+c=2$.

Câu 96. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a<b$ và $\int\limits_a^b x\sin x\,\mathrm{d}x=\pi$, đồng thời $a\cos a=0$ và $b\cos b=-\pi$. Tính tích phân $I=\int\limits_a^b \cos x\,\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{145}{12}\cdot$ **B.** $I=\pi$. **C.** $I=-\pi$. **D.** $I=0$.

Câu 97. Cho hai hàm số liên tục $f(x)$ và $g(x)$ có nguyên hàm lần lượt là $F(x)$ và $G(x)$ trên đoạn $[1;2]$ thỏa $F(1)=1,\ F(2)=4,\ G(1)=\dfrac{3}{2},\ G(2)=2$ và $\int\limits_1^2 f(x)G(x)\mathrm{d}x=\dfrac{67}{12}\cdot$ Tính tích phân $\int\limits_1^2 F(x)g(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{11}{12}\cdot$ **B.** $-\dfrac{145}{12}\cdot$ **C.** $-\dfrac{11}{12}\cdot$ **D.** $\dfrac{145}{12}\cdot$

Câu 98. Cho $f(x)$ và $g(x)$ liên tục, có nguyên hàm lần lượt là $F(x)$ và $G(x)$ trên $[0;2]$ thỏa $F(0)=0,\ F(2)=1,\ G(0)=-2,\ G(2)=1,\ \int\limits_0^2 F(x)g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $\int\limits_0^2 f(x)G(x)\mathrm{d}x$.

A. 3. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 99. Biết $\int\limits_0^{\pi} x\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\mathrm{d}x=a-\dfrac{b}{c}\pi$ với $\dfrac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tìm abc.

A. $abc=4\sqrt{2}$. **B.** $abc=8$. **C.** $abc=2\sqrt{2}$. **D.** $abc=4$.

Câu 100. Biết $\int\limits_0^1 x\ln(x^2+1)\mathrm{d}x=a\ln 2-\dfrac{b}{c}$ với $a,\ b,\ c\in\mathbb{Z}^+$. Tính $T=10a^2+5b^3-c^4$.

A. $T=-1$. **B.** $T=16$. **C.** $T=-32$. **D.** $T=32$.

BẢNG ĐÁP ÁN TÍCH PHÂN TỪNG PHẦN

1.D	2.A	3.B	4.C	5.D	6.A	7.B	8.C	9.D	10.C
11.A	12.C	13.B	14.A	15.C	16.A	17.D	18.A	19.C	20.C
21.A	22.C	23.A	24.B	25.D	26.A	27.D	28.A	29.C	30.D
31.B	32.A	33.B	34.D	35.B	36.A	37.C	38.A	39.B	40.D
41.D	42.C	43.C	44.D	45.B	46.D	47.B	48.A	49.A	50.C
51.B	52.C	53.B	54.D	55.C	56.B	57.A	58.D	59.A	60.B
61.C	62.B	63.D	64.A	65.B	66.C	67.D	68.C	69.B	70.A
71.A	72.B	73.C	74.D	75.C	76.B	77.A	78.B	79.B	80.A
81.D	82.A	83.C	84.A	85.D	86.A	87.C	88.A	89.B	90.A
91.A	92.C	93.A	94.D	95.A	96.D	97.A	98.C	99.D	100.A

Dạng toán 3. Tính tích phân bằng phương pháp đổi biến số

☆☆☆

$$\int_a^b \big[f(x)\big]u'(x)\mathrm{d}x = F\big[u(x)\big]\Big|_a^b = F\big[u(b)\big] - F\big[u(a)\big].$$

– **Bước 1**. Biến đổi để chọn phép đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x)\,\mathrm{d}x$.

– **Bước 2**. Đổi cận: $\begin{cases} x = b \to t = u(b) \\ x = a \to t = u(a) \end{cases}$. (nhớ: **đổi biến phải đổi cận**)

– **Bước 3**. Đưa về dạng $I = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t)\mathrm{d}t$ đơn giản hơn và dễ tính toán.

BT 1. Nhóm 1: $\begin{cases} I_1 = \int f(ax+b)^n x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t = ax+b \Rightarrow \mathrm{d}t = a\mathrm{d}x \\ I_2 = \int \left(\dfrac{x^n}{ax^{n+1}+1}\right)^m \mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t = x^{n+1}+1 \Rightarrow \mathrm{d}t = (n+1)x^n\mathrm{d}x. \\ I_3 = \int f(ax^2+b)^n x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t = ax^2+b \Rightarrow \mathrm{d}t = 2ax\mathrm{d}x \end{cases}$

a) Tính tích phân $I = \int_0^1 x(1-x)^{19}\mathrm{d}x$.

Lời giải tham khảo

Đặt $t = 1-x \Rightarrow x = 1-t \Rightarrow \mathrm{d}x = -\mathrm{d}t$. Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \to t = 1 \\ x = 1 \to t = 0 \end{cases}$.

Khi đó: $I = -\int_1^0 (1-t)t^{19}\mathrm{d}t = \int_0^1 (t^{19} - t^{20})\mathrm{d}t = \left(\dfrac{t^{20}}{20} - \dfrac{t^{21}}{21}\right)\Big|_0^1 = \dfrac{1}{20} - \dfrac{1}{21} = \dfrac{1}{420}$.

b) Tính $I = \int_1^2 x(1-x)^{50}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

c) Tính $I = \int_0^1 x(1+x^2)^4\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

d) Tính $I = \int\limits_0^1 2\Big[x(1-x^2)\Big]^5 \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

e) Tính $I = \int\limits_{-1}^0 x^2(x+1)^{15}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

f) Tính $I = \int\limits_0^1 x^5(1-x^3)^6\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int\limits_0^1 (1+3x)(1+2x+3x^2)^{10}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int\limits_0^1 x^2(1+x^3)^n\mathrm{d}x,\ (\forall n \in \mathbb{N}^*).$ .....

.....

.....

i) Tính $I = \int\limits_0^1 x(1-x^2)^n\mathrm{d}x,\ (\forall n \in \mathbb{N}^*).$ .....

.....

.....

j) Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 \frac{x^3}{1+x^2}\mathrm{d}x.$

Lời giải tham khảo

Đặt $t=1+x^2 \Rightarrow x^2=t-1 \Rightarrow 2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}t \Rightarrow x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t.$ Đổi cận $\begin{cases} x=0 \to t=1 \\ x=1 \to t=2 \end{cases}.$

$$I=\int\limits_0^1 \frac{x^2}{1+x^2}x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 \frac{t-1}{t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_1^2 \left(1-\frac{1}{t}\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left(t-\ln t\right)\Big|_1^2=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln 2.$$

k) Tính $I=\int\limits_0^1 \frac{x^5}{x^2+1}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

l) Tính $I=\int\limits_0^1 \frac{x^3}{(1+x^2)^3}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

m) Tính $I=\int\limits_0^1 \frac{4x^3}{(x^4+2)^2}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

n) Tính $I=\int\limits_0^1 \frac{x}{(x^2+1)^3}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

o) Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 \frac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}}\mathrm{d}x.$

Lời giải tham khảo

Ta có: $I=\int\limits_0^1 \left(\frac{7x-1}{2x+1}\right)^{99}\cdot\frac{1}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x.$ Đặt $t=\frac{7x-1}{2x+1}\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{9}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x.$

Suy ra $\frac{1}{(2x+1)^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{9}\mathrm{d}t.$ Đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=-1\\ x=1\Rightarrow t=2\end{cases}.$

Khi đó $I=\frac{1}{9}\int\limits_{-1}^{2} t^{99}\mathrm{d}t=\frac{1}{9}\cdot\frac{t^{100}}{100}\Big|_{-1}^{2}=\frac{2^{100}-1}{900}.$

p) Tính $I=\int\limits_1^3 \frac{x^{2017}}{(x-1)^{2019}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

q) Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

r) Tính $I=\int\limits_1^2 \frac{x^{2001}}{(1+x^2)^{1002}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 2. **Nhóm 2**: $I=\int\limits_a^b \sqrt[n]{f(x)}f'(x)\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $t=\sqrt[n]{f(x)} \Rightarrow t^n=f(x) \Rightarrow nt^{n-1}\mathrm{d}t=f'(x)\mathrm{d}x.$

a) Tính tích phân $I=\int\limits_1^9 x\sqrt[3]{1-x}\,\mathrm{d}x.$

Lời giải tham khảo

Đặt $t=\sqrt[3]{1-x} \Rightarrow t^3=1-x \Rightarrow \begin{cases} x=1-t^3 \\ \mathrm{d}x=-3t^2\mathrm{d}t \end{cases}$. Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=0 \\ x=9 \Rightarrow t=-2 \end{cases}$.

Khi đó $I=-\int\limits_0^{-2}(1-t^3).t.3t^2\mathrm{d}t=3\int\limits_{-2}^{0}(t^3-t^6)\mathrm{d}t=3\left(\frac{t^4}{4}-\frac{t^7}{7}\right)\Big|_{-2}^{0}=-\frac{468}{7}.$

b) Tính $I=\int\limits_{-1}^{1}\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

c) Tính $I=\int\limits_0^1 x\sqrt{1-x}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

d) Tính $I=\int\limits_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

e) Tính $I=\int\limits_0^1 x\sqrt{2-x^2}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

f) Tính $I=\int\limits_1^3 x\sqrt[3]{x^2-1}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

g) Tính $I = \int\limits_0^{\sqrt{7}} x\sqrt[3]{1+x^2}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

h) Tính $I = \int\limits_{-1}^{0} (x-1)^2\sqrt{x+1}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

i) Tính $I = \int\limits_0^1 x^3\sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

j) Tính $I = \int\limits_0^{\sqrt{3}} x^5\sqrt{1+x^2}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

k) Tính $I = \int\limits_0^{\sqrt{7}} \dfrac{x^3}{\sqrt[3]{x^2+1}}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

l) Tính $I = \int\limits_0^1 x^{15}\sqrt{1+3x^8}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

m) Tính $I=\int\limits_{\sqrt{5}}^{2\sqrt{3}}\dfrac{1}{x\sqrt{x^2+4}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

n) Tính $I=\int\limits_{\sqrt{7}}^{4}\dfrac{1}{x\sqrt{x^2+9}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

o) Tính $I=\int\limits_{1}^{2}\dfrac{1}{x\sqrt{x^3+1}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

p) Tính $I=\int\limits_{1}^{5}\dfrac{1}{x\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

q) Tính $I=\int\limits_{1}^{6}\dfrac{\sqrt{x+3}+1}{x+2}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

r) Tính $I=\int\limits_{0}^{6}\dfrac{2}{\sqrt{4x+1}+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

s) Tính $I=\int\limits_{0}^{4}\dfrac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

t) Tính $I=\int\limits_{1}^{4}\dfrac{1}{x(1+\sqrt{x})}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

u) Tính $I=\int\limits_{0}^{2}\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{x}}{1+\sqrt{2x}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

v) Tính $I=\int\limits_{1}^{4}\dfrac{e^{4\sqrt{x}+1}}{\sqrt{x}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

w) Tính $I = \int\limits_0^1 (x-1)^3 \sqrt{2x - x^2}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

x) Tính $I = \int\limits_1^2 \dfrac{x}{x + \sqrt{x^2 - 1}}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

y) Tính $I = \int\limits_0^{\sqrt{5}} \dfrac{x^3}{x + \sqrt{x^2 + 4}}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

z) Tính $I = \int\limits_0^1 \dfrac{x^3}{x^2 + \sqrt{x^4 + 1}}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

.....

BT 3. **Nhóm 3**: đặt $t =$ căn thức chứa logarit hoặc căn chứa mũ hoặc căn chứa lượng giác.

a) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\ln x}{x\sqrt{1+\ln x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

b) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\ln x\sqrt{1+3\ln x}}{x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

c) Tính $I = \int\limits_1^{e\sqrt{e}} \dfrac{3-2\ln x}{x\sqrt{1+2\ln x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

d) Tính $I = \int\limits_1^{e^3} \dfrac{\ln^2 x}{x\sqrt{\ln x+1}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

e) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\ln^3 x}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

f) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\ln x\sqrt[3]{2+\ln^2 x}}{x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

g) Tính $I=\int\limits_{1}^{\mathrm{e}}\dfrac{1}{x\sqrt[3]{1+\ln x}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

h) Tính $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}e^{x}\sqrt{5-e^{x}}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

i) Tính $I=\int\limits_{0}^{\ln 6}\dfrac{1}{\sqrt{e^{x}+3}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

j) Tính $I=\int\limits_{\ln 2}^{\ln 5}\dfrac{e^{2x}}{\sqrt{e^{x}-1}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

k) Tính $I=\int\limits_{0}^{\sqrt{3}}\dfrac{e^{x}}{\sqrt{(e^{x}+1)^{3}}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

l) Tính $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{e^{2x}}{\sqrt{e^{x}+1}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

m) Tính $I=\int\limits_0^1 \dfrac{5^{\frac{x}{2}}}{(5^x-9)\sqrt{6-5^{1-x}}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

n) Tính $I=\int\limits_0^2 \cos x\sqrt{3\sin x+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

o) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\sqrt{1+\cos x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

p) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin 2x+\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

q) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x+4\sin^2 x}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

r) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x\cos x}{\sqrt{4\cos^2 x+9\sin^2 x}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

s) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{2 + \sqrt{3\sin x + 1}} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

t) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sqrt{2 + 3\tan x}}{1 + \cos 2x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

u) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x \cos x}{\sqrt{b^2 \cos^2 x + c^2 \sin^2 x}} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>BT 4.</u> **Nhóm 4**: Tính $I=\int\limits_a^b f(\ln x)\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{bmatrix} t=\ln x \Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x \\ t=m+n\ln x \Rightarrow dt=\dfrac{n}{x}\mathrm{d}x \end{bmatrix}$.

a) Tính $I=\int\limits_1^e \dfrac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$. .....

.....

b) Tính $I=\int\limits_1^e \dfrac{\ln^2 x}{x}\mathrm{d}x$. .....

.....

c) Tính $I=\int\limits_1^e \dfrac{1+\ln x}{x}\mathrm{d}x$. .....

.....

d) Tính $I=\int\limits_1^e \dfrac{1+2\ln x}{x}\mathrm{d}x$. .....

.....

e) Tính $I=\int\limits_1^e \dfrac{1+\ln^2 x}{x}\mathrm{d}x$. .....

.....

f) Tính $I=\int\limits_1^e \dfrac{1+\ln^4 x}{x}\mathrm{d}x$. .....

.....

g) Tính $I=\int\limits_1^e \dfrac{\ln x}{x(2+\ln x)^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

h) Tính $I=\int\limits_1^e \dfrac{\ln x-2}{x\ln x+x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

i) Tính $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{\ln^2 x}{x(1+2\ln x)}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

j) Tính $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{\ln x+1}{x\ln x+1}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

k) Tính $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{1+\ln x}{2+x\ln x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

l) Tính $I=\int\limits_{e}^{e^2}\dfrac{1}{x\ln x.\ln ex}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

m) Tính $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{2x+\ln x+1}{x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

n) Tính $I=\int\limits_{1}^{2}\dfrac{1+x\ln x}{x^2}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

o) Tính $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{\sqrt{4+\ln x}}{x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

p) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

q) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\ln x\sqrt{1+\ln^2 x}}{x}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

r) Tính $I = \int\limits_1^{\sqrt{e}} \dfrac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

s) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\ln x\sqrt[3]{2+\ln^2 x}}{x}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

t) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\ln^3 x - 2\log_2 x}{x\sqrt{1+3\ln^2 x}}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

u) Tính $I = \int\limits_1^e \dfrac{\log_2^3 x}{x\sqrt{3+\ln^2 x}}\,\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

v) Tính $I=\int\limits_{1}^{e}\dfrac{xe^{x}+1}{x(e^{x}+\ln x)}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

w) Tính $I=\int\limits_{e}^{e^{2}}\dfrac{(x^{2}+1)\ln x+1}{x\ln x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

x) Tính $I=\int\limits_{1}^{e^{2}}\dfrac{2\ln x-1}{x(8\ln^{2}x-8\ln x+3)}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

y) Tính $I=\int\limits_{2}^{5}\dfrac{\ln(\sqrt{x-1}+1)}{x-1+\sqrt{x-1}}\mathrm{d}x.$.....

.....

.....

.....

.....

z) Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{\ln(3+x)-\ln(3-x)}{9-x^{2}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

BT 5. **Nhóm 5**: Tính $I=\int\limits_a^b f(e^x)e^x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{bmatrix} t=e^x \Rightarrow \mathrm{d}t=e^x\mathrm{d}x \\ t=m+ne^x \Rightarrow dt=ne^x\mathrm{d}x \end{bmatrix}$.

a) Tính $I=\int\limits_0^1 xe^{x^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

b) Tính $I=\int\limits_0^1 (2x-1)e^{x-x^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

c) Tính $I=\int\limits_0^{\ln 2}\dfrac{e^x}{(e^x+1)^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

d) Tính $I=\int\limits_1^3\dfrac{1}{e^x-1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

e) Tính $I=\int\limits_0^{\ln 3}\dfrac{1}{e^x+2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

f) Tính $I=\int\limits_0^{\ln 2}\dfrac{2e^x-1}{e^x+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

g) Tính $I=\int\limits_0^1\dfrac{e^x}{e^x+e^{-x}}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

h) Tính $I=\int\limits_{\ln 3}^{\ln 5}\dfrac{1}{e^x+2e^{-x}-3}\mathrm{d}x$.

i) Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{(1+e^x)^3}{e^x}\mathrm{d}x$.

j) Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\dfrac{e^{-2x}}{1+e^{-x}}\mathrm{d}x$.

k) Tính $I=\int\limits_{0}^{\ln 2}\dfrac{e^{2x}+3e^x}{e^{2x}+3e^x+2}\mathrm{d}x$.

l) Tính $I=\int\limits_{\ln 2}^{\ln 5}\dfrac{e^{2x}}{\sqrt{e^x-1}}\mathrm{d}x$.

BT 6. **Nhóm 6**: Tính $I=\int\limits_a^b f(\sin x)\cos x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{bmatrix} t=\sin x \Rightarrow \mathrm{d}t=\cos x\mathrm{d}x \\ t=m+n\sin x \Rightarrow \mathrm{d}t=n\cos x\mathrm{d}x \end{bmatrix}$.

a) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\cot x\mathrm{d}x$. .....

.....

b) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\cos x\,\mathrm{d}x$. .....

.....

c) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\cos^3 x\mathrm{d}x$. .....

.....

d) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\cos^5 x\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

e) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{1}{\cos x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

f) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{1}{\cos^3 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - 3\sin x)\cos x \mathrm{d}x.$ .....

.....

h) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin x)^2 \cos x \mathrm{d}x.$ .....

.....

i) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + 2\sin x)^3 \cos x \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

j) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \sin^3 x \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

k) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x(1 + \sin^2 x)^3 \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

l) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{1 + \sin x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

m) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{5 - 2\sin x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

n) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1+\sin x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

o) Tính $I = \int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \frac{\sin 2x}{(2+\sin x)^2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

p) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2\sin x - 3)\cos x}{2\sin x + 1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

q) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{1+2\sin 2x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

r) Tính $I = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

s) Tính $I = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{1+\sin x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

t) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x(\sin^4 x + \cos^4 x)\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

u) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \dfrac{\cos x}{6 - 5\sin x + \sin^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

v) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (e^{\sin x} + \cos x)\cos x\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

w) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^3 x - 1)\cos^2 x\mathrm{d}x.$.....

.....

.....

x) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 + \sin x}\cos x\mathrm{d}x.$ .....

.....

y) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\sqrt{3\sin x + 1}\mathrm{d}x.$ .....

.....

z) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{2 + \sqrt{3\sin x + 1}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

BT 7. **Nhóm 7**: Tính $I=\int\limits_a^b f(\cos x)\sin x\mathrm{d}x \xrightarrow{PP}$ Đặt $\left[\begin{array}{l} t=\cos x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin x\mathrm{d}x \\ t=m+n\cos x \Rightarrow \mathrm{d}t=-n\sin x\mathrm{d}x \end{array}\right.$.

a) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x\mathrm{d}x$. .....

.....

b) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x\sin x\mathrm{d}x$. .....

.....

c) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x\cos^4 x\mathrm{d}x$. .....

.....

d) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^3 x\mathrm{d}x$. .....

.....

e) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^5 x\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

f) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x}{1+\cos x}\mathrm{d}x$. .....

.....

g) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \dfrac{\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

h) Tính $I = \int\limits_0^{\pi} \sin 2x \cos^2 x \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

i) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos x (1+\cos x)^2 \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

j) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{4\sin^3 x}{1+\cos x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

k) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \sin^2 x \tan x \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

l) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin 2x \cos x}{1+\cos x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

m) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin 2x}{3\cos^2 x + 1} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

n) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin 2x}{4 - \cos^2 x} \mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

o) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 4x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

p) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

q) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \left(1+\tan x \tan\frac{x}{2}\right)\sin x\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

r) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos 2x + 3\cos x + 2}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

s) Tính $I = \int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos 2x - \cos x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

t) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin x}{\cos^3 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

BT 8. **Nhóm 8**: Tính $\begin{cases} I=\int\limits_{a}^{b} f(\tan x)\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\tan x \Rightarrow \mathrm{d}t=\dfrac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x \\ I=\int\limits_{a}^{b} f(\cot x)\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t=\cot x \Rightarrow \mathrm{d}t=-\dfrac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x \end{cases}.$

a) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{(1+\tan x)^2}{\cos^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

b) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sqrt{2+3\tan x}}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

c) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{(\cos x+e^{\tan x})\sin x}{\cos^3 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

d) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\tan^4 x}{\cos 2x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

e) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{\mathrm{d}x}{\sin x\cos^3 x}$. .....

.....

.....

.....

f) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{1}{5\cos^2 x-8\sin x\cos x+3\sin^2 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

g) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{1}{\sin^2 x+3\sin x\cos x+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

h) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x}{2\cos x+5\cos^2 x\sin x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

i) Tính $I=\int\limits_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x(2-\sin 2x)}{\cos^3 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

j) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\tan^3 x-3}{\sin^2 x-\sin 2x-3\cos^2 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

k) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{1+\sin 2x}{2\sin x\cos^3 x+\cos^4 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

l) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin^4 x+1}{\cos^4 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

m) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{1}{\cos^4 x\sin^2 x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

n) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{1}{\cos x\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

o) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\dfrac{1}{\sin x\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

p) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x}{(\sin x+\cos x)^3}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

<u>BT 9.</u> **Nhóm 9**: Tính $\int\limits_a^b f(\sin x\pm\cos x).(\sin x\pm\cos x)\mathrm{d}x\xrightarrow{PP}$ Đặt $t=\sin x\pm\cos x$.

a) Tính $I=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$. .....

.....

b) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x+3}\mathrm{d}x$. .....

.....

c) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos 2x}{\sin x+\cos x+2}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

d) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos 2x}{(\sin x-\cos x+3)^3}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

e) Tính $I = \int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{1+\sin 2x+\cos 2x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

f) Tính $I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sqrt{2}(\sin x-\cos x)}{\sin 2x+2(1+\sin x+\cos x)}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\cos 2x}{(\sin x+\cos x+2)^3}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

h) Tính $I = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sin x+\cos x}{3+\sin 2x}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

.....

i) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin 4x}{\sqrt{5-4\sin x-\cos^2 x}+\cos x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

j) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos^2 x(1+\cos x)-\sin^2 x(1+\sin x)}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

k) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{3\cos 2x-\sin 4x}{2-\sin x-\cos x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

l) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos 2x}{2-\sqrt{1+\sin x-\cos x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

m) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{4(\sin x+\cos x)-\cos 2x}{2(\sin x-\cos x-1)-\sin 2x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

n) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos 2x}{(1+\sin 2x)\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

<u>BT 10.</u> Nhóm 10: Tính $\int\limits_{a}^{b}f(\sin^2 x;\cos^2 x)\sin 2x\mathrm{d}x\xrightarrow{PP}$ Đặt $\begin{bmatrix}t=\sin^2 x\Rightarrow \mathrm{d}t=\sin 2x\mathrm{d}x\\ t=\cos^2 x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\sin 2x\mathrm{d}x\end{bmatrix}$.

a) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{\sin 2x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

b) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}e^{\sin^2 x}\sin 2x\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

c) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin 4x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

d) Tính $I=\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x(1+\sin^2 x)^3\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

e) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin 2x}{\sqrt{\cos^2 x+4\sin^2 x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

f) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cos x}{\sqrt{4\cos^2 x+9\sin^2 x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

g) Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x\cos x}{\sqrt{b^2\cos^2 x+c^2\sin^2 x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

<u>BT 11.</u> Nhóm 11: Tính $I=\int\limits_\alpha^\beta f(\sqrt{a^2-x^2})x^{2n}\mathrm{d}x\xrightarrow{PP}$ Đặt $x=a\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=a\cos t\mathrm{d}t.$

a) Tính $I=\int\limits_0^1\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

b) Tính $I=\int\limits_{-\frac{1}{2}}^1\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int\limits_0^2 x^2\sqrt{4-x^2}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

d) Tính $I = \int\limits_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

e) Tính $I = \int\limits_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

f) Tính $I = \int\limits_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

g) Tính $I = \int\limits_0^2 \sqrt{2x-x^2}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

h) Tính $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{2}\sqrt{x-x^2}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

i) Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{x^2}{\sqrt{3+2x-x^2}}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

<u>BT 12.</u> Nhóm 12: $I=\int\limits_{\alpha}^{\beta}f\left((\sqrt{x^2+a^2})^m\right)x^{2n}\mathrm{d}x\xrightarrow{PP}x=a\tan t\Rightarrow\mathrm{d}x=a(1+\tan^2 t)\mathrm{d}t.$

a) Tính $I=\int\limits_{0}^{1}\frac{1}{1+x^2}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

b) Tính $I=\int\limits_{2}^{2\sqrt{3}}\frac{3\sqrt{3}}{x^2+4}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

c) Tính $I=\int\limits_{2}^{4}\frac{1}{x^2-2x+4}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

d) Tính $\int_0^1 \frac{1}{x^2+x+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

e) Tính $I=\int_0^1 \frac{x^3}{1+x^8}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

f) Tính $I=\int_0^2 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+4}}\cdot$ .....

.....

.....

.....

g) Tính $I=\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

h) Tính $I=\int_0^2 x^2\sqrt{x^2+4}\mathrm{d}x$. .....

.....

.....

.....

i) Tính $I=\int_0^{\sqrt{3}} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{3+x^2}}\cdot$ .....

.....

.....

.....

j) Tính $I = \int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

k) Tính $I = \int\limits_0^2 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{x^2+2x+4}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

l) Tính $I = \int\limits_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{(1+x^2)^3}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

m) Tính $I = \int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{\sqrt{3+x^2}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

<u>BT 13.</u> Nhóm 13:

- $\int\limits_{\alpha}^{\beta} f\left(\sqrt{\dfrac{a\pm x}{a\mp x}}\right)\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} x = a\cos 2t$
- $\int\limits_{\alpha}^{\beta} \dfrac{\mathrm{d}x}{(a+bx^n)\sqrt[n]{a+bx^n}} \xrightarrow{PP} x = \dfrac{1}{t}$
- $\int\limits_{\alpha}^{\beta} R\left[\sqrt[s_1]{ax+b},..,\sqrt[s_k]{ax+b}\right]\mathrm{d}x \xrightarrow{PP} t^n = ax+b,\ n: BCNN\ \{s_1;s_2;...;s_k\}$
- $\int\limits_{\alpha}^{\beta} \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{(ax+b)(cx+d)}} \xrightarrow{PP} t = \sqrt{ax+b}+\sqrt{cx+d}$

a) Tính $I = \int\limits_{1}^{64} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

b) Tính $I = \int\limits_{0}^{1} \dfrac{\sqrt[4]{x}}{1+\sqrt{x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

c) Tính $I = \int\limits_{1}^{27} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt[3]{x^2}}\mathrm{d}x.$

.....

.....

.....

d) Tính $I = \int\limits_{1}^{2} \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}+4\sqrt{x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

e) Tính $I=\int\limits_0^2\sqrt{\dfrac{2-x}{x+2}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

f) Tính $I=\int\limits_0^1\sqrt{\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

g) Tính $I=\int\limits_1^2\dfrac{1}{x^2}\sqrt{\dfrac{2-x}{2+x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

h) Tính $I=\int\limits_0^1\sqrt{\dfrac{3-x}{1+x}}\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

i) Tính $I=\int\limits_0^1\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4x+3}}\,\mathrm{d}x.$ .....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

☆☆☆

Câu 1. **(Đề Minh Họa lần 3 – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Tính tích phân $I=\int\limits_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $I=2\int\limits_1^3\sqrt{u}\mathrm{d}u.$ **B.** $I=\int\limits_1^2\sqrt{u}\mathrm{d}u.$ **C.** $I=\int\limits_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u.$ **D.** $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^2\sqrt{u}\mathrm{d}u.$

Câu 2. Cho $I=\int\limits_1^2 x\sqrt{4-x^2}\mathrm{d}x$ và $t=\sqrt{4-x^2}$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $I=\sqrt{3}.$ **B.** $I=\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{\sqrt{3}}.$ **C.** $I=\int\limits_0^{\sqrt{3}}t^2\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\left.\frac{t^3}{3}\right|_0^{\sqrt{3}}.$

Câu 3. Cho $I=\int\limits_0^a\frac{\mathrm{d}x}{a^2+x^2}$ với $a>0$ và đặt $x=a\tan t.$ Tìm mệnh đề **sai** ?

A. $I=\int\limits_0^a\frac{1}{a}\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{a}\mathrm{d}t.$

C. $a^2+x^2=a^2(1+\tan^2 t).$ **D.** $\mathrm{d}x=a(1+\tan^2 t)\mathrm{d}t.$

Câu 4. Khi đổi biến $x=\sqrt{3}\tan t,$ tích phân $I=\int\limits_0^1\frac{\mathrm{d}x}{x^2+3}$ trở thành tích phân nào ?

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{3}\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sqrt{3}}{3}\mathrm{d}t.$ **C.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{3}t\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{1}{t}\mathrm{d}t.$

Câu 5. Cho $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\cos x\mathrm{d}x$ và $u=\sin x.$ Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $I=\int\limits_0^1 u^2\mathrm{d}u.$ **B.** $I=2\int\limits_0^1 u\mathrm{d}u.$ **C.** $I=-\int\limits_{-1}^0 u^2\mathrm{d}u.$ **D.** $I=-\int\limits_0^1 u^2\mathrm{d}u.$

Câu 6. Cho $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}e^{\sin x}\cos x\mathrm{d}x$ và $\sin x=t.$ Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}e^t\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\limits_0^1\mathrm{d}t.$ **C.** $I=-\int\limits_0^1 e^t\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\int\limits_0^1 e^t\mathrm{d}t.$

Câu 7. Cho tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^3\frac{\mathrm{d}x}{(x+1)\sqrt{2x+3}}$ và đặt $t=\sqrt{2x+3},$ ta được $I=\int\limits_2^3\frac{m}{t^2+n}\mathrm{d}t$ với $m,\ n$ là những số nguyên. Tính $T=3m+n.$

A. $T=7.$ **B.** $T=2.$ **C.** $T=4.$ **D.** $T=5.$

Câu 8. Cho $I=\int\limits_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}\mathrm{d}x$ và đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=\frac{2}{3}\int\limits_1^e t^2\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\frac{2}{3}\int\limits_1^2 t\mathrm{d}t.$ **C.** $I=\frac{2}{3}\int\limits_1^2 t^2\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\frac{2}{3}\int\limits_1^e t\mathrm{d}t.$

Câu 9. Cho $I=\int\limits_0^3 \frac{x}{1+\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$ và đặt $t=\sqrt{x+1}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=\int\limits_1^2 (t^2+t)\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\limits_1^2 (2t^2+2t)\mathrm{d}t.$

C. $I=\int\limits_1^2 (t^2-t)\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\int\limits_1^2 (2t^2-2t)\mathrm{d}t.$

Câu 10. Cho $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos x}}\mathrm{d}x$ và đặt $t=\sqrt{1+\cos x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^1 \frac{4t^3-4t}{t}\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^1 \frac{-4t^3+4t}{t}\mathrm{d}t.$

C. $I=4\int\limits_1^{\sqrt{2}} (t^2-1)\mathrm{d}t.$ **D.** $I=4\int\limits_1^{\sqrt{2}} (1-t^2)\mathrm{d}t.$

Câu 11. Cho $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\sin^2 x}\sin x\cos^3 x\mathrm{d}x$ và đặt $t=\sin^2 x$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=\frac{1}{2}\left[\int\limits_0^1 e^t\mathrm{d}t+\int\limits_0^1 te^t\mathrm{d}t\right].$ **B.** $I=\frac{1}{2}\left[\int\limits_0^1 e^t\mathrm{d}t-\int\limits_0^1 te^t\mathrm{d}t\right].$

C. $I=2\left[\int\limits_0^1 e^t\mathrm{d}t+\int\limits_0^1 te^t\mathrm{d}t\right].$ **D.** $I=2\left[\int\limits_0^1 e^t\mathrm{d}t-\int\limits_0^1 te^t\mathrm{d}t\right].$

Câu 12. Cho $I=\int\limits_0^1 \sqrt[3]{1-x}\mathrm{d}x$ và đặt $t=\sqrt[3]{1-x}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=3\int\limits_0^1 t\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t.$ **C.** $I=3\int\limits_0^1 t^2\mathrm{d}t.$ **D.** $I=3\int\limits_0^1 t^3\mathrm{d}t.$

Câu 13. Cho $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} (2\sin^2 x-1)^4\sin 4x\mathrm{d}x$ và đặt $t=\cos 2x$. Khẳng định nào **đúng** ?

A. $I=\frac{1}{2}\int\limits_0^1 t^4\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{1}{2}} t^3\mathrm{d}t.$ **C.** $I=\int\limits_0^1 t^5\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\int\limits_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} t^4\mathrm{d}t.$

Câu 14. Cho $I=\int\limits_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ và đặt $u=x^2-1$. Tìm khẳng định **sai** ?

A. $I=\int\limits_1^2\sqrt{u}\,\mathrm{d}u.$ **B.** $I=\dfrac{2}{3}\sqrt{27}.$ **C.** $I=\int\limits_0^3\sqrt{u}\,\mathrm{d}u.$ **D.** $I=\dfrac{2}{3}u\sqrt{u}\Big|_0^3.$

Câu 15. Cho $I=\int\limits_1^e\dfrac{\ln x}{x\sqrt{3\ln^2 x+1}}\mathrm{d}x$ và đặt $t=\sqrt{3\ln^2 x+1}$. Khẳng định nào **đúng** ?

