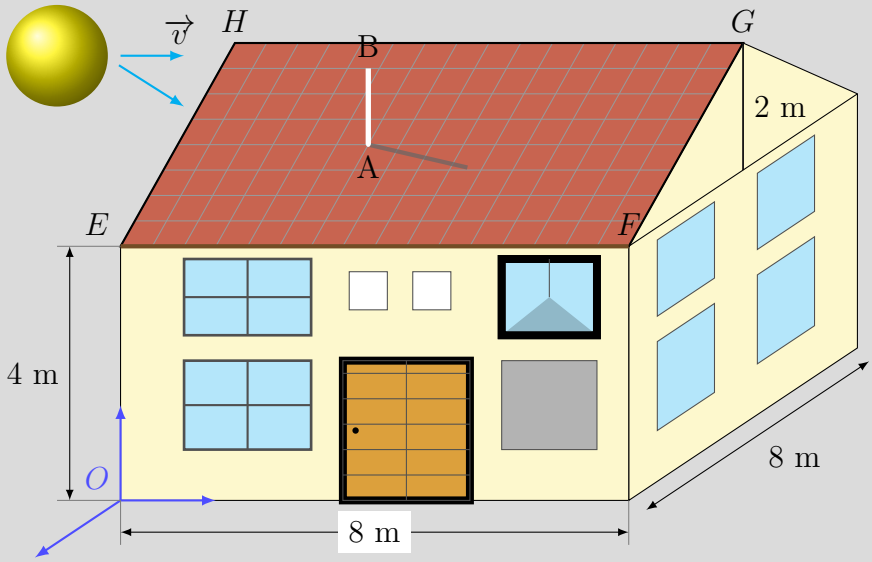
LÊ QUANG XE

TOÁN THỰC TẾ

TOÁN 12

(Tài liệu theo sách mới)



TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

MỤC LỤC

Chương 1. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ 2

Bài 1. ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ 2

Bài 2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ 10

Bài 3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ 32

Bài 4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN 162

Bài 5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ 172

Chương 2. VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN 190

Bài 1. VÉC-TƠ TRONG KHÔNG GIAN 190

Bài 2. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ VÉC-TƠ 215

Chương 4. NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN 278

Bài 1. NGUYÊN HÀM 278

Bài 2. TÍCH PHÂN 332

Bài 3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN 419

Chương 5. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN 476

Bài 1. MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN OXYZ 476

Bài 2. ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN OXYZ 497

Bài 3. MẶT CẦU 543

Chương 1

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

§1. ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Câu 1

Doanh thu hằng tháng R của một sản phẩm mới trong một khoảng thời gian dự kiến tuân theo hàm logistic: $R = R(t) = \dfrac{20\,000}{1+50\mathrm{e}^{-t}} - \dfrac{20\,000}{51}$, $t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng tháng.

a) Doanh thu bán hàng hằng tháng luôn tăng theo thời gian.

b) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng tăng trong khoảng thời gian $(\ln 50; +\infty)$.

c) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng giảm trong khoảng thời gian $(0; \ln 50)$.

d) Tốc độ thay đổi doanh thu bán hàng đạt mức tối đa tại thời điểm $t = \ln 50$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị mét) tại thời điểm t giây là $s = \dfrac{2}{3}t^3 - 18t + 5$, $t \geq 0$.

a) Quãng đường hạt đi được trong 6 giây đầu tiên là 108 m.

b) Trong 3 giây đầu tiên hạt chuyển động lên trên.

c) Vận tốc của hạt theo thời gian t là $v = 2t^2 - 18t$ (m/s).

d) Hạt luôn tăng tốc.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Tại thời điểm t giờ kể từ khi tiêm một liều thuốc cho bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu được tính bởi công thức $C(t) = 0{,}5te^{-0{,}5t}$ mg/ml (với $t \geq 0$).

a) Ban đầu (tại thời điểm tiêm) nồng độ thuốc có trong máu bệnh nhân là 0,5 mg/ml.

b) Kể từ thời điểm $t = 2$ (giờ), nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân giảm dần.
c) Nồng độ thuốc trong máu có thể vượt quá 0,5 mg/ml.
d) Có thời điểm nồng độ thuốc trong máu bằng 0,3 mg/ml.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4

Một vật chuyển động thẳng được cho bởi phương trình $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ là vị trí của vật tại thời điểm t, tính bằng mét.
a) Vận tốc của vật tại các thời điểm $t = 3$ giây là $v(3) = 1$ m/s.
b) Quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vật đứng yên là 162 m.
c) Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ giây là $a(3) = 2$ m/s^2.
d) Vật tăng tốc khi $t \in [0; 4]$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5

Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho toạ độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.
Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau
a) Gia tốc của hạt tại thời điểm $t = 2$ là 12 m/s^2.
b) Hạt chuyển động xuống dưới khi $t \leq 0$.
c) Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ hạt đi được quãng đường 9 m.
d) Hạt tăng tốc khi $t \geq 0$, hạt giảm tốc khi $t \leq 0$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6

Trong thời gian 8 phút đầu kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) so với mặt đất của một quả bóng bay vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$.
a) Tại thời điểm ban đầu, quả bóng đang ở mặt đất.
b) Sau 1 phút, quả bóng bay đạt độ cao 250 mét so với mặt đất.
c) Trong 3 phút đầu tiên, quả bóng bay tăng dần độ cao.
d) Từ phút thứ 3 đến phút thứ 8, quả bóng bay đang tăng dần độ cao.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 7

Trong 25 phút theo dõi, lưu lượng nước của một con sông được tính theo công thức

$$Q(t) = -\frac{t^3}{10} + 5t^2 + 50.$$

Trong đó Q tính theo $\text{m}^3/$ phút, t tính theo phút, $0 \leq t \leq 25$. Khi lưu lượng nước của con sông lên đến 500 $\text{m}^3/$phút thì cảnh báo lũ được đưa ra.

a) Lưu lượng nước sông lúc bắt đầu theo dõi là 50 $\text{m}^3/$ phút.

b) Cảnh báo lũ được đưa ra trước thời điểm $t = 10$ phút.

c) Trong khoảng thời gian 10 phút đầu tiên, không có thời điểm nào mà tốc độ tăng của lưu lượng nước sông bằng 40 $\text{m}^3/(\text{phút})^2$.

d) Trong khoảng thời gian từ phút thứ 10 đến phút thứ 15, lưu lượng nước sông trung bình mỗi phút tăng 77,5 $\text{m}^3/$ phút.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8

Cho hàm số $y = mx^3 + mx^2 + (m+1)x - 3$. Số các giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-100; 100]$ để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9

Một vật có chuyển động thẳng được xác định bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 2$ với $t > 0$, t tính bằng giây và s tính bằng mét. Bắt đầu từ thời điểm nào (giây) thì vận tốc của vật tăng?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10

Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là bao nhiêu thì năng lượng tiêu hao của cá bắt đầu tăng dần?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 11

Thể tích V (cm^3) của 1 kg nước tại nhiệt độ T ($0 \le T \le 30$) đơn vị °C được tính theo công thức

$$V(T) = 999{,}87 - 0{,}06426T + 0{,}0085043T^2 - 0{,}0000679T^3.$$

Thể tích nước $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ $(a; b)$ với b làm tròn đến hàng đơn vị. Tính tổng $a + b$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

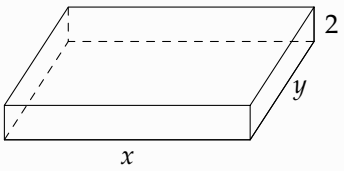
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12

Người ta muốn xây một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật, thể tích 1 800 m^3 và chiều sâu 2 m (tham khảo hình vẽ). Biết rằng chi phí xây mỗi đơn vị diện tích của đáy bể gấp hai lần so với thành bể. Gọi x và y là kích thước bể như hình vẽ. Khảo sát mối quan hệ giữa chi phí xây dựng bể $f(x)$ và kích thước x ta thu được bảng biến thiên như sau:



x	0		a		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(a)$	$\nearrow$	$+\infty$

Tính giá trị $2a$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

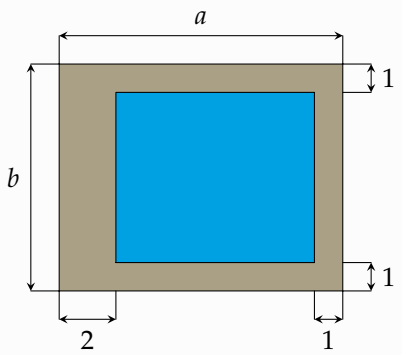
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 13

Người ta muốn thiết kế một lồng nuôi cá có bề mặt hình chữ nhật bao gồm phần mặt nước có diện tích bằng 54 m^2 và phần đường đi xung quanh có thiết kế như hình vẽ (đơn vị: mét). Khi kích thước a thay đổi trong khoảng $(3;+\infty)$ thì giá trị hàm số mô tả diện tích lối đi theo kích thước a sẽ giảm đến giá trị S_0 rồi tăng lên. Xác định giá trị S_0.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 14

Hằng ngày mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (m) của mực nước trong kênh tại thời điểm t (giờ) $(0 \leq t \leq 24)$ trong ngày được xác định bởi công thức $h = 2\cos\left(\dfrac{\pi t}{12} + \dfrac{\pi}{3}\right) + 5$. Gọi $(a;b)$ là khoảng thời gian lớn nhất trong ngày mà độ sâu của mực nước trong kênh tăng dần. Tính giá trị của $a+b$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15

Một công ty tiến hành khai thác 17 giếng dầu trong khu vực được chỉ định. Trung bình mỗi giếng dầu chiết xuất được 245 thùng dầu mỗi ngày. Công ty có thể khai thác nhiều hơn 17 giếng dầu nhưng cứ khai thác thêm một giếng thì lượng dầu mỗi giếng chiết xuất được hằng ngày sẽ giảm 9 thùng. Biết số giếng dầu công ty có thể khai thác thêm để sản lượng dầu chiết xuất tăng lên nằm trên đoạn $[a;b]$. Hỏi $2a-b=?$

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 16

Một công ty sản xuất sản phẩm và doanh thu (đơn vị: triệu đồng) từ việc bán sản phẩm được mô tả bởi hàm số $R(x) = -2x^3 + 9x^2 + 12x + 100$. Trong đó, x là số lượng sản phẩm được bán ra (tính bằng ngàn sản phẩm). Hỏi số lượng sản phẩm tối thiểu phải bán ra để doanh thu bắt đầu tăng là bao nhiêu sản phẩm?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 17

Một nhà máy sản xuất xe đạp cho thị trường châu Âu theo đơn giá 120 euro. Chi phí mỗi ngày của nhà máy được cho bởi hàm số $K(x) = 0{,}02x^3 - 3x^2 + 172x + 2400$, trong đó x là số lượng xe đạp sản xuất được trong ngày hôm đó. Mỗi ngày có thể sản xuất tối đa 130 xe đạp. Giả sử số xe đạp sản xuất được trong mỗi ngày đều được bán hết vào cuối ngày đó. Gọi $G(x)$ là hàm số biểu diễn lợi nhuận hàng ngày của nhà máy. Lợi nhuận hàng ngày là hàm đồng biến theo x khi $x \in (a;b)$, trong đó a và b là các giá trị nguyên dương. $a + b$ lớn nhất bằng nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 18

Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -\dfrac{1}{3}t^3 + 18t^2 - 35t + 10$, trong đó t tính bằng giây, s tính bằng mét. Trong 40 giây đầu tiên, chất điểm đó có vận tốc tức thời giảm trong khoảng thời gian $(a;b)$. Tính giá trị biểu thức $P = a + 9b$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 19

Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt tại thời điểm t giây là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$. Biết hạt chuyển động xuống dưới khi $t \in [a;b]$. Tính tổng $a + b$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 20

Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2024 được ước tính bởi công thức $N(t) = 100e^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$).
Vào năm nào tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 21

Độ cao (tính bằng mét) của tàu lượn siêu tốc so với mặt đất sau t (giây) ($0 \leq t \leq 20$) từ lúc bắt đầu được cho bởi công thức $h(t) = -\frac{4}{255}t^3 + \frac{49}{85}t^2 - \frac{98}{17}t + 20$. Trong khoảng thời gian $(a;b)$, tàu lượn đi lên. Tính $2a + b$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 22

Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 100000 con vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm người ta xác định được số lượng vi khuẩn N thay đổi theo thời gian bằng công thức $N(t) = 80t^3 - 3600t^2 + 48000t + 100000$ (thời gian t tính bằng giây $0 \leq t \leq 45$). Gọi $(a;b)$ là khoảng thời gian dài nhất để vi khuẩn tăng. Hiệu $a - b$ bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 23

Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8 000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 24

Người ta thấy rằng trong vòng 4 năm tính từ đầu năm 2020, giá thành P của một loại sản phẩm vào tháng thứ t thay đổi theo công thức $P(t) = 30t^2 - 2\,400t + 90\,000$ (đồng) với $0 \leq t \leq 48$. Giá thành P sản phẩm giảm khi t trong khoảng $(a; b)$. Tính $T = b - a$

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 25

Thể tích V của 1 kg nước (tính bằng cm^3) ở nhiệt độ T (đơn vị: °C) khi T thay đổi từ 0°C đến 30°C được cho xấp xỉ bởi công thức:

$$V = 999{,}87 - 0{,}06426T + 0{,}0085043T^2 - 0{,}0000769T^3.$$

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning 8th edition, p.284)
Biết thể tích V giảm trong khoảng nhiệt độ $(a; b)$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Hỏi $a - 2b =$?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 26

Độ cao (tính bằng mét) của tàu lượn siêu tốc so với mặt đất sau t (giây) $(0 \leq t \leq 20)$ từ lúc bắt đầu được cho bởi công thức $h(t) = -\dfrac{4}{255}t^3 + \dfrac{49}{85}t^2 - \dfrac{98}{17}t + 20$. Trong khoảng thời gian $(a;b)$ tàu lượn đi lên. Tính $2a + b$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

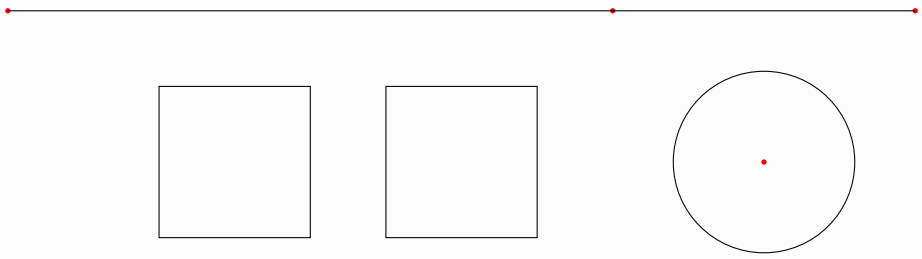
.....

HẾT

§2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1

Bạn An muốn tận dụng hết một sợi dây thừng dài 12 dm để làm thiệp tặng bạn trong dịp Noel. An dự định cắt sợi dây thành hai đoạn, đoạn thứ I uốn thành một đường tròn, đoạn thứ II gấp thành hai hình vuông bằng nhau. Sau đó, đặt ba hình lên bìa carton để làm thiệp. Gọi S_1 là diện tích hình tròn, S_2 là diện tích hai hình vuông được tạo thành từ hai đoạn dây nêu trên (như hình vẽ dưới). Theo bạn An, để trang trí hình vuông, mỗi dm^2 mất 30 phút; để trang trí hình tròn, mỗi dm^2 mất 20 phút. Giả sử x $(0 < x < 12)$ là chiều dài đoạn dây thứ I, đơn vị là dm. Mọi kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân.



a) Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là một hàm số $S(x)$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.
b) Tổng diện tích $S_1 + S_2$ là hàm số $S(x)$ có một điểm cực trị.
c) Tổng thời gian trang trí thiệp là một hàm số $T(x) = \dfrac{5}{\pi}x^2 + \dfrac{15}{32}(12 - x)^2$, tính bằng phút.
d) Tổng thời gian trang trí thiệp ngắn nhất khi $x \approx 4,4$ dm.

Lời giải.

.....

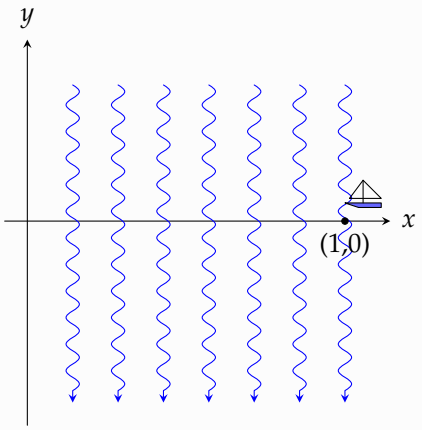
.....

.....

Câu 2

Trong hệ tọa độ Oxy, giả sử một chiếc thuyền vào sông tại điểm $(1;0)$ và giữ hướng về phía gốc tọa độ O. Do dòng chảy mạnh, thuyền đi theo đường cong có phương trình $y = \dfrac{x^2 - 1}{2x}$, trong

đó x và y tính bằng kilômet (km) (như hình vẽ bên dưới).



a) Nếu duy trì hướng đi, thuyền sẽ đến được gốc tọa độ O.

b) Trên hướng chuyển động, con tàu đi qua điểm $N\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

c) Trên hướng chuyển động, tại một vị trí $M\left(a;\frac{a^2-1}{2a}\right)$ bất kì, khoảng cách giữa thuyền đến gốc tọa độ bằng $OM=a^2+\left(\frac{a^2-1}{2a}\right)^2$ (km).

d) Chiếc thuyền gần gốc tọa độ nhất một khoảng bằng $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$(km).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 3

Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t\geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được mô phỏng bởi hàm số $f(t)=5-\frac{at}{9t^2+1}$ ($a\in\mathbb{R}, a>0$). Biết rằng nồng độ oxygen trong hồ nước thấp nhất đo được là 2,5 (mg/l).

a) Tại thời điểm $t=0$ nồng độ oxygen trong hồ nước bằng 5 (mg/l).

b) Nồng độ oxygen trong hồ nước thấp nhất sau 30 phút.

c) Giá trị của a là $a=5$.

d) Nồng độ oxygen trong hồ nước sau 1 giờ là 3,5 (mg/l).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4

Giả sử hàm cầu của một sản phẩm độc quyền được cho bởi $p = 400 - 2Q$ và hàm chi phí trung bình $\overline{C} = 0{,}2Q + 4 + \dfrac{400}{Q}$ trong đó Q là số đơn vị sản phẩm (p và $\overline{C}$ được tính bằng \$ đối với mỗi đơn vị sản phẩm).
Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau

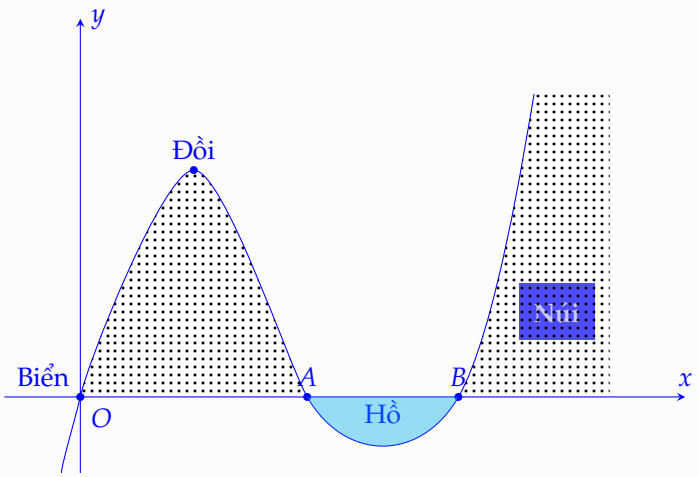
a) $Q = 90$ là lượng sản phẩm bán ra để lợi nhuận thu được tối đa.
b) Giá bán để lợi nhuận thu được tối đa là 400\$.
c) Lợi nhuận tối đa là 17420\$.
d) Nếu chính phủ đánh thuế 22\$/ một đơn vị sản phẩm thì giá bán 390\$ để lợi nhuận thu được tối đa.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5

Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hoá thành một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên (đơn vị độ dài trên các trục là km). Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2$ (km), độ rộng của hồ $AB = 1$ (km) và ngọn đồi cao 528 (m). Tìm độ sâu của hồ (tính bằng mét) tại điểm sâu nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6

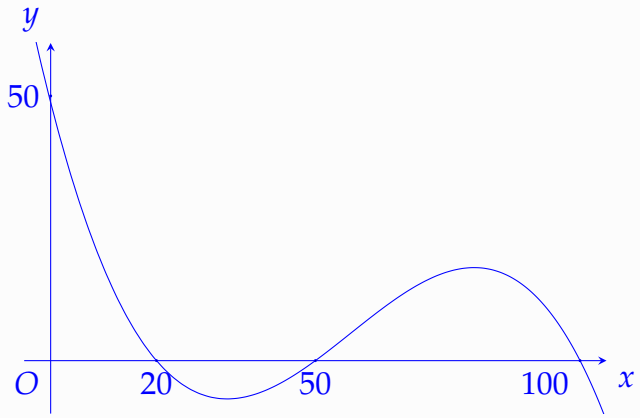
Đường ray của tàu lượn siêu tốc là một dạng đường cong Spline được thiết kế với độ cong thay đổi linh hoạt, thú vị và đáp ứng được một số tiêu chí về an toàn.

(Nguồn: J.R.McKilligan & T.J.Allen. The Mathematics of Coaster Design)

Một phần đường ray tàu lượn siêu tốc có dạng đồ thị hàm số bậc ba

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$$

Trục Ox mô tả quãng đường tàu di chuyển theo chiều ngang (tính bằng mét), trục Oy mô tả chiều cao của đường ray (tính bằng mét) tại mỗi vị trí x. Chiều cao xuất phát là 50 m. Tàu xuống dưới mặt đất lần thứ nhất từ vị trí $x = 20$ m, tàu lên khỏi mặt đất ở vị trí $x = 50$ m và sau đó xuống dưới mặt đất lần thứ hai ở vị trí $x = 100$ m. Xét đồ thị của hàm số đã cho khi $x \in [0;100]$ như hình vẽ bên dưới



Biết điểm cao nhất của đường ray khi tàu lên khỏi mặt đất và điểm thấp nhất của đường ray khi tàu xuống dưới mặt đất lần lượt có hoành độ là p và q. Tính $3q + p$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 7

Một cửa hàng cà phê bán cà phê espresso, nhận thấy rằng lợi nhuận của cửa hàng y (tính theo đơn vị triệu đồng/ngày) phụ thuộc vào giá bán x (chục nghìn đồng) mỗi ly espresso. Qua khảo sát, cửa hàng mô tả lợi nhuận theo hàm số sau $y = -2x^4 + 36x^2 - 90$. Hỏi cửa hàng nên chọn mức giá mỗi ly là bao nhiêu nghìn đồng để lợi nhuận tối ưu nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 8

Một vật chuyển động với vận tốc (m/s) được xác định bởi hàm số $f(t) = -t^3 + 3t^2$ với $t \geq 0$. Vận tốc của vật đạt được cao nhất trong khoảng thời gian 3 giây đầu là bao nhiêu m/s?

KQ: .....

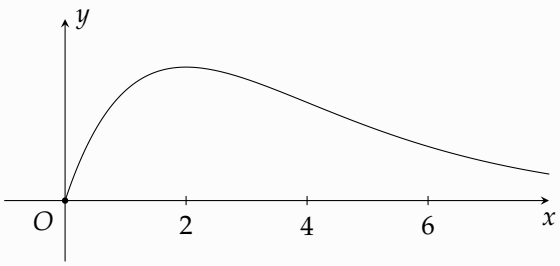
Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 9

Doanh số bán hàng của một loại sản phẩm (chục triệu đồng) trong một phiên livestream bán hàng kéo dài sáu giờ theo quy luật hàm số $f(t) = \dfrac{3t}{e^{\frac{t}{2}}}$, $0 \le t \le 6$ trong đó thời gian t được tính bằng giờ kể từ khi bắt đầu livestream.



Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ khi bắt đầu phiên livestream thì doanh số bán hàng là lớn nhất?

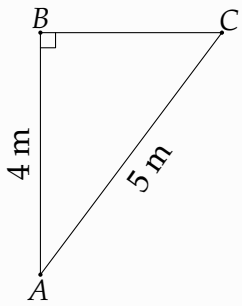
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10

Chào đón năm mới 2025, thành phố trang trí đèn led biểu tượng hình chữ V được ghép từ các thanh $AB = 4$ m, $AC = 5$ m sao cho tam giác ABC vuông tại B. Để tăng hiệu ứng, các kỹ sư đã thiết kế một chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút và một chuỗi led chạy từ A lên C với vận tốc 10 m/phút. Sau khi đóng nguồn điện thì cả hai chuỗi led đồng thời xuất phát. Hỏi sau bao nhiêu giây từ thời điểm đóng nguồn thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 11

Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0$ (s) cho đến thời điểm $t = 126$ (s) được cho bởi công thức $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 83$ (vận tốc được tính bằng đơn vị

ft/s). Hỏi tại thời điểm tàu con thoi đạt gia tốc nhỏ nhất thì vận tốc tàu con thoi gần bằng bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 12

Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \dfrac{5\,000}{1+5\mathrm{e}^{-t}}$, $t \geq 0$ trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)

KQ: .....

Lời giải.

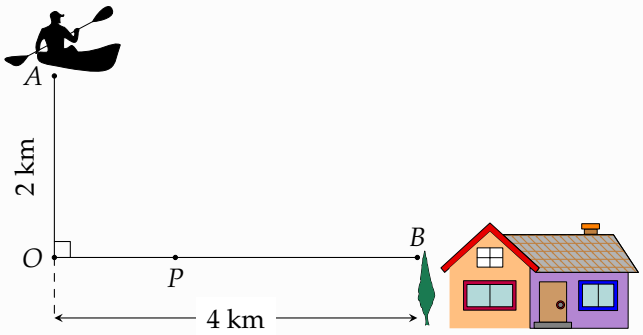
.....

.....

.....

Câu 13

Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2 km, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4 km (hình vẽ). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc 6 km/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10 km/h. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 14

Nồng độ C của một hoá chất sau t giờ tiêm vào cơ thể được xác định bởi công thức $C(t) = \dfrac{3t}{27+t^3}$ với $t \geq 0$. Sau khoảng bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là lớn nhất? *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*

KQ: . . . . . .

Lời giải.

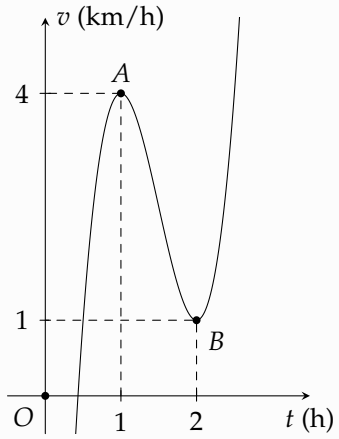
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15

Một vật chuyển động với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị của hàm số dạng hàm bậc ba như hình bên. Biết rằng tại thời điểm $t_1 = 1$ (h) vật có vận tốc $v_1 = 4$ (km/h) và tại thời điểm $t_2 = 2$ (h) vật có vận tốc $v_2 = 1$ (km/h). Hỏi vận tốc của vật tại thời điểm $t = 3$ (h) bằng bao nhiêu km/h?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 16

Một xưởng sản xuất nón bảo hiểm có hàm chi phí sản xuất cho x chiếc nón là $C(x) = 0{,}01x^2 + 20x + 1\,000$ (nghìn đồng). Giá bán mỗi chiếc nón là 50 nghìn đồng. Hãy xác định số lượng nón cần sản xuất để xưởng đạt lợi nhuận tối đa.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

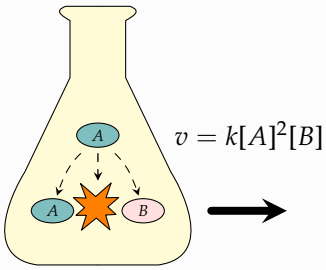
. . . . . .

. . . . . .

Câu 17

Trong một phản ứng hóa học, tốc độ phản ứng v được biểu diễn theo công thức $v = k \cdot [A]^2 \cdot [B]$, trong đó

- v là tốc độ phản ứng (mol/l/s);
- $k = 0{,}1$ là hằng số tốc độ phản ứng;
- $[A]$ và $[B]$ lần lượt là nồng độ của hai chất phản ứng (mol/l).



Giả sử tổng nồng độ ban đầu của $[A]$ và $[B]$ là $C = 2$ mol/l, tức là $[A] + [B] = 2$.
Hãy tìm nồng độ của $[A]$ tại đó tốc độ phản ứng v đạt cực đại. *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 18

Giả sử tổng chi phí sản xuất x $(0 \le x \le 50)$ đơn vị sản phẩm A mỗi ngày tại một nhà máy được cho bởi công thức $C(x) = \dfrac{x^2}{4} + 3x + 400$ (nghìn đồng) và toàn bộ chúng được bán hết với giá $(900 - 6x)$ nghìn đồng một sản phẩm. Tìm mức sản lượng (đó là số lượng sản phẩm được sản xuất) để chi phí trung bình tính trên mỗi đơn vị sản phẩm là đạt cực tiểu.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 19

Lợi nhuận tổng hàng ngày (tính theo đô la) mà TKK Corporation thu được từ việc sản xuất và bán x đĩa DVD có thể ghi lại được cho bởi lợi nhuận

$$P(x) = -0{,}000001x^3 + 0{,}001x^2 + 5x - 500; \quad 0 \le x \le 2\,000.$$

Tìm mức sản xuất x để lợi nhuận hàng ngày đạt cực đại (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 20

Vận tốc trung bình của dòng xe trên đoạn đường 124 từ 6 giờ sáng đến 10 giờ sáng được xấp xỉ bởi $f(t) = 20t - 40\sqrt{t} + 50, 0 \leq t \leq 4$ trong đó t tính bằng giờ kể từ 6 giờ sáng và $f(t)$ tính bằng km/giờ. Hỏi vào thời điểm lúc mấy giờ vào buổi sáng (giữa 6 giờ sáng đến 10 giờ sáng) thì vận tốc trung bình thấp nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 21

Trong một nghiên cứu tại Viện Sức khỏe Tâm thần Quốc gia, các nhà khoa học theo dõi độ dày vỏ não (cortex) của 307 trẻ em có IQ cao (121 − 149) qua tuổi t (tính bằng năm), với mô hình

$$S(t) = 0{,}000989t^3 - 0{,}0486t^2 + 0{,}7116t + 1{,}46, \quad 5 \leq t \leq 19.$$

Hỏi vỏ não của trẻ có IQ siêu trí tuệ đạt độ dày cực đại vào khoảng bao nhiêu tuổi (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 22

Định mức cầu mỗi tháng của đồng hồ đeo tay Peget phụ thuộc vào giá đơn vị p theo phương trình cầu $p = \dfrac{50}{0{,}01x^2 + 1}, 0 \leq x \leq 20$ trong đó p tính bằng đô la và x tính bằng nghìn chiếc. Hỏi nhà sản xuất phải bán bao nhiêu nghìn chiếc để doanh thu $R = px$ đạt cực đại?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

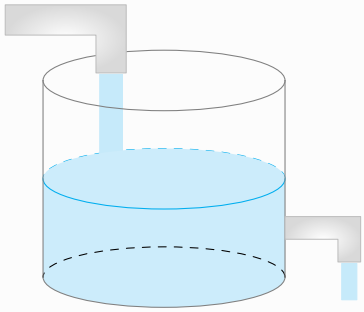
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 23

Một bể ban đầu chứa 10 gal dung dịch muối với 2 lb muối. Dung dịch vào có nồng độ 1,5 lb/gal chảy vào với tốc độ 3 gal/phút và hỗn hợp trong bể chảy ra với tốc độ 4 gal/phút. Người ta cho biết lượng muối trong bể sau t phút là x (pound), với

$$x = f(t) = 1{,}5(10-t) - 0{,}0013(10-t)^4, \quad 0 \le t \le 10.$$

Hỏi lượng muối tối đa có thể có trong bể tại một thời điểm nào đó là bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)?



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 24

Sau khi kinh tế suy giảm, giá thuê văn phòng cao ngất ngưỡng cuối thập niên 1990 bắt đầu hạ nhiệt. Hàm $R(t)$ cho giá thuê (USD/ft^2) của văn phòng hạng A ở khu Back Bay và Financial District (Boston) từ đầu 1997 ($t = 0$) đến đầu 2002 ($t = 5$) là

$$R(t) = -0{,}711t^3 + 3{,}76t^2 + 0{,}2t + 36{,}5, \quad 0 \le t \le 5.$$

Hỏi giá thuê cao nhất trong giai đoạn này là bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?

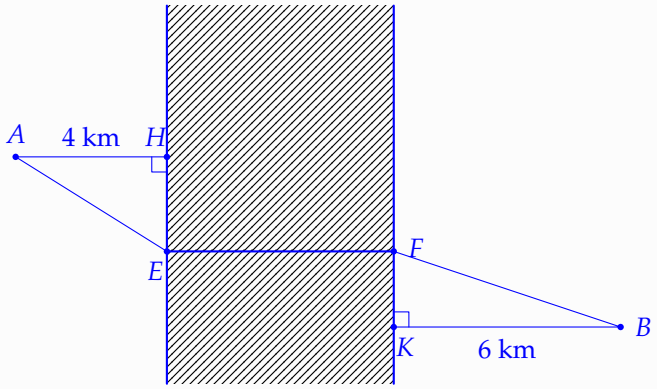
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 25

Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6 km(hình vẽ), biết $HE + KF = 20$ km và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 26

Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1\,000x + 40\,000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1\,312x$, với x là số sản phẩm. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$, cực đại lợi nhuận của xí nghiệp A khi đó đạt bao nhiêu sản phẩm?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 27

Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ mg/l của thuốc trong máu sau x phút được xác định bởi công thức $C(x) = \dfrac{30x}{x^2+2}$. Để đưa ra những lời khuyên và cách xử lí phù hợp cho bệnh nhân, ta cần tìm khoảng thời gian mà nồng độ của thuốc trong máu đang tăng. Em hãy cho biết hàm nồng độ thuốc trong máu $C(x)$ đạt giá trị cực đại là bao nhiêu trong khoảng thời gian 6 phút sau khi tiêm (làm tròn đến hàng phần mười)?

KQ: .....

Lời giải.

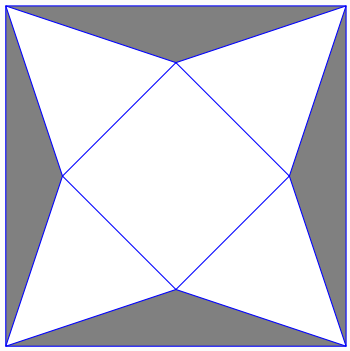
.....

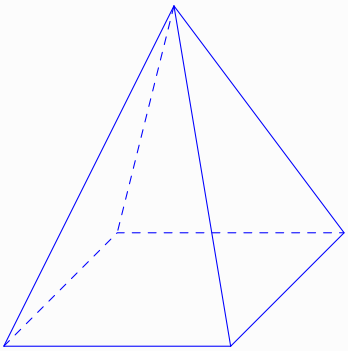
.....

.....

Câu 28

Một tấm bạt hình vuông cạnh 20 m như hình vẽ dưới đây. Người ta dự tính cắt phần tô đậm của tấm bạt rồi gập và may lại, nhằm mục đích phủ lên tháp đèn trang trí để tránh hư hại tháp khi trời mưa.





Biết khối chóp hình thành sau khi gập và may lại cần thể tích lớn nhất thì mới phủ kín tháp đèn. Hỏi phần diện tích tấm bạt bị cắt là bao nhiêu để đảm bảo yêu cầu trên?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 29

Người ta thấy rằng trong vòng 3 năm tính từ đầu năm 2020, giá thành P của một loại sản phẩm vào tháng thứ t thay đổi theo công thức

$$P(t) = 80t^3 - 3\,600t^2 + 48\,000t + 100\,000 \text{ (đồng) với } 0 \leq t \leq 36.$$

Biết giá thành đạt cực đại vào thời điểm t_1 và giá thành đạt cực tiểu vào thời điểm t_2. Khi đó, giá trị của $2t_1 + t_2$ bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 30

Giả sử doanh số (tính bằng sản phẩm) của một sản phẩm mới tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số

$$f(t) = \frac{5000}{1 + 5e^{-t}},\ t > 0,$$

trong đó, thời gian t được tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Hàm số đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là cực

đại (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

KQ: .....

Lời giải.

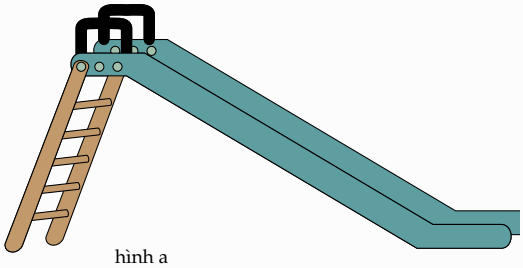
.....

.....

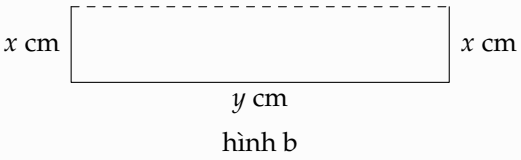
.....

Câu 31

Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Tham khảo hình vẽ a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở hình vẽ (Hình b). Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em.



hình a



hình b

Với x đạt giá trị bằng bao nhiêu cm thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 32

Theo thống kê tại một nhà máy Z, nếu áp dụng tuần làm việc 40 giờ thì mỗi tuần có 100 công nhân đi làm và mỗi công nhân làm được 120 sản phẩm trong một giờ. Nếu tăng thời gian làm việc thêm 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có 1 công nhân nghỉ việc và năng suất lao động giảm đi 5 sản phẩm/1 công nhân/1 giờ (và như vậy, nếu giảm thời gian làm việc 2 giờ mỗi tuần thì sẽ có thêm 1 công nhân đi làm đồng thời năng suất lao động tăng 5 sản phẩm/1 công nhân /1 giờ). Ngoài ra, số phế phẩm mỗi tuần ước tính là $P(x) = \dfrac{95x^2 + 120x}{4}$, với x là thời gian làm việc trong 1 tuần. Nhà máy cần áp dụng thời gian làm việc mỗi tuần mấy giờ để số lượng sản phẩm thu được mỗi tuần đạt cực đại?

KQ: .....

Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 33

Giả sử doanh số của (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) được mô hình hóa bằng hàm số

$$f(t) = \frac{3\,000}{1 + 4e^{-t}},\ t \geq 0,$$

trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (Số năm làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 34

Doanh số bán hệ thống âm thanh mới đưa ra thị trường trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R(x) = \dfrac{5000\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 5}$, $x \geq 0$, trong đó thời gian x tính bằng năm. Khi đó, đạo hàm hàm $R'(x)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng sẽ đạt tối đa vào năm thứ bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 35

Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h), thì năng lượng tiêu hao của cá trong 1 giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^2$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Joule. Biết vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng $(a; b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Khi $b - a$ lớn nhất thì giá trị $P = a^2 - b^2$ bằng bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

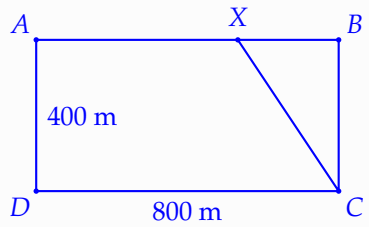
Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

Câu 36

Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m, dài 800 m.



Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C. Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.

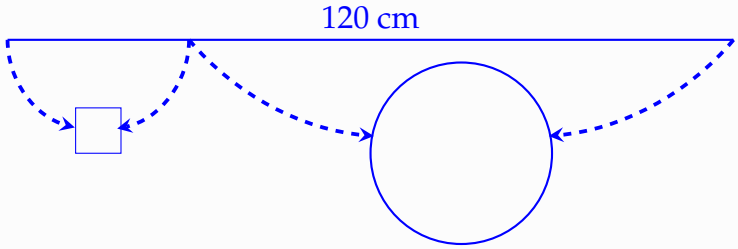
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 37

Một sợi dây kim loại dài 120 cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn (tham khảo hình bên dưới).



Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 38

Lưu lượng xe ô tô vào đường hầm được cho bởi công thức $f(v) = \dfrac{386v}{v^2+2v+5}$ (xe/giây), trong đó v (km/h) là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm. Tính vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm sao cho lưu lượng xe là lớn nhất. (làm tròn đến phần trăm)

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 39

Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V = 8$ (m^3) dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\dfrac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980 000 đ/m^2 và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\dfrac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng trăm nghìn đồng).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 40

Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t (giờ) được cho bởi công thức $c(t) = \dfrac{t}{t^2+1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu (giờ) thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 41

Sự ảnh hưởng khi sử dụng một loại độc tố với vi khuẩn X được một nhà sinh học mô tả bởi hàm số $P(t) = \dfrac{t+1}{t^2+t+4}$, trong đó $P(t)$ là số lượng vi khuẩn sau t giờ sử dụng độc tố. Sau bao

nhiêu giờ thì số lượng vi khuẩn X bắt đầu giảm?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 42

Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 43

Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50 000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25 kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4 000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50 kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về bán đầu mỗi kg là 30 000 đồng. (làm tròn đến hàng nghìn đồng)

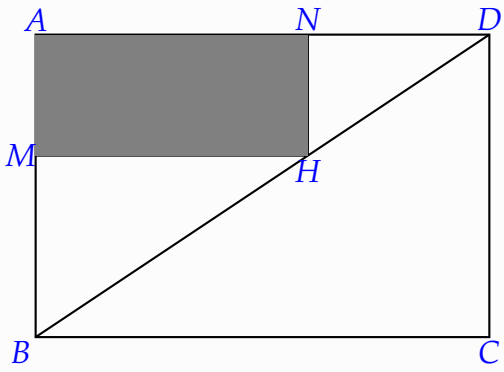
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 44

Trên mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích 25 m^2, người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là A và H, với H thuộc cạnh BD. Hỏi số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ (miền tô đậm) là bao nhiêu với chi phí trồng cỏ là 70 000 đồng/m^2? (làm tròn đến hàng nghìn)



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 45

Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $Q(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 46

Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4 000 bản in khổ giấy A4 trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy trong mỗi lần in là 50 000 đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n + 5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50 000 bản in khổ giấy A4 thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được nhiều lãi nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 47

Một công ty sản xuất đồ chơi dự kiến sản xuất không quá 2000 chiếc mỗi tháng để đáp ứng nhu cầu thị trường. Nếu sản xuất x món ($1 \leq x \leq 2000$), doanh thu có thể đạt khi bán hết là $F(x) = 2x^3 - 6\,000x^2 + 3\,000\,000x + 8\,000\,000$ (đồng). Chi phí trung bình cho mỗi chiếc là $G(x) = 1{,}5x + 1\,800 + \dfrac{5\,000\,000}{x}$ (đồng). Hỏi công ty cần sản xuất bao nhiêu chiếc để tối đa hóa lợi nhuận?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 48

Một công ty sản xuất TV dự kiến sản xuất không quá 1 500 chiếc mỗi tháng để đáp ứng nhu cầu thị trường. Nếu sản xuất x chiếc ($1 \leq x \leq 1\,500$), doanh thu có thể đạt khi bán hết là $F(x) = 1{,}5x^3 - 4\,500x^2 + 2\,000\,000x + 5\,000\,000$ (đồng). Chi phí trung bình cho mỗi chiếc là $G(x) = 2x + 1\,200 + \dfrac{3\,000\,000}{x}$ (đồng). Hỏi công ty cần sản xuất bao nhiêu chiếc để tối đa hóa lợi nhuận?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 49

Một công ty sản xuất thuyền Cazac dự kiến sản xuất không quá 700 chiếc mỗi tháng để đáp ứng nhu cầu thị trường. Nếu sản xuất x chiếc ($1 \leq x \leq 700$), doanh thu có thể đạt khi bán hết là

$$F(x) = 1{,}2x^3 - 2\,500x^2 + 1\,000\,000x + 3\,000\,000 \quad \text{(đồng)}.$$

Chi phí trung bình cho mỗi chiếc là $G(x) = 1{,}5x + 900 + \dfrac{1\,500\,000}{x}$ (đồng). Hỏi công ty cần sản xuất bao nhiêu chiếc để tối đa hóa lợi nhuận?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 50

Một công ty sản xuất ghế nhựa dự kiến sản xuất không quá 500 chiếc mỗi tháng để đáp ứng nhu cầu thị trường. Nếu sản xuất x chiếc ($1 \leq x \leq 500$), doanh thu có thể đạt khi bán hết là

$$F(x) = 1{,}1x^3 - 1\,500x^2 + 500\,000x + 2\,000\,000 \text{ (đồng)}.$$

Chi phí trung bình cho mỗi chiếc là $G(x) = 1{,}2x + 800 + \frac{1\,200\,000}{x}$ (đồng). Hỏi công ty cần sản xuất bao nhiêu chiếc để tối đa hóa lợi nhuận?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 51

Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi công thức:

$$C(x) = 0{,}0001x^2 - 0{,}2x + 10\,000,$$

trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng (1 vạn đồng = 10 000 đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x) = \dfrac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn và tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30 000 cuốn. Khi đó chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu vạn đồng?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 52

Một công ty điện thoại dự kiến sản xuất không quá 1 000 chiếc mỗi tháng để đáp ứng nhu cầu thị trường. Nếu sản xuất x chiếc ($1 \leq x \leq 1\,000$), doanh thu có thể đạt khi bán hết là $F(x) = x^3 - 5\,000x^2 + 2\,500\,000x + 7\,000\,000$ (đồng). Chi phí trung bình cho mỗi chiếc là $G(x) = x + 1\,500 + \dfrac{6\,000\,000}{x}$ (đồng). Hỏi công ty cần sản xuất bao nhiêu chiếc để tối đa hóa lợi nhuận?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 53

Một nhà sản xuất pin năng lượng mặt trời lên kế hoạch sản xuất tối đa 600 tấm pin. Khi sản xuất x tấm pin, doanh thu từ việc bán toàn bộ sản phẩm là $R(x) = x^3 - 3\,000x^2 + 2\,200\,000x + 800\,000$ (đồng). Chi phí sản xuất trung bình cho mỗi tấm pin là $S(x) = x + 1\,800 + \dfrac{750\,000}{x}$ (đồng). Nhà sản xuất cần sản xuất bao nhiêu tấm pin để lợi nhuận là cao nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 54

Một công ty sản xuất giày thể thao định sản xuất từ 1 đến 500 đôi giày. Khi sản xuất x đôi, doanh thu có thể đạt được là $V(x) = x^3 - 2\,500x^2 + 1\,500\,000x + 600\,000$ (đồng). Chi phí trung bình sản xuất cho mỗi đôi giày là $X(x) = x + 1\,350 + \dfrac{400\,000}{x}$ (đồng). Công ty nên sản xuất bao nhiêu đôi giày để tối đa hóa lợi nhuận?

KQ: .....

Lời giải.

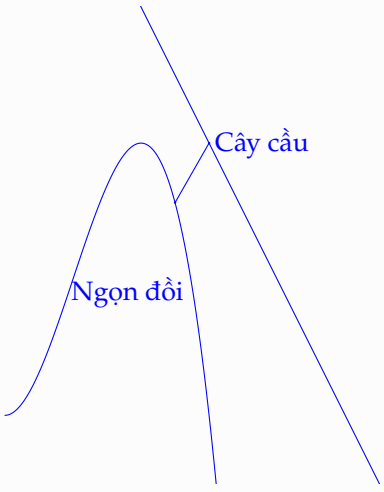
.....

.....

.....

Câu 55

Một ngọn đồi được giới hạn bởi một đường cong trong hệ toạ độ Oxy và được mô tả bằng một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$ (tham khảo hình vẽ). Vị trí điểm cực đại là $(4;8)$ với đơn vị của hệ trục là 100 m và vị trí điểm cực tiểu là gốc toạ độ O. Một con đường được xây dựng dọc theo đồi có phương trình $d\colon y = 20 - 2x$. Người ta muốn xây dựng một cây cầu dạng đoạn thẳng nối từ ngọn đồi (điểm cực đại) ra mặt đường. Biết rằng chi phí xây dựng cầu phụ thuộc vào chiều dài của cây cầu, công thức chi phí xây dựng là $C = 20\,000l + 500h$ (USD), trong đó L là chiều dài cây cầu và H là độ cao chênh lệch giữa hai đầu cầu được tính theo đơn vị $L_{\min}$. Hỏi chi phí xây dựng cây cầu là bao nhiêu nghìn USD nếu ta muốn tối ưu hoá chiều dài cây cầu $L_{\min}$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?



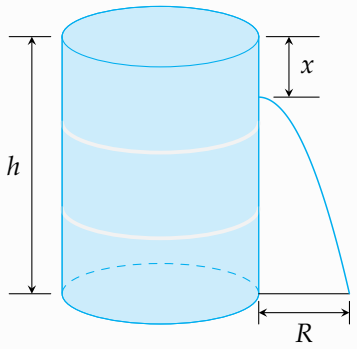
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 56

Một bồn hình trụ cao h chứa nước. Theo định luật Torricelli, vận tốc tia nước chảy qua lỗ ở độ sâu x so với mặt nước là $V = \sqrt{2gx}$. Người ta cho rằng tầm xa R (feet) của tia nước được cho bởi $R = 2\sqrt{x(h-x)}$. Biết lỗ phun nên đặt ở độ cao $x = K \cdot h$ ($K \in \mathrm{R}$) so với mặt bồn thì tầm xa R đạt cực đại. Tìm K.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

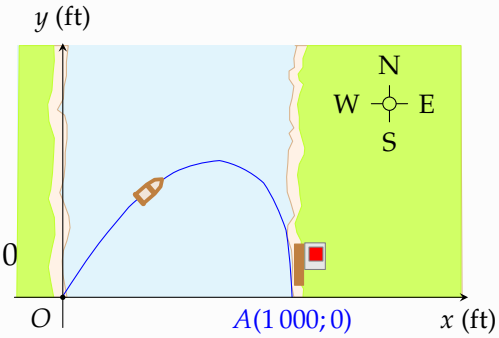
. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 57

Một con thuyền rời bến $O(0;0)$ trên một bờ sông, luôn đi với vận tốc không đổi 20 dặm/giờ hướng về bến $A(1\,000;0)$ (phía đông của O) đồng thời nước sông chảy ngược lên phía bắc với tốc độ 5 dặm/giờ. Người ta cho rằng đường đi của thuyền là

$$y = 500\left[\left(\frac{1\,000-x}{1\,000}\right)^{3/4} - \left(\frac{1\,000-x}{1\,000}\right)^{5/4}\right], \quad 0 \le x \le 1\,0$$

Tìm độ lệch bắc lớn nhất mà thuyền đạt được trong suốt hành trình.



KQ: . . . . . .

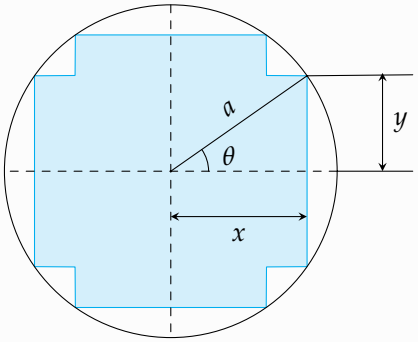
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 58

Khi chế tạo một biến áp AC, một lõi sắt dạng hình chữ thập được đặt vào cuộn dây (xem hình). Giả sử bán kính cuộn là a. Hỏi góc θ bằng bao nhiêu độ để tổng diện tích bề mặt lõi sắt là lớn nhất?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

HẾT

§3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Câu 1

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. (*Nguồn: R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage*). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.

d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 2

Lợi nhuận một xưởng thu được từ việc sản xuất một mặt hàng được cho bởi công thức $P(x) = -x^3 + 24x^2 + 780x - 5000$ (nghìn đồng) trong đó x là khối lượng sản phẩm sản xuất được. Xưởng chỉ sản xuất được tối đa 50 kg sản phẩm trong một tuần.

a) Xưởng sản xuất càng nhiều thì lợi nhuận càng cao.

b) Lợi nhuận lớn nhất khi xưởng sản xuất 26 kg sản phẩm trong một tuần.

c) Sau khi sản xuất được 26 kg sản phẩm, càng sản xuất thêm thì lợi nhuận càng giảm.

d) Lợi nhuận của xưởng thấp nhất khi không sản xuất.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 3

Số dân của một thị trấn sau năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \dfrac{26t+10}{t+5}$ với ($f(t)$ được tính bằng nghìn người).

a) Số dân của thị trấn vào đầu năm 1980 là 18 nghìn người.

b) Số dân của thị trấn vào đầu năm 1995 là 23 nghìn người.

c) Xem f là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0;+\infty)$. Vậy hàm số đồng biến trên $[0;+\infty)$.

d) Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Vào năm 1998 thì tốc độ tăng dân số là 0,125 nghìn người/năm.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4

Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức: $N(t) = 100\mathrm{e}^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$).

a) Dân số của quốc gia vào năm 2030 là 108,763 (triệu người).

b) Dân số của quốc gia vào năm 2035 là 125,488 (triệu người).

c) Xem $N(t)$ là hàm số của biến số t xác định trên đoạn $[0;50]$. Khi đó hàm số $N(t)$ đồng biến trên đoạn $[0;50]$.

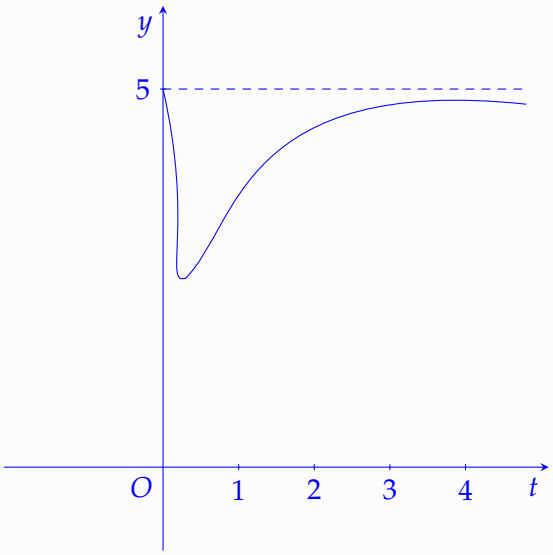
d) Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vậy vào năm 2040 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5

Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như đường màu đỏ ở hình bên) $y(t) = 5 - \dfrac{15t}{9t^2+1}$.



a) Vào thời điểm $t = 1$ thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5(mg/l).

b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5(mg/l).

c) Vào thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất.

d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5(mg/l).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6

Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox. Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t, kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t, kí hiệu $a(t)$.

a) Hàm $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$.

b) Hàm $a(t) = 6t - 12$.

c) Trong khoảng từ $t = 0$ đến $t = 2$ thì vận tốc của chất điểm tăng.

d) Từ $t = 2$ trở đi thì vận tốc của chất điểm giảm.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 7

Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho toạ độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.

a) Hàm số vận tốc là $v(t) = 3t^2 - 12, t \geq 0$.

b) Hạt chuyển động xuống dưới khi $t > 2$.

c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ là 9 m.

d) Khi $t > 0$ thì hạt tăng tốc.

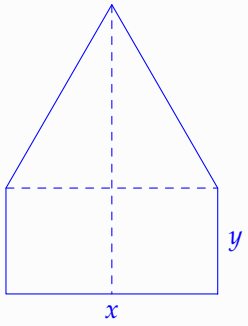
Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .

Câu 8

Dùng một dây thép dài 60 m uốn thành một khung có dạng như hình vẽ. Biết phần dưới là hình chữ nhật và phía trên là một tam giác đều.



a) Chu vi của khung thép $3x + 2y = 60$.

b) Khi $x = \dfrac{60}{6-\sqrt{3}}$ thì khung có diện tích lớn nhất.

c) Tổng diện tích của khung là $S = \dfrac{\sqrt{3}-6}{4}x^2 + 30x$.

d) Diện tích phần khung hình chữ nhật là $\left(30 - \dfrac{3}{2}x\right)^2$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9

Một nhà sản xuất Robot xác định rằng để bán được x đơn vị Robot, giá bán mỗi đơn vị (triệu đồng) phải là $p(x) = 1000 - x$. Nhà sản xuất cũng xác định rằng tổng chi phí sản xuất x đơn vị được cho bởi $C(x) = 3000 + 20x$. Khi đó

a) Tổng doanh thu $R(x) = x + p(x)$.

b) Tổng lợi nhuận $P(x) = R(x) + C(x)$.

c) Để tối đa hóa lợi nhuận thì công ty phải sản xuất và bán 490 đơn vị Robot.

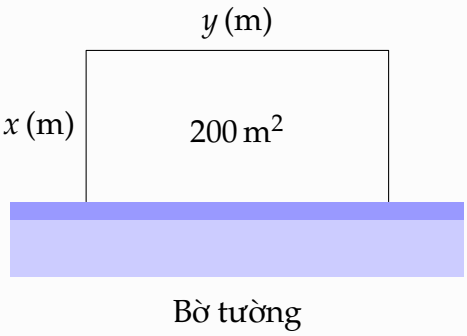
d) Giá bán mỗi đơn vị là 510 (triệu đồng) thì công ty đạt được lợi nhuận tối đa.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10

Cần rào ba cạnh để cùng với bờ tường có sẵn tạo thành mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 200 m^2 (Hình bên). Kí hiệu x (m), y (m) lần lượt là độ dài các cạnh của mảnh vườn vuông góc và song song với bờ tường, L (m) là tổng độ dài lưới thép cần để rào mảnh vườn. Biết rằng mỗi mét lưới thép dùng để rào mảnh vườn có đơn giá 250 nghìn đồng.



a) y được tính theo x bằng công thức $y = \dfrac{200}{x}$.

b) L được tính theo x bằng công thức $L = 2x + \dfrac{100}{x}$.

c) L đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 10$ (m).

d) Số tiền tối thiểu để mua lưới thép rào mảnh vườn là 2,5 triệu đồng.

Lời giải.

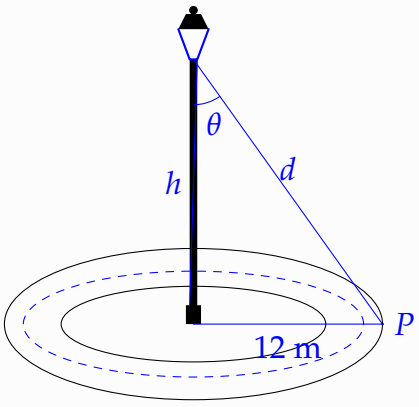
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 11

Một chiếc đèn được đặt trên đỉnh của một cột đèn cao h (m) để chiếu sáng một vòng xuyến giao thông đông đúc có bán kính 12 m. Cường độ ánh sáng I tại một điểm P trên vòng xuyến tỉ lệ thuận với cosin của góc θ và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách d (m) từ nguồn sáng đến điểm P.



a) $I = k\dfrac{\cos\theta}{d^2}$ (với k là hằng số dương).

b) $\cos\theta = \dfrac{12}{\sqrt{h^2+144}}$.

c) Nếu $I = f(h)$ thì $f'(h) = k\dfrac{-2h^2+144}{\left(h^2+144\right)^2\sqrt{\left(h^2+144\right)^3}}$.

d) Để cường độ ánh sáng I lớn nhất thì cột đèn phải cao $6\sqrt{2}$ m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12

Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = t^3 - 3t^2 + 9t + 36$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó, tính bằng mét.

a) Quãng đường vật đi được sau 4 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động là 82 m.

b) Vận tốc của vật tại giây thứ t là $v(t) = 3t^2 - 6t + 9$.

c) Gia tốc của vật tại thời điểm 2 giây là 4 m/s^2.

d) Trong khoảng thời gian 10 (s) đầu tiên, vận tốc của vật nhỏ nhất là 6 m/s.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 13

Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A kéo dài trong 60 ngày. Người ta thấy sản lượng gạo xuất khẩu theo ngày thứ t được xác định bởi công thức $s(t) = -t^3 + 27t^2 + 262\,144$ (tấn) với $1 \leq t \leq 60$, $t \in \mathbb{N}^*$.

a) Sản lượng gạo xuất khẩu của tỉnh A ngày thứ 12 là 264 304 (tấn).

b) Ngày thứ 30 tỉnh A có sản lượng gạo xuất khẩu cao nhất.

c) Ngày thứ 1 tỉnh A có sản lượng gạo xuất khẩu thấp nhất.

d) Ngày thứ 60 tỉnh A có sản lượng gạo xuất khẩu thấp nhất là 143 344 (tấn).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 14

Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Biết rằng, nếu số lượng đặt hàng là x (tấn) sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0{,}001x^2$ (triệu đồng) và chi phí để nhà máy A sản xuất được x (tấn) sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng, gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Lợi nhuận mà nhà máy A thu được khi bán x (tấn) sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho nhà máy B là $H(x) = -0{,}001x^3 + 15x - 100$.

b) Chi phí để nhà máy A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

c) Số tiền nhà máy A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho nhà máy B là 600 triệu đồng.

d) Nhà máy A bán cho nhà máy B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15

Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp.

a) Nếu đáy bể là hình vuông cạnh bằng 50 m, lượng nước trong bể cao 1,5 m thì thể tích nước trong bể là 1 250 m^3.

b) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Gọi chiều rộng bể là x (m) thì biểu thức xác định chiều cao bể theo x là $h = \frac{128}{3x^2}$.

c) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Gọi chiều rộng bể là x (m) thì công thức xác định diện tích xung quanh của bể là $S = \frac{256}{x}$ (m^2).

d) Nếu thể tích bể bằng $\frac{256}{3}$ m^3, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây thành bể là 500 000 đồng/m^2, đổ bê tông đáy bể là 250 000 đồng/m^2. Chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là 24 100 000 đồng. (Kết quả làm tròn đến hàng trăm nghìn).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 16

Một trang sách có dạng hình chữ nhật có diện tích 384 cm^2. Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm; lề trái và lề phải là 2 cm; phần còn lại của trang sách được in chữ. Gọi x là chiều rộng của trang sách.

a) Chiều dài của trang sách là $384 - x$ (cm).

b) Diện tích lớn nhất của trang sách được in chữ là 360 cm^2.

c) Trang sách được in chữ có diện tích lớn nhất khi $x = 16$ (cm).

d) Phần diện tích để trống là 144 cm^2.

Lời giải.

. . . . . .

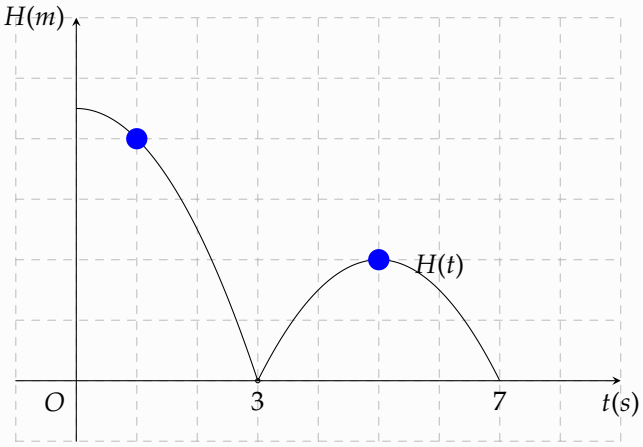
. . . . . .

. . . . . .

Câu 17

Khi thả một quả bóng từ đỉnh một toà tháp xuống, nó chạm đất sau 3 giây. Sau đó, quả bóng nảy lên trước khi chạm đất lần nữa 4 giây sau đó. Chiều cao tinh bằng mét của quả bóng so với mặt đất sau t giây tuân theo một hàm số liên tục trên $[0;7]$ như sau:

$$H(t) = \begin{cases} -5t^2 + c & \text{khi} \quad 0 \le t < 3 \\ -5t^2 + dt + e & \text{khi} \quad 3 \le t \le 7 \end{cases} (c, d, e \in \mathbb{R}).$$



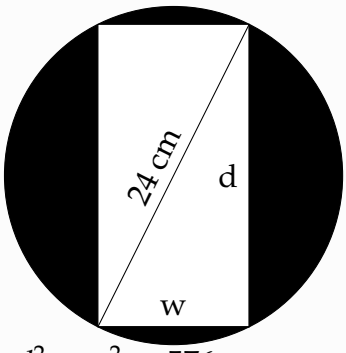
a) $H(3) = H(7) = 0$.
b) Quả bóng được thả từ độ cao 40 m.
c) Giá trị của d là $d = 100$.
d) Độ cao lớn nhất mà quả bóng đạt được sau lần nảy đầu tiên là 20 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 18

Độ cứng S của một thanh gỗ hình chữ nhật tỉ lệ thuận với tích của chiều rộng w và bình phương chiều dài d của nó (theo đơn vị mét). Biết rằng nếu thanh gỗ có chiều dài là 6 cm, chiều rộng là 3 cm thì độ cứng của nó bằng 108. Một khúc gỗ hình tròn có đường kính là 24 cm, người ta cắt thành một thanh gỗ hình chữ nhật như hình vẽ bên.



a) Chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật liên hệ bởi công thức $d^2 + w^2 = 576$.
b) Độ cứng của thanh gỗ là $S = 2dw^2$.
c) Độ cứng của thanh gỗ được mô phỏng bằng hàm số $S(w) = 576w - w^3, \quad \forall w \in (0; 24)$.
d) Độ cứng lớn nhất của miếng gỗ cắt ra được là $S_{\max} = 5321$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 19

Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy khi một loại máy lọc không khí mới được giới thiệu ra thị trường, hàm lợi nhuận $P(t)$ sau t tháng là nguyên hàm của hàm tốc độ sinh lời $p(t) =$

$\dfrac{500\,[1{,}4-\ln(0{,}5t+1)]}{t+2}$ (chục triệu đồng mỗi tháng). Biết rằng ban đầu công ty chi 1 tỷ đồng để sản xuất máy lọc không khí.

a) $P(t)=700\ln(t+2)-250\ln^2(0,5t+1)+C$.

b) Lợi nhuận cực đại là 3,9 tỷ đồng.

c) Công ty bắt đầu thua lỗ vào tháng thứ 26.

d) Một sản phẩm được gọi là "trào lưu "nếu lợi nhuận tại thời điểm cực đại bằng hai lần lợi nhuận sản phẩm sau khi đạt cực đại 12 tháng. Như vậy, sản phẩm trên không phải một trào lưu.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 20

Giả sử hàm cầu của một sản phẩm độc quyền được cho bởi $P(x)=400-2x$ và hàm chi phí trung bình $\overline{C}(x)=0{,}2x+4+\dfrac{400}{x}$, trong đó x là số đơn vị sản phẩm ($P(x)$ và $\overline{C}(x)$ được tính bằng triệu đồng đối với mỗi đơn vị sản phẩm).

a) Tổng doanh thu cho x đơn vị sản phẩm là $R(x)=400x-2x^2$ (triệu đồng).

b) Hàm số biểu thị lợi nhuận cho x đơn vị sản phẩm là $P(x)=399{,}8x-2x^2-\dfrac{400}{x}-4$ (triệu đồng).

c) Giá bán một sản phẩm để lợi nhuận thu được tối đa là 240 triệu đồng.

d) Lợi nhuận tối đa thu được là 17 420 triệu đồng.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 21

Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Gọi giá bán mới là x (triệu đồng) với $x\in[27;31]$.

a) Với giá bán mới là 30 triệu thì số xe bán ra là 200 chiếc.

b) Lợi nhuận thu được biểu thị qua hàm số $f(x)=-200x^2+12\,200x-183\,600$.

c) Với giá bán mới là 30 triệu thì lợi nhuận thu được là 24 000 (triệu đồng).

d) Giá bán mới là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 22

Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán với giá 30 000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3 000 chiếc. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1 000 đồng mỗi chiếc thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18 000 đồng.

a) Nếu cơ sở bán mỗi chiếc khăn với giá 37 000 (đồng) thì số tiền lãi sau 1 tháng là 44 (triệu đồng).

b) Sau khi cơ sở tăng giá mỗi chiếc khăn thêm x (nghìn đồng) thì tổng số lợi nhuận một tháng của cơ sở được tính theo công thức $f(x) = -100x^2 + 1\,800x + 36\,000$.

c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc.

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39 000 đồng.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 23

Một nhà sản xuất trung bình bán được 1 000 laptop mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng laptop bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 chiếc mỗi tuần. Biết rằng hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12\,000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số laptop bán ra trong tuần.
Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau

a) Hàm cầu là $p = -\dfrac{1}{200}x + 19$, trong đó p (triệu đồng) là giá của mỗi laptop, x là số laptop bán ra.

b) Để doanh thu đạt được là lớn nhất thì nên giảm giá bán laptop là 5 triệu đồng cho một chiếc.

c) Để công ty không bị lỗ vốn thì mỗi tuần cần bán được ít nhất 600 chiếc laptop.

d) Lợi nhuận lớn nhất mà công ty có thể đạt được là 12 200 (triệu đồng).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 24

Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}025x^2(30 - x)$ trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam, $0 < x < 30$).

a) Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân là $G(x) = 0{,}75x^2 - 0{,}025x^3$.

b) Đạo hàm của $G(x)$ là $G'(x) = 1{,}5x + 0{,}075x^2$.

c) Phương trình $G'(t) = 0$ có nghiệm duy nhất.

d) Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là 20 mg.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 25

Một công ty bất động sản có 120 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 3 triệu đồng thì mỗi tháng mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100 nghìn đồng một tháng thì sẽ có 3 căn hộ bị bỏ trống. Gọi x (trăm nghìn) là số tiền tăng thêm.

a) Số căn hộ còn lại sau khi tăng giá là $120 - 3x$.

b) Giá một căn hộ sau khi tăng là $30 - x$ (trăm nghìn).

c) Tổng số tiền công ty thu được là $S(x) = -3x^2 + 30x + 3600$ (trăm nghìn).

d) Công ty thu được nhiều tiền nhất khi giá thuê mỗi căn hộ là 3,5 (triệu đồng).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 26

Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi, x là số ti vi.

a) Hàm cầu là $p(x) = -\dfrac{1}{200}x + 19$.

b) Công ty giảm giá 4,5 (triệu đồng)/1 tivi cho người mua thì doanh thu của công ty là lớn nhất.

c) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), khi đó có 2300 ti vi được bán ra thì lợi nhuận là cao nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), thì nhà sản xuất nên đặt giá bán 8,5 triệu đồng/1 ti vi để lợi nhuận là lớn nhất.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 27

Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).
b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).
c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa.
d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1000 nghìn đồng.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 28

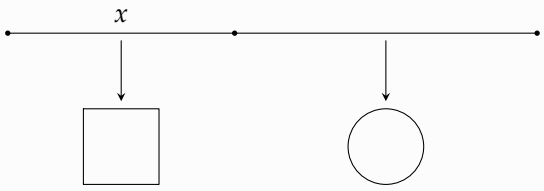
Giả sử hàm cầu của một sản phẩm độc quyền được cho bởi $P = 400 - 2Q$ và hàm chi phí trung bình $\bar{C} = 0{,}2Q + 4 + \dfrac{400}{Q}$, trong đó Q là số đơn vị sản phẩm (P và $\bar{C}$ được tính bằng \$ đối với mỗi đơn vị sản phẩm).
a) $Q = 90$ là lượng sản phẩm bán ra để lợi nhuận thu được tối đa.
b) Giá bán để lợi nhuận thu được tối đa là 400 \$.
c) Lợi nhuận tối đa là 17420 \$.
d) Nếu chính phủ đánh thuế 22 \$/một đơn vị sản phẩm thì giá bán 390 \$ để lợi nhuận thu được tối đa.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 29

Một sợi dây kim loại dài a (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn có độ dài x (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông ($a > x > 0$).



a) Bán kính đường tròn là $r = \dfrac{x}{\pi}$.
b) Diện tích hình vuông là $\left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2$.
c) Tổng diện tích hai hình là $\dfrac{(4+\pi)\cdot x^2 - 2a\pi x + \pi a^2}{16\pi}$.
d) Khi $x = \dfrac{a\pi}{2+\pi}$ thì hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

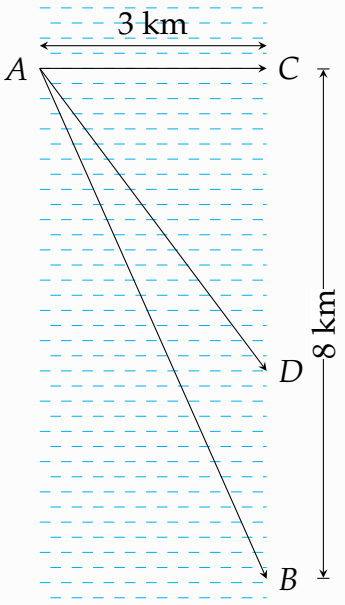
Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .

Câu 30

Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện trong thời gian sớm nhất, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B, hay có thể chèo trực tiếp đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6 km/h, chạy 8 km/h và quãng đường $BC = 8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi x (km) là độ dài quãng đường BD.



a) $8 - x$ (km) là độ dài quãng đường CD.

b) Thời gian chèo thuyền trên quãng đường AD là $\dfrac{\sqrt{x^2+9}}{3}$ (giờ).

c) Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $\dfrac{\sqrt{x^2+9}}{3} + \dfrac{8-x}{8}$.

d) Khoảng 1 giờ 20 phút là khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 31

Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức $V(t) = 300(t^2 - t^3) + 4$, với $0 \le t \le 0{,}5$. Gọi $V'(t)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \le t \le 0{,}5$.

a) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1 lít.

b) Lượng xăng lớn nhất trong bình xăng là 41,5 lít.

c) $V'(t) = 300(2t - 3t^2) + 4$, với $0 \le t \le 0{,}5$.

d) Xăng chảy vào bình xăng vào thời điểm ở giây thứ 20 có tốc độ tăng thể tích là lớn nhất.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 32

Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 4 triệu đồng chi phí cố định; 0,2 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0{,}001x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa 100 m^3 sản phẩm. Gọi $C(x)$ (triệu đồng) là tổng chi phí để xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm trong một ngày và $\overline{C}(x)$ (triệu đồng) là chi

phí trung bình trên mỗi mét khối sản phẩm.

a) $C(x) = 0{,}2x + 0{,}001x^2$, với $0 \le x \le 100$.

b) Tổng chi phí sản xuất 100 m^3 sản phẩm là 34 triệu đồng.

c) $\overline{C}(x) = 0{,}001x + \dfrac{4}{x} + 0{,}2$, với $0 \le x \le 100$.

d) $\overline{C}(x)$ có giá trị thấp nhất bằng 0,326 triệu đồng (kết quả làm tròn ba chữ số thập phân).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 33

Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa mãn thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0{,}001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sảm phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.

c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \le x \le 100$) cho B được biểu diễn bằng công thức $-0{,}01x^3 + 15x - 100$.

d) A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 34

Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: Nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ gam.

a) Điều kiện xác định là $x \ge 0$.

b) Sau một vụ lượng tôm trung bình trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên nặng $x(108 - x^2)$.

c) Để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên thì cần thả 16 con tôm giống.

d) Lượng tôm nhiều nhất cuối vụ có thể thu hoạch được trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên là 432 gam.

Lời giải.

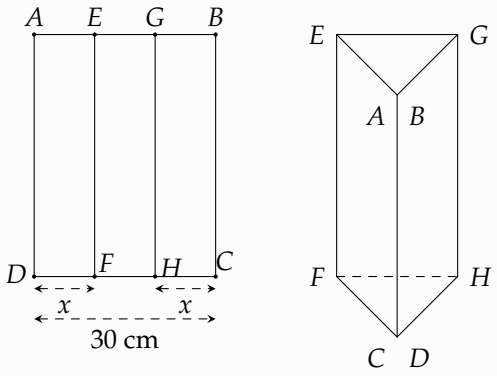
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 35

Một tấm kẽm hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 30 cm. Người ta gập tấm kẽm theo hai cạnh EF và GH cho đến khi AD và BC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.



a) Thể tích khối trụ được tính bằng công thức $V = 30S$ trong đó S là diện tích của tam giác AEG.

b) Diện tích của tam giác AEG bằng $\sqrt{30} \cdot \sqrt{(15-x)^2(2x-15)}$.

c) Giá trị của x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất là $x = 10$ (cm).

d) Thể tích khối lăng trụ lớn nhất bằng 1250 cm^3.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 36

Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 60x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 300 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ tính theo x là $B(x) = 300x$.

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = x^3 - 3x^2 - 360x + 500$.

c) Nếu bán được 4 mét vải lụa thì hộ làm nghề dệt lãi được 924 nghìn đồng.

d) Để đạt lợi nhuận tối đa mỗi ngày thì hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 37

Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào

cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \dfrac{t}{t^2+1}$ (mg/L). Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Sau khi tiêm thuốc 0,5 giờ nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân là 0,4 (mg/L).

b) Để nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân là 0,25 (mg/L) thì cần tiêm thuốc sau khoảng thời gian $t > 5$ giờ.

c) Sau khi tiêm thuốc thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân càng thấp.

d) Sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 38

Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số $y(t) = 5 - \dfrac{15t}{9t^2+1}$.

a) Vào thời điểm $t = 1$ thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l).

b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l).

c) Vào thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất.

d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l).

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 39

Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1\,000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm đươc bán ra. Hàm doanh thu đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

a) Hàm doanh thu của công ty là $f(x) = x \cdot p(x)$.

b) Hàm số $f(x) = -25x^2 + 1\,000x$ có đạo hàm $f'(x) = -50x + 1\,000$.

c) Nếu $f(x) = x \cdot p(x)$ là hàm doanh thu thì phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm là $x = 2$.

d) Hàm doanh thu đạt giá trị lớn nhất bằng 10 000.

Lời giải.

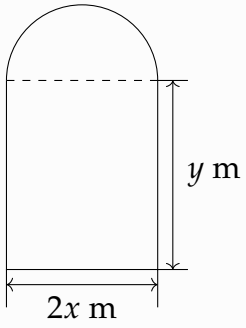
.....

.....

.....

Câu 40

Người ta dùng một thanh thép có chiều dài 4 m để uốn thành khung viền của một cửa sổ có dạng một hình chữ nhật ghép với nửa hình tròn có các kích thước được cho như hình bên.



a) Có thể biểu thị y theo công thức $y = 2 - \dfrac{(\pi - 2)x}{2}$.

b) Diện tích của cửa sổ được tính bởi công thức $S(x) = 4x - 2x^2 - \dfrac{\pi x^2}{2}$ (m^2).

c) Diện tích của cửa sổ lớn nhất khi $x = \dfrac{4}{\pi + 2}$ m.

d) Giá trị lớn nhất của diện tích cửa sổ là $\dfrac{8}{\pi + 4}$ (m^2).

Lời giải.

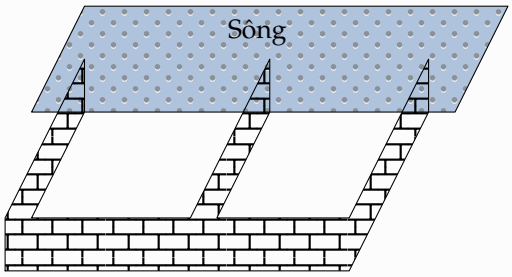
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 41

Một người nông dân có 15 000 000 đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng một mét. Gọi x là chiều dài 1 mặt hàng rào hình chư E (trong ba mặt song song, $x > 0$). Gọi y là chiều dài mặt hàng rào hình chữ E song song với bờ sông $(y > 0)$.



a) Số tiền phải làm là 15 000 000 đồng.

b) Diện tích đất $S = 250x - \dfrac{5}{2}x^2$.

c) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được $\max\limits_{(0;+\infty)} S = 6\,250$ (m^2).

d) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được khi chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E là 50 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 42

Trong một phòng thí nghiệm có máy đo nồng độ khí CO_2 cho thấy: nồng độ khí CO_2 trong phòng thay đổi theo thời gian t (tính bằng giờ) và được thể hiện qua hàm số $f(t) = 400 + \dfrac{2\,000t}{t^2+5}$ ppm, với $t \geq 0$ (Khi nói nồng độ khí CO_2 trong không khí là 400 ppm, điều đó có nghĩa là: Trong một triệu phần thể tích của không khí, có 400 phần thể tích là khí CO_2).

a) Nồng độ khí CO_2 trong phòng tại thời điểm $t = 0$ là 400 ppm.

b) $f'(t) = \dfrac{-2\,000t^2 - 10\,000}{(t^2+5)^2}$ với $t \geq 0$.

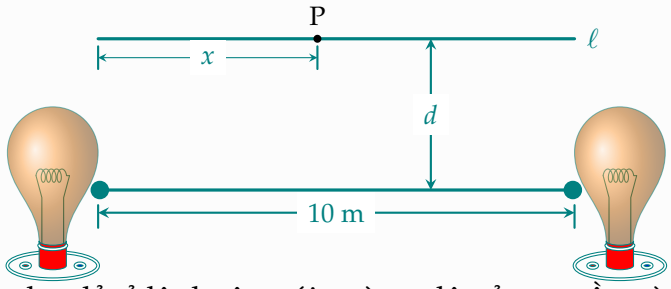
c) Nghiệm của phương trình $f'(t) = 0$ là $t = 2$.

d) Nồng độ khí CO_2 cao nhất đo được trong phòng thí nghiệm (làm tròn đến hàng đơn vị) là 947 ppm.

Lời giải.

Câu 43

Hai nguồn sáng có cường độ giống hệt nhau được đặt cách nhau 10 m. Một vật sẽ được đặt tại một điểm P nằm trên một đường thẳng ℓ, song song với đường nối hai nguồn sáng và cách đường đó một khoảng d m (xem hình vẽ). Ta muốn đặt điểm P trên đường ℓ sao cho cường độ chiếu sáng tại P là nhỏ nhất.



Ta cần biết rằng cường độ chiếu sáng tại điểm đơn lẻ tỉ lệ thuận với cường độ của nguồn và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách đến nguồn đó. Đặt hệ trục tọa độ Oxy sao cho tâm O trùng với nguồn sáng bên trái, tia Ox chứa đoạn nối hai nguồn sáng, tia Oy hướng lên trên, đơn vị trên mỗi trục là m.

a) Khoảng cách từ P đến các nguồn sáng là $r_1 = \sqrt{x^2+d^2}$; $r_2 = \sqrt{(x+10)^2+d^2}$.

b) Tổng cường độ chiếu sáng tại P là $I(x) = k\left(\dfrac{1}{x^2+d^2} + \dfrac{1}{(x-10)^2+d^2}\right)$; với $k > 0$ là hằng số tỉ lệ.

c) Khi $d = 5$ m, cường độ ánh sáng tại P đạt cực tiểu khi $x = 5$ m.

d) Khi $d = 10$ thì cường độ ánh sáng không đạt cực tiểu khi P ở vị trí chính giữa của thanh ℓ.

Lời giải.

Câu 44

Một cơ sở sản xuất khăn đang bán mỗi chiếc khăn với giá 50 000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 34 000 chiếc. Cơ sở sản xuất có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý nhận thấy rằng nếu từ mức giá 50 000 đồng mà cứ tăng thêm 1 000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 500 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 32 000 đồng, gọi tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng).

a) Tổng doanh thu trung bình mỗi tháng cơ sở sản xuất thu được khi chưa tăng giá là 1 700 000 nghìn đồng.

b) Số khăn bán ra được mỗi tháng sau khi tăng giá là $34000 - 5x$ chiếc.

c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì sau khi tăng giá mỗi chiếc khăn lãi 41 nghìn đồng.

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 12 500 chiếc.

Lời giải.

Câu 45

Một cây đậu Hà Lan khi mới trồng cao 4 cm. Gọi $h(t)$ là độ cao tính bằng centimet của cây đậu này ở thời điểm t kể từ khi được trồng, với t được tính theo tuần. Khảo sát cho thấy chiều cao này được mô hình hóa bởi hàm số $h(t) = -0{,}005t^4 + 0{,}1t^3 + c$ (cm).

a) $c = 4$.

b) Tốc độ tăng chiều cao của cây đậu này ở tuần thứ hai là 1,04 cm/tuần.

c) Cây đậu này có tộc độ tăng chiều cao lớn nhất bằng 10 cm/tuần.

d) Chiều cao lớn nhất của cây đậu này là 96 cm.

Lời giải.

Câu 46

Một động cơ với chi phí tiêu thụ nhiên liệu được chia thành hai phần, theo thời gian (chi phí loại I) và theo quãng đường (chi phí loại II). Biết rằng khi động cơ nổ máy thì cứ 10 phút sẽ tiêu tốn 5 nghìn đồng. Chi phí theo quãng đường tỉ lệ với bình phương của tốc độ động cơ, nếu giữ tốc độ ở 15 m/s thì trong 10 phút sẽ tiêu tốn hết 9 nghìn đồng. Trong bài toán chi phí tính theo nghìn và kết quả được làm tròn tới hàng đơn vị.

a) Chi phí loại I khi nổ máy trong một giờ là 30 nghìn đồng.

b) Chi phí loại II đi hết 1 km quãng đường với tốc độ 24 m/s là 1 nghìn đồng.

c) Khi đi với tốc độ 20 m/s trong 20 phút thì tổng chi phí là 53 nghìn đồng.

d) Tổng chi phí nhỏ nhất để đi hết quãng đường 2 km là 3 nghìn đồng.

Lời giải.

.....

Câu 47

Một công ty có sản xuất một loại sản phẩm với chi phí để sản xuất một sản phẩm là 600 nghìn đồng và bán ra mỗi sản phẩm là 900 nghìn đồng. Biết rằng số lượng sản phẩm bán ra tăng theo số tiền chi cho quảng cáo là $n(x) = A + B\ln(1+x)$ (sản phẩm), trong đó x là số tiền chi cho quảng cáo tính theo đơn vị triệu đồng. Khi không chi cho quảng cáo thì sẽ bán được 400 sản phẩm, khi chi cho quảng cáo $(e^3 - 1)$ triệu đồng thì bán được 750 sản phẩm. Số tiền quảng cáo luôn đảm bảo số lượng sản phẩm bán được là một số nguyên.

a) $A + 6B = 1100$.

b) Lợi nhuận thu được là $120 + 50\ln(1+x) - x$ (triệu đồng), trong đó x tính theo triệu đồng.

c) Lợi nhuận thu được lớn nhất khi ta sử dụng số tiền quảng cáo là 34 triệu đồng.

d) Lợi nhuận lớn nhất là 210 triệu đồng.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 48

Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được là $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) tuân theo biểu thức $s(t) = e^{t^2+3} + 2te^{3t+1}$ (km). Hỏi vận tốc của tên lửa sau 1 giây là bao nhiêu (biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm cấp một của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian, làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 49

Vào ngày 01/02/2023, ông An vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 8%/năm. Ông dùng toàn bộ số tiền vay mua cổ phiếu mã SP với giá 50 nghìn đồng/1 cổ phiếu. sau một năm, để trả nợ ngân hàng ông An bán toàn bộ cổ phiếu đó với giá mỗi cổ phiếu là 55,6 nghìn đồng. Số tiền còn lại của ông An sau khi đã trả nợ cho ngân hàng là bao nhiêu triệu đồng?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 50

Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B tối đa 45 tấn sản phẩm và nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 60 - 0{,}01 \cdot x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 150 + 33x$ (triệu đồng) (gồm 150 triệu đồng chi phí cố định và 33 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 51

Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 9t^2$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 52

Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5$ trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời (m/s) lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 53

Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên, xuống theo lượng nước mưa và các suối nước đổ về hồ. Trong 24 giờ theo dõi, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ), $0 \le t \le 24$, cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$. Trong thời

gian theo dõi, độ sâu của hồ lớn nhất khi t có giá trị bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 54

Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức $N(t) = 1000 + \dfrac{100t}{100 + t^2}$ (con), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

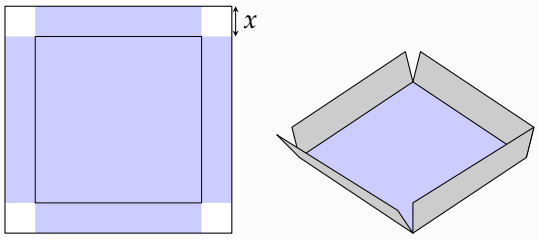
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 55

Ông Anh muốn dùng tấm bìa hình vuông cạnh 6 cm làm một chiếc hộp không nắp, có đáy là hình vuông bằng cách cắt bỏ đi 4 hình vuông nhỏ ở bốn góc của tấm bìa.



Tính độ dài cạnh hình vuông cần cắt bỏ để chiếc hộp đạt thể tích lớn nhất là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 56

Hàm cầu của một sản phẩm có dạng $P = \dfrac{80 - Q}{4}$, $0 \leq Q \leq 80$, trong đó Q là số lượng sản phẩm và P là giá bán của mỗi sản phẩm. Doanh thu tối đa bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

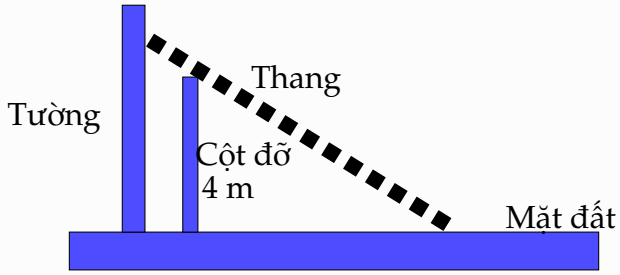
.....

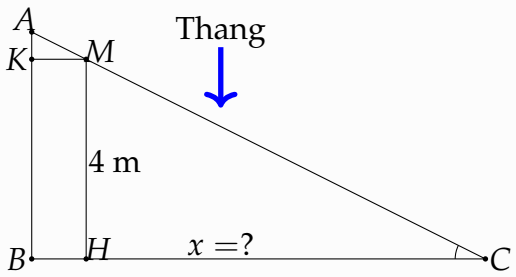
.....

.....

Câu 57

Tìm chiều dài bé nhất (m) của cái thang để nó có thể tựa vào tường và mặt đất, ngang qua cột đỡ cao 4 m, song song và cách tường 0,5 m kể từ gốc của cột đỡ như hình vẽ. (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2*).





KQ: .....

Lời giải.

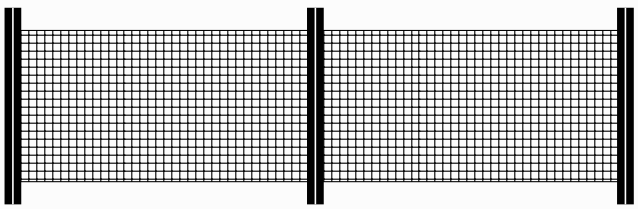
.....

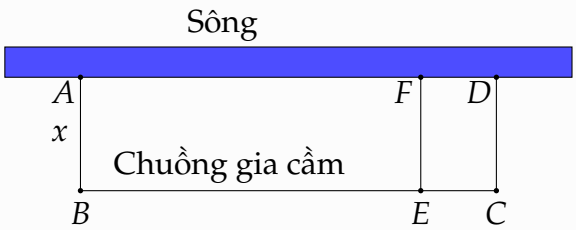
.....

.....

Câu 58

Một chủ trang trại nuôi gia cầm muốn rào thành 2 chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng nuôi gà và một chuồng nuôi vịt. Biết rằng đã có sẵn 240 m hàng rào và cạnh bờ sông thì không phải rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh chuồng là bao nhiêu m^2?





KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 59

Một con cá hồi bơi ngược dòng nước để vượt một khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 (km/h). Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ (trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng đơn vị Jun). Cá bơ ngược dòng quãng đường 300 km trên trong khoảng thời gian t với vận tốc bằng bao nhiêu (km/h) để năng lượng tiêu hao là thấp nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 60

Thể tích V của 1 kg nước ở nhiệt độ t (t nằm giữa 0°C và 30°C) được cho bởi công thức $V = 999{,}87 - 0{,}06426t + 0{,}0085043t^2 - 0{,}0000679t^3$ (m^3). Ở nhiệt độ bao nhiêu độ C (làm tròn đến hàng đơn vị) thì nước có khối lượng riêng lớn nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

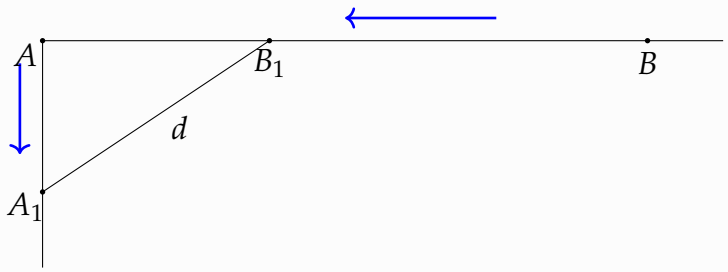
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 61

Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu A chạy về hướng Nam với 6 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 7 hải lí/giờ. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu là bao nhiêu hải lí? (*Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

.....

Câu 62

Một công ty đánh giá rằng sẽ bán được N lô hàng nếu chi hết số tiền là x (triệu đồng) vào việc quảng cáo. Biết rằng N và x liên hệ với nhau bằng biểu thức $N(x) = -x^2 + 30x + 6, 0 \leq x \leq 30$. Hãy tìm số lô hàng lớn nhất mà công ty có thể bán sau đợt quảng cáo?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 63

Một bài báo trong tạp chí xã hội học phát biểu rằng nếu một chương trình chăm sóc sức khỏe đặc biệt cho người già được khởi xướng, thì t năm sau khi nó được khởi động, n ngàn người già có thể trực tiếp nhận được các phúc lợi, trong đó $n = \dfrac{t^3}{3} - 6t^2 + 32t$, $(0 \leq t \leq 12)$. Với giá trị nào của t thì số người nhận phúc lợi tối đa là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 64

Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là $s = -t^3 + 6t^2 + 17t$, với t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (m) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Trong khoảng thời gian 8 giây đầu tiên, vận tốc v (m/s) của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 65

Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường S (mét) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $S = 6t^2 - t^3$. Tìm thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyện động đạt giá trị lớn nhất.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 66

Người ta muốn làm một chiếc hộp hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và thể tích là 10 l. Diện tích toàn phần nhỏ nhất của hộp là bao nhiêu? (đơn vị dm^2 và làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 67

Giả sử sự lây lan của một loại virus cúm mùa ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (đơn vị là trăm người) và t là thời gian (tuần). Gọi $(a;b)$ là khoảng thời gian lâu nhất mà số người bị nhiễm bệnh tăng lên. Tính giá trị $P = 2a^2 - b^2$.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 68

Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5$ trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 69

Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam và không vượt quá 15 miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để độ giảm huyết áp là lớn nhất.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 70

Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhiên 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng trong một ngày tổng số xăng của hai nguồn sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là bao nhiêu (biết số lít xăng tiêu thụ trong các ngày là như nhau).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 71

Quan sát một đàn cá trong vòng một năm, người ta ước lượng được số lượng của chúng bởi công thức $C(t) = \dfrac{\mathrm{e}^t}{\mathrm{e}^t + 10^{10}}$, trong đó t là thời gian tính theo tuần kể từ lúc bắt đầu quan sát và $0 \le t \le 52$. Tại thời điểm tuần nào thì số lượng đàn cá tăng trưởng nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 72

Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường đi được của đoàn tàu theo đơn vị mét (m) là một hàm số của thời gian t (tính bằng giây (s)) cho bởi phương trình $s = 6t^2 - t^3$. Tìm thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của đoàn tàu đạt giá trị lớn nhất.

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 73

Một hãng điện thoại đưa ra quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí càng nhập nhiều chiếc điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6\,000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*$, $x < 2\,000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 74

Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là bao nhiêu nghìn người?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 75

Người ta thấy rằng trong vòng 4 năm tính từ đầu năm 2020, giá thành P của một loại sản phẩm vào tháng thứ t thay đổi theo công thức

$$P(t) = 30t^2 - 2\,400t + 90\,000 \text{ (đồng) với } 0 \leq t \leq 48.$$

Giá thành P sản phẩm giảm khi t trong khoảng $(a; b)$. Tính $T = b - a$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 76

Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình

$$s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5,$$

trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

KQ: .....

Lời giải.

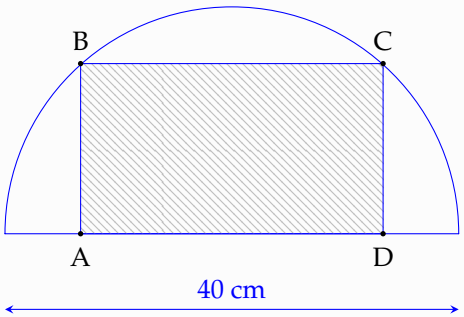
.....

.....

.....

Câu 77

Từ một tấm thép hình bán nguyệt có đường kính 40 cm, người ta muốn cắt ra một tấm thép hình chữ nhật (có một cạnh nằm trên đường kính của hình bán nguyệt như hình) có diện tích lớn nhất có thể. Tìm diện tích đó.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 78

Giả sử chi phí cho việc sản xuất x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức $C(x) = 0{,}0\,001 - 0{,}2x + 10\,000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Gọi $T(x)$ là tổng chi phí (gồm cả chi phí xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, khi đó tỉ số $M(x) = \dfrac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tìm số lượng tạp chí cần xuất bản (đơn vị: nghìn cuốn) sao cho chi phí trung bình là thấp nhất, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30 000 cuốn.

KQ: .....

Lời giải.

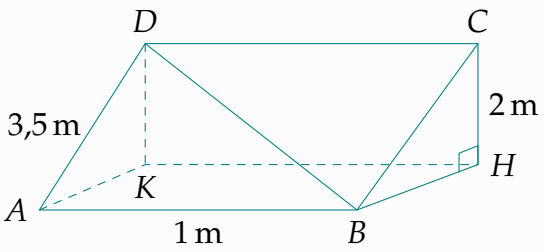
.....

.....

. . . . . .

Câu 79

Một tâm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiên để kéo một vật lên khỏi hố sâu 2 m. Cho biết $AB = 1$ m, $AD = 3{,}5$ m. Tính góc (theo đơn vị độ) giữa đường thẳng BD và đáy hố (Làm tròn đến hàng phần mười).



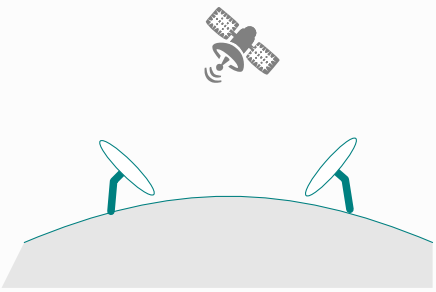
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 80

Có hai trạm thu phát sóng tín hiệu mặt đất đặt ở hai điểm O , A và vệ tinh thu phát tín hiệu tại ở vị trí M, biết vệ tinh di chuyển luôn cách mặt đất 35 000 km. Tín hiệu tại O phát lên vệ tinh M rồi truyền đến trạm thu tại A. Xét hệ trục $Oxyz$ được chọn thỏa $O(0;0;0)$, $A(30;40;0)$, $M(x;y;35)$ (đơn vị tọa độ là ngàn km). Viết vận tốc trung bình truyền tín hiệu giữa vệ tinh với trạm thu phát khoảng 270 000 km/s. Một tín hiệu phát từ O đến M, rồi truyền về A mất ít nhất bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng phần trăm).



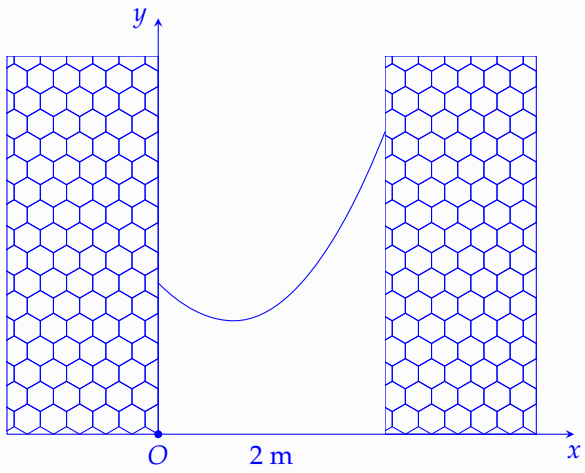
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 81

Một sợi dây kim loại được treo giữa hai bức tường cách nhau 2 mét như hình vẽ. Độ cao so với mặt đất của mỗi điểm trên sợi dây này được cho bởi hàm số $h(x) = \mathrm{e}^{-2x} + \mathrm{e}^{x}$ $(0 \leq x \leq 2)$, trong đó x (mét) là khoảng cách từ mỗi điểm trên sợi dây đến bức tường phía bên trái. Hỏi sợi dây sẽ gần với mặt đất một khoảng ngắn nhất là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



KQ: .....

Lời giải.

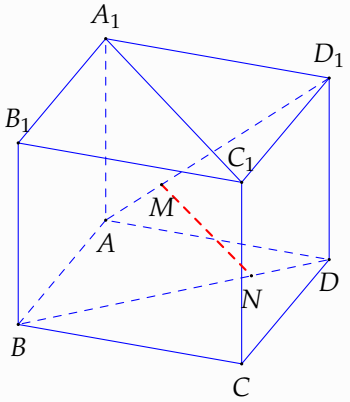
.....

.....

.....

Câu 82

Một kỹ sư thiết kế mô hình trang trí cho một sân khấu nổi có dạng hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với độ dài các cạnh bằng 5 m. Để tạo ra nét độc đáo cho sân khấu, người kỹ sư muốn thiết kế một dàn đèn ánh sáng nối từ một điểm M trên đoạn thẳng AD_1 xuống điểm N trên đoạn thẳng BD thỏa mãn $AM = DN$. Dàn đèn ánh sáng có chiều dài ngắn nhất là bao nhiêu mét (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)?



KQ: .....

Lời giải.

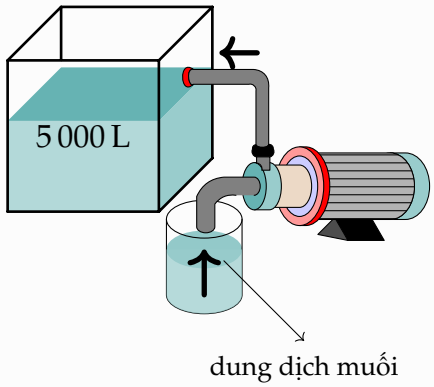
.....

.....

.....

Câu 83

Một bể chứa 5 000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút. Nồng độ muối trong bể được tính bởi công thức $f(t) = \dfrac{30t}{200+t}$ (t là thời gian nước chảy vào bể (phút)). Nồng độ muối lớn nhất mà bể có thể đạt được là bao nhiêu gam/lít?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 84

Giả sử lợi nhuận của một cửa hàng tạp hoá nhỏ trong ngày thứ x của một tháng nào đó được cho bởi công thức $h(x) = -2x^2 + 40x + 700$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử tháng đó có 30 ngày, hỏi có bao nhiêu ngày trong tháng đó cửa hàng có lợi nhuận tăng so với lợi nhuận ngày liền trước đó?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 85

Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0$ (s) cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 26$ (s) được cho bởi một hàm số $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 23$, ($v$ được tính bằng ft/s, 1 feet = 0,3048 m). Hỏi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian nào tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi *(kết quả thời gian được tính bằng giây và làm tròn đến hàng phần mười).*?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 86

Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là

$$f(t) = -t^3 + 42t^2 + 180t, \quad t = 0; 1; \ldots; 30.$$

Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (đơn vị: người/ngày) tại thời điểm t. Hỏi trong 30 ngày đó, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh giảm?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 87

Một khách sạn có 50 phòng cho thuê. Giả sử doanh thu (tức là tổng số tiền thu được) là $T(x) = -x^2 + 76x$ (triệu đồng) với x là số phòng cho thuê được. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x nằm trong miền doanh thu $T(x)$ tăng?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 88

Một con cá bơi ngược dòng để vượt khoảng cách 250 km. Vận tốc dòng nước là 5 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là một hằng số và năng lượng E tính bằng Jun. Khi vận tốc bơi của cá nằm trong khoảng $(m; n)$ lớn nhất (với m, n là số nguyên hoặc là phân số tối giản) thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Tính $2n + m$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 89

Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin 12V được cho bởi công thức $P(I) = 15I - 1{,}5I^2; 0 \leq I \leq 10$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Biết công

suất P tăng trong khoảng cường độ dòng điện từ 0 đến P_M rồi giảm, tìm P_M?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 90

Một cửa hàng quần áo đã thống kê số lượng quần áo bán ra trong ngày thứ x ($1 \leq x \leq 30$) của một tháng xác định tuân theo quy luật được mô hình hoá bởi hàm số $f(x) = -3x^2 + 54x + 256$. Hỏi trong tháng đó, có bao nhiêu ngày có số lượng quần áo bán ra nhiều hơn ngày hôm trước?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 91

Vận tốc dòng xe trên một đoạn đường quốc lộ 123 từ 6 giờ sáng đến 10 giờ sáng trong ngày thường được xấp xỉ bởi $f(t) = 20t - 40\sqrt{t} + 52$, $0 \leq t \leq 4$, trong đó $f(t)$ đo bằng km/giờ và t đo bằng giờ, với $t = 0$ ứng với 6 giờ sáng. Qua đó người ta tìm được vào buổi sáng, tốc độ dòng xe giảm từ a giờ đến b giờ. Tìm b.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 92

Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (đơn vị là trăm người) và t là thời gian (tuần). Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian lâu nhất mà số người bị nhiễm bệnh tăng lên. Tính giá trị $P = 2a^2 - b^2$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 93

Cường độ âm thanh (dB) tại một địa điểm được đo liên tục trong 12 giờ là một hàm số $y = f(t)$ có bảng biến thiên như sau.

t	0		3		8		12
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	40	↗	70	↘	25	↗	60

Tại thời điểm t bằng bao nhiêu trong thời gian khảo sát thì cường độ âm thanh là nhỏ nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 94

Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t là khoảng thời gian tính từ khi vật đó bắt đầu chuyển động và $s(t)$ (m) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 95

Hiệu quả nhiên liệu E, tính bằng số km đi được trên mỗi lít xăng (km/l) của một mẫu xe ô tô, được mô hình hóa theo tốc độ v (km/h) bởi công thức $E(v) = -0{,}000025v^3 + 0{,}003v^2 + 13{,}5$. Mô hình áp dụng cho khoảng $20 \le v \le 120$. Hỏi giá trị nhiên liệu hiệu quả nhất (tức là đi được nhiều km nhất trên mỗi lít xăng) *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 96

Một vật chuyển động theo quy luật $s = -2t^3 + 24t^2 + 9t - 3$ với t là thời gian (giây) kể từ lúc bắt đầu chuyển động và s là quãng đường đi được. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

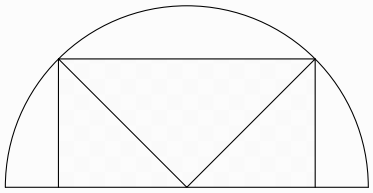
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 97

Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R = 6\,\text{cm}$ nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp (đơn vị đo cm^2)



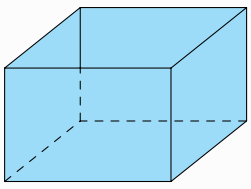
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 98

Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như hình bên. Tính thể tích lớn nhất mà chiếc hộp đạt được theo đơn vị cm^3.



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 99

Một khách sạn có 50 phòng. Hiện tại mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá thêm 20 ngàn đồng một phòng thì có thêm 2 phòng trống. Giám đốc phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu ngàn để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 100

Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều tiền nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 101

Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là 200 cm^2. Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

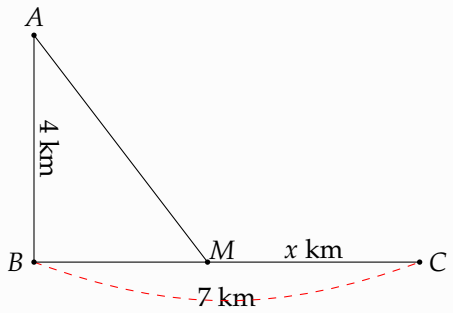
.....

.....

.....

Câu 102

Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4$ (km). Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7$ (km). Người canh hải đăng phải chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 6 (km/h) rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc 10 (km/h) (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất. (đơn vị: km)



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 103

Chị Hà dự định sử dụng hết 4 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

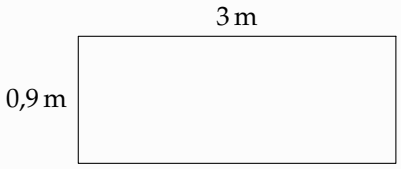
.....

.....

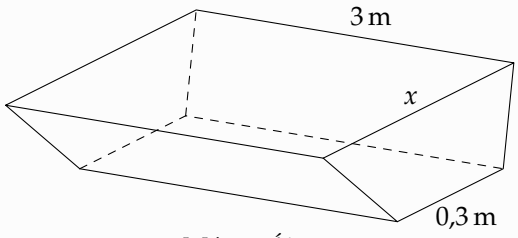
.....

Câu 104

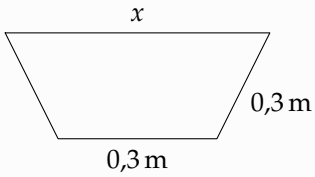
Để làm một máng xối nước, từ một tấm tôn kích thước 0,9 m $\times$ 3 m người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới, biết mặt cắt của máng xối là một hình thang cân có các kích thước như hình vẽ và máng xối là một hình lăng trụ không có nắp đậy phía trên. Hỏi x m bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối lớn nhất?



Tấm tôn



Máng xối



Mặt cắt

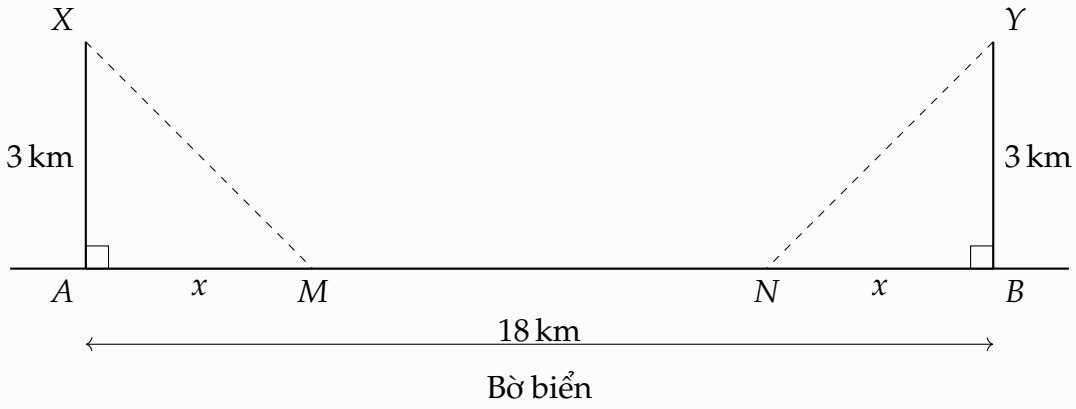
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 105

Anh Vinh đang cắm trại dưới tán cây thông ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Ô tô của anh Vinh đỗ ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 18$ km, $AM = NB = x$ km và $AX = BY = 3$ km (minh hoạ như hình vẽ).



Khi đang dựng trại tại vị trí X, anh Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị rắn cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50\log(t+2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Anh Vinh cần quay trở lại ô tô ở vị trí Y để lấy thuốc giải độc. Anh chạy từ chỗ cây thông ở điểm X ra thẳng vị trí M với vận tốc là 5 km/h và chạy trên bãi biển từ M tới điểm N với vận tốc là 13 km/h sau đó chạy thẳng đến chỗ ô tô với vận tốc 5 km/h. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi anh Vinh về đến ô tô (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

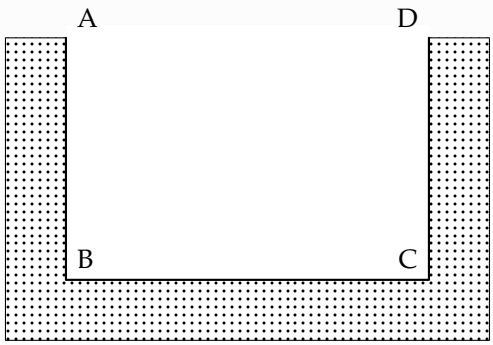
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 106

Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $ABCD$. Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt $ABCD$ là 0,48 m^2. Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài $T = AB + BC + CD$ là ngắn nhất và $BC < 1$ m. Khi đó chiều rộng lòng mương BC bằng bao nhiêu mét? (biết chiều rộng phải dưới 1 m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 107

Một hãng điện thoại đưa ra một quy luật bán buôn cho từng đại lí, đó là đại lí nhập càng nhiều điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lí mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*, x < 2000$. Đại lí nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lí đó?

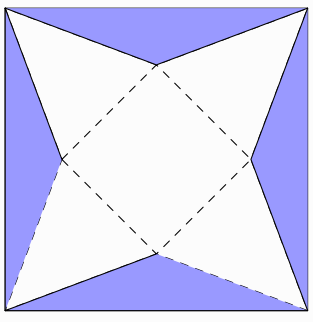
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 108

Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



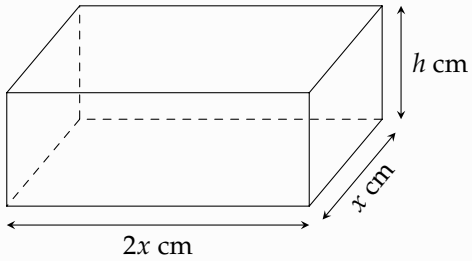
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 109

Người ta muốn làm một chiếc hộp kim loại hình hộp chữ nhật có thể tích 72 cm^3 và đáy có chiều dài gấp đôi chiều rộng (hình vẽ). Tính diện tích toàn phần nhỏ nhất đạt được của chiếc hộp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2)



KQ: .....

Lời giải.

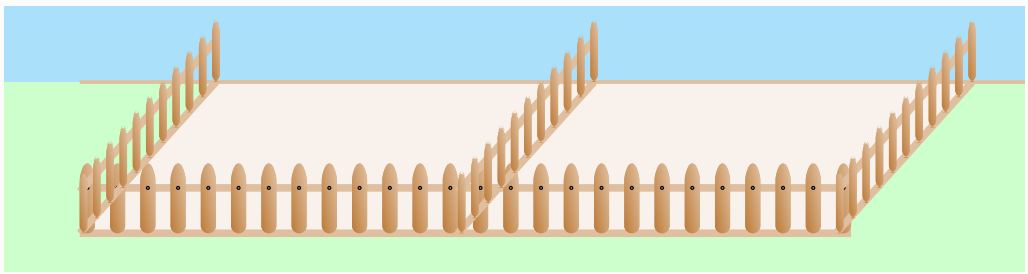
.....

.....

.....

Câu 110

Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song với nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 111

Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là $x^3 + 2x$ (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y - 27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 112

Mỗi trang giấy của một cuốn sách giáo khoa cần một trang chữ hình chữ nhật có diện tích là 384 cm^2. Lề trên và dưới là 3 cm, lề trái và lề phải là 2 cm. Trang giấy được gọi là có kích thước tối ưu khi đảm bảo được diện tích trang chữ là 384 cm^2 và diện tích trang giấy là nhỏ nhất. Tìm chiều dài (đơn vị cm) của trang giấy khi trang giấy có kích thước tối ưu.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 113

Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản suất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày (đơn vị tính: nghìn đồng)?

KQ: .....

Lời giải.

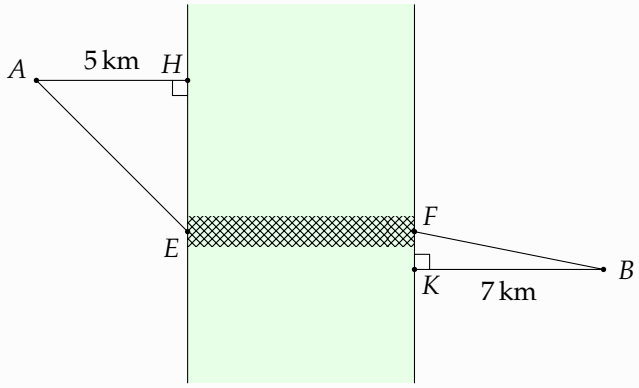
.....

.....

.....

Câu 114

Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 5 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 7 km (hình vẽ), biết $HE + KF = 24$ (km) và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến km).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 115

Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Gọi giá bán mới là x (triệu đồng) với $x \in [27;31]$. Tìm x để doanh nghiệp có lợi nhuận lớn nhất.

KQ: .....

Lời giải.

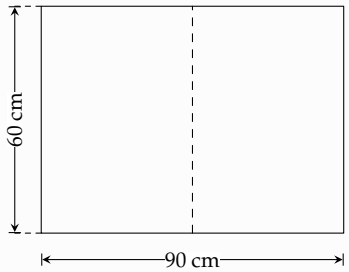
.....

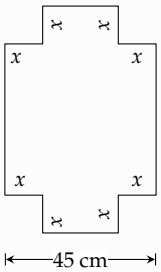
.....

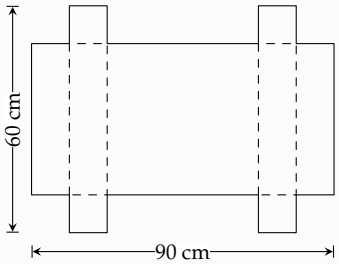
.....

Câu 116

Một tấm bia cứng có kích thước 60 (cm) và 90 (cm) được gấp đôi thành một hình chữ nhật 60 (cm) và 45 (cm) như hình vẽ. Sau đó, cắt ra từ các góc của hình chữ nhật vừa gấp bốn hình vuông bằng nhau có cạnh x (cm). Tấm bìa được mở ra và sáu mép được gấp lên để tạo thành một hộp chữ nhật (H) có nắp và đáy (như hình vẽ). Thể tích lớn nhất của khối (H) bằng bao nhiêu lít? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)







KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 117

Một chiếc phà chạy giữa đất liền và đảo Dedlos. Phà có công suất tối đa là 1 000 xe hơi mỗi chuyến, nhưng việc tải gần hết công suất rất tốn thời gian. Biết rằng số lượng xe hơi đưa lên phà mỗi chuyến là $f(t) = \dfrac{2000t}{2t+1}$ và mất một khoảng thời gian là 1 giờ. Mỗi xe cần trung bình 3,6 giây để dỡ xuống khi đến điểm đích. Thời gian di chuyển đến đảo và thời gian vòng về đều mất 1,28 giờ. Nên tải bao nhiêu xe lên phà cho mỗi chuyến đi để lượng xe trung bình di chuyển qua lại đảo mỗi giờ đạt lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

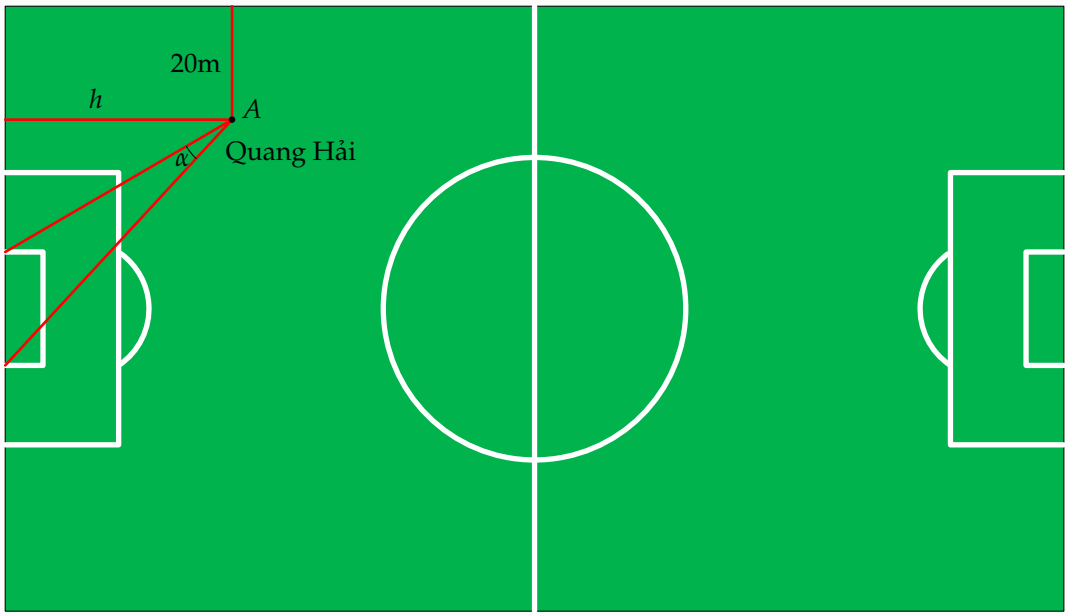
.....

.....

.....

Câu 118

Tại sân vận động Quốc Gia Mỹ Đình có kích thước chiều dài là 100 m và chiều rộng là 70 m. Khung thành được đặt chính giữa với chiều rộng là 8 m. Cầu thủ Quang Hải muốn đá vào khung thành với quả bóng đặt ở điểm A cách đường biên dọc một khoảng bằng 20 m (tham khảo hình vẽ).



Tìm khoảng cách h (m) từ vị tri đặt bóng A đến đường biên ngang để góc sút α (xem hình vẽ) của Quang Hải là lớn nhất. Giả sử sân bóng phẳng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

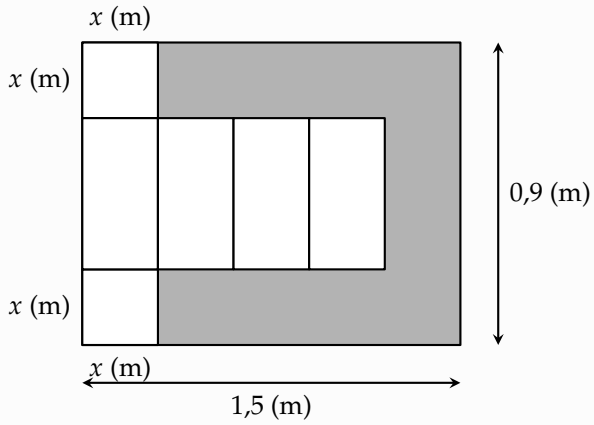
.....

.....

.....

Câu 119

Từ một miếng bìa có độ dài hạ cánh lần lượt là 0,9 m và 1,5 m như hình bên dưới, bạn Duy cắt đi phần tô màu xám và gấp lại để được một hình hợp chữ nhật.



Gọi V là thể tích hình hợp chữ nhật được tạo thành. Tìm x (m) để hình hợp tạo thành có thể tích lớn nhất.

KQ: .....

Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 120

Chủ một nhà hàng muốn làm tường rào bao quanh 600 m^2 đất để làm bãi đỗ xe. Ba cạnh của khu đất sẽ được rào bằng một loại thép với chi phí 14 000 đồng một mét, riêng mặt thứ tư do tiếp giáp với mặt bên của nhà hàng nên được xây bằng tường gạch xi măng với chi phí là 28 000 đồng mỗi mét. Biết rằng cổng vào của khu đỗ xe là 5 m.

Tìm chu vi của khu đất khi chi phí nguyên liệu bỏ ra là ít nhất, biết rằng khu đất rào được có dạng hình chữ nhật.

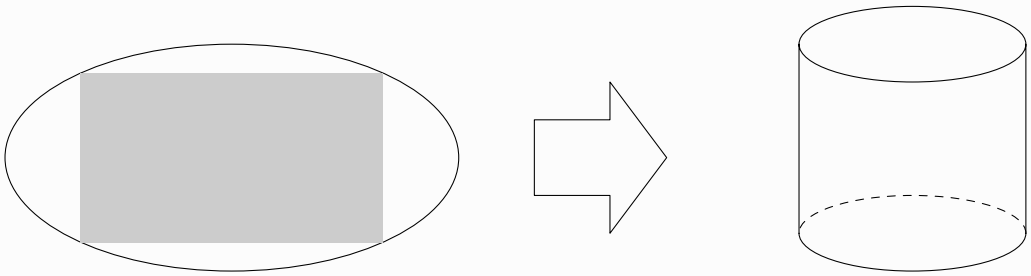
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 121

Người ta cần cắt một tấm tôn có hình dạng là một elip với độ dài trục lớn bằng 10 , độ dài trục bé bằng 8 để được một tấm tôn có dạng hình chữ nhật nội tiếp elip. Sau đó gò tấm tôn hình chữ nhật đó để thu được một hình trụ không có đáy như hình vẽ. Thể tích lớn nhất của khối trụ thu được bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



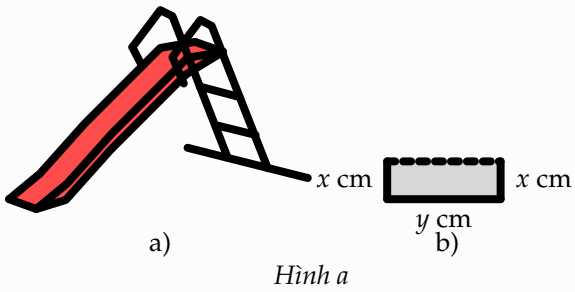
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 122

Máng trượt của một cầu trượt cho trẻ em (Hình a) được uốn từ một tấm kim loại có bề rộng 80 cm, mặt cắt được mô tả ở Hình b. Nhà thiết kế khuyến cáo, diện tích của mặt cắt càng lớn thì càng đảm bảo an toàn cho trẻ em. Với x đạt giá trị bao nhiêu thì cầu trượt đảm bảo an toàn nhất cho trẻ em?



Hình a

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 123

Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2. Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3cm, lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Phần in chữ có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu cm^2?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 124

Một công ty xác định chi phí để sản xuất ra x đơn vị một loại hàng hóa là $C(x) = x^3 - 5x^2 + 5x$ nghìn USD. Khi công ty sản xuất có một đơn đặt hàng từ 10 đến 20 đơn vị hàng hóa với giá bán 200 nghìn USD cho mỗi sản phẩm. Hỏi công ty có thể lãi được nhiều nhất bao nhiêu tiền cho đơn hàng đó?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 125

Người ta muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 200 m^3 đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là 300 000 đồng/m^2. Chi phí thuê nhân công thấp nhất là bao nhiêu (đơn vị triệu đồng, kết quả

làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 126

Một doanh nghiệp tư nhân chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 30 triệu đồng và bán ra với giá 35 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 400 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe X đang bán, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng cứ giảm thêm 1 triệu đồng trên mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 100 chiếc. Theo đó, giá bán mới của mỗi chiếc xe là bao nhiêu thì lợi nhuận thu được cao nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 127

Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà ga. Quãng đường S (mét) đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $S = 6t^2 - t^3$. Tìm thời điểm t (giây) mà tại đó vận tốc v (m/s) của chuyện động đạt giá trị lớn nhất.

KQ: .....

Lời giải.

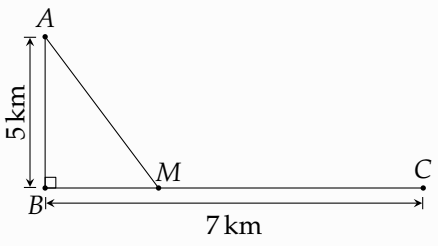
.....

.....

.....

Câu 128

Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ 5 km, trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng 7 km (như hình bên). Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến M trên bờ biển với vận tốc 2 km/h rồi đi bộ từ M đến C với vận tốc 4 km/h. Xác định độ dài đoạn BM để người đó đi từ A đến C nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 129

Một người nông dân có 240 m hàng rào và muốn rào một cánh đồng hình chữ nhật có một cạnh tiếp giáp với một con sông. Hỏi người nông dân đó có thể rào được cánh đồng diện tích lớn nhất là bao nhiêu, biết rằng người nông dân không cần rào cho phía giáp con sông?