A. $I=\dfrac{1}{3}\int\limits_1^2\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\dfrac{1}{2}\int\limits_1^4\dfrac{1}{t}\mathrm{d}t.$ **C.** $I=\dfrac{2}{3}\int\limits_1^{e^2}t\mathrm{d}t.$ **D.** $I=\dfrac{1}{4}\int\limits_1^e\dfrac{t-1}{t}\mathrm{d}t.$

Câu 16. Cho $I=\int x(1-x^2)^{10}\mathrm{d}x$ và đặt $u=1-x^2$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=-2\int u^{10}\mathrm{d}u.$ **B.** $I=\int 2u^{10}\mathrm{d}u.$ **C.** $I=\dfrac{1}{2}\int u^{10}\mathrm{d}u.$ **D.** $I=-\dfrac{1}{2}\int u^{10}\mathrm{d}u.$

Câu 17. Cho $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\sin 2x}{\cos^4 x+\sin^4 x}\mathrm{d}x$ và đặt $t=\cos 2x$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=\int\limits_0^1\dfrac{-1}{t^2+1}\mathrm{d}t.$ **B.** $I=\int\limits_0^1\dfrac{1}{t^2+1}\mathrm{d}t.$ **C.** $I=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1\dfrac{\mathrm{d}t}{t^2+1}.$ **D.** $I=\int\limits_0^1\dfrac{2}{t^2+1}\mathrm{d}t.$

Câu 18. Cho $I=\int\limits_1^{\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x^2}\mathrm{d}x$ và đặt $t=\dfrac{\sqrt{1+x^2}}{x}.$ Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=-\int\limits_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\dfrac{t^2\mathrm{d}t}{t^2-1}.$ **B.** $I=\int\limits_2^3\dfrac{t^2\mathrm{d}t}{t^2+1}.$ **C.** $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\dfrac{t\mathrm{d}t}{t^2-1}.$ **D.** $I=\int\limits_{\sqrt{2}}^{\frac{2}{\sqrt{3}}}\dfrac{t\mathrm{d}t}{1-t^2}.$

Câu 19. Cho $I=\int\limits_0^3\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2+16}}$ và đặt $t=x+\sqrt{x^2+16}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=\int\limits_4^8\dfrac{\mathrm{d}t}{t}.$ **B.** $I=\int\limits_4^8 t\mathrm{d}t.$ **C.** $I=\int\limits_4^5\dfrac{\mathrm{d}t}{t}.$ **D.** $I=\int\limits_4^5 t\mathrm{d}t.$

Câu 20. Tìm tham số m thỏa mãn $\int\limits_0^{\ln m}\dfrac{e^x\mathrm{d}x}{e^x+2}=\ln 2.$

A. $m=\dfrac{1}{2}.$ **B.** $m=2.$ **C.** $m=4.$ **D.** $m=0,\ m=4.$

Câu 21. Cho n là số tự nhiên thỏa $\int\limits_0^1(x^2-1)^n x\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{20}.$ Tính tích phân $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^n x\cos x\mathrm{d}x.$

A. $\dfrac{1}{10}.$ **B.** $\dfrac{1}{15}.$ **C.** $\dfrac{1}{5}.$ **D.** $\dfrac{1}{20}.$

Câu 22. Biết $\int\limits_0^{\sqrt{7}}\dfrac{x^3\mathrm{d}x}{\sqrt[3]{1+x^2}}=\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,\ b$ là số nguyên dương. Tính $a-7b.$

A. $2.$ **B.** $1.$ **C.** $0.$ **D.** $-1.$

Câu 23. Biết $\int\limits_{\ln 3}^{\ln 6} \dfrac{\mathrm{d}x}{e^x+2e^{-x}-3} = 3\ln a - \ln b$ với $a,\ b$ là các số nguyên dương. Tìm $P = ab$.

A. $P = 10$. **B.** $P = -10$. **C.** $P = 15$. **D.** $P = 20$.

Câu 24. Biết $\int\limits_{1}^{5} \dfrac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{3x+1}} = a\ln 3 + b\ln 5$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $a^2+ab+3b^2$.

A. 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 25. Biết $\int\limits_{0}^{4} \dfrac{1}{3+\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x = a + b\ln\dfrac{2}{3}$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $a+b=3$. **B.** $a-b=3$. **C.** $a-b=5$. **D.** $a+b=5$.

Câu 26. Cho m là số thực dương thỏa $\int\limits_{0}^{m} \dfrac{x}{(1+x^2)^3}\mathrm{d}x = \dfrac{3}{16}\cdot$ Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. $m \in \left(3;\dfrac{7}{2}\right)\cdot$ **B.** $m \in \left(0;\dfrac{3}{2}\right)\cdot$ **C.** $m \in \left(\dfrac{3}{2};3\right)\cdot$ **D.** $m \in \left(\dfrac{7}{2};5\right)\cdot$

Câu 27. Biết $\int\limits_{0}^{1} \dfrac{\mathrm{d}x}{e^x+1} = a + b\ln\dfrac{1+e}{2}$ với $a,\ b$ là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3+b^3$.

A. $S=2$. **B.** $S=-2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=1$.

Câu 28. Biết $\int\limits_{1}^{e} \dfrac{\ln x}{x(\ln x+2)^2}\mathrm{d}x = \ln a + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $2a+3b=3$. **B.** $\dfrac{1}{a}-b=1$. **C.** $4a^2+9b^2=11$. **D.** $2ab=1$.

Câu 29. Biết $\int\limits_{0}^{1} \dfrac{x^3}{x^2+1}\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{a+1}\ln 2$ với $a \in \mathbb{R}$ và $a \neq 1$. Tìm a.

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=0$. **D.** $a=0$.

Câu 30. Biết $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos x}{\sin^2 x - 5\sin x + 6}\mathrm{d}x = a\ln\dfrac{4}{c} + b$ với $a,b \in \mathbb{Q}$ và $c>0$. Tìm $S = a+b+c$.

A. $S=3$. **B.** $S=4$. **C.** $S=0$. **D.** $S=1$.

Câu 31. Tính tích phân $I = \int\limits_{0}^{e} x\sqrt{e+x^2}\,\mathrm{d}x$.

A. $(e+e^2)\sqrt{e+e^2} - e\sqrt{e}$. **B.** $e^2\sqrt{e+e^2} - e\sqrt{e}$.

C. $\dfrac{1}{3}\left[(e+e^2)\sqrt{e+e^2} - e\sqrt{e}\right]$. **D.** $\dfrac{1}{3}(e^2\sqrt{e+e^2} - e\sqrt{e})$.

Câu 32. Tìm tất cả các số thực dương m thỏa mãn $\int\limits_{0}^{m} \dfrac{x^2}{x+1}\mathrm{d}x = \ln 2 - \dfrac{1}{2}\cdot$

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m>3$. **D.** $m=3$.

Câu 33. Tìm tham số a thỏa mãn $\int\limits_0^a \frac{e^x}{e^x+1}\mathrm{d}x = \ln\frac{3}{2}$.

A. $a=1$. **B.** $a=2$. **C.** $a=\ln 2$. **D.** $a=\ln 3$.

Câu 34. Cho số thực m thỏa $\int\limits_1^e \frac{1+m\ln t}{t}\mathrm{d}t = 0$. Hỏi m thỏa mãn tính chất nào sau đây ?

A. $-5 \le m \le 0$. **B.** $m \ge -1$. **C.** $-6 < m < -4$. **D.** $m < -2$.

Câu 35. Tính tích phân $\int\limits_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{3^{2018}-2^{2018}}{2018}$. **B.** $\frac{3^{2018}-2^{2018}}{4036}$. **C.** $\frac{3^{2017}}{4034}-\frac{2^{2018}}{2017}$. **D.** $\frac{3^{2021}-2^{2021}}{4040}$.

Câu 36. Tìm tham số m thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^m x\cos x\mathrm{d}x = \frac{1}{64}$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 37. Biết $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x+1}\mathrm{d}x = a\ln 2 + b\ln 3$ với $a,\ b \in \mathbb{Q}$. Tính $T = ab$.

A. $T=2$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=-4$. **D.** $T=3$.

Câu 38. Biết $\int\limits_1^{64} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} = a\ln\frac{2}{3} + b$ với $a,\ b \in \mathbb{Z}$. Tính $a-b$.

A. -17. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 17.

Câu 39. Biết $\int\limits_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}-5}\mathrm{d}x = a + b\ln 2$ với $a,\ b$ là số nguyên. Tính $S = a+b$.

A. $S=3$. **B.** $S=-3$. **C.** $S=5$. **D.** $S=7$.

Câu 40. Tính tích phân $I = \int\limits_0^1 \frac{x}{x^2+1}\mathrm{d}x$.

A. $I = \frac{1}{2}\ln 2$. **B.** $I = -1+\ln 2$. **C.** $I = \ln 2$. **D.** $I = \frac{\ln 2 - 1}{2}$.

Câu 41. Biết $\int\limits_1^5 \frac{1}{1+\sqrt{3x+1}}\mathrm{d}x = a + b\ln 3 + c\ln 5$ với $a,\ b,\ c \in \mathbb{Z}$. Tìm $a+b+c$.

A. $a+b+c = \frac{4}{3}$. **B.** $a+b+c = \frac{5}{3}$. **C.** $a+b+c = \frac{7}{3}$. **D.** $a+b+c = \frac{8}{3}$.

Câu 42. Tính tích phân $\int\limits_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{1-2\alpha\cos x+\alpha^2}}\mathrm{d}x$ với $\alpha > 1$.

A. 2. **B.** $\frac{\alpha}{2}$. **C.** 2α. **D.** $\frac{2}{\alpha}$.

Câu 43. Tính tích phân $I=\int\limits_0^a \dfrac{x^3+x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x$.

A. $I=(a^2+1)\sqrt{a^2+1}-1$. **B.** $I=\dfrac{1}{3}\left[(a^2+1)\sqrt{a^2+1}+1\right]$.

C. $I=(a^2+1)\sqrt{a^2+1}+1$. **D.** $I=\dfrac{1}{3}\left[(a^2+1)\sqrt{a^2+1}-1\right]$.

Câu 44. Cho $I=\int\limits_0^\alpha \dfrac{\mathrm{d}x}{1+\tan x}$ và $J=\int\limits_0^\alpha \dfrac{\sin x\mathrm{d}x}{\cos x+\sin x}$ với $\alpha\in\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$. Tìm khẳng định **sai** ?

A. $I=\int\limits_0^\alpha \dfrac{\cos x}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}x$. **B.** $I-J=\ln\left|\sin\alpha+\cos\alpha\right|$.

C. $I=\ln\left|1+\tan\alpha\right|$. **D.** $I+J=\alpha$.

Câu 45. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{4\sin x+1}\cos x\mathrm{d}x=-\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}\sqrt{3}$ với $\dfrac{a}{b}$; $\dfrac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}$.

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Câu 46. Biết $\int\limits_0^{\ln 2}\left(x+\dfrac{1}{2e^x+1}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\ln^a 2+b\ln 2+c\ln\dfrac{5}{3}$ với $a,\ b,\ c\in\mathbb{Z}$. Tính $a+b-c$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 47. Có bao nhiêu số $a\in(0;20\pi)$ thỏa mãn $\int\limits_0^a \sin^5 x\sin 2x\mathrm{d}x=\dfrac{2}{7}$.

A. 20. **B.** 19. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị của $a\in\left[\dfrac{\pi}{4};2\pi\right]$ thỏa mãn $\int\limits_0^a \dfrac{\sin x}{\sqrt{1+3\cos x}}\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 49. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\dfrac{\cos x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x=a\pi+b\ln 2$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Tính $\dfrac{a}{b}$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 50. Biết $\int\limits_1^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1}\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}(a-\sqrt{b})$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}^+$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $a=2b$. **B.** $a<b$. **C.** $a=b$. **D.** $a=3b$.

Câu 51. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 x^2\sqrt{x^3+1}\mathrm{d}x$.

A. $I=-\dfrac{16}{9}$. **B.** $I=\dfrac{52}{9}$. **C.** $I=\dfrac{16}{9}$. **D.** $I=-\dfrac{52}{9}$.

Câu 52. Biết $\int\limits_1^2 x\sqrt{x+1}\mathrm{d}x = a\sqrt{3}+b\sqrt{2}$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Tính $S=a+b$.

A. $S=\dfrac{4}{3}\cdot$ **B.** $S=\dfrac{13}{15}\cdot$ **C.** $S=-\dfrac{8}{15}\cdot$ **D.** $S=-\dfrac{1}{15}\cdot$

Câu 53. Cho tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x\cos x\mathrm{d}x$. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $I=0$. **B.** $I=1$. **C.** $3I-1=0$. **D.** $24I-\pi^3=0$.

Câu 54. Biết $\int\limits_1^e \dfrac{\ln x\sqrt{1+3\ln x}}{x}\mathrm{d}x=\dfrac{a}{b}$ với $a,\ b$ là hai số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $a-b$.

A. -19. **B.** -18. **C.** -2. **D.** -21.

Câu 55. Biết $\int\limits_1^4 \dfrac{\mathrm{d}x}{x(1+\sqrt{x})}=a\ln 2-b\ln 3$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Tính

A. 12. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 56. Biết $\int\limits_1^2 \dfrac{x^2+2\ln x}{x}\mathrm{d}x=\dfrac{a}{b}+\ln^c 2$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $c\in\mathbb{Q}$. Tìm $a+b^2+c^3$.

A. 15. **B.** 37. **C.** 25. **D.** 54.

Câu 57. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (x+\sin^2 x)\cos x\mathrm{d}x=-\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}\pi$ với $\dfrac{a}{b};\ \dfrac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}\cdot$

A. $\dfrac{11}{10}\cdot$ **B.** $\dfrac{2}{3}\cdot$ **C.** $\dfrac{11}{6}\cdot$ **D.** $\dfrac{7}{6}\cdot$

Câu 58. Biết $\int\limits_1^2 \dfrac{4\ln x+1}{x}\mathrm{d}x=a\ln^2 2+b\ln 2$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Tính $4a+b$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 59. Biết $\int\limits_0^2 \dfrac{1}{x^2+4}\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{b}+c$ với $b,\ c\in\mathbb{Z}$ và $b\neq 0$. Tính $b+c$.

A. 5. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 60. Tính tích phân $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\cos x)^n\sin x\mathrm{d}x$ với $n\in\mathbb{N}^*$.

A. $I=\dfrac{1}{n-1}\cdot$ **B.** $I=\dfrac{1}{2n}\cdot$ **C.** $I=\dfrac{1}{n+1}\cdot$ **D.** $I=\dfrac{1}{n}\cdot$

Câu 61. Biết $\int\limits_0^1 \dfrac{x}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x=\dfrac{a}{b}-\dfrac{c}{d}\sqrt{2}$ với $\dfrac{a}{b};\ \dfrac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}\cdot$

A. $\dfrac{9}{4}\cdot$ **B.** $\dfrac{7}{4}\cdot$ **C.** 2. **D.** $\dfrac{13}{2}\cdot$

Câu 62. Tính tích phân $\int\limits_0^{\frac{a}{2}} \sqrt{\dfrac{x}{a-x}}\mathrm{d}x$.

A. $a\pi+\dfrac{a}{2}$. **B.** $a\pi-\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\pi}{4}+\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\pi}{4}-\dfrac{a}{2}$.

Câu 63. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^4+1}$. Tính tích phân $\int\limits_0^2 f'(x)f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\sqrt{17}-1$. **B.** $\dfrac{\sqrt{17}-1}{2}$. **C.** $\dfrac{17}{2}$. **D.** 8.

Câu 64. Tìm số thực m thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{a}} \dfrac{\cos 2x}{1+2\sin 2x}\mathrm{d}x=\dfrac{1}{4}\ln 3$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 65. Tính tích phân $\int\limits_0^1 (1-x^2)^n x\mathrm{d}x$ với $n\in\mathbb{N}^*$.

A. $\dfrac{1}{2n+2}$. **B.** $\dfrac{1}{2n+1}$. **C.** $\dfrac{1}{2n}$. **D.** $\dfrac{1}{2n-1}$.

Câu 66. Biết $\int\limits_1^{e^2} \dfrac{3\ln x-2}{x(\ln x+1)}\mathrm{d}x=a+b\ln 3$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Tính a^2+b^2.

A. 45. **B.** 25. **C.** 52. **D.** 61.

Câu 67. Biết $\int\limits_0^1 x\sqrt{1+x^2}\mathrm{d}x=-\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}\sqrt{2}$ với $\dfrac{a}{b};\ \dfrac{c}{d}$ là phân số tối giản. Tính $\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{d}$.

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 68. Biết $\int\limits_0^4 \dfrac{1}{3+\sqrt{2x+1}}\mathrm{d}x=a+b\ln\dfrac{2}{3}$ với $a,\ b\in\mathbb{Z}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. $a+b=3$. **B.** $a-b=3$. **C.** $a-b=5$. **D.** $a+b=5$.

Câu 69. Tính tích phân $\int\limits_0^1 \dfrac{(7x-1)^{99}}{(2x+1)^{101}}\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{2^{100}-1}{900}$. **B.** $\dfrac{2^{101}-1}{900}$. **C.** $\dfrac{2^{99}-1}{900}$. **D.** $\dfrac{2^{98}-1}{900}$.

Câu 70. Tính tích phân $\int\limits_0^1 \dfrac{x^7}{(1+x^2)^5}\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{1}{2}\int\limits_1^2 \dfrac{(t-1)^3}{t^5}\mathrm{d}t$. **B.** $\int\limits_1^3 \dfrac{(t-1)^3}{t^5}\mathrm{d}t$. **C.** $\dfrac{1}{2}\int\limits_1^2 \dfrac{(t-1)^3}{t^4}\mathrm{d}t$. **D.** $\dfrac{3}{2}\int\limits_1^4 \dfrac{(t-1)^3}{t^4}\mathrm{d}t$.

Câu 71. Tính tích phân $\int\limits_1^2 \dfrac{x^{2001}}{(1+x^2)^{1002}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{1}{2002.2^{1001}}$. **B.** $\frac{1}{2001.2^{1001}}$. **C.** $\frac{1}{2001.2^{1002}}$. **D.** $\frac{1}{2002.2^{1002}}$.

Câu 72. Biết $\int_0^a \frac{1}{x^2+a^2}\mathrm{d}x = A$ và $\int_0^{b\pi} 2\mathrm{d}x = B$ với $a,\ b>0$. Tính $4aA+\frac{B}{2b}$.

A. 2π. **B.** π. **C.** 3π. **D.** 4π.

Câu 73. Tính $144m^2-1$, biết rằng $\int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4+2)^2}\mathrm{d}x = 2\sqrt{3}m$.

A. $-\frac{2}{3}$. **B.** $4\sqrt{3}-1$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 74. Cho $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\sqrt{3\sin x+1}\mathrm{d}x$, $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x\mathrm{d}x}{(\sin x+2)^2}$. Tìm khẳng định **sai** ?

A. $I_1 = \frac{14}{9}$. **B.** $I_1 > I_2$. **B.** $I_2 = 2\ln\frac{3}{2}+\frac{3}{2}$. **D.** $I_2 = 2\ln\frac{3}{2}-\frac{2}{3}$.

Câu 75. Tính tích phân $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{e^x-1+\sqrt{e^x-2}}\mathrm{d}x$.

A. $2\ln 2-1$. **B.** $2\ln 3-1$. **C.** $\ln 3-1$. **D.** $\ln 2-1$.

Câu 76. Tính tích phân $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{4-\pi}{3}$. **B.** $\frac{4-\pi}{2}$. **C.** $\frac{5-\pi}{3}$. **D.** $\frac{5-\pi}{2}$.

Câu 77. Tính tích phân $\int_0^4 \frac{x+1}{(1+\sqrt{1+2x})^2}\mathrm{d}x$.

A. $2\ln 2-\frac{1}{2}$. **B.** $2\ln 2-\frac{1}{3}$. **C.** $2\ln 2-\frac{1}{4}$. **D.** $\ln 2-\frac{1}{2}$.

Câu 78. Tính tích phân $\int_0^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3}\mathrm{d}x$.

A. $3+3\ln\frac{3}{2}$. **B.** $3+6\ln\frac{3}{2}$. **B.** $-3+6\ln\frac{3}{2}$. **D.** $-3+3\ln\frac{3}{2}$.

Câu 79. Tính tích phân $I = \int_0^3 \frac{2x^2+x-1}{\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{53}{5}$. **B.** $\frac{54}{5}$. **C.** $\frac{52}{5}$. **D.** $\frac{51}{5}$.

Câu 80. Tính tích phân $\int_0^1 \frac{2x^2}{(x+1)\sqrt{x+1}}\mathrm{d}x$.

A. $\frac{16-10\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{16-11\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{16-10\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{16-11\sqrt{2}}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

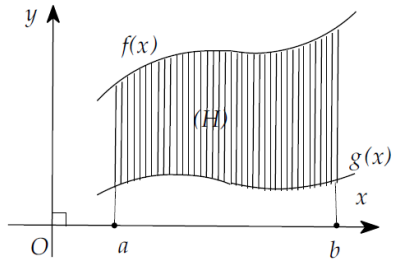
1.C	2.B	3.A	4.B	5.A	6.D	7.D	8.C	9.D	10.C
11.B	12.D	13.C	14.A	15.A	16.D	17.B	18.A	19.A	20.C
21.A	22.B	23.A	24.B	25.D	26.B	27.C	28.B	29.A	30.B
31.C	32.B	33.C	34.A	35.B	36.A	37.B	38.C	39.B	40.A
41.A	42.D	43.D	44.C	45.B	46.C	47.D	48.B	49.D	50.A
51.B	52.A	53.C	54.A	55.B	56.A	57.D	58.D	59.B	60.C
61.C	62.D	63.A	64.C	65.A	66.D	67.C	68.D	69.A	70.A
71.A	72.A	73.A	74.B	75.B	76.B	77.C	78.B	79.B	80.D

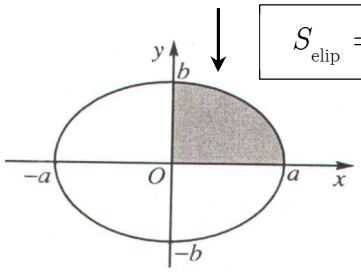
§ 3. ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

Dạng toán 1. Diện tích hình phẳng và bài toán liên quan

☆☆☆

Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases}(C_1): y=f(x)\\(C_2): y=g(x)\\x=a,\ x=b\ (a<b)\end{cases}$ thì diện tích của (H) được xác định bởi công thức $\boxed{S=\int_a^b \left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x}$ (xem lại tích phân hàm trị tuyệt đối)





$S_{\text{elip}}=\pi ab.$

$(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$

① **Phương pháp 1**. Phương pháp đại số (phương pháp tự luận)

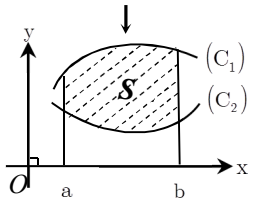
Giải phương trình hoành độ giao điểm $f(x)=g(x)$ tìm nghiệm $x_i\in[a;b]$.

Lập bảng xét dấu $f(x)-g(x)$, chẳng hạn:

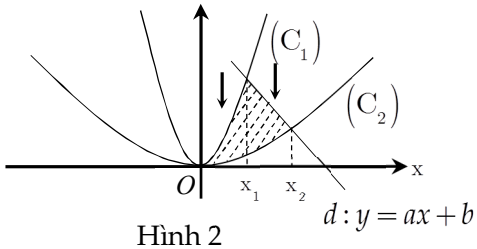
x	a		x_1		x_2		b
$f(x)-g(x)$	∥	$+$	0	$-$	0	$+$	∥

$$S=\int_a^b \left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_a^{x_1}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{x_1}^{x_2}\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{x_2}^{b}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x.$$

② **Phương pháp 2**. Phương pháp hình học (nếu 3 đường, ta nên sử dụng hình học).



Hình 1



Hình 2

Hình 1 do (C_1) nằm trên (C_2) nên $S=\int_a^b\left[f_1(x)-f_2(x)\right]\mathrm{d}x.$

Hình 2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường, trong $[0;x_1]$ thì (C_1) nằm trên (C_2) nằm dưới nên $S_1=\int_0^{x_1}\left[f_1(x)-f_2(x)\right]\mathrm{d}x$ và trong $[x_1;x_2]$ thì đường d nằm trên và (C_2) nằm dưới nên $S_2=\int_{x_1}^{x_2}\left[(ax+b)-f_2(x)\right]\mathrm{d}x.$ Khi đó diện tích hình 2 là $S=S_1+S_2$ là phần gạch sọc như hình vẽ.

BT 1. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau:

a) $(H):\{y=x^3+11x-6,\ y=6x^2,\ x=0,\ x=2\}$.

Lời giải tham khảo

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+11x-6=6x^2 \Leftrightarrow x=1,\ x=2,\ x=3\ (L)$.

$$S=\int_0^2\left|x^3+11x-6-6x^2\right|=\left|\int_0^1(x^3-6x^2+11x-6)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_1^2(x^3-6x^2+11x-6)\mathrm{d}x\right|$$

$$=-\int_0^1(x^3-6x^2+11x-6)\mathrm{d}x+\int_1^2(x^3-6x^2+11x-6)\mathrm{d}x=\frac{5}{2}\cdot$$

Lưu ý: Trắc nghiệm, ta có thể bấm máy tính $S=\int_0^2\left|(x^3+11x-6)-(6x^2)\right|\mathrm{d}x=\frac{5}{2}\cdot$

b) $(H):\{y=x^3-x,\ y=2x,\ x=-1,\ x=1\}$. .....

.....

.....

c) $(H):\{y=x,\ y=x+\sin^2 x,\ x=0,\ x=\pi\}$. .....

.....

.....

d) $(H):\{y=\sin x,\ y=\cos x,\ x=0,\ x=\pi\}$. .....

.....

.....

e) $(H):\{y=x^3-4x,\ Ox,\ x=-2,\ x=5\}$. .....

.....

.....

f) $(H):\{y=x^4-3x^2-4,\ Ox,\ x=0;\ x=3\}$. .....

.....

.....

g) $(H):\{y=\cos^2 x,\ Ox,\ Oy,\ x=\pi\}$. .....

.....

.....

h) $(H):\{y=x^3-x,\ y=x-x^2\}$.

Lời giải tham khảo

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-x=x-x^2\Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=1\end{array}\right.$

$$S=\int\limits_{-2}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}(x^3+x^2-2x)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}(x^3+x^2-2x)\mathrm{d}x=\frac{37}{12}\cdot$$

Lưu ý: Trắc nghiệm, ta có thể bấm máy tính $S=\int\limits_{-2}^{1}\left|x^3+x^2-2x\right|\mathrm{d}x=\frac{37}{12}\cdot$

i) $(H):\{y=x^2+2x,\ y=x^3\}$. .....

.....

.....

.....

j) $(H):\{y=-2x^3+x^2+x+5,\ y=x^2-x+5\}$. .....

.....

.....

.....

.....

k) $(H):\{y=x^4-10x^2+9,\ Ox\}$. .....

.....

.....

.....

.....

l) $(H):\{y=(e+1)x,\ y=(1+e^x)x\}$. .....

.....

.....

.....

.....

BT 2. Tính diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường sau:

a) $(H):\{y=\sqrt{x+1},\ y=5-x,\ y=1\}$. .....

.....

.....

.....

.....

b) $(H):\{y=\sqrt{x+2},\ y=4-x,\ y=1\}$. .....

.....

.....

.....

.....

c) $(H):\{y=\sqrt{x};\ y=2-x;\ y=0\}$. .....

.....

.....

.....

.....

d) $(H):\{y=x^3-3x,\ y=1,\ y=x\}$. .....

.....

.....

.....

.....

e) $(H):\Big\{y=\min\{x;\ 2x-1;\ 4-x\},\ Ox\Big\}$. .....

.....

.....

.....

.....

f) $(H):\Big\{y=\min\{x^2-2x+1;\ 2x+1\},\ Ox\Big\}$. .....

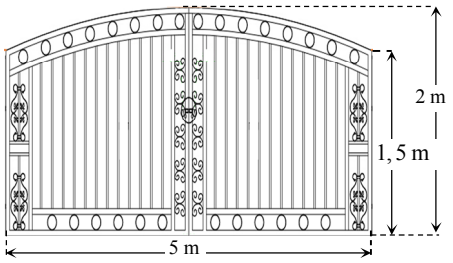
.....

.....

.....

.....

BT 3. Ông Khang muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một parabol. Giá $1\,(\mathrm{m}^2)$ của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông Khang phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng phần nghìn).



.....

.....

.....

.....

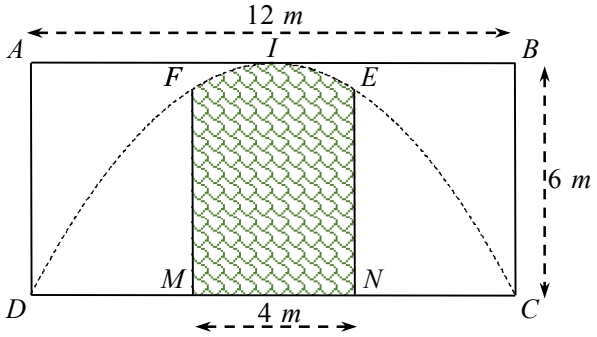
.....

.....

.....

.....

BT 4. Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNEIF$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC = 6\mathrm{m}$, chiều dài $CD = 12\mathrm{m}$ (hình vẽ bên). Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật với $MN = 4\mathrm{m}$, cung $\overset{\frown}{EIF}$ có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D. Kinh phí làm bức tranh là 900.000 đồng$/1\mathrm{m}^2$. Hỏi công ty X cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh đó ?



.....

.....

.....

.....

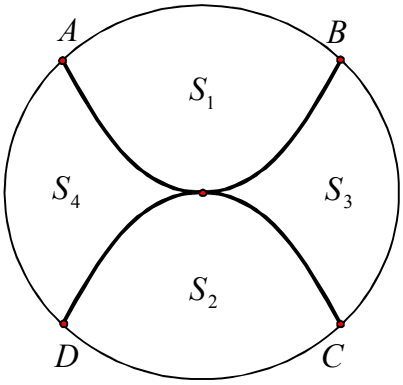
.....

.....

.....

.....

BT 5. Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O. Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần, bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O. Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4m (như hình vẽ). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ (diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng $/1\text{m}^2$, kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng$/1\text{m}^2$. Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó ? (Số tiền làm tròn đến hàng chục nghìn).

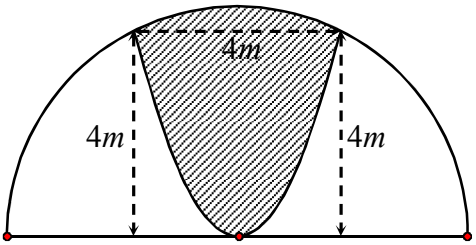


.....

.....

.....

BT 6. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}\ (\text{m})$. Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng bằng $4(\text{m})$, phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100.000 đồng$/1\text{m}^2$. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên phần đất đó ? (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

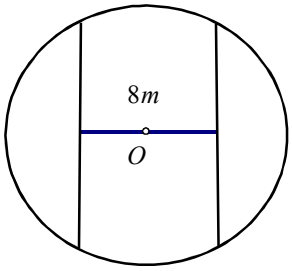


.....

.....

.....

BT 7. Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 8m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 8m nhận O làm tâm đối xứng (hình vẽ). Biết kinh phí trồng cây là 70.000 đồng$/1\text{m}^2$. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó ? (số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị).



.....

.....

.....

.....

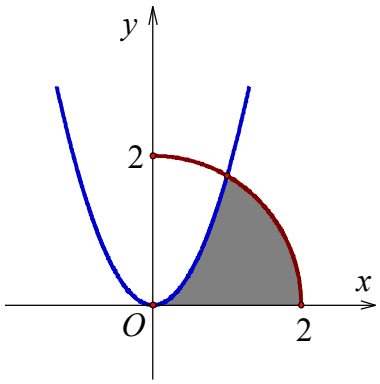
BT 8. **(Đề tham khảo Bộ GD & ĐT câu 31 năm 2018)** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng bao nhiêu ?

A. $\dfrac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$.

B. $\dfrac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$.

C. $\dfrac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$.

D. $\dfrac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

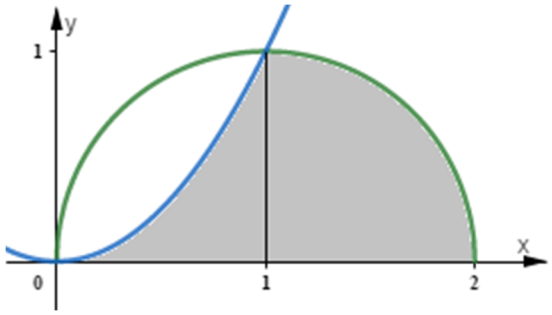
BT 9. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2$, cung tròn $y=\sqrt{1-(x-1)^2}$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của (H).

A. $S=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{1}{3}$.

B. $S=\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{1}{3}$.

C. $S=\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{3}$.

D. $S=\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{1}{3}$.



.....

.....

.....

.....

.....

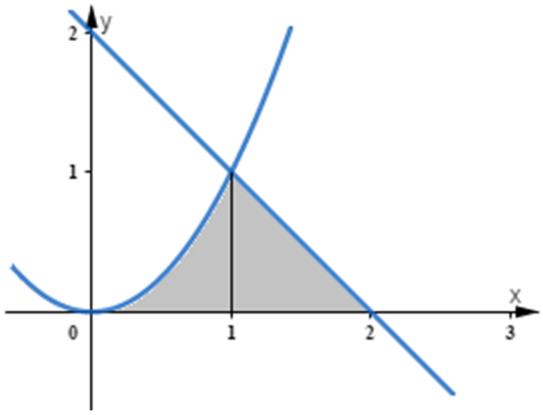
BT 10. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ (với $x \geq 0$), đường thẳng $y = 2 - x$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của (H).

A. $S = \frac{5}{6}$.

B. $S = \frac{6}{5}$.

C. $S = \frac{5}{12}$.

D. $S = \frac{12}{5}$.



.....

.....

.....

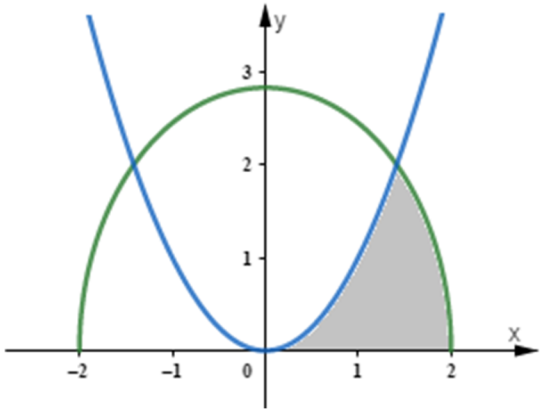
BT 11. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, cung elip $y = \sqrt{8 - 2x^2}$ với $0 \leq x \leq 2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của (H).

A. $S = \frac{\pi\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $S = \frac{\pi\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $S = \frac{\pi\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $S = \frac{\pi\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}$.



.....

.....

.....

.....

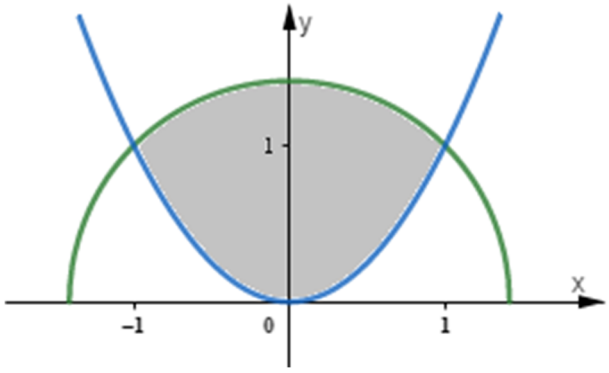
.....

.....

.....

.....

BT 12. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của (H).



A. $S = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{3}$.

B. $S = \frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}$.

C. $S = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$.

D. $S = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$.

.....

.....

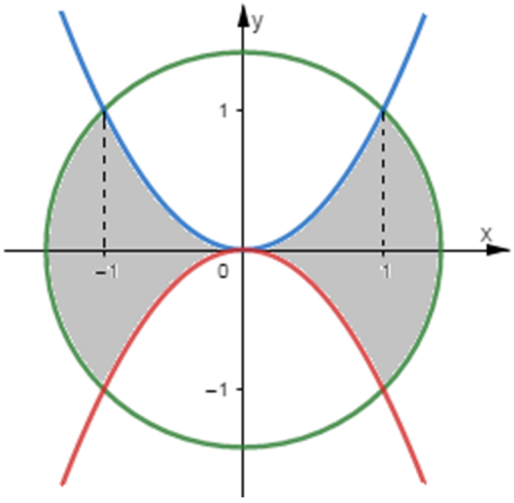
.....

.....

.....

.....

BT 13. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = x^2$ và $y = -x^2$, đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 2$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của (H).



A. $S = \pi + \frac{2}{3}$.

B. $S = 2\pi - \frac{2}{3}$.

C. $S = \pi - \frac{2}{3}$.

D. $S = 2\pi + \frac{2}{3}$.

.....

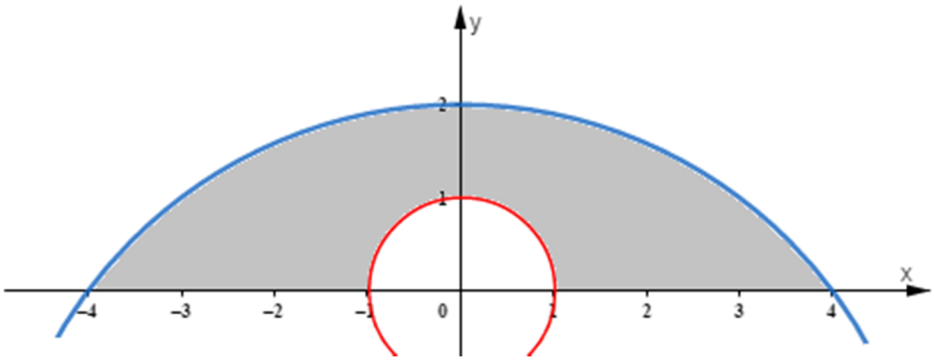
.....

.....

.....

.....

BT 14. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn có phương trình $(C_1): x^2+y^2=1$, $(C_2): x^2+(y+3)^2=25$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của (H) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



A. $9,61$. **B.** $9,63$. **C.** $19,22$. **D.** $18,22$.

.....

.....

.....

.....

.....

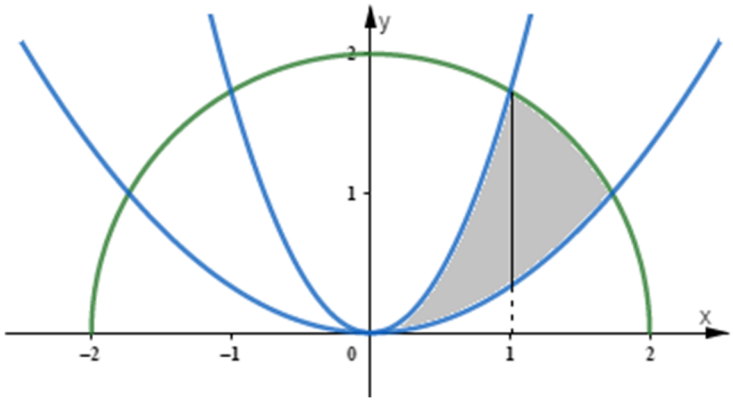
BT 15. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y=\dfrac{x^2}{3}$, $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ với $0\le x\le 2$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của (H).

A. $S=\dfrac{\pi}{6}$.

B. $S=\dfrac{\pi}{3}$.

C. $S=\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{8}{9}-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $S=\dfrac{2\pi}{3}+\dfrac{8}{9}+\dfrac{\sqrt{3}}{6}$.



.....

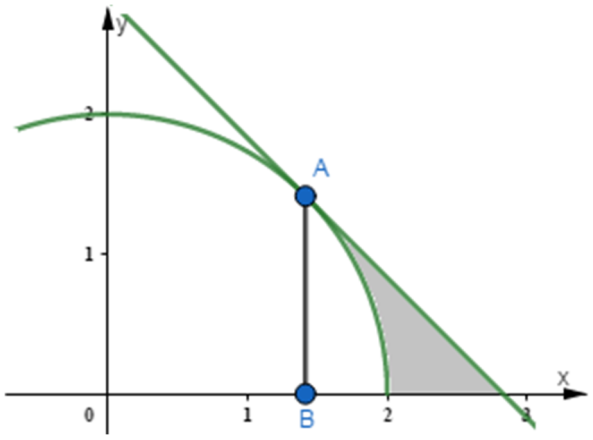
.....

.....

.....

.....

BT 16. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=-x+2\sqrt{2}$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ với $\sqrt{2}\le x\le 2$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của (H).



A. $S=2-\dfrac{\pi}{3}\cdot$

B. $S=2-\dfrac{\pi}{4}\cdot$

C. $S=2+\dfrac{\pi}{2}\cdot$

D. $S=2-\dfrac{\pi}{2}\cdot$

.....

.....

.....

.....

.....

BT 17. Cho (H) là phần giao của hai đường tròn có bán kính lần lượt là $2;\ 3$ và đoạn nối tâm bằng 4. Tính diện tích S của (H) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $3,98$. **B.** $3,9$. **C.** $1,99$. **D.** $1,94$.

.....

.....

.....

.....

BT 18. Cho ΔABC vuông cân tại A có $BC=4$ và dựng đường tròn đường kính AH, với AH là đường cao của tam giác. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường tròn nằm trong tam giác.

A. $S=1-\dfrac{\pi}{2}\cdot$ **B.** $S=1+\dfrac{\pi}{2}\cdot$ **C.** $S=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\pi}{2}\cdot$ **D.** $S=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\pi}{2}\cdot$

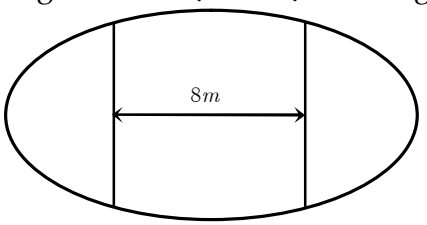
.....

.....

.....

.....

BT 19. Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng $/1\text{m}^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó ? (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



.....

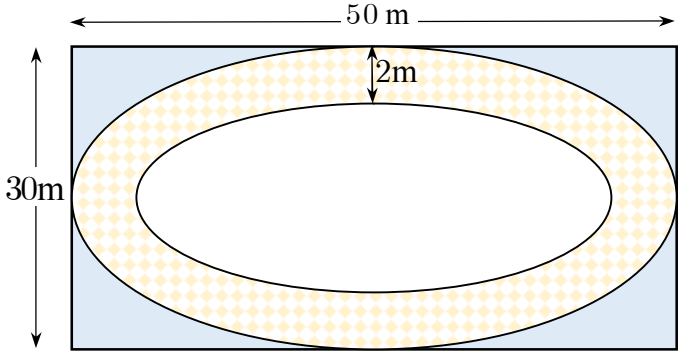
.....

.....

.....

.....

BT 20. Một sân chơi dành cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài 50m và chiều rộng là 30m, người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết rằng viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là 2m. Kinh phí để làm mỗi m^2 làm đường 500.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



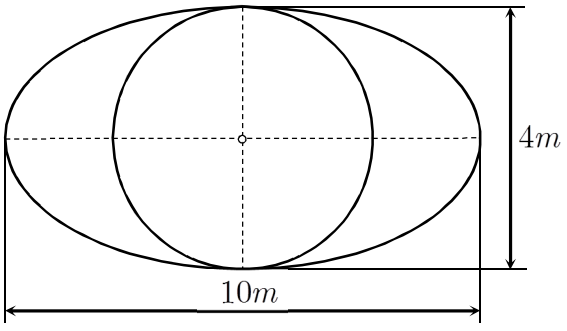
.....

.....

.....

.....

BT 21. Để trang trí cho một lễ hội đầu xuân, từ một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn là 10m, chiều dài trục nhỏ là 4m. Ban tổ chức vẽ một đường tròn có đường kính bằng độ dài trục nhỏ và có tâm trùng với tâm của elip như hình vẽ. Trên hình tròn người ta trồng hoa với giá 100.000 đồng $/1\text{m}^2$, phần còn lại của mảnh vườn người ta trồng cỏ với giá 60.000 đồng $/\text{m}^2$ (biết giá trồng hoa và trồng cỏ bao gồm cả công và cây). Hỏi ban tổ chức cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và cỏ trên dải đất đó ? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



.....

.....

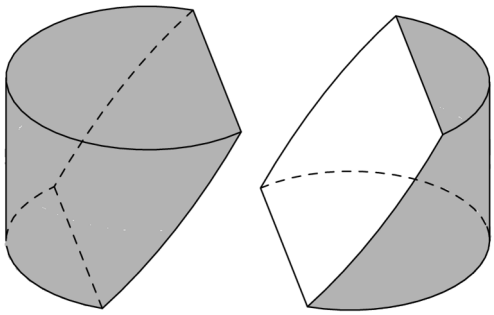
.....

.....

.....

.....

BT 22. Một khối trụ được sơn hai mặt đáy và phần xung quanh, có chiều cao bằng 8, bán kính đáy bằng 6. Một mặt phẳng (P) cắt hai đáy theo các dây cung cách tâm tương ứng một khoảng là 3, đồng thời chia khối trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích của phần mặt phẳng cắt không được sơn. Cho biết mặt phẳng đó là một phần của hình elip.



.....

.....

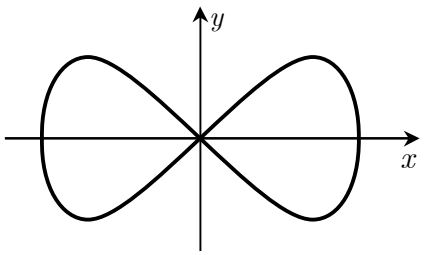
.....

.....

.....

.....

BT 23. Trong Công viên Toán học có những mảnh đất mang hình dáng khác nhau. Mỗi mảnh được trồng một loài hoa và nó được tạo thành bởi một trong những đường cong đẹp trong toán học. Ở đó có một mảnh đất mang tên Bernoulli, nó được tạo thành từ đường Lemmiscate có phương trình trong hệ Oxy là $16y^2 = x^2(25 - x^2)$ như hình vẽ bên. Tính diện tích S của mảnh đất Bernoulli biết rằng mỗi đơn vị trong hệ tọa độ Oxy tương ứng với chiều dài 1 mét.



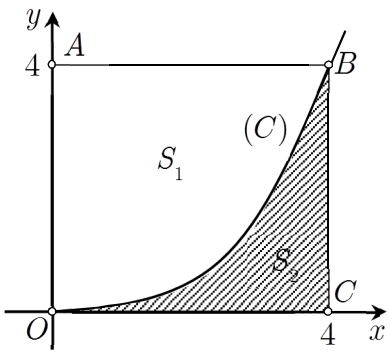
.....

.....

.....

.....

BT 24. Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y=\frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và phần bị gạch (như hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.



.....

.....

.....

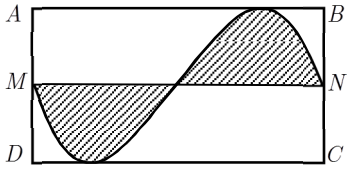
.....

.....

.....

.....

BT 25. Người ta trồng hoa vào phần đất được gạch sọc được giới hạn bởi cạnh AB, CD, đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB=2\pi$ (m) và $AD=2$ (m). Tính diện tích phần còn lại.

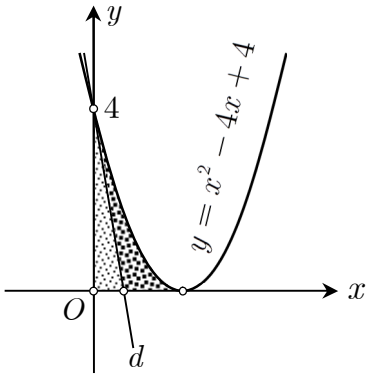


.....

.....

.....

BT 26. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung và trục hoành. Xác định k để đường thẳng d đi qua điểm $A(0;4)$ có hệ số góc k chia (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau (hình).



.....

.....

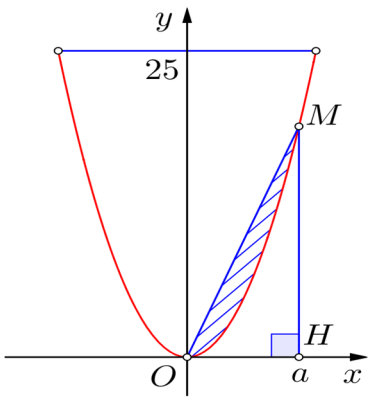
.....

.....

.....

.....

BT 27. Ông B có một khu vườn giới hạn bởi một đường parabol và một đường thẳng. Nếu đặt trong hệ tọa độ Oxy như hình vẽ bên thì parabol có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng là $y = 25$. Ông B dự định dùng một mảnh vườn nhỏ được chia từ khu vườn bởi một đường thẳng đi qua O và điểm M trên parabol để trồng một loại hoa. Hãy giúp ông B xác định điểm M bằng cách tính độ dài OM để diện tích mảnh vườn nhỏ bằng $\frac{9}{2}$.



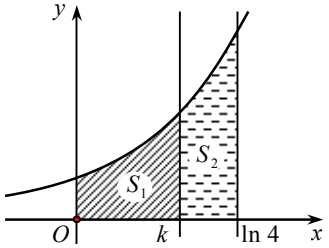
.....

.....

.....

.....

BT 28. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ $(0 < k < \ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1, S_2 và như hình vẽ bên dưới. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



.....

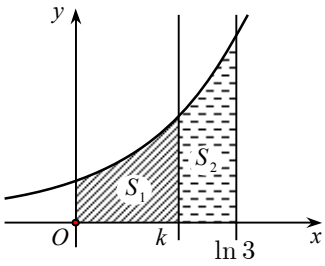
.....

.....

.....

.....

BT 29. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 3$. Đường thẳng $x = k$ $(0 < k < \ln 3)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $9S_1^2 \geq S_2^2$.



.....

.....

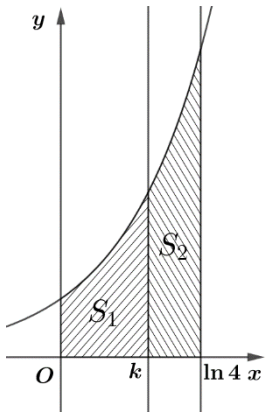
.....

.....

.....

.....

BT 30. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x,\ y=0,\ x=0,\ x=\ln 4$. Đường thẳng $x=k\ (0<k<\ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $4S_1+S_2=8$.



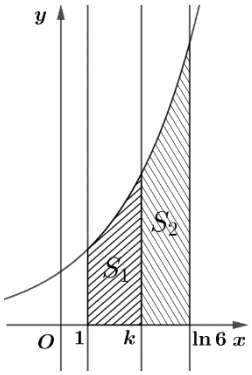
.....

.....

.....

.....

BT 31. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x,\ y=0,\ x=1,\ x=\ln 6$. Đường thẳng $x=k\ (1<k<\ln 6)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $P=S_1^2+S_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.



.....

.....

.....

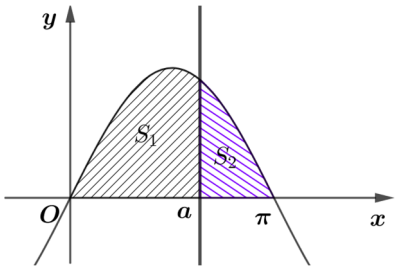
.....

.....

.....

.....

BT 32. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y=\sin x,\ y=0,\ x=0,\ x=\pi$. Đường thẳng $x=a\ (0<a<\pi)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị a để $S_1^2+S_2^2=3$. Tính tổng các phần tử của tập hợp X.



.....

.....

.....

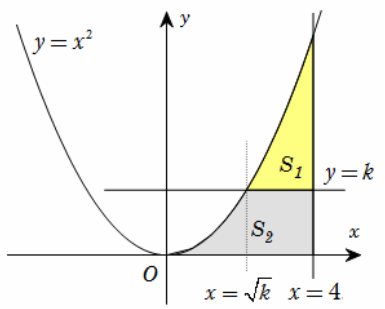
.....

.....

.....

.....

BT 33. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi đồ thị các đường $y=x^2,\ y=0,\ x=0,\ x=4$. Đường thẳng $y=k$ $(0<k<16)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1=S_2$.



.....

.....

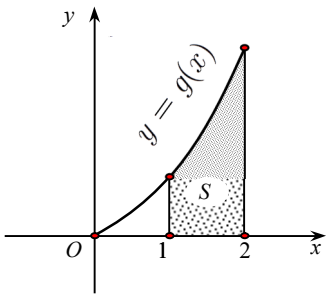
.....

.....

.....

.....

BT 34. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=g(x)=xf(x^2)$ có đồ thị trên đoạn $[0;2]$ như hình vẽ bên cạnh. Biết diện tích miền tô màu là $S=\dfrac{5}{2}\cdot$ Tính tích phân $I=\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x$.



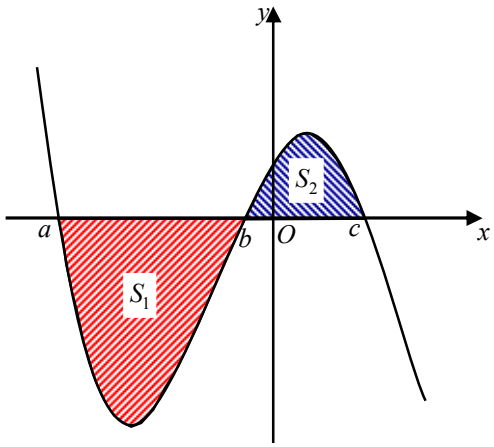
.....

.....

.....

.....

BT 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a,\ b,\ c$ thỏa mãn $a<b<c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?



A. $f(a)>f(b)>f(c)$.
B. $f(a)>f(c)>f(b)$.
C. $f(c)>f(b)>f(a)$.
D. $f(c)>f(a)>f(b)$.

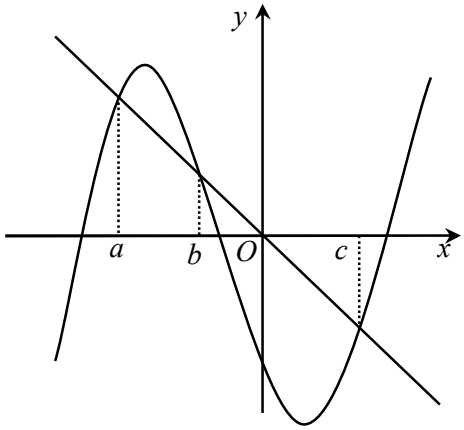
.....

.....

.....

.....

BT 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đường thẳng $x+y=0$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại ba điểm có hoành độ $a,\ b,\ c$ thỏa mãn $a<b<c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $f(a)+\frac{a^2}{2}>f(b)+\frac{b^2}{2}>f(c)+\frac{c^2}{2}$.

B. $f(b)+\frac{b^2}{2}>f(c)+\frac{c^2}{2}>f(a)+\frac{a^2}{2}$.

C. $f(c)+\frac{c^2}{2}>f(b)+\frac{b^2}{2}>f(a)+\frac{a^2}{2}$.

D. $f(b)+\frac{b^2}{2}>f(a)+\frac{a^2}{2}>f(c)+\frac{c^2}{2}$.

.....

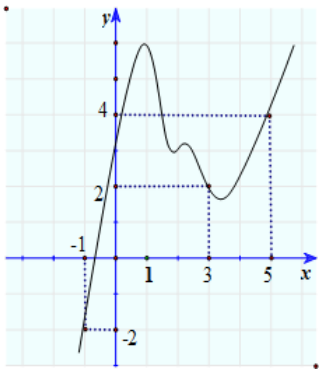
.....

.....

.....

.....

BT 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)-(x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $g(-1)<g(3)<g(5)$.

B. $g(5)<g(-1)<g(3)$.

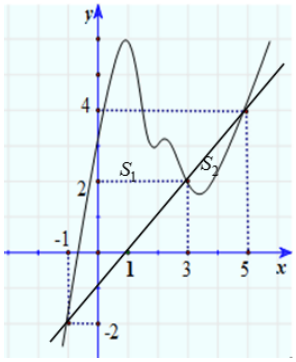
C. $g(-1)<g(5)<g(3)$.

D. $g(3)<g(5)<g(-1)$.

Lời giải tham khảo

Ta có: $g'(x)=2f'(x)-2(x-1),\ g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x-1$. Nhận thấy nghiệm của $g'(x)=0$ chính là nghiệm của $f'(x)=x-1,$ cũng là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x-1$.

Gọi S_1, S_2 là diện tích hai phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x-1$ như hình vẽ.



- $2S_1=\int\limits_{-1}^{3}2\left[f'(x)-(x-1)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{3}g'(x)\mathrm{d}x=g(3)-g(-1)>0$

  Suy ra: $g(3)>g(-1)$ (1)

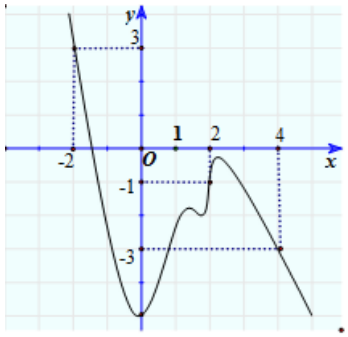
- $2S_2=2\int\limits_{3}^{5}\left[(x-1)-f'(x)\right]\mathrm{d}x=-\int\limits_{3}^{5}g'(x)\mathrm{d}x=g(3)-g(5)>0.$

  Suy ra: $g(3)>g(5)$ (2)

- Từ đồ thị $S_1>S_2\Rightarrow 2S_1>2S_2\Rightarrow g(3)-g(-1)>g(3)-g(5)\Rightarrow g(-1)<g(5)$ (3)

Từ $(1),(2),(3)\Rightarrow g(-1)<g(5)<g(3)$. **Chọn đáp án C.**

BT 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)+(x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $g(-2)<g(4)<g(2)$.

B. $g(2)<g(4)<g(-2)$.

C. $g(-2)<g(2)<g(4)$.

D. $g(2)<g(-2)<g(4)$.

.....

.....

.....

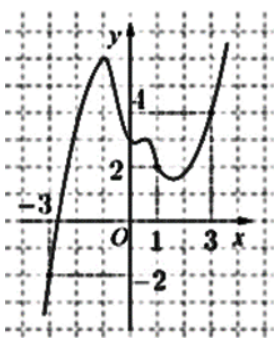
.....

.....

.....

.....

BT 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $g(-3)>g(3)>g(1)$.

B. $g(1)>g(-3)>g(3)$.

C. $g(3)>g(-3)>g(1)$.

D. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

.....

.....

.....

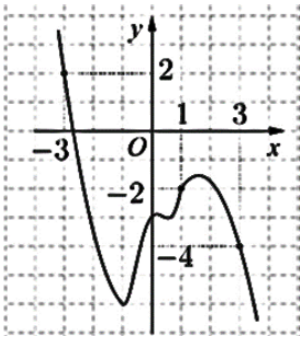
.....

.....

.....

.....

BT 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)+(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $g(-3)>g(3)>g(1)$.

B. $g(1)>g(-3)=g(3)$.

C. $g(3)>g(-3)>g(1)$.

D. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

.....

.....

.....

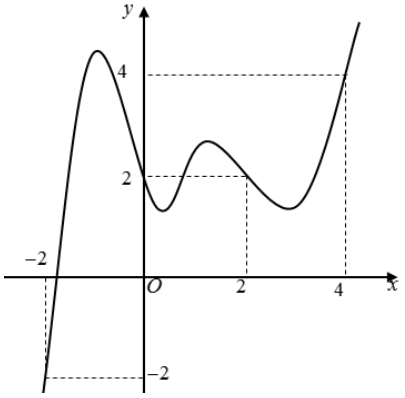
.....

.....

.....

.....

BT 41. Cho $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x+1)-x^2-2x+2017$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $g(1)>g(-3)>g(3)$.

B. $g(-3)>g(1)>g(3)$.

C. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

D. $g(-3)>g(3)>g(1)$.

.....

.....

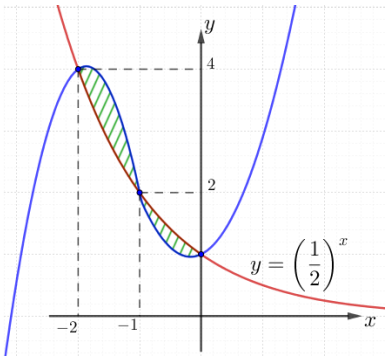
.....

.....

.....

.....

BT 42. Cho $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=f(x)-\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln\frac{1}{2}\cdot$ Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



A. $g(-2)<g(0)<g(-1)$.

B. $g(-2)<g(-1)<g(0)$.

C. $g(-2)=g(0)<g(-1)$.

D. $g(-2)=g(0)>g(-1)$.

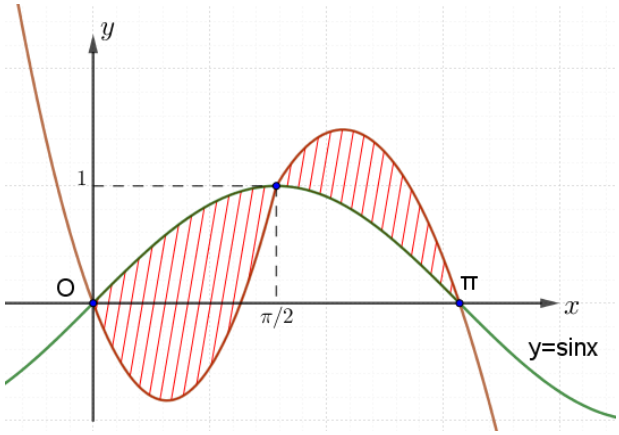
.....

.....

.....

.....

BT 43. Cho $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình. Đặt $g(x)=f(x)+\cos x$. Mệnh đề nào **đúng** ?



A. $g(0)<g(\pi)<g\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot$

B. $g\left(\frac{\pi}{2}\right)<g(0)<g(\pi)$.

C. $g(\pi)<g(0)<g\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot$

D. $g(\pi)>g(0)>g\left(\frac{\pi}{2}\right)\cdot$

.....

.....

.....

Dạng toán 2. Tìm vận tốc, gia tốc, quãng đường trong vật lí

☆☆☆

BT 44. Một ô tô đang chạy với vận tốc $20\mathrm{m/s}$ thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 20\ (\mathrm{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét ?

Lời giải tham khảo

Khi vật dừng lại thì $v = 0 \Rightarrow -4t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 5\ (s)$.

Quãng đường vật đi được trong thời gian này là:

$$s(t) = \int_0^5 v(t)\mathrm{d}t = \int_0^5 (-4t + 20)\mathrm{d}t = (-2t^2 + 20t)\Big|_0^5 = 50\ (\mathrm{m}).$$

BT 45. Một ô tô đang chạy với vận tốc $15m/s$ thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 15\ (m/s)$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét ?

.....

.....

.....

BT 46. Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 150 - 15t\ (m/s)$ Hỏi rằng trong $5s$ trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét ?

.....

.....

.....

BT 47. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $b\ (m/s)$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + b\ (m/s)$. Biết từ khi đạp phanh đến lúc dừng hẳn thì ô tô di chuyển được $50m$. Tìm vận tốc ban đầu b.

.....

.....

.....

BT 48. Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t) = 2t + 12\ (m/s)$, sau khi đi được khoảng thời gian t_1 thì bất ngờ gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t) = 24 - 6t(m/s)$ và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Hỏi từ khi xuất phát đến lúc dừng lại thì xe ô tô đã đi được bao nhiêu mét ?

.....

.....

.....

.....

BT 49. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_{\circ} = 16\ (\mathrm{m}/s)$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 3t\ (\mathrm{m}/s^2)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian $4s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

Lời giải tham khảo

Ta có: $v(t) = \int a(t)\mathrm{d}t = \int (t^2 + 3t)\mathrm{d}t = \dfrac{t^3}{3} + \dfrac{3t^2}{2} + C.$

Khi đó: $v_{\circ} = v(0) = C = 16 \Rightarrow v(t) = \dfrac{t^3}{3} + \dfrac{3t^2}{2} + 16.$

Quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian $4s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là: $s(t) = \displaystyle\int_0^4 v(t)\mathrm{d}t = \int_0^4 \left(\frac{t^3}{3} + \frac{3t^2}{2} + 16\right)\mathrm{d}t = \left(\frac{t^4}{12} + \frac{t^3}{2} + 16t\right)\Bigg|_0^4 = \frac{352}{3}\ (m).$

BT 50. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_{\circ} = 18\ (m/s)$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 5t\ (m/s^2)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian $3s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

.....

.....

.....

.....

.....

BT 51. Một vật chuyển động với vận tốc $10m/s$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2\ (m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian $10s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

.....

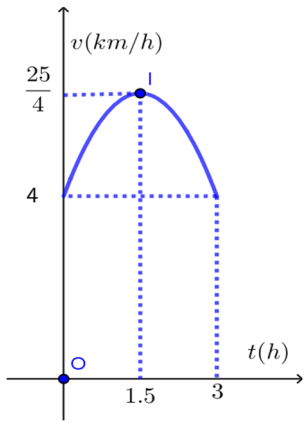
.....

.....

.....

.....

BT 52. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(\frac{3}{2};\frac{25}{4}\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



Lời giải tham khảo

Gọi phương trình vận tốc của vật là $v(t)=at^2+bt+c$.

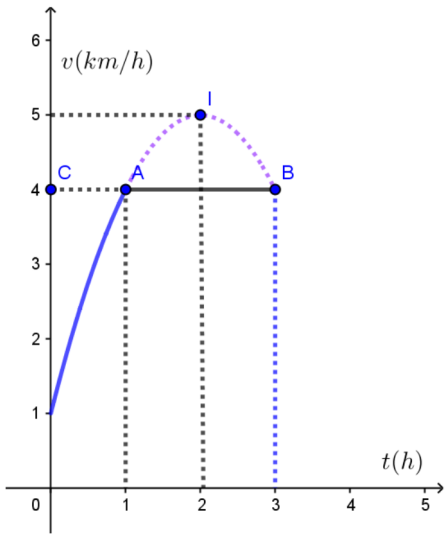
Khi đó đồ thị hàm số $v=v(t)$ là một parabol có đỉnh $I\left(\frac{3}{2};\frac{25}{4}\right)$ và đi qua điểm $A(0;4)$

nên có hệ phương trình: $\begin{cases} -\frac{b}{2a}=\frac{3}{2} \\ a.\left(\frac{3}{2}\right)^2+b.\frac{3}{2}+c=\frac{25}{4} \\ 4=a.0^2+b.0+c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=4 \end{cases} \Rightarrow v(t)=-t^2+3t+4.$

Do đó quãng đường vật di chuyển được trong thời gian 3 giờ là

$S=\int_0^3(-t^2+3t+4)\mathrm{d}t=\frac{33}{2}\ (km).$

BT 53. Vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



.....

.....

.....

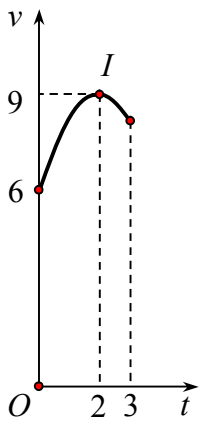
.....

.....

.....

.....

BT 54. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v\ (km/h)$ phụ thuộc thời gian $t\ (h)$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



.....

.....

.....

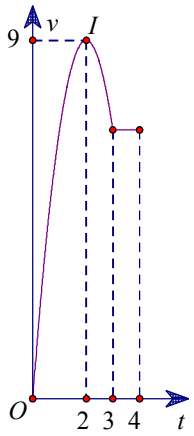
.....

.....

.....

.....

BT 55. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v\ (km/h)$ phụ thuộc thời gian $t\ (h)$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



.....

.....

.....

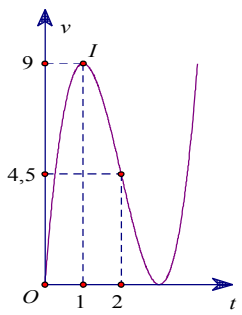
.....

.....

.....

.....

BT 56. Một vật chuyển động trong t giờ với vận tốc $v\ (km/h)$ phụ thuộc thời gian $t\ (h)$ có đồ thị của vận tốc là một hàm bậc ba như hình bên. Đồ thị hàm số đạt điểm cực đại $A(1;9)$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được cho đến thời điểm $v=0$.



.....

.....

.....

.....

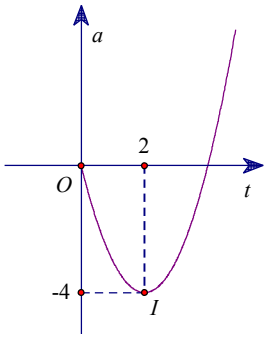
.....

.....

.....

.....

BT 57. Một vật chuyển động với vận tốc $v_{\circ} = 15\,\mathrm{m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a\ (\mathrm{m/s^2})$ phụ thuộc thời gian $t\ (s)$ có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;-4)$ và có trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.



.....

.....

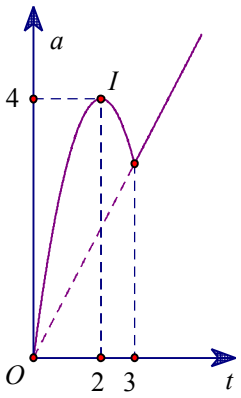
.....

.....

.....

.....

BT 58. Một vật chuyển động trong 4 giây với gia tốc $a\ (\mathrm{m/s^2})$ phụ thuộc thời gian $t\ (s)$ có đồ thị của gia tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động đồ thị là một parabol có đỉnh $I(2;4)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giây đó. Biết rằng vận tốc của vật tại giây thứ 3 bằng $18\ (\mathrm{m/s})$.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

☆☆☆

Nhóm 1. Diện tích hình phẳng và bài toán liên quan

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y=f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x=a,\ x=b$ được xác định bằng công thức nào ?

A. $S=-\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_b^a f(x)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 2. Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$ và các đường thẳng $x=a,\ x=b\ (a<b)$ là công thức nào sau đây ?