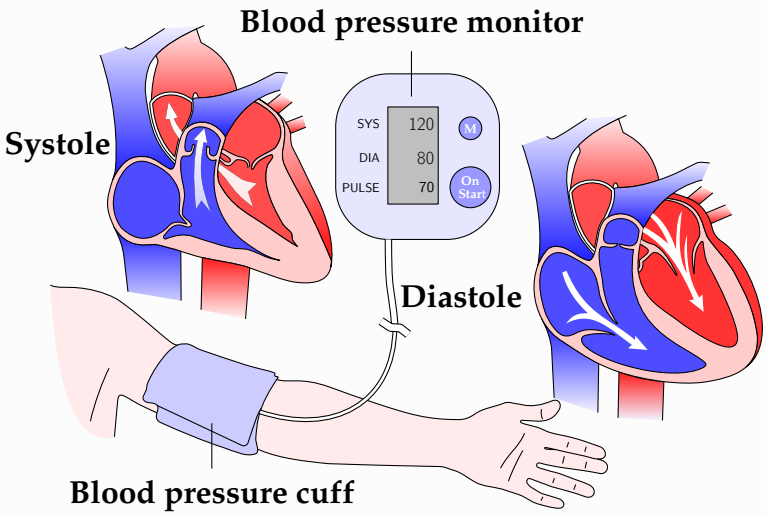
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 130

Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}035x^2(15 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.



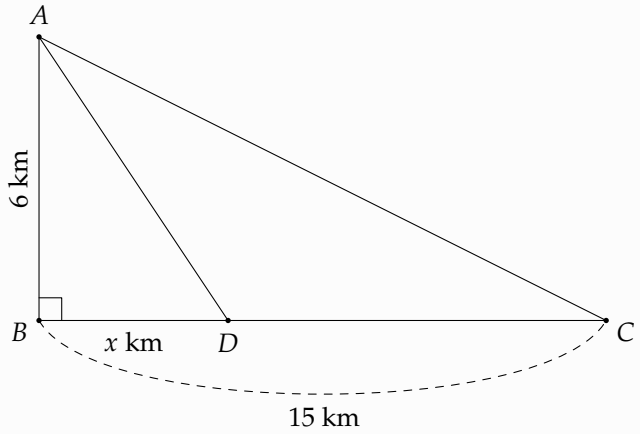
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 131

Trong cuộc thi 2 môn phối hợp gồm chèo thuyền và chạy bộ. Các vận động viên sẽ chèo thuyền từ điểm xuất phát A cách bờ BC một khoảng bằng 6 km, sau đó đến bờ tại một vị trí D bất kì rồi tiếp tục chạy về đích C (tham khảo hình minh họa).



Biết rằng quãng đường trên bờ $BC = 15$ km và vận tốc chèo thuyền của một vận động viên X là 8 km/h và vận tốc chạy trên bờ là 16 km/h. Hỏi X nên chèo thuyền về bờ tại vị trí D cách đích C một khoảng bằng bao nhiêu để tổng thời gian về đích là ngắn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 132

Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \dfrac{a}{b + \mathrm{e}^{-0{,}75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Tìm các giá trị của a và b. Theo mô hình này, số lượng nấm men không vượt quá bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

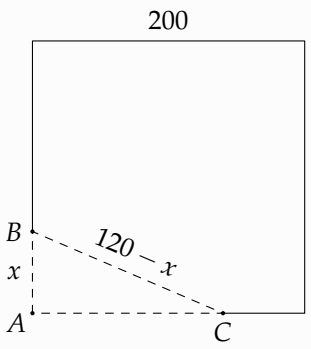
.....

.....

.....

Câu 133

Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có hình một tam giác vuông ABC từ một tấm gỗ hình vuông đã cho như hình vẽ bên. Biết $AB = x$ cm $(0 < x < 60)$ là một cạnh góc vuông của tam giác ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Tìm x để tam giác ABC có diện tích lớn nhất.



KQ: .....

Lời giải.

.....

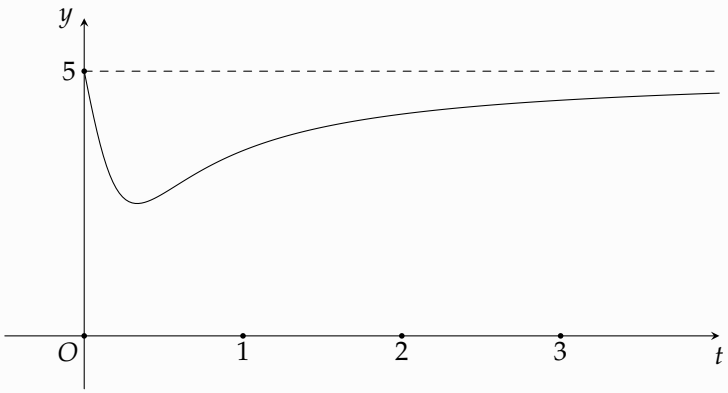
.....

.....

Câu 134

Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ $(t \geq 0)$ khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số (có đồ thị như đường cong ở hình bên dưới)

$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}.$$



Trong đó, hàm số đạo hàm $y'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxigen trong nước.
(Theo: https://www.researchgate.net/publication/264903978_Microrespirometric_characterization_
of_activated_sludge_inhibition_by_copper_and_zinc)

Biết rằng tốc độ thay đổi nồng độ oxigen lớn nhất khi $t = \dfrac{\sqrt{a}}{b}$ giờ, với a và b là các số nguyên tố. Tính giá trị biểu thức $a - b$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 135

Vận tốc của một tàu con thoi từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0\,\text{s}$ cho đến thời điểm $t = 126\,\text{s}$ được cho bởi công thức $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 83$ (vận tốc được tính bằng đơn vị ft/s). Gọi $v_{\min}$ là vận tốc nhỏ nhất của tàu con thoi. Xác định kết quả làm tròn đến hàng phần mười của $v_{\min}$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 136

Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0;30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1 200?

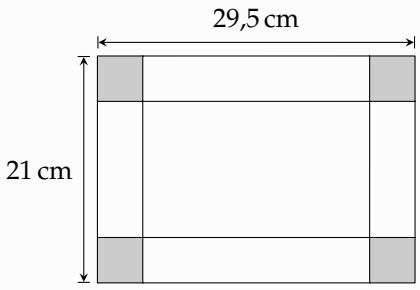
KQ: . . . . . .

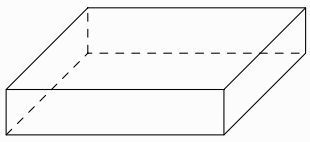
Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 137

Trong một trò chơi, mỗi đội chơi được phát một tấm bìa hình chữ nhật kích thước 21 cm, 29,5 cm. Nhiệm vụ của mỗi đội là cắt ở bốn góc của tấm bìa này bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm bìa lại và dán keo để được một cái hộp không nắp có dạng hình hộp chữ nhật như hình vẽ.





Đội nào thiết kế được chiếc hộp có thể tích lớn nhất sẽ dành chiến thắng. Hãy xác định cạnh của hình vuông bị cắt để thu được hộp có thể tích lớn nhất. (Coi mép dán không đáng kể, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 138

Chị Hà dự định sử dụng hết 4 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 139

Một hộp sữa dung tích 1 lít có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông cạnh bằng x cm và chiều cao h cm. Tìm giá trị của x để diện tích toàn phần của hình hộp là nhỏ nhất.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 140

Ông A dự định sử dụng hết 6,7 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

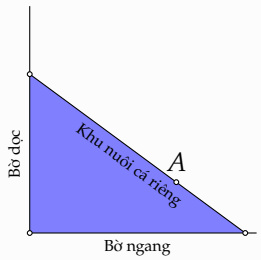
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 141

Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là $5m$ và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



KQ: .....

Lời giải.

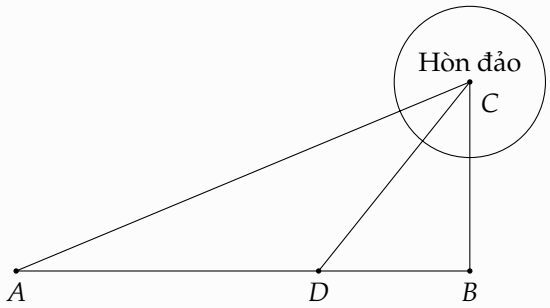
.....

.....

.....

Câu 142

Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C. Biết rằng khoảng cách từ đảo C đếnbờ biển là 10 km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40 km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ sau).



Biết kinh phí đi đường thủy bằng thuyền là 5 USD/km, đi đường bộ bằng xe taxi là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu km để kinh phí nhỏ nhất (kết quả để ở dạng thập phân)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 143

Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 300$) được cho bởi hàm số $y = -x^3 + 300x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đạt được lợi nhuận cao nhất?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 144

Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0$ (s) cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126$ (s), cho bởi hàm số sau $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 23$ (v được tính bằng ft/s, 1 feet = 0,3048 m) (*Nguồn: J. Stewart, Calculus, Seventh Edition, Brooks/Cole, CENGAGE Learning 2012*). Hỏi số nguyên nhỏ nhất t để gia tốc của tàu con thoi tăng trong khoảng thời gian tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 145

Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là 36 m^3, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4 m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 146

Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng. Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 147

Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + t + 10$ trong đó t tính bằng (s) và S tính bằng (m). Thời gian để vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 148

Một vật chuyển động theo quy luật $s = -2t^3 + 24t^2 + 9t - 3$ với t là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 149

Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s = -t^3 + 6t^2 + 17t$, với t là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 150

Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 3t^2 - 2$, trong đó t tính bằng giây và S tính theo mét. Chuyển động có vận tốc lớn nhất là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 151

Ông A dự định sử dụng hết 6,5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 152

Một ông nông dân có 2 400 m hàng rào và muốn rào lại cánh đồng hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Ông không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi ông có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là bao nhiêu hecta?

KQ: .....

Lời giải.

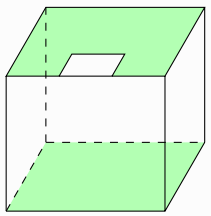
.....

.....

.....

Câu 153

Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, biết bể có thể chứa tối đa 10 m^3 nước và giá tiền thuê nhân công là 500 000 đồng/ m^2. Số tiền (làm tròn đến chữ số hàng triệu) trả ít nhất cho nhân công mà ông phải trả với số là



KQ: .....

Lời giải.

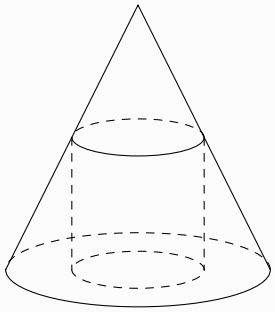
.....

.....

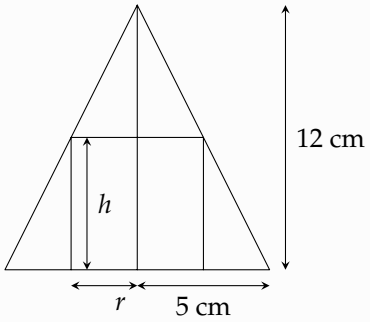
.....

Câu 154

Cho một hình trụ nội tiếp trong hình nón có chiều cao bằng 12 cm và bán kính đáy bằng 5 cm (Hình 1). Người ta cắt hình nón, trụ này theo mặt phẳng chứa đường thẳng nối đỉnh và tâm hình tròn đáy của hình nón thì thu được một hình phẳng như Hình 2.



Hình 1



Hình 2

Tìm h để khối trụ có thể tích lớn nhất.

KQ: .....

Lời giải.

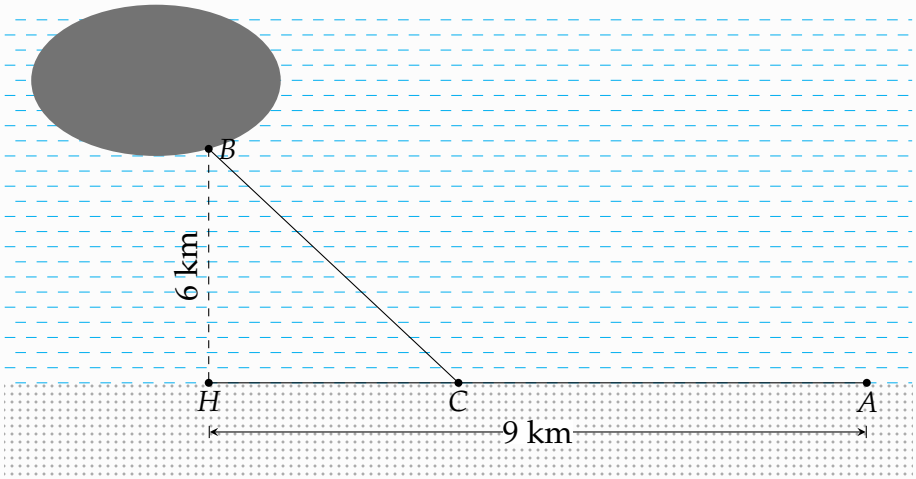
.....

.....

.....

Câu 155

Một công ty muốn làm một đường ống dẫn từ vị trí A trên bờ biển đến vị trí B trên hòn đảo. Khoảng cách từ điểm B đến bờ biển là $BH = 6$ km (Hình bên dưới). Giá tiền để xây dựng đường ống trên bờ là 50 000 USD mỗi kilômét và giá tiền xây dựng đường ống trên biển là 130 000 USD mỗi kilômét, biết rằng $AH = 9$ km. Xác định vị trí điểm C cách vị trí A một khoảng bao nhiêu để khi lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ACB thì chi phí công ty bỏ ra là thấp nhất.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 156

Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t) = \dfrac{t}{t^2+1}$ mg/L. Sau khi tiêm thuốc bao nhiêu giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 157

Một doanh nghiệp cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày cho số tiền lãi là x^2+2x (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày cho số tiền lãi là $-27y^2+326y$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp đó cần sử dụng máy A làm việc trong bao nhiêu ngày để số tiền lãi thu được nhiều nhất? Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc và máy B làm việc không quá 6 ngày.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 158

Bác Tôm có một cái ao có diện tích 50 m^2 để nuôi cá. Vụ vừa qua bác nuôi với mật độ 20 con/m^2 và thu được tất cả 1,5 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá thu được, bác thấy cứ thả giảm đi 8 con/m^2 thì tương ứng sẽ có mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm 0,5 kg. Hỏi vụ tới bác phải mua bao nhiêu con cá giống để đạt được tổng khối lượng cá thành phẩm cao nhất? (Giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 159

Một cửa hàng cà phê sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20 000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2 000 cốc, còn từ mức giá 20 000 đồng mà cứ tăng giá thêm

1 000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18 000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu nghìn đồng để đạt lợi nhuận lớn nhất?

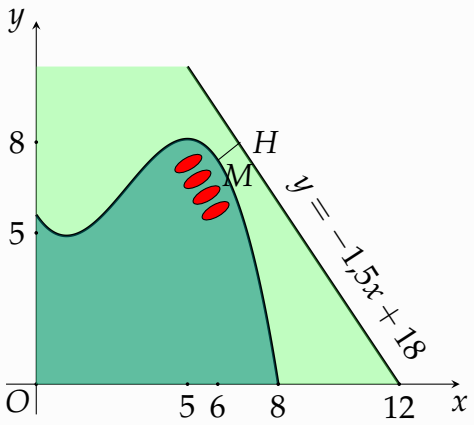
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 160

Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = f(x) = \frac{1}{10}\left(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56\right)$. Đơn vị độ dài trên mỗi trục là 100 m (*Nguồn: A. Bigalke et al, Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016*).



Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1{,}5x + 18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bến thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Hoành độ của điểm để xây dựng bến thuyền này bằng bao nhiêu?

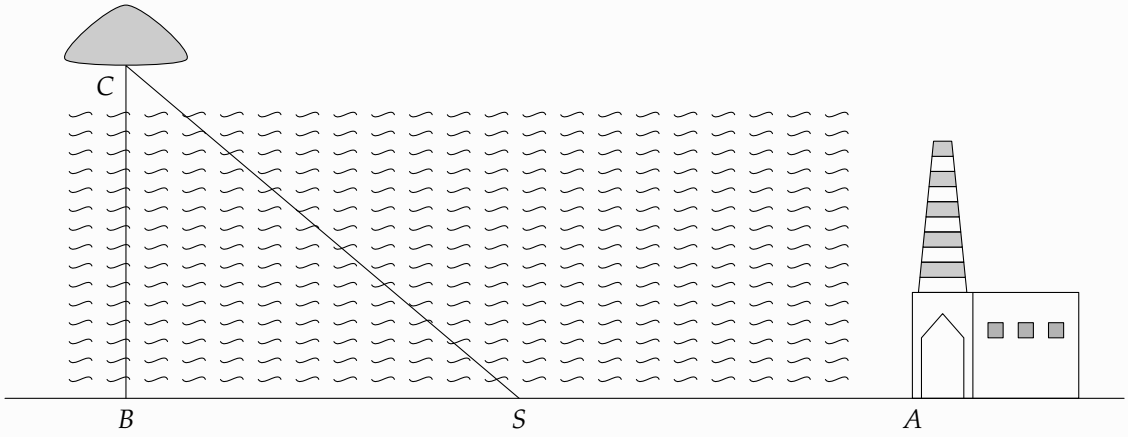
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 161

Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C, khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài 1 km, khoảng cách từ B đến A là 4 km được minh họa bằng hình vẽ dưới đây.



Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD. Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có chi phí là ít nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 162

Nhiệt độ T của một người trong cơn bệnh được cho bởi công thức $T(t) = -0{,}1t^2 + 1{,}2t + 98{,}6$, $0 \leqslant t \leqslant 12$, trong đó T là nhiệt độ ($^\circ F$ - Fahrenheit) theo thời gian t trong ngày. Tìm nhiệt độ lớn nhất độ celcius ($^\circ C$ - Celcius) của người bệnh trong ngày và thời điểm mà nó xảy ra? $\left(\text{Biết rằng } {}^\circ C = \dfrac{{}^\circ F - 32}{1{,}8}\right)$

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 163

Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5$ trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 164

Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m với vận tốc ban đầu là 24,5 m/s. Trong Vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24{,}5t - 4{,}9t^2$. Hỏi sau bao nhiêu giây thì vật đạt độ cao lớn nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 165

Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $f(t) = \dfrac{5000}{1 + 5e^{-t}}$, $t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất?

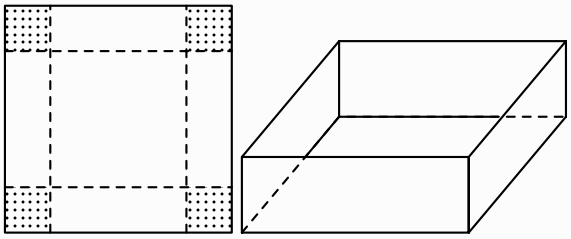
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 166

Từ một tấm bìa carton hình vuông có độ dài cạnh bằng 60cm, người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gập thành một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Tính cạnh của các hình vuông bị cắt sao cho thể tích của chiếc hộp là lớn nhất.



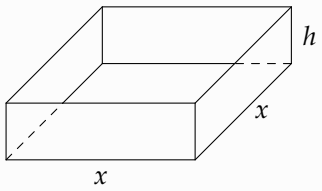
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 167

Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như hình vẽ. Biết khi $x = x_0$; $h = h_0$ thì thể tích của hộp là lớn nhất. Khi đó $x_0 + h_0$ bằng



KQ: .....

Lời giải.

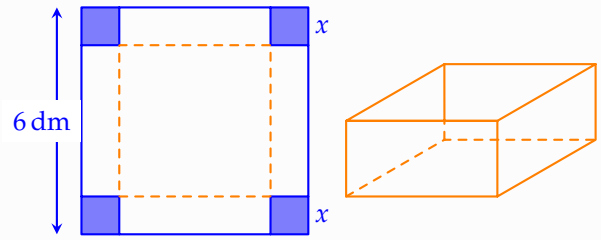
.....

.....

.....

Câu 168

Cho một tấm nhôm có dạng hình vuông cạnh 6 dm. Bác Ánh cắt ở bốn góc bốn hình vuông cùng có độ dài bằng x (dm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ để được một cái hộp có dạng khối hộp chữ nhật không có nắp. Gọi V là thể tích của khối hộp đó tính theo x. Tìm x (dm) để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 169

Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức: $N(t) = 1\,000 + \dfrac{100t}{100 + t^2}$ (con), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

KQ: .....

Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 170

Ho ép khí quản co lại, ảnh hưởng đến tốc độ của không khí đi vào khí quản. Tốc độ của không khí đi vào khí quản khi ho được cho bởi công thức $V = k(R - r)r^2$; $0 \leq r < R$, trong đó k là hằng số, R là bán kính bình thường của khí quản, r là bán kính khí quản khi ho. Hỏi bán kính của khí quản khi ho bằng bao nhiêu so với bán kính khí quản lúc bình thường thì tốc độ của không khí đi vào khí quản là lớn nhất? (Độ chính xác đến hàng phần trăm).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 171

Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất (đơn vị triệu đồng)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 172

Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích 200 m^2 để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn. Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá 15 m, hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 173

Một công ty kinh doanh bất động sản có 20 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng/1 tháng thì tất cả các căn hộ đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 200 nghìn đồng/1 tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi căn hộ bao nhiêu tiền một tháng (đơn vị: triệu đồng) để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

KQ: .....

Lời giải.

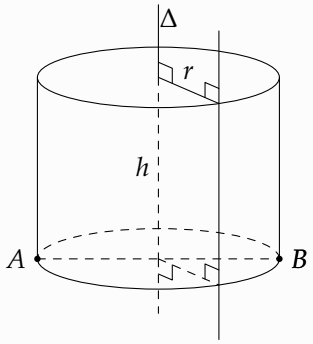
.....

.....

.....

Câu 174

Giả sử bạn là chủ của một xưởng cơ khí vừa nhận được một đơn đặt hàng là thiết kế một bồn chứa nước hình trụ có nắp với dung tích 20 lít. Để tốn ít nguyên vật liệu nhất thì chiều cao bồn nước lúc đó bằng bao nhiêu m? (*Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2*).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 175

Công ty truyền hình cáp Vista hiện có 100 000 thuê bao. Mỗi thuê bao đang trả cước thuê bao 40 $/tháng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 0,25 $ cước thuê bao thì công ty sẽ có thêm 1 000 thuê bao. Để doanh thu được tối đa, công ty cần xác định mức cước thuê bao mỗi tháng là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

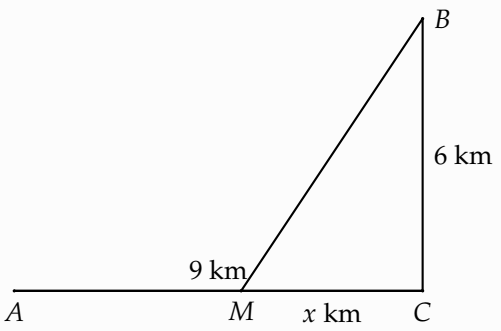
.....

.....

. . . . . .

Câu 176

Một công ty muốn xây một đường ống dẫn từ một điểm A trên bờ biển đến một điểm B trên một hòn đảo. Giá để xây đường ống trên bờ là 50 000 USD mỗi km và 130 000 USD để xây mỗi km dưới nước. Gọi C là điểm trên bờ biển sao cho BC vuông góc với bờ biển, $BC = 6$ km, $AC = 9$ km. Gọi M là vị trí trên đoạn AC sao cho khi làm ống dẫn theo đường gấp khúc AMB thì chi phí ít nhất. Hỏi chi phí thấp nhất để hoàn thành việc xây dựng đường ống dẫn là bao nhiêu nghìn USD?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

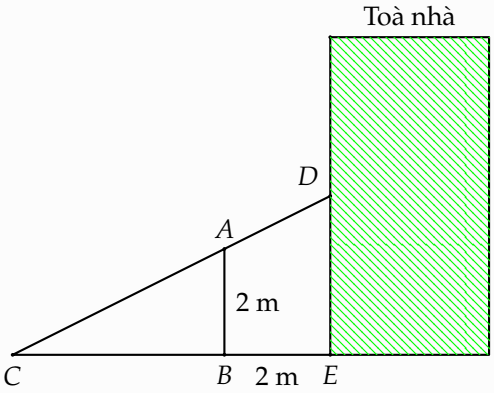
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 177

Một bức tường cao 2 m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2 m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang CD bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 178

Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m^3. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 100 000 đồng/m^2. Tìm kích thước của hồ để chi phí thuê nhân công ít nhất. Khi đó chi phí thuê nhân công là bao nhiêu triệu đồng?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 179

Độ giảm huyết áp của môt bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0{,}035x^2(15 - x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 180

Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 200 m^3. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 300 nghìn đồng/m^2 (chi phí được tính theo diện tích xây dựng, bao gồm diện tích đáy và diện tích xung quanh, không tính chiều dày của đáy và thành bể). Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (đơn vị triệu đồng, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 181

Một sợi dây kim loại dài 60 cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn đường kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\dfrac{a}{r}$ bằng?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 182

Ông A sử dụng hết $5\,\text{m}^2$ kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 183

Đợt nộp hồ sơ dự thi tốt nghiệp THPT quốc gia thường kéo dài 1 tháng (30 ngày). Nhà trường nhận thấy số lượng hồ sơ mà học sinh nộp tính theo ngày thứ t được cho công thức $S(t) = \dfrac{1}{50}t^3 - \dfrac{3}{2}t^2 + 36t - 270$ (hồ sơ) với $1 \leq t \leq 30$. Hỏi trong 30 ngày đó thì ngày thứ mấy có số lượng hồ sơ nộp nhiều nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 184

Một viên đá được ném lên từ gốc tọa độ O trong mặt phẳng Oxy (Ox nằm ngang) chuyển động theo đường (quỹ đạo) có phương trình $y = -\left(1+m^2\right)x^2 + mx$. Tìm giá trị của tham số thực, dương m để viên đá rơi xuống tại điểm cách O xa nhất.

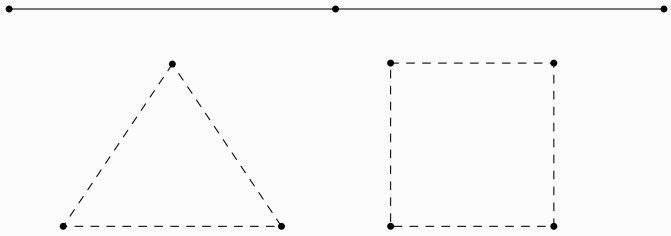
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 185

Cắt một đoạn dây dài 60 m thành hai đoạn dây, đoạn dây thứ nhất gấp thành một tam giác đều có diện tích S_1, đoạn dây thứ hai gấp thành một hình vuông có diện tích S_2. (như hình vẽ dưới) (làm tròn đáp số đến hàng phần chục)



Khi đó giá trị nhỏ nhất của tổng $T = S_1 + S_2$ là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

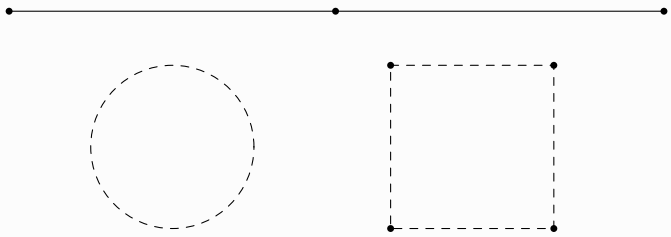
.....

.....

.....

Câu 186

Cắt một đoạn dây dài 30 m thành hai đoạn dây, đoạn dây thứ nhất gấp thành một đường tròn có diện tích S_1, đoạn dây thứ hai gấp thành một hình vuông có diện tích S_2. (như hình vẽ dưới) (làm tròn đáp số đến hàng phần chục)



Khi đó giá trị nhỏ nhất của tổng $T = S_1 + S_2$ là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

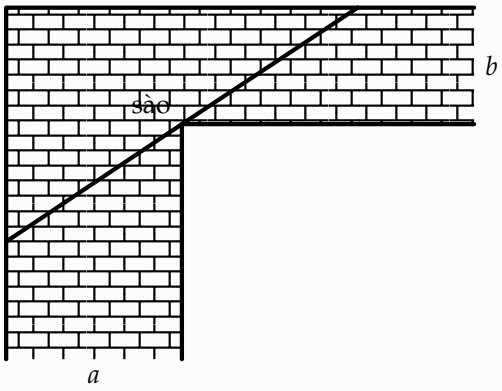
.....

.....

.....

Câu 187

Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a = 24$ và $b = 3$. Hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu? (làm tròn đáp số đến hàng phần chục)



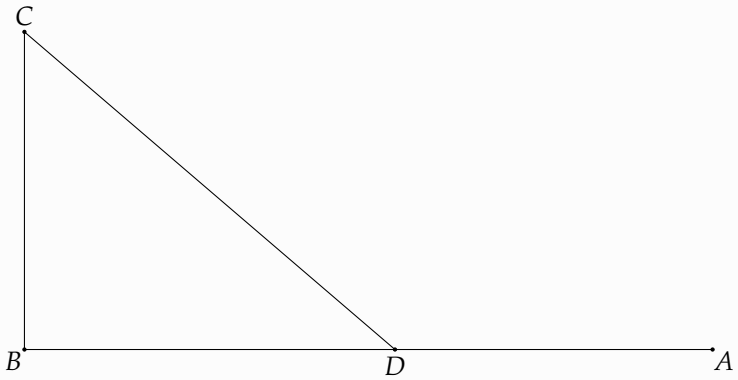
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 188

Một kho hàng đặt tại vị trí A trên bến cảng cần được chuyển tới kho C trên một hòn đảo, biết rằng khoảng cách ngắn nhất từ kho C đến bờ biển AB bằng độ dài $CB = 60$ km và khoảng cách giữa hai điểm A và B là 130 km . Chi phí để vận chuyển toàn bộ kho hàng bằng đường bộ là 300.000 đồng/km, trong khi đó chi phí vận chuyển hàng bằng đường thủy là 500.000 đồng/km. Hỏi phải chọn điểm trung chuyển hàng D (giữa đường bộ và đường thủy) cách kho A một khoảng bằng bao nhiêu kilômét thì tổng chi phí vận chuyển hàng từ kho A đến kho C là ít nhất?



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 189

Một công ty muốn thiết kế một hộp chứa hàng có đáy hình chữ nhật không nắp với diện tích đáy là 100 cm^2. Chuyên viên thiết kế đề xuất chiều cao của hộp sẽ bằng tổng độ dài của 2 cạnh đáy. Gọi 2 cạnh của đáy là x và y. Thể tích nhỏ nhất của hộp là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 190

Một cửa hàng bán một loại sản phẩm với lợi nhuận thu được khi bán x (trăm) sản phẩm được mô tả bởi hàm số $L(x) = -0{,}5x^2 + 6x - 10$. Trong đó, x là số lượng sản phẩm bán ra, và $L(x)$ là lợi nhuận thu được (đơn vị: triệu đồng). Hãy xác định số lượng sản phẩm mà cửa hàng cần bán ra để lợi nhuận đạt mức cao nhất.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 191

Người ta cần xây một bể chứa nước sản xuất dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 200 m^3. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chi phí để xây bể là 350 nghìn đồng $/\text{m}^2$. Hãy xác định chi phí thấp nhất để xây bể (làm tròn đến đơn vị triệu đồng).

KQ: .....

Lời giải.

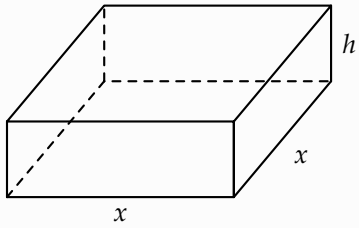
.....

.....

.....

Câu 192

Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông cạnh x (cm), chiều cao h (cm) và diện tích bề mặt bằng 108 (cm^2) như hình dưới đây. Tìm chiều cao h (cm) sao cho thể tích của hộp là lớn nhất.



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 193

Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$, $t = 0, 1, 2, \ldots, 25$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 25]$ thì đạo hàm $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Khi đó vào ngày thứ mấy tốc độ truyền bệnh là lớn nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 194

Ông Bình đặt thợ làm một bể cá, nguyên liệu bằng kính trong suốt, không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được 220500 cm^3 nước. Biết tỉ lệ giữa chiều cao và chiều rộng của bể bằng 3. Xác định diện tích đáy của bể cá để tiết kiệm nguyên vật liệu nhất.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 195

Giả sử hàm tổng chi phí khi sản xuất một loại sản phẩm là $C(x) = (x + 10)^2$ (đơn vị: triệu đồng), trong đó x là số lượng sản phẩm được sản xuất (đơn vị: trăm sản phẩm). Hỏi cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để chi phí sản xuất trung bình một sản phẩm là nhỏ nhất (chi phí sản xuất trung bình bằng tổng chi phí chia cho số lượng sản phẩm)?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 196

Một chiếc ca nô đi ngược dòng sông để đi một đoạn đường 80 km và không dừng lại trong quá trình nổ máy. Biết vận tốc dòng nước là 5 km/h và vận tốc của ca nô so với nước là v km/h, năng lượng tiêu thụ của động cơ được tính theo công thức $E(v) = kv^2t$, trong đó k là hằng số, v là vận tốc ca nô đối với nước, t là thời gian nổ máy tính bằng giờ. Khi vận tốc $v = v_0$ thì năng lượng tiêu thụ của ca nô là nhỏ nhất bằng E_0. Giá trị $T = \dfrac{E_0}{kv_0}$ là

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 197

Cho hàm số đa thức $f(x)$ và $g(x) = xf(x)$. Biết rằng hai hàm số cùng đạt cực trị tại $x = 2$ và $x = 4$. Đồ thị của hai hàm số có đúng 3 điểm chung tạo thành một tam giác có diện tích bằng 3. Giá trị $\left[f(1)\right]^2$ bằng

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 198

Một sợi dây kim loại dài 2025(cm) được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn bán kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\dfrac{a}{r}$ bằng bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

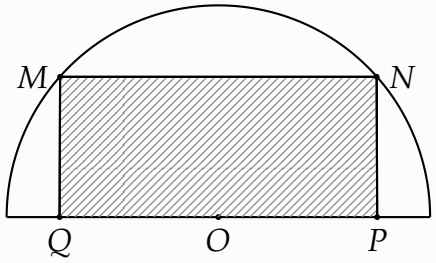
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 199

Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính $R = 4$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên). Diện tích lớn nhất có thể của tấm tôn hình chữ nhật là



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 200

Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức $h(t) = 24t + 5t^2 - \dfrac{t^3}{3}$. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân phải di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 giờ. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời vào lúc mấy giờ? Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

KQ: .....

Lời giải.

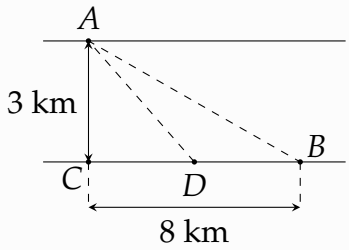
.....

.....

.....

Câu 201

Anh An muốn di chuyển từ vị trí A đến điểm B càng nhanh càng tốt (như hình vẽ). Để di chuyển từ vị trí A đến điểm B anh An có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B, hay có thể chèo thuyền trực tiếp đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D nằm giữa B và C sau đó chạy đến B.



Biết anh ấy có thể chèo thuyền với vận tốc 6 km/h, chạy với vận tốc 8 km/h, $AC = 3$ km, $BC = 8$ km và vận tốc dòng nước là không đáng kể so với vận tốc chèo thuyền của anh An. Tìm khoảng thời gian nhanh nhất (đơn vị: giờ) để anh An đến B (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 202

Bộ phận sản xuất của một công ty xác định chi phí để sản xuất x sản phẩm được cho bởi biểu thức $T(x) = x^2 + 20x + 4000$ (nghìn đồng). Nếu x sản phẩm đều được bán hết và giá bán mỗi sản phẩm là 150 nghìn đồng thì lợi nhuận lớn nhất mà công ty thu được là bao nhiêu nghìn đồng?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 203

Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 20 sản phẩm mỗi ngày. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm mỗi ngày ($1 \leq x \leq 20$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = 340x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 3x + \dfrac{700}{x} - 20$ (nghìn đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm mỗi ngày để lợi nhuận lớn nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

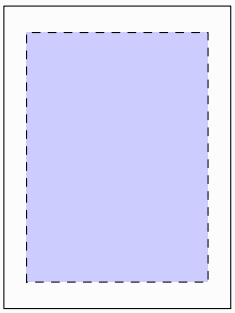
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 204

Một trang sách có dạng hình chữ nhật với diện tích là 384 cm^2. Sau khi để lề trên và lề dưới đều là 3 cm, để lề trái và lề phải đều là 2 cm. Phần còn lại của trang sách được in chữ. Trang sách có kích thước tối ưu khi phần in chữ trên trang sách có diện tích lớn nhất. Tính chu vi của trang sách khi đạt kích thước tối ưu.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .

Câu 205

Một nhà máy dự định sản xuất không quá 900 sản phẩm. Nếu nhà máy sản xuất x sản phẩm ($0 \leq x \leq 900$) thì lợi nhuận nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là

$$f(x) = -x^3 + 900x^2 + 56\,700x + 450\,000 \text{ (đồng)}.$$

Nhà máy cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 206

Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa (nghìn đồng) cho bởi hàm chi phí $C(x) = 2x^3 - 30x^2 - 126x + 2222$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm dệt ra mỗi ngày với giá 210 nghìn đồng/mét. Hãy tính lợi nhuận tối đa (nghìn đồng) của hộ này trong một ngày.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 207

Doanh số bán hệ thống âm thanh mới đưa ra thị trường trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic

$$R(x) = \frac{5\,000\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 5}, \quad x \geq 0,$$

trong đó thời gian x tính bằng năm. Khi đó, đạo hàm $R'(x)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng sẽ đạt tối đa vào năm thứ bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 208

Trong 8 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 209

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(1;1;-1)$. Gọi C là hình chiếu của điểm A lên trục Ox. Tính chu vi tam giác ABC (làm tròn đến hàng đơn vị).

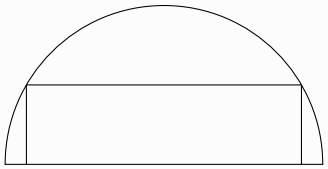
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 210

Quỳnh có một tấm giấy màu có dạng nữa hình tròn bán kính 2 dm (tham khảo hình vẽ bên). Quỳnh cần cắt từ tấm giấy màu này ra một tấm giấy hình chữ nhật có một cạnh thuộc đường kính của nửa hình tròn sao cho diện tích của tấm bìa được cắt ra lớn nhất. Giá trị lớn nhất của diện tích tấm bìa đó là bao nhiêu decimet vuông (làm tròn đến hàng đơn vị).



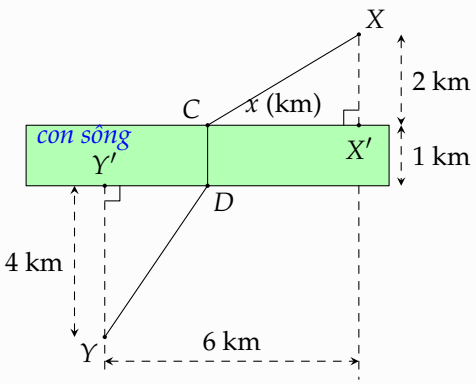
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 211

Một con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y nằm ở hai bên đối diện của một con sông có chiều rộng đều 1 km. X cách sông 2 km và Y cách sông 4 km. Gọi X', Y' lần lượt là hình chiếu vuông góc của X, Y trên bờ sông; khi đó khoảng cách giữa XX' và YY' là 6 km. Một cây cầu sẽ được xây dựng để cho phép giao thông đi qua sông. Vị trí của cây cầu CD cách XX' là x km. Tìm x để con đường cần được xây dựng giữa hai thành phố X và Y được ngắn nhất.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 212

Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 18t^2 - 35t + 10$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Theo dõi 40 giây đầu tiên chuyển động của chất điểm người ta nhận thấy trong một khoảng thời gian liên tục từ $t = a$ (giây) đến $t = b$ (giây), $(a < b)$ thì chất điểm có vận tốc giảm. Giá trị lớn nhất của $b - a$ bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 213

Từ năm 2004 đến năm 2019 doanh thu $R(t)$ (tính bằng triệu đô la) của McDonald's có thể được mô hình hóa bởi $R(t) = -130{,}769t^3 + 2296{,}47t^2 - 11493{,}5t + 35493 \ \ (4 \leq t \leq 19)$, trong đó t là đại diện cho năm, với $t = 4$ tương ứng với năm 2004. Biết rằng $R'(t)$ là hàm tốc độ doanh thu theo thời gian. Tốc độ thay đổi doanh thu của McDonald's lớn nhất vào năm nào? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, tính theo triệu đô la mỗi năm).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 214

Một sợi dây có chiều dài là 6 mét, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình vuông, phần thứ hai uốn thành hình tam giác đều. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất? (Làm tròn kết quả đến hai chữ số thập phân).

KQ: .....



Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 215

Một công ty phát động một chiến dịch quảng bá sản phẩm mới và số lượng người biết đến sản phẩm này tại thời điểm t ngày sau khi bắt đầu chiến dịch được ước tính theo công thức $N(t) = 10t^3 - \dfrac{t^4}{2}$ (người). Khi đó $N'(t)$ là tốc độ lan truyền thông tin (người/ngày) tại thời điểm t với $t \in [1;14]$. Hỏi tốc độ lan truyền thông tin chiến dịch quảng bá sản phẩm đạt giá trị lớn nhất vào ngày thứ mấy (tính bắt đầu từ ngày phát động chiến dịch)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 216

Một trang trại mỗi ngày thu hoạch được một tấn rau. Mỗi ngày, nếu bán rau với giá 30 000 đồng/kg thì hết sạch rau, nếu giá bán tăng thêm 1 000 đồng/kg thì số rau thừa lại tăng thêm 20 kg. Số rau thừa này được thu mua làm thức ăn chăn nuôi với giá 2 000 đồng/kg. Hỏi trang trại bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng thì có thể thu được nhiều tiền nhất?

KQ: .....

Lời giải.

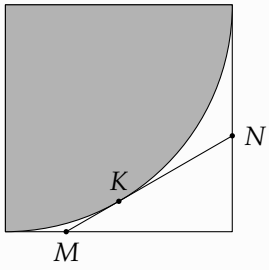
.....

.....

.....

Câu 217

Trên một khu vườn hình vuông với cạnh có độ dài 200 m. Một hồ nước có dạng một phần tư hình tròn với tâm, bán kính lần lượt là một đỉnh và cạnh của khu vườn (hình vẽ). Bạn X đứng ở cạnh của khu vườn bên ngoài hồ muốn đến bờ hồ để lấy nước, và tiếp tục đi sang cạnh bên ngoài hồ còn lại. Biết rằng đường đi của bạn X là đoạn thẳng MN. tiếp xúc với bờ hồ tại K. Tính giá trị nhỏ nhất của đường đi đó (đơn vị: km và làm tròn đến hàng phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 218

Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2.000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có lợi nhuận cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu một tháng (đơn vị tính bằng triệu đồng và làm tròn kết quả tới hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 219

Để giảm nhiệt độ trong phòng từ 27°C, một hệ thống làm mát được phép hoạt động trong 10 phút. Gọi t (đơn vị °C) là nhiệt độ phòng ở phút thứ t được cho bởi công thức $T = -0{,}006t^3 - 0{,}1t + 27$ với $t \in [1;10]$. Tìm nhiệt độ thấp nhất trong phòng đạt được trong thời gian 10 phút kể từ khi hệ thống làm mát bắt đầu hoạt động.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 220

Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 15$). Chi phí sản xuất mỗi mét vải lụa cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^2 - 3x - 10 + \dfrac{600}{x}$ (đơn vị nghìn đồng). Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 230 nghìn đồng/mét. Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 221

Một nhà sản xuất cần làm ra những chiếc bình có dạng hình trụ với dung tích 1200 cm^3. Mặt trên và mặt dưới của bình được làm bằng vật liệu có giá 1,8 nghìn đồng/cm^2, trong khi mặt xung quanh của bình được làm bằng vật liệu có giá 0,8 nghìn đồng/cm^2. Chi phí vật liệu sản xuất mỗi chiếc bình là nhỏ nhất gần bằng bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

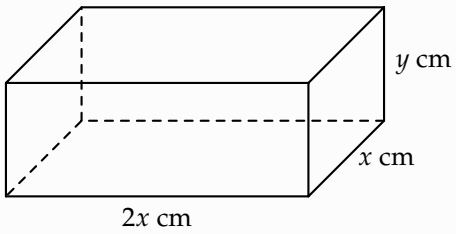
.....

.....

.....

Câu 222

Người ta muốn tạo ra một khung thép dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và có thể tích bằng 24000 cm^3. Chiều rộng x của hình hộp chữ nhật bằng bao nhiêu để độ dài dây thép cần dùng là nhỏ nhất? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của cen-ti-mét.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 223

Khi sản xuất vỏ lon đồ hộp hình trụ có thể tích là $V = 128\pi$ (cm^3), các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V = 128\pi$ (cm^3) và diện tích toàn phần hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng bao nhiêu cm?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 224

Bác Hùng có kế hoạch dùng hết 20m^2 kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp ba chiều rộng (các mối ghép không đáng kể). Bể cá có thể tích lớn nhất bao nhiêu m^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 225

Chị Hà dự định sử dụng hết 4 $(\text{m})^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 226

Một thợ xây cần xây một bể nước hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều, chứa được 1 m^3 nước. Biết rằng chi phí để làm nắp đậy, tường xung quanh và đáy dưới là 1 triệu đồng trên 1 m^2. Hỏi người thợ xây cần ít nhất bao nhiêu tiền (đơn vị triệu đồng) để hoàn thành công việc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 227

Một doanh nghiệp tư nhân A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung vào chiến lược kinh doanh xe X với chi phí mua vào một chiếc là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này, số lượng xe mà khách hàng đã mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe đang bán chạy này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán. Bộ phận nghiên cứu thị trường ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong một năm sẽ tăng thêm 200 chiếc. Hỏi theo đó, giá bán mới là bao nhiêu triệu đồng thì lợi nhuận thu được cao nhất?

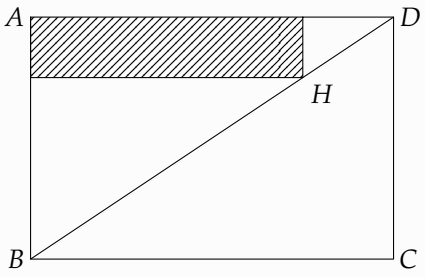
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 228

Trên mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích 25 m^2, người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là A và H, với H thuộc cạnh BD. Hỏi số tiền lớn nhất (tính theo nghìn đồng) người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ là khoảng bao nhiêu, với chi phí trồng cỏ là 80 nghìn đồng $/\text{m}^2$?



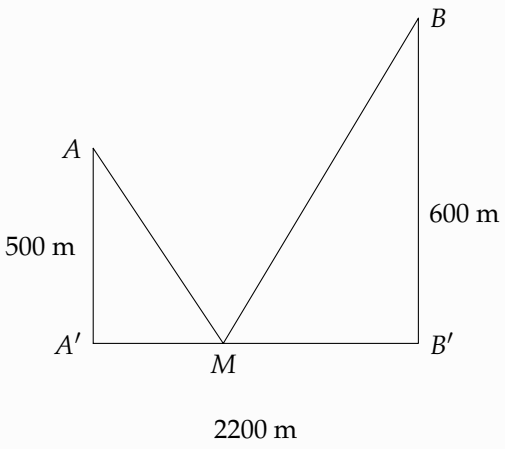
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 229

Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m $BB' = 600$ m. Người ta đo được $A'B' = 2200$ m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm cạnh bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó theo đơn vị mét bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 230

Bạn Hoa cần gấp một hộp quà có dạng hình lăng trụ tứ giác đều với diện tích toàn phần là 200 cm^2. Hộp quà mà bạn Hoa gấp được có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

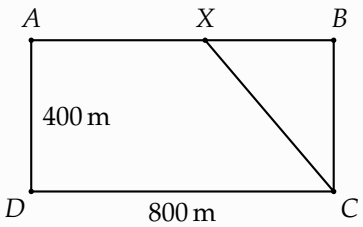
.....

.....

.....

Câu 231

Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m, dài 800 m. Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (*Hình 4*). Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.



Hình 4

KQ: .....

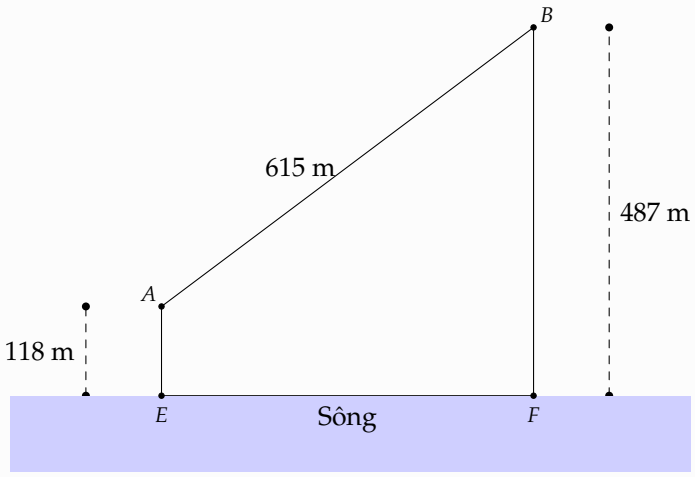
Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 232

Cho hai vị trí A, B cách nhau 615 m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Đoạn đường ngắn nhất là số nguyên dương mà người đó có thể đi là bao nhiêu? (Đơn vị tính bằng mét)



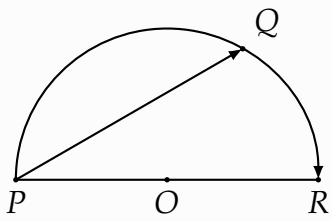
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 233

Cho một bờ hồ hình bán nguyệt có bán kính bằng 2 km, đường kính PR như hình vẽ sau:



Từ điểm P anh Tài chèo một chiếc thuyền với vận tốc 3 km/h đến điểm Q trên bờ hồ, rồi chạy bộ dọc theo thành hồ đến vị trí R với vận tốc 6 km/h. Thời gian chậm nhất mà anh Tài di chuyển từ P đến R là bao nhiêu? (thời gian tính bằng giờ và làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

Câu 234

Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8 000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

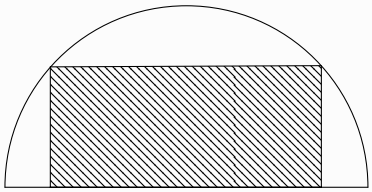
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 235

Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R = 6$ cm nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 236

Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\dfrac{500}{3}$ m^3. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 100 000 đồng/m^2. Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

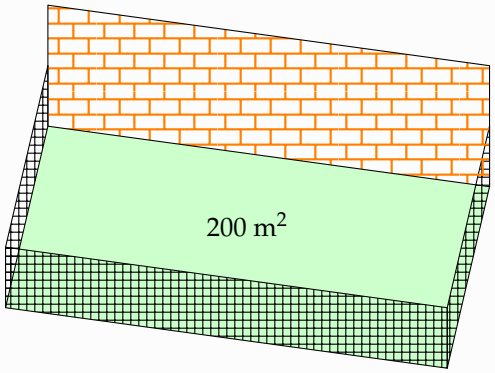
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 237

Anh Nam có một mảnh đất rộng và muốn dành ra một khu đất hình chữ nhật có diện tích 200 m^2 để trồng vài loại cây mới. Anh dự kiến rào quanh ba cạnh của khu đất hình chữ nhật này bằng lưới thép, cạnh còn lại (chiều dài) sẽ tận dụng bức tường có sẵn (Hình). Do điều kiện địa lí, chiều rộng khu đất không vượt quá 15 m , hỏi chiều rộng của khu đất này bằng bao nhiêu để tổng chiều dài lưới thép cần dùng là ngắn nhất (nghĩa là chi phí rào lưới thép thấp nhất)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

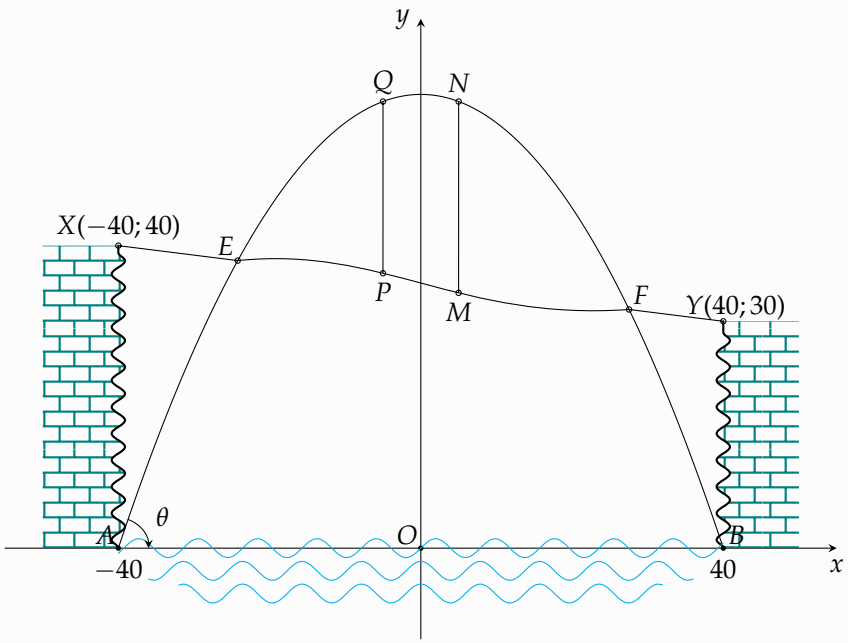
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 238

Một thành phố nằm bên một con sông chảy qua hẻm núi. Hẻm có chiều ngang 80 m, một bên cao 40 m và một bên cao 30 m. Một cây cầu sẽ được xây dựng bắc qua sông và hẻm núi. Sơ đồ thiết kế của cây cầu được gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây.



Cây cầu XY xuyên qua hẻm núi được mô hình hóa bằng phương trình $y = \dfrac{x^3}{25600} - \dfrac{3x}{16} + 35$. Hai cột đỡ dọc MN và PQ (song song với trục Oy) là đoạn nối giữa khung của Parabol và đường XY. Tính tổng độ dài đoạn MN và PQ biết rằng N và Q là hai điểm đối xứng qua Oy; MN là đoạn có độ dài lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 239

Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thoả thuận như trên thì lái xe có thể thu được, nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 240

Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi sản phẩm là $P(x) = 45 - 0{,}001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Nhà máy A bán cho B bao nhiêu tấn sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 241

Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 242

Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0{,}001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

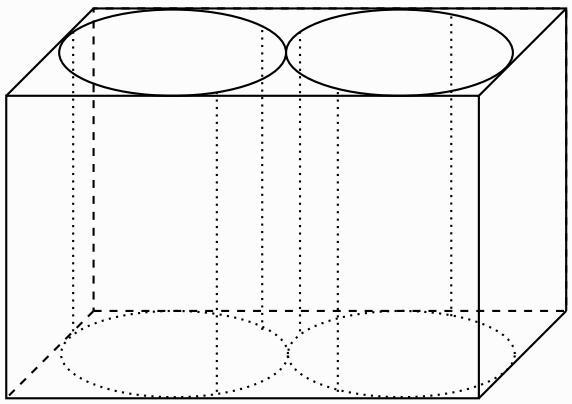
.....

.....

.....

Câu 243

Bạn An làm hai cái bánh là hai khối trụ bằng nhau có tổng thể tích bằng $144\pi\ cm^3$ và dùng giấy carton làm một cái hộp hình hộp chữ nhật (có đủ 6 mặt) để đựng vừa khít hai cái bánh như hình vẽ. Tính diện tích nhỏ nhất của giấy carton dùng trong việc nêu trên.



KQ: .....

Lời giải.

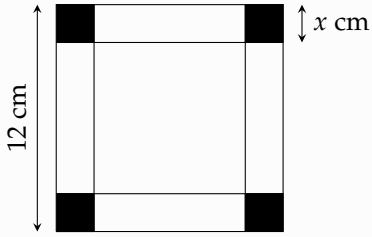
.....

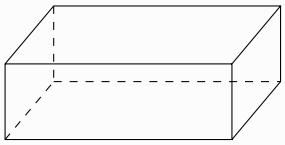
.....

. . . . . .

Câu 244

Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như Hình 6 để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Giá trị của x bằng bao nhiêu centimét để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).





KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 245

Một nhà sản xuất trung bình bán được 1 000 ti vi mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng 100 ti vi mỗi tuần. Nếu hàm chi phí hàng tuần là $C(x) = 12\,000 - 3x$ (triệu đồng) trong đó x là số ti vi bán ra ở tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán (triệu đồng) như thế nào để lợi nhuận lớn nhất?.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

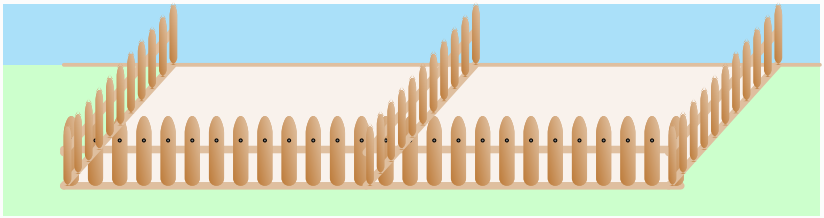
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 246

Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật kiệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



KQ: .....

Lời giải.

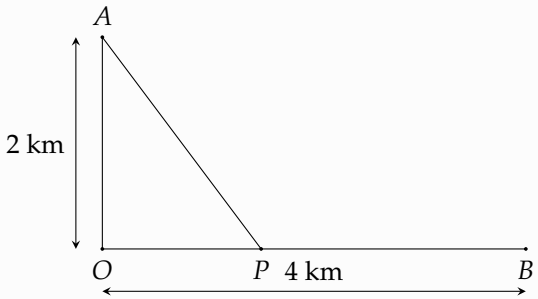
.....

.....

.....

Câu 247

Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2 km, anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4 km (hình vẽ dưới). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc 6 km/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10 km/h. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 248

Giả sử chi phí xuất bản cho x cuốn tạp chí (bao gồm lương cho ban cán sự, lương công nhân, giấy in, mực in,...) được cho bởi $C(x) = \dfrac{1}{10\,000}x^2 - \dfrac{1}{5}x + 10\,000$; $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x) = \dfrac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn tạp chí (với $T(x)$ là tổng chi phí xuất bản và phát hành cho x cuốn tạp chí. Chi phí trung bình $M(x)$ của một cuốn tạp chí thấp nhất là bao nhiêu vạn đồng (1 vạn đồng = 10 000 đồng).

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 249

Trong 18 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 18t^2 + t + 3$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu mét trên giây trong 18 giây đầu tiên đó?

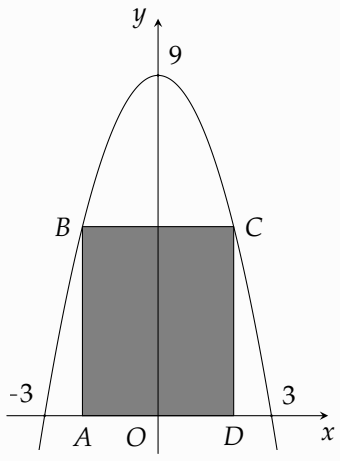
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 250

Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3;3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành như hình vẽ. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



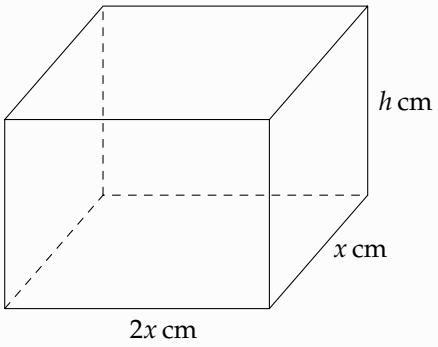
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 251

Người ta muốn làm một chiếc hộp kim loại hình hộp chữ nhật có thể tích $72\,\text{cm}^3$ và đáy có chiều dài gấp đôi chiều rộng như hình vẽ. Tính diện tích toàn phần nhỏ nhất đạt được của chiếc hộp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 252

Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức

$$\overline{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \text{ (triệu đồng/tạ).}$$

Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 253

Quan sát một đàn ong trong 20 tuần, người ta ước lượng được số lượng ong trong đàn bởi công thức $P(t) = \dfrac{20000}{1 + 1000\text{e}^{-t}}$, trong đó t là thời gian tính theo tuần kể từ khi bắt đầu quan sát, $0 \le t \le 20$. Tại thời điểm nào thì số lượng ong của đàn tăng nhanh nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của tuần)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 254

Từ một tấm thép hình bán nguyệt có đường kính 40 cm, người ta muốn cắt ra một tấm thép hình chữ nhật (có một cạnh nằm trên đường kính của hình bán nguyệt như hình) có diện tích lớn nhất có thể. Tìm diện tích đó.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 255

Bạn muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích150 m^3. Đáy làm bằng bêtông giá 100 nghìn VN/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VN/m^2, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VN/m^2. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất?

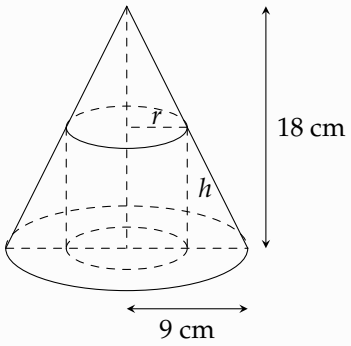
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 256

Hình bên cho biết một hình trụ bán kính đáy r (cm), chiều cao h (cm) nội tiếp hình nón có bán kính 9 cm, chiều cao 18 cm. Tìm giá trị của r để thể tích của hình trụ là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 257

Trang trại heo đang bị lây lan một dịch bệnh do virus gây nên và được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 27t^2 - t^3, 0 \leq t \leq 12$ trong đó $f(t)$ là số heo bị nhiễm (tính bằng trăm con) và t là thời gian (tính bằng tuần). Vì đã phát hiện muộn, nên quan sát từ tuần thứ 2 trở đi đỉnh điểm cao nhất số heo bị mắc bệnh là bao nhiêu con?

KQ: .....

Lời giải.

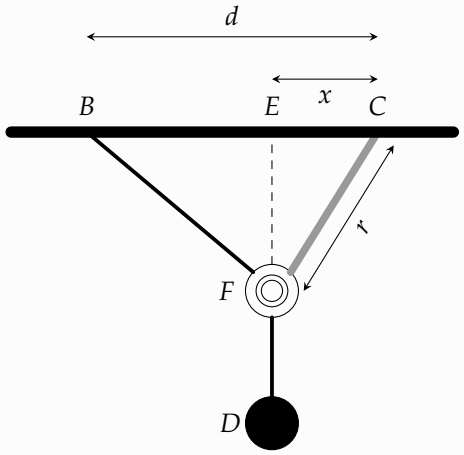
.....

.....

.....

Câu 258

Trong cuốn sách giáo khoa rất nổi tiếng về giải tích của nhà toán học L'Hopital có tên là *Analyse des Infiniment Petits* có đề cập tới một bài toán như sau: Một ròng rọc được gắn vào trần nhà của một căn phòng tại một điểm C bằng một sợi dây có chiều dài $r = 25$ cm. Tại một điểm B khác trên trần nhà, cách C một khoảng cách là $d = 60$ cm, một sợi dây có chiều dài $l = 100$ cm được gắn và luồn qua ròng rọc tại F và được nối với một vật nặng. Vật nặng được thả rơi tự do và dừng lại ở vị trí cân bằng D, quan sát hình vẽ bên dưới.



L'Hopital đã lập luận rằng, khi khoảng cách ED đạt giá trị cực đại thì hệ vật này đạt trạng thái cân bằng. Khi hệ vật đạt trạng thái cân bằng, tính chiều dài dây từ tâm của ròng rọc tới vật nặng được treo (làm tròn tới chữ số thập phân thứ nhất)?

KQ: .....

Lời giải.

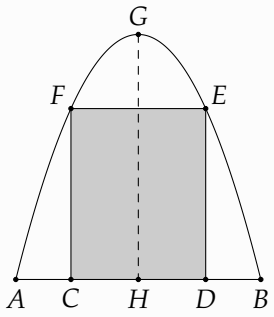
.....

.....

.....

Câu 259

Chị Mai muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ bên. Chiều cao $GH = 4\,\text{m}$, chiều rộng $AB = 4\,\text{m}$, $AC = BD = 0{,}9\,\text{m}$. Chị Mai làm hai cánh động khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là $1\,300\,000$ đồng/m^2, còn các phần để trắng làm sen hoa có giá là $900\,000$ đồng/m^2. Hỏi tổng tiền để làm hai phần nói trên là bao nhiêu? (đơn vị tính là triệu đồng và làm tròn đến hàng phần chục)



KQ: .....

Lời giải.

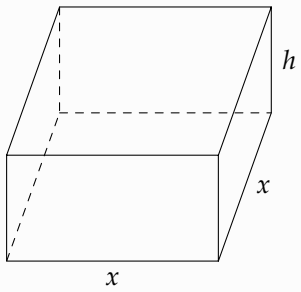
.....

.....

.....

Câu 260

Một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông cạnh x (cm) và chiều cao h (cm). Biết tổng diện tích bề mặt của chiếc hộp bằng 243 cm^2, tìm x để chiếc hộp có thể tích lớn nhất.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 261

Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thoả thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thoả thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 262

Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 300 km. Vận tốc dòng nước là 6 km/h. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$, trong đó c là hằng số và E tính bằng Jun. Biết vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên nằm ở khoảng $(a;b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Khi $b-a$ lớn nhất thì giá trị $P = a^2 - b^2$ là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 263

Bạn muốn xây dựng một bình chứa nước hình trụ có thể tích 150 m^3. Đáy làm bằng bêtông giá 100 nghìn VN/m^2, thành làm bằng tôn giá 90 nghìn VN/m^2, nắp bằng nhôm không gỉ giá 120 nghìn VN/m^2. Tìm chiều cao của bình để chi phí xây dựng là thấp nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 264

Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}$ m^3. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500 000 đồng/m^2. Tính chi phí thuê nhân công thấp nhất là bao nhiêu triệu đồng?

KQ: . . . . . .

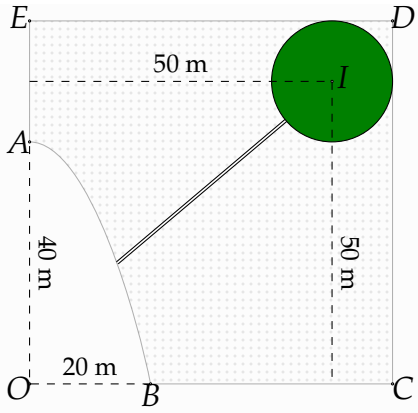
Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 265

Một cái ao hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10 (m). Người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu (*làm tròn đến hàng phần chục*) biết

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O.
- Bờ AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA.
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 (m) và 20 (m).
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 50 (m) và 50 (m).



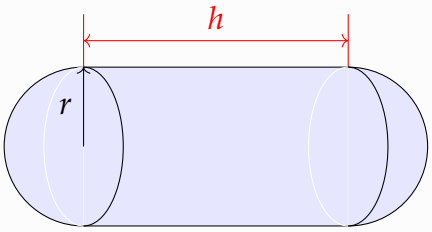
KQ: ☐☐☐☐

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 266

Một thùng chứa nhiên liệu gồm phần ở giữa là một hình trụ có chiều dài h mét ($h > 0$) và hai đầu là các nửa hình cầu bán kính r ($r > 0$) (*Hình vẽ*). Biết rằng thể tích của thùng chứa là $144\,000\pi$ m^3. Để sơn mặt ngoài của phần hình cầu cần 20 000 đồng cho 1 m^2, còn sơn mặt ngoài cho phần hình trụ cần 10 000 đồng cho 1 m^2. Xác định r để chi phí cho việc sơn diện tích mặt ngoài thùng chứa (bao gồm diện tích xung quanh hình trụ và diện tích hai nửa hình cầu) là nhỏ nhất, biết rằng bán kính r không được vượt quá 50 m.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 267

Trong các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 18 cm, hãy tìm cạnh của hình chữ nhật có diện tích lớn nhất?

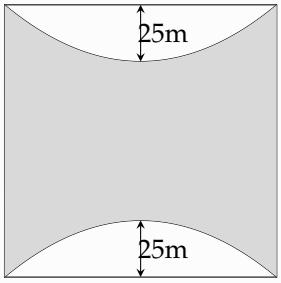
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 268

Một kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông với mỗi cạnh dài 120m. Phần sân chơi nằm ở giữa (phần được tô màu đậm) và phần còn lại để trồng cây xanh. Các đường biên của khu vực trồng cây xanh là các đoạn parabol, với đỉnh của parabol nằm cách trung điểm của mỗi cạnh hình vuông 25m (xem hình vẽ minh họa). Tính diện tích phần trồng cây xanh.



KQ: .....

Lời giải.

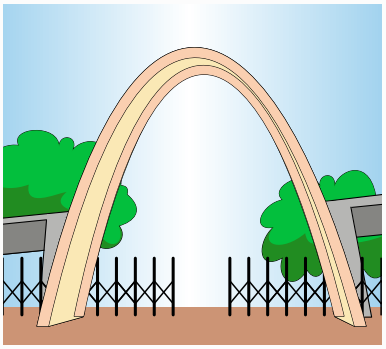
.....

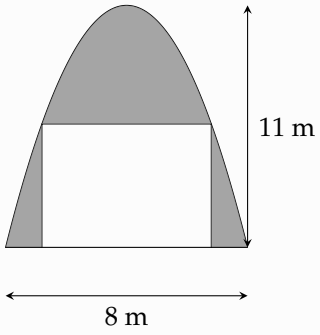
.....

.....

Câu 269

Một cái cổng trường có hình dạng parabol cao 11 m và chiều rộng 8 m. Người ta muốn đặt một khung hình chữ nhật để thiết kế trang trí, có hai đỉnh nằm trên vòm cổng và hai đỉnh còn lại nằm dưới mặt đất. Khung hình chữ nhật đó có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét vuông để có thể đặt vào cổng trường(làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?





KQ: .....

Lời giải.

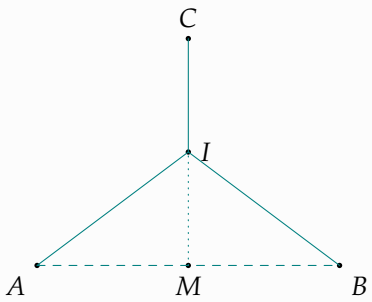
.....

.....

.....

Câu 270

Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí A và B cách nhau 4 km. Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB, cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng 4 km. Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước C đến một vị trí I nằm giữa đoạn thẳng MC sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy A và B (hình vẽ). Tổng độ dài đường ống dẫn nước nhỏ nhất bằng bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 271

Một công ty trung bình bán được 600 chiếc máy lọc không khí mỗi tháng với giá 10 triệu đồng một chiếc. Một khảo sát cho thấy nếu giảm giá bán mỗi chiếc 400 nghìn đồng, thì số lượng bán ra tăng thêm khoảng 60 chiếc mỗi tháng. Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi máy, x là số máy bán ra. Khi đó, hàm cầu là $p = p(x)$ và hàm doanh thu là $R(p) = px$. Hỏi công ty phải bán mỗi chiếc máy lọc không khí với số tiền bao nhiêu triệu đồng để doanh thu là lớn nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 272

Một công ty đang triển khai chiến dịch quảng cáo sản phẩm mới. Số tiền đầu tư quảng cáo là A (triệu đồng). Theo kết quả nghiên cứu thị trường, số lượng sản phẩm bán ra (đơn vị: sản phẩm) phụ thuộc vào chi phí quảng cáo theo hàm $q(A) = 1\,000 + \dfrac{1\,013}{5}\ln(1 + A)$. Biết rằng, chi phí sản xuất mỗi sản phẩm là 10 triệu đồng và giá bán mỗi sản phẩm là 20 triệu đồng. Giá trị lợi nhuận tối đa mà công ty có thể đạt được là bao nhiêu tỉ đồng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 273

Một nhà máy sản xuất không quá 200 sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm $(1 \leq x \leq 200)$ được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 20\,000 + 800x - 3,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 2\,000 - 9x$ (nghìn đồng).Biết rằng khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết. Hỏi mỗi tháng nhà máy sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? KQ: .....

Lời giải.

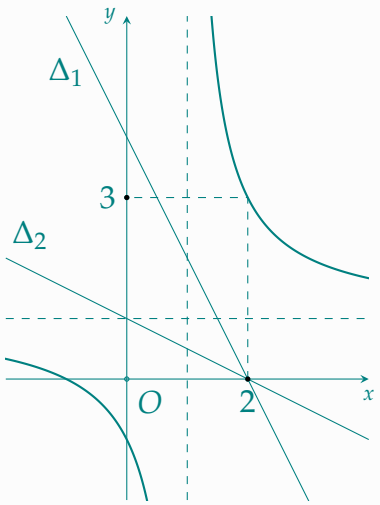
.....

.....

.....

Câu 274

Mảnh đất vườn của nhà anh Điệp có một phần ranh giới cũng là một phần đường cong $(C)\colon y = \dfrac{x+a}{x+b}$, bao quanh nó là sông nước. Với hệ trục tọa độ Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 10 mét thì đường cong (C) đi qua điểm $(2;3)$ và có đường tiệm cận đứng $x = 1$. Hàng ngày anh Điệp phải dùng thuyền máy để vận chuyển trái cây từ khu vườn của mình đến hai tuyến đường $\Delta_1 : 2x + y - 4 = 0$ và $\Delta_2\colon x + 2y - 2 = 0$ cho những người lái buôn từ nơi khác đến. Anh Điệp cần xác định một vị trí $M\left(x_0; y_0\right)$ thuộc khu vườn của mình để tổng các khoảng cách từ vị trí M đó đến hai tuyến đường Δ_1, Δ_2 là bé nhất. Hỏi khoảng cách từ vị trí được chọn làm gốc tọa độ đến điểm M là bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng phần chục)?



KQ: .....

Lời giải.

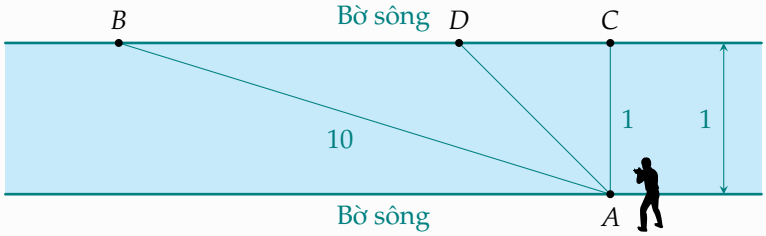
.....

.....

.....

Câu 275

Một chiến sĩ đặc công đang nấp ở bờ sông, cần phải bơi qua bờ bên kia để tấn công mục tiêu. Có thể xem con sông này là thẳng và có độ rộng 100 m; vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy bộ. Biết rằng mục tiêu tấn công cách chiến sĩ 1 km theo đường chim bay. Hỏi chiến sĩ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 276

Sản lượng táo trên mỗi cây khi thu hoạch lệ thuộc vào mật độ cây được trồng. Với cùng một phương pháp chăm sóc như nhau, nếu trên mỗi sào đất được trồng n cây táo thì người ta ước tính trung bình sản lượng táo khi thu hoạch là $f(n) = -0{,}06n^2 - 0{,}4n + 320$ (kg/cây) (1 sào Trung bộ bằng 500 m^2). Biết rằng bình quân chi phí giống và chăm sóc cho mỗi kg táo từ lúc trồng cho đến khi thu hoạch là 560 nghìn đồng mỗi cây. Giá bán mỗi kg táo là 50 nghìn đồng/kg, với giá bán này thì tất cả lượng táo thu hoạch đều được bán hết. Em hãy cho biết nên trồng trung bình bao nhiêu cây táo trên mỗi sào đất để mang về lợi nhuận cao nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 277

Công ty X cần vận chuyển một lượng lớn hàng hóa từ nhà kho A đến cửa hàng B, lượng hàng hóa chia ra thành nhiều chuyến đi bằng một xe tải có tải trọng tối đa là 50 tấn. Công ty cần tính toán để tối ưu hóa tốc độ vận chuyển hàng hóa của xe. Biết rằng để bốc xếp x tấn hàng hóa từ nhà kho A lên xe cần thời gian $\dfrac{x}{60-x}$ giờ. Sau khi xe đến B, để di chuyển mỗi tấn hàng từ xe xuống cửa hàng B cần thời gian 3 phút. Tổng thời gian trung bình di chuyển từ nhà kho A đến cửa hàng B và quay về A là 1,2 giờ. Em hãy cho biết trong mỗi chuyến đi, xe nên vận chuyển bao nhiêu tấn hàng để khối lượng hàng hóa được vận chuyển trung bình trên mỗi giờ là lớn nhất? (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

KQ: .....

Lời giải.

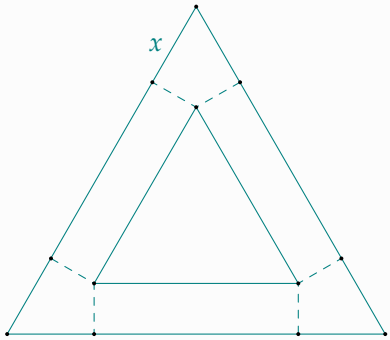
.....

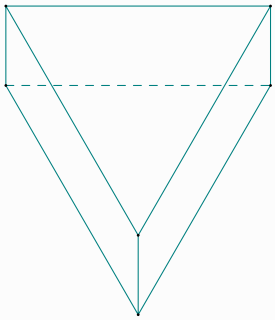
.....

.....

Câu 278

Một người muốn tạo một hộp đựng quà khối lăng trụ tam giác đều, không có nắp bằng cách cắt ba góc của một tam giác đều cạnh bằng a các đoạn bằng x, $\left(0 < x < \dfrac{a}{2}\right)$ như hình vẽ, rồi gấp lại tạo thành khối lăng trụ tam giác đều. Thể tích khối lăng trụ lớn nhất là $\dfrac{a^3}{b}$. Hỏi giá trị của b bằng bao nhiêu?





KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 279

Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận rằng: Hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0{,}001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng bao gồm:

- Chi phí cố định 100 triệu đồng.
- Cho phí cho mỗi tấn sản phẩm làm ra 30 triệu đồng.

Hỏi nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được là lớn nhất? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

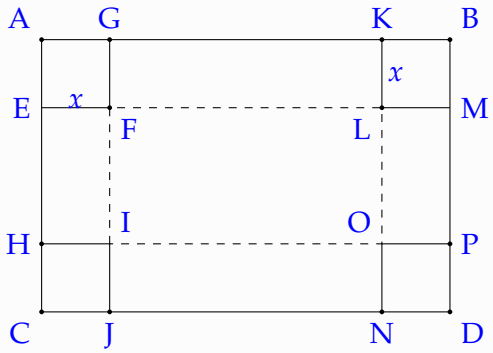
.....

.....

.....

Câu 280

Một tấm tôn hình chữ nhật có kích thước 80 (cm) $\times$ 1 (m). Cắt bốn góc của tấm tôn đó bốn hình vuông có cạnh là x (cm), rồi gấp lại để được một hình hộp chữ nhật không có nắp.



Biết khối hộp chữ nhật có thể tích lớn nhất khi $x = a - \dfrac{b\sqrt{21}}{c}$ trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và c là số nguyên tố. Tính $a + b + c$.

KQ: .....

Lời giải.

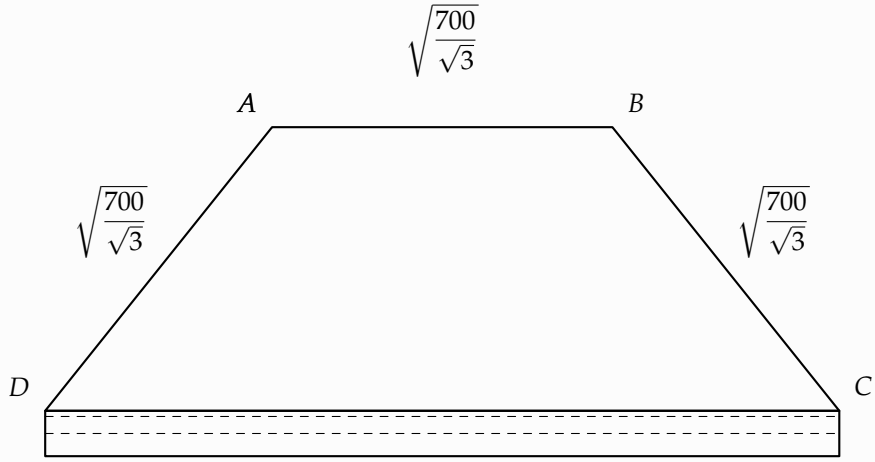
.....

.....

.....

Câu 281

Bác nông dân có ba tấm lưới thép $B40$, mỗi tấm dài $\sqrt{\dfrac{700}{\sqrt{3}}}$ (m) và muốn rào một khu vườn có dạng hình thang cân $ABCD$ như trong hình vẽ. Khu vườn có 3 mặt rào, mặt còn lại tiếp giáp với bờ sông nên không cần rào. Hỏi diện tích lớn nhất mà bác nông dân có thể rào được là bao nhiêu mét vuông?



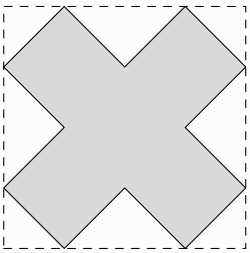
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 282

Từ hình vuông có cạnh bằng 6, người ta cắt bỏ các tam giác vuông cân tạo thành hình tô đậm như hình vẽ. Sau đó người ta gấp thành hình hộp chữ nhật không nắp. Thể tích lớn nhất của khối hộp bằng bao nhiêu *(làm tròn đến hàng phần chục)*?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 283

Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng: hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B sản phẩm đó theo đơn đặt hàng của nhà máy B với số lượng tối đa là 100 tấn sản phẩm. Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0{,}001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một thánglà $C(x) = 100 + 30x$ (triệu đồng), gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 284

Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa 29 hành khách. Trong khu du lịch Đền Hùng, một đoàn khách gồm 40 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Người lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(100-x)^2}{40}$ (nghìn đồng) và một chuyến không chở dưới 15 người. Hỏi với thỏa thuận như trên thì cần trả ít nhất bao nhiêu tiền (đơn vị: nghìn đồng) để cả đoàn được đưa về khách sạn bằng xe du lịch?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 285

Nhà máy A chuyên sản suất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của nhà máy B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $p(x) = 90 - 0{,}01x^2$ (đơn vị triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản suất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = \dfrac{1}{2}(200 + 27x)$ (đơn vị: triệu đồng), thuế giá trị gia tăng mà nhà máy A phải đóng cho nhà nước là 10% tổng doanh thu mỗi tháng. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để thu được lợi nhuận (sau khi đã trừ thuế giá trị gia tăng) cao nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 286

Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa mãn thuận rằng, hàng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0{,}001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Nhà máy A cần bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng để lợi nhuận thu được lớn nhất? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 287

Một doanh nghiệp dự định sản xuất 200 máy tính bảng dành cho học sinh. Nếu doanh nghiệp đó bán x máy tính bảng ($1 \leq x \leq 200$, $x \in \mathbb{N}$) thì giá bán cho mỗi máy tính bảng là $p(x) = 4000 - 10x$ (nghìn đồng), trong đó chi phí để sản xuất mỗi máy tính bảng là $c(x) = x^2 - 70x + 400 + \dfrac{1000}{x}$ (nghìn đồng). Hỏi doanh nghiệp đó sẽ bán bao nhiêu máy tính bảng để lợi nhuận cao nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 288

Chi phí về nhiên liệu của một con tàu được chia làm hai phần. Phần chi phí thứ nhất không phụ thuộc vào tốc độ tàu và bằng 480 nghìn đồng mỗi giờ. Chi phí phần thứ hai trên 1 km đường tỉ lệ thuận với lập phương của tốc độ tàu, khi tốc độ bằng 20 km/h thì chi phí phần thứ hai bằng 100 nghìn đồng mỗi giờ. Giả sử con tàu đó luôn giữ nguyên tốc độ di chuyển, để tổng chi phí nhiên liệu trên 1 km đường là nhỏ nhất thì tốc độ của con tàu đó bằng bao nhiêu km/h? *(làm tròn kết quả đến hàng phần chục).*

KQ: . . . . . .

Lời giải.

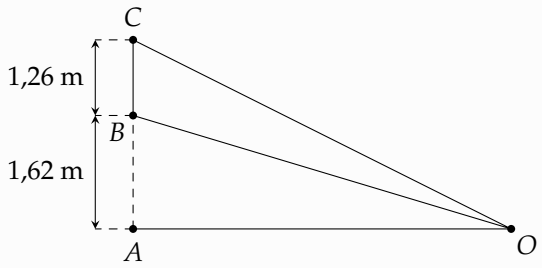
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 289

Hình vẽ bên minh họa một màn hình BC có chiều cao 1,26 m được đặt thẳng đứng và mép dưới của màn hình cách mặt đất một khoảng $BA = 1{,}62$ m. Một chiếc đèn quan sát màn hình được đặt ở vị trí O trên mặt đất. Để góc quan sát $\widehat{BOC}$ lớn nhất thì độ dài OA bằng bao nhiêu mét?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 290

Một công ty muốn đầu tư vào hệ thống điện mặt trời có công suất x (đơn vị tính: MW). Theo nghiên cứu cho thấy một số thông tin sau: Chi phí đầu tư ban đầu là $C_1(x) = 1\,400 + 55x$ (tỷ đồng). Doanh thu hàng năm là $R(x) = 28x - 0{,}15x^2$ (tỷ đồng/năm). Chi Phí vận hành hàng năm là $C_2(x) = 12 + 0{,}35x + 0{,}012x^2$ (tỷ đồng/năm). Hãy tìm công suất x (làm tròn đến hàng đơn vị) để tối đa hoá lợi nhuận trên đầu tư, được tính là tỷ lệ lợi nhuận hàng năm trên chi phí

đầu tư ban đầu.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 291

Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 12 000 quả bóng Pickleball. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất được 40 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 150 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 98 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 292

Một công ty sản xuất điện thoại di động bán trung bình 2 000 chiếc mỗi tuần với giá 20 triệu đồng mỗi chiếc. Qua khảo sát thị trường, công ty nhận thấy rằng cứ mỗi lần giảm giá bán 1 triệu đồng, số lượng điện thoại bán ra sẽ tăng thêm 200 chiếc mỗi tuần. Tuy nhiên, nếu giảm giá bán quá nhiều, lợi nhuận biên từ mỗi chiếc điện thoại sẽ giảm xuống, với mỗi lần giảm giá thêm 1 triệu đồng, chi phí sản xuất cho mỗi chiếc điện thoại sẽ tăng thêm 0,5 triệu đồng. Biết rằng chi phí ban đầu để sản xuất mỗi chiếc điện thoại là 10 triệu đồng, và chi phí cố định hàng tuần của công ty là 20 000 triệu đồng. Công ty nên đặt giá bán mỗi chiếc điện thoại ở mức nào để tối đa hóa lợi nhuận hàng tuần? (đơn vị: triệu đồng, làm tròn đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 293

Một Villa sinh thái nghỉ dưỡng thống kê được rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 160 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 10 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi khách cũng giảm đi 2 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm giá 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 4 người và thời gian

lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 2 ngày. Hỏi villa đó cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất, biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 2 triệu đồng và Sở văn hóa, thể thao và du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 294

Công viên Sun World Đà Nẵng có 200 vé vào cửa mỗi ngày, giá vé hiện tại là 200 nghìn đồng/vé và luôn bán hết vé. Qua khảo sát, ban quản lý công viên nhận thấy rằng khi giá vé tăng lên $y\%$ (với $y \geq 0$) số lượng vé bán ra sẽ giảm đi $\frac{3}{4}y\%$. Ban quản lý muốn tăng giá vé để tối ưu hóa doanh thu. Biết rằng khi giá vé tăng, doanh thu sẽ có sự thay đổi phụ thuộc vào số lượng vé bán ra. Ban quản lý cần tìm mức tăng giá vé $y\%$ sao cho doanh thu hàng ngày của công viên đạt mức tối đa. Hỏi ban quản lý nên tăng giá vé thêm bao nhiêu phần trăm để doanh thu hàng ngày của công viên đạt mức cao nhất? Khi đó hãy tính giá vé mới là bao nhiêu *(đơn vị nghìn đồng, làm tròn đến hàng nghìn)*.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 295

Một thí sinh dành 40 phút để làm 21 câu hỏi mức độ vận dụng và vận dụng cao trong đề thi tốt nghiệp THPT Quốc Gia môn Toán bao gồm: 14 câu hỏi vận dụng và 07 câu hỏi vận dụng cao. Nếu dành x phút cho các câu hỏi vận dụng thì tổng điểm thí sinh đạt được cho nhóm câu hỏi vận dụng là $\dfrac{14x}{5(x+1)}$ còn nếu dành y phút cho các câu hỏi vận dụng cao thì tổng điểm thí sinh đạt được cho nhóm câu hỏi vận dụng cao là $\dfrac{14y}{5(3y+1)}$ Hỏi thí sinh này nên dành bao nhiêu phút cho nhóm câu hỏi vận dụng cao để tổng điểm cho 21 câu hỏi mức độ vận dụng và vận dụng cao là lớn nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 296

Hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm một tháng thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức $P(x) = 50 - 0{,}001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 95 + 35x$ (triệu đồng). Hỏi lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

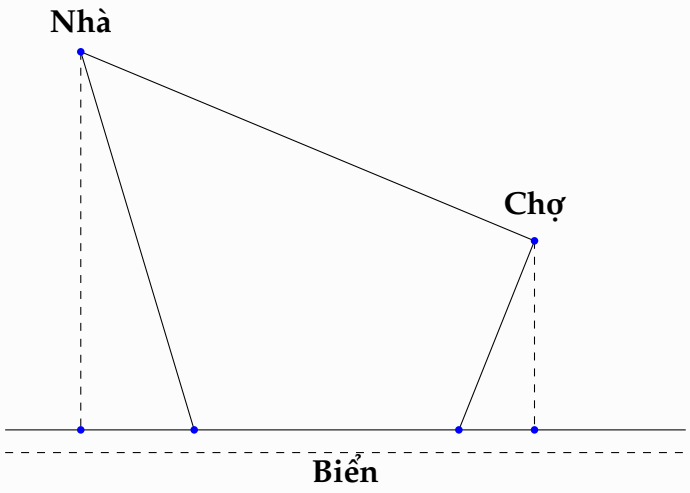
.....

.....

Câu 297

Nhà thầy Hùng cách bờ biển 1 km. Mỗi buổi sáng thầy chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy về nhà. Biết chợ hải sản cách bờ biển 400 m và cách nhà thầy Hùng 1 km. Tính quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....



Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 298

Từ một mảnh bìa hình chữ nhật $ABCD$ có đường chéo $AC = 1$, ta lấy M là trung điểm của BC, N là điểm trên cạnh AD sao cho $AD = 4AN$. Sau đó người ta cuốn mảnh bìa lại sao cho cạnh AB trùng với cạnh CD tạo thành một hình trụ. Tìm độ dài cạnh BC của tấm bìa sao cho thể

tích của tứ diện $ABMN$ đạt giá trị lớn nhất (với các đỉnh A, B, M, N nằm trên hình trụ vừa tạo thành) (làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 299

Cho một miếng tôn hình tròn tâm O, bán kính R. Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

KQ: .....

Lời giải.

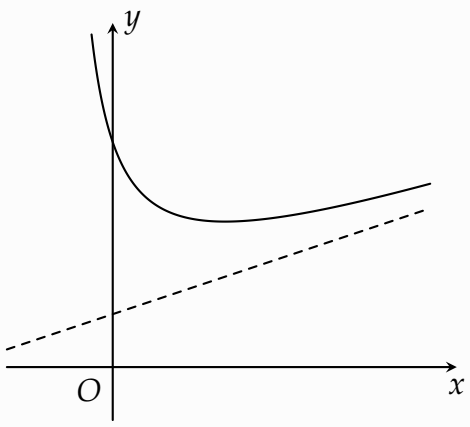
.....

.....

.....

Câu 300

Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm là một phần đồ thị của hàm số bậc hai trên bậc nhất $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+e}$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục hoành tương ứng 100 sản phẩm và mỗi đơn vị trên trục tung tương ứng 1 000 USD).Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x)$ là $A\left(-1;\dfrac{2}{3}\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $B(3;2)$. Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bởi hàm số $R(x)=x^2+2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5 250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất thì số sản phẩm sản xuất được là bao nhiêu (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 301

Ba nhà máy công nghiệp A, B, và C nằm trên một đoạn đường thẳng cách nhau lần lượt 10 miles và 20 miles A cách B 10 miles và B cách C 20 miles). Các nhà máy này thải ra các loại vật chất ô nhiễm với nồng độ lần lượt là 50 ppm, 200 ppm và 400 ppm. Một ngôi nhà muốn đặt trên đoạn đường này sao cho tổng mức độ ô nhiễm từ cả ba nhà máy là nhỏ nhất. Biết rằng nồng độ ô nhiễm tại một điểm giảm tỷ lệ nghịch với bình phương khoảng cách từ nhà máy đó đến điểm đó. Hỏi ngôi nhà ở vị trí cách nhà máy A bao nhiêu miles thì sẽ giúp giảm thiểu tổng mức độ ô nhiễm tại ngôi nhà đó *(biết* 1 *mile* $\approx$ 1,60934 *km, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)?*

KQ: .....

Lời giải.

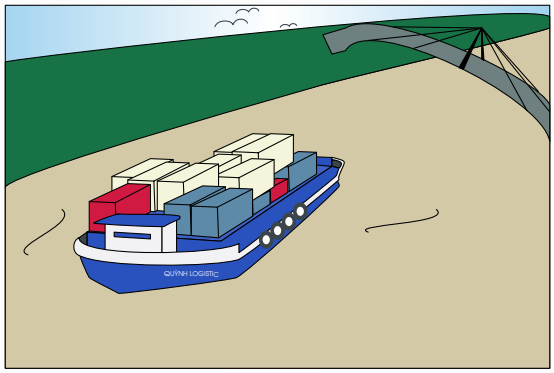
.....

.....

.....

Câu 302

Chi phí nhiên liệu của một chiếc tầu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 520 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 15$ km/h thì phần thứ hai bằng 35 nghìn đồng/giờ. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1 km đường sông là nhỏ nhất *(làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).*



KQ: .....

Lời giải.

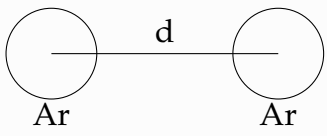
.....

.....

.....

Câu 303

Xét hệ gồm hai nguyên tử khí argon (Ar) ở trạng thái cơ bản, mỗi nguyên tử được coi là một khối cầu, khoảng cách d giữa hai nguyên tử bằng khoảng cách giữa tâm của hai khối cầu (tham khảo hình bên). Coi như không có tương tác bên ngoài nào tác động đến hệ, sự phụ thuộc của thế năng tương tác $V(\mathrm{d})$ giữa hai nguyên tử khí vào khoảng cách d được xác định theo công thức



$$V(\mathrm{d}) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{\mathrm{d}}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{\mathrm{d}}\right)^{6}\right].$$

Trong đó ε và σ là các hằng số đặc trưng cho từng khí hiếm. Đối với Ar, $\varepsilon = 0{,}930$ và $\sigma = 3{,}62$.

Biết rằng khi thế năng tương tác đạt nhỏ nhất thì hệ hai nguyên tử Ar là bền nhất, khoảng cách d mà hai nguyên tử đó bền nhất là?

(Công thức $V(\mathrm{d})$ có tên gọi là: Thế **Lennard-Jones**)

KQ: .....

Lời giải.

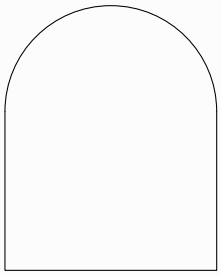
.....

.....

.....

Câu 304

Dùng một dây thép dài 150 cm uốn thành một khung có dạng như hình vẽ. Biết phần dưới là hình chữ nhật và phần trên là nửa đường tròn. Hãy tính giá trị lớn nhất của diện tích của khung theo đơn vị centimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 305

Một công ty có sản xuất một loại sản phẩm với chi phí để sản xuất một loại sản phẩm là 400 nghìn đồng và bán ra mỗi sản phẩm là 800 nghìn đồng. Biết rằng số lượng sản phẩm bán ra tăng theo số tiền chi cho quảng cáo là $n(x) = A + B\ln(1+x)$ (sản phẩm), trong đó x là số tiền chi cho quảng cáo tính theo đơn vị triệu đồng. Khi không chi cho quảng cáo thì sẽ bán được 300 sản phẩm, khi chi cho quảng cáo $\left(\mathrm{e}^4 - 1\right)$ triệu đồng thì bán được 750 sản phẩm. Hãy tính theo đơn vị triệu đồng số tiền cần chi cho quảng cáo để lợi nhuận thu được là lớn nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 306

Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 1 200 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 1\,200$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 3\,026x^2 + 2\,001\,800x + 600\,000$ (đồng). Chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = 4x + 1\,800 + \dfrac{600\,000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

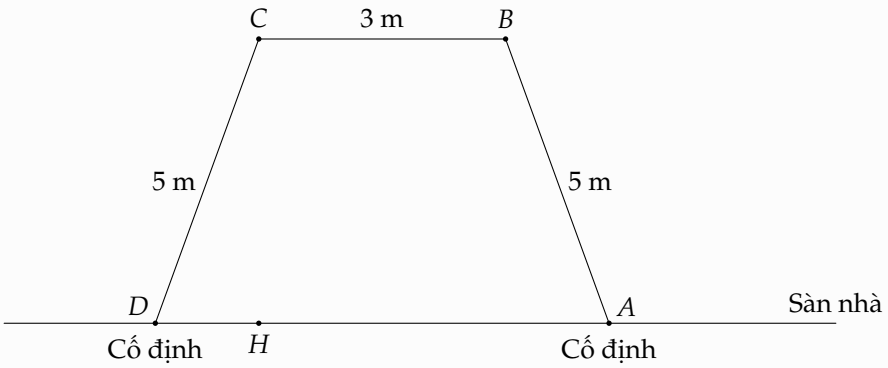
KQ: ☐

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 307

Ba thanh cứng AB, BC CD gắn với nhau bằng hai bản lề tại B và C, hai đầu còn lại được gắn cố định với sàn nhà tại hai bản lề A và D. Biết rằng $AB = AD = 5$ m, $BC = 3$ m, $AD = 6$ m, mặt phẳng $(ABCD)$ luôn vuông góc với sàn nhà. Khi hai bản lề B và C di chuyển thì AB, CD lần lượt quét thành các hình phẳng (H_1), (H_2). Gọi $H = (H_1) \cup (H_2)$. Hãy tính diện tích của (H) theo đơn vị mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



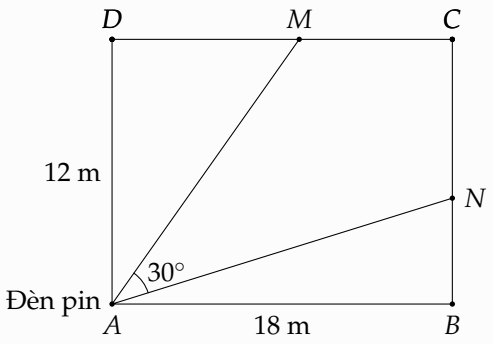
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 308

Trên một mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 18$ m, $AD = 12$ m, bác Bình đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu sáng phân kì sang phía góc C. Biết rằng góc chiếu của chiếc đèn pin bằng 30° và không thay đổi trong quá trình chiếu sáng. Bác Bình quay chiếc đèn pin tại A để điều chỉnh cho hai điểm M và N chạy trên hai cạnh CD và CB. Hãy xác định diện tích được chiếu sáng lớn nhất tính theo đơn vị mét vuông?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 309

Giữa hồ nước có hai mô đất hình parabol và hình tròn như hình vẽ. Biết bán kính của hình tròn là 6 m và các kích thước phần còn lại là 10 m $\times$ 12 m, khoảng cách giữa tâm A của hình tròn và đỉnh B parabol là 14 m, AB vuông góc với trục đối xứng của parabol. Người ta muốn bắc một cây cầu có chiều dài L để nối liền hai vùng đất này. Hãy tính giá trị nhỏ nhất L theo đơn vị mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

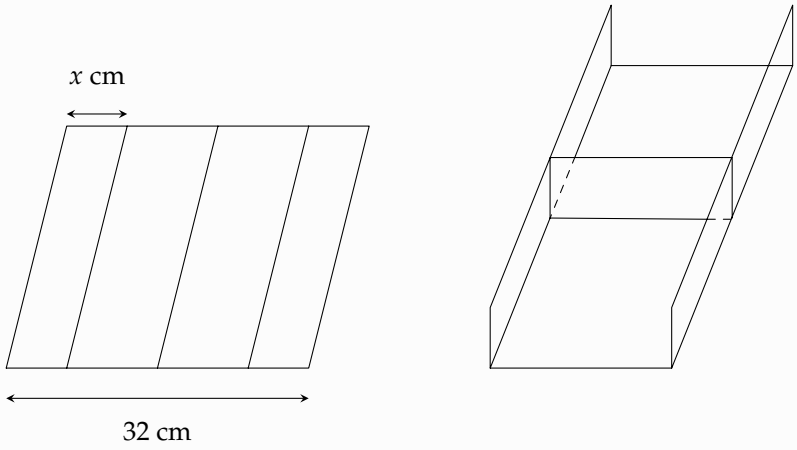
.....

.....

Câu 310

Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình bên dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất?

KQ: .....



Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 311

Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $N(t) = 45t^2 - t^3$, $0 \leq t \leq 30$ (người). Nếu xem $N'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 312

Một người có một dây ruy băng dài 130 cm, người đó cần bọc dài ruy băng này quanh một hộp quà hình trụ. Khi bọc quà, người này dùng 10 cm của dải ruy băng để thắt nơ ở trên nắp hộp (như hình vẽ). Dải ruy băng có thể bọc được hộp quà có thể tích bằng $a\pi$ (cm^3), $a \in \mathbb{N}^*$. Giá trị lớn nhất của a là bao nhiêu?



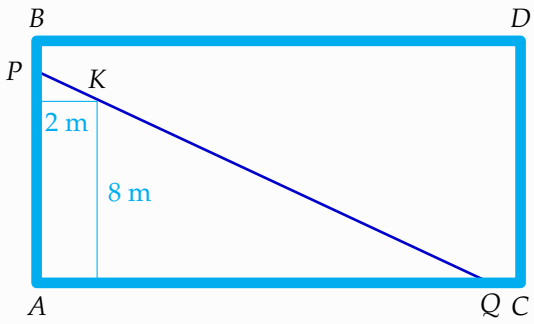
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 313

Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là 2 m và cách bờ AC là 8 m, rồi dùng một cây sào thẳng PQ ngăn một góc của hồ để thả bèo (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào hai bờ AB, AC và cọc K *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét)*.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 314

Khi một vật lạ mắc kẹt trong khí quản ta phải ho, cơ hoành đẩy lên trên gây ra tăng áp lực trong phổi, theo đó cuống họng co thắt làm hẹp khí quản khiến luồng khí không đi qua mạnh hơn. Đối với một lượng không khí bị đẩy ra trong một khoảng thời gian cố định, khí quản càng nhỏ thì luồng không khí càng đẩy ra nhanh hơn. Vận tốc luồng khí thoát ra càng cao, lực tác động lên vật lạ càng lớn.

Qua nghiên cứu một số trường hợp, người ta nhận thấy vận tốc v của luồng khí liên hệ với bán kính x của khí quản theo công thức $v(x) = k(x_0 - x) \cdot x^2$ với $\frac{1}{2}x_0 \leq x \leq x_0$. Trong đó k là hằng số ($k > 0$) và x_0 là bán kính khí quản ở trạng thái bình thường (Theo James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning).

Khi đó $x = mx_0$ thì vận tốc luồng khí của một cơn ho trong trường hợp này là lớn nhất. Tìm m *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*.

KQ: .....

Lời giải.

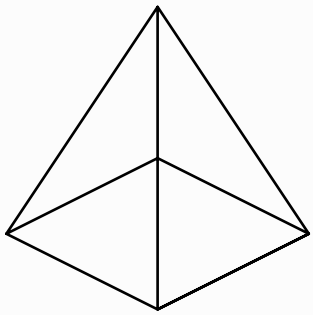
.....

.....

.....

Câu 315

Bạn An có một đoạn dây thép dài 16 dm muốn uốn thành một kim tự tháp có dạng chóp tứ giác đều (đoạn dây thép được uốn thành 4 cạnh bên và 4 cạnh đáy của kim tự tháp). Hỏi thể tích lớn nhất của kim tự tháp bạn An có thể làm được là bao nhiêu? (đơn vị dm^3, *kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 316

Một vật chuyển động theo quy luật $v(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 9t$ (m/s), với t được đo bằng đơn vị giây là khoảng thời gian từ lúc bắt đầu chuyển động. Hỏi trong 12 giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động vật đạt được vận tốc lớn nhất là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

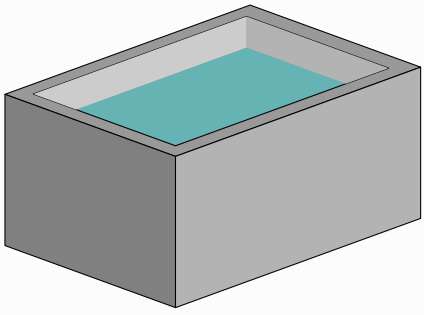
.....

.....

.....

Câu 317

Để tích trữ nước ngọt sinh hoạt chuẩn bị cho mùa hạn mặn ở Đồng bằng sông Cửu Long, một hộ dân muốn xây một bể nước không nắp dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích 200 m^3. Đây là hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Biết chi phí xây bể là 850 nghìn đồng/m^2. Hãy tính chi phí thấp nhất mà hộ gia đình cần bỏ ra để xây dựng bể chứa nước ngọt dự trữ *(làm tròn đến đơn vị triệu đồng)*.



KQ: .....

Lời giải.

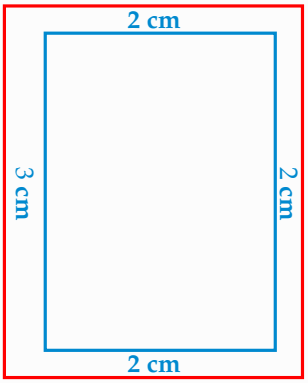
.....

.....

.....

Câu 318

Diện tích một trang của một cuốn sách là 600 cm^2. Do yêu cầu kĩ thuật, cần để lề trên và lề dưới là 2 cm, lề trái là 3 cm và lề phải là 2 cm. Tính diện tích lớn nhất của phần chữ in vào cuốn sách được *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 319

Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Thái Lan ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 55 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất (với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 320

Một hộ gia đình chuyên làm thịt trâu sấy khô để bán, mỗi ngày hộ đó sản xuất được x kg thịt ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x kg thịt trâu khô, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 9x^2 + 345x + 450.$$

Giả sử hộ gia đình này bán hết số thịt làm ra mỗi ngày với giá 750 nghìn đồng/kg. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x kg thịt trâu sấy khô. Hỏi lợi nhuận tối đa mà hộ gia đình này thu được trong một ngày (đơn vị: nghìn đồng)?

KQ: .....

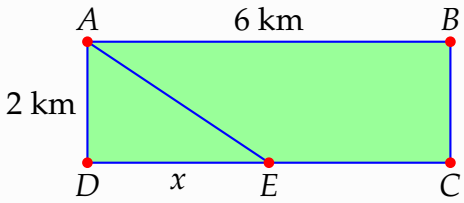
Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 321

Một người nông dân đang đứng ở góc A của một cánh đồng hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AD = 2$ km và chiều dài $AB = 6$ km. Người đó muốn đi đến góc đối diện C. Người nông dân có thể đi bộ trên cánh đồng cỏ với tốc độ 4 km/h và đi bộ trên đường dọc theo cạnh CD với tốc độ 8 km/h. Để đến C nhanh nhất, người đó nên đi theo đường thẳng từ A đến một điểm E nào đó trên cạnh CD, sau đó đi bộ dọc theo đường từ E đến C. Hỏi điểm E phải cách điểm D bao xa để tổng thời gian di chuyển là ít nhất (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 322

Giả sử doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm mới trong vòng một số năm nhất định tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 1000\left(t^2 + me^{-t}\right)$, $t \geq 0$, trong đó t là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, m là tham số. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Tính tổng các giá trị nguyên âm của m biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 10 năm đầu phát hành sản phẩm.

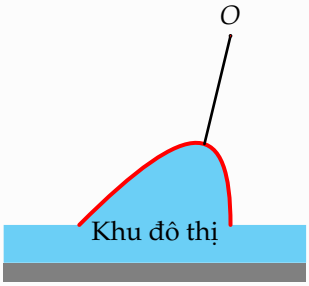
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 323

Ở một vịnh biển, ngoài khơi xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây dựng khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1 km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x^2+2}{x}$. Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*?



KQ: .....

Lời giải.

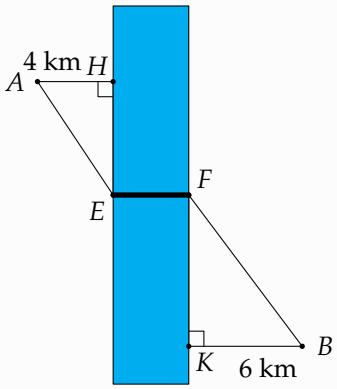
.....

.....

.....

Câu 324

Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là $AH = 4$ km và thành phố B cách con sông một khoảng là $BK = 6$ km (như hình vẽ), biết $HE + KF = 20$ km và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu kilômét để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



KQ: .....

Lời giải.

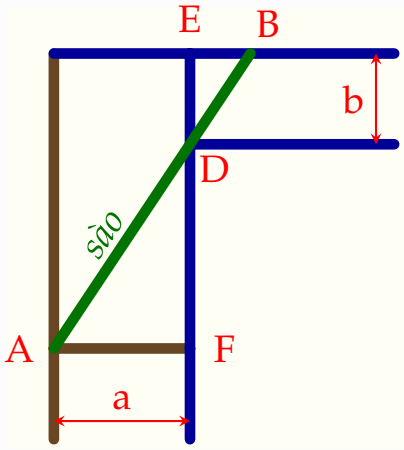
.....

.....

.....

Câu 325

Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a = 24$ và $b = 3$, Biết chiều dài tối thiểu của que sào thỏa mãn điều kiện trên là l. Tính giá trị của l^2.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 326

Một gia đình đan lưới đánh cá, mỗi ngày đan được x mét lưới ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét lưới, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử gia đình làm nghề đan lưới bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét lưới. Hỏi lợi nhuận tối đa của gia đình đan lưới trong một ngày (đơn vị tính nghìn đồng)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 327

Khi sản xuất vỏ lon sữa DUTCH LADY, các nhà sản xuất luôn đặt tiêu chí sao cho chi phí sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất. Biết rằng lon sữa có hình trụ và thể tích của lon sữa là 530 cm^3. Khi diện tích toàn phần của lon sữa nhỏ nhất thì bán kính đáy của nó bằng bao nhiêu centimet (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



KQ: .....

Lời giải.

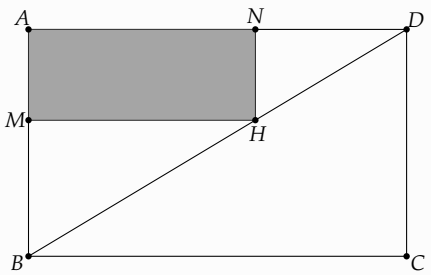
.....

.....

.....

Câu 328

Trên mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích 25 m^2, người chủ lấy một phần đất để trồng cỏ. Biết phần đất trồng cỏ này có dạng hình chữ nhật với hai đỉnh đối diện là A và H, với H thuộc cạnh BD. Hỏi số tiền lớn nhất người chủ cần chuẩn bị để trồng cỏ (miền tô đậm) là bao nhiêu (*làm tròn đến nghìn đồng*) với chi phí trồng cỏ là 70 000 đồng/m^2?



KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 329

Một khu vui chơi giải trí giành cho trẻ em đang có kế hoạch điều chỉnh giá vé để tăng lợi nhuận. Sau khi khảo sát thị trường, người ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 50 000 đồng/người thì trung bình có 500 người đến. Nhưng nếu tăng thêm 1 000 đồng/người thì sẽ mất 10 khách hàng hoặc giảm đi 1 000 đồng/người thì sẽ có thêm 10 khách hàng trong số trung bình. Biết rằng trung bình mỗi khách hàng còn đem lại 5 000 đồng lợi nhuận trong các dịch vụ đi kèm. Hỏi giá vé vào cửa là bao nhiêu nghìn đồng để thu nhập là lớn nhất?

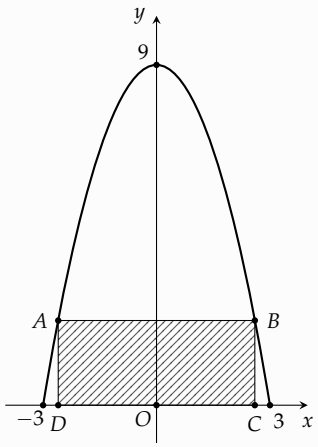
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 330

Một hình chữ nhật $ABCD$ được vẽ bên trong parabol (P) sao cho A, B thuộc (P); C, D thuộc trục Ox như hình vẽ (đơn vị trên trục Ox, Oy là mét). Hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích lớn nhất là bao nhiêu mét vuông *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*?



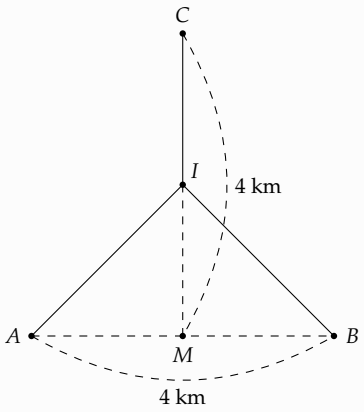
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 331

Hai nhà máy sản xuất đặt tại các vị trí A và B cách nhau 4 km. Một nhà máy cung cấp nước được đặt ở vị trí C nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng AB, cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng 4 km. Người ta muốn làm một đường ống dẫn nước từ nhà máy nước C đến một vị trí I nằm giữa đoạn thẳng MC sau đó chia ra hai nhánh dẫn tới hai nhà máy A và B (như hình vẽ). Tổng độ dài đường ống dẫn nước nhỏ nhất bằng bao nhiêu km *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*?



KQ: .....

Lời giải.

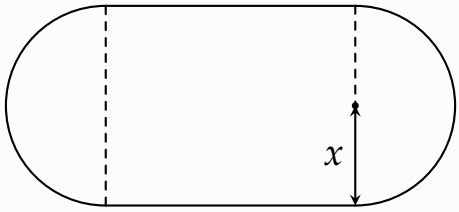
.....

.....

.....

Câu 332

Một sân điền kinh gồm hai sân hình bán nguyệt có bán kính x m, $x > 0$ và một sân hình chữ nhật như hình vẽ. Biết chu vi của sân điền kinh là 400 m. Tìm diện tích lớn nhất của sân hình chữ nhật theo mét vuông *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)*?



KQ: .....

Lời giải.

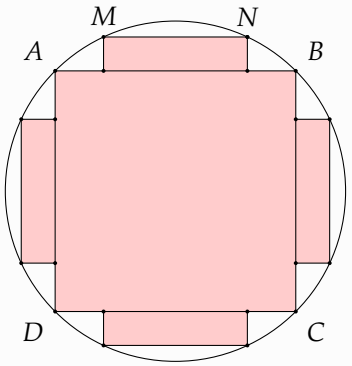
.....

.....

.....

Câu 333

Bác Bình sử dụng một khúc gỗ hình trụ có đường kính bằng 32 cm để làm một chiếc xà nhà. Để đảm bảo tính thẩm mỹ thì bác Bình dự định sẽ cho thợ xẻ khúc gỗ thành một chiếc xà có tiết diện ngang (là miền gạch sọc như hình vẽ) bao gồm một hình vuông $ABCD$ và 4 miếng phụ là 4 hình chữ nhật bằng nhau. Bốn điểm A, B, C, D nằm trên đường tròn (T), miếng phụ $MNPQ$ có hai đỉnh M, N nằm trên đường tròn (T) và hai đỉnh P, Q nằm trên cạnh AB. Hỏi bác Bình có thể tạo ra một tiết diện ngang có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu cm^2 *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*?



KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 334

Nếu một điện trở R được nối với một ắc-quy có suất điện động E và điện trở trong r thì công suất tiêu thụ trên điện trở R là $P = \dfrac{E^2R}{(R+r)^2}$ trong đó R, r tính bằng Ω, E tính bằng Vôn (V) và P tính bằng Oát (W). Cho $E = 12$ V và $r = 2\Omega$. Khi R biến thiên, công suất P đạt giá trị cực đại bằng bao nhiêu W?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

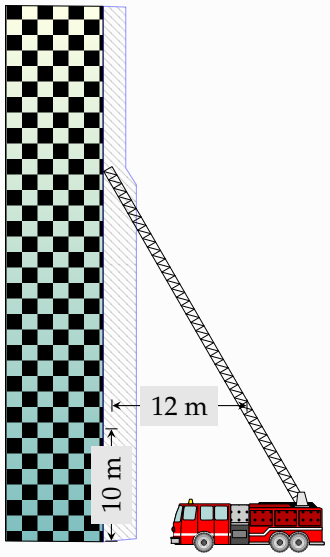
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 335

Hình bên mô tả một mặt cắt ngang của một toà nhà cao tầng. Một chiếc thang từ xe cứu hoả lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao hơn 10 m so với mặt đất và vùng mái nhô ra 12 m so với tường. Giả sử độ cao của xe cứu hoả là không đáng kể, hãy tìm độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hoả có thể thực hiện nhiệm vụ *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 336

Trong khoảng thời gian từ ngày 01/01/2024 đến hết ngày 30/12/2024, một nhóm nghiên cứu theo dõi sự phát triển của quần thể sinh vật X. Kết quả nghiên cứu cho thấy: tại ngày thứ t của năm 2024 (tính từ ngày 01/01/2024) số cá thể sinh vật X được ước lượng bởi hàm số

$f(t) = -\dfrac{1}{300}t^3 + bt^2 + ct + 12\,000$ với $0 \le t \le 365$. Biết rằng ngày 26/09/2024 là ngày số lượng sinh vật X nhiều nhất với 55 740 con. Hỏi ngày 25/11/2024 số lượng sinh vật X được ước lượng bao nhiêu nghìn con *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*?

KQ: .....

Lời giải.

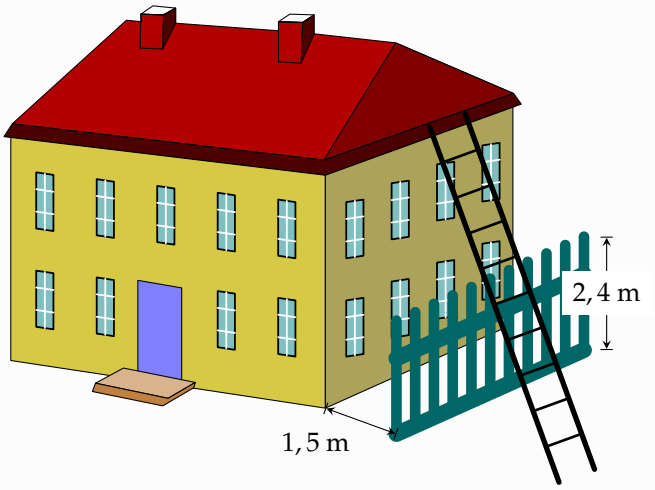
.....

.....

.....

Câu 337

Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao 2,4 m được đặt song song và cách bức tường nhà 1,5 m. Chiều dài ngắn nhất của cây thang (cm) để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào nhà là bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*?



KQ: .....

Lời giải.

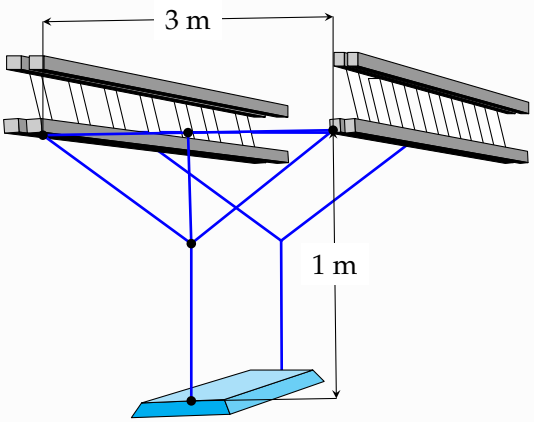
.....

.....

.....

Câu 338

Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m. Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m. Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a+b\sqrt{c}$ (trong đó a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a-b-c$.



KQ: .....

Lời giải.

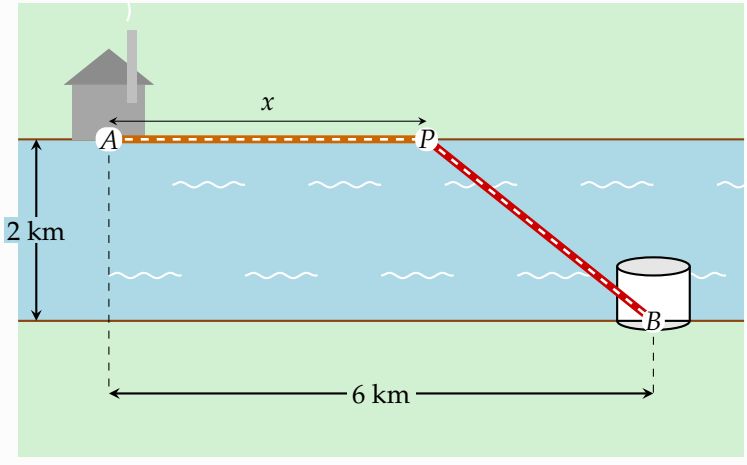
.....

.....

.....

Câu 339

Người ta muốn lắp một ống dẫn dầu từ nhà máy lọc dầu ở vị trí A đến kho chứa dầu đặt ở vị trí B qua một con sông rộng 2 km, dài 6 km. Chi phí lắp đặt đường ống dẫn dầu trên mặt đất để nối từ nhà máy lọc dầu đến trạm trung chuyển tại vị trí P là 4 tỷ VNĐ/1 km và chi phí lắp đặt đường ống dẫn dầu dưới dòng sông để nối từ P đến kho chứa dầu tại vị trí B là 8 tỷ VNĐ/1 km (như hình vẽ)



Để chi phí lắp đặt ít nhất cần đặt vị trí P cách nhà máy lọc dầu là bao nhiêu kilômét? (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

KQ: .....

Lời giải.

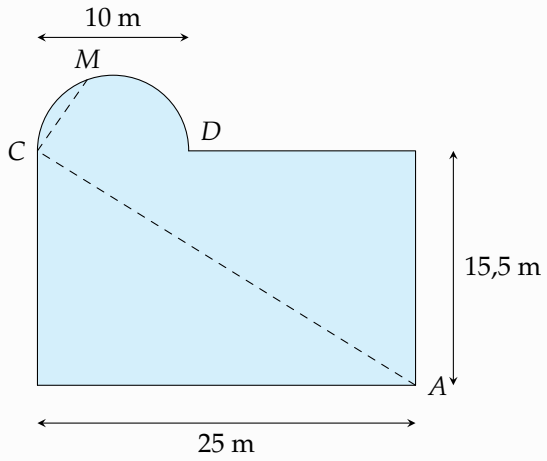
.....

.....

.....

Câu 340

Bạn Hoa thường đi bơi ở hồ Sky Garden cạnh nhà, hồ bơi có thiết kế là một hình chữ nhật với chiều dài 25 m, chiều rộng 15,5 m và bên cạnh đó là một hình bán nguyệt đường kính 10 m. Trong một lần bể bơi vắng người nên Hoa đã thực hiện một chu trình là bơi theo đoạn thẳng AC rồi bơi tiếp đoạn thẳng CM, với M là một vị trí bất kỳ trên hình bán nguyệt. Ngay sau đó bạn đi bộ theo một hướng qua điểm D dọc bờ của hồ bơi để quay lại vị trí A và kết thúc chu trình. (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng vận tốc bơi của Hoa là 2,4 km/h, vận tốc đi bộ là 4,8 km/h và tốc độ bơi, vận tốc đi bộ không thay đổi trong một chu trình. Hỏi thời gian chậm nhất để Hoa thực hiện xong chu trình trên là bao nhiêu phút? *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 341

Một cửa hàng có bán loại sản phẩm A. Khi cửa hàng bán sản phẩm A với giá 400 ngàn đồng thì mỗi tuần cửa hàng bán được 200 sản phẩm. Cửa hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp lễ sắp tới. Theo khảo sát thị trường, mỗi lần giảm giá 20 ngàn đồng 1 sản phẩm thì cửa hàng bán thêm được 20 sản phẩm mỗi tuần. Hỏi cửa hàng cần bán một sản phẩm với giá bao nhiêu ngàn đồng thì doanh thu trong 1 tuần lớn nhất.

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 342

Một nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B, nhà máy A chỉ bán sản phẩm cho nhà máy B và nhà máy B cam kết thu mua hết số sản phẩm mà nhà máy A sản xuất được. Nhà máy A có khả năng sản xuất được tối đa là 200 tấn sản phẩm trong 1 tháng. Nếu bán ra x tấn sản phẩm cho nhà máy B thì giá bán mỗi tấn sản phẩm là $50 - 0{,}0\,002x^2$ triệu đồng. Trong một tháng nhà máy A phải chi phí cho nhân công và chi cho khấu hao máy móc một lượng cố định là 150 triệu đồng, ngoài ra khi sản xuất mỗi tấn sản phẩm thì nhà máy phải chi phí thêm cho mua nguyên liệu là 35 triệu đồng. Biết rằng nhà máy A phải nộp 5% doanh thu cho cơ quan thuế. Tính lợi nhuận sau thuế (lợi nhuận sau khi đã trừ tiền thuế) lớn nhất thu được trong 1 tháng của nhà máy A *(đơn vị tính là tỉ đồng và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).*

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 343

Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Nếu giá bán rau là 30 000 đồng/kg thì 1 tấn rau thu hoạch được bán hết. Nếu giá bán rau cao hơn 30 000 đồng/kg thì không bán hết 1 tấn rau. Cứ bán tăng thêm 1 000 đồng cho 1 kg rau, số rau thừa lại tăng thêm 20 kg. Số rau thừa này được một cơ sở chăn nuôi thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2 000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 344

Tại một nhà máy, khi sản xuất và bán ra x sản phẩm A ($0 \leq x \leq 250$) trong một tháng thì tổng chi phí mà nhà máy phải trả là $C(x) = 0{,}0\,0024x^3 - 0{,}03x^2 + 5x + 30$ (triệu đồng) và doanh thu tương ứng là $D(x) = -0{,}01x^2 + 16x - 25$ (triệu đồng). Hỏi trong một tháng, lợi nhuận lớn nhất mà nhà máy đó có thể thu được nhờ vào sản xuất và bán sản phẩm A bằng bao nhiêu triệu đồng? *(Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).*

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 345

Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*; 1 \leq x \leq 4500$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0{,}01x^2 + 300x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{30\,000}{x} + 200$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 346

Doanh thu (Revenue) của một công ty bất động sản khi bán căn hộ thứ n (n nguyên dương, nhỏ hơn 200) được cho bởi hàm số $R(n) = \dfrac{(n-4)(n-30)^2}{100} + 36$ (triệu đồng). Trong 100 căn hộ đầu tiên được bán ra, căn hộ thứ bao nhiêu cho doanh thu thấp nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 347

Giả sử giá của một cổ phiếu nào đó (tính bằng euro) trong một ngày nhất định (có 8 giờ giao dịch) được mô tả bởi hàm số $f(x) = 35{,}7 \cdot \dfrac{x+2}{x^2+21}$; $x \in [0;8]$, trong đó x là thời gian (tính bằng giờ) kể từ khi phiên giao dịch mở cửa. Nếu một người mua 100 cổ phiếu và bán chúng ngay trong ngày này thì người đó có lợi nhuận tối đa là bao nhiêu euro?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

HẾT

§4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Câu 1

Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t là một hàm số cho bởi công thức $y = 5 - \dfrac{15t}{9t^2+1}$, với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t \geq 0$.

a) Đồ thị hàm số $y = 5 - \dfrac{15t}{9t^2+1}$ có một đường tiệm cận ngang và một đường tiệm cận xiên.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 5$.

c) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = \dfrac{1}{3}$.

d) Sau một thời gian đủ dài, nồng độ oxygen trong hồ sẽ bão hòa và đạt ngưỡng 5 mg/l..

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 2

Một bể bơi chứa 5 000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng đồ 30 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 25 lít/phút.

a) Sau t phút khối lượng muối trong bể là $750t$ (gam).

b) Nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là $f(t) = \dfrac{30t}{200-t}$.

c) Xem $y = f(t)$ là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó có phương trình là $y = 30$.

d) Khi t ngày càng lớn thì nồng độ muối trong bể sẽ tiến gần đến mức 30 (gam/lít).

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 3

Diện tích hình chữ nhật tạo bởi hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+3}$ và các trục tọa độ bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 4

Cho hàm số $y=\dfrac{3x^2+2x}{4x+4}$. Khoảng cách từ điểm $M(3;-2)$ đến đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số này bằng bao nhiêu (làm tròn đến chữ số hàng phần chục)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 5

Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in...) được cho bởi $C(x)=x^2-2\,000x+10^8$ đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Hàm số $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi số lượng cuốn tạp chí phát hành cực lớn thì chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ sẽ tiệm cận với đường thẳng $y=ax+b$. Tính giá trị biểu thức $a+b$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 6

Người ta thống kê được chi phí sửa chữa, vận hành máy móc trong một năm của xưởng sản xuất được tính bởi công thức $f(x)=\dfrac{2\,000x-1\,500}{35x+5}$ (triệu đồng). Biết x là số năm kể từ lúc máy móc vận hành lần đầu tiên, số năm càng nhiều thì chi phí càng cao. Khi số năm x đủ lớn thì chi phí vận hành máy móc trong một năm gần với số nào (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

KQ: .....

Lời giải.

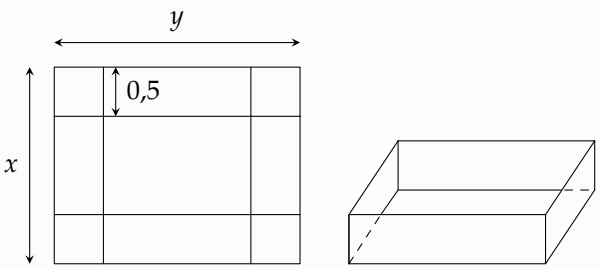
.....

.....

.....

Câu 7

Từ một tấm tôn hình chữ nhật có các kích thước là x (m), y (m) với $x > 1$ và $y > 1$ và diện tích bằng 4 m^2, người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gập thành một cái thùng dạng hình hộp chữ nhật không nắp (như hình vẽ) có chiều cao bằng 0,5 m. Thể tích của thùng là hàm số $V(x)$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{V(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



KQ: .....

Lời giải.

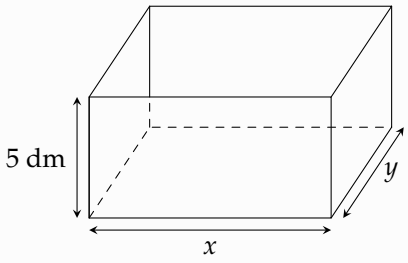
.....

.....

.....

Câu 8

Người ta muốn làm một cái bể dạng hình hộp chữ nhật không nắp (như hình vẽ) có thể tích bằng 1 m^3. Chiều cao của bể là 5 dm, các kích thước khác là x (m), y (m) với $x > 0$ và $y > 0$. Diện tích toàn phần của bể (không kể nắp) là hàm số $S(x)$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $S(x)$ là đường thẳng $y = ax + b$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 9

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 900 m^2. Biết chiều dài của mảnh vườn là x (m). Gọi biểu thức tính chu vi của mảnh vườn là $P(x)$ (m). Biết rằng phương trình tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $P(x)$ là $y = ax + b$. Tính giá trị biểu thức $T = 10^a + b$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 10

Ho ép khí quản co lại, ảnh hưởng đến tốc độ không khí đi vào khí quản. Tốc độ của không khí đi váo khí quản khi ho đo được bởi công thức $V = k(R-r)r^2$ với $0 \leq r < R$, trong đó k là hằng số, R là bán kính bình thường của khí quản, r là bán kính khí quản khi ho. Biết bán kính của khí quản khi ho là $r = \frac{a}{b}R$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì tốc độ của không khí đi váo khí quản là lớn nhất. Hãy tìm $a+b$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 11

Từ một tấm tôn hình chữ nhật có các kích thước là x (m), y (m) với $x > 2$ và $y > 2$ và diện tích bằng 10 m^2, người ta cắt bốn hình vuông bằng nhau ở bốn góc rồi gập thành một cái thùng dạng hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao bằng 1 m. Thể tích của thùng là hàm $V(x)$ trên khoảng $(2;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{5}{V(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 12

Một công ty chuyên sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là: $C(x) = 3x + 40$ (triệu đồng), khi đó $G(x) = \dfrac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất cho mỗi sản phẩm. Khi đó, chi phí sản xuất tối đa cho mỗi sản phẩm không vượt quá bao nhiêu triệu đồng?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 13

Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân sau khi tiêm t giây là $P(t)\left(\dfrac{\text{mg}}{\text{ml}}\right)$, với $P(t)$ cho bởi công thức $P(t) = \sqrt{0{,}09t^2 + 0{,}018t + 0{,}05} - 0{,}3t$. Nồng độ thuốc tồn dư, tức nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể bệnh nhân trong dài hạn khi tiêm là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 14

Có một bình có dung tích 5 000 ml. Trong bình có chứa 200 ml dung dịch muối với nồng độ 5 mg/ml. Cần thêm tối thiểu bao nhiêu mililit dung dịch muối với nồng độ 10 mg/ml vào bình để có dung dịch muối với nồng độ lớn hơn 9,8 mg/ml?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 15

Một bể ban đầu chứa 150 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 50 lít nước, đồng thời cho vào bể 20 gam chất khử trùng (hòa tan). Gọi $f(t)$ (gam/lít) là nồng độ chất khử trùng trong bể sau t phút ($t \geq 0$), biết rằng sau khi khảo sát sự biến thiên của hàm số $f(t)$, ta thấy giá trị $f(t)$ tăng theo thời gian t nhưng không vượt ngưỡng p gam/lít. Tìm số p (*kết quả viết dưới dạng số thập phân*).

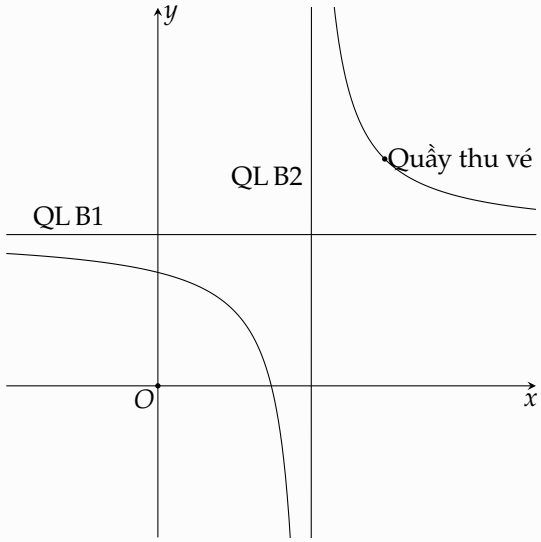
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 16

Một khu du lịch được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy bằng một phần đồ thị của hàm số $(C)\colon y = \dfrac{2x-3}{x-2}$. Người ta xây dựng một quầy thu vé tại điểm $M\left(x_0; y_0\right)$ thuộc (C), với hoành độ $x_0 > 2$. Khu vực này có hai tuyến đường giao thông. Tuyến đường giao thông QLA1 dọc theo đường tiệm cận đứng của đồ thị C. Tuyến đường QLB1 dọc theo đường tiệm cận ngang của đồ thị (C). Gọi I là giao điểm của hai tuyến đường giao thông này. Hãy xác định điểm M (từ quầy thu vé) (với $x_0 > 2$) sao cho tiếp tuyến tại M cắt hai tuyến đường giao thông tại hai điểm A và B, tạo thành một tam giác IAB có chu vi nhỏ nhất. Khi đó, hãy tính khoảng cách từ quầy thu vé đến giao điểm của hai tuyến đường giao thông tính QLA1 và QLB1 (làm tròn kết quả đến hàm phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 17

Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí cần bỏ ra là $C(x) = \dfrac{300x}{100-x}$ (triệu đồng), $0 \leq x < 100$. Đồ thị hàm số $y = C(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 18

Số lượng sản phẩm bán được của một công ty trong x (tháng) được tính theo công thức $S(x) = 200\left(5 - \dfrac{9}{2+x}\right)$ trong đó $x \geq 1$. Tính số lượng sản phẩm lớn nhất mà công ty có thể bán được trong x tháng.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 19

Một bể chứa 1 000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ 15 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Biết rằng nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị: gam/lít) là một hàm số $f(t)$, thời gian t tính bằng phút. Phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$ bằng là $y = a$, $(a \in \mathbb{R})$. Tìm a.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 20

Một bể chứa 1 000 lít nước muối có nồng độ 0,1 (tính bằng tỉ số của khối lượng muối trong bể và thể tích bể, đơn vị gam/lít). Người ta bơm nước muối có nồng độ 0,2 vào bể với tốc độ 20 lít/phút. Gọi $f(t)$ là nồng độ muối trong bể sau t phút. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$ là $y = a$, $(a \in \mathbb{R})$. Tìm a.

KQ: .....

Lời giải.

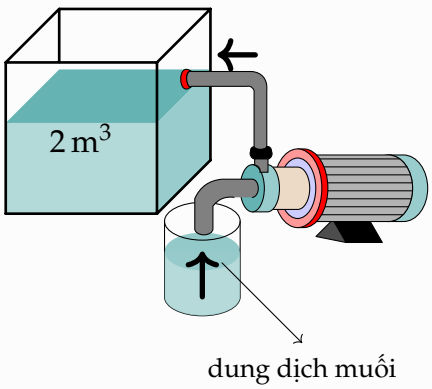
.....

.....

.....

Câu 21

Một bể chứa 2 m^3 nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó nước muối có nồng độ không đổi với tốc độ 20 lít/phút. Nồng độ muối trong bể sau t phút (tính bằng tỉ số của khối lượng muối có trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị gam/lít) là một hàm số $f(t)$, thời gian tính bằng phút. Biết rằng tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(t)$ là $y = 10$. Nồng độ muối trong bể sau khi bơm được 1 giờ là bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

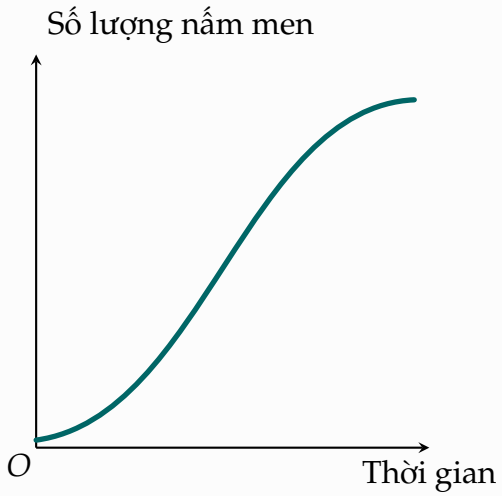
.....

.....

.....

Câu 22

Giả sử số lượng của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hoá bằng hàm số $P(t) = \dfrac{a}{b + \mathrm{e}^{-0{,}75t}}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và tăng với tốc độ 12 tế bào/giờ. Theo mô hình này số lượng nấm men không vượt quá bao nhiêu con?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 23

Một bể chứa ban đầu có 300 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 60 lít nước và 20 gam chất khử trùng (hoà tan). Biết rằng nồng độ chất khử trùng luôn tăng theo thời gian và không vượt ngưỡng $\dfrac{1}{a}$ gam/lít. Tìm a.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 24

Số lượng sản phẩm của công ty bán được trong x (tháng) được tính theo công thức $S(x) = 400 \cdot \left(2 - \dfrac{3}{x+2}\right)$ với $x \geq 1$. Ta coi $y = S(x)$ là một hàm số xác định trên $[1; +\infty)$. Khi đó, hãy tính xem số lượng sản phẩm của công ty bán được trong một khoảng thời gian dài không thể thấp hơn bao nhiêu sản phẩm?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 25

Một tác giả muốn xuất bản một cuốn sách với phí xuất bản là 10 triệu đồng và giá tiền in mỗi cuốn sách là 70 000 đồng. Gọi t ($t \geq 1$) là số cuốn sách sẽ in và $f(t)$ (đơn vị: nghìn đồng) là chi phí trung bình của mỗi cuốn sách. Khi đó, người ta tính toán được chi phí trung bình của mỗi cuốn sách không thể thấp hơn $\overline{ab}$ nghìn đồng. Tìm $a+b$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 26

Tại một công ty sản xuất đồ chơi an toàn cho trẻ em, công ty phải chi 40 000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải trả 6 USD cho nguyên liệu ban đầu và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $P(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $F(x) = \dfrac{P(x)}{x}$. Xem $F(x)$ là hàm số theo x xác định trên nửa khoảng $[1;+\infty)$. Khi đó, chi phí trung bình của mỗi đồ chơi A thấp nhất càng gần nhưng không thể nhỏ hơn bao nhiêu (USD)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

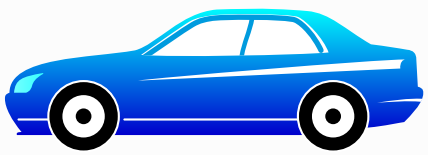
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 27

Một chiếc xe ô tô mới mua có giá 30 000 USD. Sau thời gian t (năm), người ta xác định giá trị của xe ô tô đó là $f(t) = \dfrac{30\,000 + 2\,000t}{t}$ (USD). Khi thời gian tăng lên, hỏi giá trị của xe ô tô đó không thể thấp hơn hơn bao nhiêu (USD)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 28

Số lượng sản phẩm của công ty bán được trong x (tháng) được tính bởi công thức $S(x) = 300 \cdot \left(2 + \dfrac{4}{x+2}\right)$ với $x \geq 1$. Xem $y = S(x)$ là một hàm số xác định trên $[1; +\infty)$. Khi đó, hãy tính xem số lượng sản phẩm của công ty bán được trong thời gian dài không thể thấp hơn bao nhiêu sản phẩm?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 29

Một công ty sản xuất máy tính đã xác định được rằng, tính trung bình một nhân viên có thể lắp ráp được $N(x) = \dfrac{50x}{x+4}$ $(x \geq 0)$ bộ phận mỗi ngày sau x ngày đào tạo. Xem $y = N(x)$ là một hàm số xác định trên $[0; +\infty)$, khi số ngày đào tạo tăng lên, hãy tính số bộ phận một nhân viên lắp ráp tối đa không vượt quá bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 30

Một cơ sở sản xuất tính toán rằng số sản phẩm trung bình mà một nhân viên làm được mỗi ngày là $f(x) = \dfrac{100x}{x+10}$ với x là số ngày kinh nghiệm làm việc $(x \geq 0)$. Xem $y = f(x)$ là một hàm số xác định trên $[0; +\infty)$. Khi số ngày kinh nghiệm làm việc tăng lên thì số sản phẩm trung bình tối đa mà một nhân viên có thể làm được trong một ngày là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

HẾT

§5. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Câu 1

Khi loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $C(x) = \dfrac{30x}{x^2+2}$.

(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning)

a) Thời điểm 1 phút sau khi tiêm, nồng độ thuốc trong máu là 10(mg/l).

b) Đạo hàm của hàm số $C(x)$ là $C'(x) = \dfrac{-30x^2+60}{\left(x^2+2\right)^2}$.

c) Trong khoảng thời gian từ 1 phút sau khi tiêm trở đi, nồng độ thuốc trong máu giảm dần.

d) Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm 2 phút sau khi tiêm.

Lời giải.

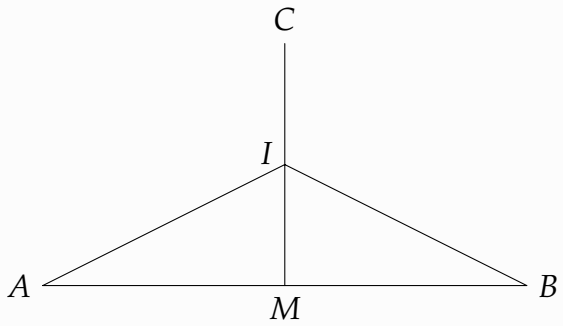
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Hai nhà máy được đặt tại các vị trí A và B cách nhau 8 km. Nhà máy xử lí nước thải được đặt ở vị trí C trên đường trung trực của đoạn thẳng AB, cách trung điểm M của đoạn thẳng AB một khoảng là 3 km. Người ta muốn làm đường ống dẫn nước thải từ hai nhà máy A, B đến nhà máy xử lí nước thải C gồm các đoạn thẳng AI, BI và IC, với I là vị trí nằm giữa M và C. Đặt $IM = x$ km (với $0 < x < 3$).



a) $IA = IB = \sqrt{x^2+9}$ (km).

b) Tổng độ dài đường ống được biểu diễn qua hàm số $f(x) = 2\sqrt{x^2+9} + 3 - x$ (km).

c) Tổng độ dài đường ống nhỏ nhất bằng 9,9 (km) (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

d) Khi tổng độ dài đường ống nhỏ nhất thì góc $\widehat{AIB} = 120^\circ$.

Lời giải.

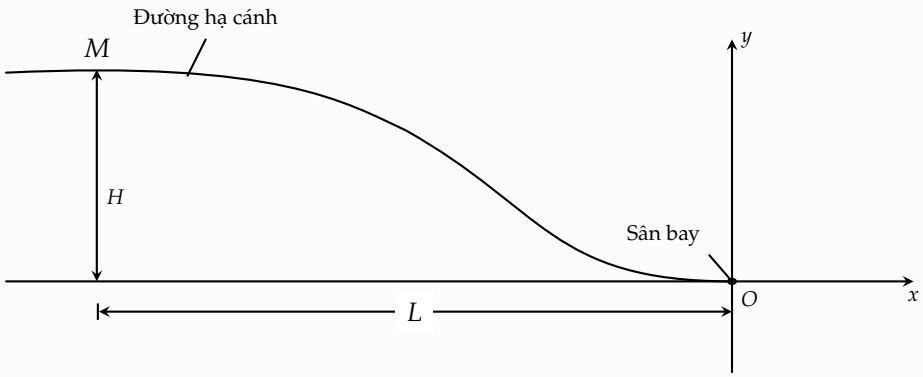
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Một máy bay đang bay ở độ cao H khi bắt đầu hạ cánh xuống một đường băng cách mặt đất một khoảng L theo phương ngang, như hình vẽ. Giả sử đường băng hạ cánh của máy bay là đồ thị của một hàm đa thức bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, trong đó $M(-L; H)$ và $O(0; 0)$ là 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số.



a) $y' = x^2 + Lx$.

b) $y = H\left[4\left(\dfrac{x}{L}\right)^3 + 6\left(\dfrac{x}{L}\right)^2\right]$.

c) Tại vị trí $x = -\dfrac{L}{3}$, máy bay có độ cao là $\dfrac{7H}{27}$.

d) Một đường thẳng tiếp xúc với đường băng tại vị trí $x = -\dfrac{L}{3}$ có hệ số góc bằng $-\dfrac{4H}{3}$.

Lời giải.

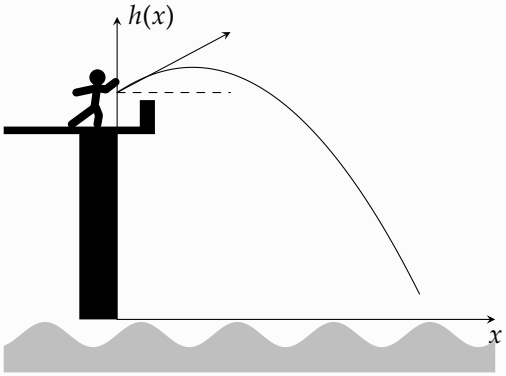
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4

Một hòn đá được ném từ một cây cầu với quỹ đạo ban đầu là 25° so với phương nằm ngang. Vào thời điểm nó di chuyển được x (m) theo phương ngang, chiều cao của hòn đá so với mặt nước dưới cầu được cho bởi $h(x) = ax^2 + bx + c$ (mét) với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Hòn đá được ném từ độ cao 3 mét so với mặt nước và đạt độ cao cực đại khi $x = 5$



a) Giá trị $c = 3$.

b) Đạo hàm của $h(x)$ là $h'(x) = 2ax + b$.

c) Độ cao lớn nhất của hòn đá so với mặt nước là 4,16 mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Hòn đá rơi xuống nước tại vị trí $x = 4{,}45$ mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .

Câu 5

Anh B chế tạo một bể cá có dạng khối hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích 0,096 m^3, chiều cao $h = 0{,}6$ m, chiều rộng x, chiều dài y, với $x > 0, y > 0$. Anh B dùng loại kính để làm các mặt bên có giá 70 000 đồng/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá 100 000 đồng/m^2. Mọi chi phí khác xem như không đáng kể. Khi đó

a) Hàm số biểu thị y theo x là $y = \dfrac{0{,}16}{x}$.

b) Chi phí mua kính để làm đáy bể là 11 200 đồng.

c) Biểu thức tính chi phí làm các mặt xung quanh là $C_{\text{xq}} = 84\,000 \cdot \left(x + \dfrac{0{,}16}{x}\right)$.

d) Chi phí làm bể cá thấp nhất là 100 000 đồng.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6

Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 9t^2 + 21t + 9$ trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) $v(t) = -3t^2 + 18t + 2$.

b) Vận tốc của chất điểm tại giây thứ 2 là 45 m/s.

c) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm gia tốc triệt tiêu là 45 m/s.

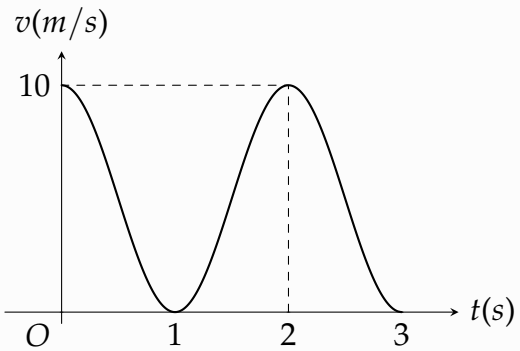
d) Vận tốc chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = 3$ s.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7

Một chất điểm chuyển động trong 3 giây với vận tốc $v(t) = a\cos(\pi t) + b$ (mét/giây) (trong đó, $t(s)$ là biến thời gian; a, b là các hằng số) có đồ thị là một đường hình sin như hình sau:



a) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 2$ giây là 10 m/s.

b) Giá trị của a là 5.

c) Giá trị của b là 10.

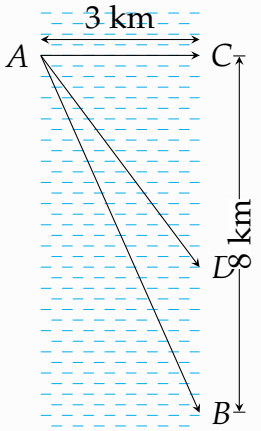
d) Tổng quãng đường vật đi được sau 3 giây là 27,93 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 8

Một người chèo thuyền từ điểm A trên bờ một con sông thẳng, rộng 3 km và muốn đến điểm B, cách bờ đối diện 8 km về phía hạ lưu, càng nhanh càng tốt(Hình bên dưới). Người ấy có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến B, hoặc anh ta có thể chèo thẳng đến B, hoặc có thể chèo thuyền đến điểm D nào đó giữa C và B rồi chạy bộ đến B. Biết rằng tốc độ chèo thuyền của người này là 6 km/h và tốc độ chạy bộ là 8 km/h. Biết tốc độ dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi x (km) là độ dài quãng đường CD. Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau



a) $8-x$ (km) là độ dài quãng đường BD.

b) Thời gian chèo thuyền trên quãng đường AD là $\dfrac{\sqrt{x^2+9}}{3}$ (giờ).

c) Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $\dfrac{\sqrt{x^2+9}}{3}+\dfrac{8-x}{8}$.

d) 1 giờ 30 phút là khoảng thời gian ngắn nhất người này có thể đi từ A đến B.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9

Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t)=t^3-3t^2+8t+1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Các phát biểu sau đúng hay sai

a) Vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là 5 m/s.

b) Tại thời điểm mà chất điểm di chuyển được 13 m, vận tốc khi đó bằng 8 m/s.

c) Gia tốc tại thời điểm chất điểm đạt vận tốc nhỏ nhất bằng $2\,\text{m/s}^2$.

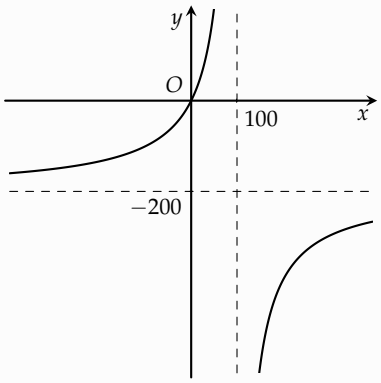
d) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=3$ s bằng 8 m/s.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10

Để loại bỏ x% chất gây ô nhiễm không khí từ khí thải của một nhà máy, người ta ước tính chi phí (triệu đồng) cần bỏ ra được mô hình hóa bởi hàm số có dạng $C(x) = \dfrac{ax+b}{-x+d}$, $0 \le x < 100$ (như hình vẽ). Chi phí chênh lệch (theo đơn vị tỉ đồng) phải bỏ ra để loại bỏ 99% và 90% chất ô nhiễm từ khí thải của nhà máy bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 11

Kính viễn vọng Hubble được tàu không gian Discovery đưa vào sử dụng ngày 24/4/1990. Mô hình vận tốc của tàu trong sứ mệnh này, từ lúc rời bệ phóng ($t = 0$ giây) cho đến khi được tên lửa đẩy nhanh khỏi bệ tại thời điểm $t = 126$ giây, được xác định bởi công thức $v(t) = 0{,}001302t^3 - 0{,}09029t^2 + 23{,}61t - 3{,}083$ (feet/giây) (Nguồn: James Stewart, J. (2015). *Calculus. Cengage Learning 8th edition*, p.282). Gia tốc lớn nhất của tàu trong khoảng thời gian này bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 12

Doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \dfrac{24\,000}{1+6\mathrm{e}^{-t}}$, $t \ge 0$ trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng lớn nhất đạt được khi $t = \ln a$. Tìm a.

KQ: .....

Lời giải.

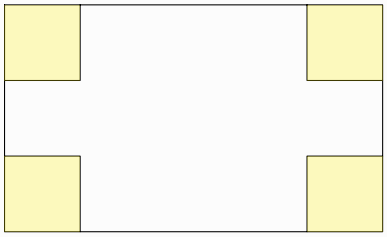
.....

.....

.....

Câu 13

Một tấm bìa hình chữ nhật có chu vi cố định với các cạnh có chiều dài tỷ lệ 8 : 15 được chuyển thành một hộp chữ nhật không nắp bằng cách gấp lại sau khi cắt các hình vuông bằng nhau ở cả bốn góc (hình vẽ). Nếu tổng diện tích của các hình vuông bị loại bỏ là 100 thì chiếc hộp thu được có thể tích lớn nhất. Chu vi tấm bìa hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

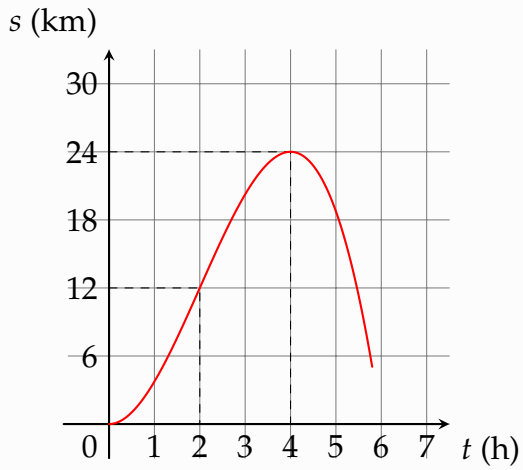
.....

.....

.....

Câu 14

Một học sinh tham dự giải "Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo" năm 2024. Quãng đường học sinh đó đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ có đồ thị như hình trên. Khi đó, vận tốc tối đa của học sinh đó đạt được trong quá trình đi bộ là bao nhiêu km/h?



KQ: .....

Lời giải.

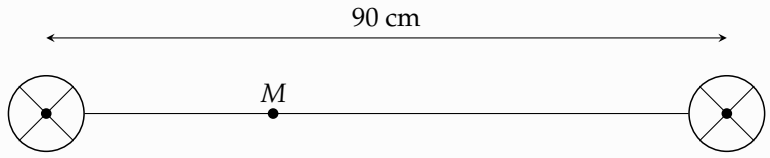
.....

.....

.....

Câu 15

Giả sử cường độ ánh sáng của một nguồn điểm tỉ lệ thuận với cường độ của nguồn sáng đó và tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách từ điểm đó đến nguồn sáng. Hai nguồn điểm có cường độ lần lượt là S và $8S$, cách nhau 90 cm. Xét một điểm M nằm trên đoạn thẳng nối hai nguồn, cường độ ánh sáng tại điểm đó nhỏ nhất thì điểm đó cách nguồn có cường độ S bằng bao nhiêu centimet? (cho biết cường độ sáng tại điểm M bằng tổng cường độ sáng mỗi nguồn tại điểm đó).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 16

Giả sử chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được cho bởi công thức $C(x) = 0{,}0\,001x^2 - 0{,}2x + 10\,000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng (1 vạn đồng $= 10\,000$ đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x) = \dfrac{T(x)}{x}$ được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn và tổng chi phí $T(x)$ (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu vạn đồng, biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30 000 cuốn?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 17

Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = t^3 - 3t^2 - 9t + 2$. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 18

Trong phòng thí nghiệm người ta xác định được số lượng vi khuẩn được nuôi cấy tính theo công thức $N(t) = 1\,000 + \dfrac{100t}{100 + t^2}$ (con vi khuẩn). Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi nuôi cấy.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 19

Một tàu đổ bộ đang ở độ cao 677,6 km so với bề mặt của Mặt Trăng, bắt đầu tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm. Khoảng cách từ con tàu đến bề mặt của Mặt Trăng từ thời điểm bắt đầu tiếp cận Mặt Trăng được tính gần đúng bởi hàm số:

$$h(t) = 0{,}01t^3 - 1{,}16t^2 + 34{,}52t + 677{,}6;$$

trong đó, t tính bằng giây và khoảng cách $h(t)$ tính bằng đơn vị kilômét.
Trong khoảng thời gian 50 giây đầu ($0 \leq t \leq 50$), hỏi khoảng cách lớn nhất từ con tàu đến bề mặt của Mặt Trăng là bao nhiêu km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

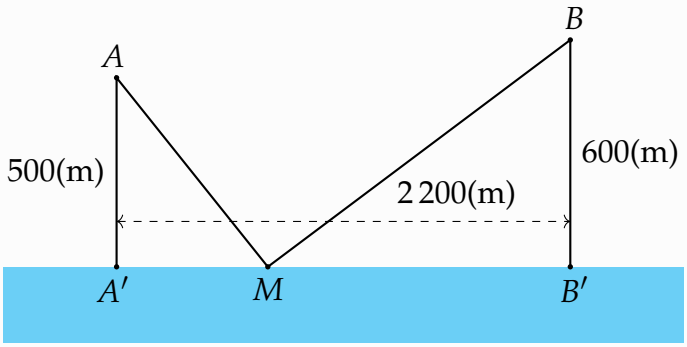
.....

.....

.....

Câu 20

Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông Lam, khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m và người ta đo được $A'B' = 2\,200$ m (Hình vẽ). Các kĩ sư muốn xây một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông Lam cho dân hai xã. Để tiết kiệm chi phí, các kĩ sư cần phải chọn vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 21

Một nhà sản xuất ấm điện thực hiện một nghiên cứu kiểm soát chi phí và phát hiện ra rằng để sản xuất x ấm đun nước mỗi ngày, chi phí cho mỗi ấm $C(x)$ được xác định bởi công thức $C(x) = 4\ln x + \left(\dfrac{30-x}{10}\right)^2$ (trăm đô la) với công suất sản xuất tối thiểu 10 ấm / ngày. Cần sản xuất bao nhiêu ấm đun nước để giữ giá thành mỗi ấm ở mức tối thiểu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 22

Dân số của một quốc gia sau t năm kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức $N(t) = 100e^{0,012t}$ ($N(t)$ được tính bằng triệu người), $0 \leq t \leq 50$. Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng trưởng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm nào tốc độ tăng trưởng dân số của quốc gia đó là 1,5 triệu người/năm?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 23

Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH (potassium hydroxide) với nồng độ 50 mg/ml. Một cốc khác cũng chứa dung dịch KOH với nồng độ 6 mg/ml. Trộn dung dịch hai cốc lại với nhau. Nồng độ thấp nhất của KOH sau khi trộn là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 24

Một nhà sản xuất trung bình bán được 1 000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần. Công ty nên giảm giá bao nhiêu cho người mua để doanh thu là lớn nhất (đơn vị là triệu đồng)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

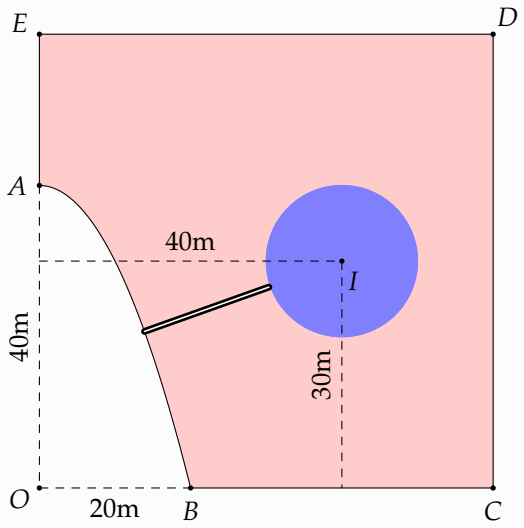
.....

Câu 25

Một cái ao hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính 10 (m). Người ta muốn bắc một câu cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu ℓ của cây cầu biết

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 (m) và 20 (m);
- Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt 40 (m) và 30 (m).

KQ: .....



Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 26

Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8 000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động

sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 27

Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thoả thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

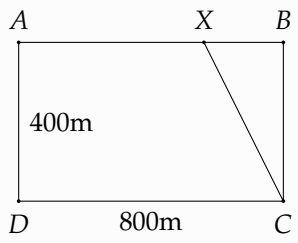
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 28

Một vận động viên thể thao hai môn phối hợp luyện tập với một bể bơi hình chữ nhật rộng 400 m, dài 800 m.Vận động viên chạy phối hợp với bơi như sau: Xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm X và bơi từ điểm X đến điểm C (hình bên). Hỏi nên chọn điểm X cách A gần bằng bao nhiêu mét để vận động viên đến C nhanh nhất (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng vận tốc chạy là 30 km/h, vận tốc bơi là 6 km/h.



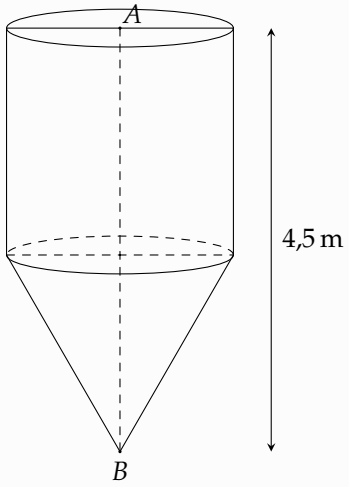
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 29

Một bồn chứa dầu tinh luyện có hình dạng như hình vẽ bên, gồm một hình trụ và một hình nón. Biết chiều cao của bồn là $AB = 4{,}5\,\text{m}$, phần hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều và thể tích phần khối trụ bằng 6 lần thể tích phần khối nón. Tính thể tích của bồn chứa dầu tinh luyện đó, làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị m^3.



KQ: .....

Lời giải.

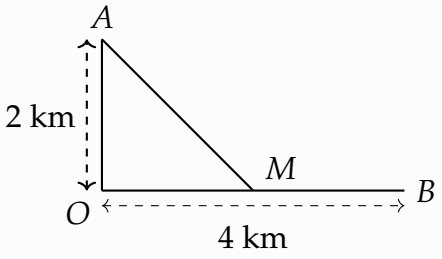
.....

.....

.....

Câu 30

Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2 km. Anh Ba định chèo thuyền từ điểm A đến điểm M trên bờ và chạy bộ tiếp từ M đến B ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4 km (hình vẽ). Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc 6 km/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10 km/h. Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là bao nhiêu phút?



KQ: .....

Lời giải.

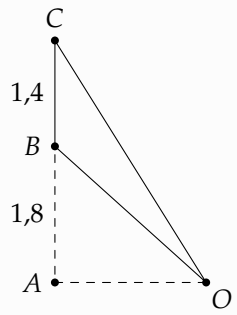
.....

.....

.....

Câu 31

Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4 m được đặt ở độ cao 1,8 m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn hình như hình vẽ).



Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng cách màn ảnh sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó (lấy đơn vị mét).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 32

Cho biết điện lượng truyền trong dây dẫn theo thời gian biểu thị bởi hàm số $Q(t) = 2t^2 + t$, trong đó t được tính bằng giây (s) và Q được tính theo Culong (C). Tính cường độ dòng điện tại thời điểm $t = 4$s.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 33

Trong 5 giây đầu tiên, một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = -t^3 + 6t^2 + t + 5$ trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất bằng bao nhiêu trong 5 giây đầu tiên đó?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 34

Một tên lửa bay vào không trung với quãng đường đi được là $s(t)$ (km) là hàm phụ thuộc theo biến t (giây) tuân theo biểu thức sau: $s(t) = \mathrm{e}^{t^2+3} + 2t\mathrm{e}^{3t+1}$(km). Vận tốc của tên lửa sau 1 giây

là $m.e^n$(km/s). Tính $T = m + n$ (Biết hàm biểu thị vận tốc là đạo hàm cấp một của hàm biểu thị quãng đường theo thời gian)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 35

Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao 2m với vận tốc ban đầu là $24,5$(m/s). Trong Vật lý, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h(mét) của vật sau t(giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Hỏi sau bao nhiêu giây thì vật đạt độ cao lớn nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 36

Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A thường kéo dài trong 60 ngày. Người ta nhận thấy lượng gạo xuất khẩu tính theo ngày thứ t được xác định bởi công thức: $S(t) = \frac{2}{5}t^3 - 63t^2 + 3\,240t - 3\,100$ (tấn) $(1 \leq t \leq 60)$. Hỏi trong 60 ngày đó, ngày thứ mấy có lượng gạo xuất khẩu cao nhất?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 37

Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 24,5 m/s là $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Vận tốc của vật lúc chạm đất là bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng đơn vị)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 38

Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thoả thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

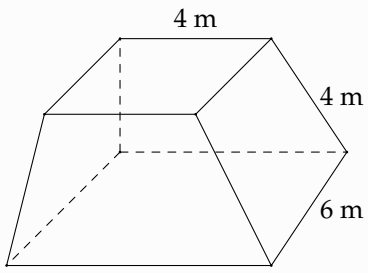
.....

.....

.....

Câu 39

Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1 500 000 đồng/m^3. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)?



KQ: .....

Lời giải.

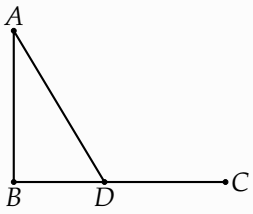
.....

.....

.....

Câu 40

Một đoàn cứu trợ lũ lụt đang ở vị trí A của một tỉnh miền trung muốn đến xã C để tiếp tế lương thực và thuốc men. Để đi đến C, đoàn cứu trợ phải chèo thuyền từ A đến vị trí D với vận tốc 4 (km/h), rồi đi bộ đến vị trí C với vận tốc 6 (km/h). Biết A cách B một khoảng 5 km, B cách C một khoảng 7 km (hình vẽ). Gọi D_0 là vị trí để đoàn cứu trợ đi đến xã C nhanh nhất. Tính $S = 100\sqrt{5}AD_0$?



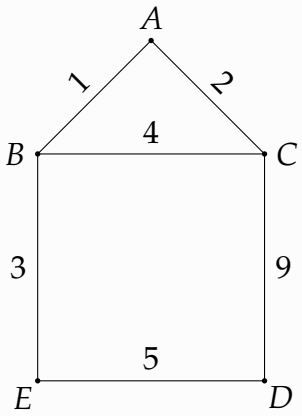
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 41

Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện phải đi qua một số con đường để phát thư rồi quay lại điểm xuất phát. Biết rằng các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Với đồ thị có trọng số như sau minh họa các con đường cần đi qua.



Hỏi người đó phải đi như thế nào để đường đi ngắn nhất, biết rằng bưu điện nằm ở điểm C.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 42

Mỗi tuần, một cửa hàng bán điện thoại di động trung bình bán được 1 000 điện thoại A với giá 14 triệu đồng một cái. Biết rằng, nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng/ 1 cái, số lượng điện thoại A bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 cái mỗi tuần. Biết rằng nếu bán x cái điện thoại A thì giá mỗi cái là $p(x)$ (triệu đồng) và hàm chi phí hàng tuần $C(x) = 12\,000 - 3x$ (triệu đồng). Để lợi nhuận là lớn nhất, cửa hàng nên bán mỗi cái điện thoại A với giá bao nhiêu (triệu đồng)?

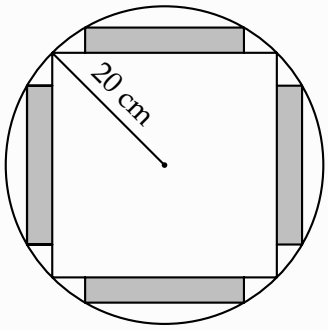
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 43

Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 20 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xác định diện tích mặt cắt ngang tối đa của mỗi tấm ván (theo đơn vị cm^2 và làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 44

Trong hệ trục tọa độ (Oxy), cho đồ thị hàm số $(C)\colon y = \dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ mô tả chuyển động của hai tàu đánh cá A và B (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng km). Biết quỹ đạo chuyển động của hai tàu luôn thuộc về hai nhánh khác nhau của đồ thị (C). Tính khoảng cách ngắn nhất (đơn vị km) giữa hai tàu đánh cá A và B (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 45

Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (\$) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4\,200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3\,200$ (\$). Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

HẾT

Chương

2

VECTƠ VÀ HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

§1. VÉC-TƠ TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1

Theo định luật II Newton (Vật lý 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60): Gia tốc của một vật có cùng hướng tác động với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$, trong đó $\vec{F}$ là véc-tơ lực (đơn vị N) tác dụng lên vật, $\vec{a}$ là gia tốc (đơn vị m/s^2), m là khối lượng (đơn vị Kg) của vật.

a) Độ lớn của lực càng lớn thì độ lớn của gia tốc càng nhỏ.

b) Khối lượng của vật càng lớn thì độ lớn của gia tốc càng nhỏ.

c) Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng là $0,5$ Kg một gia tốc $50\ \text{m/s}^2$ thì cần một lực có độ lớn bằng 25 N.

d) Muốn truyền cho một vật có khối lượng là 2 Kg một gia tốc $40\ \text{m/s}^2$ thì cần một lực có độ lớn bằng 100 N.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên quả bóng có khối lượng 450 gam. được tính bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), $\vec{g}$ là véc-tơ gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9,8\ \text{m/s}^2$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

a) Độ lớn trọng lực không đổi khi khối lượng của quả bóng tăng.

b) Trọng lực $\vec{P}$ có hướng đi xuống (hướng vào tâm Trái Đất).

c) Độ lớn trọng lực là $\left|\vec{P}\right| = m \cdot |\vec{g}| = 0,45 \cdot 9,8 = 4,41$ (N).

d) Khi quả bóng nằm yên trên sàn nhà, lực hướng từ dưới lên là lực đẩy của sàn nhà cân bằng với trọng lực.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α), chịu tác động của ba lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$. Các lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ có giá nằm trong (α) và $\left(\vec{F_1}, \vec{F_2}\right) = 135^\circ$, còn lực $\vec{F_3}$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N, các khẳng định sau đây là đúng hay sai?

a) Hợp lực của hai lực $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ cùng phương với $\vec{F_3}$.

b) Hợp lực của $\vec{F_2}$ và $\vec{F_3}$ tạo với $\vec{F_2}$ góc 45°.

c) Hợp lực của $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ có độ lớn gần bằng 14,17 N (làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai).

d) Cường độ lực tổng hợp tác dụng lên vật lớn hơn 18 N.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 4

Một tàu thăm dò đang khảo sát các vệ tinh trong không gian. Trên radar gắn một hệ tọa độ $Oxyz$ cho thấy bốn vệ tinh ở điểm lần lượt là $A(0;4;5)$, $B(0;5;4)$, $C(1;3;3)$, $D(1;-1;3)$. Tàu thăm dò đang có vị trí $M(a;b;c)$ trong không gian, biết khoảng cách từ các vệ tinh đến tàu lần lượt là $AM = 5$, $BM = 5$, $CM = 3$, $DM = 3$.

a) Điểm M thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

b) Phương trình mặt cầu tâm C bán kính MC có phương trình là $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 3$.

c) Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán có $b = c$.

d) Gọi đoạn thẳng OM nối gốc tọa độ với vị trí tàu là đường chéo của một hình lập phương, khi đó hình lập phương có diện tích toàn phần là 4.

Lời giải.

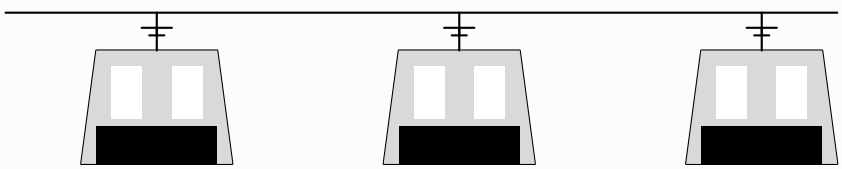
.....

.....

.....

Câu 5

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-20;12;0)$, chuyển động thẳng đều theo đường cáp và cùng chiều với véc-tơ $\vec{u} = (2;-2;1)$ với tốc độ là 6 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét); giả sử sau t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M.



a) Độ dài đoạn AM là $AM = 6t$ (m).

b) Véc-tơ $\overrightarrow{AM} = (2t;-2t;t)$.

c) Tọa độ điểm M sau t giây là $M(-20+2t;12-2t;t)$.

d) Một người đứng tại điểm O quan sát cabin chạy trên cáp treo, sau thời gian 3,56 giây (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) thì khoảng cách giữa người quan sát và cabin là gần nhất.

Lời giải.

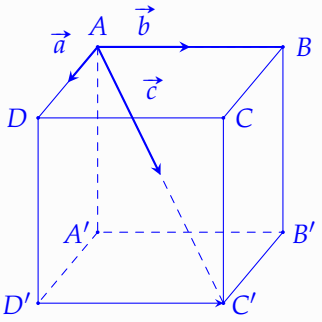
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6

Một chất điểm ở vị trí A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ bên. Độ lớn của lực $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là 10 N, 10 N và $10\sqrt{3}$ N.



a) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$.

b) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=20$ (N).

c) $|\vec{a}+\vec{c}|=\left|\vec{b}+\vec{c}\right|$.

d) $\left|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right|=30$ (N).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

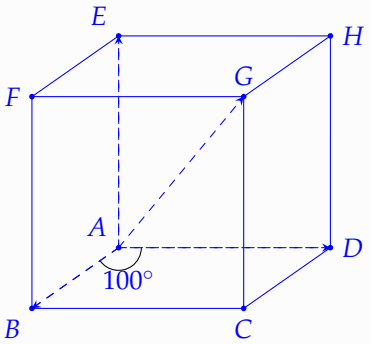
. . . . . .

Câu 7

Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn là 4 N.

Giả sử hai véc-tơ hợp với nhau một góc 100° là $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$, véc-tơ thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho là $\overrightarrow{AE}$. Dựng hình hộp $ABCD.EFGH$ (như hình vẽ). Khi đó, tổng hợp lực là

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AG}.$$



a) $\widehat{ABC}=80^\circ$.

b) $AC^2=AB^2+BC^2+2\cdot AB\cdot BC\cdot\cos\widehat{ABC}$.

c) $AC\approx 28{,}9$(Kết quả được làm tròn đến hàng mười).

d) Độ lớn hợp lực của ba lực trên là 29,2 N (Kết quả được làm tròn đến hàng mười).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8

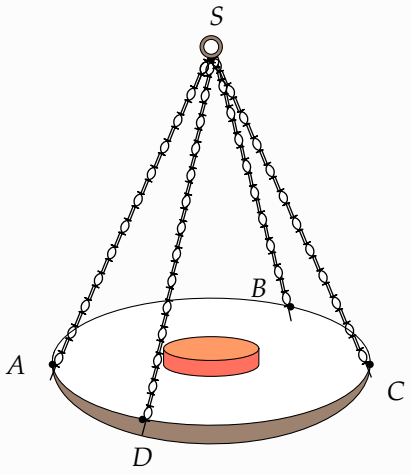
Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau và $\widehat{ASC} = 60^\circ$. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau

a) Hợp lực của 4 sợi xích là $\vec{F} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.

b) Độ lớn trọng lực tác động lên chùm đèn là 50 N.

c) Độ lớn hợp lực của các sợi xích tác dụng lên chiếc đèn đó là 50 N.

d) Góc giữa mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng.



Lời giải.

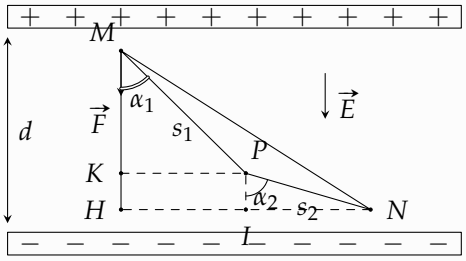
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9

Một lực tĩnh điện $\vec{F}$ tác động lên điện tích điểm M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MPN. Biết $q = 2 \cdot 10^{-12}$ C, véc-tơ điện trường có độ lớn $E = 1{,}8 \cdot 10^5$ N/C và $d = MH = 5$ mm. Cho biết công thức tính lực tĩnh điện là $\vec{F} = q\vec{E}$ và công của lực điện $\vec{F}$ là $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$.



Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Nếu điện tích dịch chuyển từ M tới N, sau đó quay lại M thì công của lực điện bằng không.

b) Công của lực điện dịch chuyển điện tích từ N tới P là công phát động (công có giá trị dương).

c) Lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích có độ lớn bằng $3{,}6 \cdot 10^{-7}$ N.

d) Công của lực điện dịch chuyển điện tích theo đường gấp khúc MPN có giá trị bằng $a \cdot 10^{-b}$, trong đó a, b là số tự nhiên có hai chữ số, khi đó phương trình $x^2 + ax + b = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10

Cho biết công A (đơn vị J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác động lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là véc-tơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $\left|\vec{d}\right|$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$.
Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Các khẳng định sau là đúng hay sai?

a) Véc-tơ $\vec{d}$ có giá song song với đường xe chạy.

b) Véc-tơ trọng lực của xe $\vec{P}$ có giá vuông góc với mặt đường nghiêng.

c) Khi xe xuống hết dốc và chạy trên đường thẳng thì công sinh ra bởi trọng lực của xe có giá trị dương.

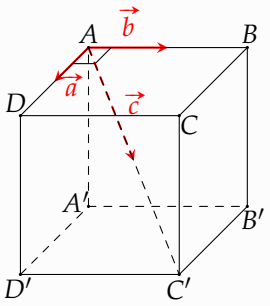
d) Công sinh ra bởi trọng lực của xe khi đi một đoạn dốc dài 30 m là $A \approx 38\,436$ J (làm tròn tới hàng đơn vị).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 11

Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác dụng của ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$. Cường độ của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N. Các khẳng định sau là đúng hay sai?



a) Nếu vật không chịu tác dụng của lực $\vec{c}$ thì chất điểm sẽ chuyển động theo hướng $\overrightarrow{AC}$.

b) Hướng của véc-tơ tổng hợp ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ sẽ cùng hướng với $\overrightarrow{AM}$, với M là trung điểm BB'.

c) Cường độ hợp lực tại điểm A gần bằng 32,6 N (làm tròn tới chữ số thập phân thứ nhất).

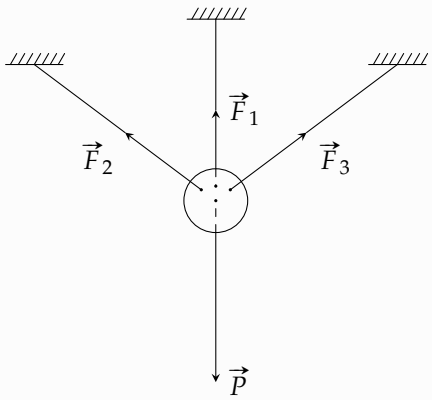
d) Nếu vật chịu thêm tác động của lực $\vec{d}$ có hướng trùng với $\overrightarrow{A'A}$ và cường độ bằng $10\sqrt{2}$ N thì vật sẽ đứng yên.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 12

Một vật được treo cân bằng bởi ba sợi dây có trọng lượng không đáng kể, một đầu được cố định như hình vẽ.
Gọi lực căng của ba sợi dây lần lượt là $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ và $\vec{F}_3$, trọng lực tác động lên vật là $\vec{P}$. Biết $\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = \left|\vec{F}_3\right| = 5\sqrt{3}$ N và góc hợp thành giữa các sợi dây đều là 90°.
Các mệnh đề sau là đúng hay sai?



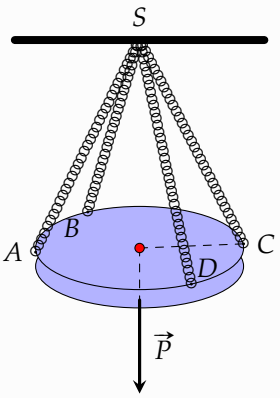
a) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}_3$.
b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{P} = \vec{0}$.
c) $\left|\vec{P}\right| = \left|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\right|$.
d) $\left|\vec{P}\right| = 5\sqrt{3}$ (N).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 13

Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng 9 kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 45^\circ$ (tham khảo hình vẽ bên). Trọng lực $\vec{P}$ tác động lên đèn chùm xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là véctơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2.



a) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng 88 N.
b) Các véctơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DC}$ không bằng nhau.
c) Lực tổng hợp của các lực căng dây cho mỗi xợi xích có độ lớn là 90 N.
d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng 24,4 N (kết quả làm tròn ở hàng phần mười).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 14

Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu. Khi gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Cường độ âm chuẩn tại điểm $I(3;4;5)$ là tâm của nguồn phát âm với bán kính 10 m. Để kiểm tra một điểm ở vị trí $M(7;10;17)$ có nhận được cường độ âm phát ra tại I hay không người ta sẽ tính khoảng cách giữa hai vị trí I và M. Hỏi khoảng cách giữa hai vị trí I và M là bao nhiêu mét?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120°. Biết rằng $|\vec{a}| = 4$; $|\vec{b}| = 3$, tính giá trị của biểu thức $A = |\vec{a} - \vec{b}| + |\vec{a} + \vec{b}|$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

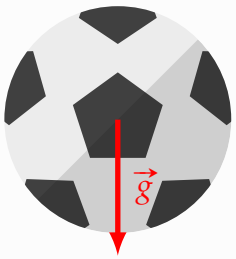
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 16

Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật được tính bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$. Xác định độ lớn của trọng lực (đơn vị: N) tác dụng lên quả bóng có khối lượng 450 gam.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

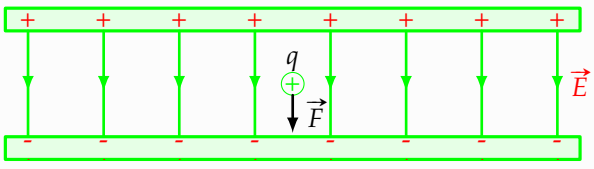
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 17

Trong điện trường đều, lực tĩnh điện $\vec{F}$ (đơn vị: N) tác dụng lên điện tích điểm có điện tích q (đơn vị: C) được tính theo công thức $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, trong đó $\vec{E}$ là cường độ điện trường (đơn vị: N/C). Độ lớn của lực tĩnh điện tác dụng lên điện tích điểm khi $q = 10^{-9}$C và độ lớn điện trường $E = 2 \cdot 10^5$ N/C có dạng $a \cdot 10^{-4}$N. Khi đó giá trị của a là



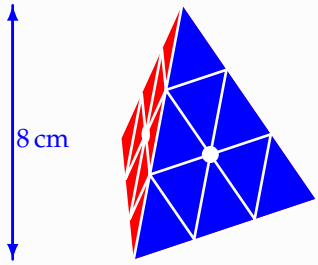
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 18

Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thoả mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của tam giác BCD. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 19

Theo định luật II Newton (Vật lý 10 - Chân trời sáng tạo, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, 2023, trang 60): Gia tốc của một vật có cùng hướng tác động với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F} = m\vec{a}$, trong đó $\vec{F}$ là véc-tơ lực (đơn vị N) tác dụng lên vật, $\vec{a}$ là véc-tơ gia tốc (đơn vị $\mathrm{m/s^2}$), m là khối lượng (đơn vị Kg) của vật.
Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng là $0,5$ kg một gia tốc 50 $\mathrm{m/s^2}$ thì cần một lực có độ lớn bằng bao nhiêu? (đơn vị là N)

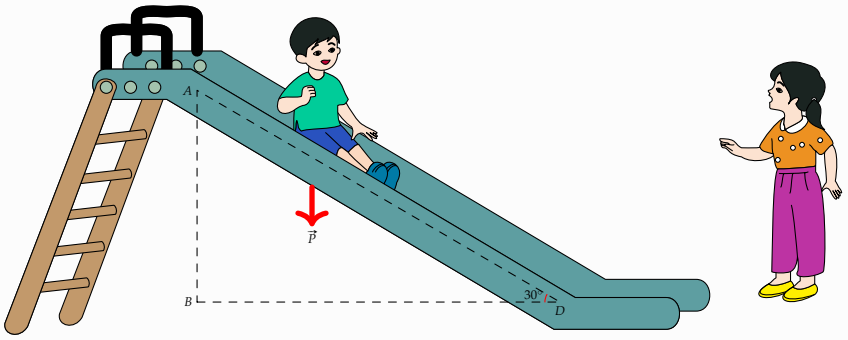
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 20

Một em nhỏ cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu trượt dài 3,5 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° (Hình 26).



Biết trọng lực tác dụng lên em nhỏ là $\vec{P} = m\vec{g}$ với véctơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9{,}8\text{m/s}^2$. Cho biết công $A(J)$ sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 21

Trọng lực $\vec{P}$ là lực hấp dẫn do Trái Đất tác dụng lên một vật được tính bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị: kg), $\vec{g}$ là vectơ gia tốc rơi tự do, có hướng đi xuống và có độ lớn $g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$. Độ lớn của trọng lực (đơn vị: N) tác dụng lên quả bóng có khối lượng 450 gam là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

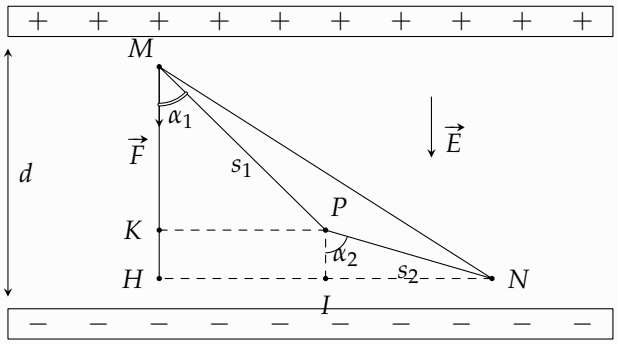
.....

.....

Câu 22

Một lực tĩnh điện $\vec{F}$ tác động lên điện tích điểm M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MPN. Biết $q = 2 \cdot 10^{-12}$ C, véc-tơ điện trường có độ lớn $E = 1{,}8 \cdot 10^5$ N/C và $d = MH = 5$ mm. Biết công A sinh bởi lực tĩnh điện $\vec{F}$ được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d} = q\vec{E} \cdot \vec{d}$, khi đó công A của lực điện có độ lớn bằng $a \cdot 10^{-10}$ J với $a \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của a.

KQ: .....



Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 23

Cho biết công A (đơn vị J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác động lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là véc-tơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $\left|\vec{d}\right|$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$.
Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, với m (đơn vị kg) là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9{,}8$ m/s^2. Công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 30 m có dạng $a \cdot 10^4$ (a được làm tròn tới chữ số thập phân thứ hai). Tìm a.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 24

Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α), chịu tác động của ba lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$. Các lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ có giá nằm trong (α) và $\left(\vec{F_1}, \vec{F_2}\right) = 135°$, còn lực $\vec{F_3}$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định độ lớn của hợp lực của các lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 25

Người ta treo một vật trang trí O có khối lượng $m = 2$ kg trên trần nhà bằng các sợi dây nhẹ, không co giãn tại các điểm A, B và C. Để bảo đảm lực phân phối đều trên các dây và tính thẩm mĩ, người ta chọn độ dài các dây sao cho $OABC$ là tứ diện đều. Gọi $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$ và $\vec{T}_3$ lần lượt là các lực căng dây của ba dây treo tại A, B và C. Lấy giá trị gần đúng của gia tốc trọng trường g là 10 m/s^2. Tính cường độ của lực căng trên mỗi dây (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

KQ: .....

Lời giải.

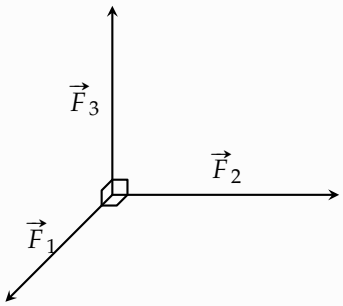
.....

.....

.....

Câu 26

Ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là 2 N; 3 N; 4 N. Hợp lực của ba lực đã cho có độ lớn bao nhiêu Niu-tơn (*kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân*)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 27

Một em bé cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu thang trượt dài 3,2 mét. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là 30° và vectơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ được lấy độ lớn là $g = 9{,}8$ m/s^2. Công $A(J)$ sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công (đơn vị J) sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em bé trượt hết chiều dài cầu trượt.

KQ: .....

Lời giải.

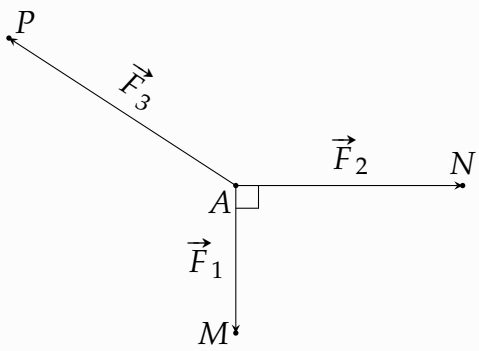
.....

.....

.....

Câu 28

Chất điểm A chịu tác động của ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ như hình vẽ bên và ở trạng thái cân bằng (tức là $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=\vec{0}$). Biết độ lớn của lực $\vec{F}_3$ bằng $10\sqrt{5}$ N và độ lớn của lực $\vec{F}_2$ gấp đôi độ lớn của lực $\vec{F}_1$. Tính $\left|\vec{F}_1\right|+\left|\vec{F}_2\right|$.



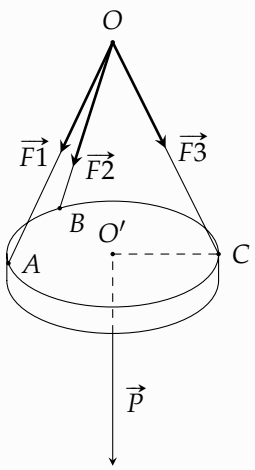
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 29

Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn OA, OB, OC đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng dây tương ứng trên mỗi dây OA, OB, OC lần lượt là $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ thỏa mãn $\left|\vec{F}_1\right|=\left|\vec{F}_2\right|=\left|\vec{F}_3\right|=16$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó. (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



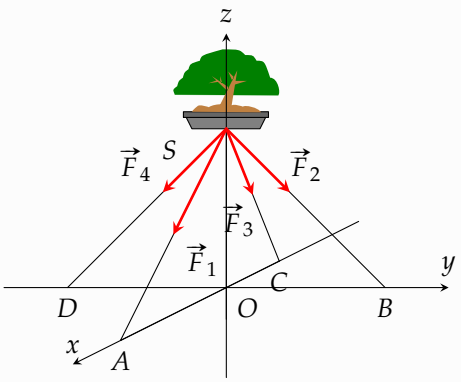
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 30

Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20;0;0)$, $B(0;20;0)$, $C(-20;0;0)$, $D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Độ lớn của lực $\vec{F} = \vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4$ bằng bao nhiêu N (làm tròn đến hàng đơn vị)? (Mỗi 1 cm biểu diễn lực có độ lớn 1N)



KQ: .....

Lời giải.

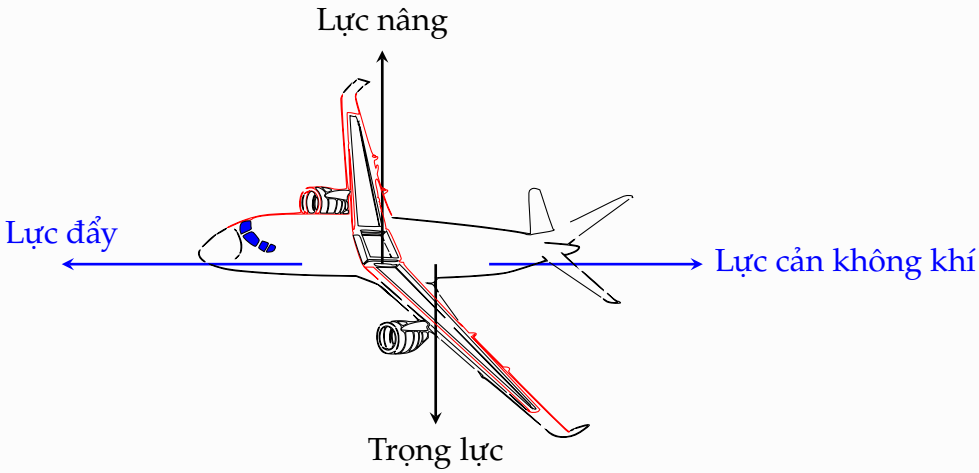
.....

.....

.....

Câu 31

Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính là lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học.



Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900 km/h lên 920 km/h, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900 km/h và 920 km/h lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\vec{F_1}$ và $\vec{F_2}$ với $\vec{F_1} = k\vec{F_2}$ ($k \in \mathbb{R}; k > 0$). Tính giá trị của k (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

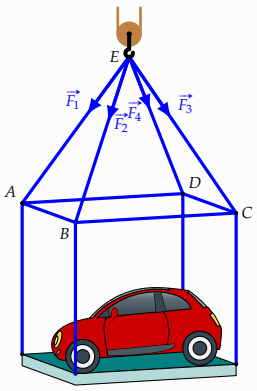
.....

.....

.....

Câu 32

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC và ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° (hình minh họa). Chiếc cần cẩu đang kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ đều có cường độ là 4,7 kN và trọng lượng của khung sắt là 3 kN. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng phần chục)?



KQ: .....

Lời giải.

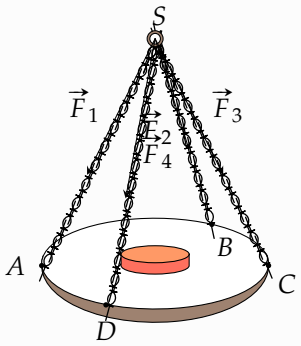
.....

.....

.....

Câu 33

Một vật nặng có trọng lượng là 400 N được đặt trên một khung sắt hình tròn như hình bên. Biết $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt được móc vào điểm S sao cho các đoạn dây cáp SA, SB, SC, SD có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 45°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết trọng lượng của khung sắt là 200 N; cường độ các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ là bằng nhau. Tính cường độ của lực căng $\vec{F}_1$ (làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

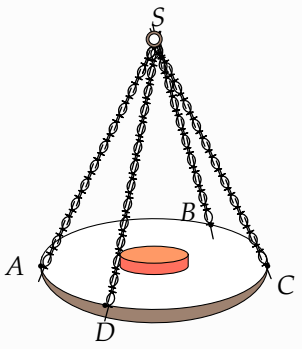
.....

.....

.....

Câu 34

Một chiếc cân đang cân một vật và được giữ cố định bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho đĩa cân song song với mặt phẳng nằm ngang. Các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ lần lượt trên mỗi dây SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích đều bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$ (N). Đĩa cân và vật trên đĩa có tổng khối lượng là $m = 3$ kg. Trọng lượng của vật tính theo công thức $P = mg$ (N); trong đó m là khối lượng của vật (đơn vị kg), $g = 10$ m/s^2, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 35

Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là vectơ biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $\left|\vec{d}\right|$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$. Một chiếc xe có khối lượng 1,5 tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ (tính theo đơn vị KJ) khi xe đi hết đoạn đường dốc dài 30 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9{,}8$ m/s^2.

KQ: .....

Lời giải.

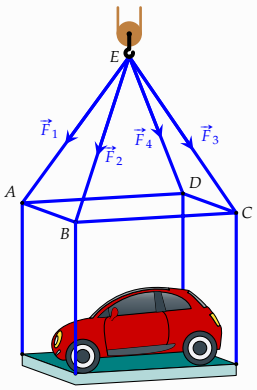
.....

.....

.....

Câu 36

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được đặt vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc α. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.
Biết các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ đều có cường độ là 4 800 N, trọng lượng của cả khung sắt chứa xe ô tô là $7\,200\sqrt{6}$ N. Tính $\sin\alpha$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



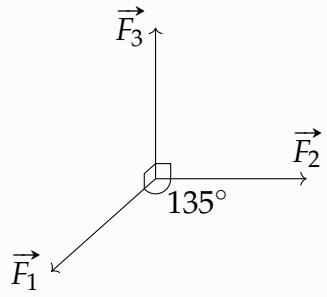
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 37

Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α), chịu tác động bởi ba lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$. Các lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}$ có giá nằm trong (α) và $\left(\vec{F_1}, \vec{F_2}\right) = 135^\circ$, còn lực $\vec{F_3}$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Xác định tổng hợp lực của các lực trên, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 38

Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn là 4 N. Tính độ lớn hợp lực của ba lực trên. (Kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

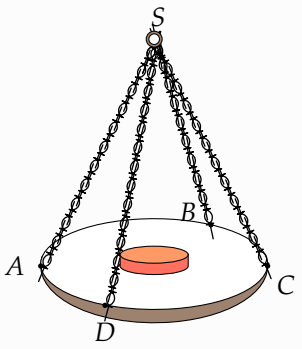
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 39

Một chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 5$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $\widehat{ASC} = 60^\circ$. (Cho biết $\vec{P} = m\vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là véc-tơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2). Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\dfrac{a\sqrt{3}}{b}$ với a, b là các số nguyên dương $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $3a + b^2$ bằng



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 40

Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thoả mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của tam giác BCD. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm (hình bên).

KQ: .....

Lời giải.

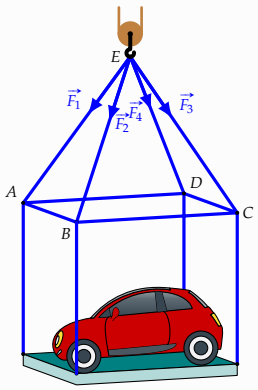
.....

.....

.....

Câu 41

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính độ lớn của các lực căng trên mỗi sợi dây cáp. Cho biết khối lượng xe là 1 900 kg, gia tốc là 10 m/s^2, khung nâng có khối lượng 100 kg, $AB = 8$ m, $BC = 12$ m, $EC = 12$ m. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của Newton.



KQ: .....

Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 42

Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác dụng của ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$. Cường độ của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N. Tính cường độ hợp lực của $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ (làm tròn kết quả tới hàng phần mười).

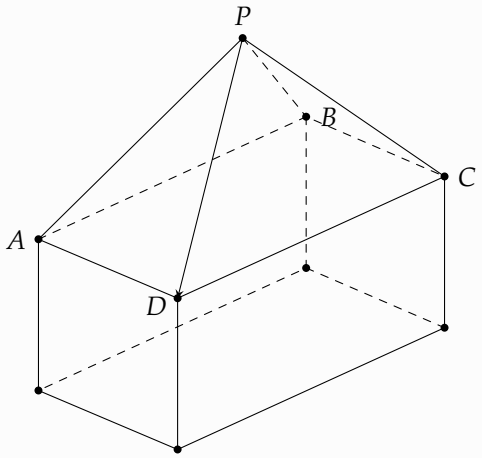
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 43

Một thùng hàng container được móc cẩu bởi 4 sợi dây cáp được móc vào 4 đầu của thùng hàng (như hình vẽ minh họa). Các sợi dây cáp đó được buộc vào móc P của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp PA, PB, PC, PD có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng $45°$. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Tính trọng lượng của thùng hàng container (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng của các sợi dây cáp đều có cường độ là 1 200 N.



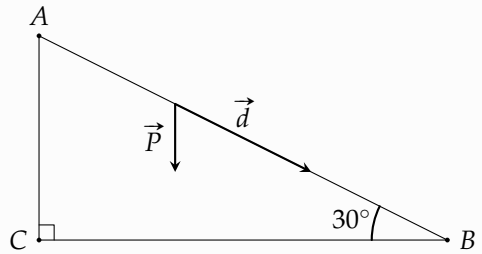
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 44

Một em nhỏ cân nặng $m = 25$ kg trượt trên cầu trượt dài 3,5 m. Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là $30°$. Độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ, cho biết vectơ gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9{,}8$ m/s^2. Công A (J) sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$. Hãy tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt. (Làm tròn đến hàng đơn vị)



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 45

Ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 120° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N. Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N. Tính độ lớn (đơn vị: N) của hợp lực của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

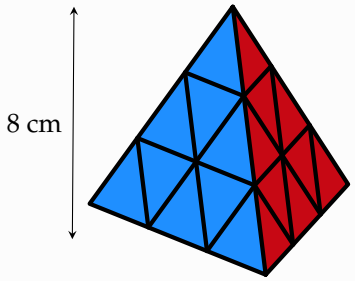
.....

.....

.....

Câu 46

Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thoả mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của tam giác BCD. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó (đơn vị: cm), biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm.



KQ: .....

Lời giải.

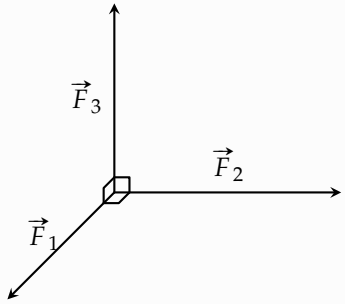
.....

.....

.....

Câu 47

Ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là 2 N; 3 N; 4 N. Hợp lực của ba lực đã cho có độ lớn bao nhiêu Niu-tơn (*kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân*)?



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 48

Có ba lực cùng tác động vào một chất điểm. Hai trong ba lực này tạo với nhau một góc 80° và có độ lớn đều bằng 60 N, lực còn lại cùng tạo với hai lực kia một góc 60° và có độ lớn bằng 50 N. Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên (làm tròn đến hàng đơn vị).

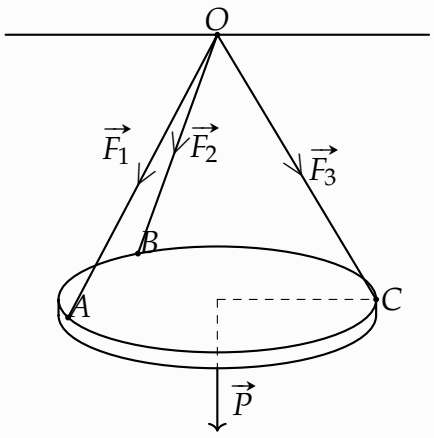
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 49

Một tấm sắt tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm sắt tròn sao cho các lực căng $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn bằng nhau $\left|\vec{F_1}\right| = \left|\vec{F_2}\right| = \left|\vec{F_3}\right|$. Biết trọng lượng P của tấm sắt tròn đó bằng $2025\sqrt{3}$ (N). Tính lực căng của dây treo tấm sắt tròn đó.



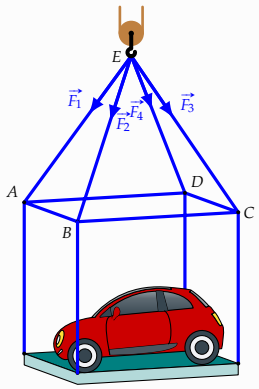
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 50

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ đều có cường độ là 4700 N và trọng lượng của khung sắt là 3000 N. Giá trị của $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3|$ là bao nhiêu N?



KQ: .....

Lời giải.

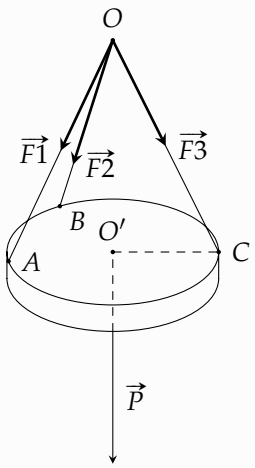
.....

.....

.....

Câu 51

Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn, xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = \left|\vec{F}_3\right| = 16$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị N) của chiếc đèn tròn đó (làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

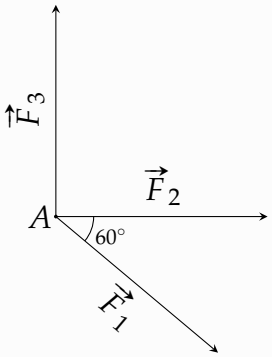
.....

.....

.....

Câu 52

Một chất điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α), chịu tác động bởi ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong (α) và $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 60^\circ$, còn lực $\vec{F}_3$ có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên (tham khảo hình vẽ). Biết rằng độ lớn các lực đó lần lượt là 10 N, 15 N, 20 N. Xác định hợp lực tác động lên chất điểm A của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 53

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D$ và $C'D'$. Gọi φ là góc giữa hai vec-tơ $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{A'B}$. Số đo của góc φ bằng bao nhiêu độ.

KQ: .....

Lời giải.

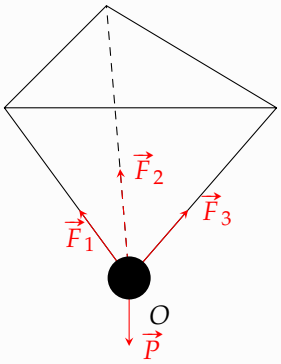
.....

.....

.....

Câu 54

Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc 90° như hình bên. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F}_1$ bằng bao nhiêu Niutơn? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục.)



KQ: .....

Lời giải.

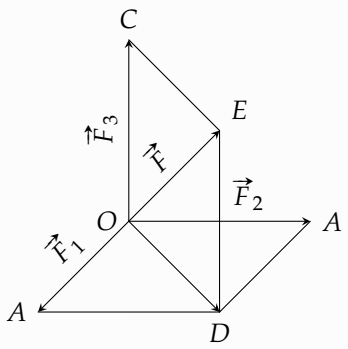
.....

.....

. . . . . .

Câu 55

Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật đặt tại điểm O, có phương đôi một vuông góc và có độ lớn lần lượt là 3 N, 2 N, 5 N. Tính độ lớn hợp lực của ba lực trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

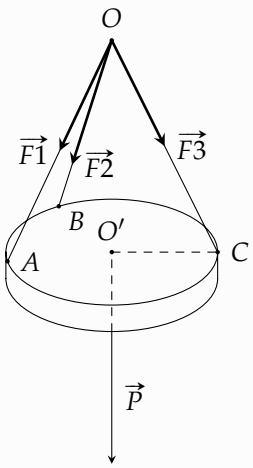
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 56

Một tấm sắt tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm sắt tròn sao cho các lực căng $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn bằng nhau $\left|\vec{F_1}\right| = \left|\vec{F_2}\right| = \left|\vec{F_3}\right|$. Biết trọng lượng P của tấm sắt tròn đó bằng $2024\sqrt{3}$ (N) (xem hình vẽ). Tính lực căng của dây treo tấm sắt tròn đó.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 57

Cho ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt có cường độ 2N, 4N, 5N được đặt vào chất điểm M. Biết rằng góc tạo bởi hai lực bất kì trong ba lực đều bằng $60°$. Cường độ của hợp lực tác dụng lên M là (làm tròn đến hàng phần chục)

KQ: .....

Lời giải.

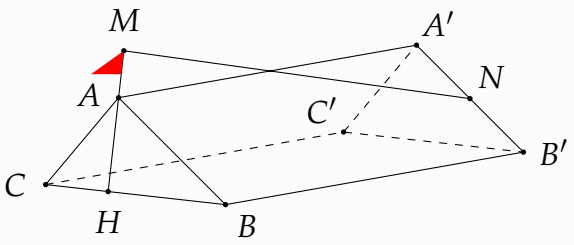
.....

.....

.....

Câu 58

Để trang trí cho một cái lều hình lăng trụ tam giác đều nằm ngang như hình bên, người ta cần nối một đoạn dây thẳng từ vị trí điểm M là đỉnh của ngọn cờ thoả mãn $HA = 2AM$ đến vị trí điểm N là trung điểm của $A'B'$. Biết $AB = 3$ m, $AA' = 6$ m. Tính độ dài ngắn nhất của dây cần dùng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

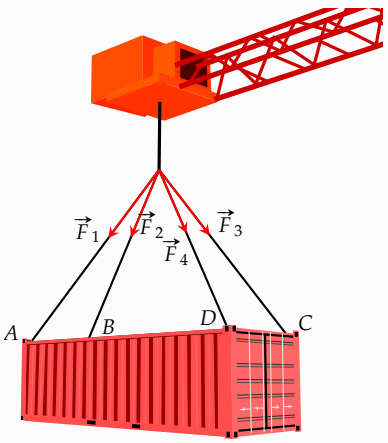
.....

.....

.....

Câu 59

Một kiện hàng có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$. Kiện hàng đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 50° như hình vẽ dưới. Chiếc cần cẩu kéo kiện hàng lên theo phương thẳng đứng và các lực căng $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, $\vec{F_4}$ tác dụng lên bốn đoạn dây cáp có độ lớn bằng nhau. Biết trọng lượng của kiện hàng này là 20000 N. Khi đó lực căng tác dụng lên mỗi sợi dây cáp EA, EB, EC, ED có độ lớn là bao nhiêu Newton (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

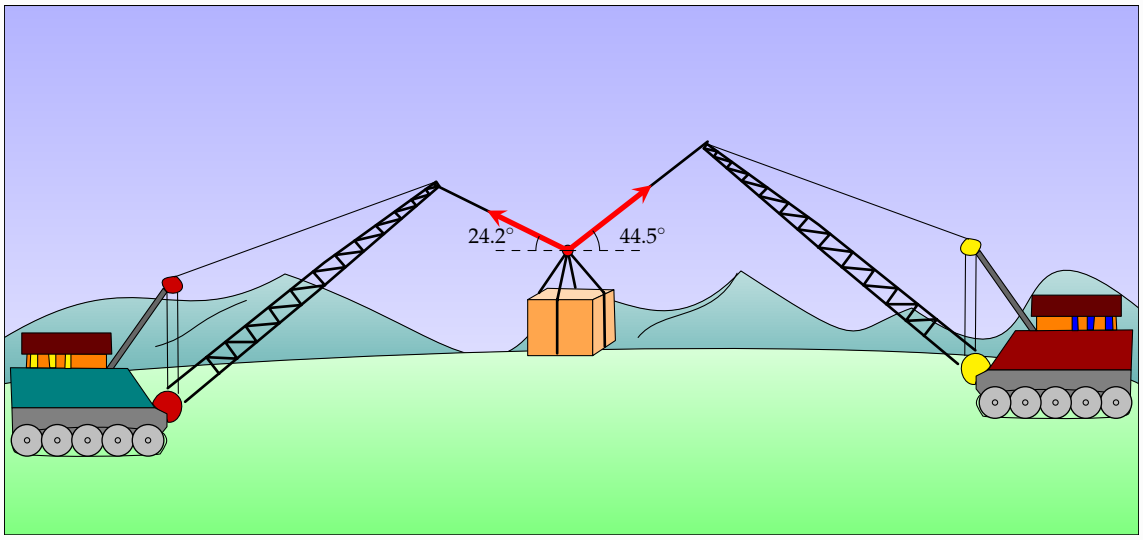
.....

.....

.....

Câu 60

Hai cần cẩu như trong hình đang nâng một vật có trọng lượng 20 240 lb. Các cáp của hai cần cẩu tạo với phương ngang các góc lần lượt là 24,3° (cần bên trái) và 44,5° (cần bên phải). Hỏi độ lớn lực căng trong cáp của cần cẩu bên phải bằng bao nhiêu nghìn lb *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*.



KQ: .....

Lời giải.

.....

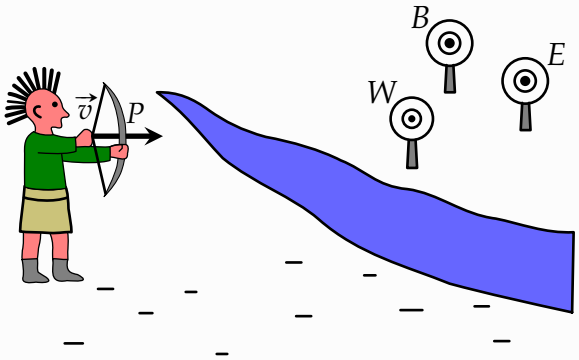
.....

.....

Câu 61

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, với mỗi đơn vị tương ứng 1 dm. Một cung thủ ngắm từ điểm $P(0;0;15)$ theo hướng của vectơ $\vec{v} = (-1;3;0{,}5)$ để bắn trúng một trong ba bia được đặt trên vùng núi. Tọa độ các bia:

- Bia gấu: $B(-155;465;85)$.
- Bia sói: $W(-155;465;92{,}5)$.
- Bia nai: $E(-160;640;95)$.



Giả sử mũi tên bay theo đường thẳng, tính vận tốc của mũi tên là bao nhiêu m/s, nếu thời gian bay là 1 s (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

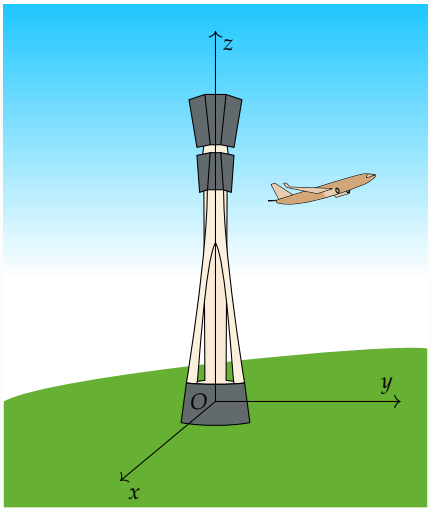
.....

HẾT

§2. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ VÉC-TƠ

Câu 1

Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 8 m sử dụng ra-đa có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía Tây, trục Oy hướng về phía Nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên trên (hình bên) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.



a) Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.

b) Vị trí A có tọa độ $(300;200;10)$.

c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất. Vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh $(t \geq 0)$ có tọa độ là $M\left(1+t;\frac{1}{2}+2t;2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150;115;0)$

a) Toạ độ điểm G là $\left(1;\frac{1}{2};0\right)$.

b) Toạ độ của véctơ $\overrightarrow{MD}$ là $\left(149-t;\frac{129}{2}-2t;-2t\right)$.

c) Khoảng cách của trực thăng so với vị trí xuất phát sau 5 phút bay là 15 km.

d) Trực thăng H bay đến vị trí $M_0(x_0;y_0;z_0)$ thì khoảng cách từ trực thăng đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0+y_0+z_0)=4320$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150)$, $B(-200;-200;100)$ với vận tốc và hướng không đổi.

a) Vectơ chỉ phương của phương trình chuyển động của máy bay hướng về đài kiểm soát không lưu là $\vec{u}=(6;1;-1)$.

b) Phương trình chuyển động của máy bay khi bay về đài kiểm soát không lưu là $\dfrac{x+500}{6}=\dfrac{y+250}{1}=\dfrac{z-150}{-1}$.

c) Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $-3a-b-c$ là 3152.

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát có giá trị gần 1300 km.

Lời giải.

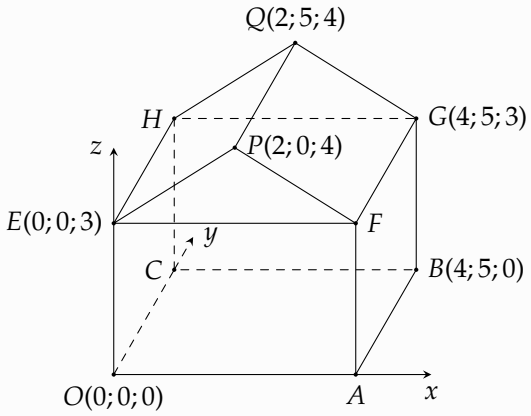
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4

Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ của điểm $A(5;0;0)$.

b) Tọa độ của điểm $H(0;5;3)$.

c) Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ gọi là góc dốc của mái nhà. Số đo của góc dốc của mái nhà bằng $26{,}6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

d) Chiều cao của ngôi nhà là 4 (tính từ sàn nhà đến điểm cao nhất trên mái nhà).

Lời giải.

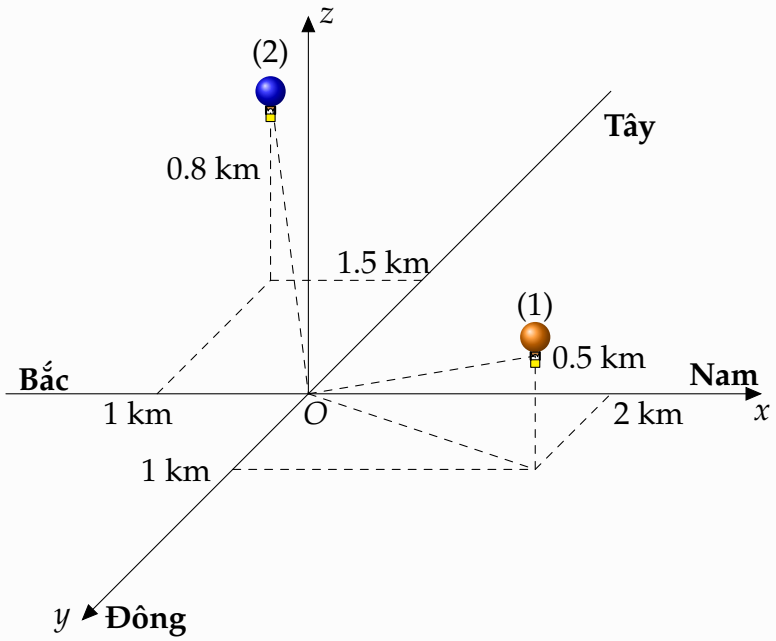
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 5

Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình bên dưới), đơn vị đo lấy theo kilomet.



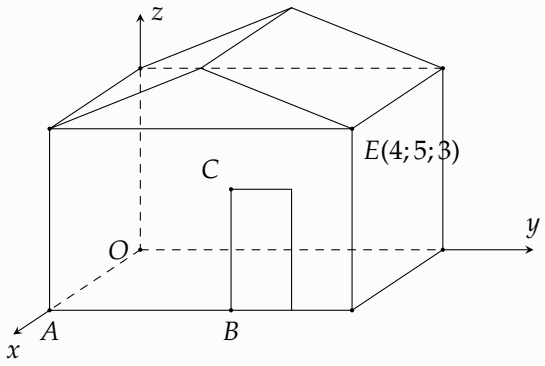
a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2;1;0,5)$.
b) Với hệ tọa độ đã chọn, toạ độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1,5;-1;0,8)$.
c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}$ km.
d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6

Sơ đồ một ngôi nhà trong hệ toạ độ $Oxyz$ được minh họa như hình vẽ bên, đơn vị tính theo mét. Trong đó, nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Biết khoảng cách giữa hai điểm A và B là 3 m.



a) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OE}$ là $(4;5;3)$.

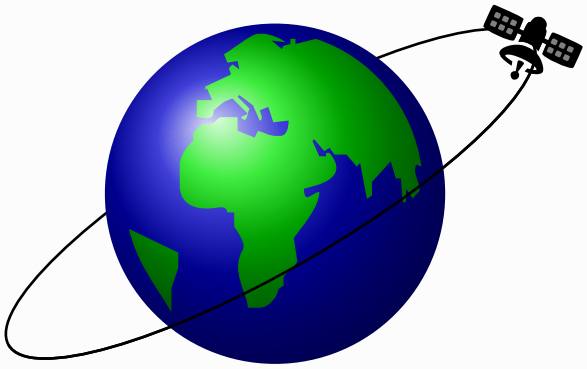
b) Toạ độ của điểm A là $(4;5;0)$.
c) Toạ độ điểm B là $(4;2;0)$.
d) Biết cửa nhà cao 2 m so với mặt sàn. Toạ độ điểm C là $(4;3;2)$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7

Vệ tinh hoạt động dựa trên nguyên lý của vật lý Newton. Một vật thể bị kéo bởi một lực hấp dẫn từ một vật thể khác sẽ chuyển động theo một quỹ đạo elip xung quanh vật thể đó. Để đưa vệ tinh lên quỹ đạo, người ta sử dụng các loại tên lửa đẩy khác nhau để cung cấp cho vệ tinh động lượng cần thiết để thoát khỏi trọng lực của Trái Đất và duy trì quỹ đạo ổn định. Để thuận tiện ta quy ước một quỹ đạo gần tròn thành một đường tròn.



Trong hệ tọa độ $Oxyz$, gốc tọa độ là tâm trái đất, một vệ tinh nhân tạo có quỹ đạo được coi như một đường tròn có bán kính 13 440 km có điểm xuất phát là điểm $B(4\,032;0;-5\,376)$ và đây cũng là điểm gần Trái Đất nhất của vệ tinh. Quỹ đạo của vệ tinh này nằm trên mặt phẳng vuông góc với trục tung và có tâm nằm trên đường thẳng OB. Coi trái đất là hình cầu hoàn hảo có bán kính bằng 6 400 km.

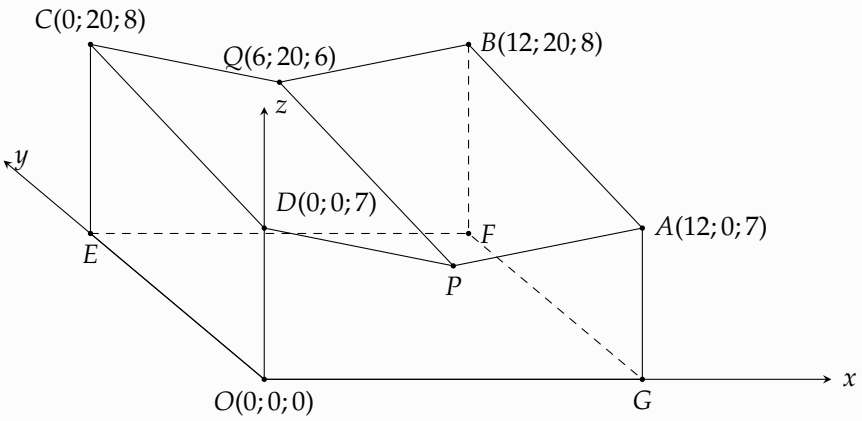
a) Phương trình mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh là $x+z=0$.
b) Khi xuất phát tại điểm B vệ tinh đang ở độ cao 320 km so với mặt đất.
c) Quỹ đạo của tên lửa là đường tròn có tâm $I(-4\,032;0;5\,736)$.
d) Khi Trái Đất quay, điểm cực Nam và cực Bắc của Trái Đất không thay đổi vị trí. Biết rằng điểm cực Nam của Trái Đất có tọa độ là $M(0;3\,840;5\,120)$. Khoảng cách gần nhất giữa vệ tinh và điểm cực Nam bằng 10 112 km (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 8

Hình bên dưới minh họa hình ảnh mái nhà để xe của một trường học trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết các cột của nhà để xe đều được dựng vuông góc với mặt sàn, mặt sàn nhà để xe $OGFE$ là hình chữ nhật, PQ, AB, CD đôi một song song với nhau.



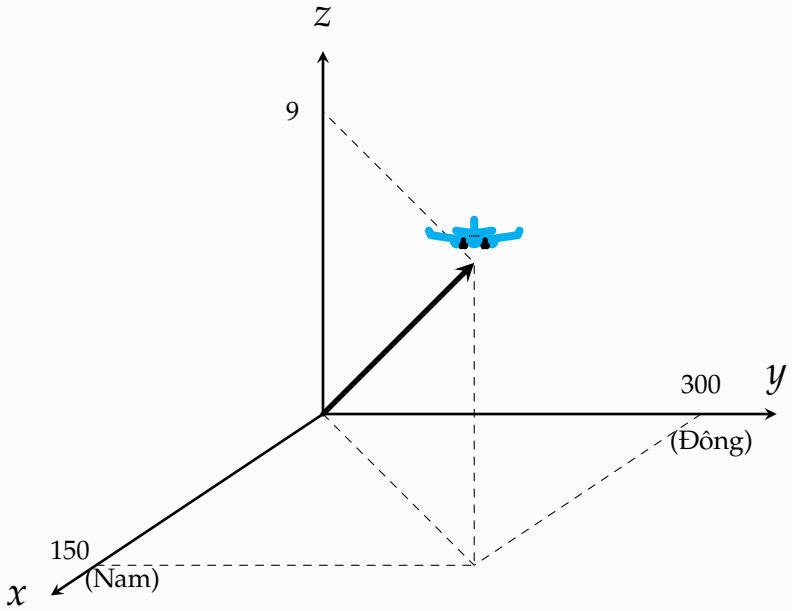
a) Điểm F có tọa độ là $F(12;20;0)$.
b) Diện tích nhà để xe là $S = 300$ (m^2).
c) Phần mái chứa 3 điểm A, B, Q nằm trong mặt phẳng có phương trình $20x + 3y - 60z + 180 = 0$.
d) Vị trí điểm P cách mặt sàn nhà xe là 5 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9

Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9h30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km.



a) Máy bay đang ở độ cao 9 km.
b) Tọa độ của máy bay lúc này là $(300;150;9)$.
c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động với vận tốc theo hướng đông là 750 km/h, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc 10 m/s. Giả sử vận tốc và hướng gió không đổi thì lúc 10h30 phút máy bay ở tọa độ là $(150;1086;9)$.

d) Sau khi bay đến vị trí lúc 10h30 thì máy bay bay ngược lại (hướng tây) với vận tốc 800 km/h với độ cao không đổi, biết lúc đó trời lặng gió thì lúc 11h máy bay ở tọa độ (686; 150; 9).

Lời giải.

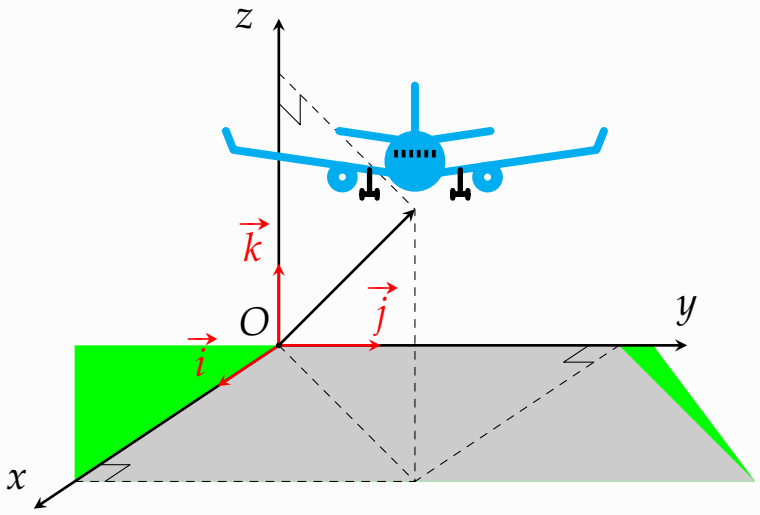
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10

Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ được gắn như hình vẽ, trong đó gốc O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu và $M(x;y;z)$ biểu thị vị trí máy bay trên không trung. Tại thời điểm 8 h, máy bay đang ở vị trí (50; 120; 4) và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300; 400; 3)$ (km/h).



a) Tại thời điểm 8 h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1 km).

b) Tại thời điểm 9 h độ cao của máy bay so với mặt đất là 8 km.

c) Tại thời điểm 10 h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ (1 250; 1 020; 0) xấp xỉ 700 km (sai số không quá 10 km).

d) Khi đạt độ cao 10 km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400; 300; -5)$ để hướng đến sân bay B. Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là (1 450; 1 520; 0).

Lời giải.

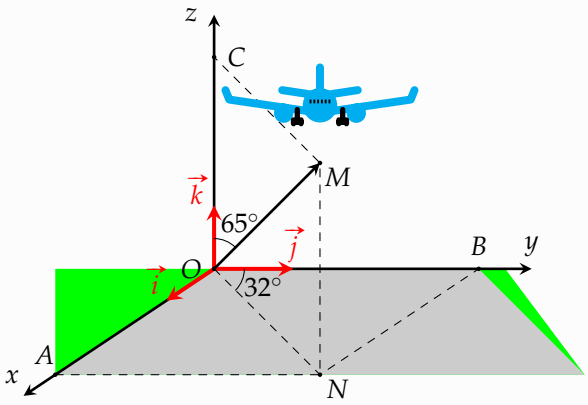
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 11

Một chiếc máy bay đang bay trên không trung. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới



trong đó gốc tọa độ O là vị trí của trạm kiểm soát không lưu; điểm $M(x;y;z)$ biểu thị vị trí máy bay trên không trung: độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1 km. Tại thời điểm 8 h, máy bay đang ở vị trí $(50;120;4)$ và chuyển động với vận tốc $\vec{v} = (300;400;3)$ (km/h).

a) Tại thời điểm 8h, khoảng cách giữa máy bay và trạm kiểm soát không lưu nói trên xấp xỉ 130 km (sai số không quá 1 km).

b) Tại thời điểm 9 h, độ cao của máy bay so với mặt đất là 8 km.

c) Tại thời điểm 10 h, khoảng cách giữa máy bay và một tháp truyền hình F có tọa độ $(1250;1020;0)$ xấp xỉ 700 km (sai số không quá 10 km).

d) Khi đạt độ cao 10 km, máy bay đổi vận tốc mới là $\vec{v}_2 = (400;300;-5)$ (km/h) để hướng đến sân bay B. Tọa độ của máy bay khi vừa đáp xuống sân bay B là $(1450;1520;0)$.

Lời giải.

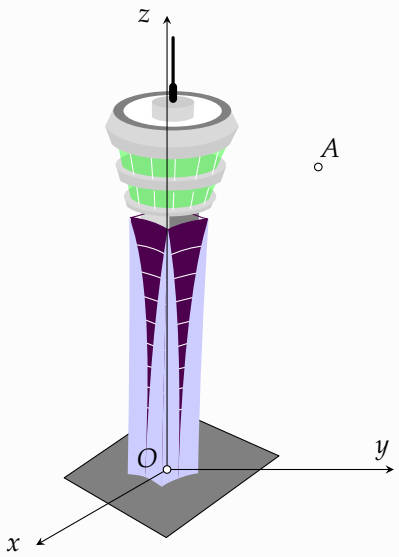
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12

Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 90m sử dụng ra đa có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc trùng với chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên như hình bên (đơn vị mỗi trục tính theo kilomet). Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 2km, cách 450km về phía tây và cách 150km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.



a) Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;90)$.

b) Vị trí A có tọa độ $(-450;150;20)$.

c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là 479,5km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 13

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh được đặt ở các vị trí $A(0;4;5)$, $B(0;5;4)$, $C(1;3;3)$, $D(1;-1;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ trong không gian, biết khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm M lần lượt là $AM=5$, $BM=5$, $CM=3$, $DM=3$.

a) $a^2+(b-4)^2+(c-5)^2=a^2+(b-5)^2+(c-4)^2=25$.

b) $(a-1)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=(a-1)^2+(b+1)^2+(c-3)^2=9$.

c) $b=c$.

d) $M(1;1;1)$.

Lời giải.

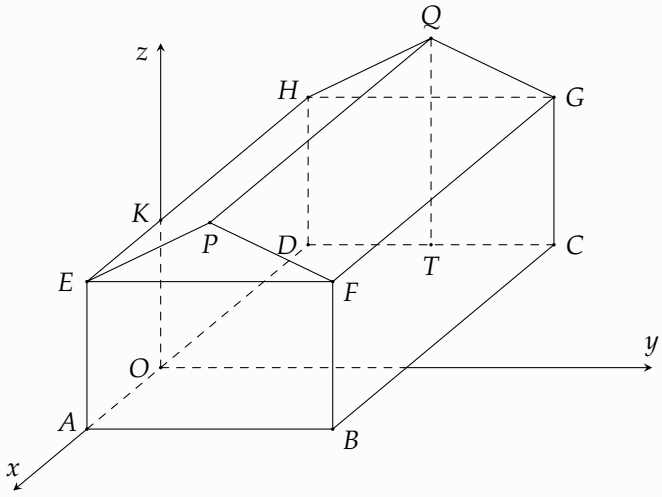
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 14

Một kho chứa hàng có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ và mái che có dạng lăng trụ đứng $EFP.HGQ$ với đáy $\triangle EFP$ là tam giác cân đỉnh P và các điểm A; B; E; F; P cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi T là trung điểm của DC. Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB=6$ m; $AE=5$ m; $AD=8$ m; $QT=7$ m. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA=2$ m và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Khi đó:



a) $\overrightarrow{BE}=(-6;6;0)$.

b) Toạ độ điểm Q là $(-6;3;5)$.

c) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O. Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5+2\sqrt{10}$ m.

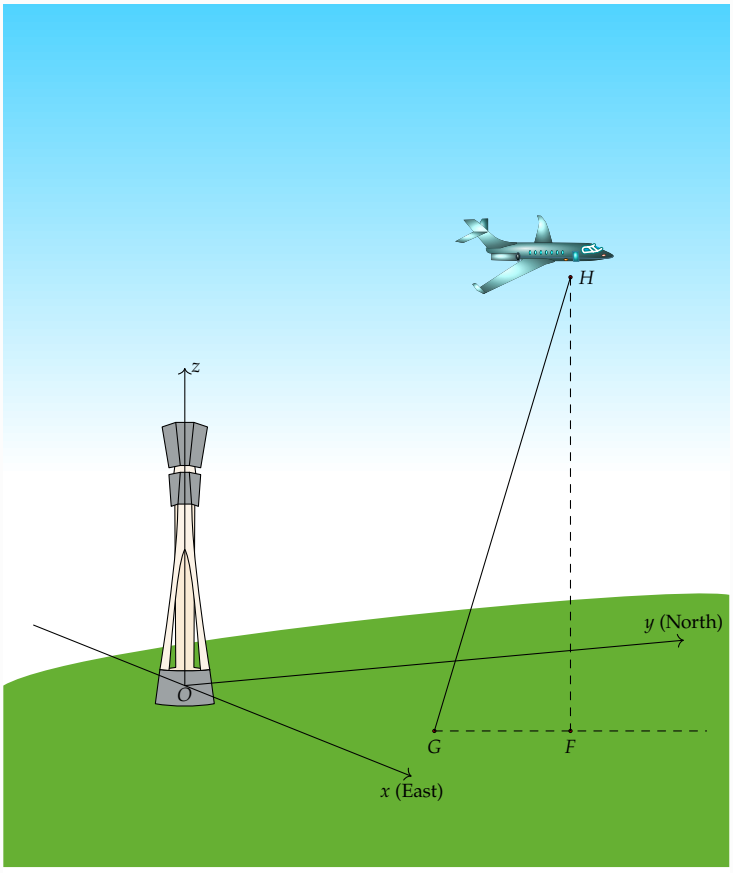
d) Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 150 000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 8 650 000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển của một sân bay; trục Oz thẳng đứng, trục Ox là hướng Đông và trục Oy là hướng Bắc (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) có một máy bay cất cánh từ điểm sân bay G trên mặt đất (mặt phẳng (Oxy)) đến một sân bay $D(150;115;0)$. Vectơ $\vec{u} = \left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$ chỉ vị trí của máy bay tại thời điểm t, $(t>0)$ phút sau khi cất cánh và H là vị trí của máy bay tại thời điểm đó (hình vẽ minh hoạ).



a) Toạ độ điểm H tại thời điểm t phút sau khi máy bay cất cánh là $\left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$.

b) Toạ độ điểm G là $\left(1;\dfrac{1}{2};0\right)$.

c) Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{HD}$ là $\left(149-t;\dfrac{129}{2}-2t;-2t\right)$.

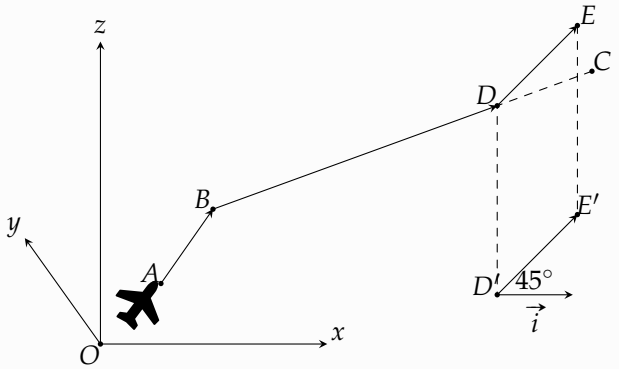
d) Máy bay bay đến vị trí $H(x_0;y_0;z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến sân bay D là nhỏ nhất. Khi đó $10(x_0+y_0+z_0)=4\,230$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

Câu 16

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo trên mỗi trục tọa độ dài 1 km, mặt đất là mặt phẳng Oxy). Lúc đó, một chiếc máy bay bắt đầu di chuyển từ điểm $A(700;850;100)$ với vận tốc không đổi 150 km/h theo hướng về điểm $B(800;900;200)$. Khi tới B, máy bay thay đổi hướng bay theo hướng về điểm $C(1\,100;1\,400;300)$ với vận tốc giữ nguyên là 150 km/h. Máy bay di chuyển theo hướng mới trong $30\sqrt{35}$ phút (tức là mới tới điểm $D \in BC$) thì bất ngờ gặp gió lớn khiến hướng bay của nó lệch đi 45° theo phương nằm ngang (tức là nếu $\vec{u}$ là véc-tơ hình chiếu xuống mặt đất của đoạn đường từ điểm D trở đi thì góc lượng giác $\left(\vec{i};\vec{u}\right) = 45°$) và vận tốc giảm còn 120 km/h. Máy bay tiếp tục bay theo hướng lệch trong 30 phút.



a) Tổng thời gian bay thực tế của máy bay trong cả hành trình này là 142 phút (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Khi bắt đầu gặp gió lớn, máy bay cách mặt đất 275 km.

c) Tổng quãng đường cả hành trình dài hơn 650 km.

d) Gọi $E(a;b;c)$ là vị trí cuối cùng của máy bay trong hành trình này. Khi đó $a+b+c=2670$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải.

Câu 17

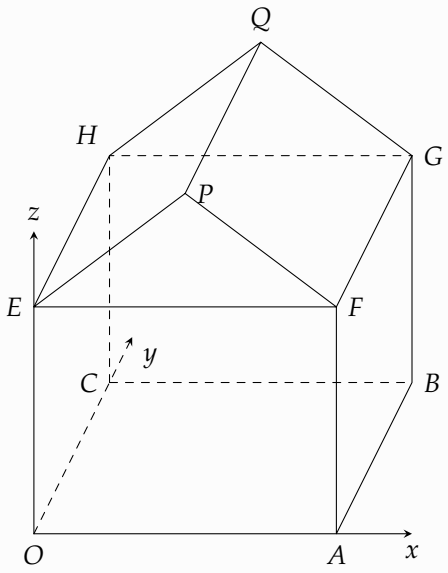
Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OAFPE.CBGQH$ với $OAFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P. Biết $OA = 4$ m; $AB = 6$ m; $HC = 5$ m; độ dốc của mái nhà, tức là số đo góc nhị diện $[Q, FG, H]$ bằng 45°. Người ta mô hình hóa nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ tương ứng như hình vẽ bên (đơn vị trên mỗi trục là 1 m).

a) Tọa độ của $\overrightarrow{PQ}$ là $(0;6;0)$.

b) Tọa độ của điểm G là $(6;4;5)$.

c) Chiều cao kho hàng tức là khoảng cách từ nóc nhà (điểm cao nhất của nóc nhà) và sàn nhà bằng 7 m.

d) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của GQ và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O. Người ta thiết kế đường dây cáp nối dọc theo các cạnh từ O đến E rồi từ E đến H. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $11 + \sqrt{10}$ m.



Lời giải.

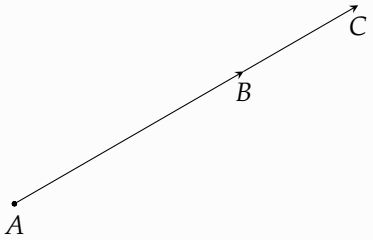
.....

.....

.....

Câu 18

Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị tính bằng mét). Bạn An quan sát và phát hiện một con chim đang bay với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(20;40;30)$ đến điểm $B(40;50;50)$ trong vòng 4 phút. Nếu con chim tiếp tục bay với vận tốc và hướng không đổi thì sau 2 phút con chim ở vị trí $C(a;b;c)$ Tính tổng $a + b + c$.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 19

Trong không gian $Oxyz$ cho trước (*đơn vị trên các trục tính bằng kilomet*), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ bay thẳng đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ) bằng bao nhiêu kilomet? (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 20

Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50 m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180 m về phía bắc và 240 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 21

Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn của súng bi được bắn ra từ điểm $A(1;3;4)$ đi với vận tốc không đổi và trong thời gian 3 giây đã trúng mục tiêu đặt tại vị trí $N(-3;1;-8)$. Đường ngắm bắn của xạ thủ xem như đường thẳng AN và đơn vị trên các trục là mét. Hỏi vận tốc của viên đạn bằng bao nhiêu m/s (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 22

Một vật ở trạng thái cân bằng khi hợp của tất cả các lực tác dụng lên vật được biểu diễn bằng véc-tơ-không. Trong không gian $Oxyz$, biết rằng đang có ba lực biểu thị bởi ba véc-tơ $\vec{F}_1 = (8;6;3)$, $\vec{F}_2 = (2;4;9)$ và $\vec{F}_3 = (7;-1;-18)$ tác dụng lên một vật. Tọa độ của véc-tơ biểu thị lực $\vec{F}_4$ để khi tác dụng thêm lực này vào vật thì vật ở trạng thái cân bằng có dạng $(A;B;C)$. Tính $T = A^3 + B^3 + C^5$.

KQ: .....

Lời giải.

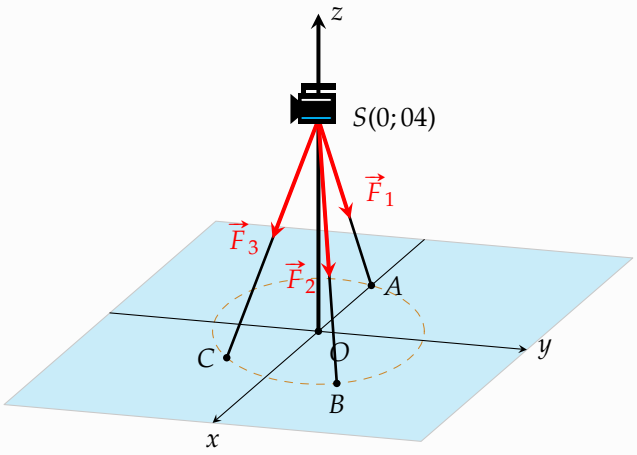
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 23

Một chiếc máy ảnh được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $S(0;0;4)$ và các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là $A(-2;0;0)$, $B(1;\sqrt{3};0)$, $C\left(1;-\sqrt{3};0\right)$. Biết rằng trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau như hình dưới. Tính tích vô hướng $\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2$.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 24

Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150 m về phía Nam và 200 m về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 50 m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180 m về phía Bắc và 240 m về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều kiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 25

Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 130 m về phía nam và 170 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 55 m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 170 m về phía bắc và 216 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam (làm tròn đến hàng đơn vị của mét) bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 26

Trong hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách A 4050 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với véc-tơ $\vec{u} = (2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu phút?

KQ: .....

Lời giải.

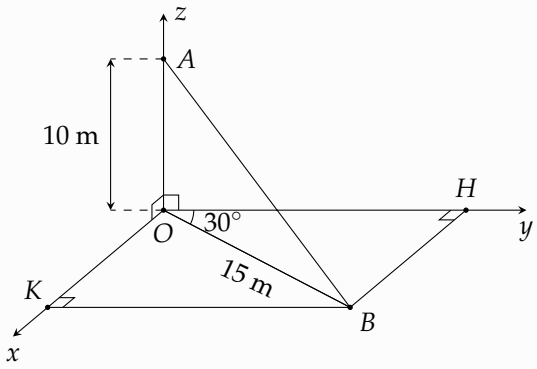
.....

.....

.....

Câu 27

Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng. Ta thiết lập hệ toạ độ Descartes vuông góc $Oxyz$ như Hình 16 với độ dài đơn vị trên các trục toạ độ bằng 1 m. Tìm được tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a;b;c)$. Tính $a+c$.



KQ: .....

Lời giải.

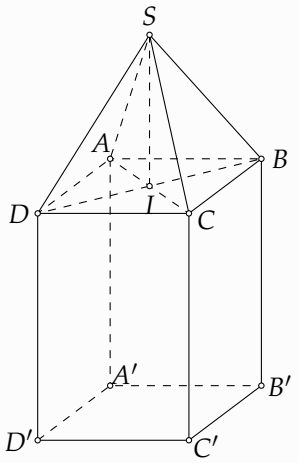
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 28

Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0{,}5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

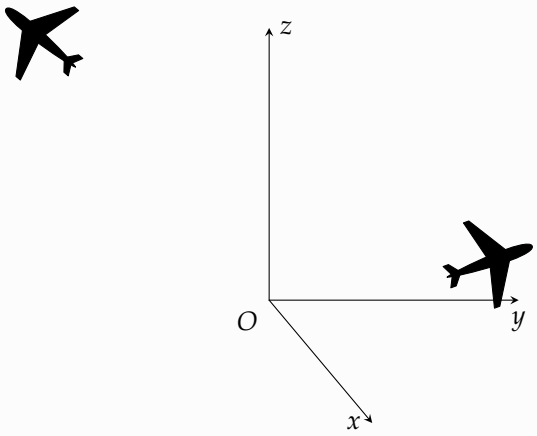
. . . . . .

. . . . . .

Câu 29

Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20 km và về phía Tây 10 km, đồng thời cách mặt đất 0,7 km. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30 và về phía Nam 25 km, đồng thời cách mặt đất 1 km. Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay.

KQ: . . . . . .



Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 30

Một người điều khiển một flycam ở bia rừng để phục vụ việc khảo sát quấn trình làm tò của một loài chim. Ban đầu flycam ở vị trí nguồn điều khiển ở bia rừng và bắt đầu di chuyển đến vị trí A cách vị trí điều khiển 500 m về phía nam và 680 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 10 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với phía nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc mặt đất hướng lên bầu trời, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 m. Quãng đường mà flycam bay thẳng từ vị trí điều khiển đến vị trí A bằng bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 31

Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu. Khi gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Cường độ âm chuẩn tại điểm $I(3;4;5)$ là tâm của nguồn phát âm với bán kính 10 m. Để kiểm tra một điểm ở vị trí $M(7;10;17)$ có nhận được cường độ âm phát ra tại I hay không người ta sẽ tính khoảng cách giữa hai vị trí I và M. Tính khoảng cách giưa hai vị trí I và M?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 32

Trên sân người ta dựng hai chiếc cột vuông góc với mặt sân, chiều cao của mỗi cột lần lượt là 6 m và 4 m. Xét hệ toạ độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị trong hệ toạ độ $Oxyz$ được lấy theo mét. Biết rằng chân của cột cao 6 m có tọa độ là $(8;5;0)$ và chân của cột còn lại có tọa độ là $(3;2;0)$. Họ dự định trang trí bằng một sợi dây đèn chớp nối hai đầu của hai cột. Hỏi sợi dây cần có độ dài tối thiểu là khoảng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

Câu 33

Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy), người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị tri A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ $(2;0;4)$, $(4;0;3)$ và $(4;9;3)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

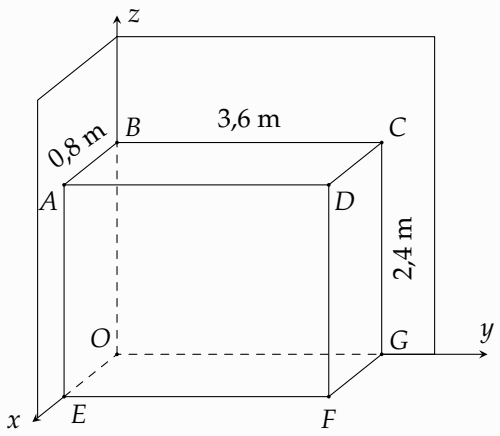
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 34

Để sắp xếp nội thất một căn chung cư, nhà thiết kế đặt một chiếc tủ quần áo hình hộp chữ nhật vào góc tường. Trong bản thiết kế 3D được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ và kích thước như hình vẽ bên, đơn vị tính theo mét. Nếu chủ nhà muốn kê lại tủ quần áo bằng cách xoay vị trí G vào gốc toạ độ O, điểm C trùng vị trí điểm B và mặt sau của tủ $(OBCG)$ trùng (Oxz) thì khi đó điểm A ở vị trí mới có hoành độ bằng bao nhiêu?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

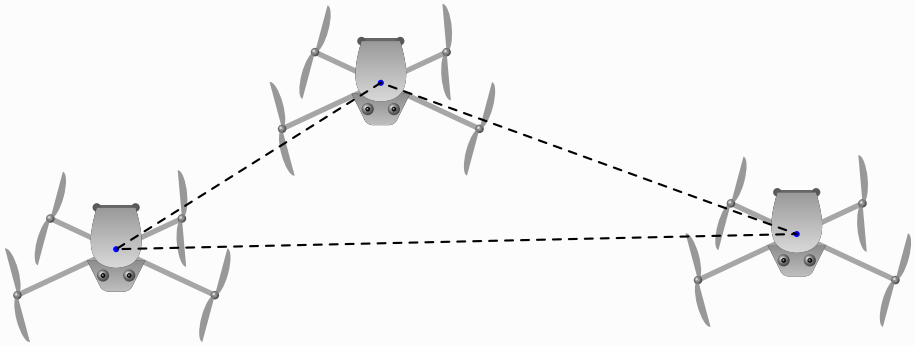
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 35

Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trên không gian $Oxyz$. Một đội gồm 3 drone giao hàng A, B, C có tọa độ là $A(1;1;1)$, $B(5;7;9)$, $C(9;11;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa các cặp drone. Tính tổng $d_1 + d_2 + d_3$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 36

Biết góc quan sát ngang của một camera là 146°. Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(1;3;8)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng (P): $-x-3y+4z-5=0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần mười)?

KQ: .....

Lời giải.

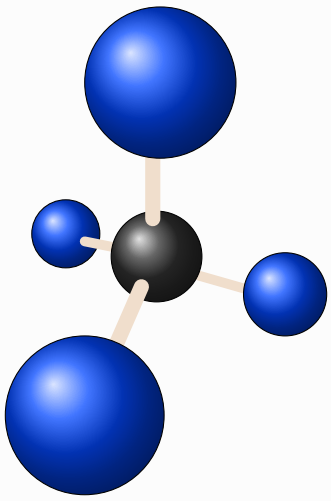
.....

.....

.....

Câu 37

Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này (đơn vị đo là độ, làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

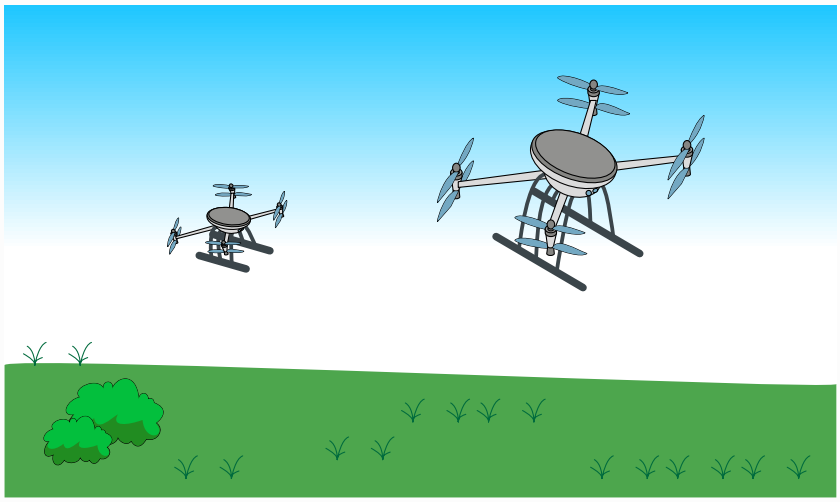
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 38

Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20 (km) và về phía Tây 10 (km), đồng thời cách mặt đất 0,7 (km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30 (km) và về phía Nam 25 (km), đồng thời cách mặt đất 1 (km). Hỏi hai chiếc máy bay cách nhau bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

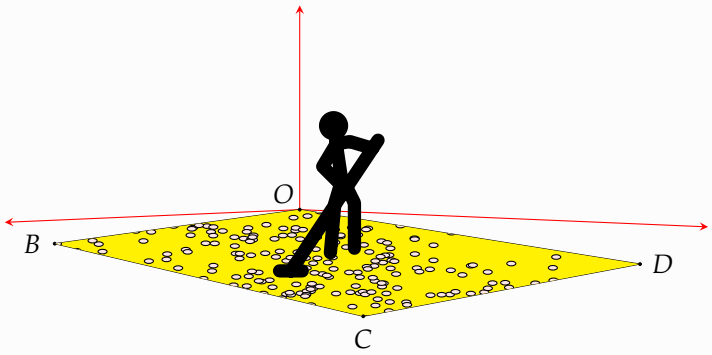
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 39

Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thôi nôi,...



Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 5$ m và $AD = 12$ m. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An

xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 5 cm, vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ để xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao nhiêu cm? (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

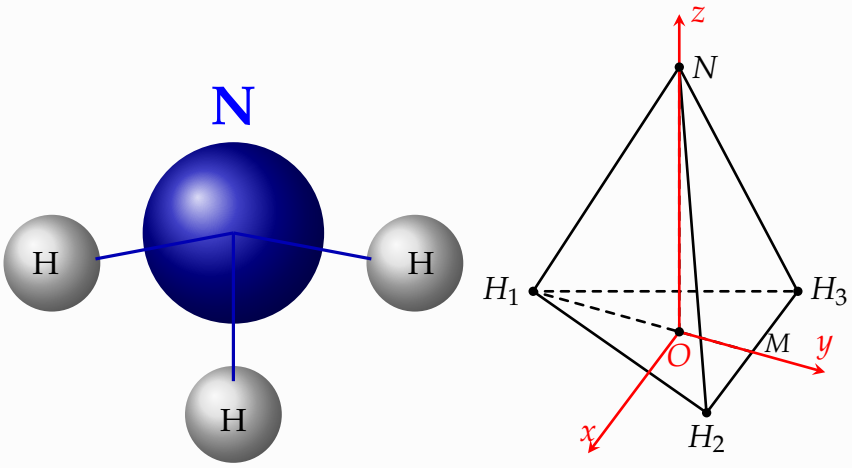
.....

.....

.....

Câu 40

Trong Hóa học, cấu tạo của phân tử ammoniac (NH_3) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1, H_2, H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H). Góc tạo bởi liên kết H – N – H, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1, H_2, H_3 (chẳng hạn $\widehat{H_1NH_2}$), gọi là góc liên kết của phân tử NH_3. Góc này xấp xỉ 107°.



Trong không gian $Oxyz$, cho một phân tử NH_3 được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trục Oz, ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1, H_2, H_3 trong đó $H_1(0;-2;0)$ và H_2H_3 song song với trục Ox. Tính khoảng cách giữa hai nguyên tử nitrogen với mỗi nguyên tử hydrogen *(làm tròn các kết quả tính toán đến hàng phần trăm).*

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 41

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo kilomet), radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi, từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng

cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu kilomet? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

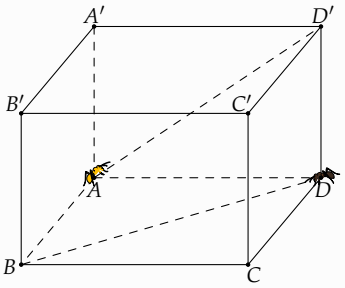
.....

.....

.....

Câu 42

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 20 cm.



Hai chú kiến vàng và đen xuất phát cùng một lúc tại các vị trí A và D, kiến vàng đi từ A đến D' với vận tốc 2 cm/s và kiến đen đi từ D đến B với vận tốc 3 cm/s. Hỏi khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú kiến là bao nhiêu cm? (Viết kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 43

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo là km), bốn chiếc máy bay ở bốn hướng khác nhau khi vừa bay vào vùng phủ sóng của một chiếc radar thì trên radar cùng một lúc báo tín hiệu phát hiện ra mục tiêu. Tại thời điểm radar phát hiện mục tiêu thì 4 chiếc máy bay ở vị trí có toạ độ lần lượt là $A\,(30;25;33)$, $B\,(14;1;49)$, $C\,(40;-29;1)$, $D\,(0;31;41)$. Hỏi bán kính vùng phủ sóng của radar là bao nhiêu km?

KQ: .....

Lời giải.

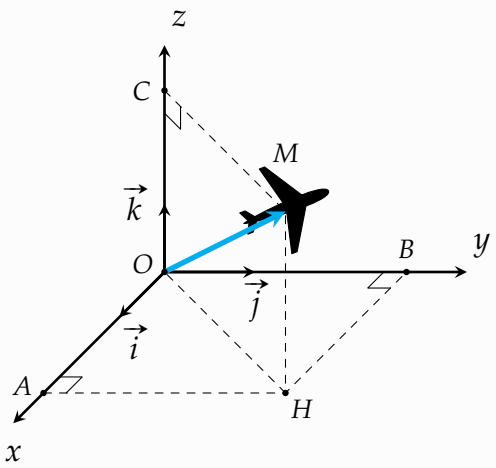
.....

.....

.....

Câu 44

Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian $Oxyz$ (như hình vẽ). Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(a;b;c)$ xuống mặt phẳng (Oxy). Cho biết $OM = 50$, $\left(\vec{i}, \overrightarrow{OH}\right) = 64^\circ$, $\left(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}\right) = 48^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

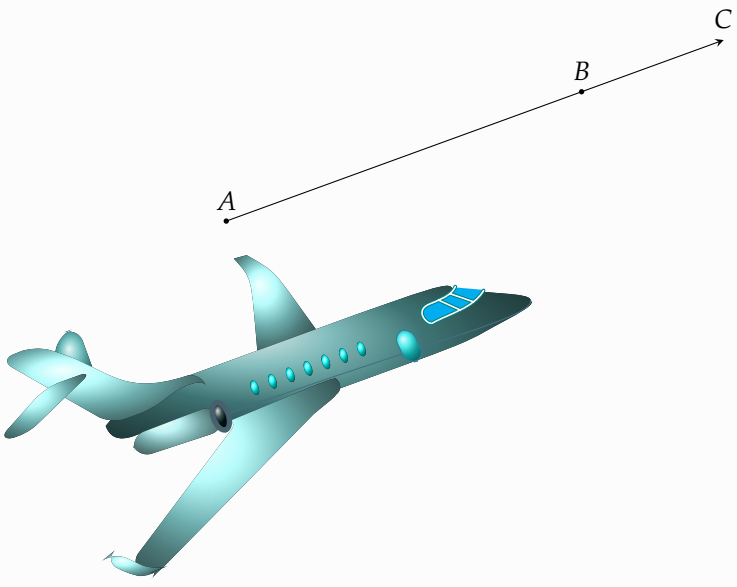
.....

.....

.....

Câu 45

Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ điểm $C(a;b;c)$ của máy bay sau 10 phút tiếp (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Khi đó $T = a + b + c$ bằng



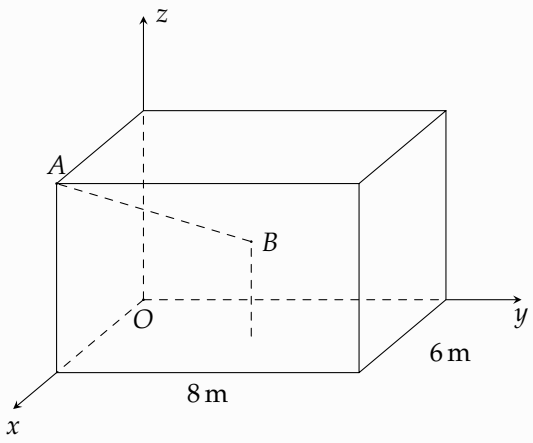
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 46

Trong một phòng học dạng hình hộp chữ nhật, với chiều dài 8 m, chiều rộng 6 m và chiều cao 3 m. Hai bạn An và Bình làm nhiệm vụ trực nhật, mạng nhện cần quét ở góc ngoài cùng trên trần nhà, An bảo không nên đứng ngay vị trí đó ở nền nhà quét vì bụi sẽ rơi xuống người mình. An lại đố Bình "nếu mình đứng ở giữa nhà quét thì chổi quét nhà dài mấy mét để quét được vị trí mạng nhện, biết đầu cán chổi (vị trí B trên hình vẽ minh họa) cao 1,5 m so với sàn nhà". Bình trả lời đứng vị trí đó chổi dài 5 m cũng không tới. Hỏi Bình đã tính được chổi cần dài bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



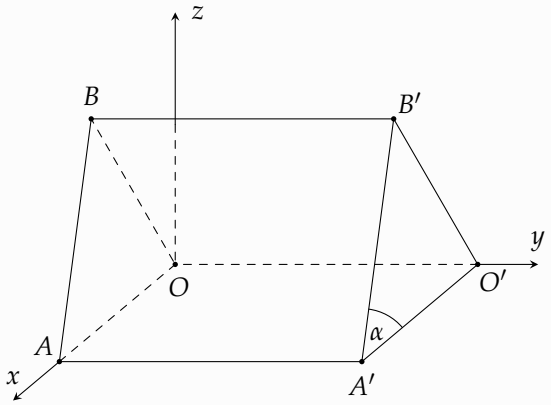
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 47

Một căn nhà được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình bên dưới (đơn vị cm), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $A'(240;420;0)$ và $B'(120;420;300)$.



Hãy tính độ lớn của góc α (đơn vị radian, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

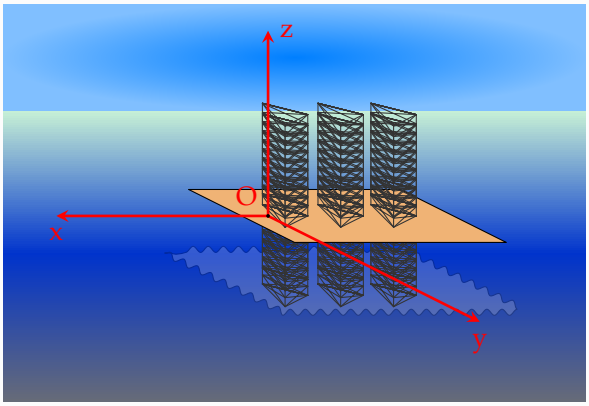
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 48

Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan và một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(30;25;-15)$ (tham khảo hình vẽ).



Tính khoảng cách theo đơn vị kilômét từ chiếc ra đa đến chiếc tàu thám hiểm (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

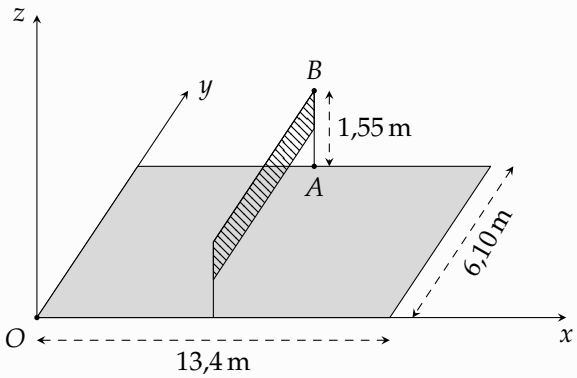
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 49

Hình bên mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình (đơn vị trên mỗi trục là mét), giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới, gọi $B(a;b;c)$ là tọa độ điểm B. Tính $a-b+c$.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 50

Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a+3b$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

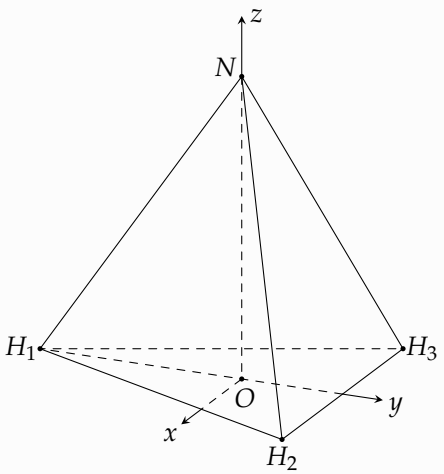
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 51

Trong Hoá học, cấu tạo của phân tử ammoniac (NH_3) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1, H_2, H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H). Góc tạo bởi liên kết $H-N-H$, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1, H_2, H_3 (chẳng hạn $\widehat{H_1NH_2}$), gọi là góc liên kết của phân tử NH_3. Góc này xấp xỉ 107°.
Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho một phân tử NH_3 được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy.



Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trục Oz, ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1, H_2, H_3 trong đó $H_1(0;-2;0)$ và H_2H_3 song song với trục Ox (xem hình bên). Tính khoảng cách giữa hai nguyên tử hydrogen (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 52

Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 1,8 km về phía nam và 1,2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,6 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,9 km. Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu là bao nhiêu kilômét (kết quả làm tròn đến hàng phần

trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

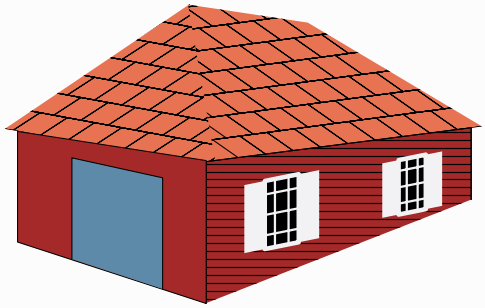
.....

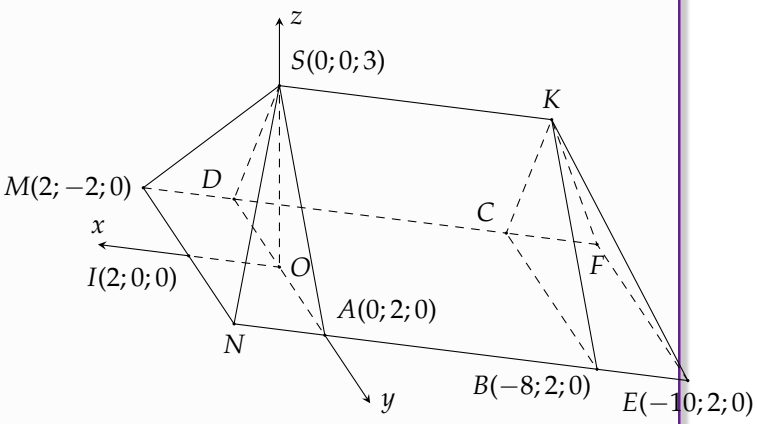
.....

.....

Câu 53

Phần mái của một căn nhà có dạng là khối đa diện tách thành khối chóp có đáy là hình chữ nhật $S.ADMN$, $K.BCFE$ và khối lăng trụ đứng tam giác $SAD.KBC$ được mô tả và gắn trên hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Tính thể tích khối đa diện của mái nhà.





KQ: .....

Lời giải.

.....

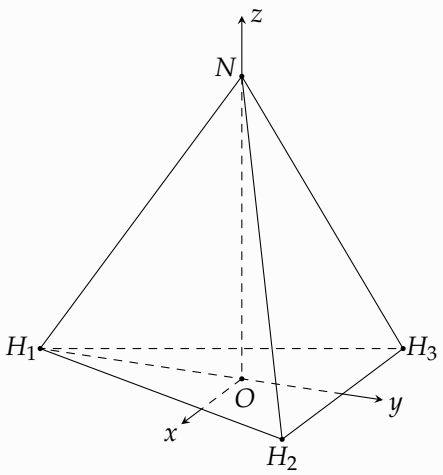
.....

.....

Câu 54

Trong hóa học cấu tạo của phân tử ammoniac (NH_3) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1, H_2, H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H). Góc tạo bởi liên kết $H-N-H$, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1, H_2, H_3 (chẳng hạn như $\widehat{H_1NH_2}$), được gọi là góc liên kết của phân tử NH_3. Góc này xấp xỉ 107°.

Trong không gian $Oxyz$, cho một phân tử NH_3 được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy.



Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trục Oz, ba nguyên tử hydrogen ở các vị trị H_1, H_2, H_3 trong đó $H_1\left(0;-\sqrt{3};0\right)$ và H_1H_2 song song với trục Ox. Tính khoảng cách giữa nguyên tử nitrogen với mỗi nguyên tử hydrogen (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

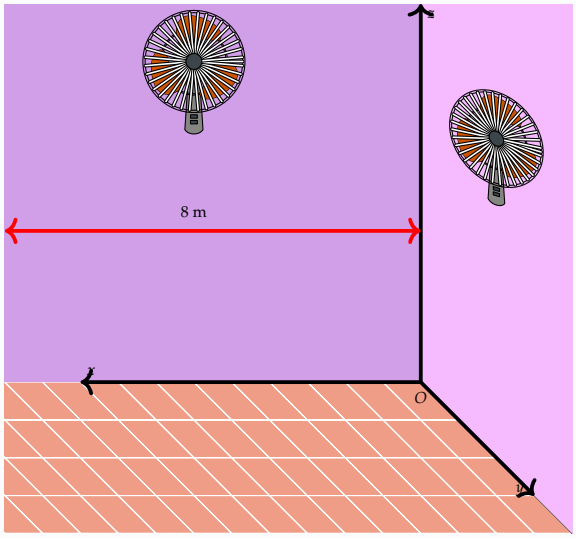
.....

.....

.....

Câu 55

Trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m, rộng 6 m và cao 4 m có cây quạt treo tường. Cây quạt A treo chính giữa bức tường 8 m và cách trần 1 m, cây quạt B treo chính giữa bức tường 6 m và cách trần 1,5 m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới (đơn vị: mét). Hãy tính độ dài vectơ $\overrightarrow{AB}$ (làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

.....

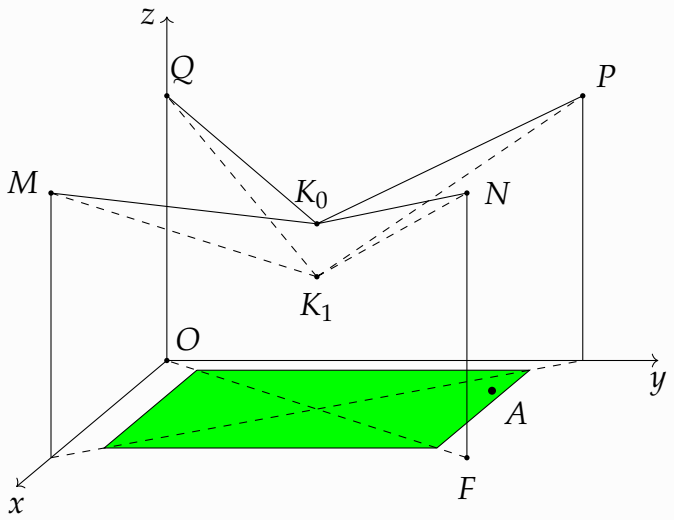
.....

.....

Câu 56

Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau
Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí

A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 cao độ bằng 19. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{K_0K_1} = (a;b;c)$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = a + b - c$.



KQ: .....

Lời giải.

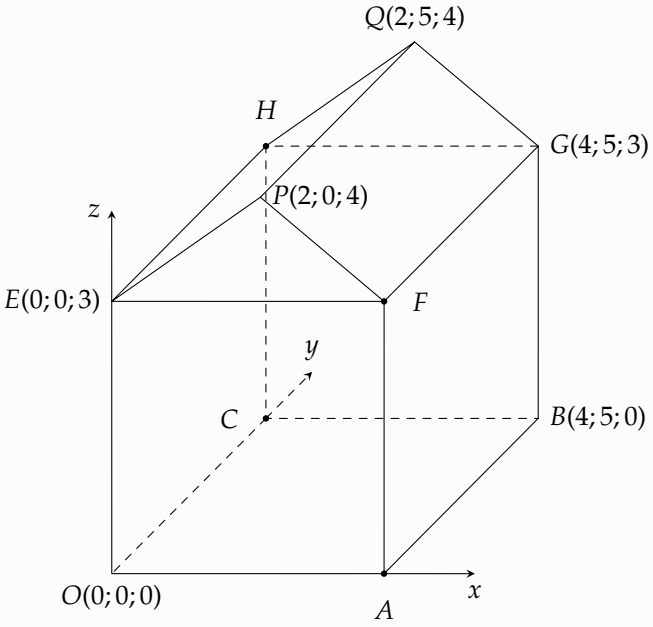
.....

.....

.....

Câu 57

Hình minh họa sơ đồ ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Biết tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AH} = (a;b;c)$. Tìm $a + b + c$.



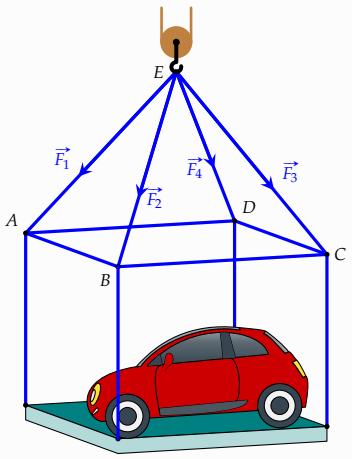
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 58

Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° như hình vẽ. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết lực căng $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, $\vec{F_4}$ đều có cường độ 5 000 N và trọng lượng khung sắt là 2 000 N. Biết trọng lượng của chiếc xe ô tô bằng $m \times 9{,}81$ N. Giá trị của m bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



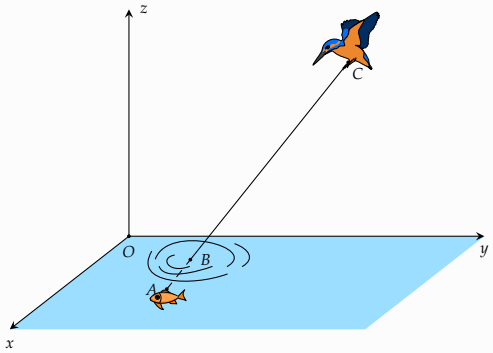
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 59

Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí C cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng (Oxz), (Oyz) lần lượt là 1 m và 1,5 m. Gọi $B(a;b;0)$ là điểm lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước. Tính $T = a + b$.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 60

Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;1;-1)$, $B(1;1;2)$, $C(1;-1;0)$, $D(0;0;1)$. Biết rằng có một vectơ $\vec{v}=(a;b;2)$ vuông góc với cả hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{BD}$. Tính $3a+b$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 61

Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Tính $x+y+z$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

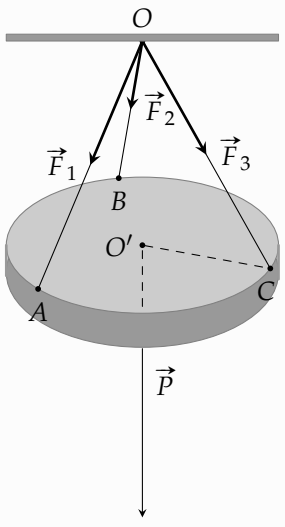
.....

.....

Câu 62

Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $\left|\vec{F}_1\right|=\left|\vec{F}_2\right|=\left|\vec{F}_3\right|=10\,\text{N}$ (xem hình vẽ).

Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: .....

Lời giải.

.....

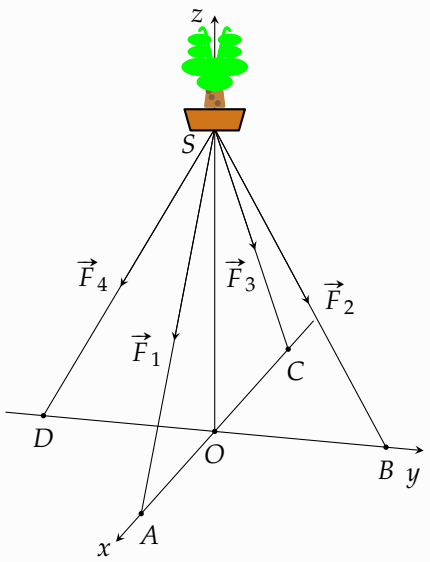
.....

.....

Câu 63

Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;40)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(40;0;0)$, $B(0;40;0)$, $C(-40;0;0)$, $D(0;-40;0)$ (đơn vị là cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 60 N và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ.

Tính $\left|\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+3\vec{F}_4\right|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 64

Trong trò chơi mô phỏng bắn súng 3D trong không gian $Oxyz$, một xạ thủ đang ngắm với tọa độ khe ngắm và đầu ruồi lần lượt là $M(3;3;1{,}5)$ và $N(3;4;2{,}5)$. Đường ngắm bắn của xạ thủ xem như đường thẳng MN. Một quả bóng đặt tại vị trí P có tọa độ $(m;5;n)$ đã bị xạ thủ ngắm trúng. Tính $m+2n$.

KQ: .....

Lời giải.

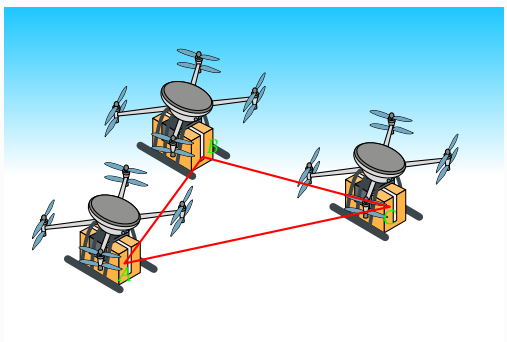
.....

.....

.....

Câu 65

Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;1;1)$, $B(5;7;9)$, $C(9,11,4)$. Tính góc $\widehat{BAC}$. (Kết quả tính theo độ và làm tròn đến hàng đơn vị)



KQ: .....

Lời giải.

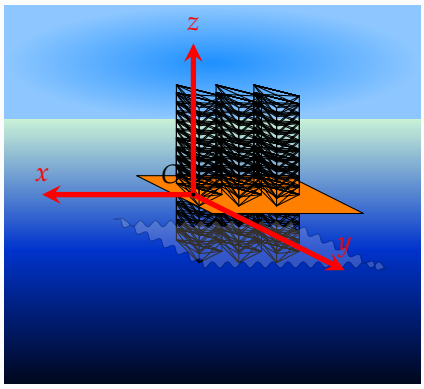
.....

.....

.....

Câu 66

Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời. Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan và một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(25;15;-10)$. Tính khoảng cách theo đơn vị kilômét từ chiếc ra đa và một chiếc tàu thám hiểm. (Kết quả làm tròn lấy một chữ số thập phân)



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 67

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD, SC. Tính cô-sin góc tạo bởi SB và MN (làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 68

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 9. Trên BD, AD' lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $MD = AN = x\left(0 < x < 9\sqrt{2}\right)$. Xác định x để độ dài đoạn MN nhỏ nhất.

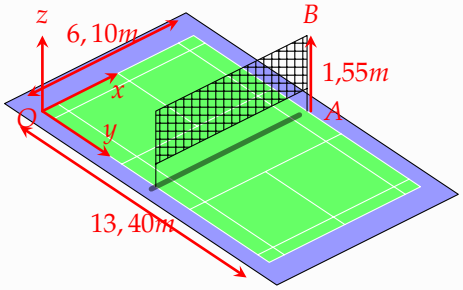
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 69

Hình vẽ dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Gọi $(x;y;z)$ là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$. Tính $x+y+z$.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 70

Giả sử không gian ngoài vũ trụ được xét theo hệ tọa độ $Oxyz$, một phi thuyền ở ngoài không gian đang ở vị trí gốc tọa độ. Có 3 vệ tinh nhân tạo lần lượt ở 3 vị trí $A(2\,500;4\,700;-3\,600)$, $B(3\,700;1\,100;2\,900)$, $C(-5\,000;-4\,000;-7\,100)$, phi thuyền cần đến vị trí trọng tâm của 3 vệ tinh A,B,C để nhận và truyền tín hiệu đến các vệ tinh. Quãng đường mà phi thuyền cần di chuyển để đến được trọng tâm của 3 vệ tinh là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)?

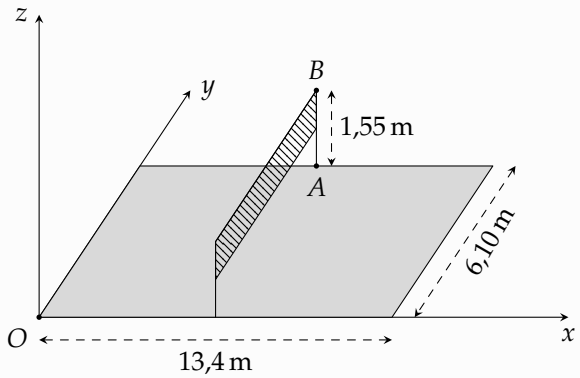
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 71

Hình vẽ mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân như hình (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}=(a;b;c)$. Khi đó $S=a-b+2c$ bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....

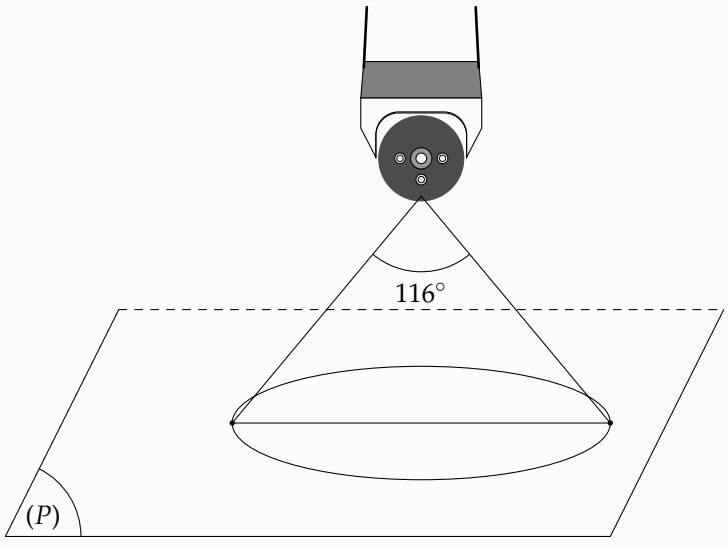
.....

.....

Câu 72

Biết góc quan sát ngang của một camera là 116°. Trong không gian $Oxyz$, camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P)\colon 2x-y-2z+13=0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?

KQ: .....



Lời giải.

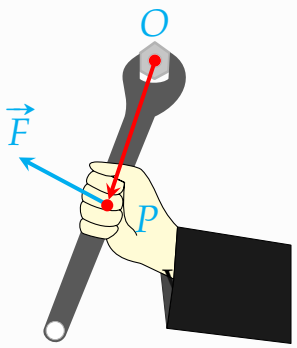
.....

.....

.....

Câu 73

Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị đo là mét, ta tác động vào cán mỏ lết tại vị trí $P(1;2;3)$ một lực $\vec{F}=(1;1;-1)$ như hình vẽ. Moment lực $\vec{M}$ khi tác động lực $\vec{F}$ vào mỏ lết tại vị trí P là $(a;b;c)$. Xác định $a+b+c$.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 74

Trong không gian với hệ tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy là kilômét, rada phát hiện một máy bay chiến đấu X đi chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(1\,200;500;13)$ đến điểm B trong 30 phút. Nếu máy bay giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì vị trí của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(1\,900;800;17)$. Tọa độ vị trí điểm $B(a;b;c)$, tính $a+b+c$.

KQ: .....

Lời giải.

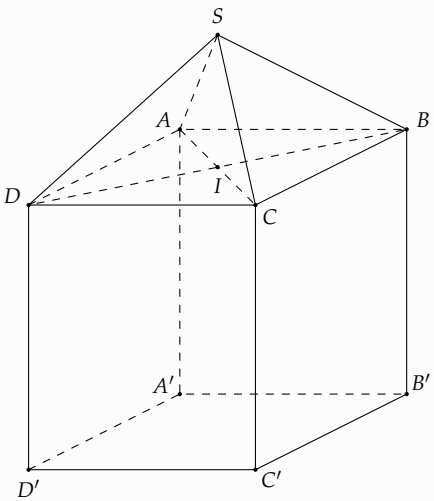
.....

.....

.....

Câu 75

Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B\left(0;\frac{1}{2};1\right)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để lắp ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



KQ: .....

Lời giải.

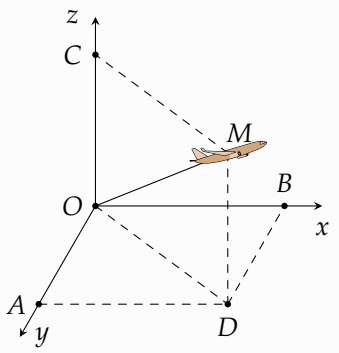
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 76

Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm M trong không gian Oxyz như hình vẽ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống mặt phẳng (Oxy). Cho biết $OM = 50$, $(\vec{i}, \overrightarrow{OH}) = 64°$, $(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OM}) = 48°$. Điểm M có tọa độ $(a; b; c)$. Tính $a + b + c$ (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

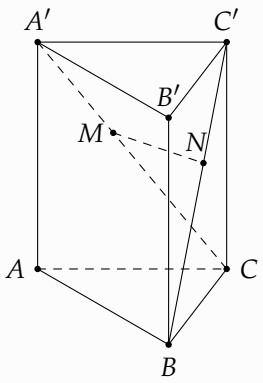
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 77

Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 300 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh $B'C$) và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất. Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 78

Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 1,8 km về phía nam và 1,2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Chiếc thứ hai nằm

cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,6 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,9 km. Khoảng cách giữa hai khinh khí cầu là bao nhiêu kilômét (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 79

Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 60 km và về phía Nam 40 km, đồng thời cách mặt đất 2 km. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 80 km và về phía Tây 50 km, đồng thời cách mặt đất 4 km. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng. Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó (làm tròn một chữ số sau dấu phẩy).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 80

Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 70 km và về phía Nam 40 km, đồng thời cách mặt đất 2 km. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 80 km và về phía Tây 50 km, đồng thời cách mặt đất 4 km. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng. Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó (làm tròn hai chữ số sau dấu phẩy).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 81

Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 160 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50 m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180 m về phía bắc và 240 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60 m.

Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 82

Một thiết bị thăm dò đáy biển đang lặn với vectơ vận tốc của thiết bị khi biển đứng yên là $\vec{v} = (11;7;-4)$ (đơn vị: km/h). Cho biết vectơ vận tốc của dòng hải lưu của vùng biển là $\vec{w} = (4;2;0)$ (đơn vị km /h). Tính tốc độ của thiết bị trong điều kiện có dòng hải lưu, các yếu tố khác không đáng kể (đơn vị km/h, làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

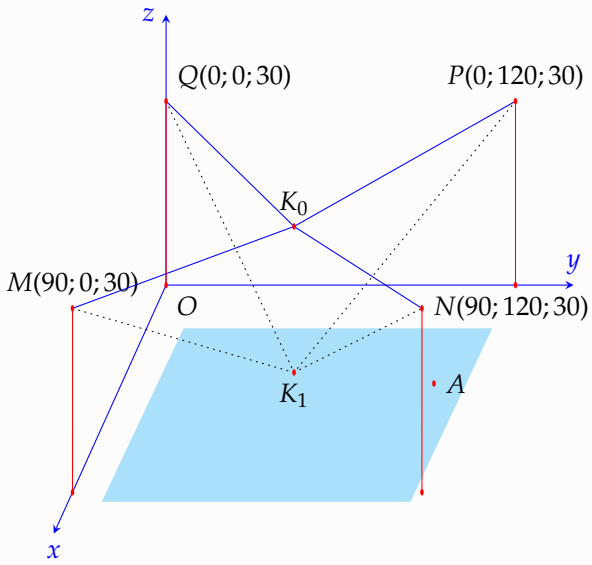
.....

Câu 83

Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn.

Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m) các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$ (Hình dưới).

Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 cao độ bằng 19. Cao độ của vectơ K_0K_1 là



KQ: .....

Lời giải.

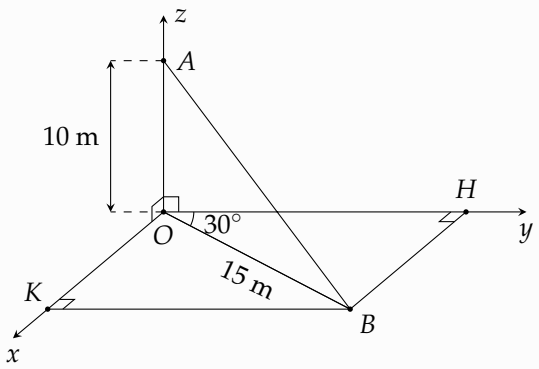
.....

.....

.....

Câu 84

Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ toạ độ $Oxyz$ như hình bên với độ dài đơn vị trên các trục toạ độ bằng 1 (m). Biết $\overrightarrow{AB} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$. Tính $a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 85

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;6)$ và $B(1;5;3)$. Giả sử mặt phẳng tọa độ Oxy là gương phản chiếu và một tia sáng đi từ điểm A đến gương tại điểm M rồi đến điểm B. Đường pháp tuyến là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng Oxy tại điểm M, góc tới i là góc hợp bởi tia tới AM và đường pháp tuyến, góc phản xạ i' là góc hợp bởi tia phản xạ MB và đường pháp

tuyến. Theo định luật phản xạ ánh sáng thì đường đi của tia sáng là đường đi ngắn nhất từ điểm A đến gương rồi đến điểm B và $i = i'$. Giả sử $i = i' = a^\circ$, hỏi a có giá trị bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

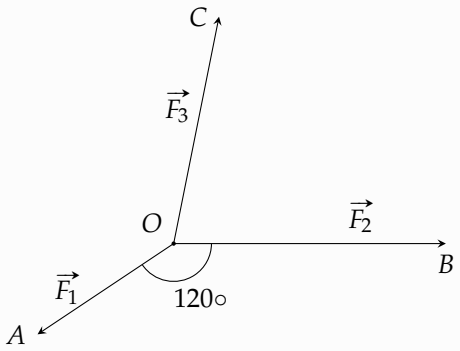
.....

.....

.....

Câu 86

Có ba lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$ cùng tác động vào một vật và đôi một tạo với nhau một góc 120°. Hai lực $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$ có độ lớn lần lượt là 15 N và 7 N. Hỏi độ lớn lực $\vec{F_3}$ nhỏ nhất là bao nhiêu thì độ lớn của hợp lực tác động vào vật bằng 7 N?



KQ: .....

Lời giải.

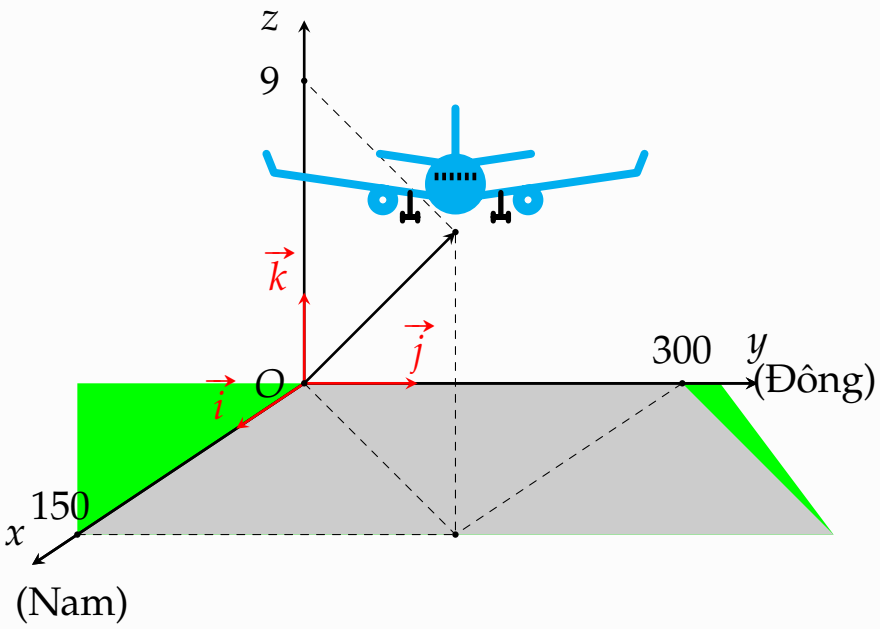
.....

.....

.....

Câu 87

Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 8 giờ. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều khiển. Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc là 650 km/h, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc 10 m/s. Giả sử vận tốc và hướng gió không thay đổi thì tại thời điểm 9 giờ máy bay ở tọa độ $(a; b; c)$. Tính $S = a + b - c$.



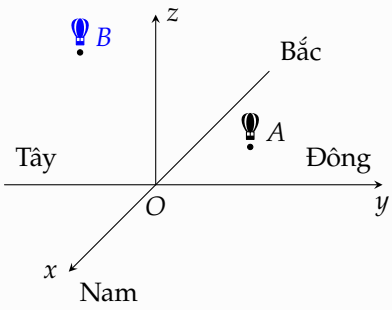
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 88

Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 1,2 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 1,1 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Khi đó $a+5b$ bằng (kết quả làm tròn ở hàng phần mười).



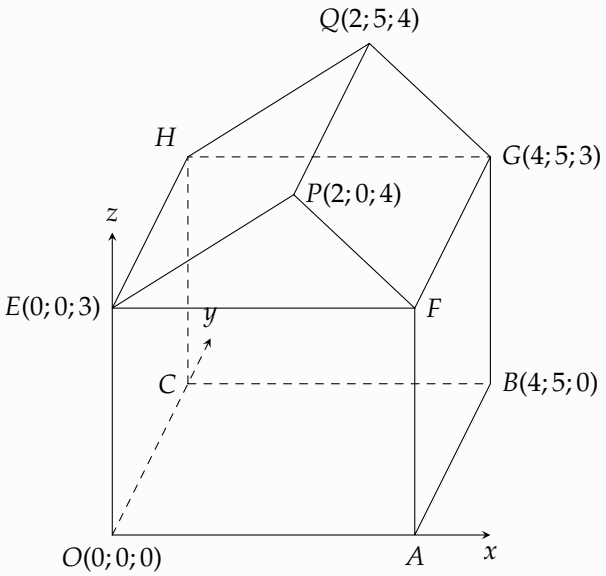
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 89

Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Góc dốc của mái nhà và mặt nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 90

Cho khối chóp cụt tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng 3 cm, diện tích hai đáy lần lượt là 72 cm^2 và 18 cm^2. Số đo góc (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) giữa hai mặt bên của khối chóp cụt đều đã cho là $a°$. Tính giá trị của a.

KQ: .....

Lời giải.

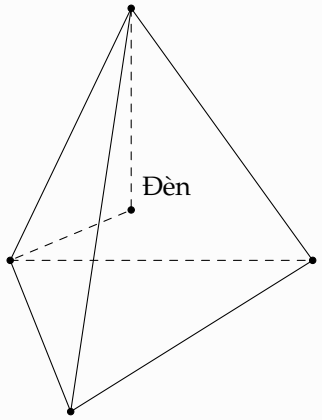
.....

.....

.....

Câu 91

Một đồ chơi có dạng hình tứ diện đều làm bằng thủy tinh có cạnh bằng 10cm. Bên trong đặt một đèn nhỏ. Đèn đặt trên đường nối từ đỉnh của tứ diện xuống tâm của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy và cách đỉnh một khoảng là $\frac{5\sqrt{6}}{2}$cm. Đèn được nối bởi hai dây qua hai đỉnh của tứ diện như hình vẽ. Cường độ lực tổng hợp của hai dây tác dụng lên đèn là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



KQ: .....

Lời giải.

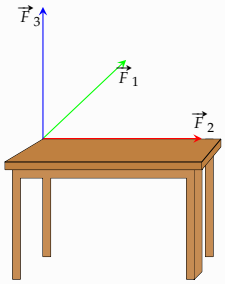
.....

.....

.....

Câu 92

Có ba lực cùng tác động vào một cái bàn như hình vẽ. Trong đó hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ tạo với nhau một góc 110° và có độ lớn lần lượt là $9N$ và $4N$, lực $\vec{F}_3$ vuông góc hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ và có độ lớn $7N$. Độ lớn hợp lực của ba lực trên là a (N), tìm giá trị của a.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 93

Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này. (Làm tròn kết quả

đến hàng đơn vị)

KQ: .....

Lời giải.

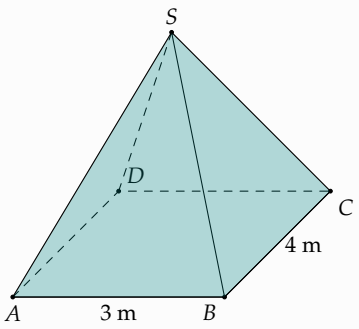
.....

.....

.....

Câu 94

Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tuỳ thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là 3 m và 4 m và độ cao của giếng trời là 2 m (hình vẽ minh hoạ). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 95

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và theo hướng về đài không lưu. $E(a;b;c)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính $T = a + b + c$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

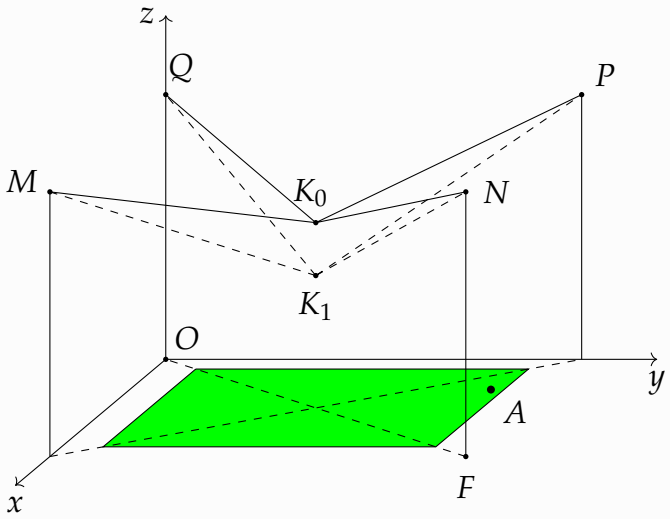
.....

.....

Câu 96

Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau:

Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19 (Nguồn: https://www.abiturloesumg.de; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).



Biết rằng véc-tơ $\overrightarrow{K_0K_1}$ có tọa độ là (a, b, c), $a, b, c \in \mathbb{R}$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 97

Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;3;5)$, $B(1;1;3)$, $C(4;-2;3)$. Số đo của góc $\widehat{ABC}$ bằng bao nhiêu độ?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 98

Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay ở vị trí A $(3;2;-3)$ sẽ hạ cánh tới vị trí B $(8;8;0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 99

Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilomét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A\,(5;0;5)$ đến vị trí $B\,(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $C\,(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

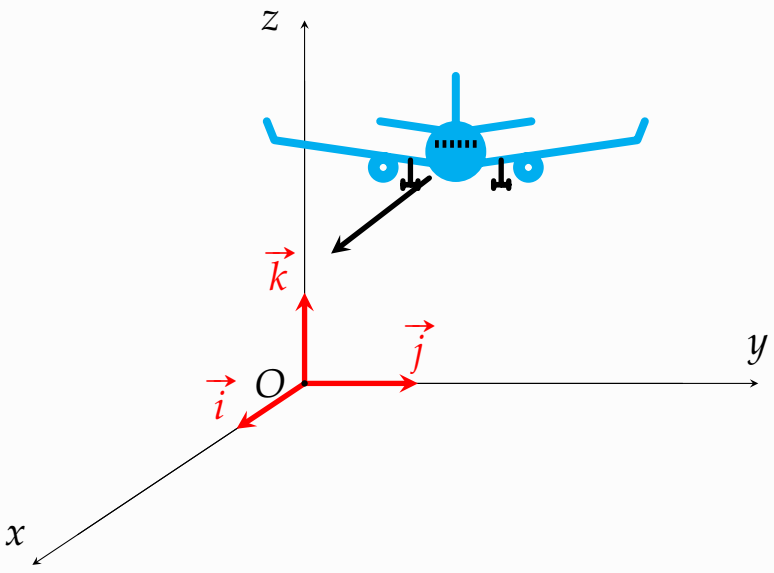
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 100

Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), một chiếc máy bay đang di chuyển với hướng bay không đổi từ điểm $(-50;30;10)$ đến vị trí hạ cánh là $(2;3;0)$. Hỏi đường bay của máy bay hợp với mặt đất một góc bao nhiêu độ? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 101

Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm trong không gian. Sau một khoảng thời gian, chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 3 km về phía Đông và 2 km về phía Nam, đồng thời cách mặt đất 0,5 km; chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 0,3 km. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai khinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai khinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

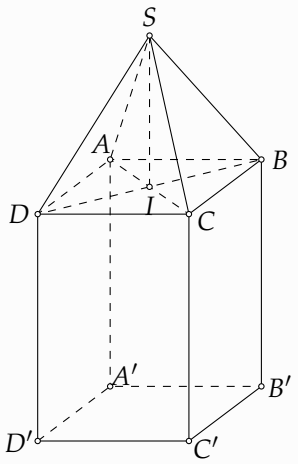
.....

.....

.....

Câu 102

Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;0{,}5;1)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

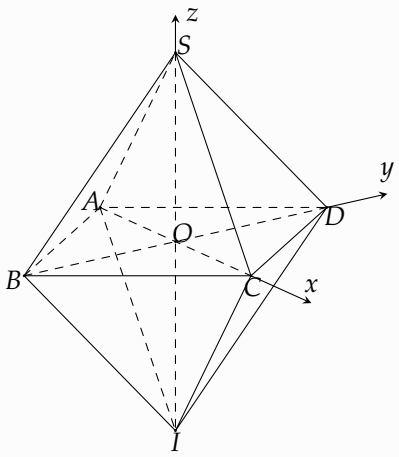
.....

.....

.....

Câu 103

Một chi tiết trong bộ trang sức được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sau:



Các hình chóp $S.ABCD$ và $I.ABCD$ là các hình chóp đều cạnh 1 cm. Tính số đo góc nhị diện $[S,CD,I]$ theo đơn vị độ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

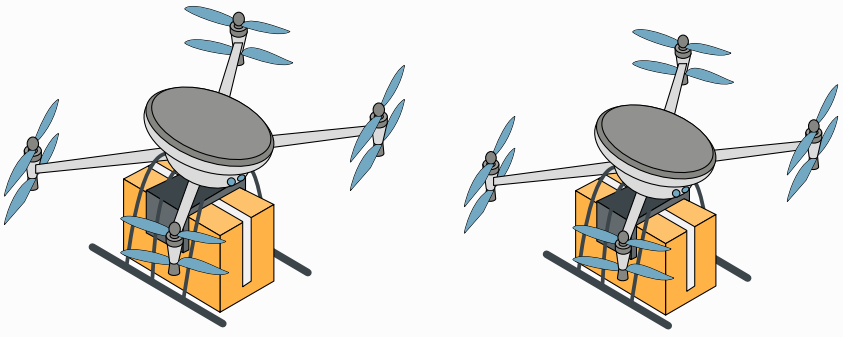
.....

.....

.....

Câu 104

Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20(km) và về phía Tây 10(km), đồng thời cách mặt đất 0,7(km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30(km) và về phía Nam 25(km), đồng thời cách mặt đất 1(km). Xác định khoảng cách giữa hai chiếc máy bay. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 105

Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 100(km) và về phía Nam 80(km), đồng thời cách mặt đất 1(km). Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 70(km) và về phía Tây 60(km), đồng thời cách mặt đất 0,8(km). Xác định khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

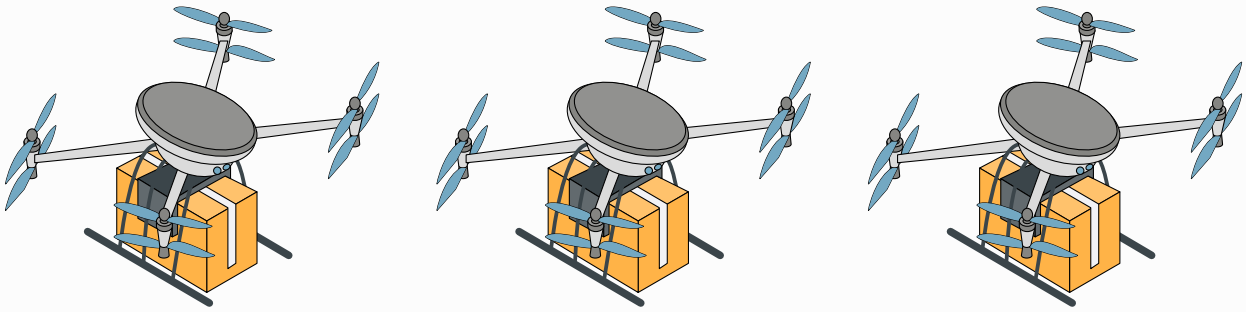
.....

.....

.....

Câu 106

Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 60(km) và về phía Nam 40(km), đồng thời cách mặt đất 2(km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 80(km) và về phía Tây 50(km), đồng thời cách mặt đất 4(km). Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.



Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó. (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

KQ: .....

Lời giải.

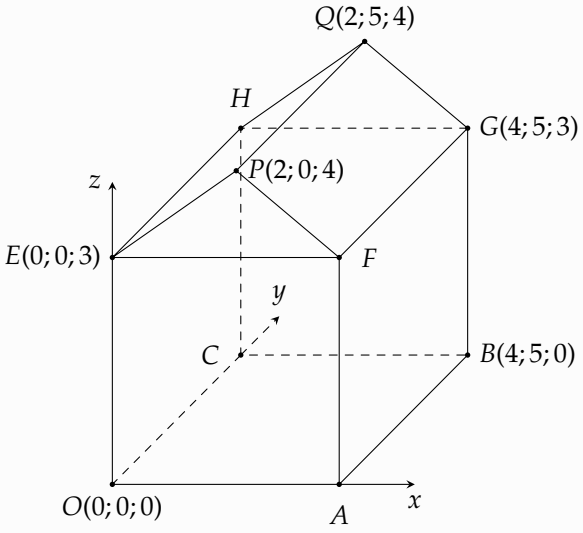
.....

.....

.....

Câu 107

Hình minh hoạ sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục toạ độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (làm tròn kết quả đến hàng phẩn mười của độ).

KQ: .....

Lời giải.

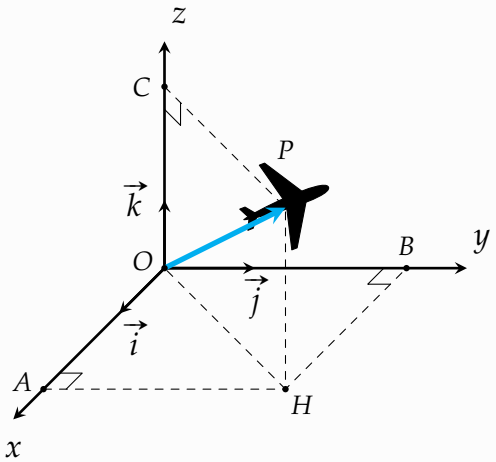
.....

.....

.....

Câu 108

Ở một sân bay, vị trí của máy bay được xác định bởi điểm P trong không gian $Oxyz$ (như hình vẽ). Gọi H là hình chiếu vuông góc của $P(a;b;c)$ xuống mặt phẳng (Oxy). Cho biết $OP = 41$, $\left(\vec{i}, \overrightarrow{OH}\right) = 52°$, $\left(\overrightarrow{OH}, \overrightarrow{OP}\right) = 46°$. Tính giá trị của biểu thức $S = a + b + c$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



KQ: .....

Lời giải.

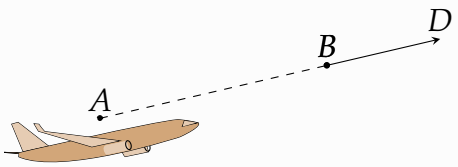
.....

.....

.....

Câu 109

Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì toạ độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x;y;z)$ khi đó $x+y+z$ bằng



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 110

Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai dường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 111

Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1100;500;10)$ đến điểm $N(a;b;c)$ trong 30 phút. Máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1500;800;16)$. Tính giá trị biểu thức $T=a-b+2c$.

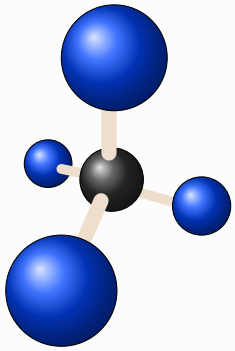
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 112

Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này (tính theo độ, làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 113

Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo ki-lô-mét), một ra đa đặt ở vị trí gốc tọa độ. Biết rằng ra đa có phạm vi hoạt động là 100 km. Ra đa phát hiện tại vị trí điểm $M(60;80;0)$ có một chiếc máy bay di chuyển theo hướng không đổi và đến vị trí điểm $N(m;n;20)$, $m>0$ thì mất dấu vết. Biết rằng trong thời gian bị phát hiện, khoảng cách gần nhất của máy bay và ra đa là 80 km. Hỏi hoành độ của điểm N bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng chục).

KQ: .....

Lời giải.

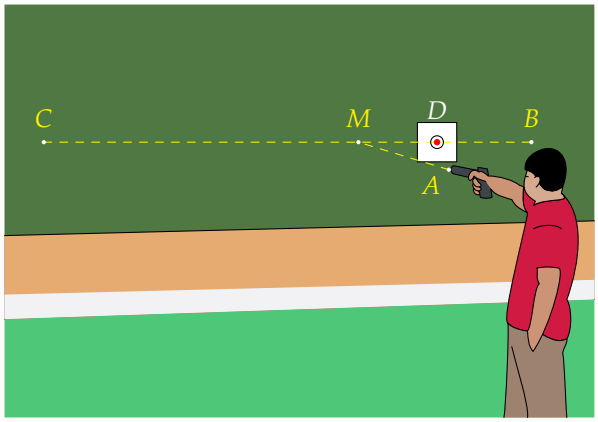
.....

.....

.....

Câu 114

Một vận động viên tham gia cuộc thi súng ngắn bắn nhanh, bia di động, cự li 25 m. Hồng tâm của bia di chuyển trên đường thẳng d qua điểm ngắm D, song song với mặt đất từ vị trí B về vị trí C và luôn cách mặt đất 2,5 m. Mặt phẳng chứa bia bắn qua d, vuông góc với mặt đất và cách vị trí đầu súng A một khoảng 25 m. Biết $BC=10$ m, $BD=2$ m, A cách mặt đất 1,5 m và mặt phẳng chứa AD vuông góc với cả mặt phẳng chứa bia bắn và mặt đất. Tốc độ di chuyển của bia là 5 m/s, tốc độ viên đạn ra khỏi nòng súng là 300 m/s. Khi bia di chuyển đến điểm D thì vận động viên bóp cò. Biết rằng viên đạn trúng hồng tâm bia vị trí M (mô tả trên hình vẽ). Khi đó khoảng cách AM bằng bao nhiêu cen-ti-mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị và coi như viên đạn ra khỏi nòng súng tức thời với thời điểm bóp cò).



KQ: .....

Lời giải.

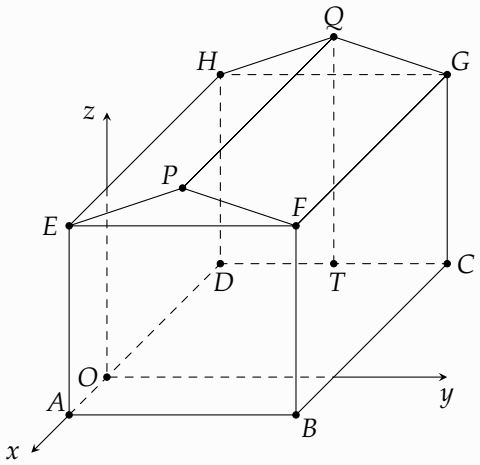
.....

.....

.....

Câu 115

Một kho chứa hàng có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ và mái che có dạng lăng trụ đứng $EFP.HGQ$ với đáy EFP là tam giác cân đỉnh P và các điểm A, B, E, F, P cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi T là trung điểm của DC. Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6$ m, $AE = 5$ m, $AD = 8$ m, $QT = 7$ m. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2$ m và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O. Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?



KQ: .....

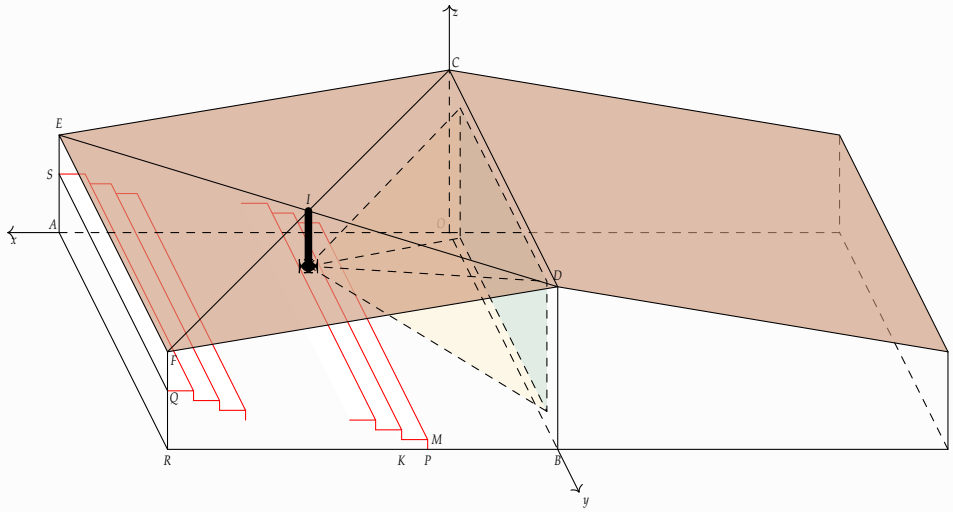
Lời giải.

.....

.....

Câu 116

Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA = 30$ m và chiều rộng là $OB = 20$ m, chiều cao các bức tường $OC = BD = 10$ m và $EA = RF = 6$ m. Từ vị trí P trên BR cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm. Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu (chiều cao học sinh đó là 1,8 m) và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ, theo phương vuông góc bức tường $OBDC$ (chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2 m). Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

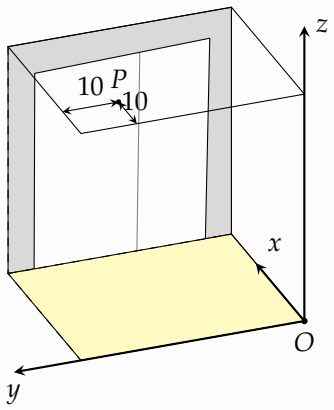


KQ: .....

Lời giải.

Câu 117

Một gia đình định lắp thang máy trong nhà ở, cabin của thang máy có dạng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông như hình vẽ. Biết rằng công ty cung cấp thang máy cho biết thể tích khoang cabin là 5,4 m^3 và diện tích toàn phần của nó là 18,9 m^2. Gia đình định lắp 1 chiếc camera ở vị trí trên trần cabin (điểm P), gần 1 góc vuông sao cho nó cách 2 vách đứng của khoang cabin đều là 10 cm (hình vẽ). Chọn hệ trục như hình vẽ, đơn vị trên mỗi trục là 10 cm. Nếu tọa độ điểm $P(a;b;c)$ thì tổng $a+b+c$ bằng bao nhiêu? biết rằng cạnh của đáy cabin không tới 2 m.



KQ: .....

Lời giải.

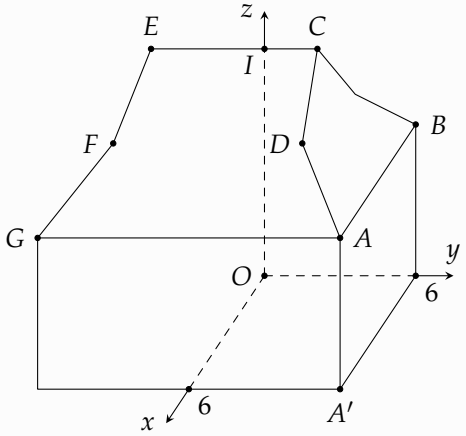
.....

.....

.....

Câu 118

Trên khu vực miền núi thì người dân thường xây dựng nhà ở dạng nhà sàn và được minh họa như hình vẽ dưới bên. Giả sử áp dụng hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục là mét). Xét một bên của mái nhà gồm có một hình chữ nhật $CDFE$ và một hình thang $ADFG$ với các điểm có toạ độ lần lượt là $G(6;-6;6)$, $C(3;4;8)$, $F(4;-4;7)$ và điểm I là trung điểm CE. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng a°. Giá trị của a bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

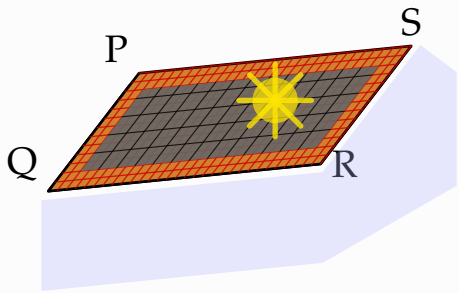
.....

.....

.....

Câu 119

Một công ty xây dựng muốn lắp đặt một tấm pin năng lượng mặt trời trên nóc của một tòa nhà. Tấm pin này được cố định bởi bốn trụ thép tại các góc của một hình chữ nhật $PQRS$ như hình bên dưới. Ba trong bốn trụ đã được lắp đặt tại các vị trí có tọa độ như sau trong không gian $Oxyz$: $P(1;3;4)$, $Q(1;0;0)$, $R(5;0;0)$. Biết $S(a;b;c)$, giá trị của biểu thức $T=a+2b+3c$ bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

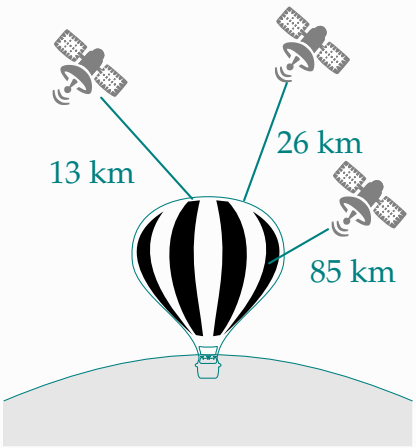
.....

.....

.....

Câu 120

Một khinh khí cầu nghiên cứu khí tượng được phóng lên để thu thập dữ liệu trong tầng bình lưu. Khinh khí cầu này có thiết bị định vị sử dụng tín hiệu từ các vệ tinh của công ty S để xác định vị trí trong không gian. Tại thời điểm quan sát, khí cầu đang bay ở độ cao 50 km và nhận được tín hiệu từ ba vệ tinh S có toạ độ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị: km) như sau: Vệ tinh A tại vị trí $A(103;204;62)$, vệ tinh B tại vị trí $B(106;208;74)$, vệ tinh C tại vị trí $C(105;212;134)$. Từ thời gian truyền tín hiệu, hệ thống xác định rằng khoảng cách từ vị trí M của khinh khí cầu đến các vệ tinh là $MA = 13$ km, $MB = 26$ km, $MC = 85$ km. Tính khoảng cách từ khinh khí cầu đến gốc toạ độ O (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của km).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 121

Trong một trung tâm logistics, người ta cần thiết kế một thùng hàng hình chữ nhật để đóng gói và vận chuyển thiết bị điện tử. Tổng diện tích các mặt ngoài của thùng bằng 36 m^2 (bao gồm cả mặt đáy, mặt nắp và 4 mặt bên). Để đảm bảo khả năng đóng gói vừa vặn thiết bị, đường chéo không gian của thùng phải dài 6 mét. Thể tích lớn nhất có thể của thùng hàng này là bao nhiêu (tính theo đơn vị mét khối, làm tròn đến hàng phần chục)?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 122

Thiên thạch với kích thước chỉ 30 cm đến 40 cm đến từ vùng không gian giữa các hành tinh, khi xuyên vào khí quyển Trái Đất ở độ cao 150 km so với mực nước biển, tạo ra vùng không khí bốc cháy quanh nó rộng vài trăm mét gây nên hiện tượng sao băng. Xem Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1 000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) được phát hiện ở vị trí điểm $M(4{,}29;7;0)$ và đang chuyển động thẳng với tốc độ không đổi 960 km/phút đến tâm Trái Đất. Xác định thời điểm (đơn vị phút) thiên thạch bị bốc cháy kể từ lúc phát hiện (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 123

Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 6 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 2 m; 3 m; 4 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ?

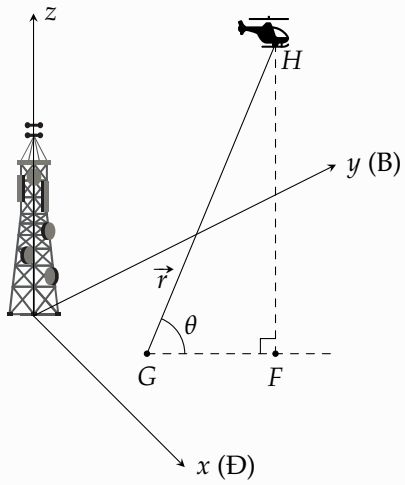
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 124

Hình bên minh hoạ đường bay của một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc toạ độ O là chân tháp điều khiển của sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G. Véc-tơ $\vec{r}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có toạ độ là $\vec{r} = (1+t; 0,5+2t; 2t)$. Tìm góc θ mà đường bay tạo với phương ngang.



KQ: .....

Lời giải.

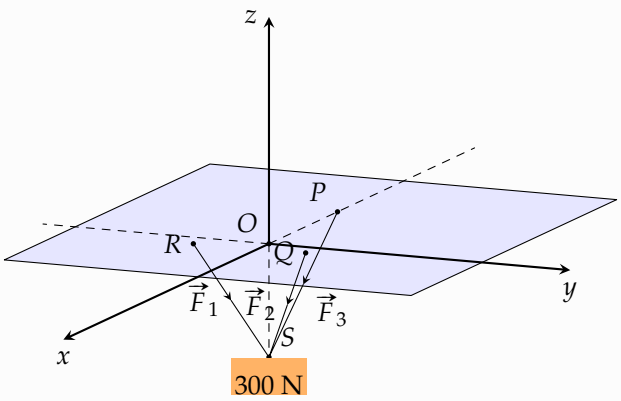
.....

.....

.....

Câu 125

Một vật có trọng lượng 300 N được treo bằng ba sợi dây cáp không dãn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm $P(-2;0;0)$, $Q(1;\sqrt{3};0)$, $R(1;-\sqrt{3};0)$ còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S(0;0;-2\sqrt{3})$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 N). Gọi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$ tương ứng là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS thì $\vec{F_1} = (x;y;z)$. Giá trị của $y+z$ bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 126

Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo trên các trục là kilomet, một rađa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1\,000;600;14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $Q(1\,400;800;16)$. Biết một tên lửa ở tọa độ vị trí

điểm $E(100;150;9{,}5)$ được bắn ra với vận tốc không đổi gấp 5 lần vận tốc máy bay nhằm bắn trúng máy bay tại vị trí điểm N. Sau bao nhiêu phút khi máy bay bay từ M thì người điều khiển tên lửa phải bắn?

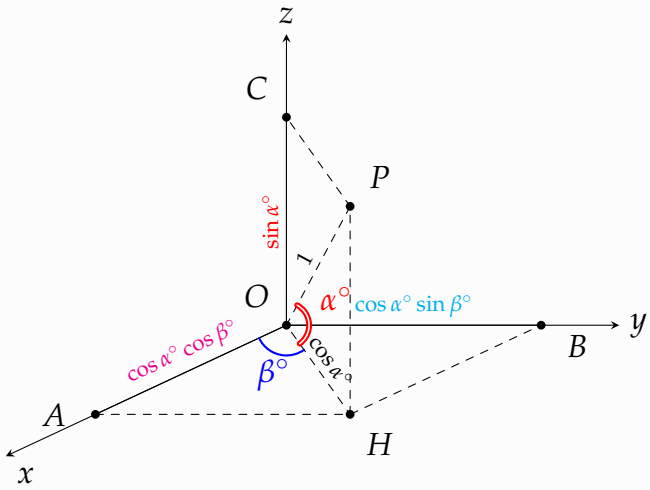
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 127

Xét Trái Đất trong không gian $Oxyz$, với O là tâm Trái Đất, tia Ox chứa giao điểm của kinh tuyến gốc và xích đạo, tia Oz chứa điểm cực Bắc N, tia Oy giao xích đạo tại điểm thuộc bán cầu Đông, một đơn vị dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 6371 km trong thực tế. Biết rằng nếu điểm M có vĩ độ, kinh độ tương ứng là α°N, β°E; $(0^\circ < \alpha < 90^\circ; 0^\circ < \beta < 180^\circ)$ thì điểm M có tọa độ là $M\left(\cos\alpha^\circ\cos\beta^\circ; \cos\alpha^\circ\sin\beta^\circ; \sin\alpha^\circ\right)$. Tính khoảng cách giữa hai vị trí trên bề mặt Trái Đất là Cầu Hiền Lương (cũ) (Quảng Trị) có vĩ độ, kinh độ tương ứng là 17,0045°N; 107,0517°E và Dinh Độc Lập (TP Hồ Chí Minh) có vĩ độ, kinh độ tương ứng là 10,777°N; 106,695°E (*đơn vị: km, làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).



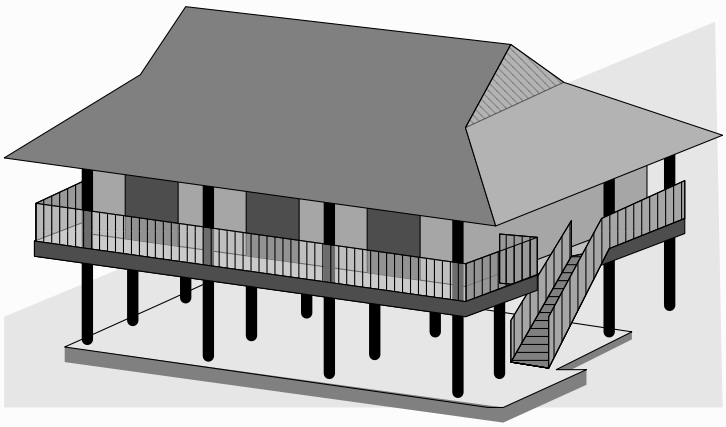
KQ: .....

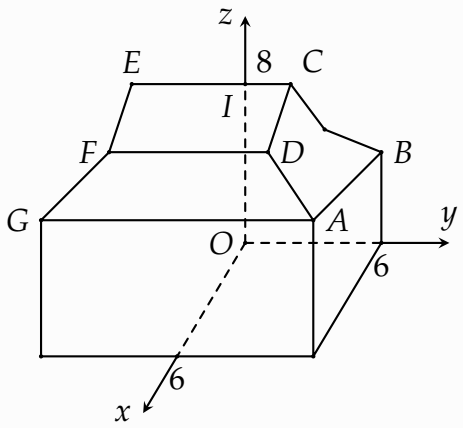
Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 128

Trên khu vực miền núi thì người dân thường xây dựng nhà ở dạng nhà sàn và được minh họa như hình vẽ dưới đây:





Giả sử áp dụng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục là mét). Xét một bên của mái nhà gồm có một hình chữ nhật $CDFE$ và một hình thang $ADFG$ với các điểm có tọa độ lần lượt là $G(6;-6;6)$; $C(3;4;8)$; $F(4;-4;7)$ và điểm I là trung điểm CE. Biết góc giữa hai véc-tơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng a°. Giá trị của a bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

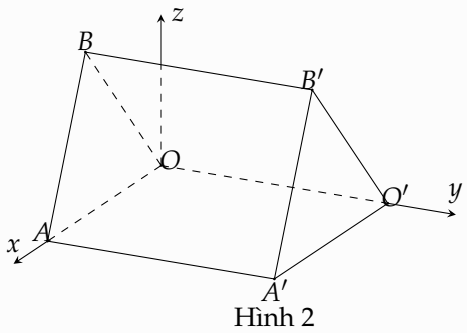
.....

.....

.....

Câu 129

Những căn nhà gỗ trong Hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong Hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như Hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimét), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm, chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a+b+c$ *(làm tròn đến hàng đơn vị)*.



Hình 2

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 130

Một Hai quả bóng bay được thả lên cùng một địa điểm. Sau một khoảng thời gian, quả bóng thứ nhất nằm cách địa điểm xuất phát 200 m về hướng Đông và 200 m về hướng Nam, đồng thời cách mặt đất 50 m; quả bóng thứ hai nằm cách địa điểm xuất phát 100 m về hướng Tây và 100 m về hướng Bắc, đồng thời cách mặt đất 40 m. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất quan sát thấy hai quả bóng này. Biết rằng so vớicác vị trí quan sát trên mặt đất, vị trí người đứng có tổng khoảng cách đến hai quả bóng bay là nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ vị trí người quan sát đến địa điểm thả hai quả bóng bay này (Đơn vị: mét) (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

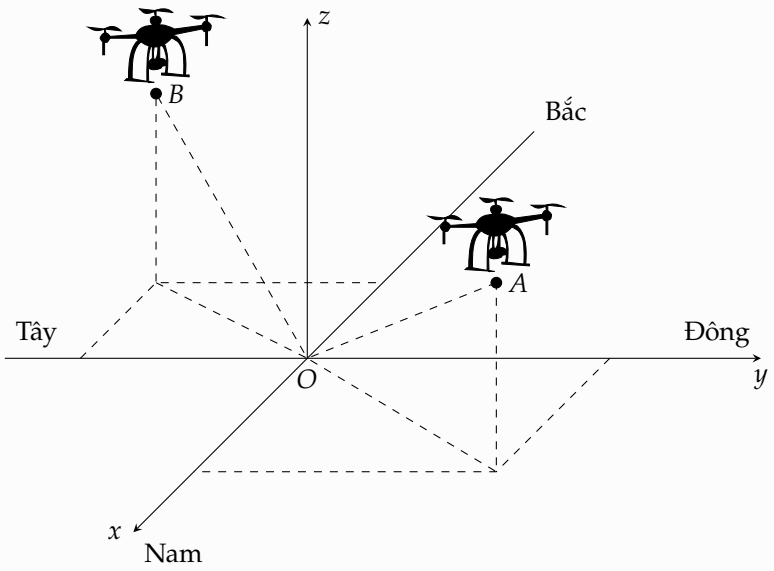
.....

.....

.....

Câu 131

Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 3 m về phía nam và 2 m về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất 5 m, cách điểm xuất phát 6 m về phía bắc và 6 m về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét). Trên mặt đất, người ta xác định được một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Hỏi khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó bằng bao nhiêu mét?



KQ: .....

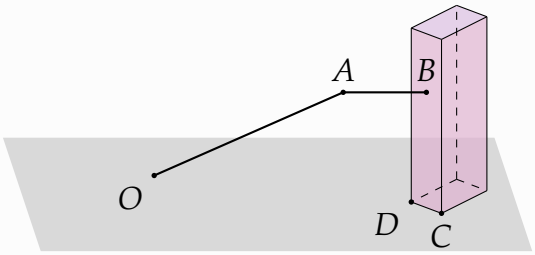
Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 132

Một công ty logistics đang thử nghiệm hệ thống giao hàng tự động bằng máy bay không người lái (drone). Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tương ứng với 1 mét trên thực tế. Mặt ngoài của một tòa nhà cao tầng được xem là một phần của mặt phẳng (P) thẳng đứng, đi qua hai điểm $C(10;50;0)$ và $D(30;10;0)$.



Vị trí giao hàng là điểm B nằm trên mặt phẳng (P). Drone bắt đầu bay từ kho hàng tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$. Ban đầu, nó bay theo một đường thẳng đến vị trí $A(30;40;120)$. Từ vị trí A, drone thay đổi đường bay, di chuyển theo phương vuông góc với mặt phẳng (P) đến vị trí giao hàng B. Tính khoảng cách từ O đến B (làm tròn đến hàng đơn vị). KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 133

Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với mặt đất là mặt phẳng tọa độ (Oxy) và đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 km, trục Ox hướng về nam, trục Oy hướng về đông. Tại một thời điểm người ta quan sát thấy có hai khinh khí cầu X và Y lần lượt có tọa độ $X(4;3;5)$ và $Y(-1;-2;2)$. Quan sát và nhận ra khinh khí cầu X đang bay về phía đông với tốc độ không đổi bằng 30 km/h, khinh khí cầu Y đang bay về phía nam với tốc độ không đổi 40 km/h, có độ cao của hai khinh khí cầu không đổi. Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai khinh khí cầu đơn vị kilômet (làm tròn kết quả đến hảng phần trăm)?

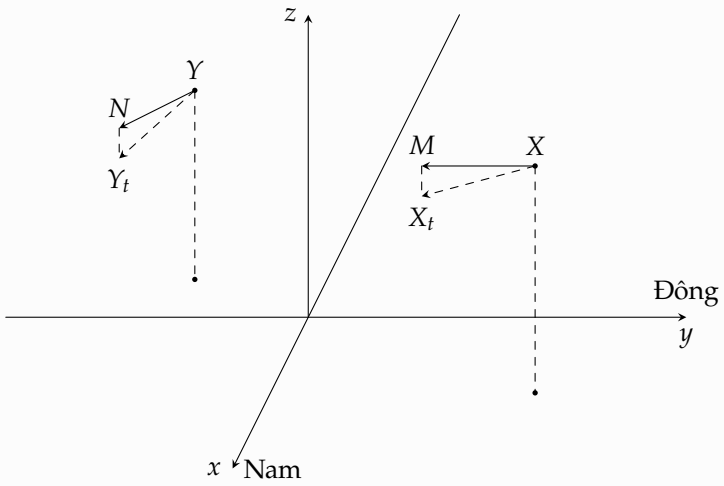
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 134

Gán hệ trục toạ độ $Oxyz$ với mặt đất là mặt phẳng toạ độ (Oxy) và đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 km, trục Ox hướng về nam, trục Oy hướng về đông. Tại một thời điểm người ta quan sát thấy có hai khinh khí cầu X và Y lần lượt có toạ độ $X(4;3;2)$ và $Y(-2;-1;7)$. Quan sát và nhận ra khinh khí cầu X đang bay về tây với tốc độ không đổi bằng 30 km/h, khinh khí cầu Y đang bay về phía nam đồng thời chếch xuống so với phương ngang một góc φ $(\tan\varphi = 0{,}1)$ với tốc độ không đổi 40 km/h, có độ cao của hai khinh khí cầu không đổi. Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất giữa hai khinh khí cầu đơn vị kilômet (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

HẾT

Chương 4

NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN

§1. NGUYÊN HÀM

Câu 1

Một ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 mNgười lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thơi gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1{,}2698\mathrm{e}^{0{,}014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm.

a) $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.

b) $S(t) = 90{,}7\mathrm{e}^{0{,}014t} + 90{,}7$.

c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng 1,7 triệu người/năm.

d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Một vật được ném lên từ độ cao 34,3 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9{,}8t + 29{,}4$ (m/s). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật tại thời điểm t (s).

a) Hàm số biểu thị độ cao của vật tại thời điểm t là $h(t) = -4{,}9t^2 + 29{,}4t + C$.
b) $C = 0$.
c) Độ cao của vật sau 5s kể từ khi ném là 24,5 m.
d) Sau 7s kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4

Ở nhiệt độ 37° C, một phản ứng hóa học từ chất đầu A, chuyển hóa thành chất B theo phương trình A $\longrightarrow$ B. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol L^{-1}) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là 0,05 mol L^{-1}. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Các phát biểu sau đây đúng hay sai?

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.
b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0{,}05)$.
c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.
d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng 0,05.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5

Từ độ cao 20m một quả bóng được ném thẳng đứng lên trên với vận tốc được tính bởi công thức $v = -10t + 20\,(\text{m/s})$. Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào là sai?

a) Ở thời điểm ban đầu vật có vận tốc là 20 (m/s).
b) Độ cao của vật ở thời điểm t là $s(t) = -5t^2 + 20t + 20\,(\text{m})$.
c) Ở thời điểm vật có vận tốc là $-20\,(\text{m/s})$ thì nó có độ cao là 20 m.
d) Ở thời điểm $t_2 = 5$ giây thì vật chạm đất.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ (Nguồn: R. Larson and Edwards, Calculus 10e, Cengage). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.
b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1 325 người.
c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.
d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$ (giờ).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm . Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t.

a) $h(t) = \dfrac{-t^4}{40} + \dfrac{t^3}{3}$,với $t \geq 0$.
b) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là 88,4 cm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).
c) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài trong 9 tuần.
d) Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao cây cà chua đạt 54,4 cm (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 8

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 63 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
b) $s(t) = -5t^2 + 20t$ (m).
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \le t \le 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. *(Nguồn: R.Larson and Eawads, Calculus 10e, Cengage)*. Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1 325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.

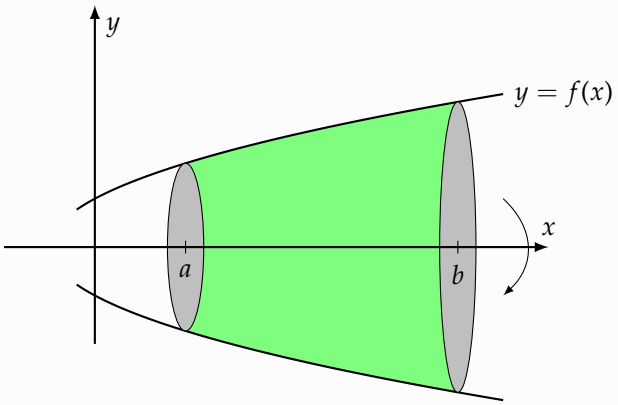
d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 10

Cho vật thể tròn xoay như hình dưới đây



a) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox.

b) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox.

c) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b f(x)\, dx$.

d) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2\, dx$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 11

Người ta thay nước mới cho 1 bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là $h_1 = 300$ cm. Giả sử $h(t)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là $h'(t) = \dfrac{1}{500}\sqrt[3]{t+3}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước.

a) Chiều cao $h(t)$ của mực nước bơm được chính là nguyên hàm của tốc độ tăng $h'(t)$ của chiều cao mực nước.

b) $h(0) = 0$.

c) $h(t) = -\dfrac{3}{2000}(t+3)^{\frac{4}{3}} - \dfrac{3^{\frac{7}{3}}}{2000}$.

d) Sau khoảng 2 giờ 7 phút thì lượng nước bơm được bằng $\dfrac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12

Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn trong hồ bơi được mô hình bởi hàm số $B'(t) = \dfrac{1000}{(1+0{,}25t)^2}$, $t \geq 0$, trong đó $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước tại ngày thứ t. Số lượng vi khuẩn ban đầu là 600 con trên mỗi ml nước. Biết rằng mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 4000 con trên mỗi ml nước.

a) $B(t) = -\dfrac{1000}{0{,}25(1+0{,}25t)} + 6000$.

b) Lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước tại ngày thứ 12 là 5000.

c) Vào ngày 12 nước vẫn đảm bảo an toàn cho người sử dụng.

d) Sau ngày 23 hồ bơi cần phải thay nước để đảm bảo an toàn cho người sử dụng.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 13

Một viên đạn được bắn lên trời với vận tốc là 72 m/s bắt đầu từ độ cao 2 m. Hãy xác định chiều cao của viên đạn sau thời gian 5s kể từ lúc bắn.

a) Hàm số biểu diễn vận tốc của viên đạn là $v(t) = -9{,}8t + 72$.

b) Chiều cao viên đạn khi bắt đầu ra khỏi nòng súng là 0 m.

c) Hàm số biểu diễn quãng đường đi được của viên đạn là $s(t) = -4{,}9t^2 + 72t + 2$.

d) Chiều cao viên đạn sau 5s kể từ lúc bán là 240 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .

Câu 14

Một vận động viên điền kinh xuất phát chạy với gia tốc $a(t) = -\dfrac{1}{24}t^3 + \dfrac{5}{16}t^2$ (m/s^2).

a) Vận tốc $v(t)$ chính là nguyên hàm của gia tốc $a(t)$.

b) Tại thời điểm ban đầu ($t = 0$ s) thì vận động viên có vận tốc là 1 m/s.

c) $v(t) = -\dfrac{1}{96}t^4 + \dfrac{5}{48}t^3 + 1$.

d) Vận tốc của vận động viên lớn hơn 6 m/s tại thời điểm tại giây thứ 5.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15

Một học sinh tự chế tên lửa và phóng tên lửa từ mặt đất với vận tốc ban đầu là 20 m/s. Giả sử bỏ qua sức cản của gió, tên lửa chỉ chịu tác động của trọng lực.

a) Gia tốc trọng trường của tên lửa là $-9{,}8$ m/s^2.

b) $s(t) = -4{,}9t^2 + 20t$.

c) Vận tốc của tên lửa sau 2 s là 0,4(m/s).

d) Độ cao của tên lửa luôn nhỏ hơn 2m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 16

Trong dây chuyền sản xuất sữa chua hiện đại của một nhà máy thực phẩm, từng giọt sữa chua âm thầm chuyển mình dưới tác động của hàng triệu vi khuẩn Lactic, những "nghệ nhân tí hon "kiến tạo vị chua thanh đặc trưng. Mật độ vi khuẩn (số triệu tế bào trên mỗi ml sữa chua) tại thời điểm t (giờ) được kí hiệu là $N(t)$. Ban đầu ($t = 0$ giờ), mật độ vi khuẩn đo được là $N(0) = 10$ triệu tế bào/ml. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi mật độ vi khuẩn $N'(t)$ (đơn vị: triệu tế bào/ml mỗi giờ) được mô hình hóa bởi công thức $N'(t) = 18t - 3t^2$ (triệu tế bào/ml mỗi giờ) với t là thời gian tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 7$).

a) $N'(1) = 15$ triệu tế bào/ml giờ.

b) $\displaystyle\int N'(t)\,\mathrm{d}t = 9t^2 - t^3$.

c) So với lúc ban đầu ($t = 0$), mật độ vi khuẩn đã tăng thêm 108 triệu tế bào/ml khi đến thời điểm $t = 6$ giờ.

d) Tại thời điểm $t = 7$ giờ, mật độ vi khuẩn trong 1 ml sữa chua là 108 triệu tế bào/ml.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 17

Cho hàm số $S(t)$ mô tả dân số nước ta vào năm 2014, với $S'(t) = 1{,}2698 \cdot \mathrm{e}^{0{,}014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014 và $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm.

a) $S(t) = 90{,}7 \cdot \mathrm{e}^{0{,}014t} + C$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.

b) $S(t) = 90{,}7 \cdot \mathrm{e}^{0{,}014t} + 90{,}7$.

c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười) khoảng 1,7 triệu người/năm.

d) Dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị) khoảng 120 triệu người.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 18

Một chất điểm A xuất phát từ O chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \dfrac{1}{100}t^2 + \dfrac{13}{30}t$ m/s trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s^2 (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A.

a) Quãng đường chất điểm A đi được cho đến khi hai chất điểm gặp nhau là $\dfrac{375}{2}$ m.

b) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm $t(s)$ tính từ lúc B xuất phát là $v_B(t) = at$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được cho đến khi 2 chất điểm gặp nhau là $\dfrac{215}{2}a$ m.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là 25 m/s.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 19

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \le t \le 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

(Nguồn: R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage).

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.

d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 20

Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

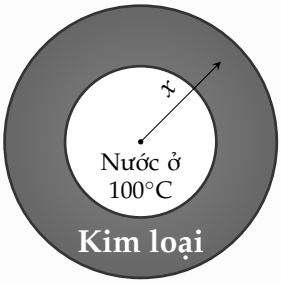
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 21

Mặt cắt ngang của một ống dẫn nước nóng là hình vành khuyên như hình vẽ. Bán kính ngoài là r cm và bán kính trong là 2 cm ($r > 2$). Bên trong ống, nhiệt độ nước được duy trì ở mức 100°C. Bên trong kim loại, nhiệt độ giảm dần từ bên trong ra bên ngoài. Biết rằng nhiệt độ T (°C) tại điểm A trên thành ống là hàm số của khoảng cách x (cm) từ A đến tâm của mặt cắt và thoả mãn $T'(x) = -\dfrac{10}{x}$, với $2 \le x \le r$.



Mặt cắt ống

a) $T(x) = -10 \ln x + C$ với C là hằng số.

b) $T(x) = 100 - 10 \ln \dfrac{x}{2}$.

c) Nếu bán kính ngoài là $r = 4$ cm thì nhiệt độ bề mặt ngoài của ống là 93,1°C (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của °C).

d) Để nhiệt độ bề mặt ngoài của ống không vượt quá 90°C thì nên thiết kế ống với bán kính ngoài tối thiểu là 5,5 cm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của cm).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 22

Một xe ô tô đang chạy trên một đoạn đường với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 80 m. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Rất may mắn xe đã dừng hẳn cách chướng ngại vật một khoảng 40 m nên không xảy ra va chạm.

a) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn là 40 mét.

b) Giá trị của b là 20.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 3 giây.

d) Vận tốc trung bình của ô tô từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi dừng hẳn là 15,3 (m/s) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải.

Câu 23

Biết tốc độ thay đổi lượng khách tham dự một cuộc triển lãm được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = at + b$ (khách/giờ). Trong đó t tính bằng giờ, bắt đầu mở cửa thì coi như đã có 200 khách đứng đợi sẵn và tham dự luôn, sau khi mở cửa được 8 giờ thì lượng khách là đông nhất, sau đúng 20 giờ thì cuộc triển lãm kết thúc và không còn khách nào. Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

a) Số lượng khách ban đầu là $B(0) = 200$.

b) Số lượng khách ở thời điểm t là $B(t) = -5t^2 + 40t + 200$ (khách).

c) Số lượng khách tham gia đông nhất là 360 khách. (Số khách có mặt ở một thời điểm).

d) Nếu trong 4 giờ đầu có 300 lượt khách ra về thì tổng số lượt khách tham dự trong 4 giờ đầu là 620 (khách).

Lời giải.

Câu 24

Trong Vật Lí, phóng xạ là sự phân rã một chất thành chất khác. Biết tốc độ phân rã của một chất phóng xạ là $|N'(t)| = \lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$, trong đó N_0 là lượng chất phóng xạ ban đầu $t_0 = 0$, $N(t)$ là lượng chất còn lại ở thời điểm t và $\lambda > 0$ là hằng số phóng xạ. Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **đúng**, mệnh đề nào **sai**?

a) $N'(t) = -\lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

b) Lượng chất phóng xạ còn lại ở thời điểm t là $N(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

c) Chu kì bán rã T là khoảng thời gian để một nửa lượng chất phóng xạ phân rã $T = \lambda \ln 2$.

d) Tính từ thời điểm $t_0 = 0$, sau 3 chu kì bán rã thì lượng chất phóng xạ còn lại $0{,}125N_0$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

Câu 25

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 26

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ.

Nguồn: *R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage.*

Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khác tham quan là 1 325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.

d) Lượng khác tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 27

Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1{,}2698e^{0{,}014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm.

a) $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.

b) $S(t) = 90{,}7e^{0{,}014t} + 90{,}7$.

c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng 1,7 triệu người/năm.

d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 28

Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t, trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn.

a) $P(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k\sqrt{t}$.

b) $P(t) = \dfrac{2k}{3}\sqrt{t^3} + C$ với $0 \leq t \leq 10$ và k, C là hằng số.

c) $P(t) = 100\sqrt{t^3} + 500$ với $0 \leq t \leq 10$.

d) Số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày là 3352 con.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 29

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 54 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 40 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quảng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 30

Một bể chứa dầu ban đầu có 50 000 lít dầu. Gọi $V(t)$ là thể tích dầu (lít) trong bể tại thời điểm t, trong đó t tính theo giờ $0 \leq t \leq 24$. Trong quá trình bơm dầu vào bể, thể tích dầu tăng theo tốc độ được biểu diễn bởi hàm số $V'(t) = k \cdot \sqrt{t}$, với k là hằng số dương. Sau 4 giờ bơm liên tục,

thể tích dầu trong bể đạt 58 000 lít.

a) Hàm số $V(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k \cdot \sqrt{t}$.

b) $V(t) = \dfrac{2k}{3} t\sqrt{t} + C$, với $0 \leq t \leq 24$ và k, C là các hằng số.

c) Sau 16 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt được 148 000 lít.

d) Trong quá trình bơm dầu, nếu sau mỗi giờ lượng dầu bị rò rỉ đều đặn với tốc độ 500 lít/giờ, thì tại thời điểm t bằng 9 giờ, thể tích dầu trong bể là 72 500 lít.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 31

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính theo cm/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng cm) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn: A. Bigalke et al., Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

a) $h'(t) = v(t)$.

b) $h(t) = -\dfrac{t^4}{40} + \dfrac{t^3}{3} + 5$, $t \geq 0$.

c) Giai đoạn tăng chiều cao của cây cà chua kéo dài 9 tuần.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) bằng 88,3 cm.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 32

Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm t ($0 \leq t \leq 29$) là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t) = at^2 + bt$, $(a, b \in \mathbb{R})$, với t tính bằng phút, $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát, khinh khí cầu ở độ cao 520 m và 5 phút sau khi xuất phát, khinh khí cầu đã ở độ cao 530 m. Khinh khí cầu sẽ trở lại độ cao khi xuất phát sau 15 phút.

a) $h(0) = 520$ m.

b) Độ cao của khinh khí cầu tại thời điểm t ($0 \leq t \leq 29$) là $h(t) = \displaystyle\int_0^t v(t)\,\mathrm{d}t$.

c) Giai đoạn khinh khí cầu tăng độ cao kéo dài trong 10 phút kể từ thời điểm xuất phát.

d) Độ cao tối đa của khinh khí cầu là 540 m.

Lời giải.

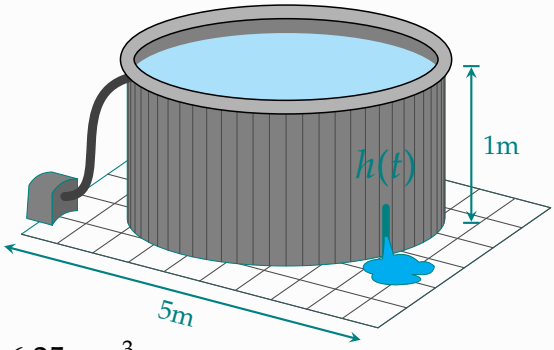
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 33

Một bể bơi hình trụ có đường kính 5 m và chiều cao 1 m; bể được bơm nước vào với tốc độ không đổi v_0. Sau khi nước được bơm đầy, bể bơi bị thủng một lỗ ở đáy và nước chảy ra ngoài và bể bị chảy hết nước trong 8 giờ. Biết tốc độ giảm chiều cao của bể bơi khi nước chảy ra ngoài vào thời điểm t giờ (tính từ lúc nước đầy bể và ngừng bơm) được cho bởi hàm số $h'(t) = at + b$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Lúc nước chảy hết ra ngoài thì tốc độ giảm chiều cao bằng 0.



a) Thể tích của bể bơi sau khi nước được làm đầy là $6{,}25\pi$ m^3.

b) $32a + 1 = 0$ và $4b - 1 = 0$.

c) Sau 4 giờ kể từ lúc bể bị rò, lượng nước bị mất đi bằng $\dfrac{75\pi}{16}$ m^3.

d) Lượng nước bị rò rỉ ra ngoài một nửa sau $8 - 4\sqrt{2}$ giờ.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 34

Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm t là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}12t^2 + 1{,}2t$ với $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát ($t = 0$) khinh khí cầu ở độ cao 520 m.

a) $h(t) = -0{,}04t^3 + 0{,}6t^2$ $(0 \le t \le 29)$.

b) Tại thời điểm $t = 3$ phút, độ cao của khinh khí cầu là 524,32 m.

c) Độ cao tối đa của khinh khí cầu khi bay là 540 m.

d) Sau 15 phút từ khi xuất phát thì khinh khí cầu trở lại độ cao khi bắt đầu xuất phát.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 35

Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0{,}0008x + 10{,}4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (*tính bằng triệu đồng*) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

b) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 101.

c) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0{,}0008x + 10{,}4x$.

d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 51,79 triệu đồng.

Lời giải.

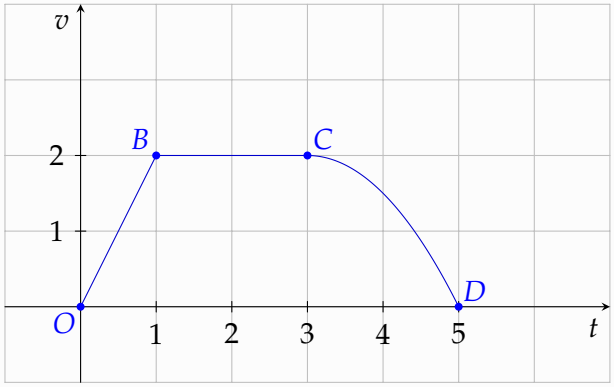
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 36

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng với vận tốc $v(t)$, $0 \leq t \leq 5$ (t có đơn vị là giây và $v(t)$ có đơn vị mét/giây). Hàm số $v(t)$ có đồ thị gồm hai đoạn thẳng OB, BC và đường cong CD là một phần parabol $v(t) = at^2 + bt + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đỉnh C (như hình vẽ bên dưới).



a) Trong một giây đầu tiên, vận tốc của chất điểm là $v(t) = 2t$, $0 \leq t \leq 1$.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong hai giây đầu tiên là 2 m.

c) Giá trị của b và c là $b = 3$, $c = -\dfrac{5}{2}$.

d) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian 5 giây là 7,7 m. (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 37

Tốc độ trao đổi chất cơ bản của sinh vật có thể tăng hoặc giảm tùy thuộc vào hoạt động của sinh vật. Cụ thể, sau khi hấp thụ chất dinh dưỡng, sinh vật thường trải qua một sự tăng đột biến trong tốc độ trao đổi chất của nó, sau đó dần dần trở lại mức co bản. Bạn Hoa vừa kết thúc bữa tối trong buổi sinh nhật của mình và nạp vào mức năng lượng là 5 120 J. Sau đó cô đã tiêu hao hết số năng lượng đỏ trong vòng 12 giờ tiếp theo. Giả sử t giờ sau bữa ăn, bạn Hoa tiêu hao được $M(t)$ kJ thì tốc độ tiêu hao năng lượng của cổ được mô phỏng bởi hàm số

$$M'(t) = M_0 + te^{-0,1t^2} \text{ (kJ/h) với } t \in [0; 12].$$

a) $M(t) = M_0 t - 5e^{-0,1t^2+C}$ với C là hằng số.

b) $M_0 = 0{,}01$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Năng lượng còn lại sau 6 giờ đầu là 197 J (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình trong khoảng thời gian từ a (giờ) đến b (giờ) được tính bởi công thức $v_{tb} = \dfrac{M(b) - M(a)}{b - a}$. Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình từ 6 giờ đến 12 giờ của bạn Hoa là 32,76 (J/h) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 38

Một ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 mNgười lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thơi gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 39

Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1{,}2698\mathrm{e}^{0{,}014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm.

a) $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.

b) $S(t) = 90{,}7\mathrm{e}^{0{,}014t} + 90{,}7$.

c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng 1,7 triệu người/năm.

d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 40

Một vật được ném lên từ độ cao 34,3 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9{,}8t + 29{,}4$ (m/s). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật tại thời điểm t (s).

a) Hàm số biểu thị độ cao của vật tại thời điểm t là $h(t) = -4{,}9t^2 + 29{,}4t + C$.

b) $C = 0$.

c) Độ cao của vật sau 5s kể từ khi ném là 24,5 m.

d) Sau 7s kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 41

Ở nhiệt độ 37° C, một phản ứng hóa học từ chất đầu A, chuyển hóa thành chất B theo phương trình A $\longrightarrow$ B. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol L^{-1}) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là 0,05 mol L^{-1}. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Các phát biểu sau đây đúng hay sai?

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0{,}05)$.

c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.

d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng 0,05.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 42

Từ độ cao 20m một quả bóng được ném thẳng đứng lên trên với vận tốc được tính bởi công thức $v = -10t + 20$ (m/s). Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào là sai?

a) Ở thời điểm ban đầu vật có vận tốc là 20 (m/s).

b) Độ cao của vật ở thời điểm t là $s(t) = -5t^2 + 20t + 20$ (m).

c) Ở thời điểm vật có vận tốc là -20 (m/s) thì nó có độ cao là 20 m.

d) Ở thời điểm $t_2 = 5$ giây thì vật chạm đất.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 43

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hàng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ (Nguồn: R. Larson and Edwards, Calculus 10e, Cengage). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1 325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.

d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$ (giờ).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 44

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm . Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t.

a) $h(t) = \dfrac{-t^4}{40} + \dfrac{t^3}{3}$,với $t \geq 0$.

b) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là 88,4 cm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

c) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài trong 9 tuần.

d) Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao cây cà chua đạt 54,4 cm (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 45

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 63 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$ (m).

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

Câu 46

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ $(0 \le t \le 13)$, $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. *(Nguồn: R.Larson and Eawads, Calculus 10e, Cengage)*. Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1 325 người.

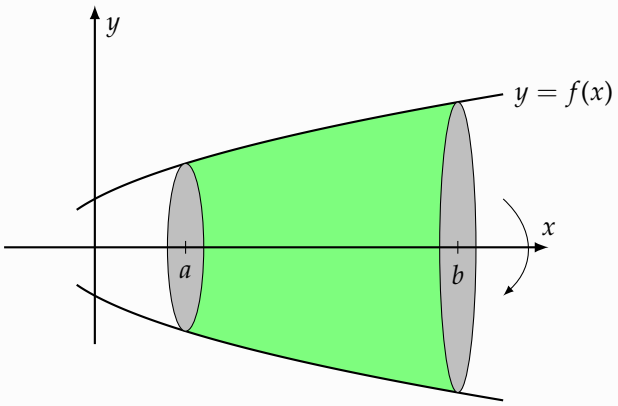
c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.

d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải.

Câu 47

Cho vật thể tròn xoay như hình dưới đây



a) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox.

b) Vật thể được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox.

c) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int\limits_a^b f(x)\, dx$.

d) Thể tích của vật thể được tính theo công thức $V = \pi \int\limits_a^b \left[f(x)\right]^2 dx$.

Lời giải.

Câu 48

Người ta thay nước mới cho 1 bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là $h_1 = 300$ cm. Giả sử $h(t)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là $h'(t) = \dfrac{1}{500}\sqrt[3]{t+3}$ và lúc đầu hồ bơi không có nước.

a) Chiều cao $h(t)$ của mực nước bơm được chính là nguyên hàm của tốc độ tăng $h'(t)$ của chiều cao mực nước.

b) $h(0) = 0$.

c) $h(t) = -\dfrac{3}{2000}(t+3)^{\frac{4}{3}} - \dfrac{3^{\frac{7}{3}}}{2000}$.

d) Sau khoảng 2 giờ 7 phút thì lượng nước bơm được bằng $\dfrac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 49

Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn trong hồ bơi được mô hình bởi hàm số $B'(t) = \dfrac{1000}{(1+0{,}25t)^2}$, $t \geq 0$, trong đó $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước tại ngày thứ t. Số lượng vi khuẩn ban đầu là 600 con trên mỗi ml nước. Biết rằng mức độ an toàn cho người sử dụng hồ bơi là số vi khuẩn phải dưới 4000 con trên mỗi ml nước.

a) $B(t) = -\dfrac{1000}{0{,}25(1+0{,}25t)} + 6000$.

b) Lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước tại ngày thứ 12 là 5000.

c) Vào ngày 12 nước vẫn đảm bảo an toàn cho người sử dụng.

d) Sau ngày 23 hồ bơi cần phải thay nước để đảm bảo an toàn cho người sử dụng.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 50

Một viên đạn được bắn lên trời với vận tốc là 72 m/s bắt đầu từ độ cao 2 m. Hãy xác định chiều cao của viên đạn sau thời gian 5s kể từ lúc bắn.

a) Hàm số biểu diễn vận tốc của viên đạn là $v(t) = -9{,}8t + 72$.

b) Chiều cao viên đạn khi bắt đầu ra khỏi nòng súng là 0 m.

c) Hàm số biểu diễn quãng đường đi được của viên đạn là $s(t) = -4{,}9t^2 + 72t + 2$.

d) Chiều cao viên đạn sau 5s kể từ lúc bán là 240 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 51

Một vận động viên điền kinh xuất phát chạy với gia tốc $a(t) = -\dfrac{1}{24}t^3 + \dfrac{5}{16}t^2$ (m/s^2).

a) Vận tốc $v(t)$ chính là nguyên hàm của gia tốc $a(t)$.

b) Tại thời điểm ban đầu ($t = 0$ s) thì vận động viên có vận tốc là 1 m/s.

c) $v(t) = -\dfrac{1}{96}t^4 + \dfrac{5}{48}t^3 + 1$.

d) Vận tốc của vận động viên lớn hơn 6 m/s tại thời điểm tại giây thứ 5.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 52

Một học sinh tự chế tên lửa và phóng tên lửa từ mặt đất với vận tốc ban đầu là 20 m/s. Giả sử bỏ qua sức cản của gió, tên lửa chỉ chịu tác động của trọng lực.

a) Gia tốc trọng trường của tên lửa là $-9{,}8$ m/s^2.

b) $s(t) = -4{,}9t^2 + 20t$.

c) Vận tốc của tên lửa sau 2 s là 0,4(m/s).

d) Độ cao của tên lửa luôn nhỏ hơn 2m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 53

Trong dây chuyền sản xuất sữa chua hiện đại của một nhà máy thực phẩm, từng giọt sữa chua âm thầm chuyển mình dưới tác động của hàng triệu vi khuẩn Lactic, những "nghệ nhân tí hon "kiến tạo vị chua thanh đặc trưng. Mật độ vi khuẩn (số triệu tế bào trên mỗi ml sữa chua) tại thời điểm t (giờ) được kí hiệu là $N(t)$. Ban đầu ($t = 0$ giờ), mật độ vi khuẩn đo được là $N(0) = 10$ triệu tế bào/ml. Do sự thay đổi về nguồn dinh dưỡng (đường lactose giảm) và độ pH (axit lactic tăng) nên tốc độ thay đổi mật độ vi khuẩn $N'(t)$ (đơn vị: triệu tế bào/ml mỗi giờ) được mô hình hóa bởi công thức $N'(t) = 18t - 3t^2$ (triệu tế bào/ml mỗi giờ) với t là thời gian tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 7$).

a) $N'(1) = 15$ triệu tế bào/ml giờ.

b) $\displaystyle\int N'(t)\,\mathrm{d}t = 9t^2 - t^3$.

c) So với lúc ban đầu ($t = 0$), mật độ vi khuẩn đã tăng thêm 108 triệu tế bào/ml khi đến thời điểm $t = 6$ giờ.

d) Tại thời điểm $t = 7$ giờ, mật độ vi khuẩn trong 1 ml sữa chua là 108 triệu tế bào/ml.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 54

Cho hàm số $S(t)$ mô tả dân số nước ta vào năm 2014, với $S'(t) = 1{,}2698 \cdot \mathrm{e}^{0{,}014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014 và $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm.

a) $S(t) = 90{,}7 \cdot \mathrm{e}^{0{,}014t} + C$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.

b) $S(t) = 90{,}7 \cdot \mathrm{e}^{0{,}014t} + 90{,}7$.

c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười) khoảng 1,7 triệu người/năm.

d) Dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị) khoảng 120 triệu người.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 55

Một chất điểm A xuất phát từ O chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \dfrac{1}{100}t^2 + \dfrac{13}{30}t$ m/s trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s^2 (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A.

a) Quãng đường chất điểm A đi được cho đến khi hai chất điểm gặp nhau là $\dfrac{375}{2}$ m.

b) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm $t(s)$ tính từ lúc B xuất phát là $v_B(t) = at$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được cho đến khi 2 chất điểm gặp nhau là $\dfrac{215}{2}a$ m.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là 25 m/s.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 56

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \le t \le 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

(Nguồn: R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage).

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khách tham quan là 1325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1296 người.

d) Tốc độ thay đổi lượng khách tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 57

Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

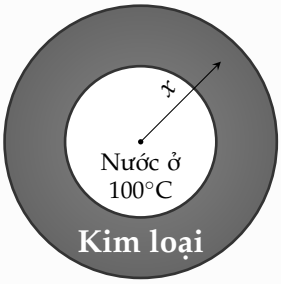
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 58

Mặt cắt ngang của một ống dẫn nước nóng là hình vành khuyên như hình vẽ. Bán kính ngoài là r cm và bán kính trong là 2 cm ($r > 2$). Bên trong ống, nhiệt độ nước được duy trì ở mức 100°C. Bên trong kim loại, nhiệt độ giảm dần từ bên trong ra bên ngoài. Biết rằng nhiệt độ T (°C) tại điểm A trên thành ống là hàm số của khoảng cách x (cm) từ A đến tâm của mặt cắt và thoả mãn $T'(x) = -\dfrac{10}{x}$, với $2 \le x \le r$.



Mặt cắt ống

a) $T(x) = -10 \ln x + C$ với C là hằng số.

b) $T(x) = 100 - 10 \ln \dfrac{x}{2}$.

c) Nếu bán kính ngoài là $r = 4$ cm thì nhiệt độ bề mặt ngoài của ống là 93,1°C (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của °C).

d) Để nhiệt độ bề mặt ngoài của ống không vượt quá 90°C thì nên thiết kế ống với bán kính ngoài tối thiểu là 5,5 cm (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của cm).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 59

Một xe ô tô đang chạy trên một đoạn đường với tốc độ 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 80 m. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Rất may mắn xe đã dừng hẳn cách chướng ngại vật một khoảng 40 m nên không xảy ra va chạm.

a) Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ khi đạp phanh đến khi dừng hẳn là 40 mét.

b) Giá trị của b là 20.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 3 giây.

d) Vận tốc trung bình của ô tô từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi dừng hẳn là 15,3 (m/s) (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải.

Câu 60

Biết tốc độ thay đổi lượng khách tham dự một cuộc triển lãm được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = at + b$ (khách/giờ). Trong đó t tính bằng giờ, bắt đầu mở cửa thì coi như đã có 200 khách đứng đợi sẵn và tham dự luôn, sau khi mở cửa được 8 giờ thì lượng khách là đông nhất, sau đúng 20 giờ thì cuộc triển lãm kết thúc và không còn khách nào. Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

a) Số lượng khách ban đầu là $B(0) = 200$.

b) Số lượng khách ở thời điểm t là $B(t) = -5t^2 + 40t + 200$ (khách).

c) Số lượng khách tham gia đông nhất là 360 khách. (Số khách có mặt ở một thời điểm).

d) Nếu trong 4 giờ đầu có 300 lượt khách ra về thì tổng số lượt khách tham dự trong 4 giờ đầu là 620 (khách).

Lời giải.

Câu 61

Trong Vật Lí, phóng xạ là sự phân rã một chất thành chất khác. Biết tốc độ phân rã của một chất phóng xạ là $|N'(t)| = \lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$, trong đó N_0 là lượng chất phóng xạ ban đầu $t_0 = 0$, $N(t)$ là lượng chất còn lại ở thời điểm t và $\lambda > 0$ là hằng số phóng xạ. Hỏi trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **đúng**, mệnh đề nào **sai**?

a) $N'(t) = -\lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

b) Lượng chất phóng xạ còn lại ở thời điểm t là $N(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t}$.

c) Chu kì bán rã T là khoảng thời gian để một nửa lượng chất phóng xạ phân rã $T = \lambda \ln 2$.

d) Tính từ thời điểm $t_0 = 0$, sau 3 chu kì bán rã thì lượng chất phóng xạ còn lại $0{,}125N_0$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

Câu 62

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 63

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ.

Nguồn: *R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage.*

Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

b) Sau 5 giờ lượng khác tham quan là 1 325 người.

c) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.

d) Lượng khác tham quan lớn nhất tại thời điểm $t = 6$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 64

Vào năm 2014, dân số nước ta khoảng 90,7 triệu người. Giả sử dân số nước ta sau t năm được xác định bởi hàm số $S(t)$ (đơn vị: triệu người), trong đó tốc độ gia tăng dân số được cho bởi $S'(t) = 1{,}2698\mathrm{e}^{0{,}014t}$, với t là số năm kể từ năm 2014, $S'(t)$ tính bằng triệu người/năm.

a) $S(t)$ là một nguyên hàm của $S'(t)$.

b) $S(t) = 90{,}7\mathrm{e}^{0{,}014t} + 90{,}7$.

c) Theo công thức trên, tốc độ tăng dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng phần mười của triệu người/năm) khoảng 1,7 triệu người/năm.

d) Theo công thức trên, dân số nước ta năm 2034 (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu người) là khoảng 120 triệu người.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 65

Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t, trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn.

a) $P(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k\sqrt{t}$.

b) $P(t) = \dfrac{2k}{3}\sqrt{t^3} + C$ với $0 \leq t \leq 10$ và k, C là hằng số.

c) $P(t) = 100\sqrt{t^3} + 500$ với $0 \leq t \leq 10$.

d) Số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 7 ngày là 3352 con.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 66

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 54 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 40 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quảng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 67

Một bể chứa dầu ban đầu có 50 000 lít dầu. Gọi $V(t)$ là thể tích dầu (lít) trong bể tại thời điểm t, trong đó t tính theo giờ $0 \leq t \leq 24$. Trong quá trình bơm dầu vào bể, thể tích dầu tăng theo tốc độ được biểu diễn bởi hàm số $V'(t) = k \cdot \sqrt{t}$, với k là hằng số dương. Sau 4 giờ bơm liên tục,

thể tích dầu trong bể đạt 58 000 lít.

a) Hàm số $V(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t) = k \cdot \sqrt{t}$.

b) $V(t) = \dfrac{2k}{3} t\sqrt{t} + C$, với $0 \leq t \leq 24$ và k, C là các hằng số.

c) Sau 16 giờ bơm liên tục, thể tích dầu trong bể đạt được 148 000 lít.

d) Trong quá trình bơm dầu, nếu sau mỗi giờ lượng dầu bị rò rỉ đều đặn với tốc độ 500 lít/giờ, thì tại thời điểm t bằng 9 giờ, thể tích dầu trong bể là 72 500 lít.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 68

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính theo cm/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng cm) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn: A. Bigalke et al., Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

a) $h'(t) = v(t)$.

b) $h(t) = -\dfrac{t^4}{40} + \dfrac{t^3}{3} + 5$, $t \geq 0$.

c) Giai đoạn tăng chiều cao của cây cà chua kéo dài 9 tuần.

d) Chiều cao tối đa của cây cà chua (kết quả làm tròn đến hàng phần chục) bằng 88,3 cm.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 69

Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm t ($0 \leq t \leq 29$) là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t) = at^2 + bt$, $(a, b \in \mathbb{R})$, với t tính bằng phút, $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát, khinh khí cầu ở độ cao 520 m và 5 phút sau khi xuất phát, khinh khí cầu đã ở độ cao 530 m. Khinh khí cầu sẽ trở lại độ cao khi xuất phát sau 15 phút.

a) $h(0) = 520$ m.

b) Độ cao của khinh khí cầu tại thời điểm t ($0 \leq t \leq 29$) là $h(t) = \displaystyle\int_0^t v(t)\,\mathrm{d}t$.

c) Giai đoạn khinh khí cầu tăng độ cao kéo dài trong 10 phút kể từ thời điểm xuất phát.

d) Độ cao tối đa của khinh khí cầu là 540 m.

Lời giải.

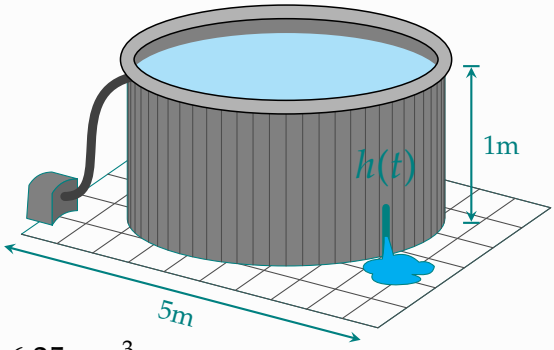
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 70

Một bể bơi hình trụ có đường kính 5 m và chiều cao 1 m; bể được bơm nước vào với tốc độ không đổi v_0. Sau khi nước được bơm đầy, bể bơi bị thủng một lỗ ở đáy và nước chảy ra ngoài và bể bị chảy hết nước trong 8 giờ. Biết tốc độ giảm chiều cao của bể bơi khi nước chảy ra ngoài vào thời điểm t giờ (tính từ lúc nước đầy bể và ngừng bơm) được cho bởi hàm số $h'(t) = at + b$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Lúc nước chảy hết ra ngoài thì tốc độ giảm chiều cao bằng 0.



a) Thể tích của bể bơi sau khi nước được làm đầy là $6{,}25\pi$ m^3.

b) $32a + 1 = 0$ và $4b - 1 = 0$.

c) Sau 4 giờ kể từ lúc bể bị rò, lượng nước bị mất đi bằng $\dfrac{75\pi}{16}$ m^3.

d) Lượng nước bị rò rỉ ra ngoài một nửa sau $8 - 4\sqrt{2}$ giờ.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 71

Một khinh khí cầu bay với độ cao (so với mực nước biển) tại thời điểm t là $h(t)$, trong đó t tính bằng phút, $h(t)$ tính bằng mét. Tốc độ bay của khinh khí cầu được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}12t^2 + 1{,}2t$ với $v(t)$ tính bằng mét/phút. Tại thời điểm xuất phát ($t = 0$) khinh khí cầu ở độ cao 520 m.

a) $h(t) = -0{,}04t^3 + 0{,}6t^2$ $(0 \le t \le 29)$.

b) Tại thời điểm $t = 3$ phút, độ cao của khinh khí cầu là 524,32 m.

c) Độ cao tối đa của khinh khí cầu khi bay là 540 m.

d) Sau 15 phút từ khi xuất phát thì khinh khí cầu trở lại độ cao khi bắt đầu xuất phát.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 72

Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0{,}0008x + 10{,}4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (*tính bằng triệu đồng*) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

b) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 101.

c) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0{,}0008x + 10{,}4x$.

d) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 51,79 triệu đồng.

Lời giải.

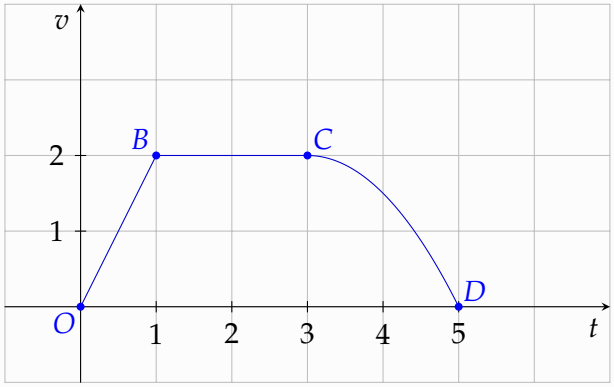
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 73

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng với vận tốc $v(t)$, $0 \leq t \leq 5$ (t có đơn vị là giây và $v(t)$ có đơn vị mét/giây). Hàm số $v(t)$ có đồ thị gồm hai đoạn thẳng OB, BC và đường cong CD là một phần parabol $v(t) = at^2 + bt + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đỉnh C (như hình vẽ bên dưới).



a) Trong một giây đầu tiên, vận tốc của chất điểm là $v(t) = 2t$, $0 \leq t \leq 1$.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong hai giây đầu tiên là 2 m.

c) Giá trị của b và c là $b = 3$, $c = -\dfrac{5}{2}$.

d) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian 5 giây là 7,7 m. (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 74

Tốc độ trao đổi chất cơ bản của sinh vật có thể tăng hoặc giảm tùy thuộc vào hoạt động của sinh vật. Cụ thể, sau khi hấp thụ chất dinh dưỡng, sinh vật thường trải qua một sự tăng đột biến trong tốc độ trao đổi chất của nó, sau đó dần dần trở lại mức co bản. Bạn Hoa vừa kết thúc bữa tối trong buổi sinh nhật của mình và nạp vào mức năng lượng là 5 120 J. Sau đó cô đã tiêu hao hết số năng lượng đỏ trong vòng 12 giờ tiếp theo. Giả sử t giờ sau bữa ăn, bạn Hoa tiêu hao được $M(t)$ kJ thì tốc độ tiêu hao năng lượng của cổ được mô phỏng bởi hàm số

$$M'(t) = M_0 + te^{-0,1t^2} \text{ (kJ/h) với } t \in [0; 12].$$

a) $M(t) = M_0 t - 5e^{-0,1t^2+C}$ với C là hằng số.

b) $M_0 = 0{,}01$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Năng lượng còn lại sau 6 giờ đầu là 197 J (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình trong khoảng thời gian từ a (giờ) đến b (giờ) được tính bởi công thức $v_{tb} = \dfrac{M(b) - M(a)}{b - a}$. Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình từ 6 giờ đến 12 giờ của bạn Hoa là 32,76 (J/h) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 75

Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là 90 m^3, sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là 504 m^3. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây (đơn vị tính m^3).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 76

Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 160 - 9{,}8t$ (m/s). Tìm độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) sau $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 77

Tại một khu di tích vào ngày lễ hội hằng năm, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \le t \le 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. (Nguồn: *R.Larson and B. Eawads, Calculus 10e, Cengage*). Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt. Sau 8 giờ lượng khách tham quan là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .

Câu 78

Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1990 được ước tính theo một hàm số theo thời gian $f(t)$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng $f'(t) = \dfrac{34}{t^2+4t+4}$ (nghìn người/năm) biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn. Số dân của thị trấn đó vào năm 2035 là bao nhiêu (kết quả lấy chính xác đến hàng phần chục)?, biết dân số của thị trấn đó năm 1990 là 3 nghìn người.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 79

Giả sử một chất điểm chuyển động với gia tốc tại thời điểm t (giây) được xác định bởi công thức $a(t) = 2t - 1$ (m/s^2). Biết rằng vận tốc của chất điểm tại thời điểm ban đầu là $v_0 = 2$ (m/s). Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây) bằng bao nhiêu? (kết quả tính theo m/s và làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 80

Mực nước trong hồ chứa của nhà máy điện thuỷ triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thuỷ triều xuống) và nước chảy vào (khi thuỷ triều lên). Gọi $h(t)$ là mực nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mực nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số $h'(t) = \dfrac{1}{216}\left(5t^2 - 120t + 480\right)$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \le t \le 24$), $h'(t)$ tính bằng mét/giờ. Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ (giờ), mực nước trong hồ chứa là 6 m. Mực nước trong hồ tại thời điểm $t = 5$ (giờ) bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 81

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ có $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính giá trị của $f(2)$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 82

Một gia đình sản xuất chiếu cói ở Nga Sơn mỗi ngày sản xuất được x chiếc chiếu $(0 \leq x \leq 20)$. Chi phí biên để sản xuất x chiếc chiếu (tính bằng nghìn đồng) cho bởi hàm số sau $C'(x) = 3x^2 - 4x + 10$. Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử gia đình này bán hết chiếu mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng/chiếc chiếu. Tính lợi nhuận tối đa theo đơn vị nghìn đồng mà gia đình đó thu được?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 83

Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ độ cao 2 m với vận tốc tại thời điểm t cho bởi công thức $v(t) = 100 - 9{,}8t$ (m/s), ($t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên). Tìm độ cao (tính theo km) của viên đạn so với mặt đất ở thời điểm 1 giây sau khi viên đạn đạt độ cao lớn nhất *(làm tròn đến hàng phần trăm)*.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 84

Công ty A và công ty B cùng ra mắt sản phẩm cạnh tranh thị trường mới vào cùng thời điểm. Thị phần được đo bằng số lượng khách hàng lũy kế.

- Công ty A: Bắt đầu với 0 khách hàng. Trong giai đoạn đầu, chiến dịch marketing hiệu quả giúp tốc độ thu hút khách hàng mới của họ tăng dần theo thời gian, được mô tả bởi hàm $f(t) = 2t + 7$ (nghìn khách hàng/tháng), với t là số tháng kể từ khi ra mắt.
- Công ty B: Nhờ có uy tín từ trước, họ bắt đầu với 10 nghìn khách hàng đặt trước sản

phẩm. Sau đó, họ duy trì một tốc độ thu hút khách hàng mới ổn định là 10 nghìn khách hàng/tháng.