A. $S=\int\limits_a^b \left|f_1(x)-f_2(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b \left[f_2(x)-f_1(x)\right]\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\int\limits_a^b \left[f_1(x)-f_2(x)\right]\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int\limits_a^b \left|f_1(x)+f_2(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 3. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3,\ y=2-x$ và $y=0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng** ?

A. $S=\int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x+\int\limits_1^2 (x-2)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\left|\int\limits_0^2 (x^3+x-2)\mathrm{d}x\right|$.

C. $S=\dfrac{1}{2}+\int\limits_0^1 x^3\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_0^1 \left|x^3-(2-x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 4. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^3-x,\ y=2x$ và các đường $x=-1,\ x=1$ được xác định bởi công thức nào sau đây ?

A. $S=\left|\int\limits_{-1}^1 (3x-x^3)\mathrm{d}x\right|$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^1 (3x-x^3)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-1}^0 (x^3-3x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 (3x-x^3)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{-1}^0 (3x-x^3)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 (x^3-3x)\mathrm{d}x$.

Câu 5. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đồ thị của hai hàm số $y=\sqrt{2x},\ y=4-x$ và trục hoành Ox được tính bởi công thức nào dưới đây ?

A. $S=\int\limits_0^4 \sqrt{2x}\mathrm{d}x+\int\limits_0^4 (4-x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_0^2 \sqrt{2x}\mathrm{d}x+\int\limits_2^4 (4-x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_0^4 (\sqrt{2x}-4+x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_0^2 (4-x-\sqrt{2x})\mathrm{d}x$.

Câu 6. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đường $y=x^2-x,\ y=0,\ x=0$ và $x=2$ được tính bởi công thức nào sau đây ?

A. $S=\int\limits_{0}^{2}(x-x^2)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int\limits_{1}^{2}(x^2-x)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}(x^2-x)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{0}^{1}(x^2-x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}(x^2-x)\mathrm{d}x.$ **D.** $S=\int\limits_{0}^{2}(x^2-x)\mathrm{d}x.$

Câu 7. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y=x^2$ và $y=2-x^2$ được xác định bởi công thức nào sau đây ?

A. $S=\int\limits_{-1}^{1}(x^2-1)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=4\int\limits_{0}^{1}(1-x^2)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{-1}^{1}(1-x^2)\mathrm{d}x.$ **D.** $S=2\int\limits_{0}^{1}(x^2-1)\mathrm{d}x.$

Câu 8. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=-1,\ x=2,\ y=0,\ y=x^2-2x$ có diện tích S được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $S=\int\limits_{-1}^{2}(x^2-2x)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int\limits_{-1}^{0}(x^2-2x)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}(x^2-2x)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{-1}^{0}(x^2-2x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}(x^2-2x)\mathrm{d}x.$ **D.** $S=\int\limits_{0}^{2}\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x.$

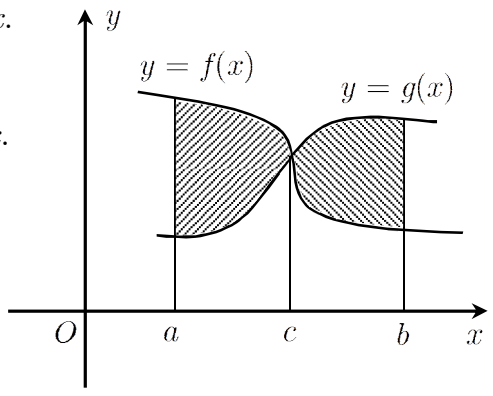
Câu 9. Tìm công thức tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x),\ y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ như hình vẽ dưới đây.

A. $S=\int\limits_{a}^{c}\big[f(x)-g(x)\big]\mathrm{d}x+\int\limits_{c}^{b}\big[g(x)-f(x)\big]\mathrm{d}x.$

B. $S=\int\limits_{a}^{c}\big[g(x)-f(x)\big]\mathrm{d}x+\int\limits_{c}^{b}\big[f(x)-g(x)\big]\mathrm{d}x.$

C. $S=\left|\int\limits_{a}^{b}\big[g(x)-f(x)\big]\mathrm{d}x\right|.$

D. $S=\left|\int\limits_{a}^{b}\big[f(x)-g(x)\big]\mathrm{d}x\right|.$



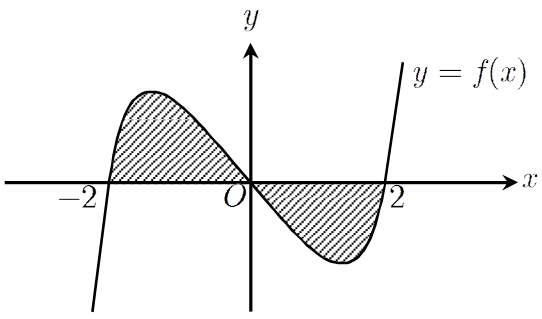
Câu 10. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng S (phần tô đậm trong hình) được xác định bằng công thức nào ?

A. $S=\int_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\int_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x.$

B. $S=\int_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x.$

C. $S=\left|\int_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x\right|.$

D. $S=\int_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x.$



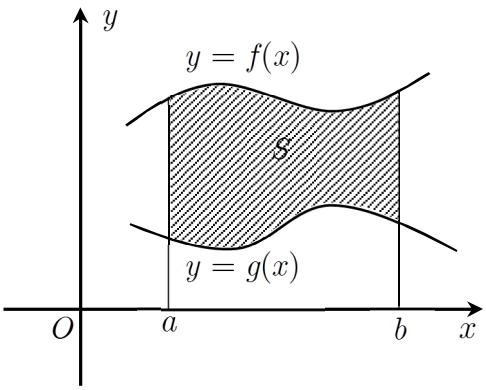
Câu 11. Công thức nào sau đây dùng để tính diện tích hình phẳng S phần gạch của hình vẽ.

A. $S=\left|\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x\right|-\left|\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x-\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_a^b g(x)\mathrm{d}x+\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.



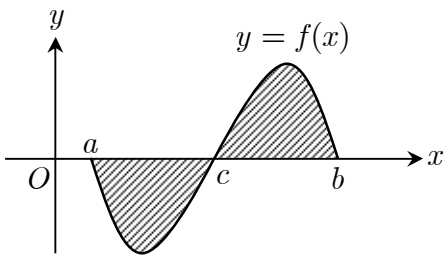
Câu 12. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a,\ x=b$ (như hình bên dưới). Hỏi cách tính S nào dưới đây **đúng** ?

A. $S=\left|\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x\right|$.

B. $S=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.



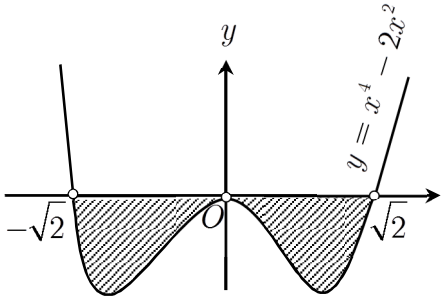
Câu 13. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ và trục hoành như hình vẽ. Tìm khẳng định sai ?

A. $S=\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=2\left|\int_0^{\sqrt{2}} f(x)\mathrm{d}x\right|$.

C. $S=-2\int_0^{\sqrt{2}} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=-\int_{-\sqrt{2}}^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^{\sqrt{2}} f(x)\mathrm{d}x$.



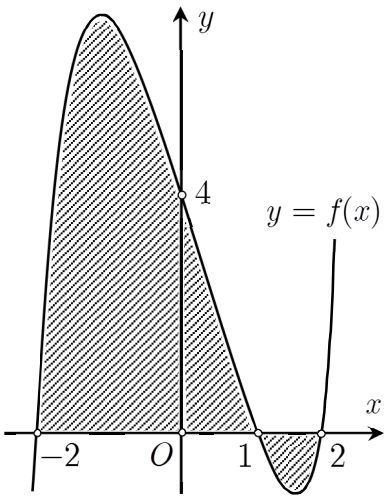
Câu 14. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và trục hoành (hình vẽ). Công thức nào dùng để tính diện tích S ?

A. $S=\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

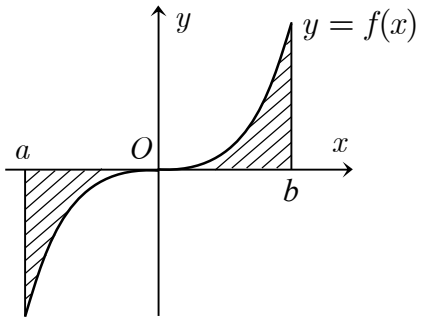
B. $S=\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{-2}^{0} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.



Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y=f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ (như hình vẽ bên dưới). Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D. Chọn công thức đúng trong các phương án A, B, C, D dưới đây ?



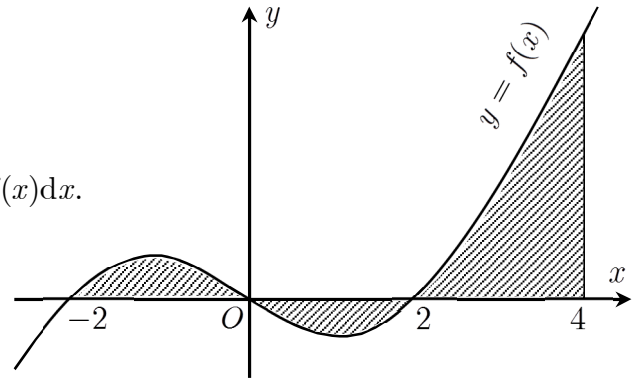
A. $S_D=\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x.$

B. $S_D=-\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x.$

C. $S_D=\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x.$

D. $S_D=-\int\limits_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^b f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 16. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo) trong hình được tính theo công thức:



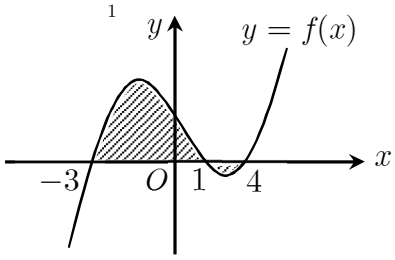
A. $S=\int\limits_{-2}^4 f(x)\mathrm{d}x.$

B. $S=\int\limits_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x.$

C. $S=\left|\int\limits_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x\right|.$

D. $S=\int\limits_{-2}^0 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 17. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành (phần gạch sọc trong hình vẽ). Đặt $a=\int\limits_{-3}^1 f(x)\mathrm{d}x,\ b=\int\limits_1^2 f(x)\,\mathrm{d}\,x.$ Mệnh đề nào **đúng** ?



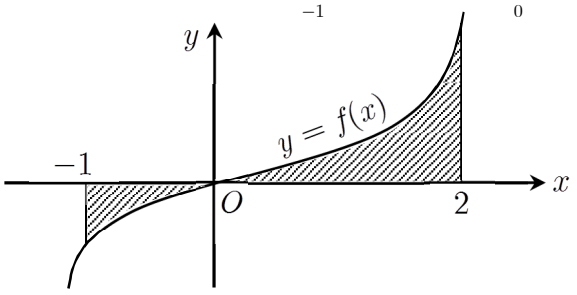
A. $a+b.$

B. $a-b.$

C. $b-a.$

D. $-b-a.$

Câu 18. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1,\ x=2$ (như hình vẽ). Đặt $a=\int\limits_{-1}^0 f(x)\mathrm{d}x,\ b=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x.$ Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



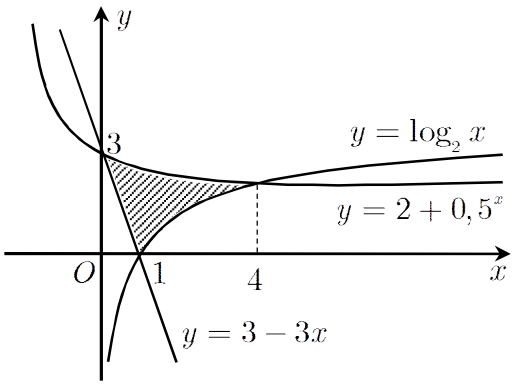
A. $S=-b-a.$

B. $S=a-b.$

C. $S=b+a.$

D. $S=b-a.$

Câu 19. Tìm công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi phần gạch sọc trong hình vẽ.



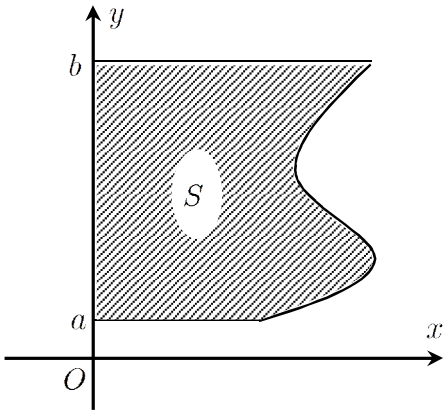
A. $S=\int\limits_{1}^{3}(3x+0,5^{x}-1)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}(\log_{2}x-0,5^{x}-2)\mathrm{d}x.$

B. $S=\int\limits_{1}^{3}(3x+0,5^{x}+1)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}(\log_{2}x-0,5^{x}-2)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{0}^{1}(3x+0,5^{x}-1)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}(\log_{2}x-0,5^{x}-2)\mathrm{d}x.$

D. $S=\int\limits_{0}^{1}(3x+0,5^{x}-1)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}(\log_{2}x-0,5^{x}-2)\mathrm{d}x.$

Câu 20. Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $x=g(y)$, trục tung và hai đường thẳng $y=a,\ y=b$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?



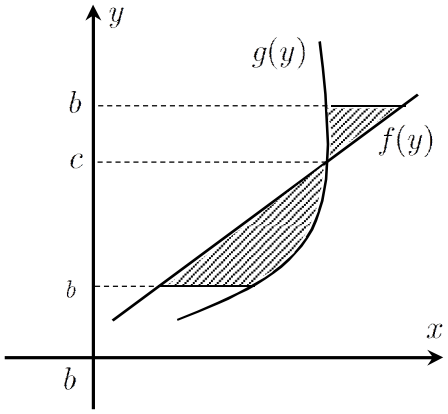
A. $S=\int\limits_{a}^{b}g(y)\mathrm{d}x.$

B. $S=\int\limits_{b}^{a}g(y)\mathrm{d}y.$

C. $S=\int\limits_{a}^{b}g(y)\mathrm{d}y.$

D. $S=\left|\int\limits_{a}^{b}g(y)\mathrm{d}x\right|.$

Câu 21. Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $x=f(y),\ x=g(y)$ và hai đường thẳng $y=a,\ y=b$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng** ?



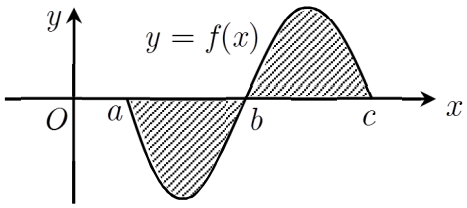
A. $S=\int\limits_{a}^{c}\big[g(y)-f(y)\big]\mathrm{d}x+\int\limits_{c}^{b}\big[f(y)-g(y)\big]\mathrm{d}x.$

B. $S=\left|\int\limits_{a}^{b}\big[g(y)+f(y)\big]\mathrm{d}y\right|.$

C. $S=\int\limits_{a}^{c}\big[g(y)-f(y)\big]\mathrm{d}y+\int\limits_{c}^{b}\big[f(y)-g(y)\big]\mathrm{d}y.$

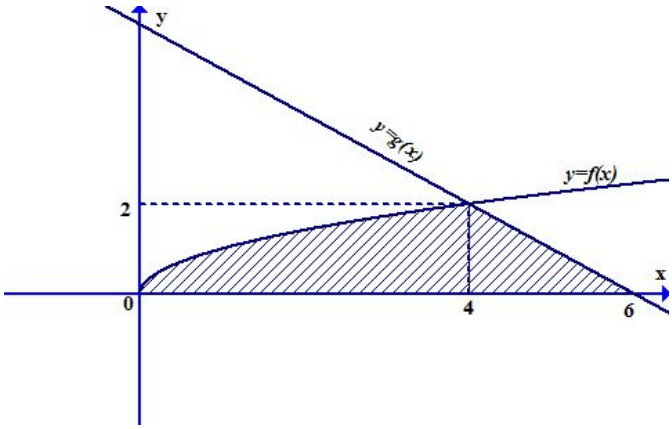
D. $S=\left|\int\limits_{a}^{b}\big[g(y)-f(y)\big]\mathrm{d}y\right|.$

Câu 22. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a,\ x=b$ (như hình bên). Biết $\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x=5$. Tìm S.



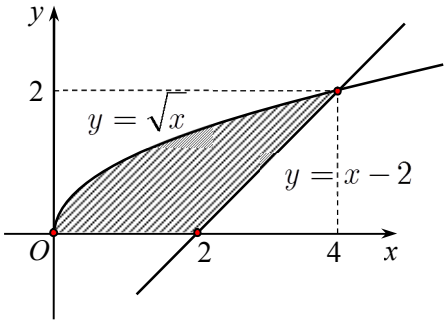
A. $S=3$.
B. $S=5$.
C. $S=8$.
D. $S=2$.

Câu 23. Cho hai hàm số $f(x)=\sqrt{x}$ và $g(x)=6-x$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là diện tích hình phẳng (phần gạch chéo) trong hình. Công thức nào sau đây **sai** ?



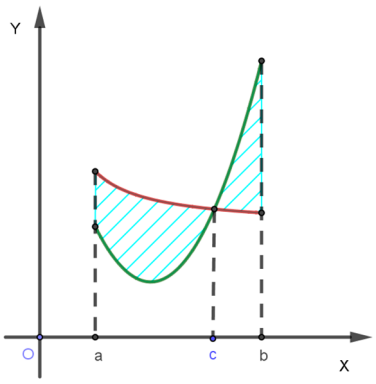
A. $S=\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_4^6 g(x)\mathrm{d}x$.
B. $S=\int\limits_0^6 \left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$.
C. $S=\int\limits_0^2 \left|y^2-6+y\right|\mathrm{d}y$.
D. $S=\int\limits_0^2 (6-y-y^2)\mathrm{d}y$.

Câu 24. Tính diện tích hình phẳng trong phần gạch sọc của hình vẽ sau:



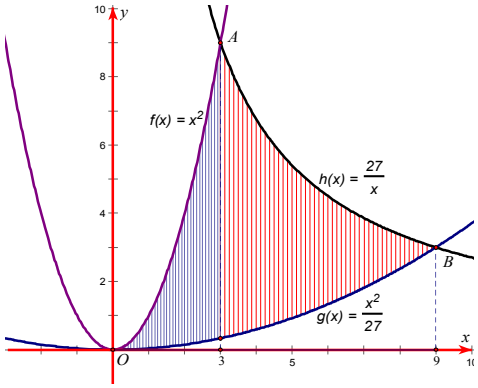
A. $\frac{8}{3}$.
B. $\frac{11}{3}$.
C. $\frac{7}{3}$.
D. $\frac{10}{3}$.

Câu 25. Tìm công thức tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x),\ y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ như hình vẽ dưới đây. Biết rằng $f(x)\geq g(x),\ \forall x\in[a;c]$ và $f(x)\leq g(x),\ \forall x\in[c;b]$.



A. $S=\int\limits_a^c \left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_c^b \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$.
B. $S=\int\limits_a^c \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int\limits_c^b \left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x$.
C. $S=\left|\int\limits_a^b \left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.
D. $S=\left|\int\limits_a^b \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$.

Câu 26. Diện tích hình phẳng phần tô đậm trong hình vẽ dưới bằng bao nhiêu ?



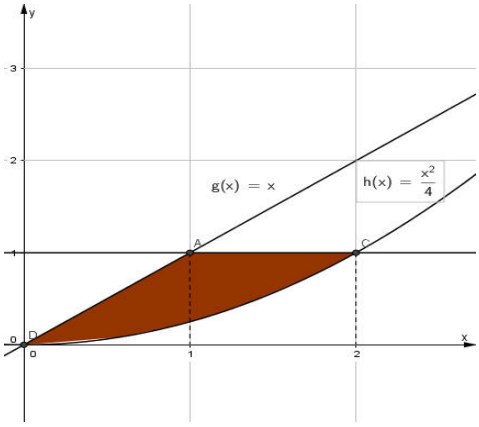
A. $27\ln 2$.

B. $27\ln 3$.

C. $28\ln 3$.

D. $29\ln 3$.

Câu 27. Diện tích hình phẳng phần tô đậm trong hình vẽ dưới bằng bao nhiêu ?



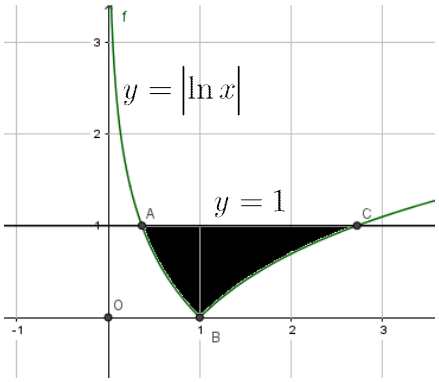
A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 28. Biết diện tích phần tô đậm của hình vẽ bên bằng $ae+\frac{b}{e}+c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $P=a+b+c$.



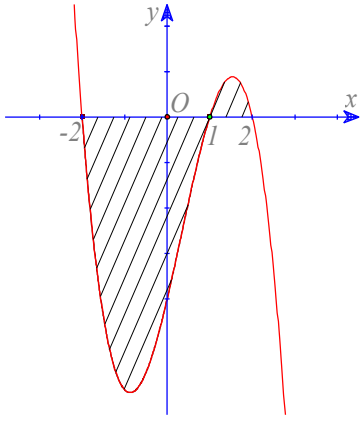
A. $P=\frac{1}{3}$.

B. $P=0$.

C. $P=-\frac{1}{2}$.

D. $P=\frac{1}{5}$.

Câu 29. Cho đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ sau đây. Diện tích S của hình phẳng (phần gạch chéo) được xác định bởi công thức nào ?



A. $S=\int\limits_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

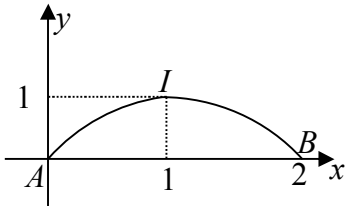
B. $S=\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_{1}^{-2} f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$.

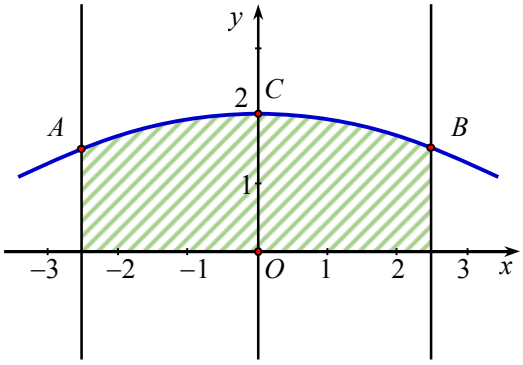
Câu 30. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol như hình vẽ và trục hoành Ox.

A. $\frac{28}{3}$.
B. $\frac{17}{2}$.
C. 9.
D. $\frac{1}{9}$.



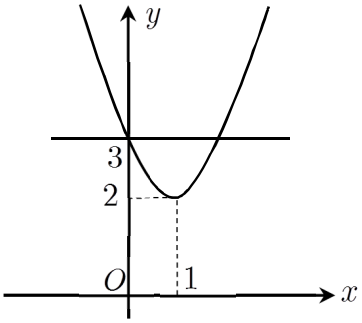
Câu 31. Tính diện tích phần gạch sọc trên hình vẽ, biết $y=f(x)$ là một parabol.

A. $S=\frac{7}{2}$.
B. $S=\frac{15}{2}$.
C. $S=\frac{44}{5}$.
D. $S=\frac{55}{6}$.



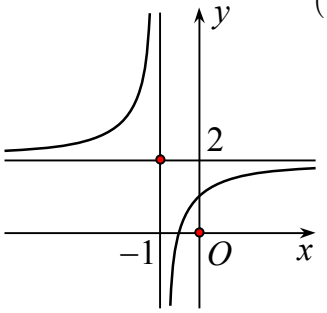
Câu 32. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol như hình vẽ và đường thẳng $y=3$.

A. $S=\frac{3}{4}$.
B. $S=\frac{4}{3}$.
C. $S=\frac{14}{3}$.
D. $S=6$.



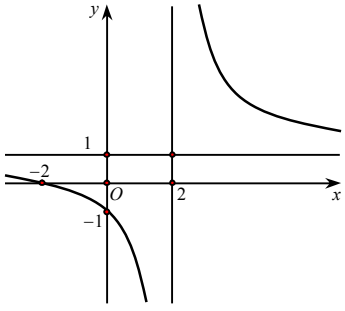
Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và Ox, Oy. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua hai điểm $A(0;1)$, $B\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

A. $1-\ln 2$.
B. $1-\ln\frac{1}{2}$.
C. $2-\ln\frac{1}{2}$.
D. $\frac{1}{2}-\ln\frac{1}{2}$.



Câu 34. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=\frac{ax+2}{cx+b}$ như hình vẽ và trục hoành.

A. $S=4\ln 2-2$.
B. $S=2\ln 4$.
C. $S=4\ln 2+2$.
D. $S=\frac{1}{2}\ln 2$.



Câu 35. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đồ thị của các đường $y = x^2 - 4x + 1$, $y = m$, $(m \le -3)$ và $x = 0$, $x = 3$.

A. $S = 3m + 6$. **B.** $S = 6 - 3m$. **C.** $S = 3m - 6$. **D.** $S = -3m - 6$.

Câu 36. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị của các đường $y = -x^2 - 2x + 1$, $y = m$ $(m > 2)$ và $x = 0$, $x = 1$. Tìm tham số m sao cho $S = 48$.

A. $m = 4$. **B.** $m = 6$. **C.** $m = 8$. **D.** $m = 10$.

Câu 37. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đồ thị của các đường $y = x^2 - 2x + 1$, $y = x + 1$, $x = 0$, $x = m$ với $m \in (0;3)$.

A. $S = \frac{m^3}{3} - \frac{3m^2}{2}$. **B.** $S = \frac{3m^2}{2} - \frac{m^3}{3}$.

C. $S = \frac{m^3}{3} - \frac{m^2}{2} + 2m$. **D.** $S = \frac{m^3}{3} - \frac{m^2}{2} - 2m$.

Câu 38. Biết diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đồ thị của các đường $y = x^2 - 2x + 1$, $y = 1 - x$ và $x = 0$, $x = m$ với $m < 0$ bằng $\frac{5}{6}$. Tìm giá trị của tham số m.

A. $m = -3$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -4$.

Câu 39. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi các đồ thị của các đường $y = \frac{10}{3}x - x^2$ và $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \le 1 \\ x - 2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$.

A. $S = 13$. **B.** $S = \frac{15}{2}$. **C.** $S = \frac{13}{2}$. **D.** $S = 7$.

Câu 40. Cho đồ thị $(C): y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 2x - 2m - \frac{1}{3}$. Tìm giá trị của tham số $m \in \left(0;\frac{5}{6}\right)$ sao cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), Ox, $x = 0$, $x = 2$ có diện tích bằng 4.

A. $m = \frac{1}{4}$. **B.** $m = -\frac{1}{2}$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m = -\frac{3}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 2m^2x^2 + 2$. Tìm các giá trị của tham số m sao cho đồ thị của hàm số đã cho có cực đại và cực tiểu, đồng thời đường thẳng cùng phương với trục hoành qua điểm cực đại tạo với đồ thị một hình phẳng có diện tích bằng $\frac{64}{15}$.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m \in \{\pm 1\}$. **C.** $m \in \left\{\frac{\sqrt{2}}{2}; \pm 1\right\}$. **D.** $m \in \left\{\pm\frac{1}{2}; \pm 1\right\}$.

Câu 42. Cho hàm số $y = x^4 - (m^2 + 2)x^2 + m^2 + 1$ có đồ thị (C_m). Các giá trị của m thỏa (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) và trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng $\frac{96}{15}$ thuộc tập nào sau đây ?

A. $(0;2)$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 43. **(Đề thi minh họa – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $S = \frac{37}{12}$. **B.** $S = \frac{9}{4}$. **C.** $S = \frac{81}{12}$. **D.** $S = 13$.

Câu 44. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ và đồ thị hàm số $y = x$.

A. $S = 3$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = 8$.

Câu 45. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1): y = x^2 + 2x$ và $(C_2): y = x^3$.

A. $S = \frac{83}{12}$. **B.** $S = \frac{15}{4}$. **C.** $S = \frac{37}{12}$. **D.** $S = \frac{9}{4}$.

Câu 46. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = 2x + 1$.

A. $S = \frac{9}{2}$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = \frac{11}{2}$. **D.** $S = 3$.

Câu 47. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = x$.

A. $S = -\frac{1}{6}$. **B.** $S = \frac{2}{3}$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = \frac{1}{6}$.

Câu 48. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ và các đường thẳng $y = 0,\ x = -1,\ x = 1$.

A. $S = \frac{2}{3}$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = \frac{4}{3}$. **D.** $S = \frac{8}{3}$.

Câu 49. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2 - 5x + 3$ và $y = -2x^2 + 2x - 1$.

A. $S = \frac{1}{54}$. **B.** $S = \frac{833}{54}$. **C.** $S = \frac{263}{162}$. **D.** $S = \frac{35}{54}$.

Câu 50. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 + 11x - 6$, $y = 6x^2,\ x = 0,\ x = 2$.

A. $S = 3$. **B.** $S = \frac{7}{2}$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = \frac{5}{2}$.

Câu 51. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^2 - x + 5$ và $y = -2x^3 + x^2 + x + 5$.

A. $S = 1$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 4$.

Câu 52. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 10x^2 + 9$ và trục hoành.

A. $S = \frac{784}{15}$. **B.** $S = \frac{487}{15}$. **C.** $S = \frac{748}{15}$. **D.** $S = \frac{847}{15}$.

Câu 53. Tính diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = 2x^2$ và $y = x^4 - 2x^2$ trong miền $x > 0$.

A. $S=\dfrac{64}{15}$. **B.** $S=\dfrac{32}{25}$. **C.** $S=\dfrac{32}{15}$. **D.** $S=\dfrac{15}{32}$.

Câu 54. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C):y=\dfrac{1}{4}x^3-x$ và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -2.

A. $S=27$. **B.** $S=21$. **C.** $S=25$. **D.** $S=20$.

Câu 55. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=(e+1)x$ và $y=(1+e^x)x$.

A. $S=\dfrac{e}{2}-1$. **B.** $S=1$. **C.** $S=\dfrac{3}{2}$. **D.** $S=2e-1$.

Câu 56. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=-\dfrac{2}{x}$ và $y=x-3$. Tính S.

A. $S=\dfrac{1}{6}$. **B.** $S=-4+2\ln 2$. **C.** $S=\dfrac{3}{2}-2\ln 2$. **D.** $S=-\dfrac{1}{6}$.

Câu 57. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=6-x$ và trục hoành.

A. $S=\dfrac{20}{3}$. **B.** $S=\dfrac{25}{3}$. **C.** $S=\dfrac{16}{3}$. **D.** $S=\dfrac{22}{3}$.

Câu 58. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=2\sqrt{ax}$ $(a>0)$, trục hoành và đường thẳng $x=a$ bằng ka^2. Tính giá trị của tham số k.

A. $k=\dfrac{7}{3}$. **B.** $k=\dfrac{4}{3}$. **C.** $k=\dfrac{12}{5}$. **D.** $k=\dfrac{6}{5}$.

Câu 59. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{2-x^2}$, đường thẳng $y=x$ và trục hoành.

A. $S=\pi$. **B.** $S=\dfrac{3\pi}{4}$. **C.** $S=\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $S=\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 60. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$.

A. $S=e^2-1$. **B.** $S=\dfrac{e^2+1}{4}$. **C.** $S=\dfrac{e^2-1}{2}$. **D.** $S=\dfrac{e^2-1}{4}$.

Câu 61. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\sin 2x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\pi$.

A. $S=2\pi$. **B.** $S=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $S=\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $S=\pi$.

Câu 62. Cho S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và trục hoành. Tìm số nguyên lớn nhất không vượt quá S.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 63. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi hai đồ thị của hai hàm số $y=3^x$, $y=4-x$ và trục tung.

A. $S=\dfrac{9}{2}+\dfrac{2}{\ln 3}\cdot$ **B.** $S=\dfrac{9}{2}+\dfrac{3}{\ln 3}\cdot$ **C.** $S=\dfrac{7}{2}-\dfrac{3}{\ln 3}\cdot$ **D.** $S=\dfrac{7}{2}-\dfrac{2}{\ln 3}\cdot$

Câu 64. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{(x+1)^2}$; trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=4$.

A. $S=\dfrac{5}{4}\cdot$ **B.** $S=\dfrac{8}{5}\cdot$ **C.** $S=\dfrac{4}{5}\cdot$ **D.** $S=\dfrac{5}{8}\cdot$

Câu 65. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $y=x,\ y=x+\sin^2 x,\ x=0,\ x=\pi$.

A. $S=\pi$. **B.** $S=\pi-\dfrac{1}{2}\cdot$ **C.** $S=\pi-1$. **D.** $S=\dfrac{\pi}{2}\cdot$

Câu 66. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x=0,\ x=\pi$ và đồ thị hai hàm số $y=\sin x,\ y=\cos x$.

A. $S=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cdot$ **B.** $S=2\sqrt{2}$. **C.** $S=3\sqrt{2}$. **D.** $S=2\sqrt{3}$.

Câu 67. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi $y=x\sin 2x,\ y=2x,\ x=\dfrac{\pi}{2}\cdot$

A. $S=\dfrac{\pi^2}{4}-4$. **B.** $S=\pi^2-\pi$. **C.** $S=\dfrac{\pi^2}{4}-\dfrac{\pi}{4}\cdot$ **D.** $S=\dfrac{\pi^2}{4}+\dfrac{\pi}{4}\cdot$

Câu 68. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-1)e^x,\ y=x^2-1$.

A. $S=e+\dfrac{8}{3}\cdot$ **B.** $S=e+\dfrac{2}{3}\cdot$ **C.** $S=e-\dfrac{2}{3}\cdot$ **D.** $S=e-\dfrac{8}{3}\cdot$

Câu 69. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2,\ y=4x^2,\ y=4$.

A. $S=\dfrac{13}{4}\cdot$ **B.** $S=\dfrac{8}{3}\cdot$ **C.** $S=\dfrac{17}{3}\cdot$ **D.** $S=\dfrac{16}{3}\cdot$

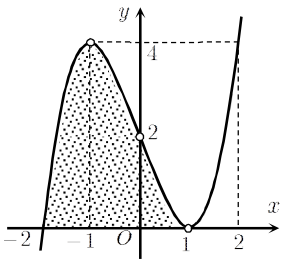
Câu 70. Tính diện tích S của phần hình phẳng gạch sọc (như hình vẽ bên dưới) giới hạn bởi đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ và trục hoành.

A. $S=\dfrac{31\pi}{5}\cdot$

B. $S=\dfrac{27}{4}\cdot$

C. $S=\dfrac{19}{3}\cdot$

D. $S=\dfrac{31}{5}\cdot$



Câu 71. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P):y^2=2x$ và $x=2$?