Hỏi sau khoảng bao nhiêu tháng kể từ khi ra mắt, tổng số lượng khách hàng lũy kế của công ty A bằng tổng số lượng khách hàng lũy kế của công ty B (tính cả 10 nghìn khách hàng ban đầu)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

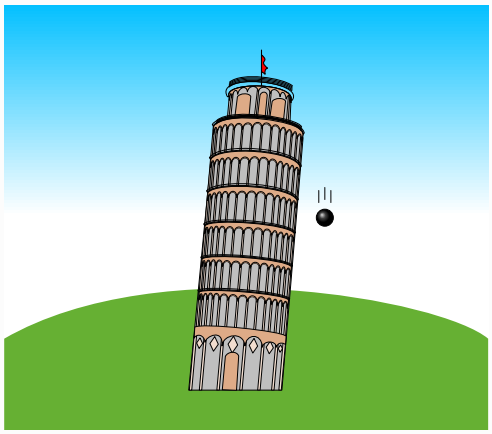
.....

.....

Câu 85

Người ta thả một vật từ một vị trí trên cao cho rơi xuống mặt đất theo phương thẳng đứng. Biết gia tốc trọng trường tại nơi thả vật bằng 9,8 m/s^2. Giả sử lực tác động của không khí đối với vật trong quá trình rơi là không đáng kể. Biết rằng sau 4 giây thì vật bắt đầu chạm mặt đất. Hỏi vị trí của vật trước khi thả rơi cao bao nhiêu mét so với mặt đất *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*?

KQ: .....



Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 86

Người ta quan sát một quần thể vi khuẩn đang tăng trưởng, ban đầu gồm 500 vi khuẩn. Sau một ngày và sau bốn ngày kể từ khi bắt đầu quan sát, số lượng vi khuẩn của quần thể đó tương ứng là 600 vi khuẩn, 1 300 vi khuẩn. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t ngày kể từ khi bắt đầu quan sát, $0 \leq t \leq 10$. Người ta ước tính tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó được mô tả bởi $P'(t) = at + b\sqrt{t}$ (vi khuẩn/ngày), trong đó a, b là hằng số. Hỏi số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 9 ngày kể từ khi bắt đầu quan sát là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 87

Kí hiệu $h(x)$ là chiều cao của một cây (tính theo mét) sau khi trồng x năm. Biết rằng sau năm đầu tiên cây cao 3 m. Trong các năm tiếp theo, cây phát triển với tốc độ $h'(x) = \dfrac{\sqrt{2}}{x}$ (tính theo mét/năm). Chiều cao của cây đó sau 5 năm bằng bao nhiêu mét *(làm tròn đến hàng phần mười)*?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 88

Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản thường bơi từ biển ngược dòng vào sông và đến thượng nguồn các dòng sông để đẻ trứng. Giả sử cá bơi ngược dòng sông với vận tốc là $v(t) = -\dfrac{2t}{5} + 4$ (km/h). Nếu coi thời điểm ban đầu $t = 0$ là lúc cá bắt đầu bơi vào dòng sông thì khoảng cách xa nhất mà con cá có thể bơi được là bao nhiêu km?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 89

Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9{,}81t + 29{,}43$ (m/s). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật tại thời điểm t (s). Sau bao nhiêu giây kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất *(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của giây)*?

KQ: .....

Lời giải.

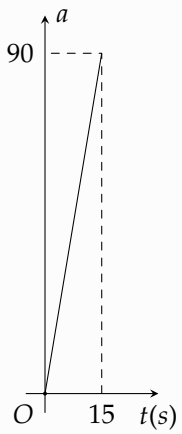
.....

.....

.....

Câu 90

Một máy bay đang chuyển động thẳng đều trên mặt đất với vận tốc $v = 3$ (m/s) thì bắt đầu tăng tốc với độ biến thiên vận tốc là hàm số $a(t)$ có đồ thị hàm số là đường thẳng như hình vẽ. Sau 15 (s) tăng tốc thì máy bay đạt đến vận tốc đủ lớn để phóng khỏi mặt đất. Hãy tính vận tốc (m/s) khi máy bay bắt đầu rời khỏi mặt đất.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 91

Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau x tháng kể từ bây giờ, dân số của thành phố A sẽ tăng với tốc độ $v(x) = 10 + 2\sqrt{2x+1}$ (người/tháng). Dân số của thành phố sẽ tăng thêm bao nhiêu trong 4 tháng tới. Viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị. Cho biết

$$\int (ax+b)^n \,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C.$$

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 92

Sản phẩm A có hàm lợi nhuận biên theo sản lượng là $M\pi = -100Q + 1\,000$. Biết rằng, nếu chỉ bán được 100 sản phẩm thì công ty lỗ 50 000 đơn vị tiền tệ (1 đơn vị tiền tệ là 1 000 đồng). Ta tìm được hàm lợi nhuận theo Q là một hàm số bậc hai có dạng $\pi(Q) = aQ^2 + bQ + c$. Tính $7\,000a + \dfrac{b}{1\,000} + c$.

KQ: .....

Lời giải.

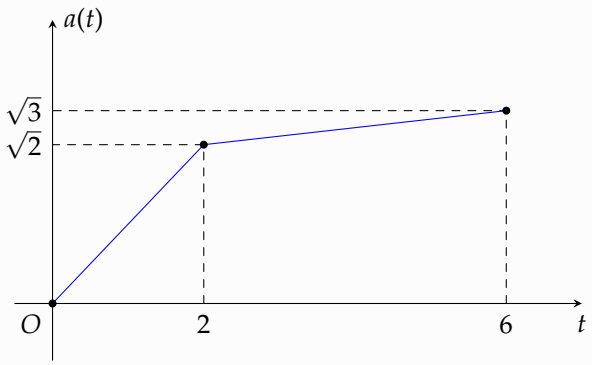
.....

.....

. . . . . .

Câu 93

Một vật chuyển động với hàm số gia tốc là $a(t)$. Biết rằng đồ thị hàm số $a(t)$ trên đoạn $[0;6]$ được cho như hình dưới đây và vận tốc tại thời điểm $t=0$ là $v(0)=1$ (m/s). Tại thời điểm $t=6$ giây, vận tốc của vật là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 94

Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T(x)$ tính bằng triệu đồng. Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x (triệu đồng) để người đó có doanh thu là cao nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 95

Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5\cos t$ m/s^2. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc 2,5 m/s. Tính gia tốc của vật (đơn vị m/s^2) tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong π (s) đầu tiên.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 96

Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc tại thời điểm t ($t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên) cho bởi $v(t) = 180 - 9{,}8t$ (m/s). Tìm độ cao của viên đạn (đơn vị m, tính từ mặt đất) khi nó đạt độ cao cực đại (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 97

Một hồ nước bị ô nhiễm được xử lí bằng một chất diệt khuẩn. Tốc độ phát triển của số lượng vi khuẩn sống sót được mô hình bởi $B'(t) = -\dfrac{3\,000}{(1+0{,}2t)^2}$, $t \geq 0$ với $B(t)$ là số lượng vi khuẩn trên mỗi ml nước và t là số ngày tính từ khi hồ nước được xử lí. Biết số lượng vi khuẩn ban đầu là 10 000 con/ml nước. Sử dụng mô hình này xác định lượng vi khuẩn sau 5 ngày.

Cho biết $\displaystyle\int (ax+b)^n \,\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 98

Người ta thay nước mới cho một bể bơi có dạng hình hộp chữ nhật có độ sâu là $h_1 = 280$ cm. Giả sử $h(t)$ là chiều cao (tính bằng cm) của mực nước bơm được tại thời điểm t giây, biết rằng tốc độ tăng của chiều cao mực nước tại giây thứ t là $h'(t) = \dfrac{1}{500}\sqrt[3]{t+3} + 3$ và lúc đầu hồ bơi không có nước. Hỏi sau bao nhiêu giây thì nước bơm được $\dfrac{3}{4}$ độ sâu của hồ bơi? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Cho biết $\displaystyle\int (ax+b)^n \mathrm{d}x = \frac{1}{a}\frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 99

Một quần thể vi sinh vật có tốc độ tăng số lượng cá thể được ước lượng bởi $P'(t) = 150\sqrt{t}$ (cá thể/ngày) với $0 \leq t \leq 10$ trong đó $P(t)$ là số lượng cá thể vi sinh vật tại thời điểm t ngày kể từ thời điểm ban đầu. Biết rằng ban đầu quần thể có 1 000 cá thể.
Ước lượng số cá thể của quần thể sau 5 ngày kể từ thời điểm ban đầu (kết quả làm tròn đến hàng trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 100

Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng (có gắn trục tọa độ Ox với độ dài đơn vị bằng 1 m). Biết rằng vật chuyển động với vận tốc (tính theo m/s) là $v(t) = 2t - t^2$ (với $0 \leq t \leq 10$, tính theo giây) và lúc đầu vật ở vị trí có tọa độ $x_0 = 2$. Tại thời điểm $t = 6$ giây, vật cách vị trí ban đầu bao xa?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 101

Giả sử tốc độ tăng trưởng của một quần thể muỗi thỏa mãn công thức $N'(t) = 0{,}2N(t)$, $0 \leq t \leq 5$, trong đó t là thời gian tính theo ngày, $N(t)$ là số cá thể muỗi tại thời điểm t. Biết rằng ban đầu quần thể muỗi có 2000 cá thể.
Đặt $y(t) = \ln N(t)$, $0 \leq t \leq 5$. Chứng tỏ rằng $y'(t) = 0{,}2$. Từ đó, tìm được $N(t)$ với $0 \leq t \leq 5$.
Khi đó hãy tìm số lượng cá thể của quần thể muỗi sau 3 ngày (kết quả làm tròn đến hàng trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 102

Trong một dịch cúm, tốc độ tăng số trường hợp mắc bệnh của một thành phố được ước lượng bởi $N(t) = 10 \cdot e^{0{,}2t}$ (trường hợp/ngày) trong đó $N(t)$ là số trường hợp mắc bệnh sau thời gian t ngày kể từ khi bắt đầu dịch. Biết rằng thời điểm bắt đầu dịch có 5 trường hợp mắc bệnh. Ước lượng số trường hợp mắc bệnh của thành phố sau 10 ngày dịch bắt đầu.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 103

Khi nghiên cứu dịch sốt xuất huyết ở một địa phương, các chuyên gia y tế ước tính rằng tại ngày thứ m có $F(m)$ người mắc bệnh (sau khi đã làm tròn đến chữ số hàng đơn vị). Biết rằng tốc độ lan truyền bệnh là $F'(m) = \dfrac{150}{2m+1}$ và ngày đầu tiên ($m = 0$) người ta phát hiện ra 50 bệnh nhân. Hãy xác định số người mắc bệnh ở ngày thứ 10.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 104

Vi khuẩn HP (Helicobacter pylori) gây đau dạ dày sau ngày thứ t ($t \geq 1$) với số lượng là $F(t)$ nếu phát hiện sớm thì bệnh nhân sẽ được cứu chữa. Biết rằng $F'(t) = \dfrac{1\,100}{3t} + 1$ và sau 1 ngày bệnh nhân có 2 000 con vi khuẩn trong dạ dày. Sau 15 ngày bệnh nhân phát hiện ra bị bệnh. Hỏi khi đó có bao nhiêu con vi khuẩn trong dạ dày (*viết kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 105

Một đàn côn trùng ở ngày thứ t có số lượng là $K(t)$. Biết $K'(t) = \dfrac{4\,000}{1 + \dfrac{t}{2}}$ và ban đầu côn trùng có 50 000 con. Hỏi sau 10 ngày thì có khoảng bao nhiêu nghìn con (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 106

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang với gia tốc phụ thuộc thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc đầu bằng 10 (m/s), hỏi sau bao nhiêu giây kể từ thời điểm $t = 0$ thì chất điểm đạt vận tốc 18 (m/s)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 107

Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 25 - 9{,}8t$ (m/s). Độ cao của viên đạn (tính từ mặt đất) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả tính bằng đơn vị mét và làm tròn đến hàng phần chục)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 108

Một ôtô đang chuyển động với vận tốc 20 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ôtô chuyển động chậm dần với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi $v(t) = -4t + 20$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh. Gọi x (m) là quãng đường ôtô đi được từ lúc người lái xe bắt đầu đạp phanh đến khi xe dừng hẳn. Tìm x.

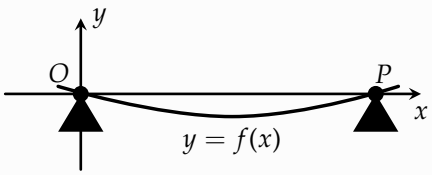
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 109

Một tấm ván gỗ chỉ được hỗ trợ ở hai đầu O và P, cách nhau 4 (m). Tấm ván võng xuống dưới do trọng lượng của nó tạo thành một đường cong. Xét trên hệ trục Oxy như hình vẽ dưới, đơn vị mỗi trục là (mét), đường cong trong hình vẽ có phương trình $y = f(x)$.



Người ta chứng minh được $f''(x) = \dfrac{1}{100}\left(2x - \dfrac{x^2}{2}\right)$ với $0 \le x \le 4$. Tại điểm cách điểm P một khoảng 1 (mét), tấm ván bị võng xuống bao nhiêu (cm)? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 110

Một người bình thường với chiều cao h cm, nặng w kilogram có diện tích bề mặt cơ thể S được mô hình hoá bởi công thức $S = \dfrac{1}{60} \cdot w^{0,5} \cdot h^{0,5}$ (m^2) (công thức Mosteller).
Một đối tượng có chiều cao bằng 168 cm, nặng 62 kg tham gia một cuộc nghiên cứu về sức khỏe trong 5 năm. Người ta nhận thấy cân nặng của đối tượng quan sát thay đổi với tốc độ $w'(t) = 0,02t^2 + 0,2t$ kg/năm ($0 \le t \le 5$) và chiều cao tăng đều mỗi năm 0,5 cm. Sau 5 năm quan sát, diện tích bề mặt cơ thể của đối tượng trên tăng thêm bao nhiêu centimet vuông so với ban đầu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 111

Nghiên cứu về một loại xe ô tô cho thấy sau t năm giá của loại xe này giảm với biên độ $g'(t) = 400(t - 6)$ USD mỗi năm. Giá của loại xe này sụt giảm bao nhiêu USD sau 2 năm?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 112

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang với gia tốc phụ thuộc thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7\,(\mathrm{m/s^2})$, $t \geq 0$. Biết vận tốc đầu bằng $10\,(\mathrm{m/s})$, hỏi sau bao nhiêu giây thì chất điểm đạt vận tốc $18\,(\mathrm{m/s})$?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 113

Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t phút. Biết $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là $150\,\mathrm{dm^3}$, sau 10 phút thì thể tích nước trong bể là $1\,100\,\mathrm{dm^3}$. Thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 20 phút là bao nhiêu $\mathrm{dm^3}$?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 114

Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \dfrac{1}{100}t^2 + \dfrac{13}{30}t\,(\mathrm{m/s})$, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a\,(\mathrm{m/s^2})$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu m/s?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 115

Một hồ bơi có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao 3,0 m đang không chứa nước. Người ta cần thay nước mới cho hồ bơi nên dùng máy bơm để bơm nước vào hồ, giả sử $h(t)$ m là chiều cao của mực nước đã được bơm vào tại thời điểm t giờ. Biết rằng tốc độ tăng chiều cao của mực

nước tại giờ thứ t kể từ lúc bắt đầu bơm nước vào hồ là $h'(t) = \dfrac{\sqrt[3]{t+3}}{5}$. Hỏi sau bao nhiêu giờ kể từ lúc bắt đầu bơm thì chiều cao lượng nước trong hồ là 2,1 m. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 116

Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 90 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 150 m. Người lái xe phản ứng 2 giây sau đó bằng cách đạp phanh cho xe chạy chậm hơn. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -\dfrac{25}{4}t + 25(\text{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 117

Một quần thể vi khuẩn ban đầu gồm 500 vi khuẩn, sau đó bắt đầu tăng trưởng. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t, trong đó t tính theo ngày ($0 \leq t \leq 10$). Tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn đó cho bởi hàm số $P'(t) = k\sqrt{t}$, trong đó k là hằng số. Sau 1 ngày, số lượng vi khuẩn của quần thể đó đã tăng lên thành 600 vi khuẩn (Nguồn: R. Larson and Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Tính số lượng vi khuẩn của quần thể đó sau 9 ngày.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 118

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t (Nguồn:A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016). Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh

nhất thì cây cà chua sẽ cao bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 119

Một ô tô đang chạy với vận tốc 10(m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 2t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 120

Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 170 - 9{,}8\,t$ (m/s). Tìm độ cao lớn nhất của viên đạn (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 121

Một chiếc cốc chứa nước ở 95° C được đặt trong phòng có nhiệt độ 20^0C. Theo định luật làm mát của Newton, nhiệt độ của nước trong cốc sau t phút (xem $t = 0$ là thời điểm nước ở 95° C là một hàm số (t). Tốc độ giảm nhiệt độ của nước trong cốc tại thời điểm t phút được xác định bởi $T'(t) = \left(-\frac{3}{2}e^{-\frac{t}{50}}\right)^\circ$ C/phút). Tính nhiệt độ của nước tại thời điểm $t = 40$ phút (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 122

Doanh thu bán hàng của một công ty khi bán một loại sản phẩm là số tiền $R(x)$ (triệu đồng) thu được khi x đơn vị sản phẩm được bán ra. Tốc độ biến động (thay đổi) của doanh thu khi x đơn vị sản phẩm đã được bán là hàm số $M_R(x) = R'(x)$. Một công ty công nghệ cho biết, tốc độ biến đổi của doanh thu khi bán một loại con chip của hãng được cho bởi $M_R(x) = 40 - 0{,}1x$, ở đó x là số lượng chip đã bán. Hỏi doanh thu của công ty khi đã bán 500 con chip bằng bao nhiêu tỉ đồng?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 123

Người ta truyền nhiệt cho một bình nuôi cấy vi sinh vật từ 1°C. Tốc độ tăng nhiệt độ của bình tại thời điểm t phút ($0 \leq t \leq 5$) được cho bởi hàm số $f(t) = 3t^2$ ($^\circ$C/phút). Biết rằng nhiệt độ của bình đo tại thời điểm $t = 1$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t)$. Nhiệt độ của bình tại thời điểm 3 phút kể từ khi truyền nhiệt là a°C. Khi đó a có giá trị bằng bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 124

Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 16 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường, người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 16$ m/s, trong đó t tính bằng giây. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng mét trong thời gian t giây kể từ lúc đạp phanh (ứng với $t = 0$). Từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được thêm bao nhiêu mét?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 125

Một xe máy đang chuyển động thì hết xăng. Từ thời điểm đó xe máy chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 24\,\text{m/s}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc hết xăng. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe máy đi được trong khoảng thời gian t giây kể từ lúc hết xăng. Hỏi từ lúc hết xăng đến lúc xe máy dừng hẳn xe máy đi được bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 126

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s^2). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn. (*làm tròn kết quả đến hàng phần chục*)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 127

Bạn An bơm nước vào bể cá vừa được làm sạch. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t phút. Biết $h'(t) = 3at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là 150 dm^3 sau 10 phút thì thể tích nước trong bể là 1 100. Thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 30 phút là bao nhiêu m^3?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 128

Cá hồi Thái Bình Dương đến mùa sinh sản chúng thường bơi từ biển đến thượng nguồn con sông để đẻ trứng trên sỏi đá rồi chết. Khi nghiên cứu một con cá hồi sinh sản người ta phát hiện ra một quy luật nó chuyển động trong nước yên lặng là $s(t) = -\dfrac{t^2}{10} + 4t^2$, với t giờ là khoảng thời gian từ lúc con cá bắt đầu chuyển động và s km là quãng đường con cá bơi trong khoảng thời gian đó. Nếu thả con cá hồi vào dòng nước có vận tốc dòng nước chảy là 2 km/h. Tính

khoảng cách xa mà con cá hồi có thể bơi ngược dòng nước đến nơi đẻ trứng.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 129

Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -40t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 130

Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $h'(t) = 10t + 500$ (m^3/s). Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ thoát nước của nhà máy đã thoát đi một lượng nước là bao nhiêu m^3?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 131

Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t phút. Biết $h'(t) = 3at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 phút thì thể tích nước trong bể là 158 dm^3, sau 8 phút thì thể tích nước trong bể là 542 dm^3. Thể tích của nước trong bể sau khi bơm được 20 phút là bao nhiêu dm^3 ?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....

. . . . . .

Câu 132

Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9{,}81t + 29{,}43$ (m/s) (*Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengane*). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật tại thời điểm t (s). Sau bao lâu kể từ khi bắt đầu được ném lên thì vật đó chạm đất (làm tròn kết quả đến hàng phần chục giây)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 133

Chủ một trung tâm thương mại muốn cho thuê một số gian hàng như nhau. Người đó muốn tăng giá cho thuê của mỗi gian hàng thêm x (triệu đồng) ($x \geq 0$). Tốc độ thay đổi doanh thu từ các gian hàng đó được biểu diễn bởi hàm số $T'(x) = -20x + 300$, trong đó $T'(x)$ tính bằng triệu đồng (*Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus ioe, Cengage*). Biết rằng nếu người đó tăng giá thuê cho mỗi gian hàng thêm 10 triệu đồng thì doanh thu là 12 000 triệu đồng. Tìm giá trị của x để người đó có doanh thu là cao nhất?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

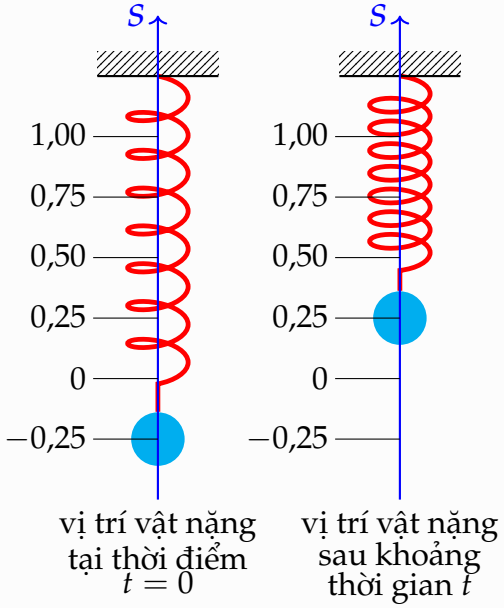
. . . . . .

. . . . . .

Câu 134

Một vật nặng được treo vào đầu của một con lắc lò xo đang ở điểm gốc ($s = 0$), con lắc lò xo có khối lượng không đáng kể. Giả sử rằng chiều dương là chiều hướng từ dưới lên. Tại thời điểm $t = 0$, vật nặng được kéo xuống 0,25 m đến vị trí ban đầu $s(0) = -0{,}25$ và được thả ra (hình bên).

Vận tốc của vật (tính bằng m/s) được cho bởi công thức $v(t) = \dfrac{1}{4}\sin t$, với $t \geq 0$. Tìm thời điểm lần đầu tiên vật đạt đến vị trí cao nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của giây).



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 135

Trong thí nghiệm nuôi cấy một loại vi sinh vật, giả sử $f(x)$ là tổng số lượng vi sinh vật sau x giờ làm thí nghiệm. Biết rằng sau 3 giờ đầu tiên thì tổng số lượng vi sinh vật là 50 con. Trong 7 giờ tiếp theo, số lượng vi sinh vật thay đổi với tốc độ tăng trưởng là $f'(x) = x^2 + 8x$ con/giờ. Tìm số lượng vi khuẩn sau 6 giờ tính từ lúc bắt đầu làm thí nghiệm.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 136

Một ô tô đang chạy với tốc độ 19 (m/s) thì hãm phanh và chuyển động chậm dần với tốc độ $v(t) = 19 - 2t$ (m/s). Kể từ khi hãm phanh, quãng đường ô tô đi được sau 3 giây là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 137

Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \dfrac{3}{t+1}\left(\text{m/s}^2\right)$. Vận tốc ban đầu của vật là 6 m/s. Khi đó vận tốc của vật tại giây thứ 10 bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 138

Một nghiên cứu chỉ ra rằng sau x tháng kể từ bây giờ, dân số của thành phố A sẽ tăng với tốc độ $v(x) = 10 + 2\sqrt{2x+1}$ (người/tháng). Dân số của thành phố A sẽ tăng thêm bao nhiêu trong 4 tháng tới.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 139

Biết $f(x)$ là hàm doanh thu cận biên khi bán được x sản phẩm, khi đó nguyên hàm của $f(x)$ chính là tổng doanh thu khi bán được x sản phẩm.
Một công ty có doanh thu cận biên ở mỗi mức sản lượng x được xác định dưới dạng hàm số $f(x) = \dfrac{24}{x+1}$ với x là số lượng sản phẩm được bán ra. Hỏi tổng doanh thu của công ty khi bán ra 100 sản phẩm là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 140

Trong một đợt xả lũ, nhà máy thủy điện Hố Hô đã xả lũ trong 40 phút với tốc độ lưu lượng nước tại thời điểm t giây là $v(t) = 10t + 500\ (\mathrm{m}^3/s)$. Hỏi sau thời gian xả lũ trên thì hồ chứa nước của nhà máy đã thoát đi bao nhiêu triệu m^3 nước?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 141

Người ta dự đoán rằng dân số thay đổi với tốc độ $e^{0.001t}$ (tỷ người/năm) với t là số năm tính từ năm 2003. Biết rằng năm 2009 dân số thế giới là 4,5 (tỷ người). Dân số thế giới vào năm 2013 vào khoảng bao nhiêu tỷ người? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân hàng trăm)

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 142

Tốc độ thay đổi số dân của một thị trấn kể từ năm 1970 được mô tả bằng công thức $f'(t) = \dfrac{120}{(t+5)^2}$, với t là thời gian tính bằng năm (thời điểm $t = 0$ ứng với năm 1970). Biết rằng số dân của thị trấn vào năm 1970 là 2000 người. Hỏi số dân của thị trấn đó vào năm 2008 ước tính là bao nhiêu nghìn người?(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 143

Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 5\cot t (m/s^2)$. Lúc bắt đầu chuyển động vật có vậ tốc 2,5 $m/s/$ Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong $\pi(s)$ đầu tiên.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 144

Một vận động viên điền kinh chạy với gia tốc $a(t) = -\dfrac{1}{24}t^3 + \dfrac{5}{16}t^2 (m/s^2)$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc xuất phát. Hỏi vào thời điểm $5(s)$ sau khi xuất phát thì vận tốc của vận động viên là bao nhiêu? Vận tốc v chính là nguyên hàm của gia tốc a. Tại thời điểm ban đầu thì vận động viên ở tại vị trí xuất phát nên vận tốc lúc đó là:

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 145

Tốc độ tăng cân nặng của một bé gái trong độ tuổi từ 0 tháng đến 36 tháng được ước tính bởi hàm số $f'(t) = 0{,}00093t^2 - 0{,}04792t + 0{,}76806$ (kg/ tháng), với $f(t)$ là cân nặng của bé gái lúc t tháng tuổi. (*Nguồn: http//www.vinmec.com*) Hãy ước tính cân nặng của một bé gái 5 tháng tuổi, biết cân nặng của bé gái đó khi mới sinh là 3,3 kg (*đơn vị: kg, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 146

Đối với các dự án xây dựng, chi phí nhân công lao động được tính theo số ngày công. Gọi $m(t)$ là số lượng công nhân được sử dụng ở ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công dự án). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$. Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 400 ngày. Số lượng công nhân được sử dụng cho bởi hàm số $m(t) = 800 - 2t$, trong đó t tính theo ngày ($0 \le t \le 400$), $m(t)$ tính theo người. Đơn giá cho một ngày công lao động là 400 000 đồng. Tính chi phí (tỷ đồng) nhân công lao động của công trình đó (cho đến lúc hoàn thành).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 147

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét/tuần. Gọi $h(t)$ là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t. Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì cây cà chua cao bao nhiêu centimét? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 148

Cường độ dòng điện trong một dây dẫn tại thời điểm t giây là $I(t) = Q'(t) = 3t^2 - 6t + 5$, với $Q(t)$ là điện lượng truyền trong dây dẫn tại thời điểm t. Biết khi $t = 1$ giây, điện lượng truyền trong dây dẫn là $Q(1) = 4$. Tính điện lượng truyền trong dây dẫn khi $t = 3$.

KQ: .....

Lời giải.

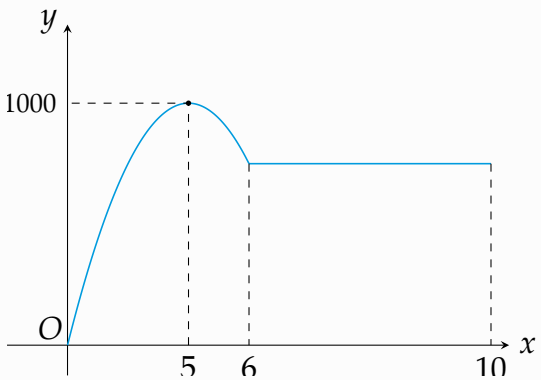
.....

.....

.....

Câu 149

Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol như hình bên dưới. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000 m/phút và bắt đầu giảm vận tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều. Hỏi quãng đường xe đã đi được trong khoảng 10 phút đầu tiên là bao nhiêu mét?



KQ: .....

Lời giải.

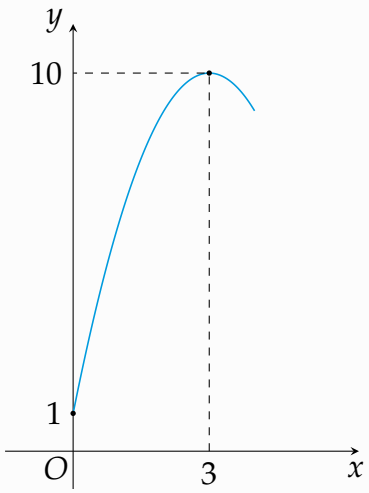
.....

.....

.....

Câu 150

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc là một đường parabol có đỉnh $I(3;10)$ và trục đối xứng vuông góc với trục hoành như hình vẽ. Tính quãng đường vật di chuyển được trong nửa thời gian sau của chuyển động đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục và tính theo đơn vị km).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 151

Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $V(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Biết rằng $V'(t) = at^2 + bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây, thể tích nước trong bể là 15 m^3. Sau 10 giây, thì thể tích trong bể là 110 m^3. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

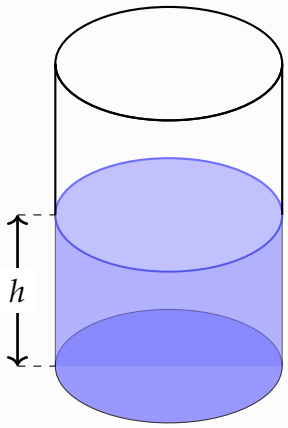
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 152

Một bể ban đầu chứa đầy nước, bể có dạng hình trụ với chiều cao bằng 9 m và bán kính đáy bằng 2 m. Nước bắt đầu chảy ra từ một vòi nước ở đáy bể. Gọi $V(t)$ là thể tích chất lỏng đã thoát ra tại thời điểm t (phút) sau khi mở vòi thì $V'(t) = k(45 - t)$, $(0 \leq t \leq 45)$. Biết sau 15 phút độ cao của mực nước trong bể bằng 4 m. Sau 42 phút, thể tích chất lỏng còn lại trong bể là bao nhiêu lít (*làm tròn kết quả đến đơn vị*)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

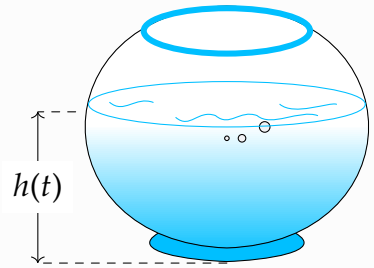
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 153

Gọi $h(t)$ (cm) là mức nước ở một bồn chứa sau khi bơm nước vào bồn được t giây. Biết rằng $h'(t) = k \cdot \sqrt[3]{t}$ và lúc đầu bồn không có nước. Sau 162 giây, mực nước của bồn là 27 cm. Biết bồn chứa nước cao 12,96 m, hỏi sau bao nhiêu giây bồn chứa nước sẽ đầy?



KQ: .....

Lời giải.

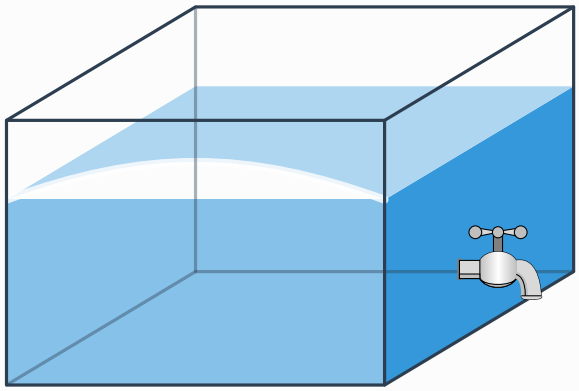
.....

.....

.....

Câu 154

Một bể nước hình hộp chữ nhật cao 1 m và có đáy là hình vuông cạnh 2 m. Ban đầu bể đầy nước. Người ta mở một cái vòi ở đáy, nước chảy ra với tốc độ tỷ lệ thuận với căn bậc hai của độ cao của nước tại bất kì thời điểm nào. Giả sử độ cao của nước trong bể tại thời điểm t là $h(t)$ và $V(t)$ là thể tích của nước hiện tại sau t phút mở vòi thì ta có $V'(t) = k \cdot \sqrt{h(t)}$, $(k \in \mathbb{R})$. Biết rằng, mực nước giảm 19 cm sau 2 phút, hỏi sau bao nhiêu phút thì bể cạn nước?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 155

Một miếng thịt nướng được lấy ra khỏi ngăn đá của tủ lạnh và để trên bàn để rã đông. Nhiệt độ của miếng thịt nướng khi nó được lấy ra khỏi ngăn đá là $-4°$ C và t giờ sau đó, nhiệt độ của miếng thịt nướng tăng với tốc độ $T'(t) = 7e^{-0,35t}$ °C/giờ. Nhiệt độ của miếng thịt sau 2 giờ là bao nhiêu °C (*kết quả làm tròn đến hàng phần chục*)?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 156

Vì nước và dầu không hoà tan vào nhau nên nếu dầu đổ vào nước sẽ tạo thành một mảng hình trụ trên bề mặt nước. Bán kính $r(t)$ của mảng này lan ra với tốc độ tỉ lệ thuận với chiều cao $h(t)$ của mảng dầu. Giả sử một lít dầu bị đổ trên mặt hồ tĩnh lặng. Bán kính ban đầu của vết tràn là 20 cm và sau 2 giây nó tăng lên 50 cm. Hỏi sau bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần mười) thì bán kính vết tràn đạt 5 mét?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 157

Theo định luật làm mát của Newton thì tốc độ làm mát của một vật tỉ lệ thuận với chênh lệch nhiệt độ giữa vật đó và môi trường xung quanh, với điều kiện là chênh lệch này không quá lớn. Giả sử $T(t)$ là nhiệt độ của vật thể (đơn vị: độ C) tại thời điểm t (đơn vị: phút) và T_s là nhiệt độ của môi trường xung quanh, chênh lệch giữa nhiệt độ của vật thể và môi trường xung quanh là $y(t) = T(t) - T_s$ thì $y'(t) = k \cdot y(t)$ với k là hằng số. Một cốc nước đang ở nhiệt độ phòng là 22°C được đưa vào ngăn mát tủ lạnh có nhiệt độ là 5°C. Sau 30 phút, nhiệt độ của cốc nước được đo lại là 16°C. Hỏi sau một tiếng trong tủ lạnh, nhiệt độ cốc nước là bao nhiêu độ C (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

HẾT

§2. TÍCH PHÂN

Câu 1

Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t$, với t là thời gian tính bằng giây.

a) Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của vật đó theo thời gian t giây, khi đó $\int a(t)\,\mathrm{d}t = v(t) + C$.

b) Từ thời điểm bắt đầu tăng tốc, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 3t^2 + 10$.

c) Sau 3 giây kể từ lúc tăng tốc, vật chuyển động với vận tốc 27 m/s.

d) Chiều dài đoạn đường mà vật đi được trong 5 giây kể từ thời điểm bắt đầu tăng tốc là 170 mét.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Một vật chuyển động thẳng với vận tốc đầu $v(0) = 0$ và gia tốc được tính theo công thức $a(t) = 2\cos t\,(\text{m/s}^2)$. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau.

a) Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2\sin t\,(\text{m/s})$.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \dfrac{\pi}{2}$ giây là 1 (m/s).

c) Vận tốc lớn nhất mà vật đạt được là 2 (m/s).

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \dfrac{\pi}{2}$ (s) đến $t = \dfrac{3\pi}{4}$ (s) là 2 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Một ô tô đang chạy đều với thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -6t + 30$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 (m/s).

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 4 s.

c) $\displaystyle\int (-6t + 30)\,\mathrm{d}x = -3t^2 + 30t + C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quảng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5

Nam đang tham gia một bài học từ mới tiếng Anh trong vòng 60 phút. Biết rằng $M(t)$ là số từ mới mà Nam có thể ghi nhớ trong t phút. Tốc độ ghi nhớ từ mới của Nam được xác định bởi hàm số $M'(t) = at - bt^2$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) (từ/phút) và đạt cao nhất tại thời điểm 40 phút. Biết rằng Nam ghi nhớ được 18 từ mới trong 10 phút đầu tiên của bài học.

a) $a = 0{,}4$.
b) Khả năng ghi nhớ của Nam tại thời điểm 20 phút là 6 từ/phút.
c) Trong cả bài học Nam ghi nhớ được tổng cộng 427 từ mới.
d) Biết rằng tốc độ học trung bình (từ/phút) tại thời điểm n đến thời điểm m được tính bởi công thức $\dfrac{1}{m-n}\displaystyle\int_n^m M'(t)\,\mathrm{d}t$. Tốc độ học trung bình của Nam trong cả bài học là 6 từ/phút.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6

Cho một vật bắt đầu chuyển động thẳng với biểu thức gia tốc $a = \dfrac{1}{4}t + 1\,(\mathrm{m/s^2})$, trong đó t tính theo đơn vị giây.

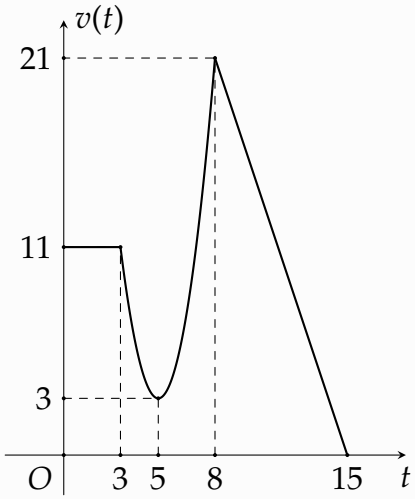
a) Ở thời điểm ban đầu vật có vận tốc bằng $0\,\mathrm{m/s}$.
b) Vận tốc của vật ở thời điểm $t_1 = 4$ giây là $v_4 = 6\,(\mathrm{m/s})$.
c) Quãng đường vật đi được trong 10 giây đầu tiên là $120\,\mathrm{m}$.
d) Quãng đường vật đi được trong giây thứ 8 là $18\,\mathrm{m}$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 7

Chất điểm chuyển động trên một đường thẳng với vận tốc $v(t)\,(\mathrm{m/s})$ theo thời gian t giây. Biết rằng đồ thị hàm số $v(t)$ được cho như hình vẽ sau. Trong đó đồ thị hàm số $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $0 \le t \le 3\,(\mathrm{s})$ hoặc $8 \le t \le 15\,(\mathrm{s})$ và có dạng đường parabol khi $3 \le t \le 8\,(\mathrm{s})$.



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 15$ là $v(15) = 21$ (m/s).

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là $S_1 = \int_0^3 11\,\mathrm{d}t$ (m).

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng 73,5 (m).

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây nhỏ hơn 7 (m/s).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8

Tại một địa điểm tham quan, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = \int Q'(t)\,\mathrm{d}t$.

b) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

c) Trong khoảng thời gian từ 2 giờ đến 5 giờ lượng khách quan tăng 825 người.

d) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9

Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2\cos t$ (m/s^2). Khi đó

a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2\sin t$ (m/s).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \dfrac{\pi}{2}$ là 1 (m/s).

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ giây đến thời điểm $t = \pi$ giây là 4 m.

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \dfrac{\pi}{2}$ s đến thời điểm $t = \dfrac{3\pi}{4}$ s là 2 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10

Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 20$ (m/s) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t$ (m/s^2).

a) Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t$ (m/s).

b) Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có $v_0 = 20$. Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 20$.

c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m).

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\dfrac{104}{3}$ (m).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 11

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc ban đầu bằng 6 (m/s).

a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t s xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.

b) Tại thời điểm $t = 7$ s, vận tốc của chất điểm là 6 (m/s).

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \le t \le 7$ là 18 m.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$ s.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12

Giả sử lợi nhuận biên (tính triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0{,}0008x + 10{,}4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng $P(x) = -0{,}0008x^2 + 10{,}4x$.

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.
d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 13

Ở nhiệt độ 37° C, một phản ứng hóa học từ chất đầu A, chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình $A \to B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol L^{-1}) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là 0,05 mol L^{-1}. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có
a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.
b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0{,}05)$.
c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.
d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng 0,05.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 14

Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2{,}01t - 0{,}025t^2$ $(0 \leq t \leq 10)$. Trong đó $v(t)$ tính theo m/s, thời gian t tính theo giây với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.
a) Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2{,}01 - 0{,}05t$ $(0 \leq t \leq 10)$.
b) Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là 8,82 m.
c) Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ 15,277 m.
d) Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là 1,51 m/s^2.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15

Một người lái xe ô tô thì bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đầu xe 25 m, ngay lúc đó người lái xe đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
b) $s(t) = -5t^2 + 20$.
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là 20 giây.
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật trên đường.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 16

Biết giá trị trung bình của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ là $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. Giả sử nhiệt độ (tính theo $^\circ$C) tại thời điểm t (giờ) trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương vào một ngày nào đó được mô hình hoá bởi hàm số $T(t) = 17 + 1{,}5(t-6)$, $6 \le t \le 12$.

a) Nhiệt độ lúc 6 giờ sáng là $17{,}0^\circ C$.
b) Nhiệt độ trung bình từ 6 giờ sáng đến 9 giờ sáng là $19{,}3^\circ C$.
c) Nhiệt độ trung bình từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa là $21{,}5^\circ C$.
d) Nếu chỉ tính trong một giờ, thì nhiệt độ trung bình lớn nhất là $27{,}1^\circ C$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 17

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 18

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t giây (s) là $a(t) = 2t - 7$ m/s^2. Biết vận tốc đầu bằng 6 m/s.

a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t giây xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.

b) Tại thời điểm $t = 7$ s, vận tốc của chất điểm là 6 m/s.

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \le t \le 7$ là 18 m.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$ s.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 19

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

b) Quảng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

c) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 20

Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc được tính theo thời gian t bằng $v(t) = 10t$ (m/s).

a) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu tiên là 50 m.

b) Gia tốc chuyển động của ô tô là $a = 10$ (m/s^2).

c) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian từ 5 giây đến 10 giây là 375 m.

d) Giả sử ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -40$ (m/s^2). Khi đó, quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là 625 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 21

Một đoàn tàu đang di chuyển trên đường ray tiến về phía nhà ga. Khi đoàn tàu cách trạm kiểm soát 2,4 km, tốc độ của đoàn tàu là 240 m/s. Sau 4 giây, đoàn tàu bắt đầu giảm tốc với hàm vận tốc $v(t) = ct + d$ $(c, d \in \mathbb{R}, c > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc độ. Biết rằng đoàn tàu vào nhà ga sau 12 giây giảm tốc.

a) Quãng đường đoàn tàu đi được từ khi cách trạm kiểm soát 2,4 km đến khi bắt đầu giảm tốc độ là 1440 m.

b) Giá trị của d là 200.

c) Quãng đường $S(t)$ mà đoàn tàu đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 12)$ kể khi bắt đầu giảm tốc được tính theo công thức $S(t) = \displaystyle\int_0^{12} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 10 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của đoàn tàu là 45 m/s.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 22

Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi biểu thức $v_A(t) = 16 - 4t$.

a) Vận tốc ban đầu của xe A là 60 km/h.

b) Xe A dừng lại sau 3 s.

c) Quãng đường $S(t)$ mà xe A đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 3)$ kể khi bắt đầu phanh được tính theo công thức $S(t) = \displaystyle\int_0^{3} v_A(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Để đảm bảo an toàn, ô tô A phải cách ô tô B một khoảng ít nhất là 33 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 23

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s^2).

a) Phương trình quãng đường chuyển động nhanh dần đều của ô tô là $S_1(t) = \dfrac{7}{2}t^2$.

b) Quãng đường $S(t)$ mà xe A đi được trong thời gian t giây ($t \geq 0$) kể khi bắt đầu đạp phanh được tính theo công thức $S_2(t) = \int_0^t (35 + 70t)\,\mathrm{d}t$.

c) Tính từ thời điểm đạp phanh, ô tô dừng hẳn sau 0,5 s.

d) Quãng đường đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là 96,25 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 24

Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 4 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 25

Một ô tô đang chạy đều với vận tốc x m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 3 s.

c) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) được tính theo công thức $\int_0^t (-5t + 20)\,\mathrm{d}t = -\frac{5}{2}t^2 + 20t + C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 26

Một người lái xe ô tô trên đường cao tốc bắt đầu tăng tốc từ vận tốc 20 m/s. Tốc độ của ô tô thay đổi theo phương trình $v(t) = at + b$, với $a > 0$, $b = 20$ m/s, và t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng sau 15 giây, ô tô đạt vận tốc 50 m/s.

a) Sau 15 giây, vận tốc của ô tô không vượt quá 40 m/s.

b) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi vận tốc đạt 50 m/s là 525 m.

c) Gia tốc của xe là 3 m/s^2.

d) Quãng đường $s(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây (với $t \leq 15$) được tính theo công thức $s(t) = t^2 + 20t$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 27

Xe buýt di chuyển với tốc độ 15 m/s khi đến gần một đoạn đường cao tốc. Sau khi tăng tốc với gia tốc $a = 1{,}5$ m/s^2, tốc độ của xe buýt thay đổi theo phương trình $v(t) = at + 15$.

a) Gia tốc của xe buýt là 2,5 m/s^2.

b) Thời gian để xe buýt đạt vận tốc 45 m/s là 20 giây.

c) Quãng đường đi được trong 20 giây là 600 m.

d) Sau 10 giây, vận tốc của xe buýt là 20 m/s.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 28

Một người lái xe ô tô đi vào đường cao tốc với vận tốc ban đầu là 25 m/s. Sau đó, ô tô tăng tốc đều với gia tốc 2 m/s^2 và tốc độ thay đổi theo phương trình $v(t) = 2t + 25$.

a) Công thức tính quãng đường $s(t)$ là $s(t) = \int_2^t v(t)\,\mathrm{d}t$.

b) Quãng đường ô tô đi được sau 12 giây là 522 m.

c) Sau 6 giây, vận tốc của ô tô là 37 m/s.

d) Sau 12 giây, vận tốc của ô tô không vượt quá 55 m/s.

Lời giải.

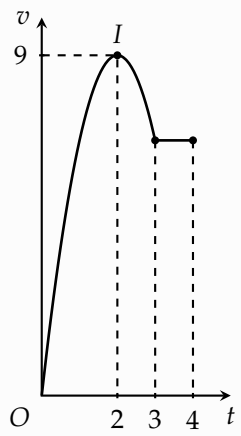
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 29

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



a) $v(t) = -\dfrac{9}{4}t^2 + 9t$, với $0 \le t \le 3$.

b) Vận tốc lớn nhất của chuyển động là 9 (km/h).

c) Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là 27 km.

d) $v(t) = \dfrac{27}{4}t$, với $3 \le t \le 4$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 30

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ m/s. Sau 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s^2).

a) Gia tốc chậm dần của ô tô khi phanh là -2 m/s^2.

b) Quãng đường ô tô đi được trong 12 giây đầu là 144 m.

c) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu phanh đến khi dừng hẳn là 72 m.

d) Quãng đường tổng cộng mà ô tô đã đi là 230 m.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 31

Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35\ \left(\text{m/s}^2\right)$.

a) Tại thời điểm $t = 5$ (s) thì vận tốc của ô tô là 35 (m/s).

b) Quãng đường ô tô đi được trong 5 (s) đầu là là 105 mét.

c) Phương trình vận tốc khi xe phát hiện chướng ngại vật là $v(t) = 35t + 35$.

d) Quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là 105 mét.

Lời giải.

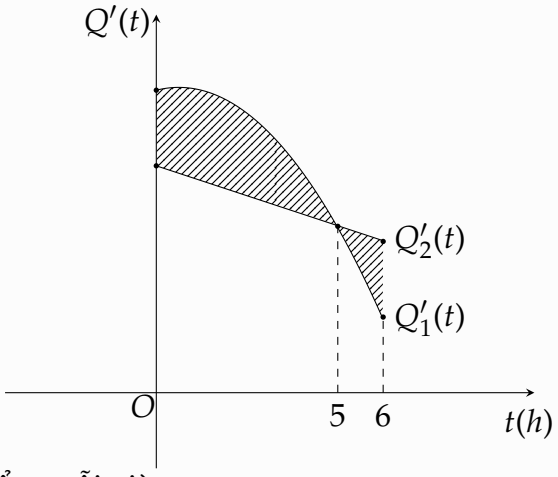
.....

.....

. . . . . .

Câu 32

Hình vẽ bên mô tả hiệu suất làm việc của hai công nhân trong một nhà máy trong thời gian 6 giờ. Công nhân A đang sàn xuất với hiệu suất $Q_1'(t) = -2t^2 + 4t + 58$ sản phẩm mỗi giờ, trong khi công nhân B đang sản xuất với hiệu suất $Q_2'(t) = 53 + at$ sản phẩm mỗi giờ ($a \in \mathbb{R}$). Biết rằng hàm $Q_1(t)$ và $Q_2(t)$ mô phỏng số lượng sản phẩm mới làm được của công nhân A.



a) Hiệu suất cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.
b) Phần diện tích tô đậm biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân làm được trong 6 giờ.
c) Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới mà công nhân A hoàn thành nhiều hơn công nhân B là 54 sản phẩm.
d) Sau 6 giờ làm việc tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân hoàn thành là 502 sản phẩm.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 33

Biết giá trị trung bình của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ là $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. Giả sử nhiệt độ (tính theo °C) tại thời điểm t (giờ) trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương vào một ngày nào đó được mô hình hoá bởi hàm số $T(t) = 18 + 1,6(t-6)$, $6 \le t \le 12$. Hỏi trong các mệnh đề đưới đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào là sai ?

a) Nhiệt độ lúc 6 giờ sáng là 18°C.
b) Nhiệt độ trung bình từ 6 giờ sáng đến 8 giờ sáng là 21°C.
c) Nhiệt độ trung bình từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa là 22,8°C .
d) Nếu chi tính trong một giờ, thì nhiệt độ trung bình lớn nhất là 26,8°C.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 34

Bác Hải đang điều khiển ô tô ở làn đường dẫn và muốn nhập làn vào đường cao tốc, khi đó ô tô của bác Hải cách điểm nhập làn 220 m và đang có tốc độ là 45 km/h. Ngay sau đó 3 giây, bác Hải đạp nhẹ ga để tăng tốc nhập làn với tốc độ được tính theo biểu thức $v(t) = at + b$ với a, $b \in \mathbb{R}$, $a, b > 0$, trong đó t tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 10 giây tăng tốc và sự tăng tốc này được bác Hải duy trì cho đến khi đạt tốc độ 90 km/h thì dừng tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được tính từ lúc bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 182,5 m.

b) Giá trị của b chính là tốc độ của ô tô lúc bắt đầu tăng tốc và $b = 45$ m/s.

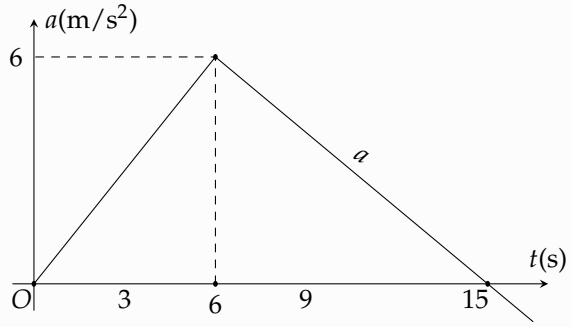
c) Tốc độ của ô tô ở thời điểm vừa mới nhập làn cao tốc bằng 24 m/s.

d) Tổng thời gian tăng tốc tính theo đơn vị giây (làm tròn đến hàng phần mười) là 12,3.

Lời giải.

Câu 35

Cho một vật bắt đầu chuyển động thẳng với đồ thị biểu diễn gia tốc theo thời gian như hình vẽ.



a) Ở thời điểm $t_1 = 4$ giây, vật có vận tốc bằng 8 m/s.

b) Ở thời điểm $t_2 = 9$ giây, vật có vận tốc bằng 8 m/s.

c) Quãng đường vật đi được trong 12 giây đầu tiên là 144 m.

d) Biết khi vận tốc bằng 0 thì vật dừng lại. Quãng đường vật đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại (làm tròn đến hàng đơn vị) là 691 m.

Lời giải.

Câu 36

Cho một vật đang chuyển động thẳng đều với vận tốc bằng 108 km/h thì đi vào vùng có lực cản gây ra cho vật một gia tốc $a = -0{,}5v\,(\text{m/s}^2)$, với v là vận tốc của vật và tính bằng m/s. Trong bài toán ta có $v > 0$ và gốc thời gian tính từ lúc vật bắt đầu đi vào vùng có lực cản.

a) Đạo hàm $\ln|v(t)|$ theo biến thời gian t cho ta biểu thức là $\dfrac{v'(t)}{v(t)}$.

b) Biểu thức vận tốc của vật là $v(t) = e^{-0,5t}$ (m/s).

c) Quãng đường vật đi được trong 2 giây đầu tiên trong vùng lực cản là 37,9 m.

d) Với giả thiết vận tốc nhỏ hơn 0,1 m/s thì vật dừng lại. Tổng quãng đường vật đi được trong vùng lực cản tính theo mét (làm tròn đến hàng đơn vị) là 60 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 37

Một chất điểm chuyển động trên một đường thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian $v(t) = t^2 - 8t + 18$ (m/s), thời gian t được tính bằng giây, $t \geq 0$.

a) Gia tốc của chất điểm trên quãng đường đó là $a(t) = \dfrac{t^3}{3} - 4t^2 + 18t$ m/s^2.

b) Tại thời điểm gia tốc bằng 0, vận tốc của chất điểm cũng bằng 0.

c) Sau 5 giây từ thời điểm $t = 0$ giây, chất điểm đi được quãng đường là $\dfrac{95}{3}$ m.

d) Từ thời điểm $t = 0$ giây đến khi gia tốc bằng 0, chất điểm đi được quãng đường là $\dfrac{88}{3}$ m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 38

Một xe máy đang chạy với vận tốc 30 m/s thì tài xế nhìn thấy một chướng ngại vật và bắt đầu phanh. Từ thời điểm đó, xe máy chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình $v(t) = -3t + 24$ m/s, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu phanh.

a) Gia tốc của xe máy trong quá trình phanh là $a = -3$.

b) Sau 10 giây thì xe dừng lại hoàn toàn.

c) Quãng đường mà xe máy đã di chuyển từ lúc bắt đầu phanh cho đến khi dừng lại là 96 m.

d) Nếu chướng ngại vật cách vị trí tài xế đạp phanh 100 m thì xe máy kịp dừng lại trước chướng ngại vật.

Lời giải.

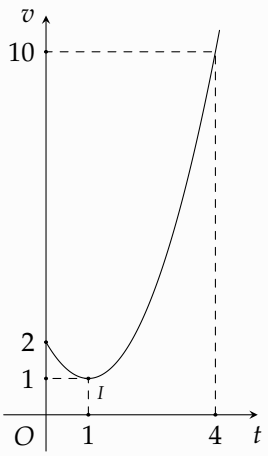
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 39

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ.



a) Vận tốc tại thời điểm ban đầu là $v_0 = 1$ (km/h).

b) Hàm số vận tốc tính theo thời gian là $v(t) = t^2 - 2t + 2$.

c) Gia tốc bị triệt tiêu tại thời điểm $t = 1$ (h).

d) Trong 4 h vật đi được quãng đường 40 (km).

Lời giải.

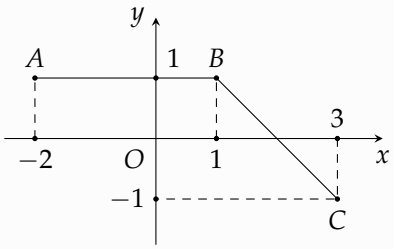
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 40

Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$.



a) $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 3$.

b) $\displaystyle\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 1$.

c) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -2$, $x = 3$ thì $S = \displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

d) Tích phân $\displaystyle\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x = 3$.

Lời giải.

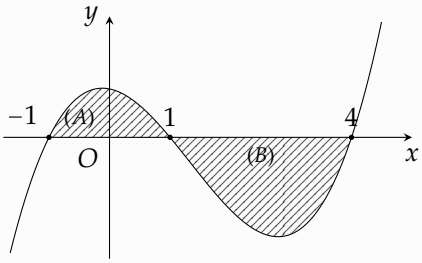
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 41

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích các phần (A), (B) lần lượt bằng 3 và 7.



a) $S_{(A)} = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 3.$

b) $S_{(B)} = \displaystyle\int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 7.$

c) Tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 10.$

d) Tích phân $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f\left(5\sin x - 1\right)\mathrm{d}x = -\frac{4}{5}.$

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 42

Một loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (đơn vị: mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $f(x) = \dfrac{30x}{x^2+4}$. Để đưa ra lời khuyên và cách xử lí phù hợp cho bệnh nhân, người ta cần tính toán một số yếu tố về nồng độ của thuốc trong máu.

a) Sau 10 ngày thì nồng độ thuốc A trong máu nhỏ hơn 0,002 mg/l.

b) Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất là 7,5 mg/l tại thời điểm 2 phút sau khi tiêm.

c) $F(x) = 10\ln\left(x^2+4\right)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

d) Nồng độ trung bình của thuốc A (làm tròn đến hàng phần trăm) trong khoảng thời gian 30 phút từ khi bắt đầu tiêm là 2,71 mg/l.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 43

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó $t \in \mathbb{N}^*$ tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng cm) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t.

a) $h(t) = \dfrac{-t^4}{40} + \dfrac{t^3}{3}$, với $t \geq 0$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài trong 9 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là 88,4 cm (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

d) Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao cây cà chua đạt 54,4 cm (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải.

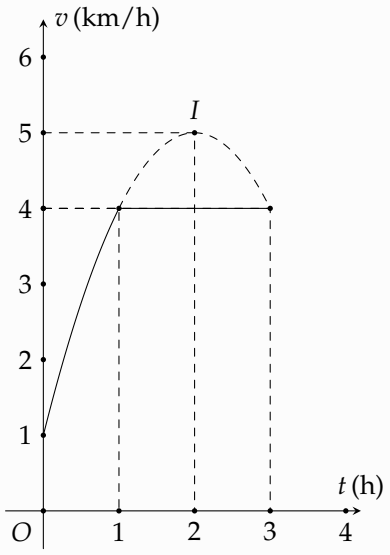
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 44

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



a) Phương trình vận tốc của vật theo đường parabol $v(t) = -t^2 + 4t + 1$ (km/h).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \dfrac{1}{2}$ (h) là 2,75 (km/h).

c) $v(t)$ là một nguyên hàm của $s(t)$.

d) Quãng đường vật di chuyển tại thời điểm t (h) được tính theo công thức $s(t) = -t^3 + 2t^2 + t + C$ (km).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 45

Cho hàm số $f(x) = 2x$ và $g(x) = x^2 - 4x$.

a) $\displaystyle\int 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

b) $\displaystyle\int g(x)\,\mathrm{d}x = \int x^2\,\mathrm{d}x - 4\int x\,\mathrm{d}x$.

c) $\displaystyle\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \left(x^2 - 2x\right)\Big|_1^2$.

d) Có tất cả 3 giá trị $m > 0$ thỏa mãn $\int_0^m |f(x) - 2|\,\mathrm{d}x = 0$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 46

Một chiếc xe ô tô đang chạy trên đường thì người lái xe phát hiện một chướng ngại vật, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước người lái xe đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài 60 m (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều theo phương trình $v(t) = 25 - 5t$ trong đó v (đơn vị m/s) là vận tốc của ô tô sau khi phanh, t (đơn vị giây) là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh.

a) Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh là 25 m/s.

b) Ngay khi đạp phanh thì ô tô trên chưa chạy quá tốc độ giới hạn cho phép là 70 km/h.

c) Sau khi đạp phanh quãng đường ô tô di chuyển trong thời gian t (giây) là $s(t) = 25t - \dfrac{5}{2}t^2$ m.

d) Thời điểm xảy ra va chạm cách thời điểm bắt đầu đạp phanh 4 giây.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 47

Một ô tô đang chạy đều với vận tốc x m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -5t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s.

c) $\int (-5t + 20)\,\mathrm{d}t = -\dfrac{5t^2}{2} + 20t + C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 48

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc ban đầu là 6 (m/s). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) Vận tốc tức thời tại thời điểm t (s) xác định bởi $(t) = t^2 - 7t + 10$.

b) Tại thời điểm $t = 7$ (s), vận tốc của chất điểm là 6 m/s.

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \le t \le 7$ là 18 m.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 1$ (s).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 49

Một ô tô bắt đầu xuất phát và chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 10t$ (m/s), t là thời gian tính bằng giây. Sau khi ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật nên phải đạp phanh gấp và tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -40\left(\text{m/s}^2\right)$.

a) Vận tốc ô tô tại thời điểm bắt đầu đạp phanh là 100 (m/s).

b) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên là 600 m.

c) Từ lúc đạp phanh ô tô tiếp tục chuyển động với vận tốc $v_1(t) = -40t$ (m/s).

d) Quãng đường ô tô đi được từ lúc xuất phát đến lúc dừng hẳn là 625 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 50

Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240m , tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.

b) Giá trị của b là 8.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 30)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \displaystyle\int_0^{30} v(t)dt$.

d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 51

Một xe ô-tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô-tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô-tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô-tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô-tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 52

Một tên lửa được phóng thẳng đứng lên trời sau 3 giây thì cách mặt đất 500 m , tiếp tục tên lửa được phóng lên với tốc độ không đổi bằng 200 m/s. Hai giây sau đó, tên lửa bắt đầu tăng tốc với tốc độ là $v(t) = at^2 + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng tên lửa đạt độ cao 4 036 m sau 13 giây (kể từ khi đạt độ cao 500 m) và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường tên lửa đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi đạt độ cao 4 036 m là 3 536 m.

b) Giá trị của b là 200.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà tên lửa đi được trong thời gian t giây ($0 \le t \le 20$) kể từ khi bắt đầu tăng tốc được tính theo công thức $\displaystyle\int_0^{20} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 4 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, vận tốc của tên lửa có vượt quá tốc độ âm thanh (343 m/s).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 53

Một đoàn tàu đang di chuyển trên đường ray phụ để nhập vào đường ray chính. Khi đoàn tàu cách điểm nhập 300 mét, vận tốc của đoàn tàu là 54 km/h. Bốn giây sau đó, đoàn tàu bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = pt + q$ ($p, q \in \mathbb{R}, p > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng đoàn tàu nhập vào đường ray chính sau 15 giây và duy trì sự

tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường đoàn tàu đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập vào đường ray chính là 250 mét.

b) Giá trị của q là 15.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà đoàn tàu đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 30$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t) = \dfrac{1}{2}pt^2 + 15t$.

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, vận tốc của đoàn tàu vượt quá vận tốc tối đa cho phép là 150 km/h.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 54

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -8$ (m/s^2) cho đến khi dừng hẳn. Khi đó

a) Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.

c) Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.

d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.

Lời giải.

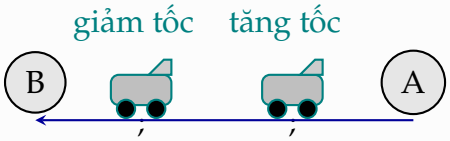
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 55

Một robot tự hành ở một cảng vận chuyển công nghệ cao bắt đầu di chuyển từ vị trí nghỉ tại điểm A. Robot di chuyển như sau: Trong giai đoạn đầu, robot tăng tốc đều từ vận tốc 0 (m/s) đến 10 (m/s) trong thời gian chưa biết t_1 giây theo hàm số vận tốc $v_1(t) = at$, a gọi là gia tốc trong giai đoạn này, a (m/s^2).



Sau đó, robot tiếp tục di chuyển với vận tốc không đổi trong 40 giây. Cuối cùng, robot giảm tốc đều từ 10 (m/s) và dừng lại đúng tại băng chuyền điểm B với thời gian t_2 giây theo hàm vận tốc $v_2(t) = 10 - bt$, (b gọi là gia tốc trong giai đoạn này, b (m/s^2). Toàn bộ quá trình vận chuyển diễn ra trong tổng thời gian là 70 giây.

a) Nếu gia tốc $a = 0{,}5$ (m/s^2), thời gian tăng tốc t_1 bé hơn 21 giây.

b) Nếu gia tốc $b = 0{,}8$ (m/s^2), thời gian giảm tốc t_2 lớn hơn 13 giây.

c) $a + b \leq \dfrac{5}{2}$ m/s^2.

d) Tổng quãng đường mà robot đã di chuyển từ A đến B là 550 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 56

Một con sư tử đang đuổi theo một con ngựa vằn và chúng cùng chạy trên một đường thẳng. Ngựa vằn đã nhận ra sư tử khi sư tử cách nó khoảng 40 m. Từ thời điểm này, sư tử đuổi theo ngựa vằn với tốc độ $v_1(t) = 15\mathrm{e}^{-0,1t}$ m/s và ngựa vằn bỏ chạy với tốc độ $v_2(t) = 20 - 20\mathrm{e}^{-0,1t}$ m/s (t tính bằng giây, $0 \leq t \leq 60$).

a) Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ giây, vận tốc của con ngựa vằn là 20 m/s.

b) Tốc độ của sư tử giảm dần theo thời gian, trong khi tốc độ của ngựa vằn tăng dần theo thời gian.

c) Sư tử ở gần ngựa vằn nhất khi $v_1'(t) = v_2'(t)$ và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,72 m (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).

d) Sư tử sẽ không bắt được ngựa vằn và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,92 m (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 57

Một người đang bơm khí vào một quả bong bóng với tốc độ 100 cm^3/s. Quả bóng ngày càng to dần nhưng luôn có hình cầu. Đây là loại bong bóng mà nếu người bơm để bán kính vượt quá 30 cm thì bong bóng sẽ bể.

a) Sau 10 giây, bán kính quả bong bóng bằng 6,4 cm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của cm).

b) Người bơm không thể làm cho thể tích quả bóng vượt quá 113 lít (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của lít).

c) Khi đường kính quả bong bóng là 50 cm thì bán kính của quả bóng đang tăng với tốc độ 0,01 cm/s (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của cm/s).

d) Nếu sau khi bơm được 4 giây, người bơm tăng tốc độ bơm thêm 5 cm^3/s thì sau 189 giây (làm tròn đến hàng đơn vị của giây), bong bóng sẽ bể.

Lời giải.

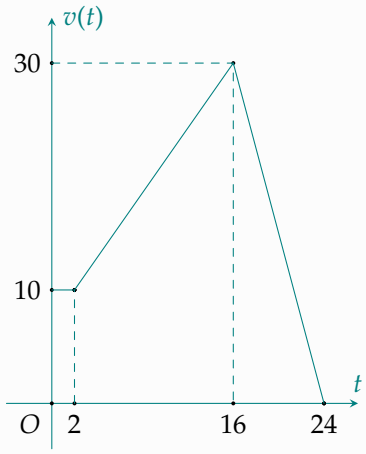
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 58

Một chất điểm chuyển động thẳng trong 24 giây với vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian t (đơn vị: giây) có đồ thị cho bởi hình vẽ sau:



a) Tại thời điểm $t = 2$ giây, vận tốc của chất điểm bằng $10\,\text{m/s}$.

b) Trong khoảng thời gian từ 2 giây đến 16 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường thẳng có phương trình $v(t) = \dfrac{10}{7}t + \dfrac{50}{7}\,\text{m/s}$.

c) Quãng đường $s(t)$ (đơn vị: mét) mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian t giây $(0 \le t \le 24)$ được tính theo công thức $s(t) = \displaystyle\int_0^t \left(\frac{10}{7}t + \frac{50}{7}\right) \mathrm{d}t$.

d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc 0 giây đến 24 giây bằng $420\,\text{m}$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 59

Một người điều khiển xe Taxi xuất phát từ trạm thu phí muốn nhập làn vào đường cao tốc, chuyển động tăng tốc với tốc độ $v(t) = -\dfrac{1}{180}t^2 + \dfrac{116}{135}t$ (m/s) (trong đó, t là thời gian tính bằng giây kể từ khi Taxi chuyển động rời trạm thu phí). Từ trạm thu phí đó, một xe Cứu thương cũng xuất phát, chuyển động thẳng cùng hướng với xe Taxi nhưng chậm hơn 1 giây so với xe Taxi và có gia tốc bằng $a\ \left(\text{m/s}^2\right)$ (a là hằng số). Sau khi xe Cứu thương xuất phát được 17 giây thì đuổi kịp xe Taxi. Biết rằng, xe Taxi nhập làn cao tốc sau 20 giây và cả hai xe duy trì sự tăng tốc trong 28 giây kể từ khi Taxi rời trạm thu phí.

a) Quãng đường (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) xe Taxi đi được từ trạm thu phí đến khi nhập làn khoảng 187 m.

b) Xe cứu thương chuyển động với gia tốc $a = \dfrac{300}{289}\ \left(\text{m/s}^2\right)$.

c) Vận tốc (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) của xe Cứu thương tại thời điểm đuổi kịp xe Taxi khoảng 16 (m/s).

d) Trong khoảng thời gian kể từ lúc hai xe gặp nhau cho đến giây thứ 28 (kể từ khi Taxi chuyển động rời trạm thu phí) vận tốc trung bình của xe Cứu thương lớn hơn vận tốc trung bình của xe Taxi.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 60

Một ô tô đang di chuyển với vận tốc 21 m/s khi còn cách trạm thu phí một đoạn thì người lái xe bắt đầu đạp phanh lần một, xe chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật $v_1(t) = -6t + 21$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây, đến đúng trạm thu phí thì xe dừng hẳn. Sau khi trả phí, xe ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_2(t) = 5t$ (m/s) đi được 4 giây, ô tô gặp chướng ngại vật nên phải phanh gấp lần hai.

a) Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng ở trạm thu phí là 36,75 m.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp lần hai là 20 (m/s).

c) Thời gian từ lúc ô tô phanh lần một cho đến khi dừng hẳn ở trạm thu phí là 3 giây.

d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc phanh lần một đến lúc phanh lần hai là 76,75 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 61

Một vật đang ở nhiệt độ 100°C thì được đặt trong môi trường X có nhiệt độ 25°C. Kể từ đó, nhiệt độ của vật giảm dần theo tốc độ $T'(t) = -150\mathrm{e}^{-2t}$ °C/phút, trong đó $T(t)$ là nhiệt độ tính theo °C tại thời điểm t phút kể từ khi được đặt trong môi trường X. Khi đó

a) $T(t) = \displaystyle\int T'(t)\,\mathrm{d}t$ với $T(0) = 100$.

b) $T(t) = 75\mathrm{e}^{-2t} + 20$.

c) Nhiệt độ của vật tại thời điểm $t = 3$ là $T(t) = \displaystyle\int_0^3 T'(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Tốc độ giảm nhiệt độ của vật tăng dần theo thời gian.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 62

Cho một vật đang chuyển động thẳng đều với vận tốc bằng 108 km/h thì đi vào vùng có lực cản gây ra cho vật một gia tốc $a = -0,5v$ m/s^2 với v là vận tốc của vật và tính bằng m/s. Trong bài toán ta có vận tốc $v > 0$ và gốc thời gian tính từ lúc vật bắt đầu đi vào vùng có lực cản.

a) $\ln|v(t)|$ đạo hàm theo biến thời gian t cho ta biểu thức là $\dfrac{v'(t)}{v(t)}$.

b) Biểu thức vận tốc của vật là $v(t) = \mathrm{e}^{-0,5t}$ m/s.

c) Quãng đường vật đi được trong 2 giây đầu tiên trong vùng lực cản là 37,9 m.

d) Với giả thiết vận tốc nhỏ hơn $0,1$ m/s thì vật dừng lại. Tổng quãng đường vật đi được trong vùng lực cản tính theo đơn vị mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) là 60 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 63

Trên một đường đua, một chiếc xe công thức I bắt đầu chuyển động và nó tăng tốc với gia tốc $a\left(\text{m/s}^2\right)$ không đổi, khi vận tốc đạt 80 m/s thì xe chuyển động đều trong thời gian 56 giây; sau đó nó giảm vận tốc với gia tốc $b\left(\text{m/s}^2\right)$ không đổi cho đến khi dừng lại (a và b là các số dương). Biết tổng thời gian chuyển động của xe là 74 giây.

a) Thời điểm xe đạt vận tốc 80 m/s là $t_1 = \dfrac{80}{a}$ (s).

b) Quãng đường mà xe chuyển động với vận tốc không đổi bằng 4,5 km.

c) $\dfrac{40}{a} + \dfrac{40}{b} = 9$.

d) Tổng quãng đường xe đi được trong 74 giây là 5,6.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 64

Giả sử rằng khi tăng t năm tuổi, một máy công nghiệp A tạo ra doanh thu với tốc độ $R'(t) = 650 - 3t^2$ (triệu đồng/năm), thời điểm $t = 0$ tính từ lúc máy A bắt đầu hoạt động. Biết rằng chi phí biên cho vận hành và bảo trì là $C'(t) = 48 + 12t^2$ (triệu đồng/năm), ở đây $C(t)$ là chi phí vận hành và bảo trì của máy A khi nó được t năm tuổi.

a) Doanh thu sau 12 năm của máy A là $\displaystyle\int_0^{12} \left(650 - 3t^2\right)\,\mathrm{d}t$ (triệu đồng).

b) Tổng chi phí vận hành và bảo trì của máy A trong 6 năm là 1 152 (triệu đồng).

c) Tuổi thọ hữu ích của một máy là số năm T trước khi lợi nhuận (bằng doanh thu trừ chi phí) mà nó tạo ra bắt đầu giảm. Tuổi thọ hữu ích của máy A này là 8 năm.

d) Lợi nhuận do máy A tạo ra trong suốt thời gian tuổi thọ hữu ích của nó là 2 532 (triệu đồng).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 65

Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t$, với t là thời gian tính bằng giây.

a) Giả sử $v(t)$ là phương trình vận tốc của vật đó theo thời gian t giây, khi đó $\int a(t)\,\mathrm{d}t = v(t) + C$.

b) Từ thời điểm bắt đầu tăng tốc, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 3t^2 + 10$.

c) Sau 3 giây kể từ lúc tăng tốc, vật chuyển động với vận tốc 27 m/s.

d) Chiều dài đoạn đường mà vật đi được trong 5 giây kể từ thời điểm bắt đầu tăng tốc là 170 mét.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 66

Một vật chuyển động thẳng với vận tốc đầu $v(0) = 0$ và gia tốc được tính theo công thức $a(t) = 2\cos t\,(\mathrm{m/s^2})$. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau.

a) Vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2\sin t\,(\mathrm{m/s})$.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \dfrac{\pi}{2}$ giây là 1 (m/s).

c) Vận tốc lớn nhất mà vật đạt được là 2 (m/s).

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \dfrac{\pi}{2}$ (s) đến $t = \dfrac{3\pi}{4}$ (s) là 2 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 67

Một ô tô đang chạy đều với thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -6t + 30\,(\mathrm{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 (m/s).

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 4 s.

c) $\int (-6t + 30)\,\mathrm{d}x = -3t^2 + 30t + C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 68

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quảng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

Câu 69

Nam đang tham gia một bài học từ mới tiếng Anh trong vòng 60 phút. Biết rằng $M(t)$ là số từ mới mà Nam có thể ghi nhớ trong t phút. Tốc độ ghi nhớ từ mới của Nam được xác định bởi hàm số $M'(t) = at - bt^2$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) (từ/phút) và đạt cao nhất tại thời điểm 40 phút. Biết rằng Nam ghi nhớ được 18 từ mới trong 10 phút đầu tiên của bài học.

a) $a = 0{,}4$.

b) Khả năng ghi nhớ của Nam tại thời điểm 20 phút là 6 từ/phút.

c) Trong cả bài học Nam ghi nhớ được tổng cộng 427 từ mới.

d) Biết rằng tốc độ học trung bình (từ/phút) tại thời điểm n đến thời điểm m được tính bởi công thức $\dfrac{1}{m-n}\displaystyle\int_n^m M'(t)\,\mathrm{d}t$. Tốc độ học trung bình của Nam trong cả bài học là 6 từ/phút.

Lời giải.

Câu 70

Cho một vật bắt đầu chuyển động thẳng với biểu thức gia tốc $a = \dfrac{1}{4}t + 1\,(\mathrm{m/s^2})$, trong đó t tính theo đơn vị giây.

a) Ở thời điểm ban đầu vật có vận tốc bằng 0 m/s.

b) Vận tốc của vật ở thời điểm $t_1 = 4$ giây là $v_4 = 6\,(\mathrm{m/s})$.

c) Quãng đường vật đi được trong 10 giây đầu tiên là 120 m.

d) Quãng đường vật đi được trong giây thứ 8 là 18 m.

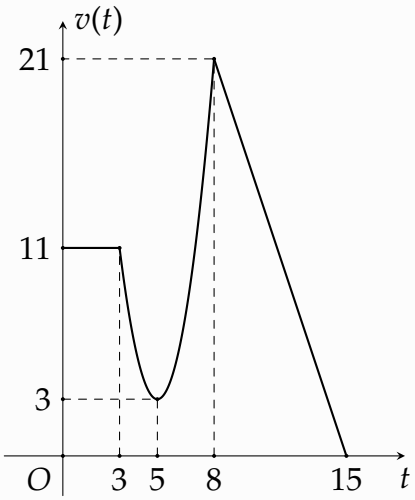
Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

Câu 71

Chất điểm chuyển động trên một đường thẳng với vận tốc $v(t)$ (m/s) theo thời gian t giây. Biết rằng đồ thị hàm số $v(t)$ được cho như hình vẽ sau. Trong đó đồ thị hàm số $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3$ (s) hoặc $8 \leq t \leq 15$ (s) và có dạng đường parabol khi $3 \leq t \leq 8$ (s).



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 15$ là $v(15) = 21$ (m/s).

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là $S_1 = \int_0^3 11\,\mathrm{d}t$ (m).

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng 73,5 (m).

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây nhỏ hơn 7 (m/s).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 72

Tại một địa điểm tham quan, tốc độ thay đổi lượng khách tham quan được biểu diễn bằng hàm số $Q'(t) = 4t^3 - 72t^2 + 288t$, trong đó t tính bằng giờ ($0 \leq t \leq 13$), $Q'(t)$ tính bằng khách/giờ. Sau 2 giờ đã có 500 người có mặt.

a) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = \int Q'(t)\,\mathrm{d}t$.

b) Lượng khách tham quan được biểu diễn bởi hàm số $Q(t) = t^4 - 24t^3 + 144t^2$.

c) Trong khoảng thời gian từ 2 giờ đến 5 giờ lượng khách quan tăng 825 người.

d) Lượng khách tham quan lớn nhất là 1 296 người.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .
. . . . . .

Câu 73

Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = 2\cos t$ (m/s^2). Khi đó

a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = 2\sin t$ (m/s).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \dfrac{\pi}{2}$ là 1 (m/s).

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ giây đến thời điểm $t = \pi$ giây là 4 m.

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = \dfrac{\pi}{2}$ s đến thời điểm $t = \dfrac{3\pi}{4}$ s là 2 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 74

Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 20$ (m/s) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t$ (m/s^2).

a) Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t$ (m/s).

b) Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có $v_0 = 20$. Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 20$.

c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m).

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\dfrac{104}{3}$ (m).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 75

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc ban đầu bằng 6 (m/s).

a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t s xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.

b) Tại thời điểm $t = 7$ s, vận tốc của chất điểm là 6 (m/s).

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \le t \le 7$ là 18 m.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$ s.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

Câu 76

Giả sử lợi nhuận biên (tính triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0{,}0008x + 10{,}4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng $P(x) = -0{,}0008x^2 + 10{,}4x$.

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 77

Ở nhiệt độ 37° C, một phản ứng hóa học từ chất đầu A, chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình $A \to B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol L^{-1}) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là 0,05 mol L^{-1}. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$.

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0{,}05)$.

c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$.

d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng 0,05.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 78

Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2{,}01t - 0{,}025t^2$ $(0 \leq t \leq 10)$. Trong đó $v(t)$ tính theo m/s, thời gian t tính theo giây với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

a) Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2{,}01 - 0{,}05t$ $(0 \leq t \leq 10)$.

b) Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là 8,82 m.

c) Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 9 xấp xỉ 15,277 m.

d) Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là 1,51 m/s^2.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 79

Một người lái xe ô tô thì bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đầu xe 25 m, ngay lúc đó người lái xe đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20\,(\text{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 80

Biết giá trị trung bình của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ là $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. Giả sử nhiệt độ (tính theo $^\circ C$) tại thời điểm t (giờ) trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương vào một ngày nào đó được mô hình hoá bởi hàm số $T(t) = 17 + 1{,}5(t-6)$, $6 \le t \le 12$.

a) Nhiệt độ lúc 6 giờ sáng là $17{,}0^\circ C$.

b) Nhiệt độ trung bình từ 6 giờ sáng đến 9 giờ sáng là $19{,}3^\circ C$.

c) Nhiệt độ trung bình từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa là $21{,}5^\circ C$.

d) Nếu chỉ tính trong một giờ, thì nhiệt độ trung bình lớn nhất là $27{,}1^\circ C$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 81

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 72 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20\,(\text{m/s})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 82

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t giây (s) là $a(t) = 2t - 7$ m/s^2. Biết vận tốc đầu bằng 6 m/s.

a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm t giây xác định bởi $v(t) = t^2 - 7t + 10$.

b) Tại thời điểm $t = 7$ s, vận tốc của chất điểm là 6 m/s.

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 7$ là 18 m.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7$ s.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 83

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

b) Quảng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

c) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 84

Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc được tính theo thời gian t bằng $v(t) = 10t$ (m/s).

a) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu tiên là 50 m.

b) Gia tốc chuyển động của ô tô là $a = 10$ (m/s^2).

c) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian từ 5 giây đến 10 giây là 375 m.

d) Giả sử ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -40$ (m/s^2). Khi đó, quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là 625 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 85

Một đoàn tàu đang di chuyển trên đường ray tiến về phía nhà ga. Khi đoàn tàu cách trạm kiểm soát 2,4 km, tốc độ của đoàn tàu là 240 m/s. Sau 4 giây, đoàn tàu bắt đầu giảm tốc với hàm vận tốc $v(t) = ct + d$ $(c, d \in \mathbb{R}, c > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc độ. Biết rằng đoàn tàu vào nhà ga sau 12 giây giảm tốc.

a) Quãng đường đoàn tàu đi được từ khi cách trạm kiểm soát 2,4 km đến khi bắt đầu giảm tốc độ là 1440 m.

b) Giá trị của d là 200.

c) Quãng đường $S(t)$ mà đoàn tàu đi được trong thời gian t giây $(0 \leq t \leq 12)$ kể khi bắt đầu giảm tốc được tính theo công thức $S(t) = \displaystyle\int_0^{12} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 10 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của đoàn tàu là 45 m/s.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 86

Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi biểu thức $v_A(t) = 16 - 4t$.

a) Vận tốc ban đầu của xe A là 60 km/h.

b) Xe A dừng lại sau 3 s.

c) Quãng đường $S(t)$ mà xe A đi được trong thời gian t giây $(0 \leq t \leq 3)$ kể khi bắt đầu phanh được tính theo công thức $S(t) = \displaystyle\int_0^{3} v_A(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Để đảm bảo an toàn, ô tô A phải cách ô tô B một khoảng ít nhất là 33 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 87

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s^2).

a) Phương trình quãng đường chuyển động nhanh dần đều của ô tô là $S_1(t) = \frac{7}{2}t^2$.

b) Quãng đường $S(t)$ mà xe A đi được trong thời gian t giây ($t \geq 0$) kể khi bắt đầu đạp phanh được tính theo công thức $S_2(t) = \int_0^t (35 + 70t)\,\mathrm{d}t$.

c) Tính từ thời điểm đạp phanh, ô tô dừng hẳn sau 0,5 s.

d) Quãng đường đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là 96,25 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 88

Một xe ô tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 4 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 89

Một ô tô đang chạy đều với vận tốc x m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 3 s.

c) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) được tính theo công thức $\int_0^t (-5t + 20)\,\mathrm{d}t = -\frac{5}{2}t^2 + 20t + C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 90

Một người lái xe ô tô trên đường cao tốc bắt đầu tăng tốc từ vận tốc 20 m/s. Tốc độ của ô tô thay đổi theo phương trình $v(t) = at + b$, với $a > 0$, $b = 20$ m/s, và t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng sau 15 giây, ô tô đạt vận tốc 50 m/s.

a) Sau 15 giây, vận tốc của ô tô không vượt quá 40 m/s.

b) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi vận tốc đạt 50 m/s là 525 m.

c) Gia tốc của xe là 3 m/s^2.

d) Quãng đường $s(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây (với $t \leq 15$) được tính theo công thức $s(t) = t^2 + 20t$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 91

Xe buýt di chuyển với tốc độ 15 m/s khi đến gần một đoạn đường cao tốc. Sau khi tăng tốc với gia tốc $a = 1{,}5$ m/s^2, tốc độ của xe buýt thay đổi theo phương trình $v(t) = at + 15$.

a) Gia tốc của xe buýt là 2,5 m/s^2.

b) Thời gian để xe buýt đạt vận tốc 45 m/s là 20 giây.

c) Quãng đường đi được trong 20 giây là 600 m.

d) Sau 10 giây, vận tốc của xe buýt là 20 m/s.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 92

Một người lái xe ô tô đi vào đường cao tốc với vận tốc ban đầu là 25 m/s. Sau đó, ô tô tăng tốc đều với gia tốc 2 m/s^2 và tốc độ thay đổi theo phương trình $v(t) = 2t + 25$.

a) Công thức tính quãng đường $s(t)$ là $s(t) = \displaystyle\int_2^t v(t)\,\mathrm{d}t$.

b) Quãng đường ô tô đi được sau 12 giây là 522 m.

c) Sau 6 giây, vận tốc của ô tô là 37 m/s.

d) Sau 12 giây, vận tốc của ô tô không vượt quá 55 m/s.

Lời giải.

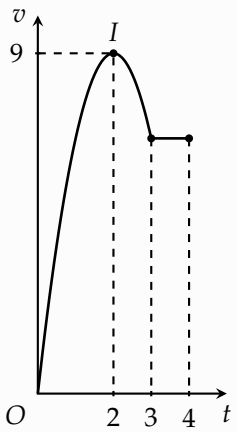
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 93

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



a) $v(t) = -\dfrac{9}{4}t^2 + 9t$, với $0 \le t \le 3$.

b) Vận tốc lớn nhất của chuyển động là 9 (km/h).

c) Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là 27 km.

d) $v(t) = \dfrac{27}{4}t$, với $3 \le t \le 4$.

Lời giải.

Câu 94

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ m/s. Sau 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s^2).

a) Gia tốc chậm dần của ô tô khi phanh là -2 m/s^2.

b) Quãng đường ô tô đi được trong 12 giây đầu là 144 m.

c) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu phanh đến khi dừng hẳn là 72 m.

d) Quãng đường tổng cộng mà ô tô đã đi là 230 m.

Lời giải.

Câu 95

Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35\left(\text{m/s}^2\right)$.

a) Tại thời điểm $t = 5$ (s) thì vận tốc của ô tô là 35 (m/s).

b) Quãng đường ô tô đi được trong 5 (s) đầu là là 105 mét.

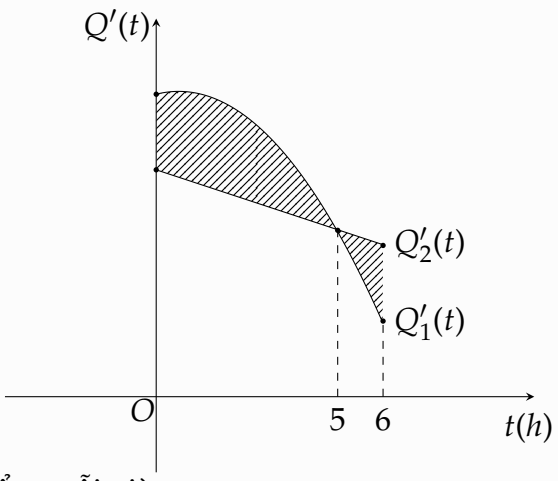
c) Phương trình vận tốc khi xe phát hiện chướng ngại vật là $v(t) = 35t + 35$.

d) Quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là 105 mét.

Lời giải.

Câu 96

Hình vẽ bên mô tả hiệu suất làm việc của hai công nhân trong một nhà máy trong thời gian 6 giờ. Công nhân A đang sàn xuất với hiệu suất $Q_1'(t) = -2t^2 + 4t + 58$ sản phẩm mỗi giờ, trong khi công nhân B đang sản xuất với hiệu suất $Q_2'(t) = 53 + at$ sản phẩm mỗi giờ ($a \in \mathbb{R}$). Biết rằng hàm $Q_1(t)$ và $Q_2(t)$ mô phỏng số lượng sản phẩm mới làm được của công nhân A.



a) Hiệu suất cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.
b) Phần diện tích tô đậm biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân làm được trong 6 giờ.
c) Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới mà công nhân A hoàn thành nhiều hơn công nhân B là 54 sản phẩm.
d) Sau 6 giờ làm việc tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân hoàn thành là 502 sản phẩm.

Lời giải.

Câu 97

Biết giá trị trung bình của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ là $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. Giả sử nhiệt độ (tính theo °C) tại thời điểm t (giờ) trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương vào một ngày nào đó được mô hình hoá bởi hàm số $T(t) = 18 + 1,6(t-6)$, $6 \le t \le 12$. Hỏi trong các mệnh đề đưới đây, mệnh đề nào là đúng, mệnh đề nào là sai ?

a) Nhiệt độ lúc 6 giờ sáng là 18°C.
b) Nhiệt độ trung bình từ 6 giờ sáng đến 8 giờ sáng là 21°C.
c) Nhiệt độ trung bình từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa là 22,8°C .
d) Nếu chi tính trong một giờ, thì nhiệt độ trung bình lớn nhất là 26,8°C.

Lời giải.

Câu 98

Bác Hải đang điều khiển ô tô ở làn đường dẫn và muốn nhập làn vào đường cao tốc, khi đó ô tô của bác Hải cách điểm nhập làn 220 m và đang có tốc độ là 45 km/h. Ngay sau đó 3 giây, bác Hải đạp nhẹ ga để tăng tốc nhập làn với tốc độ được tính theo biểu thức $v(t) = at + b$ với a, $b \in \mathbb{R}$, $a, b > 0$, trong đó t tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 10 giây tăng tốc và sự tăng tốc này được bác Hải duy trì cho đến khi đạt tốc độ 90 km/h thì dừng tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được tính từ lúc bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 182,5 m.

b) Giá trị của b chính là tốc độ của ô tô lúc bắt đầu tăng tốc và $b = 45$ m/s.

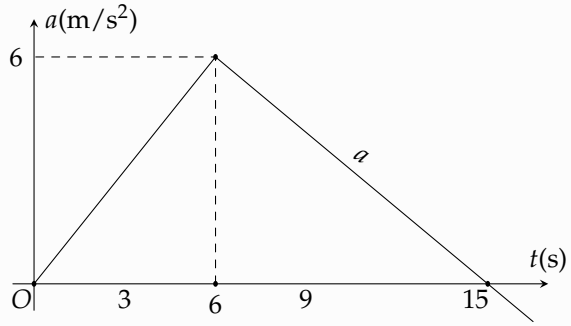
c) Tốc độ của ô tô ở thời điểm vừa mới nhập làn cao tốc bằng 24 m/s.

d) Tổng thời gian tăng tốc tính theo đơn vị giây (làm tròn đến hàng phần mười) là 12,3.

Lời giải.

Câu 99

Cho một vật bắt đầu chuyển động thẳng với đồ thị biểu diễn gia tốc theo thời gian như hình vẽ.



a) Ở thời điểm $t_1 = 4$ giây, vật có vận tốc bằng 8 m/s.

b) Ở thời điểm $t_2 = 9$ giây, vật có vận tốc bằng 8 m/s.

c) Quãng đường vật đi được trong 12 giây đầu tiên là 144 m.

d) Biết khi vận tốc bằng 0 thì vật dừng lại. Quãng đường vật đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại (làm tròn đến hàng đơn vị) là 691 m.

Lời giải.

Câu 100

Cho một vật đang chuyển động thẳng đều với vận tốc bằng 108 km/h thì đi vào vùng có lực cản gây ra cho vật một gia tốc $a = -0{,}5v\,(\text{m/s}^2)$, với v là vận tốc của vật và tính bằng m/s. Trong bài toán ta có $v > 0$ và gốc thời gian tính từ lúc vật bắt đầu đi vào vùng có lực cản.

a) Đạo hàm $\ln|v(t)|$ theo biến thời gian t cho ta biểu thức là $\dfrac{v'(t)}{v(t)}$.

b) Biểu thức vận tốc của vật là $v(t) = e^{-0,5t}$ (m/s).

c) Quãng đường vật đi được trong 2 giây đầu tiên trong vùng lực cản là 37,9 m.

d) Với giả thiết vận tốc nhỏ hơn 0,1 m/s thì vật dừng lại. Tổng quãng đường vật đi được trong vùng lực cản tính theo mét (làm tròn đến hàng đơn vị) là 60 m.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 101

Một chất điểm chuyển động trên một đường thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian $v(t) = t^2 - 8t + 18$ (m/s), thời gian t được tính bằng giây, $t \geq 0$.

a) Gia tốc của chất điểm trên quãng đường đó là $a(t) = \dfrac{t^3}{3} - 4t^2 + 18t$ m/s^2.

b) Tại thời điểm gia tốc bằng 0, vận tốc của chất điểm cũng bằng 0.

c) Sau 5 giây từ thời điểm $t = 0$ giây, chất điểm đi được quãng đường là $\dfrac{95}{3}$ m.

d) Từ thời điểm $t = 0$ giây đến khi gia tốc bằng 0, chất điểm đi được quãng đường là $\dfrac{88}{3}$ m.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 102

Một xe máy đang chạy với vận tốc 30 m/s thì tài xế nhìn thấy một chướng ngại vật và bắt đầu phanh. Từ thời điểm đó, xe máy chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình $v(t) = -3t + 24$ m/s, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu phanh.

a) Gia tốc của xe máy trong quá trình phanh là $a = -3$.

b) Sau 10 giây thì xe dừng lại hoàn toàn.

c) Quãng đường mà xe máy đã di chuyển từ lúc bắt đầu phanh cho đến khi dừng lại là 96 m.

d) Nếu chướng ngại vật cách vị trí tài xế đạp phanh 100 m thì xe máy kịp dừng lại trước chướng ngại vật.

Lời giải.

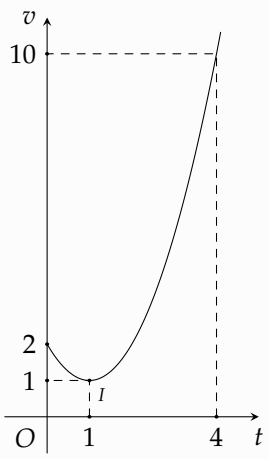
.....

.....

.....

Câu 103

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(1;1)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình vẽ.



a) Vận tốc tại thời điểm ban đầu là $v_0 = 1$ (km/h).

b) Hàm số vận tốc tính theo thời gian là $v(t) = t^2 - 2t + 2$.

c) Gia tốc bị triệt tiêu tại thời điểm $t = 1$ (h).

d) Trong 4 h vật đi được quãng đường 40 (km).

Lời giải.

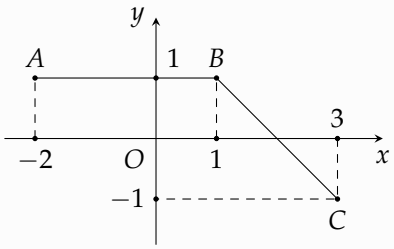
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 104

Đường gấp khúc ABC trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$.



a) $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 3$.

b) $\displaystyle\int_{1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 1$.

c) Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -2$, $x = 3$ thì $S = \displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x + \int_{2}^{3} f(x)\mathrm{d}x$.

d) Tích phân $\displaystyle\int_{-2}^{3} f(x)\mathrm{d}x = 3$.

Lời giải.

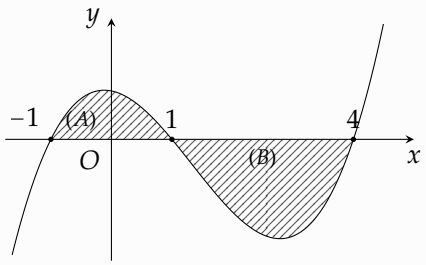
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 105

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích các phần (A), (B) lần lượt bằng 3 và 7.



a) $S_{(A)} = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 3.$

b) $S_{(B)} = \displaystyle\int_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 7.$

c) Tích phân $\displaystyle\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x = 10.$

d) Tích phân $\displaystyle\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f\left(5\sin x - 1\right)\mathrm{d}x = -\frac{4}{5}.$

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 106

Một loại thuốc A được tiêm vào bệnh nhân, nồng độ (đơn vị: mg/l) của thuốc trong máu sau x phút (kể từ khi bắt đầu tiêm) được xác định bởi công thức $f(x) = \dfrac{30x}{x^2+4}$. Để đưa ra lời khuyên và cách xử lí phù hợp cho bệnh nhân, người ta cần tính toán một số yếu tố về nồng độ của thuốc trong máu.

a) Sau 10 ngày thì nồng độ thuốc A trong máu nhỏ hơn 0,002 mg/l.

b) Nồng độ thuốc trong máu đạt giá trị lớn nhất là 7,5 mg/l tại thời điểm 2 phút sau khi tiêm.

c) $F(x) = 10\ln\left(x^2+4\right)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

d) Nồng độ trung bình của thuốc A (làm tròn đến hàng phần trăm) trong khoảng thời gian 30 phút từ khi bắt đầu tiêm là 2,71 mg/l.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 107

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0{,}1t^3 + t^2$, trong đó $t \in \mathbb{N}^*$ tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng cm) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t.

a) $h(t) = \dfrac{-t^4}{40} + \dfrac{t^3}{3}$, với $t \geq 0$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài trong 9 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là 88,4 cm (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

d) Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao cây cà chua đạt 54,4 cm (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 108

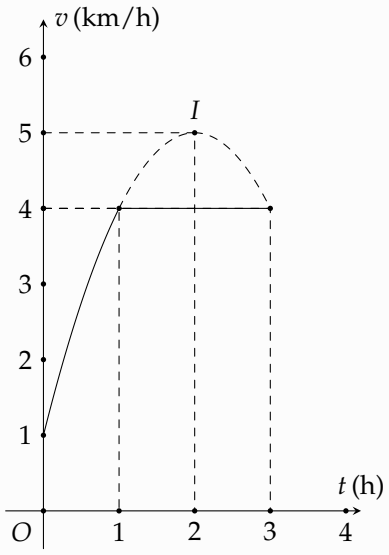
Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.

a) Phương trình vận tốc của vật theo đường parabol $v(t) = -t^2 + 4t + 1$ (km/h).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \dfrac{1}{2}$ (h) là 2,75 (km/h).

c) $v(t)$ là một nguyên hàm của $s(t)$.

d) Quãng đường vật di chuyển tại thời điểm t (h) được tính theo công thức $s(t) = -t^3 + 2t^2 + t + C$ (km).



Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 109

Cho hàm số $f(x) = 2x$ và $g(x) = x^2 - 4x$.

a) $\displaystyle\int 2f(x)\,\mathrm{d}x = 2\int f(x)\,\mathrm{d}x$.

b) $\displaystyle\int g(x)\,\mathrm{d}x = \int x^2\,\mathrm{d}x - 4\int x\,\mathrm{d}x$.

c) $\displaystyle\int_1^2 \frac{g(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \left(x^2 - 2x\right)\Big|_1^2$.

d) Có tất cả 3 giá trị $m > 0$ thỏa mãn $\displaystyle\int_0^m |f(x) - 2|\,\mathrm{d}x = 0$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 110

Một chiếc xe ô tô đang chạy trên đường thì người lái xe phát hiện một chướng ngại vật, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước người lái xe đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài 60 m (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều theo phương trình $v(t) = 25 - 5t$ trong đó v (đơn vị m/s) là vận tốc của ô tô sau khi phanh, t (đơn vị giây) là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh.

a) Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh là 25 m/s.

b) Ngay khi đạp phanh thì ô tô trên chưa chạy quá tốc độ giới hạn cho phép là 70 km/h.

c) Sau khi đạp phanh quãng đường ô tô di chuyển trong thời gian t (giây) là $s(t) = 25t - \dfrac{5}{2}t^2$ m.

d) Thời điểm xảy ra va chạm cách thời điểm bắt đầu đạp phanh 4 giây.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 111

Một ô tô đang chạy đều với vận tốc x m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v(t) = -5t + 20$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s.

c) $\displaystyle\int (-5t + 20)\,\mathrm{d}t = -\frac{5t^2}{2} + 20t + C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 112

Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian t (s) là $a(t) = 2t - 7$ (m/s^2). Biết vận tốc ban đầu là 6 (m/s). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

a) Vận tốc tức thời tại thời điểm t (s) xác định bởi $(t) = t^2 - 7t + 10$.

b) Tại thời điểm $t = 7$ (s), vận tốc của chất điểm là 6 m/s.

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \le t \le 7$ là 18 m.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 1$ (s).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 113

Một ô tô bắt đầu xuất phát và chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 10t$ (m/s), t là thời gian tính bằng giây. Sau khi ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật nên phải đạp phanh gấp và tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -40$ $\left(\text{m/s}^2\right)$.

a) Vận tốc ô tô tại thời điểm bắt đầu đạp phanh là 100 (m/s).

b) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên là 600 m.

c) Từ lúc đạp phanh ô tô tiếp tục chuyển động với vận tốc $v_1(t) = -40t$ (m/s).

d) Quãng đường ô tô đi được từ lúc xuất phát đến lúc dừng hẳn là 625 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 114

Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240m , tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.

b) Giá trị của b là 8.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 30)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \displaystyle\int_0^{30} v(t)dt$.

d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 115

Một xe ô-tô đang chạy với tốc độ 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô-tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô-tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô-tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô-tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 116

Một tên lửa được phóng thẳng đứng lên trời sau 3 giây thì cách mặt đất 500 m , tiếp tục tên lửa được phóng lên với tốc độ không đổi bằng 200 m/s. Hai giây sau đó, tên lửa bắt đầu tăng tốc với tốc độ là $v(t) = at^2 + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng tên lửa đạt độ cao 4 036 m sau 13 giây (kể từ khi đạt độ cao 500 m) và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường tên lửa đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi đạt độ cao 4 036 m là 3 536 m.

b) Giá trị của b là 200.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà tên lửa đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 20$) kể từ khi bắt đầu tăng tốc được tính theo công thức $\displaystyle\int_0^{20} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 4 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, vận tốc của tên lửa có vượt quá tốc độ âm thanh (343 m/s).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 117

Một đoàn tàu đang di chuyển trên đường ray phụ để nhập vào đường ray chính. Khi đoàn tàu cách điểm nhập 300 mét, vận tốc của đoàn tàu là 54 km/h. Bốn giây sau đó, đoàn tàu bắt đầu tăng tốc với vận tốc $v(t) = pt + q$ ($p, q \in \mathbb{R}, p > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng đoàn tàu nhập vào đường ray chính sau 15 giây và duy trì sự

tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường đoàn tàu đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập vào đường ray chính là 250 mét.

b) Giá trị của q là 15.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà đoàn tàu đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 30$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t) = \frac{1}{2}pt^2 + 15t$.

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, vận tốc của đoàn tàu vượt quá vận tốc tối đa cho phép là 150 km/h.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 118

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v_2(t)$ và gia tốc là $a = -8$ (m/s^2) cho đến khi dừng hẳn. Khi đó

a) Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là 24 m/s.

c) Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.

d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 119

Một con sư tử đang đuổi theo một con ngựa vằn và chúng cùng chạy trên một đường thẳng. Ngựa vằn đã nhận ra sư tử khi sư tử cách nó khoảng 40 m. Từ thời điểm này, sư tử đuổi theo ngựa vằn với tốc độ $v_1(t) = 15\mathrm{e}^{-0,1t}$ m/s và ngựa vằn bỏ chạy với tốc độ $v_2(t) = 20 - 20\mathrm{e}^{-0,1t}$ m/s (t tính bằng giây, $0 \leq t \leq 60$).

a) Tại thời điểm ban đầu $t = 0$ giây, vận tốc của con ngựa vằn là 20 m/s.

b) Tốc độ của sư tử giảm dần theo thời gian, trong khi tốc độ của ngựa vằn tăng dần theo thời gian.

c) Sư tử ở gần ngựa vằn nhất khi $v_1'(t) = v_2'(t)$ và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,72 m (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).

d) Sư tử sẽ không bắt được ngựa vằn và khoảng cách ngắn nhất giữa chúng là 1,92 m (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị mét).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

Câu 120

Một người đang bơm khí vào một quả bong bóng với tốc độ 100 cm^3/s. Quả bóng ngày càng to dần nhưng luôn có hình cầu. Đây là loại bong bóng mà nếu người bơm để bán kính vượt quá 30 cm thì bong bóng sẽ bể.

a) Sau 10 giây, bán kính quả bong bóng bằng 6,4 cm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của cm).

b) Người bơm không thể làm cho thể tích quả bóng vượt quá 113 lít (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của lít).

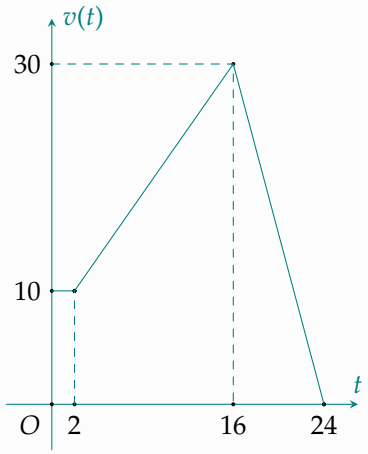
c) Khi đường kính quả bong bóng là 50 cm thì bán kính của quả bóng đang tăng với tốc độ 0,01 cm/s (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của cm/s).

d) Nếu sau khi bơm được 4 giây, người bơm tăng tốc độ bơm thêm 5 cm^3/s thì sau 189 giây (làm tròn đến hàng đơn vị của giây), bong bóng sẽ bể.

Lời giải.

Câu 121

Một chất điểm chuyển động thẳng trong 24 giây với vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc thời gian t (đơn vị: giây) có đồ thị cho bởi hình vẽ sau:



a) Tại thời điểm $t = 2$ giây, vận tốc của chất điểm bằng 10 m/s.

b) Trong khoảng thời gian từ 2 giây đến 16 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường thẳng có phương trình $v(t) = \dfrac{10}{7}t + \dfrac{50}{7}$ m/s.

c) Quãng đường $s(t)$ (đơn vị: mét) mà chất điểm đi được trong khoảng thời gian t giây $(0 \le t \le 24)$ được tính theo công thức $s(t) = \displaystyle\int_0^t \left(\frac{10}{7}t + \frac{50}{7}\right) \mathrm{d}t$.

d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc 0 giây đến 24 giây bằng 420 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

Câu 122

Một người điều khiển xe Taxi xuất phát từ trạm thu phí muốn nhập làn vào đường cao tốc, chuyển động tăng tốc với tốc độ $v(t) = -\dfrac{1}{180}t^2 + \dfrac{116}{135}t$ (m/s) (trong đó, t là thời gian tính bằng giây kể từ khi Taxi chuyển động rời trạm thu phí). Từ trạm thu phí đó, một xe Cứu thương cũng xuất phát, chuyển động thẳng cùng hướng với xe Taxi nhưng chậm hơn 1 giây so với xe Taxi và có gia tốc bằng $a\left(\text{m/s}^2\right)$ (a là hằng số). Sau khi xe Cứu thương xuất phát được 17 giây thì đuổi kịp xe Taxi. Biết rằng, xe Taxi nhập làn cao tốc sau 20 giây và cả hai xe duy trì sự tăng tốc trong 28 giây kể từ khi Taxi rời trạm thu phí.

a) Quãng đường (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) xe Taxi đi được từ trạm thu phí đến khi nhập làn khoảng 187 m.

b) Xe cứu thương chuyển động với gia tốc $a = \dfrac{300}{289}\left(\text{m/s}^2\right)$.

c) Vận tốc (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) của xe Cứu thương tại thời điểm đuổi kịp xe Taxi khoảng 16 (m/s).

d) Trong khoảng thời gian kể từ lúc hai xe gặp nhau cho đến giây thứ 28 (kể từ khi Taxi chuyển động rời trạm thu phí) vận tốc trung bình của xe Cứu thương lớn hơn vận tốc trung bình của xe Taxi.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 123

Một ô tô đang di chuyển với vận tốc 21 m/s khi còn cách trạm thu phí một đoạn thì người lái xe bắt đầu đạp phanh lần một, xe chuyển động thẳng, chậm dần đều với vận tốc biến thiên theo thời gian được xác định bởi quy luật $v_1(t) = -6t + 21$ (m/s), trong đó thời gian t tính bằng giây, đến đúng trạm thu phí thì xe dừng hẳn. Sau khi trả phí, xe ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_2(t) = 5t$ (m/s) đi được 4 giây, ô tô gặp chướng ngại vật nên phải phanh gấp lần hai.

a) Quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh đến khi dừng ở trạm thu phí là 36,75 m.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp lần hai là 20 (m/s).

c) Thời gian từ lúc ô tô phanh lần một cho đến khi dừng hẳn ở trạm thu phí là 3 giây.

d) Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc phanh lần một đến lúc phanh lần hai là 76,75 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 124

Một vật đang ở nhiệt độ 100°C thì được đặt trong môi trường X có nhiệt độ 25°C. Kể từ đó, nhiệt độ của vật giảm dần theo tốc độ $T'(t) = -150\mathrm{e}^{-2t}$ °C/phút, trong đó $T(t)$ là nhiệt độ tính theo °C tại thời điểm t phút kể từ khi được đặt trong môi trường X. Khi đó

a) $T(t) = \displaystyle\int T'(t)\,\mathrm{d}t$ với $T(0) = 100$.

b) $T(t) = 75\mathrm{e}^{-2t} + 20$.

c) Nhiệt độ của vật tại thời điểm $t = 3$ là $T(t) = \displaystyle\int_0^3 T'(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Tốc độ giảm nhiệt độ của vật tăng dần theo thời gian.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 125

Cho một vật đang chuyển động thẳng đều với vận tốc bằng 108 km/h thì đi vào vùng có lực cản gây ra cho vật một gia tốc $a = -0,5v$ m/s^2 với v là vận tốc của vật và tính bằng m/s. Trong bài toán ta có vận tốc $v > 0$ và gốc thời gian tính từ lúc vật bắt đầu đi vào vùng có lực cản.

a) $\ln|v(t)|$ đạo hàm theo biến thời gian t cho ta biểu thức là $\dfrac{v'(t)}{v(t)}$.

b) Biểu thức vận tốc của vật là $v(t) = \mathrm{e}^{-0,5t}$ m/s.

c) Quãng đường vật đi được trong 2 giây đầu tiên trong vùng lực cản là 37,9 m.

d) Với giả thiết vận tốc nhỏ hơn 0,1 m/s thì vật dừng lại. Tổng quãng đường vật đi được trong vùng lực cản tính theo đơn vị mét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) là 60 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 126

Trên một đường đua, một chiếc xe công thức I bắt đầu chuyển động và nó tăng tốc với gia tốc $a\ \left(\mathrm{m/s^2}\right)$ không đổi, khi vận tốc đạt 80 m/s thì xe chuyển động đều trong thời gian 56 giây; sau đó nó giảm vận tốc với gia tốc $b\ \left(\mathrm{m/s^2}\right)$ không đổi cho đến khi dừng lại (a và b là các số dương). Biết tổng thời gian chuyển động của xe là 74 giây.

a) Thời điểm xe đạt vận tốc 80 m/s là $t_1 = \dfrac{80}{a}$ (s).

b) Quãng đường mà xe chuyển động với vận tốc không đổi bằng 4,5 km.

c) $\dfrac{40}{a} + \dfrac{40}{b} = 9$.

d) Tổng quãng đường xe đi được trong 74 giây là 5,6.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 127

Giả sử rằng khi tăng t năm tuổi, một máy công nghiệp A tạo ra doanh thu với tốc độ $R'(t) = 650 - 3t^2$ (triệu đồng/năm), thời điểm $t = 0$ tính từ lúc máy A bắt đầu hoạt động. Biết rằng chi phí biên cho vận hành và bảo trì là $C'(t) = 48 + 12t^2$ (triệu đồng/năm), ở đây $C(t)$ là chi phí vận hành và bảo trì của máy A khi nó được t năm tuổi.

a) Doanh thu sau 12 năm của máy A là $\int_0^{12} \left(650 - 3t^2\right) \mathrm{d}t$ (triệu đồng).

b) Tổng chi phí vận hành và bảo trì của máy A trong 6 năm là 1 152 (triệu đồng).

c) Tuổi thọ hữu ích của một máy là số năm T trước khi lợi nhuận (bằng doanh thu trừ chi phí) mà nó tạo ra bắt đầu giảm. Tuổi thọ hữu ích của máy A này là 8 năm.

d) Lợi nhuận do máy A tạo ra trong suốt thời gian tuổi thọ hữu ích của nó là 2 532 (triệu đồng).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 128

Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần mười)

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 129

Cho một vật chuyển động với tốc độ $v(t) = 0{,}1t^2 + 0{,}5t$ (m/s), với t tính theo đơn vị giây. Hãy tính tốc độ trung bình của vật trong 10 giây đầu tiên theo đơn vị m/s. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 130

Khi nghiên cứu một quần thể vi khuẩn, người ta nhận thấy quần thể vi khuẩn đó ở ngày thứ t có số lượng $N(t)$ con. Biết rằng tốc độ phát triển của quần thể đó là $N'(t) = \dfrac{8000}{t}$ và sau ngày thứ nhất ($t = 1$) có 250 nghìn con. Số lượng vi khuẩn sau 10 ngày là bao nhiêu nghìn con (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 131

Một ô tô đang chạy với tốc độ 19 m/s thì hãm phanh và chuyển động chậm dần với tốc độ $v(t) = 19 - 2t$ (m/s). Kể từ khi hãm phanh, quãng đường ô tô đi được sau 3 giây là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 132

Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì tài xế đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn chuyển động bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 133

Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Để có hai ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 134

Một chiếc xe chuyển động trên đoạn đường thẳng, vận tốc của xe tại thời điểm t (tính bằng giây) được mô tả bởi hàm số $v(t) = 2t^2 + 3\,(\mathrm{m/s})$. Tính vận tốc trung bình của xe trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = 5$ giây (làm tròn đến hàng phần mười)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 135

Kì nghỉ hè lớp 11 bạn Mai ngồi trên máy bay đi du lịch từ Hà Nội vào Nha trang với vận tốc chuyển động của máy báy là $v(t) = 3t^2 + 4(m/s)$. Quãng đường máy bay bay được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là bao nhiêu mét?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 136

Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1 \leq x \leq 4)$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và x. Thể tích vật thể là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 137

Mực nước trong hồ chứa của nhà máy điện thuỷ triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra (khi thuỷ triều xuống) và nước chảy vào (khi thuỷ triều lên). Gọi $h(t)$ là mực nước trong hồ tại thời điểm t giờ. Tốc độ thay đổi của mực nước trong hồ chứa được cho bởi hàm số $h'(t) = \dfrac{1}{216}\left(5t^2 - 120t + 480\right)$, trong đó t tính bằng giờ $(0 \leq t \leq 24)$, $h'(t)$ tính bằng mét/giờ.

Biết rằng tại thời điểm $t = 0$ (giờ), mực nước trong hồ chứa là 6 m. Mực nước trong hồ tại thời điểm $t = 7$ (giờ) là bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 138

Một xe mô tô phân khối lớn đang chạy với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 3t$ (m/s^2). Quãng đường của xe đi được trong quãng thời gian 10 s đầu tiên sau khi tăng tốc bằng bao nhiêu? (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 139

Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 140

Một viên đạn được bắn thẳng lên từ mặt đất với phương trình vận tốc $v(t) = 137 - 10{,}5t$. Độ cao của viên đạn sau 7 giây là gần bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 141

Mật độ khối lượng của một thanh kim loại có chiều dài 4 mét được cho bởi công thức $\rho(x) = 1\,000 + x - \sqrt{x}$ (kg/m^3), trong đó x là khoảng cách bằng mét tính từ một đầu của thanh. Mật độ khối lượng trung bình trên toàn bộ chiều dài của thanh là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 142

Bạn An xác định được phần thân của ấm đun siêu tốc được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi một phần của một parabol quay quanh trục của nó. Các kích thước của ấm bạn An đo được như sau: đường kính đáy ấm bằng 14 cm, đường kính miệng ấm bằng 8 cm, chiều cao thân ấm (phần đựng nước không kể nắp) bằng 20 cm. Hỏi thể tích phần thân ấm là bao nhiêu lít? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 143

Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì tài xế đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ m/s, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 144

Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 2t$ m/s^2. Hỏi quãng đường của xe ôtô đi được trong quãng thời gian 10 s đầu tiên sau khi tăng tốc là bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

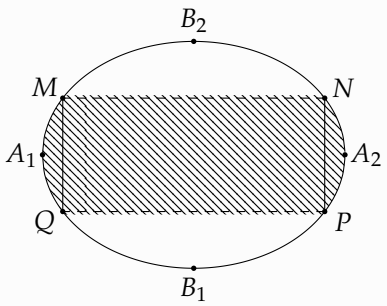
.....

.....

.....

Câu 145

Đáy của một bể bơi có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí phần lát gạch xanh tô đậm là 300 000 đồng/m^2 và phần lát gạch trắng còn lại là 100 000 đồng/m^2. Biết $A_1A_2 = 10$ m, $B_1B_2 = 6$ m và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 4$ m. Hỏi số tiền để làm đáy bể bơi theo cách trên là bao nhiêu (làm tròn đến hàng triệu)?



KQ: .....

Lời giải.

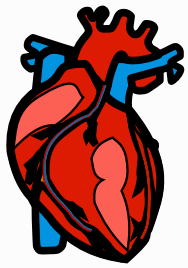
.....

.....

.....

Câu 146

Hiệu suất của tim là lưu lượng máu được bơm bởi tim trên một đơn vị thời gian (lưu lượng máu chảy vào động mạch chủ). Để đo hiệu suất của tim, người ta bơm A (mg) chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, chảy qua tim rồi vào động mạch chủ và đo nồng độ chất chỉ thị màu còn lại ở tim đến thời điểm T (s) khi chất chỉ thị màu tan sạch. Gọi $c(t)$ là nồng độ (mg/l) chất chỉ thị màu tại thời điểm t (s) thì hiệu suất của tim được xác định bởi



$F = \dfrac{A}{\displaystyle\int_0^T c(t)\,\mathrm{d}t}$ (l/s). Tính hiệu suất của tim khi bơm 8 mg chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, biết $c(t) = \dfrac{1}{4}t(12 - t)$ với $0 \le t \le 12$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

(*Nguồn: James Stewart, Calculus, Cengage Learning*)

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 147

Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Hỏi rằng trong 3 s trước khi dừng hẳn vật di chuyển được bao nhiêu mét?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 148

Một xe mô tô phân khối lớn đang chạy với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc được biểu diễn bởi phương $a(t) = t^2 + 3t$ (m/s^2). Hỏi quãng đường của xe đi được trong quãng thời gian 10 s đầu tiên sau khi tăng tốc (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 149

Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần chục)

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 150

Một chiếc xe ô tô đang chạy trên đường cao tốc với vận tốc 72 km/h thì tài xế bất ngờ đạp phanh làm cho chiếc ô tô chuyển động chậm với gia tốc $a(t) = -\frac{8}{5}t$ (m/s^2), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Hỏi kể từ khi đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn thì ô tô đi chuyển bao

nhiêu mét (m)? (Giả sử trên đường ô tô di chuyển không có gì bất thường. Kết quả làm tròn đến hàng phần chục.)

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 151

Công ty vừa đưa vào một dây chuyền sản xuất để chế tạo máy tính mới. Sau vài tuần, sản lượng đạt được $q(t) = 4000\left(1 - \dfrac{10}{(10-t)^2}\right)$ máy/tuần. Tìm số máy sản xuất được từ tuần thứ ba đến hết tuần thứ tư.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 152

Việc thở là những vòng tuần hoàn, mỗi vòng tính từ lúc bắt đầu hít vào đến lúc kết thúc thở ra, thường kéo dài trong 5 s. Vận tốc cực đại của khí là V l/s, vì thế nó được mô hình hoá bởi $v(t) = V \sin \dfrac{2\pi t}{5}$. Thể tích khí hít vào sau thời gian 2 s là kV. Khi đó giá trị của k bằng bao nhiêu (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

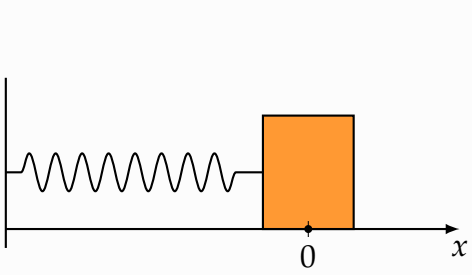
KQ: .....

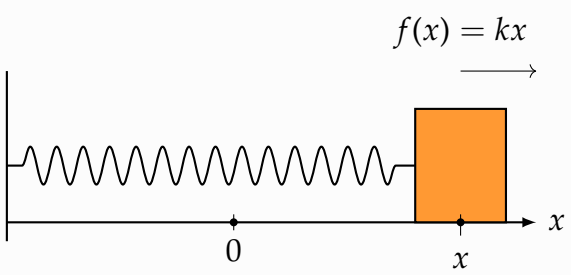
Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 153

Một lực có độ lớn 40 N cần thiết để kéo căng một chiếc lò xo có độ dài tự nhiên 10 cm lên 15 cm.





Biết rằng theo định luật Hooke trong Vật lý, khi một chiếc lò xo bị kéo căng thêm x so với độ dài tự nhiên của lò xo thì lò xo trì lại với một lực cho bởi công thức $f(x) = kx$ (N), trong đó k là hệ số đàn hồi của lò xo. Hãy tìm công sinh ra khi kéo lò xo có độ dài từ 15 cm đến 20 cm?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 154

Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là 90 m^3 và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là 504 m^3. Tính thể tích của lượng nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 155

Một xe mô-tô đang chạy với vận tốc 20 (m/s) thì tài xế giảm ga và kéo phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình $v(t) = -4t + 20$ m/s, trong đó thời gian t được tính bằng giây. Hỏi từ lúc giảm ga và kéo phanh đến khi dừng hẳn, mô-tô di chuyển được quãng đường bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 156

Trong kinh tế học, người ta tính toán thu nhập của một khoản đầu tư thông qua công thức $FV = \int_0^T f(t)\mathrm{e}^{-rt}\,\mathrm{d}t$,trong đó với khoảng thời gian t thì $f(t)$ là tốc độ sinh lời, T là thời gian đầu tư và r là lãi suất hàng kỳ. Bạn Nam đang cố gắng để cân nhắc giữa hai khoản đầu tư như sau

- Khoản đầu tư thứ nhất có giá 1 000 USD và dự kiến sẽ tạo ra một dòng thu nhập liên tục với tốc độ $f_1(t) = 3000\mathrm{e}^{0{,}03t}$ (USD) mỗi năm.
- Khoản đầu tư thứ hai có giá 4 000 USD và được ước tính sẽ tạo ra thu nhập với tốc độ

không đổi là $f_2(t) = 4000$ (USD) mỗi năm.

Giả sử lãi suất hàng năm hiện hành vẫn cố định ở mức 5% mỗi năm và được tính lãi kép liên tục.Em hãy giúp Nam chọn khoảng đầu tư lời hơn bằng cách tính số USD chênh lệch giữa hai khoản đầu tư sau 5 năm. (Lấy giá trị dương và làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

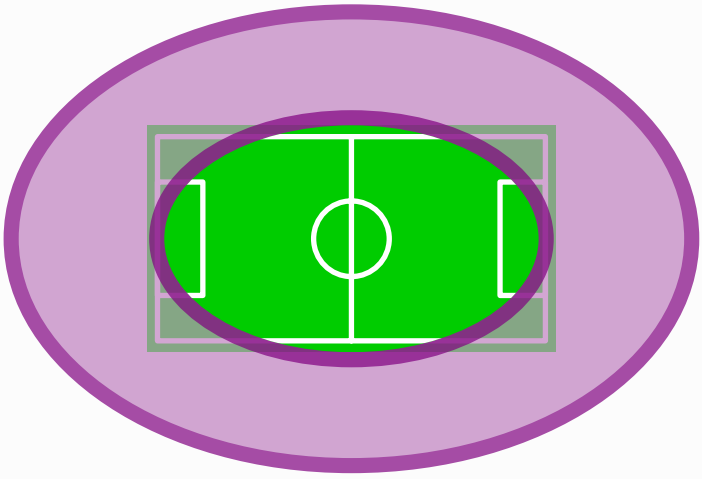
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 157

Câu lạc bộ bóng đá AS ROMA dự định xây dựng sân vận động mới có tên là Stadio della Roma để làm sân nhà của đội bóng thay thế cho sân bóng Olympico. Hệ thống mái của sân vận động Stadio della Roma dự định được xây dựng có hai hình elip như hình bên với hình elip lớn bên ngoài có độ dài trục lớn là 146 m, độ dài trục nhỏ là 108 m, hình elip nhỏ bên trong có độ dài trục lớn là 110 m, độ dài trục nhỏ là 72 m. Giả sử chi phí vật liệu là 100 USD mỗi mét vuông. Hỏi chi phí cần thiết để xây dựng hệ thống mái sân bằng bao nhiêu nghìn USD? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



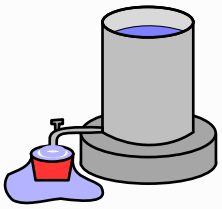
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 158

Nhà Tít có một bồn chứa nước hình trụ cao 300 cm, đường kính 60 cm. Bồn đầy nước thì bạn Tí vô ý mở van xả. Mực nước hạ với vận tốc $h'(t) = \frac{1}{54}t - \frac{10}{3}$ (t tính bằng phút, $h'(t)$ cm/phút). Sau 1,5 giờ (tức 90 phút) thì Tít mới phát hiện sự cố. Hỏi lượng nước đã mất là bao nhiêu lít (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 159

Giả sử anh Nam nhảy dù từ một chiếc trực thăng. Vào thời điểm 19 giây sau khi rời khỏi trực thăng, anh Nam mở chiếc dù của mình trong 2 giây, anh Nam chạm đất sau 19 giây kể từ lúc bung dù. Tại thời điểm t (giây), vị trí của anh Nam cách mặt đất một khoảng $h(t)$ mét và vận tốc rơi của anh Nam (tính bằng m/s) là một hàm số được cho bởi công thức

$$v(t) = h'(t) = \begin{cases} -80 & \text{khi } 0 \le t < 19 \\ 37t - 783 & \text{khi } 19 \le t < 21 \\ -6 & \text{khi } 21 \le t \le 40. \end{cases}$$

Độ cao tại vị trí của anh Nam khi bắt đầu nhảy ra khỏi trực thăng bằng bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 160

Tại một nhà máy, gọi $C(x)$ là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất x tấn sản phẩm A trong một tháng. Khi đó, đạo hàm $C'(x)$ gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ gia tăng tổng chi phí theo lượng gia tăng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức

$$C'(x) = 5 - 0{,}06x + 0{,}00072x^2, \text{ với } 0 \le x \le 150.$$

Biết rằng $C(0) = 30$ triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí khi nhà máy sản xuất 100 tấn sản phẩm A trong tháng.

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 161

Vận tốc (dặm/giờ) của một máy bay khi bay ngược chiều gió được cho bởi công thức $v(t) = 30 \cdot (16 - t^2)$ với $0 \leq t \leq 3$. Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ thì máy bay đã đi được quãng đường bao xa kể từ thời điểm bay ngược chiều gió *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của dặm)*?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 162

Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón, gọi $P(x)$ là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x tấn sản phẩm trong một tuần. Khi đó, đạo hàm $P'(x)$ gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức $P'(x) = 16 - 0{,}02x$, với $0 \leq x \leq 100$. Tính lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 90 tấn sản phẩm trong tuần. Biết rằng nhà máy lỗ 25 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

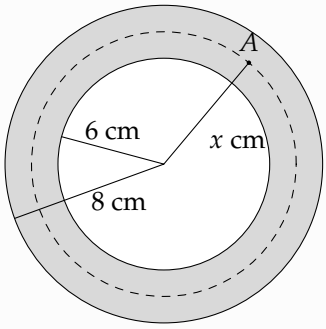
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 163

Mặt cắt ngang của một ống dẫn khí nóng là hình vành khuyên như hình vẽ bên. Khí bên trong ống được duy trì ở $150°C$. Biết rằng nhiệt độ $T(°C)$ tại điểm A trên thành ống là hàm số của khoảng cách x (cm) từ A đến tâm của mặt cắt và $T'(x) = -\dfrac{30}{x}$ (với $6 \leq x \leq 8$). Tìm nhiệt độ mặt ngoài của ống *(làm tròn đến hàng đơn vị)*.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

Câu 164

Qua điều tra các nhà phân tích kinh tế đã nhận định rằng tốc độ tăng trưởng kinh tế (GDP) của một quốc gia sau t năm, tính từ đầu năm 2004, là $q(t) = 30 + \frac{1}{2}\sqrt{5+t}$ tỉ USD/năm. Biết rằng GDP của quốc gia đó vào đầu năm 2004 là 100 tỉ USD. Hãy dự đoán GDP của quốc gia đó vào đầu năm 2015 bằng bao nhiêu tỉ USD (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 165

Mật độ khối lượng của một thanh kim loại có chiều dài 4 mét được cho bởi công thức $\rho(x) = 1\,000 + x - \sqrt{x}$ (kg/m^3), trong đó x là khoảng cách bằng mét tính từ một đầu của thanh. Mật độ khối lượng trung bình trên toàn bộ chiều dài của thanh là bao nhiêu kg/m^3? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

KQ: . . . . . .

Lời giải.

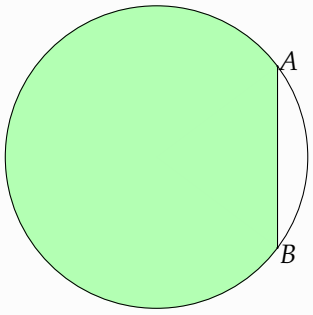
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 166

Ông A có miếng đất hình tròn có bán kính bằng 5 m. Ông A tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để dựng một cái chòi và để đồ dùng nên ông A bớt lại một phần đất nhỏ không trồng cây (phần mầu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6$ m. Gọi T là số tiền ông A nhận được sau khi thu hoạch cây (đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng đơn vị). Giá trị T bằng



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 167

Vận tốc (dặm/giờ) của một máy bay khi bay ngược chiều gió được cho bởi công thức $v(t) = 30\left(16 - t^2\right)$ với $0 \le t \le 3$. Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ thì máy bay đã đi được quãng đường bao xa kể từ thời điểm bay ngược chiều gió (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của dặm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 168

Một chiếc cốc chứa nước ở 95° C được đặt trong phòng có nhiệt độ 20^0C. Theo định luật làm mát của Newton, nhiệt độ của nước trong cốc sau t phút (xem $t = 0$ là thời điểm nước ở 95° C là một hàm số (t). Tốc độ giảm nhiệt độ của nước trong cốc tại thời điểm t phút được xác định bởi $T'(t) = \left(-\frac{3}{2}e^{-\frac{t}{50}}\right)^{\circ}$ C/phút). Tính nhiệt độ của nước tại thời điểm $t = 40$ phút (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 169

Một vật chuyển động với vận tốc $v(t) = -t^2 + 4t$ m/s. Quãng đường đi được từ giây thứ 1 đến giây thứ 3 bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 170

Tốc độ chuyển động của thang máy từ tầng 1 lên tầng cao nhất theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức

$$v(t) = \begin{cases} t & \text{khi } 0 \le t \le 2 \\ 2 & \text{khi } 2 < t \le 20 \\ 12 - 0{,}5t & \text{khi } 20 < t \le 24. \end{cases}$$

Tính vận tốc trung bình của thang máy.

KQ: .....

Lời giải.

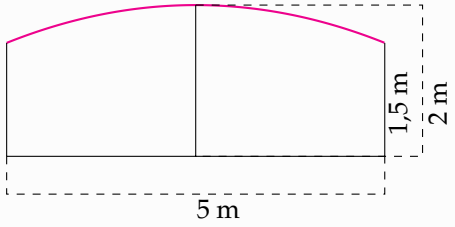
.....

.....

.....

Câu 171

Ba Tí muốn làm cửa sắt được thiết kế như hình bên dưới. Vòm cổng có hình dạng là một Parabol. Giá 1 m^2 cửa sắt là 660 000 đồng. Cửa sắt có giá (nghìn đồng) là bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 172

Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên từ độ cao 1,5 mét so với mặt đất. Giả sử tại thời điểm t giây (coi $t = 0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên), vận tốc của nó được cho bởi $v(t) = 170 - 9{,}8\,t$ (m/s). Tìm độ cao lớn nhất của viên đạn (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 173

Một ô tô đang chạy với vận tốc 10(m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 2t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 174

Các nhà kinh tế sử dụng đường cong Lorenz để minh họa sự phân phối thu nhập trong một quốc gia. Gọi x là đại diện cho phần trăm số gia đình trong một quốc gia và y là phần trăm tổng thu nhập, mô hình $y = x$ sẽ đại diện cho một quốc gia mà các gia đình có thu nhập như nhau. Đường cong Lorenz $y = f(x)$, biểu thị sự phân phối thu nhập thực tế. Diện tích giữa hai mô hình này, với $0 \leq x \leq 100$, biểu thị "sự bất bình đẳng về thu nhập " của một quốc gia. Năm 2009, đường cong Lorenz của Hoa Kỳ có thể được mô hình hóa bởi hàm số

$$y = \left(0{,}00\,061x^2 + 0{,}0\,224x + 1{,}666\right)^2,\ 0 \leq x \leq 100.$$

Trong đó x được tính từ các gia đình nghèo nhất đến giàu có nhất. Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kì vào năm 2009 có giá trị gần nhất với giá trị là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 175

Biết rằng chi phí cho một đơn vị sản phẩm được mô hình hoá bởi hàm số theo thời gian tính theo tháng $c(t) = 0{,}006t^2 + 0{,}04t + 10$ USD. Hãy tinh chi phí trung bình trên mỗi đơn vị sản phẩm này trong khoảng thời gian 20 tháng (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 176

Biết rằng số lượng khách đến tham dự một buổi lễ hội theo giờ được thống kê và mô hình hoá toán học theo hàm $s(t) = -30t^2 + 240t + 100$ (khách). Hãy tính số lượng khách tham dự trung bình lớn nhất trong khoàng thời gian 2 giờ của buổi lễ hội này?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .

. . . . . .

Câu 177

Cho một vật chuyển động thẳng với biểu thức gia tốc $a = 6t + 2\,(\text{m/s}^2)$ và ở thời điểm $t_1 = 1\,\text{s}$ vận tốc của vật bằng $6\,\text{m/s}$. Hãy tính quãng đường vật đi được tính từ giây thứ 5 đến hết giây thứ 10 theo đơn vị mét?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

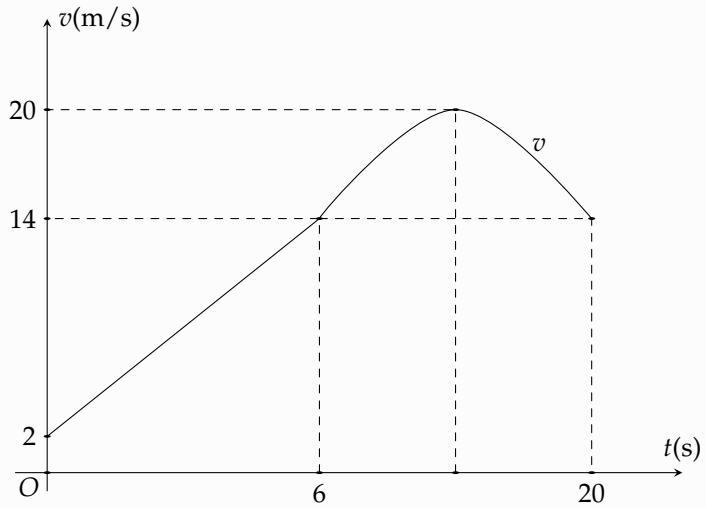
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 178

Cho một vật chuyển động với đồ thị biểu diễn vận tốc trong 12 giây đầu tiên như hình vẽ. Hãy tính quãng đường vật đi được trong 10 giây đầu tiên theo mét. (làm tròn dến hàng đơn vị)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

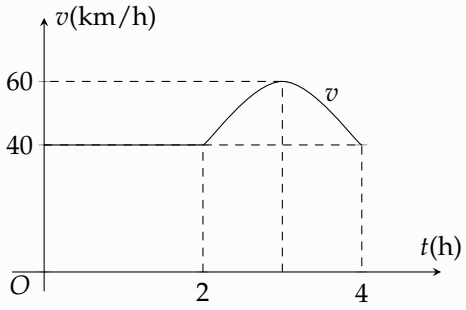
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 179

Cho một vật chuyển động thẳng với đồ thị biểu diễn vận tốc như hình vẽ bên dưới. Hãy tính quãng đường vật đi được trong 4 giờ đầu theo đơn vị km. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 180

Cho vật thứ nhất bắt đầu chuyển động thẳng từ A đến B với biểu thức gia tốc $a_1 = 2t + 1\,(\text{m/s}^2)$. Sau khi vật thứ nhất chuyển động được 6 s thì vật thứ hai bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều từ B đến A với gia tốc $a_2 = 12\,(\text{m/s}^2)$. Biết rằng khi hai vật gặp nhau thì quãng đường vật thứ nhất đi được gấp 5 lần quãng đường vật thứ hai đã đi được và khi đó vật thứ hai mới chuyển động được một khoảng thời gian không vượt quá 10 s. Hãy tính khoảng cách AB theo đơn vị mét. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

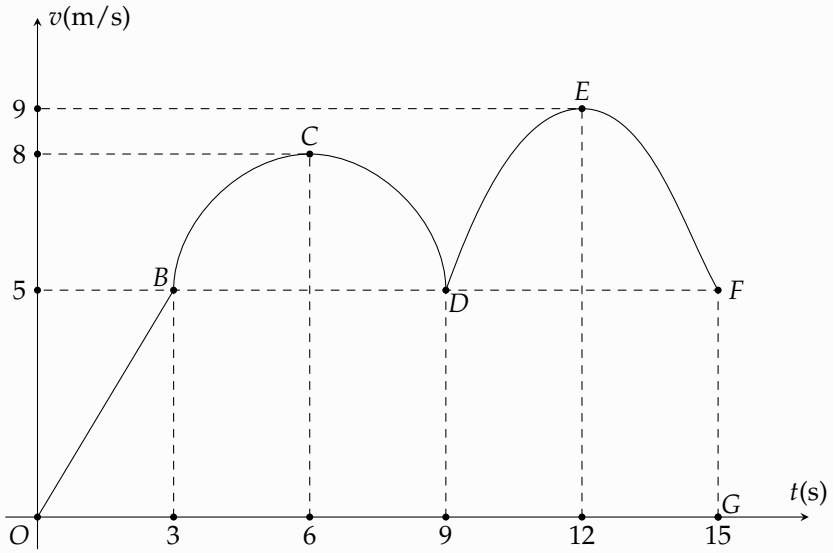
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 181

(Đây là một bài toán giả tưởng mục đích tăng tính tư duy) Cho một vật chuyển động thẳng với đồ thị biểu diễn vận tốc trong 15 s đầu tiên như hình vẽ. Biết BCD là một nửa đường tròn, DEF là một phần của parabol. Hãy tính quãng đường vật đi được trong 15 s đầu tiên theo đơn vị mét. (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 182

Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 10 \sin t$ (m/s^2). Lúc bắt đầu chuyển động vật có vận tốc 5 (m/s). Tính gia tốc của vật tại thời điểm vận tốc đạt giá trị lớn nhất trong π (s) đầu tiên.

KQ: .....

Lời giải.

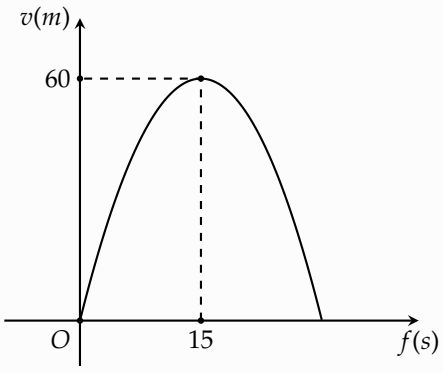
.....

.....

.....

Câu 183

Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau 15s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 60m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vật tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



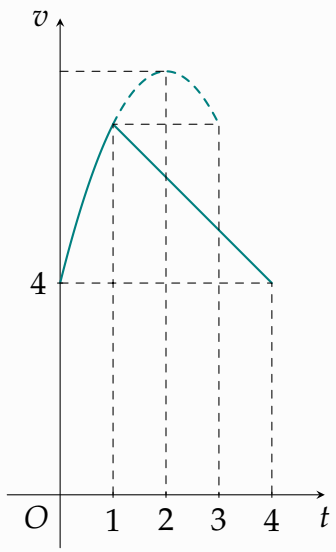
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 184

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(t)$ phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình vẽ bên.Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;10)$ và trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại vật chuyển động chậm dần đều. Tính quãng đường S mà vật đi được trong 4 giờ đó.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 185

Một hộ gia đình sản xuất cơ khí nhỏ mỗi ngày sản xuất được x sản phẩm ($0 \leq x \leq 20$). Biết rằng chi phí biên là mức thay đổi chi phí khi sản xuất thêm một đơn vị sản phẩm, chi phí biên là đạo hàm của tổng chi phí theo sản lượng. Gọi tổng chi phí để sản xuất x sản phẩm là $C(x)$ (nghìn đồng), khi đó chi phí biên được xác định bởi hàm số sau $C'(x) = 3x^2 - 4x + 10$. Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử cơ sở này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng/sản phẩm. Tính lợi nhuận tối đa (đơn vị: nghìn đồng) mà gia đình đó thu được khi sản xuất và bán sản phẩm?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 186

Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe nhìn thấy một chướng ngại vật nên đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 20\,\text{m/s}^2$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh. Tính quãng đường mà ô tô đi được trong 15 giây cuối.

KQ: .....

Lời giải.

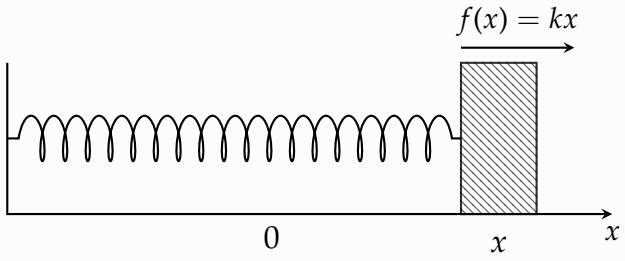
.....

.....

.....

Câu 187

Theo Định luật Hooke, lực cần dùng để kéo giãn lò xo thêm x mét từ độ dài tự nhiên là $f(x) = k \cdot x$ (N) với k (N/m) là độ cứng của lò xo. Một lực 50 N được dùng để kéo giãn lò xo từ 10 cm đến độ dài 15 cm. Hỏi cần thực hiện một công là bao nhiêu để kéo giãn lò xo từ 15 cm đến 20 cm? Biết rằng nếu một lực có độ lớn $f(x)$ (N) làm biến dạng lò xo từ độ giãn a (m) đến b (m) thì công của lực đó được cho bởi công thức $\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$ (J).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 188

Một xe ô tô đang di chuyển với tốc độ 22 m/s thì gặp chướng ngại vật. Người lái xe phản ứng 3 giây sau đó và đạp phanh khẩn cấp, kể từ thời điểm đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = 36 - 6t$ m/s, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi quãng đường ô tô đi được từ lúc phát hiện chướng ngại vật đến khi ô tô dừng hẳn là bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 189

Tại một nơi không có gió, một chiếc khí cầu đang đứng yên ở độ cao 162 mét so với mặt đất đã được phi công cài đặt cho nó chế độ chuyển động đi xuống. Biết rằng, khí cầu đã chuyển động theo phương thẳng đứng với vận tốc tuân theo quy luật $v(t) = 10t - t^2$, trong đó t phút là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $v(t)$ được tính theo đơn vị mét/phút. Tìm vận tốc v của khí cầu khi bắt đầu tiếp đất.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 190

Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ m/s. Đi được 5 s người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ m/s^2. Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn? (quãng đường tính theo đơn vị m).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 191

Một ô tô đang chạy đều với vận tốc 15 (m/s) thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a$ (m/s^2). Tìm giá trị của a biết ô tô chuyển động thêm được 20 (m) thì dừng hẳn. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 192

Một ô tô đang chạy với vận tốc 20 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Sau khi đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 193

Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Nếu chi phí làm mỗi mét vuông cửa là 1,5 triệu đồng thì số tiền bác Năm phải trả là bao nhiêu? (đơn vị triệu đồng)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 194

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 5t + 4$ (m/s). Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -34$ (m/s^2). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 195

Một bồn chứa nước có dạng hình trụ với chiều cao 2 m và bán kính đáy 0,5 m. Lúc đầu bồn chứa đầy nước. Người ta tiến hành vặn van ở đáy bồn để xả nước. Kể từ khi bắt đầu xả, tốc độ thay đổi chiều cao của mực nước trong bồn theo thời gian t là $h'(t) = \dfrac{t}{25} - \dfrac{2}{5}$ (m/phút). Sau khi xả 5 phút, trong bồn còn bao nhiêu lít nước (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 196

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ m/s. Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12\,\text{m/s}^2$. Tính quãng đường s (đơn vị: m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 197

Gia tốc tại thời điểm t của một vật chuyển động thẳng được cho bởi công thức $a(t) = 4\pi \cos t\ (\text{cm/s}^2)$. Nếu vận tốc của vật bằng 0 tại thời điểm $t = 0$ thì vận tốc trung bình (cm/s) của vật trong khoảng thời gian $0 \le t \le \pi$ là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 198

Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \dfrac{1}{150}t^2 + \dfrac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Tính vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A? (Tính theo đơn vị là m/s)

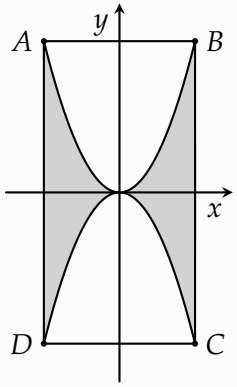
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 199

Một họa tiết hình cánh bướm có được mô tả như hình bên.
Các đường cong được mô tả trong hình bên có đồ thị là hàm bậc 2. Phần tô đậm được đính đá với giá thành 500.000/m^2. Phần còn lại được tô màu với giá thành 250.000/m^2, biết rằng $AB = 4$dm, $BC = 8$dm. Hỏi để trang trí 1000 họa tiết như vậy cần số tiền là bao nhiêu ? (Kết quả đơn vị triệu đồng và làm tròn đến phần hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 200

Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ m/s, trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a m/s^2 (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B (tính theo đơn vị m/s) tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 201

Một thùng dầu bị rò rỉ từ lúc 13 giờ với tốc độ rò rỉ là $v(t) = 16 + 3t$ (lít/giờ), trong đó t (giờ) là thời gian tính từ khi bắt đầu bị rò rỉ. Khi đó $V(t)$ (lít) là thể tích dầu bị mất đi thỏa mãn $V'(t) = v(t)$. Giả sử V_1 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 13 giờ đến 16 giờ và V_2 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 16 giờ đến 19 giờ. Tính $V_2 - V_1$ (theo đơn vị lít).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....

. . . . . .

Câu 202

Một bác thợ xây bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước. Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là $90\,\text{m}^3$, sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504\,\text{m}^3$. Tính thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

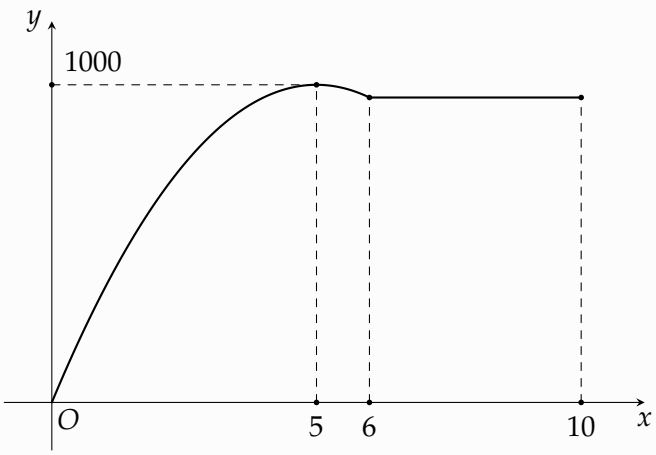
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 203

Một xe ô tô sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu chuyển động với vận tốc được biểu thị bằng đồ thị là đường cong parabol như hình bên dưới. Biết rằng sau 5 phút thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 1000 m/phút và bắt đầu giảm vận tốc, đi được 6 phút thì xe chuyển động đều.
Hỏi quãng đường xe đã đi được trong khoảng 10 phút đầu tiên là bao nhiêu mét?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

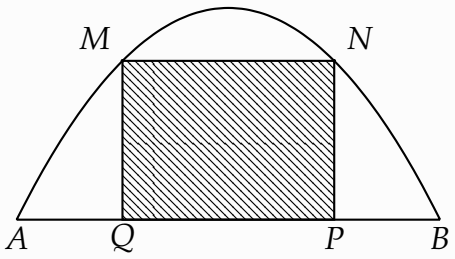
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 204

Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8$ m. Người ra treo một tấm phông hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phông (phần không gạch sọc) người ta mua hoa để trang trí, biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Diện tích phần phía ngoài phông để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 205

Một ô tô đang chạy với tốc độ với tốc độ 9 (km/h) thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 5t + 9$ (km/h^2). Tính quãng đường (theo đơn vị km) ô tô đi được trong vòng 1,5 giờ kể từ khi tăng tốc (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 206

Một vật chuyển động với vận tốc được tính theo thời gian theo công thức

$$v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \le t \le 2 \\ 4 & \text{khi } t > 2 \end{cases} (t \text{ được tính bằng giây, } v \text{ tính bằng m/s}).$$

Quãng đường mà vật dịch chuyển được trong 4 giây đầu tiên bằng ..... m?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 207

Giả sử lợi nhuận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của một sản phẩm của nhà máy được tính theo công thức $P'(x) = 18 - 0{,}04x$. Trong đó $P(x)$ (tính bằng triệu đồng) là lợi nhuận thu được khi bán x tấn sản phẩm. Chênh lệch lợi nhuận khi bán 100 tấn sản phẩm so với khi bán 50 tấn sản phẩm là ..... triệu đồng.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 208

Một bồn chứa nước bị rò rỉ với tốc độ nước chảy vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $V'(t) = 160 - 2t$ (lít/phút). Biết rằng $V(t)$ (tính bằng lít) là thể tích nước trong bồn tại thời điểm t phút. Thể tích nước chảy khỏi bồn trong 15 phút đầu tiên kể từ khi nước bị rò rỉ bằng . . . . . lít.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 209

Tại một địa điểm, trong khoảng thời gian 12 giờ nhiệt độ tại thời điểm t (tính bằng giờ kể từ lúc bắt đầu) là $T(t) = 47 + 4t - \dfrac{1}{3}t^2$ (°C). Nhiệt độ trung bình trong khoảng thời gian đó bằng . . . . . °C.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 210

Giả sử anh Nam nhảy dù từ một chiếc trực thăng. Vào thời điểm 19 giây sau khi rời khỏi trực thăng, anh Nam mở chiếc dù của mình trong 2 giây, anh Nam chạm đất sau 19 giây kể từ lúc bung dù. Tại thời điểm t (giây), vị trí của anh Nam cách mặt đất một khoảng $h(t)$ mét và vận tốc rời của anh Nam (tính bằng m/s) là một hàm số được cho bởi công thức:

$$v(t) = h'(t) = \begin{cases} -80 & \text{khi } 0 \le t < 19 \\ 37t - 783 & \text{khi } 19 \le t < 21 \\ -6 & \text{khi } 21 \le t \le 40. \end{cases}$$

Độ cao vị trí của anh Nam khi bắt đầu nhảy ra khỏi trực thăng bằng . . . . . m.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 211

Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu m/s?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 212

Một người đang lái ô tô với vận tốc 72 km/s thì gặp chướng ngại vật, người đó đạp phanh và ô tô bắt đầu chuyển động chậm dần đều với vận tốc cho bởi phương trình $v(t) = a + bt$ m/s, trong đó a và b là các hằng số và $t \geq 0$ là khoảng thời gian tính từ lúc người đó bắt đầu đạp phanh. Biết quãng đường ô tô đi được từ lúc đạp phanh cho đến lúc dừng lại là 40 m. Tính thời gian ô tô chuyển động từ lúc người đó đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 213

Tại một nhà máy, gọi $C(x)$ là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất x tấn sản phẩm A trong một tháng. Khi đó, đạo hàm $C'(x)$, gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ tăng tổng chi phí theo lượng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức $C'(x) = 5 - 0{,}06x + 0{,}00072x^2$ với $0 \leq x \leq 150$. Biết rằng $C(0) = 30$ triệu đồng, gọi là chi phí cố định. Tính tổng chi phí khi nhà máy sản xuất 100 tấn sản phẩm A trong tháng.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 214

Một chất điểm bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0, sau 8 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t) = -\frac{5}{4}t + a$ (m/s), $(t \geq 8)$ cho đến khi dừng hẳn. Biết rằng kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì chất điểm đi được quãng đường là 120 m. Tìm vận tốc v_0.

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 215

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3 , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 4$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) . (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 216

Một vật chuyển động theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - 4t + 3$, (m/s). Tổng quảng đường (làm tròn đến hàng đơn vị) vật đi chuyển được trong khoảng thời gian từ 2 đến 4 giây là

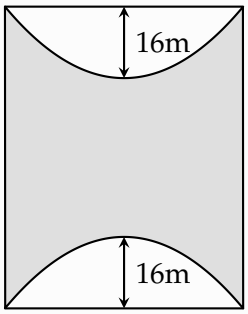
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 217

Một kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 40 m và 80 m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 16 m. Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông? (làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

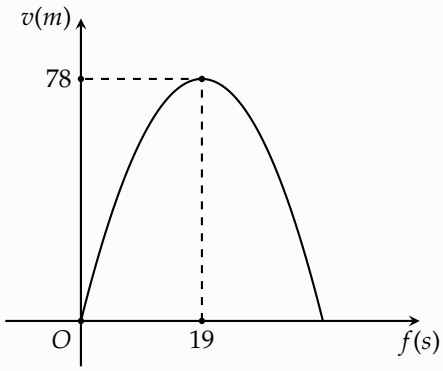
.....

.....

.....

Câu 218

Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau 19s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 78m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 219

Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 19 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 19$ (m/s), trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến lúc dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 220

Một người công nhân có thể sản xuất với tốc độ là $q(t) = 100 + \mathrm{e}^{-0,5t}$ đơn vị sản phẩm trong 1 giờ, với t (giờ) là thời gian tính từ khi bắt đầu làm việc. Biết rằng người công nhân bắt đầu làm việc từ lúc 8 giờ sáng, hỏi người đó sẽ sản xuất được bao nhiêu đơn vị sản phẩm trong khoảng thời gian từ 9 giờ sáng đến 11 giờ trưa (làm tròn đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 221

Hiệu suất của tim là lưu lượng máu được bơm bởi tim trên một đơn vị thời gian (lưu lượng máu chảy vào động mạch chủ). Để đo hiệu suất của tim, người ta bơm A (mg) chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải, chảy qua tim rồi vào động mạch chủ và đo nồng độ chất chỉ thị màu còn lại ở tim đến thời điểm $T(s)$ khi chất chỉ thị này tan sạch. Gọi $c(t)$ là nồng độ (mg/l) chất chỉ thị màu tại thời điểm $t(s)$ thì hiệu suất của tim được xác định bởi $F = \dfrac{A}{\displaystyle\int_0^T c(t)\,\mathrm{d}t}$ (l/s). Biết $c(t) = \dfrac{1}{4}t(12-t)$ với $0 \leq t \leq 12$. Tính hiệu suất của tim khi bơm 8 mg chất chỉ thị màu vào tâm nhĩ phải (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị l/s).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 222

Trọng lực của Trái Đất tác dụng lên một vệ tinh trong quá trình vệ tinh này được phóng lên từ mặt đất tới vị trí cách tâm Trái Đất r (m) xác định bởi công thức $F(r) = G \cdot \dfrac{Mm}{r^2}$, trong đó $M = 6 \cdot 10^{24}$ (kg) là khối lượng Trái Đất, m (kg) là khối lượng vệ tinh và $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N{\cdot}m^2/kg^2}$ là hằng số hấp dẫn.

Trọng lực này sinh công $W = \displaystyle\int_a^b F(h)\,\mathrm{d}h$ (J) khi vệ tinh thay đổi từ vị trí cách tâm Trái Đất a (m) lên vị trí cách tâm Trái Đất b (m) (nguồn: http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/wint.html). Công tối thiểu để phóng một vệ tinh nặng $m = 1\,000$ kg từ mặt đất lên độ cao 35 780 km so với mặt đất là $a \cdot 10^{10}$ (J), biết bán kính Trái Đất là 6 370 km. Tìm giá trị của a (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 223

Ở 45°C, phản ứng hoá học phân huỷ N_2O_5 xảy ra theo phương trình $N_2O_5 \to 2NO_2 + \frac{1}{2}O_2$ với nồng độ $c(t)$ (mol/L) của N_2O_5 tại thời điểm t giây ($t \geq 0$) thỏa mãn $c'(t) = -0{,}0005\, c(t)$. Biết khi $t = 0$, nồng độ ban đầu của N_2O_5 là 0,05 mol/L và nồng độ trung bình của N_2O_5 (mol/L) từ thời điểm a giây đến thời điểm b giây ($a < b$) được cho bởi công thức $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b c(t)\,\mathrm{d}t$. Nồng độ trung bình của N_2O_5 từ thời điểm 10 giây đến thời điểm 20 giây là $a \cdot 10^{-4}$ (mol/L). Tính a (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 224

Ở nhiệt độ 37°C, một phản ứng hoá học từ chất đầu A chuyển hoá thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \to B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị mol/L) tại thời gian x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} \cdot y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là 0,05 mol/L. Giả sử ta tính nồng độ trung bình chất A (đơn vị mol/L) từ thời điểm a (giây) đến thời điểm b (giây) với $0 < a < b$ theo công thức $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b y(x)\,\mathrm{d}x$. Xác định nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây (kết quả làm tròn đến phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 225

Hệ thống lọc nước bể bơi vô cùng quan trọng khi tiến hành xây dựng công trình bơi lội để nguồn nước được làm sạch thường xuyên và giữ vệ sinh cho người bơi. Trong quá trình vận hành lọc nước thì lượng nước trong bể sẽ thay đổi theo thời gian. Lượng nước trong bể giảm

nếu hệ thống đang xả nước bẩn ra khỏi bể và tăng nếu hệ thống đang cấp thêm nước sạch cho bể. Biết rằng 1 gallon gần bằng 3,785 lít, dung tích của bể là 1 000 gallon và thời điểm 6 giờ sáng bể chứa 250 gallon nước. Hàm số $f(t)$ biểu thị cho tốc độ thay đổi lượng nước trong bể theo thời gian t giờ, từ thời điểm 6 giờ sáng đến 6 giờ chiều được cho bởi $f(t) = \begin{cases} 100t & \text{khi } 0 \le t \le 3 \\ 900 - 200t & \text{khi } 3 \le t \le 6 \\ 100t - 900 & \text{khi } 6 \le t \le 12 \end{cases}$ với mốc thời gian $t = 0$ tại thời điểm 6 giờ sáng. Hỏi ở thời điểm 6 giờ chiều thì trong bể chứa nhiêu gallon nước?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 226

Người ta cho một chiếc xe điện mô hình chạy thử nghiệm trên một đường thẳng trong 24 giây với vận tốc $v(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}t & \text{khi } 0 \le t \le 8 \\ 4 & \text{khi } 8 < t < 16 \\ -\frac{1}{2}t + 12 & \text{khi } 16 \le t \le 24 \end{cases}$ (decimet/giây), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc xe bắt đầu chuyển động. Trong 24 giây chạy thử nghiệm đó, chiếc xe mô hình đi được quãng đường bao nhiêu decimet?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 227

Một xe mô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì tài xế giảm ga và kéo phanh. Từ thời điểm đó, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc được mô tả bởi phương trình $v(t) = -4t + 20$ (m/s), trong đó thời gian t được tính bằng giây. Hỏi từ lúc giảm ga và kéo phanh đến khi dừng hẳn, mô tô đi được quãng đường bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 228

Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -12$ (m/s^2). Tính quãng đường s (m) ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi dừng hẳn.

KQ: .....

Lời giải.

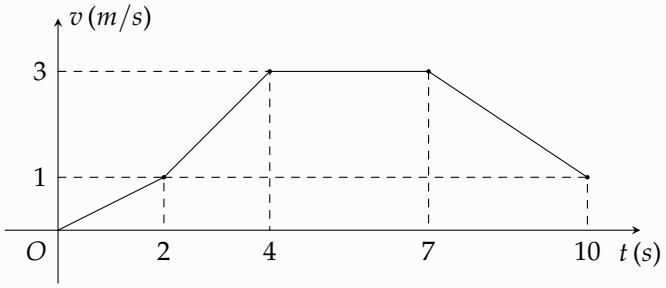
.....

.....

.....

Câu 229

Cho hình vẽ bên là đồ thị vận tốc $v(t)$ của một vật ($t = 0$ là thời điểm vật bắt đầu chuyển động). Tính vận tốc trung bình (m/s) của vật 10 giây đầu tiên.



KQ: .....

Lời giải.

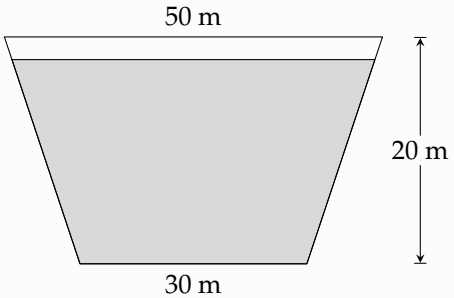
.....

.....

.....

Câu 230

Một cái đập có mặt cắt ngang có dạng hình thang cân cao 20 mét, đáy lớn rộng 50 mét, đáy nhỏ rộng 30 mét. Nước cách đỉnh đập 4 mét (*tham khảo hình vẽ*). Áp suất thuỷ tĩnh tác dụng lên đập được tính theo công thức $F = 9\,800 \int_0^{h_0} h(x) \cdot k(x)\,\mathrm{d}x$ (N), trong đó $h(x)$ và $k(x)$ lần lượt là chiều dài và độ sâu của lớp nước tại vị trí cách đáy x mét, h_0 là độ cao của nước trong hồ. Biết $F = a \cdot 10^7$ (N), tính a (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 231

Đơn đặt hàng của nhà máy cho một loại máy điều hoà không khí là khoảng 6 000 chiếc mỗi tuần khi giá là 331 USD/chiếc và khoảng 8 000 chiếc mỗi tuần khi giá là 303 USD/chiếc. Hàm cung được cho bởi $p = 0{,}0275x$, trong đó x là số lượng máy điều hoà được bán với giá p USD một chiếc. Tổng thặng dư tiêu dùng và thặng dư sản xuất bằng bao nhiêu nghìn USD (giả sử hàm cầu là hàm bậc nhất)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 232

Chi phí nhiên liệu dự kiến C (tính bằng triệu đô la mỗi năm) khi sử dụng một loại xe tải của một công ty vận tải từ năm 2020 đến năm 2030 là $C_1 = 5{,}6 + 2{,}2t$, $0 \leq t \leq 10$, trong đó $t = 0$ tương ứng với năm 2020. Nếu công ty sử dụng một loại xe tải khác có động cơ hiệu quả hơn thì chi phí nhiên liệu dự kiến sẽ giảm và tuân theo mô hình $C_2 = 4{,}7 + 2{,}04t$, $0 \leq t \leq 10$. Công ty có thể tiết kiệm được bao nhiêu triệu đô la khi sử dụng loại xe tải với động cơ hiệu quả hơn?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 233

Một trận dịch lây lan đến mức sau khi bùng phát t tuần số người nhiễm bệnh là $N_1(t) = 0{,}1t^2 + 0{,}5t + 150$, $0 \leq t \leq 50$. Hai mươi lăm tuần sau khi dịch bệnh bùng phát, một loại vắc xin đã được phát triển và tiêm cho công chúng. Khi đó, số người nhiễm bệnh được điều chỉnh theo mô hình $N_2(t) = -0{,}2t^2 + 6t + 200$, $25 \leq t \leq 50$. Hãy ước tính gần đúng số người mà vắc xin đã ngăn ngừa khỏi dịch bệnh trong thời gian xảy ra dịch bệnh.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 234

Hàm cầu và hàm cung của một sản phẩm được mô hình hoá bởi: Hàm cầu $p = -0{,}2x + 8$ và hàm cung $p = 0{,}1x + 2$, trong đó x là số đơn vị sản phẩm, p là giá của mỗi đơn vị sản phẩm (tính bằng triệu đồng). Tổng thặng dư tiêu dùng và thặng dư sản xuất đối với sản phẩm này bằng bao nhiêu triệu đồng?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 235

Doanh thu từ một quy trình sản xuất (tính bằng triệu đô la mỗi năm) được dự kiến sẽ tuân theo mô hình $R = 100 + 0{,}08t$ trong 10 năm. Trong cùng khoảng thời gian đó, chi phí (tính bằng triệu đô la mỗi năm) được dự kiến sẽ tuân theo mô hình $C = 60 + 0{,}2t^2$, trong đó t là thời gian (tính bằng năm). Ước tính lợi nhuận (triệu đô la) trong khoảng thời gian 10 năm. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

KQ: .....

Lời giải.

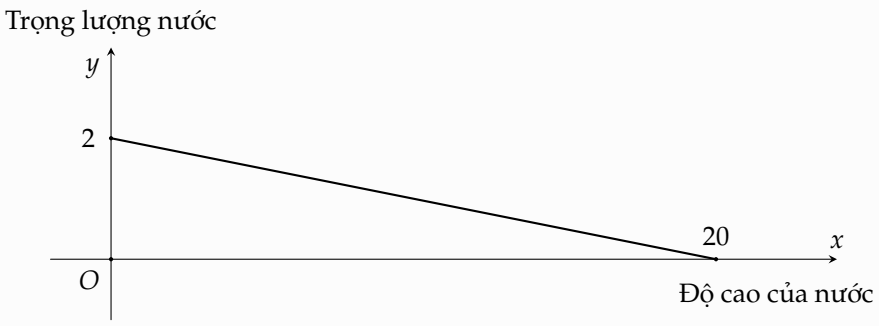
.....

.....

.....

Câu 236

Người thợ hồ nâng một xô nước bị rỉ lên cao 20 m với tốc độ cố định. Cho trọng lượng của xô là 3 N, trọng lượng ban đầu của nước là 2 N. Biết rằng xô nước bị rỉ nên lượng nước trong xô sẽ chảy ra với tốc độ không đổi trong thời gian nâng xô nước lên. Người ta ước tính rằng lượng nước trong xô sẽ thay đổi theo đồ thị là hình bên. Hỏi người thợ hồ đã dùng một công là bao nhiêu để nâng xô nước lên cao 20 m, với giả sử rằng bỏ qua trọng lượng sợi dây?



KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 237

Một cái cây được gieo trồng từ hạt trong một chiếc chậu. Chiều cao của nó sau t (năm) được cho bởi hàm số $h(t)$ (đơn vị mét). Tốc độ thay đổi chiều cao của nó sau t (năm) là $h'(t) = 0{,}2t + 0{,}15$ (mét/năm) với $(0 \leq t \leq 4)$. Sau khi trồng được 4 năm, cây được lấy ra khỏi chậu và trồng xuống đất, chiều cao của nó theo thời gian khi này thay đổi với tốc độ $h'(t) = \dfrac{11}{t}$ $(t \geq 4)$. Hỏi sau 4 năm trồng xuống đất cây cao bao nhiêu mét (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

HẾT

§3. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Câu 1

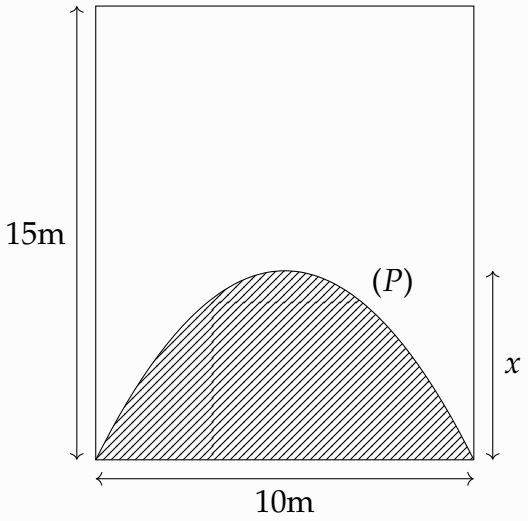
Cô Yến có một mảnh vườn hình chữ nhật có các kích thước như hình vẽ. Cô Yến dự định trồng một loại hoa đặc biệt vào phần gạch chéo giới hạn bởi parabol (P) có một chiều kích thước bằng x thay đổi được. Biết chi phí trồng hoa là 400 000 đồng/m^2.

a) Diện tích của mảnh vườn là 150 m^2.

b) Nếu $x = 3\text{m}$ thì diện tích phần trồng hoa sẽ là 20 m^2.

c) Diện tích trồng hoa lớn nhất là 100 m^2.

d) Số tiền dự định trồng hoa là 6 triệu đồng thì $x = 2{,}25$ m.

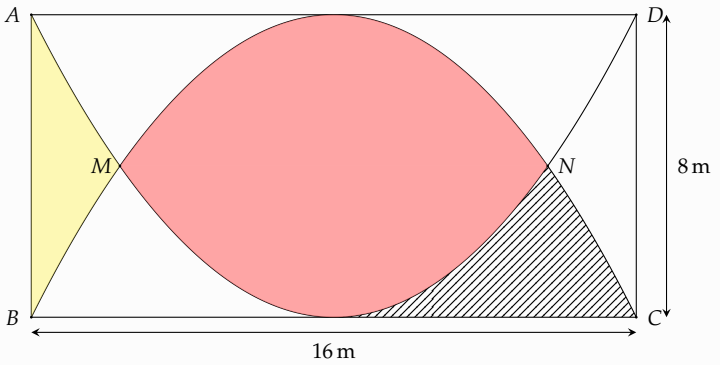


Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 2

Một mô hình giấy trang trí có dạng hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ, một học sinh muốn cắt tờ giấy theo đường dạng Parabol có đỉnh là trung điểm các cạnh dài của tờ giấy và đi qua hai đỉnh của cạnh đối diện. Gọi M, N lần lượt là các giao điểm của hai Parabol, các khẳng định sau đúng hay sai?



a) Diện tích tam giác AMN có giá trị bằng $32\sqrt{3}\,\text{m}^2$.

b) Diện tích phần giấy giới hạn bởi Parabol và đoạn thẳng AB (phần tô màu vàng) có giá trị lớn hơn $8{,}8\,\text{m}^2$.

c) Phần diện tích giới hạn bởi hai đường Parabol (phần tô màu đỏ) có giá trị bằng $60{,}3\,\text{m}^2$.

d) Diện tích phần giấy giới hạn bởi Parabol và đoạn thẳng BC (phần gạch sọc) có gía trị nhỏ hơn $15\,\text{m}^2$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b(\text{ m/s})$ $(a, b \in \mathbb{R}; a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \displaystyle\int_0^{24} v(t)\mathrm{d}t$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4

Một chất điểm chuyển động trên trục Ox với vận tốc thay đổi theo thời gian $v = f(t)$ (m/s) trong đó đơn vị của thời gian t là giây (s). Biết $v = f(t) = 30 - 5t$ (m/s).

a) Quãng đường $s(t)$ chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm nào đó đến thời điểm t thỏa mãn $s'(t) = f(t)$.

b) Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm t_1 đến thời điểm t_2 là $s = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$, trong đó đơn vị của s là mét.

c) Quãng đường chất điểm đó chuyển động trên trục Ox từ thời điểm nào đó đến thời điểm t là $s = 30t - 5t^2 + C$ trong đó đơn vị của s là mét, C là một hằng số nào đó.

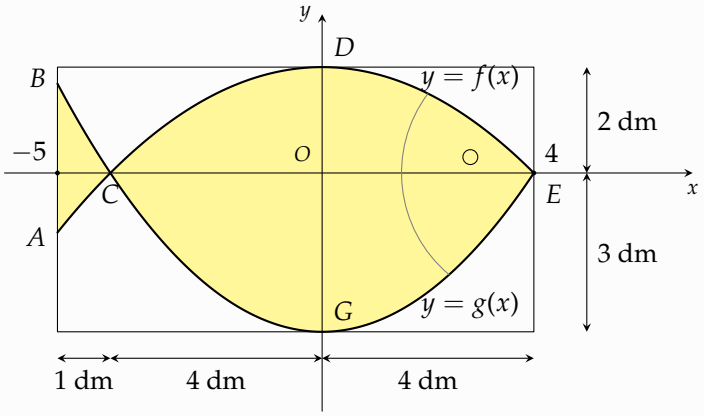
d) Quãng đường chất điểm đó đi được từ thời điểm $t_1 = 1$ s đến thời điểm $t_2 = 2$ s là 22,5 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5

Trên cửa sổ có dạng hình chữ nhật, hoạ sĩ thiết kế logo hình con cá cho một doanh nghiệp kinh doanh hải sản. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình bên (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là dm).



a) Phương trình parabol $y = f(x) = -\dfrac{1}{8}x^2 + 2$.

b) Phương trình parabol $y = g(x) = \dfrac{3}{16}x^2 + 3$.

c) Diện tích của logo là $\dfrac{1345}{48}$ dm^2.

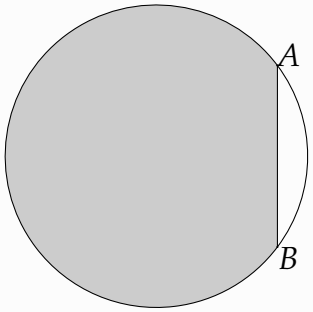
d) Nếu logo chỉ cho phép 50% lượng ánh sáng đi qua. Lượng ánh sáng đi qua toàn bộ cửa sổ sau khi làm logo sẽ giảm 30,1% (kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 6

Một người có mảnh đất hình tròn có bán kính 5 m. Người này dự định trồng cây trên mảnh đất đó để thu hoạch. Tuy nhiên, cần có khoảng trống để dựng chòi và đồ dùng nên người này căng sợi dây 6 m vào hai đầu mút dây nằm trên đường tròn xung quanh mảnh đất (hình ảnh minh họa bên). (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



a) Diện tích khu đất dựng chòi xấp xỉ 4,09 m^2.

b) Nếu mỗi m^2 trồng cây lời được 20 000 đồng thì tổng số tiền lời xấp xỉ 1 489 000 đồng.

c) Diện tích khu đất trồng trọt xấp xỉ 75,69 m^2.

d) Nếu mỗi m^2 trồng cây lời được 30 000 đồng thì tổng số tiền lời xấp xỉ 1 489 046 đồng.

Lời giải.

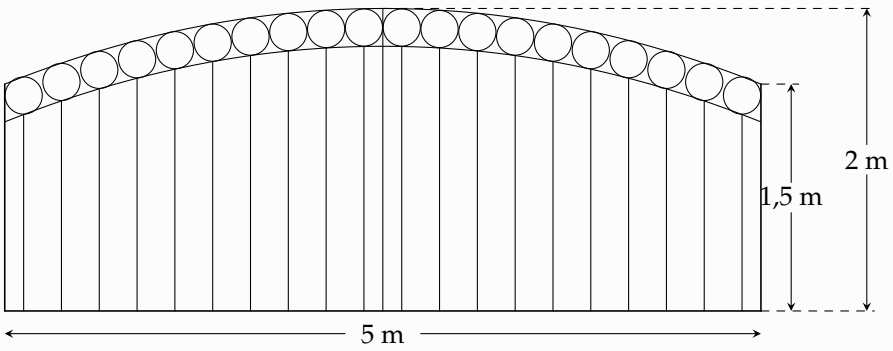
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 7

Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên dưới, biết đường cong phía trên là một đường parabol.



a) Diện tích cả cánh cổng là $\frac{55}{6}$ m^2.

b) Nếu giá mỗi m^2 sắt để làm cổng là 450.000 đồng thì ông An phải tốn 4 230 000 đồng.

c) Diện tích phần trên (parabol) của cánh cổng là $\frac{5}{6}$ m^2.

d) Nếu giá mỗi m^2 sắt để làm cổng là 360 000 đồng thì ông An phải tốn 5 230 000 đồng.

Lời giải.

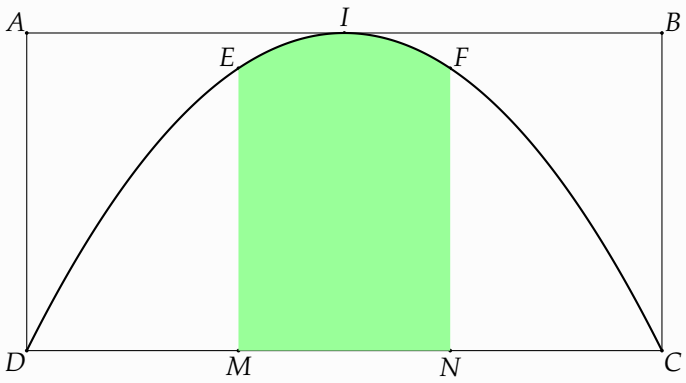
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8

Một công ty quảng cáo X muốn làm một bức tranh trang trí hình $MNFEI$ ở chính giữa của một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có chiều cao $BC = 6$ m, chiều dài $CD = 12$ m (hình vẽ bên). Cho biết $MNEF$ là hình chữ nhật có $MN = 4$ m; cung EIF có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh I là trung điểm của cạnh AB và đi qua hai điểm C, D. Kinh phí làm bức tranh là 900 000 đồng/m^2.



a) Diện tích bức tranh trang trí bởi hình $MNFEI$ bằng $\dfrac{208}{9}$ m^2.

b) Công ty X cần số tiền đểlàm bức tranh đó là 20 800 000 đồng.

c) Phần diện tích bức tranh không được sơn là $\dfrac{420}{9}$ m^2.

d) Phần diện tích bức tranh giới hạn bởi đường cong parabol DIC và CD bằng 48 m^2.

Lời giải.

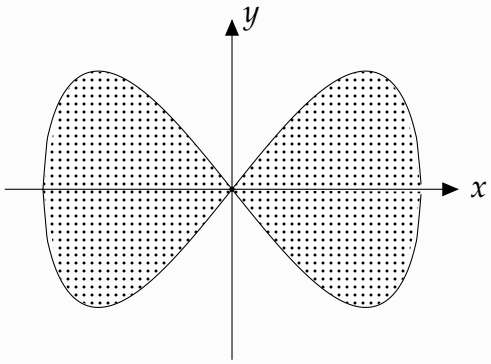
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9

Trong công viên toán học có những mảnh đất mang hình dáng khác nhau. Mỗi mảnh đất được trồng một loại hoa và nó được tạo thành bởi một trong những đường cong đẹp trong toán học. Ở đó có một mảnh đất mang tên Bernoulli, nó được tạo thành từ những đường Lemniscate có phương trình trong hệ tọa độ Oxy là $16y^2 = x^2\left(25 - x^2\right)$ như hình vẽ bên. Biết rằng mỗi đơn vị trong hệ trục tọa độ tương ứng với chiều dài 1 mét.



a) Diện tích S mảnh đất Bernoulli là $S = \dfrac{125}{3}$ m^2.

b) Diện tích một phần tư mảnh đất Bernoulli là $\frac{25}{4}$ m^2.

c) Diện tích một nửa mảnh đất Bernoulli là $\frac{125}{6}$ m^2.

d) Nếu số tiền trồng hoa trên toàn bộ diện tích mảnh đất Bernoulli là 300 000/m^2 thì số tiền trồng hoa là 3 750 000 đồng.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10

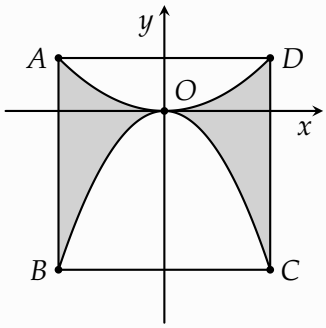
Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình vẽ bên dưới). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O. Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cen-timet) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 một triệu đồng /1 cm^2, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/1 cm^2, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng

a) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x^2$.

b) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \frac{1}{16}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn 5,5 cm^2.

d) Chí sản xuất 1 chiếc huy hiệu trên nhỏ hơn 9 triệu đồng.



Lời giải.

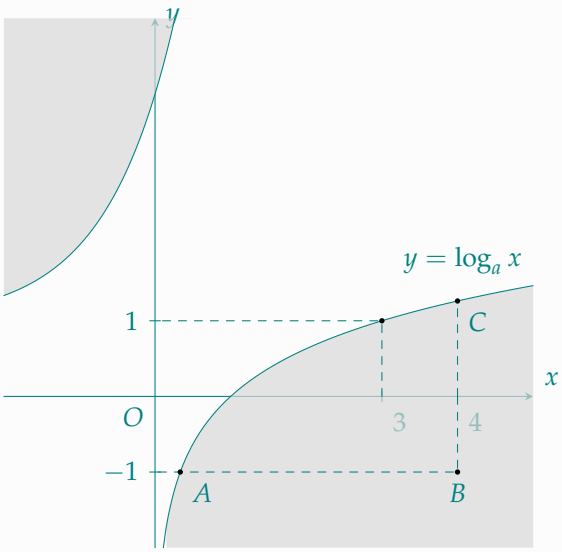
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 11

Vịnh Hạ Long là một địa danh du lịch được nhiều người biết đến trên thế giới, nơi đây vẫn còn nhiều đảo lớn nhỏ chưa được khám phá. Một công ty du lịch quyết định khai thác khu vực có một số đảo nhỏ với hình dáng đặc biệt nếu nhìn từ trên xuống, trong đó có hai hòn đảo mà phần giới hạn đất liền của nó được mô phỏng như hai đồ thị hàm số trên hình. Với hệ trục Oxy thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là 100 m, đường cong mô tả hòn đảo thứ nhất có dạng $y = \log_a x$ đi qua điểm có tọa độ $(3;1)$.



a) Điểm có tọa độ $(9;3)$ thuộc đường cong $y = \log_a x$.

b) Chủ dự án muốn xây dựng một nơi trực tiếp nhìn ra biển để du khách tham quan, ăn uống. Họ đã lựa chọn khu vực tam giác cong ABC như trong hình (đường cong AC tiếp giáp biển); diện tích của khi vực này là $536\,\text{m}^2$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Chủ dự án đã thuê một số kỹ sư giỏi Toán (đặc biệt giỏi về hàm số mũ- logarit) đi khảo sát khu vực này và họ nhận thấy có thể bồi đắp thêm cho hòn đảo thứ hai để đường cong giáp biển $y = g(x)$ của nó đối xứng với đường cong $y = \log_a x$ qua đường thẳng $y = x + 1$. Khi đó đường cong $g(x) = 1 + 3 \cdot 3^x$.

d) Chủ dự án định xây một cây cầu nối liền hai đảo, khoảng cách ngắn nhất theo đường chim bay của cây cầu bằng 285 m (kết quả làm trong đến hàng đơn vị).

Lời giải.

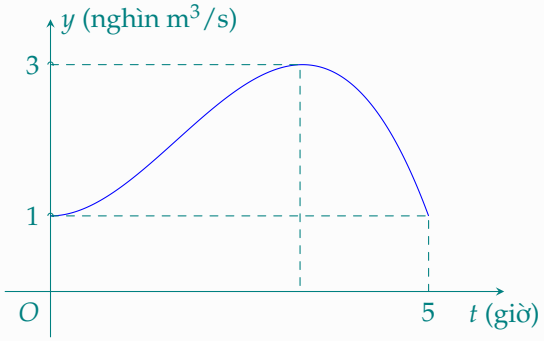
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12

Nhằm điều tiết mực nước của hồ chứa trong những ngày mưa lớn, một hồ thủy điện thông báo mở cửa xả lũ trong 5 giờ, bắt đầu từ thời điểm 0h. Lưu lượng nước xả lũ là lượng nước hồ thủy điện xả về hạ lưu trên mỗi đơn vị thời gian, được ước tính bởi hàm số $f(t) = at^3 + bt^2 + 1$ (đơn vị nghìn m^3/s), trong đó t được tính bằng đơn vị giờ, là thời gian từ 0h đến 5h. Tại thời điểm 0h, lưu lượng nước xả về hạ lưu là 1 nghìn m^3/s và bắt đầu tăng cho đến khi đạt cực đại bằng 3 nghìn m^3/s thì lưu lượng nước giảm dần, đến thời điểm 5h thì trở về lại 1 nghìn m^3/s. Hàm số $y = f(t)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



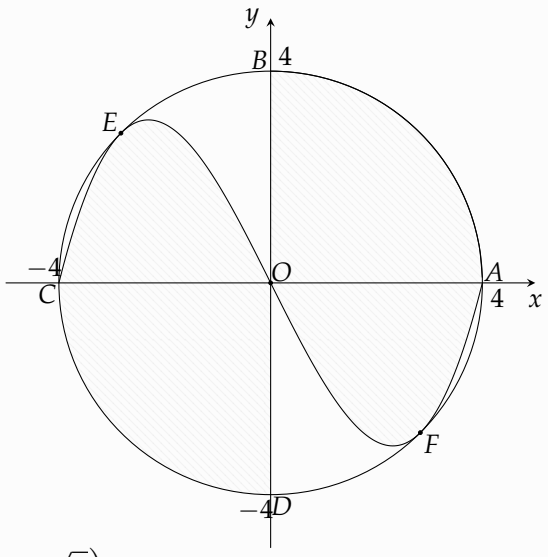
a) $f(5)=1$.
b) Giá trị của a là $-0{,}2$.
c) Lưu lượng nước xả lũ đạt cực đại tại thời điểm 3h20.
d) Tổng lượng nước được hồ chứa xả về hạ lưu từ 0h đến 5h là 20,25 triệu m^3.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 13

Chào mừng tháng Thanh niên. Đoàn trường THPT X tổ chức cải tạo một khoảng đất trong khuôn viên nhà trường có hình dạng là một đường tròn có đường kính 8 m. Để tăng tính thẩm mỹ, khi thực hiện cải tạo đã chia mảnh đất đó thành hai phần bằng một đường cong là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$, phần gạch chéo dùng để trồng hoa và phần còn lại dùng để trồng cỏ, được mô hình hóa trong hệ trục Oxy như hình vẽ dưới đây. Biết đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ có tâm đối xứng trùng với gốc tọa độ, đi qua các điểm E, F lần lượt là các điểm chính giữa của các cung BC, DA và đi qua các giao điểm của đường tròn với trục Ox.



a) Tọa độ các điểm E, F là $E\left(-2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)$, $F\left(2\sqrt{2};-2\sqrt{2}\right)$.
b) Biết $f(x)=ax^3+bx$. Khi đó $a+b=-15$.
c) Diện tích phần trồng hoa là $S=16+8\pi$ m^2.
d) Biết chi phí trồng hoa là 180 nghìn đồng trên 1 mét vuông, trồng cỏ là 100 nghìn đồng trên 1 mét vuông. Chi phí để hoàn thành công trình trên là 8 117 nghìn đồng (làm tròn đến hàng nghìn).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 14

Một ô tô đang chạy thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v=-5t+20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 m/s.
b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s.
c) $\displaystyle\int(-5t+20)\,\mathrm{d}t=\frac{-5t^2}{2}+20t+C$.
d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 15

Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 72\,(\text{km/h})$ thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t\,(\text{m/s}^2)$.

a) Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t\,(\text{m/s})$.

b) Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc, ta có $v_0 = 20\,(\text{m/s})$. Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 72$.

c) Quãng đường vật đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là $9\,(\text{m})$.

d) Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi vận tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\dfrac{104}{3}\,(\text{m})$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 16

Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 320 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b\ (\text{m/s})$ với $(a; b \in \mathbb{R}, a < 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 10 giây và duy trì sự giảm tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 220 m.

b) Giá trị của b là 20.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 20)$ kể từ khi giảm tốc được tính theo công thức $S(t) = \displaystyle\int_0^{20} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 20 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 50 km/h.

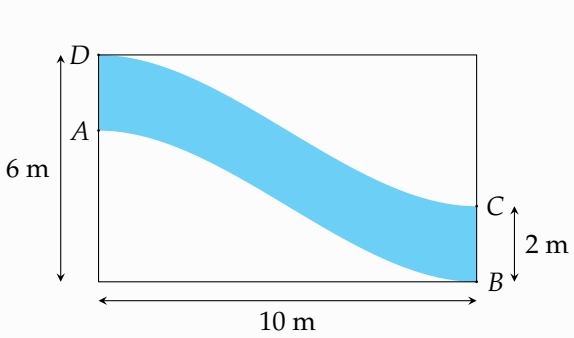
Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

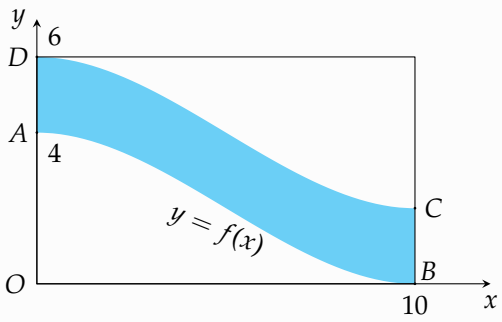
Câu 17

Cô Hạnh đổ bê tông một đường đi trong vườn (phần được tô màu ở hình a) với kích thước được cho trong hình bên. Biết rằng đường cong AB được cho bởi đồ thị của một hàm số liên

tục và đường cong DC nhận được từ đường cong AB bằng cách tịnh tiến theo phương thẳng đứng lên phía trên 2 m. Ngoài ra cô Hạnh quyết định đổ bê tông dày 15 cm với giá tiền 1 m^3 bê tông là 1 080 000 đồng.



a)



b)

a) Xét trong hệ trục tọa độ Oxy như hình b), gọi đường cong AB là đồ thị của hàm số liên tục $y = f(x)$, $0 \leq x \leq 10$ thì diện tích hình phẳng được tô màu $ABCD$ được tính theo công thức $S = \int_0^{10} \left[f(x) + 2 - f(x)\right] \mathrm{d}x$.

b) Diện tích hình phẳng được tô màu $ABCD$ bằng 18,6 m^2.

c) Thể tích khối bê tông dùng để đổ con đường đó là 3 m^3.

d) Số tiền cô Hạnh cần dùng để đổ bê tông con đường đó là 2 700 000 đồng.

Lời giải.

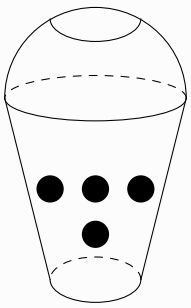
. . . . . .

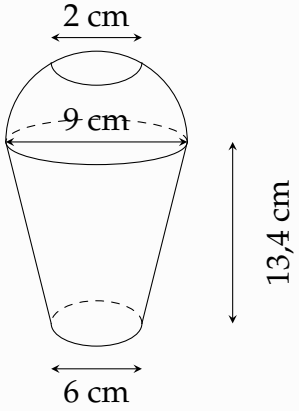
. . . . . .

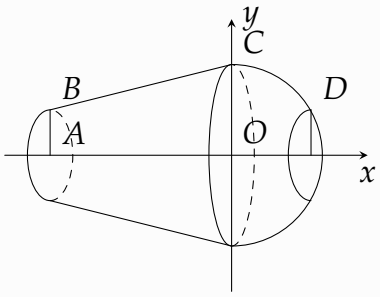
. . . . . .

Câu 18

Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly là 6 cm, đường kính miệng ly là 9 cm, chiều cao 13,4 cm. Ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu, và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính 2 cm để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly (tham khảo hình vẽ).







Chọn hệ trục Oxy (đơn vị trên trục là centimet) với trục Ox đi qua tâm của 2 đáy hình nón cụt và gốc tọa độ O trùng với tâm của đáy lớn như hình vẽ.

a) Phương trình đường thẳng BC là $y = \dfrac{15}{134}x + 4{,}5$.

b) Tọa độ điểm D là $\left(\frac{\sqrt{77}}{2};1\right)$.

c) Thể tích bên trong của ly không bao gồm nắp là 600 ml (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp là 790,6 ml (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải.

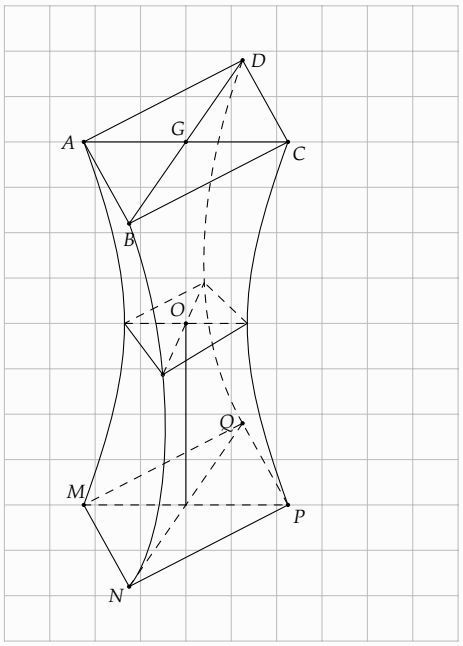
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 19

Một tòa nhà có kết cấu như hình bên dưới. Biết rằng chiều cao tòa nhà là 48 m. Cắt ngôi nhà bởi một mặt phẳng song song với mặt đất thì được thiết diện là các hình vuông. Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó và đi qua đường chéo hình vuông hai đáy ta được thiết diện là một hình đối xứng $ACPM$ với AM, CP là hai cung tròn. Gọi O là tâm thiết diện hình vuông chính giữa tòa nhà như hình vẽ, OP là tiếp tuyến của cung tròn CP. Biết $OP = 30$ m. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?



a) Diện tích đáy tòa nhà $S_{ABCD} = 1000\ \text{m}^2$.

b) Diện tích thiết diện hình vuông chính giữa (nhận O là tâm) bằng $200\ \text{m}^2$.

c) Diện tích thiết diện $ACPM$ bằng $1200\ \text{m}^2$.

d) Thể tích tòa nhà là $31295\ \text{m}^3$.

Lời giải.

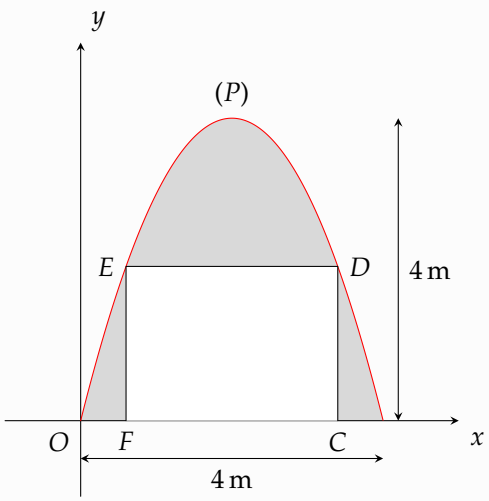
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 20

Một chiếc cổng có dạng là một parabol (P) có kích thước như hình vẽ, biết chiều cao cổng bằng chiều rộng của cổng và bằng 4 m (Tham khảo hình vẽ). Người ta thiết kế cửa đi là một hình chữ nhật $CDEF$, phần còn lại dùng để trang trí. Biết chi phí phần tô đậm là 1 000 000 đồng/m^2.



a) Phương trình của parabol (P) là $y = -x^2 + 4x$.

b) Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $CDEF$ (*làm tròn đến hàng phần trăm*) là 6,45 m^2.

c) Hình chữ nhật $CDEF$ có diện tích lớn nhất khi cạnh $CF = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ m.

d) Chi phí phần tô đậm nhỏ nhất (*làm tròn đến hàng đơn vị*) là 4 508 264 đồng.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 21

Trong một cuộc thi chạy đua giữa rùa và thỏ xem ai chạy được quãng đường xa hơn, rùa chạy với tốc độ $v_R(t) = 3\sqrt{t}$, thỏ chạy với tốc độ $v_T(t) = 5 - 5\cos(2\pi t)$ (với t là thời gian (đơn vị: giờ), vận tốc đơn vị km/h). (Các làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, đơn vị km).

a) Trong khoảng thời gian từ 0, 5 giờ đến 1 giờ (kể từ khi xuất phát) thì vận tốc của thỏ giảm dần.

b) Quãng đường rùa chạy được sau 0, 5 giờ là 0, 70 (km).

c) Nếu cuộc đua kết thúc sau 1 giờ thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 3, 15 km.

d) Nếu cuộc đua kết thúc khi thỏ hoặc rùa chạy được 10 km đầu tiên thì thỏ giành chiến thắng và thắng cách biệt 4, 34 km.

Lời giải.

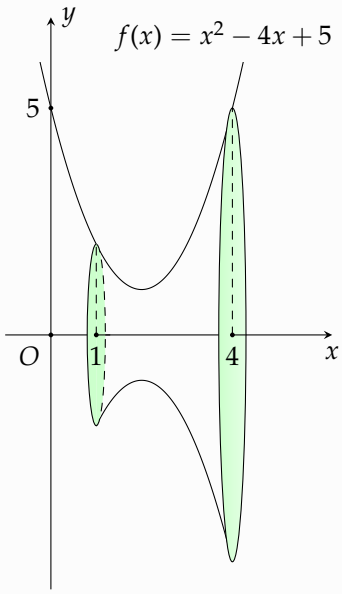
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 22

Trong quá trình khai quật ngôi mộ cổ, một nhà khảo cổ đã phát hiện những mảnh của 1 bình gốm. Tiến hành phục dựng bằng phần mềm thì bình gốm trên là một khối tròn xoay như hình sau (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là đêximét).



a) Bình gốm là một khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x + 5$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ quanh trục Ox.

b) Công thức tính thể tích của bình gốm là $V = \pi \displaystyle\int_0^4 (x^2 - 4x + 5)^2 \, \mathrm{d}x$.

c) Thể tích của bình gốm là $V = \dfrac{78\pi}{5}$ dm^3.

d) Biết đáy của bình gốm ở hình phục dựng là hình tròn nhỏ tâm $(1, 0)$. Khi trong bình chứa một lượng nước có chiều cao 2 dm thì lượng nước ấy chiếm 50% thể tích của bình gốm.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 23

Một phương tiện giao thông đang chuyển động thẳng đều với vận tốc a (m/s) thì người điều khiển phương tiện đạp phanh. Từ thời điểm đó, phương tiện chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -4t + 12$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 (m/s).

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi dừng hẳn là 4 s.

c) $\displaystyle\int (-4t + 12) \, \mathrm{d}t = -4t^2 + 12t + C$.

d) Quãng đường từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi dừng hẳn là 18 m.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 24

Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì nhìn thấy chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m, người lái xe hãm phanh khẩn cấp. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = at + b$ (m/s), trong đó t (giây) tính từ khi bắt đầu hãm phanh. Biết ô tô dừng lại hoàn toàn sau 5 giây.

a) Giá trị của a là -3.

b) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại hoàn toàn là 40 m.

c) Từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô không gặp tai nạn do va chạm với chướng ngại vật vì quãng đường ô tô đi được nhỏ hơn khoảng cách ban đầu.

d) Nếu người lái xe nhìn thấy chướng ngại vật trên đường, sau đó 1 giây mới phản ứng đạp phanh khẩn cấp thì xe ô tô cũng không gặp tai nạn do va chạm với chướng ngại vật.

Lời giải.

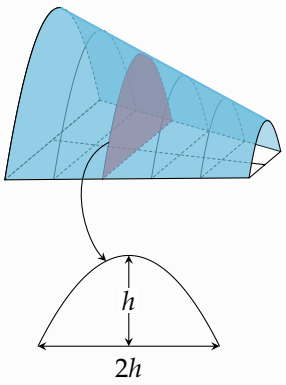
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 25

Người ta thiết kế một đường hầm sâu 5 m (khoảng cách giữa lối vào và lối ra là 5 m) có hình dạng sao cho vào càng sâu thì hầm càng cao. Khi cắt mặt hầm bởi mặt phẳng vuông góc với mặt đất tại điểm cách mặt phẳng chứa lối vào một khoảng l (m) ta được thiết diện là đường parabol có chiều cao $h = 1 + \dfrac{2l}{5}$ (m) và chiều cao này bằng một nửa độ rộng đáy của parabol. Với mỗi parabol này, chọn hệ tọa độ Oxy sao cho trục Ox chứa giao tuyến của mặt cắt và mặt đất, trục Oy là trục đối xứng của parabol với chiều dương hướng lên từ mặt đất.



a) Chiều cao lối vào và lối ra của hầm lần lượt là 1 (m) và 5 (m).

b) Phương trình của parabol là $y = -\dfrac{x^2}{h}$.

c) Diện tích của phần hình phẳng giới hạn bởi parabol và mặt đất là $S(h) = \dfrac{4h^2}{3}\ (\text{m}^2)$.

d) Thể tích của hầm là $\dfrac{500}{9}\ (\text{m}^3)$.

Lời giải.

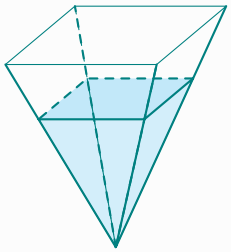
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 26

Một cái bể nước có dạng khối chóp cụt tứ giác đều ngược với cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}$ dm và chiều cao bằng 6 dm (tham khảo hình vẽ bên – các kích thước được nêu ra là phần bên trong hình). Nước được bơm vào bể với tốc độ không đổi là 2 lít/phút và ban đầu bể không chứa nước (các kết quả bên dưới được làm tròn đến hai chữ số thập phân sau dấu phẩy).



a) Bể nước được bơm đầy sau 18 phút.

b) Tốc độ dâng lên của nước là 0,23 dm/phút khi thể tích nước bằng $\dfrac{1}{3}$ thể tích bể.

c) Khi mực nước cách miệng bể 0,5 dm, người ta ngừng bơm và bắt đầu xả ra với lưu lượng tốc độ giảm chiều cao của mực nước trong bể theo thời gian t (phút) được mô hình hóa bởi hàm số $h'(t) = \dfrac{1}{350} - \dfrac{193}{700}t$ (dm/phút). Sau 5 phút, thể tích nước trong bể là 11,97 dm^3.

d) Cùng điều kiện ở c) thì sau 23,59 phút nước trong bể vừa được xả hết.

Lời giải.

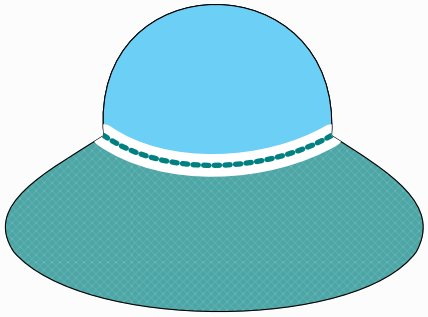
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 27

Giả sử chiếc nón rộng vành sau có thể mô hình hoá bằng cách cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \begin{cases} x^3+1 & \text{khi } 0 < x \le 1 \\ \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1 \le x \le 0 \end{cases}$, trục Ox và các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$ quay quanh trục Ox (đơn vị trên trục là dm)(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



a) Diện tích hình phẳng (H) là $S = 3{,}57$ dm^2.

b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $\dfrac{\pi+5}{2}$ dm^2.

c) Công thức thể tích của khối tròn xoay là $V = \pi \displaystyle\int_0^{-1} \left(x^2-1\right) \mathrm{d}x + \pi \int_0^{1} \left(x^6+2x^3+1\right) \mathrm{d}x$.

d) Nếu thể tích của khối tròn xoay có dạng $\dfrac{a\pi}{b}$ với dạng $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản thì $a+b = 139$.

Lời giải.

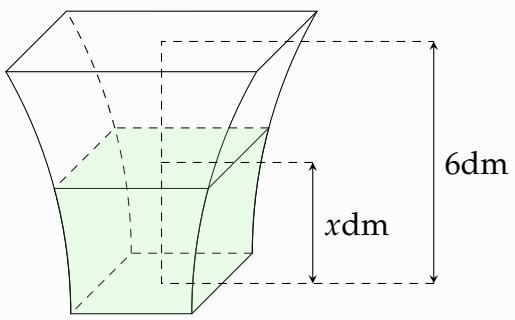
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 28

Một bình chứa nước có dạng như hình dạng như hình vẽ. Biết rằng khi nước trong bình có chiều cao x (dm) $(0 \le x \le 6)$ thì mặt nước là hình vuông có cạnh $\sqrt{2+\frac{x^2}{6}}$ (dm). Dung tích của bình bằng bao nhiêu lít?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

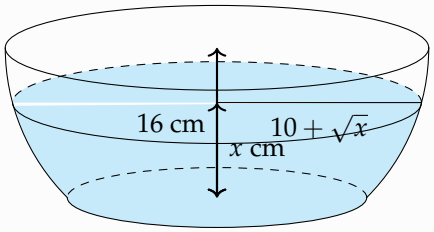
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 29

Một chậu nước có hình dạng như hình bên bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy x (cm) $(0 \leq x \leq 16)$ thì mặt cắt hình tròn có bán kính $\left(10+\sqrt{x}\right)$ (cm). Tìm x (đơn vị cm, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) để dung tích nước trong chậu bằng nửa thể tích của chậu?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 30

Người ta tạo ra mô hình một quả trứng ngỗng bằng cách quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{30}\sqrt{7569-400x^2}$ và trục hoành với $-4{,}35 \leq x \leq 4{,}35$ quanh trục hoành. Tính thể tích quả trứng, biết thể tích mô hình này xem như bằng thể tích quả trứng ngỗng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 31

Một cái chậu cao 16 cm. Khi đổ nước vào chậu, nếu độ cao của nước là x (cm) $(0 \leq x \leq 16)$ thì mặt thoáng của nước là hình tròn bán kính $r=9+\sqrt{x}$ (cm). Tính dung tích của chậu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của lít).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

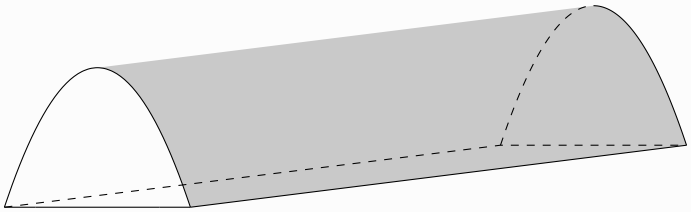
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 32

Nhân dịp đi dã ngoại, lớp 12A dự kiến dựng một cái trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?



KQ: .....

Lời giải.

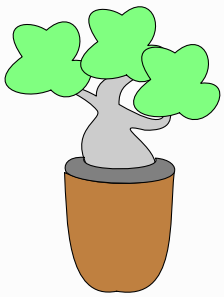
.....

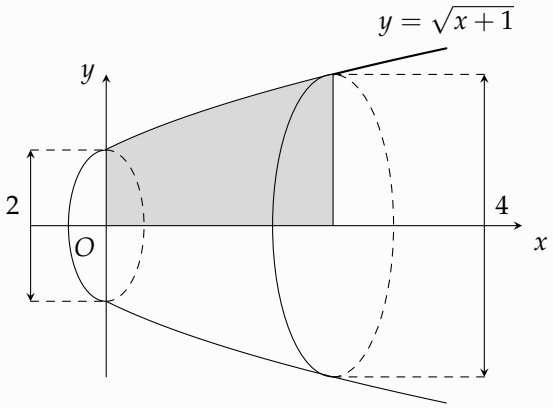
.....

.....

Câu 33

Một bác thợ gốm làm một cái chậu trồng cây, phần trong chậu cây có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được tô đậm như hình sau quanh trục Ox, biết đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y = \sqrt{x+1}$, đáy chậu và miệng chậu có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Dung tích của chậu là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần chục)?





KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 34

Giá trị trung bình của hàm số liên tục $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ được định nghĩa là $\dfrac{1}{b-a}\displaystyle\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

Giả sử nhiệt độ (tính bằng $^\circ C$) tại thời điểm t giờ trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa ở một địa phương vào một ngày nào đó được mô hình hóa bởi hàm số $T(t) = 20 + 1{,}5(t-6)$, $6 \le t \le 12$. Nhiệt độ trung bình vào ngày đó trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 12 giờ trưa là bao nhiêu $^\circ C$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 35

Nước chảy ra từ một chiếc bể với tốc độ $v(t) = (500 - 5t)$ lít/phút (với t là thời gian tính bằng phút). Tính tổng lượng nước chảy ra trong 20 phút đầu tiên.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 36

Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 24 cm, trục nhỏ 14 cm. Biết cứ 1 000 cm^3 dưa hấu sẽ làm được 5 cốc sinh tố giá 20 nghìn đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu nghìn đồng từ việc bán nước sinh tố? Biết rằng bề dày vỏ dưa không đáng kể.

KQ: .....

Lời giải.

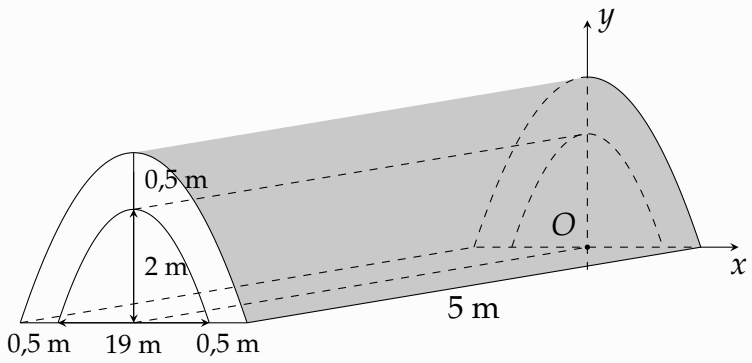
.....

.....

.....

Câu 37

Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol, chọn hệ trục Oxy như hình vẽ).



Lượng bê tông để đổ cây cầu là a m^3. Tính a.

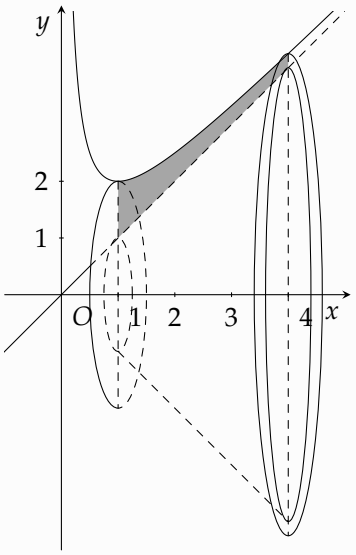
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 38

Một chiếc bát thuỷ tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimét) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox. Khi đó, hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \dfrac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$. Thể tích của bề dày chiếc bát thuỷ tinh đó bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 39

Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc xây dựng như đấu trường La Mã, tòa nhà Ellipse Tower Hà Nội, sử dụng trong thiết kế logo quảng cáo, thiết bị nội thất. Xét một Lavabo (bồn rửa) làm bằng sứ đặc hình dạng là một nửa khối elip tròn xoay có thông số kĩ thuật mặt trên của Lavabo là: dài $\times$ rộng: 660×380 mm (tham khảo hình vẽ bên dưới), Lavabo có độ dày đều là 20 mm. Thể tích chứa nước của Lavabo bằng bao nhiêu dm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 40

Người ta tạo ra mô hình một quả trứng ngỗng bằng cách quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{30}\sqrt{7569 - 400x^2}$ và trục hoành với $-4{,}35 \leq x \leq 4{,}35$ quanh trục hoành. Tính thể tích quả trứng (đơn vị: cm^3), biết thể tích mô hình này xem như bằng thể tích quả trứng ngỗng và x, y tính theo centimét (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 41

Một ô tô đang chạy với vận tốc là 12 (m/s) thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -6t + 12$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến lúc ô tô dừng hẳn, ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

KQ: .....

Lời giải.

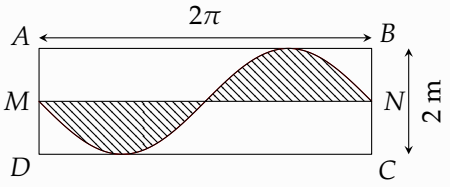
.....

.....

.....

Câu 42

Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh AB, CD đường trung bình MN của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (như hình vẽ). Biết $AB = 2\pi$ m, $AD = 2$ m. Tính diện tích phần còn lại? (Làm tròn đến hàng phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

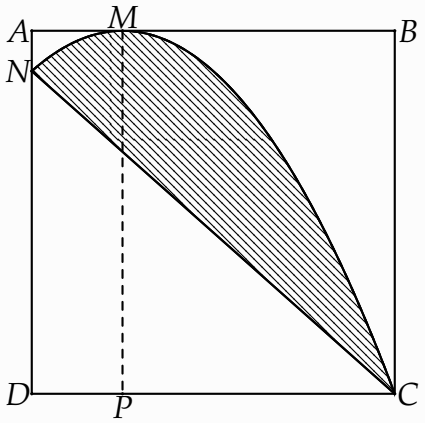
.....

.....

.....

Câu 43

Ông Duy có một mảnh vườn hình vuông cạnh bằng 8 m. Ông dự định xây một cái bể bơi đặc biệt (phần kẻ sọc trong hình vẽ bên). Biết $AM = \dfrac{AB}{4}$, phần đường cong đi qua các điểm C, M, N là một phần của đường Parabol có trục đối xứng là $MP (MP \parallel AD)$ và chi phí để làm bể bơi là 5 triệu đồng /1 m^2. Số tiền ông Duy phải trả để xây cái bể bơi đó là bao nhiêu triệu đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 44

Cho phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = \sqrt{7}$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(1 \le x \le \sqrt{7})$ thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $2x$ và $\sqrt{x^2+1}$. Thể tích của phần vật thể đã cho bằng $\dfrac{a\sqrt{b}}{c}$ (c là số nguyên tố, $b < 6$, $a, b, c \in \mathbb{N}$). Tính abc?

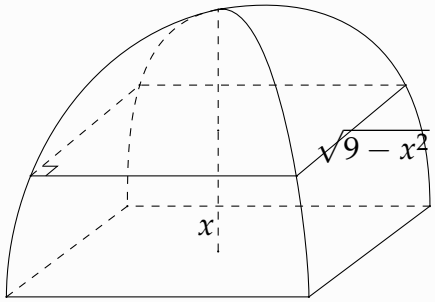
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 45

Một chiếc lều mái vòm có hình dạng như hình bên. Nếu cắt lều bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x (mét) $(0 \leq x \leq 3)$ thì được hình chữ nhật có các kích thước lần lượt là x và $\sqrt{9-x^2}$. Tính thể tích cái lều (đơn vị m^3).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 46

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol $(P): y = -x^2 + 9$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi (P), trục Ox và hai đường thẳng $x = -2$, $x = 2$. Tính thể tích khối tròn xoay (làm tròn đến hàng đơn vị) khi quay D quanh trục Ox.

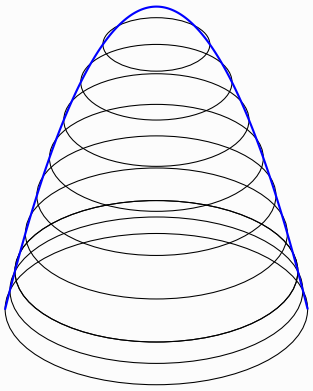
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 47

Một chiếc đèn cói có hình như bên. Nếu cắt đèn bằng mặt phẳng song song với mặt đáy và cách mặt đáy một khoảng x (dm) $(0 \leq x \leq 4)$ thì được thiết diện là hình tròn có bán kính $\sqrt{4-x}$ (dm). Thể tích của chiếc đèn cói là bao nhiêu lít? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần chục).



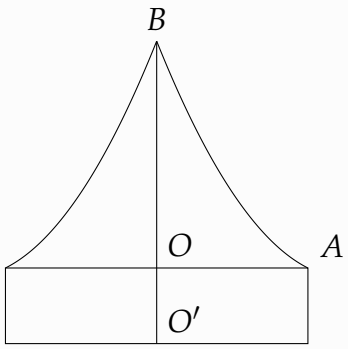
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 48

Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn Lan đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 6\,\text{cm}$, $OA = 10\,\text{cm}$, $OB = 20\,\text{cm}$. Đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm B. Thể tích của chiếc mũ là bao nhiêu cm^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).



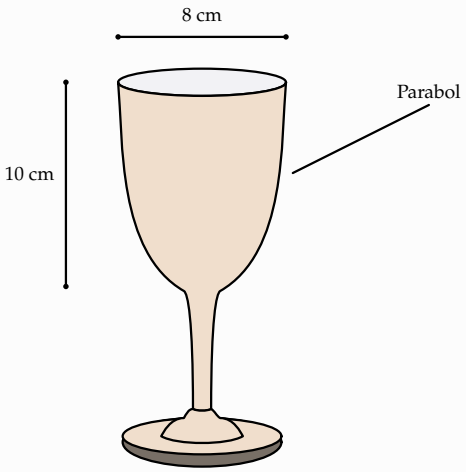
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 49

Một cốc rượu có hình dạng tròn xoay (không kể phần chân đế) có kích thước như hình vẽ bên. Thiết diện dọc của cốc (bổ dọc cốc thành 2 phần bằng nhau) là một đường Parabol. Tính thể tích rượu tối đa mà cốc có thể chứa được (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị đo thể tích là cm^3).



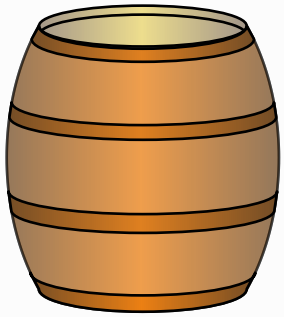
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 50

Một thùng chứa rượu bằng gỗ là một hình tròn xoay như hình bên có hai mặt đáy là hai hình tròn bằng nhau, khoảng cách giữa hai đáy là 8 dm. Đường cong mặt bên của thùng là một phần của đường elip có độ dài trục lớn bằng 10 dm, trục bé bằng 6 dm. Hỏi thùng gỗ này đựng được bao nhiêu lít rượu? Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị.



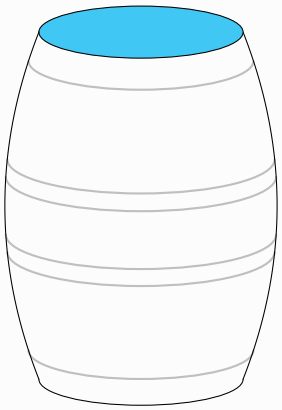
KQ: .....

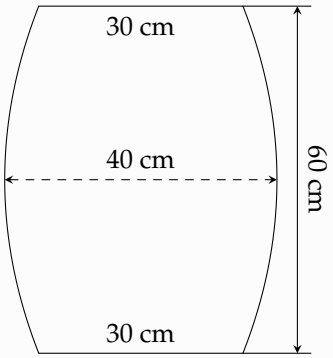
Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 51

Một thùng đựng bia hơi (có dạng như hình vẽ) có đường kính đáy là 30 cm, đường kính lớn nhất của thân thùng là 40 cm, chiều cao thùng là 60 cm, cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Tính thể tích của thùng bia hơi là bao nhiêu lít? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).





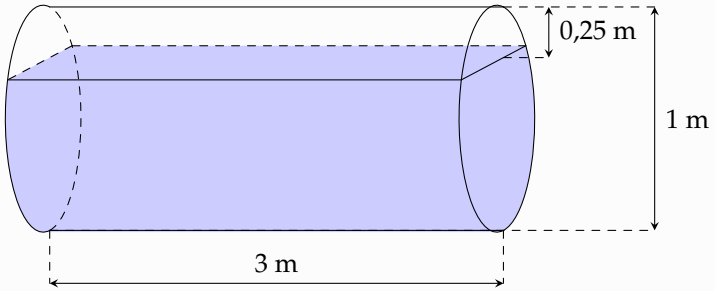
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 52

Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m (xem hình vẽ).



Tính thể tích của nước trong téc (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

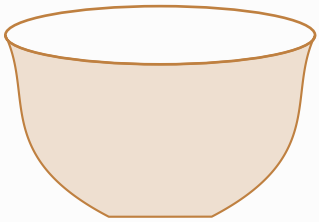
KQ: .....

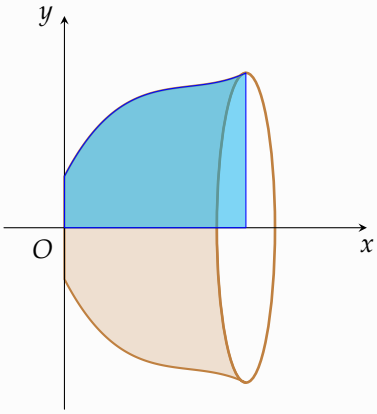
Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 53

Một chậu cây được tạo thành khi quay phần đồ thị $y = \sqrt{x} + \dfrac{3}{2}$, với $0 \le x \le 4$, quanh trục hoành. Biết đơn vị trên các trục là dm. Tính thể tích của chậu cây (làm tròn đến hàng đơn vị).





KQ: .....

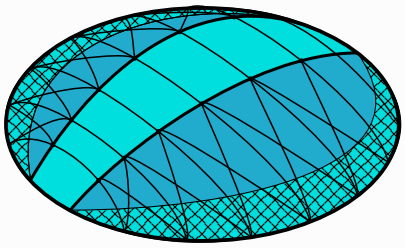
Lời giải.

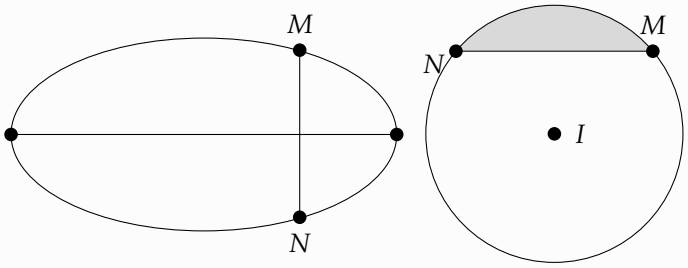
.....
.....
.....

Câu 54

Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài 150 m, trục bé dài 90 m (Hình 3). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (Hình 3) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong Hình 4) với MN là một dây cung và góc

$\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Hỏi thể tích xấp xỉ bao nhiêu nghìn m^3 (làm tròn đến hàng ngàn)?





KQ: .....

Lời giải.

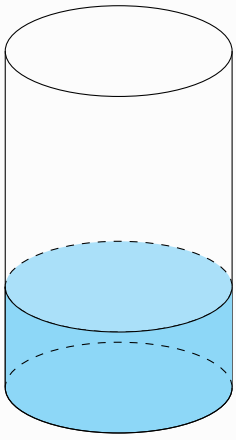
.....

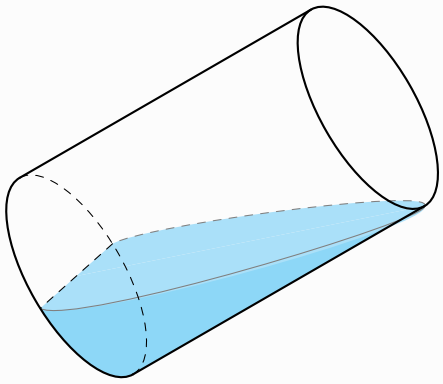
.....

.....

Câu 55

Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc theo đơn vị cm^3, biết nếu nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.





KQ: .....

Lời giải.

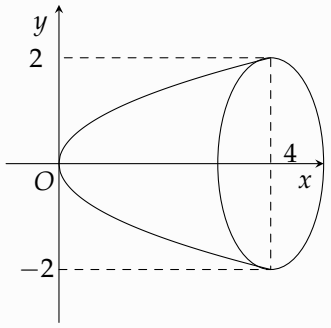
.....

.....

.....

Câu 56

Một chiếc chuông được đặt nằm ngang và gắn vào hệ tọa độ như hình vẽ. Vành của chuông là một đường cong parabol có dạng $y^2 = 2px$. Thể tích cái chuông là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



KQ: .....

Lời giải.

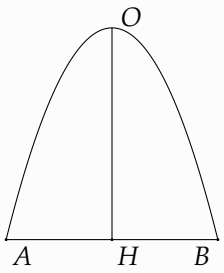
.....

.....

.....

Câu 57

Mặt cắt thẳng đứng của một cái cổng có dạng một đường parabol với chiều cao $OH = 4$ m (hình bên). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và đoạn thẳng AB bằng bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



KQ: .....

Lời giải.

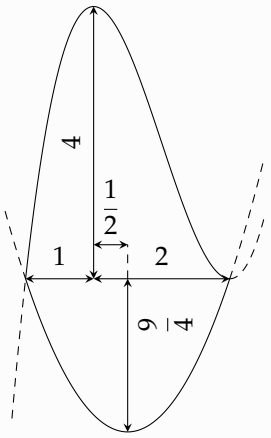
.....

.....

.....

Câu 58

Anh Dũng đi rừng đào được tổ mối với mặt cắt có dạng như hình vẽ. Anh Dũng chú thích trên mặt cắt các kích thước. Đơn vị đo khoảng cách là dm. Tính diện tích mặt cắt của tổ mối. (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



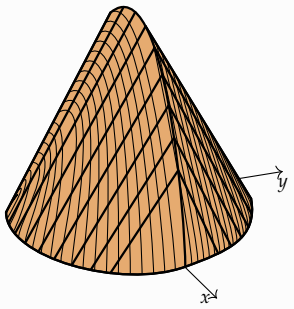
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 59

Một vật thể có kích thước và hình dáng như hình vẽ, đáy là hình elip có độ dài trục lớn bằng 6 và độ dài trục bé bằng 4. Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với Ox ta được thiết diện là một tam giác đều. Gọi thể tích của vật thể là V. Tính V^2.



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 60

Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với chất điểm A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng bao nhiêu?

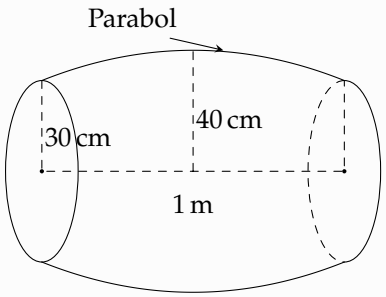
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 61

Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30 cm, thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có bán kính 40 cm, chiều dài của trống là 1 m. Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường parabol. Thể tích của cái trống là bao nhiêu dm^3? (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*)



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 62

Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Δ một vòng, biết rằng

a) Hình phẳng D giới hạn bởi một parabol (P) và đường thẳng a.

b) Đường thẳng a vuông góc với đường thẳng Δ là trục đối xứng của parabol (P).

c) Đường thẳng a cắt parabol (P) tại hai điểm có khoảng cách 6 dm, khoảng cách từ đỉnh của (P) đến Δ bằng 3 dm.

Thể tích của vật thể bằng bao nhiêu dm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

KQ: .....

Lời giải.

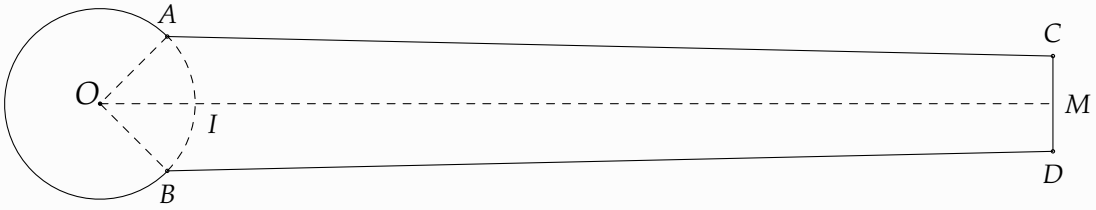
.....

.....

.....

Câu 63

Họa sĩ thiết kế một micro có dạng khối tròn xoay, mặt cắt đứng chứa trục của khối tròn xoay có dạng như hình sau, trong đó $OA = OB = OI = 2$ cm, $MC = MD = 1$ cm, đường thẳng OM là đường trung trực của đoạn thẳng CD, $OM = 20$ cm, $\widehat{AOB} = 90^\circ$. Thể tích của micro này là bao nhiêu cm^3? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

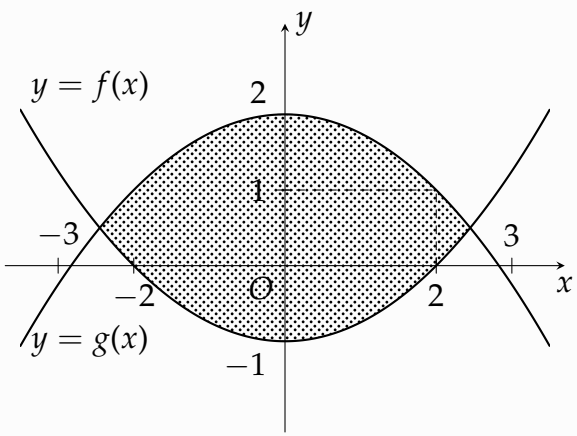
.....

.....

.....

Câu 64

Bạn Hải nhận thiết kế logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là decimét). Bạn Hải cần tính diện tích của logo để báo giá cho cơ sở y tế đó trước khi kí hợp đồng. Diện tích của logo là bao nhiêu decimét vuông *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*.



KQ: .....

Lời giải.

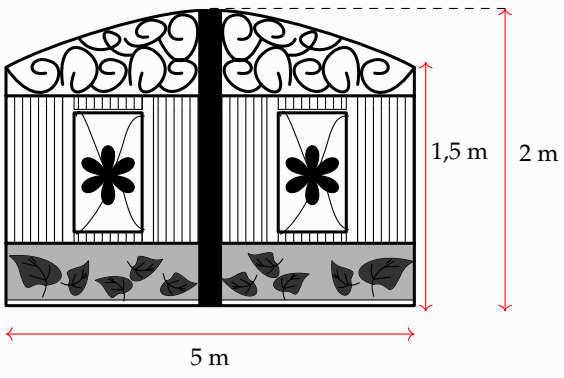
.....

.....

.....

Câu 65

Ông Bình muốn làm một cổng sắt có hình dạng và kích thước giống như hình vẽ sau, biết đường cong phía trên là một parabol. Nếu giá một mét vuông cổng sắt là 1 200 000 đồng thì ông Bình phải trả bao nhiêu tiền để làm cổng sắt như vậy (số tiền phải trả tính theo đơn vị là triệu đồng)?



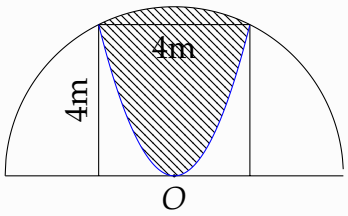
KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 66

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng 4 (m). Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150 000 đồng/m^2 và 100 000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền (đơn vị: triệu đồng) để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng phần trăm)



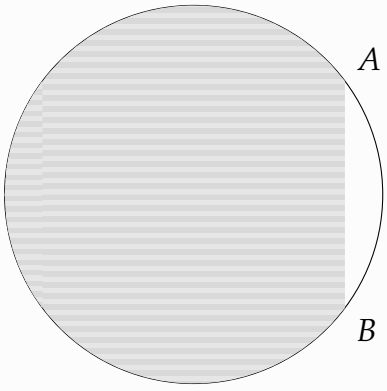
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 67

Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng 5 m. Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết mỗi mét vuông sơn hết 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6$ m. Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (*đơn vị* nghìn đồng, *làm tròn đến hàng đơn vị*)?



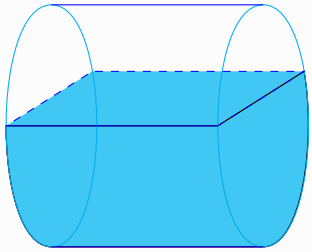
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 68

Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1 m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5 m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3, làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trục).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 69

Khi sử dụng phần mềm mô phỏng để thiết kế một chậu cây, người ta quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} + 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 4$ quanh trục hoành. Biết đơn vị trên các trục tọa độ là đề-xi-mét. Thể tích của chậu cây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) bằng bao nhiêu đề-xi-mét khối?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 70

Một chi tiết máy được thiết kế bằng cách quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 5$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ quanh trục hoành. Biết đơn vị trên các trục tọa độ là cen-ti-mét. Thể tích của chi tiết máy đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) bằng bao nhiêu cen-ti-mét khối?

KQ: .....

Lời giải.

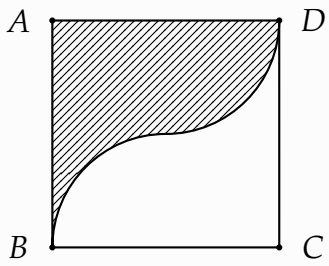
.....

.....

.....

Câu 71

Một vật trang trí có dạng là khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình bên) quanh trục AB. Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm các cạnh BC, AD. Thể tích của vật trang trí đó (làm tròn đến kết quả đến hàng phần mười) bằng bao nhiêu cen-ti-mét khối? (*Trích đề Minh họa tốt nghiệp THPT năm 2024*).



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 72

Lượng mưa theo giờ, tính bằng inch/giờ, ở hai địa điểm khác nhau sau t giờ khi bão đổ bộ, được cho bởi các hàm số $f(t) = 0{,}73t^3 - 2t^2 + t + 0{,}6$ và $g(t) = 0{,}17t^2 - 0{,}5t + 1{,}1$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số của hai hàm số đã cho và hai đường thẳng $t = 0$, $t = 2$, từ đó tính sự chênh lệch lượng mưa ở hai địa điểm khác nhau sau 2 giờ. (Làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 73

Một cái chậu cao 16 cm. Khi đổ nước vào chậu, nếu độ cao của nước là x (cm) $(0 \leq x \leq 16)$ thì mặt thoáng của nước là hình tròn bán kính $r = 9 + \sqrt{x}$ (cm). Tính dung tích của chậu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của lít).

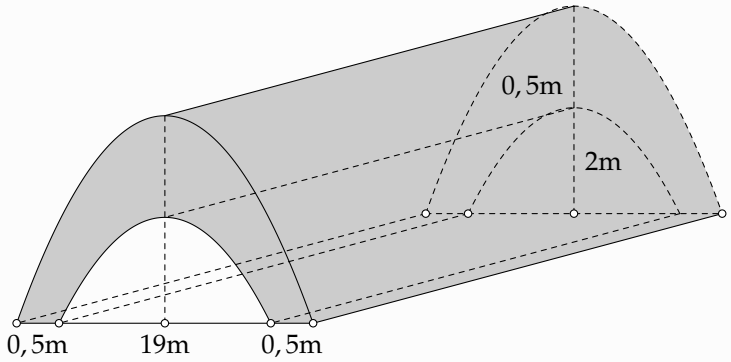
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 74

Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).



KQ: .....

Lời giải.

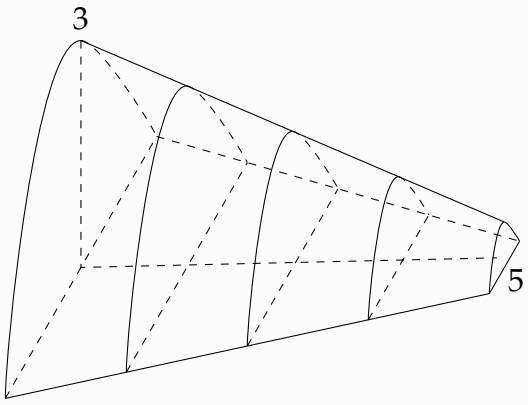
.....

.....

.....

Câu 75

Cho một mô hình $3-D$ mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 (cm); khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được mặt cắt là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi mặt cắt hình parabol cho bởi công thức $y=3-\dfrac{2}{5}x$ (cm), với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

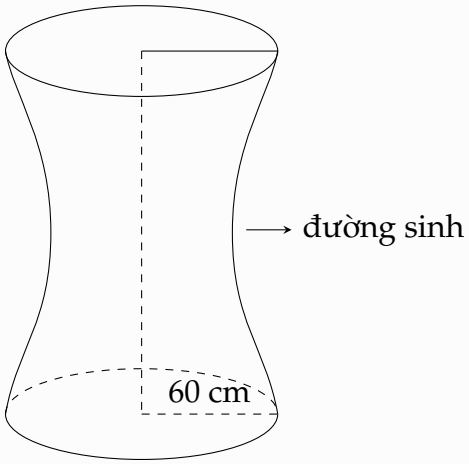
.....

.....

.....

Câu 76

Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của chiếc trống (đơn vị tính theo đề-xi-mét và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

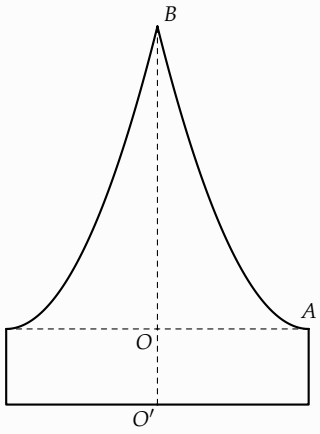
.....

.....

.....

Câu 77

Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO' = 5$ cm, $OA = 10$ cm, $OB = 20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của chiếc mũ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



KQ: .....

Lời giải.

.....

. . . . . .

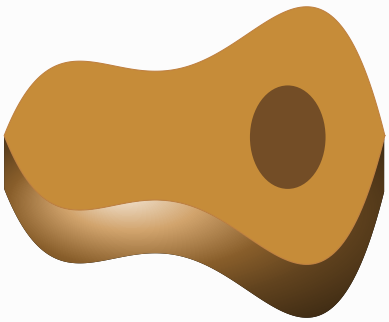
. . . . . .

Câu 78

Một cây đàn ghita có chiều cao 5 cm, khi cắt theo mặt cắt ngang của cây đàn ta thu được một mặt phẳng như hình vẽ. Đối với mỗi vị trí, người ta đo được chiều rộng h của cái đàn và ghi lại qua bảng sau:

x (cm)	0	2	4	6	8
h (cm)	0	16,4	14,2	20	28,4

Bạn An nhận thấy số liệu được đề cập trong bảng trên gần giống với một hàm bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ trên hệ trục Oxy. Biết $f(x)$ có ba điểm cực trị là 2; 4; 8 và đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua gốc tọa độ và điểm $A(6; 20)$. Tính thể tích cây đàn ghita. (Kết quả tính theo đơn vị cm^3, làm tròn đến hàng đơn vị)



KQ: . . . . . .

Lời giải.

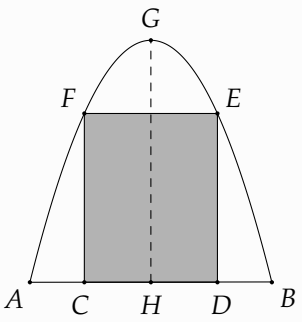
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 79

Chị Mai muốn làm một cái cổng hình Parabol như hình vẽ. Chiều cao $GH = 4$ m, chiều rộng $AB = 4$ m, $AC = BD = 0{,}9$ m. Chị Mai làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1 300 000 đồng/m^2, còn các phần để trắng làm xiên hoa có giá là 900 000 đồng/m^2. Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên là bao nhiêu (đơn vị tính là triệu đồng và làm tròn đến hàng phần chục)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

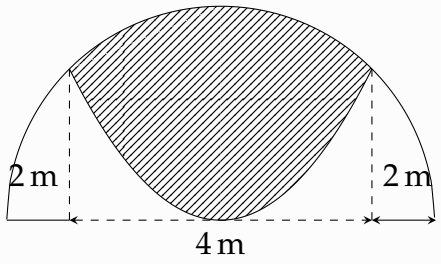
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 80

Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần trồng hoa hồng có dạng một hình parabol có đỉnh trùng với tâm hình tròn và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của parabol nằm trên nửa đường tròn và các nhau một đoạn 4 mét (phần tô màu). Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dùng để trồng hoa cúc. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí trồng hoa hồng và hoa cúc lần lượt là 200 000 đồng/m^2 và 150 000 đồng/m^2. Hỏi chi phí trồng hoa khuôn viên đó là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

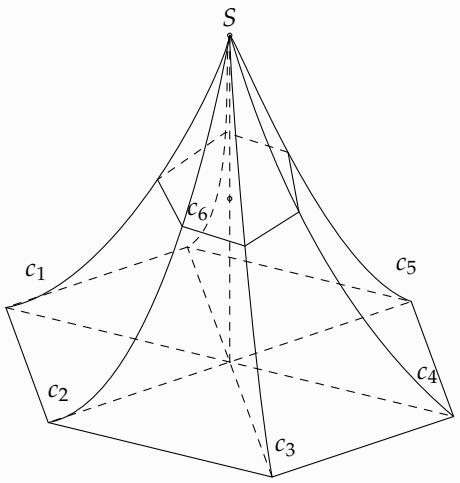
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 81

Gia đình ông An xây một cái chòi hình lục giác, trong đó mái chòi (H) có dạng hình "chóp lục giác cong đều" có trần bằng gỗ như hình vẽ bên. Đáy của (H) là một hình lục giác đều có đường chéo chính là 6 m. Chiều cao $SO = 6$ m (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây thép c_1; c_2; c_3; c_4; c_5; c_6 nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử giao tuyến (nếu có) của (H) với mặt phẳng (α) vuông góc với SO là một lục giác đều và khi (α) khi qua trung điểm của SO thì bát giác đều có cạnh 1 m. Tính thể tích phần không gian nằm bên trong mái chòi (H) đó.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

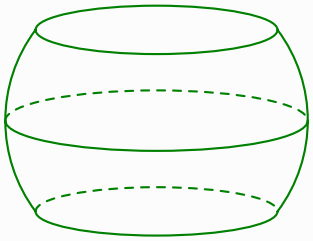
. . . . . .

. . . . . .

Câu 82

Một khối cầu có bán kính là 5 (dm), người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng 3 (dm) để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích nước mà chiếc lu chứa được (quy tròn đến hàng đơn vị của decimét

khối).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 83

Một cái lu đựng nước có dạng hình tròn xoay. Biết rằng khi lượng nước trong lu là x (dm) $(0 \leq x \leq 9)$ thì mặt nước là hình tròn có bán kính x (dm). Dung tích của cái lu nước trên bằng bao nhiêu lít (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

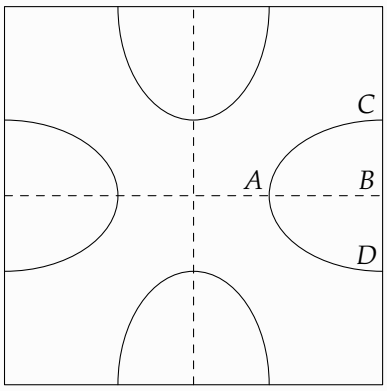
.....

.....

.....

Câu 84

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa hình vuông cạnh 20 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau đều có hình dạng một nửa elip như hình vẽ. Biết một nửa trục lớn là $AB = 6$ cm, trục bé $CD = 8$ cm. Diện tích bề mặt của hoa văn đó bằng bao nhiêu cm^2? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

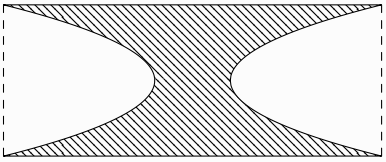
.....

.....

.....

Câu 85

Một lưỡi rìu có là phần gạch chéo. Đó là phần giới hạn của hình chữ nhật co chiều rộng là 4 cm, chiều dài là 10 cm, hai đầu bị cắt bởi hai đường cong parabol (dạng như hình vẽ). Diện tích lưỡi rìu là bao nhiêu cm^2 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



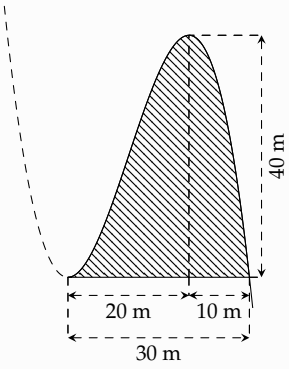
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 86

Mặt cắt một ngọn đồi, phần tô sọc, có dạng như như hình bên. Chiều cao của ngọn đồi là 30 m, chiều rộng phần đáy là 40 m, khoảng cách từ chân đồi đến hình chiếu đỉnh đồi xuống mặt đất là 20 m. Diện tích mặt cắt đó là bao nhiêu m^2 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



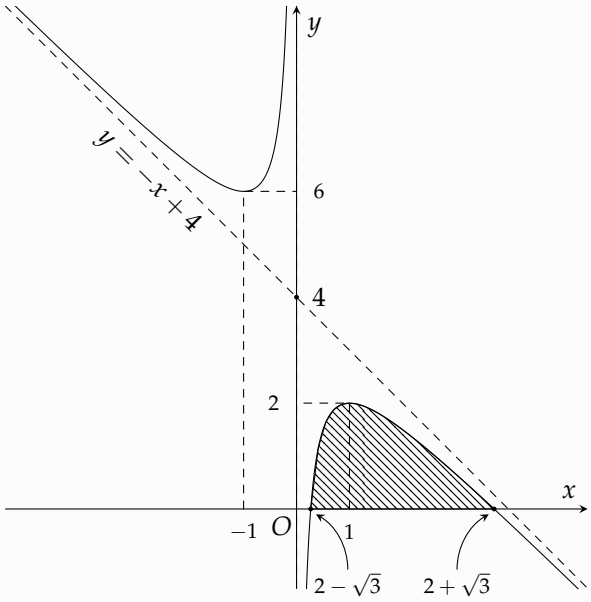
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 87

Mặt cắt một quả đồi được ghép vào hệ trục tọa độ (đơn vị đo chục mét), phần tô sọc, như hình vẽ. Diện tích phần mặt cắt là bao nhiêu m^2? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

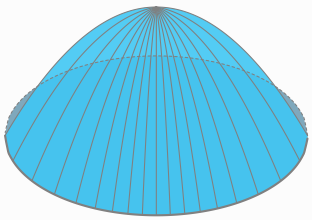
.....

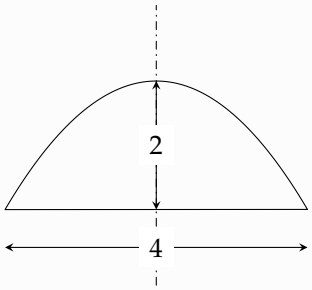
.....

.....

Câu 88

Anh Nam dự định xây dựng một cái chòi trong sân vườn để làm nơi tụ họp gia đình. Theo tư vấn của công ty thiết kế thì để mang tính thẩm mĩ, mặt cắt qua trục của mái chòi sẽ có dạng một phần parabol (P) úp ngược với chiều cao 2 m và độ rộng của đáy bằng 4 m (tham khảo hình bên dưới). Tính thể tích phần không gian giới hạn bởi mái chòi (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).





KQ: .....

Lời giải.

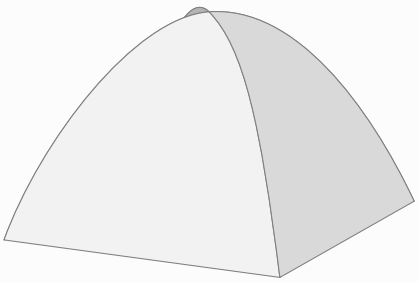
.....

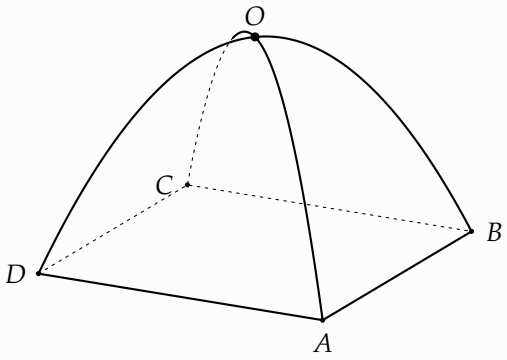
.....

.....

Câu 89

Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ dưới, khung lều được tạo thành từ hai parabol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh là $2\sqrt{2}$ m, chiều cao tính từ đỉnh lều là 2 m. Biết mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3).





KQ: .....

Lời giải.

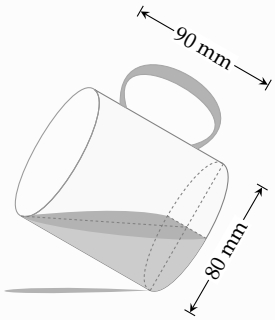
.....

.....

.....

Câu 90

Một cốc nước có dạng hình trụ với đường kính đáy bằng 80 mm và chiều cao 90 mm. Trong cốc nước có chứa một lượng nước. Đặt cốc nằm nghiêng để nước chảy ra ngoài cho đến khi mặt nước trong cốc vừa cắt ngang đáy cốc theo đường kính đáy thì dừng lại (tham khảo hình bên). Tính thể tích của lượng nước còn lại trong cốc (*kết quả đơn vị ml và làm tròn đến hàng đơn vị*).



KQ: .....

Lời giải.

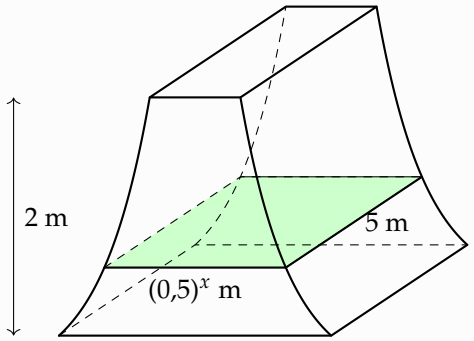
.....

.....

.....

Câu 91

Một khối bê tông có chiều cao 2 m được đặt trên mặt đất. Nếu cắt khối bê tông bởi một mặt phẳng nằm ngang và cách mặt đất x m ($0 \leq x \leq 2$) thì được mặt cắt là một hình chữ nhật có chiều dài 5 m và chiều rộng bằng $(0{,}5)^x$ m (*tham khảo hình vẽ dưới đây*). Tính thể tích (đơn vị m^3) của khối bê tông đó (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).



KQ: .....

Lời giải.

.....

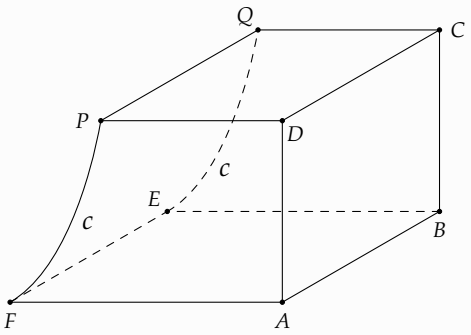
.....

.....

Câu 92

Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên.

KQ: .....



Các tứ giác $ABCD$, $CDPQ$ là các hình vuông cạnh 2,5 (cm). Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3{,}5$ (cm). Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF. Thể tích của chi tiết máy bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải.

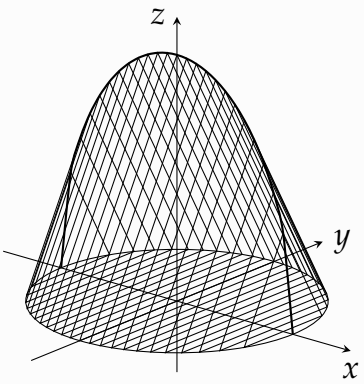
.....

.....

.....

Câu 93

Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây. Đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2+y^2=16$, cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là tam giác đều. Khi đó thể tích của vật thể có dạng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S=a+b$.



KQ: .....

Lời giải.

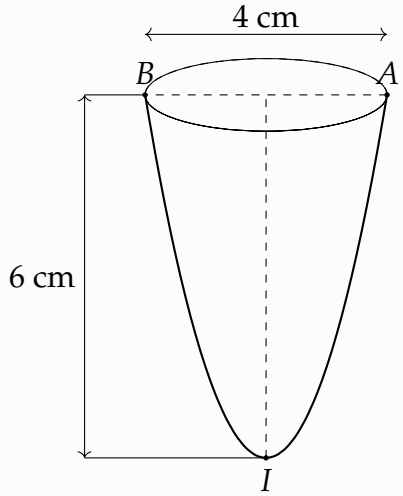
.....

.....

.....

Câu 94

Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là 4 cm và chiều cao là 6 cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích V (cm^3) của vật thể đã cho.



KQ: .....

Lời giải.

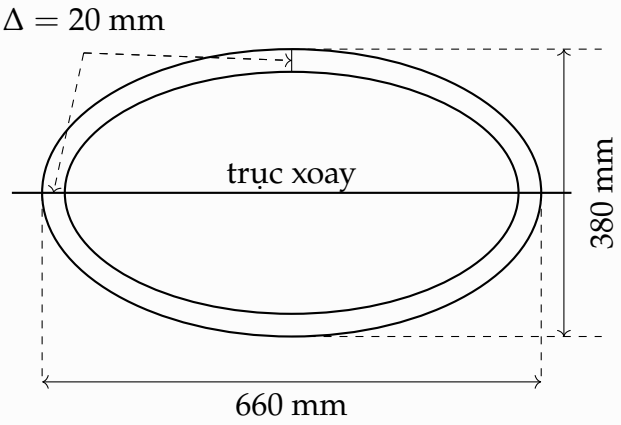
.....