A. $S=5$. **B.** $S=\dfrac{16}{3}\cdot$ **C.** $S=6$. **D.** $S=7$.

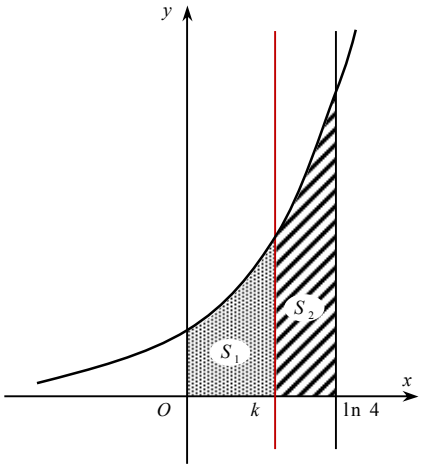
Câu 72. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=4-|x|$ và trục hoành.

A. $S=\dfrac{16}{3}\cdot$ **B.** $S=16$. **C.** $S=4$. **D.** $S=8$.

Câu 73. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $2my = x^2,\ 2mx = y^2,\ (m > 0)$. Tìm giá trị của m để $S = 3$.

A. $m = \dfrac{3}{2}$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = \dfrac{1}{2}$.

Câu 74. **(Đề thi thử nghiệm – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k\ (0 < k < \ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



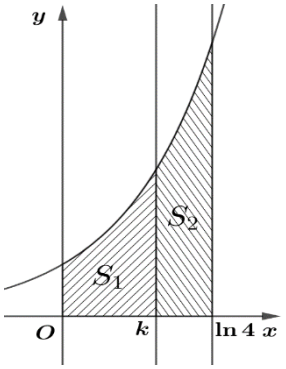
A. $k = \dfrac{2}{3}\ln 4$.

B. $k = \ln 2$.

C. $k = \ln\dfrac{8}{3}$.

D. $k = \ln 3$.

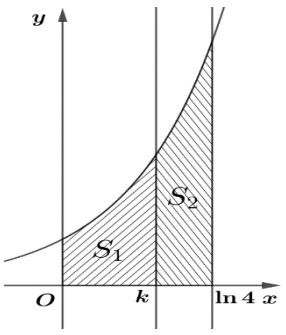
Câu 75. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k\ (0 < k < \ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $4S_1 + S_2 = 8$.



A. $k = \dfrac{2}{3}\ln 4$. **B.** $k = \ln 2$.

C. $k = \ln\dfrac{8}{3}$. **D.** $k = \ln\dfrac{2}{3}$.

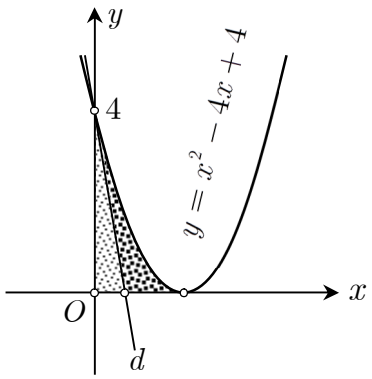
Câu 76. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x,\ y = 0,\ x = 0,\ x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k\ (0 < k < \ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị k để $S_1^2 + S_2^2 = 5$. Tính tổng các phần tử của tập hợp X.



A. $\ln 5$. **B.** $\ln 6$.

C. $\ln 12$. **D.** $\ln\dfrac{5}{2}$.

Câu 77. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 4$, trục tung và trục hoành. Xác định k để đường thẳng d đi qua điểm $A(0;4)$ có hệ số góc k chia (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau (như hình vẽ bên).



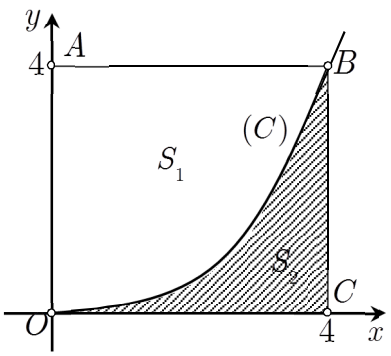
A. $k = -4$.

B. $k = -8$.

C. $k = -6$.

D. $k = -2$.

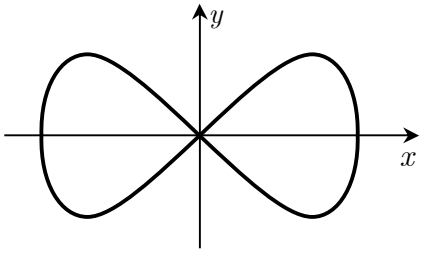
Câu 78. Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y=\frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị gạch và phần bị gạch (như hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.



A. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{S_1}{S_2}=2$.

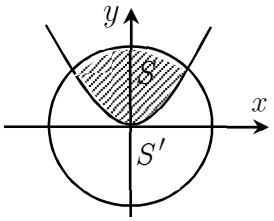
C. $\frac{S_1}{S_2}=1$. **D.** $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$.

Câu 79. Trong Công viên Toán học có những mảnh đất mang hình dáng khác nhau. Mỗi mảnh được trồng một loài hoa và nó được tạo thành bởi một trong những đường cong đẹp trong toán học. Ở đó có một mảnh đất mang tên Bernoulli, nó được tạo thành từ đường Lemniscate có phương trình trong hệ tọa độ Oxy là $16y^2=x^2(25-x^2)$ như hình vẽ bên. Tính diện tích S của mảnh đất Bernoulli biết rằng mỗi đơn vị trong hệ tọa độ Oxy tương ứng với chiều dài 1 mét.



A. $S=\frac{125}{6}\,(m^2)$. **B.** $S=\frac{125}{4}\,(m^2)$. **C.** $S=\frac{250}{3}\,(m^2)$. **D.** $S=\frac{125}{3}\,(m^2)$.

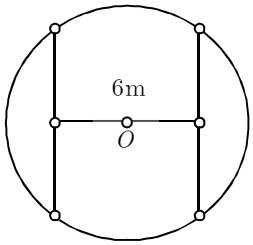
Câu 80. Parabol $y=\frac{x^2}{2}$ chia hình tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng $2\sqrt{2}$ thành hai phần S và S' như hình vẽ. Tỉ số $\frac{S}{S'}$ thuộc khoảng nào sau đây ?



A. $\left(\frac{2}{5};\frac{1}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{5}\right)$.

C. $\left(\frac{3}{5};\frac{7}{10}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{10};\frac{4}{5}\right)$.

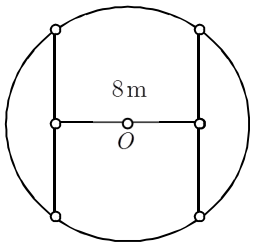
Câu 81. Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính $6m$. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng $6m$ nhận O làm tâm đối xứng, biết kinh phí trồng cây là 70000 đồng$/m^2$. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó.



A. 8412322 đồng. **B.** 8142232 đồng.

C. 4821232 đồng. **D.** 4821322 đồng.

Câu 82. Một mảnh vườn hình tròn tâm O bán kính 8m. Người ta cần trồng cây trên dải đất rộng 8m nhận O làm tâm đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí trồng cây là 700.000 đồng$/\text{m}^2$. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cây trên dải đất đó ? (làm tròn đến hàng đơn vị).



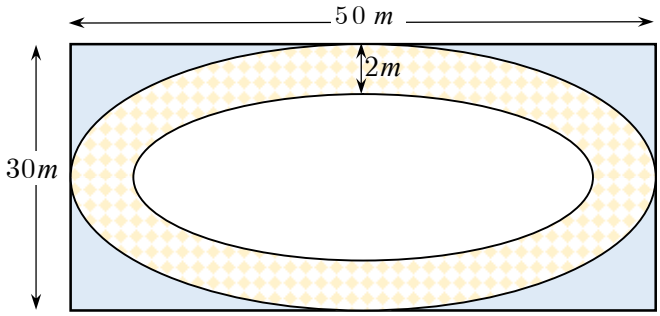
A. 8571239 đồng. **B.** 8571238 đồng.

C. 4285619 đồng. **D.** 4285620 đồng.

Câu 83. Trong mặt phẳng Oxy, cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ (a>b>0)$ và đường tròn $(C): x^2+y^2=7$. Biết diện tích elip (E) gấp 7 lần diện tích (C). Tìm ab.

A. $ab=\frac{47}{2}$. **B.** $ab=7\sqrt{7}$. **C.** $ab=\sqrt{7}$. **D.** $ab=49$.

Câu 84. Một sân chơi dành cho trẻ em hình chữ nhật có chiều dài $50m$ và chiều rộng là $30m$, người ta làm một con đường nằm trong sân (như hình vẽ). Biết viền ngoài và viền trong của con đường là hai đường elip và chiều rộng của mặt đường là $2m$. Kinh phí để làm mỗi m^2 làm đường 500.000 đồng. Tính tổng số tiền làm con đường đó (Số tiền làm tròn đến hàng nghìn).



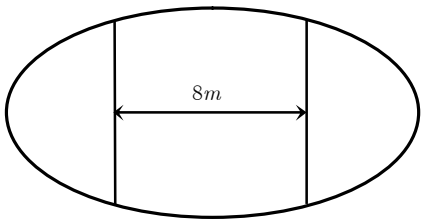
A. 119.000.000 đồng.

B. 152.000.000 đồng.

C. 119.320.000 đồng.

D. 125.520.000 đồng.

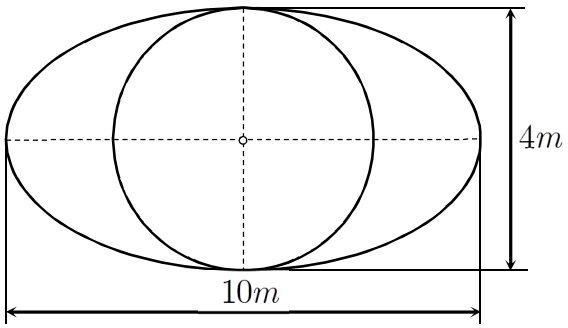
Câu 85. **(Đề thi thử nghiệm – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng $10m$. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng $8m$ và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng $/1m^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó ? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 7.862.000 đồng. **B.** 7.653.000 đồng.

C. 7.128.000 đồng. **D.** 7.826.000 đồng.

Câu 86. Để trang trí cho một lễ hội đầu xuân, từ một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn là $10m$, chiều dài trục nhỏ là $4m$. Ban tổ chức vẽ một đường tròn có đường kính bằng độ dài trục nhỏ và có tâm trùng với tâm của elip như hình vẽ. Trên hình tròn người ta trồng hoa với giá 100.000 đồng $/1m^2$, phần còn lại của mảnh vườn người ta trồng cỏ với giá 60.000 đồng $/m^2$ (biết giá trồng hoa và trồng cỏ bao gồm cả công và cây). Hỏi ban tổ chức cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và cỏ ? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



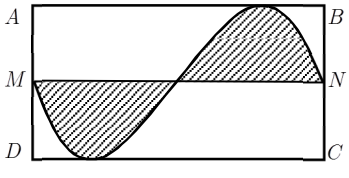
A. 2639000 đồng.

B. 2388000 đồng.

C. 2387000 đồng.

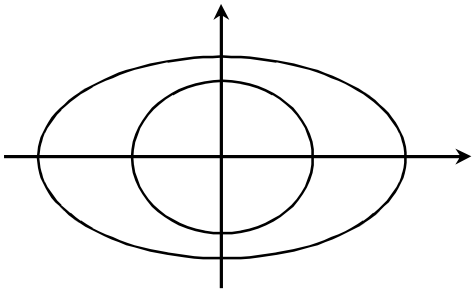
D. 2638000 đồng.

Câu 87. Người ta trồng hoa vào phần đất được gạch sọc được giới hạn bởi cạnh AB, CD, đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB=2\pi(m)$ và $AD=2(m)$. Tính diện tích phần còn lại.



A. $4\pi-1$. **B.** $4(\pi-1)$. **C.** $\dfrac{4\pi-2}{2}$. **D.** $\dfrac{4\pi-3}{2}$.

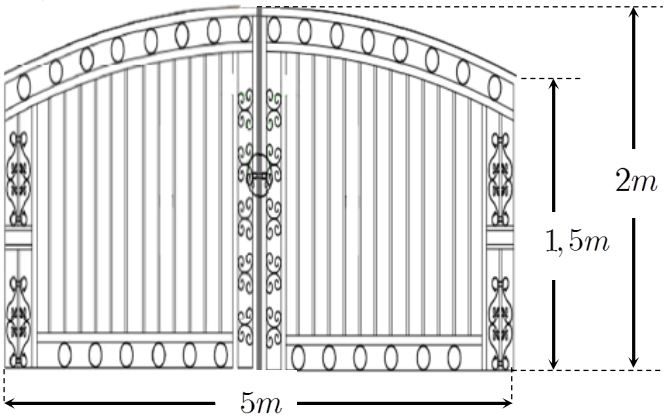
Câu 88. Người ta cần trồng hoa tại phần đất nằm phía ngoài đường tròn tâm gốc toạ độ, bán kính bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và phía trong của Elip có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{2}$ và trục nhỏ bằng 2 (hình vẽ). Trong mỗi một đơn vị diện tích cần bón $\dfrac{100}{(2\sqrt{2}-1)\pi}kg$ phân hữu cơ. Hỏi cần sử dụng bao nhiêu kg phân hữu cơ để bón cho hoa ?



A. $30kg$. **B.** $40kg$.

C. $50kg$. **D.** $45kg$.

Câu 89. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá 1m^2 của rào sắt là 700.000 đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cửa sắt (làm tròn đến hàng phần nghìn).



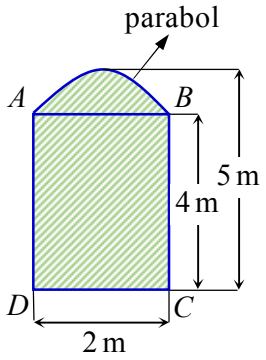
A. $6.520.000$ đồng.

B. $6.320.000$ đồng.

C. $6.417.000$ đồng.

D. $6.620.000$ đồng.

Câu 90. Ông A muốn làm một cánh cửa bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên. Biết đường cong phía trên là parabol, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật và giá thành là $900.000/1\text{m}^2$ thành phẩm. Hỏi ông A phải trả bao nhiêu tiền để làm cánh cửa đó ?



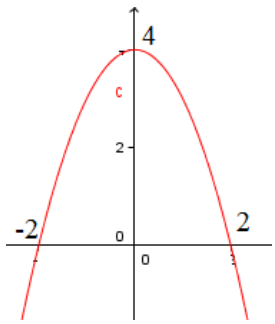
A. $8\,160\,000$ đồng.

B. $6\,000\,000$ đồng.

C. $8\,400\,000$ đồng.

D. $6\,600\,000$ đồng.

Câu 91. Một người làm một cái cổng cổ xưa có dạng Parabol như hình vẽ. Hãy tính diện tích của cái cổng giới hạn bởi parabol và trục Ox.



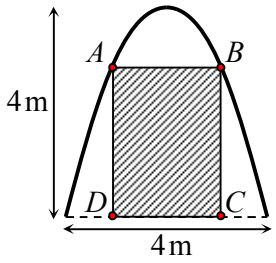
A. 16.

B. $\dfrac{16}{3}$.

C. 28.

D. $\dfrac{32}{3}$.

Câu 92. Trong đợt hội trại "Khi tôi 18" được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 100.000 đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn) ?



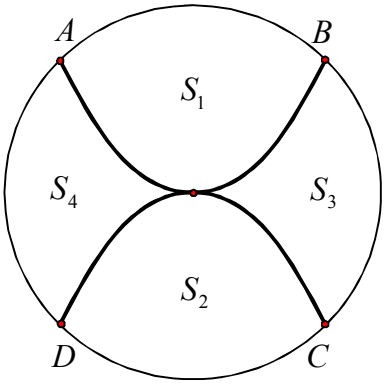
A. 615.000 (đồng).

B. 450.000 (đồng).

C. 451.000 (đồng).

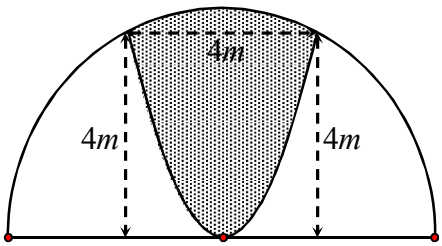
D. 616.000 (đồng).

Câu 93. Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O. Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần, bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O. Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng $4\mathrm{m}$ (như hình vẽ). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ (diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí trồng hoa là 150000 đồng /1m², kinh phí để trồng cỏ là 100000 đồng/1m². Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Số tiền làm tròn đến hàng chục nghìn)



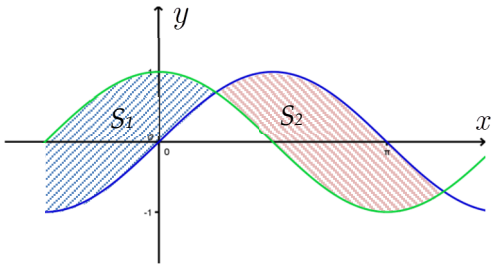
A. 6060000 đồng. **B.** 5790000 đồng. **C.** 3270000 đồng. **D.** 3000000 đồng.

Câu 94. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}\mathrm{m}$. Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng bằng $4\mathrm{m}$, phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100000 đồng/m². Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản ? (làm tròn đến hàng nghìn)



A. 3895000 đồng. **B.** 1948000 đồng. **C.** 2388000 đồng. **D.** 1194000 đồng

Câu 95. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x$, $y=\cos x$ và S_1, S_2 là diện tích của các phần được gạch chéo như hình vẽ. Tính $S_1^2+S_2^2$.



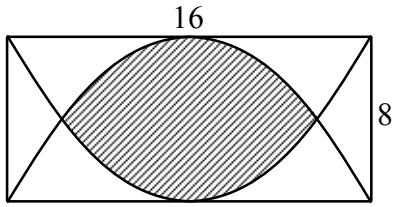
A. $S_1^2+S_2^2=10-2\sqrt{2}$.

B. $S_1^2+S_2^2=10+2\sqrt{2}$.

C. $S_1^2+S_2^2=1-12\sqrt{2}$.

D. $S_1^2+S_2^2=11+2\sqrt{2}$.

Câu 96. Một mảnh vườn toán học có dạng hình chữ nhật, chiều dài là 16m và chiều rộng là 88m. Các nhà Toán học dùng hai đường parabol, mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua 2 mút của cạnh dài đối diện; phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai parabol (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa) được trồng hoa Hồng. Biết chi phí để trồng hoa Hồng là 45.000 đồng/1m^2. Hỏi các nhà Toán học phải chi bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó ? (Làm tròn đến hàng nghìn).



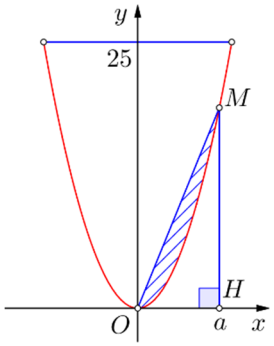
A. $3.322.000$ đồng.

B. $3.476.000$ đồng.

C. $2.159.000$ đồng.

D. $2.715.000$ đồng.

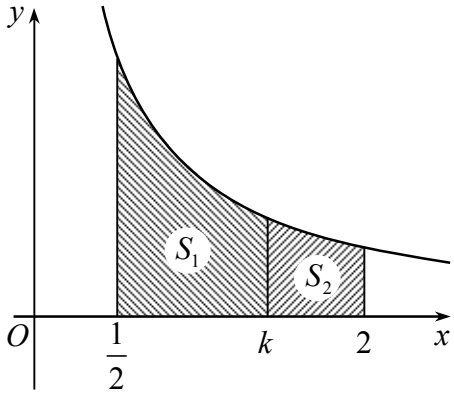
Câu 97. Ông B có một khu vườn giới hạn bởi một đường parabol và một đường thẳng. Nếu đặt trong hệ tọa độ Oxy như hình vẽ bên thì parabol có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng là $y = 25$. Ông B dự định dùng một mảnh vườn nhỏ được chia từ khu vườn bởi một đường thẳng đi qua O và điểm M trên parabol để trồng một loại hoa. Hãy giúp ông B xác định điểm M bằng cách tính độ dài OM để diện tích mảnh vườn nhỏ bằng $\frac{9}{2}$.



A. $OM = 2\sqrt{5}$. **B.** $OM = 15$.

C. $OM = 10$. **D.** $OM = 3\sqrt{10}$.

Câu 98. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{x}$, $x = \frac{1}{2}$, $x = 2$ và trục hoành. Đường thẳng $x = k, \left(\frac{1}{2} < k < 2\right)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ dưới đây. Tìm tất cả giá trị thực của k để $S_1 = 3S_2$.



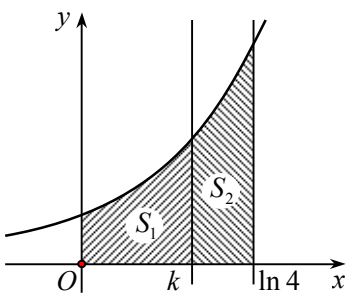
A. $k = \sqrt{2}$.

B. $k = 1$.

C. $k = \frac{7}{5}$.

D. $k = \sqrt{3}$.

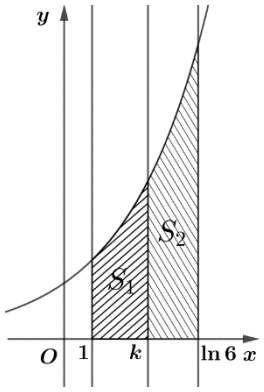
Câu 99. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ $(0 < k < \ln 4)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1, S_2 và như hình vẽ bên dưới. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



A. $k = \ln\frac{8}{3}$. **B.** $k = \frac{2}{3}\ln 4$.

C. $k = \ln 3$. **D.** $k = \ln 2$.

Câu 100. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x,\ y=0,\ x=1,\ x=\ln 6$. Đường thẳng $x=k\ (1<k<\ln 6)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $P=S_1^2+S_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.



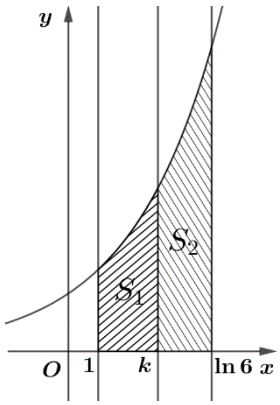
A. $k=-\dfrac{e+6}{2}$.

B. $k=\dfrac{e+6}{2}$.

C. $k=-\ln\dfrac{e+6}{2}$.

D. $k=\ln\dfrac{e+6}{2}$.

Câu 101. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x,\ y=0,\ x=1,\ x=\ln 6$. Đường thẳng $x=k\ (1<k<\ln 6)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1<S_2-2$.



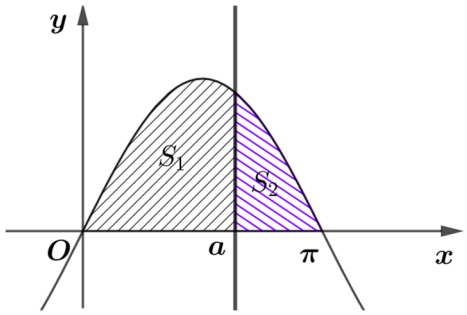
A. $1<k<\dfrac{e+4}{2}$.

B. $k<\dfrac{e+4}{2}$.

C. $k<\ln\dfrac{e+4}{2}$.

D. $1<k<\ln\dfrac{e+4}{2}$.

Câu 102. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y=\sin x,\ y=0,\ x=0,\ x=\pi$. Đường thẳng $x=a\ (0<a<\pi)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Gọi X là tập hợp tất cả các giá trị a để $S_1^2+S_2^2=3$. Tính tổng các phần tử của tập hợp X.



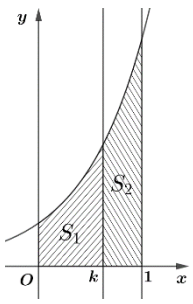
A. π.

B. $\dfrac{\pi}{4}$.

C. $\dfrac{3\pi}{4}$.

D. $\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 103. Cho hình thanh cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x,\ y=0,\ x=0,\ x=1$. Đường thẳng $x=k\ (0<k<1)$ chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1>S_2$.



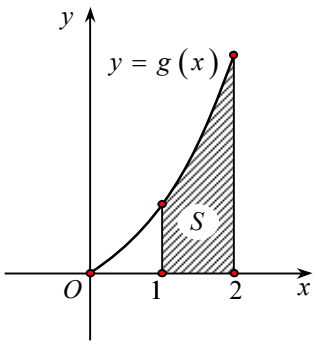
A. $k>\dfrac{e+1}{2}$.

B. $\ln\dfrac{e+1}{2}<k<1$.

C. $0<k<\ln\dfrac{e+1}{2}$.

D. $k>\ln\dfrac{e+1}{2}$.

Câu 104. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=g(x)=xf(x^2)$ có đồ thị trên đoạn $[0;2]$ như hình vẽ. Biết diện tích miền tô màu là $S=\dfrac{5}{2}\cdot$ Tính $I=\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x.$



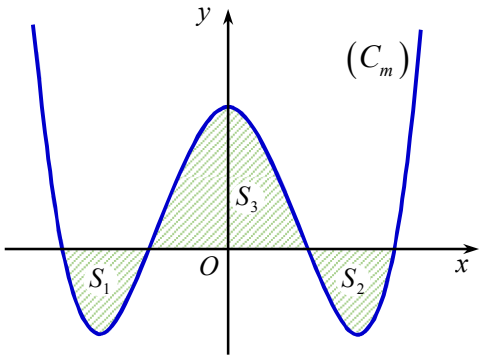
A. $I=\dfrac{5}{4}\cdot$

B. $I=\dfrac{5}{2}\cdot$

C. $I=5.$

D. $I=\dfrac{11}{2}\cdot$

Câu 105. Cho hàm số $y=x^4-3x^2+m$ có đồ thị (C_m) với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ. Gọi S_1, S_2 và S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Tìm m để $S_1+S_2=S_3$.



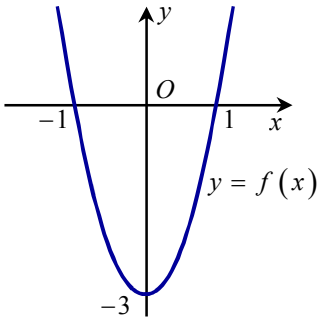
A. $m=-\dfrac{5}{2}\cdot$

B. $m=-\dfrac{5}{4}\cdot$

C. $m=\dfrac{5}{2}\cdot$

D. $m=\dfrac{5}{4}\cdot$

Câu 106. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R}$ và $a\neq 0$ có đồ thị (C). Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y=4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.



A. $S=9.$

B. $S=\dfrac{27}{4}\cdot$

C. $S=\dfrac{21}{4}\cdot$

D. $S=\dfrac{5}{4}\cdot$

Câu 107. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H):y=\dfrac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng bao nhiêu ?

A. $S=\ln 2+1$ (đvdt).

B. $S=\ln 4+1$ (đvdt).

C. $S=\ln 4-1$ (đvdt).

D. $S=\ln 4-1$ (đvdt).

Câu 108. Hình phẳng giới hạn bởi $y=3x^3+2x,\ y=0,\ x=m\ (m>0)$ có diện tích bằng 1 thì giá trị của m là bao nhiêu ?

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Câu 109. Biết rằng hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=2-x,\ y=0,\ x=k,\ x=3$ với $k<2$ và có diện tích bằng S_k. Xác định giá trị của k để $S_k=16$.

A. $k=2+\sqrt{15}$. **B.** $k=2+\sqrt{31}$. **C.** $k=2-\sqrt{15}$. **D.** $k=2-\sqrt{31}$.

Câu 110. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\ln x,\ y=0,\ x=k\ (k>1)$. Tìm k để diện tích hình phẳng (H) bằng 1.

A. $k=2$. **B.** $k=e$. **C.** $k=e^3$. **D.** $k=e^2$.

Câu 111. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$.

A. $S=\frac{e^2-1}{2}$. **B.** $S=e^2-1$. **C.** $S=\frac{e^2-1}{4}$. **D.** $S=\frac{e^2+1}{4}$.

Câu 112. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x+2}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1,\ x=1$ có giá trị bằng $2\ln\frac{a}{b}$ với $a,\ b$ là các số dương có ước chung lớn nhất bằng 1. Hỏi khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $a+b=6$. **B.** $a+b=7$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a+b=9$.

Câu 113. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$ và các trục tọa độ. Biết $S=a+b\ln\frac{c}{2}$ với $a,\ b,\ c$ là các số nguyên. Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=4$. **B.** $a+b+c=5$. **C.** $a+b+c=-2$. **D.** $a+b+c=-3$.

Câu 114. Tìm diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C):y=x^2$, tiếp tuyến d của (C) tại điểm có hoành độ $x=2$ và trục hoành.

A. $S=\frac{8}{3}$. **B.** $S=\frac{2}{3}$. **C.** $S=\frac{4}{3}$. **D.** $S=\frac{1}{3}$.

Câu 115. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường parabol $(P):y=x^2-2x+2$, tiếp tuyến của (P) tại $M(3;5)$ và trục Oy. Tính diện tích của hình (H).

A. 18. **B.** 9. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 116. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=ax^3\ (a>0)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1,\ x=k\ (k>0)$ bằng $\frac{15a}{4}$. Tìm k.

A. $k=1$. **B.** $k=\frac{1}{4}$. **C.** $k=\frac{1}{2}$. **D.** $k=2$.

Câu 117. Gọi S là số đo diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=2x^2+3x+1$, $y=x^2-x-2$. Tính $\cos\frac{\pi}{S}$.

A. 0. **B.** $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 118. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=4x-x^2$ và trục hoành trên đoạn $[0;2]$. Tìm tham số m để đường thẳng $y=mx$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

A. $m=4-2\sqrt{2}$. **B.** $m=4\sqrt{2}-3$. **C.** $m=4-3\sqrt{2}$. **D.** $m=4+\sqrt{2}$.

Câu 119. Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ với $a<b$. Kí hiệu S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2f(x)$, $y=2g(x)$, $x=a$ và $x=b$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)-2$, $y=g(x)-2$, $x=a$ và $x=b$. Chọn khẳng định **đúng** ?

A. $S_1=S_2$. **B.** $S_1=2S_2$. **C.** $S_1=2S_2-2$. **D.** $S_1=2S_2+2$.

Câu 120. Anh Toàn có một cái ao hình elip với độ dài trục lớn và độ dài trục bé lần lượt là 100m và 80m. Anh chia ao ra hai phần theo một đường thẳng từ một đỉnh của trục lớn đến một đỉnh của trục bé (bề rộng không đáng kể). Phần rộng hơn anh nuôi cá lấy thịt, phần nhỏ anh nuôi cá giống. Biết lãi nuôi cá lấy thịt và lãi nuôi cá giống trong 1 năm lần lượt là 20.000 đồng/m^2 và 40.000 đồng/m^2. Hỏi trong 1 năm anh Toàn có bao nhiêu tiền lãi từ nuôi cá trong ao đã nói trên (bấy làm tròn đến hàng nghìn).

A. 176350000 đồng. **B.** 105664000 đồng.

C. 137080000 đồng. **D.** 139043000 đồng.

Câu 121. Trong mặt phẳng tọa độ, cho hình chữ nhật (H) có một cạnh nằm trên trục hoành và có hai đỉnh trên một đường chéo là $A(-1;0)$ và $C(a;\sqrt{a})$ với $a>0$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau, tìm a.

A. $a=9$. **B.** $a=4$. **C.** $a=\dfrac{1}{2}$. **D.** $a=3$.

Câu 122. Xét hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y=(x+3)^2$, $y=0$, $x=0$. Gọi $A(0;9)$, $B(b;0)$ với $b\in(-3;0)$. Tìm b để đoạn thẳng AB chia (D) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

A. $b=-2$. **B.** $b=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $b=-1$. **D.** $b=-\dfrac{3}{2}$.

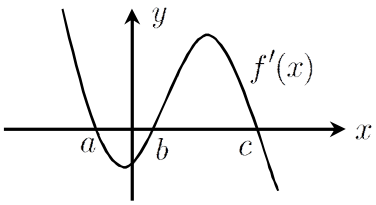
Câu 123. Để trang trí tòa nhà người ta vẽ lên tường một hình như sau: trên mỗi cạnh hình lục giác đều có cạnh bằng 2dm là một cánh hoa hình parabol mà đỉnh parabol (P) cách cạnh lục giác là 3dm và nằm phía ngoài hình lục giác, hai đầu mút của cạnh cũng là hai điểm giới hạn của đường (P) đó. Hãy tính diện tích hình trên (kể cả lục giác).

A. $6\sqrt{3}+24$. **B.** $6\sqrt{3}+12$. **C.** $8\sqrt{3}+24$. **D.** $8\sqrt{3}+12$.

Câu 124. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C):y=\dfrac{2x-1}{x+1}$, tiệm cận ngang của (C), trục tung và đường thẳng $x=a$ $(a>0)$. Tìm a để $S=3\ln 5$.

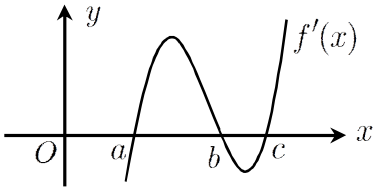
A. $a=5$. **B.** $a=4$. **C.** $a=3$. **D.** $a=2$.

Câu 125. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ thỏa mãn $a<b<c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng** ?



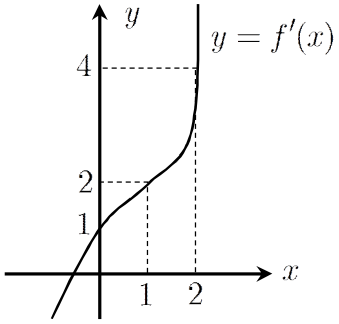
A. $f(c)>f(a)>f(b)$.
B. $f(c)>f(b)>f(a)$.
C. $f(a)>f(b)>f(c)$.
D. $f(b)>f(a)>f(c)$.

Câu 126. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như trong hình vẽ bên. Hỏi phương trình $f(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm biết $f(a)>0$.



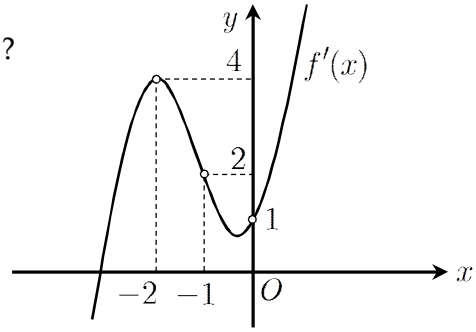
A. 3.
B. 2.
C. 1.
D. 0.

Câu 127. Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f(x)-2^x.\ln 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



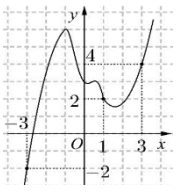
A. $g(0)<g(2)<g(1)$.
B. $g(1)<g(0)<g(2)$.
C. $g(0)=g(1)<g(2)$.
D. $g(2)=g(0)>g(1)$.