.....

.....

Câu 95

Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất,... Mặt trong (lọt lòng) và ngoài (phủ bì) của một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi quay quanh một trục của 2 elip có chung các trục đối xứng (hình minh họa). Thông số kĩ thuật mặt trên của bồn rửa dài $\times$ rộng là 660×380 mm (phủ bì) và elip (lọt lòng) có trục lớn, trục nhỏ ít hơn elip phủ bì một khoảng 40 mm. Tính thể tích chứa nước của bồn rửa (đơn vị: lít) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



KQ: .....

Lời giải.

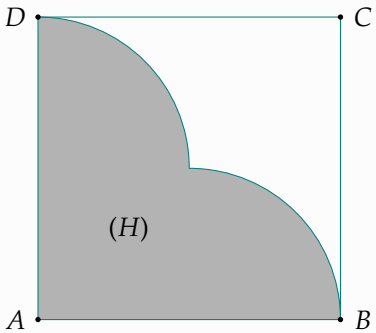
.....

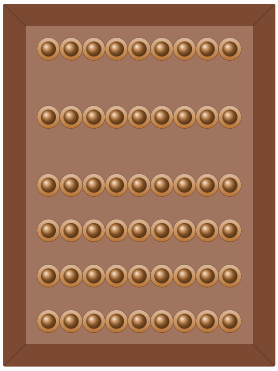
.....

.....

Câu 96

Trên cánh cửa được trang trí các núm có dạng một khối tròn xoay được đúc bằng chất liệu đồng, khuôn đúc của nó được tạo thành khi quay miền (H) (phần được tô màu trong hình vẽ bên) quanh trục AB. Miền (H) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 1 cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AB.





Biết công thức tính khối lượng của một vật là $P = VD$, trong đó P là khối lượng của vật (đơn vị g), V là thể tích của vật (đơn vị cm^3) và D là khối lượng riêng của vật (đơn vị g/cm^3), khối lượng riêng của đồng là $D = 8{,}96\,\text{g/cm}^3$. Giá đồng trên thị trường là 200 000 đồng/kg. Giá tiền vật liệu để đúc một núm đồng trên là bao nhiêu nghìn đồng? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

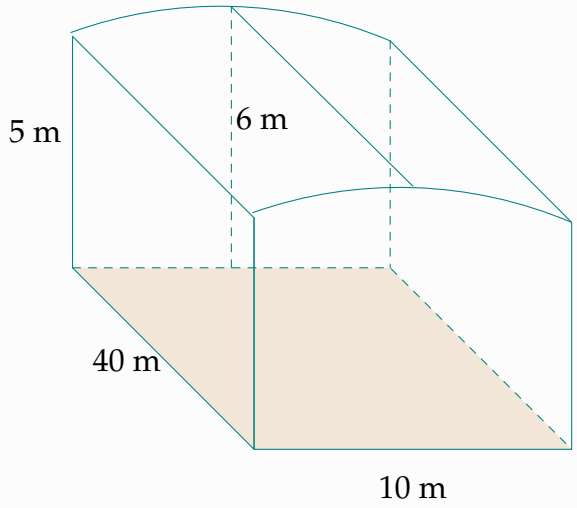
.....

. . . . . .

. . . . . .

Câu 97

Một nhà kho có dạng khối hộp chữ nhật cùng phần mái phía trên được thiết kế dạng vòm cong. Chiều dài của xưởng là 40 m, chiều rộng 10 m, chiều cao 5 m; đường cắt của mái vòm khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với chiều dài của kho là một cung tròn, điểm cao nhất của mái vòm có chiều cao là 6 m (hình vẽ minh họa).



Để tính toán công suất cho hệ thống làm lạnh nhà kho, người ta cần ước lượng thể tích phần không gian bên trong nhà kho. Em hãy cho biết thể tích không gian bên trong nhà kho là bao nhiêu m^3? (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

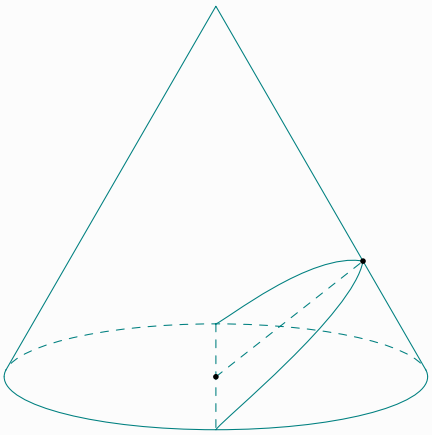
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 98

Tuấn là một học sinh giỏi lớp 12, em rất thích học môn toán. Hôm ấy sau khi đã học xong phần **Ứng dụng tích phân**, Tuấn quyết định cắt chiếc nón mà người bố hay đội đi làm ruộng để nghiên cứu. Biết rằng hình nón này có bán kính đáy bằng 20 cm, thiết diện qua trục là một tam giác đều. Dù người bố hết sức ngăn cản nhưng Tuấn đã ra tay một cách dứt khoát, cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua đường kính đáy và vuông góc với đường sinh của hình nón để chia nó ra làm hai phần, phần nhỏ có dạng một hình nêm (H), tính thể tích của khối (H) theo đơn vị centimét khối, làm tròn đến hàng đơn vị.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

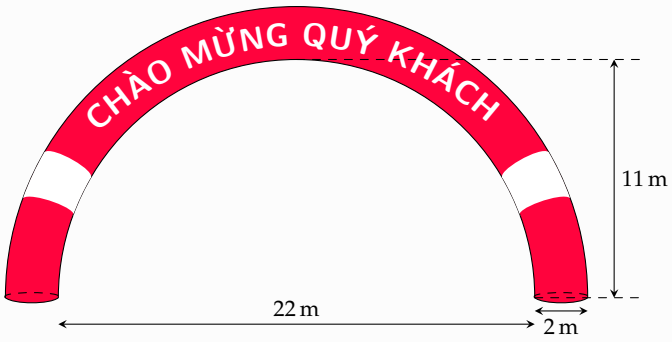
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 99

Một cái cổng chào bằng hơi có chiều cao so với mặt đất 11 m (không tính phần phao chứa không khí), chân của cổng chào tiếp xúc với mặt đất theo một đường tròn có đường kính là 2 m và bề rộng của cổng chào là 22 m (không tính phần phao chứa không khí). Bỏ qua độ dày của lớp vỏ cổng chào. Tính thể tích không khí chứa bên trong cổng chào (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét khối).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

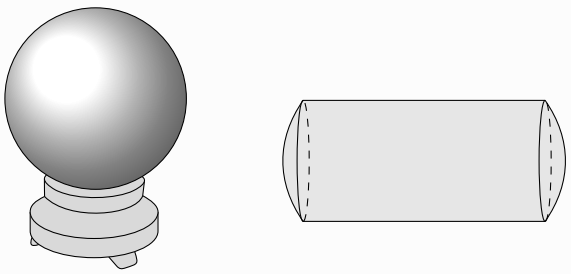
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 100

Từ một quả cầu bằng đá trắng sứ bán kính bằng 1 dm, người ta khoan rút lõi ngay "chính giữa" quả cầu như hình sau với đường kính mũi khoan là 1 dm được một vật thể có thể tích V là bao nhiêu *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 101

Một quả bóng bầu dục theo quy định được sử dụng trong giải bầu dục quốc gia có kích thước 28 (cm) từ đầu này đến đầu kia và đường kính 17 (cm) ở phần dày nhất (quy định có phép thay đổi một chút về các kích thước này) (Nguồn: NFL).
Hình dạng của một quả bóng bầu dục có kích thước nói trên có thể được tạo thành khi quay phần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$, trục hoành và các đường thẳng $x = -4$; $x = 24$, trong đó x tính bằng centimet (cm). Thể tích (đơn vị: cm^3, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị) của quả bóng bầu dục có kích thước nói trên bằng bao nhiêu?



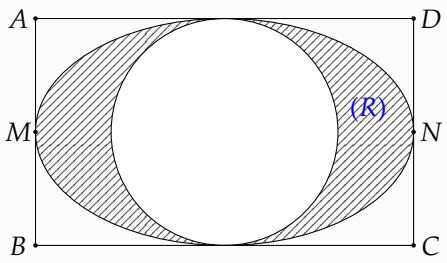
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 102

Một vật trang trí có dạng một khối tròn xoay được tạo thành khi quay miền (R) (phần gạch chéo trong hình vẽ) quanh trục MN. Biết rằng $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 6$ cm, $AD = 10$ cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Hai đường cong là hình elip có hình chữ nhật cơ sở là $ABCD$ và đường tròn tiếp xúc với hai cạnh AD và BC (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của vật trang trí đó (kết quả làm tròn đến hàng phần chục theo đơn vị cm^3).



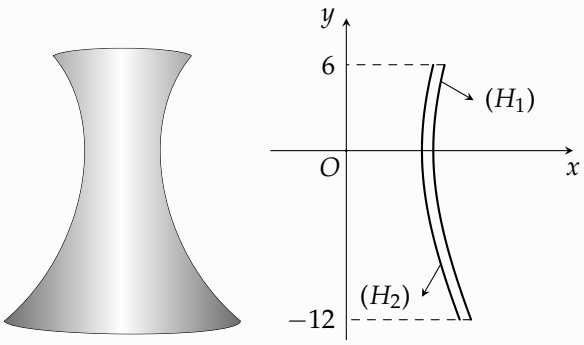
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 103

Lớp vỏ của một lò phản ứng hạt nhân bằng kim loại và được tạo bởi hình phẳng (S) giới hạn bởi nhánh bên phải trục tung của các đường hybelbol (H_1); (H_2) và hai đường thẳng $y = -12$; $y = 6$ khi quay quanh trục Oy (tham khảo hình vẽ). Biết (H_1) đi qua điểm $\left(\sqrt{30}; 0\right)$ và có tiêu cự bằng $10\sqrt{6}$; (H_2) đi qua điểm $(5; 0)$ và có tiêu cự bằng $10\sqrt{5}$ và đơn vị trên các trục tọa độ đo bằng mét. Thể tích khối kim loại cần sử dụng để làm vỏ lò phản ứng hạt nhân bằng bao nhiêu mét khối (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

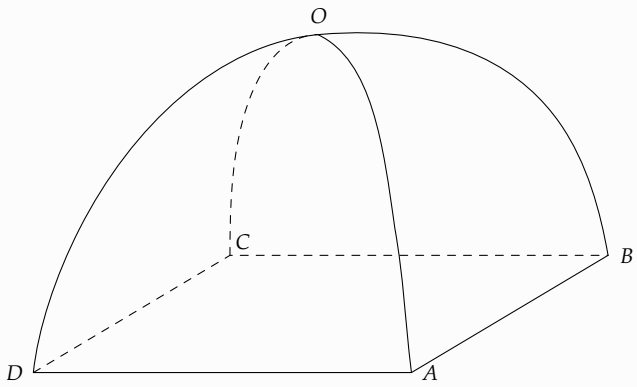
.....

.....

Câu 104

Một lều cắm trại có dạng như hình vẽ bên dưới, khung lều được tạo thành từ hai parapol giống nhau có chung đỉnh O và thuộc hai mặt phẳng vuông góc với nhau (một parabol đi qua A, O, C và một parabol đi qua B, D, O), bốn chân tạo thành hình vuông $ABCD$ có cạnh $2\sqrt{2}$ m, chiều cao tính từ đỉnh lều là 2 m. Biết rằng mặt cắt của lều khi cắt bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng $(ABCD)$ luôn là một hình vuông. Tính thể tích của lều (đơn vị là m^3).





KQ: .....

Lời giải.

.....

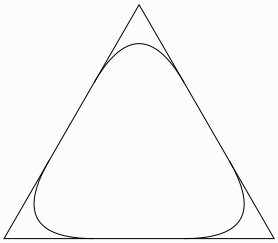
.....

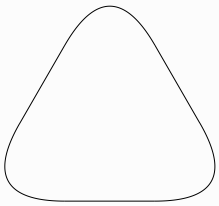
.....

Câu 105

Một tấm kính làm mặt bàn có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong. Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 16 dm. Để cắt góc được đẹp thì người ta dùng đường Parabol $(P)\colon y = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \dfrac{15\sqrt{3}}{2}$ có hai nhánh tiếp xúc với hai cạnh của tam giác. Biết diện tích mặt kính là $a\sqrt{b}$ dm^2, (với a là số nguyên dương và b là số nguyên tố). Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

KQ: .....





Lời giải.

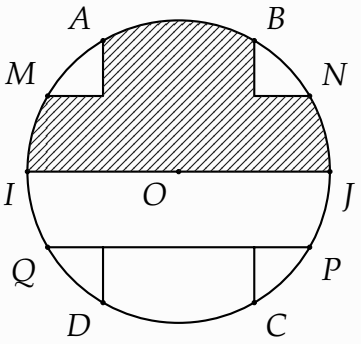
.....

.....

.....

Câu 106

Cho đường tròn tâm (O) có bán kính bằng 5 m và đường kính IJ. Các hình chữ nhật $ABCD$, $MNPQ$ nội tiếp hình tròn như hình vẽ với $AB = MQ = 5$ m và I là điểm chính giữa của cung nhỏ MQ. Người ta cần sản xuất một sản phẩm là vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ quay quanh IJ và chi phí để làm sản phẩm này là 1,2 triệu/m^3. Số tiền phải chi trả để làm sản phẩm này là bao nhiêu (Đơn vị: triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

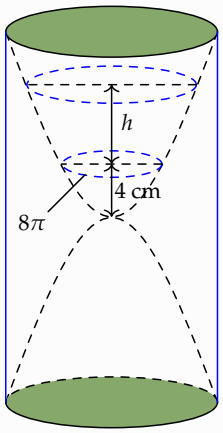
.....

.....

.....

Câu 107

Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ, gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai Parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao của mực cát bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bên đó. Cát chảy từ trên xuống dưới với tốc độ $v(t) = 0{,}2t + 13$ (cm^3/phút). Khi chiều cao của cát còn 4 cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn có chu vi bằng 8π cm. Biết sau 20 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Tính chiều cao của khối trụ bên ngoài theo cen-ti-mét (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 108

Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và có trục là hai đường thẳng cắt nhau, vuông góc với nhau (hình vẽ bên dưới). Gọi (H) là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của (H).

KQ: .....

Lời giải.

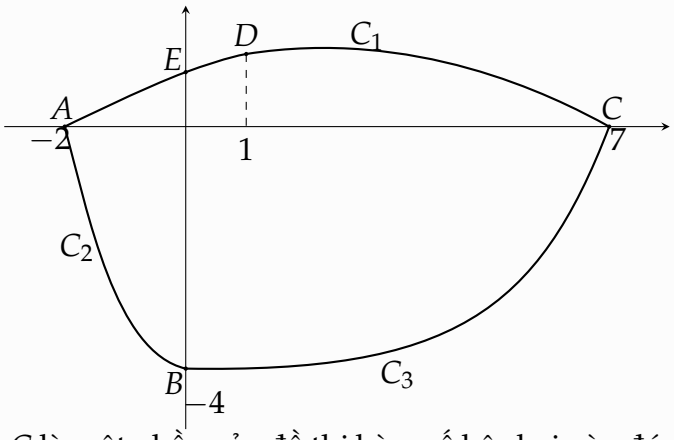
.....

.....

.....

Câu 109

Một công ty thiết kế tròng kính sao cho mỗi phần đường viền của tròng kính là một phần đồ thị của hàm số bậc hai hoặc một phần đồ thị của hàm số bậc bốn rồi ghép chúng lại với nhau như hình vẽ bên cạnh (sau đó họ sẽ điều chỉnh theo tỷ lệ phù hợp). Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên dưới, biết rằng $A(-2;0)$, $B(0;-4)$, $C(7;0)$ và $D(1;k)$ với $k > 0$.



Cho biết đường cong (C_1) đi qua các điểm A, D, C là một phần của đồ thị hàm số bậc hai nào đó,

đường cong (C_2) ứng với đường viền nối A với B là một phần của đồ thị hàm số $y = bx^2 + c$, còn đường cong (C_3) ứng với đường viền nối B với C là một phần của đồ thị hàm số $y = mx^4 + n$. Biết $k = \dfrac{k_1}{k_2}$ với $(k_1, k_2 \in \mathbb{Z}$, $\dfrac{k_1}{k_2}$ là phân số tối giản). Diện tích trong kính bằng $\dfrac{836}{25}$ (đơn vị diện tích). Tính $k_1 + k_2$.

KQ: .....

Lời giải.

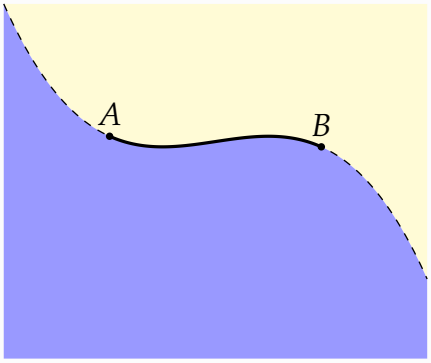
.....

.....

.....

Câu 110

Một phần của bề mặt phía trên của các gợn sóng của nước biển có hình dạng đồ thị hàm số bậc ba khi gắn hệ trục tọa độ Oxy. Biết rằng đồ thị hàm số bậc ba có các điểm cực trị lần lượt là $M(-2;1)$ và $N(0;1{,}2)$, đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét.



Hai vị trí A và B có hoành độ lần lượt là -3 và 1 nằm trên đường cong của các gợn sóng đó. Tính độ dài đường cong AB *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*. Biết rằng độ dài đường cong có phương trình $y = f(x)$ từ điểm $C(c; f(c))$ tới điểm $D(d; f(d))$ với $c < d$ được tính bởi công thức $T = \displaystyle\int_c^d \sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\,\mathrm{d}x$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 111

Tốc độ tăng trưởng chiều cao (đơn vị: cen-ti-mét/năm) sau khi trồng của một loài cây lấy gỗ ở năm thứ t được cho bởi hàm số $h'(t) = \log_{1,2}(20t + 1) + 30$. Từ năm thứ 20 đến năm thứ 30 sau khi trồng, cây cao thêm được bao nhiêu mét *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*?

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 112

Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 12$ m/s, trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Quãng đường ô tô di chuyển được trong 10 giây cuối cùng bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 113

Chi phí (tính bằng nghìn đồng) trên mỗi đơn vị sản phẩm của một quy trình sản xuất bánh kẹo được mô hình hóa bởi công thức $c(t) = 0{,}005t^2 + 0{,}02t + 12{,}5$, trong đó $0 \leq t \leq 12$ là thời gian, tính theo tháng. Chi phí trung bình trên mỗi đơn vị sản phẩm đó trong khoảng thời gian một năm bằng bao nhiêu nghìn đồng *(kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 114

Nhiệt độ trung bình của Trái Đất có xu hướng tăng do nồng độ CO_2 trong khí quyển. Giả sử lượng CO_2 trong khí quyển (tính bằng ppm - parts per million) được mô tả bởi phương trình $C(t) = 200 + 20t - 2t^2$, trong đó t được tính theo năm, $t = 0$ ứng với năm 2025. Mối quan hệ giữa nhiệt độ trung bình của Trái Đất $T(t)$ (tính bằng °C) và nồng độ CO_2 được mô tả bởi phương trình: $T(t) = \int_0^t kC(x)\,\mathrm{d}x$ với hằng số $k = 0{,}005$ (mức độ ảnh hưởng của CO_2 lên nhiệt độ). Nếu không có biện pháp giảm phát thải CO_2, nhiệt độ trung bình của Trái Đất có thể tăng thêm bao nhiêu °C từ năm 2025 đến năm 2040?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

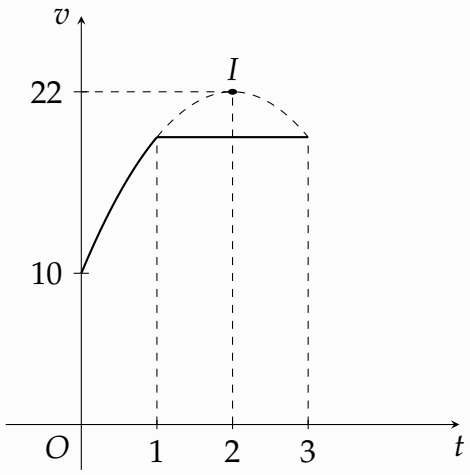
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 115

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h), có đồ thị vận tốc như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đồ thị parabol có đỉnh $I(2;22)$, khoảng thời gian còn lại của đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường S (km) mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

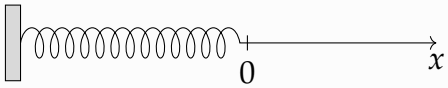
. . . . . .

. . . . . .

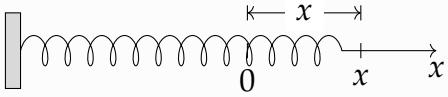
. . . . . .

Câu 116

Giả sử đặt lò xo trùng với trục Ox và đầu tự do ở gốc toạ độ (như Hình b). Theo định luật Hooke, lực $F(x)$ cần để kéo giãn lò xo thêm x mét so với chiều dài tự nhiên là $F(x) = kx$. Khi đó công (đơn vị: Jun) để kéo giản lò xo từ a mét đến b mét là $W = \int_a^b F(x)\,\mathrm{d}x$. Một lực 30 N cần thiết để kéo giãn một lò xo thêm 4 cm so với chiều dài tự nhiên 18 cm. Hãy tìm công cần thiết là bao nhiêu Jun (J) để kéo giãn lò xo từ chiều dài 20 cm đến 24 cm.



(a) Lò xo chưa bị kéo giãn (trạng thái tự nhiên)



(b) Lò xo được kéo giãn thêm x đơn vị so với chiều dài tự nhiên.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 117

Trên Đảo Rắn (Insel des Todes) ngoài khơi bờ biển Brasil có loài rắn độc là Lancehead. Trong một chuyến thám hiểm cách đây 20 năm, người ta đã thống kê số lượng rắn trên đảo. Khi đó có khoảng 2 000 con rắn, và tốc độ tăng trưởng quần thể được cho bởi $N'(t) = \dfrac{1}{30}(23 - 2t)$ trong đó

- t tính bằng năm,
- $N'(t)$ tính bằng nghìn con rắn/năm,
- $N(t)$ là kích thước quần thể (tính bằng nghìn con rắn) tại thời điểm t năm.

Hỏi số lượng rắn tăng thêm trong 20 năm qua là bao nhiêu nghìn con?

KQ: .....

Lời giải.

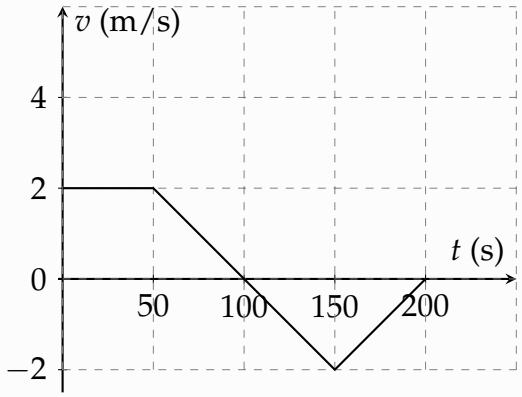
.....

.....

.....

Câu 118

Một khinh khí cầu thay đổi vận tốc lên cao v theo biểu đồ bên. Nó khởi hành ở độ cao 350 m so với mực nước biển. Hỏi sau 200 s, khinh khí cầu ở độ cao bao nhiêu mét so với mực nước biển.



KQ: .....

Lời giải.

.....

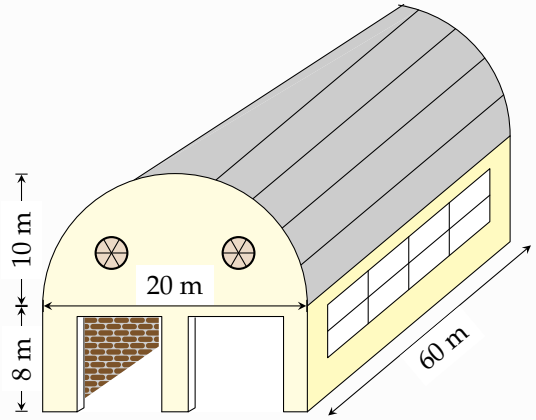
. . . . . .

. . . . . .

Câu 119

Một sảnh ga có thông số như hình bên dưới, được thông gió bằng hai quạt, mỗi quạt có lưu lượng khoảng 80 m^3/phút. Hỏi cần bao nhiêu phút để trao đổi toàn bộ không khí trong sảnh? Mái sảnh là kết cấu gỗ dạng parabol.

KQ: .....



Lời giải.

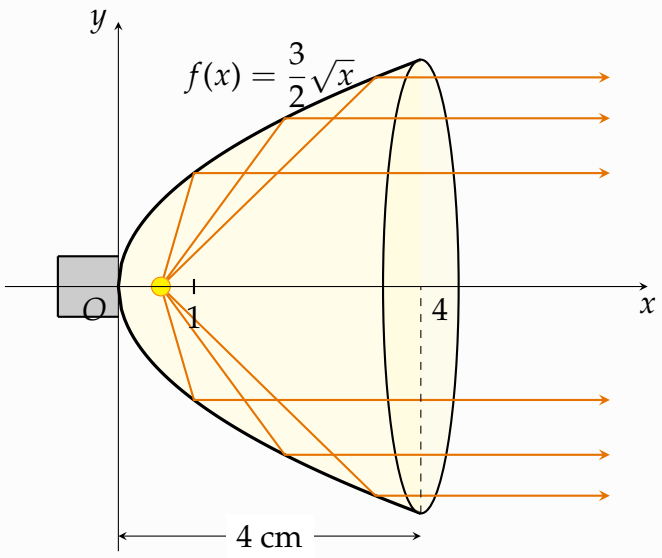
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 120

Một đèn pha dạng parabol có đường biên (mặt cắt) cho bởi $f(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$. Chiều dài chóa là 4 cm. Hỏi: thể tích không khí bên trong là bao nhiêu cm^3 (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



KQ: .....

Lời giải.

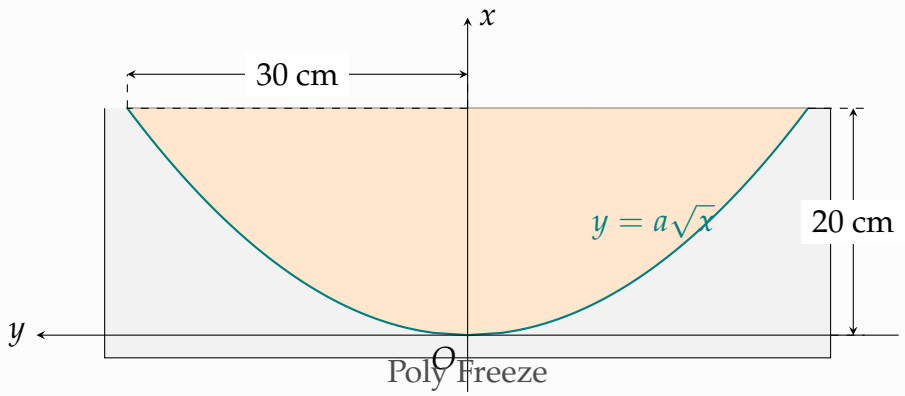
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 121

Một thùng làm kem có mặt cắt dạng parabol như hình. Biết phương trình đường biên có dạng $f(x) = a\sqrt{x}$, hỏi dung tích của thùng bằng bao nhiêu lít.



Poly Freeze

KQ: . . . . . .

Lời giải.

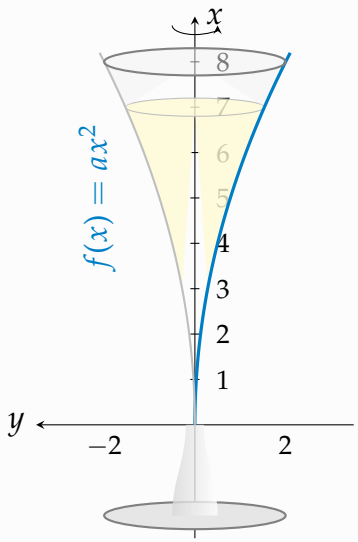
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 122

Ly ở hình vẽ chứa được bao nhiêu thể tích (đơn vị cm^3). Biết đường bao mép ly là một parabol bậc hai dạng $f(x) = ax^2$. Lưu ý: trục Ox hướng lên trên (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

HẾT

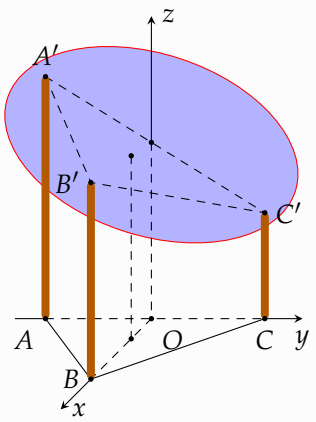
Chương 5

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

§1. MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

Câu 1

Một mái nhà hình tròn được đặt trên 3 cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là 8m, 9m, 10m. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 8m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, với B thuộc tia Ox, C thuộc tia Oy, tia Oz cùng hướng với véc-tơ $\overrightarrow{AA'}$; gốc tọa độ O trùng với trung điểm của AC và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1 mét (xem hình vẽ).



a) Tọa độ các điểm $A'(0;-4;10)$, $B'(4\sqrt{3};0;9)$, $C'(0;4;8)$.

b) Phương trình mặt phẳng $(A'B'C')$ là $y+4z-36=0$.

c) Tọa độ các điểm $A'(0;-4;10)$, $B'(4\sqrt{3};0;9)$, $C'(0;4;8)$.

d) Phương trình mặt phẳng $(A'B'C')$ là $y+4z-36=0$.

Lời giải.

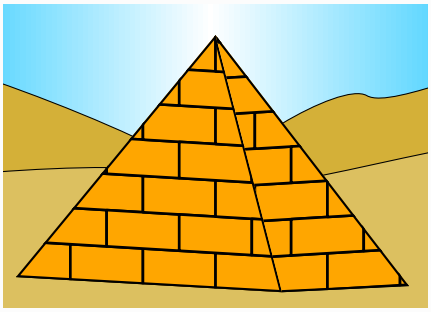
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Kim tự tháp Kheops ở Ai Cập có dạng hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông với cạnh dài 230 m, các cạnh bên bằng nhau và dài 214 m. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho tâm O của hình vuông $ABCD$ là gốc toạ độ, các điểm A, B, S lần lượt thuộc các tia Ox, Oy, Oz.



a) $A\left(115\sqrt{2};0;0\right)$, $B\left(0;115\sqrt{2};0\right)$, $S(0;0;139)$.

b) Mặt phẳng (SAB) có hai vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{SA}=\left(115\sqrt{2};0;-139\right)$, $\overrightarrow{BS}=\left(0;-115\sqrt{2};139\right)$.

c) Mặt phẳng (SBC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(SBC)} = \left(-139 \cdot 115\sqrt{2}; 139 \cdot 115\sqrt{2}; 115\sqrt{2}\right)$.

d) Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng $34°$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Trên một vùng cao nguyên rộng lớn, với hệ tọa độ $Oxyz$ thích hợp, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 5 mét, một con đại bàng đang đậu trên vách đá phẳng được mô hình hóa bởi phương trình $(P)\colon 2x + 2y - z + 9 = 0$. Con đại bàng này đang ngắm các mục tiêu là hai con dê núi đang ở các vị trí $A(1;2;-3)$ và $B(-2;-2;1)$.

a) Con dê ở vị trí B thuộc vách núi đá nơi đại bàng đang đậu.

b) Khoảng cách giữa hai con dê núi là $\sqrt{41}$ mét.

c) Khoảng cách ngắn nhất từ đại bàng đến con dê ở vị trí A bằng 32 mét.

d) Đại bàng luôn quan sát hai con dê với một góc $90°$ và con dê ở vị trí B cũng đã biết được sự nguy hiểm sau lưng nó; khoảng cách xa nhất giữa nó với đại bàng bằng 11,2 mét (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải.

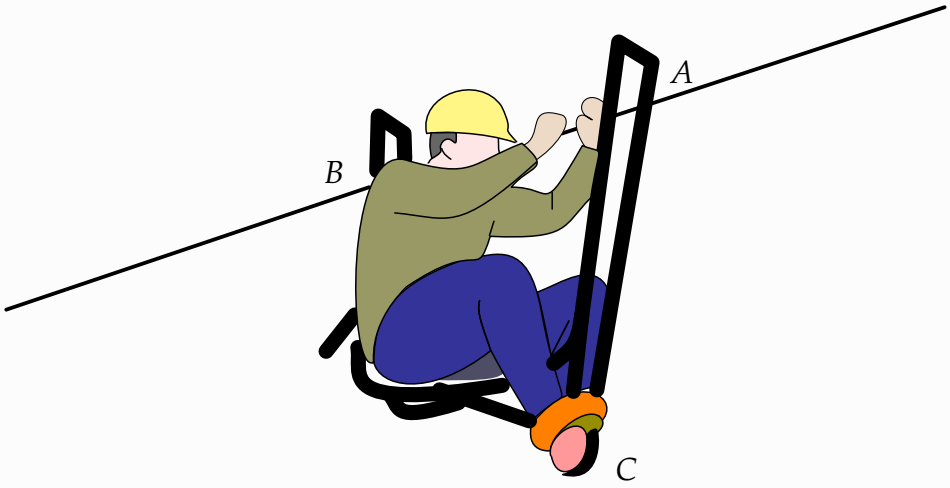
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4

Năm 2 011, kỹ sư Nguyễn Trí Hiếu, người Quảng Ngãi, đã sáng chế ra chiếc xe đu dây phục vụ công nhân điện lực di chuyển trên dây điện cao thế. Khi ở vị trí cân bằng, chiếc xe và đường dây điện sẽ cùng nằm trên một mặt phẳng vuông góc với mặt đất. Xe được cấu tạo bởi khung xe có gắn hai Puly tại vị trí A và B cách mặt đất lần lượt là 20 m và 19,9 m (như hình vẽ). Xe đu dây di chuyển giống xe đạp, được kết hợp dây xích, líp, đĩa, bàn đạp, phanh; bàn đạp đặt tại vị trí C.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (mỗi đơn vị độ dài trong không gian $Oxyz$ tương ứng với 1 m trên thực tế); tọa độ các điểm A, B, C lần lượt là $(7;5;20)$, $(7;5{,}5;19{,}9)$, $(7;5;19)$.

a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u} = (0;5;1)$.

b) Khi người thợ điện di chuyển đến vị trí điểm D cách mặt đất 18 m thì tọa độ điểm D là $D(7;-5;18)$.

c) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x = 7$.

d) Khoảng cách từ Puly tại A đến bàn đạp tại C là 1,03 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 5

Trên bản thiết kế đồ hoạ 3D của một cánh đồng điện mặt trời trong không gian $Oxyz$, người ta thiết kế hai tấm pin năng lượng mặt trời đặt song song nhau. Tấm thứ nhất được đặt trong mặt phẳng (P) có phương trình $3x - y + z + 6 = 0$. Tấm thứ hai được đặt trong mặt phẳng (Q) đi qua điểm $C(1;16;2)$. Khoảng cách từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (Q) bằng $\sqrt{a}$. Tính a.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

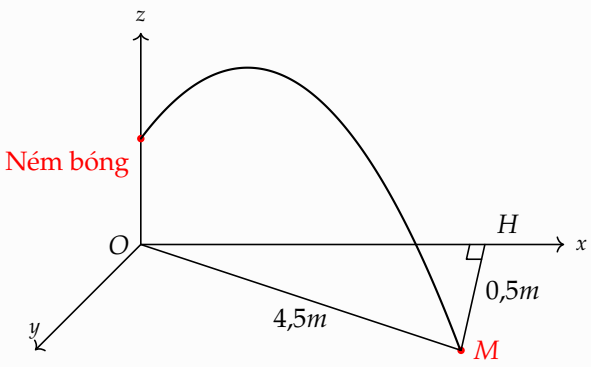
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6

Trong giờ thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Bình và An tập chuyền bóng cho nhau. Ở một động tác, Bình chuyền bóng cho An, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang bên trái của An và rơi xuống vị trí cách chỗ An đứng 0,5 m và cách chỗ Bình 4,5 m. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O tại vị trí của Bình, vị trí của An nằm trên tia Ox và mặt phẳng Oxy là mặt đất (tham khảo hình vẽ). Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + by + cz + d = 0$ và (α) vuông góc với mặt đất. Khi đó, giá trị của $-3b^2 + 7c^2 + 3d^2$ bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 7

Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 4 m; 4,4 m; 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần chục)?

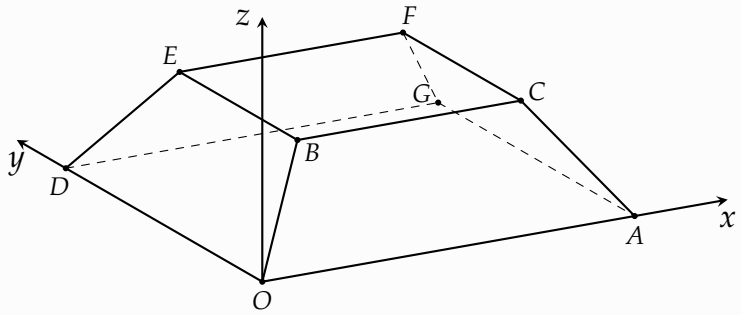
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 8

Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100\,\text{m}$, chiều rộng $OD = 60\,\text{m}$ và tọa độ điểm $B(10;10;8)$. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ bằng bao nhiêu mét? (kết quả viết dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần chục).



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 9

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;6)$ và $B(3;5;0)$. Điểm M di động trên trục Oz, điểm N di động trên trục Oy. Độ dài đường gấp khúc $AMNB$ có độ dài nhỏ nhất bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 10

Một sân bay mới đang được xây dựng và các kỹ sư cần xác định mặt phẳng của đường băng. Đường băng này phải đảm bảo một độ dốc an toàn để máy bay cất cánh và hạ cánh dễ dàng. Họ quyết định sử dụng một phương trình mặt phẳng để mô tả mặt đường băng, trong đó

- Điểm đầu đường băng có tọa độ $A(0;0;0)$.
- Điểm cuối đường băng có tọa độ $B(1\,000;0;5)$, với độ cao tăng dần từ đầu đến cuối.
- Một điểm trên đường giữa của đường băng có tọa độ $C(500;20;2{,}5)$, cách trục giữa một khoảng nhỏ để thể hiện độ rộng của đường băng.

Xác định độ dốc (đơn vị mm) của đường băng theo phương ngang và phương đứng (Biết mỗi đơn vị của các toạ độ trên tương ứng với 1 m).

KQ: .....

Lời giải.

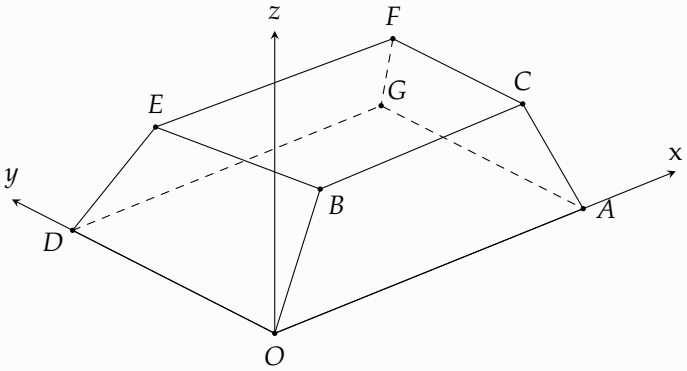
.....

.....

.....

Câu 11

Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m, chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10;10;8)$.



Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Tính giá trị biểu thức $a - c + d$.

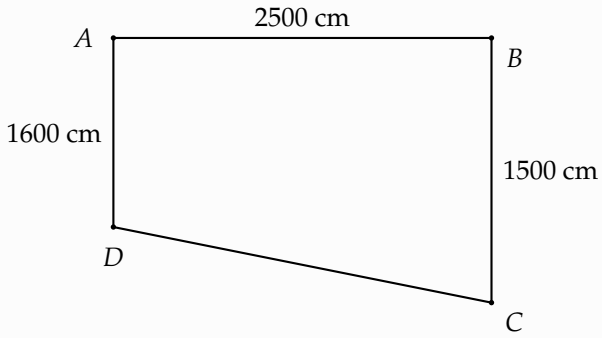
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 12

Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ.



Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25$ m, $AD = 15$ m, $BC = 18$ m. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là 10 cm, a cm, 6 cm tương ứng. Giá trị của a là bao nhiêu ?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 13

Hai học sinh đang chuyền bóng. Bạn nữ ném bóng cho bạn nam. Quả bóng bay trên không, lệch sang phải và rơi xuống tại vị trí cách bạn nam 3 m, cách bạn nữ 5 m. Cho biết quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc với mặt đất. Phương trình của (P) trong không gian $Oxyz$ được mô tả như trong hình vẽ có dạng $ax + 3y + cz + d = 0$. Giá trị của $a + c \cdot d$ là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 14

Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(2;-1;3)$ đến vị trí $B(8;7;1)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 15

Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A\left(7;-4;\dfrac{4}{5}\right)$ đến vị trí $B(7;11;0)$. Góc giữa đường bay (một phần của đường thẳng AB) và sân bay (một phần của mặt phẳng (Oxy)) bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 16

Một kĩ sư thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ theo dõi vị trí lắp đặt của hai mái nhà đã được gắn với nhau tạo thành chữ V vào các thanh đà sao cho chuẩn xác nhất. Biết phương trình mặt phẳng chứa hai mái nhà là $(P)\colon x+2y-2z+6=0$ và $(Q)\colon x+2y+z-5=0$, điểm A là nóc ngói, hai điểm B, F là rìa đuôi ngói của mỗi mái tiếp xúc giữa mái và thanh đà như hình vẽ (các thanh đà dài như nhau) khi cố định phần dưới của ngôi nhà. Biết rằng $\widehat{BAF}$ là góc nhọn, khoảng cách $BF=20\,\text{m}$, khi đó tính tỉ số độ dài của thanh đà AF và khoảng cách BF (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

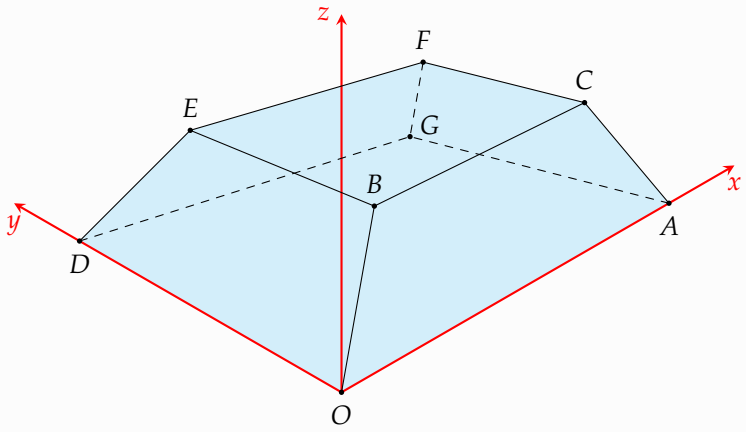
.....

.....

.....

Câu 17

Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100\,\text{m}$, chiều rộng $OD = 60\,\text{m}$ và tọa độ điểm $B(10;10;1)$. Giả sử phương trình tổng quát của mặt phẳng $(OACB)$ có dạng $ax + y + cz + d = 0$. Giá trị biểu thức $a + c + d$ bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

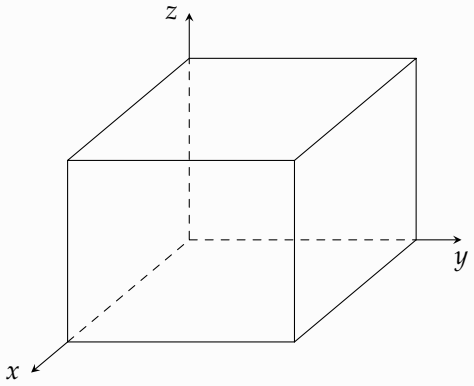
.....

.....

.....

Câu 18

Bạn An chơi trong một căn phòng dạng hình hộp chữ nhật qui định hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới đây (số đo các kích thước không vượt quá 2 m). Bạn An muốn căng một tấm bạt phẳng dạng hình tam giác tạo thành dạng căn lều chắn trong góc phòng tại đỉnh O sao cho ba đỉnh của tấm bạt lần lượt nằm trên ba tia Ox, Oy, Oz đặt tên là các điểm $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$, $P(0;0;p)$ không trùng với gốc tọa độ và thỏa mãn $m^2 + n^2 + p^2 = 3$; m, n, p là các số thực dương sao cho khoảng cách từ gốc tọa độ đến tấm bạt là lớn nhất. Khoảng cách lớn nhất đó bằng bao nhiêu(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



KQ: .....

Lời giải.

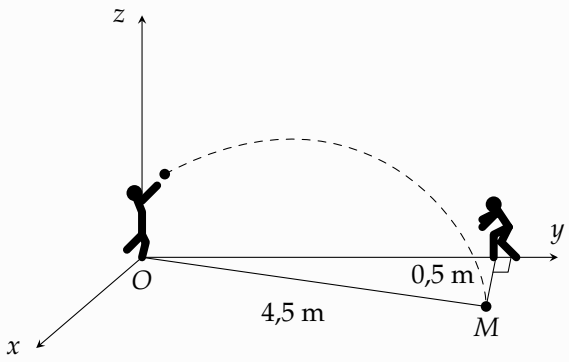
.....

.....

.....

Câu 19

Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Hoàng và An đang tập chuyền bóng cho nhau, Hoàng ném bóng cho An đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Hoàng và rơi xuống vị trí M cách An 0,5 m và cách Hoàng 4,5 m được mô tả bằng hình vẽ bên dưới.



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha)\colon ax+\dfrac{1}{2}y+cx+d=0$ và vuông góc với mặt đất. Tính giá trị của $a+c+d$(*làm tròn kết quả đến hàng phần chục*).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 20

Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng, một người chơi đặt điểm ngắm tại điểm O là giao điểm của AC và BD trong căn phòng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB=50$ m, $AD=35$ m, $AA'=10$ m. Người chơi có nhiệm vụ từ điểm ngắm đã đặt bắn trúng một mục tiêu di động trên mặt phẳng $\left(CB'D'\right)$. Tính khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đó đến mục tiêu (đơn vị: mét, làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

KQ: .....

Lời giải.

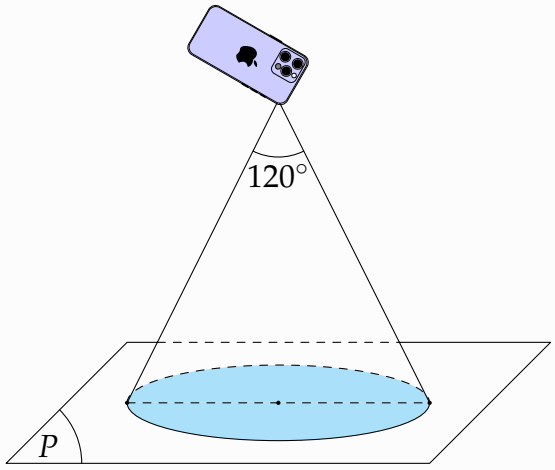
.....

.....

.....

Câu 21

Trong không gian $Oxyz$, một camera được đặt tại điểm $A(3;4;4)$ với góc quan sát là 120°, camera đặt chiếu thẳng tới mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $B(2;3;1)$; $C(3;2;1)$; $D(-2;4;1)$. Hỏi vùng quan sát được của camera trên mặt phẳng (P) là hình tròn có bán kính bằng bao nhiêu (đơn vị độ dài, làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



KQ: .....

Lời giải.

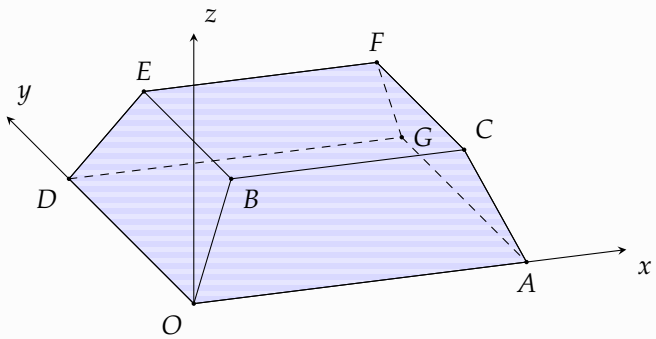
.....

.....

.....

Câu 22

Một chiếc chặn giấy pha lê được thiết kế theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt đáy $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cm). Mặt đáy $OAGD$ có chiều dài $OA = 10$ cm, chiều rộng $OD = 6$ cm và tọa độ điểm $B(1;1;1)$. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ là $a\sqrt{b}$ cm, với a, b duy nhất. Tích $a \cdot b$ bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 23

Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, người ta đưa ra một cách kiểm tra bốn nút lưới (đỉnh hình lập phương) bất kì có đồng phẳng hay không bằng cách gắn hệ trục toạ độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và lập phương trình mặt phẳng đi qua ba nút lưới trong bốn nút lưới đã cho. Giả sử có ba nút lưới mà toạ độ lần lượt là $(1;1;10)$, $(4;3;1)$, $(3;2;5)$ và mặt phẳng đi qua ba nút lưới đó có phương trình $x+my+nz+p=0$ Giá trị của $m+n+p$ là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

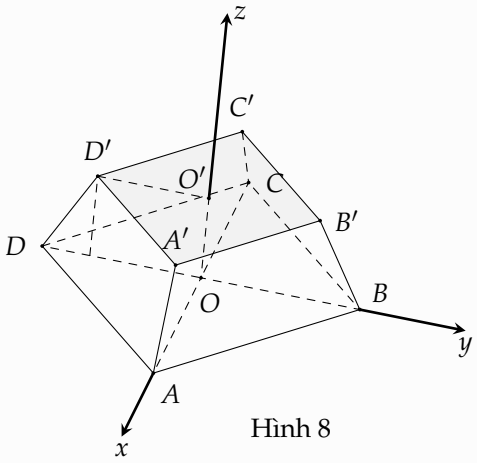
.....

.....

.....

Câu 24

Một vật trang trí có đế dạng khối chóp cụt đều $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao 3 cm, $AB=8\sqrt{2}$ cm, $A'B'=6\sqrt{2}$ cm (Hình 8). Gọi O là giao điểm của AC và BD, O' là giao điểm của $A'C'$ và $B'D'$.
Với hệ trục tọa độ như Hình 8, mặt phẳng $(CDD'C')$ cắt tia Oz tại điểm $M(0;0;m)$. Tìm giá trị của m.



Hình 8

KQ: .....

Lời giải.

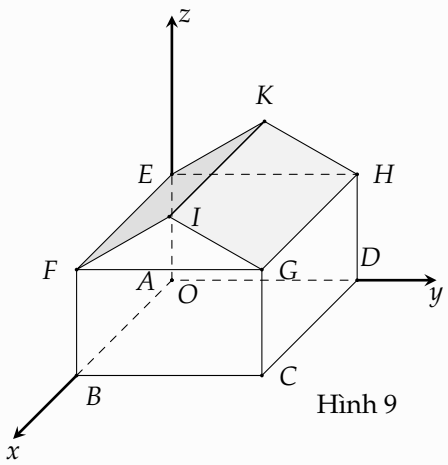
.....

.....

.....

Câu 25

Hình 9 minh họa một nhà kho trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái $EFIK$, $HGIK$ có kích thước bằng nhau. Biết rằng chiều cao của nhà kho là 9 m và các bức tường của nhà kho tạo thành hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ với $AB = 10$ m, $AC = 24$ m, $AE = 7$ m. Mặt phẳng $(EFIK)$ có phương trình $ax + y + bz + c = 0$.
Tìm giá trị của $a - bc$.



Hình 9

KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 26

Hình 10 vẽ minh họa mái hiên $ABCD$ song song với mái nhà $PQRS$ trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (mái hiên và mái nhà đều phẳng) có $Q(-10;0;200)$, $P(-490;0;200)$, $R(0;1600;0)$, $A(0;0;-65)$. Mặt phẳng $(ABCD)$ có phương trình $y + az + 65a = 0$. Tìm giá trị của a.

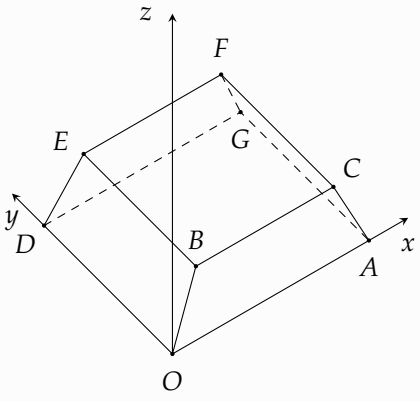
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 27

Một chiếc chặn giấy pha lê được thiết kế theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt đáy $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là cm). Mặt đáy $OAGD$ có chiều dài $OA = 10$ cm, chiều rộng $OD = 6$ cm và tọa độ điểm $B(1;1;1)$. Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ là $a\sqrt{b}$ cm. Tính $a \cdot b$.



KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 28

Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimet) vào một ngôi nhà 1 tầng có diện tích 50 m^2, người ta thấy rằng mặt trên và mặt dưới của mái nhà thuộc các mặt phẳng vuông góc với trục Oz. Biết rằng các vị trí $A(3;4;33)$ và $B(9;8;35)$ lần lượt thuộc mặt dưới và mặt trên của mái nhà. Độ dày của mái nhà được tính bằng khoảng cách giữa mặt trên và mặt dưới của mái nhà đó. Biết giá tiền 1 m^3 bê tông tươi là 1 100 000 đồng, tiền công đổ mái là 100 000 đồng trên 1 m^2. Chi phí chủ nhà phải trả để đổ được mái bằng bao nhiêu (đơn vị tính triệu đồng)?

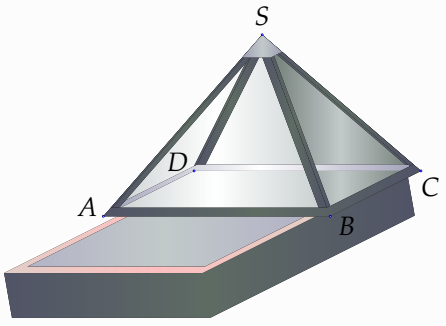
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 29

Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là 3 m và 4 m và độ cao của giếng trời là 2 m (hình vẽ minh hoạ). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



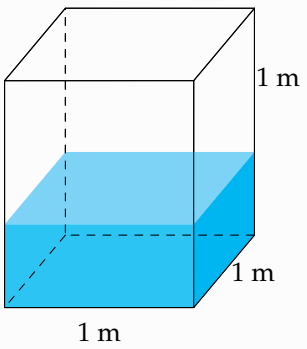
KQ: . . . . . .

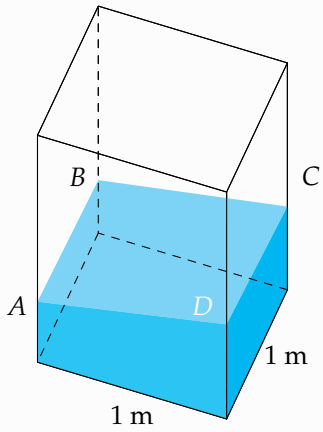
Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 30

Trong một bể hình lập phương cạnh 1 m có chứa một ít nước. Người ta đặt đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang. Biết rằng, lúc đó mặt nước có dạng hình bình hành $ABCD$ và khoảng cách từ các điểm A, C đến đáy bể tương ứng là 25 cm, 75 cm. Tìm khoảng cách từ điểm B đến mặt đáy bể khi góc giữa mặt nước và mặt đáy bể đạt giá trị nhỏ nhất.





KQ: .....

Lời giải.

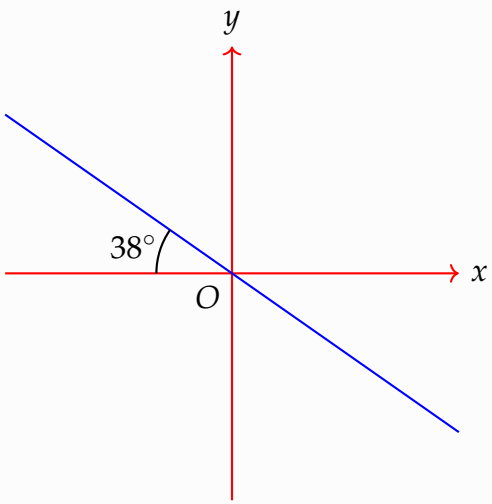
.....

.....

.....

Câu 31

Manhattanhenge là một sự kiện diễn ra khi Mặt Trời mọc hoặc khi Mặt Trời lặn nằm thẳng hàng với các tuyến phố Đông - Tây thuộc mạng lưới đường phố chính tại quận Manhattan của thành phố New York. Khi mặt trời lặn, tia sáng song song mặt đất lệch một góc khoảng 38° so với hướng tây.



Giả sử mặt tiền các tòa nhà hai bên đường nằm trong 2 mặt phẳng song song cách nhau 30 m và vuông góc với mặt đất. Biết rằng mặt phẳng phía bắc đi qua gốc O của hệ trục $Oxyz$, với tia Oz vuông góc với mặt đất và hướng lên trên. Phương trình mặt phẳng thứ hai có dạng $(Q)\colon x + ay + bz + c = 0$ với $c = \dfrac{m}{\sin n^0}$. Tính $m + n$.

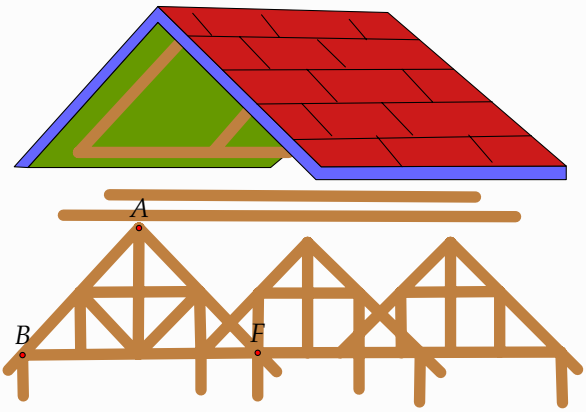
KQ: .....

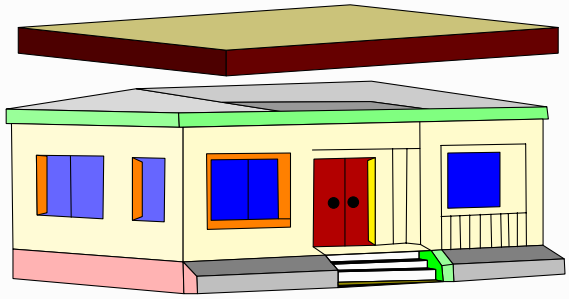
Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 32

Một kỹ sư Strong thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí lắp đặt của 2 mái nhà đã được gắn với nhau tạo thành hình chữ V vào các thanh đà sao cho chuẩn xác nhất. Biết phương trình mặt phẳng chứa 2 mái là $(P)\colon x+2y-2z+6=0$ và $(Q)\colon x+2y+z-5=0$; điểm A là nóc ngói; 2 điểm B, F là rìa đuôi ngói của mỗi mái tiếp xúc giữa mái và thanh đà (như hình vẽ) khi cố định phần dưới của ngôi nhà. Khoảng cách $BF=20$ m, khi đó tỉ số độ dài của thanh đà AF và khoảng cách BF bằng bao nhiêu?





KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 33

Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh $AB=6$. Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B trên đường thẳng CD'. Gọi A_2, B_2 lần lượt là hình chiếu của A_1, B_1 trên đường thẳng AB. Gọi A_3, B_3 lần lượt là hình chiếu của A_2, B_2 trên đường thẳng $A_1B_1\ldots$ Gọi A_{n+1}, B_{n+1} lần lượt là hình chiếu của A_n, B_n trên đường thẳng $A_{n-1}B_{n-1}(n\geq 3)$. Hãy tính tổng $A_1B_1+A_2B_2+A_3B_3+\ldots$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)?

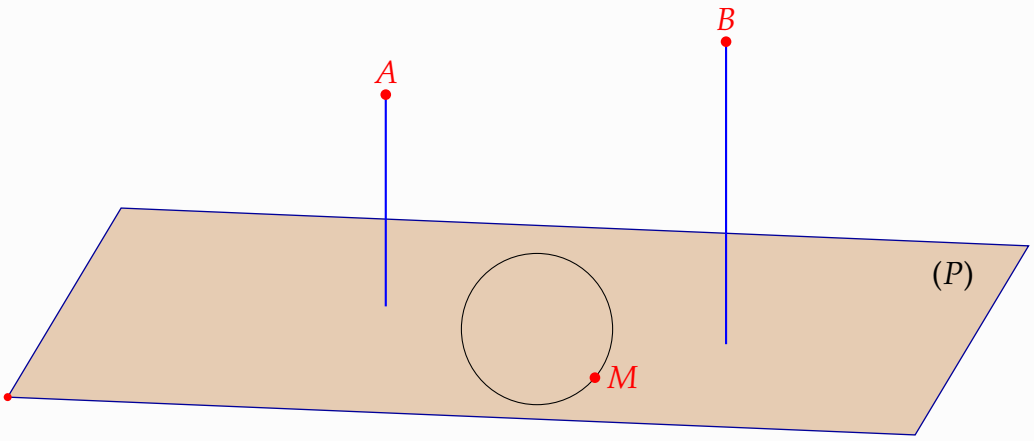
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 34

Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục tính là mét), một vườn hoa nằm trên mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z-12=0$. Có hai bóng đèn chiếu sáng cố định được đặt tại các điểm $A(40;-40;12)$, $B(-40;50;38)$. Để đảm bảo kĩ thuật chiếu sáng, các kỹ sư muốn thiết kế trên mặt vườn một đường ray để lắp đặt một đèn chiếu sáng M di động trên đường ray ấy. Yêu cầu kĩ thuật đặt ra là góc tạo bởi MA với mặt vườn và góc tạo bởi MB với mặt vườn phải luôn bằng nhau. Độ dài đường ray là bao nhiêu mét *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*?



KQ: .....

Lời giải.

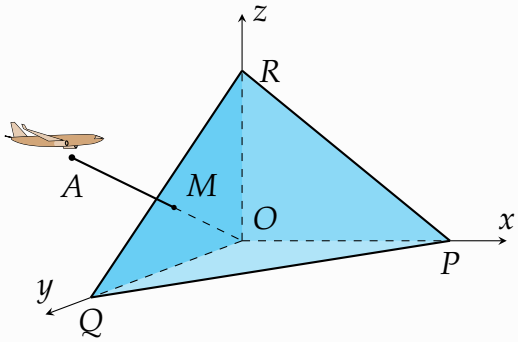
.....

.....

.....

Câu 35

Mô phỏng trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục số là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(6;-8;-1)$ và sẽ hạ cánh ở điểm có tọa độ $O(0;0;0)$ trên đường băng. Có một lớp mây mỏng được mô phỏng bởi một mặt phẳng đi qua ba điểm $P(12;0;0)$, $Q(0;-12;0)$ và $R(0;0;1{,}2)$. Tính khoảng cách giữa máy bay và đường băng ngay khi máy bay bay xuyên qua lớp mây *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của kilômét)*.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 36

Trong một trò chơi mô phỏng bắn súng, một người chơi đặt điểm ngắm tại điểm O là giao điểm của AC và BD trong căn phòng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB = 15\,(\text{m})$, $AD = 20\,(\text{m})$, $AA' = 25\,(\text{m})$. Người chơi di chuyển trên đoạn BD có nhiệm vụ bắn trúng một mục tiêu di động trên mặt phẳng $(CB'D')$. Tính khoảng cách ngắn nhất từ điểm ngắm đó đến mục tiêu *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)*.

KQ: .....

Lời giải.

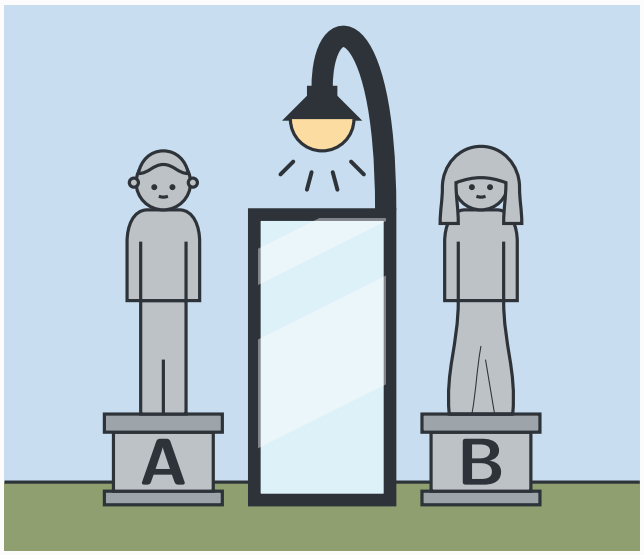
.....

.....

.....

Câu 37

Trong một quảng trường, có hai bức tượng nghệ thuật được đặt cố định tại các vị trí $A(1;2;-1)$ và $B(-2;1;0)$. Một trụ đèn chiếu sáng thông minh được lắp đặt trên một tấm kính lớn cố định, có phương trình $(P)\colon x-2y+z+4=0$. Gọi tọa độ điểm đặt trụ đèn là $M(a;b;c)$. Để tạo hiệu ứng ánh sáng đối xứng hoàn hảo giữa hai bức tượng, qua tính toán người thiết kế yêu cầu trụ đèn phải cách đều hai điểm A và B sao cho $MA^2 = MB^2 = 2{,}75$. Tính giá trị của $a+b+c$.



KQ: .....

Lời giải.

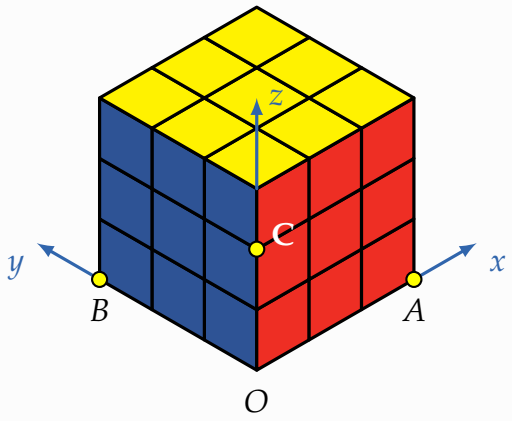
.....

.....

.....

Câu 38

Khối rubik được gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ có đơn vị bằng độ dài cạnh của hình lập phương nhỏ (hình vẽ). Xét bốn điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;2)$, $D(3k;3k;2k)$ với $k > 0$ đồng phẳng. Biết rằng tọa độ điểm $D(a;b;c)$. Khi đó giá trị $a+2b+3c$ bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

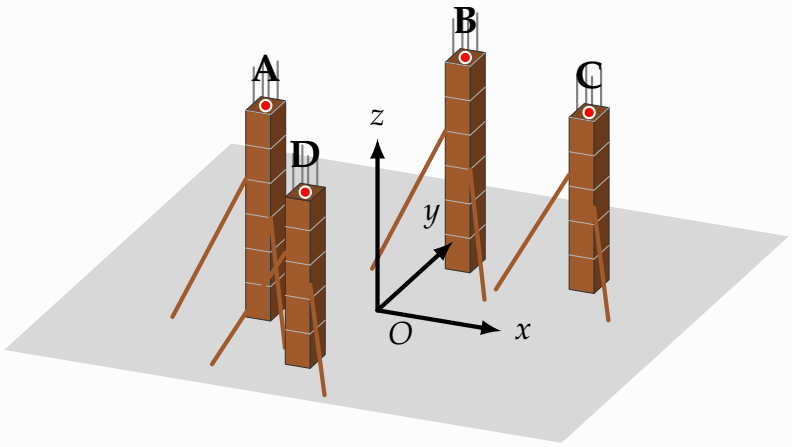
.....

.....

.....

Câu 39

Hình vẽ minh họa một khu nhà đang xây dựng được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét). Mỗi cột bê tông có dạng hình lăng trụ tứ giác đều và tâm của mặt đáy trên lần lượt là các điểm $A(2;1;3)$, $B(4;3;3)$, $C(6;3;2,5)$, $D(4k;0;3k)$. Biết rằng 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng, tính giá trị của k *(viết kết quả làm tròn đến hàng phần mười)*.



KQ: .....

Lời giải.

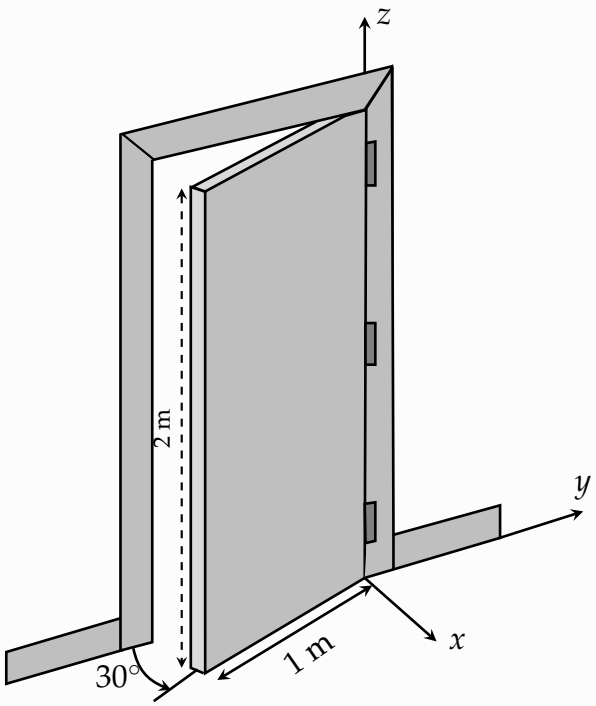
.....

.....

.....

Câu 40

Hình ảnh bên minh họa một cánh cửa hình chữ nhật có chiều rộng 1 m và chiều cao 2 m khi đang mở. Chọn hệ tọa độ như hình vẽ, biết cánh cửa tạo với bức tường một góc 30°, bờ tường vuông góc với mặt sàn. Bỏ qua bề dày của cánh cửa thì phương trình mặt phẳng chứa cánh cửa là $x + by + cz + d = 0$. Tính giá trị $9b^2 + 3c^2 + d$.



KQ: .....

Lời giải.

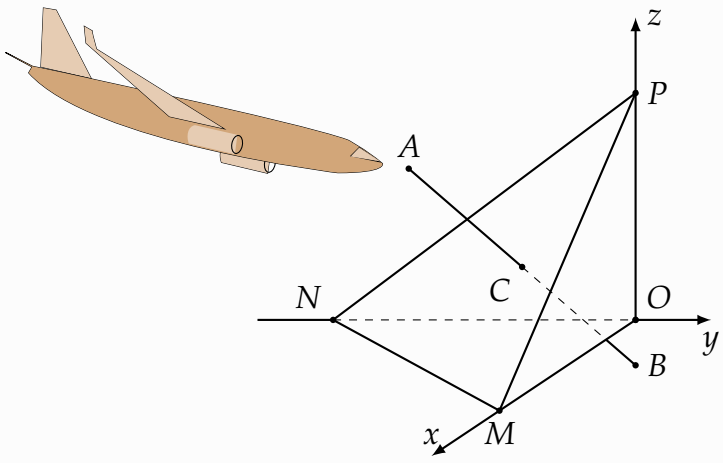
.....

.....

.....

Câu 41

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3;-2;1)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(4;6;5)$ trên đường băng (như hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8;0;0)$, $N(0;-8;0)$, $P(0;0;8)$. Độ cao của máy bay khi máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là bao nhiêu km *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)*?



KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 42

Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, người ta đưa ra một cách kiểm tra bốn nút lưới (đỉnh hình lập phương) bất kì có đồng phẳng hay không bằng cách gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và lập phương trình mặt phẳng đi qua ba nút lưới trong bốn nút lưới đã cho. Giả sử có ba nút lưới mà tọa độ lần lượt là $(1;1;10)$, $(4;3;1)$, $(3;2;5)$ và mặt phẳng đi qua ba nút lưới đó có phương trình $x+my+nz+p=0$. Giá trị của $m+n+p$ là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

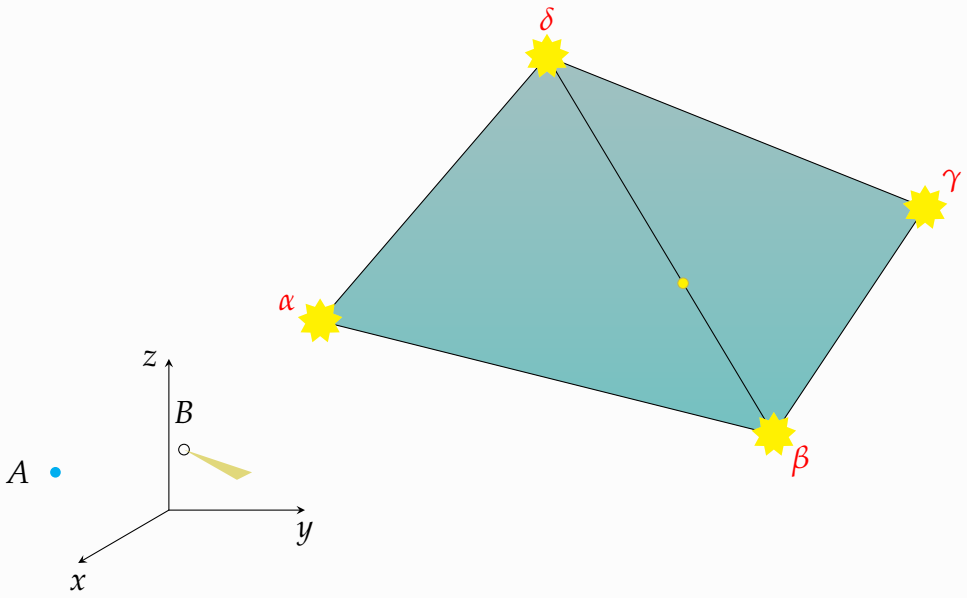
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 43

Bốn ngôi sao α, β, γ, δ tạo thành một vùng không gian hình chóp tứ giác. Tọa độ các ngôi sao là $\alpha(4;4;8)$, $\beta(0;20;0)$, $\gamma(-16;16;4)$, $\delta(-8;12;12)$, một sao chổi bay theo đường thẳng qua hai điểm $A(10;3;1)$ và $B(4;7;3)$. Người ta thấy rằng sao chổi đi vào vùng không gian tại điểm S thuộc tam giác $\triangle\alpha\beta\gamma$ và tại đó sao chổi rời khỏi vùng không gian hình chóp này tại điểm T. Tính độ dài đường đi ST bằng bao nhiêu km (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*). (1 đơn vị $=1\,000$ (km)).



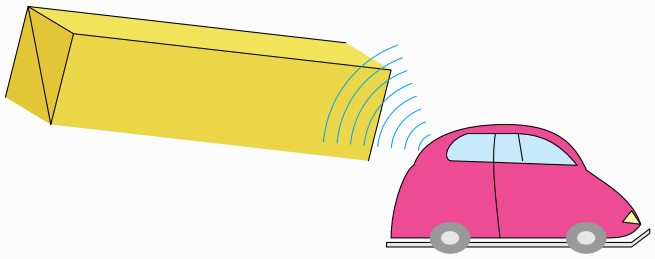
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 44

Khi phát triển hệ thống hỗ trợ đỗ xe ô tô, các nhà nghiên cứu sinh học đã sao chép hệ thống định vị của loài dơi và tích hợp các cảm biến tương ứng vào cán sau của xe. Các cảm biến được cài đặt sao cho chúng sẽ phát tín hiệu khi khoảng cách đến vật cản nhỏ hơn 3,05 m. Một người lái xe đang lùi thẳng về phía một mặt phẳng nghiêng, được cho bởi phương trình mặt phẳng có phương trình là $(E)\colon 6x+2y+3z=49$. Xác định được điểm $R(a;b;c)$ trên đoạn PQ, trong đó $P(6;3;1)$ và $Q(6;4;1)$ mà tại đó cảm biến bắt đầu báo động. Tính $a-b+c$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).



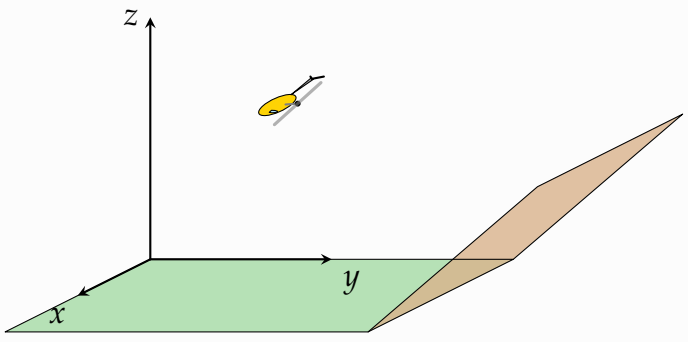
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 45

Một chiếc trực thăng bay trong điều kiện tầm nhìn kém tiến về phía một sườn núi dốc lên, được mô tả bởi các điểm $P(0;5;0)$, $Q(5;10;2)$, $R(10;10;2)$ Trực thăng bay qua các điểm $A(1;6;1)$ và $B(2;7;1)$ (đơn vị km). Nếu trực thăng tiếp tục giữ nguyên hướng bay hiện tại, sẽ va vào sườn núi. Vì thế để tránh tai nạn, tại điểm B phi công giữ nguyên hướng theo phương $x-y$ nhưng bay lên với góc nâng sao cho đường bay song song với sườn núi. Tính góc mà phi công đã thay đổi hướng bay tại điểm B (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười, đơn vị độ*)



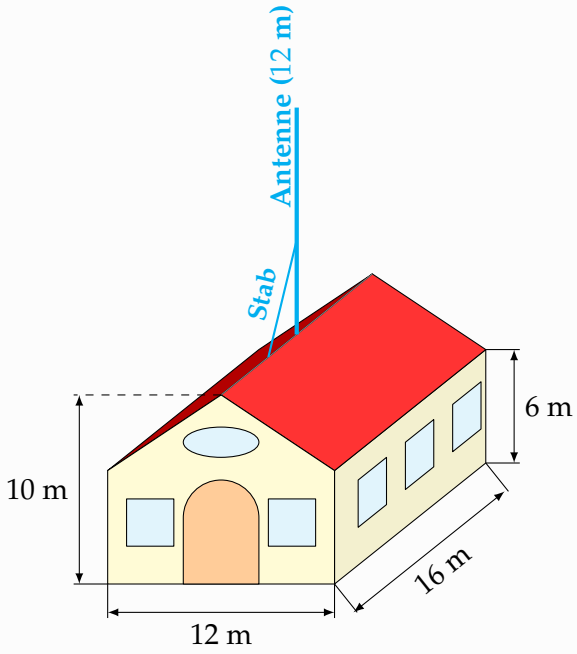
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 46

Chính giữa mặt bên phải của mái nhà (như hình minh họa) có một ăng-ten cao 12 m nhô ra. Ăng-ten được cố định bởi một thanh thép, đầu trên của thanh được gắn ở điểm cách đỉnh ăng-ten 4 m và đầu dưới được bắt vít tại chính giữa đỉnh mái.



Tính góc giữa thanh thép giữa thanh thép và mặt phẳng mái nhà (gắn ăng-ten) (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười, đơn vị độ*)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

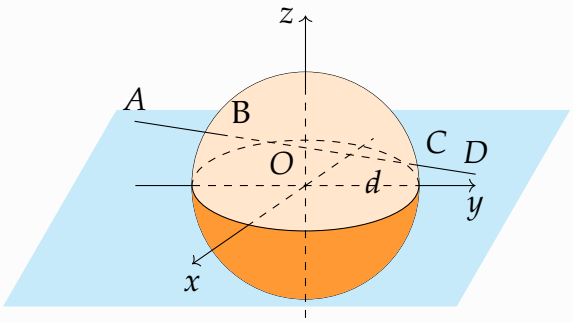
.....

HẾT

§2. ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN OXYZ

Câu 1

Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 417 km. Một máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d từ điểm $A(-688;-185;8)$ đến điểm $D(222;565;8)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



a) Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$.

b) Tọa độ vị trí sớm nhất máy bay xuất hiện trên radar là $B(-415; 40; 8)$.

c) Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát là 590 km.

d) Biết vận tốc máy bay là 900 km/h thì thời gian di chuyển của máy bay trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 19,7 phút (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Một máy bay đang di chuyển về phía sân bay. Tại thời điểm hiện tại, vị trí của máy bay là $B(150; 150; 5000)$ (trong đó 5000 m là độ cao của máy bay so với mặt đất). Máy bay đang di chuyển thẳng tới sân bay với vận tốc 700 km/h. Sân bay có tọa độ $C(0; 0; 0)$ và máy bay đang tiến dần đến vị trí hạ cánh tại sân bay.

a) Phương trình tham số của đường thẳng mà máy bay di chuyển theo là $\begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

b) Khoảng cách từ vị trí hiện tại của máy bay $B(150; 150; 5000)$ đến sân bay $C(0; 0; 0)$ là $\sqrt{15250000} \approx 3905{,}6$ km.

c) Với vận tốc của máy bay là 700 km/h, thời gian để máy bay hạ cánh là khoảng 5,5 giờ.

d) Nếu hệ thống kiểm soát không lưu yêu cầu liên lạc với máy bay khi nó còn cách sân bay 40 km thì khi máy bay ở vị trí $(6; 6; 200)$ nó còn cách sân bay là 40 km.

Lời giải.

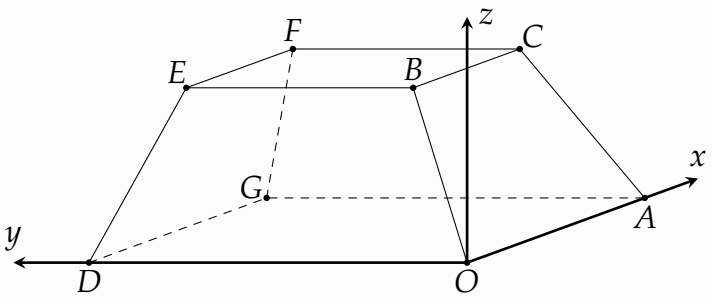
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Một sân vận động được xây dựng theo mô hình là hình chóp cụt $OAGD.BCFE$ có hai đáy song song với nhau. Mặt sân $OAGD$ là hình chữ nhật và được gắn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ dưới (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Mặt sân $OAGD$ có chiều dài $OA = 100$ m chiều rộng $OD = 60$ m và tọa độ điểm $B(10; 10; 8)$.



a) Tọa độ các điểm $G(100; 60; 0)$, $D(0; 60; 0)$, $A(100; 0; 0)$.

b) Mặt phẳng $(OACB)$ có phương trình là $y + 10z = 0$.

c) Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng $(OBED)$ bằng $\dfrac{400\sqrt{41}}{41}$ m.

d) Góc giữa mặt bên $(OBED)$ và mặt đáy là 40°.

Lời giải.

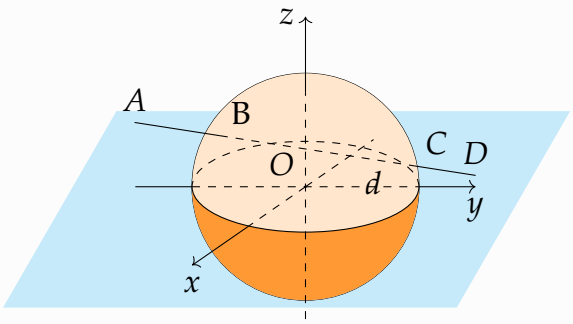
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 4

Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = -1\,000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng 300 km.

b) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy bay ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\dfrac{4}{3}$ giờ.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M\left(-500;\ 100;\ 100\sqrt{11}\right)$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 360\,000$.

Lời giải.

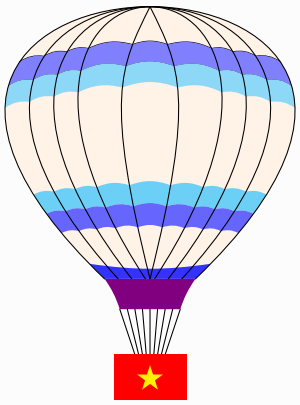
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 5

Xét hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một điểm trong cùng một ngày. Lúc 9 h sáng, chiếc thứ nhất đang ở vị trí A cách điểm xuất phát 2 km về phía Nam và 1 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai đang ở vị trí B nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và 1,5 km về phía Tây đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (như hình vẽ). Lấy đơn vị đo trên mỗi trục là km



a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất lúc 9 h sáng là $A(2;1;0{,}5)$.

b) Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\dfrac{x-2}{30}=\dfrac{y-1}{25}=\dfrac{z-0{,}5}{3}$.

c) Lúc 9 h sáng, khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị km).

d) Từ 9 h sáng đến 9 h 10′ sáng, khinh khí cầu thứ nhất đi thẳng đều về hướng Nam với vận tốc 50 km/h và độ cao không đổi để đến điểm M, khinh khí cầu thứ hai chuyển động thẳng đều đến điểm N với vận tốc 60 km/h, biết vectơ $\overrightarrow{BN}$ cùng hướng với vectơ $\vec{u}(2;2;1)$. Bỏ qua lực cản của gió, khoảng cách MN là 4,66 km (làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị km).

Lời giải.

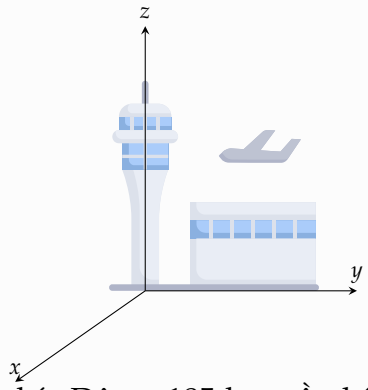
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 6

Một tháp kiểm soát không lưu ở sân bay cao 109 m đặt một đài kiểm soát không lưu ở độ cao 105 m. Máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 450 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox là hướng Tây, trục Oy là hướng Nam và trục Oz là trục thẳng đứng (Hình vẽ), đơn vị trên mỗi trục là kilômét.



Một máy bay đang ở vị trí A cách mặt đất 8 km, cách 268 km về phía Đông, 185 km về phía Nam so với tháp kiểm soát không lưu và đang chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(82;76;0)$ hướng về đài kiểm soát không lưu.

a) Vị trí A có tọa độ là $(268;-185;-8)$.

b) Đài kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A.

c) Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=-268+82t \\ y=185+76t \\ z=8 \end{cases}$ (t là tham số).

d) Khoảng cách gần nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu là 217,98 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải.

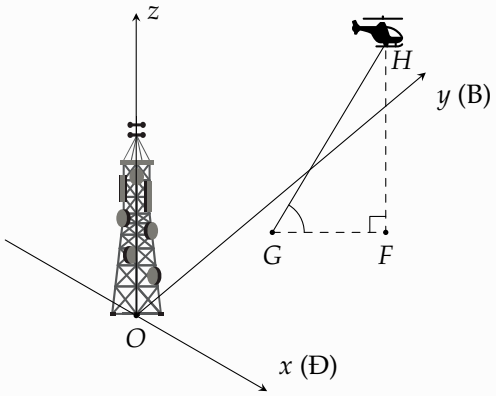
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 7

Hình vẽ minh họa đường bay của một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển của sân bay; trục Ox là hướng đông, trục Oy là hướng bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G. Vectơ $\vec{r}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t \geq 0$) có tọa độ là $\vec{r} = (1+t; 0{,}5+2t; 2t)$.



a) Tọa độ điểm $G\,(1; 0{,}5; 0)$.

b) Phương trình đường thẳng GH là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{0{,}5-y}{2} = \dfrac{x}{2}$.

c) Hình chiếu của đường thẳng GH xuống mặt đất là đường thẳng đi qua điểm $I\,(2; 2{,}5; 0)$.

d) Giả sử một đỉnh núi nằm ở điểm $M\,(5; 4{,}5; 3)$. Khi HM vuông góc với đường bay GH thì khoảng cách từ máy bay đến đỉnh núi tại thời điểm đó bằng $\sqrt{5}$ (km).

Lời giải.

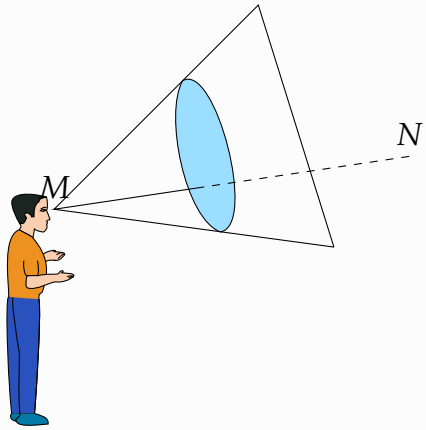
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 8

Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị trên mỗi trục là mét, mắt một người quan sát đặt ở vị trí $M(2; 3; -4)$ và vật cần quan sát đặt tại vị trí $N(-1; 0; 8)$. Một tấm bìa chắn đường truyền ánh sáng có dạng hình tròn tâm $T(1; 2; 0)$, bán kính bằng 3 và đặt trong mặt phẳng (Oxy).



a) Khoảng cách giữa hai điểm M, N bằng $9\sqrt{2}$ (m).

b) Phương trình tham số đường thẳng MN là $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = -4 - 12t. \end{cases}$

c) Đường thẳng MN cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $(1; -2; 0)$.

d) Tấm bìa che khuất tầm nhìn của người quan sát đối với vật được đặt ở điểm N.

Lời giải.

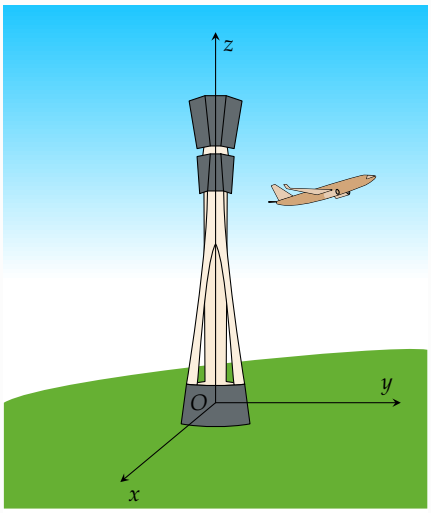
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 9

Một tháp kiểm soát không lưu ở sân bay cao 109 m đặt một đài kiểm soát không lưu ở độ cao 105 m. Máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 450 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox là hướng tây, trục Oy là hướng nam và trục Oz là trục thẳng đứng (Hình bên dưới), đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Một máy bay đang ở vị trí A cách mặt đất 8 km, cách 268 km về phía đông, 185 km về phía nam so với tháp kiểm soát không lưu và đang chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (82; 76; 0)$ hướng về đài kiểm soát không lưu.



a) Đài kiểm soát không lưu có tọa độ là $(0; 0; 0)$.

b) Vị trí A có tọa độ là $(-268; 185; 8)$.

c) Đài kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A.

d) Khoảng cách khi máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất là 217,96 km.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10

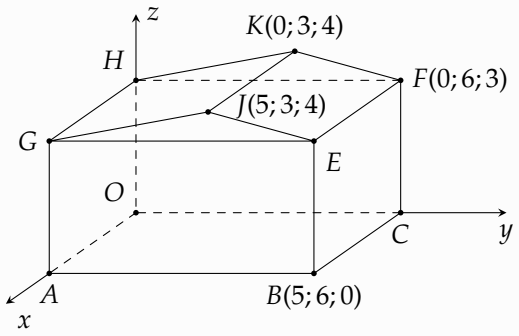
Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo là 100 ki-lô-mét) một rađa được đặt ở vị trí gốc toạ độ. Biết rằng rađa có phạm vi hoạt động là 100 km. Một máy bay chuyển động thẳng đều có vị trí được xác định theo thời gian t (đơn vị giờ) cho bởi phương trình
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 4t \end{cases}, 0 \le t \le 2.$$

a) Vị trí xuất phát của máy bay là $A(-2;2;2)$.
b) Sau 20 phút bay thì máy bay đã bị rađa phát hiện.
c) Vị trí đầu tiên khi rađa phát hiện ra máy bay là điểm có tung độ bằng 1.
d) Trong thời gian máy bay bị phát hiện thì máy bay bay được hơn 800 km.

Lời giải.

Câu 11

Sơ đồ một ngôi nhà trong hệ tọa độ $Oxyz$ được minh họa như hình vẽ. Trong đó, nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.

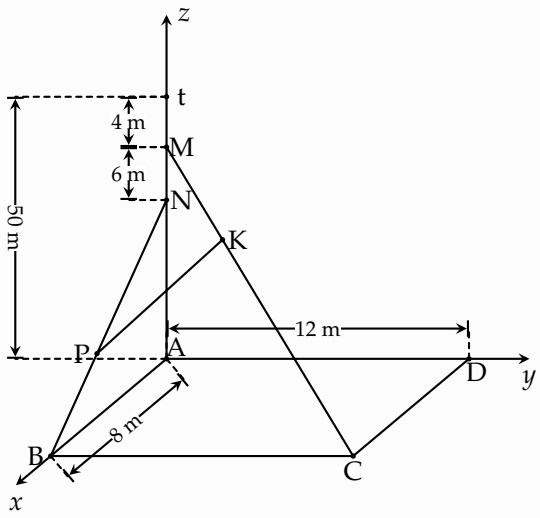


a) Toạ độ của điểm A là $(5;0;0)$.
b) Khoảng cách giữa hai điểm O và K là $2\sqrt{3}$.
c) Góc giữa hai mái nhà là $134{,}13^\circ$.
d) Hai đường thẳng OJ và BK không vuông góc với nhau.

Lời giải.

Câu 12

Một tháp phát sóng cao 50 m đặt ở góc A của sân hình chữ nhật $ABCD$. Để giữ cho tháp không bị đổ, người ta có cột rất nhiều dây cáp quanh tháp và cố định tại các vị trí trên mặt đất. Hai chú kiến vàng và kiến đen bắt đầu leo lên hai dây cáp CM và BN (từ C và B) với vận tốc lần lượt là 3 m/phút và 2,5 m/phút (được mô hình hóa trong hệ trục tọa độ $Axyz$ như hình vẽ bên). Xét trong thời gian 10 phút.



a) Tọa độ của điểm N là $(0;0;40)$.
b) Sau 10 phút, kiến vàng ở vị trí K với $CK = 30$ m.
c) Sau 10 phút, kiến đen ở vị trí P với $BP = 24$ m.
d) Sau 10 phút, kiến vàng và kiến đen cách nhaukhoảng 6,93 m.

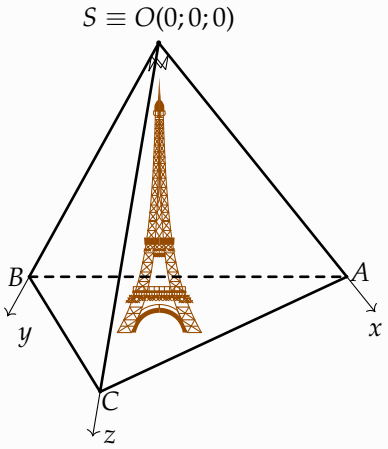
Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 13

Bạn Lan Chi muốn trung bày một mô hình tháp Eiffel trong một cái hộp có dạng hình chóp tam giác đều $S.ABC$ với cạnh bên bằng 20 cm, các mặt bên là các tam giác vuông và chân tháp nằm trên mặt đáy của cái hộp. Khối hộp này được mô hình hóa trên hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ bên dưới. Biết chiều cao của tháp này cao 11 cm.

a) Thế tích khối chóp đều $S.ABC$ bằng 1000 cm^3.
b) Phương trình (ABC): $x + y + z - 20 = 0$.
c) Góc giữa mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 45°.
d) Khi đặt tháp Eiffel trong khối hộp thì đỉnh của tháp cách đỉnh S của khối hộp xấp xỉ 0,547 cm.



Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 14

Một radar phòng không được đặt tại vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên các trục tọa độ ứng với 1 km. Radar này có khả năng phát hiện các mục tiêu bay

trong bán kính 250 km. Một máy bay không người lái (UAV) đang bay thẳng đều từ vị trí điểm $A(300;-400;100)$ đến điểm $B(-300;400;100)$. UAV bay với vận tốc không đổi 900 km/h và mang theo thiết bị gây nhiễu chủ động có tầm hiệu quả 50 km tính từ UAV.

(Tham khảo từ Stimson's Introduction to Airborne Radar, 3rd Edition, George W. Stimson, Hugh D. Griffiths, Christopher Baker, Dave Adamy)

a) Radar không thể phát hiện UAV khi UAV ở vị trí A.

b) Phương trình tham số của đường bay của UAV là $\begin{cases} x = 300 - 3t \\ y = -400 + 4t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 0 \end{cases}$

c) Trong suốt quá trình bay, sẽ có thời điểm UAV gây nhiễu được radar.

d) Radar có thể theo dõi UAV trong khoảng thời gian hơn 30 phút.

Lời giải.

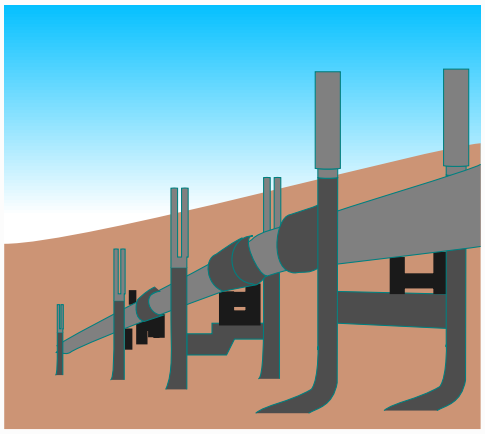
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 15

Đường ống dẫn dầu trên không là hệ thống đường ống được treo trên các giá đỡ hoặc cột cao, dùng để vận chuyển dầu thô hoặc các sản phẩm dầu mỏ từ nơi này đến nơi khác mà không cần chôn dưới lòng đất. Hệ thống này thường được sử dụng trong các khu vực có địa hình khó khăn, vùng băng giá, rừng rậm,... những nơi mà việc đào đường ống ngầm không khả thi. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, mặt đất là mặt phẳng (Oxy), đơn vị trên mỗi trục là mét, người ta thiết lập một đường ống dẫn dầu trên không dọc theo đường thẳng d: $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 20 \end{cases}$ (t là tham số).



Vì địa hình phức tạp, người ta chọn điểm $A(15;10;15)$ để làm điểm trung chuyển đầu từ mặt đất đến đường ống này.

a) Đường ống dẫn dầu nằm trên mặt phẳng (Oyz).

b) Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $A'(-15;-10;15)$.

c) Do thực tế công việc, người ta cần xác định vị trí điểm $B(0;b;20)$ thuộc đường ống và vị trí điểm $C(m;n;0)$ thuộc mặt đất sao cho tổng độ dài các đoạn đường AB, BC, AC nhỏ nhất. Khi đó $m+n+b=\dfrac{200}{7}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài các đoạn thẳng AB, BC, AC làm tròn đến hàng chục bằng 45,5 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

Câu 16

Trong không gian tọa độ $Oxyz$ với mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất với đơn vị trên mỗi trục là km, một hệ thống phòng không được đặt tại O. Hệ thống phòng không được trang bị Radar có thể phát hiện vật thể trong phạm vi 400 km. Một vật thể (coi như một hạt) bay với tốc độ không đổi trên một đường thẳng, người quan sát Radar phát hiện vật thể di chuyển từ $A(320;148;45)$ đến $B(280;133;40)$ trong khoảng thời gian 10 giây.

a) Vectơ dịch chuyển của vật thể trên mỗi đơn vị thời gian được gọi là vectơ vận tốc của vật thể. Khi đó vectơ vận tốc của vật thể có tọa độ $\vec{v} = (4;1{,}5;0{,}5)$ (đơn vị giây).

b) Đường thẳng AB có phương trình $\begin{cases} x = 320 - 40t \\ y = 148 - 15t \\ z = 45 - 5t \end{cases}$.

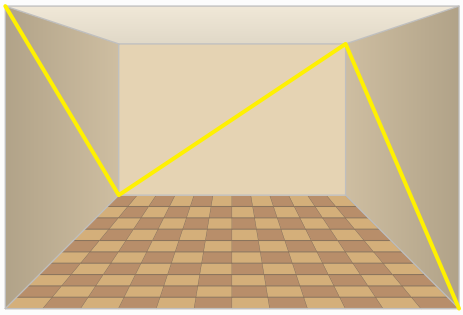
c) Khoảng thời gian từ khi vật thể ở A đến khi rơi xuống mặt đất là 90 giây.

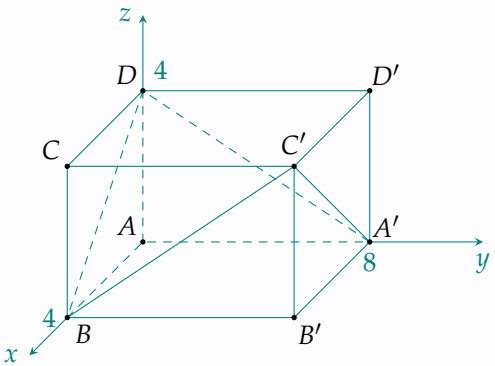
d) Vị trí đầu tiên vật thể đi vào vùng quan sát của Radar có cao độ bằng 48,25 (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải.

Câu 17

Trong một căn phòng có chiều ngang 4 m, chiều rộng 8 m và chiều cao 4 m, người chủ đã thiết kế 4 dãy đèn LED chạy dọc theo các đường chéo của hình chữ nhật tương ứng với các bức tường căn phòng sao cho chúng có tính liên tục. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với căn phòng là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó điểm A là gốc tọa độ, đơn vị trên mỗi trục là mét. Chủ căn phòng quyết định sử dụng loại đèn LED neon Flex (không chói mắt) với giá thi trường khoảng 85 nghìn đồng/mét.





a) Phương trình cạnh BD là $\begin{cases} x = 0 \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$, ($t$ là tham số).

b) Số tiền để mua đèn LED trang trí trong căn phòng là 2 482 nghìn đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của nghìn đồng).

c) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng $(A'BC')$ bằng 5,2 m (làm tròn đến hàng phần chục).

d) Biết đèn LED có điểm sáng M chạy từ B đến D với tốc độ 0,2 m/s, đèn LED có điểm sáng N chạy từ A' đến C' với tốc độ 0,3 m/s. Sau 9,1 giây (làm tròn đến hàng phần chục) kể từ khi mở nguồn thì hai điểm sáng M, N có khoảng cách ngắn nhất trước khi có ít nhất một điểm sáng về đích.

Lời giải.

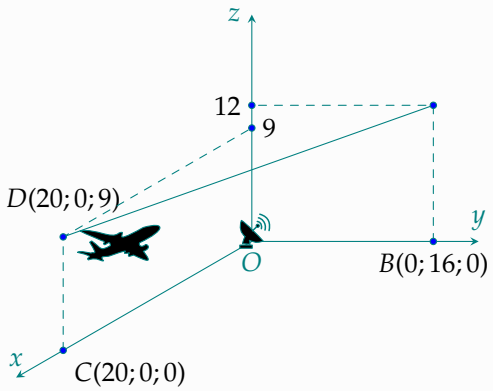
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 18

Một chiếc máy bay thương mại Comac C919 đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB. Tại vị trí D thì máy bay bay cách mặt đất 9 000 m, tại vị trí E thì máy bay cách mặt đất 12 000 m. Một ra đa được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C khoảng 20 000 m, cách B khoảng 16 000 m và $\widehat{BOC} = 90°$; phạm vi theo dõi của rađa là 20 km. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là 1 000 m) với O là vị trí đặt ra đa, B thuộc tia Oy, C thuộc tia Ox.



a) Tại D, máy bay cách ra đa 23 000 m (làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét).

b) Khi máy bay bay đến điểm I (là trung điểm của DE), máy bay cách mặt đất 10 500 m.

c) Trên hành trình bay từ D đến E, máy bay sẽ đi qua điểm có tọa độ $P(16; 3{,}2; 9{,}6)$.

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa là 22 000 m (làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét).

Lời giải.

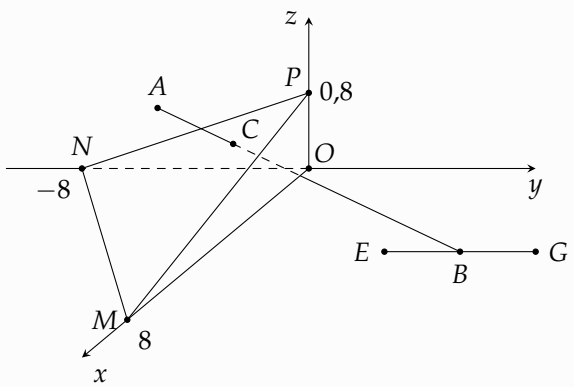
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 19

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là ki-lô-mét), một máy bay đang ở vị trí $A(4; -0{,}5; 0{,}5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3; 2{,}5; 0)$ ở trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8; 0; 0)$, $N(0; -8; 0)$ và $P(0; 0; 0{,}8)$.



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = -0{,}5 + 3t \\ z = 0{,}5 - 0{,}5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Khi máy bay cách mặt đất 120 m thì vị trí của máy bay trên đường thẳng AB là điểm $D(3{,}24; 1{,}78; 0{,}12)$.

c) Độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh là 0,42 km (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm cuối $G(4{,}5; 5{,}5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã đạt được quy định an toàn bay.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 20

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), coi mặt biển là một phần của mặt phẳng (Oxy). Một ngọn hải đăng cao 60 m so với mực nước biển được đặt ở vị trí $I(30; 55; 60)$ có bán kính phủ sáng là 5 km.

a) Vùng phủ sáng của ngọn hải đăng là khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu có phương trình là $(x-30)^2 + (y-55)^2 + (z-60)^2 = 5000^2$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $A(7500; 6500; 0)$ thì người đó ở trong vùng phủ sáng của ngọn hải đăng.

c) Nếu ngọn hải đăng phủ sáng một vùng trên mặt biển thì diện tích vùng sáng này không vượt quá 80 triệu mét vuông.

d) Nếu hai người đi biển ở trong vùng phủ sáng của ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không vượt quá 10 km.

Lời giải.

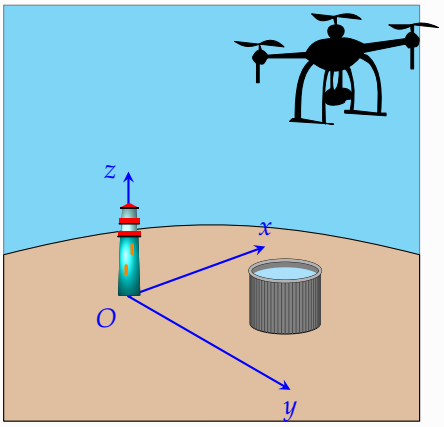
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 21

Trong một khu vực khai thác mỏ, người ta đặt hệ tọa độ $Oxyz$ để mô phỏng vị trí các điểm trong không gian (tính theo mét). Vị trí của trạm quan sát nằm tại $A(0; 0; 10)$. Vị trí của giếng khoan nằm tại $B(4; 3; 0)$. Một máy bay không người lái M đang bay trên đường thẳng $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$.



a) Tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của giếng khoan B trên đường thẳng d là $H(1;-1;2)$.

b) Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (Oxy) là $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

c) Khoảng cách nhỏ nhất từ máy bay M đến giếng khoan B là 5.

d) Nếu từ A, người quan sát nhìn thấy máy bay M dưới một góc lớn nhất (góc nhìn được tạo bởi đường thẳng AM và đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (Oxy)), vị trí của M để góc này lớn nhất có tổng của các thành phần tọa độ là $\dfrac{34}{45}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 22

Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳngbằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 23

Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(3;a;b)$ thì giá trị của biểu thức b^a bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 24

Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(3;4;2)$ và trong 4 giây đầu đạn đi với vận tốc không đổi, véc-tơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(4;5;1)$. Biết viên đạn trúng mục tiêu

tại điểm $M(13;b;c)$, tính $b+2c$.

KQ: .....

Lời giải.

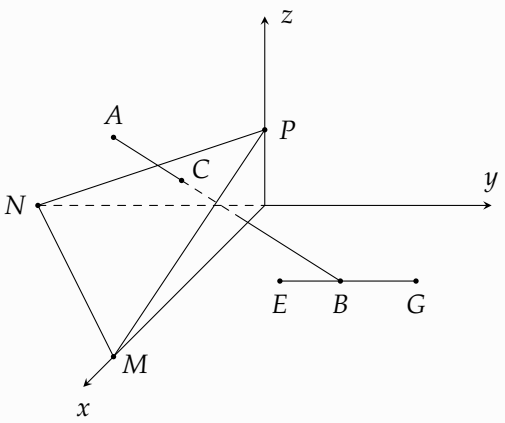
.....

.....

.....

Câu 25

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí trí $A(3{,}5;-2;0{,}5)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3{,}5;5;0)$ trên đường băng EG (hình vẽ). Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5;0;0)$, $N(0;-5;0)$, $P(0;0;0{,}5)$. Điểm $C(a;b;c)$ nằm trên đoạn AB là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh. Giá trị của $a+b+c$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 26

Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai dường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi *làm tròn đến hàng đơn vị* của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 27

Khi gắn hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo ki-lo-mét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $M(4;1;5)$ đến vị trí $N(7;8;3)$ và hạ cánh tại vị trí $P(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 28

Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt tại điểm $M(1;2;3)$ và vật cần quan sát đặt tại điểm $N(2;3;-12)$. Một tấm bìa cứng có dạng hình tròn thuộc mặt phăng Oxy tâm đặt tại gốc tọa độ, bán kính R che khuất tầm nhìn của người quan sát. Khi đó bán kính của tấm bìa nhỏ nhất là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 29

Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;0;5)$ đến vị trí $B(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần chục)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 30

Người ta muốn dựng một cột ăngten trên một sườn đồi. Ăngten được dựng thẳng đứng trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên mỗi trục bằng 1 m . Gọi O là gốc cột, A là điểm buộc dây cáp vào cột ăngten và M, N là hai điểm neo dây cáp xuống mặt sườn đồi (hình vẽ).
Cho biết tọa độ các điểm nói trên lần lượt là $O(0;0;0)$, $A(0;0;8)$, $M(4;-6;3)$, $N(-4;-3;2)$. Góc tạo bởi sợi dây cáp MA với mặt phẳng sườn đồi (Làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị độ).

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 31

Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có toạ độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay đang bay thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150)$, $B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $-3a-b-c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 32

Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ (42×42 cm) bằng súng tiểu liên AK trong không gian $Oxyz$. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100 m, trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có phương trình

$$d\colon \begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=4 \end{cases} \text{ và } d'\colon \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=1+3t'. \end{cases}$$

Để bắn trúng hồng tâm (điểm 10) thì vận động viên phải ngắm bắn vào điểm $N(a;b;c) \in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng 6 cm. Khi $c<0$, tính giá trị biểu thức $a-b+c$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 33

Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d (như hình bên). Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là gốc tọa độ O của hệ trục tọa độ $Oxyz$ thì máy dò A di chuyển theo đường thẳng có phương trình $\begin{cases} x=5-t \\ y=5-t \\ z=7-2t \end{cases}$, (trong đó t (giờ) là thời gian chuyển động).

Mặt cầu giới hạn phạm vi nhận tín hiệu của máy dò A tại thời điểm nó gần máy phát tín hiệu P nhất có tâm $I(a;b;c)$. Tính $P=a+b+c$.

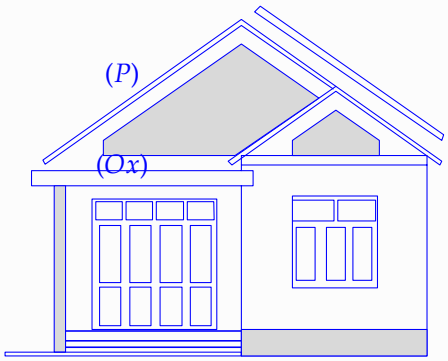
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 34

Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà (hình minh họa bên dưới) sao cho mặt phẳng $(P)\colon -\sqrt{3}x+y+1=0$. Hỏi góc tạo bởi (P) với trục Ox bằng bao nhiêu độ?



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 35

Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà sao cho nền nhà thuộc mặt phẳng (Oxy), người ta coi mỗi mái nhà là một phần của mặt phẳng và thấy ba vị trí A, B, C ở mái nhà bên phải lần lượt có tọa độ $(1;0;3)$, $(5;0;1)$ và $(5;9;1)$. Góc giữa mái nhà bên phải và nền nhà bằng bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

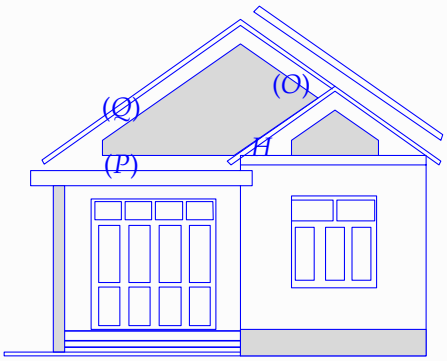
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 36

Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét) vào một căn nhà (hình minh họa bên dưới) sao cho điểm $H(2;1;2)$. Điểm H là hình chiếu vuông góc của gốc tọa độ O xuống mặt phẳng (P). Số đo góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q): $x+y-11=0$?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 37

Một chiếc bàn gấp gọn đã được thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$. Điểm A là chân bàn tiếp xúc với mặt đất thuộc đường thẳng a: $\begin{cases} x=-3+t \\ y=1+t \\ z=-2+4t \end{cases}$ cắt mặt bàn (P): $x+y-2z+6=0$ tại điểm F. Độ dài chân bàn $FA=40\sqrt{3}$ cm. Hỏi độ cao mặt bàn tính từ mặt đất là bao nhiêu cm?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 38

Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;0;3)$ và chuyển động theo đường cáp có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;2;1)$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Hai cột trụ cáp treo đặt tại điểm B, C biết $x_B=20$; $y_C=120$. Thời gian cabin đi từ điểm B đến điểm C là 55 s. Hỏi vận tốc của cabin bằng bao nhiêu m/s?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 39

Tại một nút giao thông có hai con đường. Trên thiết kế, trong không gian $Oxyz$, hai con đường đó thuộc hai đường thẳng lần lượt có phương trình là $d_1\colon \begin{cases} x = 1 + at \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $d_2\colon \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$. Tìm a để nút giao thông trên là nút giao thông cùng mức.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 40

Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và theo hướng về đài không lưu. $E(a;b;c)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính $T = a + b + c$.

KQ: .....

Lời giải.

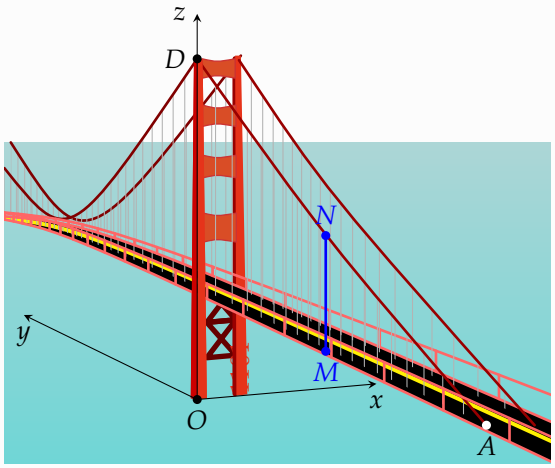
.....

.....

.....

Câu 41

Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ, đơn vị trên các trục là mét. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz), trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước 227 m, điểm A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz một khoảng 343 m.



Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 m và MN song song với cột trụ. Tính độ dài MN, biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng 230 m (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 42

Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ $Oxyz$ với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng Oxy là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz, trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước 227 (m), điểm A cách mặt nước 75 (m) và cách trục Oz một khoảng 343 (m).

Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 (m) và MN song song với cột trụ. Khi điểm M cách trục Oz một khoảng bằng 230 (m), tính độ dài đoạn dây nối MN (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

.....

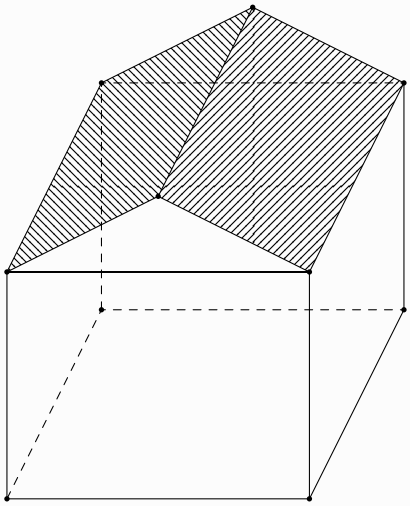
.....

.....

Câu 43

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét), ngôi nhà như hình vẽ dưới đây có sàn nhà nằm trên mặt phẳng Oxy. Hai mái nhà lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P)\colon x-2y+5=0$ và $(Q)\colon x-2y-3z+20=0$. Hỏi là chiều cao của ngôi nhà tính từ sàn nhà lên nóc nhà

(điểm cao nhất của mái nhà) là bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

.....

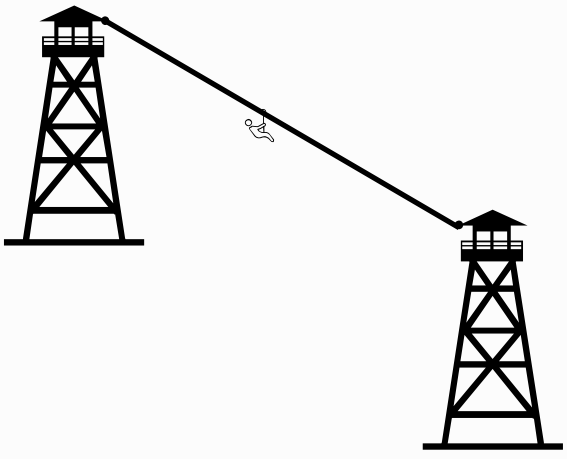
.....

.....

Câu 44

Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao 15 m của tháp 1 này sang vị trí B cao 10 m của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh. Với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), toạ độ của A và B lần lượt là $(3;2{,}5;15)$ và $(21;27{,}5;10)$. Khi du khách ở độ cao 12 mét thì tọa độ của du khách lúc đó là $M(a;b;c)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + b + c$ (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*). Biết rằng sự trùng xuống của sợi dây là không đáng kể

KQ: .....



Lời giải.

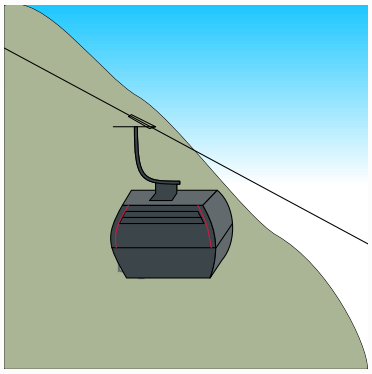
.....

.....

. . . . . .

Câu 45

Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục toạ độ là mét). Giả sử sau 5 s kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M. Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $2a+3b+c$.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 46

Trong không gian $Oxyz$, với đơn vị đo là mét, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(2;1;3)$ với vận tốc không đổi (đơn vị m/s), vectơ vận tốc là $\vec{v} = (2;1;5)$. Biết mục tiêu đặt ở vị trí có tọa độ $B(8;4;18)$, hỏi trong thời gian bao lâu (giây) viên đạn trên bay trúng vào mục tiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 47

Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150)$, $B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, toạ độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $19(3a+b+c)$ là bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 48

Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A(-500;-250;150)$, $B(-200;-200;100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a;b;c)$. Giá trị biểu thức $19a-b-c$ là bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 49

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là mét), các nhà nghiên cứu khí tượng dùng một phần mềm mô phỏng bề mặt của một quả bóng thám không có dạng hình cầu bằng phương trình $(x-20)^2+(y-50)^2+(z-300)^2=1$. Một vật thể bay theo đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=10+2t \\ y=30-t \\ z=2999 \end{cases}$. Khoảng cách từ tâm của quả bóng đến đường thẳng d là $\sqrt{a}$. Tính a.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 50

Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;0;5)$ đến vị trí $B(10;10;3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;b;0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu?

KQ: .....

Lời giải.

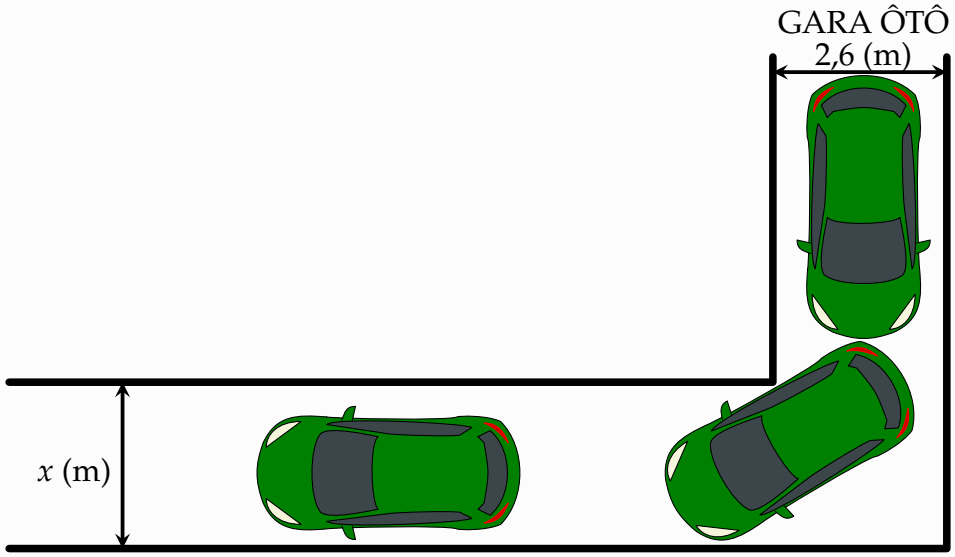
.....

.....

.....

Câu 51

Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào gara ô tô nhà cô Hiền.



Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x m, đoạn đường thẳng vào cổng gara có chiều rộng 2,6 m. Biết kích thước xe ô tô là 5 m $\times$1,9 m. Để tính toán và thiết kế đường đi cho ô tô người ta coi ô tô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài 5 m, chiều rộng 1,9 m. Hỏi chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên bằng bao nhiêu mét để ô tô có thể đi vào gara được (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 52

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(11;4;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-3;-4;0)$ với tốc độ là 5 m/s (Đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét); giả sử sau $t(s)$ kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M; Một người đứng tại điểm O quan sát cabin chạy trên cáp treo, sau thời gian bao nhiêu thì khoảng cách giữa người quan sát và cabin gần nhau nhất? (làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

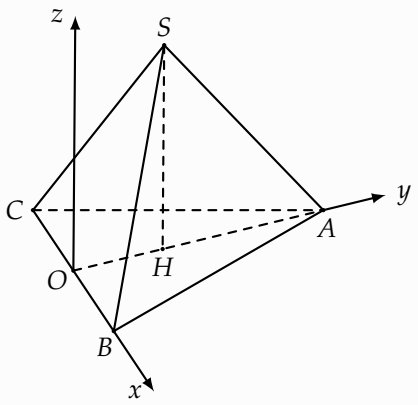
.....

.....

.....

Câu 53

Một vật trang trí kim tự tháp dạng hình chóp tam giác đều có chiều cao 110 mm và đáy là tam giác đều cạnh 120 mm được vẽ lại như Hình 12. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho gốc toạ độ O trùng với trung điểm của cạnh đáy BC, đỉnh B thuộc tia Ox và đỉnh A thuộc tia Oy. Tính côsin của góc giữa hai mặt bên của vật trang trí đó.



Hình 12

KQ: .....

Lời giải.

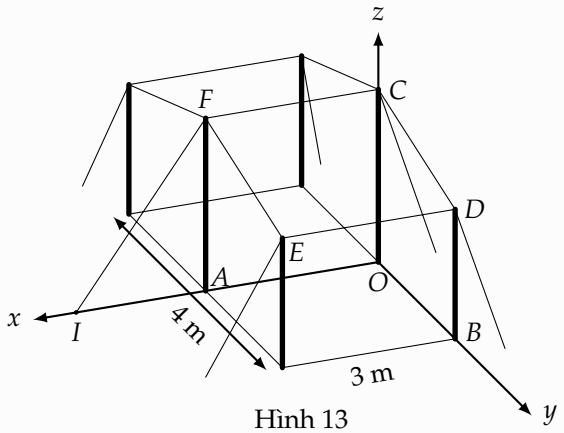
.....

.....

.....

Câu 54

Một lều trại có mặt trước và mặt sau rộng 4 m, hai mặt bên rộng 3 m gồm sáu thanh cọc tre, vải bạt chống thấm nước, dây dù hoặc dây thừng để cố định lều tại sáu cọc sắt cắm sát đất như Hình 13. Biết rằng, hai thanh AF, OC có chiều dài 2,2 m; bốn thanh còn lại có chiều dài 1,7 m và đoạn dây thừng $IF = 3$ m. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ và cho biết góc giữa đường thẳng chứa dây thừng IF và mặt phẳng chứa tấm bạt $(CDEF)$ là a°. Tính giá trị của a. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ.



Hình 13

KQ: .....

Lời giải.

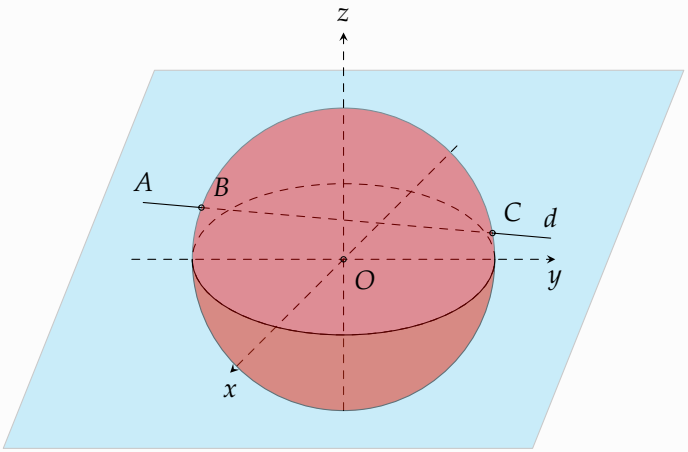
.....

.....

.....

Câu 55

Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt tại vị trí có có toạ độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$ có chuyển động theo đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu.



Tính khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu tại vị trí máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ: .....

Lời giải.

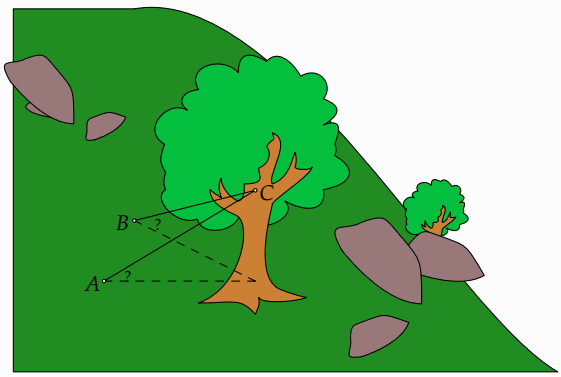
.....