Câu 128. Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f(x)-\left(\frac{1}{2}\right)^x\ln\frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



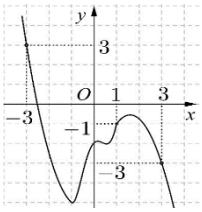
A. $g(-2)<g(0)<g(-1)$.
B. $g(-2)<g(-1)<g(0)$.
C. $g(-2)=g(0)<g(-1)$.
D. $g(-2)=g(0)>g(-1)$.

Câu 129. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 102 câu 48)** Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào **đúng** ?



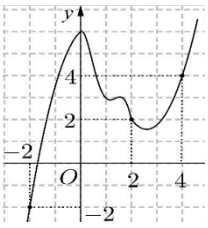
A. $g(3)>g(-3)>g(1)$.
B. $g(-3)>g(3)>g(1)$.
C. $g(1)>g(-3)>g(3)$.
D. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Câu 130. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 46)** Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)+x^2$. Mệnh đề nào **đúng** ?



A. $g(3)>g(-3)>g(1)$.
B. $g(-3)>g(3)>g(1)$.
C. $g(1)>g(-3)>g(3)$.
D. $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Câu 131. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 49)** Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $h(x)=2f(x)-x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



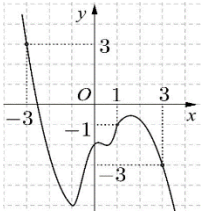
A. $h(4)=h(-2)>h(2)$.

B. $h(4)=h(-2)<h(2)$.

C. $h(2)>h(4)>h(-2)$.

D. $h(2)>h(-2)>h(4)$.

Câu 132. **(Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 48)** Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=2f(x)+(x+1)^2$. Mệnh đề nào **đúng** ?



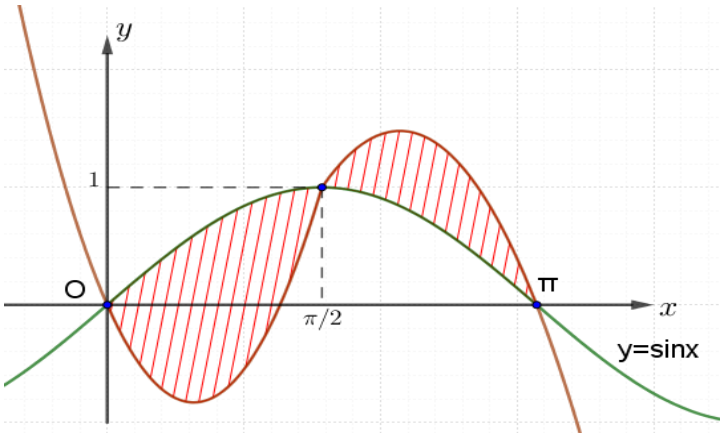
A. $g(1)<g(3)<g(-3)$.

B. $g(1)<g(-3)<g(3)$.

C. $g(3)=g(-3)<g(1)$.

D. $g(3)=g(-3)>g(1)$.

Câu 133. Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f(x)+\cos x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



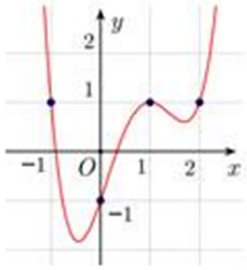
A. $g(0)<g(\pi)<g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

B. $g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)<g(0)<g(\pi)$.

C. $g(\pi)<g(0)<g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

D. $g(\pi)>g(0)>g\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Câu 134. Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f(x)-x$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



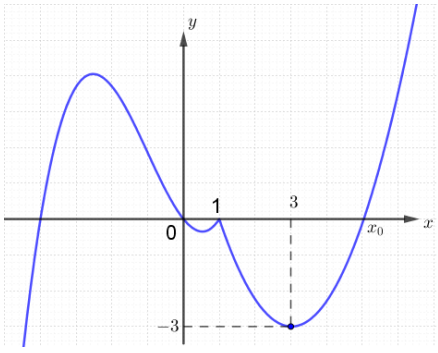
A. $g(-1)<g(1)<g(2)$.

B. $g(2)<g(1)<g(-1)$.

C. $g(2)<g(-1)<g(1)$.

D. $g(1)<g(-1)<g(2)$.

Câu 135. Cho $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $g(x)=f(x^2)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



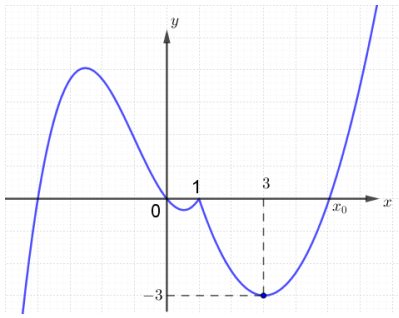
A. $g(0)<g(1)<g(-1)$.

B. $g(-1)<g(0)<g(1)$.

C. $g(1)<g(-1)<g(0)$.

D. $g(-1)<g(1)<g(0)$.

Câu 136. Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ . Gọi x_0 $(x_0>3)$ là hoành độ giao điểm của trục hoành với đồ thị. Đặt $g(x)=f(x^2)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



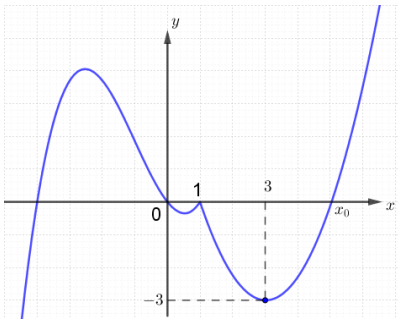
A. $g\left(\sqrt{x_0}\right)<g(1)<g(-1)$.

B. $g(1)<g\left(-\sqrt{x_0}\right)<g(0)$.

C. $g\left(-\sqrt{x_0}\right)<g(0)<g(1)$.

D. $g\left(-\sqrt{x_0}\right)<g(1)<g(0)$.

Câu 137. Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi x_0 $(x_0>3)$ là hoành độ giao điểm của trục hoành với đồ thị. Đặt $g(x)=f(x^2)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



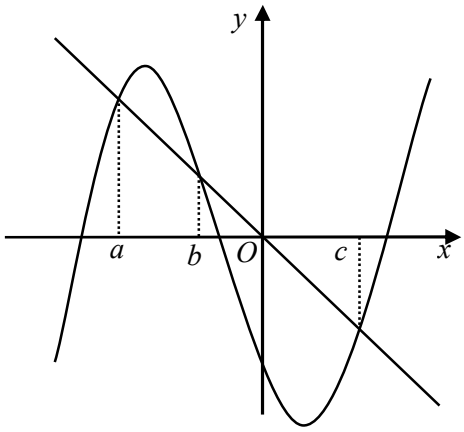
A. $g\left(\sqrt{x_0}\right)<g(0)<g(1)$.

B. $g(1)<g(0)<g\left(\sqrt{x_0}\right)$.

C. $g\left(\sqrt{x_0}\right)<g(1)<g(0)$.

D. $g(-1)<g\left(\sqrt{x_0}\right)<g(0)$.

Câu 138. Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y=-x$ cắt đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tại ba điểm có hoành độ a, b, c thỏa mãn $a<b<c$ như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



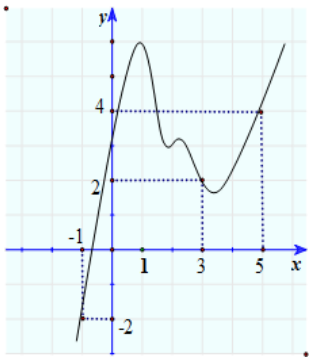
A. $f(a)+\dfrac{a^2}{2}>f(b)+\dfrac{b^2}{2}>f(c)+\dfrac{c^2}{2}$.

B. $f(b)+\dfrac{a^2}{2}>f(a)+\dfrac{b^2}{2}>f(c)+\dfrac{c^2}{2}$.

C. $f(c)+\dfrac{c^2}{2}>f(b)+\dfrac{b^2}{2}>f(a)+\dfrac{a^2}{2}$.

D. $f(b)+\dfrac{b^2}{2}>f(a)+\dfrac{a^2}{2}>f(c)+\dfrac{c^2}{2}$.

Câu 139. Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x)=2f(x)-(x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



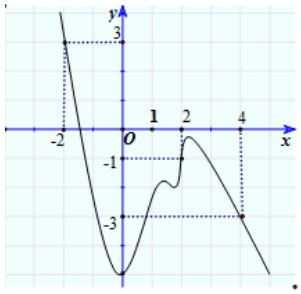
A. $g(-1)<g(3)<g(5)$.

B. $g(5)<g(-1)<g(3)$.

C. $g(-1)<g(5)<g(3)$.

D. $g(3)<g(5)<g(-1)$.

Câu 140. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x-1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



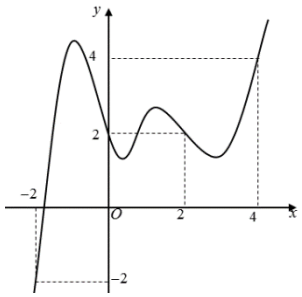
A. $g(-2) < g(4) < g(2)$.

B. $g(2) < g(4) < g(-2)$.

C. $g(-2) < g(2) < g(4)$.

D. $g(2) < g(-2) < g(4)$.

Câu 141. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $g(x) = 2f(x+1) - x^2 - 2x + 2017$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?



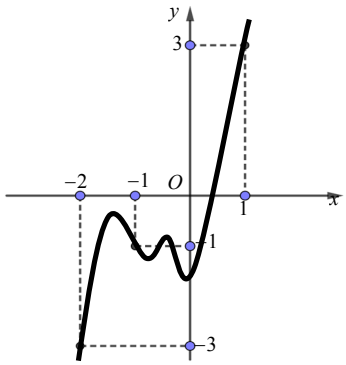
A. $g(1) > g(-3) > g(3)$.

B. $g(-3) > g(1) > g(3)$.

C. $g(1) > g(3) > g(-3)$.

D. $g(-3) > g(3) > g(1)$.

Câu 142. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $h(x) = f(x) - x^2 - x + 2017$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?



A. $h(-1) > h(-2) > h(1)$.

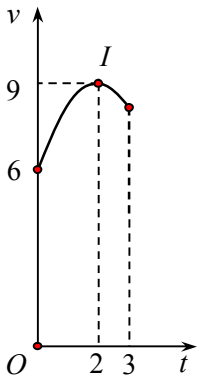
B. $h(-1) > h(1) > h(-2)$.

C. $h(1) > h(-1) > h(-2)$.

D. $h(1) > h(-2) > h(-1)$.

Nhóm 2. Tìm gia tốc, vận tốc, quãng đường trong vật lí

Câu 143. **(Đề Thi THPTQG năm 2017 Mã đề 102 câu 38)** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



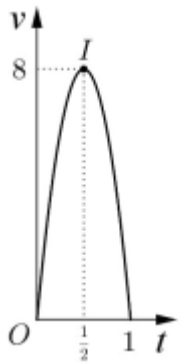
A. $s=26,75$ (km).

B. $s=25,25$ (km).

C. $s=24,25$ (km).

D. $s=24,75$ (km).

Câu 144. **(Đề Thi THPTQG năm 2017 Mã đề 104 câu 35)** Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần parabol với đỉnh $I\left(\dfrac{1}{2};8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quảng đường s người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút kể từ khi chạy.



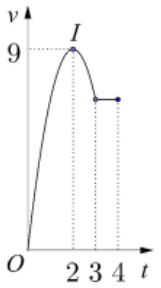
A. $s=4$ (km).

B. $s=2,3$ (km).

C. $s=4,5$ (km).

D. $s=5,3$ (km).

Câu 145. **(Đề Thi THPTQG năm 2017 Mã đề 103 câu 35)** Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



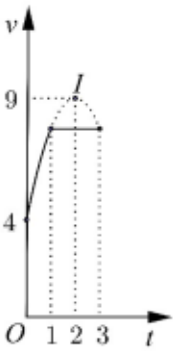
A. $26,5$ (km).

B. $28,5$ (km).

C. 27 (km).

D. 24 (km).

Câu 146. **(Đề Thi THPTQG năm 2017 Mã đề 101 câu 41)** Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình vẽ bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại của đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



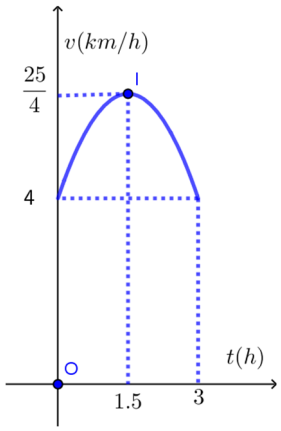
A. $s=23,25$ (km).

B. $s=21,58$ (km).

C. $s=15,50$ (km).

D. $s=13,83$ (km).

Câu 147. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I\left(\frac{3}{2};\frac{25}{4}\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



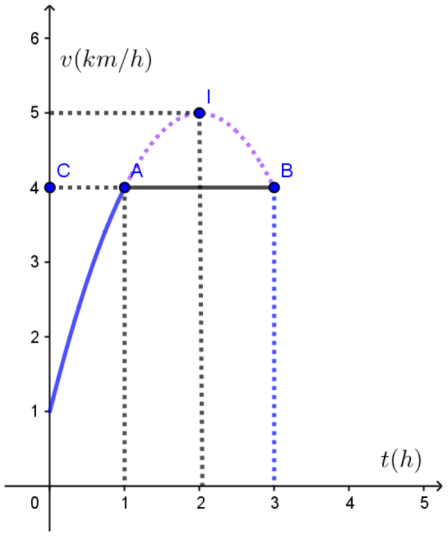
A. $\frac{33}{2}$km.

B. $\frac{29}{2}$km.

C. $\frac{31}{2}$km.

D. $\frac{35}{2}$km.

Câu 148. Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



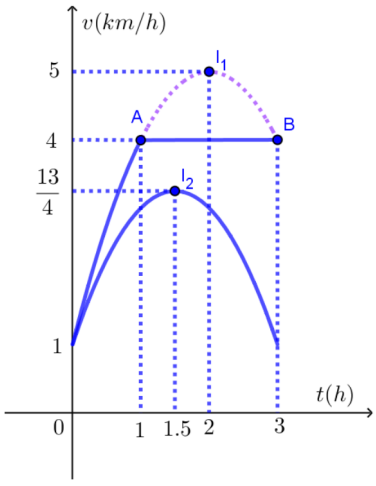
A. $\frac{33}{3}$km.

B. 15km.

C. 12km.

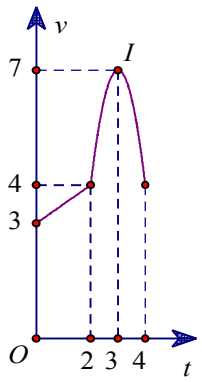
D. $\frac{35}{3}$km.

Câu 149. Hai vật chuyển động ngược chiều nhau trên một quãng đường AB dài 30km. Vật M chuyển động từ A đến B trong 3 giờ với vận tốc v_1(km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h), trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I_1(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Vật N chuyển động trong 3 giờ B đến A với vận tốc v_2(km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) với đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I_2\left(\frac{3}{2};\frac{13}{4}\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Hỏi sau 3h thì hai vật M, N cách nhau bao nhiêu km.



A. $\frac{21}{2}$km. **B.** $\frac{37}{2}$km. **C.** 18km. **D.** $\frac{45}{2}$km.

Câu 150. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động nhanh dần, đồ thị là một phần của đường thẳng. Khoảng thời gian còn lại đồ thị là một parabol có đỉnh $I(3;7)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 210 phút đó.



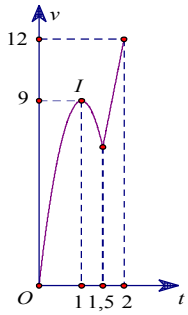
A. $s = 15,375\text{km}$.

B. $s = 16,375\text{km}$.

C. $s = 17,5\text{km}$.

D. $s = 18,5\text{km}$.

Câu 151. Một vật chuyển động trong 2 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian $1,5$ giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động đồ thị là một parabol có đỉnh $I(1;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng . Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 2 giờ đó.



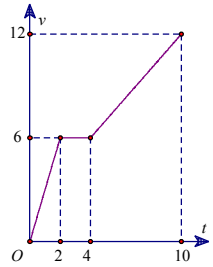
A. $13,8\text{km}$.

B. $14,8\text{km}$.

C. $15,8\text{km}$.

D. $16,8\text{km}$.

Câu 152. Một vật chuyển động trong 10 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 10 giờ đó.



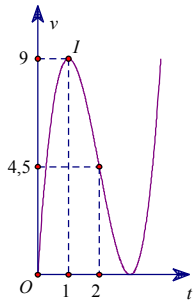
A. 72km.

B. 70km.

C. 74km.

D. 76km.

Câu 153. Một vật chuyển động trong t giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc là một hàm bậc ba như hình bên. Đồ thị hàm số đạt điểm cực đại $A(1;9)$. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được cho đến thời điểm $v = 0$.



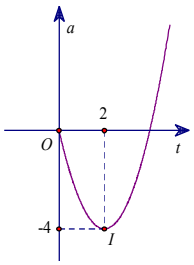
A. 50km.

B. 52km.

C. 54km.

D. 56km.

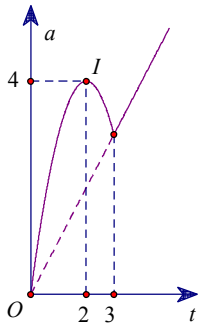
Câu 154. Một vật chuyển động với vận tốc $v_0 = 15\,\text{m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc a (m/s^2) phụ thuộc thời gian t (s) có đồ thị là một phần của parabol có đỉnh $I(2;-4)$ và có trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.



A. $45,25\text{m}$. **B.** $47,25\text{m}$.

C. 50m. **D.** $44,5\text{m}$.

Câu 155. Một vật chuyển động trong 4 giây với gia tốc $a\ (\mathrm{m/s^2})$ phụ thuộc thời gian $t\ (s)$ có đồ thị của gia tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động đồ thị là một parabol có đỉnh $I(2;4)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giây đó. Biết rằng vận tốc của vật tại giây thứ 3 bằng $18(\mathrm{m/s})$.



A. $55,9\mathrm{m}$. **B.** $56,9\mathrm{m}$.

C. $57,9\mathrm{m}$. **D.** $58,9\mathrm{m}$.

Câu 156. Một ô tô đang chạy với vận tốc $20\mathrm{m/s}$ thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-4t+20(\mathrm{m/s})$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét ?

A. $30m$. **B.** $40m$. **C.** $50m$. **D.** $60m$.

Câu 157. Một ô tô đang chạy với vận tốc $15\mathrm{m/s}$ thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-5t+15(\mathrm{m/s})$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu hãm phanh. Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét ?

A. $22,5m$. **B.** $45m$. **C.** $15m$. **D.** $90m$.

Câu 158. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_{\circ}=16\mathrm{m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=t^2+3t\ (\mathrm{m/s^2})$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian $4s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. $\frac{352}{3}m$. **B.** $\frac{160}{3}m$. **C.** $\frac{136}{3}m$. **D.** $64m$.

Câu 159. Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_{\circ}=18\mathrm{m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=t^2+5t\ (\mathrm{m/s^2})$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian $3s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. $\frac{117}{4}m$. **B.** $\frac{333}{4}m$. **C.** $\frac{63}{2}m$. **D.** $126m$.

Câu 160. Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t)=150-15t\ (\mathrm{m/s})$. Hỏi rằng trong $5s$ trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét ?

A. $\frac{1125}{2}m$. **B.** $120m$. **C.** $\frac{375}{2}m$. **D.** $750m$.

Câu 161. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $b\ (\mathrm{m/s})$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-4t+b\ (\mathrm{m/s})$. Biết từ khi đạp phanh đến lúc dừng hẳn thì ô tô di chuyển được $50m$. Tìm b.

A. $12,5\mathrm{m/s}$. **B.** $15\mathrm{m/s}$. **C.** $25\mathrm{m/s}$. **D.** $20\mathrm{m/s}$.

Câu 162. Một ô tô xuất phát với vận tốc $v_1(t)=2t+12\ (\mathrm{m/s})$ sau khi đi được một khoảng thời gian t_1 thì bất ngờ gặp chướng ngại vật nên tài xế phanh gấp với vận tốc $v_2(t)=24-6t\ (\mathrm{m/s})$ và đi thêm một khoảng thời gian t_2 nữa thì dừng lại. Hỏi từ khi xuất phát đến lúc dừng lại thì xe ô tô đã đi được bao nhiêu mét ?

A. $156m$. **B.** $108m$. **C.** $48m$. **D.** $112m$.

Câu 163. Một ôtô đang chạy với vận tốc 20m/s thì người lái đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ôtô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 20 - 40t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ôtô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

A. $10m$. **B.** $7m$. **C.** $5m$. **D.** $3m$.

Câu 164. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 5 năm 2017)** Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 3t^2 + t$ (m/s^2). Vận tốc ban đầu của vật là $2(\text{m/s})$. Hỏi vận tốc của vật là bao nhiêu sau khi chuyển động với gia tốc đó được $2s$.

A. 8m/s. **B.** 12m/s. **C.** 16m/s. **D.** 10m/s.

Câu 165. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 1 năm 2017)** Một ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t$ (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét ?

A. $\frac{45}{2}$ mét. **B.** 18 mét. **C.** 36 mét. **D.** $\frac{27}{4}$ mét.

Câu 166. **(Sở GD & ĐT Bình Dương lần 1 năm học 2017)** Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = 1{,}2 + \frac{t^2+4}{t+3}$ (m/s). Tính quãng đường vật đó đi được trong 4 giây đầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

A. $1{,}64\text{m}$. **B.** $11{,}01\text{m}$. **C.** $11{,}81\text{m}$. **D.** $11{,}18\text{m}$.

Câu 167. **(Sở GD & ĐT Bình Phước lần 2 năm 2017)** Một chất điểm A từ trạng thái nghỉ chuyển động với vận tốc nhanh dần đều, $8s$ sau nó đạt đến vận tốc 6m/s. Từ thời điểm đó nó chuyển động đều. Một chất điểm B khác xuất phát từ cùng vị trí với A nhưng chậm hơn nó $12s$ với vận tốc nhanh dần đều và đuổi kịp A sau $8s$ (kể từ lúc B xuất phát). Tìm vận tốc B tại thời điểm đó.

A. 12m/s. **B.** 24m/s. **C.** 18m/s. **D.** 30m/s.

Câu 168. **(Sở GD & ĐT Nam Định lần 1 năm 2017)** Một ô tô đang chạy với vận tốc 36km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần với gia tốc $a(t) = 1 + \frac{1}{3}t$ (m/s^2). Tính quãng đường mà ô tô đi được sau 6 giây kể từ khi ô tô bắt đầu tăng tốc.

A. 90m. **B.** 246m. **C.** 58m. **D.** 102m.

Câu 169. **(Sở GD & ĐT Hà Tĩnh năm 2017)** Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 12m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 12 - 2t$ (m/s) (trong đó t là thời gian tính bằng giây, kể từ lúc đạp phanh). Hỏi trong thời gian 8 giây cuối (tính đến khi xe dừng hẳn) thì ô tô đi được quãng đường bằng bao nhiêu ?

A. 16m. **B.** 60m. **C.** 32m. **D.** 100m.

Câu 170. **(Sở GD & ĐT Hải Phòng lần 2 năm 2017)** Bạn An ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Hỏi quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 bằng bao nhiêu ?

A. $996m$. **B.** $876m$. **C.** $966m$. **D.** $1086m$.

Câu 171. **(Sở GD & ĐT Quảng Ninh lần 1 năm 2017)** Một vận động viên đua xe F đang chạy với vận tốc $10(\mathrm{m/s})$ thì anh ta tăng tốc với vận tốc $a(t)=6t\ (\mathrm{m/s^2})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng tốc. Hỏi quãng đường xe của anh ta đi được trong thời gian $10s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu ?

A. $1100\mathrm{m}$. **B.** $100\mathrm{m}$. **C.** $1010\mathrm{m}$. **D.** $1110\mathrm{m}$.

Câu 172. **(Sở GD & ĐT Vũng Tàu lần 1 năm 2017)** Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=30-2t\ (\mathrm{m/s})$. Hỏi trong $5s$ trước khi dừng hẳn, vật di chuyển động được bao nhiêu mét?

A. $50\mathrm{m}$. **B.** $225\mathrm{m}$. **C.** $125\mathrm{m}$. **D.** $25\mathrm{m}$.

Câu 173. **(Sở GD & ĐT Hà Nội năm 2017)** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=7t\ (\mathrm{m/s})$. Đi được $5s$ người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-70\ (\mathrm{m/s^2})$. Tính quãng đường đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $95,70\mathrm{m}$. **B.** $96,25\mathrm{m}$. **C.** $87,50\mathrm{m}$. **D.** $94,00\mathrm{m}$.

Câu 174. **(THPT Lê Lợi – Thanh Hóa lần 3 năm 2017)** Một vật chuyển động với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t)=3t+2$, thời gian tính theo đơn vị giây, quãng đường vật đi được tính theo đơn vị mét. Biết tại thời điểm $t=2s$ thì vật đi được quãng đường là $10\mathrm{m}$. Hỏi tại thời điểm $t=30s$ thì vật đi được quãng đường là bao nhiêu ?

A. $240\mathrm{m}$. **B.** $1140\mathrm{m}$. **C.** $300\mathrm{m}$. **D.** $1410\mathrm{m}$.

Câu 175. **(THPT Chuyên Biên Hòa – Hà Nam lần 3 năm 2017)** Một học sinh đi học từ nhà đến trường bằng xe đạp với vận tốc thay đổi theo thời gian được tính bởi công thức $v(t)=40t+100$ (m/ phút). Biết rằng sau khi đi được 1 phút thì quãng đường học sinh đó đi được là $120\mathrm{m}$. Biết quãng đường từ nhà đến trường là $3\mathrm{km}$. Hỏi thời gian học sinh đó đi đến trường là bao nhiêu phút ?

A. 9 phút. **B.** 15 phút. **C.** 10 phút. **D.** 12 phút.

Câu 176. **(THPT Thanh Thủy – Phú Thọ năm 2017)** Một vật chuyển động với vận tốc $10(\mathrm{m/s})$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=3t+t^2\ (m/s^2)$. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. $\dfrac{4000}{3}\mathrm{m}$. **B.** $\dfrac{4350}{3}\mathrm{m}$. **C.** $\dfrac{4300}{3}\mathrm{m}$. **D.** $1433\mathrm{m}$.

Câu 177. **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An năm 2017)** Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm trên cùng đoạn đường thẳng AB, ô tô thứ nhất bắt đầu xuất phát từ A và đi theo hướng từ A đến B với vận tốc $v_a(t)=2t+1\ (\mathrm{km/h})$; ô tô thứ hai xuất phát từ O cách A một khoảng $22\mathrm{km}$ và đi theo hướng từ A đến B với vận tốc $10\mathrm{km/h}$, sau một khoảng thời gian người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô thứ hai chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_o(t)=-5t+20\ (\mathrm{km/h})$. Hỏi sau khoảng thời gian bao lâu kể từ khi xuất phát hai ô tô đó gặp nhau.

A. $6\mathrm{h}$. **B.** $8\mathrm{h}$. **C.** $7\mathrm{h}$. **D.** $4\mathrm{h}$.

Câu 178. **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn – Quãng Trị lần 1 năm 2017)** Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ

thuộc vào thời gian t (s) là $a(t)=2t-7$ $(\mathrm{m/s^2})$. Biết vận tốc đầu bằng $10(\mathrm{m/s})$. Hỏi trong 6 giây đầu tiên, thời điểm nào chất điểm ở xa nhất về phía bên phải ?

A. $5s$. **B.** $6s$. **C.** $1s$. **D.** $2s$.

Câu 179. Một ôtô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ôtô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-12t+24$ $(\mathrm{m/s})$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ôtô còn di chuyển bao nhiêu mét ?

A. $18\mathrm{m}$. **B.** $15\mathrm{m}$. **C.** $20\mathrm{m}$. **D.** $24\mathrm{m}$.

Câu 180. **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai lần 1 năm 2017)** Một viên đạn được bắn theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $29{,}4\mathrm{m/s}$. Gia tốc trọng trường là $9{,}8\mathrm{m/s^2}$. Tính quãng đường s viên đạn đi được từ lúc bắn lên cho đến khi chạm đất.

A. $88{,}2\mathrm{m}$. **B.** $88{,}5\mathrm{m}$. **C.** $88\mathrm{m}$. **D.** $89\mathrm{m}$.

Câu 181. **(THPT Bắc Yên Thành – Nghệ An lần 1 năm 2017)** Một vật rơi tự do với gia tốc $9{,}8(\mathrm{m/s^2})$. Hỏi sau $2s$ (tính từ thời điểm bắt đầu rơi) vật đó có vận tốc bao nhiêu ?

A. $4{,}9\mathrm{m/s}$. **B.** $19{,}6\mathrm{m/s}$. **C.** $39{,}2\mathrm{m/s}$. **D.** $\dfrac{78{,}4}{2}\mathrm{m/s}$.

Câu 182. **(THPT Chuyên Biên Hòa – Hà Nam lần 1 năm 2017)** Một chất điểm đang cuyển động với vận tốc $v_{\circ}=15\mathrm{m/s}$ thì tăng vận tốc với gia tốc $a(t)=t^2+4t$ $(\mathrm{m/s^2})$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian $3s$ kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

A. $68{,}25\mathrm{m}$. **B.** $70{,}25\mathrm{m}$. **C.** $69{,}75\mathrm{m}$. **D.** $67{,}25\mathrm{m}$.

Câu 183. **(THPT Công Nghiệp – Hòa Bình lần 1 năm 2017)** Một vật chuyển động với gia tốc $a(t)=-20(1+2t)^{-2}$ $(\mathrm{m/s^2})$. Khi $t=0$ thì vận tốc của vật là $30(\mathrm{m/s})$. Tính quãng đường vật đó di chuyển sau $2s$

A. $46\mathrm{m}$. **B.** $48\mathrm{m}$. **C.** $47\mathrm{m}$. **D.** $49\mathrm{m}$.

Câu 184. **(THPT TH Cao Nguyên lần 1 năm 2017)** Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ $(\mathrm{m/s})$ có gia tốc $v'(t)=\dfrac{3}{t+1}$ $(\mathrm{m/s^2})$. Vận tốc ban đầu của vật là $6\mathrm{m/s}$. Tính vận tốc của vật sau 10 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

A. $10(\mathrm{m/s})$. **B.** $8(\mathrm{m/s})$. **C.** $15(\mathrm{m/s})$. **D.** $13(\mathrm{m/s})$.

Câu 185. **(THPT Quốc Học Quy Nhơn – Bình Định lần 1 năm 2017)** Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng $N(t)$, biết rằng $N'(t)=\dfrac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Hỏi sau 10 ngày, đám vi trùng có bao nhiêu con (làm tròn số đến hàng đơn vị) ?

A. 322542 con. **B.** 332542 con. **C.** 302542 con. **D.** 312542 con.

Câu 186. **(THPT Trần Hưng Đạo – Nam Định lần 1 năm 2017)** Khi quan sát một đám vi khuẩn trong phòng thí nghiệm người ta thấy tại ngày thứ x có số lượng $N(x)$ con. Biết rằng $N'(x)=\dfrac{2017}{x+1}$ và lúc đầu đám vi khuẩn có 30000 con. Hỏi số lượng vi khuẩn sau đúng một tuần gần với số nào sau đây ?

A. 36194. **B.** 38417. **C.** 35194. **D.** 34194.

BẢNG ĐÁP ÁN DIỆN TÍCH HÌNH PHẲNG

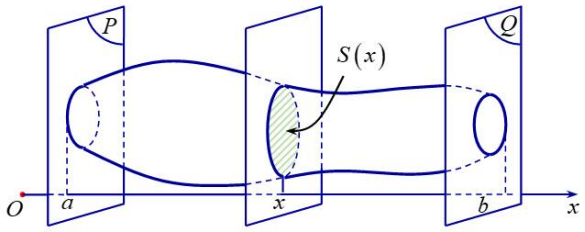
1.D	2.A	3.C	4.C	5.B	6.B	7.B	8.B	9.A	10.A
11.B	12.C	13.B	14.C	15.B	16.B	17.B	18.D	19.D	20.C
21.C	22.C	23.B	24.D	25.B	26.B	27.C	28.C	29.C	30.A
31.D	32.B	33.A	34.A	35.D	36.C	37.B	38.C	39.C	40.C
41.B	42.B	43.A	44.D	45.C	46.A	47.D	48.A	49.A	50.D
51.A	52.A	53.A	54.A	55.A	56.C	57.D	58.B	59.D	60.B
61.D	62.B	63.D	64.C	65.D	66.B	67.C	68.D	69.D	70.B
71.B	72.B	73.A	74.D	75.C	76.B	77.C	78.B	79.D	80.A
81.D	82.A	83.D	84.C	85.B	86.B	87.B	88.C	89.C	90.C
91.D	92.C	93.C	94.B	95.D	96.D	97.D	98.A	99.C	100.D
101.D	102.A	103.B	104.C	105.D	106.B	107.C	108.D	109.D	110.B
111.D	112.B	113.B	114.B	115.B	116.D	117.B	118.A	119.B	120.C
121.D	122.C	123.A	124.B	125.A	126.D	127.A	128.A	129.D	130.B
131.C	132.A	133.C	134.B	135.D	136.D	137.D	138.D	139.C	140.B
141.C	142.A	143.D	144.C	145.C	146.B	147.A	148.A	149.A	150.B
151.B	152.A	153.C	154.B	155.C	156.C	157.A	158.A	159.B	160.C
161.D	162.A	163.C	164.B	165.B	166.C	167.B	168.A	169.B	170.C
171.A	172.D	173.D	174.D	175.C	176.C	177.A	178.D	179.D	180.A
181.B	182.C	183.B	184.D	185.D	186.D				

Dạng toán 3. Thể tích vật thể và thể tích vật thể tròn xoay

☆☆☆

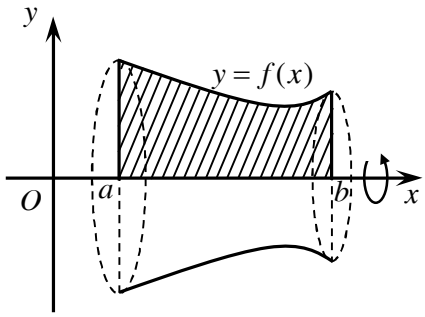
① Thể tích vật thể

Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b, $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x, $(a \le x \le b)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, thể tích của vật thể B được xác định: $\boxed{V = \int_a^b S(x)\mathrm{d}x}$.