.....

.....

Câu 56

Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình bên. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O(0;0;0)$, $A(3;-4;2)$, $B(-5;-2;1)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $(0;0;5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Tổng các góc tạo bởi mỗi dây neo và mặt phẳng sườn núi (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*) khoảng bao nhiêu độ?



KQ: .....

Lời giải.

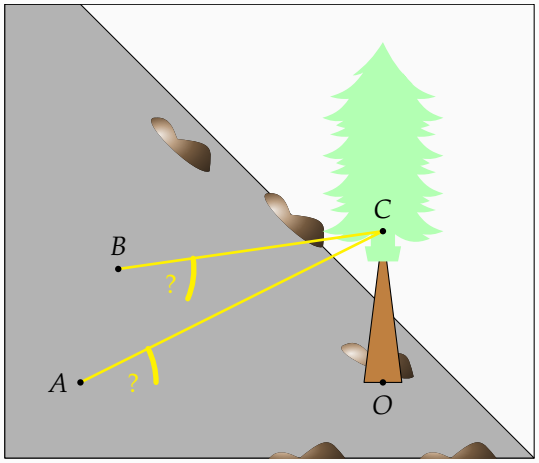
.....

.....

.....

Câu 57

Trên một sườn núi (có độ nghiêng đều), người ta trồng một cây thông và muốn giữ nó không bị nghiêng bằng hai sợi dây neo như hình vẽ. Giả thiết cây thông mọc thẳng đứng và trong một hệ tọa độ phù hợp, các điểm gốc O (gốc cây thông) và A, B (nơi buộc dây neo) có tọa độ tương ứng là $O\,(0;0;0)$, $A\,(5;-3;1)$, $B\,(-3;-4;2)$, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Biết rằng hai dây neo đều được buộc vào cây thông tại điểm $C\,(0;0;5)$ và được kéo căng tạo thành các đoạn thẳng. Khi đó, góc tạo bởi dây neo CA và mặt phẳng sườn núi là bao nhiêu độ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ)?



KQ: .....

Lời giải.

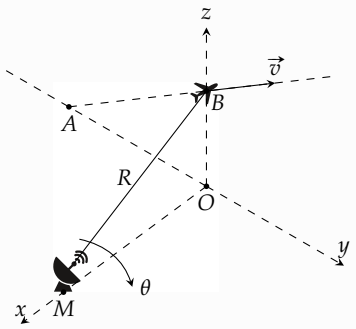
.....

.....

.....

Câu 58

Một radar có thể quay 180° để quan sát máy bay quanh vùng phủ sóng của nó. Một máy bay cất cánh từ điểm A nằm trên mặt đất theo chiều cùng chiều với vectơ $\overrightarrow{AB}$. Trong hệ tọa độ $Oxyz$ mặt đất là mặt phẳng (Oxy), trục Oz hướng lên trời, điểm A nằm trên trục Oy cách gốc tọa độ 0,6 km; điểm B nằm trên trục Oz có cao độ bằng 0,3 km; radar đang nằm trên trục Ox có hoành độ bằng 0,4 km. Máy bay đang ở điểm B bay theo hướng bay như cũ đến điểm $C(a;b;c)$ thì radar quay một góc bằng 60°. Tính $a+b+c$ theo đơn vị mét (làm tròn đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 59

Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1;2;3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; véc-tơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v}=(2;1;5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5;a;b)$ thì viên đạn bay được bao xa? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

KQ: .....

Lời giải.

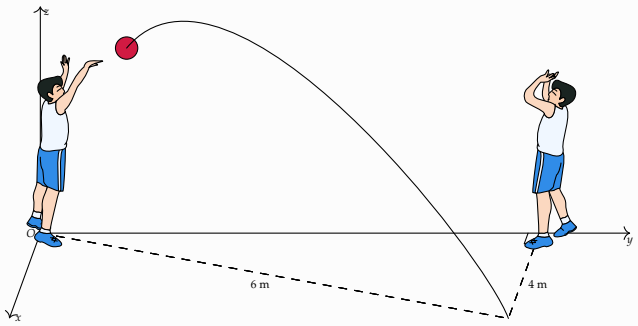
.....

.....

.....

Câu 60

Hai học sinh đang chuyền bóng, bạn nữ ném bóngcho bạn nam, quả bóng bay lên không lệch sangphải và rơi xuống mặt đất cách bạn nam 4 m vàcách bạn nữ 6 m. Cho biết quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng (P) vuông góc vớimặt đất. Ta chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ được mô tả trong hình dưới đây. Khi đó phương trình của mặt phẳng (P) có dạng $ax+y+cz+d=0$. Tính $2\sqrt{5}a-4c$.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 61

Một cầu thủ đá bóng từ vị trí A đến vị trí B trên một sân bóng phẳng. Tuy nhiên, do ảnh hưởng của gió, quả bóng bay theo một quỹ đạo parabol và chạm đất tại điểm L thay vì B. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng luôn nằm trong một mặt phẳng (P) vuông góc với mặt sân. Trên mặt sân, điểm L cách hình chiếu A' của A là 13 mét và cách hình chiếu B' của B là 5 mét. Ba điểm A', L, B' thẳng hàng với nhau và L nằm giữa A' và B'. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt sân trùng với mặt phẳng (Oxy) (có phương trình $z=0$), gốc tọa độ O trùng với điểm L và điểm A' có tọa độ là $(12;5;0)$. Mặt phẳng (P) chứa quỹ đạo của quả bóng có phương trình dạng $ax-12y+cz+d=0$. Hãy tính giá trị của biểu thức $T=a-c$.

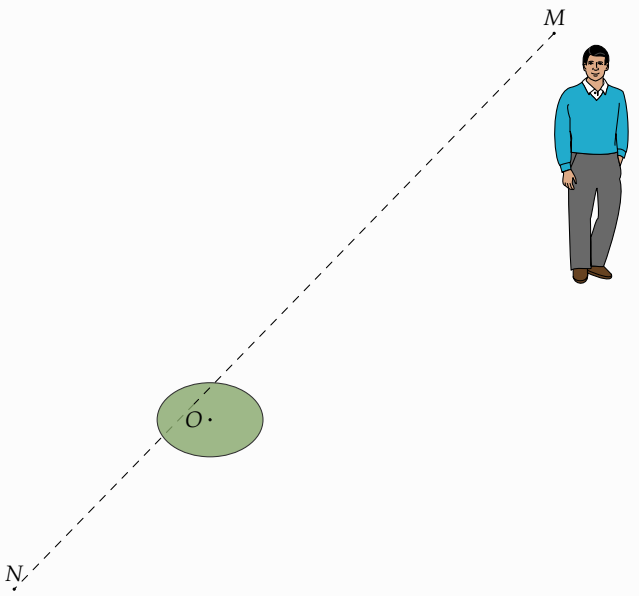
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 62

Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sátđặt tại điểm $M(1;2;2)$ và vật cần quan sát đặt tại điểm $N(2;3;-8)$. Một tấm bìa cứng có dạng hình tròn thuộc mặt phẳng (Oxy) tâm đặt tại gốc tọa độ, bán kính R che khuất tầm nhìn của người quan sát. Khi đó bán kính nhỏ nhất của tấm bìa nhỏ nhất là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 63

Người ta muốn làm một hệ thống thang cuốn để phục vụ trong một trung tâm thương mại. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thích hợp, đơn vị trên mỗi trục là mét, hành lang tầng 3 chạy dọc theo đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 7 \end{cases}$ (t là tham số). Vị trí sảnh tầng 2 ở tọa độ $A(6;12;4)$. Người ta muốn chọn một vị trí C trên mặt đất (mặt phẳng (Oxy)) và một vị trí trên hành lang d để làm các điểm trung chuyển của thang cuốn sao cho tổng độ dài các đoạn thang cuốn AB, BC, AC nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất đó theo đơn vị mét, làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

KQ: .....

Lời giải.

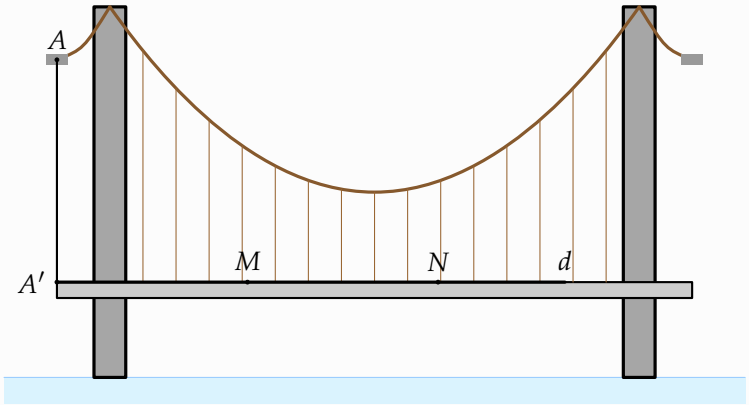
.....

.....

.....

Câu 64

Một mô hình cầu treo được thiết kế trong không gian toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ. Làn đường d đi qua hai điểm $M(4;3;1)$ và $N(5;7;3)$. Từ một điểm $A(5;2;1)$ trên cáp treo, người ta cần tìm toạ độ điểm $A'(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d để lắp đặt đai chịu lực nâng cho cầu. Tính giá trị của $a+b+c$.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 65

Trạm tàu cứu hộ được đặt tại vị trí $A(5;0;0)$ trên một hòn đảo nhỏ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục được tính bằng km), được sử dụng làm trạm cứu hộ, cứu nạn trên biển. Tàu du lịch B đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường được mô tả bởi đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-2t \\ z = 0 \end{cases}$. Tàu chở hàng C đang di chuyển (vận tốc không đổi) trên tuyến đường vận tải được mô tả bởi đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 2-s \\ y = 11+s \\ z = 0 \end{cases}$. Do thời tiết xấu, nên hai tàu B và C gặp sự cố và cần được tiếp cận khẩn cấp. Trạm cứu hộ điều một tàu cứu hộ xuất phát từ A để lần lượt tiếp cận tàu du lịch B trước, sau đó đến tàu chở hàng C. Xét vị trí tối ưu của tàu du lịch B dừng lại và tàu chở hàng C dừng lại sao cho tổng quãng đường tàu cứu hộ cần đi $T = AB + BC + CA$ là nhỏ nhất. Khi đó $T_{\min} = \sqrt{a}$ km, tính $a + 2025$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 66

Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A(1;0;2)$ trong không gian ba chiều với hệ tọa độ $Oxyz$ (các đơn vị tọa độ được tính bằng mét). Thiết bị này giao tiếp đồng thời với hai cảm biến: Cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x-y+z+1=0$. Giữa hai cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC, trong đó B nằm trên đường thẳng Δ, C nằm trên mặt phẳng (α) và thiết bị định vị tại A là trung điểm của đoạn BC. Biết rằng đường thẳng BC có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;a;b)$, hãy tính giá trị $a+2b$.

KQ: .....

Lời giải.

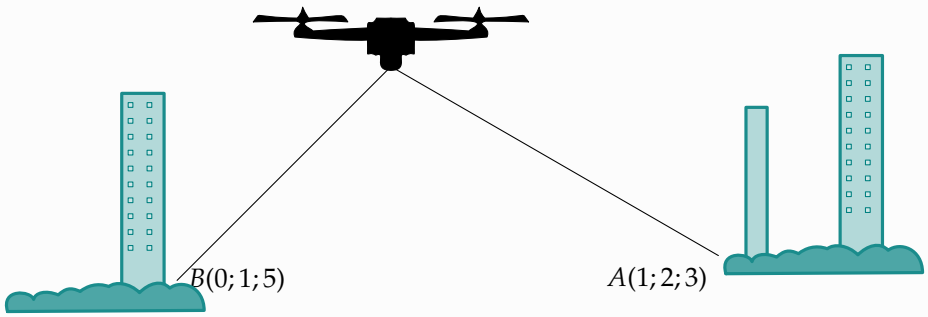
.....

.....

.....

Câu 67

Một drone đang thực hiện nhiệm vụ giám sát trong khu vực có hai trạm kiểm soát A và B. Trạm A nằm ở vị trí có tọa độ $(1;2;3)$ và trạm B ở vị trí $(0;1;5)$ (đơn vị: km). Drone di chuyển sao cho khoảng cách từ nó đến trạm B được duy trì ở mức 3 km và luôn gấp 3 lần khoảng cách đến trạm A. Biết mặt phẳng (Oxy) tương ứng với mặt đất. Tính tổng **khoảng cách lớn nhất** và **nhỏ nhất** từ drone đến mặt đất theo đơn vị km *(làm tròn đến hàng phần trăm)*.



KQ: .....

Lời giải.

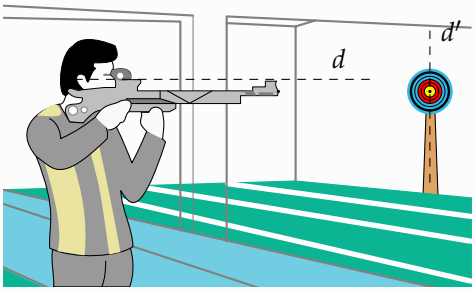
.....

.....

. . . . . .

Câu 68

Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ (42 cm $\times$ 42 cm) trong không gian $Oxyz$. Giả sử $\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$ cm. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100 m, trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có phương trình d: $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}, \forall t \in \mathbb{R}$ và d': $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t' \end{cases}, \forall t' \in \mathbb{R}$.



Để bắn trúng hồng tâm (thang điểm 10) thì vận động viên phải ngắm bắn vào điểm $N(a;b;c) \in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng 6 cm. Khi $c < 0$, tính giá trị biểu thức $2a - b + 3c$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 69

Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 10 km, trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Máy bay thứ nhất ban đầu ở tọa độ $A(25;-10;1)$ và bay theo hướng vectơ $\vec{v_1}(-3;-4;0)$ với tốc độc không đổi là 750 km/h. Máy bay thứ hai ban đầu ở toạ độ $B(30;-25;1,1)$ và bay theo hướng vectơ $\vec{v_2} = (-4;3;0)$ với tốc độ không đổi là 900 km/h. Trên máy bay thứ nhất có gắn radar tránh va chạm với bán kính hoạt động 50 km. Hỏi thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình của radar máy bay thứ nhất là bao nhiêu phút (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 70

Người ta thiết kế một dây cáp chạy thẳng từ điểm X ở trên mặt đất tới đỉnh T của một tòa tháp. Giả sử tọa độ của các điểm là $T(40;60;150)$ và $X(100;-40;0)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ đặt tại mặt đất. Người ta muốn nối điểm $A(40;30;-20)$ nằm dưới một cái hồ tới một điểm $M(a;b;c)$ nằm trên dây cáp sao cho khoảng cách MA này là nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

KQ: .....

Lời giải.

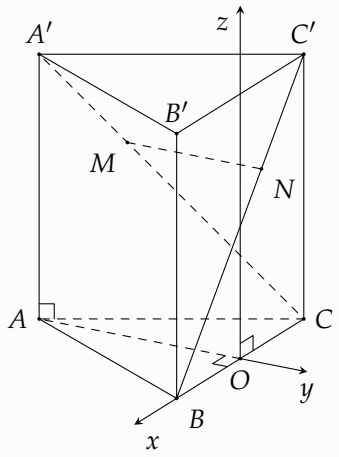
.....

.....

.....

Câu 71

Một kiến trúc sư muốn xây dựng một tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 320 mét (tham khảo hình vẽ). Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 4 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất. Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỉ đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

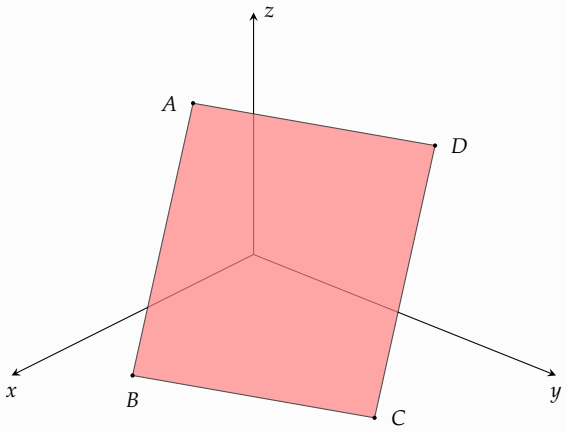
.....

.....

.....

Câu 72

Trong không gian $Oxyz$, một tấm bảng hình chữ nhật $ABCD$ được đặt dựa vào bức tường như hình vẽ, với A thuộc mặt phẳng (Oxz), D thuộc mặt phẳng (Oyz) và cạnh BC nằm trên mặt phẳng (Oxy) (B và C đều có các tọa độ là số dương). Biết rằng sin góc tạo bởi đoạn thẳng AB với mặt phẳng đáy (Oxy) có giá trị bằng $\dfrac{2}{3}$ và hai điểm A, D cùng thuộc đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2-2t \\ y = 3t \\ z = 4 \end{cases}$. Tọa độ điểm C có dạng $(a;b;c)$, giá trị của $a+b+c$ bằng (kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần chục)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 73

Trong hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là ki-lô-mét), một máy bay chiến đấu tàng hình F-22 Raptor xuất phát từ căn cứ A có tọa độ $A(0;0;10)$. Máy bay cần thực hiện nhiệm vụ đánh chặn một máy bay không người lái (drone) do thám đối phương. F-22 duy trì tốc độ bay không đổi là $v_{\text{F}-22} = 30$ km/phút và bay theo một đường thẳng trong suốt quá trình làm nhiệm vụ, bắt đầu từ thời điểm $t = 0$. Máy bay không người lái di chuyển trên một đường thẳng Δ. Tại thời điểm t (phút, tính từ $t = 0$), vị trí của drone được xác định bởi công thức $D(t) = (500 - 20t; 500 - 15t; 5)$.



Trong khu vực hoạt động, có một trạm radar cảnh giới mặt đất của đối phương đặt tại $C(150;200;8)$. Radar này có tầm quét hiệu dụng là một hình cầu S tâm C bán kính $R = 6$ km. Để đảm bảo yếu tố bí mật và an toàn, toàn bộ đường bay của F-22 từ điểm xuất phát A đến điểm đánh chặn I (nơi F-22 gặp drone) phải nằm hoàn toàn bên ngoài khối cầu mở xác định bởi S (có thể tiếp xúc với mặt cầu). Xác định thời điểm t (tính bằng phút, làm tròn đến hàng đơn vị) sớm nhất có thể mà máy bay F-22 có thể đánh chặn thành công máy bay không người lái, biết rằng điều kiện về an toàn (tránh vùng radar) phải được đảm bảo.

KQ: .....

Lời giải.

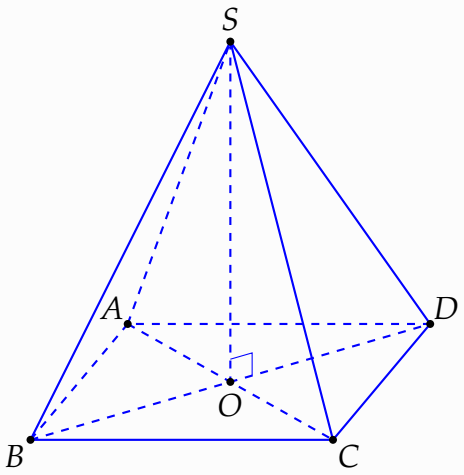
.....

.....

. . . . . .

Câu 74

Cho một mô hình đồ chơi kim tự tháp hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 36 cm và cạnh bên bằng 48 cm như hình vẽ. Ở cùng một thời điểm có hai chú kiến X và Y bắt đầu bò thẳng với tốc độ không đổi lần lượt là 2 cm/s và 3 cm/s tương ứng bò từ A đến B và từ S đến C. Hãy tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai chú kiến theo đơn vị centimet (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 75

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên hệ trục ứng với 10 km , trạm kiểm soát không lưu đang theo dõi hai máy bay. Máy bay thứ nhất ban đầu ở tọa độ $A(25;-10;1)$ và bay theo hướng véc-tơ $\vec{v}_1=(-3;-4;0)$ với tốc độ không đổi là 750 km/h. Máy bay thứ hai ban đầu ở tọa độ $B(30;-25;1{,}1)$ và bay theo hướng véc-tơ $\vec{v}_2=(-4;3;0)$ với tốc độ không đổi là 900 km/h. Trên máy bay thứ nhất có gắn radar tránh va chạm với bán kính hoạt động là 50 km . Hỏi thời gian máy bay thứ hai xuất hiện trên màn hình của radar máy bay thứ nhất là bao nhiêu phút (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 76

Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc toạ độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục là km. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500;-300;500)$ và $B(-200;-200;450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, toạ độ máy bay là $(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

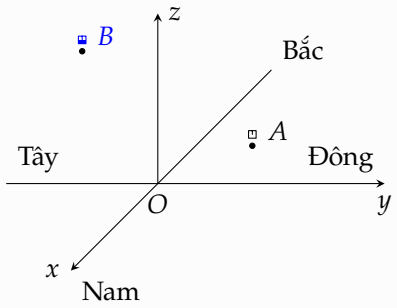
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 77

Khi khắc phục hậu quả của thiên tai, bão lũ, một trong những giải pháp nhằm tiếp tế hàng cứu trợ đến những nơi khó tiếp cận là sử dụng flycam để xác định vị trí chính xác của người cần cứu trợ, sau đó sử dụng drone để vận chuyển các vật dụng thiết yếu thả xuống cho người này, giúp họ có thể cầm cự trong khi chờ đợi lực lượng cứu hộ đến nơi. Hai chiếc drone làm nhiệm vụ chuyển hàng cứu trợ bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất bay đến điểm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 1,5 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 60 m . Chiếc thứ hai bay đến điểm cách điểm xuất phát 3 km về phía bắc và 2,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 40 m . Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc drone, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng). Giả sử trong trường hợp khẩn cấp cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu và các vật dụng cứu trợ cho hai drone sao cho tổng khoảng cách từ vị trí tiếp nhiên liệu tới hai drone nhỏ nhất. Vị trí cần tìm cách gốc tọa độ a km theo hướng bắc và b km theo hướng tây. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu?



KQ: . . . . . .

Lời giải.

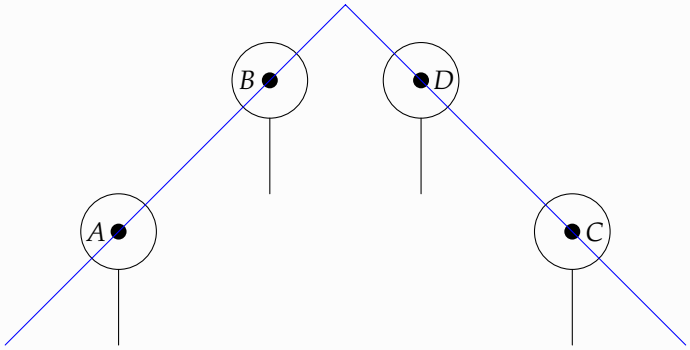
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 78

Trong một đợt diễn tập quốc phòng, hai người ở hai vị trí khác nhau cùng ngắm bắn một mục tiêu cố định trên không. Người ta gắn một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Người thứ nhất bắn một viên đạn đi qua hai điểm $A(5;7;10)$ và $B(6;9;12)$. Người thứ hai bắn một viên đạn đi qua hai điểm $C(15;17;5)$ và D (điểm D ở độ cao 26 m so với mặt đất). Biết rằng sau một thời gian rời khỏi nòng súng, hai viên đạn va chạm với nhau tại vị trí cách điểm A một khoảng 150 m. Hỏi D cách C một khoảng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



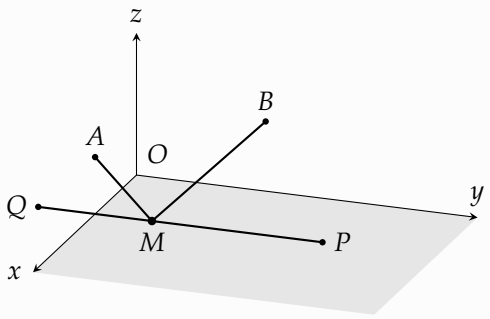
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 79

Chuẩn bị đến ngày sinh nhật, bạn Bình muốn trang trí căn phòng trọ của mình đẹp hơn. Trước khi trang trí, Bình gắn hai móc treo vào các vị trí P, Q, rồi căng một sợi dây từ P đến Q. Tiếp theo, bạn gắn hai móc treo vào các vị trí A và B, sau đó lấy một điểm M nằm giữa đoạn thẳng PQ rồi tiếp tục căng dây từ M đến A và từ M đến B. Xét một hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $P(1;1;0)$, $Q(3;0;1)$, $A(1;0;-1)$, $B(2;1;1)$, đơn vị trên mỗi trục là mét. Khi tổng độ dài các đoạn dây mà Bình sử dụng là ngắn nhất thì khoảng cách từ M đến P bằng bao nhiêu mét (*làm tròn kết quả đến hàng phần chục*)?



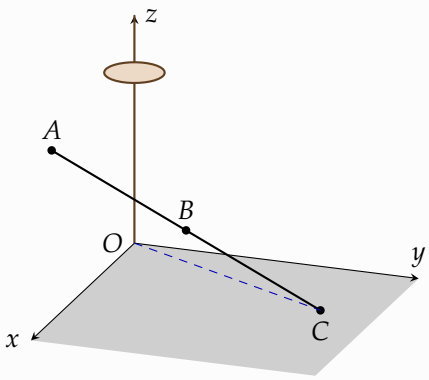
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 80

Tại một sân bay, người ta chọn hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O tại vị trí chân của đài quan sát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính theo ki-lô-mét). Trên màn hình Ra-đa người ta quan sát một máy bay đang hạ cánh theo đường thẳng từ vị trí $A(4;0;10)$ đến vị trí $B(5;5;6)$ và tiếp đất tại vị trí $C(a;b;0)$. Hỏi vị trí tiếp đất của máy bay cách chân đài quan sát bao nhiêu ki-lô-mét (*kết quả làm tròn một chữ số thập phân*)?



KQ: .....

Lời giải.

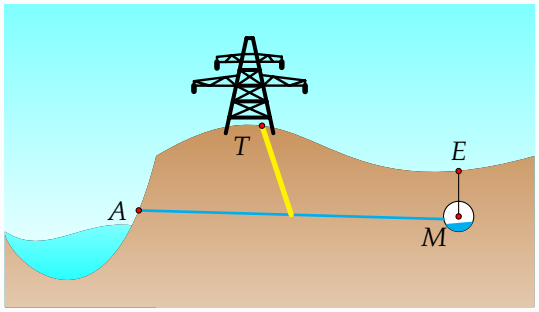
.....

.....

.....

Câu 81

Tại các vị trí M có một hồ chứa nước (để trữ nước sau đó hút nước đưa lên mặt đất tại điểm E). Một kênh tràn k dẫn nước từ M đến A. Từ điểm T trên mặt đất, một mũi khoan thông khí b được khoan theo hướng của véc-tơ $\vec{v} = (1;1;-4)$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục là 100 m sao cho $M(8;12;-6)$, $A(11;0;-9)$, $T(8;2;0)$. Chiều dài mũi khoan cần dùng dài tối thiểu bao nhiêu mét để mũi khoan đến được vị trí của kênh tràn? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



KQ: .....

Lời giải.

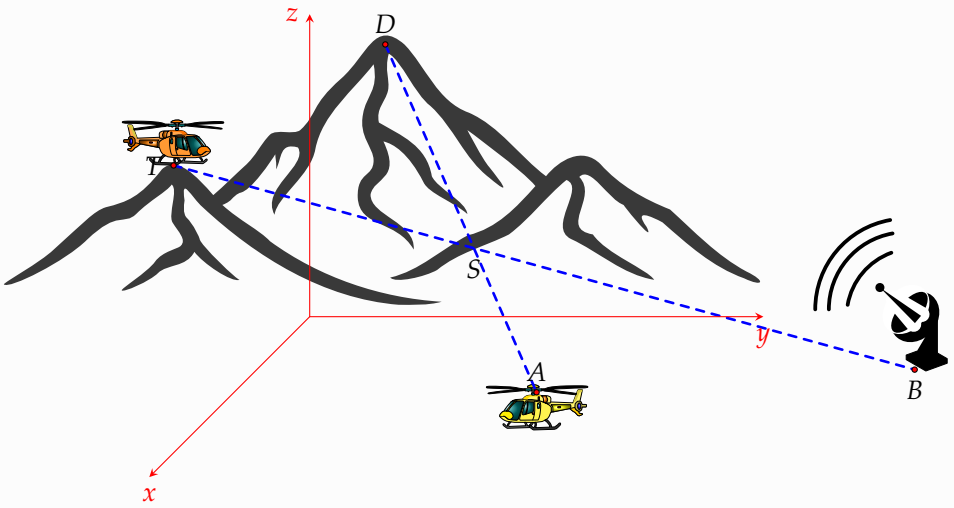
.....

.....

.....

Câu 82

Trực thăng cứu hộ Alpha cất cánh lúc 10 giờ 00 từ điểm xuất phát Adlerhorst A. Nó bay thẳng với vận tốc 300 km/h tới đỉnh núi Mount Devil D, nơi xảy ra tai nạn. Cùng lúc đó, trực thăng Beta cất cánh từ đỉnh núi Tempelberg T với vận tốc 350 km/h để đưa du khách về vị trí B. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với đơn vị trên các trục là kilomet sao cho $A(10;6;0)$, $D(4;-3;3)$, $T(7;-8;3)$, $B(4;16;0)$. Cho biết hai trực thăng có đường bay giao nhau tại S. Khi Alpha tới S thì Beta đã đi qua S trước đó một khoảng thời gian bằng bao nhiêu giây? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



KQ: .....

Lời giải.

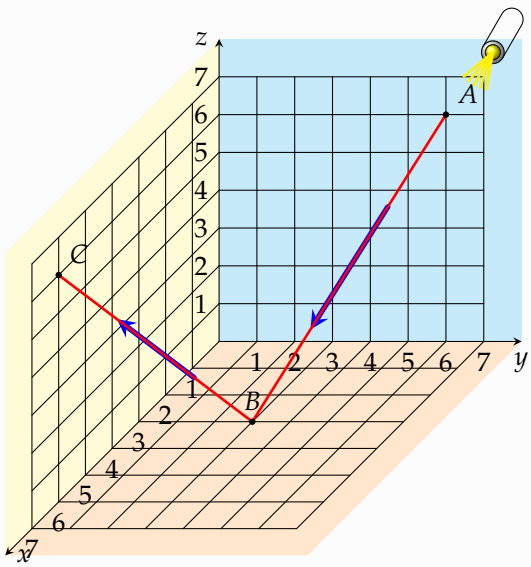
.....

.....

.....

Câu 83

Xét trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, một tia sáng xuất phát từ điểm $A(0;6;6)$ theo hướng của véc-tơ $\vec{v}=(1;-1;-2)$ và đi tới mặt phẳng (xOy), tại đó nó bị phản xạ. Tia sáng phản xạ theo hướng của véc-tơ $\vec{u}=(1;-1;2)$ cắt mặt phẳng (xOz) tại điểm $C(a;b;c)$. Giá trị của $a+b+c$ bằng bao nhiêu?



KQ: .....

Lời giải.

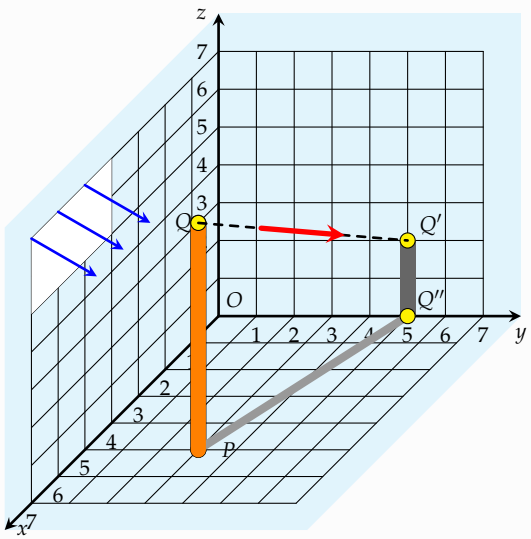
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 84

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(4;3;0)$ và $Q(4;3;6)$. Một tia sáng theo hướng của véctơ $\vec{v} = (-2;1-2)$ chiếu vào đoạn thẳng PQ thu được ảnh là đường gấp khúc bao gồm đoạn thẳng PQ'' nằm trên mặt phẳng (Oxy) và đoạn thẳng $Q''Q'$ nằm trên mặt phẳng (Oyz) như hình vẽ. Giá trị của tổng $PQ'' + Q'Q''$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

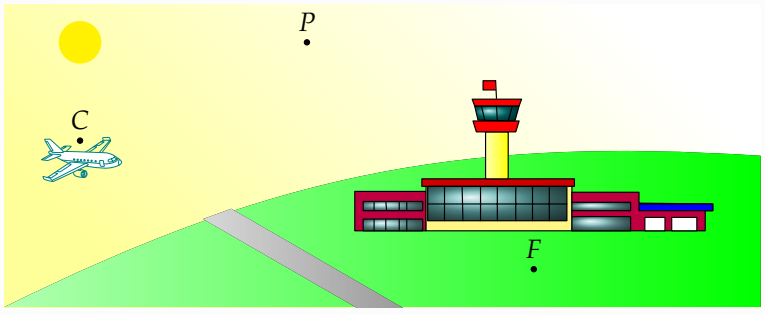
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 85

Xét trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là kilomet, máy bay Beta đang bay tới điểm $C(10;-10;5)$ theo hướng của véctơ $\vec{v} = (-2;2;-1)$. Khi đến C máy bay Beta nhận lệnh từ đài kiểm soát bay đổi hướng bay theo hướng của véctơ $\vec{w} = (-5;4;-1)$. Ở điểm P có độ cao 1000 m, máy bay Beta sẽ thực hiện một lần đổi hướng cuối cùng theo hướng của véc-tơ $\vec{u}$ để hạ cánh xuống sân bay $F(-12;7;0)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy). Cosin của góc giữa hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{w}$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



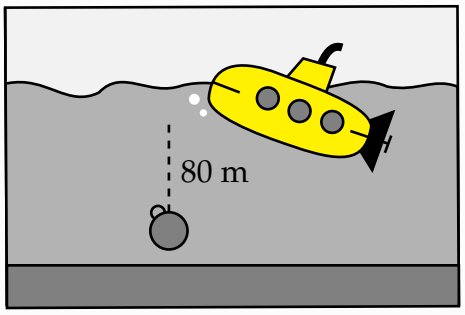
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 86

Xét trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét, một tàu ngầm bắt đầu lặn tại điểm $P(100;200;0)$ với vận tốc $v_1 = 11{,}1$ hải lí/giờ hướng thẳng đến mục tiêu $Z(500;600;-80)$ ở độ sâu 80 m. Sau đó, tàu tiếp tục di chuyển ngang hướng theo véc-tơ $\vec{u} = (1;1;0)$ với vận tốc $v_2 = 11$ hải lí/giờ. Cùng thời điểm tàu ngầm bắt đầu lặn, một quả cầu T được thả từ tàu nghiên cứu ở tọa độ $S(700;800;0)$ và rơi thẳng đứng xuống với vận tốc 0,5 m/s. Khoảng cách giữa tàu ngầm với quả cầu khi tàu ngầm đi đến thẳng dưới S bằng bao nhiêu, biết 1 hải lí bằng 1,852 km? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



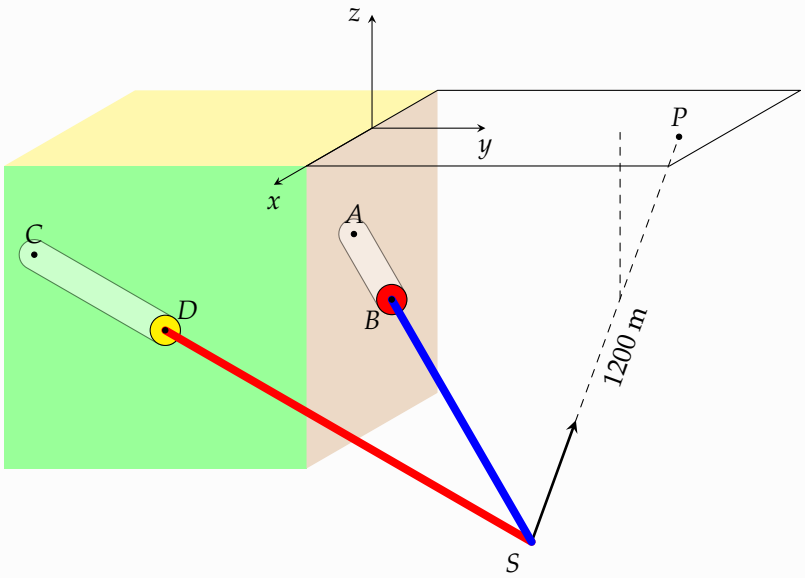
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 87

Xét trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 100 m, người ta đào từ điểm $A(-7;-3;-8)$ qua điểm $B(-2;0;-9)$ một đường hầm thẳng xuyên núi có tên là Kuckucksloch. Tương tự, từ điểm $C(4;-6;-6)$ đến điểm $D(7;-1;-8)$ một đường hầm thẳng tên là Morgenstern cũng sẽ được xây dựng. Sau khi khoan xong 2 đường hầm sẽ gặp nhau tại điểm S. Từ điểm S, đường hầm Kuckucksloch tiếp tục đào theo hướng véctơ $\vec{v} = (2;1;2)$ cho đến khi đến điểm P trên mặt đất mà đường hầm sẽ chạm tới. Trên đoạn SP, cách P một khoảng 1 200 m sẽ đào một lối thoát hiểm thẳng đứng. Độ sâu cần đào của lối thoát hiểm bằng bao nhiêu mét, biết mặt đất là mặt phẳng (Oxy)?



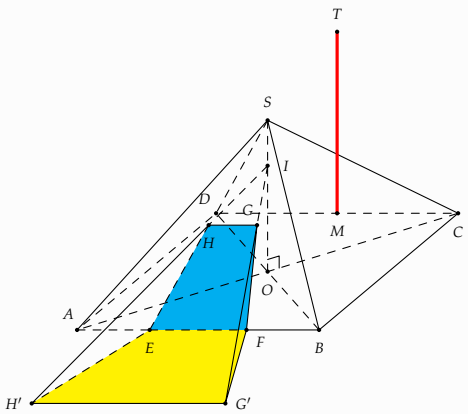
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 88

Một cái lều có dạng hình chóp tứ giác đều, cạnh đáy rộng 8 m và chiều cao 3 m. Cửa vào là hình thang $EFGH$ trong đó đoạn $AE = FB$ với $EF = 4$ m; G và H lần lượt là trung điểm của các đoạn ES và FS. Một nguồn sáng đặt cách đỉnh S một mét ở phía dưới. Ánh sáng chiếu ra ngoài qua cửa vào, tạo thành một vùng được chiếu sáng $EFG'H'$. Ở giữa cạnh sau CD của lều có gắn một camera trên một cột thẳng đứng. Camera phải đặt ở độ cao ít nhất là bao nhiêu mét để quan sát được điểm K là trung điểm của $H'G'$?



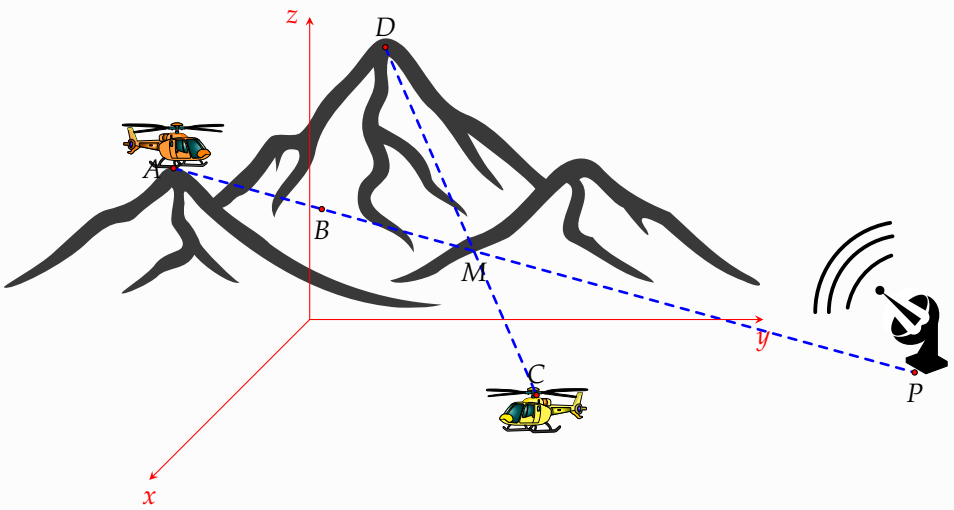
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 89

Một máy bay đang bay với vận tốc không đổi trong quá trình tiếp cận đường băng. (Các giá trị tọa độ tính bằng km). Lúc 16:00, máy bay ở vị trí $A(4;0;6)$. Một phút sau, máy bay ở vị trí $B(5;3;4{,}5)$ và sẽ bay tiếp đến điểm P trên đường băng (mặt phẳng $z=0$). Cùng lúc máy bay bắt đầu tiếp cận ở A, một trực thăng khởi hành từ giàn khoan dầu $C(12;0;0)$ theo hướng tới trạm trên núi $D(-2;14;7)$. Thời gian dự kiến cho chuyến bay này là đúng 5 phút. Người ta chứng minh được quỹ đạo bay của trực thăng và máy bay sẽ cắt nhau tại một điểm M nhưng sẽ không xảy ra tai nạn vì thời gian đi qua điểm M của trực thăng và máy bay chênh lệch nhau. Thời gian chênh lệch đó là bao nhiêu giây? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



KQ: .....

Lời giải.

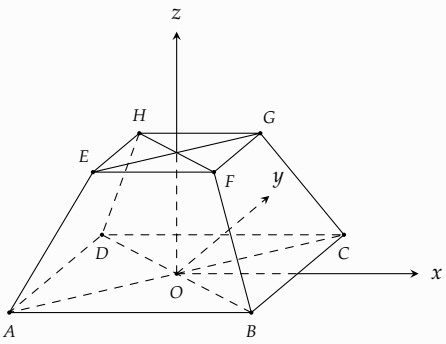
.....

.....

.....

Câu 90

Một khối thép không gỉ có dạng hình chóp cụt tứ giác đều có độ dài cạnh đáy lớn bằng 8 cm, độ dài cạnh đáy nhỏ bằng 6 cm, chiều cao bằng 8 cm. Chọn hệ trục tọa độ có gốc O là tâm của đáy lớn, đơn vị trên mỗi trục là cm (tham khảo hình vẽ bên). Một tia laser khoan theo đoạn PQ với $P(-3{,}5;9{,}5;6)$, $Q(-6;16;8)$. Tính độ dài kênh khoan biết đầu vào nằm trong mặt $(CDHG)$ và đầu ra nằm trong mặt $(ABFE)$.



KQ: .....

Lời giải.

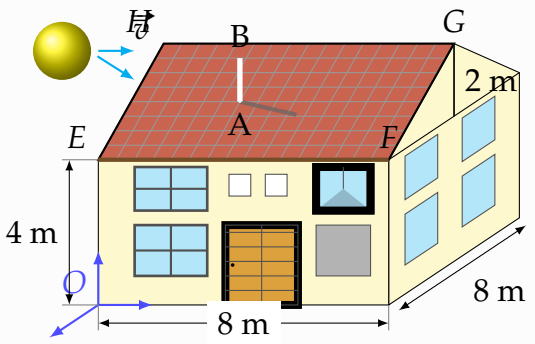
.....

.....

. . . . . .

Câu 91

Cho ngôi nhà như hình bên phải (các kích thước tính theo mét). Một ăng-ten trên mái nhà có hai điểm đầu mút $A(-2;2;5)$, $B(-2;2;6)$ Chiếu ánh sáng song song theo hướng của véc-tơ $\vec{v} = (2;8;-3)$ vào ăng-ten, bóng của ăngten sẽ đổ xuống mặt phẳng mái $EFGH$. Tính chiều dài bóng của ăng-ten trên mái nhà bằng bao nhiêu mét? (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*)



KQ: . . . . . .

Lời giải.

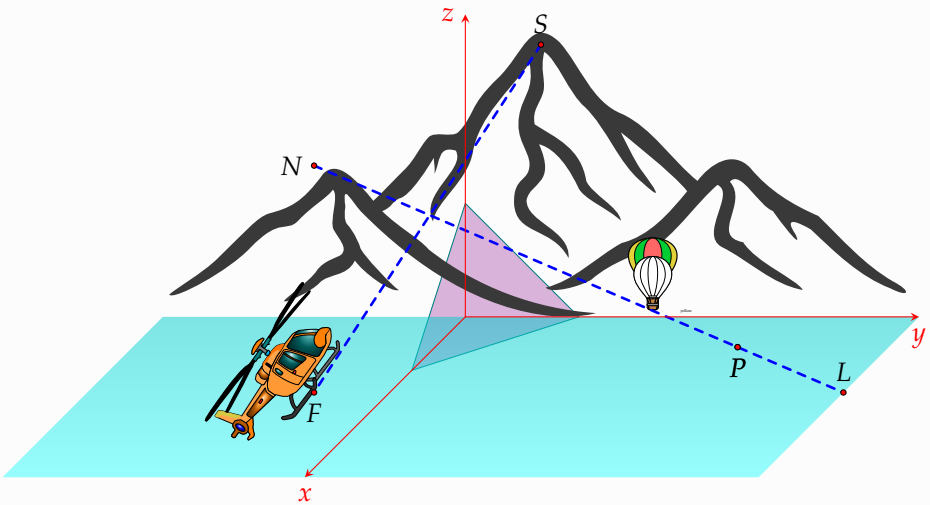
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 92

Một khinh khí cầu l xuất phát từ sân bay $L(24;52;0)$ và sau đó được xác định tại $P(20;42;2)$. Một trực thăng h bay thẳng đều cùng thời điểm trong ngày, xuất phát từ sân bay quân sự $F(20;-8;0)$ hướng về đỉnh núi $S(-4;32;16)$. Bức tường sương mủ được mô tả bởi mặt phẳng E_{ABC} với $A(16;0;0)$, $B(0;16;0)$, $C(0;0;16)$. Gọi T là vị trí mà quỹ đạo bay của khinh khí cầu l và trực thăng h cất nhau. Trên quỹ đạo bay tiếp theo, khinh khí cầu l đi vào tường sương mù tại N. Tính khoảng cách TN (*Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)* (các kích thước tính theo km).



KQ: . . . . . .

Lời giải.

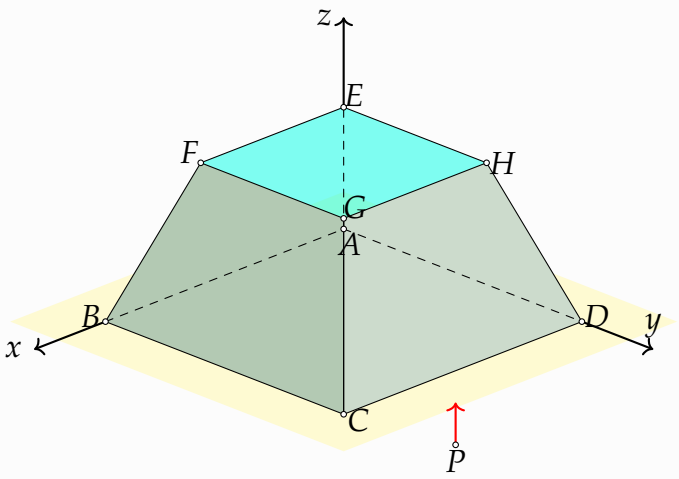
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 93

Cho các điểm $A(0;0;0)$, $B(12;0;0)$,$C(12;12;0)$ và $D(0;12;0)$ là các đỉnh của đáy hình chóp cụt bằng kính (xem hình bên). Các đỉnh của mặt trên là $E(2;2;3)$, $F(10;2;3)$, $G(10;10;3)$ và $H(2;10;3)$. Tại điểm $P(14;20;0)$ đặt một tia laser bắn theo hướng vectơ $\vec{v} = (-3;-3;0,5)$. Tia laser sẽ cắt mặt phẳng (CDH) tại điểm $T(a;b;c)$, Tính $a+b+2c$.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

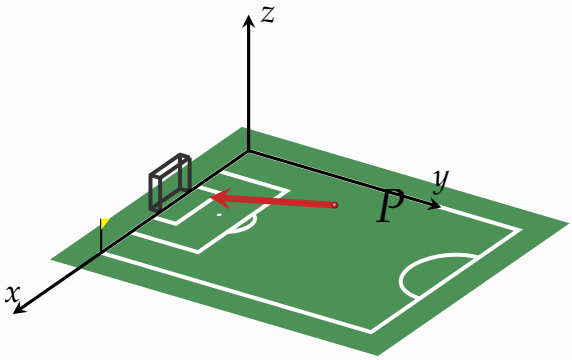
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 94

Một sân bóng đá rộng 60 m . Trong một quả đá phạt, bóng được sút từ vị trí $P(3;9;0)$ theo hướng của vectơ $\vec{v} = (18;-6;1)$ về phía khung thành rộng 7,20 m, cao 2,40 m. Quỹ đạo bay được giả sử là một đường thẳng. Vận tốc bóng ước tính 28,5 m/s. Tính thời gian bóng bay tới khung thành.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 95

Một tàu ngầm nghiên cứu bị mất tích. Được hai tàu trên mặt biển tìm kiếm phát hiện tàu ngầm cùng lúc.

- Tàu 1 phát hiện tàu ngầm theo hướng của vectơ $\vec{v}_1 = (-1;3;-1)$.
- Tàu 2 phát hiện tàu ngầm cùng lúc theo hướng của vectơ $\vec{v}_2 = (4;2;-1)$.

Tàu 1 ở vị trí $P(6;2;0)$, còn tàu 2 ở vị trí $Q(-4;4;0)$ đang neo đậu.
Bốn phút sau, các tàu lại đo hướng và xác định rằng tàu ngầm hiện đang ở vị trí $B(6;10;-1)$ (1 đơn vị độ dài $= 100$ m). Tàu ngầm tiếp tục di chuyển thẳng từ B cho đến khi nổi lên mặt nước (tức $z = 0$). Tại thời điểm xác định vị trí B, một trực thăng rời khỏi tàu 1, bay thẳng đứng lên tới độ cao 1 100 m (vị trí R), rồi hướng thẳng tới vị trí nổi W của tàu ngầm. Vận tốc của trực thăng là 20 m/s. Tính thời gian bay của trực thăng để đến W là bao nhiêu giây?

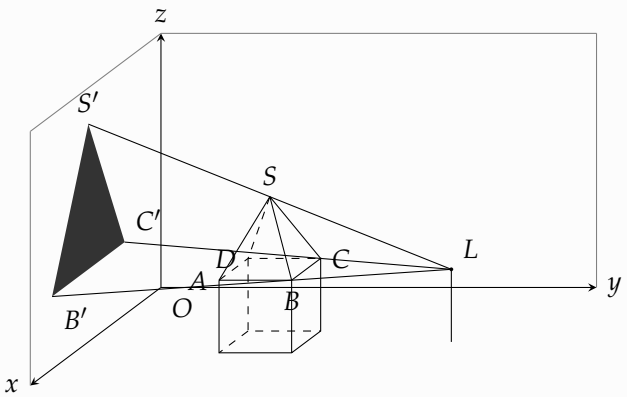
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 96

Trong một cảnh dựng phim có một ngôi nhà, mái nhà là một hình chóp tứ giác đều với đáy là hình vuông có các đỉnh $A(6;4;2)$, $B(6;6;2)$,$C(4;6;2)$, $D(4;4;2)$ và đỉnh chóp là S. Chiều cao của hình chóp mái là 2 m. Một đèn chiếu tại $L(5;10;2)$ chiếu sáng ngôi nhà từ phía bên phải. Trong mặt phẳng xOz có một tấm màn, trên đó sẽ xuất hiện bóng của ngôi nhà. Biết rằng các đỉnh B, C và S có các điểm chiếu lần lượt là B' và C' và S'. Tính $S'B' + S'C'$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*).



KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

HẾT

§3. MẶT CẦU

Câu 1

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-4)$ và $B(4;-1;0)$.

a) Khoảng cách giữa hai điểm A và B bằng 36.

b) Phương trình mặt cầu (S) đường kính AB có dạng $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$.

c) Mặt cầu (S) đường kính AB tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-15=0$.

d) Giả sử đặt hai trạm thu phát sóng tại hai điểm A và B, với bán kính phủ sóng của mỗi trạm bằng bán kính mặt cầu (S) thì người sử dụng điện thoại tại điểm $M(2;1;-1)$ sử dụng được dịch vụ của trạm phát thu phát sóng.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 2

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là $(x-17)^2+(y-20)^2+(z-45)^2=4\,000^2$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4\,019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 3

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+1)^2+(y+3)^2+(z+7)^2=9$.

b) Điểm $A(2;2;7)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

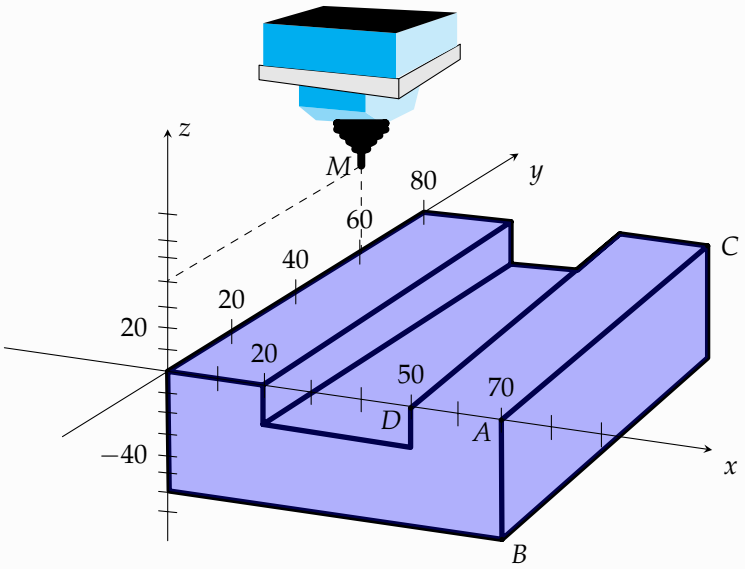
d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(5;6;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 4

Phần mềm của máy tiện kĩ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như hình.



a) Vectơ pháp tuyến của (ACD) là $\vec{n} = (0;1;1)$.

b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $y - 70 = 0$.

c) Phương trình tham số của đường thẳng AC là $\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$.

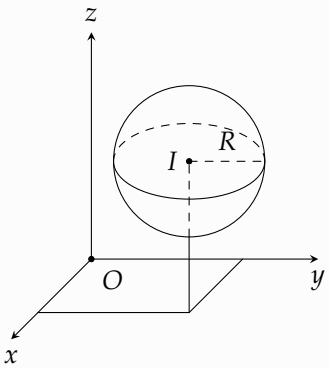
d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0;60;40)$. Phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là $x^2 + (y-60)^2 + (z-40)^2 = 490$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 5

Hình bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí $I(1;2;2)$ trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) và được thiết kế với đường kính phủ sóng là 10 000 m.



a) Bán kính vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là 5 km.

b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới miền bên trong và bên ngoài vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 25$.

c) Điểm $A(1;2;6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.

d) Nhà bạn Dũng và bạn Nam có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1;2;7)$ và $N(5;5;5)$. Nếu cả hai bạn Dũng và bạn Nam dùng điện thoại tại nhà thì đều có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng điện thoại này.

Lời giải.

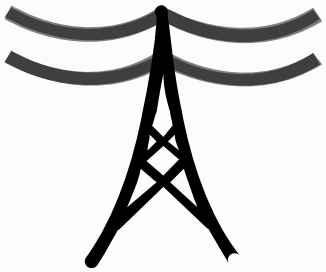
.....

.....

.....

Câu 6

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Viettel được đặt ở vị trí $I(1;2;4)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là 4 km.



a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=4$.

b) Bạn An có vị trí tọa độ là $A(-1;0;0)$ có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

c) Bạn Bình có vị trí tọa độ là $B(2;0;2)$ có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này.

d) Giả sử bạn An đến nhà bạn Bình theo con đường là một đường thẳng. Bạn An có thể bắt được sóng trạm này khi đi được 2,38 km.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 7

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một trạm thu phát sóng điện thoại di động (Hình bên) được đặt ở vị trí $I(2;1;-3)$. Trạm thu phát được thiết kế bán kính phủ sóng là 3 km.



a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.

b) Người dùng điện thoại đứng ở vị trí $A(0;1;-2)$ không sử dụng được dịch vụ của trạm này.

c) Người dùng điện thoại đứng ở vị trí $B(6;-3;-1)$ sử dụng được dịch vụ của trạm này.

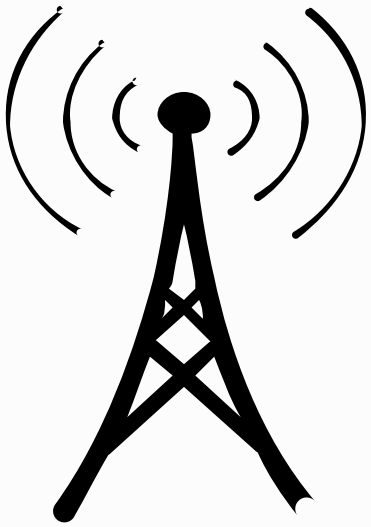
d) Có một người đi từ vị trí $I(2;1;-3)$ đến vị trí $B(6;-3;-1)$ theo một đường thẳng, vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IB để người đó có thể sử dụng được dịch vụ của trạm này là $C(x;y;z)$ với $x+y+z=-1$.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 8

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên trục là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động (hình vẽ dưới đây) được đặt ở vị trí $I(-4;2;5)$. Biết rằng trạm phát sóng được thiết kế với bán kính phủ sóng là 4 km.



a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng là $(x+4)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=16$.

b) Điểm $A(3;5;-6)$ nằm phía trong mặt cầu đó.

c) Nếu người dùng đứng ở vị trí điểm $B(-2;3;0)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng này.

d) Nếu người dùng đứng ở vị trí điểm $M(-4;6;2)$ thì quãng đường ngắn nhất người đó phải di chuyển để đến được vị trí có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng là 1 km.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 9

Một tháp kiểm soát không lưu ở sân bay cao 109 m đặt một đài kiểm soát không lưu ở độ cao 105 m. Máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 450 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox là hướng tây, trục Oy là hướng nam và trục Oz là trục thẳng đứng (Hình bên dưới), đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Một máy bay đang ở vị trí A cách mặt đất 8 km, cách 268 km về phía đông, 185 km về phía nam so với tháp kiểm soát không lưu và đang chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(82;76;0)$ hướng về đài kiểm soát không lưu.



a) Đài kiểm soát không lưu có toạ độ là $(0;0;0)$.

b) Vị trí A có toạ độ là $(-268;185;8)$.

c) Đài kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A.

d) Khoảng cách gần nhất giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu là 217,96 km.

Lời giải.

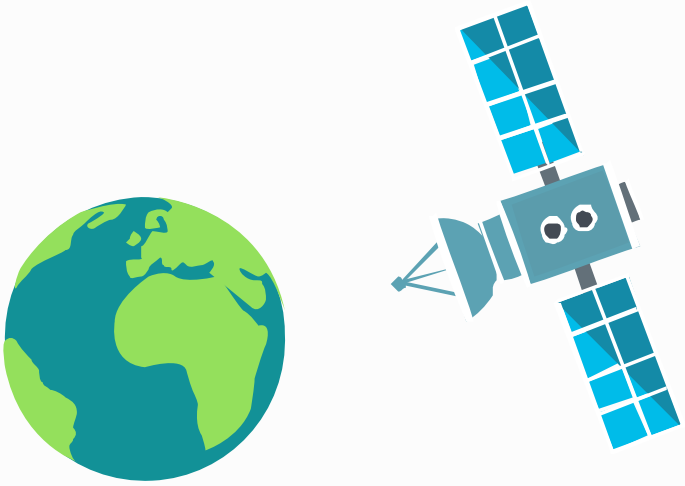
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 10

Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là: Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian (Hình minh hoạ).



Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm Mtrong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí Mcần tìm tọa độ. Như vậy điểm Mlà giao điểm của bốn mặt cầu với tâm lần lượt là bốn vệ tinh đã cho.
Ta xét ví một ví dụ cụ thể sau: Cho bốn vệ tinh $A\,(1;-1;2)$, $B\,(2;1;3)$, $C\,(-1;4;0)$, $D\,(2;3;1)$. Một chiếc máy bay quân sự đang ở vị trí M với $MA=3$; $MB=\sqrt{5}$; $MC=\sqrt{26}$; $MD=\sqrt{5}$.

a) Mặt cầu tâm A đi qua điểm M có bán kính là 3.

b) Phương trình mặt cầu (S_1) tâm A bán kính MA là $x^2+y^2+z^2-2x+2y-4z-3=0$.

c) Phương trình mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và $S\,(B,MB)$ là $x+2y+z-6=0$.

d) Tọa độ của máy bay quân sự là $M\left(x;y;z\right)$ với $x+y+z=3$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 11

Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I\,(-3;5;2)$ được thiết kế với bán kính phủ sóng 4 km, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km.

a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+3)^2+\left(y-5\right)^2+(z+2)^2=16$.

b) Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là 8 km.

c) Người dùng điện thoại ở vị trí A có toạ độ $(-3;4;1)$ không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Trong điều kiện giao thông thuận lợi, khoảng cách ngắn nhất để người B ở toạ độ $(8;6;2)$ di chuyển tới vùng phủ sóng là 11,05 km.

Lời giải.

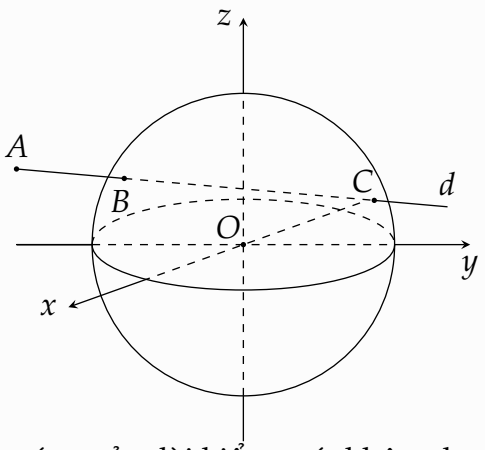
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 12

Trong không gian hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh - Khánh Hoà ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d sẽ đi qua vị trí $M(-700;40;10)$ và $N(0;600;10)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ)



a) Mặt cầu mô tả ranh giới ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu là $(S)\colon x^2+y^2+z^2=600$.

b) Đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x=-1000+100t \\ y=-200+80t \\ z=10 \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

c) Quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng 749 km.

d) Khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với đài kiểm soát không lưu là 459 km.

Lời giải.

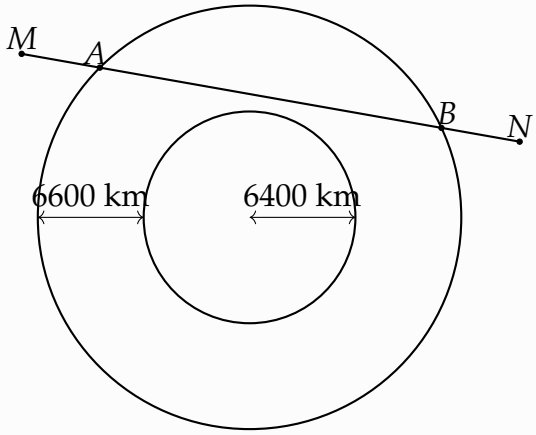
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 13

Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t \\ z = -4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Lời giải.

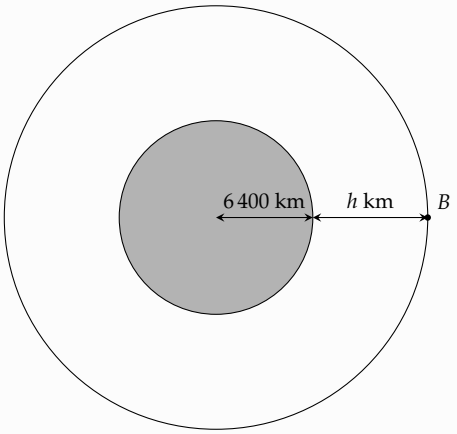
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 14

Vệ tinh hoạt động dựa trên nguyên lý của vật lý Newton - một vật thể bị kéo bởi một lực hấp dẫn từ một vật thể khác sẽ chuyển động theo một quỹ đạo elip xung quanh vật thể đó. Để đưa vệ tinh lên quỹ đạo, người ta sử dụng các loại tên lửa đẩy khác nhau để cung cấp cho vệ tinh động lượng cần thiết để thoát khỏi trọng lực của Trái Đất và duy trì quỹ đạo ổn định. Để thuận tiện ta quy ước một quỹ đạo gần tròn thành một đường tròn.



Trong hệ tọa độ $Oxyz$, gốc tọa độ là tâm trái đất, một vệ tinh nhân tạo tạo quỹ đạo được coi như một đường tròn có bán kính 13440 km có điểm xuất phát là điểm $B(4032;0;-5376)$ và đây cũng là điểm gần Trái Đất nhất của vệ tinh. Quỹ đạo của vệ tinh này nằm trên mặt phẳng vuông góc với trục tung và có tâm nằm trên đường thẳng OB. Coi Trái Đất là hình cầu hoàn hảo có bán kính bằng 6400 km.

a) Phương trình mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh là $x + z = 0$.

b) Khi xuất phát tại điểm B vệ tinh đang ở độ cao 320 km so với mặt đất.

c) Quỹ đạo của tên lửa là đường tròn có tâm $I(-4032;0;5120)$.

d) Khi Trái Đất quay, điểm cực Nam và cực Bắc của Trái Đất không thay đổi vị trí. Biết rằng điểm cực Nam của Trái Đất có tọa độ là $(0;3840;5120)$. Khoảng cách gần nhất giữa vệ tinh và điểm cực Nam bằng 10112 km (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải.

. . . . . .

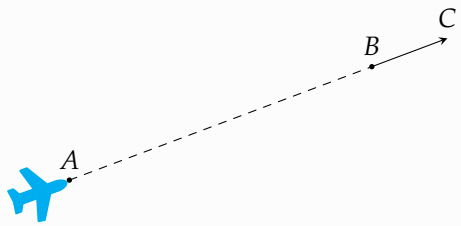
. . . . . .

. . . . . .

Câu 15

Trong không gian với một hệ trục toạ độ cho trước (đơn vị đo lấy theo ki-lô-mét), rađa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(950;550;8)$ trong 10 phút. Máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay trong 5 phút tiếp theo thì đến điểm C. Bộ phận không lưu thông báo với phi hành đoàn ở phía trước có một khối không gian (S) bị ảnh hưởng bởi cơn bão, các điểm $M(x;y;z)$ thuộc (S) thoả mãn bất phương trình

$$(x-1\,249)^2+(y-652)^2+(z-60)^2\leq 2\,025.$$



a) Toạ độ điểm C là $(1\,025;575;8{,}5)$.

b) Tổng quãng đường máy bay bay được trong 15 phút đó xấp xỉ bằng 372,2 km.

c) Khoảng cách từ tâm I của (S) tới đường thẳng AB bằng 30 km.

d) Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay trong 60 phút tiếp theo thì máy bay không bị ảnh hưởng bởi cơn bão.

Lời giải.

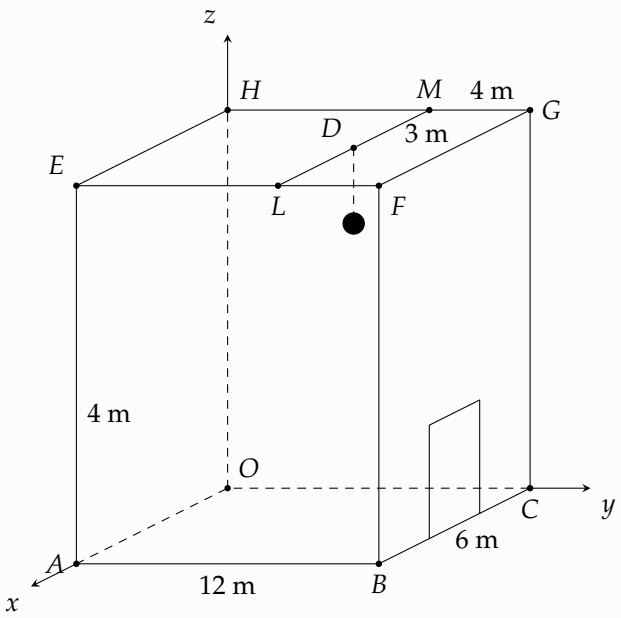
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 16

Một căn hộ chung cư có hình dạng là một hình hộp chữ nhật được gắn trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, với các thông số như hình bên dưới (đơn vị lấy theo mét). Mặt sàn là mặt phẳng (Oxy). Theo thiết kế, chủ nhà muốn trang trí một đèn pha lê hình cầu có bán kính 25 cm được nối từ một điểm trên mặt mặt ngoài của đèn với trần nhà ở vị trí điểm D bởi một dây dài 1 m.



a) Nếu toạ độ điểm D là $(a;b;c)$ thì $a+b+c=15$.
b) Cao độ tâm I của đèn hình cầu là 3.
c) Phương trình mặt cầu của đèn là $(x-3)^2+(y-8)^2+(z-3)^2=0,0625$.
d) Một người cao 1,8 m khi đi qua cách đèn hơn 60 cm.

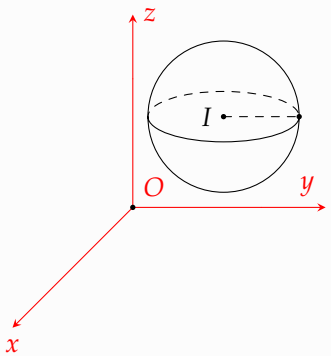
Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 17

Hình bên mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí $I(1;2;2)$ trong không gian $Oxyz$ và được thiết kế với đường kính phủ sóng là 10 000 m. Đơn vị trên các trục toạ độ là km.

a) Bán kính vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là 5 km.
b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới miền bên trong và bên ngoài vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=25$.
c) Điểm $A(1;2;6)$ nằm trong vùng phủ sóng của trạm phát sóng điện thoại.
d) Nhà bạn Mai và bạn Nam có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1;2;7)$ và $N(5;5;5)$. Nếu cả hai bạn Mai và Nam dùng điện thoại tại nhà thì đều có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng điện thoại này.



Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 18

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$.

a) Mặt cầu có tâm $I(-1;-2;1)$, bán kính $R=\sqrt{6}$.

b) Điểm O thuộc mặt cầu.

c) Mặt cầu cắt trục Oz tại hai điểm phân biệt.

d) Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+5=0$ tại điểm A có hoành độ bằng 0.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 19

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=3$ và hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$. Xét điểm M thay đổi thuộc mặt cầu (S) và điểm E thỏa mãn $2\overrightarrow{EA}+3\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{0}$.

a) $AB=5\sqrt{3}$.

b) Trung điểm của AB là $I\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

c) $EA=\sqrt{3}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $P=2MA^2+3MB^2$ bằng 105.

Lời giải.

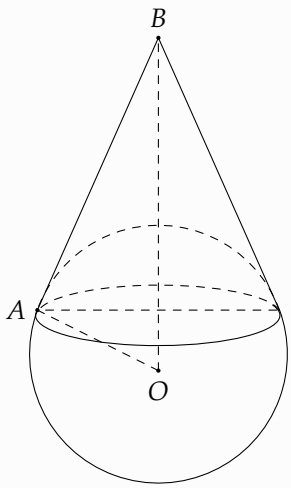
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 20

Nếu đứng trước biển và nhìn ra xa, người ta sẽ thấy một đường giao giữa mặt biển và bầu trời, đó là đường chân trời đối với người quan sát. Ta có thể hình dung rằng nếu người quan sát ở tại đỉnh của một chiếc nón và Trái Đất được "thả" vào trong chiếc nón ấy thì đường chân trời là đường "chạm" giữa Trái Đất và chiếc nón.



Trong không gian $Oxyz$, giả sử bề mặt Trái Đất (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2=1$ và người quan sát ở vị trí $B(1;1;-1)$; A là một vị trí bất kì trên đường chân trời đối với người quan sát ở vị trí B.

a) Khoảng cách từ vị trí B đến tâm của Trái Đất là $\sqrt{3}$.

b) Khoảng cách giữa hai điểm A, B là $\sqrt{2}$.

c) Phương trình mặt cầu đường kính OB là $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2+\left(z-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$.

d) Điểm A luôn thuộc mặt phẳng cố định $x+y-z-1=0$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 21

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một hải đăng được đặt ở vị trí $I(17;20;45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là
$(x-17)^2+(y-20)^2+(z-45)^2=16\,000\,000$.

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18;21;50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4\,019;21;44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 22

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là km), một trạm thu phát sóng điện thoại di động *(Hình bên dưới)* được đặt ở vị trí $I(2;1;-3)$. Trạm thu phát được thiết kế bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$.

b) Người dùng điện thoại đứng ở vị trí $A(0;1;-2)$ không sử dụng được dịch vụ của trạm này.

c) Người dùng điện thoại đứng ở vị trí $B(6;-3;-1)$ sử dụng được dịch vụ của trạm này.

d) Có một người đi từ vị trí $I(2;1;-3)$ đến vị trí $B(6;-3;-1)$ theo một đường thẳng, vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IB để người đó có thể sử dụng dịch vụ của trạm này là $C(x;y;z)$ với $x+y+z=-1$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 23

Phía trước của một sân vận động, người ta có đặt một quả bóng đá khổng lồ và có một bóng đèn cách không xa. Trong không gian $Oxyz$, giả sử mặt ngoài quả bóng là mặt cầu có phương trình $(S)\colon (x-1)^2+(y-1)^2+(z-3)^2=9$ và bóng đèn ở vị trí $M(15;1;6)$. Khi đó, khoảng cách xa nhất mà bóng đèn có thể chiếu đến một điểm trên quả bóng bằng MA với MA là tiếp tuyến kẻ từ M đến (S) và A là tiếp điểm.

a) Quả bóng có tâm $I(1;1;3)$ và bán kính $R=3$.

b) $IM=\sqrt{206}$.

c) $MA=14$.

d) Ngoài điểm A thì còn các tiếp điểm khác của tiếp tuyến từ M đến mặt cầu S. Các điểm này cùng với A đều thuộc một đường tròn giới hạn phần diện tích là 27π.

Lời giải.

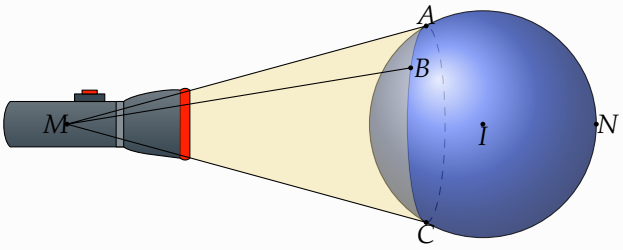
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 24

Nguồn sáng phát ra từ một cây đèn pin khi chiếu vào một quả cầu phản quang sẽ cho ta hình ảnh của một mặt cầu tiếp xúc với các đường sinh của một hình nón (xem hình vẽ). Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho sẵn với đơn vị trên mỗi trục là mét, các tiếp tuyến MA, MB, MC thỏa mãn $\widehat{AMB}=60^\circ$, $\widehat{BMC}=90^\circ$, $\widehat{CMA}=120^\circ$. Mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ thể hiện mặt ngoài quả cầu.



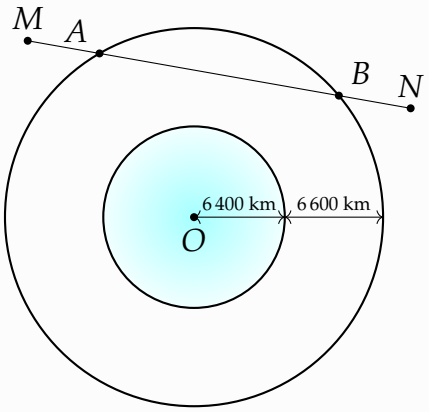
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$.
b) Nếu đặt $MA=MB=MC=x>0$ thì $AB=x$, $BC=x\sqrt{3}$, $AC=x\sqrt{2}$.
c) Tam giác ABC cân.
d) Độ dài bé nhất của OM là 2,26m (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 25

Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1 000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x=6+3t \\ y=20+8t \\ z=-4t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.
b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.
c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).
d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 26

Để theo dõi hành trình của một chiếc máy bay, ta có thể lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, tia Ox hướng về phía Tây, tia Oy hướng về phía nam và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời. Lúc 12 giờ, rađa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(400;250;80)$ đến điểm $B(700;310;110)$ trong 15 phút. Nếu máy bay tiếp tục bay từ B với vận tốc và hướng bay không đổi đó thì sau 5 phút máy bay di chuyển đến điểm C.

a) $\overrightarrow{AB} = (300;20;30)$.

b) Đường thẳng AB có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 400 + 10t \\ y = 250 + 2t \\ z = 80 + t \end{cases}$,$(t \in \mathbb{R})$.

c) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{CB}$.

d) Tọa độ điểm $C(800;330;120)$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 27

Trong không gian $Oxyz$, bé Vinh đứng tại địa điểm $V(3;5;0)$ thả diều theo phương $\vec{v_1} = (2;1;3)$ (Xem mặt đất là mặt phẳng (Oxy)). Giả sử dây diều được giăng thẳng và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời.

a) Phương trình đường thẳng của dây diều là $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{5-y}{1} = \dfrac{z}{3}$.

b) Góc hợp bởi dây diều của bé Vinh và mặt đất là $53°18'$.

c) Độ cao tối đa của diều so với mặt đất là 16,04 m. Biết rằng sợi dây diều dài tối đa 20 m.

d) Nếu bé Vinh đang thả 10 m dây diều thì tọa độ vị trí của con diều là $C(a;b;c)$ với a, b, c là phân số tối giản. Khi đó $T = a + b + 2c = \dfrac{56 + 30\sqrt{14}}{7}$.

Lời giải.

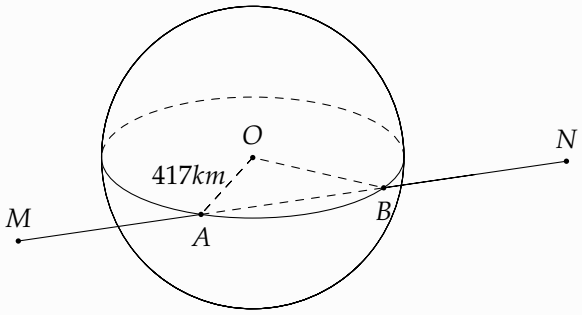
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 28

Để theo dõi và quản lý, điều phối lưu thông của các phương tiện bay trong không phận và đảm bảo an toàn, hiệu quả cho hoạt động bay, người ta đã thiết lập đài kiểm soát không lưu sân bay để tiện theo dõi. Biết máy bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên rađa. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc O tại vị trí đặt đài kiểm soát và đơn vị độ dài trên mỗi hệ trục toạ độ là 1 km. Một máy bay đang chuyển động với vận tốc không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(-597;-110;8)$ đến điểm $N(677;940;8)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 677 + 91t \\ y = 940 + 75t \\ z = 8 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

b) Vị trí đầu tiên máy bay đi vào phạm vi theo dõi của đài kiểm soát là $A(40;415;8)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 590 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của máy bay trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là khoảng 10 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là khoảng 28 phút.

Lời giải.

. . . . . .

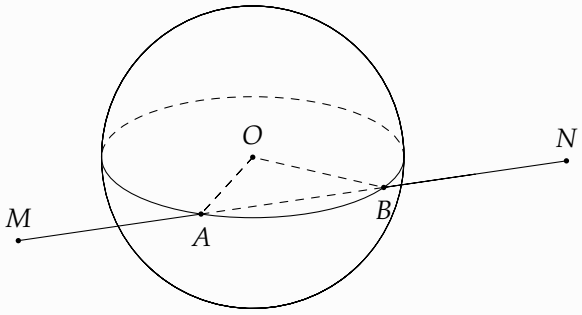
. . . . . .

. . . . . .

Câu 29

Các trạm không gian đã được lắp đặt để theo dõi một tàu vũ trụ được phóng từ Trái Đất để thực hiện hành trình tới sao Hỏa. Giả sử có một trạm không gian có khả năng quan sát trong phạm vi ở độ cao không quá 6600 km tính từ bề mặt Trái Đất.Coi Trái Đất là một khối cầu có bán kính 6400 km.

Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ có gốc O tại vị trí đặt tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Tàu vũ trụ bắt đầu hành trình từ điểm $M(9;28;-4)$ và tiếp tục di chuyển với vận tốc không đổi đến điểm $N(-21;-52;36)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình là: $\dfrac{x-21}{3} = \dfrac{y+52}{8} = \dfrac{z+36}{-4}$.

b) Vị trí cuối cùng mà tàu vũ trụ đi vào phạm vi theo dõi của trạm không gian là $B(-3;-12;4)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà tàu vũ trụ di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu biết vận tốc của tàu vũ trụ là 7 km/s thời gian nó di chuyển từ M đến N là khoảng 1 giờ 30 phút.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

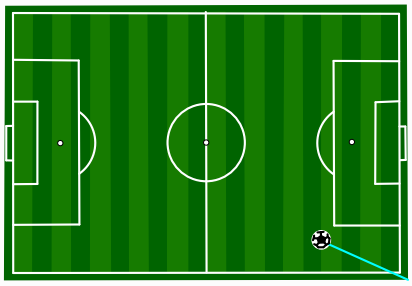
. . . . . .

Câu 30

Công nghệ hỗ trợ trọng tài VAR (Video Assistant Referee) thiết lập một hệ tọa độ $Oxyz$ để theo dõi vị trí của quả bóng M. Cho biết M đang nằm trên mặt sân có phương trình $z = 0$, đồng thời thuộc mặt cầu

$$(S)\colon (x-28)^2+(y-52)^2+(z-15)^2=625$$

(đơn vị độ dài tính theo mét).



a) Tâm mặt cầu là $I(-28;-52;-15)$.

b) Bán kính mặt cầu là $R = 625$.

c) Hình chiếu vuông góc của tâm I trên sân là $H(28;52;0)$.

d) Khoảng cách $MH = \sqrt{401}$ m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 31

Ngày nay, nhờ vào hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System), việc di chuyển của con người hết sức thuận lợi dù bằng đường bộ, đường sắt hay đường hàng không hay đường biển. Nếu có thiết bị bắt sóng GPS, bạn luôn có thể kết nối được đến bốn vệ tinh GPS dù ở bất kì đâu trên Trái Đất. Khi thiết bị của bạn biết khoảng từ ít nhất ba vệ tinh đến nó, máy sẽ tính toán ra vị trí hiện tại của bạn bằng một quy trình gọi là Trolateration. Cho biết trái đất có dạng hình cầu bán kính bằng $\sqrt{41}\cdot 10^3$ km. Bạn An đang đứng trên mặt đất. Có ba vệ tinh báo về máy chủ tiếp nhận thông tin rằng vệ tinh thứ nhất đang cách An $3\cdot 10^3$ km, vệ tinh thứ hai đang cách An $5\cdot 10^3$ km, vệ tinh thứ ba đang cách An $4\cdot 10^3$ km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là tâm trái đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục là 10^3 km. Tại thời điểm vệ tinh thông báo về máy chủ thì tọa độ của các vệ tinh lần lượt là $I_1\,(4;4;6)$, $I_2\,(4;9;3)$ và $I_3\,(8;4;3)$. Xem vị trí An là điểm A và An cần di chuyển thẳng đến nhà Bình là điểm $B\,(4;4;3{,}01)$ với tốc độ không đổi 20 km/h.

a) Điểm A đang nằm trên mặt cầu tâm O bán kính $\sqrt{41}\cdot 10^3$ km.

b) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên trong và bên ngoài Trái Đất là $x^2+y^2+z^2=\sqrt{41}$.

c) Điểm A chính là giao điểm của bốn mặt cầu: Trái Đất và ba mặt cầu tâm lần lượt là I_1, I_2, I_3 có bán kính lần lượt là khoảng cách từ các vệ tinh đến An.

d) Thời gian An đi đến nhà Bình là 30 phút.

Lời giải.

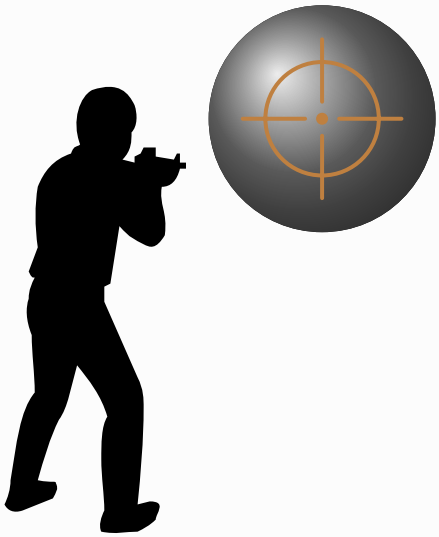
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 32

Trong một mô hình game 3D, với hệ trục tọa độ thích hợp, người chơi cùng với khẩu súng của anh ta được mô phỏng như một chất điểm di chuyển trên mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-3=0$ và nhắm bắn các mục tiêu di động trên mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+5=0$. Người chơi vẫn có thể bắn trúng mục tiêu nếu nó di chuyển trên bán cầu khuất phía sau tầm nhìn. Sau khi trò chơi bắt đầu, anh ta quyết định nhắm bắn theo phương vectơ $\vec{u}=(1;0;1)$.



a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và bán kính $R=1$.

b) Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

c) Người chơi đứng ở vị trí giao của mặt phẳng (P) với trục Ox, khoảng cách từ tâm của quả cầu đến đường bay của viên đạn bằng $\dfrac{\sqrt{66}}{2}$.

d) Khoảng cách lớn nhất từ vị trí người bắn đến mục tiêu bằng $3\sqrt{2}$.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 33

Trong không gian $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục là mét, có hai chiếc chiến đấu cơ từ hai vị trí $A(40;-15;15)$, $B(55;-10;65)$ cần đáp xuống hai vị trí thuộc tàu sân bay hải quân để nạp nhiên liệu. Bề mặt chứa các đường băng trên tàu là mặt phẳng (P) có phương trình $3x-y+2z-25=0$.

a) Đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là $\dfrac{x-40}{3}=\dfrac{y+15}{1}=\dfrac{z-15}{-2}$.

b) Tổng khoảng cách từ hai vị trí chiến đấu cơ đến mặt phẳng chứa đường băng là 110 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Tọa độ điểm đối xứng của điểm A qua mặt phẳng (P) là $A'(-20;5;-25)$.

d) Người chỉ huy ở tàu sân bay phát tín hiệu để hai chiến đấu cơ đáp xuống các vị trí M, N cách nhau $5\sqrt{6}$ m. Tổng đường bay ngắn nhất $AM+BN$ bằng 115 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải.

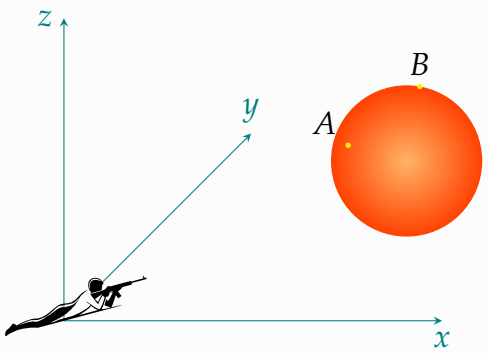
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 34

Trong một mô hình game 3D, với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước, đơn vị trên mỗi trục là mét, mặt đất là mặt phẳng (Oxy). Người chơi cùng với khẩu súng của anh ta được xem như một chất điểm, xuất phát từ vị trí gốc toạ độ O và di chuyển trên mặt đất. Hai mục tiêu nhắm bắn là các vị trí cố định $(5;5;5)$, $(5;10;10)$.



Để tăng thêm độ hấp dẫn trò chơi, người ta dùng công nghệ hologram tạo ra một quả cầu giả lập bán kính thay đổi, có ánh sáng lấp lánh luôn đi qua hai điểm mục tiêu và lăn trên mặt đất, làm người chơi có phần hoa mắt và khó nhắm bắn trúng các mục tiêu này.

a) Mục tiêu gần nhất cách người chơi khoảng 8,5 m (làm tròn đến hàng phần chục).

b) Biết viên đạn có thể bắn xuyên qua cầu, người chơi cần đứng vị trí $(5;0;0)$ để bắn trúng cùng lúc hai mục tiêu.

c) Gọi M là điểm tiếp xúc của quả cầu với mặt đất thì M luôn thuộc một đường tròn cố định có bán kính bằng 8 m.

d) Khoảng cách ngắn nhất từ vị trí người chơi (gốc tọa độ O) đến điểm M bằng 5 m.

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 35

Xét một hệ trục tọa độ $Oxyz$ được cho sẵn, đơn vị trên mỗi trục là dm, mặt ngoài của một quả bóng được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $(x-2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=6$, quả bóng nằm yên trên sàn nhà. Người ta nhìn thấy một tấm ván ngã xuống đè lên quả bóng, phần giao của tấm ván và sàn nhà là đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$. Gọi A, B lần lượt là hai tiếp điểm của tấm ván, sàn nhà với quả bóng và I là tâm quả bóng.



a) Quả bóng có tâm $I(2;-1;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{6}$.

b) Khoảng cách từ tâm quả bóng đến đường thẳng d bằng $2\sqrt{6}$.

c) Nếu $\cos\widehat{AIB}$ bằng $\dfrac{a}{b}$ (phân số tối giản) thì giá trị $a^2+b^2=82$.

d) Một con kiến bò từ vị trí A đến vị trí B trên quả bóng với tốc độ 2 cm/s, thời gian ngắn nhất cho chuyến đi này là 21 giây (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải.

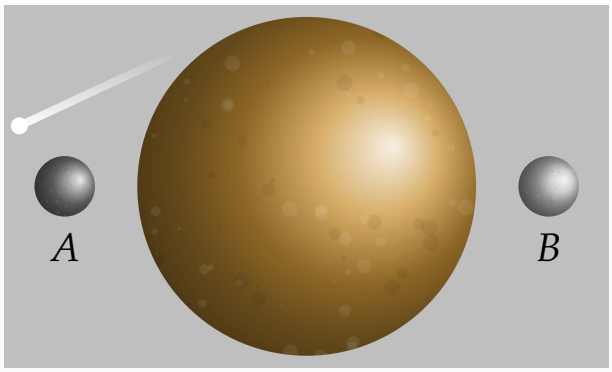
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 36

Sao Thủy gần như không có khí quyển thật sự như Trái Đất hay Sao Kim. Tuy nhiên, nó có một lớp khí rất mỏng gọi là exosphere - tức là thượng quyển loãng, gồm các hạt khí cực kỳ thưa thớt như hydro, heli, oxy, natri,...Trong không gian $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, vùng thượng quyển loãng của Sao Thủy được mô hình hóa bởi phương trình mặt cầu $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$. Các nhà khoa học không gian đang quan sát các tiểu hành tinh ở các vị trí có tọa độ $A(4;2;4)$, $B(1;4;2)$ và xem xét sự di chuyển của chúng. Nếu tiểu hành tinh nằm trong vùng thượng quyển loãng thì nó sẽ bị hút xuống bề mặt Sao Thủy.



a) Vùng thượng quyển loãng Sao Thủy có tâm $(1;2;0)$, bán kính bằng 3.

b) Hai tiểu hành tinh ở các vị trí A, B sẽ bị hút xuống bề mặt Sao Thủy.

c) Các nhà quan sát cho rằng có một sao chổi mang tên Haxen di chuyển theo quỹ đạo đường thẳng với vận tốc 51,5 km/s khoảng cách ngắn nhất từ tâm Sao Thủy đến Sao Chổi bằng $\dfrac{\sqrt{871}}{10}$ nghìn km. Thời gian Sao Chổi đi trong vùng thượng quyển loãng của Sao Thủy bằng 20 giây (làm tròn đến hàng đơn vị của giây).

d) Sao Chổi Haxen di chuyển theo phương vectơ $\vec{u}=(0;5;2)$. Giả sử M, N là điểm đầu và điểm cuối mà sao chổi này đi qua thuộc vùng thượng quyển loãng của Sao Thủy. Giá trị nhỏ nhất của tổng $AM+BN$ bằng 3 970 km (làm tròn đến hàng đơn vị của km).

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 37

Coi bề mặt trái đất là mặt cầu có bán kính 6 371 km. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$, với gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục toạ độ là 6 371 km. Giả sử tại mỗi thời điểm, một thiết bị GPS trên mặt đất xác định được khoảng cách từ nó đến ba vệ tinh đặt tại các điểm có toạ độ $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C\left(0;\frac{11}{4};\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$ tương ứng là $\sqrt{5}$; $\sqrt{2}$; 2 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



a) Phương trình bề mặt trái đất là $x^2+y^2+z^2=1$.

b) Thiết bị GPS nằm ở vị trí có toạ độ $P\left(0;\frac{3}{4};\frac{\sqrt{7}}{4}\right)$.

c) Vị trí của thiết bị GPS là 41°N, 90°E.

d) Cũng tại thời điểm đó có một thiết bị GPS khác trên mặt đất cách đều hai vệ tinh A và B. Khoảng cách trên mặt đất ngắn nhất giữa hai thiết bị GPS là 3 515 km.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 38

Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa 2 điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 39

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$ tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+5=0, (Q)\colon 2x-y+z-5=0$ lần lượt tại A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 40

Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2my+3m^2-2m=0$ với m là tham số. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 41

Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 42

Để định vị vệ tinh, người ta lập hệ toạ độ $Oxyz$ với gốc tọa độ O trùng với vị trí của trung tâm quan sát, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là mặt phẳng) với trục Ox hướng về phía Tây, trục Oy hướng về phía Nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời và mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Một vệ tinh đang chuyển động trong không gian được định vị bởi ba trạm quan sát đặt tại ba vị trí A, B, C với vị trí A đặt ở trung tâm quan sát, vị trí B đặt cách trung tâm quan sát về phía Tây 50 km, vị trí C đặt cách trung tâm quan sát về phía Nam 100 km. Biết trạm A quan sát được các vệ tinh cách nó 370 km, trạm B quan sát được các vệ tinh cách nó 400 km, trạm C quan sát được các vệ tinh cách nó 350 km. Gọi tọa độ của vệ tinh là $M(x;y;z)$. Tính $x+y+z$ (*làm tròn đến hàng đơn vị*).

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 43

Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

KQ: .....

Lời giải.

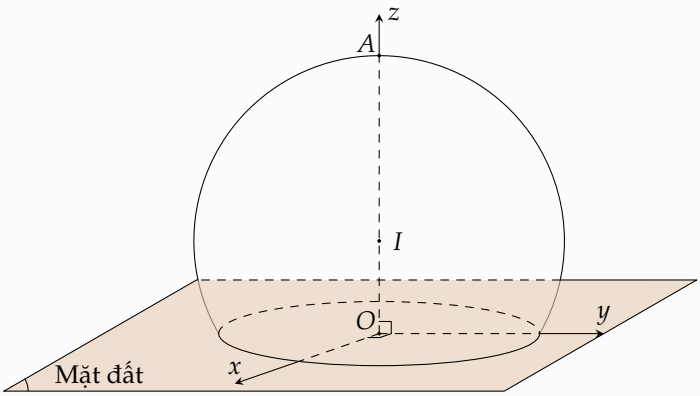
.....

.....

.....

Câu 44

Trong không gian $Oxyz$, một tòa nhà vòm được thiết kế có bề mặt là mặt cầu tâm $I(0;0;20)$, bán kính $R=50$ m và có đáy nằm trên mặt phẳng (Oxy) như hình vẽ (đơn vị trên trục là mét). Biết rằng với thể tích 1 000 m^3 có thể chứa được 20 người. Cho biết công thức tính thể tích chỏm cầu với chiều cao h là $V=\pi h^2\left(R-\dfrac{h}{3}\right)$. Hỏi tòa nhà vòm đó có thể chứa được bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 45

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình là $2x-y+2z-13=0$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;3)$ và có bán kính bằng $\sqrt{15}$. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng d nằm trong (P) , đồng thời d tiếp xúc với mặt cầu (S)?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 46

Trong một buổi trình diễn thiết bị bay không người lái, ba drone được điều khiển lần lượt đến ba vị trí $A(2;-2;1)$, $B(1;1;3)$ và $C(-1;0;2)$. Tiếp đó người điều khiển sẽ điều khiển một drone thứ tư đi đến vị trí điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng chứa ba điểm A, B, C và cách đều ba drone ban đầu. Tính $a+b+c$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 47

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên các trục là kí-lô-mét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu đặt tại điểm $I(1;2;2)$ biết rằng bán kính phủ sóng của trạm là 3 km. Hai người sử dụng điện thoại lần lượt tại $M(4;-4;2)$ và $N(6;0;6)$. Gọi $E(a;b;c)$ là một điểm thuộc ranh giới vùng phủ sóng của trạm sao cho tổng khoảng cách từ E đến vị trí M và N lớn nhất. Tính $T=a+b+c$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 48

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=6$ và hai mặt phẳng $(P)\colon x+y+2z+5=0$, $(Q)\colon 2x-y+z-5=0$. Hai đường thẳng d và Δ đi qua tâm của (S), lần lượt vuông góc và cắt (P), (Q) theo thứ tự đó tại A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ: .....

Lời giải.

.....

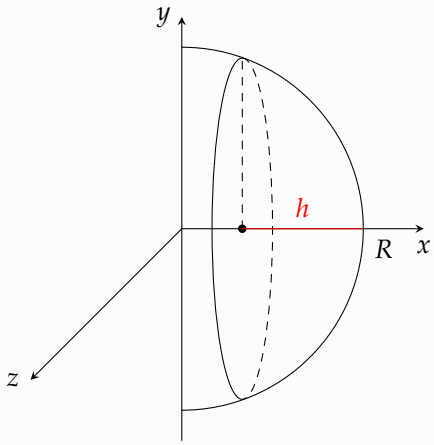
.....

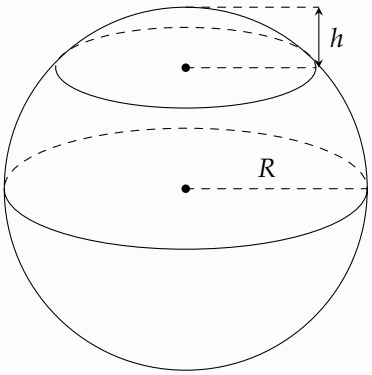
.....

Câu 49

Một khối cầu bằng thép có bán kính 5 m. Để làm một chiếc lu đựng nước, người ta cắt bớt hai phần bằng hai mặt phẳng cách nhau 6 m và cùng vuông góc với đường kính AB, tạo thành thiết diện ở hai đáy là hình tròn tâm I và I′ như hình vẽ. Mặt phẳng ở đáy dưới (chứa I) cách tâm O của khối cầu a m. Sau khi cắt, đáy dưới được hàn kín lại bằng tấm thép hình tròn, đáy trên để trống. Giả sử mỗi mét vuông thép có giá 100 000 đồng. Tính số tiền (đơn vị: nghìn đồng) tối

thiểu mua thép để hàn kín đáy dưới biết chiếc lu chứa được đúng 126π m^3 nước. (Coi bề dày của khối cầu và tấm thép ở đáy không đáng kể, kết quả làm tròn đến đơn vị nghìn đồng).





KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 50

Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau, được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho mỗi quả bóng đều tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Biết rằng trên bề mặt của mỗi quả bóng đều tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà nó tiếp xúc lần lượt bằng 7, 8, 9. Tính tích của hai bán kính của hai quả bóng đó.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 51

Trong hệ toạ độ $Oxyz$, có một mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$ và đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x+4}{6}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Từ điểm $M\in\Delta$ kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) và gọi (C) là tập hợp các tiếp điểm. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) đạt giá trị nhỏ nhất thì (C) nằm trên mặt phẳng $x+by+cz+d=0$. Tìm $b+c+d$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

. . . . . .

Câu 52

Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $A(2;3;5)$. Biết rằng vùng phủ sáng của ngọn hải đăng có ranh giới là một mặt cầu bán kính 3 km. Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng (đơn vị tính trên các trục theo km) có dạng $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$. Tính $a+b+c+d$.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

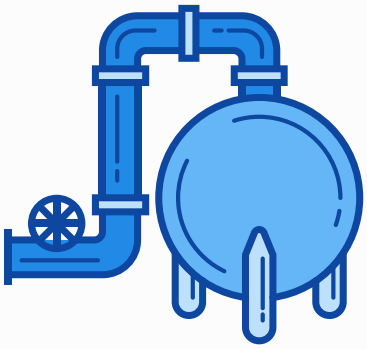
. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 53

Người ta muốn thiết kế một bồn chứa khí hóa lỏng hình cầu bằng phần mềm 3D (hình vẽ minh họa). Biết phương trình bề mặt của bồn chứa là $(S)\colon (x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=36$. Nắp của bồn chứa nằm trên mặt phẳng $(P)\colon z=9$. Tính koảng cách từ đáy đến nắp bồn chứa.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 54

Hai quả bóng hình cầu có kích thước khác nhau được đặt ở hai góc của một căn nhà hình hộp chữ nhật. Mỗi quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 9, 10, 13. Tính tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó.

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 55

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động ở một vùng nông thôn được đặt ở vị trí $A(-2;5;3)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là 2,5 km. Một người dùng điện thoại tại điểm $M(-1;m;2)$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để người đó có thể sử dụng dịch vụ của trạm này?

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 56

Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí $I(25;36;62)$, biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4,2 km. Một ngư dân di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(25;36;62)$ đến vị trí $A(4045;1041;866)$. Vị trí cuối cùng trên đường thẳng IA mà người ngư dân đó còn có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng là điểm $M(a;b;c)$, với a,b,c là những số dương. Tính giá trị của biểu thức $P=a-2b-2c$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 57

Người ta muốn thiết kế một bệ đỡ để đặt quả địa cầu lên trên đó, bằng phần mềm 3D. Biết trong không gian $Oxyz$ mặt cầu có phương trình $(S)\colon x^2+y^2+(z-2)^2=2$. Xét điểm M di động trên trục Ox. Từ M người ta muốn làm ba giá đỡ là ba thanh sắt MA, MB, MC tiếp xúc với (S) (A,B,C là các tiếp điểm), và một bệ đỡ dạng đường tròn đi qua ba điểm A, B, C sao cho đường tròn này có bán kính nhỏ nhất. Khi đó bán kính của đường tròn là $r=a$ thì $M(m;0;0)$. Tính giá trị của biểu thức $P=5a-3m$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 58

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là ki–lô-mét), đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $(-64;128;64)$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 500 km thì sẽ hiển

thị trên màn hình ra đa. Một máy bay N xuất hiện trên màn hình ra đa và một máy bay M nằm trong mặt phẳng $(P)\colon x-2y+2z-1458=0$ sao cho hai máy bay M, N thuộc đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;1)$. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai máy bay M, N là bao nhiêu km? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 59

Một vỏ kem ốc quế là một loại bánh khô, hình nón (N) trong không gian $Oxyz$, thường được làm bằng một chiếc bánh xốp dùng để đặt kem vào và cầm ăn mà không cần bát hoặc muỗng. Người ta thả vào vỏ kem (N) một viên kem vani hình cầu có đính hai viên socola nhỏ tại hai vị trí $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$ sao cho đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S của khối nón (N) và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=b+c+d$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 60

Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là ki–lô-mét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu đặt tại điểm $I(1;2;2)$ biết rằng bán kính phủ sóng của trạm là 3 km. Hai người sử dụng điện thoại lần lượt tại $M(4;-4;2)$ và $N(6;0;6)$. Gọi $E(a;b;c)$ với $a<0$ là một điểm thuộc ranh giới vùng phủ sóng của trạm sao cho tổng khoảng cách từ E đến vị trí M và N lớn nhất. Tính $T=a+b+c$.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 61

Một khu vực đã được thiết lập một hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên các trục là mét). Một fly-cam đang ở vị trí I phát sóng wifi bao phủ một vùng không gian bên trong mặt cầu $(S)\colon (x-20)^2+(y-30)^2+(z-10)^2=400$. Một người đang sử dụng máy tính tại điểm M nằm trên điểm giao của mặt cầu (S) và mặt đất $(P)\colon z=0$. Gọi J là hình chiếu vuông góc của I

xuống (P). Độ dài đoạn thẳng JM bằng bao nhiêu (*làm tròn kết quả đến hàng phần chục của mét*)?

KQ: .....

Lời giải.

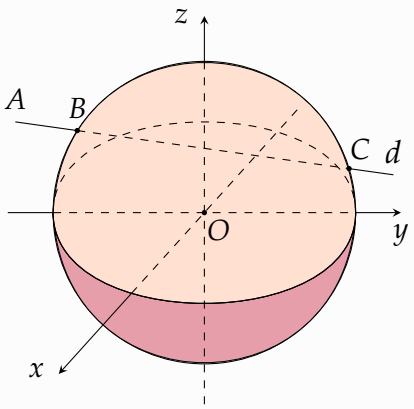
.....

.....

.....

Câu 62

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiện thị trên màng hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu. Tọa độ của vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình ra đa là $C(a;b;c)$. Giá trị của $a+b+c$.



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 63

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$ và hai điểm $A(4;3;1)$, $B(3;1;3)$; M là điểm thay đổi trên (S). Gọi m, n là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2MA^2-MB^2$. Tính $(m-n)$

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 64

Hệ thống định vị toàn cầu (tên tiếng Anh là Global Positioning System, viết tắt là GPS) là một hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh

có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được một khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Bốn vệ tinh được đặt tại các điểm $A(9;-2;7)$, $B(1;4;8)$, $C(7;-3;-5)$, $D(-4;-11;12)$. Một con tàu đang ở vị trí điểm $M(x;y;z)$ mà khoảng cách từ nó đến các vệ tinh lần lượt là $MA=\sqrt{58}$, $MB=\sqrt{83}$, $MC=\sqrt{173}$, $MD=\sqrt{97}$. Khi đó tổng bình phương tọa độ điểm M là

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 65

Hệ thống cho phép xác định chính xác vị trí của một vật thể trong không gian. Ta có thể mô phỏng cơ chế hoạt động của hệ thống GPS trong không gian như sau: Trong cùng một thời điểm, tọa độ của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước, trên mỗi vệ tinh có một máy thu tín hiệu. Bằng cách so sánh sự sai lệch về thời gian từ lúc tín hiệu được phát đi với thời gian nhận phản hồi tín hiệu đó, mỗi máy thu tín hiệu xác định được khoảng cách từ vệ tinh đến vị trí M cần tìm tọa độ. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vệ tinh $A(0;4;5)$, $B(-3;-1;3)$, $C(-2;8;9)$, $D(-7;2;-3)$. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến điểm M biết rằng khoảng cách từ các vệ tinh đến điểm M lần lượt là $MA=3$, $MB=5$, $MC=9$, $MD=10$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

KQ: .....

Lời giải.

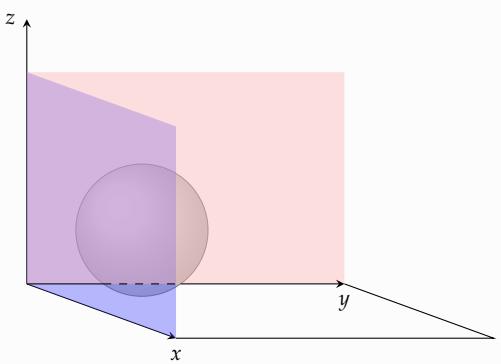
.....

.....

.....

Câu 66

Hai quả bóng dạng hình cầu có kích thước khác nhau lần lượt đặt vào góc một căn nhà hình hộp chữ nhật sao cho quả bóng tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn nhà đó. Trên bề mặt của mỗi quả bóng, tồn tại một điểm có khoảng cách đến hai bức tường quả bóng tiếp xúc và đến nền nhà lần lượt là 2; 3; 1. Tính tổng độ dài các đường kính của hai quả bóng đó.



KQ: .....

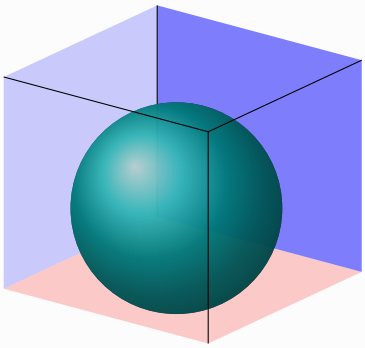
Lời giải.

.....

. . . . . .
. . . . . .

Câu 67

Trong khối pha lê hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh 8 (cm) có mặt cầu cách đều các mặt của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ một khoảng 1 (cm). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, đỉnh B thuộc tia Ox, đỉnh D thuộc tia Oy, đỉnh A' thuộc tia Oz. Khi đó, phương trình của mặt cầu bên trong khối pha lê hình lập phương là $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$. Tìm giá trị của $a+b+c+d$.



KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 68

Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thoả mãn điều kiện là tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\dfrac{3}{16}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định. Hỏi bán kính của mặt cầu đó bằng bao nhiêu?

KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 69

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;1;0)$ và mặt cầu$(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z=0$.Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt (S) theo đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất. Gọi $N\left(x_0;y_0;z_0\right)$ là điểm thuộc đường tròn (C) sao cho $ON=\sqrt{6}$. Hỏi giá trị của y_0 bằng bao nhiêu?

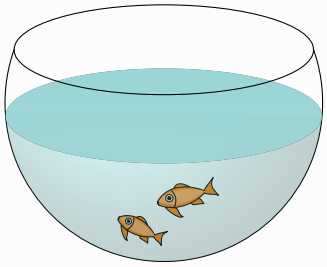
KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .
. . . . . .
. . . . . .

Câu 70

Một bể cá có dạng là một phần hình cầu được tạo thành khi cắt hình cầu bán kính 3 dm bằng mặt phẳng cách tâm của hình cầu 1 dm (xem hình bên dưới). Tính dung tích của bể cá (làm tròn kết quả đến hàng phần chục của đêximét khối).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 71

Một quả bóng được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm M trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm (kết quả là tròn đến một chữ số thập phân).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 72

Cho một hộp quà hình lập phương có cạnh bằng 10 cm. Trong hộp có một quả cầu pha lê lớn đặt vừa khít vào hộp sao cho quả cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hộp. Ở 8 góc của hình lập phương, có 8 quả cầu pha lê nhỏ cùng tiếp xúc với các mặt hộp và tiếp xúc với quả cầu lớn. Đổ epoxy resin (một loại keo tổng hợp trong suốt dùng trong thủ công mỹ nghệ) vào đầy hộp để trang trí. Tính thể tích phần keo cần đổ, theo đơn vị lít (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

KQ: .....

Lời giải.

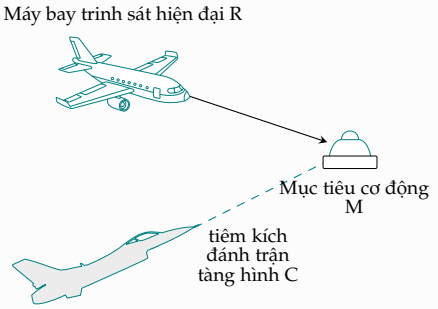
.....

.....

.....

Câu 73

Trong hệ tọa độ $Oxyz$, một kịch bản tác chiến phức tạp diễn ra như sau:



- **Máy bay trinh sát hiện đại R:** Xuất phát từ vị trí $R_0(200;100;20)$ (đơn vị km), di chuyển thẳng đều với véc-tơ vận tốc không đổi $\vec{v}_R = (-20;-10;0)$.
- **Mục tiêu cơ động cao M:** Xuất phát từ vị trí $M_0(10;20;15)$ km, di chuyển thẳng đều với véc-tơ vận tốc không đổi $\vec{v}_M = (30;40;0)$.
- **Tiêm kích đánh chặn tàng hình C:** Xuất phát từ căn cứ mặt đất tại vị trí $C_0(0;0;1)$ km vào thời điểm $t = 0$. Tiêm kích C bay theo một đường thẳng với tốc độ không đổi v_C để thực hiện nhiệm vụ đặc biệt.

Nhiệm vụ đặc biệt của tiêm kích C: Tiêm kích C phải đạt được đồng thời ba điều kiện sau tại cùng một thời điểm $t > 0$:

- **Khóa mục tiêu tối ưu:** Ba điểm gồm tiêm kích C, mục tiêu M, và máy bay trinh sát R phải thẳng hàng.
- **Kích hoạt vũ khí chính xác:** Tại thời điểm thẳng hàng nói trên, tiêm kích C phải nằm trên bề mặt của một "khối cầu chiến thuật" có tâm chính là mục tiêu M và bán kính $S_M = 5$ km. Điều này đảm bảo vũ khí có hiệu quả tối đa.
- **An toàn hành lang bay:** Véc-tơ chỉ phương của quãng đường bay của tiêm kích C phải vuông góc với véc-tơ pháp tuyến của một mặt phẳng an toàn $(\alpha)\colon x - y + 2z - 10 = 0$.

Hãy tính tốc độ không đổi v_C (km/phút) mà tiêm kích C phải duy trì từ lúc xuất phát cho đến khi đồng thời thoả mãn cả ba điều kiện trên, biết thời điểm $t > 0$ là sớm nhất (*làm tròn đến hàng phần mười*).

KQ: .....

Lời giải.

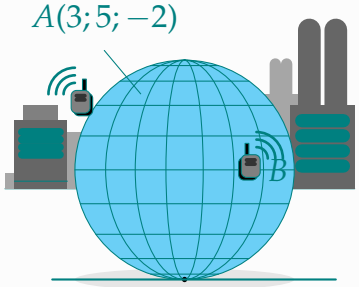
.....

.....

.....

Câu 74

Một công ty xây dựng một hệ thống Giám sát môi trường tại khu công nghiệp. Hai cảm biến không dây được đặt tại hai vị trí A, B trong không gian 3 chiều để thu thập dữ liệu không khí. Để đảm bảo tín hiệu truyền giữa hai cảm biến ổn định, công ty thiết kế một bóng bảo vệ tín hiệu hình ảnh cầu di động nhưng luôn đi qua cả hai cảm biến A và B. Bóng này cần tiếp xúc với mặt đất để đảm bảo tính ổn định.



$(P)\colon 2x + y - 2z + 9 = 0$

Giả sử trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, toạ độ các điểm là $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt đất được mô tả bằng mặt phẳng $P(x)\colon 2x+y-2z+9=0$. Trong quá trình mô phỏng, điểm tiếp xúc giữa bóng bảo vệ và mặt đất (gọi là C) thay đổi. Kỹ sư cần xác định khoảng cách giữa gốc toạ độ $O(0;0;0)$ đến điểm tiếp xúc C để đánh giá mức độ ảnh hưởng từ vị trí đặt thiết bị. Gọi m_1 là giá trị lớn nhất và m_2 là giá trị nhỏ nhất của độ dài OC. Tính giá trị $m_1^2+m_2^2$.

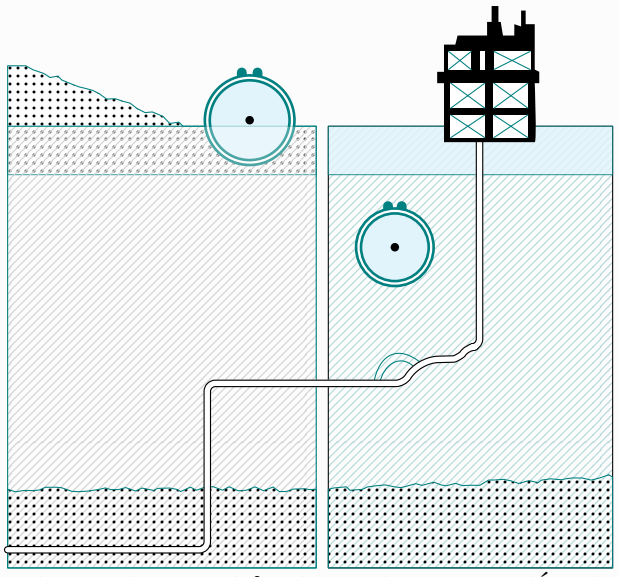
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 75

Trong một dự án khai thác dầu khí ngoài thềm lục địa, các kỹ sử đang lên kế hoạch lắp đặt một đoạn đường ống dẫn dầu d đặc biệt. Đường ống này cần phải tiếp xúc với hai vòm đá ngầm lớn hình cầu để có điểm tựa gia cố. Vòm đá ngầm thứ nhất (A) được xác định vị trí và kích thước trong hệ trục $Oxyz$ bởi mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+y^2+(z-3)^2=36$. Vòm đá ngầm thứ hai (B) được xác định bởi mặt cầu $(S')\colon (x+1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=81$. Tuy nhiên, gần khu vực thi công có một nguồn địa nhiệt ngầm $M(4;-1;-7)$ rất không ổn định, có khả năng gây ảnh hưởng đến vật liệu và hoạt động của đường ống.



Để đảm bảo an toàn và tuổi thọ tối đa cho công trình, các kỹ sư phải chọn phương án lắp đặt đường ống d sao cho nó nằm xa nhất có thể với với nguồn địa nhiệt M. Sau khi được lắp đặt, đường ống d sẽ được nối vào một trạm điều phối trung tâm E. Trạm E này nằm trên một mặt phẳng kỹ thuật (P) đã được gia cố sẵn dưới đáy biển, có phương trình $2x-y+z-17=0$. Việc xác định chính xác tọa độ $E(m;n;p)$ là cực kì quan trọng để đồng bộ hóa toàn bộ hệ thống. Yêu cầu: bạn hãy giúp đội ngũ kỹ sư tính toán giá trị của $T=m+n+p$ từ tọa độ điểm E, nhằm phục vị cho việc lập trình hệ thống điều khiển và giám sát đường ống.

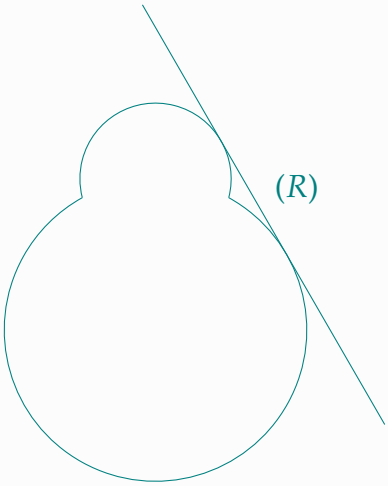
KQ: .....

Lời giải.

.....
.....
.....

Câu 76

Ở trung tâm nghiên cứu X có một thiết bị được đặt trên một quả đồi thuộc vùng rừng núi để đo các thông số về thời tiết khí tượng của vùng đó (nhiệt độ, áp suất khí quyển, độ ẩm, mây, gió, mưa...). Cấu tạo bên ngoài của thiết bị gồm hai mặt cầu cắt nhau là (S_1) có tâm I, bán kính bằng 4 m và mặt cầu (S_2) có tâm J, bán kính bằng 2 m. Để đo các thông số cần thiết, người ta lắp đặt một tấm thiết bị điện tử hình chữ nhật (R) luôn tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1), (S_2) và có thể di chuyển quanh các chỏm cầu để truyền tín hiệu tới hộp điều hành (đường truyền không dây). Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ trong không gian với độ dài đơn vị trên mỗi trục toạ độ là 1 m và $O(0;0;0)$ là vị trí hộp điều hành thiết bị thì $I(2;1;1)$ và $J(2;1;5)$. Khi khoảng cách từ O đến tấm thiết bị điện tử (R) ngắn nhất là lúc đường truyền tín hiệu tốt nhất. Khoảng cách ngắn nhất này bằng bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm, tham khảo mô tả thiết bị như hình vẽ).



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 77

Trong không gian $Oxyz$, đơn vị trên mỗi trục là 2 000 km, người ta mô phỏng bề mặt Hỏa tinh dưới dạng mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$; một robot do thám được gởi đến bởi các nhà khoa hoạc từ trái đất đang ở vị trí $A(2;2;0)$. Người ta cần đặt một thiết bị nhận tín hiệu từ robot ở vị trí B thuộc bề mặt sao Hỏa sao cho B có hoành độ dương và tam giác OAB đều. Tìm khoảng cách thực tế từ vị trí B đến vị trí $C(0;2;0)$, nơi đáp xuống của tàu vũ trụ (làm tròn đến hàng phần trăm của nghìn km).

KQ: .....

Lời giải.

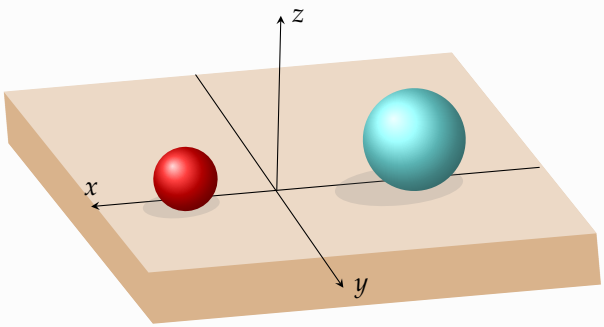
.....

.....

.....

Câu 78

Trong không gian $Oxyz$ với mặt đất trùng với mặt phẳng (Oxy), hai viên bi xanh và đỏ ban đầu dạng mặt cầu có phương trình $(S_d) : (x-10)^2+y^2+(z-3)^2=9$ và $(S_x) : (x+12)^2+y^2+(z-4)^2=16$, tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) với điểm tiếp xúc nằm trên trục Ox. Truyền cho viên bi đỏ và xanh lần lượt các tốc độ không đổi là $v_d = 5\,\text{m/s}$ và $v_x = 3\,\text{m/s}$, hai viên bi lăn thẳng về phía nhau dọc theo trục Ox (điểm tiếp xúc luôn nằm trên Ox). Sau khoảng thời gian bằng bao nhiêu giây thì hai viên bi va chạm (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

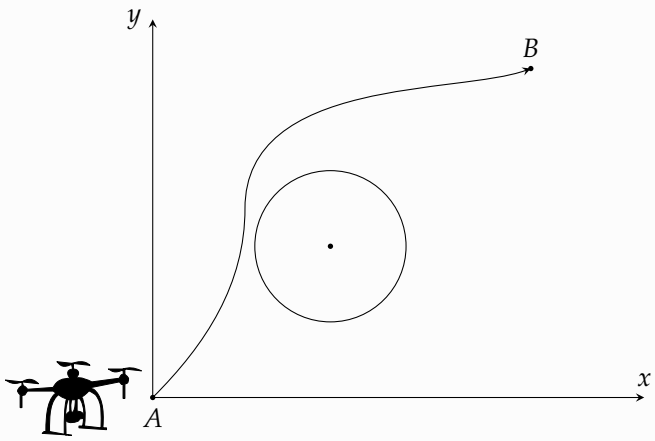
.....

Câu 79

Trên hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị km), một chiếc drone cứu hộ được điều khiển từ điểm $A(0;0)$ để vận chuyển thuốc cứu trợ đến điểm $B(12;10)$. Trên đường bay, drone phải tránh một khu vực cấm bay, đó là hình tròn có tâm $C(6;6)$ với bán kính 5 đơn vị. Drone có thể chạm vào biên của khu vực cấm bay nhưng không được bay vào bên trong.
Các chế độ di chuyển của drone để tối ưu chi phí nhiên liệu

- Chế độ tự động: Chiếc drone sẽ bay theo đường thẳng nhưng phải đổi hướng khi gặp vùng cấm bay. Chế độ này có chi phí nhiên liệu là 1 USD mỗi km.
- Chế độ điều khiển tay: Chiếc drone sẽ bay trên biên của vùng cấm, tức là bay theo một phần cung tròn. Chế độ này có chi phí nhiên liệu cao hơn, 1,5 USD mỗi km.

Tính tổng chi phí nhiên liệu tối ưu nhất cho 2 chế độ bay của chiếc drone cứu hộ *(làm tròn đến hàng đơn vị, lưu ý chi tổng chi phi nhiên liệu tối ưu khi tổng quãng đường chiếc drone bay là tối ưu nhất).*



KQ: .....

Lời giải.

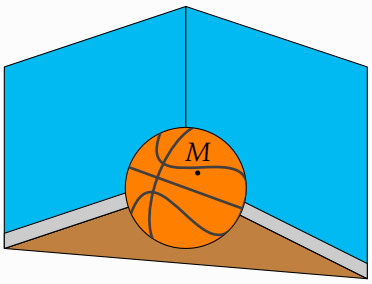
. . . . . .

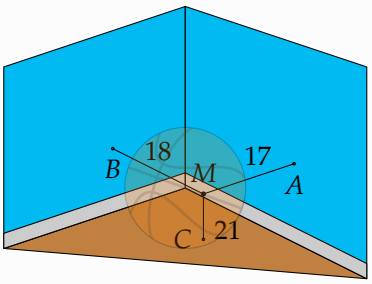
. . . . . .

. . . . . .

Câu 80

Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm, 18 cm, 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến 24,5 cm? (Kết quả là tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).





KQ: . . . . . .

Lời giải.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

Câu 81

Nhân dịp kỷ niệm ngày 30/4 lịch sử, một màn trình diễn ánh sáng nghệ thuật bằng drone quy mô lớn được tổ chức trên bầu trời TP. Hồ Chí Minh. Hàng trăm chiếc drone được lập trình để tạo thành những hình ảnh ánh ý nghĩa. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), mặt đất được coi là mặt phẳng (Oxy).



- **Giai đoạn 1: Hình thành chữ "V" trong "VIỆT NAM"**
  Ba drone D_1, D_2, D_3 được điều khiển để giữ ổn định các vị trí cố định lần lượt là $A(18;22;50)$, $B(30;12;50)$, $C(18;12;50)$. Các vị trí này tạo thành một phần của chữ "V" khổng lồ.

- **Giai đoạn 2: Drone đặc nhiệm di chuyển**
  Một drone đặc nhiệm D_0, ban đầu đang ở vị trí $M_0(5,45,30)$, nhận được lệnh di chuyển thẳng đến một vị trí M trên mặt phẳng $(P): x+y+z=80$. Mặt phẳng (P) là mặt phẳng chính nơi các drone sẽ sắp xếp thành dòng chữ "TÔI YÊU" sau đó. Vị trí M này được chọn sao cho nó cách đều ba drone D_1, D_2, D_3 (tức là $MA=MB=MC$). Drone D_0 được lập trình bay với vận tốc không đổi là $v=10$ m/s.

Để duy trì tín hiệu ổn định, quỹ đạo bay thẳng M_0M của drone D_0 phải hoàn toàn nằm ngoài

khối cầu nhiễu sóng (S) có tâm $I(15;25;40)$ và bán kính $R = 4$ m (được phép tiếp xúc). Hãy tính tổng thời gian (tính bằng giây, làm tròn đến hàng phần chục) di chuyển của drone D_0 từ vị trí ban đầu M_0 đến vị trí M theo quỹ đạo thẳng đã định, biết rằng quỹ đạo này thỏa mãn điều kiện an toàn.

KQ: .....

Lời giải.

.....

.....

.....

HẾT