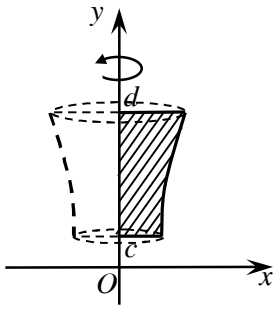
② Thể tích khối tròn xoay

a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a,\ x = b$ quanh trục Ox :



$$\begin{cases}(C): y = f(x)\\ (Ox): y = 0\\ x = a\\ x = b\end{cases} \qquad \boxed{V_x = \pi\int_a^b \left[f(x)\right]^2 dx}$$

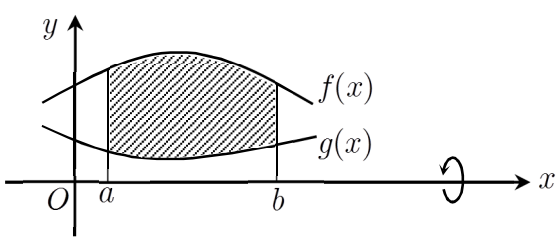
b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y = c,\ y = d$ quanh trục Oy :



$$\begin{cases}(C): x = g(y)\\ (Oy): x = 0\\ y = c\\ y = d\end{cases} \qquad \boxed{V_y = \pi\int_c^d \left[g(y)\right]^2 dy}$$

c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x),\ y = g(x)$ (cùng nằm một phía so với Ox) và hai đường thẳng $x = a,\ x = b$ quanh trục Ox :

$$\boxed{V = \pi\int_a^b \left|f^2(x) - g^2(x)\right|\mathrm{d}x}.$$



Nhóm 1: Tính thể tích của vật thể

BT 1. Tính thể tích khối lăng trụ, biết diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h.

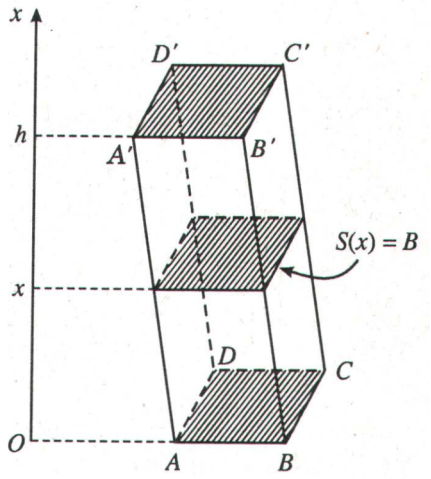
Lời giải tham khảo

Chọn trục Ox song song với đường cao của khối lăng trụ, còn hai đáy nằm trong hai mặt phẳng vuông góc với Ox tại $x=0$ và $x=h$ (hình vẽ).

Hiển nhiên một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox, cắt lăng trụ theo một thiết diện có diện tích không đổi $S(x)=B$ $(0\le x\le h)$.

Áp dụng công thức tích thể tích vật thể, ta có:

$$V=\int_0^h S(x)\mathrm{d}x=\int_0^h B\mathrm{d}x=Bx\Big|_0^h=Bh.$$



BT 2. Cho khối chóp cụt có chiều cao h, diện tích đáy nhỏ và đáy lớn theo thứ tự là $S_\circ$, S_1.

Chứng minh thể tích thể tích V của nó là $V=\dfrac{h}{3}\left(S_\circ+S_1+\sqrt{S_\circ S_1}\right)$.

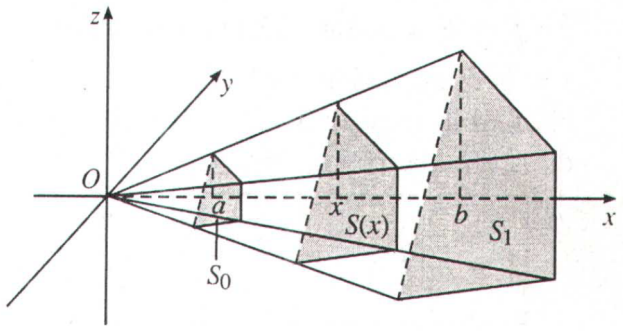
.....

.....

.....

.....

.....



.....

.....

.....

BT 3. **(Đề minh họa lần 3 – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=32+2\sqrt{15}$. **B.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124}{3}$. **D.** $V=(32+2\sqrt{15})\pi$.

Lời giải tham khảo

Diện tích thiết diện là $S(x)=3x\sqrt{3x^2-2}$.

Suy ra thể tích vật thể tạo thành là $V=\int_1^3 S(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 3x\sqrt{3x^2-2}\mathrm{d}x=\dfrac{124}{3}$.

BT 4. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. $V=13$. **B.** $V=18$. **C.** $V=20$. **D.** $V=22$.

.....

.....

BT 5. Tính thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le \pi)$ là một tam giác đều cạnh là $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V=8\sqrt{3}$. **B.** $V=-2\sqrt{3}$. **C.** $V=2\sqrt{3}$. **D.** $V=\sqrt{3}$.

.....

.....

BT 6. Thể tích vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$ là một nửa hình tròn đường kính $\sqrt{5}x^2$.

A. $V=8\sqrt{5}\pi$. **B.** $V=-2\sqrt{5}\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=4\sqrt{5}\pi$.

.....

.....

BT 7. Xét trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=1$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(-1\le x\le 1)$ là một hình vuông cạnh là $2\sqrt{1-x^2}$.

A. $V=\dfrac{16}{3}\cdot$ **B.** $V=\dfrac{16\pi}{3}\cdot$ **C.** $V=\dfrac{14}{3}\cdot$ **D.** $V=\dfrac{14\pi}{3}\cdot$

.....

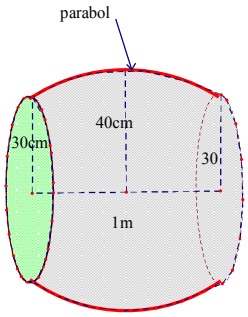
.....

BT 8. Xét trong không gian $Oxyz$, tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=1$ và $x=4$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 4)$ là một hình tròn có bán kính là $\sqrt{x}$.

A. $V=\dfrac{15}{2}\cdot$ **B.** $V=\dfrac{15\pi}{2}\cdot$ **C.** $V=\dfrac{17\pi}{2}\cdot$ **D.** $V=\dfrac{17}{2}\cdot$

.....

BT 9. Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính 40cm. chiều dài của trống là 1m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường parabol. Tính thể tích của cái trống (cách 1).



A. $V = 425,2$ lít. **B.** $V = 420,3$ lít.

C. $V = 450,3$ lít. **D.** $V = 453,3$ lít.

.....

.....

.....

BT 10. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R. Tính thể tích vật thể tạo thành bởi đáy của hình trụ và mặt phẳng qua đường kính đáy, biết mặt phẳng tạo với đáy một góc $45°$.

A. $V = \dfrac{8R^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{2\pi R^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{2R^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{8\pi R^3}{3}$.

.....

.....

.....

.....

.....

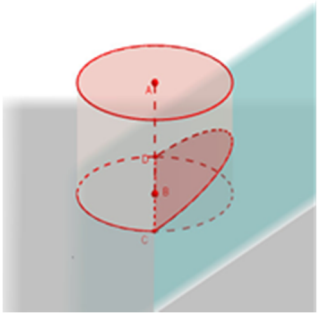
BT 11. Một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với bán kính đáy bằng 10cm. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng có giao tuyến với đáy là một đường kính của đáy và tạo với đáy góc $45°$ (như hình vẽ). Tính thể tích V của khối gỗ bé.

A. $V = \dfrac{2000}{3}\text{cm}^3$.

B. $V = \dfrac{1000}{3}\text{cm}^3$.

C. $V = \dfrac{2000}{7}\text{cm}^3$.

D. $V = \dfrac{2000}{9}\text{cm}^3$.





.....

.....

.....

.....

Nhóm 2: Thể tích của vật thể tròn xoay

BT 12. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 101 câu 14) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,\ x=\dfrac{\pi}{2}\cdot$ Khối tròn xoay tạo thanh khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=\pi-1.$ **B.** $V=(\pi-1)\pi.$ **C.** $V=(\pi+1)\pi.$ **D.** $V=\pi+1.$

Lời giải tham khảo

Ta có $V_{Ox}=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}y^2\mathrm{d}x=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2+\cos x)\mathrm{d}x=\pi(2x+\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi(\pi+1)$. **Chọn C.**

BT 13. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 102 câu 20) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,\ x=\pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=2(\pi+1).$ **B.** $V=2\pi(\pi+1).$ **C.** $V=2\pi^2.$ **D.** $V=2\pi.$

.....

BT 14. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 103 câu 21) Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,\ x=1$.Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=\dfrac{\pi e^2}{2}\cdot$ **B.** $V=\dfrac{\pi(e^2+1)}{2}\cdot$ **C.** $V=\dfrac{e^2-1}{2}\cdot$ **D.** $V=\dfrac{\pi(e^2-1)}{2}\cdot$

.....

BT 15. (Đề thi THPT Quốc Gia năm 2017 – Mã đề 104 câu 14) Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y=\sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,\ x=1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu ?

A. $V=\dfrac{4\pi}{3}\cdot$ **B.** $V=2\pi.$ **C.** $V=\dfrac{4}{3}\cdot$ **D.** $V=2.$

.....

BT 16. (THPT Phan Đình Phùng – Hà Nội năm 2017) Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x$, $y=0,\ x=0$ và $x=1$.

A. $V=\dfrac{8\pi}{15}\cdot$ **B.** $V=\dfrac{7\pi}{8}\cdot$ **C.** $V=\dfrac{8\pi}{7}\cdot$ **D.** $V=\dfrac{15\pi}{8}\cdot$

.....

BT 17. (THPT Công Nghiệp – Hòa Bình lần 1 năm 2017) Tính thể tích V vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{2}{x},\ y=0,\ x=1,\ x=4$ quanh trục Ox.

A. $V=2\pi$. **B.** $V=3\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=6\pi\ln 2$.

.....

BT 18. (THPT Chuyên Đại học Vinh lần 1 năm 2017) Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0,\ y=x\sqrt{\ln(x+1)}$ và $x=1$ xung quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{5\pi}{6}\cdot$ **B.** $V=\dfrac{\pi}{6}(12\ln 2-5)$.

C. $V=\dfrac{5\pi}{18}\cdot$ **D.** $V=\dfrac{\pi}{18}(12\ln 2-5)$.

.....

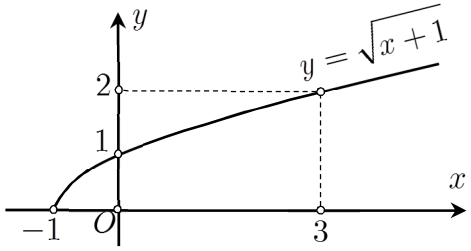
BT 19. Một Bác thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x+1}$ (đồ thị như hình vẽ bên dưới) và trục Ox quay quanh trục Ox. Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2dm và 4dm. Tính thể tích V của lọ.

A. $V=8\pi\text{dm}^3$.

B. $V=\dfrac{15\pi}{2}\text{dm}^3$.

C. $V=7\pi\text{dm}^3$.

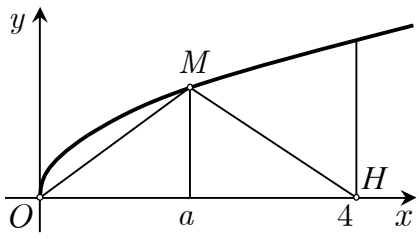
D. $V=17\pi\text{dm}^3$.



.....

.....

BT 20. (THPT Chuyên Đại học Vinh lần 2 năm 2017) Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=0$ và $x=4$ quanh trục Ox. Đường thẳng $x=a$, $(0<a<4)$ cắt đồ thị hàm $y=\sqrt{x}$ tại M (hình vẽ bên). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay ΔOMH quanh trục Ox. Biết $V=2V_1$. Tính a.



A. $a=2,5$. **B.** $a=3$. **C.** $a=2\sqrt{2}$. **D.** $a=2$.

.....

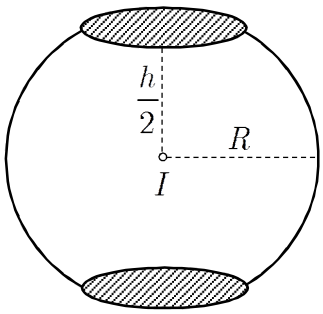
.....

.....

.....

.....

BT 21. (THPT Hồng Quang – Hải Dương lần 1 năm 2017) Coi cái trống trường là vật thể giới hạn bởi một mặt cầu bán kính $R = 0,5\text{m}$ và hai mặt phẳng song song cách đều tâm I. Biết chiều cao của trống là $h = 0,8\text{m}$. Tính thể tích V của cái trống (cách 2).



A. $V = \dfrac{472\pi}{3}(m^3)$. **B.** $V = \dfrac{375\pi}{59}(m^3)$.

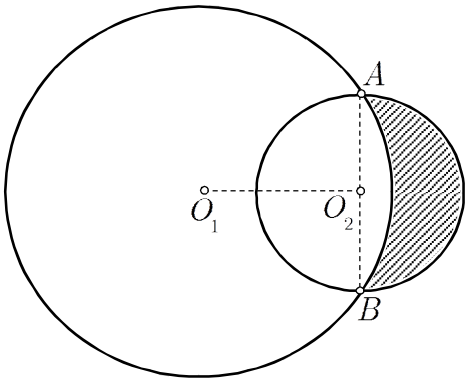
C. $V = \dfrac{59\pi}{375}(m^3)$. **D.** $V = \dfrac{472\pi}{39}(m^3)$.

.....

.....

.....

BT 22. (THPT Chuyên Ngoại Ngữ – Hà Nội năm 2017) Cho hai đường tròn $(O_1;5)$ và $(O_2;3)$ cắt nhau tại hai điểm A và B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2). Gọi (D) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần gạch chéo như hình vẽ). Quay (D) quanh trục O_1O_2, ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành ?



A. $V = \dfrac{14\pi}{3}$.

B. $V = \dfrac{68\pi}{3}$.

C. $V = \dfrac{40\pi}{3}$.

D. $V = 36\pi$.

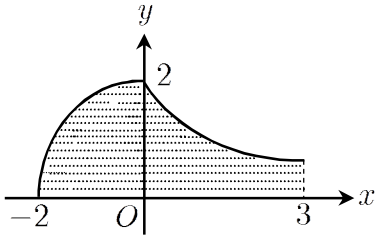
.....

.....

.....

.....

BT 23. (THPT Trần Quốc Tuấn lần 2 năm 2017) Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $\dfrac{1}{4}$ cung tròn có bán kính $R = 2$, đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành, $x = 3$ (miền tô đậm như hình). Tính thể tích V khối tạo thành khi cho (H) quay quanh Ox.



A. $V = \dfrac{77\pi}{6}$. **B.** $V = \dfrac{53\pi}{6}$.

C. $V = \dfrac{67\pi}{6}$. **D.** $V = \dfrac{66\pi}{7}$.

.....

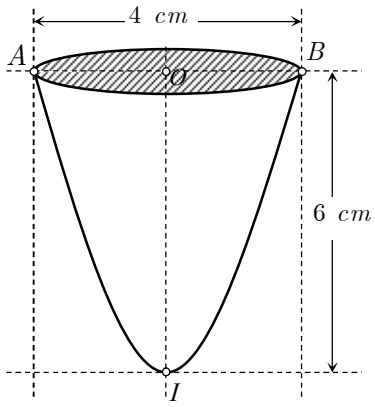
.....

.....

.....

.....

BT 24. **(Sở GD & ĐT Bắc Giang năm 2017)** Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích $V\ (\text{cm}^3)$ của vật thể đã cho.



A. $V = 12\pi$.

B. $V = 15\pi$.

C. $V = \dfrac{72\pi}{5}$.

D. $V = \dfrac{144\pi}{5}$.

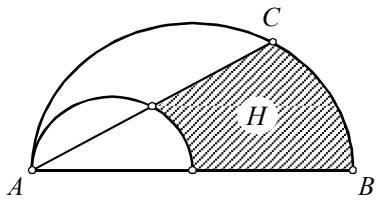
.....

.....

.....

.....

BT 25. **(Sở GD & ĐT Hà Tĩnh năm 2017)** Ta vẽ hai nửa đường tròn như hình vẽ bên, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 8π và $\widehat{BAC} = 30°$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.



A. $\dfrac{220}{3}\pi$. **B.** $\dfrac{98}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{224}{3}\pi$. **D.** $4\pi^2$.

.....

.....

.....

.....

.....

BT 26. **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc lần 3 năm 2017)** Thể tích V của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ quay xung quanh trục Ox được xác định bởi công thức nào sau đây ?

A. $V = \pi \int\limits_0^1 (x^2 - x)^2 \mathrm{d}x.$ **B.** $V = \pi \int\limits_0^1 x^2 \mathrm{d}x + \pi \int\limits_0^1 x^4 \mathrm{d}x.$

C. $V = \pi \int\limits_0^1 x^2 \mathrm{d}x - \pi \int\limits_0^1 x^4 \mathrm{d}x.$ **D.** $V = \pi \int\limits_0^1 (x - x^2) \mathrm{d}x.$

BT 27. **(THPT Nguyễn Trãi – Hải Dương lần 2 năm 2017)** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = -x^2 + 4x$ và đường thẳng $d: y = x$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

A. $V = \dfrac{81\pi}{10}.$ **B.** $V = \dfrac{81\pi}{5}.$ **C.** $V = \dfrac{108\pi}{5}.$ **D.** $V = \dfrac{108\pi}{10}.$

.....

.....

BT 28. **(THPT Chuyên Lào Cai lần 1 năm 2017)** Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục hoành Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^2 - 4x + 6$ và $y = -x^2 - 2x + 6$.

A. $V = 3\pi.$ **B.** $V = \pi - 1.$ **C.** $V = \pi.$ **D.** $V = 2\pi.$

.....

.....

BT 29. **(THPT Nam Yên Thành – Nghệ An lần 1 năm 2017)** Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$ xung quanh trục hoành Ox.

A. $V = \dfrac{3\pi}{10}.$ **B.** $V = \dfrac{9\pi}{70}.$ **C.** $V = \dfrac{\pi}{3}.$ **D.** $V = \dfrac{7\pi}{10}.$

.....

.....

BT 30. **(THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình lần 3 năm 2017)** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2,\ y = 0,\ x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $V = \dfrac{8}{3}.$ **B.** $V = \dfrac{32}{5}.$ **C.** $V = \dfrac{8\pi}{3}.$ **D.** $V = \dfrac{32\pi}{5}.$

.....

.....

BT 31. Tính thể tích của khối elip $(E): \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1,\ (a>b>0)$ khi xoay quanh

a) Trục hoành Ox.

Elip giao với trục $Ox: y=0$ là $\dfrac{x^2}{a^2}=1 \Leftrightarrow x^2=a^2 \Leftrightarrow x=\pm a$.

Từ phương trình elip $\Rightarrow \dfrac{y^2}{b^2}=1-\dfrac{x^2}{a^2} \Leftrightarrow y^2=b^2\left(1-\dfrac{x^2}{a^2}\right)$.

Ta có $V_{Ox}=\pi\displaystyle\int_{-a}^{a}y^2\mathrm{d}x=\pi\int_{-a}^{a}b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)\mathrm{d}x=2\pi b^2\int_{0}^{a}\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right)\mathrm{d}x$

$=2\pi b^2\left(x-\dfrac{x^3}{3a^2}\right)\Big|_0^a=2\pi b^2\left(a-\dfrac{a}{3}\right)=\dfrac{4\pi}{3}ab^2$. Vậy $\boxed{V_{\text{elip}/Ox}=\dfrac{4\pi}{3}ab^2}$.

b) Trục tung Oy.

Elip giao với trục $Oy: x=0$ là $\dfrac{y^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow y^2=b^2 \Leftrightarrow y=\pm b$.

Từ phương trình elip $\Rightarrow \dfrac{x^2}{a^2}=1-\dfrac{y^2}{b^2} \Rightarrow x^2=a^2\left(1-\dfrac{y^2}{b^2}\right)$.

Ta có $V_{Oy}=\pi\displaystyle\int_{-b}^{b}x^2\mathrm{d}y=\pi\int_{-b}^{b}a^2\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)\mathrm{d}y=2\pi a^2\int_{0}^{b}\left(1-\frac{y^2}{b^2}\right)\mathrm{d}y$

$=2\pi a^2\left(y-\dfrac{y^3}{3b^2}\right)\Big|_0^b=2\pi a^2\left(b-\dfrac{b^3}{3b^2}\right)=\dfrac{4\pi}{3}a^2b$. Vậy $\boxed{V_{\text{elip}/Oy}=\dfrac{4\pi}{3}a^2b}$.

BT 32. Tính thể tích khối tròn xoay của elip $(E): \dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ khi xoay (E) xung quanh

a) trục hoành Ox : .....

b) trục tung Oy : .....

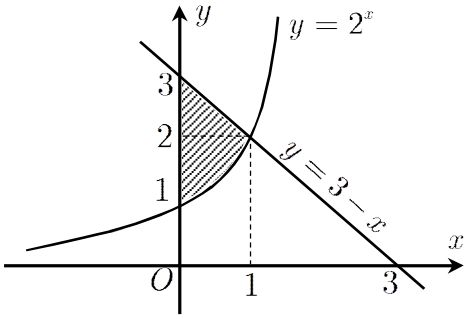
BT 33. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi cho phần gạch sọc như hình vẽ xoay xung quanh

a) trục hoành Ox : .....

.....

b) trục tung Oy : .....

.....



.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM THỂ TÍCH VẬT THỂ TRÒN XOAY

☆☆☆

Câu 1. **(Đề tham khảo Bộ GD & ĐT năm 2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b\ (a<b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức.

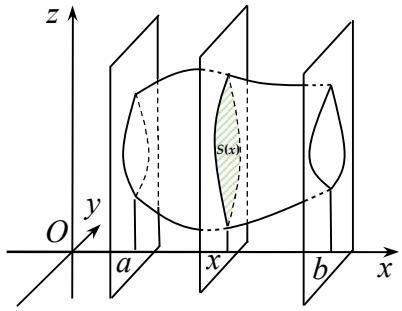
A. $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $V=2\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x.$

C. $V=\pi^2\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $V=\pi^2\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 2. **(Đề thi minh họa – Bộ GD & ĐT năm 2017)** Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và 2 đường thẳng $x=a,\ x=b\ (a<b)$, xung quanh trục Ox.

A. $V=\pi\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $V=\int\limits_a^b f^2(x)\mathrm{d}x.$ **C.** $V=\pi\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $V=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 3. **(Sở GD & ĐT Tp Hồ Chí Minh cụm 1 năm 2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=a$ và $x=b$ $(a<b)$. Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x với $a\le x\le b$. Giả sử hàm số $y=S(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Thể tích V của vật thể (H) được xác định bởi công thức nào ?



A. $V=\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $V=\int\limits_a^b \left[S(x)\right]^2\mathrm{d}x.$

C. $V=\pi\int\limits_a^b S(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $V=\pi\int\limits_a^b \left[S(x)\right]^2\mathrm{d}x.$

Câu 4. Cho (H) là miền hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=a,\ x=b\ (a<b)$ và đồ thị của hai hàm số $y=f(x),\ y=g(x)$. Gọi V là thể tích của vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh Ox. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng** ?

A. $V=\pi\int\limits_a^b \left|f^2(x)-g^2(x)\right|\mathrm{d}x.$ **B.** $V=\pi\int\limits_a^b \left[f(x)-g(x)\right]^2\mathrm{d}x.$

C. $V=\int\limits_a^b \left|f^2(x)-g^2(x)\right|\mathrm{d}x.$ **D.** $V=\int\limits_a^b \left[f(x)-g(x)\right]^2\mathrm{d}x.$

Câu 5. Cho hình (D) giới hạn bởi các đường $y=f(x),\ y=0,\ x=\pi,\ x=e$. Quay (D) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V. Khi đó V được xác định bằng công thức nào sau đây ?

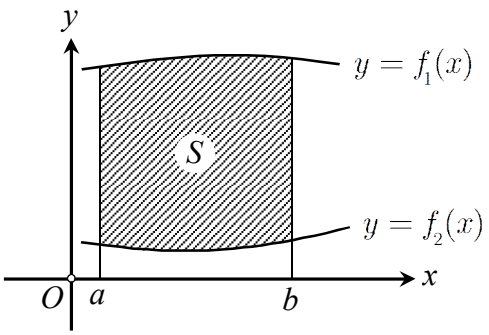
A. $V=\pi\int\limits_e^\pi \left|f(x)\right|\mathrm{d}x.$ **B.** $V=\pi\int\limits_\pi^e f^2(x)\mathrm{d}x.$

C. $V=\pi\int\limits_e^\pi f^2(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $V=\int\limits_e^\pi \left|f(x)\right|\mathrm{d}x.$

Câu 6. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^{\frac{x}{2}}$ trục Ox và hai đường thẳng $x = 0,\ x = 1$. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (D) quay quanh trục Ox.

A. $V = \pi^2 \int_0^1 e^x \mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi \int_0^1 e^x \mathrm{d}x$. **C.** $V = \left(\int_0^1 e^{2x} \mathrm{d}x \right)^2$. **D.** $V = \pi \int_0^1 e^{2x} \mathrm{d}x$.

Câu 7. Cho hai hàm số $y = f_1(x)$ và $y = f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích V của vật thể tròn xoay tạo thành khi quay S quanh trục Ox được tính bởi công thức nào sau đây ?



A. $V = \pi \int_a^b \left[f_1(x) - f_2(x) \right]^2 \mathrm{d}x$.

B. $V = \int_a^b \left[f_1^2(x) - f_2^2(x) \right] \mathrm{d}x$.

C. $V = \pi \int_a^b \left[f_1(x) - f_2(x) \right] \mathrm{d}x$.

D. $V = \pi \int_a^b \left[f_1^2(x) - f_2^2(x) \right] \mathrm{d}x$.

Câu 8. Thể tích V của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = x$ quay xung quanh Ox được xác định bởi công thức nào ?

A. $V = \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 \mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi \int_0^1 x^2 \mathrm{d}x + \pi \int_0^1 x^4 \mathrm{d}x$.

C. $V = \pi \int_0^1 x^2 \mathrm{d}x - \pi \int_0^1 x^4 \mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi \int_0^1 (x - x^2) \mathrm{d}x$.

Câu 9. Thể tích V của khối tròn xoay khi cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x - 1$ quay xung quanh trục Ox được xác định bằng công thức nào sau đây ?

A. $V = \pi \int_0^2 (2x-1)^2 \mathrm{d}x + \pi \int_0^2 x^4 \mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi \int_0^2 (x^2 - 2x + 1)^2 \mathrm{d}x$.

C. $V = \pi \int_0^2 (2x - 1 - x^2) \mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi \int_0^2 (2x-1)^2 \mathrm{d}x - \pi \int_0^2 x^4 \mathrm{d}x$.

Câu 10. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$. Khối tròn xoay tạo ra khi (H) quay quanh Ox có thể tích V được xác định bằng công thức nào ?

A. $V = \pi \int_0^1 (x^4 - x) \mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi \int_0^1 (x^2 - \sqrt{x}) \mathrm{d}x$.

C. $V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) \mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi \int_0^1 (x - x^4) \mathrm{d}x$.

Câu 11. Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x$ và $y=x^2-x+2$ quanh trục Ox được xác định bằng công thức nào sau đây ?

A. $V=\pi\int\limits_1^2(x^2-3x+2)^2\mathrm{d}x.$ **B.** $V=\pi\int\limits_1^2\left[(x^2-x+2)^2-4x^2\right]\mathrm{d}x.$

C. $V=\pi\int\limits_1^2\left[4x^2-(x^2-x+2)^2\right]\mathrm{d}x.$ **D.** $V=\pi\int\limits_1^2\left[(x^2-x+2)^2+4x^2\right]\mathrm{d}x.$

Câu 12. Hình phẳng (H) giới hạn bởi đường parabol $(P):y=x^2+1$, trục tung và tiếp tuyến với (P) tại điểm $M(1;2)$ khi quay quanh trục Ox. Công thức nào sau đây sử dụng để tính thể tích V của hình (H) ?

A. $V=\pi\int\limits_0^1(x^2+1)^2\mathrm{d}x.$ **B.** $V=\pi\int\limits_0^1\left[(x^2+1)^2-4x^2\right]\mathrm{d}x.$

C. $V=\pi\int\limits_0^1(2x)^2\mathrm{d}x.$ **D.** $V=\pi\int\limits_0^1(x^2-2x+1)^2\mathrm{d}x.$

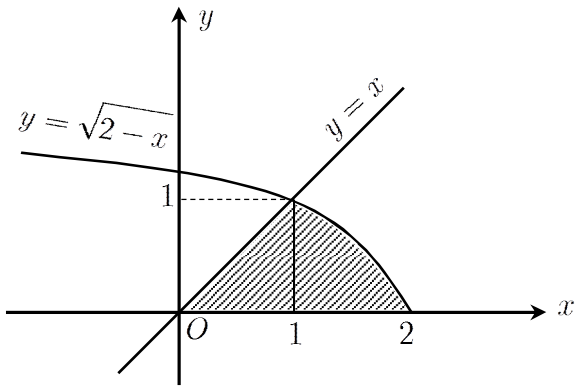
Câu 13. Nêu công thức tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.

A. $V=\pi\int\limits_0^1(2-x)\mathrm{d}x+\pi\int\limits_1^2x^2\mathrm{d}x.$

B. $V=\pi\int\limits_0^2(2-x)\mathrm{d}x.$

C. $V=\pi\int\limits_0^1x\,\mathrm{d}x-\pi\int\limits_1^2\sqrt{2-x}\,\mathrm{d}x.$

D. $V=\pi\int\limits_0^1x^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_1^2(2-x)\mathrm{d}x.$



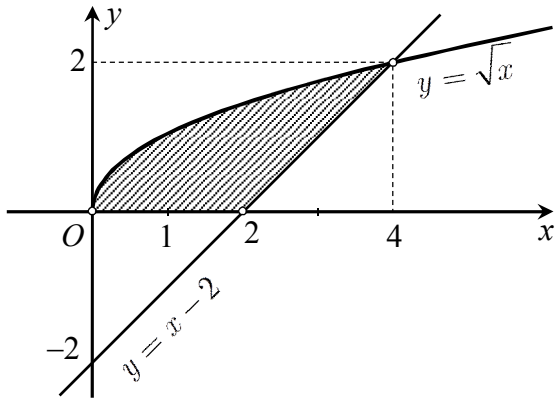
Câu 14. Nêu công thức tính thể tích vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.

A. $V=\pi\left[\int\limits_0^4x\,\mathrm{d}x+\int\limits_2^4(x-2)^2\mathrm{d}x\right].$

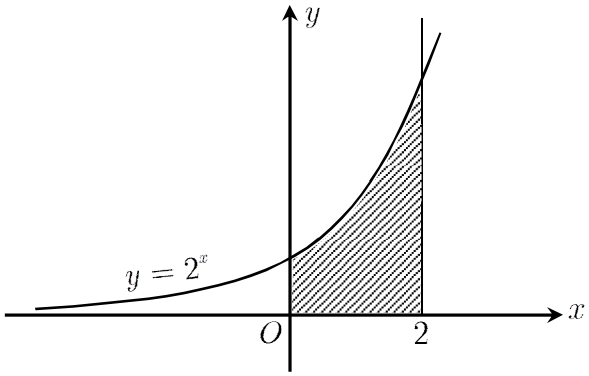
B. $V=\pi\left[\int\limits_0^4x\,\mathrm{d}x-\int\limits_2^4(x-2)^2\mathrm{d}x\right].$

C. $V=\pi\left[\int\limits_0^2x\,\mathrm{d}x+\int\limits_2^4(x-2)^2\mathrm{d}x\right].$

D. $V=\pi\left[\int\limits_0^2\sqrt{x}\,\mathrm{d}x-\int\limits_2^4(x-2)\mathrm{d}x\right].$



Câu 15. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



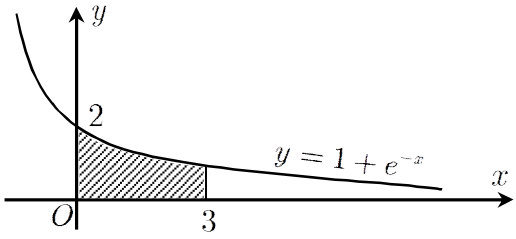
A. $V=\dfrac{15\pi}{\ln 4}$.

B. $V=\dfrac{8\pi}{\ln 2}$.

C. $V=\dfrac{15\pi}{\ln 2}$.

D. $V=\dfrac{17\pi}{\ln 4}$.

Câu 16. Biết thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox là $V=\dfrac{\pi a}{2}-\dfrac{b\pi e^{-6}}{2}-ce^{d}$ với $a,\ b,\ c,\ d$ là các số nguyên. Tính $a+b+c+d$.



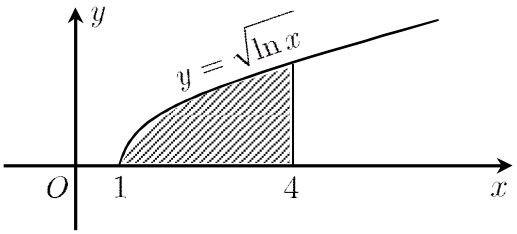
A. $a+b+c+d=16$.

B. $a+b+c+d=8$.

C. $a+b+c+d=11$.

D. $a+b+c+d=-1$.

Câu 17. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



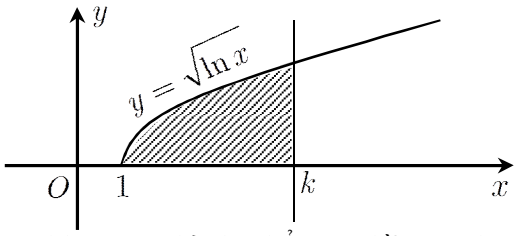
A. $V=4\pi\ln 4-3$.

B. $V=\pi(4\ln 2-3)$.

C. $V=4\pi\ln 2-3\pi$.

D. $V=\pi(4\ln 4-3)$.

Câu 18. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{\ln x}$, $y=0$, $x=1$ và $x=k$ với $k>1$ như hình vẽ. Gọi V_k là thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quay trục Ox. Biết rằng $V_k=\pi$, hãy chọn khẳng định **đúng** ?



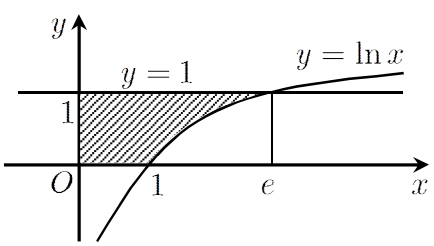
A. $3<k<4$.

B. $1<k<2$.

C. $2<k<3$.

D. $4<k<5$.

Câu 19. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



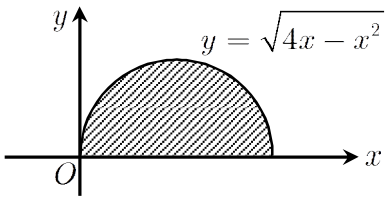
A. $V=2\pi$.

B. $V=e\pi$.

C. $V=(e+1)\pi$.

D. $V=\pi$.

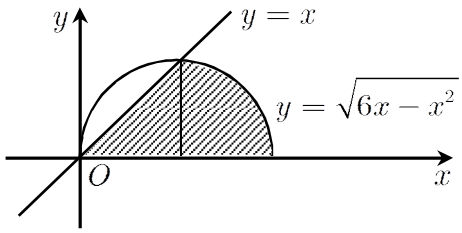
Câu 20. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



A. $V=\dfrac{35\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{31\pi}{3}$.

C. $V=\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{34\pi}{3}$.

Câu 21. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



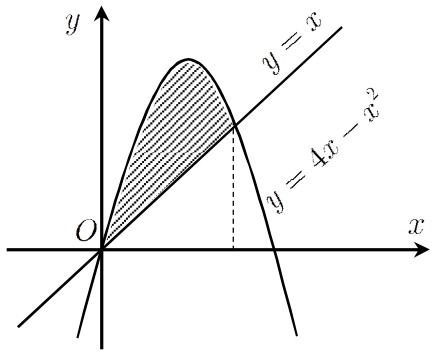
A. 24π.

B. 27π.

C. 25π.

D. 26π.

Câu 22. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



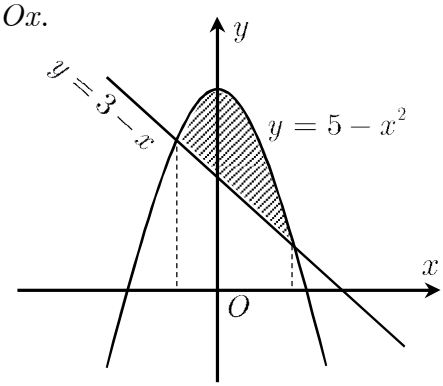
A. $V=\dfrac{81}{10}\pi$.

B. $V=\dfrac{81}{5}\pi$.

C. $V=\dfrac{108}{5}\pi$.

D. $V=50\pi$.

Câu 23. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



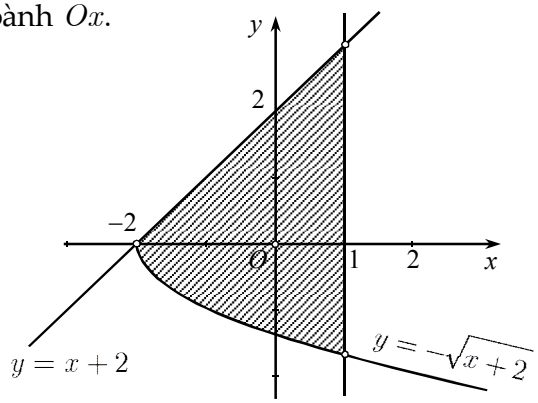
A. $V=\dfrac{12\pi}{5}$.

B. $V=\dfrac{53\pi}{15}$.

C. $V=\dfrac{153\pi}{5}$.

D. $V=\dfrac{31\pi}{13}$.

Câu 24. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



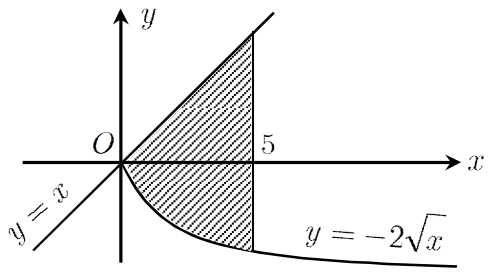
A. $V=\dfrac{27\pi}{2}$.

B. $V=\dfrac{9\pi}{2}$.

C. $V=\dfrac{11\pi}{3}$.

D. $V=\dfrac{55\pi}{6}$.

Câu 25. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



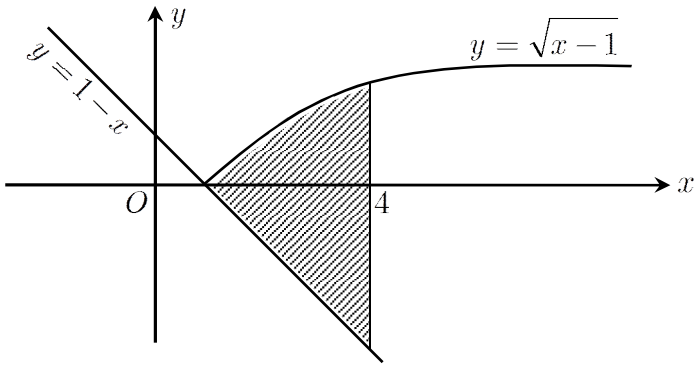
A. $V=\dfrac{125\pi}{3}$.

B. $V=\dfrac{25\pi}{3}$.

C. $V=\dfrac{157\pi}{3}$.

D. $V=\dfrac{13\pi}{2}$.

Câu 26. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



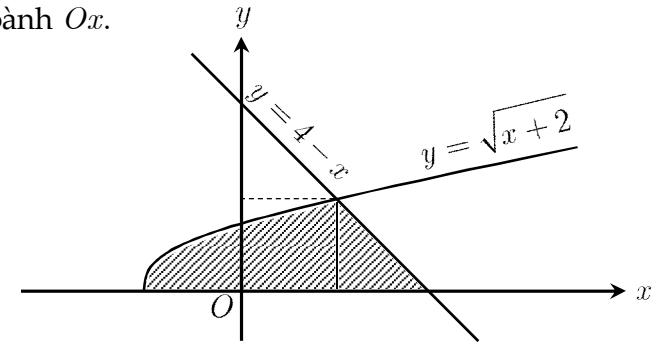
A. $V=\dfrac{55\pi}{6}$.

B. $V=\dfrac{24}{3}\pi$.

C. $V=\dfrac{25\pi}{3}$.

D. $V=\dfrac{125\pi}{9}$.

Câu 27. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox.



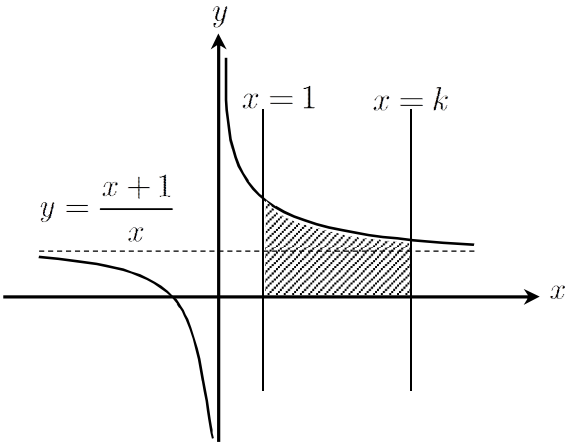
A. $V=11\pi$.

B. $V=\dfrac{31\pi}{3}$.

C. $V=\dfrac{32\pi}{3}$.

D. $V=\dfrac{34\pi}{3}$.

Câu 28. Biết $V=\dfrac{15\pi}{4}+4\pi\ln 2$ là thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox. Tìm k, biết $k>1$.



A. $k=\dfrac{4e}{3}$.

B. $k=\dfrac{e^2}{2}$.

C. $k=\dfrac{3}{2}\ln 2$.

D. $k=4$.

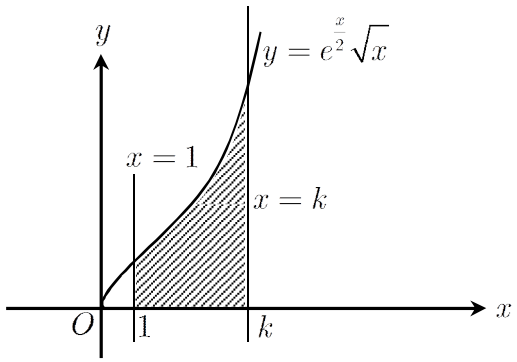
Câu 29. Biết $V=\pi e^2$ là thể tích của vật thể tròn xoay thu được khi quay hình phẳng (phần gạch sọc của hình vẽ) xung quanh trục hoành Ox. Tìm k, biết $k>1$.

A. $k=\dfrac{5}{2}\ln 2$.

B. $k=2\ln\dfrac{3}{2}$.

C. $k=2$.

D. $k=2\ln\dfrac{5}{2}$.



Câu 30. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2-2}$.

A. $V=32+2\sqrt{15}$. **B.** $V=\dfrac{124\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{124}{3}$. **D.** $V=(32+\sqrt{5})\pi$.

Câu 31. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 3)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. $V=3$. **B.** $V=18$. **C.** $V=20$. **D.** $V=22$.

Câu 32. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$ là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{4-x^2}$.

A. $V=\dfrac{8}{3}$. **B.** $V=\dfrac{16}{3}$. **C.** $V=16$. **D.** $V=\dfrac{3}{16}$.

Câu 33. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 1)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{12}{5}$. **C.** $V=1$. **D.** $V=\dfrac{12\pi}{5}$

Câu 34. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le\pi)$ là một tam giác đều cạnh là $2\sqrt{\sin x}$.

A. $V=8\sqrt{3}$. **B.** $V=3\sqrt{3}$. **C.** $V=2\sqrt{3}$. **D.** $V=\sqrt{3}$.

Câu 35. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$; biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$ là tam giác đều có cạnh là $2\sqrt{\cos x+\sin x}$.

A. $V=\sqrt{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}$. **C.** $V=2\pi\sqrt{3}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Tính thể tích V của khối tròn xoay trong không gian $Oxyz$, giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0,\ x=\pi$ và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm $(x;0;0)$ bất kỳ là đường tròn bán kính $\sqrt{\sin x}$.

A. $V=2.$ **B.** $V=\pi.$ **C.** $V=4\pi.$ **D.** $V=2\pi.$

Câu 37. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 2)$ là một nửa hình tròn đường kính $\sqrt{5}x^2$.

A. $V=8\sqrt{5}\pi.$ **B.** $V=2\sqrt{5}\pi.$ **C.** $V=4\pi.$ **D.** $V=4\sqrt{5}\pi.$

Câu 38. **(Sở GD & ĐT Phú Thọ lần 2 năm 2017)** Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=4$, biết rằng khi cắt vật thể bơi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1\le x\le 4)$ thì được thiết diện là một hình lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

A. $V=63\sqrt{3}\pi.$ **B.** $V=126\sqrt{3}.$ **C.** $V=63\sqrt{3}.$ **D.** $V=126\sqrt{3}\pi.$

Câu 39. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3x,\ y=x,\ x=0,\ x=1$ quay xung quanh trục Ox. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.

A. $V=\dfrac{8\pi}{3}\cdot$ **B.** $V=\dfrac{4\pi}{3}\cdot$ **C.** $V=\dfrac{2\pi}{3}\cdot$ **D.** $V=\pi.$

Câu 40. Hình (H) giới hạn bởi $y=x^2-4x+4,\ y=0,\ x=0,\ x=3$. Tính thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. $V=33.$ **B.** $V=\dfrac{33}{5}\cdot$ **C.** $V=\dfrac{33\pi}{5}\cdot$ **D.** $V=33\pi.$

Câu 41. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-2x$, trục hoành, đường thẳng $x=0$ và đường thẳng $x=1$ quay quanh trục hoành.

A. $V=\dfrac{2\pi}{3}\cdot$ **B.** $V=\dfrac{8\pi}{15}\cdot$ **C.** $V=\dfrac{16\pi}{15}\cdot$ **D.** $V=\dfrac{4\pi}{3}\cdot$

Câu 42. Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$ và $x=\pi$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình này xung quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{\pi^2}{2}\cdot$ **B.** $V=\pi R^2.$ **C.** $V=\dfrac{\pi^2}{3}\cdot$ **D.** $V=2\pi.$

Câu 43. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\tan x,\ y=0,\ x=0,\ x=\dfrac{\pi}{3}$ khi quay quanh Ox.

A. $V=\dfrac{\pi^2}{3}-\pi\sqrt{3}.$ **B.** $V=\dfrac{\pi^2}{3}-3.$ **C.** $V=\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}\cdot$ **D.** $V=\pi\sqrt{3}-\dfrac{\pi^2}{3}\cdot$

Câu 44. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay thu được khi khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\sin^4 x+\cos^4 x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=\dfrac{\pi}{2},\ x=\pi$ xung quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{3\pi^2}{8}$. **B.** $V=\dfrac{\pi^2}{6}$. **C.** $V=\dfrac{\pi}{15}$. **D.** $V=\dfrac{\pi^3}{3}$.

Câu 45. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y=\sqrt{e^x}$, $y=0$, $x=0$, $x=1$. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay được sinh ra khi ta quay hình (H) quanh trục Ox.

A. $V=\pi(e-1)$. **B.** $V=\pi(e+3)$. **C.** $V=\pi e$. **D.** $V=e+1$.

Câu 46. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^{\frac{1}{2}}e^{\frac{x}{2}}$, $x=1$, $x=2$, $y=0$ quanh trục Ox.

A. $V=\pi e^2$. **B.** $V=\pi e$. **C.** $V=\pi(e^2+e)$. **D.** $V=\pi(e^2-e)$.

Câu 47. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{\sqrt{3x+1}}$, $x=0$, $x=1$, $y=0$ quay quanh Ox.

A. $\dfrac{\pi}{6}(3e^4-e^2)$. **B.** $\pi\left(\dfrac{1}{3}e^3-e\right)$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi(e^3+e)$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi(e^3-e)$.

Câu 48. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}-1$, trục hoành và $x=4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{7\pi}{6}$. **B.** $V=\dfrac{7\pi^2}{6}$. **C.** $V=\dfrac{7}{6}$. **D.** $V=\dfrac{5\pi}{3}$.

Câu 49. Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{(x-1)e^{x^2-2x}}$, $y=0$, $x=2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh Ox.

A. $V=\dfrac{\pi(2e-3)}{2e}$. **B.** $V=\dfrac{\pi(e-3)}{2e}$. **C.** $V=\dfrac{\pi(2e-1)}{2e}$. **D.** $V=\dfrac{\pi(e-1)}{2e}$.

Câu 50. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x=e$ quay quanh Ox.

A. $V=\dfrac{2e^3+1}{9}\pi$. **B.** $V=\dfrac{2e^3-1}{9}\pi$. **C.** $V=\dfrac{2e^3+1}{3}\pi$. **D.** $V=\dfrac{2e^3-1}{3}\pi$.

Câu 51. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình (H) giới hạn bởi $y=\dfrac{1}{x}+1$, $y=0$, $x=1$, $x=k$ $(k>1)$ quay xung quanh Ox. Tìm k để $V=\pi\left(\dfrac{15}{4}+\ln 16\right)$.

A. $k=4$. **B.** $k=4e$. **C.** $k=e^2$. **D.** $k=8$.

Câu 52. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$. Tính thể tích hình tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $\dfrac{\pi(5e^3-2)}{25}$. **B.** $\dfrac{\pi(5e^3-2)}{27}$. **C.** $\dfrac{\pi(5e^3+2)}{25}$. **D.** $\dfrac{\pi(5e^3+2)}{27}$.

Câu 53. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\sqrt{\ln x}$, $y=0$, $x=e$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng bao nhiêu ?

A. $\dfrac{4e^3+1}{9}\pi$. **B.** $\dfrac{4e^3-1}{9}\pi$. **C.** $\dfrac{2e^3+1}{9}\pi$. **D.** $\dfrac{2e^3-1}{9}\pi$.

Câu 54. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-6x^2+9x,\ y=0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{729\pi}{35}$. **B.** $\frac{27\pi}{4}$. **C.** $\frac{256608\pi}{35}$. **D.** $\frac{7776\pi}{5}$.

Câu 55. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x^2,\ y^2=4x$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{88\pi}{5}$. **B.** $\frac{9\pi}{70}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{6\pi}{5}$.

Câu 56. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{4}{x},\ y=0$ và hai đường thẳng $x=1,\ x=4$ quanh trục Ox bằng

A. 6π. **B.** 6π. **C.** 12π. **D.** 6π.

Câu 57. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\cos 4x,\ Ox,\ x=0,\ x=\frac{\pi}{8}$. quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{\pi^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{16}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\left(\frac{\pi+1}{16}\right)\pi$.

Câu 58. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x-1}$, trục Ox và đường thẳng $x=3$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{3}{2}\pi$. **B.** 3π. **C.** 2π. **D.** π.

Câu 59. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3+1,\ y=0,\ x=0,\ x=1$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{79\pi}{63}$. **B.** $\frac{23\pi}{14}$. **C.** $\frac{5\pi}{4}$. **D.** 9π.

Câu 60. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y^2=x,\ x=a,\ x=b\ (0<a<b)$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $V=\pi^2\int\limits_a^b x\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_a^b \sqrt{x}\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_a^b x\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int\limits_a^b \sqrt{x}\mathrm{d}x$.

Câu 61. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=-x^2+2x,\ y=0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{496\pi}{15}$. **B.** $\frac{4\pi}{3}$. **C.** $\frac{64\pi}{15}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 62. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{1-x^2},\ y=0$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $\frac{3\pi}{2}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{4}{3}\pi$.

Câu 63. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\tan x,\ y=0,\ x=0,\ x=\frac{\pi}{3}$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$. **B.** $\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$. **C.** $\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$. **D.** $\pi\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 64. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=1+\sqrt{x}$, Ox, $x=0$, $x=4$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{28}{3}\pi^2$. **B.** $\frac{68}{3}\pi$. **C.** $\frac{28}{3}\pi$. **D.** $\frac{68}{3}\pi^2$.

Câu 65. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y^2=4x$ và đường thẳng $x=4$. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi (D) xoay quanh trục Ox bằng

A. 32π. **B.** 64π. **C.** 16π. **D.** 4π.

Câu 66. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\ln x$, $y=0$, $x=2$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. $2\ln^2 2-4\ln 2+2$. **B.** $\pi(2\ln^2 2+4\ln 2-2)$.

C. $\pi(2\ln^2 2-4\ln 2+2)$. **D.** $\pi(2\ln 2-1)$.

Câu 67. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=ax^2$, $y=bx$ $(a\neq 0,\ b\neq 0)$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{b^3}{a^3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\pi$. **B.** $\frac{b^5}{5a^3}\pi$. **C.** $\frac{b^5}{3a^3}\pi$. **D.** $\frac{b^5}{a^3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\pi$.

Câu 68. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{4-x^2}$, $y=\frac{1}{3}x^2$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{24\pi\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{28\pi\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{28\pi\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\frac{24\pi\sqrt{2}}{5}$.

Câu 69. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3x$, $y=x$, $x=0$, $x=1$ quay xung quanh trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{8}{3}\pi$. **B.** $\frac{4}{3}\pi$. **C.** $\frac{2}{3}\pi$. **D.** π.

Câu 70. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{\frac{x}{4-x^2}}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $V=\pi\ln\frac{4}{3}$. **B.** $V=\frac{1}{2}\ln\frac{4}{3}$. **C.** $V=\frac{\pi}{2}\ln\frac{4}{3}$. **D.** $V=\frac{\pi}{2}\ln\frac{3}{4}$.

Câu 71. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3x-x^2$, $y=0$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{85}{10}\pi$. **B.** $\frac{41}{7}\pi$. **C.** $\frac{8}{7}\pi$. **D.** $\frac{81}{10}\pi$.

Câu 72. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x+2}\ln x$, trục hoành và đường thẳng $x=e$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox.

A. $(e^2+2e-5)\pi$. **B.** $(e^2+6e-5)\pi$. **C.** e^2+6e-5. **D.** e^2+2e-5.

Câu 73. Thể tích khối vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=1-x^2,\ y=0$ quanh trục hoành có kết quả dạng $\frac{\pi a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=21$. **B.** $a+b=31$. **C.** $a+b=32$. **D.** $a+b=23$.

Câu 74. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x\ln x,\ y=0,\ x=e$. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành.

A. $\frac{5e^3-2}{27}\pi$. **B.** $\frac{5e^3-2}{18}\pi$. **C.** $\frac{5e^3-2}{27}$. **D.** $\frac{5e^2-2}{18}\pi$.

Câu 75. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-3)e^x$ và hai trục tọa độ xung quanh trục Ox.

A. $\frac{e^6-25}{4}\pi$. **B.** $(e^2-4)\pi$. **C.** $\frac{e^6-25}{4}$. **D.** e^2-4.

Câu 76. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành do quay xung quanh trục hoành một elip có phương trình $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Hỏi V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 670. **B.** 400. **C.** 335. **D.** 550.

Câu 77. Cho hình (H) giới hạn bởi $f(x)=\begin{cases}x & \text{khi } 0\le x\le 1\\ 1 & \text{khi } 1\le x\le 2\\ 3-x & \text{khi } 2\le x\le 3\end{cases}$ và trục Ox. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi xoay hình (H) quanh trục Ox.

A. $V=\frac{3\pi}{2}$. **B.** $V=\frac{5\pi}{2}$. **C.** $V=\frac{9\pi}{2}$. **D.** $V=\frac{11\pi}{2}$.

Câu 78. Biết rằng đường thẳng $d: y=mx+1-m$ luôn cắt hai tia $Ox,\ Oy$ tại hai điểm phân biệt A và B. Tìm thể tích nhỏ nhất $V_{\min}$ của hình phẳng giới hạn bởi tam giác OAB khi quay quanh trục hoành Ox.

A. $V_{\min}=\frac{9\pi}{4}$. **B.** $V_{\min}=\frac{9m\pi}{4}$. **C.** $V_{\min}=\frac{27\pi}{4}$. **D.** $V_{\min}=\frac{27m\pi}{4}$.

Câu 79. Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{-x}{x+1}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$ khi quay quanh trục Ox là $V=\pi(a+b\ln 2)$ với $a,\ b\in\mathbb{Q}$. Tìm tích số ab.

A. 3. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** -3.

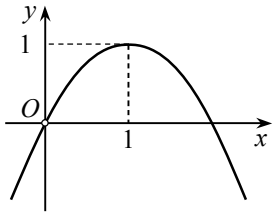
Câu 80. Gọi V là thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{\frac{x}{2}}\sqrt{x},\ x=1,\ x=2$ và $y=0$ quanh trục Ox. Tính giá trị của V.

A. $V=\pi^2 e$. **B.** $V=\pi(e^2-e)$. **C.** $V=\pi e^2$. **D.** $V=\pi(e^2+e)$.

Câu 81. Gọi $V(a)$ là thể tích khối tròn xoay tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{x}$, $y=0$, $x=1$ và $x=a$ với $a>1$. Tìm $\lim\limits_{a\to+\infty} V(a)$.

A. $\lim\limits_{a\to+\infty} V(a)=\pi^2$. **B.** $\lim\limits_{a\to+\infty} V(a)=2\pi$. **C.** $\lim\limits_{a\to+\infty} V(a)=3\pi$. **D.** $\lim\limits_{a\to+\infty} V(a)=\pi$.

Câu 82. Cho hàm bậc hai $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y=f(x)$ và Ox quanh trục Ox.



A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

C. $\dfrac{16\pi}{5}$. **D.** $\dfrac{12\pi}{15}$.

Câu 83. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành do quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-4x$, $y=0$ quanh Ox.

A. $\dfrac{512}{15}\pi$. **B.** $\dfrac{2548}{15}\pi$. **C.** $\dfrac{15872}{15}\pi$. **D.** $\dfrac{32}{3}\pi$.

Câu 84. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\tan x$, hai đường thẳng $x=0$, $x=\dfrac{\pi}{3}$ và trục hoành. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay (H) xung quanh trục hoành Ox.

A. $\left(\sqrt{3}+\dfrac{\pi}{3}\right)\pi$. **B.** $\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}$. **C.** $\sqrt{3}+\dfrac{\pi}{3}$. **D.** $\left(\sqrt{3}-\dfrac{\pi}{3}\right)\pi$.

Câu 85. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=4-x^2$, $y=0$. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{542\pi}{15}$. **B.** $V=\dfrac{512\pi}{15}$. **C.** $V=2\pi$. **D.** $V=\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 86. Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x\ln x$, $y=0$, $x=e$ quay xung quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng $\dfrac{\pi}{a}(be^3-2)$. Tìm $a+b$.

A. 32. **B.** 28. **C.** 29. **D.** 33.

Câu 87. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi cho hình elip $(E):\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ quay xung quanh trục hoành Ox.

A. $4\pi b$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\pi b^2$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\pi b^2$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\pi b^3$.

Câu 88. Thể tích khối tròn xoay khi quay quanh trục hoành phần hình phẳng giới bạn bởi hai đường $y=x^2$ và $y=\sqrt{x}$ bằng

A. $\dfrac{\pi}{10}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{10}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{5}$.

Câu 89. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên bởi phép quay xung quanh trục Ox của một hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{x-1}{x},\ y=\dfrac{1}{x},\ x=1.$

A. $\pi(2\ln 2-1).$ **B.** $\pi\ln 2.$ **C.** $\pi(3-2\ln 2).$ **D.** $2\pi\ln 2.$

Câu 90. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-4)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. $\dfrac{e^8-39}{4}.$ **B.** $\dfrac{e^8-41}{4}.$ **C.** $\dfrac{e^8-39}{4}\pi.$ **D.** $\dfrac{e^8-41}{4}\pi.$

Câu 91. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0,\ y=x\sqrt{\ln(x+1)}$ và $x=1$ xung quanh trục hoành Ox bằng

A. $\dfrac{5\pi}{6}.$ **B.** $\dfrac{\pi}{6}(12\ln 2-5).$ **C.** $\dfrac{5\pi}{18}.$ **D.** $\dfrac{\pi}{18}(12\ln 2-5).$

Câu 92. Tính thể tích của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{x},\ y=0,\ x=1,\ x=a$ với $a>1$ quay xung quanh trục Ox.

A. $\pi-\dfrac{1}{a}.$ **B.** $\left(1-\dfrac{1}{a}\right)\pi.$ **C.** $\left(1+\dfrac{1}{a}\right)\pi.$ **D.** $\left(2-\dfrac{1}{a}\right)\pi.$

Câu 93. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y=e^x,\ y=0,\ x=-1,\ x=1$. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình (H) quay quanh trục hoành bằng

A. $\dfrac{e^2+e^{-2}}{2}\pi.$ **B.** $\dfrac{e^4}{2}\pi.$ **C.** $\dfrac{e^2-e^{-2}}{2}\pi.$ **D.** $\dfrac{e^2-e^{-2}}{2}.$

Câu 94. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2; y=0; x=2$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox.

A. $\dfrac{8\pi}{3}.$ **B.** $\dfrac{32\pi}{5}.$ **C.** $\dfrac{8\pi}{5}.$ **D.** $\dfrac{32\pi}{5}.$

Câu 95. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x-x^2$ và $y=0$. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng đó khi nó quay quanh trục Ox.

A. $\dfrac{16\pi}{15}.$ **B.** $\dfrac{17\pi}{15}.$ **C.** $\dfrac{18\pi}{15}.$ **D.** $\dfrac{19\pi}{15}.$

Câu 96. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(1-x)^2,\ y=0,\ x=0,\ x=2$ bằng

A. $\dfrac{3\pi}{5}.$ **B.** $\dfrac{3\pi}{10}.$ **C.** $\dfrac{3\pi}{7}.$ **D.** $\dfrac{3\pi}{9}.$

Câu 97. Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\tan x,$ trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=\dfrac{\pi}{4}.$ Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng này xung quanh trục Ox bằng

A. $\pi\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{\pi}{4}\right).$ **B.** $1-\dfrac{\pi}{4}.$ **C.** $\pi\left(1-\dfrac{\pi}{4}\right).$ **D.** $\pi\left(2-\dfrac{\pi}{4}\right).$

Câu 98. Thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y=x^2$ và $y=\sqrt{x}$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{13\pi}{15}$. **B.** $\frac{13\pi}{5}$. **C.** $\frac{3\pi}{10}$. **D.** $\frac{3\pi}{5}$.

Câu 99. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x(4-x)$ và trục hoành quay quanh trục hoành bằng

A. $\frac{512\pi}{17}$. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** $\frac{512\pi}{15}$. **D.** $\frac{32\pi}{5}$.

Câu 100. Tính thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2-2x$ và $y=-x^2$ quay quanh trục Ox.

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 101. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2$, $y=10-3x$ và $y=1$ nằm trong góc phần tư thứ nhất.

A. 60π. **B.** $\frac{56\pi}{5}$. **C.** $\frac{8\pi}{5}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 102. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo bởi phép quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, $y=2-x$ và $y=0$.

A. $\frac{2\pi}{3}$. **B.** π. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 103. Tính thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^{\sqrt{3x+1}}$, $x=0$, $x=1$, $y=0$ quay quanh trục hoành Ox.

A. $\frac{\pi}{3}(e^3-e)$. **B.** $\frac{\pi}{6}(3e^4-e^2)$. **C.** $\frac{\pi}{3}(e^3-3e)$. **D.** $\frac{\pi}{6}(e^3+e)$.

Câu 104. Thể tích của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2$ và các đường thẳng $y=0$, $x=1$, $x=2$ xung quanh trục hoành bằng

A. $\frac{7\pi}{3}$. **B.** $\frac{31\pi}{5}$. **C.** $\frac{7\pi}{2}$. **D.** $\frac{31\pi}{10}$.

Câu 105. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=4x-x^2$ và đường thẳng $y=x$. Tính thể tích của vật thể tròn xoay do hình phẳng (H) quay xung quanh trục hoành.

A. $\frac{81\pi}{10}$. **B.** $\frac{81\pi}{5}$. **C.** $\frac{108\pi}{5}$. **D.** $\frac{108\pi}{10}$.

Câu 106. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=x^2-2x$, $y=0$, $x=-1$, $x=2$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{5\pi}{18}$. **B.** $\frac{18\pi}{5}$. **C.** $\frac{17\pi}{5}$. **D.** $\frac{16\pi}{5}$.

Câu 107. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox một elip có phương trình $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Gọi V có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây ?

A. 60. **B.** 500. **C.** 10. **D.** 50.

Câu 108. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=x^2$ và $y=x+2$ quanh trục Ox bằng

A. $\frac{72\pi}{10}$. **B.** $\frac{72\pi}{5}$. **C.** $\frac{81\pi}{10}$. **D.** $\frac{81\pi}{5}$.

Câu 109. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y=2x-x^2,\ y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox ta được $V=\pi\left(\frac{a}{b}+1\right)$ với $a,\ b\in\mathbb{R}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b.

A. 16. **B.** 28. **C.** 252. **D.** 31.

Câu 110. Cho hình (H) giới hạn bởi đường $y=-x^2+2x$ và trục hoành. Quay hình (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** $\frac{32\pi}{15}$. **C.** $\frac{496\pi}{15}$. **D.** $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 111. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y=x^2,\ y=2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{64\pi}{15}$. **C.** $\frac{21\pi}{15}$. **D.** $\frac{32\pi}{15}$.

Câu 112. Thể tích vật thể tròn xoay tạo thành khi quay hình giới hạn bởi các đường $y=e^x\sqrt{x}$, trục hoành và đường thẳng $x=1$ quan trục hoành Ox.

A. $\frac{\pi}{4}(e^2+1)$. **B.** $\frac{\pi}{4}(e^2-1)$. **C.** $\frac{\pi}{2}(e^2-1)$. **D.** $\frac{\pi}{2}(e^2+1)$.

Câu 113. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y=x^3,\ y=2-x,\ y=0$. Quay (H) xung quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{7}$. **B.** $\frac{10\pi}{21}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{21}$.

Câu 114. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y=\frac{2}{(x-2)^2},\ y=0,$ $x=0,\ x=1$ quanh trục hoành Ox.

A. 3π. **B.** π. **C.** $\frac{7\pi}{6}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 115. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh Ox hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\ln x,\ y=0,\ x=e$ bằng

A. $(e-2)\pi$. **B.** $(e-1)\pi$. **C.** $(e+2)\pi$. **D.** $(e+1)\pi$.

Câu 116. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\cos x,\ x=\frac{\pi}{2}$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi (H) quay quanh trục hoành.

A. $\frac{\pi^2}{4}$. **B.** $\frac{\pi^2}{2}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi}{4}$.

Câu 117. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x,\ x=0,\ x=\dfrac{3\pi}{2}$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi (H) quay quanh trục hoành.

A. $\dfrac{3\pi^2}{4}$. **B.** $\dfrac{3\pi^2}{2}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{4}$.

Câu 118. Hình phẳng giới hạn bởi bốn đường $x=0,\ x=2,\ y=0,\ y=x^2$ quay xung quanh trục tung Oy tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng

A. 8π. **B.** $\dfrac{14\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{7\pi}{3}$. **D.** 14π.

Câu 119. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(2-x)e^{\frac{x}{2}}$ và hai trục tọa độ bằng

A. $2e^2-10$. **B.** $2e^2+10$. **C.** $\pi(2e^2-10)$. **D.** $\pi(2e^2+10)$.

Câu 120. Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-1)e^{2x}$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox.

A. $\dfrac{e^4-3}{8}\pi$. **B.** $\dfrac{e^4-1}{32}\pi$. **C.** $\dfrac{e^4-13}{32}\pi$. **D.** $\dfrac{e^4-13}{16}\pi$.

Câu 121. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay xung quanh trục Ox hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(1-x)^2,\ x=0,\ x=2$ và Ox bằng

A. $\dfrac{3\pi}{7}$. **B.** $\dfrac{3\pi}{8}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{5}$. **D.** $\dfrac{3\pi}{10}$.

Câu 122. Tính thể tích của vật thể tròn xoay tạo ra khi quay quanh trục Ox hình giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{1}{3}x^3,\ y=x^2$.

A. $\dfrac{16}{7}\pi$. **B.** $\dfrac{81}{5}\pi$. **C.** $\dfrac{347}{21}\pi$. **D.** $\dfrac{486}{35}\pi$.

Câu 123. Tính thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng được giới hạn bởi các đường $x=-\pi,\ x=\pi,\ y=0,\ y=\cos x$ quanh trục hoành Ox.

A. $\dfrac{\pi^2}{2}$. **B.** π. **C.** 2π. **D.** π^2.

Câu 124. Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=\sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=\pi$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình này quanh trục hoành Ox.

A. $V=\dfrac{\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\pi^2}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $V=\pi^2$.

BẢNG ĐÁP ÁN THỂ TÍCH VẬT THỂ TRÒN XOAY

1.A	2.A	3.A	4.A	5.C	6.B	7.D	8.C	9.D	10.D
11.C	12.B	13.D	14.B	15.A	16.C	17.D	18.C	19.A	20.C
21.B	22.C	23.C	24.D	25.C	26.A	27.C	28.D	29.C	30.C
31.B	32.B	33.A	34.C	35.B	36.D	37.C	38.B	39.A	40.C
41.B	42.A	43.D	44.A	45.A	46.A	47.A	48.A	49.D	50.A
51.A	52.B	53.C	54.A	55.D	56.C	57.B	58.C	59.B	60.C
61.D	62.D	63.D	64.B	65.A	66.C	67.D	68.B	69.A	70.C
71.D	72.A	73.B	74.A	75.A	76.A	77.B	78.A	79.D	80.C
81.D	82.A	83.A	84.D	85.B	86	87.C	88.C	89.A	90.D
91.D	92.B	93.C	94.D	95.A	96.B	97.C	98.C	99.C	100.C
101.B	102.D	103.B	104.B	105.C	106.B	107.D	108.B	109.A	110.D
111.B	112.A	113.B	114.C	115.A	116.A	117.A	118.A	119.C	120.C
121.D	122.D	123.D	124.B						

Chúc các em làm bài tốt và đạt kết quả cao trong kỳ thi sắp đến !